

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS TA'LIM
VAZIRLIGI**

S.F. AMIROV, M.S. YoQUBOV, N.G'. JABBOROV

ELEKTROTEXNIKANING NAZARIY ASOSLARI

(Ikkinchi kitob)

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi
huzuridagi Ilmiy–uslubiy birlashmalar faoliyatini muvofiqlashtiruvchi
Kengash 5520200, 5521300, 5521400, 5521500, 5521600, 5521700,
5521800, 5522000, 5522800, 5630200 bakalavr ta'lim yo'nalishlari
talabalari uchun o'quv qo'llanma sifatida tavsiya etgan*

TOSHKENT–2007

O'quv qo'llanmaning ushbu ikkinchi kitobida uch fazali zanjirlar, nosinusoidal tok chiziqli elektr zanjirlari va chiziqli elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash usullari haqida tegishli bakalavriat yo'nalishlarida ta'lim olayotgan talabalar uchun yetarli ma'lumotlar keltirilgan bo'lib, unda har bir bobga tegishli masalalar, mustaqil tayyorlanishga doir referat mavzulari va o'z-o'zini sinash savollari bilan to'ldirilgan.

O'quv qo'llanma energetika, elektrotexnika, avtomatika, radiotexnika va elektr aloqa sohalariga oid ta'lim yo'nalishlari talabalari uchun mo'ljallangan bo'lib, undan ishlab chiqarish sohalarining mutaxassislari, muhandislar, magistrantlar va ilmiy-texnik xodimlar ham foydalanishlari mumkin.

Taqrizchilar: Toshkent davlat texnika universiteti "Elektrotexnikaning nazariy asoslari" kafedrasida (kaf. mudiri, t.f.d., prof. Y.R. Rashidov, t.f.n., dots. Q.O. Obidov), Toshkent davlat aviatsiya instituti "Uchish apparatlari va aeroportlarning elektr jihozlari" kafedrasida mudiri, t.f.d., prof. M.I. Ibodullayev, Toshkent temir yo'l muhandislar instituti "Elektr aloqa va radio" kafedrasida mudiri, t.f.d., prof. A.A. Xoliqov

So'z boshi

"Elektrotexnikaning nazariy asoslari" fani elektrotexnika, elektroenergetika, radioelektronika, elektr aloqa va avtomatika sohalariga oid ta'lim yo'nalishlari va magistratura mutaxassisliklari talabalari uchun umummuhandislik fanlardan hisoblanadi. "Elektrotexnikaning nazariy asoslari" fanining asosiy masalasi turli elektrotexnik qurilmalarda sodir bo'ladigan elektromagnit hodisalar va jarayonlarni sifat va miqdor tomonidan o'rganishdir.

Oliy ta'limning fan dasturi asosida yozilgan ushbu o'quv qo'llanmada talabalarda elektrotexnikaning nazariy asoslari bo'yicha zarur va yetarli bo'lgan tayanch tushunchalar, elektr va magnit zanjirlardagi fizik qonunlar va hodisalarning o'ziga xos xususiyatlari har tomonlama bayon etilgan.

Kitobdagi barcha materiallar hozirgi zamon elektro— energetikasi va elektrotexnikasiga asoslangan bo'lib, ularning texnik yechimlari xalq xo'jaligida tobora keng qo'llanilayotgan asboblardan, mashinalardan va uskunalarni avtomatlashtirish va ular asosida avtomatlashgan texnologik majmualar elektr, magnit va elektron zanjirlarining xossa va xususiyatlarini o'rganishga bag'ishlangan. Ayrim boblarga tegishli materiallarda ideallashtirilgan tasavvurdan real elektr va magnit zanjirlarga o'tilgan.

So'nggi yillarda elektrotexnikadagi tayanch tushunchalar va ta'riflarga, elektr sxemalardagi shartli grafik belgilashlarga, Davlat standartlari seriyasi chiqarildi, oliy o'quv yurtlari fan dasturlariga jiddiy o'zgartirishlar kiritildi. Oliy va o'rta maxsus o'quv yurtlarida elektrotexnik fanlarni o'qitish jarayoniga yangi pedagogik texnologiyalar joriy etilmoqda. Ushbu o'quv qo'llanmada bularning barchasini hisobga olishga harakat qilindi. Bu borada o'quv qo'llanma mazmuni elektrotexnika, energetika va avtomatika sohalariga oid ta'lim yo'nalishlarining O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligi tomonidan tasdiqlangan Davlat ta'lim standartlarida "Elektrotexnikaning nazariy asoslari" faniga qo'yilgan talablar moslashtirildi.

Qo'llanmada keltirilgan referativ mavzular va o'z—o'zini sinash savollari talabalarning mustaqil ta'lim olishi va fikrlash qobiliyatini o'stirishga xizmat qiladi. Keltirilgan masalalar nazariy ma'lumotlarni mustahkamlashga hamda ularga amaliy va mantiqiy yondashishga va texnik idrokning o'sishiga yordam beradi.

Hozirgi vaqtda inson faoliyati doirasiga kirgan har bir soha va yo'nalishda elektrotexnika va elektronika qurilmalari mavjud. Shu sababdan elektrotexnika asoslarini bilish, uni tushunish va amalda qo'llay bilish nafaqat elektrotexnik xodimlar, balki turli soha

mutaxassislari va xodimlari uchun ham ertangi kunning ravnaqini ta'minlashda katta ahamiyat kasb etadi.

Mualliflar o'quv qo'llanmaning dastlabki nusxasini o'qib chiqib, uning sifatini yaxshilash uchun o'z fikr—mulohazalarini bildirgan Toshkent davlat texnika universiteti "Elektrotexnikaning nazariy asoslari" kafedrasini mudiri, t.f.d., professor Y.R. Rashidovga, shu kafedra dotsenti Q.O. Obidovga, Toshkent davlat aviatsiya instituti "Uchish apparatlari va aeroportlarning elektr jihozlari" kafedrasini mudiri, t.f.d., prof. M.I. Ibodullayevga hamda Toshkent temir yo'l muhandislari instituti "Elektr aloqa va radio" kafedrasini mudiri, t.f.d., professor A.A. Xoliqovga, qo'l yozma materialni kompyuterda terishda yaqindan yordam bergan aspirant X.A. Sattarov va magistrant N.E. Balgayevlarga samimiy minnatdorchilik bildiradilar.

O'quv qo'llanma tasdiqlangan fan dasturi doirasida yozilganligi bois ko'p mavzular hajmi chegaralangan va elektrotexnikaning nazariy asoslari fanidan davlat tilida, lotin alifbosida yozilgan dastlabki asarlardan bo'lganligi sababli kamchiliklardan holi emas. Tegishli sohalarining mutaxassislari, talabalar va umuman o'quvchilar fikr—mulohazalari asosida qo'llanmaning keyingi nashrlari mukammalroq bo'ladi degan umiddamiz.

Ushbu kitob O'zbekistonda elektrotexnika va avtomatika sohalariga oid yo'nalishlar bo'yicha ilmiy maktablar yaratgan va ko'pgina olimlarni tarbiyalab voyaga yetkazgan hamda mualliflarni ushbu kitobni yozishga undagan texnika fanlari doktorlari, professorlar Zaripov Madiyor Faxritdinovich va Karimov Anvar Saidabdullayevichlarning yorqin xotiralariga bag'ishlanadi.

Mundarija

So'z boshi	3
Uchinchi bob. Uch fazali zanjirlar	8
3.1. Umumiy ma'lumotlar	8
3.1.1. Uch fazali tizimlar. Uch fazali sinxron generator	8
3.1.2. Uch fazali zanjirlarning ulanish sxemalari	10
3.2. Uch fazali zanjirlarning simmetrik shakli	12
3.2.1. Yuklama yulduz usulida ulangan zanjirda simmetrik rejim	13
3.2.2. Yuklama uchburchak usulda ulangan zanjirda simmetrik rejim	14
3.2.3. Simmetrik uch fazali sistemaning quvvatlari	15
3.2.4. Murakkab uch fazali simmetrik zanjirlarni hisoblash	16
3.3. Nosimmetrik uch fazali zanjirlar	18
3.3.1. Yulduz usulda ulangan neytral simli zanjir	18
3.3.2. Yulduz usulda ulangan neytral simsiz zanjir	20
3.3.3. Yuklama uchburchak ulangan zanjir	23
3.3.4. Nosimmetrik uch fazali zanjirning quvvati	24
3.4. Tarmoqlangan uch fazali zanjirlarni hisoblash	24
3.4.1. Yulduz sxemada ulangan bir nechta iste'molchili uch fazali zanjirni hisoblash	25
3.4.2. Yulduz va uchburchak sxemalarda ulangan uch fazali zanjirni hisoblash	25
3.4.3. Bir va uch fazali iste'molchili uch fazali zanjirni hisoblash	28
3.5. Uch fazali zanjirlarda quvvatni o'lchash	29
3.5.1. Simmetrik uch fazali zanjirda aktiv quvvatni o'lchash	29
3.5.2. Nosimmetrik uch fazali zanjirda aktiv quvvatni o'lchash	30
3.5.3. Reaktiv quvvatni o'lchash	31
3.6. Aylanuvchi magnit maydoni	32
3.6.1. Pulsatsiyalanuvchi magnit maydoni	32
3.6.2. Aylanuvchi magnit maydonini hosil qilish	34
3.6.3. Uch fazali asinxron motorning ishlash prinsipi	37
3.6.4. Bir fazali asinxron motorning ishlash prinsipi	37
3.7. Simmetrik tashkil etuvchilar usuli	38
3.7.1. Uch fazali vektorlar sistemasining simmetrik tashkil etuvchilari	39
3.7.2. Simmetrik tashkil etuvchilarni o'lchash usullari	42

3.8. Uch fazali zanjirlarni simmetrik tashkil etuvchilar usuli yordamida hisoblash	45
3.8.1. Simmetrik uch fazali zanjirlarni har xil ketma-ketlikli toklar uchun qarshiliklari	45
3.8.2. Nosimmetrik manbadan ta'minlanayotgan simmetrik uch fazali zanjirlardagi toklarni aniqlash	46
3.8.3. Simmetrik kuchlanishlar sistemasidan ta'minlanayotgan nosimmetrik uch fazali zanjirlarni hisoblash	48
Mustaqil tayyorlanishga doir referat mavzulari	55
O'z-o'zini sinash savollari	56
Tortinchi bob. Chiziqli elektr zanjirlarida davriy nosinusoidal toklar	57
4.1. Umumiy ma'lumotlar	57
4.2. Nosinusoidal tok va kuchlanishlarni Fure trigonometrik qatoriga yoyish	57
4.3. Davriy egri chiziqning simmetriya xususiyatlari	59
4.4. Davriy funksiyalarni grafoanalitik usulda trigonometrik qatorlarga yoyish	61
4.5. Nosinusoidal tok va kuchlanishlarning maksimal, effektiv (ta'sir etuvchi) va o'rtacha qiymatlari	64
4.6. Nosinusoidal davriy funksiyalar shakllarini tavsiflovchi koeffitsiyentlar	67
4.7. Davriy nosinusoidal tok zanjirlarida quvvatlar	68
4.8. Davriy nosinusoidal tok chiziqli elektr zanjirlarini hisoblash	70
4.9. Nosinusoidal tok va kuchlanishlarni ekvivalent sinusoidalalar bilan almashtirish	74
4.10. Nosinusoidal tok zanjirlarida rezonans hodisalari	75
4.11. Uch fazali elektr zanjirlarida yuqori garmonikalar	78
Mustaqil tayyorlanishga doir referat mavzulari	81
O'z-o'zini sinash savollari	81
Beshinchi bob. Chiziqli elektr zanjirlarda o'tkinchi jarayonlar	82
5.1. Umumiy ma'lumotlar	82
5.2. O'tkinchi jarayon masalasini o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar yechimiga keltirish	84
5.3. Tok va kuchlanishlarning turg'un va erkin tashkil etuvchilari	84
5.4. Kommutatsiya qonunlari va boshlang'ich shartlar	85

5.5. O'tkinchi jarayonlarni hisoblash usullarining xususiyatlari	87
5.6. O'tkinchi jarayonlarni hisoblashning klassik usuli	88
5.7. R, L zanjirida o'tkinchi jarayonlar	89
5.8. R, C zanjirida o'tkinchi jarayonlar	96
5.9. R, L va C elementlar ketma–ket ulangan zanjirda o'tkinchi jarayonlar	101
5.10. O'tkinchi jarayonlarni klassik usulda hisoblashning umumiy tartibi	105
5.11. Ikki qutblikni uzluksiz o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulash (Dyuamel integrali)	109
5.12. O'tkinchi jarayonlarni hisoblashda Laplas o'zgartirishi (formulasi)dan foydalanish	111
Mustaqil tayyorlanishga doir referat mavzulari	123
O'z-o'zini sinash savollari	123
Foydalanilgan adabiyotlar	124

Uchinchi bob. Uch fazali zanjirlar

3.1. Umumiy ma'lumotlar

Elektr energiya asosan uch fazali manbalar, uzatish liniyalari va iste'molchilar yordamida ishlab chiqariladi, uzatiladi va iste'mol qilinadi. Bu holat uch fazali tizimlarni bir fazalilarga nisbatan quyidagi bir qator afzalliklari bilan izohlanadi:

1. Elektr energiya uch fazali toklar sistemasi ko'rinishida uzatilganda bir fazali tok ko'rinishida uzatilgandagiga nisbatan qariyb 50% rangli metall tejaladi;

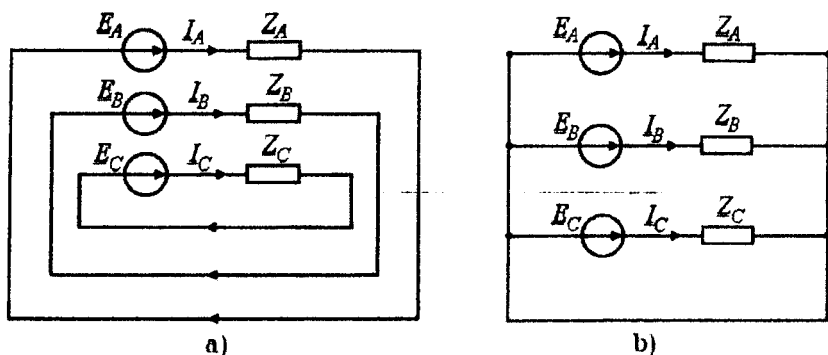
2. Uch fazali toklar sistemasi tuzilishi jihatdan sodda, yaxshi ish xarakteristikalariga ega bo'lgan, ishlashda ishonchli va arzon hamda bir necha 10 Vt dan 100 kVt va undan katta quvvatli motorlar, transformatorlar va boshqa qurilmalarni yaratish imkonini beradi;

3. Uch fazali simmetrik va to'rt simli nosimmetrik sistemada bir-biridan $\sqrt{3}$ ga farq qiluvchi ikkita kuchlanishdan foydalanish mumkin bo'ladi.

Uch fazali zanjirlarni hisoblash bir fazali sinusoidal tok zanjirlarini hisoblashga o'xshash bo'lsa-da, zanjirda boshlang'ich fazalari har xil bo'lgan bir nechta EYuK va toklar ishtirokini hisoblashni ancha murakkablashtiradi.

3.1.1. Uch fazali tizimlar. Uch fazali sinxron generator

Bir xil chastotali va fazalari bo'yicha o'zaro siljigan sinusoidal EYuK lar ta'sirida bo'lgan uchta zanjirlar majmuasi sinusoidal tok uch fazali tizimlari deb ataladi. Agar uch fazali tizimni hosil qiluvchi

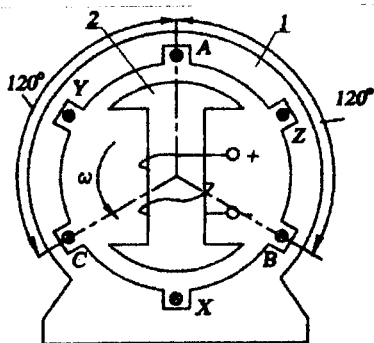


3.1 – rasm

zanjirlar elektr jihatdan o'zaro ulanmagan bo'lsa, u holda bunday tizim bog'lanmagan uch fazali tizim deb ataladi (3.1 a-rasm). Amaliyotda ko'pincha bog'langan uch fazali tizimlar qo'llaniladi. Bunda toklarni manbaga qaytishi uchun uchta emas, balki ko'pi bilan bitta simdan foydalaniladi (3.1 b-rasm).

Uch fazali tizimlarni birinchi bo'lib mashhur rus olimi M. O. Dolivo-Dobrovolskiy (1862–1919) yaratgan. 1891 yilda bu olim uch fazali tizimlarning barcha zvenolari – generator, transformator va motorlarni ishlab chiqqan.

Uch fazali tok elektr energiyasi uch fazali sinxron generatorlar yordamida ishlab chiqariladi. Bu generator asosan ikkita qismdan – qo'zg'almas stator 1 va aylanuvchan rotor 2 dan iborat bo'ladi (3.2-rasm).



3.2-rasm

Elektromagnit induksiya qonuniga ko'ra bu chulg'amlarda qiymatlari teng va fazalari bo'yicha o'zaro 120° (davrning uchdan bir bo'lagi)ga siljigan sinusoidal EYuK lar tizimi hosil bo'ladi, ya'ni

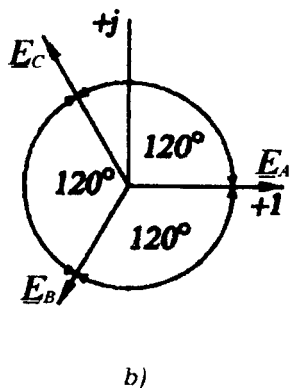
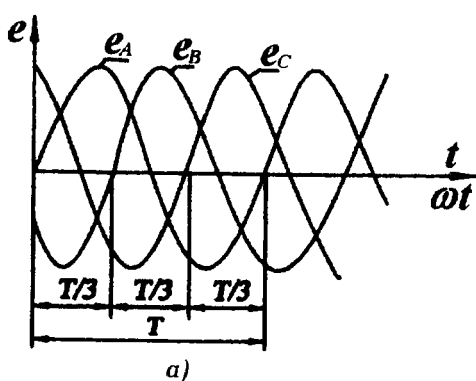
$$e_A = E_m \sin \omega t,$$

$$e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ), \quad (3.1)$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 240^\circ).$$

Hosil bo'lgan EYuK larning vaqtga bog'liqlik grafigi 3.3 a-rasmda, kompleks tekislikdagi tasviri esa 3.3 b-rasmda keltirilgan. EYuK lar kompleks qiymatlarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\underline{E}_A = E; \underline{E}_B = Ee^{-j120^\circ}; \underline{E}_C = Ee^{-j240^\circ} = Ee^{j120^\circ}. \quad (3.2)$$



3.3—rasm

Bir xil chastotali, amplitudali va fazalari bo'yicha o'zaro 120° ga siljigan sinusoidal EYuK lar tizimi uch fazali simmetrik EYuK lar tizimi deb ataladi. Bu tizimning asosiy xususiyati shundan iboratki, vaqtning istalgan paytida EYuK lar oniy qiymatlarining algebraik yig'indisi nolga teng bo'ladi, ya'ni

$$e_A + e_B + e_C = 0. \quad (3.3)$$

(3.3) ifodaning to'g'riligiga 3.3 a—rasmdagi EYuK lar oniy qiymatlarini istalgan vaqt uchun algebraik qo'shib yoki $\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0$ tenglik orqali ishonch hosil qilish mumkin, ya'ni

$$\begin{aligned} \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C &= E + Ee^{-j120^\circ} + Ee^{j120^\circ} = \\ &= E \left(1 - 0,5 - j\frac{\sqrt{3}}{2} - 0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0. \end{aligned}$$

EYuK chastotasi generatordagi qutblar soniga va rotorning aylanish chastotasiga bog'liq, ya'ni

$$f = \frac{pn}{60},$$

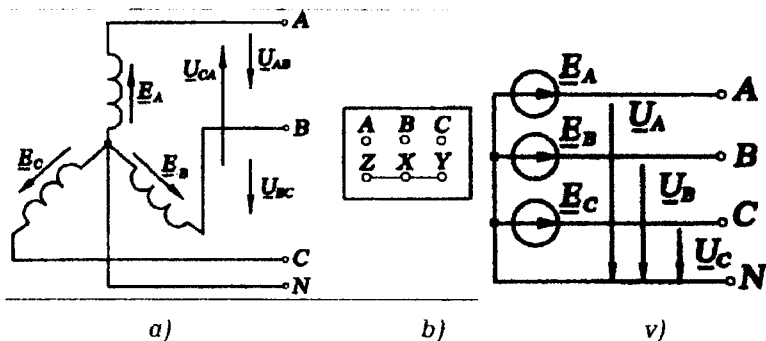
bu yerda p — juft qutblar soni, n — rotorning aylanish chastotasi.

Rotorning konstruktiv tuzilishiga ko'ra sinxron generatorlar ayon va ayon bo'lmagan qutbli generatorlarga bo'linadi.

3.1.2. Uch fazali zanjirlarning ulanish sxemalari

Uch fazali zanjirlarda generatorlar, motorlar, transformatorlar chulg'amlari va iste'molchilar asosan yulduz va uchburchak sxemalari bo'yicha ulanadi.

Agar generator chulg'amlarining uchlari o'zaro ulansa, u holda yulduz sxema hosil bo'ladi (3.4 a—rasm). Buning uchun elektr mashina va transformatorlar chulg'amlari uchlarini sim bilan ulash yetarli bo'ladi (3.4 b—rasm).



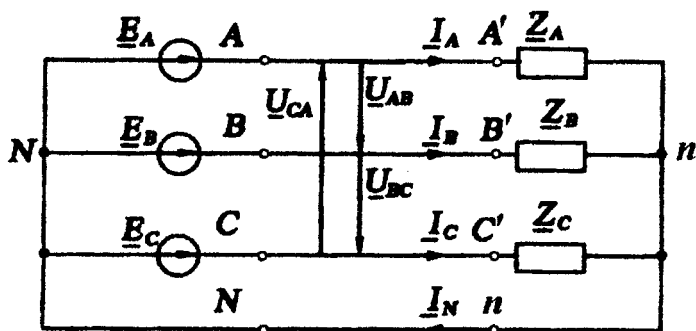
3.4—rasm

Faza chulg'amlarining uchlari o'zaro ulangan umumiy nuqta generator neytral nuqtasi deb ataladi va N harfi bilan belgilanadi. Sxema ko'rinishini soddalashtirish maqsadida generator fazalarini o'zaro 120° burchak ostida emas, balki parallel joylashtiramiz (3.4 v—rasm).

Uch fazali zanjirda yuklama ham yulduz sxemasida ulanishi mumkin. Iste'molchilar fazalari o'zaro ulangan umumiy nuqta iste'molchilar neytral nuqtasi n , uni generator neytral nuqtasi bilan ulab turuvchi Nn sim neytral sim deb ataladi (3.5—rasm). Neytral sim fazalar kuchlanishlarining o'zaro bog'liqsizligini ta'minlaydi.

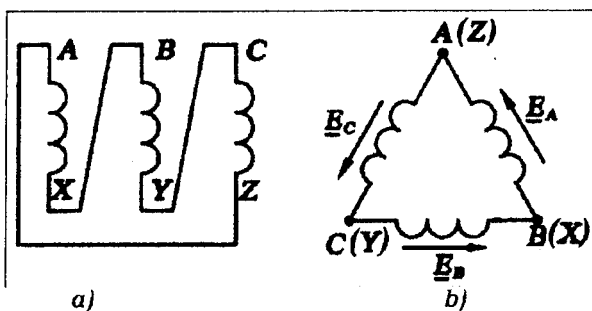
Generator va iste'molchi mos fazalarini ulovchi AA' , BB' , CC' simlar liniya simlari, ulardagi I_A , I_B , I_C toklar esa liniya toklari deb ataladi. Liniya simlari orasidagi U_{AB} , U_{BC} , U_{CA} kuchlanishlar liniya kuchlanishlari deb ataladi. Liniya simlaridagi toklarning musbat yo'nalishi generator (manba)dan yuklama (iste'molchi)ga tomon, neytral simdagi tokning musbat yo'nalishi esa yuklamadan generator tomon olinadi. Generator faza chulg'amlaridan yoki iste'molchilardan

o'tayotgan toklar faza toklari deb ataladi. 3.5-rasmdan ko'rinib turganidek, yulduz sxemada liniya toklari faza toklariga teng bo'ladi.



3.5-rasm

Uch fazali generator faza chulg'amlarini uchburchak sxemasi bo'yicha ulash uchun ular o'zaro ketma-ket ulanadi (3.6 a, b-rasm). Uchburchak ulanganda chulg'amlar berk kontur hosil qilsada, konturdagi tok nolga teng, chunki EYuK lar geometrik yig'indisi nolga teng bo'ladi.



3.6-rasm

Uchburchak sxemasida faza kuchlanishi unga mos liniya kuchlanishiga teng, ya'ni $U_{\phi} = U_{\pi}$. Yuklama fazalaridagi I_{AB} , I_{BC} , I_{CA} toklar faza toklari deb ataladi (3.7 a, b-rasm).

Elektroenergetikada generator chulg'amlari hamda yuklamaning "yulduz-uchburchak", "uchburchak-yulduz", "yulduz-yulduz", "uchburchak-uchburchak" sxemalari keng qo'llaniladi.

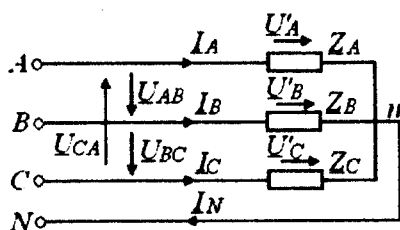
3.2. Uch fazali zanjirlarning simmetrik rejimi

Kompleks qarshiliklari o'zaro teng bo'lgan uch fazali yuklama simmetrik kuchlanish (EYuK)lar sistemasidan ta'minlanayotgan uch fazali zanjirning rejimi simmetrik rejim deb ataladi. Bunday zanjir shoxobchalaridan simmetrik toklar o'tadi.

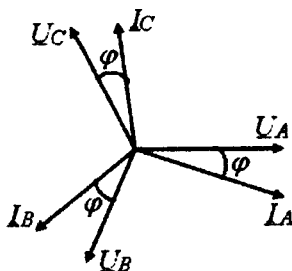
3.2.1. Yuklama yulduz usulda ulangan zanjirda simmetrik rejim

Yulduz usulda ulangan simmetrik zanjirda (3.7 a-rasm)

$$\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = ze^{j\varphi}.$$



a)



b)

3.7 - rasm

Yuklama qarshiliklari induktiv xarakterga ($\varphi > 0$) ega deb hisoblab, kuchlanishlar va toklar vektor diagrammasini quramiz (3.7 b-rasm). Simmetrik rejimda \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C faza kuchlanishlari simmetrik vektorlar sistemasini hosil qiladi:

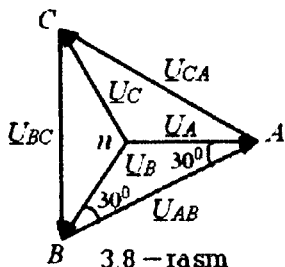
$$\underline{U}_A = \underline{U}'_A = U_\varphi, \underline{U}_B = \underline{U}'_B = U_\varphi e^{-j120^\circ}, \underline{U}_C = \underline{U}'_C = U_\varphi e^{j120^\circ}.$$

Har bir fazadagi tok mos faza kuchlanishidan φ burchakka orqada qoladi va toklar ham simmetrik vektorlar sistemasini hosil qiladi (3.7 b-rasm). Kirxgofning birinchi qonuniga ko'ra

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C, \text{ bu yerda } \underline{I}_N - \text{neytral}$$

simdagi tok. Simmetrik rejimda $\underline{I}_N = 0$, chunki modullari teng va o'zaro 120° ga siljigan vektorlarning yig'indisi nolga teng.

Kuchlanishlar topografik diagrammasi (3.8-rasm) dan ko'rinib turibdiki, liniya kuchlanishlari vektorlari faza kuchlanishlari



3.8 - rasm

vektorlari uchlarini birlashtiruvchi vektorlar ko'rinishida bo'ladi. Simmetrik rejimda liniya kuchlanishlarining qiymatlari teng bo'lib, bir-biridan o'zaro 120° ga siljigan bo'ladi. Topografik diagrammadan:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B, \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C, \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A,$$

yoki

$$\begin{aligned} \underline{U}_{AB} &= \underline{U}_A - \underline{U}_B = U_\phi - U_\phi e^{-j120^\circ} = U_\phi(1 - e^{-j120^\circ}) = \\ &= U_\phi \left(1 + 0,5 + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = U_\phi \left(\frac{3}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3}U_\phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2} \right) = \\ &= \sqrt{3}U_\phi e^{j30^\circ}. \end{aligned}$$

Xuddi shunga o'xshash

$$\underline{U}_{BC} = \sqrt{3}\underline{U}_B e^{j30^\circ} = \sqrt{3}U_\phi e^{-j90^\circ},$$

$$\underline{U}_{CA} = \sqrt{3}\underline{U}_C e^{j30^\circ} = \sqrt{3}U_\phi e^{j150^\circ}.$$

Yuqoridagi tengliklardan ko'rinib turibdiki, simmetrik rejimda liniya kuchlanishi faza kuchlanishidan $\sqrt{3}$ marta katta. Buni topografik diagrammadagi teng yonli uchburchak xossasidan foydalanib ham hosil qilishimiz mumkin: AnB uchburchakdan

$$\cos 30^\circ = \frac{U_{AB}/2}{U_A} = \frac{U_{\Pi}}{2U_\phi} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

bundan $U_{\Pi} = \sqrt{3}U_\phi$.

Diagrammaga ko'ra $\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA} = 0$, chunki bu kuchlanishlar har doim yopiq uchburchak hosil qiladi.

Demak, yulduz ulangan simmetrik uch fazali zanjirda

$$U_{\Pi} = \sqrt{3}U_\phi, I_{\Pi} = I_\phi.$$

Shuni ta'kidlab o'tish joizki, mamlakatimizda past (1000 B gacha) kuchlanishli zanjirlarda quyidagi nominal liniya va faza kuchlanishlardan foydalaniladi:

$$U_{\Pi} = 220 \text{ B}, U_\phi = 127 \text{ B}; U_{\Pi} = 380 \text{ B}, U_\phi = 220 \text{ B}; U_{\Pi} = 660 \text{ B}, U_\phi = 380 \text{ B}.$$

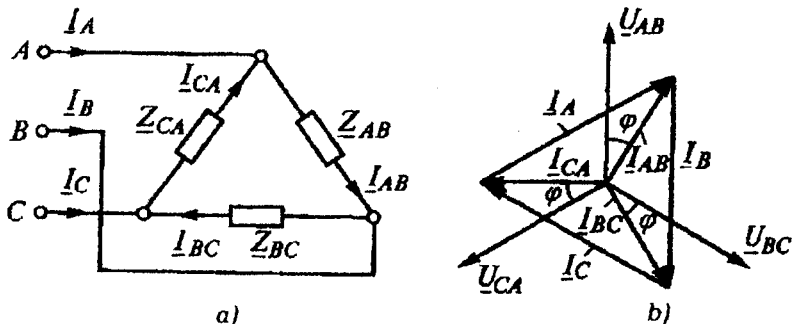
3.2.2. Yuklama uchburchak usulda ulangan zanjirda simmetrik rejim

Yuklama uchburchak ulangan uch fazali zanjirda $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = ze^{j\varphi}$ shart bajarilganida va u simmetrik EYuK (kuchlanish) lar sistemasidan ta'minlanganida zanjirda simmetrik rejim yuzaga keladi (3.9 a-rasm). Kuchlanishlar topografik diagrammasi 3.9 b-rasmda keltirilgan. Unga ko'ra kuchlanishlar simmetrik yulduz hosil qiladi.

Kirxgofning birinchi qonuniga ko'ra liniya toklari faza toklari orqali quyidagicha ifodalanadi:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}, \underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB}, \underline{I}_C = \underline{I}_{CA} - \underline{I}_{BC}.$$

Bundan $\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0$ ekanligi kelib chiqadi, ya'ni liniya toklari simmetrik vektorlar sistemasini hosil qiladi. Yuklama induktiv ($\varphi > 0$) xarakterli bo'lganida faza toki mos faza kuchlanishidan φ burchakka orqada qoladi (3.9 b-rasm).



3.9-rasm

\underline{I}_A liniya tokini faza toklari orqali ifodalaymiz:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA} = I_\varphi - I_\varphi e^{j120^\circ} = I_\varphi (1 - e^{j120^\circ}) = \sqrt{3} I_\varphi e^{-j30^\circ}$$

boshqa liniya toklari uchun

$$\underline{I}_B = \underline{I}_{BC} - \underline{I}_{AB} = \sqrt{3} I_\varphi e^{-j150^\circ}, \underline{I}_C = \sqrt{3} I_\varphi e^{j90^\circ}.$$

Shunday qilib, yuklama uchburchak ulangan simmetrik uch fazali zanjirda liniya kuchlanishi faza kuchlanishiga teng bo'lib, liniya toki faza tokidan $\sqrt{3}$ marta katta bo'ladi, ya'ni $U_\Pi = U_\varphi$, $I_\Pi = \sqrt{3} I_\varphi$.

3.2.3. Simmetrik uch fazali sistemaning quvvatlari

Ikkinchi bobda ko'rib o'tganimizdek, sinusoidal tok zanjirida oniy quvvat vaqtning funksiyasi bo'lib, quyidagiga teng:

$$p = ui = U_m \sin \omega t \cdot I_m \sin(\omega t - \varphi) = UI [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)].$$

Uch fazali zanjirda simmetrik rejim uchun oniy quvvat fazalar oniy quvvatlarining yig'indisi ko'rinishida aniqlanadi, ya'ni:

$$\begin{aligned} p &= p_A + p_B + p_C = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C = U_\Phi \sqrt{2} \sin \omega t X \\ &X I_\Phi \sqrt{2} \sin(\omega t - \varphi) + U_\Phi \sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ) \cdot I_\Phi \sqrt{2} \sin(\omega t - 120^\circ - \varphi) + \\ &+ U_\Phi \sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ) \cdot I_\Phi \sqrt{2} \sin(\omega t + 120^\circ - \varphi) = \\ &= U_\Phi I_\Phi [\cos \varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] + U_\Phi I_\Phi [\cos \varphi - \cos(2\omega t - 240^\circ - \varphi)] + \\ &+ U_\Phi I_\Phi [\cos \varphi - \cos(2\omega t + 240^\circ - \varphi)] = 3U_\Phi I_\Phi \cos \varphi. \end{aligned} \quad (3.4)$$

(3.4) ifodadan ko'rinib turibdiki, simmetrik uch fazali zanjirning oniy qiymati vaqtga bog'liq emas va zanjirning aktiv quvvatiga teng. Bu uch fazali tizimning o'ziga xos xususiyatlaridan biri bo'lib, davr mobaynida generator ta'minlab turgan yuklama (masalan, rotor valining aylantiruvchi momenti) o'z qiymatini o'zgartirishsiz saqlaydi.

Bir davr mobaynida oniy quvvatning qiymati o'zgarmaydigan uch fazali zanjir muvozanatlashgan zanjir deb ataladi. Nosimmetrik rejimda esa bu xossa o'z kuchini yo'qotadi.

Uch fazali zanjir aktiv quvvati har bir faza aktiv quvvatlarining yig'indisiga teng, ya'ni:

$$P = P_A + P_B + P_C = 3P_\Phi = 3U_\Phi I_\Phi \cos \varphi.$$

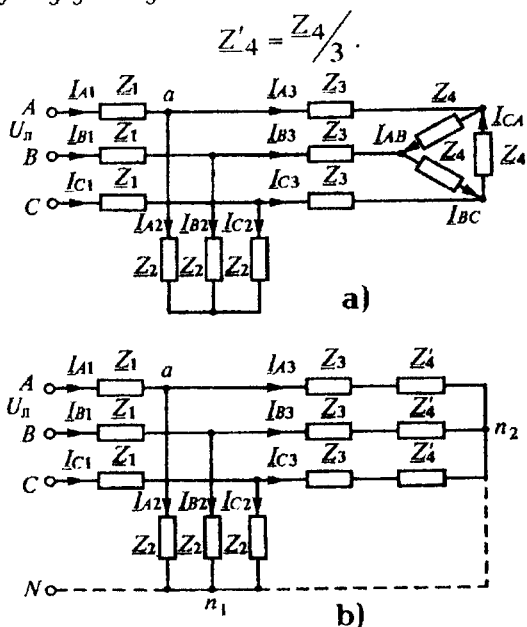
Uch fazali zanjirlarni hisoblashda liniya kuchlanishi va toklaridan foydalanish qulayroq. Yulduz ulangan sxema uchun $U_\Phi = U_{\text{Л}} / \sqrt{3}$, $I_\Phi = I_{\text{Л}}$, uchburchak ulangan sxema uchun esa $U_\Phi = U_{\text{Л}}$, $I_\Phi = I_{\text{Л}} / \sqrt{3}$ bo'lganligi sababli ulanish sxemasidan qat'i nazar simmetrik uch fazali zanjirning aktiv quvvati $P = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \cos \varphi$ ifoda bilan aniqlanadi.

Simmetrik uch fazali zanjirning reaktiv va to'la quvvatlari quyidagicha topiladi:

$$Q = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}} \sin \varphi, \quad S = \sqrt{3} U_{\text{Л}} I_{\text{Л}}.$$

3.2.4. Murakkab uch fazali simmetrik zanjirlarni hisoblash

Uch fazali simmetrik zanjirlar fazalaridagi toklar modul jihatdan teng bo'lib, o'zaro 120° ga siljigan bo'ladi. Shuning uchun ham bunday zanjirlarni hisoblashda bitta fazadagi tokni aniqlash kifoya. Hisoblash tartibini 3.10 a-rasmda keltirilgan zanjir misolida ko'rib chiqamiz. Bunda manba kuchlanishlari va zanjir qarshiliklari berilgan bo'lib, har bir fazadagi toklarni topish talab etiladi. Buning uchun birinchi navbatda liniya va faza toklari musbat yo'nalishlarini sxemada belgilaymiz va Z_4 qarshilikli uchburchakni unga ekvivalent yulduz bilan almashtiramiz (3.10 b-rasm). Bunda hosil bo'lgan yulduz sxema qarshiligi quyidagiga teng:



3.10-rasm

Zanjir tarkibiga neytral simni fikran kiritamiz. Zanjir neytral nuqtalari potentsiallari bir xil bo'lganligi sababli neytral simdan foydalanish zanjirdagi toklar taqsimlanishiga ta'sir etmaydi. Zanjirdagi bitta faza, masalan, A faza uchun toklarni hisoblaymiz. Bunda qarshiliklarni ekvivalent almashtirish usulidan foydalanamiz. Unga ko'ra

$$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_3 + \underline{Z}'_4)}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}'_4}, \quad U_A = U_{\Pi} / \sqrt{3}.$$

A fazadagi kompleks liniya toklari:

$$I_{A1} = \frac{U_A}{\underline{Z}}, \quad I_{A2} = \frac{U_a}{\underline{Z}_2}, \quad I_{A3} = \frac{U_a}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}'_4},$$

bu yerda $\underline{U}_a = I_{A1} \frac{\underline{Z}_2(\underline{Z}_3 + \underline{Z}'_4)}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}'_4}$.

