O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI
O‘RTA MAXSUS, KASB-HUNAR TA’LIMI MARKAZI

A. NABIYEV, J. SHOSALIMOV, M.ERGASHEV

TEXNIK MEXANIKA

Kasb-hunar kollejlari uchun darslik

«SHARQ» NASHRIYOT-MATBAA AKSIYADORLIK
KOMPANIYASI BOSH TAHRIRIYATI
TOSHKENT — 2011

УДК: 531.4(075)
ББК 30.12ya722
Н 13

Taqrizchilar:

A. UMAROV,
texnika fanlari nomzodi, dotsent.

U.QORABOYEV,
Toshkent aviasozlik kasb-hunar kollejining maxsus fan o‘qituvchisi.

Dotsent **A. NABIYEV**ning umumiy tahriri ostida.

Н 13 **Nabiyev A.**

Texnik mexanika; Kasb-hunar kollejlari uchun darslik A.Nabiyev, J.Shosalimov, M.Ergashev; O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi, O‘rta maxsus, kasb-hunar ta’limi markazi.— T.: Sharq, 2011. — 272 b.

1.1,2 Muallifdosh.

ISBN 978-9943-00-781-9

Ushbu darslik kasb-hunar kollejlari uchun «Texnik mexanika» fani dasturi asosida yozilgan.

Kitobda nazariy mexanika, materiallar qarshiligi hamda mashina detallari bayon etilgan, muhandislik amaliyotining turli sohalarida uchraydigan ba’zi muhim masalalar yechib ko‘rsatilgan.

Mazkur darslik kasb-hunar kollejlari o‘quvchilariga mo‘ljallangan.

УДК: 531.4(075)
BBK 30.12ya722

ISBN 978-9943-00-781-9

Akademik Xalil Ahmedovich Rahmatulinning
yorqin xotirasiga bag‘ishlanadi.

SO‘ZBOSHI

Kadrlar tayyorlash milliy dasturining ikkinchi — sifat bosqichi talablari doirasida ta’lim mazmunini yanada boyitishda uslubiy ta’minot: barcha ta’lim muassasalarini o‘quv adabiyotlarining yangi avlodi bilan ta’minlash muhim ahamiyat kasb etadi. Shu bois, fan-texnika va texnologiya rivojlanishining hozirgi zamon talablariga va Davlat ta’lim standartlari asosida ishlab chiqilgan o‘quv dasturiga mos keladigan darslik, o‘quv qo‘llanmalarni o‘zbek tilida yozish ehtiyoji kun sayin ortmoqda.

Ushbu kitobga mualliflarning oliy o‘quv yurtlarida o‘qigan ma’ruzalari, amaliy-tajriba mashg‘ulotlar o‘tkazishdagi materiallari asos qilingan.

Ushbu darslik sanoatning mashinasozlik, avtomobilsozlik, samolyotsozlik, metallurgiya, oziq-ovqat ishlab chiqarish, matbaa ishlab chiqarishi sohalari hamda transport va qurilish sohalari bo‘yicha mutaxassislar tayyorlayotgan kasb-hunar kollejlari uchun mo‘ljallangan.

Darslikni yozish jarayonida mualliflar materiallarni shunday joylashtirishga harakat qilganlarki, turli tayyorlov yo‘nalishlariga mo‘ljallab tuzilgan o‘quv dasturi asosida qisqartirgan holda mashg‘ulotlar o‘tish zaruriyati tug‘ilgan hollarda bir necha paragraflarni, hatto, ba’zi boblarni ham chetlab o‘tish mumkin. Bundan tashqari, dasturda ko‘zda tutilgan juda keng materiallarni qisqa, sodda va tushunarli holda bayon etishga harakat qilingan.

Qo‘lyozmani sinchiklab o‘qib, uning mazmuni va sifatini oshirish borasida bergan foydali maslahatlari uchun texnika fanlari nomzodi, dotsent P.Y. Jumaniyozov, texnika fanlari nomzodi, dotsent J.J.Jalolov, A.N.Husainov va F.T.To‘rayevga mualliflar samimiy minnatdorchilik bildiradilar.

Darslikning sifatini boyitishga qaratilgan barcha tanqidiy fikr-mulohazalari uchun kitobxonlarga oldindan minnatdorchilik bildirgan holda, ularni quyidagi manzilga yuborishlarini iltimos qilamiz: Toshkent shahri, Buyuk Turon, 41.

KIRISH

Tabiatda ro‘y beradigan hamma hodisa va jarayonlarning asosida harakat yotishi shubhasiz. Shu bois, mexanikaning qonun va qoidalari barcha hodisa yoki jarayonlarga tegishli bo‘lib, ular ayniqsa, zamonaviy texnikalarning asosiy ilmiy negizi bo‘lib xizmat qiladi.

Mexanika fani fizika, matematika, astronomiya, kimyo, biologiya, materialshunoslik, elektron hisoblash mashinalari va informatika singari aniq fanlar bilan chambarchas bog‘lang an holda rivojlanmoqda. Mexanika fani og‘ir sanoat (mashinasozlik, samolyotsozlik, asbobsozlik va shu kabilar), to‘qimachilik va yengil sanoat hamda qurilish sohalarining rivojlanishida muhim, yetakchi o‘rin egallaydi.

Fan-texnika jadal sur’atlar bilan rivojlangan, ishlab chiqarish jarayonlari mexanizatsiya va avtomatizatsiyalashayotgan hozirgi paytda mexanika nomi bilan bevosita bog‘liq va uning asosiy tarkibiy qismi bo‘lgan texnik mexanika fanini puxta o‘rganish muhim ahamiyat kasb etadi.

Texnik mexanika predmeti eng muhim umumtexnika bilimlar majmuasini o‘zida mujassamlashtirib, nazariy mexanika (statika, kinematika va dinamika), materiallar qarshiligi hamda mashina detallari kabi bir-biriga uzviy bog‘liq bo‘lgan uchta mustaqil bo‘limlardan tashkil topgan.

Texnik mexanikaning tarkibiy qismlari hisoblangan:

- statikada jismlarning muvozanati, ularga qo‘yilgan kuchlarni sodda holga keltirish yo‘llari;
- kinematikada jismlarning massasi va ularga ta’sir etuvchi kuchlar e’tiborga olinmagan holda, ularning harakatini faqat geometrik nuqtayi nazardan tekshirish;
- dinamikada jismlarning harakatini uni vujudga keltiruvchi kuchga bog‘liq holda tekshirish;
- materiallar qarshiligida mashina yoki inshoot qismlarida paydo bo‘ladigan zo‘riqish, deformatsiya va ko‘chishlarni aniqlash usullari hamda turli materiallarning mexanik xossalarini tajriba yordamida tekshirish;
- mashina detallarida muhandislik amaliyotida ko‘p qo‘llaniladigan detal va uzellarning tuzilishi, ishlash prinsipi, ularni iqtisodiy jihatdan tejamli qilib hisoblash, loyihalash usullari o‘rganiladi.

Mazkur darslik kasb-hunar kollejlari o‘quv dasturi asosida yozilgan bo‘lib, unda nazariy mexanika, materiallar qarshiligi va mashina detallariga oid asosiy materiallar bayon etilgan. Shuningdek, MathCAD dasturi yordamida materiallar qarshiligiga oid ayrim masalalar yechib ko‘rsatilgan.

I BO‘LIM

NAZARIY MEXANIKA

STATIKA

I BOB

Statikaning asosiy tushunchalari va aksiomalari

1.1-§. Asosiy tushunchalar va ta’riflar

Statikada jismlarning muvozanati o‘rganiladi. Moddiy jismlarning muvozanati mexanik harakatning xususiy holi bo‘lib, uning ma’lum qismiga qo‘zg‘almas ravishda mahkamlangan koordinatalar sistemasiga nisbatan tinch vaziyati tushuniladi.

Jismlar qo‘zg‘almas qilib mahkamlanganda «tinch holatda» turadi, deyish mumkin. Masalan, dastgoh tinch holatda turibdi, deymiz. Haqiqatan ham dastgoh beton yordamida yerga qo‘zg‘almas qilib biriktirilgan. Lekin aslida dastgoh Yer bilan birgalikda Quyosh atrofida murakkab harakat qiladi.

Demak, tabiatda mutlaq (absolyut) qo‘zg‘almaydigan jism bo‘lmaydi va bo‘lishi ham mumkin emas.

Jismlarning mexanik harakati va muvozanatini tekshirishda statikaning quyidagi asosiy tushunchalaridan foydalaniladi:

- **moddiy nuqta** (o‘lchamlari va shakli ma’lum sharoitda hisobga olinmaydigan, massasi bir nuqtada joylashgan deb tasavvur qilinadigan jism moddiy nuqta deyiladi);
- **mutlaq qattiq jism** (kuch ta’sirida istalgan nuqtalari orasidagi masofa doimo o‘zgarmasdan qoladigan qattiq jism mutlaq qattiq jism deyiladi);
- **kuch** (jismlar o‘zaro ta’sirining miqdor o‘lchovi kuch deyilib, u yo‘nalishi, moduli — son qiymati va qo‘yilish nuqtasi (1.1-shakl) bilan tavsiflanuvchi vektor kattalik hisoblanadi);

- **kuchlar tizimi** yoki sistemasi (jismga qo‘yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n$ kuchlar to‘plami kuchlar tizimi deyiladi. Jismga qo‘yilgan $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n$ kuchlar tizimi ko‘rsatadigan ta’sirni boshqa $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \ldots, \vec{Q}_n$ kuchlar tizimi bilan almashtirilganda jism holati o‘zgarmasa, bunday ikki kuch tizimi teng kuchli (ekvivalent) kuchlar tizimi deyiladi). Kuchlarning teng kuchliligi quyidagicha yoziladi:

$$(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n) \sim (\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{Q}_3, \ldots, \vec{Q}_n) \qquad \text{(a)}$$

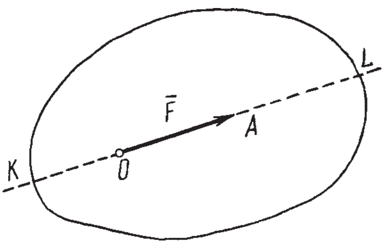
- **teng ta’sir etuvchi kuch** (kuchlar tizimi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n$ ning ta’sirini bitta kuch bera olsa, bunday kuchga kuchlar tizimining teng ta’sir etuvchisi deyiladi va

$$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n\right) \sim 0 \qquad \text{(b)}$$

ko‘rinishda yoziladi).
- **muvozanat holat** (kuchlar tizimi ta’siridagi jism tinch holatda qolsa yoki inersion harakatda bo‘lsa, jismning bunday holati muvozanat holat deyiladi. Kuchlar tizimi ta’siridagi jism muvozanat holatida bo‘lsa, unga muvozanatlashgan kuchlar tizimi yoki nolga teng kuchli tizim deyiladi:

$$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \ldots, \vec{F}_n\right) \sim 0 \qquad \text{(d)}$$

statikada jismning muvozanati deganda uning tinch holati tushuniladi);
- **sanoq tizimi** (jismning harakati yoki holati boshqa jism bilan bog‘langan koordinatalar sistemasiga nisbatan tekshiriladi. Odatda, bunday koordinatalar sistemasiga sanoq sistemasi deyiladi. Statikada Yer bilan bevosita bog‘langan sanoq sistemasi ishlatiladi).



1.1-shakl

Kuch yotgan KL to‘g‘ri chiziq kuchning ta’sir chizig‘i deyiladi.

1.2-§. Statikaning aksiomalari

Statika masalalarini yechish tajriba va kuzatishlar yordamida aniqlangan quyidagi aksiomalarga asoslanadi:

1-aksioma. **Erkin jismning ixtiyoriy ikki nuqtasiga 1.2-shaklda tasvirlanganidek miqdorlari teng, yo‘nalishi esa mazkur nuqtalardan o‘tuvchi to‘g‘ri chiziq bo‘yicha qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan ikkita kuch ta’sir etsa, bunday kuchlar o‘zaro muvozanatlashadi.**

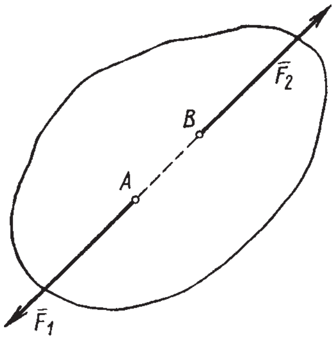
Kuchlar orasidagi munosabatlarni quyidagicha yozish mumkin:

— miqdori jihatdan $\left|\vec{F_1}\right| = \left|\vec{F_2}\right|$

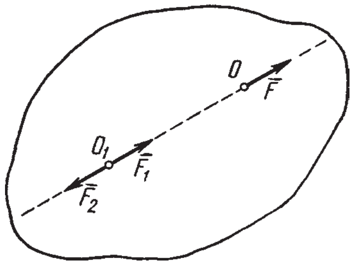
— yo‘nalishi jihatdan $\vec{F_1} = -\vec{F_2}$ (manfiy ishora kuchlarning qarama-qarshi tomonga yo‘nalganligini ko‘rsatadi).

Shunday qilib, bunday ikki kuchdan tashkil topgan tizim nollik tizimdan iborat bo‘ladi:

$$\left(\vec{F_1} = -\vec{F_2}\right) \sim 0.$$



1.2-shakl



1.3-shakl

2-aksioma. **Nolga ekvivalent tizimni jismga ta’sir etuvchi kuchlar tizimiga qo‘shish yoki undan ayirish bilan kuchlar tizimining jismga ta’siri o‘zgarmaydi.**

Bundan quyidagi natija kelib chiqadi: **kuchning miqdor va yo‘nalishini o‘zgartirilmagan holda, o‘zining ta’sir chizig‘i bo‘ylab bir nuqtadan ixtiyoriy boshqa nuqtaga ko‘chirilsa, uning jismga ta’siri o‘zgarmaydi.**

Isbot. Jismning O nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo‘yilgan bo‘lsin (1.3-shakl). $\vec{F}$ kuchning ta’sir chizig‘ida O_1 nuqtani olib, unga miqdorlari $\vec{F} = \vec{F_1} = \vec{F_2}$ bo‘lgan hamda mazkur chiziqda yotuvchi $\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}\right) \sim 0$ sistemani qo‘shamiz.

1-aksiomaga a,sosan $\left(\vec{F_1}, \vec{F_2}\right) \sim 0$ bo‘lganidan uni tashlab yuborsak, u holda O_1 nuqtada $\vec{F}$ kuch qoladi. Nihoyat, O nuqtaga qo‘yilgan $\vec{F}$ kuch o‘rniga O_1 nuqtaga qo‘yilgan xuddi shunday $\vec{F} = \vec{F_1}$ kuchga ega bo‘lamiz. Natija isbotlandi.

3-aksioma (parallelogramm aksiomasi). **Jismning ixtiyoriy nuqtasiga qo‘yilgan turli yo‘nalishdagi ikki kuchning teng ta’sir etuvchisi:**

✓ *mazkur kuchlarning ta’sir chiziqlari kesishgan nuqtaga qo‘yiladi;*

✓ *miqdor jihatdan berilgan kuchlardan qurilgan parallelogrammning diagonaliga teng;*

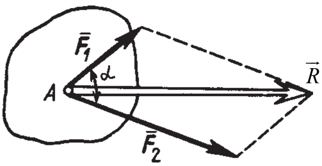
✓ *parallelogramm diagonali bo‘ylab yo‘naladi.*

Jismning biror A nuqtasiga qo‘yilgan, o‘zaro α burchak tashkil etuvchi $\vec{F_1}$ va $\vec{F_2}$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisini $\vec{R}$ bilan belgilaymiz (1.4-shakl). Aksiomaga ko‘ra

$$\vec{R} = \vec{F_1} + \vec{F_2} \tag{e}$$

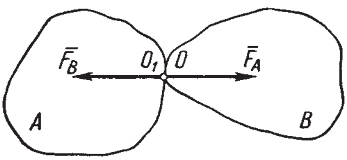
4-aksioma. **Har qanday ta’sirga miqdor jihatidan teng va yo‘nalishi qarama-qarshi bo‘lgan aks ta’sir mavjuddir.**

Bu aksiomadan ikkita muhim xulosa kelib chiqadi. Birinchidan, ta’sir bo‘lgan joyda har doim aks ta’sir ko‘rsatuvchi kuch mavjud bo‘ladi. Ikkinchidan esa, ta’sir va aks ta’sir etuvchi kuchlar bir-birlarini muvozanatlashtirmaydi, chunki ular boshqa jismlarga qo‘yilgan. Masalan, A jismning B jismga ko‘rsatadigan $\vec{F_A}$ ta’sir kuchi B jismning O nuqtasiga qo‘yiladi. B jismning A jismga $\vec{F_B}$ ta’sir kuchi esa A jismning O_1 nuqtasiga qo‘yiladi (1.5-shakl). $\vec{F_A}$ va $\vec{F_B}$ kuchlar miqdor jihatidan bir-biriga teng va ta’sir chiziqlari umumiy bo‘lib, qarama-qarshi tomonga yo‘nalgan:



1.4-shakl

$$\vec{F_A} = -\vec{F_B}. \tag{f}$$



1.5-shakl

Bu aksioma Nyutonning uchinchi qonunini ifodalaydi.

5-aksioma. **Agar muvozanat holatidagi deformatsiyalanadigan jism mutlaq qattiq jismga «aylansa», uning muvozanati buzilmaydi.**

Bu aksioma qotish prinsipi deyiladi.

1.3-§. Bog‘lanish va bog‘lanish reaksiyalari

Jism fazoda ixtiyoriy tomonga harakatlana olsa, u **erkin jism** deyiladi.

Jismning harakati yoki holati biror sabab bilan chegaralangan bo‘lsa, u erkin bo‘lmagan jism yoki **bog‘lanishdagi jism** deyiladi. Jismning harakati yoki holatini cheklovchi sabab **bog‘lanish** deyiladi. Masalan, vagonning vertikal yo‘nalishdagi harakatini rels cheklaydi. Boshqacha aytganda vagon bog‘lanishdagi jism, rels bog‘lanish vazifasini bajaradi.

Bog‘lanishning jismga ko‘rsatadigan ta’siriga bog‘lanish **reaksiya kuchi** deyiladi.

Bog‘lanishdagi jismlarning harakati qaysi tomondan cheklangan bo‘lsa, reaksiya kuchi shu yo‘nalishga teskari yo‘nalgan bo‘ladi.

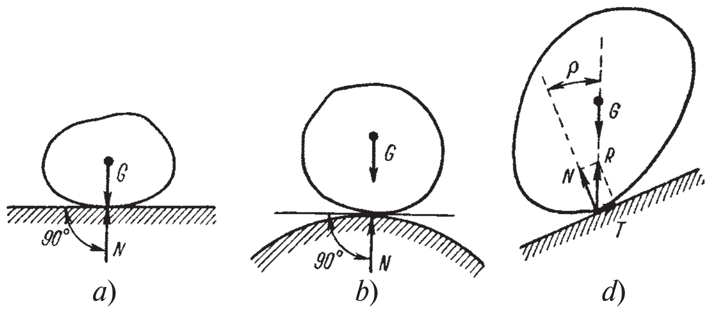
Bog‘lanish reaksiya kuchlarini aniqlash statikaning asosiy masalalaridan hisoblanadi.

Bog‘lanish reaksiya kuchlarini aniqlashda jismni bog‘lanishdan bo‘shatish aksiomasidan foydalaniladi: **bog‘lanishlarning berilgan jismga ta’sirini reaksiya kuchi bilan almashtirib, har qanday bog‘lanishdagi jismni erkin jism deb qarash mumkin.**

Bog‘lanishdagi jismlarning bir-biriga tegib turgan qismidagi ishqalanish kuchini e’tiborga olmay, bog‘lanishlarni quyidagi guruhlarga ajratish mumkin:

I. Silliq sirt vositasida bog‘lanishlar:

a) jism silliq sirtga bitta nuqtada tayanadi (1.6-shakl, *a,b,d*).



1.6- sh a k l

Chizmalardan ko‘rinib turganidek, silliq sirt jismning shu sirtga o‘tkazilgan normal bo‘yicha harakatini cheklaydi. Shuning uchun silliq sirtning reaksiya kuchi   N sirtga o‘tkazilgan normal bo‘yicha yo‘naladi.

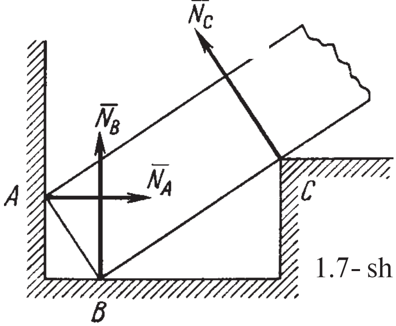
b) jism A nuqtada vertikal devorga, B nuqtada polga, C nuqtada ikki yoqli burchak qirrasiga tayanadi (1.7-shakl).

Vertikal devor va polning $\vec{N}_A$, $\vec{N}_B$ reaksiya kuchlari A va B nuqtalarda mos ravishda devor va polga o‘tkazilgan perpendikulyar bo‘yicha yo‘naladi. Ikki yoqli burchakdan tashkil topgan qirraning reaksiya kuchi esa C nuqtada to‘singa o‘tkazilgan perpendikular bo‘yicha yo‘naladi.

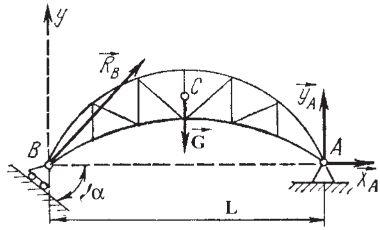
d) jism – ferma silliq sirtga g‘altaklar vositasida tayanib turibdi (1.8-shakl).

B nuqtadagi reaksiya kuchi $\overline{R}_B$ sirtga perpendikular yo‘naladi. A nuqtadagi reaksiya kuchlari $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$ lar haqida 1.16-§ da kengroq tushuncha berilgan.

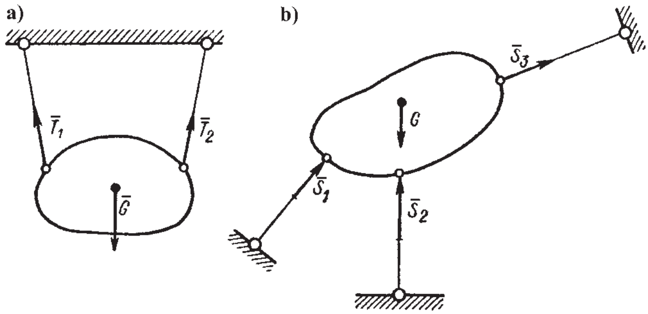
II.Cho‘zilmaydigan ip (zanjir, qayish yoki sterjen)lar vositasidagi bog‘lanishlar (1.9-shakl, a, b).



1.7- sh a k l



1.8- sh a k l



1.9- sh a k l

Jism kuchlar vositasida osib qo‘yilganda, reaksiya kuchlari ip bo‘ylab yo‘nalgan bo‘ladi va ular taranglik kuchlari deb yuritiladi.

Mexanika dunyoda uchraydigan hamma moddiy jismlarning o’zaro ta’siri qonunlarini va harakatlarini o’rgatadigan tabiiy fan bo’lib, u juda uzoq tarixga ega.

Mexanikaning rivojlanish tarixini quyidagi uchta asosiy davrga bo’lib o’rganish ma’qul:

Qadimiy davr mexanikasi-Aristotel davridan XVI asrgacha bo’lgan davr;

Uyg’onish davri mexanikasi – XVI asrdan XX asr boshigacha bo’lgan davr;

Hozirgi davr mexanikasi – XX asr boshidan shu kungacha bo’lgan davr.

Birinchi davr boshida qadimgi yunonistonlik qomuschi-olim Aristotel (eramizdan avvalgi 384–322 yillar) o’zining «Mexanika» degan asarida mexanikani boshqa fanlardan ajratgan. Yunon olimi Arximed (eramizdan avvalgi 287–212 yillar) richagga qo’yilgan kuchlarning muvozanati, jismlarning yuzasi, hajmi, og’irlik markazini aniqlash usullari, jismlarning suzish shartlari va suyuqliklarning gidrostatik bosimi haqidagi ta’limotlarni yaratdi.

Sharq allomalarining mexanika rivojiga qo’shgan hissalari juda muhimdir.

Xususan, hozirgi zamonda o'rta asr sharq olimlarining birgina statikaga oid 50 dan ortiq asarlari to'g'risida ma'lumotlar mavjud. O'rta asr islom mamlakatlari olimlari mexanikani «Ilm al-xiyol» («Ustalik bilan yasalgan moslamalar to'g'risidagi ilm») deb yuritishib, unda o'sha davrga mos texnik mexanika masalalari ko'rilgan. Mazmuniga mos bo'lgan eng qadimiy noyob asar – Abu Abdulloh al-Xorazmiyning (IX asr) «Fanlar kaliti» kitobi bo'lib, uning alohida bobi mexanikaga bag'ishlangan.

Sharq olimlaridan Abu Rayhon Beruniy (973–1048), Abu Ali ibn Sino (980–1037), Ulug'bek Muhammad Tarag'ay (1394–1449)lar mexanikaning rivojiga katta hissa qo'shganlar. Beruniy va ibn Sino asarlarida asosan mexanik harakat, shuningdek planetalarning harakatiga oid fikrlar bayon etilgan. Ulug'bek planetalar harakatini tahlil etib, Quyosh va Oyning harakatini katta aniqlikda hisoblay olgan.

Ikkinchi davrda polshalik ulug' astronom Nikolay Kopernik (1473–1543) geosentrik nazariya o'rniga butunlay o'zgacha yangi nazariyani – geliosentrik nazariyani kashf qilib, unda olamning markazida Quyosh joylashgan, Yer ham boshqa sayyoralar singari Quyosh atrofida va o'z o'qi atrofida aylanadi, degan fikrlarni ilmiy-nazariy jihatdan isbotlagan. Bu o'rinda shuni ta'kidlash mumkinki, Abu Rayhon Beruniy va Abu Ali ibn Sinolar ham Kopernikdan avvalroq geliosentrik nazariyani sifat jihatidan tavsiflab, ular olamning markazida Yer bo'lishi mumkin emas, chunki Yerning massasi Quyoshning massasiga nisbatan ancha kichik, shu bois olamning markazida Quyosh turadi va Quyosh atrofida sayyoralar, shu jumladan Yer ham aylanishi mumkin, degan g'oyalarni ilgari surganlar.

Kopernik ta'limotining davomchilaridan biri italiyalik olim Galelio Galiley (1564–1642) turli xil jismlarning bo'shliq – havosiz fazoda erkin tushishini tajribalar yordamida o'rgandi, Yerga nisbatan ixtiyoriy burchakda qiya otilgan qattiq jismlarning harakati to'g'risidagi muammoning nazariy-amaliy jihatlarini puxta o'rgandi. Shu tariqa moddiy jismlar harakati ustida o'tkazilgan tajriba-kuzatishlarni umumlashtirib, «Inersiya qonuni»ni kashf etdi.

Galiley birinchi bo'lib ko'ndalang kesimi to'g'ri to'rtburchakli brusning egilishga qarshiligi kesim yuzi balandligining kvadratiga mutanosib ekanligini to'g'ri aniqlagan.

Galiley va uning izdoshlari olg'a surgan g'oyalarni ingliz olimi Isaak Nyuton (1643–1727) rivojlantirib, tezlanish va kuchning mutanosibligi, ta'sir va aks ta'sir tengligi, butun olam tortishishi kabi mexanikaning eng muhim, asosiy qonunlarini kashf qildi.

Bundan tashqari, mexanika fanining turli sohalari rivojlanishiga R.Guk, T.Yung, J.Dalamber, L.Eyler, M.Lomonosov, M.Ostrogradskiy, **Uchinchi davr**

Albert Eynshteynning (1879–1955) maxsus (1905) va umumiy (1916) nisbiylik nazariyalari paydo bo'lishi bilan boshlanadi.

