МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ

НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ХАРЬКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Ю.С. Грищук

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

по дисциплине «Основы научных исследований»
для студентов электромеханических специальностей

Утверждено
редакционно-издательским
советом НТУ «ХПИ»,
протокол № 3 от 15.12.2005 г.

Харьков НТУ «ХПИ» 2011

ББК 31.264 с
Г85
УДК 621.311.6

Р е ц е н з е н т ы:

А.Д. Черенков, доктор техн. наук, профессор ХНТУСХ;
В.В. Кузьмин доктор техн. наук, зам. директора по науке,
Н.И. Шпика, канд. техн. наук, зав. отделом ПКиНИ
ГП завода «Электротяжмаш»;
А.Б. Богаевский, канд. техн. наук., доц., ХНАДУ

Гриф надано Міністерством освіти і науки України,
лист № 1.4/18-Г1538 від 26.09.2007р.

Розглянуті основні процеси наукових досліджень, методики і методи, теорія планування експерименту, лабораторний практикум, питання автоматизації експериментальних досліджень, обробки та оформлення їх результатів із застосуванням мікроконтролерів і ЕОМ. Наведені приклади, контрольні запитання і варіанти завдань.

Призначено для студентів електромеханічних спеціальностей 7092206 – "Електричні машини і апарати", 7092205 – "Електропобутова техніка" і може бути корисною для студентів технічних вузів, аспірантів, наукових та інженерно-технічних працівників.

Грищук Ю.С.
Г85 Основы научных исследований**:** Учеб. пособие. – Харьков: НТУ «ХПИ», 2011, – 196 с. – На русск. яз.

ISBN

Рассмотрены основные процессы научных исследований, методики и методы, теория планирования эксперимента, лабораторный практикум, вопросы автоматизации экспериментальных исследований, обработки и оформления их результатов с применением микроконтроллеров и ЭВМ. Приведены примеры, контрольные вопросы и варианты заданий.

Предназначено для студентов электромеханических специальностей, 7092206 − "Электрические машины и аппараты", 7092205 – "Электробытовая техника" и может быть полезным для студентов технических вузов, аспирантов, научных и инженерно-технических работников.

Ил. 21; Табл.37; Библиогр. 51 назв.

ББК 31.264 с

ISBN

ПРЕДИСЛОВИЕ

Подготовка специалистов, способных решать сложные инженерные, организационные и исследовательские задачи и повышение эффективности и качества научных исследований являются актуальной задачей, стоящей перед высшей школой и наукой в нашем государстве.

Знание основ теории научных исследований, современных методов их проведения, использующих теорию планирования эксперимента и математическую статистику – необходимое и обязательное условие подготовки инженеров-электромехаников.

Применение этих методов дает возможность, широко используя современную микропроцессорную и вычислительную технику, получать математические модели исследуемых объектов или процессов, позволяющие достаточно точно и адекватно их описывать. Наличие таких моделей заменяет дальнейшие экспериментальные исследования объектов или процессов анализом их математических моделей при решении поставленных конкретных задач по исследованию электрических аппаратов (ЭА) и электробытовой техники (ЭБТ).

Вероятностно-статистические методы позволяют проводить изучение сложных (плохо организованных) объектов или процессов и осуществлять построение математических моделей для дальнейшего их использования при выборе оптимальных параметров объекта или для оптимального управления процессом.

Применение методов математического планирования эксперимента существенно повышает точность и значительно уменьшает объем экспериментальных исследований. Это сокращает сроки их проведения и в значительной мере повышает их экономичность и эффективность.

В основу данного учебного пособия положен материал курса, который читался автором с 1985 г. по 1993 г. слушателям факультета повышения квалификации и преподается в настоящее время студентам пятого курса специальностей «Электрические машины и аппараты» и «Электробытовая техника».

Учебное пособие может оказать помощь в научно-исследовательской работе студентов других технических специальностей. Изложение материала сопровождается примерами и контрольными вопросами.

Приведенный лабораторный практикум и примеры автоматизации научных исследований ЭА и ЭБТ с применением микроконтроллеров и ПЭВМ позволяют закрепить теоретический курс по изучению основ научных исследований, математической статистики, теории планирования эксперимента, автоматизации исследований и получить практические навыки проведения многофакторных экспериментальных исследований построения и анализа математических моделей исследуемых объектов.

Автор считает своим долгом выразить благодарность зав. лабораторией кафедры информационных систем и технологий в городском хозяйстве Харьковской Национальной академии городского хозяйства *Грищуку С. Ю.* за оказанную существенную помощь в подготовке рукописи и оригинал-макета пособия.

Автор выражает глубокую благодарность рецензентам:

А.Д. Черенкову, доктору техн. наук, профессору кафедры теоретической электротехники ХНТУСХ им. Петра Василенка;

В.В. Кузьмину доктору техн. наук, зам. директора по науке,

Н.И. Шпика, канд. техн. наук, зав. проектно-конструкторским и научно-исследовательским отделом проектирования электроприводов и систем управления завода “Электротяжмаш”;

А.Б. Богаевскому, канд. техн. наук, доц. кафедры автомобильной электроники Харьковского Национального автодорожного университета за ряд ценных советов и замечаний, сделанных при рецензировании рукописи, которые способствовали улучшению данного пособия.

1. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Основной целью научных исследований является познание объективного мира, раскрытие сущности, взаимосвязей и причин возникновения явлений для получения определённых результатов и решения поставленных задач.

Научные исследования проводятся для изучения конкретного объекта или процесса с помощью определённых научных методик (методов, форм и технических средств). Правильный научно обоснованный выбор методик позволяет обеспечить успешное решение той или иной проблемы. Так как научная деятельность сопровождается напряженным интеллектуальным трудом, то она требует знания и соблюдения гигиены умственного труда, учёта организационных, психологических и других аспектов деятельности, как отдельных этапов, так и всего процесса научных исследований, заканчивая внедрением результатов в производство.

Для процесса научных исследований характерен ряд последовательных и логически взаимосвязанных процессов, которые вытекают из общих закономерностей и различных форм развития науки. Общие закономерности проведения научных исследований включают в себя следующие ступени познания: *сбор, изучение, систематизация фактов*, *установление связей между ними*, *обобщение и создание научной теории*. Все эти ступени представляют собой различные формы исследовательской деятельности, которые условно можно представить как *информационный и научный поиск*. Информационному поиску соответствует эмпирический уровень познания, на котором происходит накопление данных. Процессу научного поиска отвечает теоретический уровень познания, на котором происходит изучение и систематизация данных, проводится их анализ, синтез и разрабатывается научная теория.

Научная теория представляет собой совокупность основных понятий, терминов, определений, математических моделей, объективных законов, действующих в природе и обществе, идей и гипотез в соответствующей отрасли, объединённых в логически стройную систему.

Истинность научной теории проверяется и подтверждается практикой.

1.1. Основные этапы процесса научных исследований

Проведение научных исследований предполагает последовательное выполнение целого ряда логически взаимосвязанных работ, которые условно можно объединить в следующие основные этапы: *выбор темы, информационный поиск, научный поиск, внедрение.*

Процесс выбора темы включает в себя такие виды работ:

- *определение направления исследований* (например, выбор класса электрических аппаратов, электробытовой техники или их узлов, систем, технологических процессов изготовления и др.);
- *общее ознакомление с проблемой* (например, с технико-экономическими характеристиками электрических аппаратов, электробытовой техники, технологических процессов с целью их улучшения и др.);
- *выбор темы научного исследования и определение соответствия её таким требованиям* как актуальность и важность проблем, теоретическая или практическая направленность и полезность, научная новизна, наличие источников и объём финансирования, реальность её выполнения. Например, темой исследования может быть разработка новых или усовершенствование существующих электрических аппаратов, электробытовой техники их узлов или систем, методик их расчёта и проектирования, технологии и др.;
- *составление плана и программы проведения научных исследований* с указанием сроков начала и окончания выполнения работ;
- *разработка технико-экономического обоснования* с предварительным составлением сметы затрат и определением экономического эффекта.

Информационный поиск включает проведение следующих работ:

- *обзор существующих отечественных и зарубежных объектов исследования или технологий и критический анализ их преимуществ и недостатков* (например, обзор и анализ автоматических выключателей или предохранителей, электробытовых устройств, методик их расчёта и проектирования, технологий их изготовления и др.);
- *уточнение названия темы* с целью приведения её в соответствие с содержанием работы;

- *обоснование цели и общей постановки задач научного исследования.*

Информационный поиск осуществляется путём отбора первичных и вторичных источников научно-технической информации (НТИ) и их изучения.

Первичными источниками НТИ являются как опубликованные, так и неопубликованные документы. К опубликованным документам относятся периодические (журналы, сборники статей и научных трудов, вестники вузов, научно-исследовательских организаций и ведомств, др.) и непериодические издания (книги, монографии, выходящие однократно или многократно, специальные виды технических изданий). К последним относятся патентная документация, информационные бюллетени и листки, промышленные каталоги, нормативно-техническая документация, прейскуранты, прайсы и др. Важным и наиболее достоверным источником НТИ является патентная документация. Она включает опубликованные и неопубликованные документы (в том числе и извлечения из них), содержащие сведения об изобретениях и патентах. Полная информация на каждое изобретение приводится в его патентном описании, которое находится в патентном ведомстве.

Реферативная информация представлена в бюллетенях изобретений или сборниках. Например, в сборнике “Изобретения за рубежом” представлены материалы патентных бюллетеней ведущих государств – Великобритании, Франции, США, России, Японии, ФРГ более, чем по 50 подписным группам.

Поиск патентной информации осуществляется с целью установления патентной чистоты предложения, новизны заявки на предполагаемое изобретение, уровня патентоспособных решений, прав обладателя патента. Он проводится по различным каталогам и указателям: тематическому, именному, нумерационному, сроку действия патента и др. При этом используются международная классификация изобретений (МКИ), классификационные индексы которой собраны в алфавитно-предметном указателе.

Вторичные источники НТИ создаются путём переработки первичных источников. Они облегчают знакомство с зарубежными, неопубликованными и депонированными рукописями. К вторичным источникам относятся: реферативные журналы, обзоры и переводы, экспресс-информация, сигнальная информация. Обязательными элементами информационного издания являются: заглавие, сведения об авторе, название издательства, место и год издания, краткое описание его содержания.

Сигнальная информация представляет собой оперативное сообщение о публикациях с последующим обеспечением заказов на копии.

Экспресс-информация представляет собой периодические издания, содержащие расширенные рефераты важнейших публикаций в отечественных и зарубежных изданиях. Она оперативно (в течении месяца) выпускается центральными, отраслевыми и региональными органами НТИ.

В *реферативных журналах* приводятся аннотации или рефераты и библиографические описания первичных публикаций. Это позволяет осуществлять поиск наиболее ценных публикаций по ранее вышедшим комплектам журнала, снабженным справочно-поисковым аппаратом.

Обзоры и переводы представляют собой наиболее совершенный вид информации, в которой документы-первоисточники освещаются в сжатой, обобщенной форме..

Для ознакомления с первоисточниками следует заранее подобрать список литературы. По нему с помощью алфавитного каталога осуществляется поиск. В случае отсутствия такого списка следует пользоваться систематическим каталогом.

Важным источником получения научно-технической информации являются научные семинары, симпозиумы, конференции, научные школы, на которых ученые обмениваются передовым опытом, устанавливают деловые контакты, а также публичные защиты диссертаций и др.

Весьма эффективно применение современных технических средств поиска информации которые используют ЭВМ, интернет, информационно-поисковые системы позволяющие автоматизировать сбор и выдачу научно-технической информации.

Научный поиск является центральным процессом в научных исследованиях. Он представляет собой эвристическую, интеллектуальную деятельность и сопровождается напряженным интеллектуальным трудом. Поиск включает в себя перемежающиеся теоретические и экспериментальные исследования. В процессе их проведения осуществляется изучение физической сущности объекта или технологического процесса и влияния различных факторов на них, разработка теории, научное обоснование методики, выбор технических средств, проведение эксперимента, статистическая обработка результатов, формулирование новых научных положений и их обсуждение. Научным результатом исследовательской работы может быть ранее неизвестное количественное соотношение, математическая модель исследуемого объекта или его составляющих, новый технологический процесс и др. Полученные новые научные результаты, имеющие важное теоретическое или практическое значение, публикуются в монографиях, статьях и научно-технических отчетах, что и является результатом научных исследований. Полученные в процессе научных исследований изобретения, открытия и написанные диссертации, представляемые на соискание учёной степени кандидата или доктора наук, также являются результатом научных исследований.

Для успешного проведения научных исследований необходимо ознакомиться с особенностями умственного труда, принципами его организации, предусматривающими целенаправленность, соблюдение гигиены умственной деятельности, а также других требований организации научного труда.

Внедрением называют реализацию результатов научных исследований на практике, которая осуществляется выполнением опытно-конструкторских и доводочных работ. Внедрение фундаментальных и прикладных научных исследований осуществляется через разработки, которые позволяют преобразовывать результаты в технические приложения. Разработки проводятся в ОКБ, проектных, опытных производствах и завершаются подготовкой изделий или технологических процессов к внедрению.

На этом этапе проводятся:

1) исследование, подготовка эскизного проекта и формирование основных технических требований, технико-экономическое обоснование;
2) выбор и обоснование основных технических решений и подготовка технического проекта;
3) подготовка рабочего проекта, создание и оформление рабочей документации, необходимой для создания опытных промышленных образцов;
4) создание, монтаж, наладка и опытная эксплуатация опытной партии промышленных образцов; эта стадия длительная, так как система дора-

батывается и доводится в эксплуатационных условиях до полного соответствия техническим требованиям и завершается передачей в промышленную эксплуатацию по решению специальной (ведомственной, межведомственной, государственной) комиссии;

5) получение объективных и исчерпывающих данных о промышленной эксплуатации в течение года с целью последующего устранения недостатков и окончательного внедрения изделий или технологий в производство.

1.2. Методология, методика и методы научных исследований

Эффективность проведения научных исследований в значительной мере зависит от выбора методологии, методик и методов научных исследований.

1.2.1. Методология научных исследований

Основой любой науки является методология. Под термином «методология» подразумевается учение о способах научно-исследовательской деятельности, ее методах, структуре логической организации и средствах.

Методология дает возможность научно обоснованно и целенаправленно, с учетом специфики решаемых задач выбрать и использовать методики и методы научных исследований.

Различают философскую методологию и специально-научную, которая в свою очередь подразделяется на общенаучные методологические концепции, методологию отдельных специальных наук и методику исследований (например, методика многофакторных коммутационных исследований электрических аппаратов защиты и др.).

1.2.2. Методика и план-программа научных исследований

Под термином методика подразумевается совокупность логических, взаимосвязанных, последовательных методов, средств и форм, позволяющих проводить научные исследования. Различают методики: теоретических и экспериментальных исследований, обработки результатов, их анализа и синтеза, функционально-стоимостного анализа определения технико-экономической эффективности исследований и др. Прежде чем приступить к научным исследованиям, необходимо научно обосновать методику их проведения. Поскольку основой методики научных исследований являются методы, то эта задача сводится к составлению логической последовательности методов исследований в виде планов и программ.

Перед составлением плана-программы следует ознакомиться с методами решения подобных задач аналогичного класса и предусмотреть несколько вариантов решения поставленной задачи. Если таких задач нет, то необходимо начать с постановки простейших задач и разработать варианты схем их последовательного усложнения.

При составлении плана-программы необходимо исходить из главного: темы, цели научного исследования и отведенных или планируемых сроков на её выполнение. Цель работы должна быть чётко и кратко сформулирована и уяснена исследователем. Вся работа в плане-программе как правило разбивается на этапы (по годам, по кварталам или по месяцам). Количество и содержание вспомогательных задач, которые в них решаются, определяются главной задачей. На каждом этапе предусматривается решение определенных сложных вопросов, которые в пределах этого этапа разбивают на ряд простых задач с четким установлением границ исследования и сроков его проведения с указанием его начала и окончания. В пределах всей работы каждый этап или вопрос, а в пределах всего этапа – каждая задача, должны быть четко сформулированы, обоснованы и иметь между собой логическую взаимосвязь и последовательность.

Например:

Цель работы: повышение быстродействия плавких предохранителей, предназначенных для защиты полупроводниковых преобразователей электроэнергетических установок.

Этап 1. Разработка и исследование математических моделей коммутационных процессов при горении электрической дуги в предохранителях с дугогасительными наполнителями.
Срок выполнения: 01.01.2006 – 31.12.2006.

1.1. Обзор и анализ отечественных и зарубежных конструкций быстродействующих предохранителей, их математических моделей и методик расчета. Срок выполнения: 01.01.2006 – 15.02.2006.

1.2. Разработка технического задания. Срок выполнения: 16.02.2006 –30.03.2006.

1.3. Разработка и исследование математических моделей энергии дуги и среднеинтегрального напряжения на дуге и интегральных защитных характеристик. Срок выполнения: 02.04.2006 – 30.09.2006.

1.4. Разработка алгоритмов и программ расчета интеграла квадрата тока за время отключения (Джоулевого интеграла) и конструктивных параметров предохранителя. Срок выполнения: 01.10.2006 – 30.11.2006.

1.5. Оформление результатов работы. Срок выполнения: 01.12.2006 –30.12.2006.

Методы исследования

Теоретическое исследование

Методы анализа электрической дуги в дугогасительном веществе (наполнителе).

Методы определения градиента напряжения на дуге энергии дуги, интегральных защитных характеристик предохранителей.

Конечный результат:

- обзор и анализ конструкций и методик расчета предохранителей;
- техническое задание;
- математические модели характеристик электрической дуги, горящей в дугогасящем наполнителе;
- алгоритм и программы расчета Джоулевого интеграла и других характеристик и конструктивных параметров предохранителей.

Аналогично составляются и все последующие этапы: 2, 3, 4 и на весь период выполнения исследовательской работы.

Составленная план-программа исследований, является обоснованием для расчета сметы затрат и кадрового состава исполнителей предполагаемой научно-исследовательской работы. В смете приводятся статьи затрат финансовых и материально-технических ресурсов на выполнение работ, указывается объем финансирования и его источники в целом на весь период и разбивка по годам. В статьи затрат включаются зарплата, отчисления на социальное страхование, накладные расходы, расходы на материалы, специальное оборудование и приборы, затраты на научные командировки, затраты на работы, выполняемые другими организациями, иные прямые затраты и др.

При проведении научных исследований могут возникать различные непредвиденные ситуации, поскольку учесть и обосновать все аспекты и детали будущего исследования – весьма сложная задача. В связи с этим в процессе исследования в план-программу и смету могут вноситься те или иные изменения. Количество таких изменений зависит от квалификационного уровня руководителей и исследователей, глубины проработки плана-программы и от того, насколько он осознан исследователями. *Наиболее перспективной является план-программа, разработанная самими исследователями* и согласованная с руководителем с учетом их собственных идей, накопленного опыта в проведении подобных исследований и изученной литературы. В этом случае в ней, в наиболее полной мере, может быть предусмотрено применение современных и высокоэффективных методик и методов, технических, математических и программных средств, изложенных в [17-43]. К таким средствам относятся автоматизированные системы сбора и обработки информации (АСУ ССОИ) с применением ПЭВМ, проведение экспериментальных исследований на базе современных однокристальных микроконтроллеров [29-31]. К таким программным средствам относятся: прикладные пакеты программ для теоретических расчетов и исследований – MatCad, MAPLE8 и др.; для экспериментальных исследований – алгоритмы и программы проведения и математической обработки результатов многофакторных экспериментов; для планов полного факторного эксперимента первого порядка – ПФЭ 2^m, ПФЭ 2^m с учетом нелинейности; для дробных планов первого порядка – ДФЭ 2^{m-q}, ортогональных центрально-композиционных планов второго порядка – ОЦКП и дробных планов второго порядка – ДОЦКП и программы оптимизации математических моделей первого и второго порядков [23,41-43] и др.

1.2.3. Методы научных исследований

Термин «метод» (от греческого methodos – исследования) подразумевает учение, способ теоретического описания или практической реализации какого-либо процесса, способ познания. Метод является основой методики. Согласно [21], методы условно подразделяют на следующие категории:

- *всеобщий метод* (материалистическая диалектика) – категория, действующая во всех областях науки и на всех этапах исследования;
- *общенаучные методы* (общие для всех наук), в них непосредственно реализуются принципы методологической системы и наиболее важные требования при рассмотрении изучаемых процессов (единство мира и его материальность, историзм, системность, объективность и др.);
- *частные методы*, которые могут порождаться в общих чертах общенаучными, и как менее общие используются для определенного типа наук;
- *специальные*, которые связаны с общенаучными через частные и являются специальными для данной науки.

К специальным методам можно отнести методы, используемые в следующих областях науки:
электротехнике – для расчёта электрических цепей, например, метод контурных токов; теплотехнике – для расчёта тепловых цепей – метод тепловых сопротивлений; электрических аппаратах – методы расчёта контактных, дугогасительных, токоведущих и электромагнитных систем, плавких предохранителей, реле, тепловых и электромагнитных расцепителей, методы коммутационных и тепловых экспериментальных исследований электрических аппаратов их узлов и систем и др.

К частным методам можно отнести методы функционально-стоимостного анализа, позволяющие снизить расход материальных и финансовых ресурсов при разработке и изготовлении электрических аппаратов и машин, электробытовой техники и других изделий.

1.2.4. Общенаучные методы

Они включают в себя: однофакторные и многофакторные эксперименты, наблюдение, измерение, счёт, сравнение, анализ и синтез, обобщение, абстрагирование, формализацию, аксиоматику, индукцию и дедукцию, идеализацию, гипотетический, исторический, системный и статистический методы, моделирование.

Так как процесс познания находится в развитии, то вышеприведенные методы могут переходить из одной условной категории в другую. Познание представляет собой сложный, многоступенчатый процесс постижения истины, и включает в себя два уровня: *чувственный и рациональный*. На чувственном уровне обеспечивается непосредственная связь исследователя с окружающей действительностью, что помогает ему проникнуть в многообразие явлений природы, в исследуемые объекты или процессы. Рациональное познание дополняет чувственное, способствует осознанию сущности объектов или процессов, вскрывает закономерности их поведения и развития.

В зависимости от уровня и способов проведения научных исследований методы, согласно классификации, приведенной в [17], *условно подразделяют на эмпирические, эмпирико-теоретические и теоретические*. Эмпирическим называется научное знание, которое получено из опыта путём проведения наблюдений и экспериментов. *К эмпирическим методам относятся:* эксперимент, наблюдение, счёт, измерение, сравнение. Теоретическое знание отражает объект с учётом его развития и существования, закономерностей становления и внутренних связей. Оно обобщает эмпирические данные, выявляет соотношение между ними и существующими теориями, формулирует новые выводы и обобщения. Между эмпирическим и теоретическим уровнями познания нет резкой грани. Процесс их взаимодействия выражается в постоянном возникновении и разрешении бесконечных противоречий. Противоречие между эмпирическими данными и научной теорией может быть из-за несовершенства теории или тогда, когда данный факт не выражает сущности исследуемого объекта или процесса. Для познания сущности одних эмпирических методов недостаточно; для этого требуется диалектический подход, учёт внутренней противоречивости явления, логические обобщения, абстрагирование от несущественных свойств и связей исследуемого объекта или процесса. Эта задача может быть решена с помощью эмпирико-теоретических и теоретических методов исследования.

К эмпирико-теоретическим методам принадлежат: моделирование, анализ и синтез, дедукция и индукция, гипотетический, исторический, системный и статистический методы. *Теоретические методы включают в себя:* абстрагирование, идеализацию, обобщение, аксиоматику и формализацию. Они позволяют обеспечить переход от конкретного (или конкретно-чувственного) эмпирического уровня исследования к абстрактному уровню, позволяющему проникнуть в сущность явлений окружающей действительности, обнаружить, обобщить и сформулировать существенное, главное.

Из вышеизложенного можно сделать выводы о том, что общенаучные методы применяются, как на эмпирическом, так и на теоретическом уровнях научных исследований. Широкое применение этих методов в целом ряде наук, в том числе в электромеханике, электротехнике, теплотехнике, электродинамике и др., объясняется тем, что различные области науки в своём развитии и функционировании подчиняются объективным законам, представленным в [17]. Ниже приводится краткое описание указанных общенаучных методов.

Наблюдением называется систематическое, целенаправленное восприятие объекта. Научное наблюдение включает в себя следующие необходимые компоненты: выбор объекта, цель, описание, выводы. В наши дни для научного наблюдения применяют мощные средства, дающие высокую точность восприятия и фиксации результатов. Этот метод должен удовлетворять таким требованиям: преднамеренности (наличие цели); планомерности (производится по плану); целенаправленности (наблюдение наиболее существенных сторон явления); активности (поиск нужных явлений); систематичности (наблюдение по определенной системе) [3].

Наблюдение обеспечивает информацию в виде диаграмм, схем, таблиц, протоколов, кино- и фотодокументов о количественных и качественных отношениях, характерных для объекта. Однако приборы не только усиливают возможности органов чувств, но и вносят нежелательные «коррективы», которые сложно определить и устранить. Это относится, прежде всего, к исследованию микро- и макромира, наблюдение которых требует обязательного учета свойств прибора и характера его взаимодействия с изучаемым явлением. Развитие такого метода зависит от совершенствования технических средств наблюдения.

Примерами наблюдения как метода познания могут быть: наблюдение за погодой (включая спутники Земли) в виде огромного количества метеосводок, на основании которых составляются долгосрочные научные прогнозы погоды [3]; наблюдение за процессом горения дуги при отключении электрической цепи электрическими аппаратами в виде кино- и фотосъемки.

Сравнением называется процесс установления различия между объектами материального мира, нахождения в них общего (по существенным признакам). Этим методом целесообразно пользоваться для сравнения объектов, обладающих общими однородными свойствами и наиболее существенными признаками, параметрами [3, 17].

Сравнением в области технических наук называют установление соотношения однородных отражаемых свойств эмпирических объектов как органолептическим путем, так и при помощи специальных устройств сравнения с целью получения ответов «больше», «меньше» или «равно».

Счетом в более узком, техническом смысле называется определение числа количественно однотипных объектов в данной их совокупности. Для осуществления счета необходимо различение, обнаружение каждого дискретного объекта в отдельности. Результаты счета – числа, являющиеся основным продуктом переработки для ЭВМ.

Измерение развивалось из сравнения и стало более мощным, универсальным познавательным методом. Измерением называют физический процесс определения численного значения некоторой величины сравнением ее с эталонной, принятой за единицу. Предлагается наличие следующих основных элементов: объекта измерения, эталона, измерительных приборов, метода измерения. Принцип количественного подхода к описанию физических явлений посредством измерения – важный универсальный метод познания физических явлений и процессов (методологический фундамент точных наук). Измерение обеспечивает непосредственную связь между экспериментом и теорией, высокую достоверность научных исследований и т. п. Наука об измерении называется «метрологией».

Измерение физических величин определяется как нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств. Для технических наук измерения обеспечивают получение количественной и качественной информации, необходимой для автоматизации управления различными объектами и для многих других целей.

Счет и измерение – основные методы получения количественной информации. Результатами счета и измерения являются числа. Счет – теоретически без погрешностей, а в измерении погрешность неизбежна. Уровень измерений в стране существенно определяет уровень ее научных исследований.

Эксперимент (лат. experimentum – проверка, проба) – научно поставленный опыт, целенаправленное изучение вызванного нами явления в точно учитываемых условиях, когда имеется возможность следить за ходом его изменения, активно воздействовать на него с помощью комплекса разнообразных средств и воссоздавать это явление в тех же самых условиях.

Эксперимент (физический) предполагает использование наблюдения, сравнения и измерения. Эксперимент – важнейший элемент практики. Он первичен по отношению к теории, является основой теоретического знания, критерием его истинности. Особенно значим эксперимент при изучении экстремальных условий, зачастую не поддающихся теоретическому исследованию. Эксперимент должен быть научно обоснован, необходимо определять его погрешность.

Процесс проведения эксперимента требует от исследователя перехода от пассивного к активному способу деятельности. Экспериментатор может изменять условия изучения объекта, рассматривать его в «чистом» виде, повторять ситуации, а также моделировать на исследовательских стендах или на упрощенных, уменьшенных моделях. Сегодня эксперимент как метод познания реализуется в следующих системах: контроля, идентификации объектов, распознавания образов, локации, диагностики, научного эксперимента. Современные научные исследования являются обычно перемежающимися – теоретическими и экспериментальными. Поэтому всемерное совершенствование экспериментальных исследований – необходимое условие развития современной науки.