Boshqa fazalardagi toklar A faza toklariga nisbatan 120° ga siljigan bo'ladi. Masalan, $I_{B1} = I_{A1}e^{-j120^\circ}$, $I_{C1} = I_{A1}e^{j120^\circ}$ va h.k.

\underline{Z}_4 qarshilikli uchburchak sxemadagi toklar quyidagicha topiladi:

$$I_{AB} = \frac{I_{A3}}{\sqrt{3}}e^{-j120^\circ}, \quad I_{BC} = I_{AB}e^{-j120^\circ}, \quad I_{CA} = I_{AB}e^{j120^\circ}.$$

3.3. Nosimmetrik uch fazali zanjirlar

Uch fazali zanjirlarda nosimmetrik rejimlar turli sabablarga ko'ra yuzaga kelishi mumkin: yuklama nosimmetrik bo'lganida, generator faza EYuK lari har xil bo'lganida, nosimmetrik (masalan, ikkita faza o'rtasida, faza bilan neytral sim o'rtasida) qisqa tutashishda, fazaning uzilib qolishi va h.k.

Nosimmetrik uch fazali zanjirlarni hisoblash bir fazali zanjirlarni hisoblashda foydalanilgan usullar yordamida amalga oshiriladi. Quyida har xil nosimmetrik rejim turlarini hisoblash xususiyatlarini ko'rib chiqamiz.

3.3.1. Yulduz usulda ulangan neytral simli zanjir

Yuklama qarshiliklari ($\underline{Z}_A \neq \underline{Z}_B \neq \underline{Z}_C$) yulduz usulda ulangan to'rt simli ($Z_N = 0$) zanjir simmetrik kuchlanishlar sistemasidan ta'minlanayotgan bo'lsin (3.11 a-rasm). Qarshiligi nolga teng bo'lgan neytral simning mavjudligi fazalarning o'zaro bog'liqsizligini ta'minlaydi va shuning uchun $\underline{U}_A = U_\Phi$; $\underline{U}_B = U_\Phi e^{-j120^\circ}$;

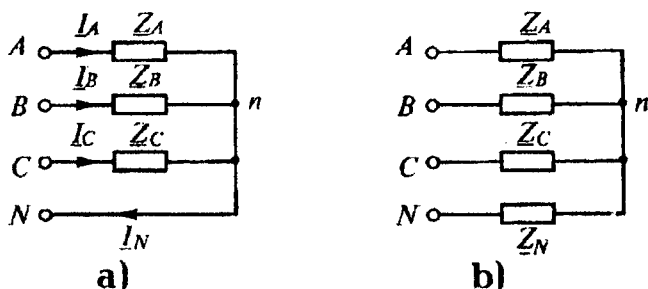
$\underline{U}_C = U \phi e^{j120^\circ}$ bo'lganda iste'molchilar faza toklari $\underline{I}_A = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_A}$,

$\underline{I}_B = \frac{\underline{U}_B}{\underline{Z}_B}$, $\underline{I}_C = \frac{\underline{U}_C}{\underline{Z}_C}$ tengliklar yordamida, neytral simdagi tok esa

Kirxgof 1-qonuniga ko'ra $\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$ formula bilan topiladi.

Shunday qilib, uch fazali zanjirda neytral simning mavjudligi faza kuchlanishlar simmetriyasini ta'minlaydi. Shuning uchun ham iste'molchilar (yoritgich lampalar, maishiy xizmat yuklamalari va boshqalar) to'rt simli tarmoqqa ulanadi.

Agar neytral simning qarshiligini hisobga olish lozim bo'lsa, u holda neytralning siljish kuchlanishi aniqlanadi (3.11 b-rasm):



3.11-rasm

$$\underline{U}_N = \underline{I}_N \underline{Z}_N = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_A + \underline{U}_B \underline{Y}_B + \underline{U}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C + \underline{Y}_N}$$

bu yerda $\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A}$, $\underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B}$, $\underline{Y}_C = \frac{1}{\underline{Z}_C}$, $\underline{Y}_N = \frac{1}{\underline{Z}_N}$ – fazalar va neytral sim kompleks o'tkazuvchanliklari.

Quyida generator chulg'amlari va iste'molchi fazalari "yulduz-yulduz" sxemasida ulangan uch fazali zanjirni hisoblash va uning vektor diagrammasini qurish tartibini ko'rib chiqamiz (3.12-rasm). Hisoblash va qurish tartibi quyidagicha:

1. Kompleks tekislikda \underline{E}_A , \underline{E}_B , \underline{E}_C EYuK lar vektorlari quriladi (3.12 b-rasm).

2. Neytralning siljish kuchlanishi \underline{U}_N hisoblanadi va uning vektori diagrammaga joylashtiriladi.

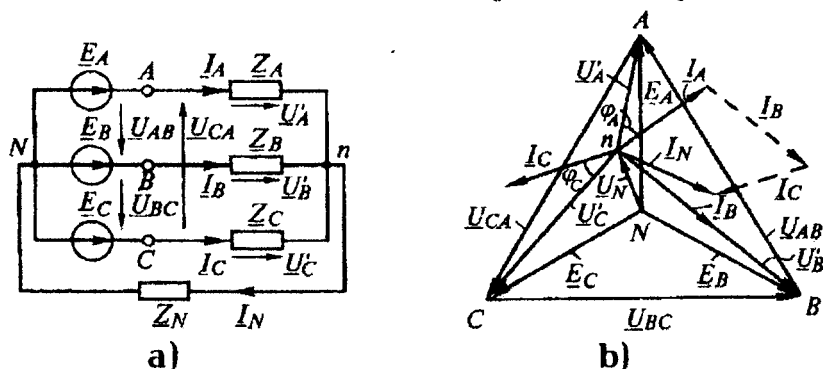
3. Iste'molchilar faza kuchlanishlarini $\underline{U}'_A = \underline{E}_A - \underline{U}_N$, $\underline{U}'_B = \underline{E}_B - \underline{U}_N$, $\underline{U}'_C = \underline{E}_C - \underline{U}_N$ tengliklar orqali aniqlanadi va ularning vektorlari diagrammada aks ettiriladi.

4. Faza toklari Om qonuni asosida quyidagicha topiladi: $\underline{I}_A = \underline{U}'_A \underline{Y}_A$, $\underline{I}_B = \underline{U}'_B \underline{Y}_B$, $\underline{I}_C = \underline{U}'_C \underline{Y}_C$.

5. Faza toklari vektorlari mos faza kuchlanishlaridan φ_A , φ_B va φ_C burchakka siljigan holatda quriladi.

6. Neytral simdagi tok Kirxgof 1-qonuni ($\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C$) yoki Om qonuni ($\underline{I}_N = \underline{U}_N \underline{Y}_N$) asosida aniqlanadi va vektor diagrammada aks ettiriladi.

7. Liniya kuchlanishlar vektorlari $\underline{U}_{AB} = \underline{U}'_A - \underline{U}'_B$, $\underline{U}_{BC} = \underline{U}'_B - \underline{U}'_C$, $\underline{U}_{CA} = \underline{U}'_C - \underline{U}'_A$ tengliklar asosida quriladi.



3.12-rasm

3.3.2. Yulduz usulda ulangan neytral simsiz zanjir

Neytral simsiz yulduz sxemada faza kuchlanishlarining o'zaro bog'liqsizligi ta'minlanmaydi. Bir fazada yuklama qiymatining o'zgarishi boshqa fazalarda tok va kuchlanishlarning o'zgarishiga sabab bo'ladi. Masalan, A fazada liniya simining uzilishi qolgan ikkita faza qarshiliklari o'zaro ketma-ket ulanib, \underline{U}_{BC} liniya kuchlanishi ta'siri ostida qolishiga sabab bo'ladi (3.13 a-rasm). $\underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$ bo'lganida \underline{Z}_B va \underline{Z}_C qarshiliklarda \underline{U}_{BC} liniya kuchlanishi teng

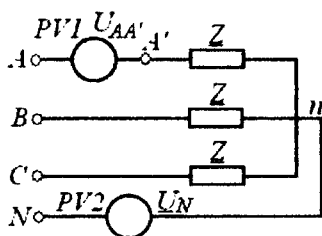
bo'linib pasayadi (3.13 b-rasm). Bunda neytralning siljish kuchlanishi $\underline{U}_N = \underline{U}_{nN} = -\frac{\underline{E}_A}{2}$, A faza simining uzilgan nuqtalari orasidagi

kuchlanish esa $\underline{U}_{AA'} = \underline{U}_{AN'} = \underline{E}_A - \underline{U}_N = \frac{3}{2}\underline{E}_A$ ga teng bo'ladi.

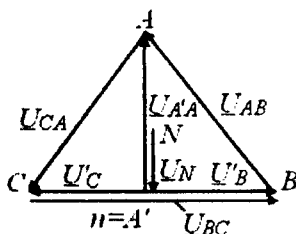
Oxirgi tenglikni ikki tugun usulini qo'llab aniqlashimiz ham mumkin, ya'ni:

$$\underline{U}_N = \frac{\sum \underline{EY}}{\sum \underline{Y}} = \frac{\underline{E}_A \cdot 0 + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{0 + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} = \frac{\underline{Y}_B (\underline{E}_B + \underline{E}_C)}{2 \underline{Y}_B} = -\frac{\underline{E}_A}{2}$$

$$\underline{U}_{AA'} = \underline{E}_A - \underline{U}_N = \underline{E}_A + \frac{\underline{E}_A}{2} = \frac{3}{2}\underline{E}_A.$$



a)



b)

3.13-rasm

Shunday qilib, yulduz sxemali simmetrik uch fazali zanjirda bitta liniya simining uzilishi o'sha faza yuklamasidagi kuchlanishni nolgacha, boshqa ikkita faza yuklamalaridagi kuchlanishlarni

$$\frac{U_\Phi}{U_{\Pi}/2} = U_\Phi \cdot \frac{\sqrt{3}U_\Phi}{2} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

yuboradi.

Agar generatorning \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} va \underline{U}_{CA} liniya kuchlanishlari berilgan bo'lsa, u holda iste'molchilar faza kuchlanishlari quyidagi tenglamalar yordamida aniqlanadi:

$$\underline{U}'_A = \frac{\underline{Y}_B \underline{U}_{AB} - \underline{Y}_C \underline{U}_{CA}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}$$

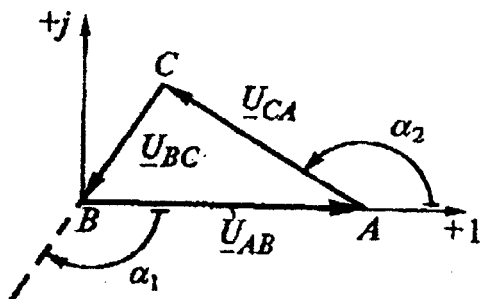
$$\underline{U}'_B = \frac{\underline{Y}_C \underline{U}_{BC} - \underline{Y}_A \underline{U}_{AB}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}$$

$$\underline{U}'_C = \frac{\underline{Y}_A \underline{U}_{CA} - \underline{Y}_B \underline{U}_{BC}}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}$$

Bu kuchlanishlardan foydalanib, faza toklar Om qonuni asosida topiladi.

Odatda liniya kuchlanishlarining ta'sir etuvchi qiymatlari beriladi. Bunday hollarda liniya kuchlanishlari uchburchagi 3.14– rasmdagi kabi joylashtirilishi maqsadga muvofiq. Unga ko'ra \underline{U}_{AB} kuchlanish vektori haqiqiy sonlar yarim o'qi bo'ylab joylashtiriladi. Liniya kuchlanishlari kompleks ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

$$\underline{U}_{AB} = U_{AB}, \underline{U}_{BC} = U_{BC} e^{-j\alpha_1}, \underline{U}_{CA} = U_{CA} e^{j\alpha_2}$$

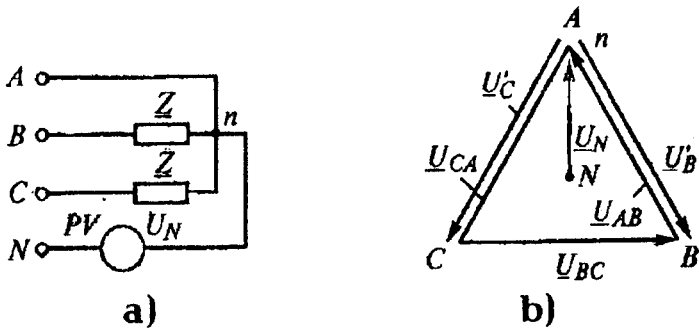


3.14–rasm

A fazada qisqa tutashishdan hosil bo'lgan nosimmetrik rejimda (3.15 a–rasm) A va n nuqtalar potentsiallari teng. Topografik diagrammada bu nuqta teng tomonli uchburchakning A uchida joylashadi (3.15 b–rasm). Bunda n nuqta potentsiali generator tomonidan belgilanadigan A nuqtaga siljiydi. B va A fazalardagi faza kuchlanishlari generator liniya kuchlanishlariga teng bo'ladi:

$$\underline{U}'_B = -\underline{U}_{AB}, \underline{U}'_C = \underline{U}_{CA}, \underline{U}_N = \underline{U}_A.$$

Binobarin, nosimmetrik rejim yulduz ulangan simmetrik uch fazali zanjir yuklamasi bitta fazasining qisqa tutashishi sababli yuzaga kelganida, boshqa fazalardagi kuchlanish $\sqrt{3}$ marta ortadi. Shuning uchun ham yulduz sxemali uch fazali zanjirlarda har doim neytral sim bo'lishi talab etiladi.



3.15-rasm

3.3.3. Yuklamasi uchburchak ulangan zanjir

Nosimmetrik ($Z_{AB} \neq Z_{BC} \neq Z_{CA}$) yuklamali uch fazali zanjirda faza toklari Om qonuniga binoan aniqlanadi (3.16 a-rasm):

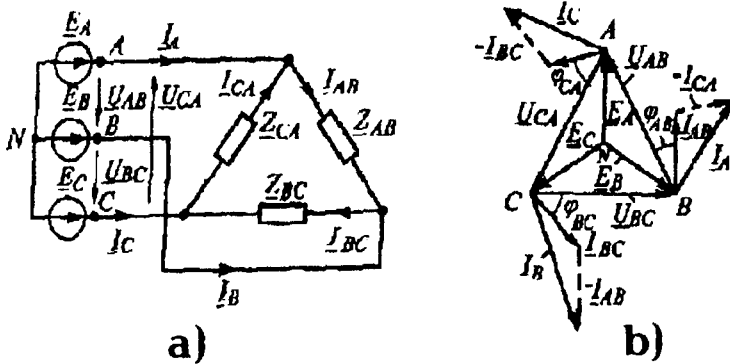
$$I_{AB} = \frac{U_{AB}}{Z_{AB}}, \quad I_{BC} = \frac{U_{BC}}{Z_{BC}}, \quad I_{CA} = \frac{U_{CA}}{Z_{CA}}.$$

Liniya toklari A, B va C tugunlar uchun tuzilgan Kirxgofning 1- qonunidan foydalanib topiladi:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA}, \quad I_B = I_{BC} - I_{AB}, \quad I_C = I_{CA} - I_{BC}.$$

Hisoblash natijalarini $I_A + I_B + I_C = 0$ tenglama yordamida tekshirib ko'rish mumkin. Shuni ta'kidlash joizki, nosimmetrik rejimda

$$I_{\Delta} \neq \sqrt{3}I_{\Phi}.$$



3.16-rasm

Ko'rib chiqilayotgan zanjir uchun diagramma qurish tartibi quyidagicha:

1. Kompleks tekislikda manbaning \underline{E}_A , \underline{E}_B va \underline{E}_C EYuK vektorlari quriladi (3.16—rasm, b).

2. Liniya kuchlanishlari vektorlari $\underline{U}_{AB} = \underline{E}_A - \underline{E}_B$, $\underline{U}_{BC} = \underline{E}_B - \underline{E}_C$, $\underline{U}_{CA} = \underline{E}_C - \underline{E}_A$ munosabatlar asosida quriladi.

3. \underline{I}_{AB} , \underline{I}_{BC} , \underline{I}_{CA} faza toklari mos \underline{U}_{AB} , \underline{U}_{BC} , \underline{U}_{CA} faza kuchlanishlariga nisbatan diagrammada faza siljish burchaklarini hisobga olgan holda joylashtiriladi.

4. \underline{I}_A , \underline{I}_B , \underline{I}_C liniya toklari yuqorida Kirxgofning 1—qonuni asosida yozilgan tenglamalar yordamida aniqlanadi.

3.3.4. Nosimmetrik uch fazali zanjirning quvvati

Nosimmetrik uch fazali zanjirda fazalar quvvati o'zaro teng bo'lmaydi. Yulduz sxemada ulangan uch fazali zanjirning kompleks quvvati fazalar kompleks quvvatlarining algebraik yig'indisiga teng, ya'ni:

$$\underline{S} = \underline{S}_A + \underline{S}_B + \underline{S}_C = \underline{U}_A \overset{*}{I}_{-A} + \underline{U}_B \overset{*}{I}_{-B} + \underline{U}_C \overset{*}{I}_{-C}$$

Zanjirning aktiv va reaktiv quvvatlari:

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C.$$

$$Q = Q_A + Q_B + Q_C = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C.$$

Yuklama uchburchak sxemada ulangan nosimmetrik uch fazali zanjir quvvati ifodalari yuqorida qayd etilganidek, faza quvvatlarining yig'indisi ko'rinishida aniqlanadi. Uch fazali zanjirda ham

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \text{ tenglik o'rinli.}$$

3.4. Tarmoqlangan uch fazali zanjirlarni hisoblash

Yulduz va uchburchak sxemalarda ulangan hamda liniya qarshiliklari hisobga olinishi kerak bo'lgan bir nechta iste'molchili uch fazali zanjirlarni hisoblashda ekvivalent o'zgartirish usullaridan, xususan, qarshiliklar uchburchagini unga ekvivalent bo'lgan qarshiliklar yulduziga va aksincha o'zgartirishlardan keng foydalaniladi. Bu almashtirishlarga ko'ra:

$$\underline{Z}_A = \frac{\underline{Z}_{AB}\underline{Z}_{CA}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}}, \quad \underline{Z}_B = \frac{\underline{Z}_{BC}\underline{Z}_{AB}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}},$$

$$\underline{Z}_C = \frac{\underline{Z}_{CA}\underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}}.$$

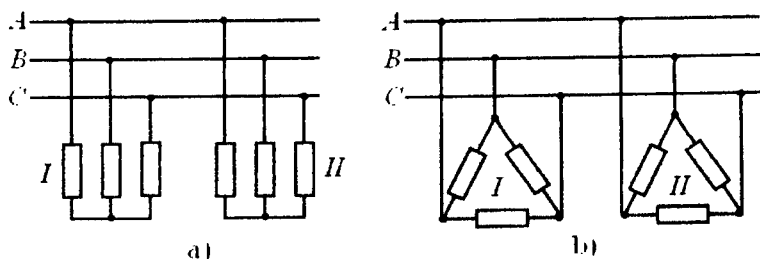
Simmetrik yuklamada $Z_Y = \frac{Z_\Delta}{3}$.

$$\underline{Z}_{AB} = \underline{Z}_A + \underline{Z}_B + \frac{\underline{Z}_A \underline{Z}_B}{\underline{Z}_C}, \quad \underline{Z}_{BC} = \underline{Z}_B + \underline{Z}_C + \frac{\underline{Z}_B \underline{Z}_C}{\underline{Z}_A},$$

$$\underline{Z}_{CA} = \underline{Z}_C + \underline{Z}_A + \frac{\underline{Z}_C \underline{Z}_A}{\underline{Z}_B}. \quad \text{Simmetrik yuklamada } Z_\Delta = 3Z_Y.$$

3.4.1. Yulduz sxemada ulangan bir nechta iste'molchili uch fazali zanjirni hisoblash

Agar ikki yoki undan ortiq uch fazali iste'molchilar yulduz sxemada ulangan nosimmetrik zanjir simmetrik kuchlanishlar sistemasidan ta'minlanayotgan bo'lsa, u holda iste'molchilar faza kuchlanishlari nosimmetrik bo'lib, yulduz sxema neytral nuqtalari orasidagi kuchlanish noldan farq qiladi. Shuning uchun ham iste'molchilar bir xil nomli fazalarini o'zaro parallel ulangan deb bo'lmaydi. Bunday holatda yulduz sxemalari ekvivalent uchburchaklar bilan almashtiriladi (3.17–rasm). Bunday zanjirlarni hisoblash tartibi quyidagicha:



3.17 – rasm

1. Qarshiliklar yulduzlari (3.17–rasm, a) ekvivalent uchburchaklarga (3.17–rasm, b) o'zgartiriladi.

2. Ekvivalent uchburchaklar bir nomli fazalari o'zaro parallel ulanganligi sababli ular o'zaro qo'shilib, bitta ekvivalent uchburchak hosil qilinadi.

3. Ekvivalent uchburchak ekvivalent yulduz sxemasiga o'zgartiriladi va 3.3.2, 3.3.3 paragraflarda keltirilgan tartib bo'yicha zanjir hisoblanadi.

3.4.2. Yulduz va uchburchak sxemalarda ulangan uch fazali zanjirni hisoblash

Simmetrik bir nechta yuklamali uch fazali zanjir (3.10— rasm, a) dan farqli ravishda nosimmetrik zanjir (3.18— rasm, a) da $\underline{Z}_{A2} \neq \underline{Z}_{B2} \neq \underline{Z}_{C2}$, $\underline{Z}_{AB} \neq \underline{Z}_{BC} \neq \underline{Z}_{CA}$.

Ko'rib chiqilayotgan zanjirni hisoblash tartibi quyidagicha:

1. Zanjirdagi qarshiliklar uchburchagini unga ekvivalent yulduz bilan almashtiramiz va hosil bo'lgan qarshiliklarga mos liniya qarshiliklari \underline{Z}_3 ni qo'shamiz:

$$\underline{Z}'_{A1} = \underline{Z}_{A2} + \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{AB}\underline{Z}_{CA}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} + \underline{Z}_3,$$

$$\underline{Z}'_{B1} = \underline{Z}_{B2} + \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{AB}\underline{Z}_{BC}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} + \underline{Z}_3,$$

$$\underline{Z}'_{C1} = \underline{Z}_{C2} + \underline{Z}_3 = \frac{\underline{Z}_{BC}\underline{Z}_{CA}}{\underline{Z}_{AB} + \underline{Z}_{BC} + \underline{Z}_{CA}} + \underline{Z}_3.$$

Natijada A_1 , B_1 va C_1 nuqtalarga ulangan ikkita yulduz sxemasini hosil qilamiz (3.18—rasm, b).

2. Qarshiliklar yulduz sxemalarini ekvivalent uchburchaklar bilan almashtirib va mos fazalar qarshiliklarini o'zaro parallel qo'shib bitta uchburchak sxemasini hosil qilamiz (3.18—rasm, v).

3. Hosil qilingan ekvivalent uchburchak sxemani ekvivalent yulduzga o'zgartiramiz va faza qarshiliklariga mos liniya qarshiliklari \underline{Z}_1 ni qo'shamiz (3.18—rasm, g).

4. \underline{I}_{A1} , \underline{I}_{B1} va \underline{I}_{C1} liniya toklarini aniqlaymiz:

$$\underline{I}_{A1} = (\underline{U}_A - \underline{U}_N)\underline{Y}_A, \quad \underline{I}_{B1} = (\underline{U}_B - \underline{U}_N)\underline{Y}_B, \quad \underline{I}_{C1} = (\underline{U}_C - \underline{U}_N)\underline{Y}_C,$$

$$\text{bu yerda } \underline{U}_N = \frac{\underline{U}_A\underline{Y}_A + \underline{U}_B\underline{Y}_B + \underline{U}_C\underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}.$$

5. $A - A_1$, $B - B_1$, $C - C_1$ qismlardagi faza va liniya kuchlanishlarini topamiz:

$$\underline{U}_{A1} = \underline{U}_A - \underline{I}_{A1}\underline{Z}_1, \quad \underline{U}_{B1} = \underline{U}_B - \underline{I}_{B1}\underline{Z}_1, \quad \underline{U}_{C1} = \underline{U}_C - \underline{I}_{C1}\underline{Z}_1.$$

$$\underline{U}_{A_1B_1} = \underline{U}_{A_1} - \underline{U}_{B_1}, \quad \underline{U}_{B_1C_1} = \underline{U}_{B_1} - \underline{U}_{C_1},$$

$$\underline{U}_{C_1A_1} = \underline{U}_{C_1} - \underline{U}_{A_1}.$$

6. Ikkala yulduz sxemalardagi toklarni aniqlaymiz (3.18– rasm, b). Buning uchun 3.3.1 va 3.3.2 paragraflarda keltirilgan formulalardan foydalanamiz. Natijada $\underline{I}_{A_2}, \underline{I}_{B_2}, \underline{I}_{C_2}$ yulduz toklarini va $\underline{I}_{A_3}, \underline{I}_{B_3}, \underline{I}_{C_3}$ liniya toklarini aniqlaymiz. Liniya toklarini A_1, A_2, A_3 tugunlar uchun tuzilgan Kirxgofning 1–qonuni asosida ham topishimiz mumkin:

$$\underline{I}_{A_3} = \underline{I}_{A_1} - \underline{I}_{A_2}, \quad \underline{I}_{B_3} = \underline{I}_{B_1} - \underline{I}_{B_2}, \quad \underline{I}_{C_3} = \underline{I}_{C_1} - \underline{I}_{C_2}.$$

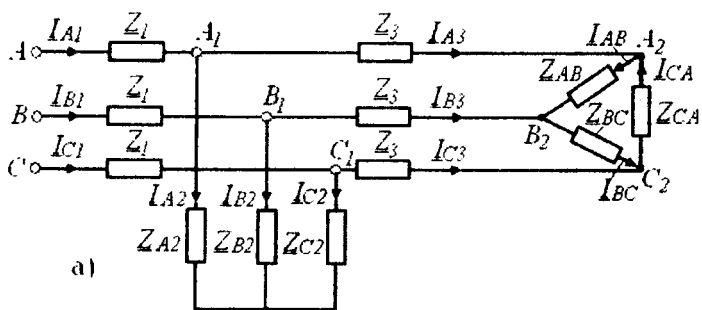
7. A_2, B_2, C_2 qismalardagi faza va liniya kuchlanishlarini aniqlaymiz:

$$\underline{U}_{A_2} = \underline{U}_{A_1} - \underline{I}_{A_3} \underline{Z}_3, \quad \underline{U}_{B_2} = \underline{U}_{B_1} - \underline{I}_{B_3} \underline{Z}_3, \quad \underline{U}_{C_2} = \underline{U}_{C_1} - \underline{I}_{C_3} \underline{Z}_3,$$

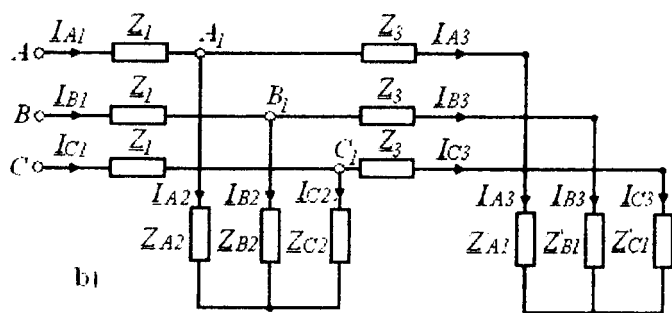
$$\underline{U}_{A_2B_2} = \underline{U}_{A_2} - \underline{U}_{B_2}, \quad \underline{U}_{B_2C_2} = \underline{U}_{B_2} - \underline{U}_{C_2}, \quad \underline{U}_{C_2A_2} = \underline{U}_{C_2} - \underline{U}_{A_2}.$$

8. Dastlabki sxema uchburchagidagi toklarni topamiz:

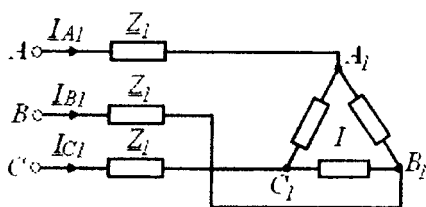
$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{A_2B_2}}{\underline{Z}_{AB}}, \quad \underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{B_2C_2}}{\underline{Z}_{BC}}, \quad \underline{I}_{CA} = \frac{\underline{U}_{C_2A_2}}{\underline{Z}_{CA}}.$$



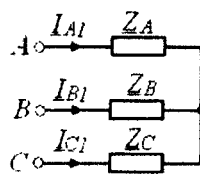
a)



b)



v)



q)

3.18 – rasm

3.4.3. Bir va uch fazali iste'molchili uch fazali zanjirlarni hisoblash

Simmetrik uch fazali kuchlanishlar sistemasiga faza qarshiligi Z_1 bo'lgan uch fazali elektr motõri va qarshiliklari Z_2 va Z_3 bo'lgan ikkita bir fazali iste'molchilar ulangan zanjirni ko'rib chiqamiz (3.19–rasm). Bunday zanjirlarni hisoblash tartibi quyidagicha:

1. Iste'molchi (faza)lardagi toklar yo'nalishlarini belgilab olamiz.

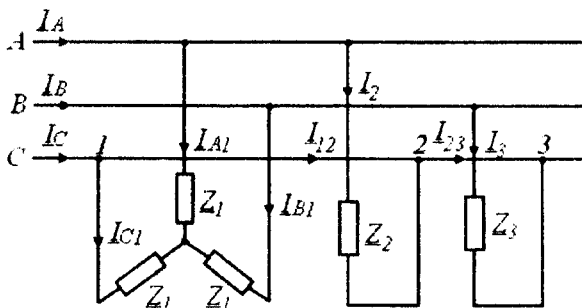
2. A fazani birinchi faza deb hisoblab, faza va liniya kuchlanishlarini kompleks shaklda quyidagicha yozib olamiz:

$$\underline{U}_A = U_\Phi, \quad \underline{U}_B = U_A e^{-j120^\circ} = U_\Phi e^{-j120^\circ}, \\ \underline{U}_C = U_A e^{j120^\circ} = U_\Phi e^{j120^\circ}.$$

$$\underline{U}_{AB} = \sqrt{3}U_\Phi e^{j30^\circ}, \quad \underline{U}_{BC} = \sqrt{3}U_\Phi e^{-j90^\circ}, \quad \underline{U}_{CA} = \sqrt{3}U_\Phi e^{j150^\circ}.$$

3. Uch fazali iste'molchi (elektr motori) fazalaridagi kompleks toklarni topamiz:

$\underline{I}_{A1} = \frac{\underline{U}_A}{Z_A}$, $\underline{I}_{B1} = \frac{\underline{U}_B}{Z_B}$, $\underline{I}_{C1} = \frac{\underline{U}_C}{Z_C}$, chunki simmetrik yuklamada $\underline{I}_N = 0$.



3.19 – rasm

4. Bir fazali iste'molchilardagi kompleks toklarni aniqlaymiz:

$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_{AC}}{Z_2}$, $\underline{I}_3 = \frac{\underline{U}_{BC}}{Z_3}$, bu yerda \underline{U}_{AC} vektor 3.8-rasmda keltirilgan topografik diagrammaga ko'ra quyidagicha aniqlanadi:

$$\underline{U}_{AC} = -U_{CA} = U_\Phi e^{-j30^\circ}.$$

5. Liniya toklari Kirxgofning 1-qonuni asosida quyidagicha topiladi:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{A1} + \underline{I}_2, \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{B1} + \underline{I}_3, \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{C1} - (\underline{I}_2 + \underline{I}_3),$$

$$\underline{I}_{12} = -\underline{I}_2 - \underline{I}_3 = \underline{I}_C - \underline{I}_{C1}, \quad \underline{I}_{23} = -\underline{I}_3.$$

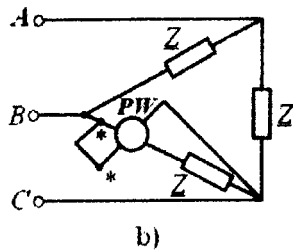
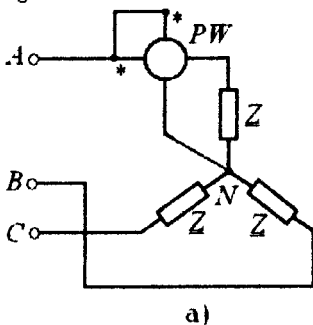
3.5. Uch fazali zanjirlarda quvvatni o'lchash

Avval ko'rib o'tganimizdek, aktiv quvvat quyidagi formula yordamida aniqlanishi mumkin:

$P = U_{AB} I_A \cos(\underline{U}_{AB} \wedge \underline{I}_A)$, $P = \operatorname{Re}[\underline{U}_{AB} \underline{I}_A]$, bu yerda \underline{U}_{AB} – vattmetr ulangan zanjir A va B fazalari orasidagi kompleks kuchlanish, \underline{I}_A – A fazadagi kompleks tok, φ – \underline{U}_{AB} va \underline{I}_A vektorlar orasidagi faza siljish burchagi.

3.5.1. Simmetrik uch fazali zanjirda aktiv quvvatni o'lchash

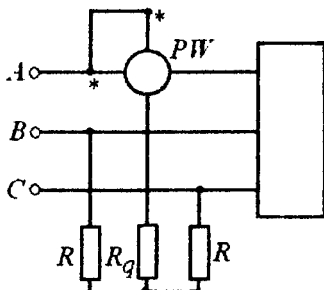
Ma'lumki, simmetrik uch fazali zanjirda faza quvvatlari o'zaro teng, shuning uchun ham zanjir quvvatini aniqlash uchun bitta fazadagi aktiv quvvatni o'lchash kifoya. Zanjirning aktiv quvvati $P = 3P_W = 3P_\Phi$ ga teng bo'ladi. 3.20–rasm, a da yulduz ulangan va neytral nuqtasidan foydalanish imkoniyati bo'lgan zanjirning A fazasiga vattmetrni ulash sxemasi keltirilgan.



3.20 – rasm

Iste'molchi uchburchak ulanganda vattmetrni ulash sxemasi esa 3.20–rasm, b da ko'rsatilgan.

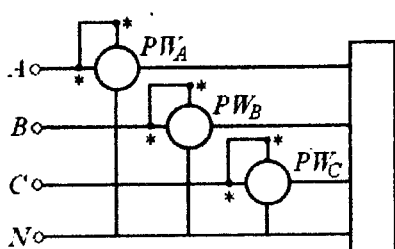
Agar yulduz ulangan zanjirda neytral nuqtadan foydalanish imkoniyati bo'lmasa, u holda uni sun'iy ravishda hosil qilinadi. Bu nuqta uchta rezistorning yulduz ulanishidan hosil bo'ladi (3.21–rasm). Bunda $R_q + R_W = R$, bu yerda R_W –



3.21 – rasm

vattmetr kuchlanish chulg'amining qarshiligi. Zanjirning aktiv quvvati $P = 3P_W$ ifoda bilan aniqlanadi.

3.5.2. Nosimmetrik uch fazali zanjirda aktiv quvvatni o'lchash



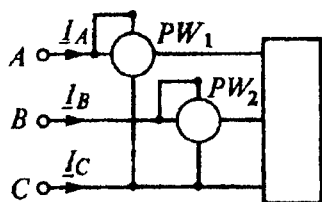
3.22 – rasm

Nosimmetrik uch fazali zanjirlarda fazalar aktiv quvvati o'zaro teng emas. Shuning uchun to'rt simli uch fazali zanjirda har bir fazadagi aktiv quvvatni o'lchash lozim bo'ladi (3.22-rasm).

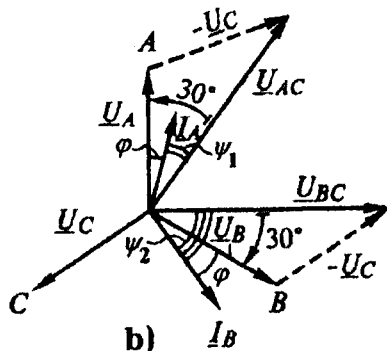
Istalgan xarakterli yuklamada uch fazali zanjirning aktiv quvvati uchala vattmetr ko'rsatishlarining yig'indisiga teng:

$$P = P_A + P_B + P_C = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C.$$

Uch simli uch fazali zanjirlarda aktiv quvvat ko'pchilik hollarda ikkita vattmetr yordamida o'lchanadi (3.23-rasm, a).



a)



b)

3.23-rasm

Ikkala vattmetr ko'rsatishining yig'indisi zanjir aktiv quvvatiga teng.

Bunga ishonch hosil qilish uchun zanjir oniy quvvatini kuchlanish va toklar oniy qiymatlari orqali ifodalaymiz, ya'ni:

$$p = u_A i_A + u_B i_B + u_C i_C.$$

Uch simli uch fazali zanjirda $i_A + i_B + i_C = 0$. Bundan $i_C = -(i_A + i_B)$. Bu ifodani oniy quvvat formulasiga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz: $P = u_{AC}i_A + u_{BC}i_B$. Bundan:

$$P = P_1 + P_2 = U_{AC}I_A \cos \psi_1 + U_{BC}I_B \cos \psi_2.$$

Shuni ta'kidlab o'tish joizki, har bir vattmetr ko'rsatishi alohida qaralganda hech bir aniq quvvatni bildirmaydi. Vattmetrlar ko'rsatkichlari kuchlanish va tok orasidagi faza siljish burchagiga bog'liq. Ushbu bog'lanishni simmetrik yuklama uchun tahlil qilib ko'ramiz. Vektor diagrammadan ko'rinib turibdiki, $\psi_1 = 30^\circ - \varphi$, $\psi_2 = 30^\circ + \varphi$ (3.23-rasm, b). Bu qiymatlarni vattmetr ko'rsatishini ifodalovchi formulalarga qo'yib quyidagilarni hosil qilamiz:

$$P_1 = UI \cos(30^\circ - \varphi_1), \quad P_2 = UI \cos(30^\circ + \varphi_1).$$

Oxirgi tenglamalar tahlili quyidagilarni ko'rsatadi:

- 1) aktiv simmetrik yuklamada $P_1 = P_2$;
- 2) $\varphi = 60^\circ$ da $P_2 = 0$;
- 3) $\varphi = -60^\circ$ da $P_1 = 0$;
- 4) $\varphi = \pm 90^\circ$ (reaktiv yuklama) da $P_1 = -P_2$ yoki $P_1 + P_2 = 0$.