Zamonaviy konstruksiya (bino, inshoot, mashina-mexanizm va shu kabi)larni yaratishda, xususan, Erning sun'iy yo'ldoshlarini, kosmik kemalarni uchirish, ularni Oy sirtiga qo'ndirish, Mars va Pluton sayyoralariga yaqinlashish, ularning fotosuratlarini olish, kosmik kemalar yordamida Yerdagi foydali qazilma boyliklarning xaritalarini tuzish, kosmonavtika yutuqlarini xalq xo'jaligining turli sohalarida qo'llashda mexanika fanining qonun va qoidalari beqiyos ahamiyatga ega. Shu jihatdan qaraganda mexanikaning qonun va qoidalari asosida yaratilgan kashfiyotlar, masalan N.Jukovskiyning (1847–1921) aerodinamikaga oid ilmiy asarlari, K.Siolkovskiyning (1857–1935) raketa nazariyasi, I.Meshcherskiyning (1859–1935) o'zgaruvchan massali jismlarning harakati nazariyasi, S.Korolyov (1906–1966) rahbarligida yaratilgan ballistik raketalar, Yerning sun'iy yo'ldoshlari va turli kosmik kemalar, taniqli o'zbek olimlaridan X.Rahmatulinning (1909–1988) inshootlar zaminini loyihalash va hisoblashda, kema zirhi mustahkamligini aniqlashda qo'llanilayotgan «Rahmatulin to'lqinlari» nazariyasi, parashyut nazariyasi, M.O'rozboyevning (1906–1971) ip mexanikasi va inshootlarning zilzilabardoshligi nazariyasiga oid ilmiy izlanishlari, V.Qobulovning (1921–2007) tutash muhitlar mexanikasi masalalarini algoritmlash, avtomatik boshqarish tizimlarini yaratishga oid ilmiy izlanishlari natijalari mexanika fanining amaliy ahamiyatga ega bo'lgan ko'p tarmoqli fan ekanligini tasdiqlaydi.

Mexanikaning turli sohalari rivojiga T.Shirinqulov, T.Rashidov, Yo.Saatov, H.Usmonxo'jayev, B.Mardonov, Sh.Mamatqulov, G'.Xojimetov, K.Ismoyilov kabi taniqli o'zbek olimlari munosib hissa qo'shganlar.

?!

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Statika nimani o'rgatadi?
2. Mexanik harakat deganda nimani tushunasiz?
3. Moddiy nuqta va moddiy, mutlaq qattiq, erkin, erkin bo'lmagan (bog'lanishdagi) jismlar tushunchalarini ta'riflang.
4. Kuch va teng ta'sir etuvchi kuch nima? Ularning o'lchamligi qanaqa?
5. Statikaning aksiomalaridan birini tushuntiring.
6. Bog'lanishlarning qanday turlarini bilasiz?
7. Mexanikaning rivojlanish tarixini tushuntiring.

II BOB

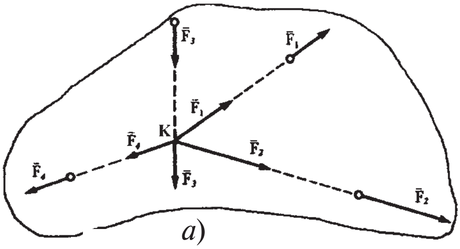
Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi

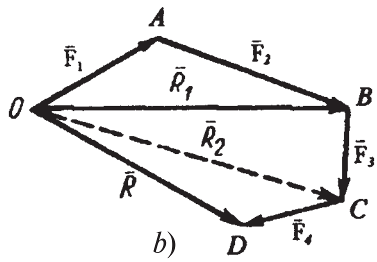
1.4-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarni qo‘shish

Ta’sir chiziqlari bir nuqtada uchrashadigan kuchlar tizimiga **bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi** deyiladi.

Statika aksiomasi natijasiga asosan (I bob, 1.2-§ dagi 2-aksiomaga qarang), kuchlarni ta’sir chizig‘i bo‘ylab ko‘chirib, bu chiziqlar kesishadigan umumiy nuqtaga keltirilganda, kuchlarning mutlaq qattiq jismga ta’siri o‘zgarmaydi. Bu esa bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimini doimo bir nuqtaga qo‘yilgan kuchlarning teng kuchli tizimi bilan almashtirish imkonini beradi.

Faraz qilaylik, mutlaq qattiq jismga tekislikda kesishuvchi kuchlar tizimi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ ta’sir etsin (1.10-shakl, a). Kuchlarning ta’sir chizig‘i davom ettirilganda, ular K nuqtada kesishadi. Statika aksiomasi natijasiga muvofiq, kuchlarni K nuqtaga ko‘chirish mumkin.





1.10-shakl

K nuqtada kesishuvchi $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$ kuchlar tizimining teng ta’sir etuvchisini kuchlar uchburchagi qoidasiga asosan aniqlaymiz.

Avval $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarni qo‘shamiz. Buning uchun ixtiyoriy O nuqtaga masshtabi va yo‘nalishini saqlagan holda $\vec{F}_1$ kuchni qo‘yamiz (1.10-shakl, b). $\vec{F}_1$ kuchning oxiriga $\vec{F}_2$ kuchni joylashtiramiz. O nuqta bilan $\vec{F}_2$ kuchning uchini birlashtirib, $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi $\vec{R}_1$ ni hosil qilamiz:

$$\vec{R}_1 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \qquad (a)$$

Endi $\vec{R}_1$ ning uchiga $\vec{F}_3$ kuchni qo‘yamiz. Agar O nuqta bilan $\vec{F}_3$ kuchning uchini birlashtirsak, $\vec{R}_1$ va $\vec{F}_3$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi hosil bo‘ladi:

$$\overrightarrow{R_2} = \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{F_3} \quad \text{yoki} \quad \overrightarrow{R_2} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} \qquad (b)$$

Yuqoridagi tartibda $\vec{R}_2$ ning uchiga $\vec{F}_4$ kuchni joylashtirib, bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlaymiz:

$$\vec{R} = \overrightarrow{R_2} + \overrightarrow{F_4} \quad \text{yoki} \quad \vec{R} = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = \sum_{i=1}^{4} \vec{F} i \qquad \text{(d)}$$

Hosil bo'lgan OABCD shakl kuchlar **ko'pburchagi deyiladi**. Bu ko'pburchakning yopuvchi OD tomoni bir nuqtada kesishuvchi $\overrightarrow{F_1}$, $\overrightarrow{F_2}$, $\overrightarrow{F_3}$, $\overrightarrow{F_4}$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini moduli va yo'nalishi bo'yicha ifodalaydi.

Agar mutlaq qattiq jismga *n* ta bir nuqtada kesishuvchi kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsa, u holda (d) ifoda

$$\boxed{\vec{R} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F} i} \qquad (1.1)$$

ko'rinishda yoziladi.

Demak, bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng ekan.

Xususiy hol. Faraz qilaylik, mutlaq qattiq jismning ixtiyoriy A nuqtasiga qo'yilgan hamda o'zaro α burchak tashkil etuvchi $\overrightarrow{F_1}$ va $\overrightarrow{F_2}$ kuchlarning teng ta'sir etuvchisini aniqlash talab etilsin (1.11-shakl).

Parallelogramm aksiomasiga ko'ra, bir nuqtaga qo'yilgan ikki kuchning teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ shu kuchlarning geometrik yig'indisiga teng:

$$\vec{R} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} \qquad \text{(e)}$$

1.11-shakl, b da kuchlar uchburchagi tasvirlangan; $A_1B_1C_1$ uchburchakning yopuvchi A_1C_1 tomoni $\vec{R}$ ga tengdir.

Kosinuslar teoremasiga asosan $\Delta A_1B_1C_1$dan teng ta'sir etuvchining modulini aniqlaymiz:

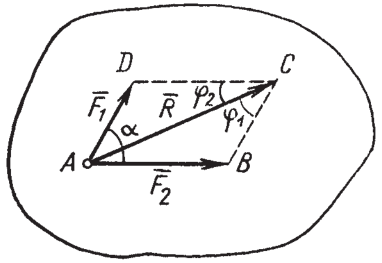
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180° - \alpha)}$$

yoki

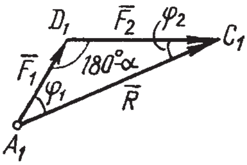
$$\boxed{R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos\alpha}} \qquad (1.2)$$

Teng ta'sir etuvchi kuch R ning $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar bilan tashkil etgan φ_1 va φ_2 burchaklari sinuslar teoremasidan aniqlanadi:

$$\frac{F_1}{Sin\varphi_2} = \frac{F_2}{Sin\varphi_1} = \frac{R}{Sin\left(180° - \alpha\right)} \qquad (1.3)$$



a)

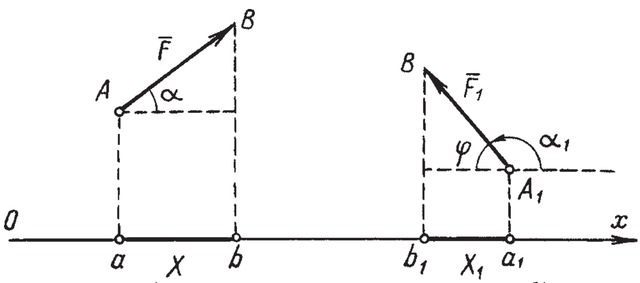


b)

1.11-shakl

1.5-§. Kuchning o'qdagi proyeksiyasi

Kuch bilan o'q bir tekislikda yotsa, $\vec{F}$ kuchning *Ox* o'qdagi proyeksiyasini aniqlash uchun kuch vektorining boshi *A* va uchi *B* nuqtadan *Ox* o'qqa tegishlicha *Aa* va *Bb* perpendikular punktir chiziqlar o'tkazamiz (1.12-shakl, a).



a) *b*)

1.12-shakl

Gorizontal o'qdagi *ab* kesma $\vec{F}$ kuchning *Ox* o'qdagi proyeksiyasini ifodalab, quyidagiga teng bo'ladi:

$$ab = F\ \cos\alpha \quad \text{yoki} \quad \boxed{X = F \cdot \cos\alpha} \tag{1.4}$$

Agar *a* nuqtadan *b* nuqtaga ko'chish *Ox* o'qining musbat yo'nalishi bilan mos tushsa, (1.4) ifodaning o'ng tomoni musbat, aksincha manfiy ishorali bo'ladi (1.12-shakl, b):

$$X_1 = -F_1\cos\alpha_1 = -F_1\cos(180°-\varphi) \quad \text{yoki} \quad \boxed{X_1 = -F_1\ \cos\varphi} \tag{1.5}$$

Demak, kuchning biror o‘qdagi proyeksiyasi skalyar miqdor bo‘lib, kuch moduli hamda kuchning shu o‘q musbat yo‘nalishi bilan tashkil qilgan burchagi kosinusi ko‘paytmasiga teng.

1.6-§. Teng ta’sir etuvchi kuchni analitik usulda aniqlash

Bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$, $\ldots\vec{F_n}$ kuchlarning teng ta’sir etuvchisi $\vec{R}$ ning x va y o‘qlardagi proyeksiyalarini mos ravishda $\vec{R_x}$ va $\vec{R_y}$, tashkil etuvchi kuchlarning o‘sha o‘qlardagi proyeksiyalarini esa X va Y orqali belgilab, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$R_x = X_1 + X_2 + X_3 \ldots + X_n = \sum_{i=1}^{n} X_i$$
$$R_y = Y_1 + Y_2 + Y_3 \ldots + Y_n = \sum_{i=1}^{n} Y_i \qquad (1.6)$$

Teng ta’sir etuvchi kuchning moduli

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \quad \text{yoki} \quad R = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2} \qquad (1.7)$$

ko‘rinishda aniqlanadi.

Teng ta’sir etuvchi bilan koordinata o‘qlari orasidagi burchaklar, ya’ni teng ta’sir etuvchi kuchning yo‘nalishi quyidagi formulalardan topiladi:

$$cos\left(\overline{R}\,\hat{}\,, x\right) = \frac{R_x}{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2}}$$

$$cos\left(\overline{R}\,\hat{}\,, y\right) = \frac{R_y}{R} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2}} \qquad (1.8)$$

1.7-§. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning muvozanati

Agar bir nuqtada kesishuvchi $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, $\vec{F_4}$, $...\vec{F_n}$ kuchlar tizimining teng ta'sir etuvchisi $\vec{R}$ nolga teng bo'lsa, u holda bunday kuchlar tizimi **muvozanatda** bo'ladi, aksincha, kuchlar tizimi muvozanatda bo'lsa, teng ta'sir etuvchi kuch **nolga teng** bo'ladi:

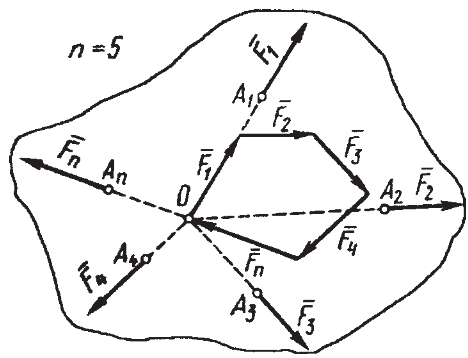
$$\boxed{\vec{R} = 0} \tag{1.9}$$

yoki $$\sum_{i=1}^{n} \vec{F_i} = 0 \tag{1.10}$$

(1.9) yoki (1.10) tenglamalar kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanati zaruriy va yetarli shartining vektorli ifodasidir.

Demak, kesishuvchi kuchlar ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lishi uchun mazkur tizimni tashkil etuvchi kuchlarning geometrik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Endi 1.13-shakldan foydalanib, (1.9) yoki (1.10) tenglamalarning geometrik ma'nosini tushuntiramiz.



1.13-shakl

Aytaylik, jismning A_1, A_2, ..., An nuqtalariga ta'sir chiziqlari O nuqtada kesishuvchi F_1, F_2, ..., Fn muvozanatlashuvchi kuchlar tizimi qo'yilgan bo'lsin. Bu kuchlar uchun kuchlar ko'pburchagi yasalsa (oddiylashtirish maqsadida $n = 5$ holni ko'rib chiqamiz), u yopiq bo'ladi, ya'ni mazkur ko'pburchakda birinchi kuchning boshi bilan oxirgi kuchning uchi ustma-ust tushadi. Aksincha, kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lsa, $\vec{R} = 0$ bo'ladi.

Shunday qilib, kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun bu kuchlarga qurilgan kuchlar ko'pburchagi yopiq bo'lishi zarur va yetarlidir.

Teng ta'sir etuvchi kuch R = 0 bo'lsa, (1.7) ga asosan

$$R_x = 0, \quad R_y = 0$$

bo'ladi. Agar (1.6)ni e'tiborga olsak, tekislikdagi kesishuvchi kuchlar tizimining muvozanat tenglamalari quyidagicha yoziladi:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} X_i = 0} \qquad \boxed{\sum_{i=1}^{n} Y_i = 0} \tag{1.11}$$

Demak, kesishuvchi kuchlar tizimi muvozanatda bo‘lishi uchun kuchlarning har bir koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari yig‘indisi nolga teng bo‘lishi zarur va yetarlidir.

Umumiy holda, (1.11) ifoda tarkibida noma’lum kuchlar ham bo‘lishi mumkin. Shu sababli uni kesishuvchi kuchlar tizimi ta’siridagi erkin jism muvozanati tenglamalarining analitik ifodasi ham deyiladi.

Kelgusida yozuvlarni qisqartirish maqsadida (1.11) dagi tenglamalarni

$$\boxed{\sum X_i = 0} \qquad \boxed{\sum Y_i = 0} \qquad (1.12)$$

ko‘rinishda yozish ancha qulaylik tug‘diradi.

Shuni ta’kidlash muhimki, bordi-yu muvozanatdagi jism erkin bo‘lmasa, bog‘lanishlardan bo‘shatish haqidagi aksiomaga asosan, bog‘lanishning jismga ko‘rsatadigan ta’sirini ularning reaksiya (zo‘riqish) kuchlari bilan almashtirish zarur. Natijada, bunday jismni berilgan kuchlar va bog‘lanish reaksiyalari ta’sirida «erkin» jism deb qarash mumkin. Shu bois, mazkur jism uchun tuzilgan muvozanat tenglamalari tarkibida berilgan kuchlar bilan bir qatorda bog‘lanish reaksiya kuchlari ham ishtirok etadi.

Statikada jismning muvozanatiga doir masalalar quyidagi tartibda yechiladi:

- ✓ muvozanati tekshiriladigan jism aniqlanib, unga ta’sir etuvchi kuchlar chizmada aks ettiriladi;
- ✓ koordinatalar sistemasi tanlab olinadi;
- ✓ bog‘lanishlar reaksiya kuchlari bilan almashtiriladi;
- ✓ jismga ta’sir etuvchi kuchlar va reaksiya kuchlari qanday kuchlar tizimini tashkil etishiga qarab, ularga mos ravishda muvozanat tenglamalari tuziladi;
- ✓ muvozanat tenglamalaridan noma’lum* kuchlar aniqlanadi.

II bobga oid masalalar

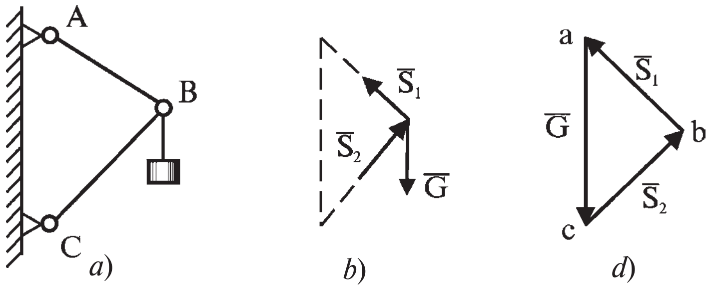
1.1-masala. Vertikal ustunning A va C nuqtasiga mos ravishda AB sterjen va CB tirgakning chap uchlari mahkamlangan (1.14-shakl, a); sterjen va tirgakning o‘ng uchlari B tugunga biriktirilgan.

Agar yukning og‘irligi G=50 kN bo‘lsa, sterjen va tirgaklarda qanday zo‘riqish— taranglik kuchlar paydo bo‘ladi?

AB=1,4m, CB=1,8 m va AC=2,6 m deb hisoblansin.

---

* Izoh: shunga alohida e’tibor berish lozimki, agar topilgan reaksiya kuchining ishorasi musbat chiqsa, tanlab olingan yo‘nalish to‘g‘ri, aksincha manfiy bo‘lsa uning yo‘nalishi haqiqiy yo‘nalishga teskari ekan, degan xulosa kelib chiqadi.



1.14- sh a k l

Yechish.

Masalani grafik usulda yechamiz.

Chizmasidan ko‘rinib turibdiki, B tugun bog‘lanishga ega, chunki u og‘irlik kuchi G, AB va SB bog‘lanishlar ta’sirida turibdi.

B tugunning muvozanatini tekshiramiz. Buning uchun sterjen va tirgakni fikran kesib, bog‘lanishlarni tegishlicha S_1 va S_2 kuchlari bilan almashtiramiz (1.14-shakl, b).

Aniq masshtab (masalan, 1,0 kN kuch uchun 1 mm) tanlab, ixtiyoriy nuqtadan G kuchining yo‘nalishida masshtabga muvofiq $ac = \frac{50 \cdot kN}{1kN} \cdot 1mm = 50mm =$ $= 5{,}0sm$ kesma (vektor) chizamiz (1.14-shakl, d). Keyin bu vektorning *c* uchidan CB tirgakga parallel va *a* uchidan esa, AB sterjenga parallel chiziq o‘tkazamiz; parallel chiziq *c* nuqtada kesishishi tabiiy. Natijada, *acb* kuch uchburchagi yopiq bo‘lishi, ya’ni undagi hamma strelkalar uchburchagining atrofidan bir tomonga aylanib chiqishi shart, aks holda muvozanat buziladi.

Endi *ACB* va *acb* larning o‘xshashligidan quyidagi munosabatlarni yozamiz:

$$\frac{G}{AC} = \frac{S_1}{AB} = \frac{S_2}{CB}$$

Bu tenglikdan izlanayotgan zo‘riqishlarni aniqlaymiz:

$$S_1 = \frac{AB}{AC} \cdot G = \frac{1{,}4}{2{,}6} \cdot 50 = 26{,}92kN$$

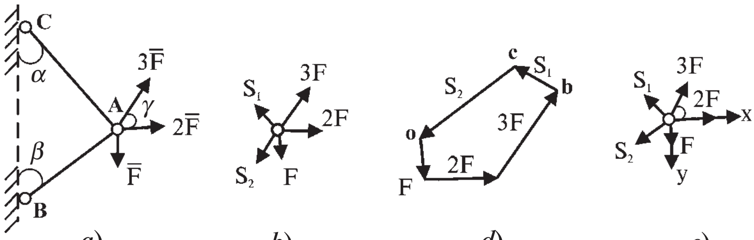
$$S_2 = \frac{CB}{AC} \cdot G = \frac{1{,}8}{2{,}6} \cdot 50 = 34{,}22kN$$

Javob: S_1=26,92 kN; S_2= 34,62 kN.

1.2-masala. A tugunga F, 2F va 3F kuchlar ta'sir etmoqda (1.15-shakl, a).

Quyidagilar ma'lum deb hisoblansin: $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$, $\gamma = 45°$, $F = 20kN$. AB va AC sterjenlarning og'irliklari e'tiborga olinmasin.

Zo'riqishlarni aniqlash talab etiladi.



a) *b*) *d*) *c*)

1.15- sh a k l

Yechish.

1. Grafik usul.

Sterjenlarni fikran kesib, A tugunning muvozanatini o'rganamiz (1.15-shakl, b); bog'lanishlarni bog'lanish reaksiyalari S_1 va S_2 lar bilan almashtiramiz.

Biror masshtabni, masalan 0,5 kN kuch uchun 1,0 mm kesma tanlab ixtiyoriy O nuqtadan F= 20 kN kuchning yo'nalishida $\frac{2}{0{,}5} \cdot 1{,}0 = 40$ mm $= 4$ sm kesma ajratamiz (1.15-shakl, d). Tanlangan masshtabga qat'iy amal qilgan holda F vektorning uchidan 2F ga parallel, 2F kuchning uchidan esa 3F kuchga parallel chiziqlar o'tkazamiz. Keyin esa b nuqtadan AC sterjenga parallel, O nuqtadan esa AB sterjenga parallel chiziqlar o'tkazamiz. Ushbu parallel kesmalar C nuqtada uchrashadi. Hosil qilingan kuch ko'pburchagi yopiq bo'lishi, ya'ni undagi hamma strelkalar ko'pburchakning atrofidan bir tomonga aylanib chiqishi shart.

Kuch ko'pburchagining *bc* va *oc* tomonlari mos ravishda AC va AB sterjenlarda paydo bo'luvchi taranglik kuchlarining miqdori va yo'nalishini belgilaydi.

2. Analitik usul.

Koordinator sistemasini tanlaymiz (1.15-shakl, c).

A tugun uchun (1.12) formulani tatbiq etamiz:

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma X_i = 0; \quad 2F + 3F\cos\gamma - S_1\cos(90° - \alpha) - S_2\cos(90° - \beta) = 0 \\ &\Sigma Y_i = 0; \quad F - 3F\cos(90° - \gamma) + S_2\cos\beta - S_1\cos\alpha = 0 \end{aligned}\right\}$$

berilgan qiymatlarni e'tiborga olib

$$
\left.\begin{aligned}
2 \cdot 20 + 3 \cdot 20 \cdot cos45^\circ - S_1 cos60^\circ - S_2 \cdot cos30^\circ = 0 \\
20 - 3 \cdot 20 \cdot cos45^\circ - S_1 cos30^\circ + S_2 cos30^\circ = 0
\end{aligned}\right\}
$$

tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

Bunda, $S_1 = 43{,}92$ kN va $S_2 = 69{,}33$ kN ekanligi kelib chiqadi.

1.3-masala. Chig‘ir yordamida B nuqtadagi qo‘zg‘almas blok orqali o‘tkazilgan arqon bilan G=20 kN og‘irlikdagi yuk yuqoriga ko‘tarilmoqda (1.16-shakl). Blokning o‘lchamlarini va undagi ishqalanishni hisobga olmay, AB va BC sterjenlardagi zo‘riqishlar aniqlansin. Burchaklar shaklda ko‘rsatilgan.

Yechish.

Masalaning mohiyatidan arqonda paydo bo‘luvchi taranglik kuchi yukning og‘irligiga teng ekanligi kelib chiqadi: T_2=G. Shu sababli B nuqtaga qo‘yilgan G, T_1, T_2, S kuchlardan faqat T_1 va S lar noma’lumdir.

B nuqtaning muvozanatini tekshiramiz:

$$
\left.\begin{aligned}
\Sigma X_i = 0; \quad & - T_1 + Scos30^\circ - T_2 cos60^\circ = 0 \\
\Sigma Y_i = 0; \quad & - Scos60^\circ + T_2 cos30^\circ + G = 0
\end{aligned}\right\}
$$

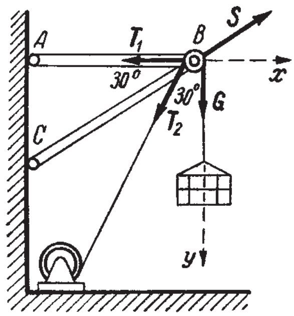
yoki

$$
\left.\begin{aligned}
- T_1 + S \cdot 0{,}866 - 20 \cdot 0{,}5 = 0 \\
- S \cdot 0.5 + 20 \cdot 0.866 + 20 = 0
\end{aligned}\right\}
$$

Bulardan sterjenlardagi zo‘riqishlarni topamiz:

T_1=54,6 kN

S = 74,6 kN.



1.16-shakl

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar sistemasiga ta’rif bering.
2. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlarning teng ta’sir etuvchisi qanday aniqlanadi?
3. Koordinata o‘qlariga kuchlarni proyeksiyalashni misollar yordamida tushuntiring.
4. Teng ta’sir etuvchining yo‘nalishi qanday aniqlanadi?
5. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar muvozanatining zaruriy va yetarli shartini yozing.

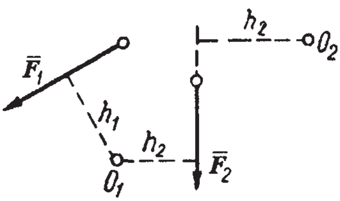
III BOB

Kuch momenti va juft kuchlar

1.8-§. Kuchning nuqtaga nisbatan momenti

Nuqtaga nisbatan kuch momenti mexanikadagi, shuningdek, texnik mexanikadagi eng muhim tushunchalardan biri hisoblanib, undan fanni nazariy va amaliy jihatdan o‘rganishda juda ko‘p foydalaniladi.

Juda qadim zamonlarda ham kishilar ma’lum bir yelkaga ta’sir etuvchi kichik kuch bilan ancha katta qarshiliklarni yenga olish imkoniyatlariga ega bo‘lgan sodda richagning xossasidan amalda keng foydalanganlar. Richagning bu xossasini birinchi bo‘lib **Arximed** ilmiy nuqtayi nazardan asoslagan.



1.17- sh a k l

Jismga tekislikda yotuvchi kuchlar tizimi ta’sir etayotgan bo‘lsin (1.17-shakl).

O nuqtadan $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning ta’sir chizig‘igacha perpendikular tushiramiz. Bu perpendikularlarning uzunligi h_1 va h_2 bo‘lib, tegishlicha $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning O_1 nuqtaga nisbatan ***kuch yelkasi*** deyiladi; O_1 nuqta esa ***moment markazi*** deyiladi.

Kuchning nuqtaga nisbatan momenti deb, kuch moduli bilan kuch yelkasi ko‘paytmasiga teng kattalikka aytiladi.

Kuch momentining algebraik qiymati $M_0(\vec{F})$ bilan belgilanadi va u quyidagi formula bilan aniqlanadi:

$$\boxed{M_o\ (F) = \pm\ Fh} \qquad (1.13)$$

Bu formula oldidagi ishoralardan qaysi birini olishni, quyidagi ishoralar qoidasiga asosan shartlashib olamiz: **kuch vektori jismni markazi atrofida soat mili tomonga burishga intilsa, kuch momenti musbat, aks holda manfiy deb hisoblanadi.**

Bizning misolimizda $\vec{F}_1$ kuch uchun

$$M_0(F_1) = -F_1h_1 \qquad (a)$$

va $\vec{F}_2$ kuch uchun esa

$$M_0(F_2) = +F_2h_2 \qquad (b)$$

ga teng.