Обобщение представляет собой метод выявления наиболее существенных отношений совокупности объектов и формирование такого общего положения (утверждения), которое применимо к каждому единичному объекту данного класса. Глубокое раскрытие метода обобщения возможно лишь на основе диалектического закона единства и борьбы противоположностей. Цель обобщения – определение общего понятия, в котором отражено главное, основное, характеризующее объекты данного класса. При этом необходимо учитывать единство и противоречивость общего и конкретного. Например, общее отражает главное конкретных объектов, но не может заменить и полностью отразить все многообразие конкретного.

В методе обобщения познание совершается восхождением от единичного к общему, а полученное знание распространяется переходом от общего к частному, единичному. Обобщение – средство образования новых научных понятий, формулирования новых законов и теорий [3, 17].

Абстрагирование – это мысленное отвлечение от несущественных свойств, связей, отношений объекта и выделение нескольких интересующих исследователя сторон. На первом этапе определяются несущественные факторы, которые можно не учитывать. На втором этапе исследуемый объект замещается другим, менее богатым свойствами и представляющим собой упрощенную модель, сохраняющую главное в сложном. Абстрагирование может применяться к реальным и абстрактным объектам, прошедшим абстрагирование раньше (абстракция более высокой степени общности).

Абстрагирование – важный этап процесса познания при переходе от чувственного восприятия к мысленному образу. Различают обобщающее, аналитическое и идеализирующее абстрагирование [3, 17].

Метод формализации дает возможность исследовать объект отображением его в знаковой форме какого-либо искусственного языка (математики, радиотехники, химии и т. п.). Этот метод позволяет решать проблему обобщенно; обеспечивает краткость и четкость фиксации без двусмысленностей обычного языка; дает знаковую модель объекта.

Формализация связана, как правило, с применением математического аппарата. Метод сводит исследование реальных содержательных сторон объектов, свойств и отношений к формальному исследованию соответствующих им знаков (абстрактных объектов); позволяет получать более экономичные решения; широко применяется при математическом моделировании во многих областях знаний.

Аксиоматический метод основан на аксиомах – очевидных положениях, принимаемых без доказательства. Теория разрабатывается путем логических доказательств с использованием дедукции.

Это наиболее строгий и точный метод организации и систематизации научных знаний. Более широко применяется в теоретических науках (математике, математической логике, механике, термодинамике, электродинамике и др.). Из всех истинных утверждений одной группы, называемых аксиомами, могут быть получены путем преобразования по определенным правилам все истинные утверждения другой группы, называемые теоремами.

Анализ расчленяет объект (мысленно или экспериментально) на составные части (элементы) с целью более глубокого познания; *синтез,* наоборот соединяет отдельные глубоко познанные единичные части объекта в единое целое. Анализ и синтез наглядно представляют собой закон диалектического единства и борьбы противоположностей в применении к взаимосвязи единичного и общего.

Общее, которое для облегчения познания расчленяется анализом на единичные составляющие, не существует вне единичного, а единичное не может существовать вне общего. В этом состоит их неразрывное единство, хотя единичное и общее противоположны друг другу. Распространенный пример анализа – строгая научная классификация (подразделение на классы и подклассы) [3, 17].

Индуктивным умозаключением называется такое, в котором из знания о части предметов класса делается вывод обо всем классе. При *дедуктивном* умозаключении, наоборот – из знания обо всем классе делается вывод об одном предмете класса. Сущность дедукции – использование общих научных положений для исследования конкретных явлений.

Индуктивные умозаключения дают лишь вероятное знание, так как они основываются на эмпирических наблюдениях конечного числа объектов. Дедуктивные умозаключения приводят к новому, достоверному знанию, поскольку исходные посылки истинны. Например, индукция – основа статистических методов исследования, позволяющих делать выводы о свойствах генеральной совокупности объектов по изученным свойствам конечного числа элементов выборки из этой совокупности.

Метод моделирования позволяет исследовать свойство объекта на его модели (аналоге), сходство которой с объектом существенно, а различие несущественно. В науке применяется несколько его разновидностей.

Моделирование в научном исследовании позволяет получить научные выводы и обобщения по аналогии. Метод имеет следующую структуру: постановка задачи; создание или выбор модели; исследование модели; перенос знания с модели на оригинал.

Гипотетический метод основан на разработке гипотезы. В прикладных науках – это основной теоретический метод исследований. Широко используют его в научном эксперименте.

1.2.5. Математическое моделирование

Моделирование – это исследование объектов познания на их моделях, построение и изучение моделей реально существующих предметов и явлений (живых и неживых систем, инженерных конструкций, разнообразных процессов – физических, химических, биологических, социальных) и конструируемых объектов (для определения, уточнения характеристик, рационализации способов их построения и т. п.).

Единая классификация моделирования затруднительна из-за многозначности понятия «модель» в науке и технике, поэтому его классифицируют по разным признакам.

Моделирование называют *предметным*, если исследование ведется на модели, воспроизводящей основные геометрические, физические, динамические и функциональные характеристики в свойства «оригинала» (но не обязательно все свойства). Если модель и моделируемый объект имеют одну и ту же физическую природу, то говорят о *физическом* моделировании, которое состоит в замене изучения некоторого объекта или явления экспериментальным исследованием его модели, имеющей ту же физическую природу. В основе физического моделирования лежат подобие и анализ размерностей. Необходимые условия физического моделирования – геометрическое подобие (подобие формы) и физическое подобие модели и натуры: в сходственные моменты времени и в сходственных точках пространства значения переменных величин, характеризующих, явления для натуры, должны быть пропорциональны значениям тех же величин для модели. Наличие такой пропорциональности позволяет пересчитывать экспериментальные результаты, получаемые для модели, на натуру умножением каждой из определяемых величин на постоянный для всех величин данной размерности «множитель – коэффициент подобия».

Аналоговое моделирование – один из важнейших видов моделирования, основанный на аналогии (в более точных терминах – изоморфизме) явлений, имеющих различную физическую природу, но описываемых одинаковыми математическими уравнениями.

При знаковом моделировании моделями служат знаковые образования какого-либо вида: схемы, графики, чертежи, формулы и т. д. Важнейший вид знакового моделирования – математическое моделирование (логико-математическое, осуществляемое средствами языка математики и логики). Современная форма «материальной реализации» знакового (прежде всего, математического) моделирования – это моделирование на ПЭВМ – универсальных и специализированных.

Реальное построение знаковых моделей или их фрагментов может заменяться мысленно наглядным представлением знаков и операций над ними.

По характеру той стороны объекта, которая подвергается моделированию, уместно различать моделирование структуры объекта и моделирование его поведения (функционирования протекающих в нем процессов и т. п.).

Кибернетическое моделирование делает акцент на моделировании функционирования изучаемых систем, абстрагируясь от их структуры.

Для ряда сложных явлений (например, турбулентности пульсаций в областях отрыва потока, горении электрической дуги в различных средах) пользуются *стохастическим моделированием*, основанным на установлении вероятностей тех или иных событий. Такие модели не отражают хода отдельных процессов в данном явлении, носящих случайный характер, а определяют некоторый средний суммарный результат.

Математическое моделирование является наиболее универсальным видом моделирования. Оно позволяет осуществить с помощью специального устройства решение целого класса задач, имеющих одинаковое математическое описание; обеспечивает простоту перехода от одной задачи к другой, введение переменных параметров, возмущений и различных начальных условий; дает возможность моделировать по частям (по «элементарным» процессам).

Математическое моделирование использует весьма эффективное средство исследования – быстродействующую вычислительную технику – ПЭВМ. Такое моделирование экономичнее физического как по затратам времени, так и по стоимости. Однако существенный недостаток его в том, что применяемый в настоящее время математический аппарат не позволяет во многих случаях с достаточной полнотой отразить свойства изучаемой сложной системы. В ходе математического моделирования приходится решать три основные задачи: составление математической модели, нахождение ее решения и проверку адекватности модели изучаемому процессу или объекту.

Первая задача состоит в установлении связей между параметрами процесса, а также граничных и начальных условий в формализации (математическом описании) исследуемой системы.

Вторая задача заключается в нахождении целевой функции (показателя качества или эффективности) $E = f(X, Y)$ от управляемых X и неуправляемых Y переменных при ограничениях $g_i(X, Y) < b_i$, где $i = 1, 2, ..., m$; b_i — величина i-го ресурса. При этом коэффициенты уравнений математической модели определяются обычно экспериментальным путем, и задача решается на ПЭВМ. Оптимальное решение $X_{опт}$ зависимости от структуры целевой функции и ограничений находят методами теории оптимальных решений, называемых также методами математического программирования (линейное, нелинейное, динамическое, геометрическое, стохастическое, дискретное, эвристическое). Эти методы особенно актуальны при создании АСУ [3].

В процессе решения *третьей* задачи устанавливается, насколько справедливы принятые допущения и полученная модель. Следует отметить, что математическое моделирование не противопоставляется физическому, а скорее дополняет его средствами математического описания и численного анализа. В свою очередь физическое моделирование позволяет определять коэффициенты уравнений математической модели и устанавливать адекватность модели исследуемого объекта или процесса.

Для получения математических моделей первого и второго порядков весьма эффективными являются математические методы теории планирования многофакторных экспериментов. С этой целью проводится многофакторный эксперимент, по результатам которого осуществляется расчёт коэффициентов математической модели, дисперсионный и регрессионный анализ полученных математических моделей, статистическая обработка результатов эксперимента и проверка соотношений полученных расчётных статистических критериев Кохрена, Стьюдента и Фишера с их табличными значениями. Проведение многофакторных экспериментов и математическая обработка их результатов осуществляются в соответствии с методикой, приведенной в [19, 28, 41-43].

Контрольные вопросы

1. Приведите основные этапы научных исследований.
2. Изложите сущность научной методологии, методики и методов.
3. Назовите категории и классификацию научных методов.
4. Приведите пример составления план-программы научных исследований.
5. Изложите суть методов: аксиоматического, анализа и синтеза, индукции и дедукции, обобщения, абстрагирования, моделирования.
6. Изложите особенности метода многофакторного математического моделирования.
7. Изложите назначение и особенности математических методов теории планирования многофакторных экспериментов.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

В процессе познания экспериментальные исследования являются необходимым этапом в получении эмпирического научного знания. Исследуя различные процессы и объекты в процессе своей деятельности, исследователь постепенно накапливает практические сведения о них, что помогает ему познать эти процессы и объекты и на основе этого знания усовершенствовать и оптимизировать их. Зачастую таких сведений явно недостаточно, чтобы сделать какие-либо выводы. Тогда тот или иной объект, процесс подвергают планомерному экспериментальному исследованию.

Экспериментом называется совокупность опытов, объединенных единой целью, единой системой ограничений в пространстве и времени.

Опытом можно считать реализацию на каком-либо объекте некоторых условий, правил. В результате опыта появляется то или иное *событие* (например, событием будет появление электрической дуги при отключении тока короткого замыкания электрическими аппаратами (ЭА) защиты). Появление события регистрируется при помощи какого-либо параметра, (например, времени отключения или тока ограничения), имеющего, как правило, численное выражение и наиболее полно характеризующего результат. Такой параметр отражает эффективность события, он обычно обозначается буквой y и называется *критерием оптимальности*.

Всеобъемлющим, глобальным критерием оптимальности является экономический критерий. *Частным критерием оптимальности* может быть любой выходной параметр исследуемого объекта (например, быстродействие, ток ограничения или износостойкость ЭА), характеризующий его качество, или технологический параметр, характеризующий технологический результат процесса. Такой критерий называют *выходом процесса* (например, толщина гальванического антикоррозионного покрытия деталей ЭА или ЭБТ).

Результат процесса зависит от условий его протекания, характеризуемых значением параметров, влияющих на процесс (например, величины тока, времени протекания процесса и т. д.). Независимые параметры процесса (объекта) называют *факторами***.** Численное значение любого фактора должно устанавливаться независимо от значений других факторов.

Оптимизация процесса (объекта) сводится к отысканию таких условий его протекания (например, конструктивных размеров ЭА, технологических параметров, параметров электрической цепи и т. д.), при которых критерий оптимальности будет иметь экстремальное значение, т.е., максимум или минимум. Если увеличение численного значения критерия оптимальности означает увеличение эффективности процесса (объекта), критерием является максимум, и, наоборот, – минимум, если его увеличение означает снижение эффективности процесса (объекта). Очевидно, исследователь должен быть вооружен приборами для измерения критерия оптимальности или его составляющих с целью определения и стабилизации факторов. Последнее требование связано с тем, что опыт проводится при определенных наперёд заданных условиях. Влияние всех факторов одновременно учесть невозможно, поэтому в эксперименте исследуется их ограниченное число, а чаще один фактор. Остальные факторы стабилизируются, т. е. устанавливаются на каком-то одном для всех опытов уровне [19, 25,27].

2.1. Ошибки экспериментов

При проведении экспериментальных исследований возникает ситуация, когда не все факторы обеспечены системами стабилизации (например, погодные условия, самочувствие оператора и т.д.). В другой ситуации факторы стабилизируются с какой-то погрешностью. Например, содержание какого-либо компонента в среде зависит от ошибки при его взвешивании и приготовлении состава, при наличии примесей в металлах и других материалах, в допусках на геометрические размеры материалов различных профилей, выпускаемых промышленностью. Учитывая тот факт, что измерение параметра y осуществляется измерительными приборами, обладающими какой-то погрешностью, можно прийти к выводу, что результаты повторностей одного и того же опыта y_k должны отличаться один от другого и от истинного значения выхода процесса y на величину абсолютной ошибки

$$\Delta y_k = y_k - y \ ,$$

где $k = 1 \div m$ – номер повторности опыта.

Несовпадение результатов может вызываться тремя причинами. Если этой причиной являются ошибка в действиях оператора, неисправность измерительных приборов или резкое нарушение основных условий протекания процесса, то такие ошибки относятся к *грубым***.** Если будет доказано, что значительная величина Δy_k вызвана именно этим, то соответствующий результат y_k из дальнейшего анализа должен быть исключен.

Если, в контрольной серии опытов, при известном y, величина y_k смещена относительно y в одну сторону, то соответствующую ошибку Δy_k относят к *систематическим***.** *Систематические ошибки* могут появиться из-за направленного изменения во времени влияния на процесс какого-либо неучтенного фактора (например, увеличение температуры и влажности окружающего воздуха в течение времени, необходимого для осуществления всех запланированных опытов эксперимента). Одним из возможных средств нейтрализации влияния на результат эксперимента таких систематических ошибок является *рандомизация эксперимента*, т. е. обеспечение случайности в последовательности осуществления опытов в рамках плана эксперимента. Для установления случайной последовательности пользуются таблицами случайных чисел или генератором случайных чисел.

Если величина систематической ошибки становится известной исследователю, а исключить причины, вызвавшие появление этой ошибки, затруднительно, то в результаты вносят соответствующие поправки.

Неконтролируемое, случайное изменение множества влияющих на процесс факторов вызывает случайные отклонения измеряемой величины от ее истинного значения. Поэтому результаты параллельных опытов образуют набор случайных величин, анализ точности и достоверности которых осуществляется методами математической статистики и теории вероятностей, которые определяются характером распределения случайных величин.

2.2. Виды экспериментов

Для решения многих задач, в том числе связанных с изучением физических процессов при горении электрической дуги, происходящем в электрических аппаратах при коммутации электрических цепей, приходится прибегать к эксперименту. Это вызвано тем, что аналитическое или численное решение в рамках современного математического аппарата и существующих технических средств на данном этапе невозможно. Наряду с теорией, эксперимент является одной из форм познания объективного мира и представляет собой последовательность заранее обусловленных действий, предпринимаемых с целью изучения объективных закономерностей и характеристик процесса или объекта исследования и состоящих в непосредственном воздействии на процесс или объект. Эксперимент, как сложное понятие, состоит из совокупности опытов, являющихся его составляющими элементами. Проведение экспериментальных исследований электрических аппаратов и электробытовой техники обычно требует существенных материальных, трудовых и финансовых затрат.

Если в распоряжении исследователя имеется абстрактная, математическая модель процесса или объекта (электрического аппарата, электробытового устройства или технологического процесса их изготовления), то экспериментальное исследование достаточно точно может быть заменено экспериментом на модели.

Традиционная методика экспериментирования состоит в поочередном изменении (варьировании) факторов, определяющих условия проведения опытов. Такой подход приемлем, когда изучаемое явление определяется небольшим количеством факторов. С увеличением количества факторов при указанной методике экспериментирования резко возрастает количество опытов. Например, если число факторов равно трём и каждый из них может принимать пять возможных значений (варьируется на пяти уровнях), число опытов будет равно $5^3 = 75$. При семи факторах, варьируемых на пяти уровнях, количество опытов возрастает до $5^7 = 78125$. Такой эксперимент чрезвычайно громоздок, его результаты трудно анализировать. Естественно возникает вопрос, нельзя ли уменьшить число опытов, выбрав такие условия их проведения, чтобы получить достаточно достоверные и в то же время легко интерпретируемые сведения об объекте исследования. Решение этой задачи может быть осуществлено на основе математической теории планирования эксперимента. В этом случае *планирование эксперимента* *представляет собой выбор числа и условий проведения опытов, необходимых и достаточных для получения интересующего нас решения с требуемой точностью.*

Аналитические методы планирования эксперимента могут быть применены для решения многих задач. Наиболее часто они применяются при решении следующих типов задач:

1) поиск оптимальных условий (параметров);
2) построение интерполяционных формул, позволяющих предсказывать протекание физических процессов в объекте;
3) ранжирование факторов, определение степени влияния каждого из них на поведение объекта (определение значимости факторов).

Эксперимент, который проводится с целью определения оптимальных условий, называют *экстремальным*.

Эксперимент, который проводят с целью определения интерполяционной зависимости, связывающей условия и результат проведения опытов, называют *интерполяционным*.

Интерполяционные эксперименты, как правило, позволяют определить значимость факторов и установить их ранг.

2.3. Планирование эксперимента. Основные понятия и термины

В теории планирования эксперимента используется целый ряд основных понятий и терминов, уяснение которых является необходимым условием её изучения и успешного практического применения.

2.3.1. Объект исследования и его математическая модель

При проведении планируемых экспериментов абстрагируются от физической природы внутренней сущности объекта (процесса или устройства) исследования. Объект рассматривают как «черный ящик» (рис. 2.1), на который воздействует определенная совокупность внешних условий, факторов определяющих характер протекания процессов в объекте и изменяющих некоторое число исследуемых качеств объекта – откликов.

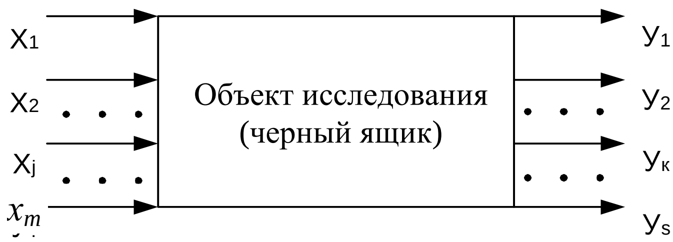


Рисунок 2.1 – Схема объекта исследования.

Величинами x_1, x_2, …, x_j, …, x_m будем обозначать факторы, величинами y_1, y_2, …, y_k,…, y_s – отклики.

Совокупность математических зависимостей, связывающих внешние воздействия и результаты опытов (S выражений, связывающих каждый отклик с каждым из факторов), называют математической моделью объекта и выражают системой уравнений:

$$\begin{cases} y_k = y_k(x, x_2, ..., x_j, ..., x_m), \\ k = 1, 2, ..., s. \end{cases} \quad (2.1)$$

Функции y_k называют функциями отклика, а выражения (2.1) – уравнениями регрессии.

Математическая модель должна предсказывать с заданной точностью результаты эксперимента в некоторой области значения факторов в последующих опытах. Модель, удовлетворяющая этому требованию, называется адекватной. В качестве функций отклика обычно используют отрезки степенных рядов – полиномы. В экстремальных экспериментах как правило применяют линейные модели, в интерполяционных – нелинейные.

Если проводится экстремальный эксперимент, то факторы именуют параметрами оптимизации, а отклики – критериями оптимизации, или целевыми функциями.

Реакция объекта на условия проведения опыта является многоаспектной, изменение условий приводит к изменению практически всех откликов.

При проведении экстремальных экспериментов обычно не удается подобрать такой набор условий, при котором все результаты (отклики) были бы наилучшими, поэтому в качестве критерия обычно рассматривают какую-то одну реакцию объекта, а остальные отклики рассматривают как ограничения, накладываемые на условия проведения экстремального эксперимента.

В тех случаях, когда важными являются несколько реакций, приходиться прибегать к компромиссу – выбирать комплексный критерий:

$$y=\sum_{k=1}^{S}\alpha_k \cdot y_k , \qquad (2.2)$$

где y – целевая функция (критерий);

α_k – весовой коэффициент для k-го отклика y_k.

Весовые коэффициенты α_k обычно назначают путем экспертных оценок и носят в значительной мере субъективный характер.

При проведении планируемых экспериментов факторы дискретизируют, причем каждый из факторов может принимать одно из нескольких дискретных значений, т.е. находиться на одном из нескольких уровней.

Фиксированный набор уровней факторов (каждый фактор находиться на некотором уровне) определяет одно из возможных состояний объекта «черного ящика».

Все возможные наборы уровней факторов образуют полное множество состояний объекта.

Сложность (показатель сложности) объекта определяется числом его возможных состояний n:

$$n=\prod_{j=1}^{m} P_j , \qquad (2.3)$$

где P_j – количество уровней j-го фактора.

При $P_1 = P_2 = \ldots = P_m = P$, т.е. при одинаковом количестве уровней варьирования каждого из факторов получим:

$$n = P^m , \qquad (2.4)$$

Проведение планируемых экспериментов возможно, если объект обладает следующими свойствами:

1. Воспроизводимость результатов. Мерой воспроизводимости является разброс (дисперсия) отклика, определенного несколько раз при одном состоянии через неравные промежутки времени.

2. Управляемость объектом, т.е. возможность проведения активного эксперимента, предполагающего возможность назначения в каждом опыте требуемых уровней факторов.

2.3.2. Требования к откликам и факторам

В теории планирования эксперимента предполагается, что функция отклика является непрерывной, гладкой и имеет не более одного экстремума в области определения факторов, т.е. моноэкстремальной.

Рис. 2.2 иллюстрирует указанное положение для однофакторного эксперимента в области определения фактора x от $x_{\min}$ до $x_{\max}$. Вне этого интервала поведение объекта не изучается.

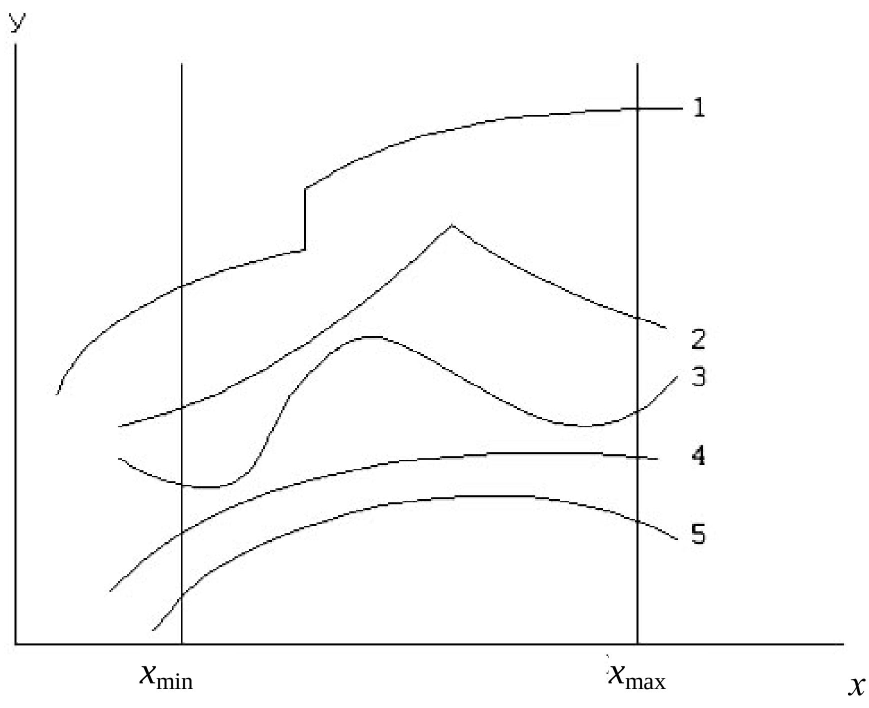


Рисунок 2.2 – Зависимости $y = f(x)$

Кривая 1 не удовлетворяет условию непрерывности, кривая 2 – условию гладкости (первая производная претерпевает разрыв). Кривая 3 имеет несколько экстремумов и также не удовлетворяет перечисленным выше требованиям.

Функции 4 и 5 могут удовлетворять сформулированным требованиям, так как кривая 4 монотонна, а кривая 5 имеет единственный экстремум в интервале $[x_{min}; x_{max}]$.

Если предварительное изучение объекта показывает, что эти условия не выполняются на выбранном интервале изменения фактора, что можно судить по области определения и рассматривать каждый из интервалов самостоятельно.

Отклик обязательно должен быть количественным, т.е. задаваться числом.

Множество значений, которые может принимать отклик, называется областью его определения.

Отклик должен быть однозначным в статистическом плане. Это означает, что заданному состоянию объекта должно соответствовать одно (с точностью до ошибки эксперимента) значение отклика.

Отклик должен иметь физический смысл, быть простым и легко вычисляемым и существовать для всех возможных состояний объекта.

Основные требования, предъявляемые к факторам, заключаются в следующем:

1. Каждый фактор имеет область определения. В задачах планирования эксперимента используют дискретные области определения;
2. Факторы могут быть не только количественными, но и качественными. Для оценки качественных факторов используют ранговый подход;
3. Факторы должны быть управляемыми, тогда можно ставить активный эксперимент. Планировать можно только активный эксперимент;
4. Точность замера факторов должна быть по возможности высокой;
5. Факторы должны быть независимыми друг от друга;
6. Совокупность факторов должна быть совместимой.

2.3.3. План эксперимента

Планы экспериментов принято изображать в виде таблиц (матриц), содержащих условия проведения опытов. Обычно в эту же таблицу вводят и результаты опытов. План m-факторного эксперимента, состоящего из n опытов, приводится ниже в табл. 2.1.

В первой колонке таблицы записывают номер опыта. Затем следуют колонки, в которых указываются значения факторов x_1, x_2, … , x_j, … , x_m. (например, x_{11} – значение первого фактора в первом опыте, x_{12} – значение первого фактора во втором опыте, x_{21} – значение второго фактора в первом опыте и т.д., т.е. первый индекс означает номер фактора, второй – номер опыта).

Таблица 2.1 – План и результаты m-факторного эксперимента

i/j	x_1	x_2	…	x_j	…	x_m	y_1	…	y_s
1	x_{11}	x_{21}	…	x_{j1}	…	x_{m1}	y_{11}	…	y_{s1}
2	x_{12}	x_{22}	…	x_{j2}	…	x_{m2}	y_{12}	…	y_{s2}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	x_{1i}	x_{2i}	…	x_{ji}	…	x_{mi}	y_{1i}	…	y_{si}
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
n	x_{1n}	x_1	…	x_{jn}	…	x_{mn}	y_1	…	y_{sn}

После проведения очередного опыта заполняются соответствующие клетки колонок результатов y_1, y_2, … , y_s.

При проведении планируемых экспериментов отвергается традиционный подход, заключающийся в пофакторном варьировании условий опытов при переборе всех возможных состояний объекта. Особенностями планируемых экспериментов являются:

1) стремление к минимизации числа опытов;
2) одновременное варьирование всех факторов;
3) использование специального математического аппарата, основанного на принципе ортогональности, методе наименьших квадратов, теории вероятностей и математической статистике, а также численных методах оптимизации.

Основные принципы построения планов экспериментов, а также соответствующий математический аппарат будут изложены ниже.

2.4. Определение математических моделей методом наименьших квадратов (МНК)

В качестве модели объекта, как указывалось выше, для планирования эксперимента принимают отрезки степенных рядов – полиномы.

Таким образом, при определении модели объекта возникают два вопроса: во-первых, каков должен быть порядок полинома и как вычислить его коэффициенты. Порядок полинома обычно назначают исходя из характера сечений поверхности отклика и как правило ограничиваются первым или вторым порядком, а коэффициенты полинома определяют при помощи метода наименьших квадратов (МНК). Отметим, что МНК может применяться и в тех случаях, когда функцию отклика требуется аппроксимировать не полиномом.

Пусть имеется некоторая функция m переменных

$$y = y(x_1, x_2, ..., x_m), \tag{2.5}$$

заданная в точках (x_{1i}, x_{2i}, … , x_{mi}), i = 1,2,…,n. Уравнение этой функции неизвестно. Будем искать это уравнение в виде

$$\tilde{y} = y(x_1, \mathrm{x}_2, ..., x_m, a_1, a_2, ..., a_j, ..., a_k), \tag{2.6}$$

где y – произвольная функция m независимых переменных x_1, x_2,…, x_m и k постоянных параметров a_1, a_2, … , $a_к$.