Simmetrik yuklamada ikkita vattmetr ko'rsatishi asosida zanjir reaktiv quvvatini va faza siljish burchagini aniqlash mumkin:

$$P_1 - P_2 = UI(\cos(30^\circ - \varphi) - \cos(30^\circ + \varphi)) = UI \sin \varphi,$$

$$Q = \sqrt{3}UI \sin \varphi = \sqrt{3}(P_1 - P_2)$$

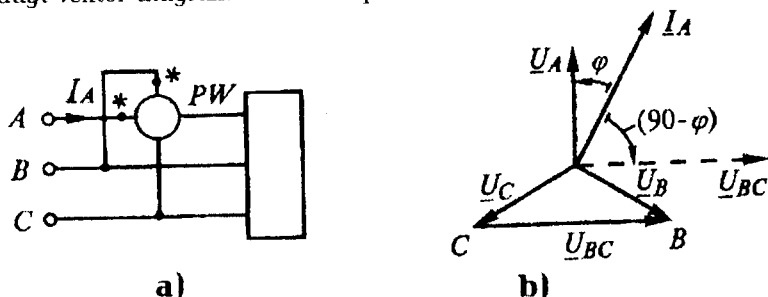
$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\sqrt{3}(P_1 - P_2)}{P_1 + P_2}, \quad \varphi = \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}(P_1 - P_2)}{P_1 + P_2}.$$

3.5.3. Reaktiv quvvatni o'lchash

3.24-rasm, a da uch fazali simmetrik zanjir reaktiv quvvatini vattmetr yordamida o'lchash sxemasi keltirilgan. Vattmetrlar ko'rsatkichi \underline{U}_{BC} va \underline{I}_A vektorlarning skalyar ko'paytmasi bilan aniqlanadi, ya'ni:

$$\begin{aligned} P_W &= U_{BC}I_A \cos(\underline{U}_{BC} \wedge \underline{I}_A) = U_{BC}I_A \cos(90^\circ - \varphi) = \\ &= U_{BC}I_A \sin \varphi. \end{aligned}$$

\underline{U}_{BC} va \underline{I}_A vektorlar orasidagi faza siljish burchagi 3.24– rasm, b) dagi vektor diagrammadan aniqlanadi.



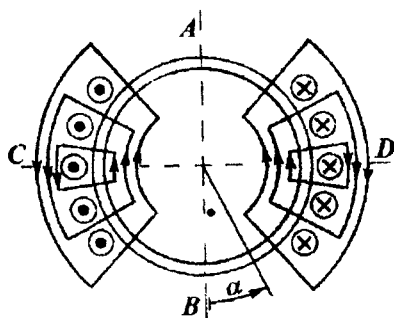
3.24–rasm

$$\text{Zanjirning reaktiv quvvati: } Q = \sqrt{3}U_{BC} I_A \sin \varphi = \sqrt{3}P_W .$$

3.6. Aylanuvchan magnit maydoni

3.6.1. Pulsatsiyalanuvchi magnit maydoni

Uch fazali toklar sistemasining asosiy xususiyatlaridan biri– o'zgaruvchan tok elektr motorlarining ishlash prinsipining asosi bo'lgan aylanuvchan magnit maydonini hosil qilishdir. Aylanuvchan

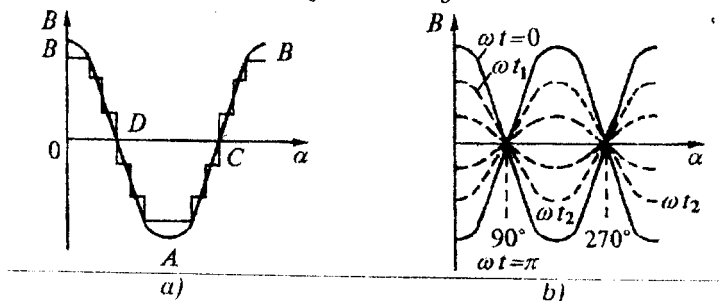


3.25–rasm

magnit maydonini o'rganishga kirishishdan avval bitta g'altak atrofida hosil bo'ladigan magnit maydoni xususiyatlarini o'rganamiz. Elektr mashina stator pazlariga chulg'am joylashtirilgan bo'lib, undan yo'nalishi 3.25–rasmida ko'rsatilgan tok o'tayotgan bo'lsin. Hosil bo'lgan magnit maydonining induksiyasi tok kattaligiga va chulg'amdagi o'ramlar soniga to'g'ri proporsional bo'ladi. AB liniya bo'ylab induksiyaning qiymati maksimal, CD liniya bo'ylab esa minimal bo'ladi.

Halqasimon havo oraliq'ida magnit maydoni induksiyasining taqsimlanishi burchak funksiyasi hisoblanadi. Masalan, AB kesimda induksiyaning taqsimlanish qonuniyati zinapoyasimon ko'rinishga ega bo'ladi (3.26–rasm). Induksiyaning asosiy garmonikasi

$B = B_0 \cdot \cos \alpha$ ko'rinishida bo'ladi. Induksiya o'zgarishining bunday shakli chulg'amdagi tok o'zgarmas bo'lganida hosil bo'ladi.



3.26—rasm

Agar chulg'amdan sinusoidal tok o'tkazilsa, u holda uning atrofida sinusoidal qonuniyat bilan o'zgaruvchi magnit maydoni hosil bo'ladi. $B_0 = B_m \cos \omega t$ bo'lganda $B = B_0 \cos \alpha = B_m \cos \omega t \cos \alpha$ bo'ladi. Bu tenglikdan ko'rinib turibdiki, induksiya vaqt bo'yicha ham fazada ham sinusoidal qonun bilan o'zgaradi (3.26—rasm, b). Vaqtning istalgan paytida $\alpha = 0, 180^0, 360^0$ nuqtalarda $B = B_m$,

$\alpha = 90^0, 270^0$ nuqtalarda esa $B = 0$ bo'ladi. Magnit maydoni induksiyasi maksimal bo'lgan yo'nalish magnit maydonining o'q chizig'i deb ataladi. Bu o'q g'altak o'q chizig'i bilan mos tushadi (3.25—rasmda AB chiziq).

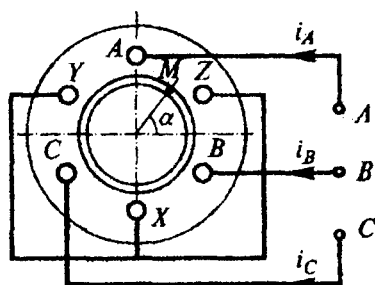
Qiymati vaqt bo'yicha o'zgaradigan, lekin fazoda o'zgarmaydigan maydon pul satsiyalanuvchi maydon deb ataladi. Bunday maydonda induksiyaning maksimal qiymati har doim bir chiziqda bo'ladi.

Shunday qilib, bitta chulg'am yordamida faqat pul satsiyalanuvchi maydon hosil qilish mumkin. Agar elektr mashina statorida uchta chulg'am joylashtirib, ular uch fazali toklar sistemasidan ta'minlansa, u holda uchta pul satsiyalanuvchi maydonning ustma—ustlanishi natijasida aylanuvchan maydon hosil bo'ladi. Endi ana shu maydon xususiyatlarini ko'rib chiqamiz.

3.6.2. Aylanuvchan magnit maydonini hosil qilish

Elektr mashina statorida yulduz ulangan va fazoda o'zaro 120^0 siljigan uchta AX, BY, CZ chulg'amlar joylashtirilgan (3.27—rasm) va ushbu chulg'amlarga uch fazali simmetrik kuchlanishlar sistemasi ulangan bo'lib, ularning ta'sirida chulg'amlardan bir—biridan o'zaro

120° ga siljigan quyidagi simmetrik toklar sistemasi hosil bo'lgan bo'lsin:



3.27—rasm

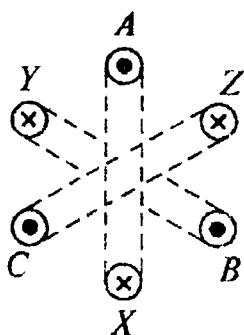
$$i_A = I_m \sin \omega t,$$

$$i_B = I_m \sin(\omega t - 120^\circ),$$

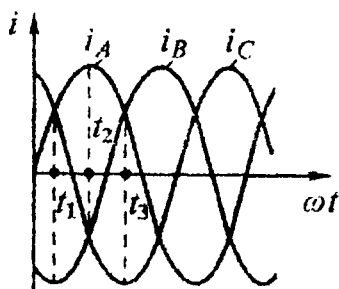
$$i_C = I_m \sin(\omega t + 120^\circ)$$

Vaqtning turli momentlari uchun natijaviy magnit maydonining shaklini ko'rib chiqamiz. Tokning musbat yo'nalishini chulg'am oxiridan

boshiga tomon qabul qilamiz (3.28—rasm, a).



a)



b)

3.28—rasm

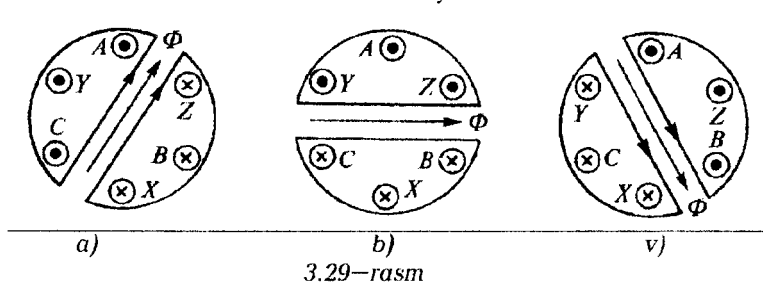
$t = t_1$ paytda (3.29—rasm, b) $i_A > 0$, $i_B < 0$, $i_C > 0$. Bu holat uchun magnit maydonining ko'rinishi 3.29—rasm, a da tasvirlangan.

$t = t_2$ paytda $i_A > 0$, $i_B < 0$, $i_C < 0$ bo'lib, unga 3.29—rasm, b dagi ko'rinish mos keladi. Rasmdan ko'rinib turibdiki, natijaviy magnit oqimi (magnit maydonining o'q chizig'i) ma'lum burchakka burilgan.

$t = t_3$ paytda $i_A > 0$, $i_B > 0$, $i_C < 0$ bo'lib, magnit maydonining o'q chizig'i yana ma'lum burchakka buriladi (3.29—rasm, v) va h.k.

Shunday qilib, chulg'amlardagi toklar qiymatlari va yo'nalishlarini vaqt bo'yicha o'zgarishi natijaviy magnit maydonini soat mili harakati

bo'yicha burilishiga yoki boshqacha qilib aytganda aylanishiga olib keladi. O'zgaruvchan tokning bitta davri mobaynida magnit maydoni stator o'qi atrofida bir marta to'liq aylanadi. Aylanish yo'nalishi chulg'amlardagi faza toklari ketma-ketligiga bog'liq bo'ladi. Aylanish yo'nalishini o'zgartirish uchun fazalar ketma-ketligini o'zgartirish, ya'ni ikkita faza o'rini almashtirish kifoya.



3.29-rasm

Natijaviy magnit maydoni induksiyasi vektori joylashishining vaqt bo'yicha va fazoda o'zgarishini ko'rib chiqamiz. 3.27-rasmda keltirilgan elektr mashinasi havo oralig'ining M nuqtasidagi induksiya qiymatini aniqlaymiz. Bu nuqta A faza chulg'ami o'qidan α burchakka, B faza chulg'ami o'qidan $\alpha + 120^\circ$ burchakka, C fazadan $\alpha - 120^\circ$ ga siljigan. M nuqtadagi induksiya qiymatini topish uchun ustma-ustlash prinsipidan foydalanamiz:

$$B = B_A + B_B + B_C;$$

bu yerda

$$B_A = B_m \cos \omega t \cos \alpha, \quad B_B = B_m \cos(\omega t - 120^\circ) \cos(\alpha + 120^\circ),$$

$$B_C = B_m \cos(\omega t + 120^\circ) \cos(\alpha - 120^\circ).$$

$\cos \omega t \cos \alpha = \frac{1}{2} [\cos(\omega t + \alpha) + \cos(\omega t - \alpha)]$ ifodani hisobga olib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$B_A = \frac{1}{2} B_m [\cos(\omega t + \alpha) + \cos(\omega t - \alpha)],$$

$$B_B = \frac{1}{2} B_m [\cos(\omega t + \alpha) + \cos(\omega t - \alpha - 240^\circ)],$$

$$B_C = \frac{1}{2} B_m [\cos(\omega t + \alpha) + \cos(\omega t - \alpha + 240^\circ)].$$

Bundan

$$B = B_A + B_B + B_C = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t + \alpha).$$

Oxirgi tenglikdan ko'rinib turibdiki, havo oralig'i nuqtasidagi maydon induksiyasi bir paytning o'zida ham vaqtning, ham shu nuqtaning fazodagi holati funksiyasi hisoblanadi.

Aytaylik, ko'rib chiqilayotgan M nuqta havo oralig'i bo'ylab manfiy, ya'ni soat mili harakati yo'nalishida ω burchak tezlik bilan harakatlanmoqda. Bu holat uchun $\alpha = -\omega t$ bo'lib, $B = \frac{3}{2} B_m = 1,5B_m$ bo'ladi. Bundan ko'rinadiki, natijaviy maydonning o'q chizig'i soat mili harakati yo'nalishida ω burchak tezlik bilan aylanib turadi va o'q chiziqning o'zida uning qiymati ($1,5B_m$) o'zgarmaydi.

Yuqorida olingan natijalarni tahlil qilib quyidagi xulosalarni hosil qilishimiz mumkin:

1. Fazoda o'zaro siljigan chulg'amlardan toklar o'tganida burchak tezligi tok chastotasiga teng aylanuvchan magnit maydoni hosil bo'ladi. Tok davriga teng bo'lgan vaqtda maydon to'liq bir marta aylanadi.

2. Stator ichki yuzasi bo'ylab maydon induksiyasi sinusoidal (aniqrog'i trapesiyasimon) qonuniyat bo'yicha taqsimlangan bo'ladi. Uning qiymati maydon o'q chizig'i bo'ylab $1,5B_m$ ga teng va o'zgarmasdir.

3. Pulsatsiyalanuvchi magnit maydonini bir-biriga qarama-qarshi yo'nalgan ikkita aylanuvchan maydonlarga ajratish mumkin. Bunda har bir maydon induksiyasining maksimal qiymati $\frac{1}{2} B_m$ ga teng, chunki

$$B = B_m \cos \omega t \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} B_m [\cos(\omega t + \alpha) + \cos(\omega t - \alpha)].$$

4. Chulg'amlar simmetrik toklar sistemasidan ta'minlanganida aylanuvchan magnit maydonining trayektoriyasi aylana hosil qiladi, chunki moduli $1,5B_m$ ga teng bo'lgan vektor uchining harakati aylana hosil qiladi. Agar chulg'amlardan nosimmetrik toklar o'lsa, u holda aylanuvchan magnit maydoni harakatining trayektoriyasi elliptik ko'rinishda bo'ladi.

3.6.3. Uch fazali asinxron motorning ishlash prinsipi

3.27—rasmda ko'rsatilgan elektr mashina stator chulg'amlari uch fazali manbadan ta'mirlanganida aylanuvchan magnit maydoni hosil bo'ladi. Rotor qisqa tutashtirilgan yoki 3 ta faza chulg'amlaridan tashkil topgan bo'ladi. Aylanuvchan magnit maydoni rotor chulg'amlarini kesib o'tganida ularda elektromagnit induksiya qonuniga ko'ra EYuK hosil bo'ladi. Bu EYuK lar ta'sirida rotor chulg'amlaridan toklar o'ta boshlaydi. Statorning aylanuvchan magnit maydoni va rotor toklari atrofida maydonlarning o'zaro ta'siri natijasida rotorni aylanuvchan magnit maydoni yo'nalishida aylantiruvchi moment yuzaga keladi. Rotorning aylanish tezligi (n_2) statorning aylanuvchan magnit maydoni aylanish tezligi n_1 dan biroz kichikroq bo'ladi. Chunki, agar $n_1 = n_2$ bo'lganida, aylanuvchan maydon kuch chiziqlari rotor chulg'amlarini kesib o'tmagan va unda EYuK induksiyalanmagan bo'lar edi. Shuning uchun ham bunday motorlar asinxron motorlar deb ataladi.

Rotor tezligini aylanuvchan maydon tezligidan kichiklik darajasi sirpanish bilan tavsiflanadi:

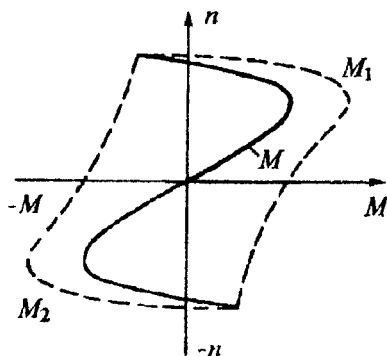
$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}$$

Kam quvvatli asinxron motorlarda turg'un rejimda sirpanish $0,1 \pm 0,15$ ni, katta quvvatli asinxron motorlarda esa u $0,02 \pm 0,05$ ni tashkil etadi.

Asinxron motorlarning tuzilishi, ishlash prinsipi va o'ziga xos xususiyatlari "Elektromexanika" kursida batafsil bayon etiladi.

3.6.4. Bir fazali asinxron motorning ishlash prinsipi

Bir fazali asinxron motor statorida bitta chulg'am, rotorida esa qisqa tutashtirilgan chulg'am joylashtirilgan bo'ladi. Stator chulg'amiga sinusoidal tok berilganida uning atrofida pul



satsiyalanuvchi magnit maydoni hosil bo'ladi. Bu maydonni ikkita aylanuvchi maydon ko'rinishida tasvirlab, uning ta'sirida yuzaga keladigan aylantiruvchi momentni $M = M_1 - M_2$ ko'rinishida yozishimiz mumkin. $M(n)$ bog'lanish 3.30—rasmda keltirilgan. Rotor qo'zg'almas bo'lgan holatda

aylanuvchi maydonlar qiymat jihatdan o'zaro teng, lekin bir–biriga qarama–qarshi yo'nalgan aylantiruvchi momentlarni hosil qiladi. Shuning

3.30–rasm

uchun ham bu momentlar ta'sirida rotor harakatga kelmaydi. U harakatga kelishi uchun momentlardan birining qiymati kattaroq bo'lishi lozim.

Bir fazali elektr motorlarda ishga tushirish momentini hosil qilish uchun qo'shimcha ishga tushirish chulg'amidan foydalaniladi yoki stator zanjiriga faza siljituvchi element, masalan, kondensator ulanadi. Natijada ikkita fazali sistema hosil bo'lib, motorning ishchi havo oralig'ida elliptik trayektoriya bo'ylab aylanuvchan maydon hosil bo'ladi va uning ta'sirida rotor harakatga keladi. Motor ishga tushganidan keyin ishga tushirish chulg'ami zanjirdan ajratiladi.

3.7. Simmetrik tashkil etuvchilar usuli

Nosimmetrik uch fazali zanjirlarda tok yoki kuchlanishlarni simmetrik tashkil etuvchilar yig'indisi ko'rinishida ifodalash asosida hisoblash usuli simmetrik tashkil etuvchilar usuli deb ataladi. Ushbu usulning mohiyati quyidagicha:

1. Istalgan uch fazali nosimmetrik kuchlanishlar sistemasi nol, to'g'ri va teskari deb ataluvchi ketma–ketlikli tashkil etuvchilar ko'rinishida ifodalanadi.

2. Kuchlanishning har bir tashkil etuvchisidan zanjirda hosil bo'lgan toklar aniqlanadi.

3. Ustma–ustlash prinsipi asosida zanjirdagi toklar topiladi.

3.7.1. Uch fazali vektorlar sistemasining simmetrik tashkil etuvchilari

Nol, to'g'ri va teskari ketma–ketlikli tashkil etuvchilar va ularni nosimmetrik uch fazali vektorlar sistemasi orqali aniqlashni ko'rib chiqamiz. Uch fazali simmetrik sistemada EYuK, kuchlanish va tok fazalari orasidagi burchak 120^0 ga teng bo'lganligi sababli matematik almashtirish anallarini soddalashtirish maqsadida, quyidagi kompleks ko'paytuvchi yoki uch fazali operatoridan foydalanamiz:

$$a = e^{j120^\circ} = e^{-j240^\circ} = \cos 120^\circ + j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$a^2 = e^{j240^\circ} = e^{-j120^\circ} = \cos 120^\circ - j \sin 120^\circ = -\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$a^3 = e^{j360^\circ} = 1,$$

$$1 + a + a^2 = 1 - \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,$$

ya'ni 1, a va a^2 vektorlarning yig'indisi simmetrik sistemani hosil qiladi.

Uch fazali simmetrik EYuK lar sistemasini a operator yordamida ifodalaymiz:

$$\underline{E}_A = E, \quad \underline{E}_B = Ee^{-j120^\circ} = Ee^{j240^\circ} = a^2 E,$$

$$\underline{E}_C = Ee^{-j240^\circ} = Ee^{j120^\circ} = aE$$

yoki

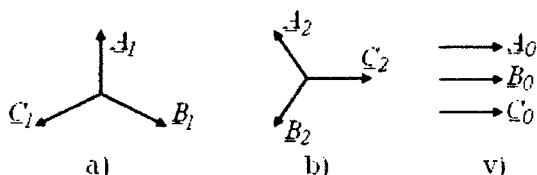
$$\underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = (1 + a + a^2)E = 0.$$

Vektorni a ga ko'paytirish uni soat mili harakatiga teskari yo'nalishda 120° ga yoki soat mili harakati yo'nalishida 240° ga burish demakdir. Vektorni a^2 ga ko'paytirish uni soat mili harakatiga teskari yo'nalishda 240° ga, mos yo'nalishda esa 120° ga burish demakdir.

Endi a operator orqali simmetrik tashkil etuvchilarning ifodalarini hosil qilamiz.

To'g'ri ketma-ketlikli tashkil etuvchilar modullari teng va o'zaro 120° ga siljigan A_1, B_1 va C_1 vektorlardan iborat bo'lib, ketma-ketlik tartibi A_1, B_1, C_1 ko'rinishida bo'ladi (3.31-rasm, a). Bunda

$$\underline{B}_1 = a^2 \underline{A}_1, \quad \underline{C}_1 = a \underline{A}_1.$$



3.31 - rasm

Teskari ketma-ketlikli tashkil etuvchilar modullari teng va o'zaro 120° ga siljigan A_2, B_2, C_2 vektorlardan iborat bo'lib, ketma-ketlik tartibi A_2, B_2, C_2 ko'rinishida bo'ladi (3.32-rasm, b). Bunda

$$\underline{B}_2 = a\underline{A}_2, \underline{C}_2 = a^2\underline{A}_2.$$

Nol kelma-ketlikli tashkil etuvchilar modullari teng va faza jihatdan mos bo'lgan 3 ta bir xil vektordan iborat (3.31-rasm, v). Bunda $\underline{A}_0 = \underline{B}_0 = \underline{C}_0$.

$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}$ nosimmetrik vektorlar sistemasini uchta simmetrik tashkil etuvchilar yig'indisi ko'rinishida yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \underline{A} &= \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_0, \\ \underline{B} &= \underline{B}_1 + \underline{B}_2 + \underline{B}_0 = a^2\underline{A}_1 + a\underline{A}_2 + \underline{A}_0, \\ \underline{C} &= \underline{C}_1 + \underline{C}_2 + \underline{C}_0 = a\underline{A}_1 + a^2\underline{A}_2 + \underline{A}_0. \end{aligned} \right\} \quad (3.5)$$

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemasi yordamida berilgan $\underline{A}_1, \underline{A}_2$ va \underline{A}_0 simmetrik tashkil etuvchilar yordamida A, B va C vektorlarni aniqlash mumkin.

(3.5) tenglamalar sistemasini $\underline{A}_1, \underline{A}_2$ va \underline{A}_0 larga nisbatan yechib, $\underline{A}, \underline{B}$ va \underline{C} vektorlar berilgan hol uchun tegishli simmetrik tashkil etuvchilarni topish mumkin bo'ladi. \underline{A}_0 vektorni topish uchun (3.5) sistemadagi tenglamalarni o'zaro qo'shish kifoya, ya'ni:

$$\underline{A} + \underline{B} + \underline{C} = \underline{A}_1(1 + a + a^2) + \underline{A}_2(1 + a + a^2) + 3\underline{A}_0.$$

$1 + a + a^2 = 0$ ni hisobga olsak:

$$\underline{A}_0 = \frac{1}{3}(\underline{A} + \underline{B} + \underline{C}). \quad (3.6)$$

\underline{A}_1 va \underline{A}_2 vektorlar uchun (3.5) sistemani Gauss usuli yordamida yechib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$\underline{A}_1 = \frac{1}{3}(\underline{A} + a\underline{B} + a^2\underline{C}), \quad (3.7)$$

$$\underline{A}_2 = \frac{1}{3}(\underline{A} + a^2\underline{B} + a\underline{C}). \quad (3.8)$$

(3.6) tenglama tahlilidan quyidagi xulosalarni chiqarish mumkin:

1. Uch fazali zanjirda liniya kuchlanishlar yig'indisi nolga teng bo'lganligi sababli liniya kuchlanishlar tarkibida nol ketma-ketlikli tashkil etuvchilar bo'lmaydi, ya'ni

$$\underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_{AB} + \underline{U}_{BC} + \underline{U}_{CA}}{3} = 0.$$

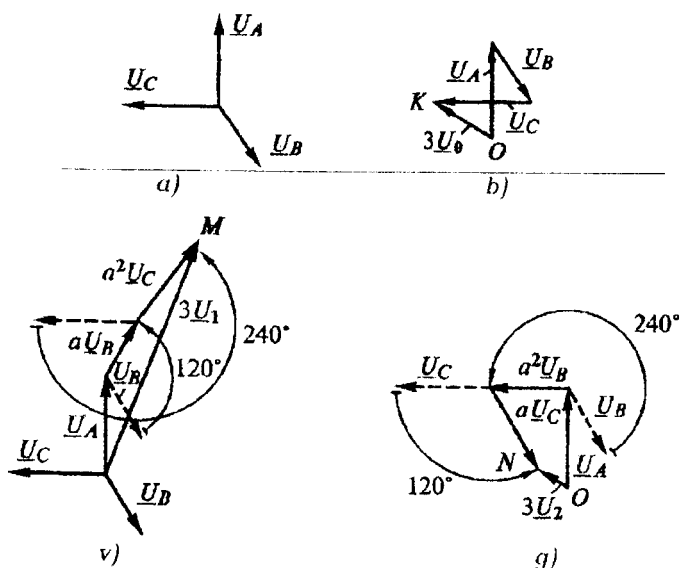
2. Uch simli uch fazali zanjirda liniya toklari vektorlarining yig'indisi nolga teng. Shuning uchun ham liniya toklar sistemasida nol ketma-ketlikli tashkil etuvchilar nolga teng, ya'ni

$$\underline{I}_0 = \frac{1}{3}(\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C) = 0.$$

3. Neytral simli uch fazali zanjirda neytral simdagi tok nol ketma-ketlikli tashkil etuvchining uchlanganiga teng, ya'ni

$$\underline{I}_N = \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 3\underline{I}_0.$$

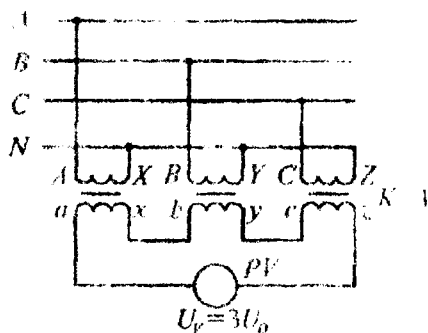
(3.6), (3.7) va (3.8) tenglamalar yordamida berilgan nosimmetrik vektorlar sistemaning simmetrik tashkil etuvchilarini topish mumkin. Masalan, $\underline{U}_A, \underline{U}_B$ va \underline{U}_C faza kuchlanishlarining nosimmetrik sistemasi berilgan bo'lsin (3.32-rasm, a). $\underline{U}_0, \underline{U}_1$ va \underline{U}_2 kuchlanishlarni topish uchun (3.6)...(3.8) tenglamalar asosida vektorlarni qo'shamiz (3.32-rasm, b, v, g).



3.32-rasm

3.7.2. Simmetrik tashkil etuvchilarni o'lchash usullari

Tok va kuchlanishlar simmetrik tashkil etuvchilarini tajriba yordamida aniqlashda maxsus filtrlardan foydalaniladi. Bunday filtrlar uch fazali energetik tizimlarni avariya rejimlaridan himoya qiluvchi sxemalarda qo'llaniladi. Bu tizimlarda nol va leskari ketma-ketlikli tashkil etuvchilarning hosil bo'lishi simmetriyaning buzilganligini ko'rsatadi.

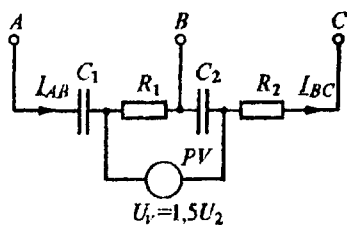


3.33-rasm

u holda voltmetr o'lchaydigan natijaviy kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$\underline{U}_V = \underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C = 3\underline{U}_0 \quad \text{yoki} \quad \underline{U}_0 = \frac{\underline{U}_V}{3}, \quad \text{ya'ni voltmetr}$$

kuchlanishning nol ketma-ketlikli tashkil etuvchisini ko'rsatadi.



3.34-rasm

$$\underline{Z}_{AB} = R_1 - jX_1 = R_1 - j\frac{R_1}{\sqrt{3}} = \frac{2R_1}{\sqrt{3}} e^{-j30^\circ}$$

$$\underline{Z}_{BC} = R_2 - jX_2 = \frac{X_2}{\sqrt{3}} - jX_2 = \frac{2X_2}{\sqrt{3}} e^{-j60^\circ}$$

Kuchlanishning nol ketma-ketlikli tashkil etuvchisini ajratuvchi (aniqlovchi) filtri uchta bir fazali transformatoridan tashkil topgan bo'lib, ularning birlanchi chulg'amlari uch fazali zanjir fazalari kuchlanishlariga, ikkilanchi chulg'amlari esa ochiq uchburchak sxemasida voltmetrqa ulangan.

Agar transformatorlar koeffitsiyenti birga teng bo'lsa,

Teskari ketma-ketlikli kuchlanish filtri ikkitadan rezistor va kondensatordan iborat (3.34-rasm). Filtr

$$\text{parametrlari} \quad \frac{R_1}{X_1} = \frac{X_2}{R_2} = \sqrt{3}$$

shartni qanoatlantirishi lozim. Unda

Liniya kuchlanishlarini simmetrik tashkil etuvchilar orqali ifodalaymiz:

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2; \quad \underline{U}_{BC} = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2; \quad \underline{U}_0 = 0.$$

Filter shoxobchalaridagi toklar:

$$\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}} = \frac{\sqrt{3}}{2R_1} \underline{U}_1 e^{j30^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2R_1} \underline{U}_2 e^{j30^\circ},$$

$$\underline{I}_{BC} = \frac{\underline{U}_{BC}}{\underline{Z}_{BC}} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2X_2} \underline{U}_1 e^{j60^\circ} + \frac{\sqrt{3}a}{2X_2} \underline{U}_2 e^{j60^\circ}.$$

R_1 va X_2 elementlardagi kuchlanishlar:

$$\underline{U}_{R_1} = \underline{I}_{AB} R_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{U}_1 e^{j30^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{U}_2 e^{j30^\circ},$$

$$\underline{U}_{X_2} = \underline{I}_{BC} (-jX_2) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \underline{U}_1 e^{j30^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{U}_2 e^{j30^\circ}.$$

Voltmeter ko'rsatkichi

$$\underline{U}_V = \underline{U}_{R_1} + \underline{U}_{X_2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \underline{U}_2 \left(e^{j30^\circ} + e^{j90^\circ} \right) = 1,5 \underline{U}_2 e^{j60^\circ},$$

$$U_V = 1,5 U_2 \text{ yoki } \underline{U}_2 = \frac{U_V}{1,5}.$$

Shunday qilib, voltmeter teskari ketma-ketlikli kuchlanishni ko'rsatadi.

Agar A va C qismalar o'rni

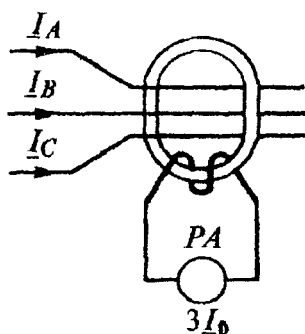
$$\text{almashtirilsa va } \frac{R_1}{X_1} = \frac{X_2}{R_2} = \sqrt{3}$$

shart bajarilsa, u holda voltmeter to'g'ri ketma-ketlikli kuchlanishni ko'rsatadi, ya'ni

$$U_V = \sqrt{3} U_1 \quad U_1 = \frac{U_V}{\sqrt{3}}.$$

Nol ketma-ketlikli toklar filtri tok transformatorlari asosida qurilish mumkin (3.35-rasm).

Agar transformatorning transformatsiya koeffitsiyenti nolga teng bo'lsa, u holda uning ikkilamchi chulg'amiga ulangan ampermetr

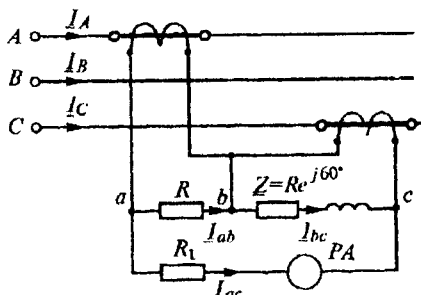


3.35-rasm

ko'rsatkichi $I_0 = \frac{1}{3} I = \frac{1}{3} (I_A + I_B + I_C)$ ga teng bo'ladi.

Uch simli uch fazali zanjir normal rejimda ishlaganda ampermetr nolni ko'rsatadi. Asbob ko'rsatishining noldan og'ishi uch fazali sistemada normal rejim buzilganidan dalolat beradi. Shuning uchun ham bunday filtrlar relesi himoya qurilmalarida keng ishlatiladi.

Teskari ketma-ketlikli toklar filtri ham tok transformatorlari asosida hosil qilinadi (3.36-rasm). Shoxobchalar



3.36-rasm

qarshiliklari $Z_{ab} = R,$

$Z_{bc} = R \cdot e^{j60^0}, Z_{ac} = R_1$

munosabatda tanlansa, ampermetr ko'rsatkichi teskari ketma-ketlikli tokka proporsional bo'ladi. Ushbu tasdiqni isbotlash uchun quyidagi o'zgartirishlarni bajaramiz.

Kirxgof qonunlariga ko'ra:

$$R I_{ab} + R \cdot e^{j60^0} I_{bc} - R_1 I_{ac} = 0,$$

$$I_{ab} = I_a - I_{ac}, \quad I_{bc} = I_c - I_{ac},$$

yoki $R I_a + R I_{ac} + R \cdot e^{j60^0} I_c - R \cdot e^{j60^0} I_{ac} - R_1 I_{ac} = 0,$
bundan

$$I_{ac} = \frac{R I_a + R \cdot e^{j60^0} I_c}{R + R \cdot e^{j60^0} + R_1}.$$

$I_0 = 0$ bo'lganligi uchun $I_a = I_1 + I_2, I_c = a I_1 + a^2 I_2.$

Bularni va $1 + a e^{j60^0} = 0$ ekanligini hisobga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$I_{ac} = \frac{R + a R \cdot e^{j60^0}}{R + R \cdot e^{j60^0} + R_1} = k I_2,$$

bu yerda k — ampermetr ko'rsatkichi va teskari ketma-ketlikli tok orasidagi proporsionallik koeffitsiyenti.

Agar filtr sxemasidagi \underline{Z}_{ab} va \underline{Z}_{bc} qarshiliklar o'zaro almashtirilsa, u holda ampermetr ko'rsatkichi to'g'ri ketma-ketli tokka proporsional bo'ladi.

3.8. Uch fazali zanjirlarni simmetrik tashkil etuvchilar usuli yordamida hisoblash

Bu usul usma-ustlash prinsipiga asoslangan bo'lib, dastlabki nosimmetrik uch fazali zanjir uchta simmetrik zanjir majmuasi ko'rinishida tasvirlanadi. Bunda har bir simmetrik tashkil etuvchining zanjirga ta'siri alohida hisoblanadi. Boshqacha qilib aytganda, kuchlanishning har bir simmetrik tashkil etuvchisi zanjirda mos tashkil etuvchi toklarni hosil qiladi va aksincha: tokning har bir tashkil etuvchisidan zanjirda mos tashkil etuvchili kuchlanish pasayishi yuzaga keladi.

3.8.1. Simmetrik uch fazali zanjirlarni har xil ketma-ketlikli toklar uchun qarshiliklari

Uch fazali zanjirlarni hisoblashda har xil ketma-ketlikli toklar uchun zanjirning qarshiliklarini bilish lozim bo'ladi, chunki bu qarshiliklarning qiymatlari turlicha. To'g'ri, teskari va nol ketma-ketlikli faza kuchlanishlari kompleks qiymatlarining unga mos faza toklar kompleks qiymatlariga nisbati zanjirning to'g'ri, teskari va nol ketma-ketlikli kompleks qarshiliklari deb ataladi:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}, \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}, \quad \underline{Z}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{I}_0}.$$

Tarkibida aylanuvchan qismga ega bo'lgan elektr mashinalari bo'lmagan uch fazali zanjirlar (masalan, transformatorlar, uzatish liniyalari va h.k.) uchun $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$.

Nol ketma-ketlikli tashkil etuvchi tok uchun qarshilikning qiymati uch fazali zanjirning ulanish sxemasiga bog'liq bo'ladi. To'rt simli uch fazali zanjirda agar $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C = \underline{Z}$ bo'lsa, u holda unga berilgan simmetrik kuchlanish fazalari ketma-ketligi o'zgartirilganda toklar qiymatlari o'zgarmasdan qoladi (faqat ularning ketma-ketligi o'zgaradi). Shuning uchun ham bunday zanjirlar uchun $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 = \underline{Z}$ bo'ladi.

Agar uch fazali zanjirga nol ketma-ketlikli kuchlanishlar sistemasi ($\underline{U}_A = \underline{U}_B = \underline{U}_C = \underline{U}_0$) berilgan bo'lsa, u holda

$$L_N = L_A + L_B + L_C = 3L_0.$$

$$Z_0 = Z + 3Z_N = \frac{U}{I}.$$

Agar neytral sim bo'lmasa, u holda $Z_0 = \infty$ bo'lib, $L_0 = 0$ bo'ladi.

Aylanuvchan qismga ega elektr mashinalarda $Z_1 \neq Z_2 \neq Z_0$ bo'lib, ko'pincha $Z_1 > Z_2$ bo'ladi. Buning sababi shundan iboratki, to'g'ri va teskari ketma-ketlikli tashkil etuvchi toklar o'zaro qarama-qarshi yo'nalishda aylanuvchi magnit maydonlarini hosil qiladi. Bunda tokning to'g'ri ketma-ketlikli tashkil etuvchisidan hosil bo'lgan aylanuvchi magnit maydonining yo'nalishi rotorning aylanish yo'nalishiga mos, tokning teskari ketma-ketlikli tashkil etuvchisidan hosil bo'lgan aylanuvchi magnit maydonining yo'nalishi rotorning aylanish yo'nalishiga teskari bo'ladi.