Chizmadan ko‘rinib turibdiki, moment olinayotgan nuqtaning joylashuviga qarab ayni bir kuchning momenti ham musbat, ham manfiy bo‘lishi mumkin. Masalan, $\vec{F}_2$ kuchning momenti O_1 nuqtaga nisbatan musbat, O_2 nuqtaga nisbatan esa manfiydir.

Kuch momenti kuchning biror nuqtaga nisbatan aylanma ta’sirining o‘lchovi bo‘lib, xalqaro birliklar sistemasi SI da Nm bilan o‘lchanadi.

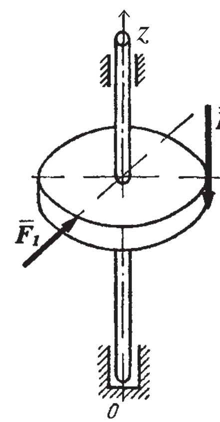
Kuchning momenti quyidagi xossalarga ega:

- ***kuchning moduli va yo‘nalishini o‘zgartirmasdan uni ta’sir chizig‘i bo‘ylab istalgan nuqtaga ko‘chirilsa, kuch momenti miqdor jihatdan o‘zgarmaydi (chunki bunday holda kuchning yelkasi o‘zgarmasdan qoladi);***
- ***kuchning ta’sir chizig‘i moment markazidan o‘tganda, uning shu nuqtaga nisbatan momenti nolga teng bo‘ladi (chunki bunday holda kuchning yelkasi nolga teng bo‘ladi).***

1.9-§. Kuchning o‘qqa nisbatan momenti

Kuchning o‘qqa nisbatan momentini aniqlash maqsadida quyidagi ikkita chizmani tahlil qilamiz.

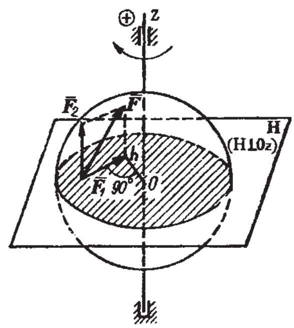
1) Aytaylik, Oz o‘qqa o‘rnatilgan jismga $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlar ta’sir etayotgan bo‘lsin (1.18-shakl). $\vec{F}_1$ kuchning ta’sir chizig‘i vertikal o‘qni kesayotganligi va $\vec{F}_2$ kuch unga parallel bo‘lganligi sababli, bu kuchlar ta’sirida jism Oz o‘q atrofida aylana olmaydi; bu holat tajribalarda ham tasdiqlangan. Shuning uchun $\vec{F}_1$ va $\vec{F}_2$ kuchlarning o‘qqa nisbatan momenti nolga teng.



1.18- sh a k l

2) Jismning biror nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo‘yilgan bo‘lsin (1.19-shakl).

$\vec{F}$ kuch vektori boshlangan nuqtadan o‘tuvchi hamda vertikal o‘qqa perpendikulyar bo‘lgan H tekislikni o‘tkazamiz. Chizmada tasvirlanganidek, $\vec{F}$ kuchni $\vec{F}_1$ (gorizontal) va $\vec{F}_2$ (vertikal) tashkil etuvchilarga ajratamiz.



1.19- sh a k l

Kuchning vertikal tashkil etuvchisi $\vec{F}_2$ vertikal Oz o‘qiga parallel bo‘lganligi sababli, yuqorida ta’kidlaganimizdek, uning o‘qqa nisbatan momenti nolga teng bo‘ladi.

Kuchning gorizontal tashkil etuvchisi $\vec{F}_1$ ning momenti quyidagiga teng:

$$M_z(F_1) = \vec{F}_1 \cdot a \qquad (a)$$

Bu yerda, *a* — kuch yelkasi (O nuqtadan kuchning gorizontal tashkil etuvchisi $\vec{F}_1$ ning ta'sir chizig'iga tushirilgan perpendikular kesma).

Shunday qilib, **kuchning biror o'qqa nisbatan momenti deb, uning shu o'qqa perpendikular tekislikdagi proyeksiyasining o'q bilan tekislik kesishgan nuqtasiga nisbatan olingan momentiga aytiladi.**

Ta'rifga ko'ra

$$M_z\left(\vec{F}\right)=M_0\left(\vec{F}_1\right) \qquad (b)$$

yoki umumlashtirib

$$M_z\left(\vec{F}\right)=\pm F_1\cdot a \qquad (1.14)$$

Kuchning o'qqa nisbatan momenti skalyar miqdor bo'lib, o'qning musbat yo'nalishidan qaraganda kuchning o'qqa perpendikular tekislikdagi proeksiyasi jismni soat mili aylanadigan tomonga aylantirishga intilsa moment musbat, aksincha, manfiy ishora bilan olinadi.

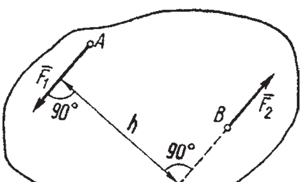
1.10-§. Juft kuch, juft kuchning momenti. Tekislikdagi juft kuchlarning muvozanati

Moduli teng, ta'sir chiziqlari bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan, parallel va qarama-qarshi yo'nalgan ikki kuch **juft kuch** (qisqacha juft) deb ataladi (1.20-shakl).

Juft $\left(\vec{F}_1,\vec{F}_2\right)$ ko'rinishda belgilanadi.

Juft tashkil etuvchi kuchlarning ta'sir chiziqlari orasidagi eng qisqa masofa **juftning yelkasi** deyiladi va h bilan belgilanadi. Juft yotgan tekislik juftning ta'sir tekisligi deyiladi.

Juftni bitta kuch bilan almashtirish yoki muvozanatlash mumkin emas, ya'ni juft teng ta'sir etuvchiga ega bo'lmaydi. Shu sababli faqat juft ta'siridagi jism ilgarilanma harakat qila olmasdan aylanma harakatga keladi.



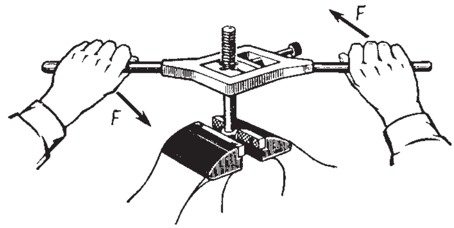
1.20- sh a k l

Juftning momenti deb, mos ishora bilan olingan juft tashkil etuvchilaridan birining modulini juft yelkasiga ko'paytmasiga teng bo'lgan kattalikka aytiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$M = \pm F_1\cdot h = \pm F_2 \cdot h \qquad (1.15)$$

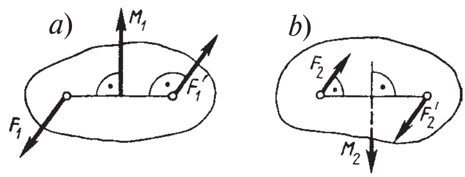
Juft jismni soat milining aylanishi bo'yicha aylantirishga intilsa uning momenti musbat va aksincha, manfiy bo'ladi.

Juftning aylantiruvchi ta'siri juftning kuchlari miqdoriga hamda ular orasidagi masofaga bog'liq ekanligini tiskga mahkamlangan rezba ochish jarayonida osongina tushunish mumkin (1.21-shakl).



1.21- sh a k l

Juft momenti vektor kattalik bo'lib, uning yo'nalishini «parma» qoidasi bilan aniqlash mumkin: **parma dastasini juftni tashkil etuvchi kuchlar yo'nalishida, juftning ta'sir tekisligi bo'ylab aylantirganda parmaning ilgarilanma harakatiga qarab juftning momenti musbat yoki manfiy ishorali bo'ladi**, degan xulosaga kelish mumkin (1.22-shakl, a,b).



1.22- sh a k l

Statikaning to'la kursida:

a) juftni o'zining ta'sir tekisligida yoki unga parallel tekislikda ixtiyoriy holatga ko'chirish mumkin bo'lganidan, juft momenti vektorini jismning ixtiyoriy nuqtasiga qo'yish mumkinligi;

b) bir tekislikda yotuvchi juftlar tizimi bitta juftga teng kuchli (ekvivalent) bo'lib, uning momenti berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisiga tengligi, ya'ni

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \cdots + M_n = \sum_{i=1}^{n} M_i = 0 \qquad (1.16)$$

ekanligi isbotlangan.

Oxirgi ifodadan tekislikdagi juftlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun berilgan juftlar momentlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarli ekanligi kelib chiqadi:

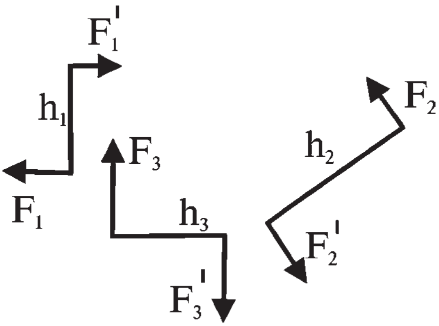
$$\sum_{i=1}^{n} M_i = 0 \qquad (1.17)$$

III bobga oid masala

1.4-masala. Tekislikdagi jismga uchta juft ta'sir etmoqda (1.23-shakl). 1.1-jadvalda juftlarni tashkil etuvchi kuchning va juftning yelkasi berilgan. Uchta nuqtaga teng kuchli (ekvivalent) bo'lgan natijaviy juftni aniqlang.

1.1-jadval

Juftlar	Juftni tashkil etuvchi kuchlar, kN	Juftning yelkasi h, m
$\left(\vec{F}_1, \vec{F}_1\right)$	5	0,8
$\left(\vec{F}_2, \vec{F}_2\right)$	6	1,5
$\left(\vec{F}_3, \vec{F}_3\right)$	12	1,0



1.23-shakl

Yechish.

Chizmadan ko‘rinib turibdiki, birinchi va uchinchi juftlar jismni soat milining harakat yo‘nalishi bo‘yicha, ikkinchi juft esa aksincha, harakat yo‘nalishiga teskari aylantirmoqda. Shuning uchun juftning momenti

$$M_1 = F_1 h_1 = 5 \cdot 0{,}8 = 4$$
$$M_2 = -F_2 h_2 = -6 \cdot 1{,}5 = -9$$
$$M_3 = F_3 h_3 = 12 \cdot 1{,}0 = 12$$

ko‘rinishda hisoblanadi.

Demak, (1.16) ga asosan, natijaviy juft

$$M = \sum_{i=1}^{3} M_i = M_1 + M_2 + M_3 = 4 - 9 + 12 = 7 \text{ kN.m ga teng bo‘ladi.}$$

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Kuchlarning nuqtaga nisbatan momentini ta’riflang va uning formulasini yozing.
2. Kuch yelkasi nima?
3. Kuch momentining ishoralar qoidasini izohlang.
4. Kuch momenti qanday xossalarga ega?
5. Kuchning o‘qqa nisbatan momenti qanday aniqlanadi?
6. Juft kuch nima?
7. «Parma» qoidasining mohiyatini tushuntiring.
8. Tekislikdagi juftlarning muvozanati qanday ifodalanadi?

IV BOB

Fazodagi kuchlar tizimi

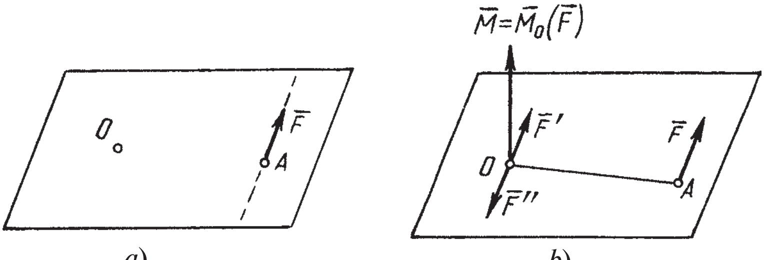
1.11-§. Umumiy mulohazalar

Ta’sir chiziqlari fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar tizimiga fazodagi kuchlar tizimi deyiladi.

1804-yilda fransuz olimi Lui Puanso (1777—1859) taklif etgan lemma asosida fazoviy kuchlar tizimi sodda holga keltirilgach, ular ta’siridagi jismlarning muvozanat holati va harakati o‘rganiladi.

Bu lemma kuchning jismga ta’sirini o‘zgartirmasdan, uni o‘ziga parallel ravishda bir nuqtadan ikkinchi nuqtaga keltirish haqida bo‘lib, quyidagicha ta’riflanadi (isbotsiz):

jismning istalgan nuqtasiga qo‘yilgan kuch jismdan olingan ixtiyoriy keltirish markaziga qo‘yilgan aynan shunday kuchga va momenti berilgan kuchning keltirish markazi O nuqtaga nisbatan momentiga teng juft kuchga teng kuchli (ekvivalent) bo‘ladi (1.24-shakl, a, b).



a) *b*)

1.24 - shakl

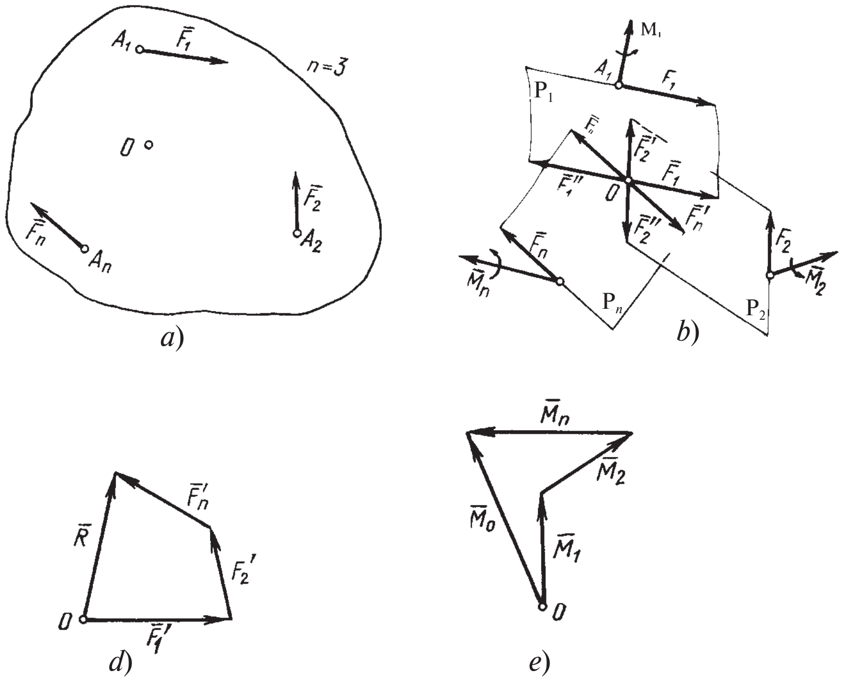
1.12-§. Fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlarni bir nuqtaga keltirish

Teorema: **fazoda ixtiyoriy joylashgan kuchlar tizimini istalgan markazga keltirish natijasida mazkur kuchlar tizimi keltirish markaziga qo‘yilgan bosh vektor R ga teng bitta kuch va bosh momenti M ga teng bo‘lgan juft kuch bilan almashtiriladi.**

Isbot:

Jismning A_1, A_2,...A_n nuqtalariga fazoda ixtiyoriy yo‘nalgan F_1, F_2..., F_n kuchlar tizimi ta’sir etsin.

Aytaylik, biz tekshirayotgan holda n = 3 bo‘lsin (1.25-shakl, a).



1.25- sh a k l

Ixtiyoriy O nuqtani keltirish markazi sifatida tanlaymiz. Har bir kuch va O nuqta orqali P_1, P_2, P_3,...,P_n tekisliklar o‘tkazamiz.

Puanso lemmasiga muvofiq, har bir kuch o‘z tekisligiga aynan o‘ziga teng va qo‘shilgan juft kuch bilan keltiriladi.

Boshqacha aytganda, masalan A_1 nuqtadagi $\vec{F_1}$ kuchni O nuqtaga ko‘chirish maqsadida shu nuqtaga $\bar{F}_1' = \bar{F}_1$ va $\bar{F}_1'' = -\bar{F}_1$ kuchlarni qo‘yamiz (1.25-shakl, b). Natijada, A_1 nuqtaga qo‘yilgan kuch O nuqtaga qo‘yilgan $\bar{F}_1' = \bar{F}_1$ kuchga va momenti $\bar{M}$ ga teng $\left(\bar{F}_1, \bar{F}_1''\right)$qo‘shilgan juftga teng kuchli bo‘ladi:

$$\overrightarrow{M_1} = \overrightarrow{M_0}\left(\overrightarrow{F_1}\right)$$

Xuddi shu tarzda A_2, A_3... A_n nuqtalardagi kuchlarni ham keltirish markaziga ko‘chiramiz. U holda, O nuqtaga qo‘yilgan $F_2' = F_2$,..., $F_n' = F_n$ kuchlar tizimi va momentlari $\bar{M}_2 = \bar{M}_0(\bar{F}_2),...,\bar{M}_n = \bar{M}_0(\bar{F}_n)$ bo‘lgan $(\bar{F}_2, \bar{F}_2'')$, ..., $(\bar{F}_n, \bar{F}_n'')$ qo‘shilgan juftlar tizimi hosil bo‘ladi.

$\bar{M}_1$, $\bar{M}_2$, ..., $\bar{M}_n$ vektorlar mos ravishda P_1, P_2, P_3,...P_n tekisliklarga tik yo‘nalgan hamda ular soat milining aylanishiga teskari yo‘nalishda jismni aylantirishga intiladi.

O markazga keltirilgan $\bar{F}_1^1$, $\bar{F}_2^1$,..., $\bar{F}_n^1$ kuchlar geometrik qo‘shiladi (1.25-shakl, b) va bitta R kuchni hosil qiladi:

$$\boxed{\vec{R} = \sum_{I=1}^{n} \overrightarrow{F_i^1}} \tag{a}$$

$(\bar{F}_1, \bar{F}_1'')$, $(\bar{F}_2, F_2'')$, ..., $(\bar{F}_n, \bar{F}_n'')$ juft kuchlar ham geometrik qo‘shiladi (1.25-shakl, e) va bitta M_0 juft kuchni hosil qiladi:

$$\boxed{\overrightarrow{M_0} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{M_i}} \tag{b}$$

Bu yerda: $\bar{R}$ — fazodagi kuchlar tizimining bosh vektori;
$\bar{M}_0$ — fazodagi kuchlar tizimining bosh momenti.

Yuqorida ta’kidlanganidek, $\bar{F}_1^1 = \bar{F}_1$ va $\bar{M}_i = \bar{M}_0(\bar{F}_i)$ $(i = 1,\ 2,...n)$ ekanligini e’tiborga olsak, (a) va (b) ifodalar quyidagicha yoziladi:

$$\boxed{\begin{gathered} \bar{R} = \sum_{i=1}^{n} \bar{F}_i \\ \bar{M}_0 = \sum_{i=1}^{n} \bar{M}_0(\bar{F}_i) \end{gathered}} \tag{1.18}$$

Demak, fazoda joylashgan kuchlar tizimining:

- ✓ **bosh vektori mazkur kuchning geometrik yig‘indisiga;**
- ✓ **istalgan keltirish markaziga nisbatan bosh momenti tashkil etuvchi kuchlarning mazkur markazga nisbatan momentlarining geometrik yig‘indisiga teng bo‘ladi.**

Teorema isbotlandi.

$\bar{R}$ va $\bar{M}_0$ vektorlarni analitik usulda aniqlash uchun ularni koordinata o‘qlariga proyeksiyalash zarur:

$$R_x = \sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad R_y = \sum_{i=1}^{n} Y_i, \qquad R_z = \sum_{i=1}^{n} Z_i, \tag{1.19}$$

$$M_x = \sum_{i=1}^{n} M_x(\bar{F}_i), \qquad M_y = \sum_{i=1}^{n} M_y(\bar{F}_i), \qquad M_z = \sum_{i=1}^{n} M_z(\bar{F}_i) \tag{1.20}$$

Bosh vektorning moduli

$$\boxed{R=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}X_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}Y_i\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}Z_i\right)^2}} \qquad (1.21)$$

va yo‘nalishi

$$cos\left(\bar{R}_0^{\wedge},x\right)=\frac{Rx}{R},\qquad cos\left(\bar{R}_0^{\wedge},y\right)=\frac{Ry}{R},\qquad cos\left(\bar{R}_0^{\wedge},z\right)=\frac{Rz}{R} \qquad (1.22)$$

ko‘rinishda ifodalanadi.

Xuddi shu tarzda bosh momentning moduli va yo‘nalishini aniqlaymiz:

$$\boxed{M_0=\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n}M_x\left(F_i\right)\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}M_y\left(F_i\right)\right)^2+\left(\sum_{i=1}^{n}M_z\left(F_i\right)\right)^2}} \qquad (1.23)$$

$$cos\left(\overline{M}_0^{\wedge},x\right)=\frac{M_x}{M_0},\qquad cos\left(\overline{M}_0^{\wedge},y\right)=\frac{M_y}{M_0},\qquad cos\left(\overline{M}_0^{\wedge},z\right)=\frac{M_z}{M_0} \qquad (1.24)$$

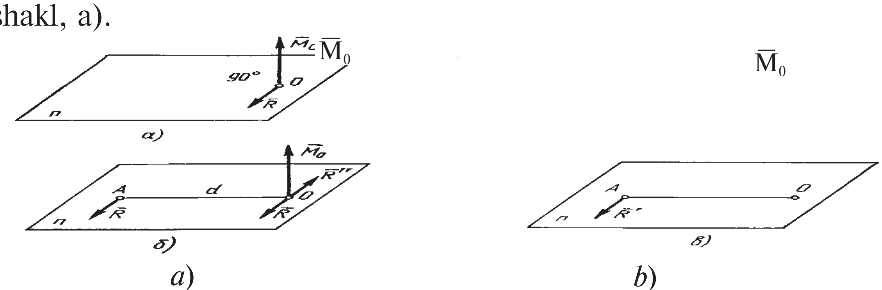
1.13-§. Fazodagi kuchlar tizimini teng ta’sir etuvchiga keltirish

Fazodagi kuchlar tizimini teng ta’sir etuvchiga keltirish maqsadida quyidagi ikki holni ko‘rib chiqamiz:

1. Fazodagi kuchlar tizimining ixtiyoriy tanlangan keltirish markaziga nisbatan bosh vektori $\vec{R}\neq 0$ va bosh momenti $\overrightarrow{M}_0=0$ bo‘lsin.

U holda, mazkur kuchlar tizimining jismga ta’sirini bitta bosh vektor $\bar{R}$ bilan almashtiriladi. Shu bois, bosh vektor $\bar{R}$ berilgan kuchlar tizimining keltirish markazidagi teng ta’sir etuvchisini ifodalaydi.

2. Fazodagi kuchlar tizimi ixtiyoriy tanlangan O markazga keltirilganda hosil bo‘ladigan bosh vektor bosh momentga tik ($R\perp M_0$) yo‘nalgan bo‘lsin (1.26-shakl, a).



1.26- sh a k l

P tekislikda momenti M_0 ga teng bo'lgan ($\bar{R}'$, $\bar{R}''$) juft kuchni olamiz, uning tashkil etuvchilari $|\bar{R}'| = |\bar{R}''| = |R|$ bo'lib, $\bar{R}$ ga parallel yo'nalgan (1.26-shakl, b).

Bosh moment M_0 quyidagicha aniqlanadi:

$$M_0 = R'd \quad \text{yoki} \quad M_0 = Rd \tag{1.25}$$

Bu yerda d — juft kuchning yelkasi.

$\vec{R}$ kuchni O nuqtaga joylashtiramiz. U holda R va R'' o'zaro muvozanatlashadi. Natijada, A nuqtada birgina R' kuch qoladi; bu kuch berilgan kuchlar tizimiga teng kuchli bo'lganligi sababli ularning teng ta'sir etuvchisi deb hisoblanadi.

Demak, ixtiyoriy O nuqtada bosh vektor $\bar{R}$ va bosh moment $\bar{M}_0$ o'zaro tik yo'nalgan bo'lsa, kuchlar tizimi keltirish markazi O dan $d = \dfrac{M_0}{R}$ masofadagi A nuqtaga qo'yilgan va bosh vektor $\vec{R}$ ga parallel yo'nalgan teng ta'sir etuvchi $\vec{R}'$ kuchga keltiriladi.

Izoh: jismga ta'sir etuvchi fazoviy kuchlar tizimining bosh vektori $\vec{R} = 0$ *va bosh moment esa* $\overrightarrow{M_0} \neq 0$ *bo'lsa, bunday kuchlar tizimi momenti bosh moment* M_o *ga teng bo'lgan birgina teng ta'sir etuvchi juft kuchga keltiriladi.*

Endi teng ta'sir etuvchining momenti haqidagi **Varinyon** teoremasini keltiramiz (isbotsiz):

Agar fazodagi kuchlar tizimi teng ta'sir etuvchiga keltirilsa, bu teng ta'sir etuvchining ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momenti barcha kuchlarning mazkur nuqtaga nisbatan momentlarining geometrik yig'indisiga teng.

Bu ta'rifdan

$$M_0(\bar{R}) = \sum Mo(\bar{F}) \tag{1.26}$$

ekanligi kelib chiqadi.

1.14-§. Fazodagi kuchlarning muvozanat shartlari

Fazodagi ixtiyoriy kuchlar tizimi muvozanatda bo'lishi uchun ikkita shart bajarilishi kerak: bir vaqtning o'zida bosh vektor ham, bosh moment ham nolga teng bo'lishi shart.

Muvozanat shartlarini vektor va analitik ko'rinishlarda ifodalaymiz.

1. Vektor shakli:

$$\left.\begin{aligned} \bar{R} &= 0 \\ \bar{M}_0 &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1.27}$$

Demak, fazodagi kuchlar tizimi muvozanatda bo‘lishi uchun kuchlar tizimining bosh vektori va ixtiyoriy keltirish markaziga nisbatan bosh momenti nolga teng bo‘lishi zarur va yetarlidir.

1. Analitik shakli (1.12-§ dagi (1.21) va (1.23) formulalarga qarang):

$$\boxed{\Sigma X_i = 0, \quad \Sigma Y_i = 0, \quad \Sigma Z_i = 0} \tag{1.28}$$

$$\boxed{\Sigma M_x(\overline{F_i}) = 0, \quad \Sigma M_y(\overline{F_i}) = 0, \quad \Sigma M_z(F_i) = 0} \tag{1.29}$$

Binobarin, **fazodagi kuchlar tizimi muvozanatda bo‘lishi uchun barcha kuchlarning Dekart koordinati o‘qlarining har biridagi proyeksiyalarining yig‘indilari nolga teng bo‘lishi, kuchlarning koordinata o‘qlarining har biriga nisbatan momentlarining yig‘indilari ham nolga teng bo‘lishi zarur va yetarlidir.**

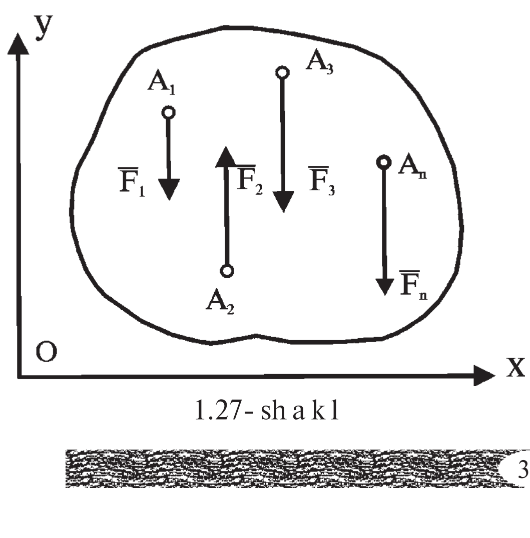
Endi yuqoridagilardan foydalanib, muhandislik amaliyotida juda ko‘p uchraydigan tekislikdagi kuchlar tizimi uchun muvozanat tenglamalarini yozamiz.