Зададимся некоторым набором параметров a_1, a_2, …, $a_к$, а также значениями независимых переменных, соответствующих координатам i-й точки. Подставив эти значения в правую часть выражения (2.6), получим

$$\tilde{y}_i \leq y(x_{1i}, x_{2i}, ..., x_{mi}, a_1, a_2, ..., a_j, a_k), \tag{2.7}$$

Вычислим разность:

$$\varepsilon_i = \bar{y}_i - \tilde{y}_i\,, \tag{2.8}$$

где y_{i} – значение функции y в i-й точке.

Эта разность называется невязкой для функции (2.6) в точке. Невязки могут быть вычислены в любой из n точек, где задана функция y, и для любого набора параметров. Очевидно, нужно стремиться выбрать такой набор параметров $\alpha_1,\ \alpha_2,\dots,\alpha_k$, при котором уравнение (2.6) наилучшим образом аппроксимирует значения функции y. В качестве критерия наилучшей аппроксимации может быть взят наибольший модуль невязки

$$\sigma = \max_{i=1}^{n}\left|\varepsilon_i\right|, \tag{2.9}$$

или сумма модулей невязок

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n}\left|\varepsilon_i\right|, \tag{2.10}$$

или сумма квадратов невязок

$$\sigma = \sum_{i=1}^{n}\varepsilon_i^2\,. \tag{2.11}$$

Во всех трех случаях функция σ не может быть отрицательной и имеет не менее одного экстремума. Наиболее удобным для вычислений является критерий (2.11). Если воспользоваться этим критерием, то наилучшую аппроксимацию будет обеспечивать такой набор параметров, при котором достигает минимума (т.е. станет наименьшей) сумма квадратов невязок. Поэтому аппроксимация при помощи данного критерия называется аппроксимацией по методу наименьших квадратов.

Критерий σ можно рассматривать как функцию k переменных: α_1, $\alpha_2,\ldots,\alpha_k$, причем экстремум этой функции определяют путем решения системы уравнений

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sigma}{\partial a_j} = 0, \\ j = 1,2,\ldots,k. \end{cases} \tag{2.12}$$

Подставив в систему (2.12) выражение критерия из (2.11), с учетом (2.7) и (2.8) после простых преобразований получим систему уравнений вида:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - \tilde{y}_i)\dfrac{\partial}{\partial a_j}(x_{1i}, x_{2i},\ldots, x_{mi}, a_1, a_2,\ldots, a_k) = 0, \\ j = 1,2,\ldots,k. \end{cases} \tag{2.13}$$

Таким образом, задача определения параметров α_1, $\alpha_2,\ldots,\alpha_k$ сводится к решению системы уравнений (2.13). В общем случае данная система является трансцендентной и ее решение в общем виде затруднительно, однако, когда функция $y(\cdot)$ представляет собой полином, данная система, как это будет показано ниже, является системой линейных алгебраических уравнений, методы решения которой, хорошо известны.

2.4.1. МНК для функции одной переменной

Допустим, в результате однофакторного эксперимента получено n значений отклика (табл. 2.2).

Таблица 2.2 – Результаты однофакторного эксперимента

Номер опыта	1	2	…	i	…	n
Фактор	x_1	x_2	…	x_i	…	x_n
Отклик	y_1	y_2	…	y_i	…	y_n

Рассмотрим пример применения МНК для определения неизвестных коэффициентов математической модели с одной переменной x. Уравнение функции отклика неизвестно. Будем искать это уравнение в виде полинома m-го порядка:

$$\tilde{y} = b_0 x^0 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + \ldots + b_j x^j + \ldots + b_m x^m . \qquad (2.14)$$

Данный полином содержит $m + 1$ неизвестный коэффициент. Функция представляет собой сумму

$$y(\cdot) = b_0 x^0 + b_1 x^1 + b_2 x^2 + \ldots + b_j x^j + \ldots + b_m x^m , \qquad (2.15)$$

в которой параметрами являются коэффициенты b_j.

С учетом того, что $\partial\varphi / \partial b_j = x^j$, а также принимая во внимание (2.13) и (2.15), получим систему уравнений для определения коэффициентов b_j

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} (y_i - b_0 x_i^0 - b_1 x_i^1 - b_2 x_i^2 - \ldots - b_m x_i^m) x_i^j = 0 \\ j = 0,1,2,\ldots,m \end{cases}, \qquad (2.16)$$

Преобразуем систему (2.16). Для этого множитель x_i^j внесем в скобки и произведем перегруппировку слагаемых

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{n} y_i x_i^j - \sum\limits_{i=1}^{n} b_1 x_i^1 x_i^j - \sum\limits_{i=1}^{n} b_2 x_i^2 x_i^j - \ldots - \sum\limits_{i=1}^{n} b_m x_i^m x_i^j = 0, \\ j = 0,1,2,\ldots,m. \end{cases} \qquad (2.17)$$

Поменяем знаки в системе (2.17) на противоположные, перенесем первую сумму в правую часть и вынесем коэффициенты b_0, $b_1,\ldots,b_m$ из-под знака суммы. Тогда получим:

$$
\begin{cases}
b_0 \sum_{i=1}^{n} x_i^0 x_i^j + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^1 x_i^j + b_m \sum_{i=1}^{n} x_i^m x_i^j = \sum_{i=1}^{n} y_i x_i^j , \\
j = 0,1,2,\ldots,m.
\end{cases}
\qquad (2.18)
$$

Суммы, входящие в систему (2.18), есть постоянные числа, поэтому (2.18) является системой линейных алгебраических уравнений. Можно доказать, что уравнения данной системы являются линейно зависимыми при $n \le m$. Таким образом, система (2.18) может иметь единственное решение только в случае, если число опытов n больше порядка полинома m. Это условие, однако, является необходимым, но недостаточным.

Рассмотрим, в качестве примера обработку однофакторного эксперимента, результаты которого приведены в табл. 2.3 и на рис. 2.3 [22].

Таблица 2.3 – Результаты однофакторного эксперимента

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x_i	0	1	1	2	3	4	4	5	6	6
y_i	4	5	4	3	3	3	2	2	2	1

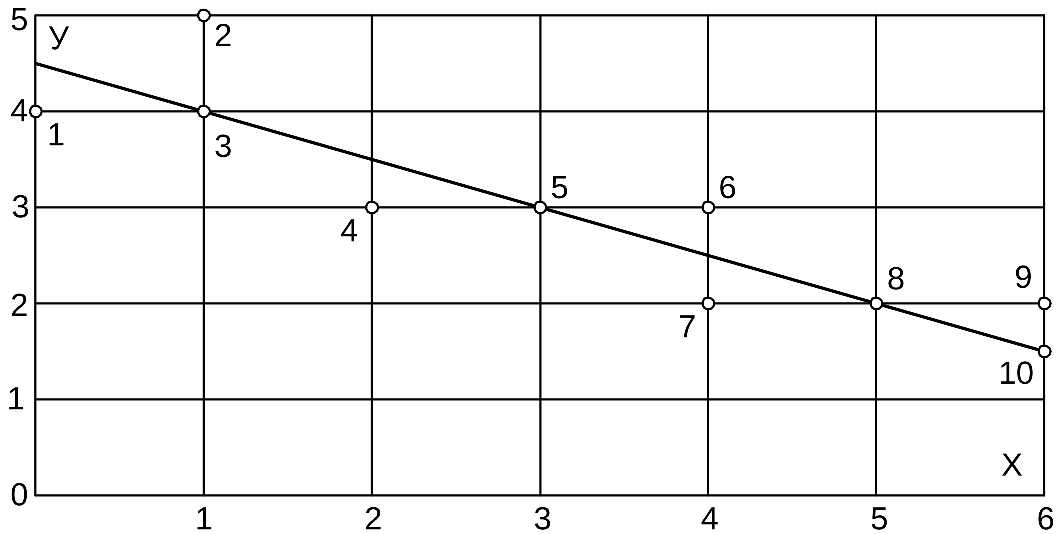


Рисунок 2.3 – Результаты однофакторного эксперимента

Число опытов n равно 10, порядок полинома m примем равным единице, число неизвестных коэффициентов равно двум. Таким образом, система уравнений для определения коэффициентов b_0 и b_1 имеет вид:

$$\begin{cases} b_0 \sum_{i=1}^{10} x_i^0 x_i^0 + b_1 \sum_{i=1}^{10} x_i^1 x_i^0 = \sum_{i=1}^{10} y_i x_i^0, \\ b_0 \sum_{i=1}^{10} x_i^0 x_i^1 + b_0 \sum_{i=1}^{10} x_i^1 x_i^1 = \sum_{i=1}^{10} y_i x_i^1. \end{cases} \quad (2.19)$$

Учитывая, что $x_i^0 = 1$, получим

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^{10} x_i = \sum_{i=1}^{10} y_i , \\ b_0 \sum_{i=1}^{10} x_i + b_1 \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = \sum_{i=1}^{10} y_i x_i . \end{cases} \quad (2.20)$$

Для накопления сумм, входящих в последнюю систему уравнений, удобно использовать таблицу результатов эксперимента, которую транспонируют (строки заменяют столбцами) и дополняют двумя колонками, в одной из которых записывают квадрат фактора x_i^2, а в другой произведение $y_i x_i$. Кроме того, таблицу дополняют строкой, в которой записывают суммы элементов столбцов (табл. 2.4).

С учетом полученных значений сумм система уравнений приобретает такой вид:

$$\begin{cases} 10b_0 + 32b_1 = 29 \\ 32b_0 + 144b_1 = 73 \end{cases}$$

Решение этой системы следующее:

$$b_0 = 4{,}4\,; \quad b_1 = -0{,}476\,.$$

Таким образом, мы можем записать уравнение функции, описывающей результаты эксперимента в таком виде

$$y = 4{,}4 - 0{,}476x$$

График этой функции приведен в виде сплошной линии на рис. 2.3.

Таблица 2.4 – Результаты эксперимента

i	x_i	y_i	x_i^2	$y_i x_i$
1	0	4	0	1
2	1	5	1	5
3	1	4	1	4
4	2	3	4	6
5	3	3	9	9
6	4	3	16	12
7	4	2	16	8
8	5	2	25	10
9	6	2	36	12
10	6	1	36	6
Σ	32	29	144	73

Данный пример показывает, что даже в простейшем случае (полином первого порядка) для вычисления коэффициентов приходится проделать относительно большое количество вычислений, причем объем вычислений многократно возрастает при повышении порядка полинома. Так, при m = 4 требуется вычислить 13 сумм и решить систему пяти уравнений с пятью неизвестными. Указанные расчеты при относительно высоких порядках полиномов обычно выполняют с помощью ПЭВМ.

Более детальное изложение МНК с графическим изображением поверхности отклика и аппроксимирующей поверхности для двух переменных и пример его применения для расчета неизвестных коэффициентов для линейной модели с одним фактором приведено в [24]. Там же на основе матричной алгебры показана возможность его применения для построения многофакторных моделей. Для этого рекомендуется перейти к матричной записи уравнений, необходимых для определения коэффициентов b.

2.4.2. МНК для линейной функции нескольких переменных

Допустим, в результате m-факторного эксперимента получено n значений отклика (табл. 2.5).

В данную таблицу введен фиктивный фактор $x_0 \equiv 1$. В каждой строке таблицы записаны условия (значения факторов) и результаты опытов (отклики). Запись x_{ji} означает значение j-го фактора в i-м факторе i-го опыта, запись y_i - значение отклика в i-м опыте.

Таблица 2.5 – Результат m-факторного эксперимента

i	x_0	x_1	x_2	…	x_j	…	x_m	y
1	x_{01}	x_{11}	x_{21}	…	x_{j1}	…	x_{m1}	y_1
2	x_{02}	x_{12}	x_{22}	…	x_{j2}	…	x_{m2}	y_2
…	…	…	…	…	…	…	…	…
i	x_{0i}	x_{1i}	x_2	…	x_{ji}	…	x_{mi}	y_i
…	…	…	…	…	…	…	…	…
n	x_{0n}	x_{1n}	x_{2n}	…	x_{jn}	…	x_{mn}	y_n

Уравнение функции отклика неизвестно. Будем искать это уравнение в виде линейной функции m переменных:

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_j x_j + ... + b_m x_m . \qquad (2.21)$$

Введение фиктивного фактора $x_0 \equiv 1$ дает возможность записать это уравнение в виде

$$\tilde{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + ... + b_j x_j + ... + b_m x_m , \qquad (2.22)$$

Данная функция содержит $m + 1$ неизвестный коэффициент. Функция $\varphi(\cdot)$ представляет собой сумму

$$\varphi(\cdot) = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_j x_j + \ldots + b_m x_m, \qquad (2.23)$$

в которой параметрами являются коэффициенты b_j.

С учетом того, что $\partial\varphi / \partial b_j = x_j$, а также принимая во внимание (2.13) и (2.15), получим систему уравнений для определения коэффициентов

$$\begin{cases} \sum(y_i - b_0 x_{0i} - b_1 x_{1i} - b_2 x_{2i} - \ldots - b_m x_{mi}) x_{ji} = 0, \\ j = 1,2,\ldots,m. \end{cases}, \qquad (2.24)$$

После несложных преобразований система (2.24) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} b_0 = \sum\limits_{i=1}^{n} x_{0i} y_{ji} + b_1 \sum\limits_{i=1}^{n} x_{1i} y_{ji} + \ldots + b_m \sum\limits_{i=1}^{n} x_{mi} y_{ji} = y_{ji} = \sum\limits_{i=1}^{n} y_i x_{ji}, \\ j = 0,1,2,\ldots,m. \end{cases} \qquad (2.25)$$

Данная система является системой линейных алгебраических уравнений.

Отметим, что изложенный здесь метод определения коэффициентов может быть распространен и на нелинейные модели. Пусть, например, проводится двухфакторный эксперимент, и модель находится в виде полинома второго порядка

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_1 x_2 + b_4 x_1^2 - b_5 x_2^2, \qquad (2.26)$$

Если обозначить

$$x_0 = 1,\ x_3 = x_1 x_2,\ x_4 = x_4^2,\ x_5 = x_2^2, \qquad (2.27)$$

то уравнение (2.26) примет вид

$$\tilde{y} = b_0 x_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5. \qquad (2.28)$$

Далее, путем введения фиктивных факторов x_3, x_4, и x_5, квадратичную функцию двух переменных преобразуем в линейную функцию пяти переменных.

Рассмотрим в качестве примера обработку двухфакторного эксперимента, связанного с определением зависимости ЭДС E генератора постоянного тока от тока возбуждения $\varphi_в$ и частоты вращения ω [22].

Введем относительные величины

$$x_1 = \varphi_в/\varphi_{вн}, \quad x_2 = \omega/\omega_н, \quad y = E,$$

где $\varphi_{вн}$, $\omega_н$ – номинальное значение тока возбуждения и частоты вращения.

Зависимость $y(x_1, x_2)$ приведена в табл. 2.6 и на рис. 2.4.

Таблица 2.6 – Зависимость $y(x_1,x_2)$

i	x_1	x_2	$Y = E$
1	0,2	0,50	56
2	0,6	0,50	92
3	1,0	0,50	112
4	0,2	0,75	84
5	0,6	0,75	140
6	1,0	0,75	164
7	0,2	1,0	112
8	0,6	1,0	184
9	1,0	1,0	220

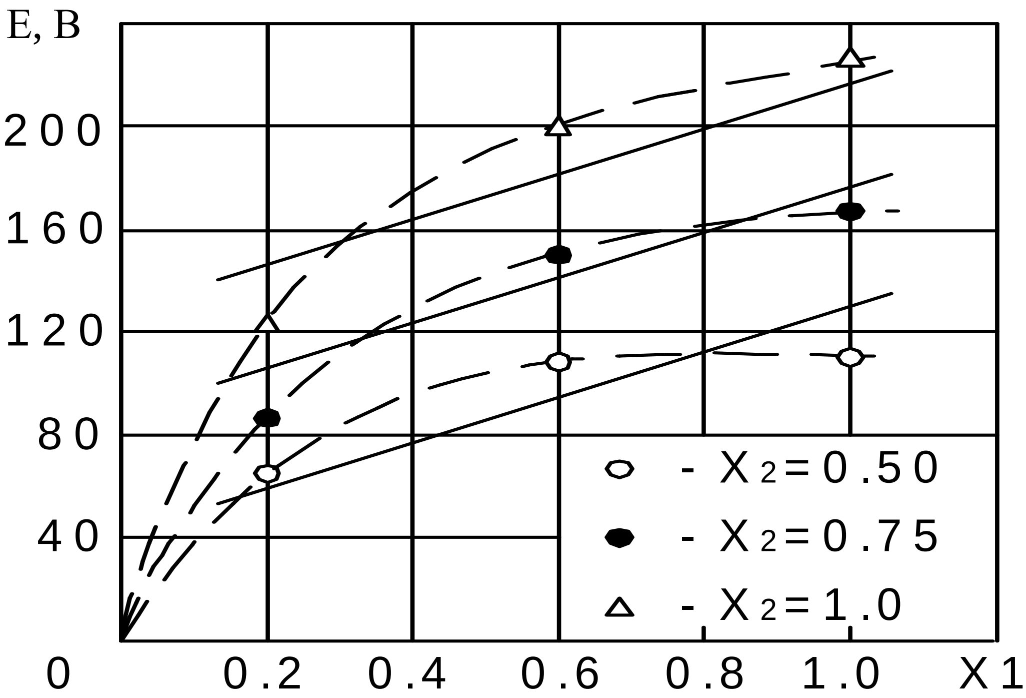


Рисунок 2.4 – Зависимость $y = E(x_1,x_2)$

Число опытов равно 9, число факторов – двум, число неизвестных коэффициентов – трем. Система уравнений для определения коэффициентов b_0, b_1 и b_2 имеет вид:

$$\begin{cases} b_0 n + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} = \sum_{i=1}^{n} y_i, \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{1i}, \\ b_0 \sum_{i=1}^{n} x_{2i} + b_1 \sum_{i=1}^{n} x_{1i} x_{2i} + b_2 \sum_{i=1}^{n} x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{2i}. \end{cases}$$

Для накопления суммы, входящих в данную систему уравнений, удобно использовать таблицу результатов эксперимента, дополненную колонками, в которые записывают следующие величины: $x_{1i}^2, x_{1i} - x_{2i}, x_{2i}^2, y_i x_{1i}, y_i x_{2i}$, а также строкой, в которую вносят суммы элементов столбцов (табл. 2.7).

Таблица 2.7 – Результаты эксперимента

i	x_1	x_2	y	x_1^2	x_2^2	x_{12}	yx_1	yx_2
1	0,2	0,50	56	0,04	0,25	0,10	11,2	28
2	0,6	0,50	92	0,36	0,25	0,30	55,2	46
3	1,0	0,50	112	1,00	0,25	0,50	112,0	56
4	0,2	0,75	84	0,04	0,5625	0,15	16,8	63
5	0,6	0,75	140	0,36	0,5625	0,45	84,0	105
6	1,0	0,75	164	1,00	0,5625	0,675	164,0	123
7	0,2	1,0	112	0,04	1,0	0,20	22,4	112
8	0,6	1,0	184	0,36	1,0	0,60	110,4	184
9	1,0	1,0	220	1,00	1,0	1,0	220,0	220
Σ	5,4	6,75	1164	4,20	5,44	4,05	795,0	937

С учетом полученных значений сумы система уравнений приобретает вид:

$$\begin{cases} 9{,}00b_0 + 5{,}40b_1 + 6{,}75b_2 = 1164, \\ 5{,}40b_0 + 4{,}20b_1 + 4{,}05b_2 = 796, \\ 6{,}75b_0 + 4{,}05b_1 + 5{,}44b_2 = 973. \end{cases}$$

Решение этой системы

$$b_0 = -58{,}82\,;\ b_1 = 101{,}67\,;\ b_2 = 169{,}54\,.$$

Таким образом, мы можем записать линейное уравнение функции, описывающей результаты эксперимента:

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2\,;$$
$$\tilde{y} = -58{,}2 + 101{,}67 x_1 + 169{,}54 x_2\,.$$

Сечение этой функции при x_2 = 0,5; 0,75; 1,0 изображены в виде сложных линий на рис. 2.4. Результаты сопоставления измеренных и предсказываемых моделей откликов приведены в табл. 2.8.

Таблица 2.8 – Результаты сопоставления откликов

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	56	92	112	84	140	164	112	184	220
$\tilde{y}$	46,28	86,95	127,62	88,67	129,38	170,01	131,05	171,72	212,39
$\varepsilon = y - \tilde{y}$	9,72	5,05	-15,62	-4,67	10,62	6,01	-19,05	12,28	7,61
$\frac{\varepsilon}{y} \cdot 100\%$	17,4	5,5	-14,0	-5,6	7,6	-3,7	-17,0	6,7	3,5

Как видно из данного примера, для вычисления коэффициентов b_0, b_1, и b_2 требуется выполнить значительный объем вычислений (определить 8 сумм и решить систему трех управлений с тремя неизвестными). Однако линейная модель плохо аппроксимирует результаты эксперимента (относительное отклонение превышает 17%).

В [22,23] приведен один простой прием, позволяющий существенно повысить точность математической модели объекта. Суть этого приема состоит в том, что полиномом аппроксимируется не отклик, а функция, представляющая собой отношение отклика к степенным функциям факторов

$$y / \prod_{j=1}^{m} (x_j)^{Pj}, \tag{2.29}$$

где P_j – показатели, значения которых подбирают с учетом характера сечения поверхности отклика.

С учетом (2.6) уравнение математической модели приобретает такой вид:

$$y = [\prod_{j=1}^{m} (x_j)^{Pj}](b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_m x_m). \tag{2.30}$$

Введение поправочного множителя в виде произведения степенных функций факторов делает модель нелинейной, что обеспечивает повышение ее точности. В [22] приведено применение изложенного выше даннного приема к рассмотренному выше примеру. Поскольку ЭДС генератора линейно зависит от частоты вращения якоря и напоминает график функции $y=\sqrt{x}$, введем поправочный множитель, и уравнение модели будем искать в виде

$$\tilde{y}=x_2\sqrt{x_1}(b_0+b_1x_1+b_2x_2)$$

Это означает, что полиномом мы будем аппроксимировать отношение отклика к поправочному множителю.

В табл. 2.9 приведены значения факторов x_1 и x_2, отклика у преобразованного отклика $y'=y/x_2\sqrt{x_1}$, а также значения $x_1^2, x_2^2, x_1x_2, y'x_1, y'x_2$, необходимые для вычисления сумм, входящих в систему уравнений для определения коэффициентов.

С учетом полученных значений сумм система уравнений прибрела вид

$$\begin{cases}9{,}00b_0+5{,}40b_1+6{,}75b_2=2129{,}9,\\5{,}40b_0+4{,}20b_1+4{,}05b_2=1242{,}6,\\6{,}75b_0+4{,}05b_1+5{,}44b_2=1596{,}5.\end{cases}$$

Таблица 2.9 – Значения факторов и откликов

i	x_1	x_2	y	y'	x_1^2	x_2^2	x_1x_2	$y'x_1$	$y'x_2$
1	0,2	0,50	56	250,4	0,04	0,25	0,10	50,1	1256,2
2	0,6	0,50	92	237,5	0,36	0,25	0,30	142,5	118,8
3	1,0	0,50	112	224,0	1,00	0,25	0,50	224,0	112,0

Продолжение табл. 2.9

4	0,2	0,75	84	250,4	0,04	0,5625	0,15	50,1	187,8
5	0,6	0,75	140	241,0	0,36	0,5625	0,45	144,6	180,8
6	1,0	0,75	164	218,7	1,00	0,5625	0,75	218,7	164,0
7	0,2	1,00	112	250,4	0,04	1,00	0,20	50,1	250,4
8	0,6	1,00	184	237,5	0,36	1,00	0,60	142,5	237,5
9	1,0	1,00	220	220,0	1,00	1,00	1,00	220,0	220,0
Σ	5,4	6,75	1164	2129,9	4,20	5,44	4,05	1242,6	1596,5

Столбцы же $x_0, x_4 = x_1^2$, и $x_5 = x_2^2$ не ортогональны между собой.

Поэтому неизвестные коэффициенты искомой математической модели $b_1, b_2, b_3 = b_{12}$ определяются по формуле

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{13} y_j x_{ji}}{\sum_{i=1}^{13} x_{ji}^2},$$

где y_i – экспериментальное среднеарифметическое значение функции отклика в i-ом опыте.

Коэффициенты $b_0, b_4 = b_{11}, b_5 = b_{22}$ определяются из решения системы уравнений, полученной из (2.22)

$$\begin{cases} b_0 \sum_{i=1}^{13} x_{0i}^2 + b_{11} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 + b_2 \sum_{i=1}^{13} x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^{13} y_i \,, \\ b_0 = \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 + b_{11} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 + b_{22} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 x_{2i}^2 = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2, \\ b_0 = \sum_{i=1}^{13} x_{2i}^2 + b_{11} \sum_{i=1}^{13} x_{1i}^2 x_{2i}^2 + b_{22} \sum_{i=1}^{13} x_{2i}^4 = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2. \end{cases}$$

Вычислив суммы в левых частях, получим

$$\begin{cases} 13b_0 + 8b_{11} + 8b_{22} = \sum_{i=1}^{13} y_i, \\ 8b_0 + 12b_{11} + 4b_{22} = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2, \\ 8b_0 + 4b_{11} + 12b_{22} = \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2. \end{cases}$$

Решение этой системы имеет вид

$$b_0 = 0{,}2\sum_{i=1}^{13} y_i - 0{,}1(\sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2);$$

$$b_{11} = 0{,}125\sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2 - 0{,}1\sum_{i=1}^{13} y_i + 0{,}01875(\sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2).$$

Решение этой системы

$$b_0 = 260{,}58;\ b_1 = -36{,}81;\ b_2 = -2{,}45.$$

Таким образом, мы можем записать уравнение функции, описывающей результаты эксперимента

$$\tilde{y} = x_2\sqrt{x_1}(b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2) = x_2\sqrt{x_1}(260{,}58 - 36{,}81x_1 - 2{,}45x_2).$$

Сечения этой функции при x_2 = 0,5; 0,75; 1,0 изображены в виде пунктирных линий на рис. 2.2. Результаты сопоставления измеренных и предсказываемых моделью откликов приведена в табл. 2.10 [22].

Таблица 2.10 – Результаты сопоставления моделей откликов

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y	56	92	112	84	140	164	112	184	220
$\tilde{y}$	56,38	91,89	111,27	79,38	137,49	166,45	112,84	182,84	221,32

Продолжение табл. 2.10

$\varepsilon = y - \tilde{y}$	-0,38	0,21	0,73	4,62	2,51	-2,45	-0,15	1,16	-1,32
$\frac{\varepsilon}{y} \cdot 100\%$	-0,68	0,12	0,65	5,50	1,79	-1,49	-0,18	0,63	-0,6

Из графиков и таблицы видно, что за счет введения поправочного множителя точность модели существенно повысилась (относительная погрешность не превышает 5,5 %).

2.4.3. МНК для ортогональных планов

Понятие ортогональности планов вытекает из понятия ортогональности векторов. Рассмотрим два плоских вектора:

$$U_1 = U_{11}\bar{i} + U_{12};$$
$$U_2 = U_{21}\bar{i} + U_{22}.$$

Скалярное произведение этих двух векторов равно

$$(\overline{U_1}\overline{U_2}) = U_{11}U_{21} + U_{12}U_{22}.$$

Таким образом, скалярное произведение двух векторов равно сумме попарных произведений соответствующих компонент (проекций).

Если два плоских вектора взаимно перпендикулярны (ортогональны), то их скалярное произведение равно нулю. Справедливо и обратное утверждение: если сумма попарных произведений соответствующих компонент двух векторов равна нулю, то эти два вектора ортогональны.

Понятие ортогональности распространяется на n-мерные векторы.

Пусть даны два n-мерных вектора

$$\tilde{x}_j = x_{j1}\bar{i}_1 + x_{j2}\bar{i}_2 + ... + x_{jn}\bar{i}_n;$$
$$x_k = x_{k1}\bar{i}_1 + x_{j2}\bar{i}_2 + ... + x_{jn}\bar{i}_n.$$

Скалярным произведением таких векторов называется сумма попарных произведений соответствующих компонент

$$\bar{x}_j \bar{x}_k = \sum_{i=1}^{n} x_{ji} x_{ki}$$

Два n-мерных вектора являются ортогональными, если сумма попарных произведений соответствующих компонент равна нулю.