3.8.2. Nosimmetrik manbadan ta'minlanayotgan simmetrik uch fazali zanjirlardagi toklarni aniqlash

Bunday turkumdagi zanjirlarni hisoblashni nosimmetrik kuchlanishlar sistemasidan ta'minlanayotgan uch fazali elektrodvigatel chulg'amlaridagi toklarni aniqlash misolida ko'rib chiqamiz. Hisoblashni quyidagi tartibda olib boramiz:

1. Berilgan nosimmetrik faza kuchlanishlar sistemasini simmetrik tashkil etuvchilar ko'rinishida ifodalaymiz:

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C); \quad \underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a\underline{U}_B + a^2\underline{U}_C);$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a^2\underline{U}_B + a\underline{U}_C).$$

2. Om qonuni asosida toklar simmetrik tashkil etuvchilarini aniqlaymiz:

$$L_1 = \frac{U_1}{Z_1}, \quad L_2 = \frac{U_2}{Z_2}, \quad L_0 = \frac{U_0}{Z_0}.$$

3. Toklar simmetrik tashkil etuvchilari orqali liniya toklarini topamiz:

$$L_A = L_0 + L_1 + L_2; \quad L_B = L_0 + a^2L_1 + aL_2;$$

$$L_C = L_0 + aL_1 + a^2L_2.$$

Shuni ta'kidlab o'tish joizki, bu usulni faqat chiziqli zanjirlarni hisoblashda qo'llash mumkin.

Masala. Uch fazali asinxron dvigatel stator chulg'amlari nosimmetrik kuchlanishlar sistemasi $\underline{U}_A = 400 \text{ B}$, $\underline{U}_B = -j300 \text{ B}$, $\underline{U}_C = j300 \text{ B}$ ga ulangan. Dvigatel neytral nuqtasi izolyasiyalangan. Dvigatel fazalarining to'g'ri va teskari ketma-ketlikli toklarga qarshiliklari $\underline{Z}_1 = 6 + j6 \text{ Om}$, $\underline{Z}_2 = 0,3 + j1,1 \text{ Om}$. Liniya toklari, dvigatel iste'mol qilayotgan aktiv, reaktiv va to'la quvvatlar topilsin.

Echish. 1. Faza kuchlanishlarining simmetrik tashkil etuvchilari quyidagicha topiladi:

$$\underline{U}_0 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + \underline{U}_B + \underline{U}_C) = \frac{400 - j300 + j300}{3} \approx 133 \text{ B},$$

$$\underline{U}_1 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a\underline{U}_B + a^2\underline{U}_C) = \frac{1}{3}\left[400 + e^{j120^\circ}(-j300) + e^{j240^\circ}j300\right] = 307 \text{ B},$$

$$\underline{U}_2 = \frac{1}{3}(\underline{U}_A + a^2\underline{U}_B + a\underline{U}_C) = \frac{1}{3}\left[400 + e^{j240^\circ}(-j300) + e^{j120^\circ}j300\right] = -40,7 \text{ B}.$$

2. Toklar simmetrik tashkil etuvchilari Om qonuni yordamida quyidagicha aniqlanadi:

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{U}_0}{\underline{Z}_0} = \frac{133}{\infty} = 0, \quad \underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1} = \frac{307}{6 + j6} = 36,2e^{-j45^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_2 = \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_2} = \frac{-40,7}{0,3 + j1,1} = -35,7e^{-j75^\circ} \text{ A}.$$

3. Liniya toklari:

$$\underline{I}_A = \underline{I}_1 + \underline{I}_2 = 36,2e^{-j45^\circ} - 35,7e^{-j75^\circ} = 19,2e^{-j29^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_B = a^2\underline{I}_1 + a\underline{I}_2 = 36,2e^{-j45^\circ}e^{j240^\circ} - 35,7e^{-j75^\circ}e^{j120^\circ} = 69e^{-j160^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_C = a\underline{I}_1 + a^2\underline{I}_2 = 36,2e^{-j45^\circ}e^{j120^\circ} + 35,7e^{-j75^\circ}e^{j240^\circ} = 51e^{j29^\circ} \text{ A}.$$

4. Aktiv quvvat:

$$P = \operatorname{Re}\left\{3\underline{U}_0^*\underline{I}_0 + 3\underline{U}_1^*\underline{I}_1 + 3\underline{U}_2^*\underline{I}_2\right\} = 3\underline{U}_1\underline{I}_1 \cos \varphi_1 + 3\underline{U}_2\underline{I}_2 \cos \varphi_2 =$$

$$= 3 \cdot 307 \cdot 36,2 \cos 45^\circ + 3 \cdot 40,7 \cdot 35,7 \cos 75^\circ = 24,7 \text{ kBm}.$$

5. Reaktiv quvvat:

$$Q = \operatorname{Im} \left| 3\underline{U}_1 \underline{L}_1^* + 3\underline{U}_2 \underline{L}_2^* \right| = 3\underline{U}_1 L_1 \sin \varphi_1 + 3\underline{U}_2 L_2 \sin \varphi_2 =$$

$$= 3 \cdot 307 \cdot 36,2 \sin 45^0 + 3 \cdot 40,7 \cdot 35,7 \sin 75^0 = 27,8 \text{ } \kappa\text{Bap.}$$

6. To'la quvvat va quvvat ko'effitsiyenti:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{24,7^2 + 27,8^2} = 37,2 \text{ } \kappa\text{BA,}$$

$$\cos \varphi = \frac{P}{S} = \frac{24,7}{37,2} = 0,68.$$

3.8.3. Simmetrik kuchlanishlar sistemasidan ta'minlanayotgan nosimmetrik uch fazali zanjiri hisoblash

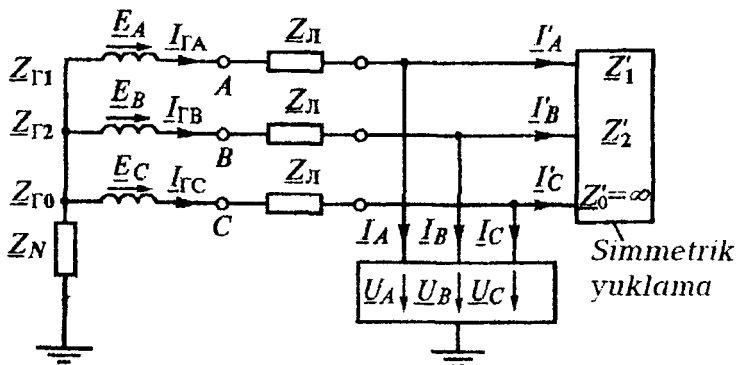
Bunday turkumdagi zanjirlarda ham nosimmetrik toklar sistemasi hosil bo'ladi. Bu toklarni aniqlash uchun ko'pincha kompensatsiya prinsipi qo'llaniladi va natijada simmetrik zanjir va nosimmetrik EYuK lar sistemasi hosil bo'ladi. Nosimmetrik EYuK lar simmetrik tashkil etuvchilarga ajratiladi.

Uch fazali zanjirlarda ikki tur — bo'ylama va ko'ndalang nosimmetriya uchraydi. Ko'ndalang nosimmetriya simmetrik uch fazali zanjirga nosimmetrik yuklama ulanganda hosil bo'ladi. Bularga nosimmetrik qisqa tutashishlarning har xil turlari (fazalar o'rtasidagi qisqa tutashish, bitta yoki ikkita fazaning yerga ulanishi) kiradi.

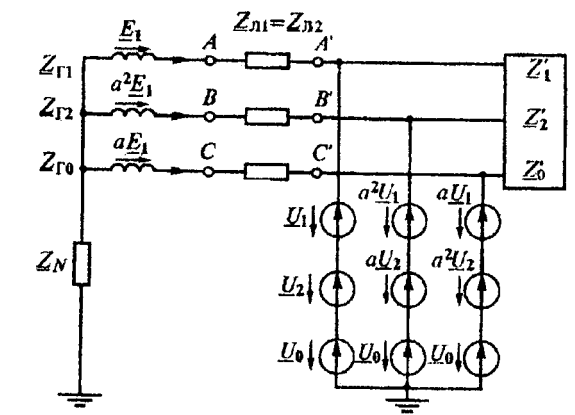
Bo'ylama nosimmetriya fazalarga har xil qarshilikli yuklamalar ulanganda, bitta yoki ikkita fazada uzilish paydo bo'lganda yuzaga keladi.

Ko'ndalang nosimmetriyaga ega bo'lgan uch fazali zanjiri hisoblash.

3.37—rasmda keltirilgan uch fazali zanjiri hisoblaymiz. Ushbu zanjir simmetrik EYuK lar sistemasini hosil qiluvchi uch fazali sinxron generator, liniya hamda bitta simmetrik va bitta nosimmetrik uch fazali yuklamadan tashkil topgan.



3.37-rasm



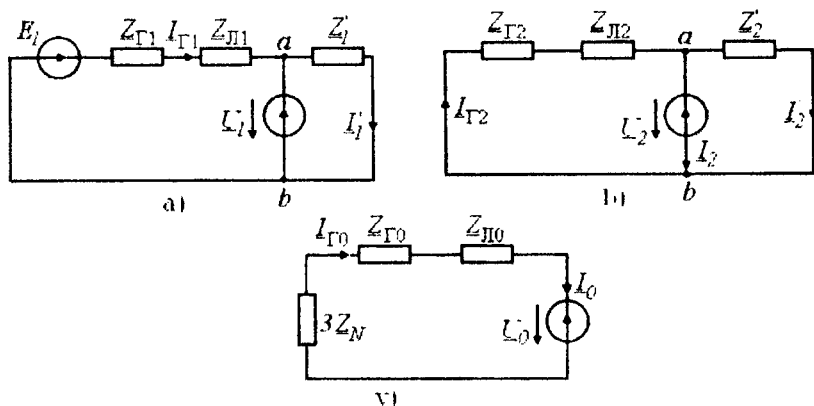
3.38-rasm

Sxemadagi nosimmetrik yuklamani kuchlanishlari \underline{U}_A , \underline{U}_B , \underline{U}_C noma'lum bo'lgan uchta manba bilan almashtiramiz. Natijada simmetrik EYuK lar sistemasi va nosimmetrik kuchlanishlar sistemasidan iborat zanjir hosil bo'ladi (3.38-rasm).

Bu zanjirda har bir ketma-ketlikli kuchlanishdan unga mos toklar yuzaga keladi. Shuning uchun ustma-ustlash prinsipiga asosan dastlabki zanjirni uchta mustaqil zanjir ko'rinishida ajratish mumkin (3.39-rasm).

Bunda to'g'ri (3.39-rasm, a) va teskari (3.39-rasm, b) ketma-ketlikli tashkil etuvchilar uchun sxemalar konfiguratsiyasi bir xil. Nol ketma-ketlikli tashkil etuvchi uchun sxema (3.39-rasm, v) da neytral

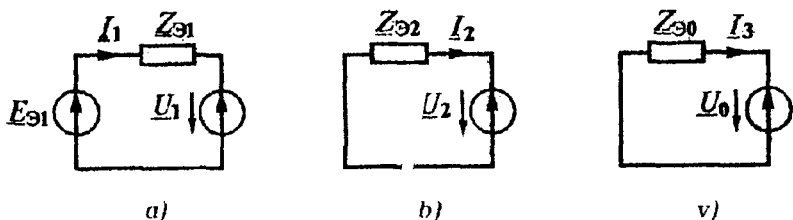
sim qarshiligi dastlabki sxema neytral simi qarshiligining uchlanganiga teng.



3.39 - rasm

To'g'ri ketma-ketlikli sxemani ekvivalent generator usuli yordamida hisoblash mumkin. ab qismalarga nisbatan zanjirni $E_{\mathcal{E}1}$ va $Z_{\mathcal{E}1}$ hamda $E_1 = U_1$ bilan almashtiramiz (3.40-rasm, a). Kirxgofning ikkinchi qonuniga ko'ra $\underline{E}_{\mathcal{E}1} = I_1 Z_{\mathcal{E}1} + \underline{U}_1$, bu yerda

$$\underline{Z}_{\mathcal{E}1} = \frac{(Z_{\Gamma 1} + Z_{\Pi 1})Z_1'}{Z_{\Gamma 1} + Z_{\Pi 1} + Z_2'}$$



3.40- rasm

Teskari ketma-ketlikli sxema uchun shunga o'xshash almashtirishlar bajarib (3.40-rasm, b), quyidagi tenglamani hosil qilamiz:

$$0 = I_2 Z_{\mathcal{E}2} + \underline{U}_2,$$

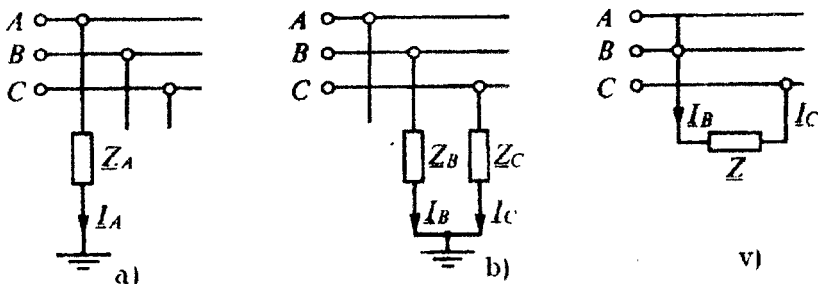
$$\text{bu yerda } Z_{\Sigma 2} = \frac{(Z_{\Gamma 2} + Z_{\Pi 2})Z_2}{Z_{\Gamma 2} + Z_{\Pi 2} + Z_2}$$

Nol ketma-ketlikli sxema uchun (3.40-rasm, v):

$$0 = I_0 Z_{\Sigma 0} + U_0,$$

$$\text{bu yerda } Z_{\Sigma 0} = Z_{\Gamma 0} + Z_{\Pi 0} + 3Z_N.$$

Dastlabki nosimmetrik rejim uchta simmetrik tashkil etuvchilarga ajratish natijasida oltita ($I_1, I_2, I_0, U_1, U_2, U_0$) noma'lumli uchta tenglama hosil qilindi. Yetishmayotgan uchta tenglama nosimmetriya xususiyatlaridan foydalaniladi. Misol tariqasida 3.41-rasmda keltirilgan nosimmetriyani ko'rib chiqamiz.



3.41 - rasm

A fazadagi qarshilikning o'zgarishi hisobiga yuzaga keladi. Shuning uchun ham $U_A = I_A Z_A$, $I_B = 0$, $I_C = 0$. Tok va kuchlanishlar o'rniga ularning simmetrik tashkil etuvchilarini qo'yib, yetishmayotgan uchta tenglamani hosil qilamiz:

$$U_1 + U_2 + U_0 = (I_1 + I_2 + I_0)Z_A,$$

$$a^2 I_1 + a I_2 + I_0 = 0, \quad a I_1 + a^2 I_2 + I_0 = 0.$$

3.41-rasm, b da keltirilgan sxemada nosimmetriya B va C fazalar qarshiliklari hisobidan yuzaga keladi. Shuning uchun $I_A = 0$, $U_B = I_B Z_B$, $U_C = I_C Z_C$. Bu tenglamalardagi tok va kuchlanishlarni ularning simmetrik tashkil etuvchilari bilan almashtirib, yetishmayotgan uchta tenglamani hosil qilamiz:

$$I_1 + I_2 + I_0 = 0,$$

$$a^2 U_1 + a U_2 + U_0 = \left(a^2 I_1 + a I_2 + I_0 \right) Z_B,$$

$$a^2 U_1 + a U_2 + U_0 = \left(a I_2 + a^2 I_1 + I_0 \right) Z_C.$$

3.41—rasm, v dagi sxemada nosimmetrik rejim ikki fazali yuklama tufayli yuzaga keladi. Sxema yerlanmagan bo'lib, nol ketma—ketlikli tashkil etuvchi toklar mavjud bo'lmaydi. Shuning uchun ham faqat to'rt ($\underline{L}_1, \underline{L}_2, \underline{U}_1, \underline{U}_2$) noma'lumli ikkita tenglama qoladi.

$\underline{I}_A = 0, \underline{U}_B - \underline{U}_C = I_B \underline{Z}$ tengliklar asosida yetishmayotgan tenglamalarni tuzamiz:

$$\underline{L}_1 + \underline{L}_2 = 0,$$

$$a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 - (a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2) = \underline{Z} (a^2 \underline{L}_1 + a \underline{L}_2)$$

Shunday qilib, tuzilgan asosiy va qo'shimcha tenglamalarni birgalikda yechib nosimmetrik yuklama toklarining simmetrik tashkil etuvchilarini hosil qilamiz.

Nosimmetrik yuklamaning haqiqiy toklari quyidagicha topiladi:

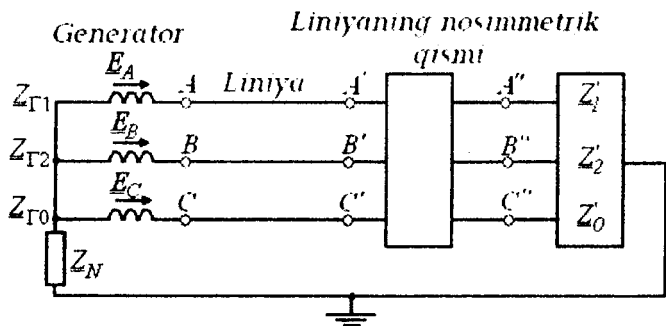
$$\underline{L}_A = \underline{L}_1 + \underline{L}_2 + \underline{L}_0, \quad \underline{L}_B = a^2 \underline{L}_1 + a \underline{L}_2 + \underline{L}_0, \quad \underline{L}_C = a \underline{L}_1 + a^2 \underline{L}_2 + \underline{L}_0.$$

Ushbu toklar asosida to'g'ri, teskari va nol ketma—ketlikli sxema shoxobchalaridagi simmetrik tashkil etuvchilarni hisoblaymiz va ular asosida shoxobchalardagi haqiqiy toklar va zanjir qismlaridagi kuchlanishlar topiladi.

Bo'ylama nosimmetriyaga ega bo'lgan uch fazali zanjirni hisoblash.

Bu turdagi nosimmetriya liniya qarshiliklari har xil yoki liniya simlarida uzilish paydo bo'lgan uch fazali zanjirlarda yuzaga keladi. Misol tariqasida simmetrik EYuKlar sistemasidan ta'minlanayotgan hamda nosimmetrik liniya qarshiliklariga va simmetrik yuklamaga ega bo'lgan uch fazali zanjirni hisoblashni ko'rib chiqamiz (3.42—rasm).

Bu zanjirda generator va yuklama (masalan, elektrodvigatel) har birining qarshiliklari bir—biridan farq qiluvchi uchta qarshiliklardan, liniya simlari esa passiv element sifatida bir xil to'g'ri va teskari ketma—ketlikli qarshiliklardan iborat bo'ladi. Xuddi avvalgi masaladagi kabi bu zanjirdagi liniyaning nosimmetrik qismini uchta EYuK manbalari sistemasi bilan almashtiramiz.



3.42 – rasm

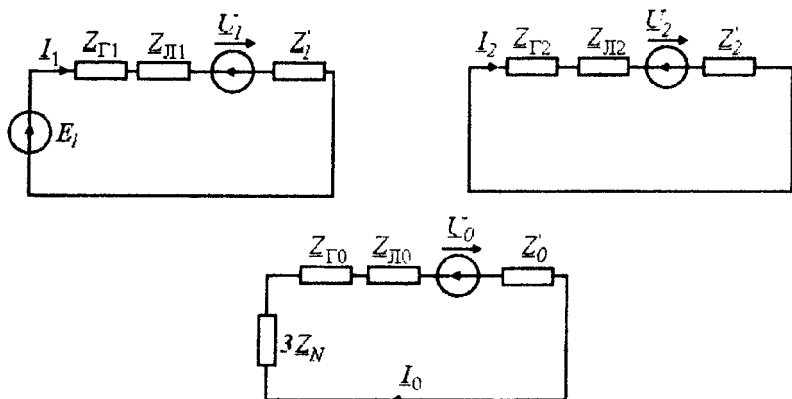
Bu manba kuchlanishlari quyidagicha simmetrik tashkil etuvchilarga ajratiladi:

$$\underline{U}_{A'A''} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0, \quad \underline{U}_{B'B''} = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0,$$

$$\underline{U}_{C'C''} = a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0.$$

Har bir simmetrik tashkil etuvchi uchun alohida sxema ajratib (3.43–rasm), Kirxgofning ikkinchi qonuni asosida tenglamalar tuzamiz:

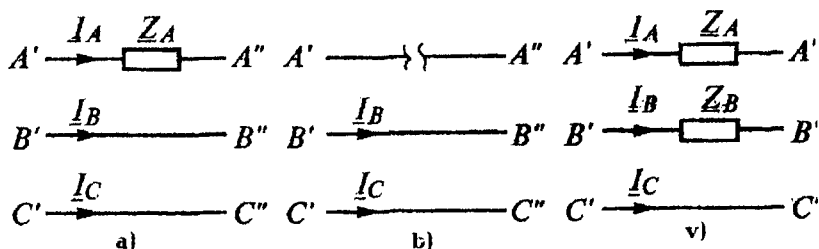
$$\left. \begin{aligned} I_1 &= (\underline{Z}_{\Gamma 1} + \underline{Z}_{\Pi 1} + \underline{Z}'_1) + \underline{U}_1 = \underline{E}_1, \\ I_2 &= (\underline{Z}_{\Gamma 2} + \underline{Z}_{\Pi 2} + \underline{Z}'_2) + \underline{U}_2 = 0, \\ I_0 &= (\underline{Z}_{\Gamma 0} + \underline{Z}_{\Pi 0} + \underline{Z}'_0 + 3\underline{Z}_N) + \underline{U}_0 = 0. \end{aligned} \right\}$$



3.43 – rasm

Bu tenglamalar sistemasida oltita \underline{I}_1 , \underline{I}_2 , \underline{I}_0 , \underline{U}_1 , \underline{U}_2 , \underline{U}_0 noma'lum had bo'lib, qo'shimcha uchta tenglama tuzish lozim. Bunda sxemadagi nosimmetriya xususiyatlari hisobga olinadi. Masalan, 3.44-rasm, a da keltirilgan sxemada nosimmetriya A faza qarshiligi hisobiga yuzaga keladi. Zanjirning nosimmetriya qismidagi kuchlanishlar quyidagicha aniqlanadi:

$$\underline{U}_{A'A''} = \underline{I}_A \underline{Z}_A, \quad \underline{U}_{B'B''} = 0, \quad \underline{U}_{C'C''} = 0.$$



3.44-rasm

Bu tenglamalardagi tok va kuchlanishlarni ularning simmetrik tashkil etuvchilari bilan almashtirib, yetishmayotgan tenglamalarni hosil qilamiz:

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \underline{Z}_A,$$

$$a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0,$$

$$a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0.$$

3.44-rasm, b dagi sxemada nosimmetriya A fazadagi uzilish tufayli yuzaga keladi. Bunda $\underline{I}_A = 0$, $\underline{U}_{B'B''} = 0$, $\underline{U}_{C'C''} = 0$ yoki

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0 = 0, \quad a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0, \quad a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0.$$

3.44-rasm, v dagi sxemada nosimmetriya A va B faza qarshiliklari hisobidan paydo bo'ladi. Bunda

$$\underline{U}_{A'A''} = \underline{I}_A \underline{Z}_A, \quad \underline{U}_{B'B''} = \underline{I}_B \underline{Z}_B, \quad \underline{U}_{C'C''} = 0 \quad \text{yoki}$$

$$\underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = (\underline{I}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \underline{Z}_A,$$

$$a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = (a^2 \underline{I}_1 + a \underline{I}_2 + \underline{I}_0) \underline{Z}_B,$$

$$a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0 = 0.$$

Hosil qilingan tenglamalar sistemasini birgalikda yechib tok va kuchlanishlarning simmetrik tashkil etuvchilari topiladi. Bu tashkil etuvchilar asosida liniya toklari va nosimmetrik qismdagi kuchlanishlar topiladi:

$$L_A = L_1 + L_2 + L_0, \quad L_B = a^2 L_1 + a L_2 + L_0,$$

$$L_C = a L_1 + a^2 L_2 + L_0.$$

$$\underline{U}_{A'A''} = \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_0, \quad \underline{U}_{B'B''} = a^2 \underline{U}_1 + a \underline{U}_2 + \underline{U}_0,$$

$$\underline{U}_{C'C''} = a \underline{U}_1 + a^2 \underline{U}_2 + \underline{U}_0.$$

Shunday qilib, simmetrik tashkil etuvchilar usuli uch fazali chiziqli zanjirlarda yuzaga keladigan nosimmetrik rejimlarni hisoblashda ancha qulay va sodda usul bo'lib, u zanjirlar tahlilini birmuncha yengillashtiradi.

Mustaqil tayyorlanishga doir referat mavzulari

1. Uch fazali zanjirlarning simmetrik rejimlari. 2. Uch fazali zanjirlarning simmetrik rejimlari. 3. Uch fazali zanjirlarda quvvat. 4. Aylanuvchi magnit maydoni va uni hosil qilish. 5. Simmetrik tashkil etuvchilar usuli.

O'z-o'zini sinash savollari

1. Bir fazaliga nisbatan uch fazali toklar sistemasining afzalliklarini sanab o'ting. 2. Uch fazali zanjirlarning ulanish sxemalarini ayting. 3. Liniya va faza kuchlanishlari va toklari orasidagi munosabat qanday? 4. Simmetrik uch fazali zanjir qanday hisoblanadi? 5. Nosimmetrik uch fazali zanjir qanday hisoblanadi? 6. Uch fazali zanjirlarda quvvatni o'lchash sxemasini chizing va tushuntirib bering. 7. Qanday sharoitda aylanuvchi magnit maydon hosil bo'ladi? 8. Uning amplitudasi nimaga teng? 9. U qanday tezlik bilan aylanadi? 10. Simmetrik tashkil etuvchilar usulining mohiyati nima? Zanjirlar bu usulda qanday hisoblanadi? 11. Uch fazali zanjirlarda yuqori garmonikalar xossalari bayon eting.

To'rtinchi bob. Chiziqli elektr zanjirlarida davriy nosinusoidal toklar

4.1. Umumiy ma'lumotlar

Biz shu vaqtgacha sinusoidal EYuK, kuchlanish va tokli chiziqli elektr zanjirlarini o'rgangan edik. Ammo ba'zi hollarda tok va kuchlanishlar davriy o'zgarsa ham shakli sinusoidadan farq qiladi. Buning asosiy sabablaridan biri manba va iste'molchilar VAXsining noxiziqligidir (generatorlarning magnit sistemalari va transformatorlar o'zaklarining to'yinishi, noxiziq volt—amper tavsifga ega bo'lgan iste'molchilar, elektr yoyli qo'ralar, diodlar, to'g'rilagichlar, tranzistorlar, tiristorlar va h.k.).

Davriy signal (tok va kuchlanish)larning qiymatlari vaqt bo'yicha sinusoidadan farqli bo'lsa, bunday signallar nosinusoidal deb ataladi. Nosinusoidal signal shakli, davri T va eng katta qiymati bilan aniqlanadi. Demak, davriy nosinusoidal tok va kuchlanishlar deb, vaqt bo'yicha davriy ravishda nosinusoidal qonun bilan o'zgaruvchi tok va kuchlanishlarga aytiladi. Nosinusoidal tok asosan elektr zanjirlarining quyidagi uch xil ishlash rejimlarida yuzaga keladi: a) agar chiziqli zanjir nosinusoidal EYuK yoki tok manбайдan ta'minlanayotgan bo'lsa; b) agar EYuK yoki tok manbai sinusoidal bo'lib, zanjirdagi bir yoki bir nechta elementlarning VAX lari noxiziq bo'lsa; v) agar noxiziq elementlarga ega bo'lgan zanjir nosinusoidal EYuK yoki tok manбайдan ta'minlanayotgan bo'lsa.

4.2. Nosinusoidal tok va kuchlanishlarni Fure trigonometrik qatoriga yoyish

Matematikadan ma'lumki, har qanday davriy nosinusoidal funksiya $f(x)$ uchun davr oralig'ida Dirixle sharti bajarilsa, ya'ni maksimumlar va birinchi darajali uzilishlar soni chegaralangan bo'lsa, uni Fure qatoriga yoyish mumkin. Fure qatori tashkil etuvchilarining yig'indisi $f(t)$ funksiyaning barcha uzluksiz nuqtalari bilan ustma—ust tushadi, uzilish yoki sakrash nuqtalarida esa chap va o'ng chegara nuqtalari qiymatlarining o'rtacha arifmetik qiymatlari o'zaro teng bo'ladi, ya'ni

$$\frac{[f(t-0) + f(t+0)]}{2}$$

Fure teoremasiga ko'ra davriy o'zgaruvchi signallar (EYuK, kuchlanish, tok) doimiy va chastotasi asosiy chastotaga nisbatan butun songa farq qiluvchi bir qancha sinusoidal (garmonik)

o'zgaruvchi tashkil etuvchilarning yig'indisidan iborat. Demak, nosinusoidal davriy funksiyaning asosiy garmonika deb ataluvchi birinchi garmonikasining chastotasi nosinusoidal funksiyaning davri bilan aniqlanadi, qolgan garmonik tashkil etuvchilar esa asosiy garmonikadan chastotasi 2, 3, 4 va hokazo marta katta bo'lgan yuqori garmonikalar deb ataladi.

Shunday qilib, davri 2π ga yoki vaqt bo'yicha esa T ga teng bo'lgan $f(x)$ funksiya Fure qatoriga quyidagicha yoziladi,

$$f(x) = A_0 + A'_{1m} \sin x + A'_{2m} \sin 2x + A'_{3m} \sin 3x + \dots + A'_{km} \sin kx + \dots + A''_{1m} \cos x + A''_{2m} \cos 2x + A''_{3m} \cos 3x + \dots + A''_{km} \cos kx + \dots$$

bu yerda

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx - \text{qatorning doimiy tashkil etuvchisi,}$$

$$A'_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx - k - \text{garmonika sinus tashkil}$$

etuvchisining amplitudasi,

$$A''_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \cos kx dx - k - \text{garmonika kosinus tashkil}$$

etuvchisining amplitudasi. Bunda

$$f(x) = A_0 + A_{1m} \sin(x + \psi_1) + A_{2m} \sin(2x + \psi_2) + \dots =$$

$$= A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_{km} \sin(kx + \psi_k),$$

bu yerda

$A_{km} = \sqrt{A'^2_{km} + A''^2_{km}}$ - Fure qatori k - garmonikasining amplitudasi. Agar k - toq son bo'lsa, u holda u toq garmonikalarni, k

- juft son bo'lsa, u juft garmonikalarni belgilaydi. $\psi_k = \arctg \frac{A''_{km}}{A'_{km}}$ k

- garmonikaning boshlang'ich fazasi. ψ_k ni aniqlashda $1g \psi_k$ ning har bir qiymatiga farq qilishini eslatish joiz. Shuning uchun ψ_k ni

aniqlashda, $\sin\psi_k$ va $\cos\psi_k$ larni qaysi chorakdaligini belgilashda

\dot{A}_{km} va \ddot{A}_{km} larning ishorasiga e'tibor berish kerak bo'ladi.

Nosinusoidal funktsiyani Fure qatoriga yoyganda uning koeffitsiyentlarini aniqlashni osonlashtirish yo'llarini tavsiya etish mumkin. Bu tavsiyalar nosinusoidal funktsiyalarning simmetrik xossalari asoslanadi.

4.3. Davriy egri chiziqlarning simmetriya xususiyatlari

Ma'lumki, sinusoidal funktsiyaning bir davri mobaynidagi o'rtacha qiymati nolga teng, ya'ni:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \sin x dx = \frac{1}{2} (\cos 0 - \cos 2\pi) = 0.$$

Demak, davriy nosinusoidal funktsiyaning o'zgarmas tashkil etuvchisi bo'lmasa, uning sinus tashkil etuvchilarining bir davr mobaynidagi o'rtacha qiymati har doim nolga teng bo'ladi.

Agar davriy nosinusoidal funktsiya doimiy va bir qancha sinus tashkil etuvchilarga yoyilsa, unda uning o'rtacha qiymati doimiy tashkil etuvchisiga teng bo'ladi, ya'ni:

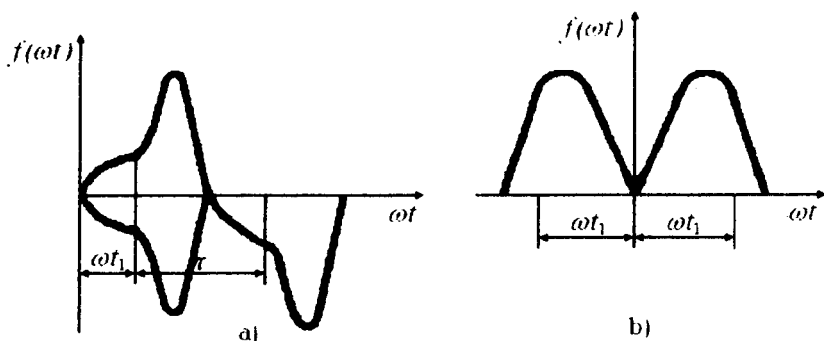
$$\begin{aligned} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx &= \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [A_0 + A_{1m} \sin(x + \psi_1) + A_{2m} \sin(2x + \psi_2) + \dots +] dx = A_0. \end{aligned}$$

4.1 a, b va 4.2-rasmlarda uchta nosinusoidal egri chiziqlar ko'rsatilgan. Ular maxsus xususiyatlarga ega.

Agar 4.1. a-rasmda berilgan funktsiya yarim davrini x o'qi bo'yicha chapga ko'chirilsa, unda x o'qiga nisbatan simmetrik funktsiyaga ega bo'lamiz, chunki uzuq chiziq bilan chizilgan funktsiyaning x o'qiga nisbatan aks tasvirini olsak, u $f(x)$ funktsiya bilan ustma-ust tushadi, ya'ni $f(x) = -f(x + \pi)$ shart bajariladi.

Bunday funktsiyalar toq va absissa o'qiga nisbatan simmetrik funktsiyalar bo'lib, ular Fure qatoriga yoyilsa, unda doimiy tashkil etuvchi A_0 va juft garmonikalar bo'lmaydi, ya'ni:

$$A_0 = \dot{A}_{2m} = \ddot{A}_{2m} = \dot{A}_{4m} = \ddot{A}_{4m} = 0.$$



4.1 – rasm

Shu sababdan absissa o'qiga nisbatan simmetrik funksiyalar Fure qatoriga yoyilganda uning tarkibida quyidagi tashkil etuvchilar mavjud bo'ladi:

$$f(x) = A_{1m}' \sin x + A_{1m}'' \cos x + A_{3m}' \sin 3x + A_{1m}' \sin 3x + \dots$$

yoki

$$f(x) = A_{1m} \sin(x + \psi_1) + A_{3m} \sin(3x + \psi_3) + A_{5m} \sin(5x + \psi_5) + \dots$$

Absissa o'qiga nisbatan simmetrik egri chiziqqa sinusoidal kuchlanish manbaiga ulangan ferromagnit o'zakli g'altakdan o'tayotgan tok egri chizig'i misol bo'la oladi.

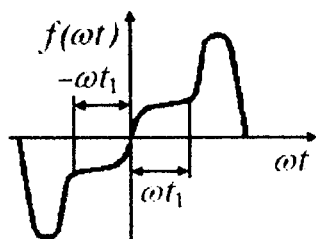
4.1. b-rasmda keltirilgan davriy egri chiziq esa ordinata o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, unda $f(-x)=f(x)$ shart bajariladi. Agar ordinata o'qidan chapda joylashgan funksiyaning aks tasvirini ordinata o'qiga nisbatan 180° ga siljitilsa, u holda u $f(x)$ funksiyaning o'ng qismiga butunlay ustma-ust tushadi va bunday funksiyalar juft va ordinata o'qiga nisbatan simmetrik funksiya deb ataladi. Bu funksiyalar Fure qatoriga yoyilganda, unda qatorning sinus tashkil etuvchilari ($A_1' = A_2' = A_3' = 0$) bo'lmaydi, faqat doimiy va boshlang'ich fazasi nolga teng bo'lgan kosinus tashkil etuvchilari bo'ladi, ya'ni:

$$f(x) = A_0 + A_{1m}'' \cos x + A_{2m}'' \cos 2x + A_{3m}'' \cos 3x + \dots$$

4.2-rasmda keltirilgan funksiyada $-f(-x)=f(x)$ shart bajariladi, shu sababdan bunday funksiyalar koordinata boshiga nisbatan simmetrik funksiyalar deyiladi. Bunday funksiyalar toq funksiyalar bo'lib, ular Fure qatoriga yoyilsa, unda doimiy va kosinus tashkil etuvchilari bo'lmaydi, ya'ni:

$$\psi_k = 0; A_0 = 0; A_{km}'' = 0; A_{km} = A_{km}'.$$

$$f(x) = A_{1m}' \sin x + A_{2m}' \sin 2x + A_{3m}' \sin 3x + \dots$$



4.2-rasm

Simmetriya holatlari mavjudligi funksiya Fure qatoriga yoyilganda uning tarkibida qaysi tashkil etuvchilar bo'lishini oldindan bilish imkonini beradi (4.1-jadval).

Simmetriya shartlari va Fure qatori koefitsiyentlari

4.1-jadval

№	Simmetriya turi (nisbatan)	Matematik sharti	Koeffitsiyentlari		
			A_0	A_k	A_k'
1	Ordinata o'qiga (jult funksiya)	$f(x) = f(-x)$	bor	bor	nol
2	Koordinata boshiga (toq funksiya)	$f(x) = -f(-x)$	nol	nol	bor
3	Absissa o'qiga (toq funksiya)	$f(x) = -f(x + \pi)$	nol	faqat toq hadlari bor	faqat toq hadlari bor
4	1 - va 2 - holatlar bir paytda	$f(x) = f(-x),$ $f(x) = -f(x + \pi)$	nol	faqat toq hadlari bor	nol
5	2 - va 3 - holatlar bir paytda	$f(x) = -f(-x),$ $f(x) = -f(x + \pi)$	nol	nol	faqat toq hadlari bor

Elektrotexnikada uchraydigan nosimmetrik davriy egri chiziqlarni ikki guruhga bo'lish mumkin.

1. Geometrik to'g'ri shaklli davriy egri funksiyalar, masalan trapesiya, uchburchak va to'g'ri burchak shakldagi signallar. Bu funksiyalarni Fure qatoriga yoyish nisbatan oson bo'lib, ular matematik ma'lumotnomalarda keltirilgan.