1.15-§. Tekislikdagi kuchlarning muvozanat shartlari

1. Bir nuqtada kesishuvchi kuchlar tizimi uchun muvozanat tenglamalari quyidagicha (1.13-shakl va 1.12 formulaga qarang):

$$\left.\begin{aligned} \Sigma X_i &= 0 \\ \Sigma Y_i &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{1.30}$$

2.Parallel kuchlar tizimi (1.27-shakl).



1.27- sh a k l

Chizmadan ko‘rinib turibdiki, $\vec{F_1}, \vec{F_2}, \ldots, \vec{F_n}$ kuchlarning ta’siri *oy* o‘qiga parallel bo‘lganligi sababli ularning *ox* o‘qlardagi proyeksiyalari nolga teng bo‘ladi.

Shu bois muvozanat shartlari quyidagicha yoziladi:

$$\left.\begin{aligned} &\Sigma Y_i = 0 \\ &\Sigma M_B\left(\overline{F_i}\right) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{1.31}$$

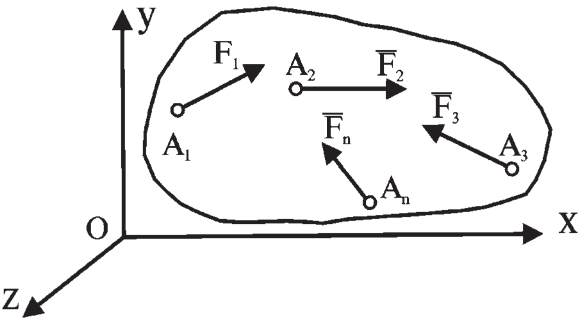
Demak, bir tekislikda joylashgan parallel kuchlar tizimi ta’siridagi

erkin jism muvozanatda bo'lgani uchun kuchlarning o'zlariga parallel bo'lgan o'qdagi proyeksiyalarining yig'indisi va mazkur kuchlar yotgan tekislikda ixtiyoriy B nuqtaga nisbatan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

3. Tekislikdagi ixtiyoriy kuchlar tizimi (1.28-shakl).

Bu kuchlar *oz* o'qqa perpendikular tekislikda yotganligi bois, ularning mazkur o'qdagi proyeksiyalari nolga tengdir.

Natijada, (1.28) ning uchinchisi, (1.29)ning birinchi va ikkinchilari ayniyatga aylanadi. Barcha kuchlar *xoy* tekislikda yotganligi sababli ularning *oz* o'qqa nisbatan momentlari koordinatalar boshi 0 ga nisbatan momentlarning algebraik qiymatiga teng bo'lib qoladi.



1.28-shakl

Tekshirilayotgan hol uchun muvozanat shartlari quyidagi ko'rinishga ega:

$$\left.\begin{array}{l} \sum X_i = 0 \\ \sum Y_i = 0 \\ \sum M_B\left(\overline{F}_i\right) = 0 \end{array}\right\} \quad (1.32)$$

Shunday qilib, tekislikdagi kuchlar tizimi ta'siridagi erkin jism muvozanatda bo'lishi uchun kuchlarning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarining yig'indisi va kuchlarning ular yotgan tekislikdagi ixtiyoriy nuqtaga nisbatan momentlarning yig'indisi nolga teng bo'lishi zarur va yetarlidir.

Tekislikdagi kuchlar tizimining muvozanatiga oid masalalar yechayotganda (1.32) ga teng kuchli yana quyidagi muvozanat tenglamalaridan foydalanish mumkin.

1-hol. Tekislikda yotuvchi ixtiyoriy kuchlarning shu tekislikdagi bir to'g'ri chiziqda yotmagan uchta nuqtasiga nisbatan momentlarining algebraik yig'indilari alohida-alohida nolga teng bo'lsa, kuchlar tizimi muvozanatda bo'ladi:

$$\left.\begin{array}{l} \sum\limits_{i=1}^{n} M_A\left(\vec{F}_i\right) = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_B\left(\vec{F}_i\right) = 0 \\ \sum\limits_{i=1}^{n} M_C\left(\vec{F}_i\right) = 0 \end{array}\right\} \quad (1.33)$$

2-hol. Tekislikda yotuvchi ixtiyoriy kuchlarning shu tekislikda yotuvchi ixtiyoriy ikki nuqtasiga nisbatan momentlarining algebraik yig‘indilari va mazkur nuqtalardan o‘tuvchi o‘qqa perpendikular bo‘lmagan o‘qdagi proyeksiyalarining yig‘indisi alohida-alohida nolga teng bo‘lsa, bunday kuchlar tizimi muvozanatda bo‘ladi:

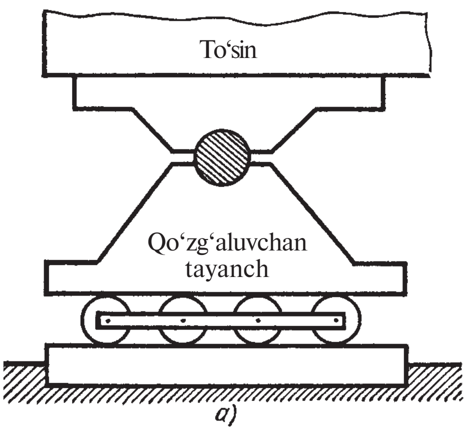
$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n}\left(X_i\right)=0 \\ &\sum_{i=1}^{n} M_A\left(\vec{F}_i\right)=0 \\ &\sum_{i=1}^{n} M_B\left(\vec{F}_i\right)=0 \end{aligned}\right\} \qquad (1.34)$$

1.16-§. To‘sinlar va ularning tayanchlari

Har qanday to‘sin* uch xil tayanchda yotadi.

1. ***Sharnirli-qo‘zg‘aluvchan tayanch*** (1.29-shakl, a). Bu xildagi tayanch to‘sin uchining gorizontal ko‘chishiga va ko‘ndalang kesimining aylanishiga qarshilik ko‘rsatmaydi.

Sharnirli-qo‘zg‘aluvchan tayanchning sxematik tasviri 1.29-shakl, *b* da ko‘rsatilgan. Bunday tayanchning reaksiyasi *R* tayanch bog‘lanishi bo‘ylab yoki g‘ildiraklarning tayanch tekisligiga tik yo‘nalgan bo‘ladi.

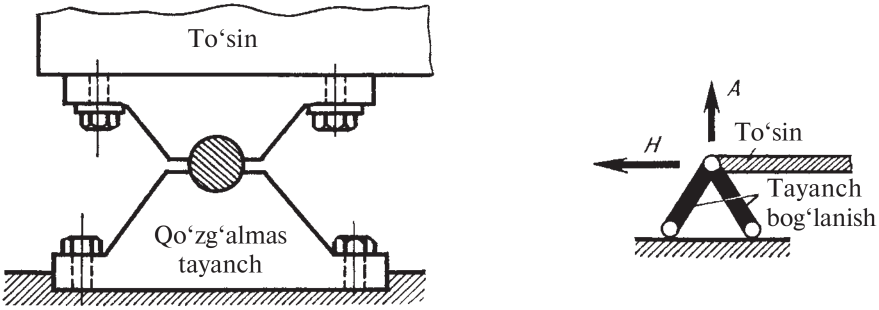


1.29-shakl

* To‘sin haqida ikkinchi bo‘limda kengroq ma’lumotlar berilgan.

2. **Sharnirli qo‘zg‘almas tayanch** (1.30-shakl, a). Bu tayanch nuqtasiga tegishli kesimning erkin aylanishiga imkon bersa-da, lekin to‘sin uchining hech qanday chiziqli ko‘chishiga yo‘l qo‘ymaydi.

Bu tayanchning sxematik tarzdagi ko‘rinishi to‘sin bilan sharnir vositasida tutashtirilgan ikkita sterjendan iborat (1.30-shakl, b).



a) *b*)

1.30-shakl

Qo‘zg‘almas-sharnirli tayanchlarda *H* gorizontal va *R* vertikal tashkil etuvchilarga ajraluvchi tayanch reaksiyalari hosil bo‘ladi.

3. **Qistirib mahkamlangan tayanch** (1.31-shakl, a). Bu xildagi tayanch unga tutashtirilgan to‘sin kesimining to‘g‘ri chiziqli va burchakli ko‘chishlariga yo‘l qo‘ymaydi. Bu tayanchning sxematik tasviri 1.31-shakl, b da ko‘rsatilgan.

a) *b*)

1.31-shakl

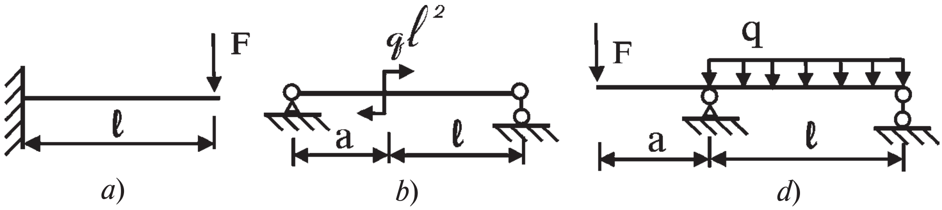
Qistirib mahkamlangan tayanchning tayanch reaksiyalari gorizontal *H* va vertikal *R* kuchlardan hamda reaktiv moment *m* dan iborat bo‘ladi.

Odatda, tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanadigan to‘sinlar statik aniq to‘sinlar deyiladi.

Statik aniq to‘sinlarga quyidagilar misol bo‘ladi:

a) konsol — bir uchi bilan qistirib mahkamlangan to‘sin (1.32-shakl, a);

b) ikki tayanchli oddiy to‘sin (1.32-shakl, b);

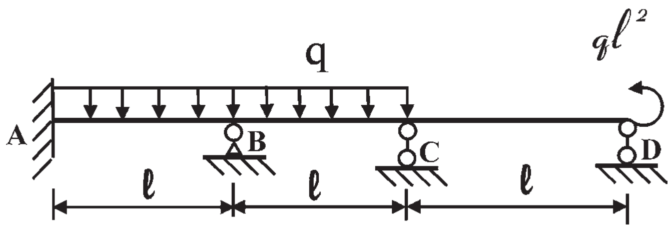


1.32- sh a k l

c) ikki tayanchli konsol uchli to‘sin (1.32-shakl, d).

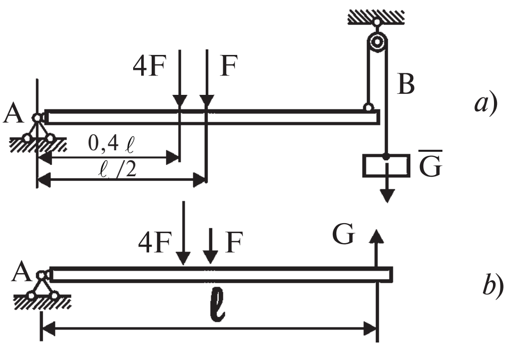
Tayanch reaksiyalari statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlanmaydigan to‘sinlar **statik aniqmas to‘sinlar** deyiladi. Bunga misol qilib 1.33-shakldagi tutash to‘sinni keltirish mumkin, chunki u 6 ta (A tayanchda 3 ta va *B, C, D* tayanchlarda bittadan) noma’lum tayanch reaksiyalariga egadir.

Materiallar qarshiligi to‘la kursida statik aniqmas to‘sinlarni hisoblash bayon etilgan.



1.33- sh a k l

IV bobga oid masalalar



1.34-sh a k l

1.5-masala. AB richagning o‘ng uchiga qo‘zg‘almas blok orqali G yuk osilgan (1.34-shakl, a).

Agar richagga qo‘yilgan kuchlar (F=10kN) ma’lum bo‘lsa, G yukning qanday qiymatida richag o‘zining gorizontal holatdagi muvozanatini saqlaydi.

Yechish.

Masalaning mohiyatidan kelib chiqib (blokdagi ishqalanish e'tiborga olinmaydi), richakka ta'sir etuvchi kuchlarni chizmada ko'rsatamiz (1.34-shakl, b).

Barcha kuchlardan A nuqtaga nisbatan mamentlar tenglamasini tuzamiz:

$$\Sigma M_A(F_i) = 0; \qquad F \times 0{,}5\,l + 4F \times 0{,}4l - G \cdot 1 = 0$$

bundan,

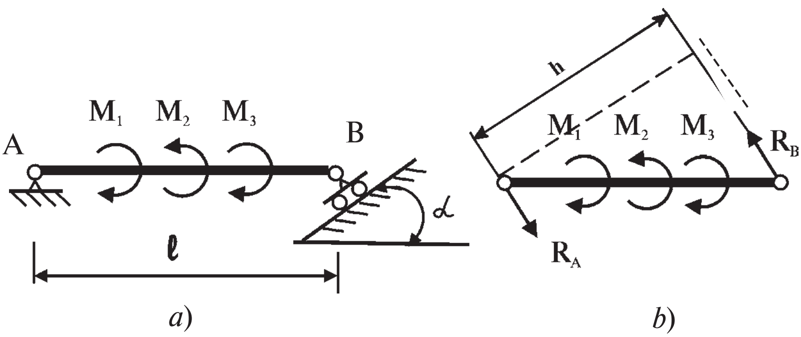
$$G = 2{,}1\;F = 21\;kN$$

ekanligi kelib chiqadi.

1.6-masala. Tayanch oralig'i $\ell = 6m$ bo'lgan oddiy to'singa $M_1 = 5$ kNm, $M_2 = 10$ kN m va $M_3 = 8$kN m juft kuchlar qo'yilgan (1.35-shakl, *a*).

To'sinning o'ng tayanchi gorizontal tekislikka nisbatan $\alpha = 30°$ qiyalikdagi tekislikka o'rnatilgan.

To'sinning og'irligini e'tiborga olmasdan, tayanchlarda hosil bo'luvchi kuchlarni hisoblang va ularning yo'nalishini ko'rsating.



1.35- sh a k l

Yechish.

Tayanchlarni tayanch reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.

Qo'zg'aluvchan tayanchdagi reaksiya kuchi R_B qiya tekislikka perpendikular yo'naladi; A tayanchdagi reaksiya kuchining yo'nalishi noma'lum, lekin to'singa faqat juft kuchlar ta'sir etganligi sababli R_A va R_B kuchlar ham juft kuchni hosil qiladi (1.35-shakl, b).

Bir tekislikda yotuvchi juft kuchlar uchun muvozanat tenglamalarini yozamiz:

$$\Sigma M_{Ai} = 0; \qquad M_1 - M_2 + M_3 - R_B h = 0$$

bu yerda $h = l \cdot cos30° = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5{,}1$ m. Muvozanat tenglamasidan

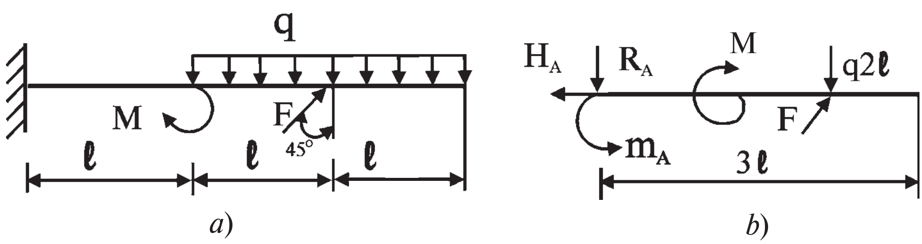
$$R_B = \frac{1}{h}\left(M_1 - M_2 + M_3\right) = \frac{1}{3\sqrt{3}}(5–10+8) = \frac{1}{53} \approx 0{,}58kN$$

Demak, juft kuchning qoidasiga muvofiq:

$$R_A = R_B = 0{,}58kN$$

1.7-masala. Konsol (bir uchi bilan qistirib mahkamlangan to'sin)ga F=50 kN to'plangan kuch, M=100kN·m juft kuch va q=60 kN/m tekis taqsimlangan kuchlar ta'sir etmoqda (1.36-shakl, a).

Konsolning og'irligini e'tiborga olmasdan, $\ell = 0{,}5$ m deb, A tayanchdagi reaksiya kuchlari aniqlansin va ularning yo'nalishlari ko'rsatilsin.



1.36-shakl

Yechish.

Tayanchni H_A, R_A va m_A reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz (1.36-shakl, b). Konsol uchun quyidagi muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\Sigma X_i = 0, \qquad F\cos 45° - H_A = 0$$

$$\Sigma Y_i = 0, \qquad -R_A - ql \cdot 2 + F \cdot \cos 45° = 0$$

$$\Sigma M_A(F_i) = 0, \qquad -m_A + M + q \cdot 2l\left(l + \frac{2l}{2}\right) - F\cos 45° \cdot 2l = 0$$

Bulardan quyidagilar kelib chiqadi:

$$H_A = F \cdot \cos 45° = 50 \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2} = 35kN$$

$$R_A = 2ql - F \cdot \cos 45° = 2 \cdot 60 \cdot 0{,}5 - 50 \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} \approx 25kN$$

$$m_A = -2F\ell\cos 45° + 4q\ell^2 = -2\cdot 50\cdot 0,5\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + 4\cdot 60\cdot(0,5)^2 = -25kN\cdot m$$

1.8-masala. Qo‘zg‘almas C tayanch atrofida aylanuvchi bir jinsli CD richagga bug‘ qozonining A saqlovchi klapani AB sterjen vositasida biriktirilgan (1.37-shakl). Saqlovchi klapan avtomatik ravishda ochilishi uchun CD richag gorizontal holatni egallashi shart.

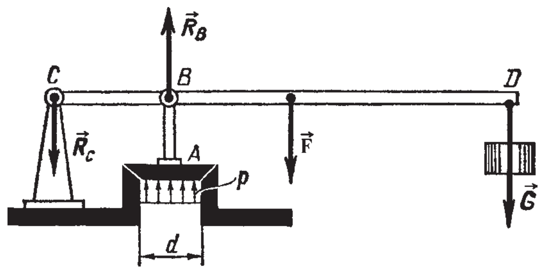
Bug‘ qozonidagi bosim p =160 N/sm^2 ga yetganda saqlovchi klapan avtomatik ravishda ochilishi uchun richagning o‘ng uchiga qancha yuk osish kerak?

Quyidagilar ma’lum deb hisoblansin: richagning uzunligi CD=100 sm, richagning og‘irligi F=20 N, klapanning diametri d=80 mm, CB=10 sm.

Yechish.

Klapanning reaksiyasi R_B bo‘lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$R_B = \frac{\pi d^2}{4}\cdot p = \frac{3,14\cdot 8^2}{4}\cdot 160 = 8038,4N$$



1.37-shakl

Endi barcha kuchlardan C nuqtaga nisbatan momentlar tenglamasini yozamiz:

$$Mc\,(F_i) = 0, \qquad G\cdot CD + F\cdot 0,5CD - R_B\cdot CB = 0$$

Bundan

$$G = \frac{1}{100}\left(R_B\cdot 10 - 20\cdot 0,5\cdot 100\right) = 793,84N$$

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bosh vektor va bosh moment qanday aniqlanadi?
2. Bosh vektor va teng ta’sir etuvchi kuchning farqini ayting.
3. Varinyon teoremasining mohiyati nimadan iborat?
4. Tekislikdagi ixtiyoriy kuchlarning muvozanat tenglamalarini yozing.
5. To‘sin deganda nimani tushunasiz?
6. Tayanch turlari va ularda hosil bo‘ladigan tayanch reaksiyalarini tushuntiring.

V BOB

Tekis shakllarning asosiy geometrik tavsiflari

1.17-§. Og‘irlik markazi

Ma’lumki, har qanday jismni juda ko‘p kichik zarrachalar yig‘indisidan iborat deyish mumkin; bu zarrachalarning og‘irliklarini Yerning radiusi bo‘ylab uning markaziga tomon yo‘nalgan deb qarash mumkin.

Mexanikada o‘rganilayotgan va muhandislik amaliyotida ishlatilayotgan jismlarning o‘lchamlari Yerning o‘lchamiga (uning radiusi taxminan 6371 km) nisbatan juda ham kichikdir. Shu bois statikada muvozanati o‘rganilayotgan jismlarni kichik bo‘lakchalardan iborat va bu bo‘lakchalarning og‘irlik kuchi o‘zaro parallel yo‘nalgan deb qaraladi.

Qattiq jismni tashkil etgan n ta zarrachalarning og‘irlik kuchlari o‘zaro parallel bo‘lib, ularning teng ta’sir etuvchisi $G = \sum_{i=1}^{n} G_i$ mazkur jismning **og‘irlik kuchi,** parallel kuchlarning markazi esa jismning **og‘irlik markazi** deyiladi.

Nazariy mexanikaning to‘la kursida jismlarning og‘irlik markazi koordinatalari quyidagicha aniqlanishi isbotlangan:

$$\left.\begin{aligned} x_C &= \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \\ y_C &= \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} \end{aligned}\right\} \qquad (1.35)$$

Bu yerda G_i — i-chi zarrachaning og‘irlik kuchi.

x_i , y_i — i-chi zarrachaning koordinatalari.

Bir jinsli* jismning og‘irlik kuchi G hajm V orqali quyidagicha aniqlanadi:

$$G = \gamma \cdot V \qquad (1.36)$$

* Izoh: bir jinsli jismlarning xususiyatlari shundaki, birinchidan ularning og‘irlik markazi jism materialiga bog‘liq bo‘lmay, faqat geometrik shaklga bog‘liq bo‘ladi. Ikkinchidan esa, $\gamma =$ const bo‘ladi.

Bu yerda γ - hajm birligiga to‘g‘ri kelgan og‘irlik; ko‘pincha γ solishtirma og‘irlik deb ham yuritiladi va tajribalardan aniqlanadi; masalan, po‘lat materiali uchun $\gamma = 78{,}5$ kN/m^3 ga, qara‘g‘ay uchun esa $\gamma = 5{,}5$ kN/m^3 ga tengdir.

Ixtiyoriy i-chi zarrachaning og‘irligi esa

$$G_i = \gamma \cdot V_i \tag{1.36)a}$$

ga teng. Natijada, og‘irlik markaz koordinatalari hajm orqali quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

$$\left.\begin{aligned} x_C &= \frac{\gamma \sum\limits_{i=1}^{n} V_i x_i}{\gamma \sum\limits_{i=1}^{n} V_i} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} V_i x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} V_i} \\ y_C &= \frac{\gamma \sum\limits_{i=1}^{n} V_i y_i}{\gamma \sum\limits_{i=1}^{n} V_i} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} V_i y_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} V_i} \end{aligned}\right\} \quad (1.35)a$$

Endi jismning og‘irligini yuza orqali ifodalaymiz. Ma’lumki, bir jinsli va h=const qalinlikdagi plastinkaning og‘irligi

$$G = \gamma \cdot hA \quad (1.36)b$$

formuladan aniqlanadi.

Bu yerda A — plastinkaning yuzasi.

Plastinkadan olingan i-chi zarracha

$$Q_i = \gamma \cdot hA_i \quad (1.36)d$$

og‘irlikka ega. U holda og‘irlik markazi koordinatalari yuza orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\left.\begin{aligned} x_C &= \frac{\gamma h \sum\limits_{i=1}^{n} A_i x_i}{\gamma h \sum\limits_{i=1}^{n} A_i} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} A_i x_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} A_i} \\ y_C &= \frac{\gamma h \sum\limits_{i=1}^{n} A_i y_i}{\gamma h \sum\limits_{i=1}^{n} A_i} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{n} A_i y_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} A_i} \end{aligned}\right\} \quad (1.35)b$$

ko‘rinishda aniqlanadi.

Bu yerda A_i — i-chi zarrachaning yuzasi.

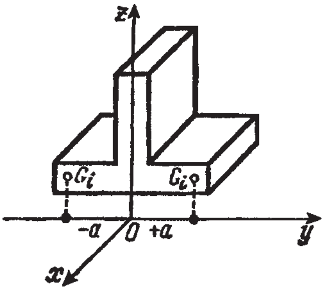
Jismlarning og‘irlik markazini aniqlashning bir necha usullari mavjud:

✓ *simmetriya usuli:*
✓ *bo‘lakchalarga bo‘lish usuli;*
✓ *manfiy yuza usuli;*
✓ *taroziga tortish usuli.*

Simmetriya usuli. Agar bir jinsli jism simmetriya tekisligiga ega bo‘lsa, uning og‘irlik markazini aniqlash ancha osonlashadi.

Faraz qilaylik, jism XOZ simmetriya tekisligiga ega bo‘lsin (1.38-shakl).

Bu holda jismning G_i og‘irlikdagi y_i=+a koordinataga ega bo‘lgan zarrachasiga y_i=-a koordinatali zarrachasi mos keladi. Shu sababli



1.38- sh a k l

$$y_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} G_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} G_i} = 0 \qquad (1.35)\ \text{d}$$

bo‘ladi.

Bundan quyidagi muhim xulosalar kelib chiqadi:

✓ *simmetriya tekisligiga ega bo‘lgan bir jinsli jismning og‘irlik markazi simmetriya tekisligida yotadi;*
✓ *agar jism simmetriya o‘qiga ega bo‘lsa, uning og‘irlik markazi simmetriya o‘qida yotadi.*

1.18-§. Tekis shakllarning geometrik tavsiflari

1.Tekis shakllarning statik momentlari.

Tekis shakllarning o‘qqa nisbatan statik momentlari, inersiya momentlari va qarshilik momentlari tekis shakllarning **geometrik tavsiflari** deb aytiladi.

Tekis shakllarning statik momentlarini topish uchun og‘irlik markaz koordinatalarini aniqlashda foydalaniladigan formulalarni quyidagi integral (yig‘indi) ko‘rinishda ifodalaymiz (1.39-shakl):

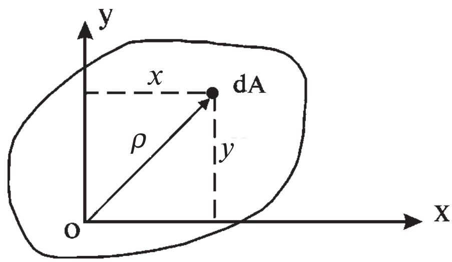
$$x_C = \frac{\int\limits_{(A)} x dA}{A}; \qquad y_C = \frac{\int\limits_{(A)} y dA}{A} \qquad (1.37)$$

bunda x – elementar A yuzadan ordinata o‘qigacha bo‘lgan masofa;
y – elementar A yuzadan abssissa o‘qigacha bo‘lgan masofa;
A – tekis shaklning yuzasi.

Bu formulalarning o‘ng tomonlaridagi kasrlarning suratidagi integralga tekis shaklning x va y koordinata o'qlariga nisbatan statik momentlari deb atalib, tegishlicha S_x va S_y harflari bilan belgilanadi:

$$S_x = \int\limits_{(A)} y \cdot dA \qquad S_y = \int\limits_{(A)} x \cdot dA \tag{1.38}$$

Statik momentlar uzunlik o'lchovining uchinchi darajasi, ya'ni m^3 da o'lchanib, musbat, manfiy va nol qiymatlariga ega bo'ladi.



1.3-sh a k l

(1.38) ni e'tiborga olib, tekis shakllarning og'irlik markaz koordinatalarini

$$\boxed{x_c = \frac{S_y}{A}; \qquad y_c = \frac{S_x}{A}} \tag{1.39}$$

ko'rinishda yozish mumkin.

Koordinata o'qlaridan biri yoki ikkalasi ham tekis shaklning og'irlik markazidan o'tsa, bunday o'qlar **markaziy o'qlar** deyiladi. Oxirgi formuladan markaziy o'qlarga nisbatan statik momentlar nolga teng ekanligi yaqqol ko'rinib turibdi.

2. Tekis shakllarning inersiya momentlari

Ixtiyoriy tekis shaklning o'qli yoki ekvatorial inersiya momenti deb miqdor jihatdan quyidagi integralga teng bo'lgan geometrik tavsifnomaga aytiladi:

a) x o'qiga nisbatan
$$\boxed{J_x = \int\limits_{(A)} y^2 dA} \tag{1.40}$$

b) y o'qiga nisbatan
$$\boxed{J_y = \int\limits_{(A)} x^2 dA} \tag{1.41}$$

Tekis shaklning qutb inersiya momenti deb quyidagi integral bilan aniqlanuvchi geometrik tavsifnomaga aytiladi:

$$\boxed{J_\rho = \int\limits_{(A)} \rho^2 dA} \tag{1.42}$$

bunda ρ — elementar dA yuzachadan qutb nuqtasi 0 gacha bo'lgan masofa.