Рассмотрим план m-факторного эксперимента, содержащего n опытов (табл. 2.4).

Каждый из факторов можно рассматривать как n-мерный вектор. План эксперимента называется ортогональным, если все указанные n-мерные векторы (факторы) являются взаимно ортогональными. Для ортогонального плана справедливо равенство

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ji} x_{ki} = 0, \quad \mathrm{j} \neq \mathrm{k}, \tag{2.28}$$

Если план эксперимента является ортогональным, система уравнений (2.18) распадается на систему независимых равенств, в каждом из которых имеется только один неизвестный коэффициент

$$b_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ji} = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji} . \tag{2.29}$$

Для ортогонального плана удается получить выражения для коэффициентов b_{j} в замкнутом виде

$$b_j = \sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji} / \sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2 . \tag{2.30}$$

Таким образом, ортогональное планирование эксперимента позволяет существенно упростить процедуру обработки результатов эксперимента.

Рассмотрим в качестве примера обработку двухфакторного эксперимента, результаты которого приведены в табл. 2.9 [22].

Таблица 2.11 – Результаты обработки двухфакторного эксперимента

i	x_0	x_1	x_2	$y(x_0)$	x_0^2	x_1^2	x_2^2	yx_1	yx_2
1	1	-1	-1	250,4	1	1	1	-250,4	-250,4
2	1	0	-1	237,5	1	0	1	0	-237,5
3	1	1	-1	224,0	1	1	1	224,0	-224,0
4	1	-1	0	250,4	1	1	0	-250,4	0
5	1	0	0	241,0	1	0	0	0	0
6	1	1	0	218,7	1	1	0	218,7	0
7	1	-1	1	250,4	1	1	1	-250,4	250,4
8	1	0	1	237,5	1	0	1	0	237,5
9	1	1	1	220,0	1	1	1	220,0	220,0
Σ	9	0	0	2129,9	9	6	6	-88,5	-4,0

Путем непосредственной проверки можно убедиться в том, что

$$\sum_{i=1}^{9} x_{01}x_{1i} = 0, \quad \sum_{i=1}^{9} x_{0i}x_{2i} = 0, \quad \sum_{i=1}^{9} x_{1i}x_{2i} = 0.$$

Поэтому план эксперимента является ортогональным. Определим коэффициенты математической модели:

$$b_0 = \sum_{i=1}^{9} y_i x_{0i} / \sum_{i=1}^{9} x_{0i}^2 ;$$

$$b_1 = \sum_{i=1}^{9} y_i x_{1i} / \sum_{i=1}^{9} x_{1i}^2 ;$$

$$b_2 = \sum_{i=1}^{9} y_i x_{2i} / \sum_{i=1}^{9} x_{2i}^2 ;$$

$$b_0 = 2129, / 9 = 236,63;$$

$$b_1 = -88{,}5/6 = -14{,}75\,;$$

$$b_2 = -4{,}0/6 = -0.67\,.$$

Подставив численные значения коэффициентов, получим уравнение модели

$$\tilde{y} = 236{,}65 - 14{,}75x_1 - 0.67x_2\,.$$

Как видим, процесс обработки ортогонального эксперимента существенно менее трудоемок, чем процесс обработки обычного неортогонального эксперимента. В следующем разделе излагаются некоторые приемы построения ортогональных планов.

Контрольные вопросы

1. Изложите понятия опыта, эксперимента и назовите их виды.
2. Изложите основные понятия и термины теории планирования эксперимента.
3. Сформулируйте определение процедуры планирования эксперимента и требования предъявляемые к объекту исследования, факторам, откликам и математической модели.
4. Приведите план m-факторного эксперимента из n опытов.
5. Назовите критерии аппроксимации, используемые при построении математических моделей.
6. Изложите суть метода наименьших квадратов и приведите примеры его применения для функций с одной и несколькими переменными.
7. Изложите особенности применения метода наименьших квадратов для ортогональных планов.
8. Изложите способы повышения точности математических моделей и приведите примеры.
9. Назовите отличительные особенности процесса обработки ортогонального эксперимента.
10. Назовите требования, предъявляемые к математической модели.

3. ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПЛАНЫ МНОГОФАКТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНОВ

Интерполяционные эксперименты проводятся с целью получения аналитической зависимости, связывающей отклик и факторы. В данном разделе будут изложены некоторые приемы построения ортогональных планов, позволяющих получать линейные и квадратичные модели объектов.

3.1. Ортогональные планы первого порядка

Как было показано в п. 2.4, план является ортогональным при выполнении условия

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ji} X_{ki} = 0, \; \mathrm{j} \neq \mathrm{k} \,. \tag{3.1}$$

где j и k – номера факторов (столбцов, колонок); i – номер опыта (строка, рядок); X_{ji}, X_{ki} – натуральные значения j-тых и k-тых факторов в i-ом опыте.

Положив $k = 0$, получим

$$\sum_{i=1}^{n} X_{ji} X_{0i} = \sum_{i=1}^{n} X_{ji} = 0, \quad \mathrm{j} \neq 0 \,. \tag{3.2}$$

Таким образом, необходимым условием ортогональности плана есть равенство нулю суммы элементов любого столбца за исключением столбца X_0, сумма элементов которого равна количеству опытов. Это условие является необходимым, но недостаточным, однако оно показывает, что значения каждого из факторов (кроме фиктивного фактора X_0) должны иметь различные знаки, причем сумма положительных значений должна быть равна сумме отрицательных значений факторов. Это свойство плана эксперимента называют свойством симметрии. В тех случаях, когда факторы не могут быть знакопеременными, их необходимо преобразовывать (кодировать).

Рассмотрим прием преобразования факторов, который обеспечивает симметрию плана эксперимента. Пусть в эксперименте каждый из факторов варьируется с постоянным шагом изменения

$$\Delta h_j = \frac{X_{j\max} - X_{j\min}}{P_j - 1} = \frac{Y_j}{P_j - 1} = \frac{2h_j}{P_j - 1}, \qquad (3.3)$$

где Δh_j – шаг изменения *j*-го фактора; Y_j – интервал варьирования *j*-го фактора; $X_{j\min}, X_{j\max}$ – минимальное и максимальное значения *j*-го фактора; h_j – шаг варьирования *j*-го фактора; P_j - количество уровней варьирования *j*-го фактора.

Если сместить начало координат на середину интервала варьирования фактора (совместить с нулевым уровнем *j*-го фактора) $X_{j0} = (X_{j\min} + X_{j\max})/2$, то в новой системе координат будем иметь как положительные, так и отрицательные значения, причем сумма всех значений преобразованного *j*-го фактора будет равна нулю. Преобразование осуществляется с помощью формулы

$$x_j = \frac{X_j - X_{j0}}{C_j}, \qquad (3.4)$$

где x_j – преобразованное (кодированное) значение *j*-го фактора X_j; C_j – произвольная постоянная величина; X_j – натуральное значение *j*-го фактора; X_{j0} – среднее натуральное значение *j*-го фактора.

Если положить $C_j = h_j$, кодирование значения, соответствующего верхнему и нижнему уровням факторов равно ± 1.

Можно доказать, что преобразование всех факторов по формуле (3.4) обеспечивает наряду с симметрией ортогональность плана первого порядка.

Рассмотрим в качестве примера двухфакторный эксперимент [22].

Значения факторов приведены в таблице 3.1 во второй и третьей колонках. Первый фактор x_1 варьируется от 1 до 3, второй x_2 от 1 до 4 шаги варьирования: $h_1 = 1$; $h_2 = 1.5$, нулевые уровни: $x_{10} = 2$; $x_{20} = 2.5$. Применим формулу преобразования (3.4), положив $C_j = h_j$:

$$x_1 = \frac{X_1 - 2}{1};\ \mathrm{x}_2 = \frac{X_2 - 2.5}{1.5}$$

Таблица 3.1 – Значения факторов

i	X_1	X_2	x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$
1	1	1	-1	-1	1
2	1	2	-1	-0,33	0,33
3	1	3	-1	0,33	-0,33
4	1	4	-1	1	-1
5	2	1	0	-1	0
6	2	2	0	-0,33	0
7	2	3	0	0,33	0
8	2	4	0	1	0
9	3	1	1	-1	-1
10	3	2	1	-0,33	-0,33
11	3	3	1	0,33	0,33
12	3	4	1	1	1
Σ			0	0	0

Значения преобразованных (кодированных) факторов x_1 и x_2, а также их произведения $x_3 = x_1 x_2$ приведены в четвертой, пятой и шестой колонках табл. 3.1. Суммы элементов этих колонок равны нулю.

Таким образом, рассмотренный выше прием позволил так преобразовать факторы, что для кодированных факторов матрица факторов приобрела свойство ортогональности.

3.2. Полный факторный эксперимент ПФЭ2^m

Стремление к минимизации числа опытов в эксперименте приводит к необходимости изучения свойств эксперимента, в котором каждый из факторов изменяется только на двух уровнях, один из которых является нижним, а другой – верхним. *Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется полным факторным экспериментом.* Поскольку каждый из m факторов изменяется на двух уровнях и число опытов при этом равно 2^m, такой эксперимент сокращенно обозначают ПФЭ2^m. Кодирование факторов следует производить по формуле:

$$x_j = (X_j - X_{j0})/h_j. \tag{3.5}$$

Поэтому кодированное значение верхнего уровня равно единице, а нижнего уровня – минус единице. Матрица факторов выглядит так, как это показано в табл. 3.2. При заполнении указанной матрицы возникают определенные трудности, особенно при большом количестве факторов. Для заполнения матрицы можно рекомендовать следующее правило: в столбце, соответствующем фактору $x_j (j > 0)$, последовательно чередуются 2^{j-1} единиц со знаком плюс и столько же единиц со знаком минус. В столбце x_0 все элементы равны +1. Ниже в качестве примера в табл. 3.3 приведена матрица факторов ПФЭ2^m.

Матрицы факторов ПФЭ2^m характеризуются следующими свойствами:

1. Свойство симметрии, которое состоит в том, что сумма элементов любого столбца (за исключением столбца x_0) равна нулю

$$\sum x_{ji} = 0, \ \mathrm{j} \neq 0, \tag{3.6}$$

где X_{ji} - кодированное значение j-го фактора в i-м опыте.

2. Свойство нормировки, которое состоит в том, что сумма квадратов элементов любого столбца равна количеству опытов:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ji}^2 = n, \tag{3.7}$$

2. Свойство ортогональности, которое состоит в том, что сумма попарных произведений элементов двух любых столбцов равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ji} x_{ki} = 0, \ \mathrm{j} = 0, \ \mathrm{j} \neq \mathrm{k}. \tag{3.8}$$

С учетом свойства нормировки формула для определения коэффициентов упрощается:

$$b_j = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i x_{ji} . \tag{3.9}$$

Рассмотрим в качестве примера двухфакторный эксперимент, значения факторов и результаты которого приведены в табл. 3.4 (слева от жирной линии) [22]. Колонки, расположенные справа от жирной линии, необходимы для накопления сумм, входящих в формулы для определения коэффициентов уравнения регрессии.

Таблица 3.2 – Значение факторов и результаты двухфакторного эксперимента

i	x_0	x_1	x_2	y	yx_1	yx_2
I	x_0	x_1	x_2	y	yx_1	yx_2
1	+1	+1	+1	14,8	14,8	14,8
2	+1	-1	+1	17,2	-17,2	17,2
3	+1	+1	-1	18,3	18,3	-18,3
4	+1	-1	-1	21,3	-21,3	-21,3
Σ				71,6	-5,4	-7,6

Указанные суммы соответственно равны:

$$\sum_{i=1}^{4} y_i x_0 = \sum_{i=1}^{4} y_i = 71{,}6; \qquad \sum_{\text{i}=1}^{4} \text{y}_{\text{i}} x_{1i} = -5.4, \ \sum_{\text{i}=1}^{4} \text{y}_{\text{i}} x_{2i} = -7{,}6.$$

Зная эти суммы, определяем коэффициенты:

$$b_0 = \frac{1}{4} 71{,}6 = 17{,}9; \quad b_1 = \frac{1}{4}(-5{,}4) = -1{,}35; \quad b_2 = \frac{1}{4}(-7{,}6) = -1{,}9.$$

Уравнение регрессии имеет вид

$$\tilde{y} = 17{,}9 - 1{,}35x_1 - 1{,}9x_2.$$

В табл. 3.3 приведены результаты сопоставления измеренных и предсказанных моделью откликов. Обращает на себя внимание постоянство модуля невязки во всех строках плана эксперимента. Это, однако, не случайное совпадение, а общая закономерность, которая формулируется как свойство рототабельности плана ПФЭ2^m. Это свойство состоит в том, что точность предсказания значений отклика на одинаковых расстояниях от центра плана постоянна.

Из табл. 3.4 следует, что предсказанные линейной моделью значения откликов отличаются от результатов эксперимента.

Таблица 3.3 – Результаты сопоставления откликов

I	y	$\tilde{y}$	$\varepsilon = y - \tilde{y}$
1	14,8	14,65	0,15
2	17,2	17,35	-0,15
3	18,3	18,45	-0,15
4	21,3	21,15	0,15

С целью повышения точности в модель вводят нелинейности. Простейшей нелинейностью является произведение двух факторов, которое называют эффектом парного взаимодействия уравнения регрессии при двухфакторном эксперименте, приобретает вид

$$\tilde{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2. \quad (3.10)$$

Введем фиктивный фактор $x_3 = x_1x_2$. Матрица ПФЭ с учетом этой переменной для эксперимента, рассмотренного в предыдущем примере, приведена в табл. 3.4.

Нетрудно путем простой проверки убедится в том, что данная матрица сохранила все свойства матриц ПФЭ.

Таблица 3.4 – План ПФЭ 2^m

i	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1 x_2$	y	y_{x_3}	$\tilde{y}$
1	+1	+1	+1	+1	14,8	+14,8	14,8
2	+1	-1	+1	-1	17,2	-17,2	17,2
3	+1	+1	-1	-1	18,3	-18,3	18,3
4	+1	-1	-1	+1	21,3	+21,3	21,3
Σ						0,6	

Таким образом, для определения коэффициента $b_3 = b_{12}$ можно воспользоваться формулой (3.9):

$$b_3 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} y_i x_{3i} ,$$

$$b_3 = \frac{14{,}8 - 17.2 - 18.3 + 21{,}3}{4} = \frac{0.6}{4} = 0{,}15 .$$

Уравнение регрессии с учетом эффекта парного взаимодействия

$$\tilde{y} = 17{,}9 - 1{,}35x_1 - 1{,}9x_2 + 0{,}15x_1x_2 .$$

Значения, предсказываемые уравнением регрессии, приведены в последней колонке табл. 3.4. Эти значения совпадают с результатами эксперимента. Такое совпадение неудивительно: число неизвестных коэффициентов, а, значит, и число уравнений, равно числу опытов.

Уравнение регрессии, в котором число неизвестных коэффициентов совпадает с числом опытов, называют насыщенным. Действительно число коэффициентов в уравнении регрессии не может превосходить число опытов.

3.3. Дробный факторный эксперимент ДФЭ$2^{m\text{-}q}$

Рассмотрим четырехфакторный эксперимент при двух уровнях варьирования каждого из факторов – ПФЭ2^4. Такой эксперимент включает в себя 16 опытов и позволяет построить насыщенное уравнение регрессии, содержащее главные линейные эффекты, а также эффекты взаимодействий – парных, тройных и четверного:

$$
\begin{aligned}
\tilde{y} = {} & b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + \\
& + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{14} x_1 x_4 + \\
& + b_{23} x_2 x_3 + b_{24} x_2 x_4 + b_{34} x_3 x_4 + \\
& + b_{123} x_1 x_2 x_3 + b_{124} x_1 x_2 x_4 + b_{134} x_1 x_3 x_4 + b_{234} x_2 x_3 x_4 + \\
& + b_{1234} x_1 x_2 x_3 x_4 .
\end{aligned}
\tag{3.11}
$$

В первой строке данного уравнения записаны слагаемые, определяющие главные линейные эффекты; в следующих двух строках – эффекты парных взаимодействий, затем – эффекты тройных взаимодействий, и, наконец, эффект четверного взаимодействия.

Практика показывает, что эффекты тройного взаимодействия и более высоких порядков (а в некоторых случаях и парные взаимодействия) статически не значимы, т.е. абсолютные значения соответствующих коэффициентов оказываются меньше ошибок их определения. Таким образом, для получения достаточной модели необходимо определить не 2^m, а значительно меньше коэффициентов. Например, если в четырехфакторном эксперименте доминирующими оказываются главные линейные эффекты, то уравнение регрессии будет содержать только пять слагаемых и число неизвестных коэффициентов также будет равно пяти. Таким образом, число опытов в эксперименте может быть уменьшено.

Эксперимент, содержащий часть опытов ПФЭ, называют дробным факторным экспериментом (ДФЭ).

В табл. 3.5 приведена матрица факторов ПФЭ2^{φ}. Поскольку уравнение регрессии содержит пять неизвестных коэффициентов, для их определения в принципе достаточно пяти опытов. Однако нечетное количество опытов обязательно приведет к несимметрии, а, значит, и к неортогональности плана.

Можно показать, что число опытов в ДФЭ $n_Д$ связано с числом опытов полного факторного эксперимента ПФЭ $n_П$ следующей зависимостью

$$n_Д = 2^{-q} n_П , \tag{3.12}$$

где q – целое положительное число – показатель или индекс дробности плана.

Таблица 3.5 Матрица факторов ПФЭ2^{φ}

I	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	+1
3	+1	+1	-1	+1	+1
4	+1	-1	-1	+1	+1
5	+1	+1	+1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1
7	+1	+1	-1	-1	+1
8	+1	-1	-1	-1	+1
9	+1	+1	+1	+1	-1
10	+1	-1	+1	+1	-1
11	+1	+1	-1	+1	-1
12	+1	-1	-1	+1	-1
13	+1	+1	+1	-1	-1
14	+1	-1	+1	-1	-1
15	+1	+1	-1	-1	-1
16	+1	-1	-1	-1	-1

Матрицу ДФЭ иногда называют дробной репликой ПФЭ. При q = 1 получается полуреплика (1/2-реплика), при q = 2 – четвертьреплика (1/4-реплика) и т.д. Сокращенно дробную реплику обозначают ДФЭ$2^{m\text{-}q}$ (m – число факторов).

В четырехфакторном эксперименте полуреплика содержит восемь опытов, а четвертьреплика – четыре. Поскольку определению подлежат пять коэффициентов, то для их определения требуется не меньше пяти опытов. Таким образом, в данном случае может быть использована полуреплика

ПФЭ. При составлении дробных реплик возникает вопрос, как из 2^m опытов ПФЭ выбрать 2^{m-q} опыта так, чтобы матрица ДФЭ была симметричной, нормированной и ортогональной? Для обеспечения указанных свойств ДФЭ необходимо придерживаться следующих правил:

1. Матрица ДФЭ2^{m-q} содержит 2^{m-q} строк и m + 1 колонок.

2. Колонки x_0, x_1, … , x_{m-q} заполняют по правилу заполнения матриц ПФЭ2^m.

3. Колонки x_{m-q+1}, x_{m-q+2}, … , x_m заполняют с помощью специальных выражений, представляющих собой произведения факторов x_1, x_2, … , x_{m-q} или части из них. Эти выражения называют генерирующими соотношениями. Количество генерирующих соотношений должно быть равно индексу дробности.

Матрица ДФЭ2^{4-1}, составленная с помощью указанных правил, приведена в табл. 3.6. При этом генерирующими соотношениями является

$$x_4 = x_1 x_2 x_3. \tag{3.13}$$

Генерирующее соотношение показывает, каким взаимодействием факторов замещается тот или иной линейный эффект. В нашем примере это означает смешивание линейного эффекта переменной x_4 с эффектом тройного взаимодействия факторов x_1, x_2, x_3. Иными словами, если в ПФЭ могут быть определены значения коэффициентов, b_4 и b_{123} окажутся одинаковыми (при этом необходимо иметь в виду, что план дробного эксперимента не может одновременно содержать колонки, учитывающие некоторый линейный эффект и замещающее этот эффект взаимодействие, так как эти колонки будут одинаковыми и, следовательно, план не будет обладать свойством ортогональности).

Смешивание оценок эффектов не означает неопределенности, так как дробный эксперимент проводится в предположении, что линейные эффекты являются доминирующими.

Таблица 3.6 – Матрица ДФЭ2^{4-1}

i	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	-1
3	+1	+1	-1	+1	-1
4	+1	-1	-1	+1	+1
5	+1	+1	+1	-1	-1
6	+1	-1	+1	-1	+1
7	+1	+1	-1	-1	+1
8	+1	-1	-1	-1	-1

Явление смешивания оценок записывают в символической форме

$$b_4 \to \beta_4 + \beta_{123}, \quad \text{или} \quad b_4 \leftrightarrow b_{123}.$$

Для определения смешивания оценок других эффектов пользуются выражением так называемого определяющего контраста. Определяющий контраст получают из генерирующего соотношения путем умножения его левой и правой частей на левую часть. В рассматриваемом нами примере определяющий контраст получается так:

$$x_4^2 = x_1 x_2 x_3 x_4. \tag{3.14}$$

Поскольку при примененном способе кодирования $x_j \pm 1$, то $x_j^2 = +1$ и число, стоящее в левой части определяющего контраста, всегда равно +1

$$1 = x_1 x_2 x_3 x_4. \tag{3.15}$$

Умножив левую и правую части определяющего контраста на любой фактор или любое взаимодействие, получим выражение, определяющее эффект смешивания, например:

$$x_1 \cdot 1 = x_1^2 x_2 x_3 x_4, \Rightarrow x_1 = x_2 x_3 x_4, \Rightarrow b_1 \leftrightarrow b_{234};$$

$$x_2 x_3 \cdot 1 = x_1 x_2^2 x_3^2 x_4, \Rightarrow x_2 x_3 = x_1 x_4 \Rightarrow b_{23} \leftrightarrow b_{14}.$$

Можно показать, что в данном примере нет ни одного главного линейного эффекта, смешанного с другим линейным эффектом, а все парные взаимодействия смешаны друг с другом.

Как уже указывалось выше, при $q > 1$ для построения дробной реплики необходимо q генерирующих соотношений, которые порождают q выражений контрастов, имеющих различные количества сомножителей в правых частях определяющих контрастов, которые называют разрешающей способностью υ дробной реплики. В рассматриваемом примере $\upsilon = 4$, и данный эксперимент сокращенно обозначают ДФЭ2^{4-1}.

Дробные реплики позволяют уменьшить число опытов и, в некоторых случаях приблизить число опытов к числу факторов, считая и фиктивный фактор x_0, т.е. насытить план. ДФЭ удобен для построения линейных моделей при большом числе факторов. При этом, однако, априори должно быть известно, что эффекты взаимодействия проявляются слабо. Вообще дробные реплики удобны для исследования отклика в первом приближении, при относительно небольшом интервале варьирования факторов, когда поверхность отклика близка к гиперплоскости. В противном случае использование дробных реплик может привести к недоразумениям.

3.4. Ортогональные планы второго порядка

Уравнения регрессии, учитывающие эффекты взаимодействия, являются нелинейными. Однако, если зафиксировать все факторы, кроме какого-либо одного, на определенных уровнях, то полученная таким способом зависимость является линейной. Иначе говоря, уравнения с учетом эффектов взаимодействия являются линейными в сечениях. В ряде случаев такими уравнениями нельзя с приемлемой точностью описать реальную поверхность отклика. Это, например, может быть в области минимума или максимума функции отклика. В таких случаях уравнение регрессии должно быть нелинейным в сечениях. Введение в уравнение регрессии квадратов факторов обеспечивает получение указанных нелинейностей. Планирование эксперимента, имеющее своей целью получение уровня регрессии в виде квадратичного полинома, называется планированием второго порядка. Полином второго порядка содержит слагаемые, учитывающие главные линейные эффекты, эффекты парных взаимодействий, а также квадратичные эффекты. В общем случае такой полином имеет вид

$$\tilde{y} = \sum_{j=0}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_j x_k + \sum_{j=1}^{m} b_{jj} x_j^2 . \tag{3.16}$$

Первое слагаемое правой части учитывает главные линейные эффекты, второе – эффекты взаимодействия, третье – квадратичные эффекты. Главные линейные эффекты формально можно рассматривать как эффекты взаимодействия с фиктивным фактором $x_0 = 1$. Тогда выражение (3.11) переписывается более компактно

$$\tilde{y} = \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_j x_k . \tag{3.17}$$

В частности, при $m = 2$ (двухфакторный эксперимент) получим

$$\tilde{y} = b_{00} x_0 x_0 + b_{01} x_0 x_1 + b_{02} x_0 x_2 + b_{11} x_1 x_1 + b_{11} x_1 x_1 + b_{12} x_1 x_2 + b_{22} x_2 x_2 =$$
$$= b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 .$$

Количество подлежащих определению коэффициентов квадратичного уравнения регрессии равно

$$n_k = m + 1 + c_m^2 + m = \frac{m^2 + 3m + 2}{2} . \tag{3.18}$$

На рис. 3.1 приведены координаты точек состояния объекта исследования при двухфакторном эксперименте, проводимом в соответствии с планом ОЦКП второго порядка. Матрица планирования приведена в табл. 3.7.

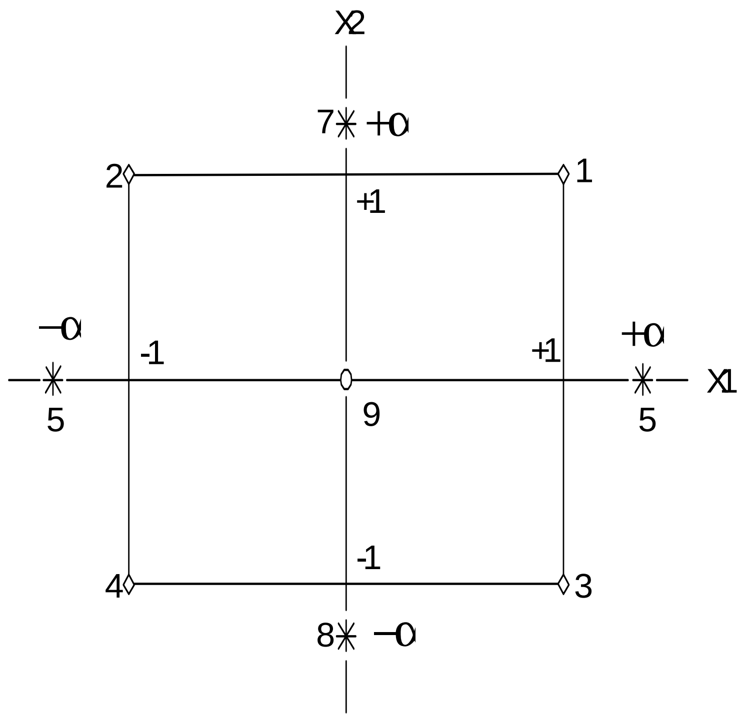


Рисунок 3.1 – Координаты размещения точек состояния в ОЦКП при двух факторах:◊ – точки ПФЭ2^2; * – звездные точки; ○ – нулевая точка

Полный или дробный факторный эксперимент не позволяет определить коэффициенты квадратичного полинома по следующим причинам:

1. Два уровня варьирования факторов не позволяют выявить нелинейный характер сечения поверхности отклика.

2. При $m \leq 3$ число опытов меньше числа неизвестных коэффициентов.

3. Столбцы х тождественны столбцу x_0, поэтому такой план не является симметричным и ортогональным.

При построении плана второго порядка ПФЭ или ДФЭ используют лишь в качестве его составной части (ядра). Ядро плана дополняется точками, координаты которых выбирают из условий симметрии и ортогональности. Наибольшее распространение получили так называемые ортогональные центрально-композиционные планы (ОЦКП) второго порядка. Ядро такого плана – ПФЭ или ДФЭ – дополняется m парами симметричных точек, расположенных на координатных осях на некотором расстоянии α от центра плана (звездные точки), а также точкой в центре плана (нулевая точка). Число α называется звездным плечом.

Таблица 3.7 – Матрица планирования

I	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$
1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	-1
3	+1	+1	-1	-1
4	+1	-1	-1	+1
5	+1	+α	0	0
6	+1	-α	0	0
7	+1	0	+α	0
8	+1	0	-α	0
9	+1	0	0	0

Такая матрица симметрична и ортогональна, но не обладает свойством нормировки. Введение фиктивных факторов $x_4 = x_1^2$ и $x_5 = x_2^2$ нарушает симметрию и ортогональность матрицы, так как такие фиктивные факторы неотрицательны.

Для учета квадратичных эффектов вводят фиктивные факторы вида $x_j^2 - \varphi$, где φ – положительное постоянное число, именуемое поправкой. Значения поправки φ и звездного плеча α однозначно определяют исходя из условий симметричности и ортогональности плана.