2. Grafik ko'rinishda berilgan geometrik ixtiyoriy shakldagi funksiyalar. Ularni Fure qatoriga yoyishda grafoanalitik usuldan foydalaniladi.

4.4. Davriy funksiyalarni grafoanalitik usulda trigonometrik qatorlarga yoyish

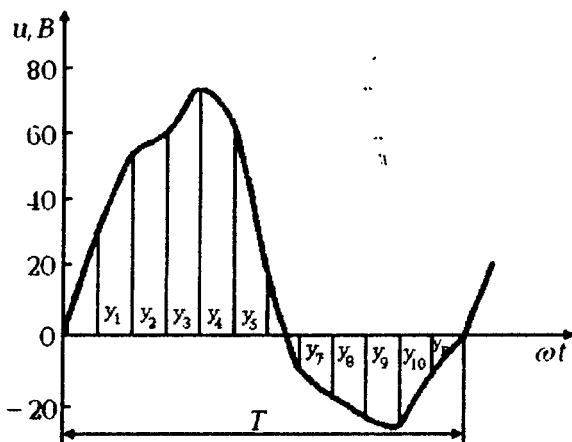
Fure qatori garmonikalarini grafoanalitik usulda aniqlash, odatda, funksiya grafigi (masalan, tok yoki kuchlanish ossillogrammasi) berilganda qo'llaniladi. Bunda berilgan aniq integrallar cheklangan

sonli yig'indilar bilan almashtiriladi. Avval ossillogrammadan nosinusoidal funksiyaning davri (T) ni aniqlaymiz va uni n ta bir xil kesmalarga bo'lamiz (4.3– rasm). $\Delta x = 2\pi / n$, bunda $n=12, 24$ yoki 36 ga teng qilib olinishi maqsadga muvofiq. Bo'linish nuqtalaridan $y_1, y_2, y_3, \dots, y_p$ (bu yerda p – ordinatalar tartib raqami) ordinatalar o'tkizamiz. Ta'rifga asosan doimiy tashkil etuvchi:

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(x) dx \approx \frac{1}{2\pi} \sum_{p=1}^{p=n} f_p(x) \Delta x = \frac{1}{2\pi} \sum_{p=1}^{p=n} f_p(x) \frac{2\pi}{n},$$

yoki

$$A_0 = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^n f_p(x),$$



4.3 – rasm

bu yerda p – har haddagi n sonining indeksi bo'lib, uning qiymati $(n - 1)$ gacha o'zgaradi. $f_p(x)$ berilgan funksiyaning $x = (p - 0,5)\Delta x$ miqdordagi qiymati, ya'ni p – intervalning o'rtasiga to'g'ri keladigan qiymat.

k –garmonika sinus tashkil etuvchisining amplitudasi:

$$A'_{km} = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(x) \sin kx dx \approx \frac{2}{n} \sum_{p=1}^{p=n} f_p(x) \frac{2\pi}{n} \sin kx \frac{2\pi}{n},$$

yoki

$$A'_{km} = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^{p=n} f_p(x) \sin \left(kp \frac{2\pi}{n} \right).$$

k –garmonika kosinus tashkil etuvchisining amplitudasi:

$$A_{km}'' = \frac{2}{n} \sum_{p=1}^{p=n} f_p(x) \cos\left(kp \frac{2\pi}{n}\right),$$

bu yerda $\sin_p kx$ va $\cos_p kx$ lar $\sin kx$ va $\cos kx$ funksiyalarning $x = (p-0,5)x$ dagi tegishli qiymatlaridir, ya'ni p -intervalning o'rtasiga to'g'ri. keluvchi amplitudalar. Mazkur usul yordamida hisoblashda ko'pincha bir davrni 24 yoki 18 qismlarga bo'linadi, ba'zan boshqa sonlarga ham bo'lish mumkin. Har qanday funksiyani Fure qatoriga grafoanalitik yoyishda, albatta uning asosiy xususiyatlarini, ya'ni bu funksiya qaysi o'qqa yoki koordinata boshiga nisbatan simmetrikligini aniqlab olishimiz kerak bo'ladi. Funksiyada u yoki bu simmetriya xususiyatining bo'lishi bizga oldindan qanday tashkil etuvchilarni aniqlash lozimligini ko'rsatib beradi (4.1 – jadval).

Masala: 4.4—rasmda keltirilgan $f(\omega t)$ funksiyaning birinchi va uchinchi garmonikalari aniqlansin.

$f(\omega t)$ funksiyaning davrini $n = 24$ teng bo'lakka bo'lamiz, unda uning birinchi yarim davrining ordinalari quyidagi qiymatlarga ega:

$$p: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12$$

$$f(\omega t): 7; 11; 13,5; 15,4; 17,4; 20,5; 25,4; 32,5; 27,7; 19,2; 10; 5.$$

Egri chiziq absissa o'qiga nisbatan simmetrik bo'lganligi uchun Fure qatorining tarkibida uning doimiy tashkil etuvchisi bo'lmaydi, ya'ni $A_0 = 0$ va qator faqat toq garmonikalardan iborat bo'ladi. Sinus va kosinus tashkil etuvchilari birinchi garmonikalarining amplitudalari mos ravishda quyidagi formulalar bilan aniqlanadi:

$$A_{1m}' = \frac{1}{n} \sum_{p=1}^{n/2} f_p(\omega t) \sin p\omega t,$$

$$A_{1m}' = \frac{1}{24} (7 \cdot \sin 7^{\circ}30' + 11 \cdot \sin 22^{\circ}30' + 13,5 \cdot \sin 37^{\circ}30' + 15,4 \cdot \sin 52^{\circ}30' + 17,4 \cdot \sin 67^{\circ}30' + 20,5 \cdot \sin 82^{\circ}30' + 25,4 \cdot \sin 97^{\circ}30' + 32,5 \cdot \sin 112^{\circ}30' + 21,7 \cdot \sin 127^{\circ}30' + 19,2 \cdot \sin 142^{\circ}30' + 10 \sin 157^{\circ}30' + 5 \sin 172^{\circ}30') = 25,3.$$

$$A_{1m}'' = \frac{1}{24} \sum_{p=1}^{n/2} f_p(\omega t) \cos p\omega t = -5,23.$$

Birinchi harmonikaning amplitudasi

$$A_{1m} = \sqrt{(A_1^{\prime})^2 + (A_1^{\prime\prime})^2} = 25,83, \quad \text{boshlang'ich fazasi esa}$$

$$\psi_1 = \arctg \frac{A_{1m}^{\prime\prime}}{A_{1m}^{\prime}} = -11^{\circ}10'$$

Uchinchi garmonika sinus tashkil etuvchisining amplitudasi:

$$A_{3m}^{\prime} = \frac{4}{24} \sum_{p=1}^{12} f_p(x) \sin_p 3x \approx 3,47.$$

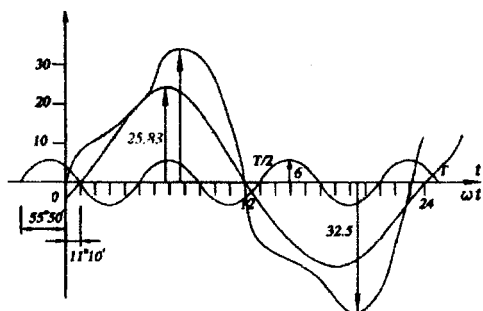
Uchinchi garmonikaning amplitudasi va boshlang'ich fazasi:

$$A_{3m} = \sqrt{(A_3^{\prime})^2 + (A_3^{\prime\prime})^2} = 6, \quad \psi_3 = \arctg \frac{A_{3m}^{\prime\prime}}{A_{3m}^{\prime}} \approx 55^{\circ}50'$$

Demak, uchinchi garmonika bilan chegaralangan Fure qatorini quyidagicha yozamiz:

$$\begin{aligned} f(\omega t) &= A_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + A_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) \approx \\ &= 25,83 \sin(\omega t - 11^{\circ}10') + 6 \sin(3\omega t + 55^{\circ}50'). \end{aligned}$$

4.5 – rasmda birinchi va uchinchi garmonikalarning grafigi va



4.5—rasm

ularning yig'indisidan hosil bo'lgan umumiy nosinusoidal funksiya keltirilgan. Uni berilgan nosinusoidal egri chiziq bilan solishtirish mumkin. Garmonik tashkil etuvchilarni dasturli mikroalkulyatorlar va shaxsiy kompyuterlarda standart programmalardan foydalanib tez hisoblash mumkin.

4.5. Nosinusoidal tok va kuchlanishlarning maksimal, effektiv (ta'sir etuvchi) va o'rtacha qiymatlari

Davriy o'zgaruvchan nosinusoidal kattalik (tok yoki kuchlanish) $f(\omega t)$ o'zining garmonik tashkil etuvchilaridan tashqari yana uchta qiymatlari bilan tavsiflanadi:

1. Bir davr ichidagi eng katta, ya'ni maksimal qiymati A_m .

2. Davrdagi o'rtacha kvadratik qiymati, ya'ni effektiv (ta'sir etuvchi) qiymati:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T f^2(\omega t) dt}.$$

3. Modulining o'rtacha qiymati:

$$A_{o'r} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(\omega t)| dt.$$

Agar $f(\omega t)$ egri chiziq absissa o'qiga nisbatan simmetrik bo'lib, yarim davr ichida funksiya $f(\omega t)$ bir marta ham o'z ishorasini o'zgartirmasa, u holda modul jihatidan funksiyaning o'rtacha qiymati yarim davr uchun hisoblangan o'rtacha qiymatiga teng bo'ladi, ya'ni:

$$A_{o'r} = \frac{1}{T} \int_0^T |f(\omega t)| dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} f(\omega t) dt.$$

Bu ifodada vaqt hisobining boshlanishi albatta $f(0) = 0$ bo'lishi kerak. Agar davr davomida funksiya o'z ishorasini o'zgartirmasa, u holda uning o'rtacha qiymati shu funksiyaning doimiy tashkil etuvchisiga teng bo'ladi.

Faraz qilaylik, tok ifodasi quyidagi qator ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots = \sum_{k=0}^{\infty} I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k).$$

Ta'rif bo'yicha tokning effektiv qiymati quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T \left[\sum I_{km} \sin(k\omega t + \psi_k) \right]^2 dt}.$$

Kvadratga oshirishda integralning o'zgarmas tashkil etuvchisini kvadrati va alohida sinusoidalar oniy qiymat kvadratlarning o'rtacha qiymatini beradigan integrallar qatori bilan ifodalanadi. Bundan tashqari, u turli chastotali sinusoidalar oniy qiymati ikkilangan ko'paytmasining o'rtacha qiymatini ifodalaydigan integrallardan iborat:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_0^T \int I_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_k) + \frac{2}{T} \sum_0^T \int I_{km} I_{im} \sin(k\omega t + \psi_k) \sin(i\omega t + \psi_i) dt}.$$

Bu ifodadagi ikkinchi yig'indining har bir integrali nolga teng, chunki har xil chastotali ikkita sinusoida ko'paytmasining o'rtacha qiymati nolga teng. Shuning uchun nosinusoidal tokning effektiv qiymati:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_0^T \int I_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_k) dt} = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}$$

Binobarin, davriy nosinusoidal tokning effektiv qiymati barcha garmonikalar, shu jumladan doimiy tashkil etuvchi effektiv qiymatlari kvadratlari yig'indisidan olingan kvadrat ildizga teng va ularning boshlang'ich fazalariga bog'liq emas.

Xuddi shunday ravishda davriy nosinusoidal kuchlanishning effektiv qiymati:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}$$

Masala: Tokning oniy qiymati

$$i = 100 + 282 \sin \omega t + 141(3\omega t + 30^\circ) + 70,7 \sin(5\omega t - 20^\circ) \text{ A.}$$

Tokning effektiv qiymati aniqlansin.

$$I = \sqrt{I_0^2 + \left(\frac{I_{m1}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{m2}}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{I_{m5}}{\sqrt{2}}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{100^2 + \frac{282^2}{2} + \frac{141^2}{2} + \frac{70,7^2}{2}} = 250 \text{ A.}$$

Bir davr uchun tokning o'rtacha qiymati:

$$I_{o'r} = \frac{1}{T} \int_0^T i dt = \frac{1}{T} \int_0^T (I_0 + i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + \dots) dt.$$

Ma'lumki, sinusoidal tokning bir davrdagi o'rtacha qiymati nolga teng, shuning uchun $I_{o'r} = I_0$.

Elektron voltmetrlarning ko'pchiligi o'lchanayotgan kattalik modulining o'rta qiymatini o'lchaydi:

$$U_{o'r} = \frac{1}{T} \int_0^T |u| dt = \frac{2}{\pi} \int_0^{2\pi} |u| dt.$$

Tok va EYuK uchun:

$$I_{o'r} = \frac{1}{T} \int_0^T |i| dt; \quad E_{o'r} = \frac{1}{T} \int_0^T |e| dt.$$

4.6. Nosinusoidal davriy funksiyalar shakllarini tavsiflovchi koeffitsiyentlar

Elektroenergetikada nosinusoidal davriy tok va kuchlanishlarni baholashda uchta koeffitsiyentdan foydalaniladi.

1. Shakl koeffitsiyenti – funksiya effektiv qiymatini uning o'rtacha qiymatiga nisbati bilan aniqlanadi:

$$k_{sh} = A / A_{o'r}, \quad \text{sinusoidal uchun } k_{sh} = \frac{\pi}{2} / \sqrt{2} = 1,11.$$

2. Amplituda koeffitsiyenti – funksiyaning maksimal qiymatini uning effektiv qiymatiga nisbati bilan aniqlanadi:

$$k_a = \frac{A_{max}}{A}, \quad \text{sinusoidal uchun } k_a = \sqrt{2} = 1,41.$$

3. Buzilish koeffitsiyenti nosinusoidal funksiya birinchi (asosiy) garmonikasi effektiv qiymatini funksiyaning effektiv qiymatiga nisbatiga teng:

$$k_b = \frac{A_1}{A}, \quad k_b < 1 \quad \text{sinusoidal uchun } k_b = 1.$$

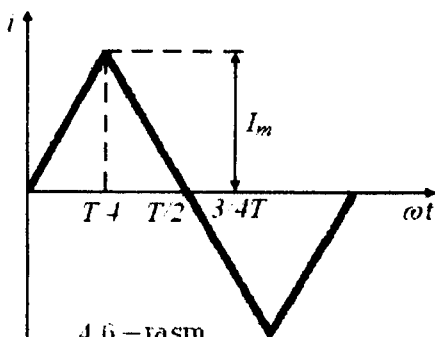
Masalan, kuchlanish va tok uchun,

$$k_b = \frac{U_1}{\sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + U_3^2 + \dots}}, \quad k_b = \frac{I_1}{\sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + \dots}}$$

Buzilish koeffitsiyenti 1 dan qancha kam farq qilsa, bu funksiya sinusoidaga shuncha yaqin. Bu koeffitsiyent sanoat korxonalarida 5% dan oshmasligi kerak.

Masala: Nosinusoidal tokning o'zgarish grafigi 4.6-rasmda tasvirlangan. Amplituda va shakl koeffitsiyenti aniqlansin.

Echish: Tok egri chizig'i absissa o'qiga nisbatan simmetrik bo'lganligi sababli uning effektiv va modul



bo'yicha o'rtacha qiymatlarini aniqlash uchun funksiyani 0 dan $t = T/4$ oraliqda integrallaymiz. Bu oraliqda tok $i = \frac{4I_m}{T}t$ qonuniyat bilan o'zgaradi va uning effektiv qiymati:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \sqrt{\frac{4}{T} \int_0^{T/4} \left(I_m \frac{4t}{T} \right)^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{3}}.$$

Tok modulining o'rtacha qiymati:

$$I_{o'r} = \frac{4}{T} \int_0^T |i| dt = \frac{4}{T} \int_0^{T/4} \frac{I_m \cdot 4}{T} dt = \frac{I_m}{2}.$$

Shakl koeffitsiyenti:

$$k_{sh} = \frac{I}{I_{o'r}} = \frac{I_m \cdot 2}{\sqrt{3} I_m} = 1,15.$$

Amplituda koeffitsiyenti:

$$k_a = \frac{I_m}{I} = \sqrt{3} = 1,73.$$

4.7. Davriy nosinusoidal tok zanjirlarida quvvatlar

Nosinusoidal tokning aktiv quvvati deb oniy quvvatining bir davr mobaynidagi o'rtacha qiymatiga aytiladi:

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt.$$

Agar nosinusoidal kuchlanish va tok Fure qatorlariga yoyilgan bo'lsa, ya'ni:

$$u = U_0 + U_{1m} \sin(\omega t + \psi_1) + U_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2) + \\ + U_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3) + \dots$$

$$i = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \psi_1 - \varphi_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \psi_2 - \varphi_2) + \\ + I_{3m} \sin(3\omega t + \psi_3 - \varphi_3) + \dots,$$

u holda ular ko'paytmalarini integrallab hamda tok va kuchlanishlar effektiv qiymatlarini hisobga olib quyidagini hosil qilamiz:

$$P = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots = U_0 I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \varphi_k.$$

ya'ni nosinusoidal tokning aktiv quvvati doimiy tashkil etuvchi va har bir garmonika aktiv quvvatlarining yig'indisiga teng bo'ladi.

Sinusoidal tok reaktiv quvvatining ta'rifiga o'xshash davriy nosinusoidal tok zanjiridagi reaktiv quvvat tushunchasini kiritishimiz mumkin. U ham har bir garmonika reaktiv quvvatlarining algebraik yig'indisi bilan aniqlanadi:

$$Q = \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \sin \varphi_k.$$

Nosinusoidal tok zanjirining to'liq quvvati S nosinusoidal kuchlanish va toklar effektiv qiymatlarining ko'paytmasiga teng:

$$S = UI,$$

bunda $U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \dots}$, $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \dots}$.

Sinusoidal rejimdan farqli ravishda davriy nosinusoidal tok zanjirlarida aktiv va reaktiv quvvatlar kvadratlarining yig'indisi to'liq quvvat kvadratiga teng bo'lmaydi, ya'ni T^2 ga farq qiladi:

$$P^2 + Q^2 = S^2 - T^2.$$

T kattalik buzilish quvvati deb ataladi va kuchlanish va tok egri chiziqlari shakllarining sinusoidadan chetlanish darajasi bilan tavsiflanadi.

Agar zanjir qarshiligi rezistiv bo'lsa, unda kuchlanish va tok egri chiziqlari bir-biriga o'xshash va $Q = 0, T = 0$ bo'ladi.

Sinusoidal tok zanjiridagiga o'xshash qilib nosinusoidal tok zanjiri uchun quvvat koeffitsiyenti ifodasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\cos \varphi_3 = \frac{P}{UI} = \frac{\int_0^T u i dt}{\sqrt{\int_0^T u^2 dt} \cdot \sqrt{\int_0^T i^2 dt}},$$

bu yerda φ_3 — nosinusoidal kuchlanish va tok ekvivalent sinusoidalari orasidagi shartli faza siljish burchagi. Ekvivalent sinusoida ta'sir etuvchi qiymati berilgan nosinusoidal funksiya ta'sir etuvchi qiymatiga teng qilib olinadi.

4.8. Davriy nosinusoidal tok chiziqli elektr zanjirlarini hisoblash

Davriy nosinusoidal tok chiziqli zanjirini hisoblash uchun unga ta'sir qiladigan nosinusoidal tok yoki kuchlanishni Fure qatoriga yoyib, garmonik tashkil etuvchilarga ajratiladi. Superpozitsiya prinsipiga asosan sxemaning har bir shoxobchasidagi tokning oniy qiymati shu shoxobchadagi tok garmonikalari oniy qiymatlarining yig'indisiga teng. Xuddi shunday, zanjirning ayrim qismidagi kuchlanishning oniy qiymati shu qismda ta'sir etuvchi kuchlanish garmonikalari oniy qiymatlarining yig'indisiga teng. Shu sababdan, zanjirni hisoblashda unga ta'sir qilayotgan EYuK har bir garmonikasidan zanjir shoxobchalarida hosil bo'ladigan toklar aniqlanadi. Bunda ko'pincha bizga ma'lum bo'lgan kompleks usuldan foydalaniladi.

Avvalo, EYuKning doimiy tashkil etuvchisi ta'siridan hosil bo'lgan tok va kuchlanishlarni hisoblaymiz. Bunda o'zgarmas tokda induktiv elementdagi kuchlanish tushuvi hamda sig'im elementidagi tok nolga tengligini unutmaslik zarur:

$$\omega_0 = 0; \omega_0 L = 0; U_L = \omega_0 L I_0 = 0; x_C = \frac{1}{\omega_0 C} = \infty; I_0 = \frac{U_C}{x_C} = 0.$$

Bundan keyin birinchi (asosiy) garmonika ta'siridan hosil bo'lgan tok va kuchlanishlarni hisoblaymiz, so'ngra ikkinchi, uchinchi va h.k. garmonikalar ta'siridan hosil bo'lgan tok va kuchlanishlar hisoblanadi. Albatta, hisoblashda induktiv qarshilik chastotaga to'g'ri proporsiyada o'sib borishini e'tiborga olish kerak. Masalan, k – garmonika uchun induktiv qarshilik $x_{Lk} = k\omega L = kx_L$, ya'ni birinchi garmonikadagi x_{L1} qarshilikka qaraganda k marta katta bo'ladi.

Sig'im qarshiligi esa chastota ortishi bilan kamayadi. k – garmonika uchun sig'im qarshiligi x_{Ck} birinchi garmonikadagi x_{C1} qarshiligidan k marta kichikdir, ya'ni:

$$x_{Ck} = \frac{1}{k\omega C}.$$

Har bir garmonika uchun zanjirning vektor diagrammasini qurish mumkin. Ammo vektor diagrammada har xil chastotaga taalluqli tok va kuchlanishlarni joylashtirish va ularning vektor yig'indisini olish mumkin emas, chunki vektorlarning burchak aylanish tezligi har xil chastotalar uchun turlicha bo'ladi.

Agar chastotalar bir-biridan katta farq qilmasa, u holda rezistiv elementda qarshilikni chastotaga bog'liq emas, deb qarash mumkin. Zanjirni hisoblashda har bir garmonikaga tegishli tok yoki

kuchlanishni kompleks son bilan ifodalash, bir xil garmonikali kompleks sonlarni va ularning vektorlarini kompleks tekislikda geometrik qo'shish mumkin. Masalan, agar davriy nosinusoidal EYuK zanjirga ta'sir etsa, u holda bir vaqtning o'zida zanjirga har xil chastotali bir qator sinusoidal EYuK manbalari ta'sir qilmoqda, deb qarash mumkin.

Har bir xususiy sinusoidal rejim uchun zanjirning elektrik muvozanati, ya'ni tugunlar uchun $\sum I_k = 0$ va konturlar uchun $\sum Z_k I_k = \sum E_k$ o'rinli bo'ladi.

Shuning uchun ham bunday zanjirlarni hisoblashda bizga ma'lum bo'lgan kontur toklar, tugun potentsiallar, zanjirlarni almashlash va boshqa usullardan foydalanish mumkin bo'ladi. Shunday qilib, chiziqli zanjirlar nosinusoidal rejimi karrali chastotali qator sinusoidal rejimlar ko'rinishida alohida-alohida hisoblanadi, natija esa shu garmonikalarning yig'indisidan iborat bo'ladi.

R , L , C elementlari ketma-ket ulangan zanjirda k -garmonika toki I_k kompleks shaklda quyidagicha yoziladi:

$$I_k = \frac{U_k}{R + jk\omega L + \frac{1}{jk\omega C}} = \frac{U_k}{R + j\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)} = \frac{U_k}{Z_k} = \frac{U_k}{Z_k e^{j\varphi_k}},$$

bu yerda

$$Z_k = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}, \quad \text{tg } \varphi_k = \frac{k\omega L - \frac{1}{k\omega C}}{R}.$$

Doimiy tashkil etuvchi uchun ($k = 0$) to'la qarshilik $Z(0) = \infty$, chunki zanjir elementlariga kondensator ketma-ket ulanganligi zanjirni o'zgarmas tok uchun uzuq ekanligidan dalolat beradi, chunki o'zgarmas tokda $Z_C = \infty$.

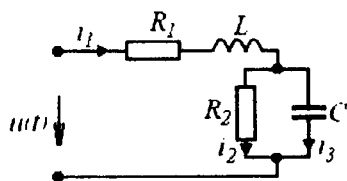
Masala: Elektr zanjiri

$u(t) = 50 + 141\sin(\omega t + 30^\circ) + 70,7\sin(3\omega t - 60^\circ)$ B kuchlanish manbaiga ulangan (4.7-rasm).

Zanjir shoxobchalaridagi oniy toklar ifodalarini va ularning effektiv qiymatlarini aniqlang.

$$R_1 = 20 \text{ Om}; \quad R_2 = 5 \text{ Om};$$

$$\omega L = 3 \text{ Om}; \quad \frac{1}{\omega C} = 9 \text{ Om}.$$



4.7-rasm

Yechish: Manba kuchlanishining doimiy tashkil etuvchisidan zanjirda hosil bo'lgan toklarni hisoblaymiz $U_{(0)} = 50 \text{ B}$.

$$I_{1(0)} = I_{2(0)} = \frac{U_{(0)}}{R_1 + R_2} = \frac{50}{20 + 5} = 2, \text{ A}, \quad I_{3(0)} = 0.$$

Zanjirni birinchi garmonika uchun hisoblaymiz:

$$u(t) = 141 \sin(\omega t + 30^\circ), \text{ B}, \quad \underline{U}_{(1)} = 100e^{j30^\circ} \text{ B}.$$

Parallel uchastkaning kompleks qarshiligi:

$$\begin{aligned} Z_{23(1)} &= \frac{Z_2 Z_{3(1)}}{Z_2 + Z_{3(1)}} = \frac{R_2 \left(-j \frac{1}{\omega C} \right)}{R_2 - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{5 \cdot (-j9)}{5 - j9} = 4,37e^{-j29^\circ} = \\ &= 3,83 - j2,12 \text{ OM}. \end{aligned}$$

Birinchi garmonika uchun zanjirning ekvivalent qarshiligi:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{(1)} &= \underline{Z}_{1(1)} + \underline{Z}_{23(1)} = R_1 + j\omega L + Z_{23(1)} = 20 + j3 + 3,83 - j2,12 = \\ &= 23,83 + j0,88 = 23,9e^{j2^\circ} \text{ OM}. \end{aligned}$$

Umumiy tok birinchi garmonikasi effektiv qiymatining kompleksi:

$$\underline{I}_{1(1)} = \frac{\underline{U}_{(1)}}{\underline{Z}_{(1)}} = \frac{100e^{j30^\circ}}{23,9e^{j2^\circ}} = 4,184e^{j28^\circ} \text{ A}.$$

Parallel uchastkadagi kuchlanish:

$$\underline{U}_{23(1)} = \underline{I}_{1(1)} \underline{Z}_{23(1)} = 4,184e^{j28^\circ} \cdot 4,37e^{-j29^\circ} = 18,28e^{j1^\circ} \text{ B}.$$

Ikkinchi va uchinchi shoxobchadagi toklar:

$$\underline{I}_{2(1)} = \frac{\underline{U}_{23(1)}}{R_2} = \frac{18,28e^{-j1^\circ}}{5} = 3,66e^{-j1^\circ} \text{ A},$$

$$\underline{I}_{3(1)} = \frac{\underline{U}_{23(1)}}{-j \frac{1}{\omega C}} = \frac{18,28e^{-j1^\circ}}{-j9} = 2,03e^{j89^\circ} \text{ A}.$$

Birinchi garmonika toklarining oniy qiymati:

$$i_{1(1)} = 4,184\sqrt{2} \sin(\omega t + 28^\circ), \text{ A}; \quad i_{2(1)} = 3,66\sqrt{2} \sin(\omega t - 1^\circ), \text{ A};$$

$$i_{3(1)} = 2,03\sqrt{2} \sin(\omega t + 89^\circ), \text{ A}.$$

Manba kuchlanishining uchinchi garmonikasidan zanjirda hosil bo'lgan toklarni topamiz. Uchinchi garmonika kuchlanishi:

$$u_{(3)} = 70,7 \sin(3\omega t - 60^0) \text{ B}, \quad \underline{U}_{(3)} = 50e^{-j60^0} \text{ B}.$$

Uchinchi garmonika kuchlanishi: Uchinchi garmonika uchun zanjirning kompleks qarshiliklari:

$$\underline{Z}_{23(3)} = \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_{3(3)}}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_{3(3)}} = \frac{R_2 \left(-j \frac{1}{3\omega C} \right)}{R_2 - j \frac{1}{3\omega C}} = \frac{5 \cdot (-j3)}{5 - j3} = 2,57e^{-j59^0} =$$

$$= 1,32 - j2,2 \text{ OM},$$

$$\underline{Z}_{(3)} = R_1 + j3\omega L + \underline{Z}_{23(3)} = 20 + j9 + 1,32 - j2,2 = 21,32 + j6,8 =$$

$$= 22,38e^{j18^0} \text{ OM}.$$

Tok va kuchlanishlar:

$$\underline{I}_{1(3)} = \frac{\underline{U}_{(3)}}{\underline{Z}_{(3)}} = \frac{50e^{-j60^0}}{22,38e^{j18^0}} = 2,23e^{-j78^0} \text{ A},$$

$$\underline{U}_{23(3)} = \underline{I}_{1(3)} \cdot \underline{Z}_{23(3)} = 2,23e^{-j78^0} \cdot 2,57e^{-j59^0} = 5,73e^{-j137^0} \text{ B},$$

$$\underline{I}_{2(3)} = \frac{\underline{U}_{2(3)}}{R_2} = \frac{5,73e^{-j137^0}}{5} = 1,14e^{-j137^0} \text{ A},$$

$$\underline{I}_{3(3)} = \frac{\underline{U}_{23(3)}}{-j \frac{1}{3\omega C}} = \frac{5,73e^{-j137^0}}{-j3} = 1,91e^{-j47^0} \text{ A}.$$

Uchinchi garmonika toklarining oniy qiymatlari:

$$i_{1(3)} = 2,23\sqrt{2} \sin(3\omega t - 78^0) \text{ A},$$

$$i_{2(3)} = 1,14\sqrt{2} \sin(3\omega t - 137^0) \text{ A},$$

$$i_{3(3)} = 1,91\sqrt{2} \sin(3\omega t - 47^0) \text{ A}.$$

Shoxobchadagi oniy toklar:

$$i_1 = I_{1(0)} + i_{1(1)} + i_{1(3)} = 2 + 1,184\sqrt{2} \sin(\omega t + 28^0) +$$

$$+ 2,23\sqrt{2} \sin(3\omega t - 78^0) \text{ A},$$

$$i_2 = I_{2(0)} + i_{2(1)} + i_{2(3)} = 2 + 3,66\sqrt{2} \sin(\omega t - 1^\circ) + 1,14\sqrt{2} \sin(3\omega t - 137^\circ) \text{ A,}$$

$$i_3 = I_{3(0)} + i_{3(1)} + i_{3(3)} = 2,03\sqrt{2} \sin(\omega t + 89^\circ) + 1,91\sqrt{2} \sin(3\omega t - 47^\circ) \text{ A.}$$

Toklarning effektiv qiymatlari:

$$I_1 = \sqrt{I_{1(0)}^2 + I_{1(1)}^2 + I_{1(3)}^2} = \sqrt{2^2 + 4,184^2 + 2,23^2} = 5,146 \text{ A,}$$

$$I_2 = \sqrt{I_{2(0)}^2 + I_{2(1)}^2 + I_{2(3)}^2} = \sqrt{2^2 + 3,66^2 + 1,146^2} = 4,32 \text{ A,}$$

$$I_3 = \sqrt{I_{3(1)}^2 + I_{3(3)}^2} = \sqrt{2,03^2 + 1,91^2} = 2,79 \text{ A.}$$

4.9. Nosinusoidal tok va kuchlanishlarni ekvivalent sinusoidal bilan almashtirish

Nosinusoidal tok va kuchlanishlarni kompleks shaklda yozish va ular uchun vektor diagrammalardan foydalanish mumkin bo'lmaganligi uchun bunday tok va kuchlanishli zanjirlarni hisoblash ancha murakkab bo'ladi.

Tok va kuchlanishning shakli bizni qiziqirmagan hollarda nosinusoidal kuchlanish va toklarni ularga ekvivalent bo'lgan sinusoidal bilan almashtirish usuli qo'llaniladi. Bu usul ekvivalent sinusoidal usuli deyiladi.

Kompleks qarshiliklari kuchlanish yoki tokka bog'liq bo'lgan hollarda ham elektr zanjiri muvozanat tenglamalarini kompleks shaklda yozish hamda mos ravishda vektor diagrammalarini qurish imkoniyatini yaratish ekvivalent sinusoidal usulining mohiyatidir. Ekvivalent tok va kuchlanishni, ya'ni ularni amplituda va boshlang'ich fazalarini tanlash masalaning qo'yilishiga qarab u yoki bu usulda yozilishi mumkin.

Misol uchun doimiy tashkil etuvchisi bo'lmagan nosinusoidal tok va kuchlanishli noxiziq elektr zanjirlar xossalarini o'rganishda ularni ekvivalent sinusoidal bilan almashtiriladi. Bunda ekvivalent sinusoidal kuchlanishning effektiv qiymati berilgan nosinusoidal kuchlanishning effektiv qiymatiga tenglashtiriladi.

Ekvivalent kuchlanish va tok sinusoidalari orasidagi φ_3 burchak siljishining qiymati ekvivalent sinusoidal tokning aktiv quvvati nosinusoidal tokning aktiv quvvatiga tenglik shartidan olinadi:

$$\cos \varphi_3 = \frac{P}{UI}$$

Masala: Berilgan nosinusoidal tok va kuchlanish ekvivalent sinusoidal bilan almashtirilsin va ular orasidagi φ_3 faza siljish burchagi topilsin.

$$U = 25,9 \sin(\omega t - 11^{\circ}40') + 6 \sin(3\omega t + 53^{\circ}50') \text{ B,}$$

$$i = 3 \sin(\omega t - 40^{\circ}) + 0,9\sqrt{2} \sin(3\omega t + 125^{\circ}) \text{ A.}$$

Yechish:

$$U_1 = \frac{25,9}{\sqrt{2}} = 18,3 \text{ B, } U_3 = \frac{6}{\sqrt{2}} = 4,26 \text{ B,}$$

$$I_1 = \frac{3}{\sqrt{2}} = 2,13 \text{ A, } I_3 = 0,9 \text{ A,}$$

$$\varphi_1 = -11^{\circ}40' - (-40^{\circ}) = 28^{\circ}20', \varphi_3 = -71^{\circ}10'.$$

$$P = 18,3 \cdot 2,13 \cos 28^{\circ}20' + 4,26 \cdot 0,9 \cos(-71^{\circ}10') = 35,5 \text{ Bm,}$$

$$U = \sqrt{U_1^2 + U_3^2} = \sqrt{18,3^2 + 4,26^2} = 18,55 \text{ Bm,}$$

$$I = \sqrt{2,13^2 + 0,9^2} = 2,31 \text{ A,}$$

$$S = UI = 18,55 \cdot 2,31 = 42,8 \text{ BA.}$$

Kuchlanish ekvivalent sinusoidasining effektiv qiymati $U=18,55 \text{ B}$.
Tok ekvivalent sinusoidasining effektiv qiymati esa $I=2,31 \text{ A}$.

$$\text{Quvvat koeffitsiyenti } \cos \varphi_3 = \frac{35,5}{18,55 \cdot 2,31} = 0,828.$$

$$\text{Faza siljish burchagi } \varphi_3 = \arccos 0,828 = 34^{\circ}.$$

4.10. Nosinusoidal tok zanjirlarida rezonans hodisalari

Nosinusoidal kuchlanish va tokli zanjirlarda rezonans hodisasi murakkablashadi, chunki har bir garmonik tashkil etuvchilar uchun alohida rezonans bo'lishi mumkin.

Elementlari ketma-ket ulangan tebranish konturi tarkibida uchta garmonika bo'lgan nosinusoidal kuchlanish manbaiga ulangan bo'lsin. Har bir garmonika toki:

$$I_k = \frac{U_k}{\sqrt{r^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}}$$

Induktivlik noldan cheksizgacha o'zgartirilganda, tokning har bir tashkil etuvchisi effektiv qiymatini o'zgarishini tahlil etamiz. $L=0$ da tokning doimiy tashkil etuvchisi $I_0=0$. Rezonans rejim uchun esa:

$$L = L_k = \frac{1}{k^2\omega^2 C^2}, \quad I_k = \frac{U_k}{r}$$

va $L \rightarrow \infty$ da I_k tokning qiymati nolgacha kamayib boradi.

Rezonans holatida L induktivliklar qiymati garmonika tartib raqami kvadratiga teskari proporsional bo'ladi.

Umumiy tokning effektiv qiymati $I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2}$.

Aktiv qarshilikning nisbatan kichik qiymatlarida rezonans chastotalariga mos induktivlik ayon bo'lgan uchta maksimumga ega.

Manba kuchlanishini shakli o'zgarmagan holda xuddi shunday hodisa sig'im yoki chastota o'zgartirilganida ham kuzatiladi.

Nosinusoidal EYuK va tok bo'lgan elektr zanjirlarida rezonans hodisalari kerakli chastotali signallarni ajratish yoki aksincha, nomaqbul chastotali signallarni istisno etish uchun amaliyotda keng qo'llanadi. Misol tariqasida quyidagi masalani ko'rib chiqamiz.

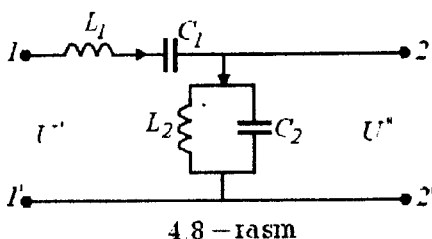
Masala: Ikki yarim davrli to'g'rilagich yordamida ω chastotali sinusoidal tokdan hosil bo'lgan nosinusoidal kuchlanish to'rt qutblikning 1-1' qismlariga ulangan (4.8-rasm). L_1C_1 —ketma—ket va L_2C_2 —parallel konturlar ikkinchi garmonika chastotasi 2ω ga rezonansga sozlangan, ya'ni

$$2\omega L_1 = \frac{1}{2\omega C_1} \quad \text{va} \quad 2\omega L_2 = \frac{1}{2\omega C_2}$$

Agar $\omega L_1 = \omega L_2 = 10 \text{ Om}$, $U_m = 1000 \text{ B}$ bo'lsa, to'rtqutblikning 2-2' qismlarida paydo bo'ladigan kuchlanish effektiv qiymatini aniqlang.

Echish: Chiqish kuchlanishda ikkinchi garmonika ajraladi, chunki bu garmonika uchun L_1C_1 ketma—ket kontur qarshiligi va L_2C_2 parallel kontur o'tkazuvchanligi nolga teng. Shu bilan birga boshqa garmonikalar uchun mos qarshiliklar va o'tkazuvchanliklar ma'lum

qiymatga ega bo'lib, garmonika tartib raqami oshishi bilan o'sib boradi.