Tekis shakllarning o'qli (ekvatorial) va qutb inersiya momentlari faqat musbat kattaliklardir.

Tekis shaklning markazidan qochirma inersiya momenti deb quyidagi integralga teng bo‘lgan geometrik tavsifnomaga aytiladi:

$$\boxed{D_{xy} = \int\limits_{(A)} xydA} \tag{1.43}$$

Bittasi yoki ikkalasi ham tekis shaklning simmetriya o‘qlari hisoblanuvchi o‘qlarga nisbatan markazdan qochirma inersiya momentlari nolga teng bo‘ladi. Bundan tashqari, *xy* musbat va manfiy qiymatlarga ham ega bo‘lishi mumkin.

Tekis shakllarning inersiya momentlari uzunlik birligining to‘rtinchi darajasi (m^4) da o‘lchanadi.

Endi o‘qli va qutb inersiya momentlari orasidagi bog‘lanishni keltirib chiqaramiz.

1.39-shakldan ko‘rinib turibdiki,

$$\rho^2 = x^2 + y^2$$

ga teng, u holda (1.42) formula

$$J_\rho = \int\limits_{(A)} \rho^2 dA = \int\limits_{(A)} \left(x^2 + y^2\right) dA = \int\limits_{(A)} x^2 dA + \int\limits_{(A)} y^2 dA$$

yoki

$$J\rho = J_x + J_y \tag{1.44}$$

ko‘rinishga keladi.

Demak, tekis shaklning qutb inersiya momenti o‘zaro perpendikular bo‘lgan va qutb nuqtasidan o‘tuvchi o‘qlarga nisbatan olingan o‘qli inersiya momentlarining yig‘indisiga teng ekan.

3. Tekis shaklning qarshilik momenti

Tekis shaklning qarshilik momenti deb, biror o‘qqa nisbatan olingan inersiya momentining shu o‘qdan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqtagacha bo‘lgan masofaga nisbati bilan o‘lchanadigan kattalikka aytiladi:

x o‘qiga nisbatan
$$\boxed{W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}} \tag{1.45}$$

y o‘qiga nisbatan
$$\boxed{W_y = \frac{J_y}{x_{\max}}} \tag{1.46}$$

Tekis shaklning qutb qarshilik momenti deb, qutb inersiya momentining qutb nuqtasidan mazkur shaklda joylashgan eng uzoqdagi nuqtagacha bo‘lgan masofaga nisbati bilan o‘lchanadigan kattalikka aytiladi:

$$\boxed{W_\rho = \frac{J_\rho}{\rho_{\max}}} \qquad (1.47)$$

Tekis shakllarning qarshilik momentlari uzunlik o‘lchovining uchinchi darajasi, ya’ni m^3 da o‘lchanadi.

Shuni alohida ta’kidlash muhimki, tekis shakllarning inersiya momentlari koordinata o‘qlari parallel ko‘chganda yoki ma’lum burchakka burilganda o‘zgaradi.

Quyidagi formulalar yordamida o‘qlar o‘zaro parallel qilib ko‘chirilganda inersiya momentlarining o‘zgargan qiymatlarini hisoblash mumkin (isbotsiz):

$$\left.\begin{aligned} J_{x_1} &= J_{xc} + a_0^2 A \\ J_{y_1} &= J_{yc} + b_0^2 A \\ D_{x_1 y_1} &= J_{xc\,yc} + a_0 b_0 A \end{aligned}\right\} \qquad (1.48)$$

bu yerda a_0, b_0 — markaziy o‘qlar bilan yangi o‘qlar orasidagi masofalar.

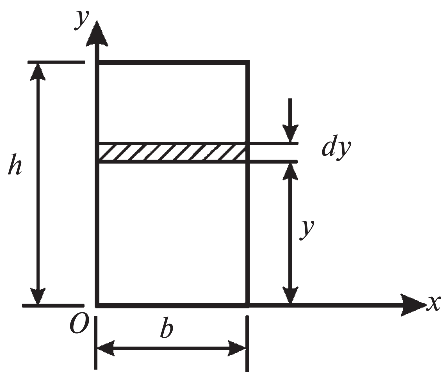
Quyidagi formulalar yordamida koordinata o‘qlari $\alpha \neq 0$ burchakka burilganda inersiya momentlarining o‘zgargan qiymatlari hisoblanadi (isbotsiz):

$$\begin{aligned} J_{x_1} &= J_x \cos^2\alpha + J_y \sin^2\alpha - D_{xy} \sin 2\alpha \\ J_{y_1} &= J_y \cos^2\alpha + J_x \sin^2\alpha - D_{xy} \sin 2\alpha \\ D_{x_1 y_1} &= D_{xy} \cos 2\alpha + \frac{1}{2}\cdot\left(J_x - J_y\right)\sin 2\alpha \end{aligned} \qquad (1.49)$$

Dastlabki ikkita ifodalarni hadlab qo‘shib, o‘zaro tik o‘qlarga nisbatan olingan inersiya momentlarining yig‘indisi o‘zgarmas miqdor bo‘lib, o‘qlarning burilish burchagiga bog‘liq emasligiga ishonch hosil qilamiz:

$$J_{x_1} + J_{y_1} = J_x + J_y = const \qquad (1.50)$$

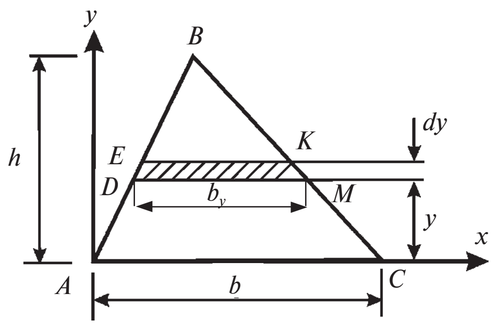
1.19-§. Eng oddiy tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash



1.40- sh a k l

1. To‘g‘ri to‘rtburchak. Asosi b va balandligi h bo‘lgan to‘g‘ri to‘rtburchakning asosidan o‘tuvchi x o‘qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (1.40-shakl). Buning uchun x o‘qidan ixtiyoriy y masofada yuzasi $dA = b\,dy$ ga teng bo‘lgan cheksiz yupqa qatlam ajratib olamiz. Inersiya momentining ta’rifiga asosan:

$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA = \int_{(A)} y^2 b dy$$



1.41- sh a k l

Oxirgi ifodani integrallashda uning *0* dan h gacha o‘zgarishini e’tiborga olamiz:

$$J_x = \int_0^h y^2 b dy = b\frac{y^3}{3}\Big|_0^h = \frac{bh^3}{3} \qquad \text{(a)}$$

Xuddi shu tartibda vertikal y o‘qqa nisbatan inersiya momentini aniqlab, uning

$$J_y = \frac{hb^3}{3} \qquad \text{(b)}$$

ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin. Endi markaziy o‘qlarga nisbatan inersiya momentlarini aniqlaymiz.

$$Jx_c = Jx_1 - a_0^2 A = \frac{bh^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 bh = \frac{bh^3}{12}$$

$$Jy_c = Jy - b_0^2 A = \frac{hb^3}{12} \qquad \text{(d)}$$

bu yerda

$$a_0 = \frac{h}{2}; \qquad b_0 = \frac{b}{2}$$

2. Kvadrat. (a) va (b) formulalarga asosan, tomonlari $b=h=a$ bo‘lgan kvadrat uchun o‘qli inersiya momentlari quyidagicha bo‘ladi:

$$J_x = J_y = \frac{a^4}{3}; \tag{e}$$

3. Uchburchak. Asosi b va balandligi h ga teng bo‘lgan ixtiyoriy uchburchakning asosidan o‘tuvchi x o‘qqa nisbatan inersiya momentini hisoblaymiz (1.41-shakl).

Uchburchakning asosidan ixtiyoriy y masofada qalinligi bo‘lgan cheksiz yupqa $DEKM$ trapetsiya ajratib olamiz. Agar trapetsiyaning yuzasini to‘g‘ri to‘rtburchakning yuzasiga taxminan teng deb olsak, u holda $dA \approx b_y\, dy$ bo‘ladi.

ABC va DBM uchburchaklarning o‘xshashligidan

$$\frac{b_y}{b} = \frac{h-y}{h} \qquad \text{yoki} \qquad b_y = \frac{b}{h}(h-y)$$

munosabatni yozib olib, quyidagi formulani hosil qilamiz:

$$J_x = \int_{(A)} y^2 dA = \int_0^h y^2 \cdot \frac{b}{h}(h-y)\,dy = \frac{bh^3}{12} \tag{f}$$

Uchburchakning markaziy o‘qlariga nisbatan inersiya momentlarini hisoblaymiz.

$$Jx_c = J_{x1} - a_0^2 A = \frac{bh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 \frac{bh}{2} = \frac{bh^3}{36}$$

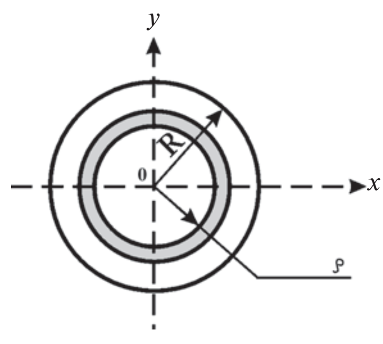
bunda $\quad Jy_c = J_{y1} - b_0^2 A = \dfrac{hb^3}{36}$

$$a_0 = \frac{h}{3}; \qquad b_0 = \frac{b}{3}$$

4. Doira. Dastlab doiraning qutb inersiya momentini aniqlaymiz: buning uchun doira markazidan ixtiyoriy masofada yuzasi $dA = 2\pi\rho d\rho$ bo‘lgan cheksiz yupqa doira ajratib olamiz (1.42-shakl). U holda (1.42) formulaga ko‘ra (D = 2R):

$$J_\rho = 2\pi\int_0^R \rho^3 d\rho = \frac{\pi R^4}{2} = \frac{\pi D^4}{32}$$

bo‘ladi.



1.42- sh a k l

(1.44) formuladan foydalanib, doiraning ekvatorial inersiya momentlarini aniqlaymiz. Doira *ox* va *oy* o'qlarga nisbatan simmetrik shakl bo'lganligi uchun uning ekvatorial inersiya momentlari o'zaro teng bo'ladi:

$$J_x = J_y = 0,5J_\rho = \frac{\pi D^4}{64} \qquad (g)$$

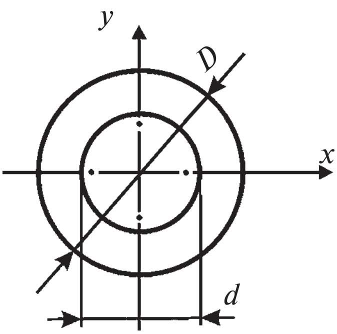
5. Halqa. 1.43-shaklda tasvirlangan halqa uchun inersiya momenti tashqi va ichki doiralar qutb inersiya momentlarining ayirmasiga teng bo'ladi:

$$J_\rho = \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi D^4}{32}\left(1 - c^4\right) \qquad (h)$$

bu yerda $c = \dfrac{d}{D}$

Halqaning ekvatorial inersiya momentlari quyidagicha topiladi:

$$J_x = J_y = \frac{\pi D^4}{64}\left(1 - c^4\right) \qquad (i)$$



1.43 - s h a k l

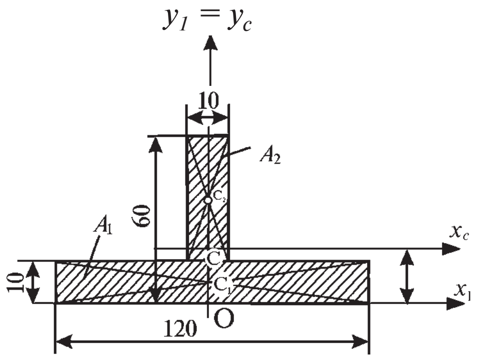
Izoh: ***1.Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlarini hisoblash maqsadida, albatta uni inersiya momentlari oldindan ma'lum bo'lgan bir necha oddiy tekis shakllarga, masalan, to'g'ri to'rtburchak, uchburchak, doira va shu kabi shakllarga ajratish zarur.***

2. Metall konstruksiya qismlarining qo'shtavr, shveller hamda teng yonli yoki teng yonli bo'lmagan burchakliklar ko'rinishidagi ko'ndalang kesimlari standart o'lchamli bo'lib, ular maxsus «sortament» jadvallarida beriladi. Sortament jadvallarida ko'ndalang kesim o'lchamlaridan tashqari, ularning yuzalari, og'irlik markazining koordinatalari, markaziy o'qlarga nisbatan inersiya momentlari kabi muhim ma'lumotlar beriladi.

V bobga oid masalalar

1.9-masala. Murakkab jism — «tavr»ning og'irlik markaz koordinatasini aniqlash talab etilsin (1.44-shakl). O'lchamlar *sm* da ko'rsatilgan.

Yechish.



1.44- sh a k l

Masalani bo‘laklarga ajratish usulida yechamiz. Jismni tashkil etgan bo‘laklarning og‘irlik markaz koordinatalari oldindan ma’lum bo‘lgan hollarda bu usuldan foydalanish ma’qul. Quyidagi masalani yechish jarayonida bunga ishonch hosil qilamiz.

Tavrni fikran ikkita to‘g‘ri to‘rtburchakka ajratamiz. Tavr vertikal o‘qqa nisbatan simmetrik. Shu sababli uning og‘irlik markazi *oy* o‘qi ustida yotadi va $x_c = 0$ bo‘ladi.

Chizmadan: A_1=10 10^{-3} ·120 10^{-3} =1,2 10^{-3} m^2; y_1=OC_1=5 10^{-3} m

A_2=50 10^{-3} ·10 10^{-3} =0,5 10^{-3} m^2; y_2=OC_2=35 10^{-3} m

(1.39) formulaning ikkinchisiga ko‘ra

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 5,010^{-3} + 0,510^{-3} 35 \cdot 10^{-3}}{(1,2 + 0,5) \cdot 10^{-3}} = 13,8 \cdot 10^{-3} m$$

Demak, tavrning og‘irlik markazi C (0; 13,8 10^{-3} m) nuqtada yotar ekan.

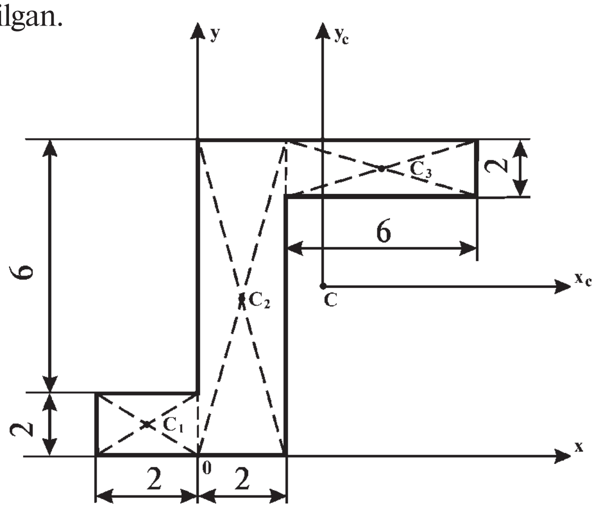
1.10-masala. Murakkab jism-tekis shaklning og‘irlik markazi aniqlansin (1.45-shakl). Barcha o‘lchamlar sm da berilgan.

Yechish.

Avval jismni fikran uchta oddiy bo‘lakchalarga ajratamiz va *xoy* koordinata tekisligiga nisbatan har bir bo‘lakcha uchun quyidagilarni aniqlaymiz:

$C_1(-1;1)$ – yuzasi A_1=4 sm^2 bo‘lgan 1-chi bo‘lakchaning og‘irlik markazi koordinatasi;

$C_2(1;4)$ – yuzasi A_2=16 sm^2 bo‘lgan 2-chi bo‘lakchaning og‘irlik markazi koordinatasi;



1.45- sh a k l

$C_3(5;7)$ – yuzasi A_3=12 sm^2 bo‘lgan 3-chi bo‘lakchaning og‘irlik markazi koordinatasi.

U holda (1.39) formulaga asosan quyidagilarni topamiz:

$$x_c = \frac{A_1x_1 + A_2x_2 + A_3x_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{4(-1)+16\cdot 1+12\cdot 5}{4+16+12} = \frac{9}{4}sm$$

$$y_c = \frac{A_1y_1 + A_2y_2 + A_3y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{4\cdot 1+16\cdot 4+12\cdot 7}{4+16+12} = \frac{19}{4}sm$$

Demak, jismning og‘irlik markazi C(9/4 *sm*; 19/4 *sm*) nuqtada yotar ekan.

Bu misoldan ko‘rinib turibdiki, jismning og‘irlik markazi geometrik nuqta bo‘lib, ba’zan jismning o‘zida yotmasligi ham mumkin ekan.

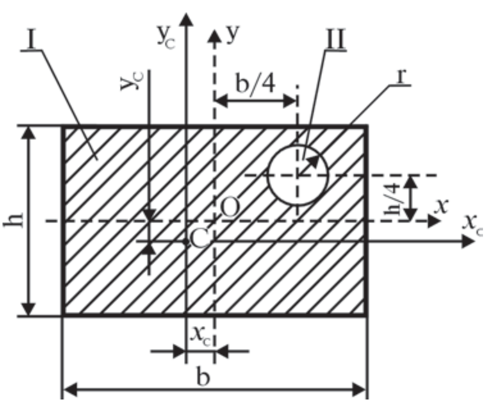
Manfiy yuza usuli. Agar jism – tekis shaklning biror qismi qirqib tashlangan bo‘lsa, uning og‘irlik markazi manfiy yuza usuli yordamida aniqlanadi. Bu usulning mohiyati shundan iboratki, jism ikkita: qirqilmagan butun jism va qirqilgan jismdan iborat deb qaraladi. Hisoblashda qirqilgan bo‘lakning yuzasi shartli ravishda manfiy ishora bilan olinadi.

1.11-masala. Manfiy yuza usuli yordamida tekis shaklning og‘irlik markazi aniqlansin (1.46-shakl). Shaklning o‘lchamlari: b = 20 sm, h = 12 sm, r = 2 sm ma’lum.

Yechish.

Murakkab shaklni ikkita oddiy shakl: to‘g‘ri to‘rtburchak va doira (manfiy yuza)ga ajratamiz.

To‘g‘ri to‘rtburchakning og‘irlik markazi orqali *ox* va *oy* koordinata o‘qlarini o‘tkazamiz.



1.46- sh a k l

xoy koordinata tekisligiga nisbatan ikkala bo‘lakchaning ham og‘irlik markaz koordinatalari va yuzalarini hisoblaymiz.

To‘g‘ri to‘rtburchak uchun: x_1= 0; y_1= 0; A_1= bh = 20·12 = 240 sm^2.

Doira uchun: x_2= b /4=5 sm; y_2=h/4=3 sm; A_2=-πr^2=–3,14·2^2= = -12,56 sm^2 .

(1.39) formula yordamida tekis shaklning og‘irlik markazi koordinatalarini hisoblaymiz:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2}{A_1 + A_2} = \frac{240 \cdot 0 - 12,56 \cdot 3}{240 - 12,56} = -0,277 \ sm$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2}{A_1 + A_2} = \frac{240 \cdot 0 - 12,56 \cdot 3}{240 - 12,56} = -0,166 \ sm$$

C (-0,277 sm; -0,166 sm) nuqta shakldа ko'rsatilgan.

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Jismlarning og'irlik markazi koordinatalari qanday aniqlanadi?
2. Jismlarning og'irlik markazlarini aniqlash usullarini tushuntiring.
3. Tekis shaklning statik momenti uning yuzasi va og'irlik markazi koordinatalari orqali qanday ifodalanadi?
4. Tekis shaklning shu shakl og'irlik markazidan o'tuvchi o'qqa nisbatan statik momenti nimaga teng?
5. Tekis shaklning og'irlik markaz koordinatalari qanday formulalardan topiladi?
6. O'qqa nisbatan (ekvatorial), qutb va markazdan qochma inersiya momentlari formulalarini yozing hamda tushuntiring.
7. Inersiya momentlarining qaysi biri hamma vaqt musbat qiymatga ega?
8. Markazdan qochma inersiya momentlari qachon nolga teng bo'ladi?
9. Tekis shaklning statik momenti va inersiya momentlarining o'lchamligini yozing.
10. O'qlar parallel ko'chirilganda yoki ma'lum burchakka burilganda inersiya momentlarining qiymatlari o'zgaradimi?
11. To'g'ri to'rtburchak, kvadrat, to'g'ri burchakli uchburchak va doira ko'rinishdagi tekis shakllarning markaziy o'qlarga nisbatan o'qli inersiya momentlari qanday aniqlanadi?
10. Murakkab tekis shakllarning inersiya momentlari qanday aniqlanadi?

VI BOB

Kinematika

1.20-§. Asosiy tushunchalar

Kinematikada nuqta va mutlaq qattiq jismning mexanik harakati faqat geometrik nuqtai nazardan, ya'ni ularning massalari va ta'sir etuvchi kuchlarga bog'lanmasdan tekshiriladi.

Kinematika yunoncha «kinema» so'zidan olingan bo'lib, harakat degan ma'noni anglatadi.

Bu bobda nuqta va qattiq jism (mexanik tizim)larning kinematik holatlari o'rganiladi.

O'lchamlari e'tiborga olinmaydigan jism nuqta, o'zaro bog'liq bo'lgan nuqtalar majmui esa mexanik tizim deyiladi.

Nuqta yoki jism muayyan vaqtda fazo (makon)da ma'lum kinematik holatda (tinch yoki harakatda) bo'ladi.

Fazo, vaqt va harakat materiyaning o'zaro bog'liq yashash shakllari hisoblanadi: materiyasiz harakat va harakatsiz materiya bo'lmaydi.

Klassik mexanika italyan olimi Galelio Galiley (1564—1642) va ingliz olimi Isaak Nyuton (1643—1727)larning fikrlariga asoslangan.

Nuqta (jism)ning harakat qonuni, trayektoriyasi, tezligi, tezlanishi, burchak tezlik, burchak tezlanish va shu kabilari kinematik parametrlar deyiladi.

Nuqta (jism)ning boshlang'ich holatdan oxirgi holatga vaqtga bog'liq holda aniq bir usulda o'tishi harakat deyiladi.

Nuqtaning fazoda boshqa biror nuqta yoki jismga nisbatan vaziyatini o'zgartirishi mexanik harakat deyiladi.

Nuqta (jism)ning fazodagi vaziyatini istalgan vaqtda aniqlashga imkon beradigan matematik bog'lanish harakat qonuni deyiladi.

Masalan, nuqta (jism) to'g'ri chiziqli tekis harakat qilsa, $s(t)$ bog'lanish ularning harakat qonuni bo'ladi, chunki vaqt t ga qiymat berib, bosib o'tilgan masofa (vaziyat) s ni aniqlash mumkin.

Nuqta (jism) vaziyati boshqa nuqta yoki jismga nisbatan aniqlanadi va bu nuqta (jism) harakat vaqtida ikkinchi nuqta yoki jism «tinch» holatda deb qaraladi. Tinch holatdagi nuqta yoki jismning vaziyati sanoq (hisob) boshi deb qabul qilinadi. Sanoq boshi bilan harakat qiladigan nuqta birgalikda sanoq (o'lchov) sistemasi deyiladi. Masalan, bekatdan avtomobil uzoqlashib bormoqda. Bu yerda bekat sanoq boshi, bekat va avtomobil birgalikda *hisoblash* sistemasidir. Quyosh atrofida Yer harakat qiladi; bunday holda Quyosh sanoq boshi, Quyosh va Yer birgalikda hisoblash sistemasini tashkil etadi.

Nuqta (jism) harakatlangan paytda ketma-ket vaziyatlarni ifodalaydigan nuqtalarning geometrik o‘rniga trayektoriya (harakat chizig‘i) deb ataladi.

Harakatlar nuqta trayektoriyasiga qarab to‘g‘ri va egri chiziqli harakatlarga, nuqta harakatining jadalligiga qarab tekis va notekis harakatlarga bo‘linadi.

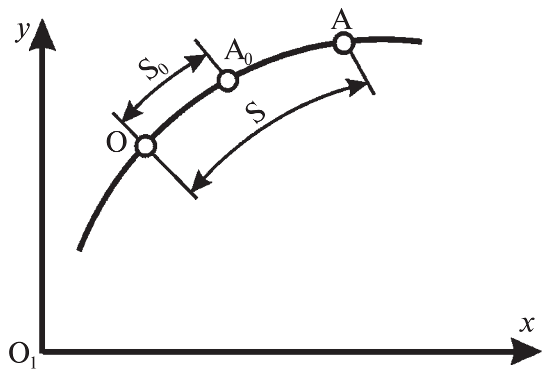
1.21-§. Nuqtaning harakati

Kinematikada nuqtaning harakati, asosan uch xil usulda beriladi:

- ✓ vektor usuli;
- ✓ koordinatalar usuli;
- ✓ tabiiy usul.

Nuqtaning trayektoriyasi ma’lum bo‘lsa, nuqta harakatini tabiiy usulda aniqlash qulaydir.

Ixtiyoriy A nuqta berilgan trayektoriya bo‘yicha harakatlanmoqda (1.47-shakl).



1.47- sh a k l

Trayektoriyaning biror *O* nuqtasini sanoq boshi uchun tanlab olib, uni qo‘zg‘almas nuqta deb qaraymiz. Harakatlanayotgan nuqtaning holati trayektoriya bo‘ylab hisoblanadigan $|OA| = s$ yoy koordinatasi bilan aniqlanadi.

Vaqt o‘tishi bilan nuqta trayektoriya bo‘ylab harakatlanadi, harakat tenglamasi yoki harakat qonuni *t* vaqtning bir qiymatli, uzluksiz va differensiallanuvchi funksiyasidan iborat bo‘ladi:

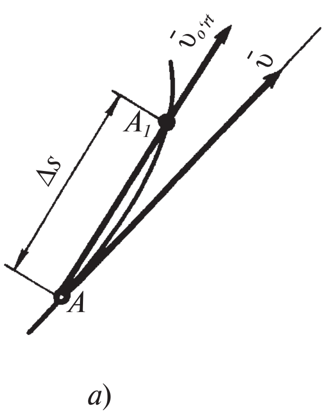
$$\boxed{s = f(t)} \tag{1.51}$$

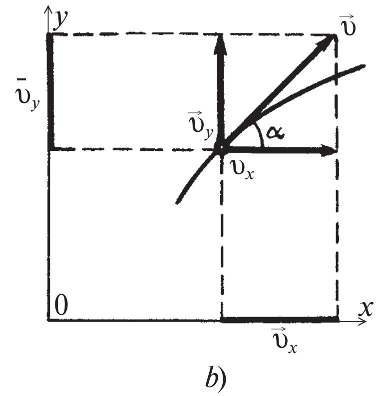
Agar funksiya ma’lum bo‘lsa, $f(t)$ vaqtning har bir payti uchun *s* aniqlangach, ishorasiga qarab uni O_1 nuqtadan boshlab trayektoriya bo‘yicha joylashtiramiz. Shu tarzda *A* nuqtaning berilgan paytdagi vaziyati topiladi.

Demak, A nuqtaning harakatini tabiiy usulda aniqlash uchun uning trayektoriyasi, trayektoriyada olingan O sanoq boshi, yoy koordinatasining hisoblash yo'nalishi va $s = f(t)$ harakat tenglamasi berilgan bo'lishi lozim.

1.22-§. Harakati tabiiy va vektor usullarda berilgan nuqtaning tezligi

A nuqta berilgan egri chiziqli traektoriya bo'ylab $s = f(t)$ harakat tenglamasi asosida harakatlanmoqda (1.48-shakl, a).