В табл. 3.8 приведена матрица ОЦКП двухфакторного эксперимента с учетом фиктивных факторов $x_4 = x_1^2 - \varphi$ и $x_5 = x_5^2 - \varphi$.

Столбцы x_4 и x_5 взаимно ортогональны со столбцами x_1, x_2 и x_3 при любых значениях α и φ, а ортогональность этих столбцов друг с другом и со столбцом x_0 (т.е. их симметрия) наблюдается лишь при конкретных значениях α и φ, которые могут быть получены путем решения системы двух уравнений.

Составление уравнения симметрии сводится к приравниванию нулю суммы элементов столбцов x_4 или x_5.

$$4(1-\varphi) \; + 2\left(\alpha^2 - \varphi\right) - 3\varphi = 0\,, \tag{3.19}$$

Таблица 3.8 – Матрица ОЦКП

i	X_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	$x_4 = x_1^2-\varphi$	$x_5 = x_2^2-\varphi$
1	+1	+1	+1	+1	$1-\varphi$	$1-\varphi$
2	+1	-1	+1	-1	$1-\varphi$	$1-\varphi$
3	+1	+1	-1	-1	$1-\varphi$	$1-\varphi$
4	+1	-1	-1	+1	$1-\varphi$	$1-\varphi$
5	+1	+α	0	0	$\alpha^2-\varphi$	$-\varphi$
6	+1	-α	0	0	$\alpha^2-\varphi$	$-\varphi$
7	+1	0	+α	0	$-\varphi$	$\alpha^2-\varphi$
8	+1	0	-α	0	$-\varphi$	$\alpha^2-\varphi$
9	+1	0	0	0	$-\varphi$	$-\varphi$

Составление уравнения ортогональности сводится к приравниванию нулю суммы попарных произведений элементов столбцов x_4 и x_5

$$4(1-\varphi)^2 + 4\varphi\left(\alpha^2 - \varphi\right) + \varphi^2 = 0 \qquad (3.20)$$

Решив указанную систему уравнений получим: $\alpha = 1$, $\varphi = 2/3$

В общем случае (при m факторах) с ядром в виде ДФЭ2^{-q} указанная система уравнений приобретает следующий вид:

$$\begin{cases} 2^{m-q}(1-\varphi) + 2\left(\alpha^2 - \varphi\right) - (2m-1)\varphi = 0, \\ 2^{m-q}(1-\varphi)^2 - 4\varphi\left(\alpha^2 - \varphi\right) + (2m-3)\varphi^2 = 0. \end{cases} \qquad (3.21)$$

Результаты решения системы (3.21) приведены в табл. 3.9.

Таблица 3.9 – Результаты решения системы уравнений (3.21)

q	Значения α и φ						
	m	2	3	4	5	6	7
0	α	1,000	1,215	1,414	1,596	1,761	1,910
	φ	0,667	0,730	0,800	0,863	0,912	0,945
1	α	-	-	-	1,546	1,724	1,884
	φ	-	-	-	0,769	0,843	0,900
2	α	-	-	-	-	-	1,841
	φ	-	-	-	-	-	0,825

В силу ортогональности матрицы планирования определение коэффициентов уравнения регрессии производится по формуле (2.30). Уравнение регрессии с учетом квадратичных эффектов записывают следующим образом:

$$\tilde{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11}\left(x_1^2 - \varphi\right) + b_{22}\left(x_2^2 - \varphi\right). \tag{3.22}$$

Обозначив

$$b_0^{'} = b_0 - \varphi(b_{11} - b_{22}), \tag{3.23}$$

получим

$$\tilde{y} = b_0^{'} + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2, \tag{3.24}$$

В общем случае:

$$\tilde{y} = \sum_{j=0}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_{jk} + \sum_{j=1}^{m} b_{jj}\left(x_j^2 - \varphi\right); \tag{3.25}$$

$$\tilde{y} = \left(b_0 - \varphi \sum_{j=1}^{m} b_{jj}\right) + \sum_{j=1}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_{jk} + \sum_{j=1}^{m} b_{jj} x_j^2 =$$

$$= b_0^{'} + \sum_{j=1}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_{jk} + \sum_{j=1}^{m} b_{jj} x_j^2 . \tag{3.26}$$

Рассмотрим в качестве примера двухфакторный эксперимент [22]. Матрица ортогонального центрально-композиционного плана этого эксперимента и полученные результаты, после проведения исследований на его основе, приведены в таблице 3.10, в которой приняты следующие обозначения: y – экспериментальные значения функции отклика, $\tilde{y}$ – расчетные значения функции отклика, предсказанные моделью.

Таблица 3.10 – Матрица ОЦКП

i	x_0	x_1	x_2	$x_3=x_1x_2$	$x_4=x_1^2-\varphi$	$x_5=x_2^2-\varphi$	y	$\tilde{y}$
1	+1	+1	+1	+1	1/3	1/3	7	7,17
2	+1	-1	+1	-1	1/3	1/3	4	4,17
3	+1	+1	-1	-1	1/3	1/3	3	2,83
4	+1	-1	-1	+1	1/3	1/3	6	5,83
5	+1	+1	0	0	1/3	-2/3	5	5
6	+1	-1	0	0	1/3	-2/3	5	5
7	+1	0	+1	0	-2/3	1/3	3	2,67
8	+1	0	-1	0	-2/3	1/3	1	1,33
9	+1	0	0	0	-2/3	-2/3	2	2

Приведем результаты вычисления коэффициентов:

$$\sum_{i=1}^{9} x_{0i}^2 = 9; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{1i}^2 = 6; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{2i}^2 = 6;$$

$$\sum_{i=1}^{9} x_{3i}^2 = 4; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{4i}^2 = 2; \qquad \sum_{i=1}^{9} x_{5i}^2 = 2;$$

$$\sum_{i=1}^{9} y_i x_{0i}^2 = 36; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{1i}^2 = 0; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{2i}^2 = 4;$$

$$\sum_{i=1}^{9} y_i x_{3i}^2 = 6; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{4i}^2 = 6; \qquad \sum_{i=1}^{9} y_i x_{5i}^2 = 0.$$

Можно убедиться, что столбцы x_1, x_2 и $x_3 = x_1x_2$ взаимно ортогональны между собой и с остальными столбцами.

$$b_0 = \frac{36}{9} = 4; \qquad b_1 = \frac{0}{6} = 0; \qquad b_2 = \frac{4}{6} = 0{,}67;$$

$$b_{12} = b_3 = \frac{6}{4} = 1{,}5; \qquad b_{11} = b_4 = \frac{6}{2} = 3; \qquad b_{22} = \frac{0}{2} = 0.$$

Уравнение регрессии

$$\tilde{y} = 4 + 0{,}67x_2 + 1{,}5x_1x_2 + 3\left(x_1^2 - 0{,}67\right). \qquad (3.27)$$

После раскрытия скобок получим

$$\tilde{y} = 2 + 0{,}67x_2 + 1{,}5x_1x_2 + 3x_1^2. \quad (3.28)$$

Значения $\tilde{y}$, соответствующие узловым точкам плана, приведены в табл. 3.10. Из результатов сопоставления измеренных и предсказанных модельных откликов видно, что невязка (погрешность предсказания отклика) не является постоянной в равноотстоящих от центра точках факторного пространства. Это объясняется тем, что ОЦКП не обладает свойством ротатабельности.

Для уменьшения числа опытов в планах второго порядка применяют идею композиционного планирования. Она предусматривает сначала исследование на основе плана ПФЕ2^m, а только потом, если полученная математическая модель не может быть признана адекватной, добавляют к этому плану опыты в так называемых "звездных" точках и опыт в центре плана эксперимента. В случаях при $m < 3$, для уменьшения числа опытов можно также применять трехуровневые планы полного факторного эксперимента ПФЕ3^m (планы Коно ПФЕ3^2), которые изложены в [25].

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте назначение и особенности ортогональных планов и интерполяционных экспериментов.
2. Дайте определение полного факторного эксперимента ПФЭ2^m и приведите примеры их построения и проведения многофакторного эксперимента при $m = 3$ и $m = 5$.
3. Изложите требования, предъявляемые к планам ПФЭ2^m.
4. Для чего и как проводится кодирование факторов? Примеры.
5. Изложите методику построения математических моделей первого порядка на основе планов ПФЭ2^m и дробного плана ДФЭ2^{m-q}.
6. Приведите методику построения математических моделей второго порядка на основе планов ОЦКП и ДОЦКП.
7. Изложите особенности экспериментов ДФЭ2^{m-q} и ДОЦКП.

4. РОТАТАБЕЛЬНЫЕ ПЛАНЫ ВТОРОГО ПОРЯДКА

Ротатабельное планирование обеспечивает равную точность предсказания отклика на поверхности сферы радиуса $r = \sqrt{\sum_{j=1}^{m} x_j^2}$, на которой находится предсказываемая точка. Планы, обеспечивающие получение равноточных результатов для любой точки области определения факторов, называются униформ-ротатабельными композиционными планами второго порядка (УРКП). Структура УРКП не отличается от структуры соответствующих ортогональных планов. Ядром плана является план ПФЭ2^n (или $ДФЄ2^{n-n'}$), затем планируется совокупность «звездных» точек со специальным образом, определенным плечом звёздной точки R и некоторое число N_{III} повторностей в центре плана. Общее число опытов в плане будет равно

$$N = 2^n + 2n + N_{\text{III}} \tag{4.1}$$

Если дисперсия предсказанного значения функции отклика не зависит для ротатабельного плана от направления радиуса вектора, то вращение системы осей координат не должно изменить величину дисперсии. Основываясь на этом свойстве, определяют плечо «звездной» точки.

В таблице даются вычисленные значения плеч α и числа повторностей в центре плана N_{III}. Они наиболее распространены в практике ротатабельного планирования и отличаются от ОЦКП лишь величиной звездного плеча α, которое определяется по формуле:

для ПФЭ2^m как $$\alpha = 2\frac{m}{4}, \tag{4.2}$$

для ДФЭ2^{m-1} как $$\alpha = 2\frac{m-1}{4}, \tag{4.3}$$

для ДФЭ2^{m-q} при q>1 как $$\alpha = 2\frac{m-q}{4}. \tag{4.4}$$

Чтобы осуществить униформ-планирование, соответствующим образом рассчитывают необходимое число повторностей в центре плана N_{III}.

В табл. 23, которая приведена в [25], даются вычисленные значения звездных плеч α и числа повторностей в центре плана N_{III}. Там же в [25], в таблицах приложения 12, приведены некоторые УРКП. Они наиболее распространенные в практике ротатабельного планирования и отличаются от ОЦКП лишь величиной звездного плеча α, которое определяется по выше приведенным формулам (4.2), (4.3) и (4.4), а также дублированием опытов в центре плана.

При большом числе факторов соответствующие формулы более громоздки. Значения звездных плеч α и чисел опытов в центре плана N_{III} в зависимости от количества факторов m и индексов дробности q приведены в табл. 4.1.

Униформ-рототабельные планы не являются ортогональными, однако свойство ортогональности остается в силе для всех реальных кодированных факторов и их парных взаимодействий. Поэтому значения соответствующих коэффициентов вычисляют по формулам, полученным для ОЦКП.

Таблица 4.1 – Значения звездных плеч и числа опытов в центре плана.

m	2	3	4	5	5	6	6	7	7	8	8	8
q	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	1	2
N_{III}	5	6	7	10	6	15	9	21	14	28	20	13
α	1,414	1,682	2	2,378	2	2,828	2,378	3,364	2,828	4	3,364	2,828

Коэффициенты $b_{jj}(j = 0,1,2,\ldots,m)$ не могут быть найдены независимо друг от друга, а определяются путем решения системы m+1 линейных алгебраических уравнений, получаемых из табл. 4.2.

$$b_{22} = 0.125\sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2 - 0.1\sum_{i=1}^{13} y_i + 0.01875\left(\sum_{i=1}^{13} y_i x_{1i}^2 + \sum_{i=1}^{13} y_i x_{2i}^2\right), \qquad (4.5)$$

В табл. 4.2 приведена матрица УРКП при двух факторах (m = 2).

Таблица 4.2 – Матрица УРКП при m = 2

X_0	I	x_1	x_2	$x_3=x_1x_2$	$x_4=x_1^2$	$x_5=x_2^2$
+1	1	+1	+1	+1	+1	+1
+1	2	-1	+1	-1	+1	+1
+1	3	+1	-1	-1	+1	+1
+1	4	-1	-1	+1	+1	+1
+1	5	+1,414	0	0	+2	0
+1	6	-1,414	0	0	+2	0
+1	7	0	+1,414	0	0	+2
+1	8	0	-1,414	0	0	+2
+1	9	0	0	0	0	0
+1	10	0	0	0	0	0
+1	11	0	0	0	0	0
+1	12	0	0	0	0	0
+1	13	0	0	0	0	0

Более подробно вопросы применения и примеры построения планов УРКП второго порядка изложены в [25] и приведены в приложении 4.

Контрольные вопросы

1. Изложите особенности построения униформ-ротатабельных композиционных планов второго порядка (УРКП) и проведения исследований на их основе и приведите примеры.
2. Составьте матрицу УРКП второго порядка при m = 2.
3. Приведите формулы для определения коэффициентов математических моделей на основе планов УРКП.
4. Как определяется число опытов и значения звездных плеч для планов УРКП?
5. В чем отличие планов ОЦКП от планов УРКП?
6. Какие планы могут выбираться в качестве ядра плана УРКП?
7. Приведите примеры построения планов УРКП при m = 4 и m = 5.

5. РЕАЛИЗАЦИЯ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПЛАНОВ

Применение ортогональных планов при испытаниях исследовании электрических аппаратов и электробытовых устройств позволяет получить их математические модели при сравнительно небольшом числе опытов, что позволяет существенно сократить сроки их проведения, материальные, трудовые и финансовые затраты.

5.1. Проведение экспериментальных исследований

Проведение многофакторных экспериментальных исследований на основе теории планирования эксперимента предполагает планирование, проведение и обработку результатов и включает следующие этапы:

- представление объекта исследований в виде кибернетической системы – «чёрного ящика»;
- выбор функций отклика;
- выбор факторов;
- выбор вида математической модели, которую необходимо построить;
- выбор условий проведения опытов;
- выбор уровней и интервалов варьирования факторов;
- кодирование факторов;
- выбор плана эксперимента и построение его матрицы планирования;
- реализация плана эксперимента путем проведения экспериментальных исследований в соответствии с матрицей планирования, с целью получения экспериментальных значений функций отклика;
- расчет коэффициентов искомой математической модели на основе экспериментальных значений функций отклика;
- математическая обработка результатов эксперимента.

При планировании эксперимента необходимо строго учитывать требования, предъявляемые к факторам, важнейшими из которых являются совместимость и некоррелированность (независимость).

Планирование эксперимента дает возможность варьировать одновременно все факторы и оценивать основные эффекты взаимодействия. При проведении экспериментальных исследований согласно составленной матрицы планирования необходимо выбрать число параллельных опытов, проведение которых необходимо для исключения грубых ошибок, определения и оценки дисперсии воспроизводимости.

В [32] показано, что при проведении экспериментальных исследований на основе теории планирования эксперимента возможны четыре типичных случая, связанных с дублированием опытов:

- равномерное дублирование;
- неравномерное дублирование;
- дублирование в одной точке;
- дублирование в отдельной серии, состоящей из определенного числа опытов.

В [32] указано, что обычно предпочитают равномерное дублирование опытов, так как в этом случае исходная ортогональность матрицы планирования (т.е. ортогональность дублируемого плана) не нарушается. В остальных трёх случаях имеет место нарушение ортогональности дублируемых планов, что требует некоторых изменений в дисперсионном и регрессионном анализе при обработке результатов эксперимента.

Число параллельных опытов определяется либо предварительно и независимо от наблюдений, либо в процессе моделирования с применением метода последовательного анализа [33]. В том и другом случаях это число обуславливается желаемым уровнем значимости результатов. Поэтому для повышения достоверности результатов каждый опыт дублируют, повторяют несколько раз, т.е. проводят параллельные опыты. Матрица планирования эксперимента с проведением параллельных опытов дана в табл. 5.1. Чаще всего в каждой строке плана (при одинаковых условиях) проводится одно и то же количество параллельных опытов. В результате i-го опыта получается ряд значений откликов $Y_{i1}, Y_{i2}, ..., Y_{is}, ..., Y_{in}$..

Повышение точности достигается также путем уменьшения влияния не учитываемых и не контролируемых причин. Для этого опыты проводятся в случайной последовательности, процесс организации которой называется рандомизацией. Ее можно организовать с помощью таблиц случайных чисел или лотереи.

Пусть требуется рандомизировать эксперимент, состоящий из восьми опытов. Из таблицы случайных чисел (см. приложение 2) выписываем восемь c-значных чисел. Приняв $c = 2$ и приписав каждому из них номер соответствующего опыта, получим:

36,	66,	25,	32,	38,	64,	70,	26	–	случайные числа.
1,	2,	3,	4,	5,	6,	7,	8	–	номера опыта в нерандомизированом плане.

Расположив случайные числа в порядке возрастания, получим последовательность проведения опытов:

25,	26,	32,	38,	56,	64,	66,	70	–	случайные числа;
3,	8,	4,	5,	1,	6,	2,	7	–	номера опыта в рандомизированом плане;

5.2. Оценка однородности эксперимента

Обработку результатов проводим в такой последовательности:

- проводится оценка однородности эксперимента по критерию Стьюдента, по результатам которой выявляются и исключаются грубые ошибки-промахи;
- проводится исследование закона распределения случайных ошибок;
- определяется математическое ожидание в каждой строке плана как среднеарифметический результат проведенных опытов.

При проведении анализа полученных экспериментальных результатов может выявиться, что при одних и тех же условиях опытов результаты различаются по величине. Это указывает на то, что они являются случайными величинами.

Последнее может быть обусловлено допусками и отклонениями геометрических, конструктивных и других параметров, которые также могут быть отнесены к случайным событиям. В этом случае при построении математических моделей мы можем воспользоваться методами математической статистики [34, 35].

Однако, при этом анализу результатов экспериментальных исследований должно предшествовать исследование закона распределения случайных ошибок [36]. Это может быть проверено различными методами (расчетом основных параметров, графическим анализом), которые приведены в [35, 37, 38]. Подтверждение того, что полученные экспериментальные значения исследуемых функций отклика не противоречат гипотезе о нормальном законе распределения случайных ошибок (распределение Лапласса-Гаусса), позволяет при обработке результатов эксперимента использовать все статистические методы, основанные на этой гипотезе, а именно использовать среднее арифметическое и дисперсии.

Обработка результатов в этом случае проводится в определённой последовательности.

При проведении эксперимента возможны грубые ошибки-промахи. Это может быть связано, например, с записью результата эксперимента не в ту клетку таблицы. С целью выявления и исключения промахов проводится проверка однородности параллельных опытов.

Пусть в i-й строке среди результатов $Y_{i1}, Y_{i2}, ..., Y_{is}, ..., Y_{in}$ имеется результат Y_i^*, в отношении которого высказывается предположение, что этот результат ошибочен. При этом составляется отношение

$$t = \frac{\left| Y_i^* - \overline{Y_i^*} \right|}{\sigma_i^*}, \tag{5.1}$$

где $\overline{Y_i^*}, \sigma_i^*$ – оценки математического ожидания и среднеквадратичного отклонения без учета сомнительного результата:

$$\overline{Y}_i^* = \frac{1}{u-1}\sum_{s=1}^{u} Y_{is}, \qquad Y_{is} \neq Y_i^*; \qquad (5.2)$$

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{1}{u-1}\sum_{s=1}^{u}(Y_{is} - Y_i^*)^2}, \qquad Y_{is} \neq Y_i^*. \qquad (5.3)$$

Случайная величина t имеет u - 2 степени свободы (число независимых параллельных опытов минус две связи – определения $\overline{Y}_i^*$ и σ_i^*).

Формально процедура проверки статистической гипотезы производится с помощью сопоставления того или иного расчетного показателя с табличным значением критерия (в данном случае t) при заданной доверительной вероятности P (или уровня значимости g = 1 – P). Если расчетное значение оказывается меньше табличного, то с вероятностью P можно принять данную гипотезу. В противном случае гипотеза отвергается (вероятность правдоподобия гипотезы меньше P).

Таким образом, при $t_р < t$ с вероятностью P можно считать, что параллельные опыты однородны, в противном случае результат рассматривается как следствие грубого промаха.

Пусть в i-й строке плана получены следующие результаты:

2,8; 2,7; 2,9; 3,1; 3,0; 3,8.

Количество параллельных опытов равно шести (u = 6), последний результат сомнителен. Определим $\overline{Y_i^*}$ и σ_i^*:

$$\overline{Y_i^*} = \frac{1}{5}(2{,}8 + 2{,}7 + 2{,}9 + 3{,}1 + 3{,}0) = \frac{1}{5}14{,}5 = 2{,}9;$$

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{1}{4}(0{,}01 + 0{,}04 + 0 + 0{,}04 + 0{,}01)} = 0{,}158.$$

Расчетное значение критерия Стьюдента

$$t_p = \frac{3{,}8 - 2{,}9}{0{,}158} = 6{,}3.$$

Табличное значение при P = 0,95 для f = 6 - 2 = 4 равно 2,78 (таблица значений критерия Стьюдента приведена в приложении 2). Поскольку $t_p > t$ гипотеза об однородности опытов отвергается, поэтому результат последнего опыта следует отбросить а опыт повторить.

После устранения ошибочных результатов приступают к проверке однородности оценок дисперсий. В теории планирования эксперимента доказывается, что определение коэффициентов уравнения можно проводить по средним значениям $\overline{Y_i}$, но только при условии однородности дисперсий.

Средние значения $\overline{Y_{ik}}$ и оценки дисперсий опытов S_i^2 определяются для каждой строки плана по формулам

$$\overline{Y_i} = \frac{1}{u} \cdot \sum_{s=1}^{U} Y_{is}\,; \tag{5.4}$$

$$S_i^{\,2} = \frac{1}{u-1} \cdot \sum_{s=1}^{U} (Y_{is} - \overline{Y_i})^2. \tag{5.5}$$

где u – число параллельных опытов (коэффициент дублирования).

Зная S_i^2, можно сделать оценку среднеквадратичного отклонения в i–й строке плана

$$\sigma_i = \sqrt{S_i^{\,2}}\,. \tag{5.6}$$

Проверка однородности построчных оценок дисперсий производится по критериям Фишера или Кохрена. При проверке по критерию Фишера расчетное значение критерия находят по формуле

$$F_p = \frac{S^2{}_{\max}}{S^2{}_{\min}}, \tag{5.7}$$

где $S^2{}_{max}$, $S^2{}_{min}$ – максимальное и минимальное значение оценок построчных дисперсий.

Табличное значение критерия Фишера F определяется по таблице, приведенной в приложении 2, количество степеней свободы $f_1 = f_2 = u - 1$.

При $F_р < F$ гипотеза об однородности дисперсий принимается.

Аналогично мажет быть проведена проверка по критерию Кохрена, расчетное значение критерия равно

$$G_p = \frac{S^2{}_{\max}}{\sum_{i=1}^{n} S^2{}_i}. \tag{5.8}$$

Табличные значения критерия Кохрена приведены в приложении 2, количество степеней свободы $f_1 = u - 1$; $f_2 = n$.

Однородность дисперсий означает также воспроизводимость эксперимента. Если опыты не воспроизводимы, то необходимо выявить и устранить источники нестабильности эксперимента, а также использовать более точные методы и средства измерения.

5.3. Оценка точности и статистической значимости результатов исследований

Мерой точности эксперимента является дисперсия воспроизводимости $S_у^2$, которая при одном и том же количестве параллельных опытов во всех строках плана определяется по формуле:

$$S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i^2 \,. \tag{5.9}$$

Данная величина может быть вычислена только при $n > 1$. Если в каждой строке плана проводится только один опыт, то величина может быть оценена косвенным путем по известным метрологическим характеристикам измерительных приборов.

Определив величину дисперсии воспроизводимости, можно оценить статистическую значимость эксперимента. Считается, что эксперимент содержит мало информации если разность Y_{max}-Y_{min} мала ($Y_{max} = \max_{i=1}^{n} Y_i, Y_{min} = \min_{i=1}^{n} Y_i$). В этом случае говорят, что эксперимент является статистически незначимым. Эта гипотеза проверяется по критерию Стьюдента. Расчетное значение критерия находится по формуле

$$t_p = \frac{Y_{max} - Y_{min}}{\sqrt{2S_y / u}}. \quad (5.10)$$

Табличное значение критерия t определяется по уровню значимости q = 0,05 и числом степеней свобод f (см. приложение 2 табл. П2.4). При $t_р < t$ принимается гипотеза статистической значимости.

5.4. Оценка статистической значимости коэффициентов и адекватности математической модели

В случае однородности параллельных опытов и построчных дисперсий расчет коэффициентов регрессии производится по формуле

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i \cdot X_{ji}}{\sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2}. \quad (5.11)$$

Определим дисперсию $S(b_j)$, имея в виду, что факторы X_{ji} – величины случайные, а $\overline{Y_i}$ – независимы друг от друга

$$S(b_j) = \frac{1}{(\sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2)^2} \sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2 S(\overline{Y_i}).$$

Учитывая, что,

$$S^2(\overline{Y_i})=S^2(\frac{1}{u}\cdot\sum_{s=1}^{n}Y_{is})=\frac{1}{u^2}\cdot\sum_{s=1}^{n}S^2(Y_{is})=\frac{1}{u}S_i^{\,2}\quad,$$

получим

$$S^2(b_j)=\frac{\sum_{i=1}^{n}X_{ji}^{2}S_i^{\,2}}{u(\sum_{i=1}^{n}X_{ji}^{2})^2}\quad. \tag{5.12}$$

Для планов ПФЭ и ДФЭ $X_{ji}^{2}=1;\sum X_{ji}^{2}=n.$

$$S^2(b_j)=\frac{1}{u\cdot n}\left(\frac{1}{n}\cdot\sum_{i=1}^{n}S_i^2\right)=\frac{S_{и}^2}{u_n} \tag{5.13}$$

Если в каждой строке плана производится только один опыт (u = 1) а дисперсия $S_y^2=S$ определяется косвенным путем, то

$$S^2(b_j)=\frac{S^{\,2}}{n}\ . \tag{5.14}$$

В общем случае при u = 1 (для любых ортогональных планов) имеем:

$$S^2(b_j)=\frac{S^2}{\sum_{i=1}^{n}X_{ji}^{2}}\cdot \tag{5.15}$$

Истинное значение коэффициента b_j лежит в интервале $\lfloor b_j-\Delta b_j,b_j+\Delta b_j\rfloor$. Это утверждение справедливо с некоторой доверительной вероятностью P.

Величину Δb_j находят по формуле

$$\Delta b_j = t \cdot \sqrt{S^2(b_j)}\,. \tag{5.16}$$

Коэффициент Стьюдента t определяют по таблице, приведенной в приложении 2 при $n(u$-1) степенях свободы (число степеней свободы $S_y^2 = S$).

Коэффициент b_j считается с вероятностью P статистически незначимым при $|b_j| < \Delta b_j$. При этом следует учесть, что параметр X_j не оказывает влияния на результат и принять $b_j = 0$.

Проверка адекватности уравнения регрессии производится по критерию Фишера, табличное значение которого F находится из табл. П 2.3 (см. приложение 2), а расчетное определяется по формуле

$$F_p = \frac{S_a^2}{S_y^2}\,, \tag{5.17}$$

где $F_р$ – расчетное значение критерия Фишера; S_y^2 – дисперсия воспроизводимости; S_a^2 – дисперсия адекватности, определяемая по формуле

$$S_a^2 = \frac{u}{n-(m+1)} \cdot \sum_{i=1}^{n} (\overline{Y_i} - \tilde{Y}_i)^2\,; \tag{5.18}$$

$m + 1$ – число коэффициентов в уравнении; $\tilde{Y}_i$ – вычисленное по модели значение отклика в i–й точке плана.

Числа степеней свободы дисперсий S_a^2 и S_y^2 определяются соответственно $f_1 = n\text{-}(m+1)$, $f_2 = n(u\text{-}1)$.

При $F_р < F$ гипотеза об адекватности модели принимается с вероятностью P.

Если в одной из строк плана для оценки дисперсии воспроизводимости S_y опыт повторен n раз (данную строку для определенности будем считать первой $i = 1$), а остальные опыты проделаны по разу, то

$$S_a^2 = u \cdot (\overline{Y_i} - \widetilde{Y_i})^2 + \frac{\sum\limits_{i=2}^{n} (\overline{Y_i} - \widetilde{Y_i})^2}{(m+1)}. \qquad (5.19)$$

5.5. Пример статистического анализа результатов многофакторного эксперимента

В качестве примера приведены результаты двухфакторного эксперимента второго порядка при дублировании опытов в каждой строке плана по пять раз, изложенные в [22] и приведенные ниже в табл. 5.2.