4.8 - rasm

4.8-rasmdan ko'rinib turibdiki, salt yurish rejimida

$$U_k'' = \frac{U_k' Z_2}{(Z_1 + Z_2)},$$

bu yerda

$$Z_1 = j(k\omega L_1 - 1/k\omega C_1),$$

$$Z_2 = \frac{L_2 / C_2}{j(k\omega L_2 - 1/k\omega C_2)}.$$

U_1' kuchlanishni quyidagi formula bo'yicha yozamiz:

$$U_1'(\omega t) = \frac{4U_m}{\pi} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1 \cdot 3} \cos 2\omega t - \frac{1}{3 \cdot 5} \cos 4\omega t + \dots \right).$$

Chiqish U_1'' kuchlanish tarkibida doimiy tashkil etuvchisi bo'lmaydi, ya'ni $U_{(0)}'' = 0$, chunki $L_1 C_1$ ketma-ket konturda kondensator mavjud. Shu bilan birga U'' kuchlanish tarkibida birinchi va yuqori toq garmonikalar ham bo'lmaydi, chunki bu garmonikalar kirish kuchlanishi U_1' tarkibida ham mavjud emas.

Ikkinchi garmonika uchun: $Z_{1(2)} = 0$ va $Z_{2(2)} = \infty$ bo'lganligi sababli, to'rtqutblikning kirish va chiqish qismlaridagi kuchlanish, $U_{(2)}'' = U_{(2)m}' = 4U_m / 3\pi \approx 425 \text{ B}$ ga teng bo'ladi.

To'rtinchi garmonika uchun:

$$Z_{1(4)} = j30 \text{ OM}, \quad Z_{2(4)} = -j13 \text{ OM}, \quad U_{1m(4)}'' = 4U_m / 15\pi \approx 85 \text{ B}.$$

Shuning uchun

$$U_{4m}'' = 85 \cdot (13 / 17) = 65 \text{ B}.$$

Oltinchi garmonika uchun:

$$Z_{1(6)} = j53 \text{ OM}, \quad Z_{2(6)} = -j7.5 \text{ OM}, \quad U_{6m}'' = 4U_m / 35 = 36 \text{ B}, \quad U_{6m}'' = 36 \cdot (7.5 / 45.5) = 6 \text{ B}.$$

Sakkizinchi va undan yuqori bo'lgan garmonikalarni e'tiborga olmasa ham bo'ladi, chunki ularning maksimal qiymatlari juda kichik. Shunday qilib, to'rtqutblikning 2-2' qismlaridagi kuchlanish:

$$U'' = \sqrt{(425^2 + 65^2 + 6^2)} / 2 = 320 \text{ B.}$$

Ikkinchi garmonikaning effektiv qiymati:

$$U''_{(2)} = 425 / \sqrt{2} = 300 \text{ B.}$$

4.11. Uch fazali elektr zanjirlarida yuqori garmonikalar

Uch fazali zanjirlarda nosinusoidal tok va kuchlanishlar generator va transformatorlar magnitlanish egri chizig'ining nochiqiq zonalarida ishlashi tufayli vujudga keladi. Odatda ikkinchi va uchinchi fazadagi kuchlanishlar shakli birinchi fazadagi kuchlanish shaklini to'la qaytaradi.

Masalan, agar A fazadagi U_A kuchlanish qandaydir $U_A = f(t)$ qonuniyat bo'yicha davriy o'zgarsa, unda $U_B = f(t - T/3)$, $U_C = f(t + T/3)$ bo'ladi, T — asosiy chastotaning davri.

Har uch fazada $f(t)$ funksiyaning k garmonikasini ko'rib chiqamiz.

" A " fazadagi kuchlanish $U_{Ak} = U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k)$ bo'lsin. $\omega T = 2\pi$ ligini inobatga olib va t ning o'rniga mos ravishda $t - T/3$ va $t + T/3$ ni qo'yib, quyidagini yozish mumkin:

$$U_{Bk} = U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k - 2\pi/3),$$

$$U_{Ck} = U_{km} \sin(k\omega t + \psi_k + 2\pi/3).$$

Hosil bo'lgan ifodalarni k ning turli qiymatlari uchun solishtirib ko'rilsa, uchga karrali ($k = 3n$) garmonikalarning kuchlanishlari har qanday vaqtda bir xil qiymatga va bir xil yo'nalishga ega. $k = 3n + 1$ da esa, uchala fazaning garmonikalari kuchlanishning simmetrik sistemasini hosil qiladi. Ular ketma-ketligi birinchi garmonikaning fazalar ketma-ketligi bilan bir xil bo'ladi. $k = 3n + 2$ bo'lganda garmonikalar kuchlanishning teskari ketma-ketlik simmetrik sistemasini hosil qiladi.

Shunday qilib, 1, 4, 7, 10, 13 va hokazo garmonikalar to'g'ri ketma-ketlik kuchlanishlar sistemasini, 2, 5, 8, 11, 14 va h.k. garmonikalar teskari ketma-ketlik simmetrik kuchlanishlar sistemasini va nihoyat, 3, 6, 9, 12 va h.k. nol ketma-ketlikdagi kuchlanishlar sistemasini hosil qiladi.

Amaldagi ko'p hollarda kuchlanishlar tarkibida doimiy tashkil etuvchilar va juft tashkil etuvchilar bo'lmaydi. Shuning uchun uch fazali zanjirlar turli sxemalaridagi toq garmonikalar tahlili bilan chegaralanamiz.

Agar generator fazalari yulduz usulida ulangan bo'lsa, u holda fazalar kuchlanishlari nosinusoidal bo'lgan holda ikki qo'shni faza kuchlanishlari ayirmasiga teng liniya kuchlanishlari tarkibida tartibi uchga karrali garmonikalar bo'lmaydi, chunki ular nol tartibli ketma-ketlikni hosil qiladi.

Liniya kuchlanishlarida tartibi uchga karrali garmonikalar bo'lmasligi, nosinusoidal kuchlanishlarda liniya kuchlanishining qiymati faza kuchlanishidan $\sqrt{3}$ dan kamroq marta katta bo'lishiga olib keladi, ya'ni

$$U_{\phi} = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_9^2 + \dots}$$

liniya kuchlanishi esa,

$$U_{\lambda} = \sqrt{3} \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_{11}^2 + \dots}$$

Binobarin, $U_{\lambda} < \sqrt{3} U_{\phi}$ ligi kelib chiqadi.

Simmetrik yuklamada faza toklari tarkibida asosiy chastotali va barcha uchga karrali bo'lgan yuqori garmonikalardan tashqari to'g'ri hamda teskari ketma-ketlik sistemalari mavjud bo'ladi. Natijada faza toklarining yig'indisi nolga teng. Tartibi uchga karrali bo'lgan garmonikalar esa, nol ketma-ketlik sistemasini hosil qiladi, ya'ni har qanday vaqtda bir xil qiymatga va yo'nalishga ega bo'ladi. Shuning uchun neytral simdagi tok nol ketma-ketlik garmonikalarining uchlangan yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni:

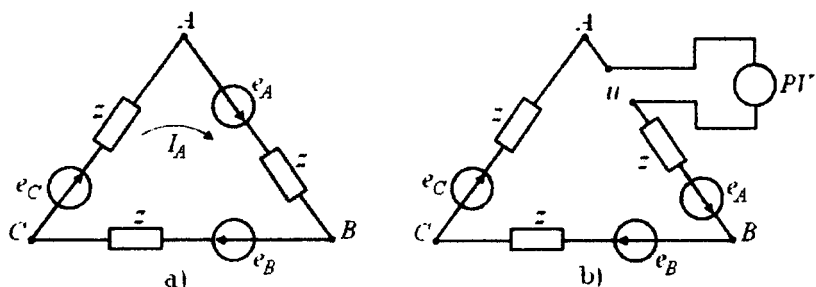
$$I_N = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2}$$

Neytral sim bo'lmagan holda har bir fazadagi toklar tarkibida tartibi uchga karrali toklar bo'la olmasligi sababli generator va simmetrik yuklamaning neytral nuqtalari orasida garmonikalar tartibi uchga karrali katta kuchlanish paydo bo'ladi.

Agar generator fazalari uchburchak usulida ulansa va fazalardagi EYuK nosinusoidal bo'lsa, u holda generatorning berk konturidagi EYuKlar yig'indisi nolga teng emas, ya'ni generatorning ochiq uchburchagiga vol tmetr ulansa (4.9-rasm), u tartibi uchga karrali bo'lgan EYuK garmonikalarini o'lchaydi:

$$U = 3\sqrt{E_3^2 + E_9^2 + E_{15}^2 + \dots}$$

Bu sxemada boshqa garmonikalar yig'indisi nolga teng bo'ladi.



4.9 – rasm

Yuqori garmonikali EYuKlarning ochiq uchburchagidan amalda uchlangan chastota (masalan 150 Gs) li signal olish uchun foydalaniladi. Generatorning fazalari berk uchburchak sxemasida ulanganda, tartibi uchga karrali garmonikalar EYuK lari generatorni qizdiradi. Mazkur tok generatorning salt ish rejimida ham noldan farqli bo'ladi. Umuman bu holda faza kuchlanishi liniya kuchlanishiga teng:

$$U_{\phi} = \sqrt{E_1^2 + E_5^2 + E_7^2 + \dots}$$

Shuning uchun chulg'amlari uchburchak usulida ulangan generatorga tashqi tomondan ulangan zanjirda tartibi uchga karrali lok garmonikalari bo'lmaydi. Simmetrik yuklamada generatorning faza toki:

$$I_{\phi} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + I_7^2 + \dots},$$

tashqi zanjirda liniya toki esa,

$$I_n = \sqrt{I_1^2 + I_5^2 + I_7^2 + \dots} < \sqrt{3} I_{\phi} \text{ bo'ladi.}$$

Shuni aytish joizki, amalda uchraydigan neytral simi bo'lmagan generator (yoki transformator) va sinmetrik yuklama zanjirining liniya simlaridan uchga karrali toklar o'tmaydi. Lekin neytralning kuchlanish siljishida uchga karrali kuchlanishlar paydo bo'ladi:

$$u_N = e_3 + e_9 + e_{15} + e_{21} + \dots,$$

bu kuchlanishning ta'sir etuvchi qiymati:

$$U_N = \sqrt{E_3^2 + E_9^2 + E_{15}^2 + \dots}$$

Neytral simi bo'lgan yulduzcha–yulduzcha usulda ulangan generator va sinmetrik yuklama zanjirlarining liniya simlarida barcha ketma–ketliklardagi toklar o'tadi, neytral simda esa faqat garmonikalari uchga karali bo'lgan toklar o'tadi:

$$i_n = i_1 + i_3 + i_5 + i_7 + i_9 + i_{11}; \quad i_N = 3(i_3 + i_9 + i_{15} + \dots).$$

Shu toklarning effektiv qiymatlari:

$$I_{\pi} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + I_7^2 + I_9^2 + \dots}; \quad I_N = 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + \dots}$$

Uch fazali zanjirlardagi yuqori garmonikalar elektr mashinalardan foydalanish samarasini kamaytiradi va o'ta kuchlanishlar paydo bo'lishiga sababchi bo'ladi. Teskari ketma-ketlikdagi toklar hosil qiladigan magnit maydonlar tormozlovchi momentni yuzaga keltiradi va natijada elektr motorlarda qo'shimcha isroflar paydo bo'ladi.

Mustaqil tayyorlanishga doir referat mavzulari

1. Nosinusoidal funksiyalarni Fure qatoriga yoyish. 2. Nosinusoidal tok zanjirlarida quvvat. 3. Nosinusoidal tok zanjirlarini hisoblash.

O'z-o'zini sinash savollari

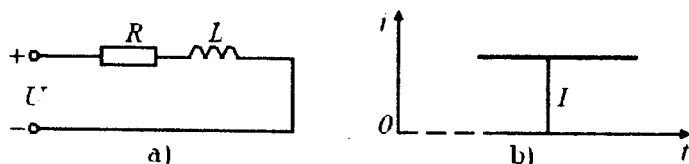
1. Nosinusoidal toklar hosil bo'lishining sabablarini aytib o'ting. 2. Davriy funksiyani Fure qatoriga yoyish formulasini yozing. Simmetrik egri chiziqning o'ziga xos xususiyatlari nimalardan iborat? 3. Nosinusoidal tok va kuchlanishli zanjirlar qanday hisoblanadi? 4. Tok egri chizig'iga induktivlik va sig'im qanday ta'sir qiladi va u qanday izohlanadi? 5. Nosinusoidal tok zanjirlarida aktiv, reaktiv va to'la quvvat qanday hisoblanadi? Nosinusoidal tok zanjirida quvvat koeffitsiyenti nima? 6. Chastotali filtr nima? Filtrlar qanday tavsiflanadi? Filtring o'tkazish va o'tkazmas kengligi deb nimaga aytiladi? 7. Quyi chastotali LC-filtr, yuqori chastotali yo'l-yo'lli va to'siqli filtrlar qanday tuzilgan?

Beshinchi bob. Chiziqli elektr zanjirlarda o'tkinchi jarayonlar

5.1. Umumiy ma'lumotlar

Avvalgi bo'limlarda yig'iq parametrli chiziqli elektr zanjirlarida turg'un, ya'ni kuchlanishi va toki o'zgarmas (o'zgarmas tok zanjirlari) yoki sinusoidal tok va kuchlanishli (sinusoidal tok zanjirlari) jarayonlar o'rnatilgan edi.

Misol uchun o'zgarmas kuchlanish manbaiga ketma-ket rezistor va induktiv g'altak ulangan bo'lsin (5.1 a-rasm).



5.1-rasm

Nazariy jihatdan bunday zanjirda tok cheksiz katta vaqt davomida – amalda esa cheklangan vaqtda turg'un qiymatga ega bo'ladi (5.1 b-rasm). Agar zanjirdagi tok turg'un qiymatga ega bo'lganidan so'ng kuchlanish o'zgartirilsa, u holda tok mos ravishda yana o'zgaradi. Bir turg'un rejimdan boshqa turg'un rejimga o'tish ma'lum vaqt davomida sodir bo'ladi.

Elektr zanjirlarida bir holatdan ikkinchi holatga o'tishda paydo bo'ladigan elektromagnit jarayon o'tkinchi jarayon deb ataladi. O'tkinchi jarayon tugashi bilan elektr zanjiri holati oldingi holatidan, masalan, sxemaga ta'sir etuvchi EYuK, sxema parametrlarining qiymati, kuchlanish yoki tok amplitudasi, fazasi, shakli yoki chastotasi o'zgarishi bilan farq qiladi. Elektr zanjirlarida o'tkinchi jarayonlar kommutatsiya natijasida sodir bo'ladi. Kommutatsiya – bu elektr zanjirida ulash (5.2 a-rasm) yoki uzish (5.2 b-rasm) jarayonidir.

Kommutatsiya oniy ($t = 0$) vaqt davomida sodir bo'ladi.



5.2-rasm

Fizik jihatdan o'tkinchi jarayon zanjirning kommutatsiyagacha bo'lgan energetik holatidan kommutatsiyadan keyingi energetik holatiga o'tishdir. Agar zanjirda energiya yig'uvchi elementlar, ya'ni induktiv g'altak va kondensator bo'lsa, o'tkinchi jarayon ma'lum vaqt davom etadi. Zanjirning har bir ishchi holatiga uning elektr va magnit

maydonlarida ma'lum energiya zahirasi mos keladi. Zanjirning bir holat(rejim)dan ikkinchi holat(rejim)ga o'tishi zanjirda to'plangan energiyalarning o'zgarishi (ortishi yoki kamayishi) ga olib keladi. Zanjir induktiv g'altagida to'plangan magnit maydon energiyasi

$$W_L = \frac{Li_L^2}{2} \text{ va kondensatorda to'plangan elektr maydon energiyasi}$$

$$W_C = \frac{Cu_C^2}{2} \text{ o'z qiymatlarini sakrab o'zgartira olmaydi, chunki bunday}$$

o'zgartirish $\left(\frac{dW_L}{dt} \rightarrow \infty, \frac{dW_C}{dt} \rightarrow \infty \right)$ uchun manbadan cheksiz katta

quvvat iste'mol qilish talab qilinar edi. Bu esa fizika nuqtai nazaridan mumkin emas. Shuning uchun ham induktiv elementga ega bo'lgan shoxobcha uzilganida uzilish joyida elektr yoyi hosil bo'ladi va unda magnit maydoni energiyasi sarf bo'ladi. Xuddi shunga o'xshash zaryadlangan kondensator qismlari o'zaro qisqa tutashsa, shu joyda elektr yoyi hosil bo'ladi va unda ham kondensator elektr maydonida to'plangan energiya sarf bo'ladi. Amalda o'tkinchi jarayon vaqti elektrotexnik zanjirlarda soniyalar ulushini tashkil etsa, nazariy jihatdan o'tkinchi jarayon vaqti $t = \infty$ gacha davom etadi.

Elektr zanjirining kommutatsiya (boshlang'ich) ondagi rejimi boshlang'ich holati deyiladi va shu holatga nisbatan o'tkinchi jarayon odatda analitik yoki ossillografik tahlil etiladi. O'tkinchi tok, kuchlanish, EYuK va h.k. lar kichik harflar bilan, ularning aniq t vaqtdagi qiymatlari esa $i(t)$, $u(t)$, $e(t)$ shaklda ko'rsatiladi.

Kommutatsiyadan bevosita avvalgi qiymat $i(0-)$, undan bevosita keyingi $i(0)$ va o'tkinchi jarayon tamom bo'lishidagi qiymat esa $i(\infty)$ shaklda ko'rsatiladi. Elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlar ma'lum bir foydali maqsadlarda qo'llanishi (masalan, radiotexnika qurilmalari, avtomatik boshqarish tizimlari va boshqa zanjirlarda) yoki zararli oqibatlariga olib kelishi mumkin (masalan, katta induktivlikka ega zanjirlar uzilishida izolyasiya uchun xavfli bo'lgan o'ta kuchlanishlar paydo bo'ladi, kondensatorli zanjirlarda, transformatorlar va elektr mashinalardagi qisqa tutashishda toklar qiymati bir necha barobar sakrashi mumkin). Shunday qilib, o'tkinchi jarayonlar oqibatini tahlil etish muhandislik muammolarini yechishni taqozo etadi.

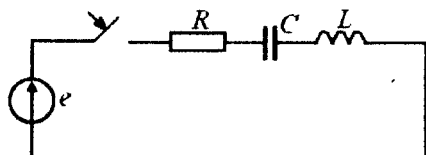
5.2. O'tkinchi jarayon masalasini o'zgarmas koeffitsiyentli chiziqli differensial tenglamalar yechimiga keltirish

5.3—rasmda keltirilgan sxemadagi kalit Q ulanganda Kirxgofning ikkinchi qonuniga asosan kontur uchun muvozanat tenglamasini tuzamiz. Unga ko'ra zanjirga ulangan EYuK manbai ta'sirida o'tadigan tokdan R, L va C elementlarida hosil bo'lgan kuchlanishlar tushuvining yig'indisi shu EYuK kattaligiga teng:

$$u_R + u_L + u_C = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = e(t) \quad (5.1)$$

(5.1) tenglamani differensiallasak:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = \frac{de(t)}{dt} \quad (5.2)$$



5.3—rasm

Matematika kursidan ma'lumki, noma'lum funksiya (i) va uning hosilalari $\left(\frac{di}{dt}\right)$ va $\left(\frac{d^2 i}{dt^2}\right)$ dan tarkib topgan tenglama ikkinchi tartibli differensial tenglamadir. Shunday qilib, tokning vaqt

bo'yicha o'zgarishini aniqlash uchun differensial tenglamani yechish, ya'ni uni integrallash kerak bo'ladi.

5.3. Tok va kuchlanishlarning turg'un va erkin tashkil etuvchilari

Ma'lumki, chiziqli differensial tenglamaning umumiy integrali bir jinsli differensial tenglamaning umumiy va bir jinsli bo'lmagan differensial tenglamaning xususiy yechimlari yig'indisidan iborat. Agar (5.2) tenglama o'ng tomonini nolga tenglasak, u holda bir jinsli differensial tenglamaga ega bo'lamiz:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0. \quad (5.3)$$

(5.3) differensial tenglamaga mos keluvchi xarakteristik tenglama quyidagicha yoziladi:

$$Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} = 0. \quad (5.4)$$

Agur (5.4) xarakteristik tenglama ildizlarini t_1 va t_2 deb belgilasak, u holda (5.4) tenglmaning umumiy yechimi quyidagiga teng bo'ladi:

$$i_{erk}(t) = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}, \quad (5.5)$$

bu yerda A_1 va A_2 — integrallash doimiylari bo'lib, ularning qiymatlari boshlang'ich shartlar asosida topiladi.

Elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlarda $i_{erk}(t)$ tok erkin tok deb ataladi va u zanjirni ta'minlovchi manbaga bog'liq bo'lmay, faqat zanjir parametrlari bilan xarakterlanadi.

(5.2) tenglamaning xususiy yechimi elektr zanjirining turg'un rejimini xarakterlaydi va u uni ta'minlab turuvchi manba parametrlariga bog'liq bo'ladi. Turg'un rejimni hisoblash oldingi boblarda keltirilgan o'zgarmas va sinusoidal tok zanjirlarini hisoblash usullari yordamida olib boriladi.

Zanjirdagi o'tkinchi tok turg'un va erkin toklar yig'indisiga teng bo'ladi, ya'ni:

$$i(t) = i_T(t) + i_{erk}(t). \quad (5.6)$$

O'tkinchi tok amalda zanjirdan yoki uning shoxobchasidan o'tkinchi jarayon mobaynida o'tayotgan haqiqiy tokdir. Uni o'lchab va ossillografda yozib olish mumkin. Xuddi shunday o'tkinchi kuchlanish ham zanjir ikki nuqtasi (yoki tuguni) orasidagi o'tkinchi jarayon vaqtidagi kuchlanish bo'lib, uni o'lchab yoki yozib olish mumkin. O'tkinchi jarayonlarni o'rganishda tok va kuchlanishlarni turg'un va erkin tashkil etuvchilarga ajratib yozish esa yordamchi vazifani bajaradi hamda hisoblashni osonlashtiradi.

5.4. Kommutatsiya qonunlari va boshlang'ich shartlar

Yuqorida bayon etilgan elektr yoki magnit maydonining energiyasi o'z qiymatini sakrab o'zgartira olmasligi to'g'risidagi mulohazalar induktivlikdagi ilashish oqimining va sig'imdagi elektr zaryadning uzluksizlik prinsipini ifodalaydi va kommutatsiya qonunlari deb ataladi.

Ilashish magnit oqimining sakrab o'zgarishi olmasligi $u_L = \frac{d\psi}{dt} = \infty$ tenglik bajarilmasligidan kelib chiqadi, chunki aks holda induktivlikda cheksiz katta kuchlanish paydo bo'lishi lozim edi, bu esa fizik ma'noga ega emas. Bu prinsip asosida kommutatsiyaning birinchi qonuni quyidagicha ta'riflanadi:

Tarkibida induktiv g'altak bo'lgan har qanday shoxobchada tok va magnit oqimi kommutatsiya paytida undan bevosita oldingi qiymatlarini saqlaydi va kommutatsiyadan keyin ana shu qiymatlaridan boshlab o'zgaradi yoki boshqacha aytganda induktivlikdagi tok va magnit oqimi o'z qiymatini sakrab o'zgartira olmaydi. Bu qonun matematik jihatdan quyidagicha yoziladi:

$$i_L(0_-) = i_L(0), \quad \Phi(0_-) = \Phi(0) \quad (5.7)$$

bu yerda $i_L(0_-)$, $i_L(0)$, $\Phi(0_-)$, $\Phi(0)$ – mos ravishda induktivlikdagi tok va magnit oqimining kommutatsiyadan oldingi va kommutatsiya paytidagi qiymatlari.

Xuddi shu kabi elektr zaryadining sakrab o'zgarasligi

$$i_C = \frac{dq}{dt} = \infty \text{ tenglik bajarilmasligidan kelib chiqadi, chunki aks holda}$$

kondensatordan cheksiz katta tok o'tishi lozim edi, bu esa fizik ma'noga ega emas. Bu prinsipdan kommutatsiyaning quyidagi ikkinchi qonuni kelib chiqadi:

Kondensatorli har qanday shoxobchada kuchlanish va zaryad kommutatsiya paytida undan bevosita oldingi qiymatlarini saqlaydi va kommutatsiyadan keyin ana shu qiymatlaridan boshlab o'zgaradi yoki boshqacha aytganda sig'imdagi kuchlanish va zaryad kommutatsiya paytida o'z qiymatini sakrab o'zgartira olmaydi:

$$u_C(0_-) = u_C(0), \quad q(0_-) = q(0), \quad (5.8)$$

bu yerda $u_C(0_-)$, $u_C(0)$, $q(0_-)$, $q(0)$ – kondensatordagi kuchlanish va zaryadning mos ravishda kommutatsiyadan avvalgi va kommutatsiya paytidagi qiymatlari. Shuning bilan birga qayd etib o'tish lozimki, ideal parametrlri zanjirlarda qarshilik va sig'imdagi toklar, qarshilik va induktivlikdagi kuchlanishlar qiymatlari sakrab o'zgarishi mumkin.

Kattalik (i , u , e , B , F va h.k.) lar va ular hosilalarining kommutatsiya ($t = 0$) paytidagi qiymatlari ularning boshlang'ich qiymatlari yoki boshlang'ich shartlar deb ataladi.

Agar bevosita kommutatsiyadan (o'tkinchi jarayon boshlanishidan) avval $i_L(0_-) = 0$ va $u_C(0_-) = 0$ (nol boshlang'ich shartlar) bo'lsa, u holda kommutatsiyadan keyingi boshlang'ich paytda induktivlik uzuq shoxobchaga, sig'im esa qisqa tutashgan shoxobchaga teng kuchli bo'ladi. Agar kommutatsiyadan avval $i_L(0_-) \neq 0$ va $u_C(0_-) \neq 0$ (nol bo'lmagan boshlang'ich shartlar)

bo'lsa, u holda $t=0$ paytda induktivlik $i_L(0)$ tok manbaiga, sig'im esa $u_C(0)$ EYuK manbaiga teng kuchli bo'ladi.

Bog'liq bo'lmagan boshlang'ich shartlar kommutatsiya momentiga qadar zanjirda to'plangan elektr va magnit maydonlari energiyalarini xarakterlaydi va o'tkinchi jarayonlarni hisoblash uchun ularni albatta inobatga olish lozim bo'ladi.

Shoxobchalangan elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblashda bog'liq bo'lmagan boshlang'ich shartlardan tashqari bog'liq boshlang'ich shartlardan foydalaniladi. Bu shartlarga tok, kuchlanish va ular hosilalarining $t=0$ paytdagi qiymatlari kiradi.

5.5. O'tkinchi jarayonlarni hisoblash usullarining xususiyatlari

Elektr zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblash uchun klassik, operator, chastotaviy va Dyamel integrali usullaridan foydalaniladi.

Klassik usulning mohiyati — tok va kuchlanishlarning oniy qiymatlari uchun Kirxgofning birinchi va ikkinchi qonunlari asosida tuzilgan differensial tenglamalarni yechishdan iborat. Masalani yechish xarakteristik tenglamalar ildizlarini, o'tkinchi jarayon erkin va turg'un tashkil etuvchilarini, integrallash doimiylarini va nihoyat o'tkinchi tok va kuchlanishlarni aniqlashdan iborat. Klassik usulning o'ziga xos xususiyati shundan iboratki, yechimda real vaqtdagi real kattaliklardan foydalaniladi. Hisoblash natijalari odatda grafiklar bilan tasvirlanadi, lekin bu hisoblashlar murakkab va mashaqqatli bo'lganligi sababli ko'pincha hisoblash texnikasini qo'llashni talab etadi.

Operator usulida original deb nomlanadigan vaqtning real funksiyasi uning kompleks tekislikdagi tasviri bilan almashtiriladi. Bunday almashtirish Laplasning to'g'ri o'zgartirish funksiyasi yordamida matematik yo'l bilan bajariladi. Bunda tasvir vaqt funksiyasi emas, kompleks o'zgaruvchi funksiya bo'ladi. Uni grafik usulda tasvirlab bo'lmaydi. Lekin klassik usulga nisbatan bo'lgan bu kamchilik vaqt bo'yicha differensiallash va integrallash operatsiyalarini ko'paytirish va bo'lish kabi algebraik operatsiyalar bilan almashtirish afzalligi bilan kompensatsiyalanadi. Algebraik tenglamalar sistemasini yechish natijasida izlanayotgan funksiyaning tasviri topiladi va uning originaliga o'tiladi. Bu afzalliklari sababli operator usul muhandislik amaliyotida keng qo'llanadi.

Chastotaviy usul operator usulga juda o'xshash. Farqi shundaki, taqribiy hisoblashlarda zanjirning kirish qarshiliklari yoki o'tkazuvchanliklarining eksperimental xarakteristikalaridan foydalanish mumkin. Bu usul chiziqli avtomatik rostlash

sistemalarining analizi va sintezida, xususan, sistemadagi o'tkinchi jarayonlar sifatini baholashda keng foydalaniladi.

Dyuamel integrali usuli passiv ikkiqutblilikning kirish qismlariga berilayotgan kuchlanish vaqtga nisbatan murakkab qonun bilan o'zgarayotganda qo'llaniladi. Bundan tashqari, o'zgaruvchan holat usuli, avtomatikada keng qo'llanadigan trapesiya ko'rinishidagi chastotaviy xarakteristika usuli va boshqa usullar mavjud.

5.6. O'tkinchi jarayonlarni hisoblashning klassik usuli

Klassik usul chiziqli elektr zanjirlaridagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblashga oid bo'lib, unda quyidagi amallar ketma-ket bajariladi:

1) Kirxgof qonunlari asosida tok va kuchlanishlar uchun differensial tenglamalar tuziladi;

2) hosil bo'lgan tenglamalardan izlanayotgan kattaliklarni aniqlash uchun o'zgarmas koeffitsiyentli bir jinsli bo'lmagan differensial tenglama hosil qilinadi. Bu tenglamaning umumiy yechimi turg'un rejimni belgilaydigan bir jinsli bo'lmagan tenglamaning xususiy yechimi i_T yoki u_T va erkin rejimni belgilaydigan bir jinsli tenglamaning umumiy yechimi i_{erk} yoki u_{erk} yig'indisidan iborat:

$$i = i_T + i_{erk}; u = u_T + u_{erk}.$$

3) turg'un tashkil etuvchilar elektr zanjirining kommutatsiyadan keyingi rejimidan aniqlanadi;

4) erkin tashkil etuvchi xarakteristik tenglamaning ildizlari ko'rinishidan aniqlanadi. Jarayonning erkin tashkil etuvchisi uchun umumiy yechim:

$$i_{erk} = A_k e^{p_k t},$$

bunda A_k — integrallash doimiysi.

Agar xarakteristik tenglama ikkita haqiqiy va har xil ildizga ega bo'lsa, unda

$$i_{erk} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

Agar xarakteristik tenglama haqiqiy va bir xil ildizlarga ega bo'lsa, u holda yechim

$$i_{erk} = e^{p_1 t} (A_1 + A_2 t).$$

Xarakteristik tenglama qo'shma kompleksli $p_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_0$ ildizga ega bo'lsa, unda

$$i_{erk} = A e^{-\alpha t} \sin(\omega_0 t + \psi),$$

bunda α – konturning so'nish koeffitsiyenti;

ω_0 – erkin tebranishlarning burchak chastotasi.

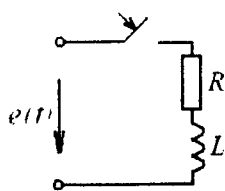
5) integrallash doimiylari boshlang'ich shartlardan foydalanib aniqlanadi. Bunda induktiv g'altakli shoxobchadagi tokning boshlang'ich qiymati kommutatsiyaning birinchi qonuni, kondensatordagi kuchlanishning boshlang'ich qiymati esa kommutatsiyaning ikkinchi qonuni asosida aniqlanadi. Induktiv g'altagi bo'lmagan boshqa shoxobchalardagi toklarning va kondensatori bo'lmagan boshqa shoxobchalardagi kuchlanishning boshlang'ich qiymatlari Kirxgof qonunlari asosida aniqlanadi;

6) o'tkinchi tok yoki kuchlanish turg'un va erkin tashkil etuvchilarning yig'indisi ko'rinishida aniqlanadi;

7) topilgan o'tkinchi tok yoki kuchlanish ifodalarning to'g'riligi o'tkinchi jarayon parametrlari boshlang'ich va turg'un qiymatlarini hisoblab tekshiriladi.

5.7. R, L zanjirida o'tkinchi jarayonlar

Aktiv qarshilik R va induktivlik L elementlari ketma–ket ulangan zanjir $t = 0$ paytda $e(t)$ EYuK manbaiga ulanayotgan bo'lsin (5.4 – rasm).



$t \geq 0$ payt uchun zanjir muvozanatini tavsiflovchi differensial tenglamasi quyidagicha yoziladi:

$$e = Ri + L \frac{di}{dt}. \quad (5.9)$$

(5.9) ga mos xarakteristik tenglama $R + pL = 0$ ko'rinishda, uning ildizi esa

$p = -\frac{R}{L}$ ga teng bo'ladi.

Zanjirdagi erkin tok:

$$i_{erk} = Ae^{pt} = Ae^{-\frac{R}{L}t}. \quad (5.10)$$

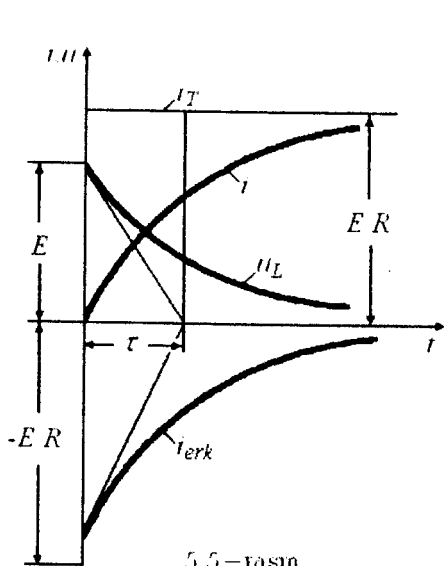
Zanjirdagi o'tkinchi tok turg'un va erkin toklarning yig'indisidan iborat bo'ladi, ya'ni:

$$i = i_T + i_{erk} = i_T + Ae^{-\frac{R}{L}t}. \quad (5.11)$$

O'tkinchi tokning turg'un tashkil etuvchisi $e(t)$ EYuK ning o'zgarish qonuniyatiga bog'liq bo'ladi. Uchta holatni ko'rib chiqamiz:

1. R, L zanjirning o'zgarmas EYuK manbaiga ulanishi.
2. R, L zanjirda qisqa tutashuv.
3. R, L zanjirning sinusoidal EYuK manbaiga ulanishi.

1. R, L zanjirning o'zgarmas EYuK manbaiga ulanishi
R, L zanjir o'zgarmas E manbaiga ulanganida turg'un tok



5.5 - rasm

O'tkinchi tok

$$i = \frac{E}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right) = I \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right).$$

Bu yerda $I = \frac{E}{R}$ - turg'un tok bo'lib, o'tkinchi jarayon davomida (nazariy jihatdan $0 \leq t < \infty$) zanjirdagi tok shu qiymatga erishishga harakat qiladi.

Zanjirdagi boshqa kattaliklarni aniqlaymiz.

R qarshilikdagi o'tkinchi kuchlanish: $u_R = Ri = E \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$

$$i_T = \frac{E}{R} \text{ ga teng bo'ladi.}$$

Unda (5.11) ifoda quyidagiga teng bo'ladi:

$$i = \frac{E}{R} + A \frac{R}{L}. \quad (5.12)$$

Integrallash doimiysi A boshlang'ich shartdan, ya'ni kommutatsiyaning birinchi qonuni yordamida topiladi: $i(0_-) = i(0) = 0$.

$$(5.12) \text{ tenglamadan } t = 0$$

$$\text{payt uchun, } 0 = \frac{E}{R} + A \text{ yoki}$$

$$A = -\frac{E}{R}.$$

L induktivlikdagi kuchlanish: $u_L = -e_L = L \frac{di}{dt} = E e^{-\frac{R}{L}t}$.

5.5-rasmda zanjirdagi o'tkinchi tok va kuchlanishlar diagrammatari keltirilgan. Matematik analiz kursidan ma'lumki,

$y = f(x)$ funksiya grafigiga o'tkazilgan urinma $\left| \frac{y}{y'} \right|$ ga teng.

Ko'rilayotgan holat uchun

$$\left| \frac{u_L}{i_{erk}} \right| = \left| \frac{i_{erk}}{i_{erk}} \right| = \tau. \quad (5.13)$$

$\tau = \frac{L}{R}$ kattalik vaqt doimiysi deb ataladi. U soniyalarda o'lchanadi:

$$\left[\frac{L}{R} \right] = \frac{\Gamma_H}{O_M} = \frac{O_M \cdot \text{cek}}{O_M} = \text{cek}.$$

Vaqt doimiysi shunday vaqt oralig'iga tengki, bu vaqt mobaynida tokning erkin tashkil etuvchisi $e = 2,718$ marta kamayadi va o'zgarmas EYuK manbaiga ulangan zanjirdagi tok turg'un qiymatining 63,2% iga erishadi. Grafikdan τ qiymati i_{erk} yoki u_L egri chizig'iga urinma o'tkazib aniqlanadi. 5.5-rasmdagi tok va kuchlanish egri chiziqalaridan ko'rinib turibdiki, i_{erk} tok o'tkinchi jarayon vaqti ($0 \leq t < \infty$) mobaynida $i = -\frac{E}{R} -$ qiymatdan nolgacha eksponensial qonun bilan kamayadi. Zanjirdagi o'tkinchi tok i esa bu vaqt mobaynida kommutatsiyaning birinchi qonuniga binoan sakrab o'zgarmasdan, noldan o'zining turg'un qiymati E/R gacha ortib boradi. Induktivlikdagi kuchlanish u_L kommutatsiya payti ($t = 0$) da o'z qiymatini sakrab E ga o'zgartiradi, ya'ni manba EYuK to'laligicha induktivlikda pasayadi va keyin eksponensial qonun bilan nolgacha kamayib boradi. i va u_L egri chiziqalarining o'zgarishidan ko'rinib turibdiki, zanjirda o'tkinchi jarayon nazariy jihatdan cheksiz davom etsada, lekin amalda u $t = (4 + 5)\tau$ vaqtda tugaydi.

2. R, L zanjirda qisqa tutashuv

O'zgarmas yoki sinusoidal EYuK manbaiga ulangan R, L zanjir $t = 0$ paytda qisqa tutashgan holatni ko'rib chiqamiz (5.6 a – rasm). Bunday rejimlar transformatorlar, uzatish liniyalarida va boshqa elektrotexnik qurilmalarda ko'p uchraydi. Bu holatda induktivlikda to'plangan magnit maydoni hisobiga undagi tok sakrab o'zgar olmaydi: magnit maydonining kamayishi hisobiga hosil bo'ladigan o'zinduksiya EYuKi zanjirdagi tokning kamayishiga to'sqinlik qiladi.