1.48- sh a k l

Nuqta t vaqtda A holatni, $t + \Delta t$ vaqtdan so'ng A_1 holatni egallaydi. Orttirma Δt vaqt juda kichik bo'lganligi sababli, AA_1 yoyni AA_1 vatar bilan almashtirish mumkin. Bu holda Δs yoyning uzunligi vaqt funksiyasining Δt vaqt oralig'idagi orttirmasiga teng bo'ladi, ya'ni

$$s + \Delta s = f(t + \Delta t)$$

yoki

$$\Delta s = f(t + \Delta t) - f(t) \tag{a}$$

Nuqta harakatining tezligi birinchi yaqinlashuvda

$$\upsilon_{o'rt} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \tag{1.52}$$

ko'rinishda aniqlanadi. Nuqtaning tezligi vektor kattalik bo'lib, yo'nalish va modulga ega. O'rtacha tezlik vektori A nuqtadan A_1 nuqtaga vektor bo'ylab yo'naladi.

Nuqtaning haqiqiy tezligi υ ni topish uchun limitga o‘tamiz:

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad \text{(b)}$$

(a) ni e’tiborga olsak quyidagi hosil bo‘ladi:

$$\upsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{f(t + \Delta t) - f(t)}{\Delta t} \qquad \text{(d)}$$

Matematikadan ma’lumki, funksiya orttirmasining argument mos orttirmasiga nisbatining argument orttirmasi nolga intilgandagi limiti shu funksiyaning hosilasi deyiladi.

Qabul qilingan belgilashlarga asosan hosilani

$$\boxed{\upsilon = \frac{ds}{st} = f^1(t)} \qquad (1.53)$$

ko‘rinishda yozamiz.

Demak, nuqtaning tezligi harakat tenglamasidan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilasiga teng ekan.

Nuqtaning tezlik vektorini koordinata o‘qlariga proyeksiyalab (1.48-shakl, b), $\upsilon_x = \upsilon cos\alpha$ *va* $\upsilon_y = \upsilon sin\alpha$ ifodalarni hosil qilamiz.

Bu yerda α — tezlik vektorining Ox o‘qi bilan tashkil etgan burchagi.

Faraz qilaylik, moddiy nuqta $x0y$ koordinata tekisligida $x = f_1(t)$, $y = f_2(t)$ tenglamalarga muvofiq harakatlansin. U holda, moddiy nuqtaning tezligi tezlik vektorining koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari bilan aniqlanadi:

$$\boxed{\upsilon_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}} \qquad (1.54)$$

$$\boxed{\upsilon_y = \frac{dy}{dt} = \dot{y}} \qquad (1.55)$$

Demak, moddiy nuqta tezligining qo‘zg‘almas koordinata o‘qlariga proyeksiyalari harakatdagi nuqtaning mos koordinatalaridan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilasiga teng.

Tezlikning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari ma’lum bo‘lganda, tezlikning qiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon^2{}_x + \upsilon^2{}_y} \qquad (1.56)$$

yoki

$$\upsilon = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

Tezlik vektorining yo‘nalishi yo‘naltiruvchi kosinuslar bo‘yicha topiladi:

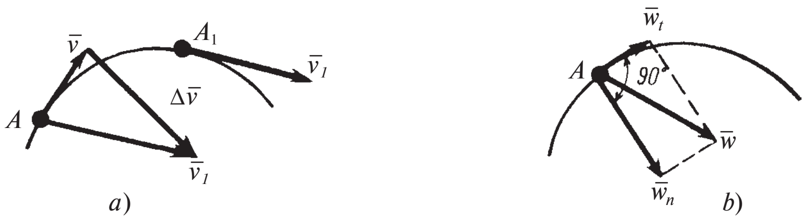
$$cos\left(\bar{\upsilon},^\wedge x\right) = \frac{\upsilon_x}{\upsilon}, \qquad cos\left(\bar{\upsilon},^\wedge y\right) = \frac{\upsilon_y}{\upsilon} \tag{1.57}$$

1.23-§. Harakati tabiiy va vektor usullarda berilgan nuqtaning tezlanishi

Nuqta egri chiziqli trayektoriya bo‘ylab harakatlanganda uning tezligi miqdor va yo‘nalish jihatidan o‘zgarishi mumkin.

Odatda, birlik vaqt mobaynida tezlikning o‘zgarishi **tezlanish** deb yuritiladi.

Egri chiziqli trayektoriya bo‘ylab harakatlanayotgan ixtiyoriy A nuqta Δt vaqt davomida A holatdan A_1 holatga o‘tsin (1.49-shakl, a).



1.49-shakl

Harakat natijasida A nuqta $AA_1 = \Delta S$ yoyni bosib o‘tdi.

Nuqtaning tezligi A holatda υ ga, A_1 holatda esa υ_1 ga teng. Chizmadan ko‘rinib turganidek, A nuqtaning tezligi yo‘nalishini ham, qiymatini ham o‘zgartiradi. Nuqtaning o‘rtacha tezlanishini topamiz:

$$w_{o‘rt} = \frac{\upsilon_{o‘rt}}{\Delta t} \tag{1.58}$$

Limitga o‘tib, haqiqiy tezlanishni topamiz:

$$w_{o‘rt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{d\upsilon}{dt} \tag{b}$$

(1.53) ifodani e’tiborga olib, tezlanishni quyidagicha yozamiz:

$$w_{o‘rt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} = \frac{d\upsilon}{dt}$$

yoki

$$\boxed{w = f(t)} \tag{1.59}$$

Demak, nuqtaning tezlanishi tezlik funksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli yoki harakat tenglamasidan vaqt bo'yicha olingan ikkinchi tartibli hosilasiga teng ekan.

Endi tezlanish vektorini harakat trayektoriyasiga urinma va normal bo'lgan o'zaro perpendikular tashkil etuvchilarga ajratamiz (1.49-shakl, b):

$$\boxed{\overline{w} = \overline{w}_t + \overline{w}_n} \tag{1.60}$$

Bu yerda w — urinma tezlanish bo'lib, trayektoriyaga A nuqtadan o'tkazilgan urinma bo'ylab yo'naladi;

w_n— normal tezlanish bo'lib, trayektoriyaga A nuqtadan o'tkazilgan bosh normal bo'ylab yo'naladi.

Urinma va normal tezlanishlarning miqdorlari quyidagicha aniqlanadi:

$$w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} \tag{1.61}$$

$$w_n = \frac{\upsilon^2}{r} \tag{1.62}$$

Bu yerda r — egrilik radiusi.

Tezlanishning w_t va w_n tashkil etuvchilari o'zaro tik yo'nalganligi uchun to'la tezlanish moduli

$$w = \sqrt{w_t^2 + w_n^2} \tag{1.60)a$$

formuladan, yo'nalishi esa

$$\mu = arctg \frac{|w_t|}{w_n} \tag{1.63}$$

formuladan aniqlanadi.

Endi Dekart koordinata tekisligida $\vartheta_x = \dfrac{dx}{dt}$, $\vartheta_y = \dfrac{dy}{dt}$ tezliklar bilan harakatlanayotgan moddiy nuqtaning tezlanishlarini aniqlaymiz.

Aytaylik, tezlanishning koordinata o'qlaridagi proeksiyalari mos ravishda w_x *va* w_y larga teng bo'lsin. U holda, yuqoridagilarga muvofiq

$$\begin{aligned} w_x &= \frac{d}{dt}(\upsilon_x) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x} \\ w_y &= \frac{d}{dt}(\upsilon_y) = \frac{d}{dt}\left(\frac{dy}{dt}\right) = \frac{d^2y}{dt^2} = \ddot{y} \end{aligned} \tag{1.59)b$$

Binobarin, moddiy nuqta tezlanishining qo‘zg‘almas koordinata o‘qlariga proyeksiyalari tezlikning mos koordinata o‘qlariga proyeksiyasidan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilasiga yoki nuqtaning mos koordinataliaridan vaqt bo‘yicha olingan ikkinchi tartibli hosilasiga teng.

Tezlanish vektorining moduli

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2} \qquad \text{(d)}$$

yo‘nalishi esa

$$cos\left(\bar{w},\hat{} \ x\right) = \frac{w_x}{w}, \qquad cos\left(\bar{w},\hat{} \ y\right) = \frac{w_y}{w} \qquad \text{(e)}$$

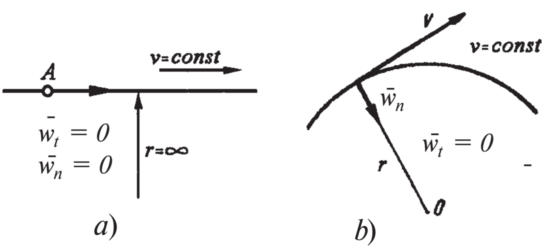
ifodalardan aniqlanadi.

Xususiy hollar

a) *to‘g‘ri chiziqli tekis harakat* (1.50-shakl, a).

Bunda nuqtaning trayektoriyasi to‘g‘ri chiziqdan ($r = \infty$) iborat, tezligi esa o‘zgarmas ($\upsilon = const$) bo‘ladi. Shuning uchun, nuqtaning normal tezlanishi $w_n = \dfrac{\upsilon^2}{r} = 0$ urinma tezlanishi $w_t = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \dfrac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$ va to‘la tezlanishi $w = 0$ bo‘ladi.

b) *egri chiziqli tekis harakat* (1.50-shakl, b).



1.50-sh a k l

Bunday holatda nuqtaning tezligi miqdor jihatidan o‘zgarmas ($\upsilon = const$) bo‘lsada, yo‘nalishi o‘zgarishi mumkin.

Nuqtaning urinma tezlanishi $w_t = 0$ normal tezlanishi $w_n \neq 0$ bo‘ladi. Egri chiziqli tekis harakatda to‘la tezlanish normal tezlanishga tengdir:

$$w = w_n$$

d) *to‘g‘ri chiziqli notekis harakat* (1.51-shakl, a).

Bu holatda nuqtaning trayektoriyasi to‘g‘ri chiziqli ($r = \infty$), tezlikning miqdori esa o‘zgaruvchan bo‘ladi.

Normal tezlanish $w_n \neq 0$, to‘la tezlanish esa urinma tezlanishdan iborat bo‘ladi:

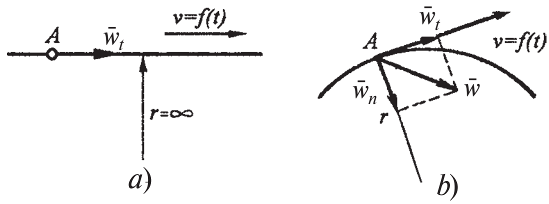
$$w = w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t}$$

g) *egri chiziqli notekis harakat* (1.51-shakl, b).

Bunday holda nuqta o‘zgaruvchan tezlik bilan harakatlanib, $\Delta\upsilon \neq 0$ bo‘ladi. Shu bois, normal va urinma tezlanishlar noldan farqli bo‘ladi:

$$w_n = \frac{\upsilon^2}{r} \neq 0$$

$$w_t = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t} \neq 0$$



1.51-shakl

To‘la tezlanish vektori esa normal va urinma tezlanishlarning geometrik yig‘indisiga teng:

$$w = w_t + w_n$$

§ 1.24. Qattiq jismning ilgarilanma harakati

Jismdan olingan har qanday kesma jism harakati davomida har doim o‘z-o‘ziga parallel qolsa, jismning bunday harakati **ilgarilanma harakat** deyiladi.

To‘g‘ri yo‘ldan ketayotgan avtomobil kuzovining harakati, velosiped pedalining harakati va shu kabilar ilgarilanma harakatga misol bo‘ladi.

Teorema. **Qattiq jism ilgarilanma harakat qilganda uning hamma nuqtalari bir xil va parallel joylashgan trayektoriyalar bo‘ylab harakatlanadi hamda har onda bir xil tezlik va bir xil tezlanishga ega bo‘ladi.**

Isbot. Biror jism ilgarilanma harakat qilib, *t* vaqt oralig‘ida vaziyatini o‘zgartirsin (1.52-shakl).

AB, A′B′,... A_2B_2 kesmalar jism bilan bog‘liq holda harakatlanayotgan AB kesmaning birin-ketin vaziyatlarini ifodalab, o‘zaro teng va paralleldir.

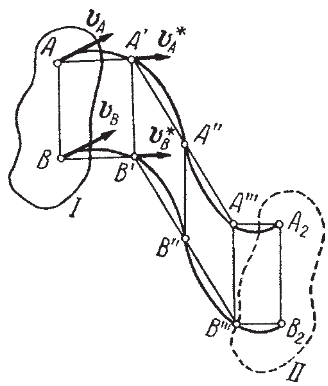
Shuning uchun, AA′, A′A″, ..., $A'''A_2$ kesmalar BB′, B′B″, ..., $B'''B_2$ kesmalarga mos holda teng va parallel bo‘ladi.

A nuqtaning vaqt oralig‘ida A′ vaziyatga o‘tishidagi o‘rtacha tezligini aniqlaymiz:

$$\upsilon_A^* = \frac{AA'}{\Delta t} \qquad \text{(a)}$$

Xuddi shunga o‘xshash B nuqta uchun

$$\upsilon_B^* = \frac{BB'}{\Delta t} \qquad \text{(b)}$$



1.52-shakl

Chizmadan $AA^1 = BB^1$ ekanligi ma'lum, shu sababli

$$\upsilon_A^* = \upsilon_B^* \tag{d}$$

Limitga o'tib

$$\lim_{\Delta t \to 0} \upsilon_A^* = \lim_{\Delta t \to 0} \upsilon_B^* \quad \text{yoki} \quad \upsilon_A = \upsilon_B \tag{1.64}$$

ni hosil qilamiz.

Bundan chiqdi, $\Delta\upsilon_A = \Delta\upsilon_B$ hamda A va B nuqtalarning vaqt oralig'idagi o'rtacha tezlanish vektorlari ham

$$\frac{\Delta\upsilon_A}{\Delta t} = \frac{\Delta\upsilon_B}{\Delta t} \tag{e}$$

o'zaro teng bo'ladi.

Limitga o'tib

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon_A}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\upsilon_B}{\Delta t} \quad \text{yoki} \quad w_A = w_B \tag{1.65}$$

ni hosil qilamiz.

Demak, A va B nuqta bir xil harakatlanar ekan. Bu xulosa boshqa nuqtalarga ham tegishlidir.

Teorema isbotlandi.

Isbotlangan teoremadan quyidagi muhim xulosa kelib chiqadi: **jismning ilgarilanma harakati uning istalgan bitta nuqtasining harakati bilan aniqlanadi. Ko'pincha bunday nuqta uchun jismning og'irlik markazi C nuqta olinadi.**

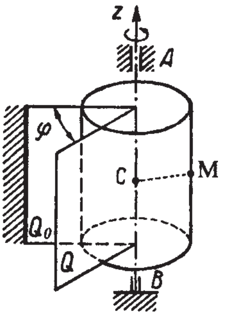
1.25-§. Qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma harakati

Ikkita nuqtasi doimo qo'zg'almasdan qoladigan jismning harakati qo'zg'almas o'q **atrofidagi aylanma** harakat deyiladi. Qo'zg'almas nuqtalardan o'tuvchi o'q **aylanish o'qi** deyiladi.

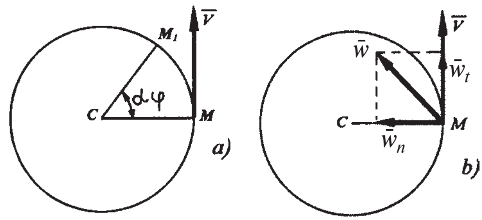
Trubinalar diski, generatorlarning rotori, dastgohlarning maxovigi qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanuvchi jismga misol bo'ladi.

Jismni aylanma harakatga keltirish uchun uning ixtiyoriy ikki nuqtasini (masalan, A podshipnik va B — tovon yordamida) qo'zg'almas qilib mahkamlash yetarli (1.53-shakl). Natijada, jism vertikal z o'qi atrofida aylanma harakat qiladi.

Aylanma harakatdagi jismning kinematik parametrlarini aniqlashga o'tamiz. Buning uchun, z o'qi orqali qo'zg'almas Q_0 va harakatdagi silindrik jism bilan bog'liq bo'lgan Q tekislik o'tkazamiz; bu tekisliklar orasidagi φ burchak jismning aylanish burchagi deyiladi.



1.53-sh a k l



1.54-sh a k l

Aylanish burchagining miqdori va yo'nalishiga qarab Q tekislikning Q_0 tekislikka nisbatan vaziyati aniqlanadi. Boshqacha aytganda vaqt o'tishi bilan o'zgaradi:

$$\boxed{\varphi = \varphi(t)} \tag{1.66}$$

Bu tenglama qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakat qilayotgan jismning kinematik yoki harakat tenglamasi deyiladi.

Aylanish burchagi gradus va radianlarda o'lchanadi.

Aytaylik, vaqtning t paytida jism φ, $t + \Delta t$ paytida esa $\varphi + \Delta\varphi$ burchakka burilsin.

$\Delta\varphi$ ning Δt ga nisbati jismning Δt vaqtdagi o'rtacha burchak tezligi deyiladi:

$$\omega_{o'rt} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \tag{1.67}$$

Jismning haqiqiy yoki berilgan ondagi burchak tezligini aniqlash uchun $w_{o'rt}$ ning Δt nolga intilgandagi limitini hisoblaymiz:

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \tag{a}$$

Aylanish burchagi φ vaqtning funksiyasi bo'lganligi uchun $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ bu funksiyaning hosilasi bo'ladi (1.22-§ ga qarang). Buni e'tiborga olsak

$$\boxed{\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \varphi'(t)} \tag{1.68}$$

ko'rinishda yoziladi.

Shunday qilib, jismning ayni paytdagi burchak tezligi aylanish burchagi funksiyasidan vaqt bo'yicha olingan birinchi tartibli hosilaga tengdir.

Burchak tezlik rad/sek yoki 1/sek larda o'lchanadi.

Ko'pincha, texnik hisoblashlarda burchak tezligini sekundiga radianlarda emas, balki minutiga aylanishlarda ifodalashga to'g'ri keladi. Shu sababli minutiga aylanishlar soni bilan ifodalanadigan burchak tezlik n ni bilish muhimdir.

Jism bir marta z o'qi atrofida to'la aylanganda aylanish burchagi $\varphi = 2\pi$ bo'ladi. Jism bir minutda n marta aylansa, burchak tezlik quyidagicha bo'ladi:

$$\omega = \frac{2\pi \cdot n}{60}$$

Bundan

$$n = \frac{30 \cdot \omega}{\pi} \approx 10 \cdot \omega \qquad (1.68)a$$

Oxirgi ifodadagi ω hamma vaqt rad/sek yoki 1/sek larda, n esa ayl/min larda o'lchanishini unitmaslik zarur.

Vaqtning t paytida jismning burchak tezligi ω, $t + \Delta t$ paytida esa $\omega + \Delta\omega$ ga teng bo'lsin. U holda Δt vaqtdagi o'rtacha burchak tezlanish

$$\varepsilon_{o'rt} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \qquad (1.69)$$

ko'rinishda ifodalanadi.

Jismning haqiqiy yoki vaqtning ayni paytdagi burchak tezlanishi quyidagiga teng:

$$\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Hosilaning ta'rifiga ko'ra

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{d\varphi}{dt}\right) = \frac{d^2\varphi}{dt^2} \qquad \text{yoki} \quad \varepsilon = \varphi''(t) \qquad (1.70)$$

Bundan chiqdi, jismning ayni paytdagi burchak tezlanishini topish uchun burchak tezlik funksiyasidan birinchi tartibli hosila yoki aylanish burchagi funksiyasidan ikkinchi tartibli hosila olish kifoya.

Burchak tezlanish rad/sek^2 yoki 1/sek^2 larda o'lchanadi.

§ 1.26. Aylanma harakatdagi jism nuqtalarining trayektoriyasi, tezligi va tezlanishi

1.53-shaklda tasvirlangan jismning aylanish o'qidan R masofada joylashgan ixtiyoriy M nuqtani olamiz.

M nuqta radiusi R ga teng, markazi aylanish o'qining C nuqtasida joylashgan aylana chizishi, tabiiy; odatda, bu aylana M nuqtaning traektoriyasi deyiladi (1.54-shakl, a).

Biror t vaqtda M holatda bo‘lgan nuqta dt vaqtdan so‘ng jism $d\varphi$ burchakka burilganligi bois M_1 holatni egallaydi. Boshqacha aytganda, nuqta trayektoriya bo‘ylab $ds = R \cdot d\varphi$ yoyni bosib o‘tadi.

(1.53) formulani e’tiborga olib, M nuqtaning tezligini aniqlaymiz:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = R \cdot \frac{d\varphi}{dt}, \tag{1.71}$$

bu yerda $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ bo‘lganligi sababli

$$\boxed{\upsilon = R \cdot \omega} \tag{1.72}$$

Demak, aylanuvchi jism nuqtasining tezligi miqdor jihatidan burchak tezlik bilan mazkur nuqtadan aylanish o‘qigacha bo‘lgan masofa ko‘paytmasiga teng bo‘lib, uning vektori o‘zining trayektoriyasiga harakat yo‘nalishi bo‘yicha o‘tkazilgan urinma bo‘ylab yo‘naladi.

Muhandislik amaliyotida ko‘pincha aylanuvchi silindrik jism (val, shkiv va shu kabi) larning gardishlaridagi nuqtalarning tezligini *ayl/min* larda ifodalash zaruriyati tug‘iladi. Bunday holda quyidagi formuladan foydalanish ma’qul:

$$\upsilon = \frac{D}{2} \cdot \frac{\pi n}{20} \approx \frac{Dn}{19{,}1} \tag{1.73}$$

Bu yerda D — aylanuvchi silindrik jismning diametri;
n — bir minutdagi aylanishlar soni.

M nuqtaning tezlanishini 1.27-§ dagi formulalar yordamida aniqlaymiz (ko‘rilayotgan holda $\rho = R$):

a) normal tezlanish

$$w_n = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{(R \cdot \omega)}{R}$$

yoki

$$\boxed{w_n = \omega^2 \cdot R} \qquad (b) \qquad (1.74)$$

Normal tezlanish vektori radius bo‘ylab markazga, ya’ni aylanish o‘qi tomonga yo‘naladi (1.54-shakl, b); shu sababli w_n markazga intilma tezlanish deb yuritiladi.

b) urinma tezlanish

$$w_t = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}(R \cdot \omega) = R \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

burchak tezlanish $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ ekanligi ma’lum; natijada

$$\boxed{w_t = R \cdot \varepsilon} \tag{1.75}$$

Urinma tezlanish w_t trayektoriyaga o‘tkazilgan urinma bo‘ylab (agar harakat tezlanuvchan bo‘lsa, w_t harakat yo‘nalishida, aksincha, sekinlanuvchan bo‘lganda unga teskari) yo‘naladi.

Yuqoridagilarni inobatga olib, nuqtaning tezlanish modulini

$$w_t = \sqrt{w_t^2 + w_n^2} = R\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^2} \qquad (1.76)$$

va yo‘nalishini esa

$$\mu = arctg\frac{|\varepsilon|}{\omega^2} \qquad (1.77)$$

formulalardan aniqlaymiz.

1.27-§. Qattiq jismning tekis parallel harakati haqida qisqacha tushunchalar

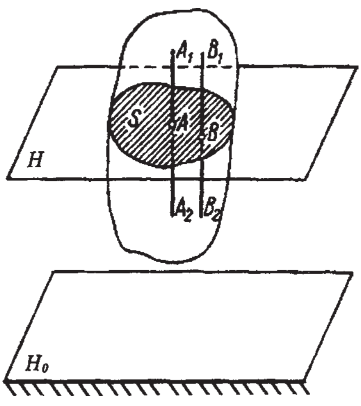
Qattiq jismning tekis parallel harakati deb, uning shunday harakatiga aytiladiki, bunda jismning barcha nuqtalari biror qo‘zg‘almas tekislikka parallel bo‘lgan tekisliklarda harakatlanadi.

Qattiq jismning tekis parallel harakatini o‘rganish maqsadida mazkur jism orqali qo‘zg‘almas H_0 tekislikka parallel qilib *h* masofadan ixtiyoriy H tekislikni o‘tkazamiz (1.55-shakl).

H tekislik jismda S qirqimni hosil qiladi: odatda, bu S yuza tekis shakl deb yuritiladi. Tekis shakl doimo H tekislikda harakatlanadi.

H tekislikka perpendikular qilib, jismdan A_1A_2 va B_1B_2 kesmalarni ajratamiz.

Jism tekis parallel harakat qilganda A_1A_2 va B_1B_2 kesmalar mos ravishda o‘ziga parallel ravishda ko‘chadi, ya’ni ular ilgarilanma harakat qiladi.



1.55-sh a k l

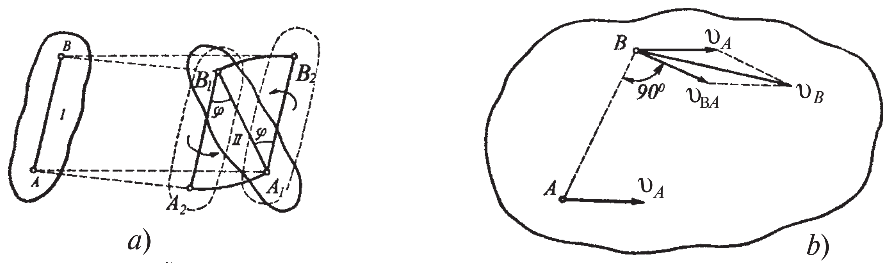
1.24-§ da ko‘rib o‘tganimizdek, ilgarilanma harakat qilayotgan kesmada yotgan barcha nuqtalar bir xil harakatlanadi. Bu esa ilgarilanma harakat qilayotgan hamma nuqtalarning harakatini o‘rganish o‘rniga ulardan istalgan bittasining harakatini o‘rganish yetarli ekanligini tasdiqlaydi.

Shu sababli ilgarilanma harakat qilayotgan A_1A_2 va B_1B_2 kesmalarda yotuvchi barcha nuqtalarning harakatini o‘rganish o‘rniga ulardan birining, masalan, tekis shakl S da yotuvchi A va B nuqtalarning harakatini o‘rganish kifoya.

Shunday qilib, tekshirilayotgan qattiq jismning tekis parallel harakatini o‘rganish uchun H_0 qo‘zg‘almas tekislikka parallel bo‘lgan tekis shakl S ning H tekislikdagi harakatini bilish yetarlidir.

Odatda, H tekislik S tekis shaklning harakat tekisligi deb ataladi.

Endi tekis shaklning harakatini o‘rganamiz (1.56-shakl, a).



1.56-sh a k l

Tekis shaklning harakati ixtiyoriy ikki nuqtasi (A va B)ning holati bu nuqtalarni tutashtiruvchi kesmaning holati bilan aniqlanadi. Boshqacha aytganda, tekis shaklning harakatini o‘rganish o‘rniga undan olingan ixtiyoriy kesmaning harakatini o‘rganish kifoya.

Tekis shaklning I holatdan II holatga ko‘chishini qaraymiz.

Tekis shaklning harakat tekisligidagi I holati AB, II holati esa A_1B_1 kesmalar bilan to‘liq aniqlanadi. II holatning hosil bo‘lishini quyidagi ikki variantda izohlash mumkin:

a) AB kesmani o‘ziga parallel holda A_1B_2 holatga ko‘chirish (bunda tekis shakl ilgarilanma harakat qiladi) va keyin A_1B_2 kesmani A_1 nuqta atrofida φ burchakka burish (bunda tekis shakl aylanma harakat qiladi);

b) dastlab A_2B_1 holat paydo bo‘lguncha AB kesmani ilgarilanma siljitish, keyin esa uni B_1 nuqta atrofida φ burchakka burish lozim.

Harakatlanuvchi tekis shakl bilan bog‘liq bo‘lgan va burilish markazi deb qabul qilingan ixtiyoriy nuqta qutb deyiladi. Birinchi holatda A_1 nuqta, ikkinchi holatda esa B_1 nuqta qutb sifatida tanlab olindi. Qutblarni turlicha tanlash bilan tekis shaklning faqat ilgarilanma siljish qismini o‘zgartirish mumkin. Lekin qutbning tanlanishiga tekis shaklning aylanma harakati bog‘liq bo‘lmaydi, chunki burilish burchagi burchak tezlik va aylanish yo‘nalishiga bog‘liq emas.