Таблица 5.2 – Результаты двухфакторного эксперимента второго порядка

i	X_0	X_1	X_2	$X_3=X_1X_2$	$X_4=X_1^2-\varphi$	$X_5=X_2^2-\varphi$	Результаты опытов					$\overline{Y_i}$	$\widetilde{Y_i}$	$\overline{Y_i} - \widetilde{Y}$
							Y_{i1}	Y_{i2}	Y_{i3}	Y_{i4}	Y_{i5}			
1	+	+	+	+	1/3	1/3	7,1	7,3	6,8	6,9	7,1	7,04	6,93	0,11
2	+	-	+	-	1/3	1/3	4,0	4,2	4,2	3,8	4,0	4,04	4,45	-0,41
3	+	+	-	-	1/3	1/3	2,9	2,9	3,0	3,1	3,1	3,0	3,07	-0,07
4	+	-	-	+	1/3	1/3	6,0	5,5	6,0	5,9	6,1	5,96	5,55	0,41
5	+	+	0	0	1/3	-2/3	5,1	4,9	5,0	5,1	4,9	5,0	5,0	0
6	+	-	0	0	1/3	-2/3	4,8	4,8	5,2	5,2	5,1	5,02	5,0	0,02
7	+	0	+	0	-2/3	1/3	3,1	3,1	3,0	2,9	3,0	3,02	2,69	0,33
8	+	0	-	0	-2/3	1/3	1,0	1,0	1,0	1,1	0,9	1,0	1,31	-0,31
9	+	0	0	0	-2/3	-2/3	1,9	1,9	2,1	1,9	2,1	1,98	2,0	-0,02

Процедура статистического анализа экспериментальных данных основывается на предположении о том, что эти данные являются случайной величиной, распределенной по нормальному закону. Это позволяет в качестве математического ожидания принять среднеарифметическое значение результатов опытов $\overline{Y_i}$. Приведем результаты обработки и статистического анализа эксперимента по методике, изложенной в данном разделе.

Средние значения результатов параллельных опытов следующие

$$\overline{Y_i} = \frac{1}{5}\sum_{s=1}^{5} Y_{is}; \quad \overline{Y_1} = \frac{1}{5}(7{,}1 + 7{,}3 + 6{,}8 + 6{,}9 + 7{,}1) = \frac{1}{5}35{,}2 = 7{,}04;$$

$$\overline{Y_2} = 4{,}04; \ \overline{Y_3} = 3{,}0; \overline{Y_4} = \frac{1}{5}(6{,}0 + 5{,}5 + 6{,}0 + 5{,}9 + 6{,}1)\frac{1}{5}29{,}5 = 5{,}90;$$

$$\overline{Y_5} = 5{,}0; \ \overline{Y_6} = 5{,}02; \ \overline{Y_7} = 3{,}02; \ \overline{Y_8} = 1{,}0; \ \overline{Y_9} = 1{,}98.$$

В четвертой строке плана второй результат (5,5) заметно отличается от остальных. Проверим достоверность этого результата. Для этого определим оценки математического ожидания и среднеквадратичного отклонения без учета данного результата.

$$\overline{Y_4^*} = \frac{1}{4}(6{,}0 + 6{,}0 + 5{,}9 + 6{,}1) = \frac{1}{4}24 = 6{,}0;$$

$$\sigma_4^* = \sqrt{\frac{1}{3}(0 + 0 + 0{,}01 + 0)} = 0{,}0815.$$

Расчетное значение критерия Стьюдента

$$t_p = \frac{|5{,}5 - 6{,}0|}{0{,}0815} = 6{,}14.$$

По таблице значений критерия Стьюдента (см. приложение 2) находим при $f = u$-2 = 5-2 = 3 табличное значение t = 3,18. Поскольку $t_{\text{р}} > t$, гипотеза об однородности опытов не может быть принята, поэтому второй опыт четвертой строки плана следует повторить. Пусть в результате повторного опыта получено значение 5,8.Тогда среднее значение параллельных опытов четвертой строки плана равно

$$\overline{Y_4} = \frac{1}{5}(6{,}0 + 5{,}8 + 6{,}0 + 5{,}9 + 6{,}1) = \frac{1}{5}29{,}8 = 5{,}96.$$

Результаты расчета средних значений приведены в табл. 5.2.

Оценки построчных дисперсий приведены ниже:

$$S_i^2 = \frac{1}{4}\sum_{s=1}^{5}(Y_{is} - \overline{Y_i})^2; S_1^2 = \frac{1}{4}\left[(7{,}1 - 7{,}02)^2 + (7{,}3 - 7{,}04)^2 + (6{,}9 - 7{,}04)^2 + (7{,}1 - 7{,}04)^2\right] = 0{,}038;$$

$$S_2^2 = 0{,}0277; S_3^2 = 0{,}01; S_4^2 = 0{,}0125; S_5^2 = 0{,}01; S_6^2 = 0{,}0418; S_7^2 = 0{,}007; S_8^2 = 0{,}005;$$

$$S_9^2 = 0{,}012.$$

Проверку однородности построчных оценок дисперсий будем производить по критерию Кохрена. С этой целью определим наибольшее из расчетных значений оценок построчных дисперсий $S_{\max}^2 = S_6^2 = 0{,}0418.$

Сумма оценок построчных дисперсий $\sum_{i=1}^{9} S_i^2 = 0{,}159$.

Расчетное значение критерия Кохрена $G_p = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^{9} S_i^2} = \frac{0{,}0418}{0{,}159} = 0{,}263$.

По таблице значений критерия Кохрена (см. приложение 2 табл. П2.2) при $f_1 = u$-1 = 4 и $f_2 = n = 9$ находим табличное значение G = 0,358.

Поскольку $G_р < G$, гипотеза об однородности оценок дисперсий принимается. Это указывает на равную точность фиксации результатов опытов, а также на их воспроизводимость.

Определим дисперсию воспроизводимости S_y^2, которая является мерой точности эксперимента

$$S_y^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i^2 = \frac{1}{9}\sum_{i=1}^{9} S_i^2 = 0{,}0176.$$

Найденное значение дисперсии воспроизводимости дает возможность оценить статистическую значимость эксперимента. Максимальное и минимальное значения откликов равны: $\overline{Y}_{\max} = 7{,}04$; $\overline{Y}_{\min} = 1$.

Расчетное значение критерия Стьюдента для проверки гипотезы о статистической значимости равно

$$t_p = \frac{\overline{Y}_{\max} - \overline{Y}_{\min}}{\sqrt{2 \cdot S_y^2 / u}} = \frac{7{,}04 - 1}{\sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}0176}{5}}} = 71{,}9.$$

По таблице значений критерия Стьюдента (см. приложение 2 табл. П2.4) при $f = 2u = 10$ находим табличное значение этого критерия $t = 2{,}23$.

Поскольку $t_р > t$, гипотеза о статистической незначимости эксперимента отвергается (эксперимент статистически значим).

Определим значения и оценим статистическую значимость коэффициентов уравнения регрессии:

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} \overline{Y_i} X_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} X_{ij}^2}; \quad b_0 = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^{9} \overline{Y_i} = 4{,}006;$$

$$b_1 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{9} \overline{Y_i} X_{1i} = 0{,}003; \; b_2 = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^{9} \overline{Y_i} X_{2i} = 0{,}69; \; b_{12} = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{9} \overline{Y_i} X_{1i} X_{2i} = 1{,}24;$$

$$b_{11} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{9} \overline{Y_i} (X_{1i}^2 - \varphi) = 3{,}009; \; b_{22} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{9} \overline{Y_i} (X_{2i}^2 - \varphi) = 0{,}01.$$

Дисперсии коэффициентов определяются следующим образом

$$S^2(b_j) = \frac{\sum_{i=1}^{n} S_i^2 X_{ji}^2}{U \sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2} = \frac{1}{5} \frac{\sum_{i=1}^{9} S_i^2 X_{ji}^2}{\sum_{i=1}^{9} X_{ji}^2};$$

$$S^2(b_0) = \frac{1}{45} \sum_{i=1}^{9} S_i^2 = 0{,}0035; \; S^2(b_1) = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{9} S_i^2 X_{ji}^2 = 0{,}0046;$$

$$S^2(b_2) = \frac{1}{30} \sum_{i=1}^{9} S_i^2 X_{ji}^2 = 0{,}0033; \; S^2(b_{12}) = \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{9} S_i^2 (X_{1i} \cdot X_{2i})^2 = 0{,}0044;$$

$$S^2(b_{11}) = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{9} S_i^2 \cdot (X_{1i}^2 - \varphi)^2 = 0.0026; \; S^2(b_{221}) = \frac{1}{10} \cdot \sum_{i=1}^{9} S_i^2 \cdot (X_{2i}^2 - \varphi)^2 = 0.0044.$$

Коэффициент Стьюдента находится по табл. П 2.4, приведенной в приложении 2 при $f = n\ (n\text{-}1) = 9\cdot4 = 36$. Это значение равно $f = 2{,}03$.

Значения «допусков» на коэффициенты следующие:

$$\Delta b_j = t\cdot\sqrt{S^2(b_j)};\ \Delta b_0 = t\cdot\sqrt{S^2(b_0)} = t\cdot\sqrt{35\cdot10^4} = t\cdot0{,}059 = 0{,}119;\ \Delta b_1 = t\cdot0{,}0658 = 0{,}13;$$
$$\Delta b_2 = t\cdot0{,}0575 = 0{,}117;\ \Delta b_{12} = t\cdot0{,}0663 = 0{,}134;\ \Delta b_{11} = t\cdot0{,}05 = 0{,}101;\ \Delta b_{22} = t\cdot0{,}066 = 0{,}134.$$

Так как $|b_1| < \Delta b_1$, и $|b_{22}| < \Delta b_{22}$, указанные коэффициенты следует признать статистически незначимыми, а соответствующие члены из уравнения регрессии исключить. Таким образом, уравнение регрессии приобретает следующий вид:

$$y = b_0 + b_2x_2 + b_{12}x_1x_2 + b_{11}\left(x_1^2 - \varphi\right).$$

Подставив численное значение коэффициентов уравнения регрессии получим:

$$y = 4{,}006 + 0{,}69x_2 + 1{,}24x_1x_2 + 3{,}009\left(x_1^2 - \varphi\right).$$

Значение откликов, рассчитанных по данному уравнению в узловых точках плана, приведены в табл. 5.2. Там же даны разности измеренных (средних) и предсказанных моделью откликов.

Определим дисперсию адекватности

$$S_a^2 = \frac{U}{n-(m+1)}\sum_{i=1}^{n}(\overline{Y}_i - \tilde{Y}_i)^2 = \frac{5}{9-(4+1)}\sum_{i=1}^{9}(\overline{Y}_i - \tilde{Y}_i)^2 = \frac{5}{4}(0{,}06) = 0{,}0045\,.$$

Расчетное значение критерия Фишера определяется так

$$F_p = \frac{S_a^2}{S_y^2} = \frac{0{,}0045}{0{,}0176} = 0{,}256\,.$$

По таблице значений критерия Фишера (см. приложение 3 табл. П 2.3) при $f_1 = n\text{-}(m+1) = 9(4+1) = 4$ и $f_2 = n(u\text{-}1) = 9(5\text{-}1) = 36$ находим табличное значение этого критерия $F = 2{,}66$. Поскольку $F_р < F$, гипотезу об адекватности математической модели следует принять.

5.6. Способы повышения точности математической модели.

При условиях, когда модель не адекватная, для повышения степени ее адекватности применяют разные особые способы, как при проведении исследований, так и при обработке их результатов. В таких случаях в [25], для получения адекватной модели рекомендуется выполнить следующие действия: уменьшить интервалы варьирования факторов h_j всех или некоторых факторов; увеличить число параллельных опытов (коэффициент дублирования); ввести новые, раньше не учтенные факторы; учесть взаимодействие факторов более высокого порядка; изменить функцию отклика, т.е., вместо функции y вводить преобразованные функции $y' = \sqrt[n]{y}, y' = \ln y, y' = y^n$ и другие, с последующим введением соответствующих обратных функций. Например, для преобразованной функции $y' = \sqrt[n]{y}$ обратной функцией будет y^n, для натурального логарифма обратной будет экспонента, для $y' = y^n$ обратной функцией будет $\sqrt[n]{y}$ и т.д.

Более эффективным является увеличение порядка математической модели за счет введения поправочных множителей в виде произведения степенных функций факторов, примеры использования которых приведены в [23, 27, 28, 39, 40]. Примеры построения моделей, статистической обработки результатов и использования поправочных множителей, вместе с введением преобразованных функций отклика, приведены в [27, 39-47]. Полученные в этих примерах, в результате проведения семи- и восьмифакторных экспериментов, на основе планов ОЦКП и ДОЦКП второго порядка математические модели защитных, коммутационных и интегральных характеристик быстродействующих предохранителей (тока плавления $I_{пл}$, тока ограничения I_o, перенапряжения $U_{пер}$, интеграла плавления $W_{пл}$, интеграла горения дуги $W_г$, интеграла квадрата тока отключения (Джоулевого интеграла) $W_в$, среднеинтегрального напряжения на дуге $U_д$, энергии дуги $E_д$). в общем виде представленные следующим выражением:

$$y = \left[\prod_{j=1}^{m} \left(1 + \frac{x_j h_j}{X_{j0}} \right)^{P_j} \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=j}^{m} b_{jk} x_{jk} \right]^{\beta} \tag{5.20}$$

Первый множитель этого выражения при m = 7 после подстановки числовых значений шагов варьирования h_j и средних натуральных значений факторов X_{j0} приведенных в [27] превращаются в следующее выражение:

$$\prod_{j=1}^{7} \left(1 + \frac{x_j h_j}{X_{j0}} \right)^{P_j} = (1 + 0.333x_1)^{P_1} \times (1 + 0.25x_2)^{P_2} \times (1 + 0.4x_3)^{P_3} \times$$
$$\times (1 + 0.4x_4)^{P_4} \times (1 + 0.5x_5)^{P_5} \times (1 + 0.5x_6)^{P_6} \times (1 + 0.34x_7)^{P_7}.$$

Это выражение является поправкой или функцией поправки, которая является произведением степенных функций факторов. С показателем степени при j-х множителях P_j. Показатели степени P_j выбираются так, чтобы модель наилучшим образом отображала результаты эксперимента. В качестве критерия наилучшего совпадения принимаются сумма квадратов отклонений или максимум относительного отклонения между измеренными и предсказанными моделью откликами. Поиск оптимальных значений показателей P_j (оптимизация) в [27] проводилась численным методом координатного спуска (Гауса-Зейделя). Программа оптимизации показателей P_j с применением поправочных множителей и разных преобразований откликов и нахождения коэффициентов математических моделей при обработке многофакторных ортогональных планов приведена в [23]. Примеры алгоритмов и результаты расчета коэффициентов моделей приведены в приложении 1. Второй множитель выражения (5.20), если учесть что $x_{jk} = x_j x_k$, $x_0 = 1$, $m = 7$ и что квадратичные эффекты учитываются с помощью поправки φ, т.е. $x_{jj} = x_j^2 - \varphi$, может быть представленный в виде семифакторной математической модели (регрессии) второго порядка.

Для получения адекватной модели в [24] рекомендуется применять замену натуральных факторов X_j на новые независимые переменные в виде функций $X'_j = f(X_j)$. Например: $X'_j = X_j^{\beta_j}$ при $\beta_j \neq 0;$ $X'_j = \ln X_j$ при $\beta_j = 0.$

Контрольные вопросы:

1. Изложите основные этапы проведения экспериментальных многофакторных исследований на основе теории планирования эксперимента.
2. Как проводится выбор функций отклика и влияющих на них факторов?
3. Как осуществляется выбор вида искомой математической модели?
4. Приведите примеры выбора уровней факторов и интервалов их варьирования для планов ПФЭ2^m и ОЦКП.
5. Изложите процедуру кодирования факторов для планов ПФЭ2^m и ОЦКП.
6. Составьте таблицу натуральных и соответствующих им кодированных значений факторов для планов ПФЭ2^m при m=3 и ОЦКП при m=3.
7. Приведите пример матрицы планирования эксперимента ПФЭ2^7.
8. Постройте план эксперимента ОЦКП второго порядка при m=5.
9. Как производится определение экспериментальных значений функции отклика и для чего дублируют опыты?
10. Для чего и как производится рандомизация опытов?
11. Как производится расчет коэффициентов математической модели?
12. Приведите и объясните алгоритм обработки плана ПФЭ2^m.
13. Приведите алгоритм обработки плана ДФЭ2^{m-q} и расчета коэффициентов.
14. Составьте алгоритм обработки плана ОЦКП и ДОЦКП.
15. Изложите порядок статистической обработки результатов многофакторных исследований, проведенных на основе плана.
16. Как определить дисперсии воспроизводимости и адекватности?
17. Как определить однородность дисперсии?
18. Для чего используются статистические критерии Фишера, Кохрена, Стьюдента?
19. Как проводится проверка адекватности математической модели?

6. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

В электрических аппаратах и электробытовой технике часто возникают задачи, в которых исследуемый объект – электромеханическое устройство или система – не может успешно анализироваться и синтезироваться на основе классических методов с использованием однофакторных экспериментов.

Целью данного *лабораторного практикума* является приобретение студентами практических навыков проведения многофакторных экспериментальных исследований на основе теории планирования эксперимента, а также умений построения и анализа математических моделей исследуемых объектов (электрических аппаратов (ЭА), электробытовой техники (ЭБТ), их узлов и систем) первого и второго порядка с применением ПЭВМ.

Это позволяет обеспечить нахождение таких условий и правил проведения эксперимента, при которых удаётся получить надёжную и достоверную информацию об исследуемых объектах в виде многофакторных математических моделей, применение которых позволит существенно сократить материальные и трудовые затраты при проведении испытаний или исследований.

6.1. Лабораторная работа № 1. Разработка плана многофакторного эксперимента ПФЕ2^m и математической модели первого порядка

Цель работы – ознакомление с основами и изучение методики планирования многофакторных экспериментов, обретение студентами практических навыков проведения на этой основе экспериментальных исследований электрических аппаратов, умение строить математические модели первого порядка и анализировать физические процессы, которые происходят в электрических аппаратах при разных режимах работы.

Порядок подготовки к работе

Изучить:

1) рекомендованную литературу;

2) описание лабораторной установки;

3) методические указания к выполнению лабораторной работы.

Описание лабораторной установки.

В состав лабораторной установки входит ПЭВМ IBM 386 или выше и экспериментальный стенд для коммутационных исследований электрических аппаратов, который разрешает проводить многофакторные исследования и получать результаты экспериментов в числовом виде или в виде осциллограмм.

В случае необходимости преподаватель может вносить изменения и для обработки результатов предоставлять студентам осциллограммы.

Технические характеристики

ПЭВМ IBM достаточно иметь такие технические характеристики: тип микропроцессора – не ниже чем 80386; разрядность – 16; быстродействие – $5 \cdot 10^6$ операций/с; емкость памяти – 356 Кбайт, что разрешает проводить обработку результатов многофакторных экспериментов на языках высокого уровня и строить математические модели разных порядков, повышать степень их адекватности, а также анализировать на их основе физические процессы в электрических аппаратах при разных условиях работы.

Схема экспериментального стенда для коммутационных исследований электрических аппаратов приводится на рис.6.1 и включает в себя: ударный генератор постоянного тока (УГ), который приводится в движение от асинхронного двигателя (АД); защитный выключатель (ЗВ), который обеспечивает защиту установки от аварийного короткого замыкания, включающий аппарат (ВА); макет исследуемого электрического аппарата (МА); регулирующие индуктивность (L) и сопротивление (R); электромеханический осциллограф (ЭО); систему и пульт электронного управления (СПЭК).

Основные сведения

Математические методы планирования эксперимента могут применяться для решения многих задач, в том числе и для построения интерполяционных формул (математических моделей) разных порядков. Для построения математической модели первого порядка в виде отрезка степенного ряда (полинома) целесообразно использовать полный факторный эксперимент ПФЕ 2^m, в котором факторы X_j изменяются на двух уровнях:

$X_{j\min} \leftrightarrow (-1)$ и $X_{j\max} \leftrightarrow (+1)$. Ниже, на рис.6.2, представлена кибернетическая схема исследуемого объекта (ИО) при числе факторов $m = 2$ и числе функций отклика y $k = 1$.

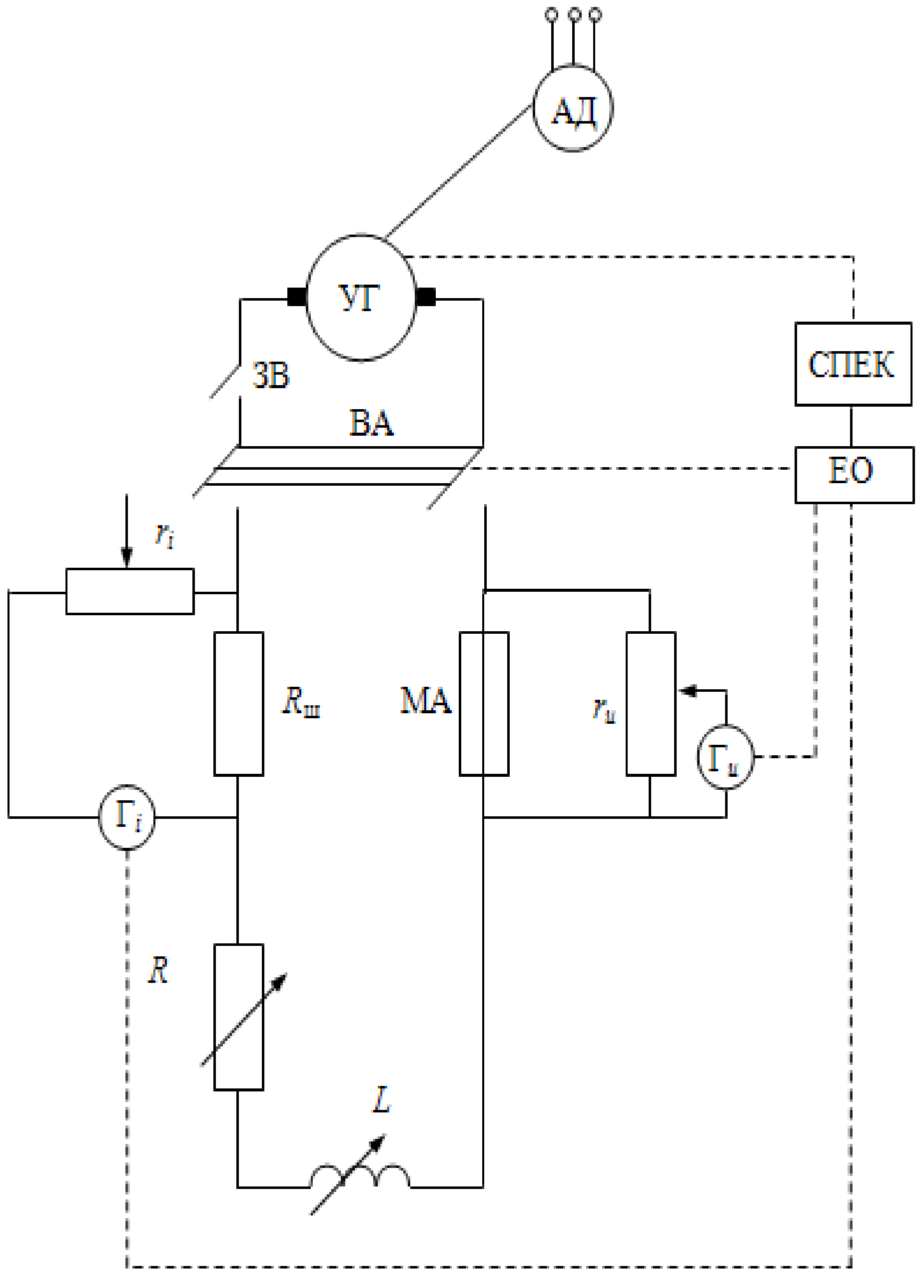


Рисунок 6.1 – Схема экспериментального стенда для коммутационных исследований

Рисунок 6.2 – Кибернетическая схема исследуемого объекта.

Математическая модель такого объекта исследования имеет вид

$$y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2, \qquad (6.1.1)$$

где X_1, X_2 – факторы; y – функция отклика; B_0, B_1, B_2 – неизвестные коэффициенты.

План эксперимента при этом должен отвечать всем требованиям теории планирования многофакторного эксперимента. Факторы в плане должны быть представлены в кодированном виде x_j. Тогда поисковая математическая модель в кодированном виде будет выглядеть так:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2, \qquad (6.1.2)$$

где x_1, x_2 – кодированные значения соответствующих натуральных факторов X_1 и X_2, которые определяются по формуле (6.1.5).

Для вычисления или нахождения неизвестных коэффициентов в общем виде используется план ПФЕ2^m, который должен отвечать требованиям теории планирования эксперимента: симметричности, ортогональности и нормированию. Неизвестные коэффициенты в этом случае будут вычисляться по формуле

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_{ei} x_{ji}}{\sum_{i=1}^{N} {x_{ji}}^2}, \qquad (6.1.3)$$

где y_{ei} – среднее арифметическое, т.е. величина экспериментального значения функции отклика в i-м опыте, т.е. в i-й строке плана; x_{ji} – кодированное значение j-го фактора в i-м опыте или в i-й строке.

При коэффициенте дублирования $\kappa_д = 3$

$$y_{ei} = \frac{y'_{ei} + y''_{ei} + y'''_{ei}}{3}. \qquad (6.1.4)$$

Например, если взять за исследуемый аппарат быстродействующий предохранитель или автоматический выключатель и выбрать число факторов $m = 2$, то решение этой задачи может быть выполнено таким образом. Выберем в качестве факторов: X_1 – ток I, X_2 – напряжение U, а в качестве функции отклика y – время отключения $t_о$

Выбираем граничные уровни факторов $X_{j\min}$ и $X_{j\max}$ и определяем их кодированные значения x_j по формуле $x_j = \dfrac{X_j - X_{jср}}{h_j}$, (6.1.5)

где $X_{jср}$ – среднее значение j-го фактора равное $(X_{j\min} + X_{j\max})/2$,

h_j – шаг варьирования j-го фактора $h_j = X_{j\max} - X_{jср} = X_{jср} - X_{j\min}$

$X_{1\min} = 10$ кА $\leftrightarrow x_{1\min} = (-1)$; $\quad X_{2\min} = 220$ В $\leftrightarrow x_{2\min} = (-1)$;
$X_{1\max} = 70$ кА $\leftrightarrow x_{1\max} = (+1)$; $\quad X_{2\max} = 660$ В $\leftrightarrow x_{2\max} = (+1)$;
$X_{1ср} = 40$ кА $\leftrightarrow x_{1ср} = (0)$; $\quad X_{2ср} = 440$ В $\leftrightarrow x_{2ср} = (0)$.

Модель в кодированном виде имеет вид

$$y = b_o + b_1x_1 + b_2x_2. \qquad (6.1.6)$$

Для определения неизвестных коэффициентов b_o, b_1, b_2 строим план. Для этого находим число опытов по формуле: $N = 2^m = 2^2 = 4$ (6.1.7)

Согласно правилу построения (столбцы $x_о = +1$ во всех строках, а в строках x_j знак (+) чередуется со знаком (–) через 2^{j-1} строки) составляется план ПФЕ2^m (табл. 6.1.1).

Таблица 6.1.1 – План двухфакторного эксперимента первого порядка

	Условия эксперимента			Результаты эксперимента				Результаты расчетов		
	$j = 0$	$j = 1$	$j = 2$							
i	x_0	x_1	x_2	y'_{ei}	y''_{ei}	y'''_{ei}	y_{ei}	y_{ip}	$y_{ei} - y_{ip}$	$\Delta\% = \frac{y_{ei} - y_{ip}}{y_{ei}} 100\%$
1	+1	+1	+1							
2	+1	-1	+1							
3	+1	+1	-1							
4	+1	-1	-1							

Примечание: i — номер строки; j — номер столбца.

Порядок выполнения

Задача 6.1.1 Составить кибернетическую схему исследуемого электрического аппарата, выбрать факторы и функцию отклика, определить предельные величины факторов и соответствующие им кодированные значения. Число факторов m и вид электрического аппарата задается соответственно порядковому номеру по журналу согласно табл. 6.2 и 6.3.