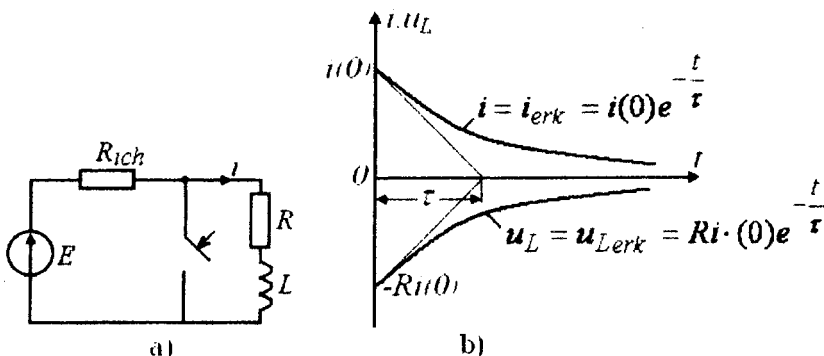
Qisqa tutashgan konturdagi jarayon erkin rejim bo'lib, bu holatda undagi turg'un tok nolga teng, ya'ni $i_T = 0$. (5.11) tenglamaga $i_T = 0$ ni qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$i = Ae^{-\frac{R}{L}t}$$

Integrallash doimiysi $i(0_-) = i(0)$ boshlang'ich shartdan topiladi. Undan $A = i(0)$. Buni hisobga olib:

$$i(t) = i(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

bu yerda $i(0_-)$ – induktivlikdagi tokning bevosita kommutatsiyadan avvalgi qiymati.



5.6 – rasm

5.6 b–rasmda o'tkinchi jarayon mobaynida tok va kuchlanish egri chiziqlari keltirilgan. Induktivlikdagi kuchlanish:

$$u_L = L \frac{di}{dt} = -Ri(0)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Qisqa tutashgan zanjirda o'tkinchi jarayon nazariy jihatdan $t = \infty$ da tugaydi. Bu vaqt oralig'i mobaynida induktivlikning magnit maydonida to'plangan energiya R qarshilikda issiqlikka aylanadi:

$$W = \int_0^{\infty} Ri^2 dt = R [i(0)]^2 \int_0^{\infty} e^{-2\frac{t}{\tau}} dt = \frac{L [i(0)]^2}{2}.$$

Bu energiya kommutatsiyaga qadar induktivlikda to'plangan magnit maydoni energiyasiga teng.

3. R, L zanjirning sinusoidal EYuK manbaiga ulanishi

RL elementli zanjir (5.4-rasm) sinusoidal EyuK $e = E_m \sin(\omega t + \psi)$ manbaiga ulansa, berk zanjirdan o'tadigan turg'un tok quyidagicha aniqlanadi:

$$i_T = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi).$$

Shu tokning mos ravishda amplituda qiymati hamda tok va EYuK o'rtasidagi faza siljish burchagi:

$$I_m = \frac{E_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \quad \varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}.$$

(5.11) tenglamaga ko'ra o'tkinchi jarayondagi tok:

$$i(t) = i_T + i_{erk} = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) + A e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

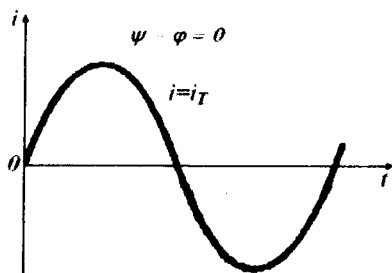
Integrallash doimiysi bog'liq bo'lmagan boshlang'ich shartdan topiladi. $i = 0$ da $i(0_-) = i(0) = 0$ bo'lganligi uchun $0 = I_m \sin(\omega \cdot 0 + \psi - \varphi) + A$ bo'ladi. Demak, $A = -I_m \sin(\psi - \varphi)$.

$$\text{O'tkinchi tok esa } i(t) = I_m [\sin(\omega t + \psi - \varphi) - \sin(\psi - \varphi)] e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

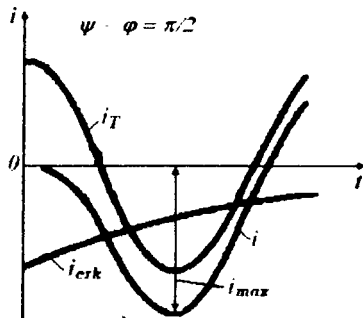
5.7 - rasmda i_T, i_{erk} va i larning vaqt bo'yicha o'zgarish grafigi keltirilgan.

Turg'un va erkin toklarning boshlang'ich ordinatalari $i_T(0), i_{erk}(0)$ bir-biriga teng va ishoralari o'zaro teskari bo'lganligi uchun o'tkinchi tok $i(t)$ ni $t = 0$ dagi qiymati nolga teng. Erkin tok $i_{erk}(t)$ esa vaqt bo'yicha eksponensial kamayib boradi. $t = \tau$ vaqtda tok $i_{erk}(t)$ $i_{erk}(0)$ ga nisbatan $e = 2,718$ marta kamayadi:

$$i_{erk}(\tau) = \frac{i(0)}{2,718}$$



a)



b)

5.7—rasm

RL zanjirda vaqt doimiysi kontur aslligi Q ga to'g'ri proporsional, ω burchak chastotasiga esa teskari proporsional:

$$\tau = \frac{\omega L}{\omega R} = \frac{Q}{\omega}$$

Agar $t=0$ da o'tkinchi tok $i(t)$ noldan o'tsa va shu vaqtda kommutatsiya sodir etilsa, ya'ni kalit ulansa, $\psi = \varphi$ yoki $\psi = \varphi \pm \pi$ sharti bajariladi. Bu holatda erkin tok yuzaga kelmaydi va zanjirda o'tkinchi jarayonsiz faqat turg'un tok hosil bo'ladi (5.7 a—rasm).

Agar kalit $\psi - \varphi = \pm \frac{\pi}{2}$ bo'lganida ulansa, u holda erkin tokning boshlang'ich qiymati maksimal bo'lib, o'tkinchi tok yarim davrga teng vaqt o'tganida ekstremal qiymatga ega bo'ladi (5.7 b—rasm). Agar vaqt doimiysi $\tau = \frac{L}{R} \rightarrow \infty$ juda katta bo'lsa, u holda zanjirning muvozanat tenglamasidagi iR qo'shimcha qiymatining ta'sirini e'tiborga olmasa ham bo'ladi.

Haqiqatdan, $e = iR + L \frac{di}{dt} \approx L \frac{di}{dt}$ bo'lganligi uchun:

$$i = \frac{1}{L} \int_0^t e dt \text{ va } u_R = Ri \approx \frac{R}{L} \int_0^t e dt$$

Demak, RL zanjirning vaqt doimiysi juda katta bo'lganda uni integrallovchi zveno deb qarash mumkin.

Agar τ juda kichik bo'lsa, u holda $L \frac{di}{dt}$ ham juda kichik va $e \approx Ri$, $u_L \approx L \frac{di}{dt} = \frac{L}{R} \frac{de}{dt}$. Bu holda RL zanjirni differensiallovchi zveno deb qarash mumkin. Bu zanjirlar integrallovchi va differensiyallovchi zvenolar ko'rinishida avtomatik rostlash sistemalarining elementlari sifatida xizmat qiladi. Quyida RL zanjirning sinusoidal EYuK manbaiga ulanishini bir misolda ko'rib chiqamiz.

Masala: Parametrlari $R=100$ Om va $L=1$ Gn bo'lgan zanjir sinusoidal kuchlanish ($U=220$ V, $f=50$ Gs) manbaiga ulangan (5.4-rasm). Kuchlanishning boshlang'ich fazalari $\psi_1=0$ va $\psi_2=72^{\circ}30'$ bo'lgan onda ulangan ikki holat (rejim) uchun o'tkinchi tok ifodalarini toping.

Echish: Turg'un tok oniy qiymati ifodasini kompleks usulda aniqlaymiz:

$$I_m = \frac{U_m}{Z} = \frac{220\sqrt{2}}{100 + j314 \cdot 1} = 0,94e^{-72^{\circ}20'}$$

Uning oniy qiymati:

$$i_T = I_m \sin(\omega t + \psi - \varphi) = 0,94 \sin(\omega t + \psi - 72^{\circ}20') A.$$

Ulanishning birinchi rejimi uchun ($\psi_1=0$):

$$i_{T1} = 0,94 \sin(\omega t - 72^{\circ}20') A$$

va ikkinchi rejim uchun ($\psi_2=72^{\circ}30'$)

$$i_{T2} = 0,94 \sin \omega t A.$$

Tokning erkin tashkil etuvchisi quyidagicha aniqlanadi:

$$i_{erk} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Integral doimiysi A ni kommutatsiyaning birinchi qonunidan aniqlaymiz:

$$i(0) = 0 = i_T + i_{erk} = I_m \sin(0 + \psi - \varphi) + Ae^{-\frac{0}{\tau}} = I_m \sin(\psi - \varphi) + A,$$

binobarin $A = -I_m \sin(\psi' - \varphi)$, $i_{erk} = -I_m \sin(\psi' - \varphi) e^{-\frac{t}{\tau}}$, bunda

$\tau = \frac{L}{R} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ c}$. Mos ravishda ikki rejim uchun:

$$i_{erk1} = -0,94 \sin(-72^{\circ} 20') e^{-100t} = 0,896 e^{-100t},$$

$$i_{erk2} = -0,94 \sin 0^{\circ} e^{-100t} = 0.$$

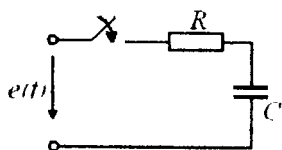
Demak, ko'rilayotgan ikki holat uchun o'tkinchi toklar quyidagiga teng:

$$i_1 = 0,94 \sin(\omega t - 72^{\circ} 20') + 0,896 e^{-100t},$$

$$i_2 = 0,94 \sin \omega t.$$

Ikkinchi rejimda erkin tok yo'qligi zanjirda o'tkinchi jarayon bo'lmasligini ko'rsatadi va o'tkinchi tok faqat turg'un tokdan iborat.

5.8. R, C zanjirida o'tkinchi jarayonlar



5.8-rasm

5.8-rasmda R, C elementlari o'zaro ketma-ket ulangan zanjirni $t=0$ da $e(t)$ EYuK manbaiga ulash sxemasi keltirilgan. $t \geq 0$ vaqt uchun zanjirning muvozanat tenglamasini Kirxgofning ikkinchi qonuni asosida tuzamiz:

$$Ri + u_C = e,$$

bu yerda u_C - sig'imdagi kuchlanish bo'lib, izlanayotgan kattalik hisoblanadi.

$i = C \frac{du_C}{dt}$ ekanligini hisobga olsak, yuqoridagi tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$RC \frac{du_C}{dt} + u_C = e.$$

Uning xarakteristik tenglamasi $1 + RCp = 0$, ildizi esa

$p = -\frac{1}{RC}$ bo'ladi.

Sig'imdagi kuchlanishning erkin tashkil etuvchisi:

$$u_{Cerk} = Ae^{Pt} = Ae^{-\frac{t}{RC}} = Ae^{-\frac{t}{\tau}},$$

bu yerda $\tau = RC$ – vaqt doimiysi, $\left[OM \cdot \Phi = OM \frac{A}{B} \cdot cek = cek \right]$.

Sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish turg'un va erkin tashkil etuvchilarning yig'indisidan iborat:

$$u_C = u_{CT} + u_{Cerk} = u_{CT} + Ae^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.14)$$

O'z navbatida konturdagi tok

$$i = C \frac{du_C}{dt} = C \frac{du_{CT}}{dt} - \frac{A}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.15)$$

Amaliyotda ko'p uchraydigan quyidagi uchta holatni ko'rib chiqamiz:

1. R, C zanjirning o'zgarmas EYuK manbaiga ulanishi.
2. R, C zanjirda qisqa tutashuv.
3. R, C zanjirning sinusoidal EYuK manbaiga ulanishi.

1. R, C zanjirning o'zgarmas EYuK manbaiga ulanishi

R, C elementlari o'zaro ketma–ket ulangan zanjir o'zgarmas EYuK E manbaiga $t = 0$ da ulanayotgan paytda sig'imda $u_C(0_-) = U$ kuchlanish mavjud bo'lgan bo'lsin. Sig'imdagi turg'un kuchlanish E ga teng, shuning uchun (5.14) tenglama quyidagicha yoziladi:

$$u_C = E + Ae^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.16)$$

Integrallash doimiysini topish uchun kommutatsiyaning ikkinchi qonunidan foydalanamiz:

$$u_C(0_-) = u_C(0) = E + A \text{ yoki } U = E + A, \text{ bundan } A = U - E.$$

Kondensatoridagi o'tkinchi kuchlanish:

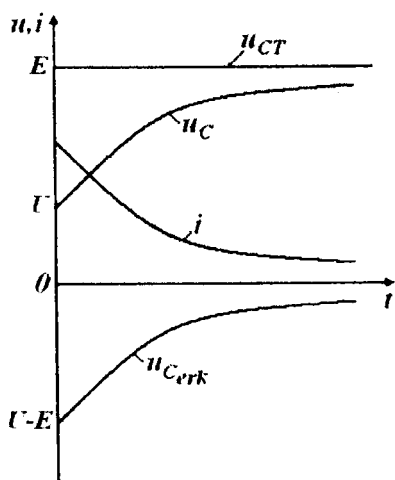
$$u_C = E + (U - E)e^{-\frac{t}{\tau}}. \quad (5.17)$$

(5.15) tenglamaga ko'ra konturdagi o'tkinchi tok:

$$i_C = \frac{E - U}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

R qarshilikdagi kuchlanish esa:

$$u_R = Ri = (E - U)e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5.18)$$



5.9-rasm

Kommutatsiyadan keyin vaqt o'tishi bilan sig'imdagi kuchlanish $u_C(0_-) = U$ boshlang'ich qiymatdan turg'un E qiymatgacha ortib boradi, R qarshilikda esa kuchlanish $t = 0$ da noldan $(E - U)$ qiymatga sakrab o'zgarib, vaqt o'tishi bilan nol qiymatgacha kamayib boradi. Konturdagi tok $t = 0$ da noldan $\left(\frac{E - U}{R}\right)$ qiymatga sakrab o'zgarib, $t \rightarrow \infty$ da nolgacha kamayadi (5.9-rasmi).

O'tkinchi tok va kuchlanishlar egri chiziqlarining tahlili shuni ko'rsatdiki, vaqt doimiysi τ qancha

katta bo'lsa, o'tkinchi jarayon shuncha sekin o'tadi. Vaqt doimiysi τ ni grafik usulda o'tkinchi jarayon (tok, kuchlanish) grafigining istalgan nuqtasiga urinma o'tkazish yo'li bilan hisoblab topish mumkin. R, C zanjiridagi o'tkinchi jarayon nazariy jihatdan cheksiz vaqt davom etsada, amalda u $t = (4 + 5)\tau$ vaqtda deyarli tugaydi, masalan $t = 4\tau$ da $u_C(t) = 0,98u_T$ ga teng bo'ladi.

2. R, C zanjirda qisqa tutashuv

R, C zanjirda qisqa tutashuv rejimida (5.10 a-rasmi) $t = 0$ da konturda EYuK manbaining ta'siri nolga teng bo'ladi. (5.14) tenglamada $u_{CT} = 0$ bo'lganligi sababli u quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$u_C = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

Kommutatsiyaning ikkinchi qonunidan $u_C(0_-) = E = A$ ni hosil qilamiz. U holda sig'imdagi o'tkinchi kuchlanish:

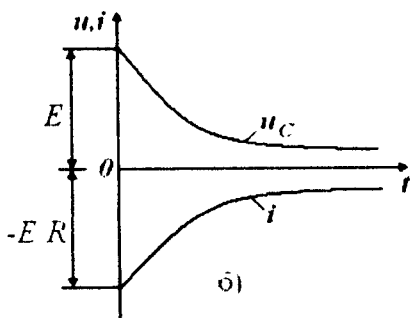
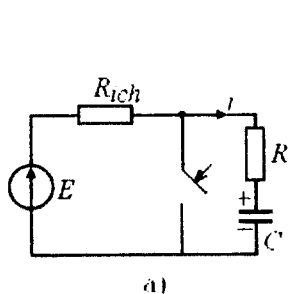
$$u_C = E e^{-\frac{t}{\tau}}$$

R, C konturdagi tok esa:

$$i_C = C \frac{du_C}{dt} = -\frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}} = -I e^{-\frac{t}{\tau}}$$

R qarshilikdagi kuchlanish:

$$u_R = R i_C = -E e^{-\frac{t}{\tau}}$$



5.10-rasm

Bu rejimda kondensatorning razryadlanishi natijasida hosil bo'lgan va kommutatsiyaga qadar tok yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda o'tkinchi tok o'tadi. Shuning uchun ham o'tkinchi tok ifodasida "-" ishora olingan.

Sig'imdagi kuchlanishdan farqli ravishda R, C konturdagi tok kommutatsiya payti ($t = 0$) da o'z qiymatini sakrab o'zgartiradi (5.10 b-rasm).

Kommutatsiyaga qadar sig'im elementida to'plangan elektr maydoni energiyasi o'tkinchi jarayon mobaynida aktiv qarshilik R da to'liq issiqlik energiyasiga aylanadi:

$$\int_0^{\infty} R i^2 dt = \frac{E^2}{R} \int_0^{\infty} e^{-\frac{2t}{\tau}} dt = \frac{CE^2}{2}$$

3. R, C zanjirning sinusoidal EYuK manbaiga ulanishi

R, C zanjir sinusoidal EYuK $e = E_m \sin(\omega t + \psi)$ manbaiga $t = 0$ vaqtda ulanganida (5.8-rasm) kondensatordagi kuchlanish $u_C(t)$ ni

aniqlaymiz. Matematik nuqtai nazardan bu kuchlanish ikkita tashkil etuvchilar yig'indisidan ($u_{CT} + u_{Cerk}$) iborat. Ulardan u_{CT} zanjirning turg'un rejimiga taalluqli bo'lib, uni o'zgaruvchan tok zanjirini hisoblashning kompleks usulidan foydalanib topamiz.

u_{Cerk} — kuchlanishning erkin tashkil etuvchisi xarakteristik

tenglama ildiziga ko'ra $u_{Cerk} = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ ko'rinishda bo'lib, vaqt o'tishi bilan u nolga intiladi. Zanjirdagi turg'un tok:

$$i_T = \frac{E_m}{Z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) \text{ ga teng.}$$

bu yerda $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ — zanjirning to'la qarshiligi,

$\varphi = \arctg\left(\frac{-1}{\omega CR}\right)$ — zanjirda o'tkinchi jarayon tugagandan keyingi kuchlanish bilan tok orasidagi faza siljish burchagi. Kondensatordagi turg'un kuchlanish:

$$u_{CT} = \frac{E_m}{Z\omega C} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

chunki u tokdan $\pi/2$ burchakka orqada qoladi. Shunday qilib, o'tkinchi u_C kuchlanish vaqt bo'yicha quyidagi qonun bilan o'zgaradi:

$$u_C(t) = \frac{E_m}{Z\omega C} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Integrallash doimiysi A ni aniqlash uchun boshlang'ich shartlardan foydalanamiz:

$$u_C(0) = 0 = \frac{E_m}{Z\omega C} \sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A \text{ ifodadan}$$

$$A = -\frac{E_m}{Z\omega C} \sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right).$$

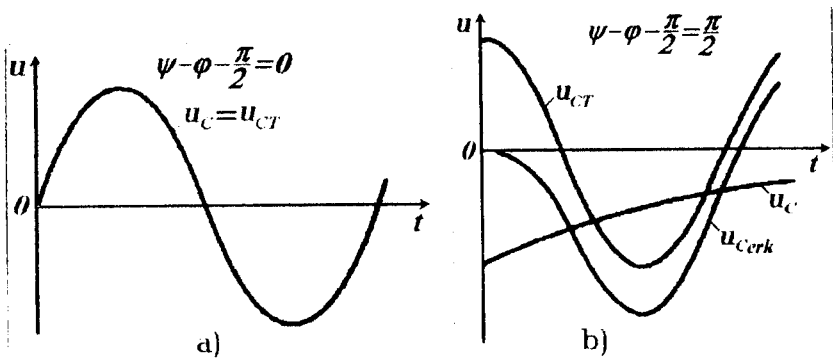
Kuchlanish $u_C(t)$ uchun quyidagi tenglamaga ega bo'lamiz:

$$u_C(t) = \frac{E_m}{Z\omega C} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{E_m}{Z\omega C} \sin\left(\omega t + \psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

O'tkinchi tokni topamiz:

$$i(t) = C \frac{du_C}{dt} = \frac{E_m}{Z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) + \frac{E_m}{RZ\omega C} \sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

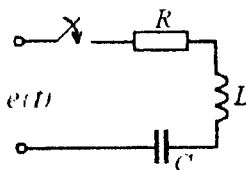
5.11-rasmda o'tkinchi kuchlanish $u_C(t)$ grafigi tasvirlangan. O'tkinchi jarayon davomida kuchlanishning oniy qiymati turg'un kuchlanish amplitudasi manba EYuK sining ikkilangan amplitudasidan kamligicha qoladi. Ammo kommutatsiya paytida kondensatordagi turg'un kuchlanish nolga teng bo'lsa, u holda zanjirda o'tkinchi jarayon umuman paydo bo'lmasligi mumkin (5.11 a-rasm).



5.11-rasm

Agar kommutatsiya paytida kondensatordagi turg'un kuchlanish maksimal qiymatga ega bo'lsa (5.11 b-rasm), u holda o'tkinchi kuchlanish o'zining maksimal qiymatiga yarim davrdan keyin erishadi va turg'un kuchlanish amplitudasining ikkilangan qiymatiga teng bo'lishi mumkin.

5.9. R, L va C elementlar ketma-ket ulangan zanjirda o'tkinchi jarayonlar



5.12-rasm

R, L va C elementlarini ketma-ket ulab, hosil bo'lgan kontur EYuK manbaiga (5.12-rasm) ulanganida ro'y beruvchi o'tkinchi jarayonni tahlil qilaylik. Elektr zanjirning differensial tenglamasini Kirxgofning ikkinchi qonuniga asosan tuzamiz:

$$Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt = e(t).$$

Binobarin, bunga xos xarakteristik tenglama

$$Lp^2 + Rp + \frac{1}{C} = 0; LCp^2 + RCp + 1 = 0$$

quyidagi ildizlarga ega:

$$p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \frac{1}{LC}} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2},$$

bunda $\delta = \frac{R}{2L}; \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$

Bularni hisobga olib, xarakteristik tenglamani $p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0$ ko'rinishida yozamiz.

O'tkinchi tokning erkin tashkil etuvchisi quyidagiga teng bo'ladi:

$$i_{erk} = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}.$$

O'tkinchi tok esa (5.6) ifodaga ko'ra:

$$i = i_T + i_{erk} = i_T + A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}. \quad (5.19)$$

Turg'un tok zanjirni ta'minlab turgan EYuK manbai $e(t)$ bilan aniqlanadi. Erkin tokning o'zgarish qonuniyati esa xarakteristik tenglama ildizlariga bog'liq bo'ladi.

1. R, L va C elementlari ketma-ket ulangan zanjirning o'zgarish EYuK manbaiga ulanishi

Zanjir $e(t) = E = \text{const}$ EYuK manbaiga $t = 0$ paytda ulangan va sig'imdagi kuchlanish kommutatsiyagacha $u_C(0_-) = U$ bo'lgan holatni ko'rib chiqaylik. Zanjirda induktivlik mavjudligi sababli undagi tok kommutatsiya paytida $i(0) = 0$ ga teng bo'ladi.

A_1 va A_2 integrallash doimiylarini topish uchun bog'liq boshlang'ich shart $\frac{di(0)}{dt}$ ni aniqlash lozim bo'ladi. Bu shartni $t = 0$ payt uchun zanjirning muvozanat tenglamasidan aniqlaymiz, ya'ni:

$$L \frac{di(0)}{dt} + Ri(0) + u_C(0) = E,$$

$$\text{bundan } \frac{di(0)}{dt} = \frac{E - u_C(0) - Ri(0)}{L} = \frac{E - U}{L}, \quad (5.20)$$

chunki $i(0) = 0$.

Kommutatsiyadan keyingi turg'un rejimda konturdagi tok nolga teng, chunki sig'im o'zgarmas tokni o'tkazmaydi. Bu (5.2) differensial tenglamaning mohiyatidan ham kelib chiqadi.

(5.19) tenglamani differensiallab va $i_I = 0$ ekanligini inobatga olib, quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{di}{dt} = A_1 p_1 e^{p_1 t} + A_2 p_2 e^{p_2 t}. \quad (5.21)$$

(5.19) va (5.21) tenglamalarni $i = 0$ payt uchun (5.20) ni hisobga olib, birgalikda A_1 va A_2 larga nisbatan yechib quyidagini topamiz:

$$A_1 = -A_2 = \frac{E - U}{L(p_1 - p_2)} = \frac{E - U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}}.$$

Buni hisobga olib, (5.19) ni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$i = \frac{E - U}{2L\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}} (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \quad (5.22)$$

Bu yerda zanjir parametrlari uchun quyidagi uchta rejimni ko'rib chiqamiz:

1. $\delta > \omega_0$, 2. $\delta = \omega_0$, 3. $\delta < \omega_0$.

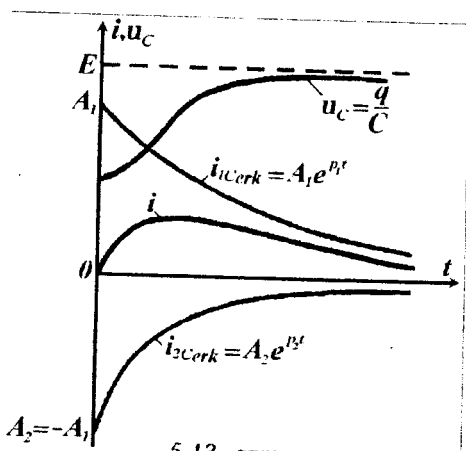
1-rejim. $\delta > \omega_0$ bo'lganida r_1 va r_2 ildizlar haqiqiy, manfiy va har xil. Zanjirni ulash onida tok $i(0) = 0$ (kommutatsiyaning birinchi qonuniga asosan), kondensatorda kuchlanish $u_C(0) = U$ (kommutatsiyaning ikkinchi qonuniga asosan), ammo kuchlanish $u_L(0) = E - U$, chunki Kirxgofning ikkinchi qonuniga binoan vaqtning istalgan onida $u_R + u_L + u_C = E$. Demak,

$$u_L(0) = \left[L \frac{di}{dt} \right]_{t=0} = LA [p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}]_{t=0} = E - U \text{ bo'ladi.}$$

u_C kuchlanish esa quyidagicha aniqlanadi:

$$u_C = E - Ri - u_L = (E - U) \left(1 - \frac{p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}}{p_1 - p_2} \right).$$

5.13—rasmda kuchlanishlar va tokning vaqt bo'yicha grafiklari keltirilgan.



5.13—rasm

$$|p_1| < |p_2| \quad \text{deb}$$

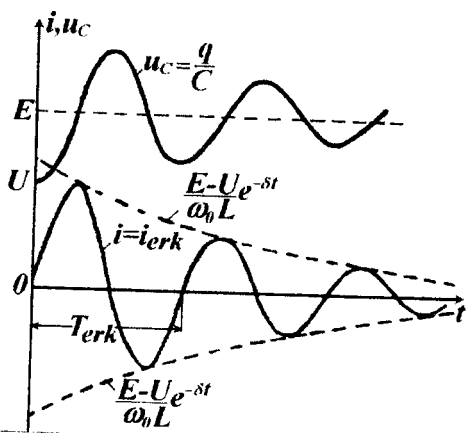
hisoblansa, $e^{p_1 t}$ egri chiziq $e^{p_2 t}$ egri chiziqqa nisbatan sekinroq kamayishining guvohi bo'lamiz.

2 — rejim, ya'ni $\delta = \omega_0$ bo'lgan hol. $p_1 = p_2 = -\delta$ bo'lganida yuqoridagi jarayon qaytariladi (chegaraviy hol). Bunda

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

3 — rejim, $\delta < \omega_0$ da xarakteristik tenglama ildizlari kompleks va qo'shma sonlar, ya'ni $p_1 = -\delta + j\omega_0$, $p_2 = -\delta - j\omega_0$. Bu holda

$$i = \frac{E - U}{\omega_0 L} e^{-\delta t} \sin \omega_0 t. \quad (5.23)$$



5.14—rasm

O'tkinchi va erkin kattaliklarning tenglamalarga mos egri chiziqli tavsiflari 5.14—rasmda tasvirlangan. Agar erkin tok i_{erk} noldan boshlanib, so'nuvchi sinusoidal qonun bilan o'zgarsa va $t = \infty$ da yana nolga yaqinlashsa, ya'ni so'nuvchi bo'lsa, o'tkinchi kuchlanish u_C o'zining turg'un qiymati $u_{CT} = E$

atrofida tebranadi va $t = \infty$

da uning egri chizig'i to'g'ri chiziq bilan qo'shilib ketadi. Bu rejimda

tebranish konturi sig'imidagi elektr maydoni energiyasi induktivlikdagi magnit maydoni energiyasiga va aksincha davriy almashib turadi. Bu energiyaning bir qismi R qarshilikda issiqlik energiyasiga davriy aylanib turishi hisobiga tebranish so'nuvchi xarakterga ega bo'ladi. $t = \frac{1}{\delta}$ da so'nuvchi egri chiziq ordinatasi o'zining boshlang'ich qiymatidan $e = 2,718$ martaga kamayadi.

5.10 O'tkinchi jarayonlarni klassik usulda hisoblashning umumiy tartibi

Chiziqli elektr zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni klassik usulda hisoblashning bosqichlari quyidagilardan iborat:

1. Zanjirning kommutatsiyagacha bo'lgan holati tahlil qilinadi. Bunda induktiv g'altakdan o'tayotgan tok va kondensatordagi kuchlanish $l = 0_-$ bo'lgan vaqt uchun aniqlanadi.

2. Bog'liq bo'lmagan boshlang'ich shartlar kommutatsiya qonunlari yordamida topiladi. Kommutatsiyaning birinchi qonuni yordamida induktiv g'altakdagi tok, ikkinchi qonunidan foydalanib esa sig'im elementidagi kuchlanish aniqlanadi.

3. Elektr zanjirining kommutatsiyadan keyingi holati uchun Kirxgof qonunlariga asoslanib, uning differensial tenglamalari tuziladi. Differensial tenglamalar konturlar va tugunlar uchun tuzilgan elektrik muvozanat tenglamalaridan foydalanib tuziladi.

4. Kommutatsiyadan keyingi holat ($l = \infty$) uchun zanjirdagi turg'un jarayon tahlil qilinadi. Bu maqsadda elektr zanjirining kommutatsiyadan keyingi holati uchun majburiy rejimdagi tok va kuchlanishlar aniqlanadi (differensial tenglamaning xususiy yechimi).

5. Zanjirdagi tok va kuchlanishlarning erkin tashkil etuvchilari aniqlanadi. Buning uchun zanjirning xarakteristik tenglamasi tuziladi va uning ildizlari aniqlanadi. So'ngra erkin tashkil etuvchilar ifodalari yoziladi (bir jinsli differensial tenglamaning umumiy yechimi).

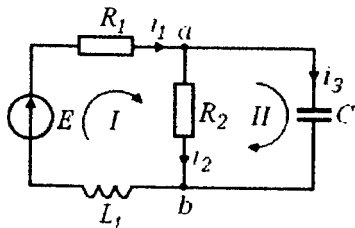
6. Zanjirdagi tok va kuchlanishlar majburiy va erkin tashkil etuvchilar yig'indisi ko'rinishida yoziladi (differensial tenglamaning to'liq yechimi).

7. Integrellash doimiylari topiladi. Buning uchun bog'liq bo'lgan boshlang'ich shartlar aniqlanadi. Tok va kuchlanishlar va ular $(n-1)$ hosilalarining $t = 0$ dagi qiymatlari hisoblanadi. Bunda tuzilgan muvozanat tenglamalar va kommutatsiyadan keyingi $t = 0$ payt

uchun bog'liq bo'lmagan boshlang'ich shartlar va elektr zanjirining kommutatsiyadan keyingi holatidan foydalaniladi.

8. Boshlang'ich shartlarga asosanib zanjirning to'la reaksiyasi aniqlanadi. Integrallash doimiylarini izlanayotgan kattaliklar tenglamasiga qo'yib, $t > 0$ uchun to'liq yechim topiladi va izlanayotgan kattaliklarning vaqt bo'yicha o'zgarish grafigi quriladi.

Erkin tok va kuchlanishlar uchun tenglamalar tuzish



5.15—rasm

Buning uchun dastlab shoxobchalardagi toklarga ixtiyoriy ravishda yo'nalishlari ko'rsatiladi. So'ngra Kirxgof qonunlariga asosanib teng-lamalar tuziladi. Masalan, 5.15—rasmda keltirilgan elektr zanjirining kommutatsiyadan keyingi holati uchun quyidagi tenglamalarni yozamiz

$$a \text{ tugun uchun: } i_1 - i_2 - i_3 = 0,$$

$$I - \text{kontur uchun: } L_1 \frac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + R_2 i_2 = E, \quad (5.24)$$

$$II - \text{kontur uchun: } -R_2 i_2 + \frac{1}{C} \int i_3 dt = 0.$$

Bu tenglamalarda i_1 , i_2 va i_3 izlanayotgan o'tkinchi toklar. Ularning har biri turg'un va erkin toklar yig'indisidan iborat. Bu tenglamalar sistemasidan erkin toklar uchun tenglamalar sistemasiga o'tish uchun zanjirni majburiy kuchlardan—manbalardan ozod etamiz (bizning misolda EYuK manbai E) va har bir tokni erkin tok bilan almashtiramiz (masalan, i_1 o'rniga $i_{1\text{erk}}$, i_2 o'rniga $i_{2\text{erk}}$ va i_3 o'rniga $i_{3\text{erk}}$). Natijada ushbu tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$\left. \begin{aligned} i_{1\text{erk}} - i_{2\text{erk}} - i_{3\text{erk}} &= 0, \\ L_1 \frac{di_{1\text{erk}}}{dt} + R_{1\text{erk}} i_{1\text{erk}} + R_{2\text{erk}} i_{2\text{erk}} &= 0, \\ -R_{2\text{erk}} i_{2\text{erk}} + \frac{1}{C} \int i_{3\text{erk}} dt &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.25)$$

Erkin toklar uchun tuzilgan tenglamalar sistemasini algebraik shaklga keltirish

Ma'lumki, o'ng tomoni nolga teng bo'lgan differensial tenglama bir jinsli differensial tenglama deb ataladi. Matematika kursidan bizga ma'lumki, bir jinsli differensial tenglamalarning umumiy yechimi ko'rsatkichli funksiya Ae^{pt} ko'rinishida yoziladi. Demak, har bir erkin tokni $i_{erk} = Ae^{pt}$ ko'rinishida aniqlaymiz. Har bir tok uchun integrallash doimiysi A har xil. So'nish koeffitsiyenti shoxobchadagi erkin tok uchun bir xildir. Demak, tahlil etilayotgan zanjir yagona o'tkinchi jarayon bilan ifodalanadi.

Erkin tok hosilasini topamiz:

$$\frac{di_{erk}}{dt} = \frac{d}{dt}(Ae^{pt}) = pAe^{pt} = pi_{erk}.$$

Demak, erkin tok hosilasini topish uchun uni p ga ko'paytirishning o'zi yetarli. Masalan, induktiv elementdagi kuchlanishni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$L \frac{di_{erk}}{dt} \rightarrow pLi_{erk}.$$

Endi erkin tok integralini aniqlaymiz:

$$\int i_{erk} dt = \int Ae^{pt} dt = A \frac{e^{pt}}{p} = \frac{i_{erk}}{p}.$$

Demak, erkin tok integralini i_{erk} / p bilan almashtirish mumkin. Kondensatordagi kuchlanishni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$u_C = \frac{1}{C} \int i_{erk} dt = \frac{i_{erk}}{pC}.$$

Shunday qilib, erkin toklarning differensial tenglamalar sistemasidagi $L \frac{di_{erk}}{dt}$ o'rniga pLi_{erk} va $\frac{1}{C} \int i_{erk} dt$ o'rniga $\frac{i_{erk}}{pC}$ ni qo'yib quyidagi tenglamalarni yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} i_{1erk} - i_{2erk} - i_{3erk} &= 0, \\ (pL + R_1)i_{1erk} + R_2i_{2erk} &= 0, \\ -R_2i_{2erk} + \frac{1}{pC}i_{3erk} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.26)$$

(5.26) tenglamalar algebraik tenglamalar sistemasi bo'lib, i_{1erk} , i_{2erk} va i_{3erk} — izlanayotgan noma'lumlar. Bu sistemada hosila va

integral amallari yo'q. Shunday qilib, chiziqli differensial tenglamalardan algebraik tenglamalar sistemasiga o'tish algebraik shaklga keltirish deyiladi.

Sistemaning xarakteristik tenglamasini tuzish

Algebraik shakldagi tenglamalar soni izlanayotgan erkin toklar soniga teng. Faraz qilaylik, (5.26) sistemaning i_{1erk} , i_{2erk} va i_{3erk} larga nisbatan yechimi quyidagicha aniqlanadi:

$$i_{1erk} = \frac{\Delta_{1erk}}{\Delta}; \quad i_{2erk} = \frac{\Delta_{2erk}}{\Delta}; \quad i_{3erk} = \frac{\Delta_{3erk}}{\Delta},$$

bu yerda Δ —sistemaning determinanti, ya'ni aniqlovchisi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ pL + R_1 & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -\frac{1}{pC} \end{vmatrix}.$$

To'ldiruvchi aniqlovchi Δ_{1erk} (5.26) tenglamalar sistemasining o'ng tomoni bilan determinant Δ ning birinchi ustunini, Δ_{2erk} — faqat ikkinchi ustunini va Δ_{3erk} — esa faqat uchinchi ustunini almashtirib topiladi.