Yuqoridagilardan quyidagi xulosalar kelib chiqadi:

1) tekis parallel harakatni ikkiga ajratish mumkin:

✓ **tekis shaklning qutb bilan birgalikdagi ilgarilanma harakati;**
✓ **qutb atrofidagi aylanma harakat.**

2) tekis shaklning aylanma harakati qutbning tanlab olinishiga bog'liq emas.

Tekis parallel harakatni ikkiga ajratish tezliklarni aniqlashni osonlashtiradi.
Statikaning to'la kursida tekis shaklning ixtiyoriy nuqtasining tezligi ikki tezlikning: qutbning tezligi va qutb atrofidagi aylanma harakat tezliklarining geometrik yig'indisiga teng ekanligi isbotlangan. Buning matematik ifodasi quyidagicha (1.56-shakl, b):

$$\boxed{\overrightarrow{\upsilon_B} = \upsilon_A + \upsilon_{BA}} \qquad (1.78)$$

bu yerda $\upsilon_{BA} = \omega \cdot AB$ — B nuqtaning qutbga nisbatan aylanma tezligi bo'lib, AB ga perpendikular yo'naladi;

ω — tekis shaklning burchak tezligi.

VI bobga oid masalalar

1.12-masala. Moddiy nuqta $S = 10 sin\pi t$ qonuniyatga muvofiq egri chiziqli trayektoriya bo'yicha harakatlanmoqda (t — sekund va S — metrlarda ifodalanadi).
Tezlikning $t = 3$ sek paytdagi moduli va yo'nalishini toping.

Yechish.

Boshlang'ich paytda (sanoq boshida) moddiy nuqta uchun:

t=0 bo'lganda $S = 10 \cdot sin\pi.\ 0 = 0$ ga teng.

Moddiy nuqta t = 3 sek o'tgach, yana sanoq boshiga qaytib keladi, chunki $S = 10 \cdot sin\pi 3 = 0$ ga teng.
Tezlikni aniqlaymiz:

$$\upsilon = \frac{ds}{dt} = 10\pi \cos \pi t \ \ m/sek$$

t = 3 sek da $\upsilon = 10\pi \cos \pi \cdot 3 = -10\pi = -31,4 \ \ m/sek$

Demak, moddiy nuqta t=3 sek o'tgach, harakat trayektoriyasiga o'tkazilgan urinma bo'ylab hisoblangan tomonga teskari yo'nalishda harakatlanar ekan.

1.13-masala. Nuqta $x = 4sin5t$, $y = 6cos5t$ qonuniyat asosida harakatlanadi (t—sekund va S—metrlarda o'lchanadi).

Nuqtaning trayektoriyasi, boshlang‘ich paytdagi va $t = 0,1$ sek dagi holatlari aniqlansin.

Yechish.

Trayektoriya tenglamasini yozish uchun $x(t)$ va $y(t)$ ifodalardan vaqtni parametr sifatida yo‘qotamiz:

$$\frac{x}{4} = sin5t, \quad \frac{y}{6} = cos5t$$

Oxirgi ifodalarning ikkala tomonini kvadratga oshirib, ularni hadlab qo‘shamiz. Natijada,

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{36} = 1$$

ko‘rinishdagi trayektoriya tenglamasi kelib chiqadi.

Demak, nuqta yarim o‘qlari 4 va 6 ga teng ellips bo‘yicha harakatlanar ekan.

Nuqta quyidagi holatlarni egallaydi:

$t=0$ da $x_0 = 4sin5\cdot 0 = 0; \quad y_0 = 6cos5\cdot 0 = 6$ ga teng;

$t_1 = \frac{1}{10}$ sekundda $x_1 = 4sin\frac{\pi}{2} = 4; \quad y_1 = 6cos\frac{\pi}{2} = 0$ ga teng.

1.14-masala. Nuqta $x = 10t^2 - 5$, $y = 20t^2 + 3$ qonuniyatga muvofiq harakatlanmoqda (t—sekund va S— metrlarda o‘lchanadi).

Nuqtaning $t = 5$ sek dagi tezligi va tezlanishlari nimaga teng?

Yechish.

Dastlab nuqtaning tezliklarini aniqlaymiz. Tezlikning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari

$$\upsilon_x = \dot{x} = 20t, \qquad \upsilon_y = \dot{y} = 40t$$

Nuqta tezligining moduli esa

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{(20t)^2 + (40t)^2} = 44,72t \ m/sek$$

Endi tezlanishni hisoblaymiz:

$$w_x = \ddot{x} = 20 = const, \qquad w_y = \ddot{y} = 40 = const,$$

Tezlanish moduli

$$w = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = 10\sqrt{2}\ m/sek$$

Binobarin, nuqta t=5sek o‘tgach, 223,6 m/sek tezlikka va 14,14 m/sek^2 tezlanishga ega bo‘ladi.

1.15-masala. Radiusi R=1,5 m bo‘lgan disk qo‘zg‘almas nuqta atrofida (*t* sek va $\varphi = 20t + 4t^3$ radianlar bilan o‘lchanadi) qonuniyat asosida aylanmoqda. Diskning t=5 sek dagi tezligi va tezlanishlari aniqlansin.

Yechish.

Diskning burchak tezligi ω va burchak tezlanishi ε larni topamiz:

$$\omega = \dot{\varphi} = 20 + 12t^2,$$
$$\varepsilon = \ddot{\varphi} = 24t$$

Harakat boshlangandan t=5 sek o‘tgach, disk $\omega = 20 + 12 \cdot 5^2 = 320$sek^{-1} burchak tezlik, $\varepsilon = 24 \cdot 5 = 120$ sek^{-2} burchak tezlanish bilan aylanadi.

Diskning sirtida yotgan nuqta

$$\upsilon = \omega R = 320 \cdot 1{,}5 = 480\ m/sek$$

tezlikka ega. Mazkur nuqtaning tezlanishlarini hisoblaymiz:

$$w_n = \omega^2 R = (320)^2 \cdot 1{,}5 = 153600\ m/sek \quad \text{(normal tezlanish);}$$
$$\omega_t = \varepsilon R = 120 \cdot 1{,}5 = 180\ m/sek \quad \text{(urinma tezlanish);}$$
$$w = \sqrt{w_n^2 + w_t^2} = 392{,}15\ m/sek \quad \text{(to‘la tezlanish).}$$

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Kinematikada mexanik harakat qanday holda o‘rganiladi?
2. Harakat qonuni va harakat trayektoriyasi deganda nimani tushunasiz?
3. Harakat tabiiy usulda berilganda nuqtaning tezligi va tezlanishi formulalarini yozing.
4. Jismning ilgarilanma harakatini misollar yordamida tushuntiring.
5. Aylanma harakatdagi nuqtaning tezligi va tezlanishi qanday aniqlanadi?
6. Tekis parallel harakatning mohiyatini tushuntiring.

VII BOB

Dinamika

1.28-§. Asosiy tushunchalar

Dinamikada moddiy nuqta va qattiq jismlarning mexanik harakati ularning massasiga, harakatni vujudga keltiruvchi kuchlarga bog'liq ravishda o'rganiladi.

Dinamika yunoncha «dynamics» so'zidan olingan bo'lib, kuch degan ma'noni anglatadi.

Ma'lumki, jismning harakati ta'sir etuvchi kuchning miqdori va yo'nalishiga, jismning massasi, geometrik shakli va o'lchamlari, egallagan vaziyati kabilarga bog'liqdir.

Dinamikada* asosan kuch, massa va tezlanishlar orasida munosabatlar o'rnatilib, nuqta yoki jismlarning harakat qonunlari aniqlanadi.

Massa jismda mavjud bo'lgan materiya miqdori bo'lib, uning inertligini miqdor jihatidan tavsiflovchi fizik kattalikdir.

Jismning inertligi deganda qo'yilgan kuchlar ta'sirida jismning o'z tezligini o'zgartirish (oshirish yoki kamaytirish) xususiyati tushuniladi. Masalan, bir xil kuchlar ta'sirida bir xil sharoitdagi ikki jismdan birinchisining tezligi ikkinchisiga nisbatan sekin o'zgarsa, birinchi jism ko'proq inertlikka ega deb hisoblanadi.

Klassik mexanikada jismning massasi o'zgarmas, skalyar va musbat kattalik deb qaraladi.

Jismni tashkil etgan moddalarning miqdori bilan tavsiflanuvchi va inertligini ifodalovchi kattalik inersion massa deyiladi.

Jismning fizik xususiyatlariga bog'liq bo'lgan va

$$m = \frac{G}{g} = const \tag{1.79}$$

formula yordamida aniqlanadigan massa gravitatsion massa deyiladi.

Jismlarning tezligi υ yorug'lik tezligi c dan ancha kichik bo'lgan odatdagi sharoitda gravitatsion va inersion massalar o'zaro teng bo'ladi.

Nisbiylik nazariyasida jismning massasi m uning tezligi υ ga bog'liq ekanligi isbotlangan:

---

* Statikada kuch fizik kattalik sifatida jismlarning o'zaro ta'sirini ham miqdor, ham yo'nalish jihatidan ifodalashi bayon etilgan edi.

$$\boxed{m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}} \qquad (1.80)$$

Bu yerda m_0— jismning tinch holatdagi massasi.

Xalqaro birliklar sistemasi (SI) da massa kilogramm (kg) bilan o'lchanadi.

1.29-§. Dinamikaning asosiy qonunlari

Ko'p yillik tajriba va kuzatishlar asosida dinamikaning qonunlari XVII asrda G.Galiley va I.Nyutonlar tomonidan kashf etilgan hamda 1687-yilda I.Nyutonning «Natural falsafaning matematik asoslari» asarida bayon etilgan.

Birinchi qonun

(*inersiya qonuni*)

Ta'rif: **tashqi kuchlardan holi bo'lgan moddiy nuqta biror kuch ta'sir etmaguncha o'zining tinch holatini yoki to'g'ri chiziqli tekis harakatini saqlaydi.**

Ta'rifga ko'ra $\vec{F} = 0$ ga teng; shu sababli $\vec{w} = 0$, $\vec{\upsilon} = const$ bo'ladi.

Bu yerda $\vec{F}$ — moddiy nuqtaga ta'sir etuvchi kuch vektori;
$\vec{\upsilon}$ — moddiy nuqtaning tezlik vektori;
$\vec{w}$ — moddiy nuqtaning tezlanish vektori.

Bu qonun o'rinli bo'lgan moddiy nuqtaning harakati inersion harakat, qonunning o'zi esa inersiya qonuni deyiladi.

Tanlangan sanoq sistemasi uchun inersiya qonuni o'rinli bo'lsa, bunday koordinatalar sistemasi **inersion sistema** deyiladi.

Muhandislik amaliyotida o'rganiladigan masala va muammolar uchun inersion sistema sifatida Yer bilan bog'langan koordinatalar sistemasi olinadi. Bunda Yerning sutkalik aylanishi va Quyosh atrofidagi egri chiziqli orbita bo'ylab harakati e'tiborga olinmaydi.

Ikkinchi qonun

(*tezlanish va kuchning mutanosiblik qonuni*)

Ta'rif: **moddiy nuqtaning kuch ta'sirida olgan tezlanishi bilan massasining ko'paytmasi miqdor jihatidan shu kuchga teng bo'lib, tezlanishi kuch bilan bir xil yo'nalishda bo'ladi.**

Ta'rifga ko'ra:

$$\boxed{m \cdot \vec{w} = \vec{F}} \qquad (1.81)$$

Bu yerda $m = const$ bo'lib, moddiy nuqtaning massasi.

(1.81) tenglama dinamikaning asosiy tenglamasi bo'lib, tezlanish va kuchning mutanosiblik qonunini ifodalaydi.

Moddiy nuqtaning tezlanish vektori

$$\vec{w} = \frac{d\upsilon}{dt}$$

ekanligi kinematikadan ma'lum. Buni e'tiborga olib, dinamikaning asosiy tenglamasini

$$m \cdot \frac{d\upsilon}{dt} = \vec{F} \qquad (1.82)$$

ko'rinishda yozamiz.

Moddiy nuqta inersion holatda bo'lishi uchun $\vec{F} = 0$ bo'lishi kerak; bu shart $\vec{\upsilon} = const$ bo'lganda bajariladi.

Kuch bilan tezlanish bir to'g'ri chiziq bo'ylab yo'nalgani sababli ularning modullari orasida quyidagi tenglik o'rinlidir:

$$m \cdot w = F \qquad (1.83)$$

Bu formula jismning og'irlik kuchi G ni aniqlashga imkon beradi:

$$G = m \cdot g \qquad (1.84)$$

Bu yerda $g=9{,}81$ m/sek^2 — erkin tushish tezlanishi.

Uchinchi qonun

(*ta'sir va aks ta'sirning tengligi qonuni*)

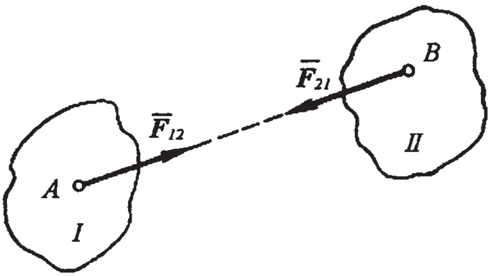
Ta'rif: **ikkita moddiy nuqta miqdorlari teng va shu nuqtalarni tutashtiruvchi to'g'ri chiziq bo'ylab qarama-qarshi tomonga yo'nalgan kuchlar bilan bir-biriga ta'sir etadi.**

Ta'sir kuchini $\vec{F}_{12}$, aks ta'sir kuchini esa $\vec{F}_{21}$ deb belgilasak (1.57-shakl), ta'rifga binoan:

$$\boxed{\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}} \qquad (1.85)$$

Bu yerda «minus» ishora kuchlarning o'zaro qarama-qarshi yo'nalganligini bildiradi.

Aks ta'sir etuvchi $\vec{F}_{21}$ kuchning paydo bo'lishiga sabab ikkinchi jismning inertligidir, ya'ni ikkinchi jism o'zining dastlabki kinematik holati (inersiyasi)ni saqlashga intiladi.



1.57-shakl

Ta'sir va aks ta'sir kuchlarini qo'shib bo'lmaydi; boshqacha aytganda ular bir-birini muvozanatlamaydi, chunki bu kuchlar boshqa-boshqa jismlarga qo'yilgan.

Dinamikaning ikkinchi qonuniga ko'ra:

$$\boxed{\begin{aligned} F_{12} &= m_1 \cdot w_1 \\ F_{21} &= m_2 \cdot w_2 \end{aligned}}$$

Bularni e'tiborga olsak, quyidagi munosabat kelib chiqadi:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{m_2}{m_1} \qquad (1.86)$$

Demak, ikki moddiy nuqtaning bir-biriga beradigan tezlanishlari ularning massalariga teskari proporsional bog'lanishda ekan.

Kuchlar ta'sirining bir-birlariga xalal bermaslik tamoyili

Ta'rif: **moddiy nuqtaga bir vaqtda bir qancha kuchlar ta'sir etganda uning nuqtasi oladigan tezlanishi mazkur nuqtaga bu kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda oladigan tezlanishlarining geometrik yig'indisiga teng.**

Faraz qilaylik, m massali moddiy nuqtaga bir vaqtda $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \ldots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir ko'rsatsin va unga $\vec{w}$ tezlanish bersin.

Bu moddiy nuqtaga berilgan kuchlarning har biri alohida-alohida ta'sir etganda beradigan tezlanishlarini mos ravishda $\vec{w}_1, \vec{w}_2, \vec{w}_3, \vec{w}_4, \ldots, \vec{w}_n$ bilan belgilaylik.

Ta'rifga ko'ra:

$$\vec{w} = \vec{w}_1 + \vec{w}_2 + \vec{w}_3 + \vec{w}_4 + \ldots + \vec{w}_n \qquad \text{(a)}$$

Oxirgi ifodaning ikkala tomonini m ga ko'paytiramiz:

$$m\vec{w} = m\vec{w}_1 + m\vec{w}_2 + m\vec{w}_3 + m\vec{w}_4 + \ldots + m\vec{w}_n \qquad \text{(b)}$$

Dinamikaning ikkinchi qonuniga binoan:

$$m \cdot \vec{w}_1 = \vec{F}_1, \quad m \cdot \vec{w}_2 = \vec{F}_2, \quad m \cdot \vec{w}_3 = \vec{F}_3, \ \ldots, \ m \cdot \vec{w}_n = \vec{F}_n$$

Bundan $m\vec{w} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \ldots + = \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}i$ (d)

yoki $$\boxed{m \cdot \vec{w} = \vec{F}} \qquad (1.87)$$

munosabatlar kelib chiqadi.

Bunda $\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ — teng ta'sir etuvchi kuch.

Demak, moddiy nuqtaga bir vaqtda bir necha kuchlar ta'sir etganda ham dinamikaning asosiy tenglamasi o'z kuchida qolar ekan.

(1.87) ni $x0y$ inersial koordinata sistemasi o'qlariga proyeksiyalaymiz:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x, \qquad m\frac{d^2y}{dt^2} = F_y \qquad (d)$$

yoki $$m\ddot{x} = F_x, \qquad m\ddot{y} = F_y \qquad (e)$$

Bu yerda, $x,\ y$ — harakatdagi nuqtaning koordinatalari;
$\ddot{x},\ \ddot{y}$ — nuqta tezlanishining koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari;
$F_x,\ F_y$ — teng ta'sir etuvchi kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalari.

Agar F kuchning koordinata o'qlaridagi proyeksiyalarini tegishlicha

$$F_x = \sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad F_y = \sum_{i=1}^{n} Y_i \qquad (f)$$

deb belgilasak, u holda

$$\boxed{m\ddot{x} = \sum_{i=1}^{n} X_i, \qquad m\ddot{y} = \sum_{i=1}^{n} Y_i} \qquad (1.88)$$

kelib chiqadi.

(1.88) tenglamalar erkin moddiy nuqta harakatining Dekart koordinata o'qlaridagi differensial tenglamalarini ifodalaydi.

Dinamikaning masalalarini ikki guruhga bo'lish mumkin:

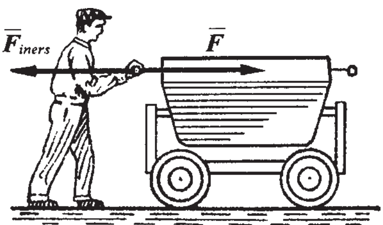
✓ **dinamikaning birinchi masalasida moddiy nuqta yoki jismning harakatiga ko'ra, ularga ta'sir etuvchi kuchlar aniqlanadi;**

✓ **dinamikaning ikkinchi (birinchiga teskari) masalasida moddiy nuqta yoki jismga ta'sir etuvchi kuchlarga ko'ra, ularning harakati aniqlanadi.**

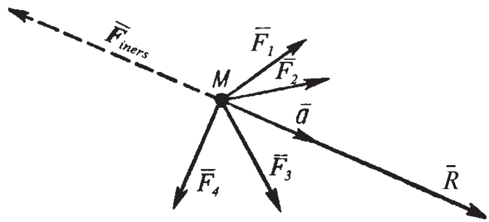
Dinamika masalalarini yechishda statikaning (masalan, kuchlarning muvozanati, kuchlarni qo'shish, ularni sodda holga keltirish va shu kabi) hamda kinematikaning qoida va uslublaridan keng foydalaniladi.

1.30-§. Inersiya kuchi tushunchasi. Kinetostatika usuli

Aytaylik, ishchi aravachaga $\vec{w}$ tezlanish berib, uni rels ustida $\vec{F} = m \cdot \vec{w}$ kuch bilan itarib bormoqda (1.58-shakl).



1.58-sh a k l



1.59-sh a k l

Dinamikaning uchunchi qonuniga muvofiq, ishchi aravacha tomondan miqdori $\vec{F}$ kuchga teng, lekin unga qarama-qarshi yo'nalgan

$$F^{iner} = -F = -m \cdot w \tag{1.86}$$

aks ta'sir (reaksiya)ga duch keladi. Bu aks ta'sir yoki aravachaning ishchiga ko'rsatgan reaksiyasi inersiya kuchi deb atalib, ishchining qo'liga ta'sir ko'rsatadi.

Bu misolni tahlil qilib, harakat yo'nalishiga teskari yo'nalgan inersiya kuchi mavjudligiga ishonch hosil qildik.

Endi fransuz olimi D'alamber taklif etgan kinetostatika usulini ko'rib chiqamiz.

Faraz qilaylik, M moddiy nuqtaga $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$, $\vec{F}_4$, ..., $\vec{F}_n$ kuchlar ta'sir etayotgan bo'lsin (1.59-shakl).

Bu kuchlar faol va reaksiya kuchlaridan iborat bo'lishi, tabiiy; ularning teng ta'sir etuvchisi $\vec{F} = \vec{F_1}, +\vec{F_2} + \vec{F_3} + \vec{F_4}, \ ...\vec{F_n}$ ga teng.

Kuchlar ta'sirining bir-biriga xalal bermaslik tamoyiliga asosan bu kuchlar ta'siridan moddiy nuqta $\vec{w}$ tezlanish oladi:

$$m \cdot \vec{w} = \vec{R}$$

Oxirgi ifodani quyidagicha yozib olamiz:

$$-m \cdot \vec{w} + \vec{R} = 0$$

Inersiya kuchining ta'rifiga ko'ra

$$-m \cdot \vec{w} + \vec{R}^{iner} \qquad \text{(b)}$$

bo'ladi. U holda

$$\vec{F}^{iner} + \vec{R} = 0 \qquad \text{(d)}$$

yoki

$$\boxed{\vec{F}^{iner} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 + \ldots + \vec{F}_n = 0} \qquad (1.89)$$

Oxirgi formulaga tayanib, D'lamber tamoyilining mohiyatini ta'riflaymiz: **moddiy nuqta harakatining istalgan paytida unga qo'yilgan faol kuchlar, reaksiya kuchlari va inersiya kuchi o'zaro muvozanatda bo'ladi.**

Shunday qilib, bu tamoyil dinamika masalalarini rasmiy ravishda statika masalalariga keltirishga imkon beradi. Odatda, bu usul **kinetostatika** usuli deyiladi.

Endi egri chiziqli trayektoriya bilan harakatlanayotgan M moddiy nuqtaga ta'sir ko'rsatuvchi inyersiya kuchlarini aniqlaymiz (1.66-shakl).

Avvalo, moddiy nuqtaga qo'yilgan $\vec{F}$ kuchni urinma ($\vec{F}_t = m\vec{w}_t$) va normal ($\vec{F}_t = m\vec{w}_t$) tashkil etuvchilarga ajratamiz. Xuddi shunday $\vec{w}$ tezlanish ham urinma ($\vec{w}_t$) va normal ($\vec{w}_n$) tezlanishlarga ajratiladi.

Demak,

$$\vec{F} = \vec{F}_t + \vec{F}_n$$

$$\vec{w} = \vec{w}_t + \vec{w}_n \qquad \text{(d)}$$

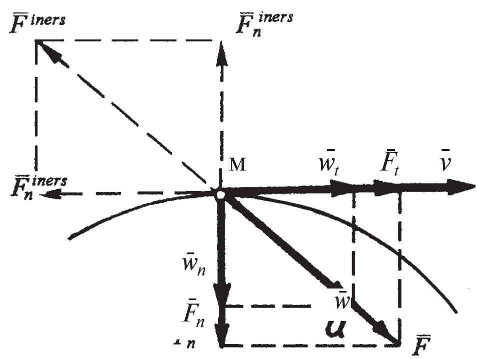
Inersiya kuchi harakat yo'nalishiga teskari bo'ladi:

$$\vec{F}_t^{iner} = -m\vec{w}_t^{iner} \qquad \text{(e)}$$

$$\vec{F}_n^{iner} = -m\vec{w}_t^{iner} \qquad \text{(k)}$$

yoki

$$\vec{F}^{iner} = \vec{F}_t^{iner} + \vec{F}_n^{iner} \qquad (1.90)$$



1.60-shakl

Inersiya kuchining moduli quyidagiga teng:

$$\vec{F}^{iner} = \sqrt{\left(F_t^{iner}\right)^2 + \left(F_n^{iner}\right)^2} = \frac{G}{g}\sqrt{w_t^2 + w_n^2} \qquad (1.91)$$

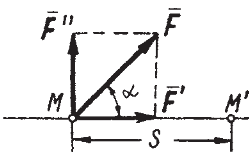
Bu yerda $m = \dfrac{G}{g}$ — moddiy nuqtaning massasi.

1.31-§. O'zgarmas kuchning to'g'ri chiziqli yo'ldagi ishi

Ixtiyoriy kuch ta'siridan jism joyidan qo'zg'alsa yoki ko'chsa, bu kuch qandaydir ish bajardi, degan iboraga kundalik hayotimizda ko'p duch kelamiz.

Kuch moduli va shu kuch ta'sirida moddiy nuqtaning bosib o'tgan yo'li qanchalik katta bo'lsa, bajarilgan ish ham shunchalik katta bo'lishi tabiiy.

Aytaylik, miqdori va yo'nalishi o'zgarmas kuch M moddiy nuqtaga α burchak ostida ta'sir etganda, u to'g'ri chiziq bo'ylab M^1 holatga ko'chib, $MM' = S$ yo'lni bosib o'tsin (1.61-shakl).



1.61-shakl

$\vec{F}$ kuchni quyidagi ikkita tashkil etuvchiga ajratamiz:

$$F' = Fcos\alpha \qquad (a)$$

$$F'' = Fsin2 \qquad (b)$$

Moddiy nuqtaning harakat yo'nalishiga perpendikular yo'nalgan kuch hech vaqt ish bajarmaydi.

Faqat birinchi tashkil etuvchi F' ish bajaradi; bu ish quyidagi formuladan aniqlanadi:

$$W_e = F' \cdot s$$

yoki

$$\boxed{W_e = F\,cos\alpha} \qquad (1.92)$$

Bu yerda α — kuch va ko'chish yo'nalishlari orasidagi burchak.

Ta'rif: **miqdori va yo'nalishi o'zgarmas kuch qo'yilgan moddiy nuqta to'g'ri chiziqli harakat qilganda bajarilgan W_e ish F kuchning moduli, S yo'l (yoki ko'chish)-ning uzunligi va kuch bilan moddiy nuqtaning harakat yo'nalishi orasidagi burchak kosinusi ko'paytmasiga tengdir.**

Xalqaro birliklar sistemasi (SI)da ish Joul (J) bilan o'lchanadi.

Bir Joul deb, bir Nyuton kuchning bir metr masofada bajargan ishiga aytiladi:

$$1J = 1N \cdot 1m$$

1.32-§. Quvvat. Foydali ish koeffitsienti

Amalda biror kuchning ta'sir etish samaradorligini baholashda faqat u bajargan ishni emas, balki shu ishni bajarishga sarflangan vaqtni ham bilish muhim ahamiyatga ega; shu maqsadda dinamikada quvvat tushunchasi kiritilgan.

Ta'rif: **birlik vaqt davomida bajarilgan ish quvvat deyiladi.**

Quvvatning o‘rtacha qiymati quyidagicha aniqlanadi:

$$N_{o‘rt} = \frac{\Delta We}{\Delta t} = \frac{F\Delta Scos\alpha}{\Delta t} \tag{1.93}$$

Quvvatning haqiqiy qiymatini aniqlash uchun limitga o‘tamiz:

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta W_e}{\Delta t} \tag{a}$$

Agar kuchning bajargan ishi $W=W(t)$ funksiya ko‘rinishida ifodalansa, u holda quvvat bajarilgan ishdan vaqt bo‘yicha olingan birinchi tartibli hosilaga teng bo‘ladi:

$$N = \frac{dW_e}{dt} \tag{b}$$

Aytaylik, kuchning bajargan ishi

$$W_e = F \cdot \Delta Scos\alpha \tag{d}$$

ko‘rinishda berilgan bo‘lsin. U holda

$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F\Delta \cos\alpha}{\Delta t} = F\cos\alpha \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} \tag{e}$$

Kuch qo‘yilgan moddiy nuqtaning ko‘chishidan vaqt bo‘yicha olingan hosila uning tezligiga teng:

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{dS}{dt} = \upsilon$$

Natijada, quvvat quyidagiga teng bo‘ladi:

$$\boxed{N = F \cdot \upsilon \cdot \cos\alpha} \tag{1.94}$$

Xalqaro birliklar sistemasi (SI)da quvvatning o‘lchov birligi sifatida vatt (Vt) qabul qilingan:

$$1Vt = 1\frac{J}{sek}$$

yoki

$$1Vt = 1N \cdot \frac{m}{sek}$$

Ko‘pincha texnik amaliyotda quvvatning o‘lchov birligi sifatida ot kuchi (qisqacha o.k.)dan foydalaniladi:

1 o.k. = 75 kg m/sek

Har qanday mashinaning ish jarayonida sarflagan quvvatining bir qismi foydali ishni bajarishga, ma'lum qismi esa zararli qarshiliklarni yengishga sarf bo'ladi.