Таблица 6.2 – Варианты данных

№ по журналу	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Вид электрического аппарата	Быстродействующий предохранитель							Автоматический выключатель						
Число факторов	3	4	5	6	7	8	9	3	4	5	6	7	8	9

Продолжение табл. 6.3

№ по журналу	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Вид электрического аппарата.	Реле времени электромагнитное					Магнитный пускатель, контактор					
Число факторов	3	4	5	6	7	3	4	5	6	7	8

Наименование электрического аппарата может быть заменено другим по желанию студента с разрешения преподавателя.

Задача 6.1.2. Выбрать вид искомой интерполяционной формулы (математической модели) первого порядка, составить план ПФЕ2^m для проведения эксперимента и определить неизвестные коэффициенты в общем виде.

Задача 6.1.3. Составить алгоритм и программу определения числовых величин коэффициентов, построения интерполяционной формулы (математической модели) первого порядка и расчета значения функции отклика, ее отклонения и относительного отклонения в процентах на языках Бейсик, Паскаль или математической системы MAPLE и др.

Задача 6.1.4. Согласно построенной математической модели вычислить расчетное значение функции отклика $y_{\text{iр}}$ и найти отклонение функции отклика $y_{ei} - y_{ip}$ и относительное отклонение Δ в процентах.

Экспериментальные значения функций отклика y_{ei} приведены в приложении 3 табл. П3.1 или задаются преподавателем.

Содержание отчета

1. Цель работы.

2. Схема коммутационных исследований электрических аппаратов на постоянном токе, осциллограммы.

3. Алгоритм, программа и план эксперимента.

4. Результаты расчетов коэффициентов и интерполяционные формулы (математические модели).

5. Анализ математической модели и выводы.

Контрольные вопросы

1. Чем отличаются многофакторные планированные эксперименты от традиционных однофакторных?

2. Что такое планирование эксперимента?

3. Какие объекты целесообразно исследовать на основе планированных многофакторных экспериментов?

4. Какие требования предъявляются к объектам исследования, факторам, функциям отклика, математическим моделям согласно теории планирования эксперимента?

5. Что представляет собой план многофакторного эксперимента и какие его основные особенности? Приведите примеры.

6. Какие виды искомых математических моделей используются в планированных экспериментах?

7. Какие критерии аппроксимации целесообразно использовать при строительстве многофакторных интерполяционных формул (математических моделей)?

8. С какой целью и как проводится кодирование факторов? Приведите примеры.

9. Суть метода наименьших квадратов.

10. Каким образом составляется план многофакторного эксперимента ПФЕ2^m? Приведите примеры.

Список литературы

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Наука, 1976. – 390 с.

2. Адлер Ю П., Маркова Э. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1971. – 283 с.

3. Грищук Ю. С. Определение оптимальных параметров плавких элементов быстродействующих предохранителей методом математической теории планирования эксперимента //Вестник ХПИ, №166, Электромашиностроение и автоматизация промышленных предприятий. – Харьков: Высш. шк., 1980. – Вып. 5. –С. 33-37.

6.2. Лабораторная работа № 2. Построение планов и математических моделей первого порядка с нелинейностями

Цель работы – научиться строить математические модели первого порядка с учетом нелинейности на основе плана полного факторного эксперимента первого порядка.

Порядок подготовки к работе

Изучить:

1) рекомендованную литературу;

2) методические указания к выполнению лабораторной работы.

Перечень используемого оборудования

Лабораторная установка представляет собой ПЭВМ IBM.

Основные сведения

Желание минимизировать число опытов в многофакторном эксперименте при построении математической модели первого порядка и необходимость повышения степени ее адекватности приводят к применению математической модели первого порядка с учетом нелинейности. Для двух факторов, т.е. когда $m = 2$, математическая модель первого порядка с нелинейностью имеет вид

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 \qquad (6.2.1)$$

Неизвестным в ней, кроме коэффициентов b_0, b_1, b_2, будет и коэффициент b_{12}. Для их нахождения используем план ПФЕ2^m, который модифицируем путем добавки расчетного столбца для фиктивного фактора $x_3 = x_1 x_2$. Тогда коэффициент $b_3 = b_{12}$ будет определяться по общей формуле

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ei} x_{ji}}{\sum_{i-1}^{n} x^2{}_{ji}}. \qquad (6.2.2)$$

Число опытов в ПФЕ2^m определится как

$$N = 2^m = 2^2 = 4. \tag{6.2.3}$$

План такого эксперимента приведен в табл. 6.2.1.

Таблица 6.2.1 – План первого порядка с нелинейностью x_1x_2

i	x_0	x_1	x_2	$x_1x_2 = x_3$	y_{ei}
1	+1	+1	+1	+1	y_{e1}
2	+1	-1	+1	-1	y_{e2}
3	+1	+1	-1	-1	y_{e3}
4	+1	-1	-1	+1	y_{e4}

При $m = 3$ и больше в математическую модель первого порядка с учетом нелинейности необходимо включить все возможные комбинации произведений парного взаимодействия факторов, тройного, четвертного и т.п. (x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, $x_1x_2x_3$ и т.д.). Для этого в плане достраиваются соответствующие столбцы, которые позволяют определить неизвестные коэффициенты b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123} и т.д. по той же общей формуле (6.2.2).

Порядок выполнения.

Задача 6.2.1. Согласно вариантам, указанным в лабораторной работе №1, по заданному числу факторов m записать вид искомой математической модели первого порядка с учетом нелинейности.

Определить неизвестные коэффициенты при x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, $x_1x_2x_3$ и т.д. и для этого построить дополнительные к плану ПФЕ2^m соответствующие столбцы.

Задача 6.2.2. Разработать алгоритм и программу для расчета неизвестных коэффициентов расчетных значений функции отклика, ее отклонения и относительного отклонения (в процентах).

Задача 6.2.3. Согласно заданному в лабораторной работе №1 варианту провести расчеты неизвестных коэффициентов, построить соответствующую математическую модель, определить расчетные значения функции отклика, отклонения функции отклика, относительное отклонение (в процентах).

Содержание отчета

1. Цель работы.

2. Искомая математическая модель с нелинейностями в общем виде и достроенный план эксперимента.

3. Алгоритм и программа расчета коэффициентов математической модели, расчетного значения функции отклика, ее отклонения и относительного отклонения Δ в процентах с описанием структуры и правил применения.

4. Результаты расчета и математическая модель с учетом нелинейности и ее анализ.

Контрольные вопросы

1. Какой общий вид имеют математические модели с учетом нелинейности для разного числа факторов m = 4, 5, 6 и для чего мы их строим?

2. Как достраивается план ПФЕ2^m эксперимента при нахождении коэффициентов при нелинейных членах?

3. Как рассчитываются неизвестные коэффициенты?

4. Как строится алгоритм и программа расчета коэффициентов?

5. Каким условиям должен отвечать план эксперимента?

6. Каким условиям должны отвечать факторы?

7. Каким условиям должна отвечать математическая модель?

8. Каким условиям должны отвечать функции откликов?

9. Каким условиям должен отвечать исследуемый объект?

10. Что такое фиктивные факторы, куда и для чего они вводятся?

Список литературы.

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. Н. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 185 с.

2. Адлер Ю. П., Маркова Э. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976. – 254 с.

6.3. Лабораторная работа № 3. Построение математических моделей на основе дробных планов ДФЕ 2^{m-q}

Цель работы – ознакомиться с методикой построения дробных многофакторных планов и научиться строить на их основе многофакторные математические модели первого порядка, а также составлять алгоритмы и программы для расчетов неизвестных коэффициентов, невязок функций отклика и процентных отклонений между экспериментальным значением функции отклика и расчетным.

Порядок подготовки к работе

1. Изучить рекомендованную литературу.
2. Выучить рабочие задания и методические указания к их выполнению.

Описание использованного оборудования

1. ПЭВМ .

Основные сведения

Рассматривая четырёхфакторный эксперимент при двух уровнях изменения каждого из факторов, ПФЕ2^4, мы увидим, что он включает в себя проведение 16 опытов и разрешает построить насыщенное уравнение регрессии, которое будет состоять из линейной части (главные линейные эффекты) и нелинейной части, в которую входят эффекты взаимодействия – парные, тройные и четверные.

$$\begin{aligned} y = {} & \underline{b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_4x_4} + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 \\ & + b_{14}x_1x_4 + b_{23}x_2x_3 + b_{24}x_2x_4 + b_{34}x_3x_4 + b_{123}x_1x_2x_3 \\ & + b_{124}x_1x_2x_4 + b_{134}x_1x_3x_4 + b_{234}x_2x_3x_4 + b_{1234}x_1x_2x_3x_4 \end{aligned} \qquad (6.3.1)$$

В первой строчке данного уравнения записаны и подчеркнуты прямой линией составляющие, которые определяют главные линейные эффекты, а в следующих строчках – эффекты парного взаимодействия x_1x_2 и т.д., потом эффекты тройного взаимодействия $x_1x_2x_3$ и т.д., и в конце – эффект четвертного взаимодействия $x_1x_2x_3x_4$.

Практика показывает, что в большинстве случаев эффекты тройного взаимодействия и более высоких порядков и во многих случаях эффекты парного взаимодействия статистически незначимы, т.е. абсолютные значения соответствующих коэффициентов математической модели меньше ошибок их определения. Таким образом, для построения достаточно точной модели необходимо определить не 2^m коэффициентов, а значительно меньше. Например, если в четырёхфакторном эксперименте доминирующими являются главные линейные части (см. уравнение 6.3.1 – все линейные эффекты подчеркнуты), то уравнение регрессии будет включать только пять составляющих, а число неизвестных коэффициентов k также будет равняться 5 (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5). Для их определения достаточно пяти опытов, так как каждый опыт в плане многофакторного эксперимента представляет собой уравнение. В общем случае соотношение $N \geq k$ должно выполняться.

Таким образом, число опытов N в эксперименте может быть уменьшено до величины k. Но непарное число опытов в ПФЕ2^m обязательно приведет к несимметрии, а значит, и к неортогональности плана. Поэтому для построения математической модели и для сокращения числа опытов используют дробный многофакторный эксперимент ДФЕ2^{m-q}. Он включает в себя только часть опытов полного факторного эксперимента ПФЕ2^m, поэтому и называется дробным факторным экспериментом ДФЕ2^{m-q}.

Число опытов в нем определяется как $N_{ДФЕ} = 2^{m-q}$,где q – индекс дробности реплики, который показывает какую часть плана ПФЕ2^m мы берем: при $q = 1$ – полуреплика (1/2 плана ПФЕ2^m), при $q = 2$ – четвертьреплика (1/4 плана ПФЕ2^m), при $q = 3$ – две четверти реплики (1/8 плана ПФЕ2^m) и т.д.

Можно показать, что число опытов в дробном факторном эксперименте (ДФЕ) связано с числом опытов в полном факторном эксперименте (ПФЕ) следующей формулой или зависимостью:

$$N_{ДФЕ} = 2^{-q} N_{ПФЕ}, \tag{6.3.2}$$

где q – целое положительное число, индекс дробности реплики.

При построении дробных планов возникает вопрос, каким образом из 2^m опытов полного факторного эксперимента (ПФЕ) выбрать часть 2^{m-q} опытов так, чтобы матрица плана ДФЕ была симметричной, ортогональной и нормированной. Для обеспечения указанных признаков построение ДФЕ следует выполнять по следующим правилам:

1. Матрица плана ДФЕ2^{m-q} включает 2^{m-q} срок и m+1 столбец (колонку).

2. Столбцы (колонки) x_o, $x_1 \ldots x_{m-q}$ заполняют по правилу заполнения матриц ПФЕ2^m.

3. Колонки x_{m-q+1}, $x_{m-q+2}, \ldots x_m$ заполняют с помощью специальных соотношений, которые представляют собой произведение факторов x_1, $x_2, \ldots x_{m-q}$ или части из них. Такие соотношения называют генерирующими.

Например, при m = 4 матрица ДФЕ2^{4-1}, построенная с помощью выше указанных правил, будет иметь генерирующим соотношением x_4=$x_1x_2x_3$. Соответственно $b_4 <=> b_{123}$.

После того, как выбрано наибольшее число множителей (в нашем случае три – x_1, x_2, x_3) при необходимости построения плана берутся соотношения с меньшим числом множителей, например, x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3.

Для определения смешивания оценок других эффектов используют соотношение так называемого определяющего контраста. Его получают из генерирующего соотношения путем умножения его левой и правой частей на левую часть. В нашем примере определяющий контраст получается так:

$$x_4^2 = x_1\,x_2\,x_3\,x_4. \tag{6.3.3}$$

Поскольку при принятом способе кодирования $x_j = \pm 1$, то можно записать

$$1 = x_1\,x_2\,\mathrm{x}_3\,x_4\,. \tag{6.3.4}$$

Помножив левую и правую части определяющего контраста на какой-нибудь фактор или какое-нибудь взаимодействие факторов, получим соотношение, которое определяет эффект смешивания:

$$x_1 \cdot 1 = x_1^2\,x_2\,x_3\,x_4 \Rightarrow x_1 = x_2\,x_3\,x_4 \Rightarrow b_1 \Rightarrow b_{234}; \tag{6.3.5}$$

$$x_2 \cdot x_3 \cdot 1 = x_1\,x_2^2\,x_3^2\,x_4 \Rightarrow x_2x_3 = x_1\,x_4 \Rightarrow b_{23} \leftrightarrow b_{14}. \tag{6.3.6}$$

Коэффициенты регрессии ($b_0, b_1 ... b_m$) определяются по той же формуле, что и в плане ПФЕ2^m.

Порядок выполнения

Задача 6.3.1. Соответственно с вариантом, указанным преподавателем, записать искомую математическую модель в общем виде и выделить в ней линейную часть.

Задача 6.3.2. Построить план дробного факторного эксперимента с целью максимального сокращения числа опытов и нахождения неизвестных коэффициентов для линейной части математической модели.

Задача 6.3.3. Составить алгоритм и программу для расчета числовых значений коэффициентов математической модели, расчетных значений функции отклика и ее невязки, относительного отклонения Δ в процентах.

Задача 6.3.4. В соответствии с вариантом рассчитать коэффициенты, расчетные значения функции отклика, невязки функции ,отклонение Δ в %.

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Математическая модель в общем виде.
3. План дробного факторного эксперимента.
4. Алгоритм и программа.
5. Результаты расчетов в виде таблицы.
6. Математическая модель с числовыми значениями коэффициентов.

Контрольные вопросы

1. Что такое дробный факторный эксперимент ДФЕ?
2. В каких случаях целесообразно проводить ДФЕ?
3. Какую математическую модель можно выстроить, используя ДФЕ?
4. Как вычислить число опытов в ДФЕ? Приведите примеры.
5. Как соотносится число опытов в ДФЕ с числом опытов ПФЕ?
6. Правила построения матрицы план ДФЕ2^{m-q}. Приведите примеры.
7. Что представляют собой генерирующие соотношения? Приведите примеры.

8. Что такое реплика, индекс дробности реплики? Объясните на примерах.

9. Как рассчитывают коэффициенты математической модели на основе ДФЕ?

10. Объясните алгоритм и программу обработки результатов ДФЕ.

11. Что такое определяющий контраст? Как его получить? Приведите примеры.

12. Как определяют смешивание оценок?

13. Что такое разрешающая способность дробной реплики?

14. Какой дробный план называют насыщенным?

Список литературы

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.

2. Адлер Ю. П. Введение в планирование эксперимента. – М.: Металлургия, 1969. – 158 с.

3. Адлер Ю. П., Маркова Э. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1971. – 283 с.

4. Грищук Ю. С. Применение многофакторного дробного эксперимента при исследовании быстродействующих предохранителей. III Всес. Науч.-техн. Конф. «Состояние и перспективы развития производства аппаратов низкого напряжени.» (г. Тбилиси, 11–13 ноября 1979 г.). Материалы докл. – М.: Информэлектро, 1979.

6.4. Лабораторная работа № 4. Построение математических моделей второго порядка на основе ортогональных центрально-композиционных планов

Цель работы – ознакомление с ортогональными планами второго порядка и обретения практических навыков в построении математических моделей второго порядка на основе ортогональных центрально-композиционных планов (ОЦКП) второго порядка с помощью ПЭВМ.

Порядок подготовки к работе

Изучить:

1) рекомендованную литературу;

2) методические указания к выполнению лабораторной работы.

Перечень используемого оборудования

Персональная ЭВМ.

Основные сведения

Уравнения регрессии, которые учитывают эффекты взаимодействия, являются нелинейными. Но если зафиксировать все факторы, кроме какого-нибудь одного из них, на определенных уровнях, то полученная таким образом однофакторная зависимость будет линейной. Другими словами, уравнения с учетом эффектов взаимодействия являются линейными в сечении. В ряде случаев такими уравнениями нельзя с приемлемой точностью описать реальную поверхность функции отклика. Например, это может быть в области минимума или максимума функции отклика. В таких случаях уравнения в сечениях должны быть нелинейными. Получить такие нелинейности можно путем введения в уравнение регрессии квадратов факторов x_j^2, где $j = 1,2,...,m$.

Планирование эксперимента с целью получения регрессии в виде квадратичного полинома называют планированием второго порядка. Полином второго порядка включает составляющие, которые учитывают главные линейные эффекты, эффект парных взаимодействий, а также квадратичные эффекты. В общем случае этот полином имеет такой вид:

$$\tilde{y} = \sum_{j=1}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_j x_k + \sum_{j=1}^{m} b_{jj} x_j^2 . \qquad (6.4.1)$$

Первая составляющая правой части учитывает главные линейные эффекты, вторая – эффекты парного взаимодействия, третья – квадратичные эффекты. Главные линейные эффекты формально можно рассматривать как эффект взаимодействия с фиктивным фактором $x_0 = 1$.

Тогда уравнение (6.4.1) можно записать в более коротком виде

$$y = \sum_{j=0}^{m} \sum_{k=j}^{m} b_{jk} x_j x_k \ . \qquad (6.4.2)$$

Например, при $m = 2$ (двухфакторный эксперимент) получим

$$\begin{aligned} y &= b_{00} x_0 x_0 + b_{01} x_0 x_1 + b_{02} x_0 x_2 + b_{11} x_1 x_1 + b_{12} x_1 x_2 + b_{22} x_2 x_2 = \\ &= b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2. \end{aligned} \tag{6.4.3}$$

Число неизвестных коэффициентов квадратного уравнения регрессии, которые нужно определить, представляет

$$k = \frac{m^2 + 3m + 2}{2}. \tag{6.4.4}$$

Полный или дробный факторный эксперимент не позволяет определить коэффициенты квадратного полинома по нижеследующим причинам:

1. Два уровня изменения факторов не позволяют выявить нелинейный характер сечений поверхности отклика.

2. При $m \geq 3$ число опытов меньше числа неизвестных коэффициентов k.

3. Столбцы x_j^2 равнозначны столбцу x_0, поэтому такой план не является симметричным и ортогональным.

При построении плана второго порядка планы ПФЕ или ДФЕ используют лишь как его составные части, а именно, как ядро этих планов, которое дополняется уровнями изменения (точками), значение координат которых выбирают из условий симметричности и ортогональности. Наибольшее распространение нашли так называемые ортогональные центрально-композиционные планы (ОЦКП) второго порядка.

Ядро такого плана – ПФЕ или ДФЕ – дополняют m парами симметричных точек, размещенных на координатных осях на некотором расстоянии α от центра плана (их называют «звездные точки»), а также точкой в центре плана (нулевая точка). Число α называют «звездным плечом».

На рис. 6.4.1 изображены координаты точек состояния объекта исследования при двухфакторном эксперименте, который проводится соответственно плану ОЦКП второго порядка.

Матрица планирования такого эксперимента приведена в табл. 6.4.1.

Введение в план столбцов x_1^2 и x_2^2 нарушает симметричность и ортогональность матрицы, потому что их значения не могут быть отрицательными ($x_j^2 = +1$). Поэтому для учета квадратичных эффектов вводят фиктивные факторы типа $x_j^2 - \varphi$, где φ – положительное постоянное число, которое называют квадратичной поправкой.

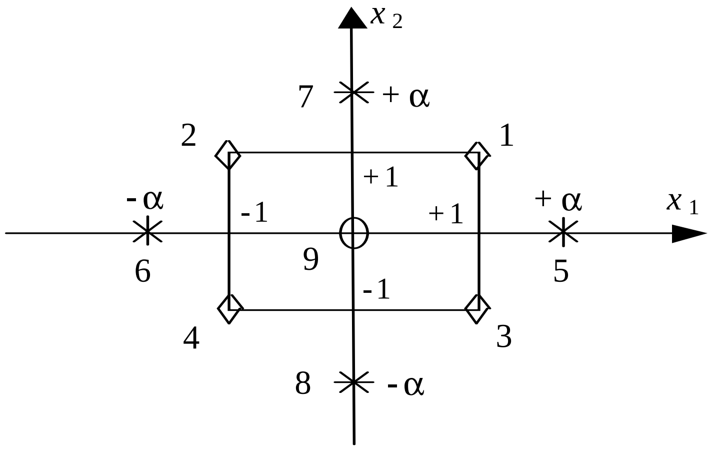


Рисунок 6.4.1 – Координаты точек состояния объекта исследования в ОЦКП второго порядка при двух факторах x_1 и x_2:
◊ – точки ПФЕ2^2, * – звездные точки, 0 – нулевая точка

Таблица 6.4.1 – План ОЦКП второго порядка для двух факторов x_1 и x_2

i	x_0	x_1	x_2	$x_3 = x_1x_2$	$x_4 = x_1^2 - \varphi$	$x_3 = x_2^2 - \varphi$	y_{ie}
1	+1	+1	+1	+1	1 - φ	1 - φ	
2	+1	-1	+1	-1	1 - φ	1 - φ	
3	+1	+1	-1	-1	1 - φ	1 - φ	
4	+1	-1	-1	+1	1 - φ	1 - φ	
5	+1	+α	0	0	$\alpha^2 - \varphi$	-φ	
6	+1	-α	0	0	$\alpha^2 - \varphi$	-φ	

Продолжение табл. 6.4.1

7	+1	0	$+\alpha$	0	$-\varphi$	$\alpha^2 - \varphi$	
8	+1	0	$-\alpha$	0	$-\varphi$	$\alpha^2 - \varphi$	
9	+1	0	0	0	$-\varphi$	$-\varphi$	

Значение поправки φ и звездного плеча α однозначно определяются исходя из условий симметричности и ортогональности матрицы условий опытов плана эксперимента для столбцов x_4 и x_5. Таким образом, α и φ могут быть найдены путем решения системы двух уравнений. Построение уравнения симметричности сводится к приравниванию нулю суммы элементов столбцов x_4 или x_5

$$4(1-\varphi)+2(\alpha^2-\varphi)-3\varphi=0\,. \tag{6.4.5}$$

Построение уравнения ортогональности сводится к приравниванию нулю суммы попарных произведений элементов столбцов x_4 и x_5

$$4(1-\varphi)^2-4\varphi(\alpha^2-\varphi)+\varphi^2=0\,. \tag{6.4.6}$$

Решение системы уравнений (6.4.5) и (6.4.6) дает такие результаты:

$$\alpha=1, \quad \varphi=\frac{2}{3}=0{,}667.$$

Аналогичным образом может быть построена система двух уравнений в общем виде для m факторов с ядром ПФЕ или ДФЕ и рассчитаны соответствующие значения α и φ.

Так как построенная при таких условиях матрица симметрична и ортогональна, определение коэффициентов уравнения регрессии второго порядка проводится по общей формуле

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_{ei} x_{ji}}{\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2}. \tag{6.4.7}$$

Уравнение регрессии второго порядка с учетом квадратичных эффектов для $m = 2$ записывается таким образом:

$$y = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2 + b_{11}\left(x_1^2 - \varphi\right) + b_{22}\left(x_2^2 - \varphi\right) \tag{6.4.8}$$

или в общем виде

$$y = \sum_{j=0}^{m} b_j x_j + \sum_{j=1}^{m} \sum_{k=j+1}^{m} b_{jk} x_{jk} + \sum_{j=1}^{m} b_{jj}\left(x_j^2 - \varphi\right). \tag{6.4.9}$$

Порядок выполнения

Задача 6.4.1. Соответственно заданному преподавателем варианту записать математическую модель второго порядка в общем виде и построить план ОЦКП для нахождения коэффициентов регрессии.

Задача 6.4.2. Определить коэффициенты математической модели второго порядка в общем виде.

Задача 6.4.3. Составить алгоритм и программу для математической обработки результатов эксперимента: определения коэффициентов модели, расчетного значения функции отклика, невязки (отклонения) функции отклика и относительного отклонения Δ в процентах. Результаты свести в таблицу.

Задача 6.4.4. На основе экспериментальных значений функций отклика, согласно заданному преподавателем варианту в лабораторной работе № 1, вычислить коэффициенты полинома, расчетное значение функции отклика, отклонение функции отклика и относительное отклонение Δ в процентах.

Содержание отчета

1. Цель работы.

2. Уравнение регрессии второго порядка в общем виде.

3. План ОЦКП второго порядка.

4. Алгоритм и программа математической обработки результатов эксперимента с описанием структуры и правил использования.

5. Результаты расчетов коэффициентов регрессии, значений функции отклика, относительного отклонение Δ в процентах с описанием и анализом.

6. Построенная математическая модель второго порядка с описанием структуры и анализом.

Контрольные вопросы

1. В каких случаях уравнения регрессии, которые учитывают эффекты взаимодействия, не могут с принятой точностью описать реальную поверхность функции отклика?

2. В каких случаях целесообразно использовать уравнение регрессии или полином второго порядка?

3. Что такое планирование эксперимента второго порядка? Приведите примеры для m = 2; 3.

4. Опишите общий вид полинома (математической модели) второго порядка. Дайте характеристику его составных элементов и частей. Приведите примеры для m = 3; 5.

5. Приведите примеры математических моделей второго порядка для разного числа факторов $3 < m < 10$.

6. На основе какого плана могут быть определены коэффициенты полинома второго порядка?

7. По каким причинам коэффициенты полинома второго порядка не могут быть определены на основе ПФЕ или ДФЕ?

8. Какие требования предъявляются и должны выполняться при построении ортогональных планов?

9. Как строятся ортогональные планы второго порядка? Приведите примеры построения ОЦКП при m = 4, 5, 6,...9.

10. Что может представлять собой ядро плана в ОЦКП?

11. Что такое «звездное плечо» α и квадратичная поправка φ? Как определяют их числовые значения и какая их роль при построении планов

ОЦКП для разного числа факторов? Приведите примеры для m = 3, 4, 7.

12. Как вычислить число опытов в плане ОЦКП второго порядка при разном числе факторов? Приведите примеры для $5 < m < 9$.

13. Объясните алгоритм и программу математической обработки планов ОЦКП.

14. Какой вид имеет построенная математическая модель второго порядка? Приведите примеры для $5 < m < 9$.

Список литературы

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.

2. Грищук Ю. С. Применение метода планирования эксперимента при исследовании характеристик быстродействующих предохранителей полупроводниковых преобразователей. //Вестник ХПИ – № 173. Х: Высш. шк. Проблемы оптимизации полупроводниковых систем преобразования энергии. Вып. I – Харьков, 1980.

6.5. Лабораторная работа № 5. Построение математических моделей второго порядка с учетом нелинейности на основе дробных ортогональных центрально-композиционных планов

Цель работы – ознакомление с дробными ортогональными центрально-композиционными планами (ДОЦКП) второго порядка и обретение практических навыков в построении на их основе с помощью ПЭВМ математических моделей второго порядка.

Порядок подготовки к работе

Изучить:

1) рекомендованную литературу;

2) методические указания к выполнению лабораторной работы.

Перечень используемого оборудования

Персональная ЭВМ.

Основные сведения

Уравнение регрессии второго порядка можно построить на основе как полного, так и дробного ОЦКП второго порядка. Последний позволяет значительно сократить число опытов и тем самым уменьшить материальные затраты и затраты времени на проведение многофакторных исследований. Вместе с тем уменьшение числа опытов снижает точность математической модели.

Для повышения точности математической модели второго порядка, которая строится на основе дробного плана ОЦКП, в ее составляющую включают дополнительные члены, которые представляют собой нелинейности в виде тройных, четвертных и более высоких эффектов взаимодействия:

$$x_1,x_2,x_3,\ \ x_1,x_2,x_3,x_4,\ \ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\ .$$

В этом случае число опытов остается таким же, как и в дробном плане ОЦКП второго порядка, только к плану вводятся дополнительные расчетные столбики (колонки) для соответствующих фиктивных факторов:

$$x_1,x_2,x_3,\ \ x_1,x_2,x_3,x_4,\ \ x_1,x_2,x_3,x_4,x_5\,.$$

С помощью этих столбиков рассчитывают неизвестные соответствующие коэффициенты b_{123}, b_{1234}, b_{12345} и т.д.