(5.26) tenglamalar sistemasida o'ng tomon faqat noldan iborat bo'lganligi uchun determinant Δ_{1erk} , Δ_{2erk} va Δ_{3erk} larda bittadan ustun nollardan iborat bo'ladi. Matematikadan ma'lumki, agar determinantda biror ustun faqat noldan iborat bo'lsa, determinant nolga teng bo'ladi. Demak, $\Delta_{1erk} = 0$, $\Delta_{2erk} = 0$, $\Delta_{3erk} = 0$. Erkin toklarning fizik ma'nosiga asosan ular nolga teng bo'lishi mumkin emas, chunki u holda kommutatsiya qonunlari bajarilmaydi. Yuqoridagi ko'rilganlardan ma'lumki:

$$i_{1erk} = \frac{0}{\Delta}; \quad i_{2erk} = \frac{0}{\Delta}; \quad i_{3erk} = \frac{0}{\Delta}.$$

Shunday qilib, algebraik sistemaning bosh determinanti nolga teng ($\Delta = 0$) bo'lishi kerak. $\Delta = 0$ tenglama xarakteristik tenglama deb ataladi.

Zanjirning o'zgaruvchan tokdagi kirish qarshiligi yordamida sistemaning xarakteristik tenglamasini tuzish

Noma'lum p ni topish uchun xarakteristik tenglamani boshqa usul bilan ham tuzish mumkin. Buning uchun zanjirning kirish qarshiligi murakkab ikki qutblikning o'zgaruvchan tokdagi kompleks qarshiligi yordamida aniqlanadi. Uni $\underline{Z}(j\omega)$ deb belgilaymiz, $j\omega$ ni p bilan almashtirib $Z(p)$ ni hosil qilamiz. $Z(p) = 0$ tenglama xarakteristik tenglamaning o'zginasidir. Xarakteristik tenglamani tuzishning bunday usuli ko'rilayotgan zanjirda induktiv bog'langan shoxobchalar bo'lmagan sxemalar uchun taalluqlidir.

5.11 Ikki qutblikni uzluksiz o'zgaruvchan kuchlanish manbaiga ulash (Dyuamel integrali)

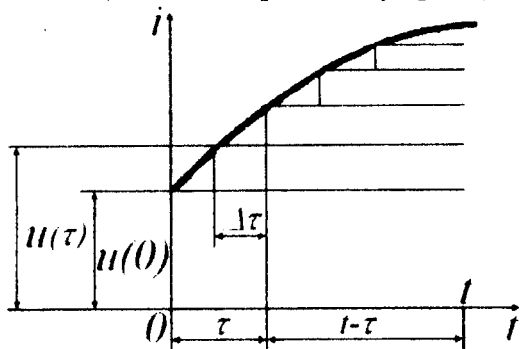
Ixtiyoriy passiv ikki qutblik $t = 0$ ondan boshlab uzluksiz o'zgaruvchan u kuchlanish manbaiga ulangan bo'lsin (5.16-rasm).

Ikki qutblikning biror bir shoxobchasidagi i tok (yoki kuchlanish)ni kalit ulagandan keyingi o'zgarish qonuni topilsin.

Masalani ikki bosqichda yechamiz:

Avval birlik kuchlanish (qiymati birga teng o'zgarmas kuchlanish)ga ulangan ikki qutblik shoxobchasidagi tokni topamiz.

Birlik sakrash (pog'onali birlik sakrash) funksiyasi Xevisayd funksiyasi



5.16-rasm

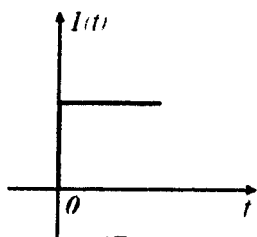
bilan ifodalanadi. Bu funksiya elektr zanjirlar nazariyasida $t = 0$ dan boshlab zanjir kirish qismlariga beriladigan birlik qiymatga ega o'zgarmas kuchlanishdir (5.17-rasm). Uni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$t < 0 \text{ da } I(t) = 0, t \geq 0 \text{ da } I(t) = 1.$$

Pog'onali birlanchi sakrash ta'sirida zanjirda hosil bo'lgan tok (yoki kuchlanish) ga teng bo'lgan funksiya $h(t)$ o'tkinchi funksiya

yoki o'tkinchi xarakteristika deyiladi. Bu zanjirning birlamchi sakrashga reaksiyasidir.

Misol uchun, RL -zanjir tokining o'tkinchi xarakteristikasi:



5.17-rasm

$$h(t) = \frac{1}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right),$$

RL -zanjir kuchlanishining o'tkinchi xarakteristikasi:

$$h(t) = \left(\frac{1}{R} \right) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right).$$

Agar bir paytda tok va kuchlanish izlanayotgan bo'lsa, u holda mos ravishda $h_i(t)$ va $h_u(t)$ deb belgilash mumkin. Ikki qutblik istalgan sxemasining o'tkinchi funksiyasini klassik, operator yoki Fure integrali usullari yordamida aniqlash mumkin. Shunday qilib, bundan keyingi hisoblashlarda $h(t)$ ni ma'lum deb olamiz.

Kuchlanish manbaiga passiv ikki qutblik ulanayotganligi uchun $t < 0$ da uning har qanday shoxobchasidagi tok yoki kuchlanish nolga tengdir. Shuning uchun $t < 0$ da $h(t) = 0$ deb olamiz.

Uzluksiz o'zgarayotgan $u(t)$ kuchlanish egri chizig'ini to'g'ri burchakli elementar o'zgarmas Δu kuchlanishlar bilan almashtiramiz (5.16-rasm).

Bu holda uzluksiz o'zgarayotgan kuchlanishni $t = 0$ vaqtda $u(0)$ o'zgarmas kuchlanishga va keyin $\Delta \tau$ vaqt intervali bilan ketma-ket elementar o'zgarmas Δu kuchlanishlarga ulashlar bilan almashtiramiz. Bunda o'suvchi funksiya uchun Δu ning ishorasi "+", kamayuvchi funksiya uchun esa "-" qo'yiladi.

U_0 o'zgarmas kuchlanish ta'sirida t onda shoxobchanning toki $u(0)$ $h(t)$ ga teng bo'lib, τ vaqt oralig'ida qo'shuladigan elementar Δu kuchlanish sakrashidan hosil bo'ladigan tokning tashkil etuvchisi $\Delta u \cdot h(t - \tau)$ ga teng. Bu yerda o'tkinchi funksiya argumenti $(t - \tau)$ bo'ladi, chunki Δu kuchlanish kalit ulangandan keyin τ vaqtdan keyin ta'sir qila boshlaydi.

Kuchlanishning elementar sakrashi:

$$\Delta u = \Delta \tau \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=\tau} = \Delta \tau u'(\tau).$$

Shuning uchun izlanayotgan tokning tashkil etuvchisi:

$$\Delta u \cdot h(t - \tau) = u'(\tau) \Delta \tau h(t - \tau).$$

Kuchlanishning elementar sakrashlari $t = 0$ dan to t gacha bo'lgan vaqt intervallarida ta'sir etib turadi. Shuning uchun sakrashlarning barcha tashkil etuvchilarini qo'shib va $\Delta \tau \rightarrow 0$ ga intilishini hamda boshlang'ich $u(0)$ kuchlanish sakrashidan hosil bo'ladigan tokni hisobga olib, tokning quyidagi ifodasini yozishimiz mumkin:

$$i(t) = u(0) h(t) + \int_0^t u'(\tau) h(t - \tau) d\tau. \quad (5.27)$$

(5.27) ifoda uzluksiz o'zgaradigan kuchlanish ta'sirida o'tadigan tokni aniqlovchi Dyumel integrali yoki formulasi deyiladi.

Zanjir tok manbaiga ulangan holat ham yuqorida aytilgan mulohazalar yordamida hal etiladi.

$f_1(t)$ va $f_2(t)$ dan iborat ikkita funksiya uchun o'ralish teoremasi (teorema svertki) ga ko'ra:

$$\int_0^t f_1(t - \tau) f_2(\tau) d\tau = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t - \tau) d\tau. \quad (5.28)$$

(5.28) ifodaga tegishli o'zgartirishlar kiritib, Dyumel integralining boshqa shakllarini hosil qilish mumkin.

5.12 O'tkinchi jarayonlarni hisoblashda Laplas o'zgartirishi (formulasi) dan foydalanish

Laplas o'zgartirishining mohiyati

O'tkinchi jarayonlarni klassik usul bilan hisoblashning asosiy qiyinchiligi shundaki, zanjir murakkablashgan sari uning muvozanat holatini belgilovchi differensial tenglamaning tartibi orta boradi, bu esa integrallash doimiylari $A_1 \dots A_k$ larni aniqlash bilan bog'liq bo'lgan hisoblash ishlarining qiyinlashishiga olib keladi. Bu holatni bartaraf etish uchun chiziqli differensial tenglamalarni yechishning simvolik usulidan foydalanish mumkin. Bu usulni 1862 yilda rus olimi M.E. Vashenko—Zaxarchenko "Simvolik usul va uni chiziqli

differensial tenglamalarni integrallashdagi tathiqi" nomli monografiyasida birinchi bo'lib taklif etgan. Chiziqli elektr zanjirlardagi o'tkinchi jarayonlarni hisoblashga bu usulni qo'llashni XIX asrning oxirida ingliz muhandisi O. Xevisayd taklif etgan. Hozirgi vaqtga kelib Xevisaydning operatsion hisoblash usuli undan ko'ra umumiyroq va to'laroq usul – Laplas o'zgartirishlari usuliga o'rnini bo'shatib bergan. Bu usulning asosiy mohiyati shundan iboratki, vaqt sohasida (oblastida) berilgan funksiya $f(t)$ ni integrallash va differensiallashtirish o'rniga uning operator tasviri deb ataladigan $F(p)$ bilan almashtirib, algebraik muvozanat tenglamasiga o'tiladi va u algebraik amallar asosida yechiladi. Agar $f(t)$ ning vaqt sohasidagi ilodasi berilgan bo'lsa, u holda uning tasviri kompleks sohada topiladi. So'ngra algebraik amallarni qo'llab, kompleks sohada yechim topiladi, keyin yana funksiyaning vaqt sohasiga qaytiladi. Bunda Laplasning to'g'ri va teskari o'zgartirishlaridan foydalaniladi.

Shunday qilib, original deb ataluvchi har qanday vaqt funksiyasi $f(t)$ ni unga mos (ekvivalent) bo'lgan kompleks o'zgaruvchi $p = \delta + j\omega$ argumentli $F(p)$ funksiyasiga almashtirish mumkin. Shu bilan birga haqiqiy (original) funksiya $f(t)$ o'zining tasvir funksiyasi $F(p)$ ga teng emas, balki unga mos bo'lishini esda tutish zarur. Bu moslik matematikada quyidagicha ifodalanadi:

$f(t) \overset{\circ}{=} F(p)$ yoki $F(p) \overset{\circ}{=} f(t)$ bu yerda $\overset{\circ}{=}$ – moslik belgisi.

Masalan, logarifm – sonning tasviri. Algebradan ma'lumki, ko'paytirish, bo'lish, darajaga ko'tarish, ildizdan chiqarishda logarifmdan foydalaniladi. Haqiqatdan, ko'paytirishni logarifmda qo'shish bilan almashtiramiz, bo'lishni esa – logarifmlarning ayirmasi bilan almashtirib, murakkab masalalarni oddiy masalaga aylantirishimiz mumkin. Shunday qilib, logarifmlashni sonning tasviri deb qarash mumkin.

Original va tasvir

Sinusoidal funksiyaning kompleks tasviri. Vaqt sohasida berilgan funksiya (original) $I_m \sin(\omega t + \psi) \overset{\circ}{=} I_m e^{j\psi}$ (tasvir). Vaqt bo'yicha

sinusoidal o'zgaruvchi funksiyani uning tasviri bilan almashtirish matematik amallarni ancha soddalashtiradi.

Operator usul — vaqt sohasida berilgan funksiyani kompleks $p = \delta + j\omega$ sohasida tasvirga aylantirishga asoslangan. Operator usulda o'zgaruvchan vaqt t , yangi o'zgaruvchi $p = \delta \pm j\omega$ kompleksi bilan almashtiriladi, bu yerda P —operator t vaqt funksiyasidan P kompleks o'zgaruvchili funksiyaga o'tish Laplas o'zgartirishi, ya'ni Laplas integrali orqali bajariladi. Shunday qilib, operator usuli yordamida o'tkinchi jarayonlarni hisoblash Laplas o'zgartirishlariga asoslangan.

Operator usulida hosila ko'paytmaga, integrallash amali esa bo'linmaga keltiriladi. Bu esa differensial tenglamalarni integrallash masalasini osonlashtiradi.

Laplas o'zgartirishida $f(t)$ funksiya original, $F(p)$ funksiya esa uning tasviri deyiladi. Ular quyidagi integral bilan bog'langan:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f(t) dt.$$

Elektrotexnikaning nazariy asoslari kursida o'rganiladigan $f(t)$ funksiyalardan ularning tasvir funksiyalarini Laplas integrali yordamida topish mumkin.

Tasvirni operator P ga ko'paytirsak, ya'ni $\xi(p) = pF(p) -$ Karson—Xevisayd o'zgartirishiga ega bo'lamiz.

Oddiy funksiyalarni Laplas formulasi bo'yicha o'zgartirish. Berilgan oddiy funksiya $f(t) = U_0$ bo'lganida, uning tasviri $F(p)$ Laplas integraliga asosan:

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} U_0 dt = -\frac{U_0}{p} e^{-pt} \Big|_0^{\infty} = \frac{U_0}{p},$$

ya'ni o'zgarmas kattalikning tasviri shu kattalikni operator P ga bo'linganiga teng:

$$U_0 = \frac{U_0}{p}.$$

Ko'rsatkichli (eksponensial) funksiya $f(t) = e^{\alpha t}$ ning tasviri,

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} e^{\alpha t} dt = \int_0^{\infty} e^{-t(p-\alpha)} dt = \left(-\frac{1}{p-\alpha} \right) \cdot e^{-t(p-\alpha)} \Big|_0^{\infty} =$$

$$= -\frac{1}{p-\alpha} (0-1) = \frac{1}{p-\alpha},$$

ya'ni $e^{\alpha t} = \frac{1}{p-\alpha}$.

Agar $\alpha = j\omega$ bo'lsa, unda I_m yoki U_m ga ko'paytirib, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$I_m e^{j\omega t} = I_m \frac{1}{p-j\omega}; \quad U_m e^{j\omega t} = U_m \frac{1}{p-j\omega}.$$

Quyida elektrotexnikada keng qo'llanadigan funksiyalar tasvirlari berilgan:

$$1. e^{j\omega t} = \frac{1}{p-j\omega}$$

$$2. 1 - e^{-j\omega t} = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+\alpha} = \frac{\alpha}{p(p+\alpha)},$$

$$3. e^{j(\omega t + \psi)} = e^{j\psi} e^{j\omega t} = \frac{e^{j\psi}}{p-j\omega},$$

$$4. \sin \omega t = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j} = \frac{1}{2j} \left[\frac{1}{p-j\omega} - \frac{1}{p+j\omega} \right] = \frac{\omega}{p^2 + \omega^2},$$

$$5. \cos \omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = \frac{1}{2} \left[\frac{p}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega} \right] = \frac{p}{p^2 + \omega^2} \text{ va h.k.}$$

Shunday qilib, o'tkinchi jarayonlarni hisoblashda ko'p uchraydigan vaqt funksiyasi va uning tasvirini jadval tarzida ko'rsatish mumkin. Tasvirlar bilan tegishli amallar bajarilganidan keyin ularning originallariga Laplasning teskari o'zgartirishi orqali qayta o'tiladi. Unga ko'ra:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\nu-j\infty}^{\nu+j\infty} F(p) e^{pt} dp.$$

Funksiya hosilasining tasviri

Vaqt sohasida berilgan funksiya $f(t)$ va uning kompleks sohadagi tasviri $F(p)$ ma'lum bo'lsin. Funksiya hosilasi $\frac{df(t)}{dt}$ ning tasvirini berilgan $t = 0$ boshlang'ich shartda aniqlaymiz.

Laplas o'zgartirishini quyidagicha yozish mumkin:

$$\int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-pt} dt = \int_0^{\infty} e^{-pt} d[f(t)].$$

Bu integralni hisoblash uchun uni bo'laklarga ajratamiz, ya'ni bo'laklab integrallaymiz:

$$\int u dV = uV - \int V du$$

$e^{-pt} = u$ va $d[f(t)] = dV$ deb belgilab,

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} d[f(t)] = e^{-pt} f(t) \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} f(t) d[e^{-pt}].$$

Agar, $e^{-pt} f(t) \Big|_0^{\infty} = 0 - f(0) = -f(0)$ bo'lsa, u holda

$$- \int_0^{\infty} f(t) d[e^{-pt}] = p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = pF(p) \text{ bo'ladi.}$$

Shunday qilib,

$$\int_0^{\infty} \frac{df(t)}{dt} e^{-pt} dt = pF(p) - f(0) \text{ yoki } \frac{df(t)}{dt} \overset{\circ}{=} pF(p) - f(0).$$

Induktiv elementdagi kuchlanishning tasviri

Induktiv elementdan o'tayotgan $i(t)$ tokning tasviri $I(p)$ bo'lsin. Induktiv elementdagi kuchlanish:

$$u_L = L \frac{di}{dt}.$$

Funksiya hosilasining tasviriga asosan $\frac{di(t)}{dt} \overset{\circ}{=} pI(p) - i(0)$, bu yerda $i(0)$ – tokning $t = 0$ paytdagi qiymati.

$$L \frac{di(t)}{dt} \stackrel{\circ}{=} LpI(p), \quad \text{agar } i(0) = 0 \quad \text{bo'lsa, } u \quad \text{holda}$$

$$L \frac{di}{dt} \stackrel{\circ}{=} LpI(p) \quad \text{bo'ladi.}$$

Funksiya ikkinchi hosilasining tasviri

Xuddi shunga o'xshash, original $f(t)$ ning ikkinchi hosilasi quyidagi tasvirga ega ekanligini ko'rsatish mumkin:

$$f''(t) \stackrel{\circ}{=} \frac{d^2[f(t)]}{dt^2} \stackrel{\circ}{=} p^2 F(p) - pf(0) - \left[\frac{df(t)}{dt} \right]_{t=0} =$$

$$= p^2 \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f'(0)}{p^2} \right].$$

Funksiya $f(t)$ dan n hosila olsak,

$$f^n(t) \stackrel{\circ}{=} p^n \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f'(0)}{p^2} - \frac{f''(0)}{p^3} - \dots - \frac{f^{n-1}(0)}{p^n} \right] \quad \text{bo'ladi.}$$

Integralning tasviri

Umumiy holda integralning tasviri:

$$\int_0^t f(t) dt \stackrel{\circ}{=} \frac{F(p)}{p}.$$

Sig'im elementidagi kuchlanishning tasviri. Kondensator qoplamalari orasidagi kuchlanish $u_C = \frac{1}{C} \int idt$. Umumiy holda esa:

$$u_C = u_C(0) + \frac{1}{C} \int idt,$$

bu yerda $u_C(0) - t = 0$ da kondensatordagi kuchlanish, ya'ni boshlang'ich shart ham hisobga olingan. Yuqoridagi formulaga asosan:

$$\frac{1}{C} \int idt \stackrel{\circ}{=} \frac{I(p)}{pC}.$$

$U_C(0)$ – doimiy kuchlanish tasviri esa

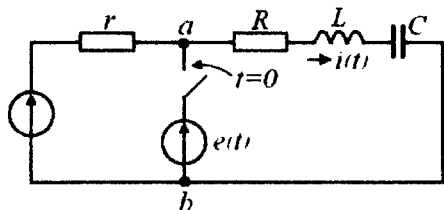
$$U_C(0) = \frac{U_C(0)}{p}$$

Shuning uchun kondensatordagi kuchlanishning tasviri:

$$U_C(0) = \frac{I(p)}{pC} + \frac{U_C(0)}{p}$$

Om va Kirxgof qonunlarining operator shakli

5.18-rasmda keltirilgan zanjir a va b tugunlar orasidagi R, L, C elementlari EYuK manbai $e(t)$ ga ulangan. $t = 0$ paytda SA kalit ulagandagi o'tkinchi $i(t)$ tokni aniqlaymiz.



5.18 -rasm

SA - kalit ulanganda sxemada o'tkinchi jarayon sodir bo'ladi va tok $i(t)$ ma'lum qonun bilan o'zgaradi. Shoxobchadagi kommutatsiyagacha bo'lgan tok $i = i(0_-)$ va kondensatordagi kuchlanish

$$u_C = u_C(0_-)$$

Kommutatsiyadan keyingi holat uchun a tugunning potensialini b tugunning potensialini orqali aniqlasak:

$$\varphi_a = \varphi_b + u_C + u_L + u_R - e(t),$$

$$u_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = u_R + u_L + u_C - e(t),$$

Agar $u_L = L \frac{di}{dt}$; $u_C = u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t idt$ bo'lsa, u holda

$$u_{ab} = Ri + L \frac{di}{dt} + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t idt - e(t)$$

Bu tenglamaga Laplas o'zgartirishini qo'llaymiz. Laplas o'zgartirishi chiziqli amal bo'lganligi uchun yig'indining tasviri tasvirlar yig'indisiga teng bo'ladi:

$$iR \overset{\circ}{=} I(p)R; u_{ab} \overset{\circ}{=} u_{ab}(p); L \frac{di}{dt} \overset{\circ}{=} LpI(p) - Li(0);$$

$$u_C(0) = \frac{u_C(0)}{p}; \quad \frac{1}{C} \int_0^t i dt = \frac{I(p)}{pC}; \quad e(t) = E(p).$$

Shunday qilib,

$$u_{ab}(p) = I(p) \left(R + pL + \frac{1}{pC} \right) - Li(0) + \frac{u_C(0)}{p} - E(p).$$

Bu tasvirdan ko'rinib turibdiki, integro-differensial tenglama algebraik tenglama bilan almashtiriladi. Bu tenglamadan tok tasviri $I(p)$ ni topamiz:

$$I(p) = \frac{u_{ab}(p) + Li(0) - \frac{u_C(0)}{p} + E(p)}{Z(p)},$$

bu yerda $Z(p) = R + pL + \frac{1}{pC}$ — zanjirning a va b tugunlari orasidagi to'la qarshilikning operator shakli.

Bu qarshilikning tarkibi kompleks qarshilikning ifodasi bo'lib, u faqat $j\omega$ ni operator p bilan almashtirishdan hosil bo'ladi.

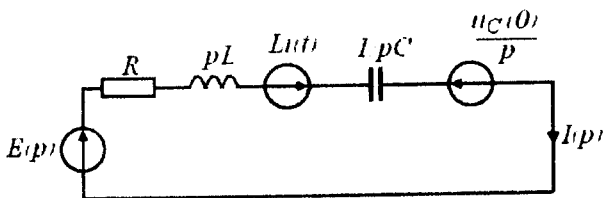
Yuqoridagi tenglama zanjirning bir qismi uchun operator shaklidagi Om qonunidir. Bu tenglama nol bo'lmagan boshlang'ich shart uchun yozilgan. Bunda $Li(0)$ had kommutatsiyagacha bo'lgan davrda induktiv g'altak hisobiga hosil bo'lgan kuchlanish manbai

sifatida qaraladi. $\frac{u_C(0)}{p}$ — had kondensatorda kommutatsiyagacha

to'plangan elektr maydonining energiyasi hisobidan hosil bo'lgan kuchlanish manbai sifatida qaraladi. Shunday qilib, 5.19—rasmda a va b tugunlar orasidagi zanjir qismining ekvivalent operator sxemasi

keltirilgan. Bunda R , pL , $\frac{1}{pC}$ — operator qarshiliklar, EYuK manbai

$Li(0)$ tokning yo'nalishi bilan mos, EYuK manbai $\frac{u_C(0)}{p}$ — tokning yo'nalishiga teskari.



5.19 – rasm

Kirxgof birinchi qonunining operator shakli

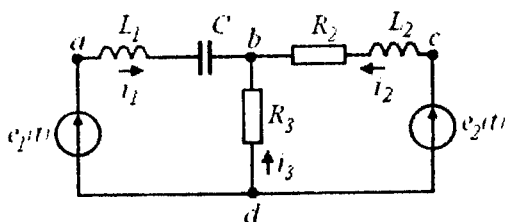
Toklarning oniy qiymatlari uchun Kirxgof birinchi qonunining ifodasi:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

Operator ko'rinishda esa

$$I_1(p) + I_2(p) + I_3(p) = 0 \text{ yoki } \sum I(p) = 0.$$

Kirxgof ikkinchi qonunining operator shakli



5.20 – rasm

Har qanday berk kontur uchun Kirxgofning ikkinchi qonunini yozish mumkin. Oniy qiymatlar uchun muvozanat tenglamasini yozish maqsadida konturni aylanib chiqish yo'nalishini soat mili harakati yo'nalishida belgilaymiz. 5.20 – rasmda berilgan berk a, b, c, d konturi uchun ikkinchi qonun bo'yicha tenglama tuzamiz.

Kuchlanishning L_1 g'altakdagi tushuvi,

$$u_{L1} = L_1 \frac{di_1}{dt},$$

$$L_2 \text{ g'altakda esa, } u_{L2} = L_2 \frac{di_2}{dt}.$$

Zanjirning qismi uchun tuzilgan tenglamada kondensatoridagi boshlang'ich kuchlanish $u_C(0)$, toklar $i_1 = i_1(0)$ va $i_2 = i_2(0)$ larni e'tiborga olamiz. Unda:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + u_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt - i_2 R_2 - L_2 \frac{di_2}{dt} = e_1(t) - e_2(t).$$

Yig'indidagi har bir qo'shiluvchining tasvirini topamiz:

$$L_1 \frac{di_1}{dt} \overset{\circ}{=} L_1 p I_1(p) - L_1 i_1(0); \quad \frac{1}{C} \int_0^t i_3 dt \overset{\circ}{=} \frac{I_3(p)}{pC};$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} \overset{\circ}{=} L_2 p I_2(p) - L_2 i_2(0); \quad u_C(0) \overset{\circ}{=} \frac{u_C(0)}{p};$$

$$e_1(t) \overset{\circ}{=} E_1(p); \quad e_2(t) \overset{\circ}{=} E_2(p).$$

Tasvirlarni tenglamaga qo'yib va boshlang'ich shartlarni o'ng tarafga o'tkazib, quyidagi algebraik tenglamani hosil qilamiz:

$$I_1(p)Z_1(p) + I_2(p)Z_2(p) + I_3(p)Z_3(p) = \\ = E_1(p) - E_2(p) + E_{kir}(p).$$

$$Z_1(p) = pL_1; \quad Z_2(p) = -pL_2 - R_2; \quad Z_3(p) = \frac{1}{pC};$$

$$E_{kir}(p) = L_1 i_1(0) - L_2 i_2(0) - \frac{u_C(0)}{p}.$$

Bu tenglama umumiy ko'rinishda quyidagicha yoziladi:

$$\sum I_k(p)Z(p) = \sum U_{kir}(p).$$

Bu muvozanat tenglama—Kirxgof ikkinchi qonunining operator shaklidagi tenglamasidir.

O'tkinchi jarayonlarni operator usulida hisoblashning umumiy tartibi

Hisoblashning asosiy bosqichlari quyidagilardan iborat:

1. Zanjirning kommutatsiyagacha bo'lgan holati hisoblanib, kommutatsiya qonunlari asosida bog'liq bo'lmagan boshlang'ich shartlar aniqlanadi;

2. Zanjirning kommutatsiyadan keyingi holati uchun ekvivalent operator sxemasi tuziladi;

3. Operator shakldagi sxema uchun elektr muvozanat tenglamalar tuziladi;

4. Elektr muvozanat tenglamalar noma'lum tok yoki kuchlanishlarga nisbatan yechiladi.

5. Tasvirlarga mos originallarni topib, tok va kuchlanishlarning vaqt bo'yicha o'zgarishi aniqlanadi. Buning uchun Laplas formulasidan foydalaniladi.

Agar izlanayotgan tok yoki kuchlanish ifodasi ratsional kasr ko'rinishida bo'lsa, u holda uni yoyish teoremasiga asosan oddiy kasrlarga ajratib, originallarini jadvaldan topib olish mumkin.

Operator usuli asosan ikki banddan iborat:

1. Tasvirlarni izlanayotgan qiymatlarga nisbatan aniqlab, muvozanat tenglamalarini tuzish;

2. Tasvirdan originalga o'tib, vaqt bo'yicha o'zgaruvchi funksiyani aniqlash.

Tasvirdan vaqt funksiyasiga o'tish

Operator usuli yordamida o'tkinchi jarayonlarni tahlil qilishda tasvirdan vaqt funksiyasiga qayta o'tish yo'llari har xil bo'lishi mumkin.

I—yo'l— P operator funksiyasining unga mos t vaqt funksiyasiga bevosita teskari Laplas o'zgartirishidan foydalanib o'tish.

II—yo'l—yoyish formulasi asosida o'tish. Bu formula xarakteristik tenglamaning $H(p) = 0$ ildizlari bir xil qiymatlarga ega bo'lmagan holda ishlatiladi.

Amalda eng ko'p qo'llanadigan yo'l — yoyish formulasidir.

Yoyish formulasi

Operator shaklda berilgan ratsional kasrni unga mos vaqt funksiyasiga o'tishda quyidagi yoyish formulasidan keng foydalaniladi:

$$\frac{G(p)}{H(p)} \circ \quad f(t) = \sum_{k=1}^m \frac{G(p_k)}{H'(p_k)} e^{p_k t}.$$

Bu yerda $p_k - H(p) = 0$ tenglamaning ildizlari.

Yoyish formulasidagi ba'zi xususiyatlarni eslatib o'tamiz

1. Yoyish formulasini har qanday boshlang'ich shartlarda va har xil shakldagi manba uchun ishlatish mumkin.

2. Agar boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lmasa, unda $G(p)$ ga ichki EYuK lar ham kiradi.

3. Agar xarakteristik tenglamada $H(p) = 0$ ning kompleks qo'shma ildizlari bo'lsa, u holda yoyish formulasida bu ildizlar haqiqiy qiymatni beradi.

4. Agar elektr zanjiriga ta'sir etuvchi manba sinusoidal, masalan $E_m \sin(\omega t + \psi)$ bo'lsa, uning tasviri $\underline{E}_m \frac{1}{p - j\omega}$ ko'rinishida bo'ladi,

bu yerda $\underline{E}_m = E_m e^{j\psi}$ — kompleks amplituda. Yoyish formulasi o'ng qismida kompleksdan oniy qiymatga o'tishda j oldidagi koeffitsiyentni olish kerak.

5. Murakkab zanjirlarda ta'sir etuvchi manbalar sinusoidal bo'lsa, majburiy tashkil etuvchilarni simvolik usulda yechib olish maqsadga muvofiq.

O'tkinchi jarayonlarni operator usuli yordamida hisoblash

Bu usul yordamida hisoblashni quyidagi zanjir uchun keltiramiz.

1. R, L elementli zanjirni o'zgarmas kuchlanish U_0 ga ulash (5.4-rasm). Zanjirdagi operator shakldagi o'tkinchi tok $i(t)$, quyidagi ko'rinishga ega:

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)} = \frac{\frac{U_0}{p}}{R + pL} = \frac{U_0}{R} \left[\frac{R}{p(R + pL)} \right] = \frac{U_0}{R} \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{p - \frac{R}{L}} \right],$$

bu esa original $i(t) = \frac{U_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{R}{L}t} \right)$ ga mos keladi.

2. R, L zanjirni sinusoidal kuchlanish $u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi)$ ga ulash.

Jadvalda berilganga asosan, zanjirga berilgan kuchlanish $u(t)$ ning funksiyasi quyidagi tasvirga mos keladi:

$$U(p) = U_m \frac{p \sin \varphi + \omega \cos \varphi}{p^2 + \omega^2}.$$

Demak, operator shaklidagi o'tkinchi tok:

$$I(p) = \frac{U(p)}{Z(p)} = U_m \frac{p \sin \varphi + \omega \cos \varphi}{(p^2 + \omega^2)(R + pL)} = \frac{\left(\frac{U_m}{L} \right) (p \sin \varphi + \omega \cos \varphi)}{(p + j\omega)(p - j\omega) \left(p + \frac{R}{L} \right)}$$

bo'ladi. Bu tasvirdan to'g'ridan-to'g'ri jadvaldan foydalanib originalga o'tish mumkin emas. Bu murakkab kasrni yoyish teoremasiga asosan oddiy kasrlarga ajratamiz. Uning mohiyati shundaki, ildizlari o'zaro

teng bo'lmagan ko'p hadli funksiya $H(p)$ ning ildizlarini yoyib, uni oddiy kasrlar yig'indisi tarzida ifodalaymiz:

$$\frac{G(p)}{H(p)} = \frac{A_1}{p-p_1} + \frac{A_2}{p-p_2} + \dots + \frac{A_n}{p-p_n} = \sum_{k=1}^n \frac{A_k}{p-p_k},$$

bu yerda A_1, A_2, \dots, A_n – yoyish koeffitsiyentlarini ifodalovchi oddiy haqiqiy sonlar, $p_1, p_2, \dots, p_n - H(p)=0$ tenglamaning ildizlari.

Yoyish teoremasidan foydalanib manba kuchlanishi sinusoidal o'zgaradigan holat uchun zanjirdagi o'tkinchi tok ifodasini topamiz:

$$i(t) = I_m \left[\frac{U_m e^{j\omega t}}{Z(j\omega)} + \sum_{k=1}^n \frac{U_m e^{p_k t}}{(p_k - j\omega) Z'(p_k)} \right] =$$

$$= \left[\frac{U_m e^{j\psi} e^{j\omega t}}{R + j\omega L} + \frac{U_m e^{j\psi} e^{-\frac{R}{L}t}}{\left(-\frac{R}{L} - j\omega\right)L} \right] =$$

$$= \frac{U_m}{Z} \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \frac{U_m}{Z} \sin(\psi - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t},$$

bu yerda $p_1 = -\frac{R}{L}$, $Z'(p_1) = L$, $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$, $\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$.

Mustaqil tayyorlanishga doir referat mavzulari

1. R, L va C elementlari ketma-ket ulangan zanjirda o'tkinchi jarayonlar. 2. O'tkinchi jarayonlarni hisoblashning klassik usuli. 3. O'tkinchi jarayonlarni hisoblashning operator usuli. 4. O'tkinchi jarayonlarni chastotaviy usul yordamida hisoblash. 5. O'tkinchi jarayonlarni Dyamel integrali yordamida hisoblash.

O'z-o'zini sinash savollari

1. Kommutatsiyaning birinchi va ikkinchi qonunlariga ta'rif bering va isbotlang. 2. O'tkinchi jarayonning erkin va turg'un tashkil etuvchilari nimani bildiradi? 3. R va L ketma-ket ulangan zanjirdagi o'tkinchi jarayonlarni bayon eting. Vaqt doimiysi nima? U qanday birlikda o'lchanadi? 4. Shoxobchalanmagan R, L, C zanjirda qanday shart bajarilganda aperiodik va tebranma jarayonlar paydo bo'ladi? Bu hollarda o'tkinchi jarayonning erkin tashkil etuvchisi qanday aniqlanadi? 5. Bunday zanjir o'zgarmas yoki sinusoidal kuchlanishga ulanganida nimalar sodir bo'ladi? 6. Zanjirlar xarakteristik tenglamasini qanday usullar bilan tuzish mumkin? Bu usullarning afzallik va kamchiliklari nimadan iborat? 7. O'tkinchi jarayonlarni hisoblashning operator usulini bayon etib bering. 8. Laplas almashtirishi nima? 9. Operator shaklda tok va kuchlanishlar qanday ifodalanadi? 10. Om va Kirxgof qonunlarini operator shaklida yozing. 11. O'tkinchi jarayonlarni hisoblashda Dyamel integralini qo'llash tartibini aytib bering.

1. Каримов А.С. Электротехниканинг назарий асослари. – Тошкент, 2003.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. - М.: Высшая школа, 1984.
3. Демирчян К.С., Нейман Л.Р., Коровкин Н.В. Теоретические основы электротехники. – Санкт-Петербург. Питер, 2003.
4. Коровкин Н.В. и др. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. - Санкт-Петербург. Питер, 2004.
5. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергоатомиздат, 1989.
6. Горбунов А.Н., Кравцов А.В. и др. Теоретические основы электротехники. – М.: УМЦ «ТРИАДА», 2003.
7. Евдокимов Ф.Е. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1984.
8. Бессонов Л.А., Демидов И.Г. и др. Сборник задач по теоретическим основам электротехники. – М.: Высшая школа, 1980.
9. Сборник задач и упражнений по теоретическим основам электротехники /Под ред. П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат, 1982.
10. Атабсков Г.И. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1978.
11. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Задачник по теории линейных электрических цепей. – М.: Высшая школа, 1990.
12. Силкин М.И. Теоретические основы электротехники. – Алма-Ата: Кайнар, 1987.
13. Каримов А.С., Мирхайдаров М.М. ва б. Электротехника ва электроника асослари. Тошкент: «Ўқитувчи», 1995.
14. Якубов М.С., Жабборов Н.Ф., Амиров С.Ф. Электротехниканинг назарий асослари ва электр ўлчашлар. Тошкент: «Ўқитувчи», 2002.
15. Амиров С.Ф., Якубов М.С., Жабборов Н.Ф. Электротехниканинг назарий асослари. Маъруза матнлари. – Тошкент: Тошкент ирригация ва қишлоқ хўжалигини механизациялаш инженерлари институти (ТИҚХМШИ), 2003.
16. Амиров С.Ф., Якубов М.С., Баратов Р.Ж. «Электротехниканинг назарий асослари» фанини ўрганиш ва синов ишларини бажариш учун услубий кўрсатмалар. – Тошкент: ТИҚХМШИ, 1999.
17. Матханов П.Х. Основы анализа электрических цепей: Линейные цепи. - М.: Высшая школа, 1990.

*Sulton Fayzullayevich Amirov, Mirjalil Soatovich Yoqubov, Nasim
G'afforovich Jabborov*

ELEKTROTEXNIKANING NAZARIY ASOSLARI

Oliy o'quv yurtlari talabalari uchun o'quv qo'llanma

*Toshkent temir yo'l muhandislari instituti
tahririy--nashriyot va poligrafiya bo'limi – 2007*

*Muharrir Sulton Mullamuhamedov
Dizayner va sahifalovchi Bahodir Akromov*

*Nashrga ruxsat etildi. Bichimi . Shartli b.t. Nashr b.t. Adadi
nusxa. Bahosi shartnoma asosida*

*Toshkent temir yo'l muhandislari institutining bosmaxonasida chop
etildi. 700167, Odilxo'jayev ko'chasi, 1.*

*S.F. Amirov, M.S. Yoqubov, N.G'. Jabborov
Elektrotexnikaning nazariy asoslari*

*Oliy o'quv yurtlari talabalari uchun
o'quv qo'llanma, – T.: ToshTYMI, 2007, 128 b.*

Bosishga ruxsat etildi: 6.11.2006 y.

Bichimi 60'84 1 16. Nashr b.t. 7,8.

Adadi 75 nusxa.

Duyurtma № C – 1637. Bahosi shartnoma asosida.

**«O'zbekiston» nashriyot matbaa ijodiy uyi
bosmaxonasida chop etildi.**

100129, Toshkent shahri, Navoiy ko'chasi –30.