Masalan, tokarlik dastgohi iste'mol qiladigan quvvat metallarga ishlov berish (bu foydali ish) bilan bir qatorda harakatlantiruvchi qismlardagi ishqalanishni, havoning qarshiligini yengishga sarflanadi.

Ta'rif: **mashinaning ma'lum vaqt oralig'idagi foydali quvvatini iste'mol qilingan quvvatga nisbati yoki foydali ishning shu vaqt oralig'idagi sarflangan to'liq ishga nisbati foydali ish koeffitsienti deyiladi.**

Foydali ish koeffitsienti (qisqacha f.i.k.) o'lchamsiz miqdor bo'lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$\eta = \frac{N_f}{N} \tag{1.95}$$

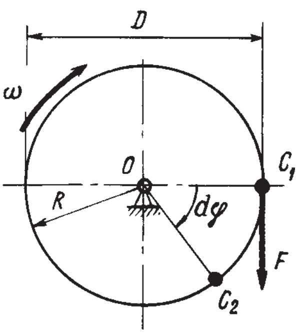
Formuladan ko'rinib turibdiki, mashinaning f.i.k. qanchalik katta bo'lsa, iste'mol qilinadigan quvvatning shunchalik ko'p qismi foydali ishga sarflanib, isrofgarchilik kamayadi.

Zararli qarshiliklarni amalda butunlay yo'qotishning iloji yo'q, shu bois f.i.k. doimo birdan kichik bo'ladi.

1.33-§. Aylanma harakatda ish va quvvat

Qo'zg'almas o'qqa o'rnatilgan mutlaq qattiq jismning ixtiyoriy C_1 nuqtasiga $\vec{F}$ kuch qo'yilgan bo'lsin (1.62-shakl).

Bu kuch ta'sirida $T_e = F \cdot \frac{D}{2}$ moment hosil bo'lib, jism chizma tekisligiga perpendikular bo'lgan o'q atrofida aylanma harakat qiladi. Odatda, T_e ga aylantiruvchi moment deyiladi. Jism $d\varphi$ burchakka burilganda C_1 nuqta aylana yoyi bo'yicha $s = C_1C_2 = Rd\varphi$ masofa bosib, C_2 vaziyatni egallaydi. Bu holda $\vec{F}$ kuchning bajargan elementlar ishi quyidagicha aniqlanadi:



1.62-shakl

$$dW_e = F \cdot s = F \cdot Rd\varphi = F \cdot \frac{D}{2} d\varphi$$

Jism chekli φ burchakka burilganda F kuchning bajargan ishi quyidagi integral yordamida aniqlanadi:

$$W_e = \int_0^{\varphi} F \cdot \frac{D}{2} d\varphi$$

Agar $F\dfrac{D}{2} = const$ ekanigini e'tiborga olsak, u holda $W_e = T_e\int\limits_0^{\varphi} d\varphi = T_e\varphi$, ya'ni $W_e = T_e\varphi$ ifoda hosil bo'ladi.

Ta'rif: **qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning bajargan ishi aylantiruvchi momentni aylanish burchagiga ko'paytmasiga teng.**

Quvvatni aniqlashga o'tamiz:

$$N = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta W_e}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0}\frac{T_e\Delta\varphi}{\Delta t} = T_e\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$$

Kinematikadan

$$\lim_{\Delta t \to 0}\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega$$

ekanligi ma'lum.

Natijada, $\boxed{N = T_e\omega}$ munosabat hosil bo'ladi.

Ta'rif: **qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jismga qo'yilgan kuchning quvvati aylantiruvchi momentni burchak tezlikka ko'paytmasiga teng.**

Quvvatni minutiga aylanishlar soni orqali ifodalaymiz:

$$\boxed{N = T_e \cdot \frac{\pi n}{30}} \tag{1.96}$$

Bundan

$$T_e = 9{,}55 \cdot \frac{N}{n} \tag{1.97}$$

kelib chiqadi.

1.34-§. Moddiy nuqtaning harakat miqdori o'zgarishi haqidagi teorema

Moddiy nuqtaning **harakat miqdori** deb nuqtaning m massasini uning υ tezlik vektoriga ko'paytmasiga teng bo'lgan

$$\boxed{\vec{\kappa} = m\vec{\upsilon}} \tag{1.98}$$

vektorga aytiladi.

Massa musbat va skalyar kattalik bo'lganligi uchun harakat miqdori vektori $\vec{\kappa}$ ning yo'nalishi doimo tezlik yo'nalishi bilan bir xil bo'ladi.

Xalqaro birliklar sistemasi (SI)da harakat miqdori $kg \cdot \dfrac{m}{sek}$ bilan o'lchanadi.

Harakat miqdori tushunchasi kuch impulsi* tushunchasi bilan chambarchas bog‘liq.

Moddiy nuqtaning harakat miqdorini koordinata o‘qlariga proyeksiyalash mumkin.

Ta’rif: **moduli va yo‘nalishi o‘zgarmas bo‘lgan kuchning muayyan vaqt oralig‘idagi kuch impulsi deb, $\vec{F}$ kuch vektorini shu vaqt oralig‘iga ko‘paytmasiga teng bo‘lgan vektorga aytiladi:**

$$\vec{S} = \vec{F} \cdot t \tag{1.98}$$

Bu yerda $t = t_2 - t_1$ ga teng (t_1 va t_2 — tegishlicha vaqtning boshlang‘ich va oxirgi paytlari).

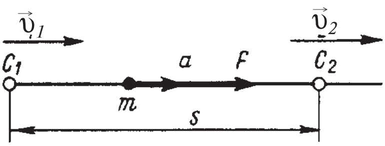
Vaqt skalyar kattalik bo‘lganligi uchun kuch impulsi vektori $\vec{S}$ ning yo‘nalishi $\vec{F}$ kuchning yo‘nalishiga mos keladi.

Kuch impulpsi ham harakat miqdori singari xalqaro birliklar sistemasi (SI)da N·sek bilan o‘lchanadi.

Endi o‘zgarmas kuch ta’sirida to‘g‘ri chiziqli harakatlanayotgan A moddiy nuqtaning harakat miqdori o‘zgarishini ko‘rib chiqamiz (1.69-shakl).

Kinematikadan ma’lumki, moddiy nuqtaning tezlanishini

$$w = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t} \tag{a}$$



1.63- shakl

ko‘rinishda ifodalash mumkin. Bundan

$$w \cdot t = \upsilon_2 - \upsilon_1 \tag{b}$$

Dinamikaning ikkinchi qonunini

$$F = m \cdot w \tag{d}$$

skalyar ko‘rinishda yozib, uning ikkala tomonini t ga ko‘paytiramiz:

$$F \cdot t = m \cdot w \cdot t \tag{e}$$

Yuqoridagilarni e’tiborga olsak, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = \kappa \tag{1.99}$$

Bu ifoda moddiy nuqta harakat miqdorining o‘zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi.

Demak, moddiy nuqta harakat miqdorining biror chekli vaqt oralig‘ida o‘zgarishi shu vaqt ichida unga ta’sir etuvchi kuchning impulsiga teng.

---

* Impuls lotincha so‘z bo‘lib, «turtki» degan ma’noni anglatadi.

1.35-§. Potensial va kinetik energiya

Mexanikada jismning energiyasi deganda uning muayyan sharoitlarda qandaydir ishni bajara olish qobiliyatini tavsiflovchi fizik kattalik tushuniladi.

Mexanik energiya potensial va kinetik energiyalarga ajraladi.

Jism yoki jismlarni tashkil etgan qismlarning o'zaro joylashuvigagina bog'liq bo'lgan energiya potensial yoki holat energiyasi deyiladi.

Jismning potensial energiyasi u bir vaziyatdan boshqa vaziyatga siljiganda yoki ko'chganda bajara oladigan ishi bilan o'lchanadi. Masalan, Yerdan h balandlikdagi G og'irlikka ega bo'lgan jismning potensial energiyasi Gh ko'paytmaga teng, chunki u Yerga tushishida xuddi shunday ishni bajaradi.

Potensial energiya tushunchasi nisbiy tushuncha bo'lib, faqat jismlarning vaziyatlarini o'zaro taqqoslagandagina ma'noga ega bo'ladi. Masalan, chuqurligi h_0 bo'lgan quduq chetida yotgan G_0 og'irlikdagi biror jismning yer sirtiga nisbatan potensial energiyasi nolga teng. Lekin shu vaqtda xuddi shu jism quduq tubiga nisbatan G_0h_0 potensial energiyaga ega.

Shuni alohida ta'kidlash muhimki, deformatsiyalanuvchi* barcha haqiqiy jismlarning potensial energiyasi mavjuddir. Masalan, jism tashqi kuch ta'sirida elastik deformatsiyalanganda uni tashkil etgan zarrachalarning joylashuv holati o'zgaradi, ya'ni deformatsiyaning potensial energiyasi paydo bo'ladi. Kuchning ta'siri to'xtatilgach, to'plangan potensial energiya hisobiga jism o'zining dastlabki holatiga to'liq qaytadi.

Jismning mexanik harakatdagi energiyasiga kinetik energiya yoki harakat energiyasi deyiladi.

Mexanikada moddiy nuqta harakatining dinamik xususiyatlaridan biri sifatida uning kinetik energiyasi olinadi.

Kinetik energiyani aniqlash uchun moddiy nuqta massasini uning tezligi kvadratining yarmiga ko'paytirish lozim:

$$E_\kappa = \frac{m\upsilon^2}{2} \tag{1.101}$$

Birliklarning texnik sistemasida kinetik energiya ham xuddi shu ish kabi kilogrammetrda (kgm), SI sistemasida esa Joulda (J) o'lchanadi.

To'liq energiya potensial va kinetik energiyalar yig'indisiga teng:

$$W_T = E_P + E_\kappa \tag{1.101a}$$

yoki

$$W_T = Fh + \frac{m\upsilon^2}{2} \tag{1.101b}$$

---

* Deformatsiya deganda tashqi kuch ta'sirida jismning shakli va hajmining o'zgarishi tushuniladi. Bu haqda kengroq ma'lumotlar 2.2-§ da berilgan.

Quyidagi ifoda mexanik energiyaning saqlanish qonunini ifodalaydi:

$$\boxed{E_P + E_к = const} \tag{1.102}$$

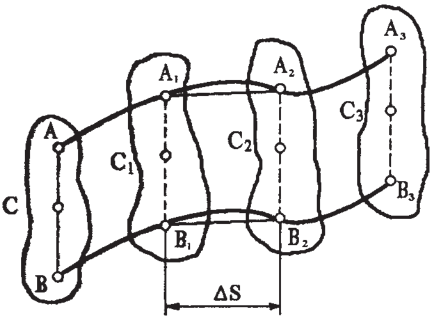
Energiyaning saqlanish qonuni energiyaning hamma vaqt o‘zgarmay qolishini tasdiqlaydi. Boshqacha aytganda, Quyosh va Yer sistemasida potensial va kinetik energiyalarning yig‘indisi doimo o‘zgarmasdir.

1.36-§. Qattiq jismning kinetik energiyasi

Har qanday jismni alohida olingan moddiy nuqtalarning yig‘indisidan iborat, deb qarash mumkin. Shu sababli jismning kinetik energiyasi uni tashkil etgan *n* ta moddiy nuqtalarning kinetik energiyalari yig‘indisiga teng:

$$E_к = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \upsilon_i^2}{2} \tag{1.103}$$

Qattiq jismning kinetik energiyasini uning quyidagi harakatlarida hisoblashni ko‘rib chiqamiz.



1.64- sh a k l

1. Ilgarilanma harakat (1.64-shakl).

Qattiq jism ilgarilanma harakat qilganda uning barcha nuqtalari har onda bir xil tezlikka ega bo‘ladi:

$$\upsilon_i = \upsilon_A = \upsilon_B = \ldots \upsilon_C \tag{1.104}$$

Bu yerda υ_c— massa markazining tezligi.

Shuning uchun ilgarilanma harakatdagi jismning kinetik energiyasi massasi butun jism massasiga teng bo‘lgan massalar markazining kinetik energiyasiga teng:

$$E_к = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_i \upsilon_i^2}{2} = \frac{\upsilon_C^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} m_i;$$

yoki

$$\boxed{E_к = \frac{M\upsilon_C^2}{2}} \tag{1.105}$$

Bu yerda M –jismning massasi.

2. *Qo‘zg‘almas o‘q atrofidagi aylanma harakat.*

Qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanayotgan jism istalgan M_K nuqtasi tezligi $\upsilon_K = \omega h_K$ ga teng (1.65-shakl).

Bunda ω — jismning burchak tezligi;

h_K — M_K nuqtadan aylanish o‘qigacha bo‘lgan masofa.

Bu holda, jismning kinetik energiyasi

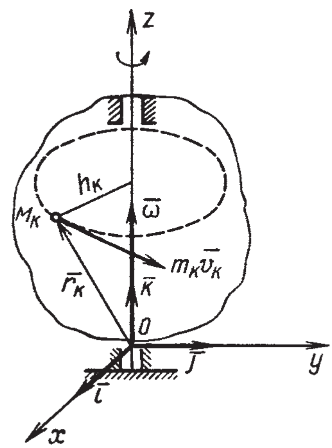
$$E_\kappa = \sum_{i=1}^{n} \frac{m_K \upsilon_K^2}{2} = \sum_{I=1}^{N} \frac{m_K \omega^2 h_K^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} m_K h_\kappa^2$$

yoki

$$\boxed{E_\kappa = I_z \frac{\omega^2}{2}} \qquad (1.106)$$

bo‘ladi.

Bunda $I_z = \sum_{i=1}^{n} m_\kappa h_\kappa^2$ jismning aylanish o‘qiga nisbatan inersiya momenti.



1.65- sh a k l

Binobarin, qo‘zg‘almas o‘q atrofida aylanayotgan jismning kinetik energiyasi jismning aylanish o‘qiga nisbatan inersiya momenti bilan uning burchak tezligi kvadrati ko‘paytmasining yarmiga teng.

3. *Tekis parallel harakat.*

Tekis parallel harakatni massalar markazi bilan birgalikdagi ilgarilanma harakat va uning atrofidagi aylanma harakatdan iborat ekanligini 1.27-§ da ko‘rgan edik. Shu sababli

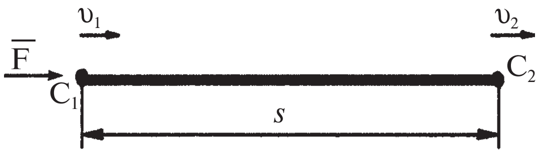
$$\boxed{E_\kappa = \frac{M\upsilon_C^2}{2} + I_{ZC} \frac{\omega^2}{2}} \qquad (1.107)$$

Bu yerda I_{ZC} — massalar markazi orqali harakat tekisligiga perpendikular ravishda o‘tuvchi o‘qqa nisbatan jismning inersiya momenti.

Tekis parallel harakatdagi jismning kinetik energiyasi massalar markazi bilan birgalikdagi jismning ilgarilanma harakat kinetik energiyasi va massalar markazi orqali harakat tekisligiga perpendikular ravishda o‘tuvchi o‘q atrofidagi aylanma harakat kinetik energiyalarining yig‘indisiga teng.

1.37-§. Moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teorema

O'zgarmas kuch ta'sirida A moddiy nuqta to'g'ri chiziq bo'ylab C_1 holatdan C_2 holatga ko'chsin (1.66-shakl).



1.66-shakl

Moddiy nuqtaning o'rtacha tezligini

$$\upsilon_{o'rt} = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2}$$

yoki

$$\upsilon_{o'rt} = \frac{s}{t} \tag{a}$$

formuladan aniqlash mumkin.

Bulardan

$$s = \frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{2} \cdot t \tag{b}$$

ekanligi kelib chiqadi.

F kuchning *s* ko'chishda bajargan ishini topamiz:

$$W_e = Fs = mw \cdot \frac{(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2} \cdot t \tag{d}$$

Bu yerda $w = \frac{\upsilon_2 - \upsilon_1}{t}$ ekanligi ma'lum.

Natijada,

$$W_e = m\frac{(\upsilon_2 - \upsilon_1)}{t} \cdot \frac{(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{2} \cdot t = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}$$

yoki

$$\boxed{\frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2} = W_e} \tag{1.108}$$

munosabat hosil bo'ladi.

(1.108) tenglama chekli ko'chishda moddiy nuqta kinetik energiyasining o'zgarishi haqidagi teoremani ifodalaydi: **moddiy nuqtaning biror chekli ko'chishda kinetik energiyasining o'zgarishi unga ta'sir etuvchi kuchning mazkur ko'chishda bajargan ishiga teng.**

Agar moddiy nuqtaga $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \ldots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sir ko'rsatsa, u holda (1.108) tenglamaning o'ng tomoniga shu kuchlarning teng ta'sir etuvchisi R ning bajargan ishi qo'yiladi. Odatda, bu ish barcha tashkil etuvchi kuchlar ishining algebraik yig'indisiga teng:

$$W_R = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{F_4} + \ldots + W_{Fn} \tag{1.109}$$

1.38-§. Qattiq jismning aylanma harakati uchun dinamikaning asosiy tenglamasi

Qattiq jism $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4, \ldots, \vec{F}_n$ kuchlar ta'sirida qo'zg'almas z o'qi atrofida ε burchak tezlanish bilan harakatlanayotgan bo'lsin (1.67-shakl).

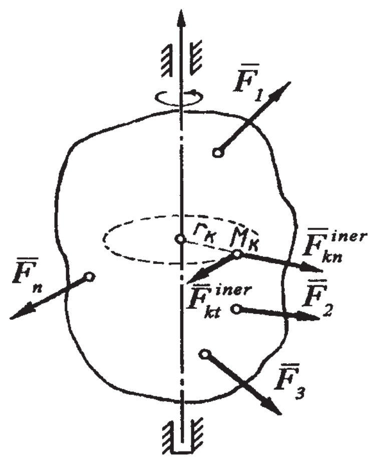
Kinetostatika usuli yordamida jismning burchak tezlanishini aniqlashga o'tamiz.

z o'qi atrofida aylanuvchi jismning muvozanat sharti quyidagicha: jismga qo'yilgan barcha faol kuchlardan va jismni tashkil etgan zarrachalarning inersiya kuchlaridan z o'qqa nisbatan olingan momentlarining yig'indisi nolga teng bo'lishi shart.

$$\sum_{i=1}^{n} M_{iz} = 0 \qquad (1.110)\ \text{a}$$

yoki

$$\sum_{i=1}^{n} M_z(F_i) - \sum_{i=1}^{n} M_z\left(F_i^{in}\right) = 0 \qquad (1.110)\ \text{b}$$



1.67-sh a k l

Bu yerda $\sum_{i=1}^{n} M_z(F_i)$ — faol kuchlardan z o'qqa nisbatan olingan momentlarining algebraik yig'indisi.

Soddaroq bo'lishi uchun faol kuchlardan z o'qqa nisbatan olingan momentlarning algebraik yig'indisini aylantiruvchi moment deb ataymiz va uni $T_{ayl} = \sum_{i=1}^{n} M_z(F_i)$ deb belgilaymiz.

$\sum_{i=1}^{n} M_z\left(F_i^{in}\right)$ — inersiya kuchlardan z o'qqa nisbatan olingan momentlarining algebraik yig'indisi.

Chizmadan ko'rinib turibdiki, m_i moddiy nuqtaga normal va urinma kuchlanishlar bo'ylab inersiya kuchining tashkil etuvchilari ta'sir etmoqda.

Inersiya kuchining normal tashkil etuvchisining ta'sir chizig'i z o'qni kesib o'tganligi sababli mazkur o'qqa nisbatan moment bermaydi.

Inersiya kuchining urinma tashkil etuvchisi z o'qqa nisbatan moment beradi.

Dastlab, inersiya kuchining urinma tashkil etuvchisini aniqlaymiz:

$$F_{ti}^{in} = m_1 \cdot w_t = m_i r_i \varepsilon \tag{d}$$

U holda,

$$T_{ayl} - \sum_{i=1}^{n} F_{ti}^{in} \cdot r_i = 0$$

yoki

$$T_{ayl} - \varepsilon \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2 = 0 \tag{e}$$

Jismning z o'qqa nisbatan inersiya momenti $I_z = \sum_{i=1}^{n} m_i \cdot r_i^2$ ekanligini e'tiborga olib, quyidagi muhim tenglamani hosil qilamiz:

$$\boxed{I_z \cdot \varepsilon = T_{ayl}} \tag{1.111}$$

Bu yerda ε — burchak tezlanish.

Bu tenglama qo'zg'almas o'q atrofida aylanuvchi qattiq jism uchun dinamikaning asosiy tenglamasi deyiladi va quyidagicha ta'riflanadi: jismning o'qqa nisbatan inersiya momentini burchak tezlanishga ko'paytmasi aylantiruvchi momentga tengdir.

Jismlarning aylanma harakati uchun dinamikaning asosiy tenglamasi

$$I_z \cdot \varepsilon = T_{ayl} \tag{1.112}$$

ning ko'rinishi ilgarilanma harakat uchun Nyutonning ikkinchi qonuni

$$\boxed{m \cdot \vec{w} = \vec{F}} \tag{1.113}$$

ni eslatadi. Go'yoki jismning massasi o'rnida o'qqa nisbatan inersiya momenti, chiziqli tezlanishi o'rnida burchak tezlanish, kuch o'rnida esa aylantiruvchi moment turibdi.

Oxirgi ikkita muhim tenglamalarni solishtirib, quyidagi xulosaga kelish mumkin:

✓ jismning massasi ilgarilanma harakatda, o'qqa nisbatan inersiya momenti esa aylanma harakatda inersiya o'lchovi bo'ladi;

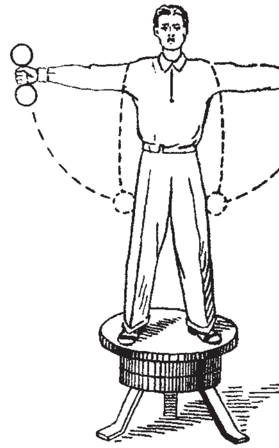
✓ jismning massasi o'zgarmas kattalikdir, ammo o'qqa nisbatan inersiya momenti jismning vaziyatiga qarab o'zgaradi (bu fikrni 1.68-shaklda tasvirlangan

N. E. Jukovskiy «stolchasi»dagi odamning ikki xil vaziyatdagi harakati ham tasdiqlaydi: vertikal o‘qqa osongina aylanuvchan stoldagi odim qo‘llarini (qadoq toshlar bilan birgalikda) yon tomonga ko‘targan paytda hosil bo‘ladigan inersiya momenti qo‘llarni pastga tushirgan holatdagisiga nisbatan «keskin» farq qiladi.

Shunday qilib, aylanma harakatdagi jismning burchak tezlanishi

$$\varepsilon = \frac{T_{ayl}}{I_z} \qquad (1.114)$$

formuladan topiladi.



1.68-shakl

VII bobga oid masalalar

1.16-masala (dinamikaning birinchi masalasiga oid). Massasi 0,8 kg bo‘lgan jismning harakati

$$x = 5t + 3, \quad y = 6 + t - 3t^2$$

tenglamalar bilan ifodalanadi; bu yerda t sekund, x va y lar metrlar hisobida berilgan.

Jismga ta’sir etuvchi kuch aniqlansin.

Yechish.

Jismning kinematik harakat tenglamalari Dekart koordinata o‘qlarida berilganligi uchun tezlanishning o‘qlardagi proyeksiyalari quyidagicha aniqlanadi:

$$\ddot{x} = 0, \qquad \ddot{y} = -6 \ m/sek^2$$

Endi jismga ta’sir etuvchi kuchning koordinata o‘qlaridagi proeksiyalarini topamiz:

$$F_x = m\ddot{x} = 0, \qquad F_y = m\ddot{y} = 0,8(-6) = -4,8N$$

U holda,

$$F = F_y = -4,8N$$

1.17-masala (dinamikaning birinchi masalasiga oid). Massasi 0,5 kg bo‘lgan jism

$$x = 5 \cdot cos3\pi t, \qquad y = 2sin4\pi t$$

qonuniyatga muvofiq harakatlanmoqda; bu yerda t sekund, x va y lar metrlar hisobida berilgan. Jismga ta’sir etuvchi kuchning proyeksiyalari qanday ifodalanadi?

Yechish.

Harakat tenglamalaridan vaqt bo‘yicha ikki marta hosila olib, tezlanishlarning o‘qlardagi proyeksiyalarini topamiz:

$$\ddot{x} = -45\pi^2 cos3\pi t, \qquad \ddot{y} = -32\pi^2 sin4\pi t,$$

F kuchning koordinata o‘qlaridagi proyeksiyalari quyidagicha:

$$F_x = m\ddot{x} = -22,5\pi^2 cos3\pi t \qquad \frac{kg\cdot sm}{sek^2}\cdot N;$$

$$F_y = m\ddot{y} = -16\pi^2 sin4\pi t \qquad \frac{kg\cdot sm}{sek^2}\cdot N$$

Harakat tenglamalarini e’tiborga olib, oxirgi ifodani quyidagicha o‘zgartiramiz:

$$F_x = -22,5\pi^2 \frac{1}{5} x = -44,37x$$

$$F_y = -16\pi^2 \frac{1}{2}\cdot y = -78,88y$$

1.18-masala (dinamikaning ikkinchi masalasiga oid). Silliq gorizontal tekislikda yotgan massasi 5 kg bo‘lgan jismga F=20kN kuch gorizontal yo‘nalishda ta’sir etmoqda. Ushbu kuch ta’sir etgunga qadar jism tinch holatda bo‘lgan.

Jism t=15 sek vaqt o‘tgach qanday tezlik bilan harakatlanadi?

Yechish.

Jismning gorizontal o‘q bo‘ylab harakat tenglamasi

$$mw_x = \sum X_i$$

yoki

$$mw_x = F_x$$

ko‘rinishga ega.

Masalaning shartiga binoan, jism tekis tezlanuvchan harakat qilmoqda, shu bois $w = w_x = const$ bo‘ladi.

Oxirgi ifodadan

$$w = \frac{F}{m} = \frac{20}{5} = 4\ m/sek$$

Tekis tezlanuvchan harakatda jismning tezligi quyidagicha aniqlanadi:

$$\upsilon = \upsilon_0 + wt$$

Tekshirilayotgan hol uchun $\upsilon_0 = 0$ ga teng.

Shunday qilib, izlanayotgan tezlik

$$\upsilon = wt = 4 \cdot 15 = 60\ m/sek$$

Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Dinamikada mexanik harakat qanday holda o‘rganiladi?
2. Dinamikadagi ikki masalaning mohiyati nimadan iborat?
3. Dinamika qonunlaridan birini ta’riflang va uning ma’nosini tushuntiring.
4. Inersiya kuchi qanday paydo bo‘ladi?
5. D’alamber prinsipining mohiyati nimada?
6. Ish va quvvat formulalarini yozing. Ularning o‘lchamligi qanaqa?
7. Foydali ish koeffitsienti qanday aniqlanadi? Uning mazmunini yoriting.
8. Potensial va kinetik energiyalar qanday formulalardan topiladi?
9. Aylanma harakat uchun dinamikaning asosiy tenglamasi qanday ko‘rinishga ega?