Число опытов в дробном плане ОЦКП второго порядка определяется по формуле

$$N = 2^{m-q} + 2m + 1, \tag{6.5.1}$$

где q – индекс дробности реплики ядра плана.

Таким образом, за ядро, по всей видимости, выбирают часть плана ПФЕ, т.е. ДФЕ2^{m-q}, который строят по обычным правилам. Звездные точки $\pm\alpha$, нулевая точка и квадратичная поправка φ определяют так же, как и в полном плане ОЦКП второго порядка (см. лаб. работу № 4).

При выборе индекса дробности реплики q, как и при построении дробного плана первого порядка, необходимо руководствоваться тем же правилом – $N \geq K$, где N – число опытов, а K – число неизвестных коэффициентов в полиноме второго порядка. Неизвестные коэффициенты регрессии определяют так же, как и в полном плане ОЦКП второго порядка (см. лаб. работу № 4, формула 6.4.7).

Порядок выполнения

Задача 6.5.1. Соответственно заданному преподавателем варианту записать математическую модель второго порядка с учетом нелинейностей с парными эффектами взаимодействия $x_j x_{ji}$, которая может быть построена на основе дробного плана ОЦКП второго порядка.

Задача 6.5.2. Определить коэффициенты этой математической модели в общем виде.

Задача 6.5.3. Составить алгоритм и программу для математической обработки результатов эксперимента, а именно для определения коэффициентов полинома, расчетного значения функции отклика, отклонения функции отклика и относительного отклонения Δ в процентах.

Задача 6.5.4. На основе экспериментальных значений функций отклика согласно заданному преподавателем варианту в лаб. работе № 1, вычислить коэффициенты этой математической модели, расчетное значение функции отклика, отклонение функции отклика и относительное отклонение Δ в процентах.

Содержание отчета

1. Цель работы.

2. Уравнение регрессии второго порядка с учетом нелинейностей с парными эффектами взаимодействия, которое может быть построено на основе дробного плана ОЦКП второго порядка в общем виде.

3. Дробный план ОЦКП второго порядка.

4. Алгоритм и программа математической обработки результатов эксперимента с описанием структуры и правил применения.

5. Результаты расчетов коэффициентов уравнения регрессии второго порядка, расчетное значение функции отклика, отклонение функции отклика и относительное отклонение Δ в процентах. Анализ результатов.

6. Построенное уравнение регрессии второго порядка с описанием структуры и анализом.

Контрольные вопросы

1. Напишите в общем виде уравнения регрессии второго порядка с учетом нелинейностей, которое может быть построено на основе дробного плана ОЦКП второго порядка.

2. В каких случаях целесообразно использовать дробный план ОЦКП второго порядка? Приведите примеры.

3. Как можно повысить точность математической модели второго порядка, которая строится на основе дробного плана ОЦКП второго порядка? Приведите примеры для $m = 4$ и 5.

4. Как определяется число опытов в дробных планах ОЦКП второго порядка? Приведите примеры для $m = 5$, 7 и 8.

5. Как строится дробный план ОЦКП второго порядка? Приведите примеры для $m = 6$ и 7.

6. Как определяется индекс дробности реплики при построении дробных планов ОЦКП второго порядка? Приведите примеры для $m = 7$ и 8.

7. Как определяются коэффициенты на основе дробных планов ОЦКП второго порядка? Приведите примеры для $m = 4$ и 7.

8. Как определяются расчетные значения функций отклика в дробном плане ОЦКП второго порядка? Приведите примеры.

9. Как определяются невязки функций отклика? Приведите примеры для $m = 3$.

10. Какие требования предъявляются к ортогональным дробным планам ОЦКП второго порядка?

11. Дайте пояснение к алгоритму и программе математической обработки дробных планов ОЦКП и расскажите, как пользоваться программой.

12. Что собой представляет ядро дробного ортогонального плана второго порядка?

13. Как определяют звездное плечо α и квадратичную поправку φ? Приведите примеры для $m = 4$, 7.

14. Проведите анализ построенной математической модели второго порядка.

15. Что такое генерирующие соотношения и для чего они используются? Приведите примеры для m = 5; 6.

16. Для чего проводится рандомизация опытов?

17. Для чего проводится дублирование опытов? Приведите примеры и дайте определение математического ожидания.

18. Что такое определяющий контраст? Приведите примеры для m = 3.

19. Что такое разделяющая способность дробной реплики? Приведите примеры для m = 4; 5.

20. Для чего используется квадратичная поправка φ и как она рассчитывается? Приведите примеры для m = 4; 5.

Список литературы

1. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия 1975. – 184 с.

2. Грищук Ю. С. Применение многофакторного дробного эксперимента при исследовании быстродействующих предохранителей. III Всес. науч.-техн. конф. "Состояние и перспективы развития производства аппаратов низкого напряжения" (г. Тбилиси, 11–13 ноября 1979г.): Тезисов. докл. – М.: Информэлектро, 1979.

3. Кринецкий Н. И. Основы научных исследований: Учеб. пособие для вузов. – К., Одесса: Высш. шк. 1981. – 208 с.\

6.6. Лабораторная работа № 6. Статистическая обработка результатов эксперимента

Цель работы – ознакомление с принципиальными схемами и оборудованием для проведения коммутационных исследований электрических аппаратов, изучение методики проведения многофакторных экспериментов и обретение практических навыков проведения и математической обработки результатов, полученных в виде осциллограмм.

Порядок подготовки к работе. Изучить:

1) рекомендованную литературу; 2) описание лабораторной установки;

3) методические указания к выполнению лабораторной работы.

Описание лабораторной установки

Лабораторная установка представляет собой ПЭВМ IBM, а также установку исследований электрических аппаратов на постоянном токе, принципиальная схема которой приведена на рис. 6.6.1, которые позволяют проводить коммутационные исследования электрических аппаратов и получать результаты в виде осциллограмм в миллисекундном реальном масштабе времени. В случае невозможности проведения исследования по техническим причинам преподаватель может предоставить эскизы осциллограмм соответственно вариантам, приведенным в табл. 6.6.1 или данные приведенные в приложении 3.

Основные сведения

Коммутационные исследования электрических аппаратов проводят как на постоянном, так и на переменном токе.

Для коммутационных исследований на постоянном токе источником энергии могут быть выпрямительные агрегаты, которые питаются от электрической сети, или ударные генераторы.

На рис. 6.6.1 приведена принципиальная схема для коммутационных исследований предельной коммутационной способности электрических аппаратов на постоянном токе.

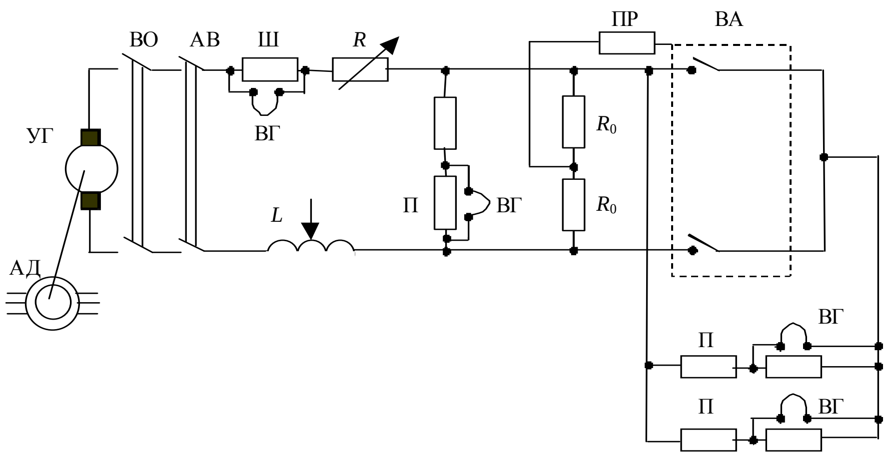


Рисунок 6.6.1 – Принципиальная схема установки для коммутационных исследований на постоянном токе

Главная цепь силовой электрической схемы такой лабораторной установки включает в себя: ударный генератор УГ, который приводится в действие с помощью асинхронного электродвигателя мощностью 100 кВт и больше и маховика с маховым моментом 62 т·м^2, что позволяет на выбеге получать напряжение U = 880 В и ток $I_{у.к.з}$ = 70 кА.

Как защитный выключатель и выключатель оперативного отключения ОО применяют быстродействующие выключатели со стабильным временем отключения.

Таблица 6.6.1 – Варианты данных для обработки осциллограмм.

Номер варианта	Вариант осциллограммы
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	6
11	1
12	2
13	3
14	4
15	5
16	6
17	7
18	8
19	9
20	7

Продолжение табл. 6.6.1

21	1
22	2
23	3
24	4
25	5

В качестве включающего аппарата АВ применяют специальные короткозамыкатели с незначительным и стабильным временем отключения.

Для регулирования тока применяют наборы резисторов с переключательными выводами секций, которые позволяют включать секции резисторов последовательно и параллельно и регулировать ток малыми ступенями.

Требуемую величину постоянной времени контура τ подбирают с помощью дросселя L с немагнитным сердечником и переключательными обмотками.

Для измерения тока применяют низкоомный шунт Ш ($R_{ш} = 0{,}75 \cdot 10^{-5}$ Ом), а для измерения напряжения – делители напряжения П, к которым подключают измерительные гальванометры ИГ осциллографа.

Регулирование напряжения осуществляется путем изменения оборотов асинхронного двигателя.

Ток короткого замыкания $I_{у.к.}$ и постоянную времени контура τ подбирают при металлическом коротком замыкании для заданного напряжения генератора путем изменения величины индуктивности дросселя и величины активного сопротивления резисторов. Кривые напряжения и тока при проведении опытов с помощью свето-лучевого осциллографа записывают на фотобумаге и измеряют осциллографическими методами. При этом применяются высокочувствительные гальванометры MSU. Масштаб времени регулируется путем изменения скорости протягивания фотобумаги в осциллографе и выбирается в зависимости от времени отключения и диапазона исследований.

Для диапазона от 0,5 до 10 мс выбран наиболее принятый масштаб времени $m_t = 0{,}1$ мс/мм.

Обработка масштабных осциллограмм

Обработка осциллограмм проводится графическим методом с дальнейшими расчетами масштабов и на их основе всех характеристик, в том числе временных, энергии дуги, среднеинтегральных и интегральных с помощью ПЭВМ и программ, которые разрешают значительно повысить точность их определения.

Постоянную времени контура τ определяют по масштабной осциллограмме (рис. 6.6.2) как время, за которое ток после включения достигнет 63 % от его максимальной величины I_m, если как индуктивную нагрузку используют катушки индуктивности без ферромагнитного сердечника. Скорость увеличения тока находят по осциллограмме как тангенс угла α (рис. 6.6.2), созданной касательной к кривой тока $i = f$(t), проведенной к началу координат, и осью времени t.

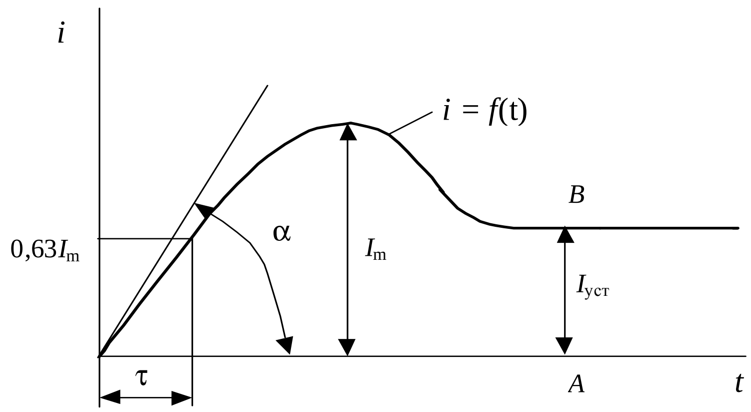


Рисунок 6.6.2 – Определение постоянной времени τ , масштаба тока m_i и скорости увеличения постоянного тока в контуре

Масштаб тока определяется как

$$m_I = \frac{I_{у.\,к.з}}{AB}\left[\frac{А}{мм}\right], \tag{6.6.1}$$

где

$$I_{\text{у.к.з}} = \frac{U_{\text{н}}}{R}, \qquad (6.6.2)$$

R — величина индуктивного сопротивления главной цепи схемы (рис. 6.6.1).

Масштаб напряжения m_{u} определяется как

$$m_{\text{u}} = \frac{U_{\text{н}}}{ml}\left[\frac{\text{В}}{\text{мм}}\right], \qquad (6.6.3)$$

где ml находится по кривой $U = f(t)$ для времени, которое отвечает отключению $I_{\text{к.з}}$, т.е. когда на разрыве цепи устанавливается напряжение контура $U_{\text{н}}$.

Пример графической обработки осциллограммы отключения постоянного тока короткого замыкания $I_{\text{ук.з}}$ = 30 кА приведены на рис. 6.6.3.

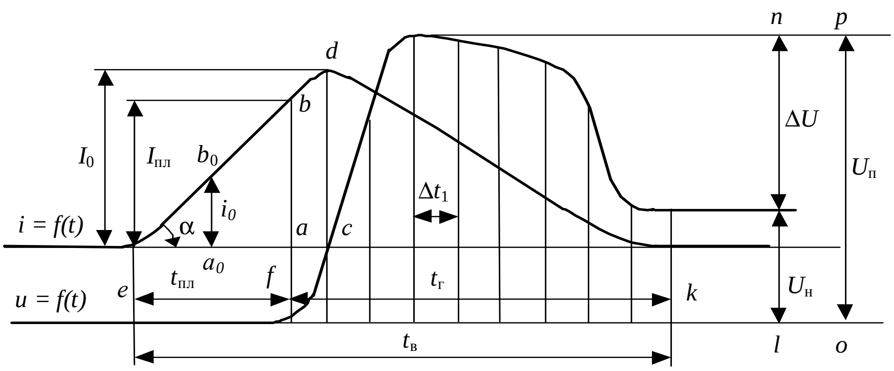


Рисунок 6.6.3 – Осциллограмма отключения тока короткого замыкания в контуре постоянного тока (параметры контура: $I_{\text{к.из уст}}$ = 30 кА, U = 400 В, τ = 43 мс) быстродействующим предохранителем с алюминиевым плавким элементом (масштаб времени m_{t} = 0,1 мс/гг)

Методика графической обработки исследовательской осциллограммы состоит в последовательном определении коммутационных характеристик по следующим формулам:

- ток ограничения $I_{\text{о}}$, А

$$I_0 = m_I cd\,; \tag{6.6.4}$$

- ток плавления, соответствующий половине времени плавления i_0, А

$$i_0 = tg\alpha \cdot \frac{t_{\text{пл}}}{2}, \tag{6.6.5}$$

- ток плавления $I_{\text{пл}}$, А

$$I_{\text{пл}} = m_I \cdot ab\,; \tag{6.6.6}$$

- время плавления $t_{\text{пл}}$, мс

$$t_{\text{пл}} = m_t \cdot ef\,; \tag{6.6.7}$$

- время горения дуги $t_{\text{г}}$, мс

$$t_{\text{г}} = m_t \cdot fk\,; \tag{6.6.8}$$

- время отключения $t_{\text{в}}$, мс

$$t_{\text{в}} = m_t \cdot ek = t_{\text{пл}} + t_{\text{г}}\,; \tag{6.6.9}$$

- перенапряжение $U_{\text{п}}$, В

$$U_{\text{п}} = m_u \cdot mn\,; \tag{6.6.10}$$

- интеграл плавления $W_{\text{пл}}$, $А^2с$

$$W_{\text{пл}} = \int_0^{t_{\text{пл}}} i^2 dt = \sum_{i=1}^{\delta_{\text{пл}}} \Delta t_i \cdot {i_i}^2, \tag{6.6.11}$$

где $\delta_{\text{пл}}$ – число интервалов на участке $t_{\text{пл}}$;

- интеграл горения дуги $W_{\text{г}}$, $А^2с$

$$W_{\text{г}} = \int_{t_{\text{пл}}}^{t_{\text{г}}} i^2 dt = \sum_{i=t_{\text{пл}}}^{\delta_{\text{г}}} \Delta t_i \cdot i_i^{\,2}\,; \qquad (6.6.12)$$

• интеграл Джоуля, или интеграл отключения $W_{\text{в}}$, А^{2}с

$$W_{\text{в}} = \int_{0}^{t_{\text{в}}} i^2 dt = \sum_{i=1}^{\delta_{\text{в}}} \Delta t_i \cdot i_i^{\,2}\,, \qquad (6.6.13)$$

где $\delta_{\text{в}}$ – число интервалов на участке $t_{\text{в}}$;

• энергия дуги $E_{\text{д}}$, Дж

$$E_{\text{д}} = \int_{t_{\text{пл}}}^{t_{\text{г}}} i \cdot u dt = \sum_{i=1}^{\delta_{\text{г}}} \Delta t_i \cdot i_i \cdot u_i\,, \qquad (6.6.14)$$

где $\delta_{г}$ – число интервалов на участке $t_{\text{г}}$;

• среднеинтегральное напряжение на дуге $U_{\text{с}}$, В

$$U_{\text{с}} = \frac{1}{t_{\text{г}}} \int_{t_{\text{пл}}}^{t_{\text{г}}} U \cdot dt = \frac{1}{t_{\text{г}}} \left(\sum_{i=1}^{\delta_{\text{г}}} \Delta t_i \cdot U_i \right). \qquad (6.6.15)$$

При разработке алгоритма и программы обработки осциллограммы нужно предусмотреть вычисление всех вышеприведенных коммутационных характеристик на основе масштабов тока m_I, напряжения m_u, времени m_t и соответствующих линейных размеров ординат тока, напряжения и абсцисс времени плавления, времени горения дуги, времени отключения и соответствующих им чисел интервалов $\delta_{\text{пл}}, \delta_{\text{г}}, \delta_{\text{в}}$.

Число интервалов выбирают в зависимости от характера изменения кривых тока и напряжения, времени отключения и масштаба времени с тем расчетом, чтобы получить максимально возможную точность определения интегральных коммутационных характеристик.

Порядок выполнения

Задача 6.6.1. Провести графическую обработку осциллограммы согласно варианту. Определить масштабы тока m_I, напряжения m_u, времени m_t и линейные размеры ординат кривых тока $I = f(t)$, напряжения $U = f(t)$ и абсцисс времени плавления $t_{\text{пл}}$, времени горения дуги $t_{\text{д}}$, времени отключения $t_{\text{в}}$.

Задача 6.6.2. Составить алгоритм и программу для вычисления защитных и коммутационных характеристик по результатам графической обработки осциллограмм.

Задача 6.6.3. Провести расчеты защитных и коммутационных характеристик быстродействующего предохранителя (тока плавления $I_{\text{пл}}$, тока ограничения $I_{\text{обм}}$, перенапряжения $U_{\text{пер}}$, времени плавления, времени горения дуги, времени отключения, интеграла квадрата тока плавления, интеграла квадрата тока горения дуги, интеграла квадрата тока отключения (интеграла Джоуля), среднеинтегрального напряжения дуги, энергии дуги на ПЭВМ по разработанной программе по результатам графической обработки осциллограмм.

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Принципиальная схема коммутационных исследований на постоянном токе.
3. Эскиз осциллограммы с результатами ее графической обработки.
4. Алгоритм, программа и результаты расчета коммутационных характеристик.

Контрольные вопросы

1. Устройство и принцип действия установки и схемы коммутационных исследований электрических аппаратов на постоянном токе.
2. Порядок проведения коммутационных исследований на постоянном токе.
3. Назначение структурных элементов схемы коммутационных исследо-

ваний.

4. Как определяется постоянная времени контура и по какой осциллограмме?

5. Как определяется скорость нарастания тока и по какой осциллограмме?

6. Как определить масштабы тока, напряжения и времени и по какой осциллограмме?

7. Как проводится графическая обработка исследуемой осциллограммы?

8. Какие основные коммутационные характеристики можно получить из осциллограммы и как они определяются?

9. Как рассчитывают интегральные характеристики?

10. Как рассчитывают энергию дуги?

11. Как составляется алгоритм и программа обработки осциллограммы?

12. Какие особенности исследовательской и масштабной осциллограммы?

Список литературы

1. Кузнецов Р. С. Аппараты распределения электрической энергии до 1000 В. 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергия, 1970. – 543 с.

2. Грищук Ю. С. Исследование процесса коммутации и разработка методики расчета быстродействующих предохранителей: дисс. канд. техн. наук. – Харьков: ХПИ 1980. – 221 с.

3. Намитоков К. К., Хмельницкий Р. С., Аникеева К. Н. Плавкие предохранители. – М.: Энергия, 1979. – 176 с.

4. Петинов О. В., Щербаков Э. Ф. Испытание электрических аппаратов. – М.: Высш. шк., 1985. – 215 с.

6.7. Лабораторная работа № 7. Статистическая обработка многофакторных экспериментов

Цель работы – изучить методы статистической обработки результатов эксперимента, дисперсионный и регрессионный анализы планов и математических моделей первого порядка.

Порядок подготовки к работе

1) изучить рекомендованную литературу;

2) методические указания к лабораторной работе и рабочие задачи.

Перечень используемого оборудования

Персональные ЭВМ (IBM).

Основные сведения

При проведении экспериментальных исследований соответственно составленной матрице планирования для плана ПФЕ2^m необходимо выбрать число параллельных опытов. Проведение дублирования опытов необходимо для исключения грубых ошибок и определения дисперсии воспроизведения. Коэффициент дублирования может быть определен предварительно независимо от наблюдений или в процессе исследований. При проведении экспериментальных исследований на основе планирования эксперимента возможны четыре типовых случая, связанных с дублированием опытов:

1) равномерное дублирование;

2) неравномерное дублирование;

3) дублирование в одной точке;

4) дублирование в отдельной серии, которая имеет определенное число опытов.

Обычно отдают предпочтение равномерному дублированию опытов, так как в этом случае исходная ортогональность матрицы планирования (т.е. ортогональность дублируемого плана) не нарушается. В других трех случаях имеет место нарушение ортогональности дублируемых планов, которая требует некоторых изменений в дисперсионном и регрессионном анализе при обработке результатов эксперимента. Чтобы исключить влияние систематических ошибок, вызванных внешними условиями и разными неконтролируемыми причинами, рекомендуется проводить рандомизацию опытов во времени, т.е. проводить их в случайной последовательности. Рандомизация опытов может быть осуществлена с помощью таблицы случайных чисел.

Пусть нужно рандомизировать план эксперимента ПФЕ2^m при m=2. Число опытов равняется четырем $N=2^2=4$. Из таблицы случайных чисел (см. приложение 2 табл. П2.1) выписываем четыре С-значных числа. Приписав каждому из них номер соответствующего опыта, получим:

56, 66, 25, 32 – случайные числа;

1, 2, 3, 4 – номера опытов в нерандомизированном плане.

Расположив случайные числа в порядке роста, получим такую последовательность проведения опытов.

25, 32, 56, 66 – случайные числа;

1, 2, 3, 4 – номера опытов в рандомизированном плане.

При проведении эксперимента возможны грубые ошибки, промахи. Это может быть связано, например, с неточностью записи или записью результата не в ту клетку плана и т.д. С целью исключения грубых ошибок, промахов осуществляется проверка неоднородности параллельных опытов.

Пусть в *i-ой* строке плана среди результатов $yi_1, yi_2,...yi_s,..,yi_m$ есть результат y_i^*, в отношении которого возникает сомнение и высказывается предположение, что он ошибочный. При этом составим отношение

$$t_{p_i} = \frac{\left| y_i^* - \bar{y}_i^* \right|}{\sigma_i^*}, \qquad (6.7.1)$$

где $\bar{y}_i^*, \sigma_i^*$ – оценки математического ожидания и среднеквадратичного отклонения без учета сомнительного результата; $t_р$ – расчетное значение критерия Стьюдента;

$$\bar{y}_i^* = \frac{1}{k_д - 1} \sum_{u=1}^{k_д} y_{iu}\,,\ y_{iu} \neq y_i^*\ ; \qquad (6.7.2)$$

$$\sigma_i^* = \sqrt{\frac{1}{k_д - 2} \sum_{u=1}^{k_д} \left(y_{iu} - y_i^* \right)^2}\,, y_{iu} \neq y_i^*\,. \qquad (6.7.3)$$

Случайная величина $t_р$ имеет $К_д$*-2* степеней свободы (число параллельных опытов минус две связи, которые использованы для определения $\bar{y}_i^*$ и σ_i^*).

Формально процедура проверки статистической гипотезы делается с помощью сопоставления того или другого расчетного показателя с табличным значением критерия (в данном случае t) при заданной доверительной вероятности P (или уровне значимости g = 1-P). Если расчетное значение оказывается меньше табличного, то с вероятностью P можно принять данную гипотезу. В противном случае гипотеза отвергается (вероятность правдоподобия гипотезы меньше P).

Таким образом, при $t_{\text{р}} < t$ с вероятностью P можно считать, что параллельные опыты однородные, в противном случае результат рассматривается как следствие грубой ошибки или промаха.

После устранения грубых ошибок расхождение значений y_i обусловлено только случайными факторами, т.е. ошибками опыта, которые являются случайными вследствие допусков и других отклонений, в том числе конструктивно-технологического порядка. Тогда и сами значения y_i – случайные величины и для их оценки и работы с ними применяется математический аппарат теории вероятностей и математической статистики.

Любая случайная величина характеризуется законом распределения вероятностей. Мы допускаем (постулировать), что для любого фиксированного набора факторов $x_1, x_2, ..., x_m$ значения y_i распределены по нормальному закону распределения Лапласа-Гаусса. В этом случае мы можем целиком охарактеризовать y_i двумя величинами – математическим ожиданием (средним значением y_i) и дисперсией S_i^2:

$$\overline{y_i} = \sum_{u=1}^{k_{\text{д}}} y_{iu} / k_{\text{д}}, \tag{6.7.4}$$

$$S_i^2 = \frac{\sum_{u=1}^{k_{\text{д}}} \left(y_{iu} - \overline{y_i}\right)^2}{k_{\text{д}} - 1}, \tag{6.7.5}$$

где $k_{\text{д}}$ - коэффициент дублирования (число повторений каждого опыта);

u - номер повторения.

Чем больше дисперсия, тем сильнее действуют случайные факторы, тем более определенным может оказаться каждое отдельное значение y_i .

П р и м е р. Имеем две группы значений y_i по три числа в каждой:

I	6	9	15;
II	9,2	9,8	11,0.

Средние в этих группах $\bar{y}_1 = \bar{y}_2 = 10$.

Однако дисперсии существенным образом различаются:

$$s^2\{y_I\} = \frac{(6-10)^2 + (9-10)^2 + (15-10)^2}{3-1} = 21;$$

$$s^2\{y_{II}\} = \frac{(9{,}2-10)^2 + (9{,}8-10)^2 + (11-10)^2}{3-1} = 0{,}84.$$

Естественно, что когда дисперсия большая, тогда мы должны проявить повышенную осторожность и принять меры к ее уменьшению, т.е. попробовать найти причину большого разброса результатов (неодинаковость условий проведения опытов, плохие измерительные приборы и т.д.) и устранить ее по возможности.

Если это не удастся, тогда необходимо увеличить $k_{д}$.

В статистике дисперсия связана с числом степеней свободы f. Это число равняется разности между числом опытов, по которым оценивалась дисперсия, и числом констант, найденных по тем же опытам. В нашем случае $f = k_{д} - 1$, так как по результатам этих опытов определялось $\bar{y}_i$ – среднее значение, которое принадлежит формуле s_i^2.

Проверка однородности дисперсий осуществляется для того, чтобы установить, имеем ли мы право использовать средние значения $\bar{y}_i$ для определения неизвестных коэффициентов полинома.

Дисперсии однородные, если они не зависят от того, в какой точке факторного пространства проводятся опыты, и между ними нет значительного расхождения.

Сравнение двух дисперсий может быть сделано с помощью критерия Фишера

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{21}{0{,}84} = 25 \quad \text{при} \quad f_1 = f_2 = 2, \quad S_1^2 > S_2^2 . \tag{6.7.6}$$

В таблице для F по горизонтали отложены f для большей дисперсии, а по вертикали для меньшей $F_{табл}$ = 19,0 (см. приложение 2 табл. П2.3).

При числе сравниваемых дисперсий больше 2 рекомендуется использовать другие более мощные критерии.

При одинаковом числе повторений каждого опыта используют критерий Кохрена, который определяется по формуле

$$G = \frac{S^2{}_{макс}}{\sum\limits_{i=1}^{N} S_i^2} . \tag{6.7.7}$$

При $G < G_{таб}$ принимается гипотеза об однородности дисперсии.

В случае, когда дисперсии не однородные, нельзя пользоваться средними значениями в качестве математического ожидания.

В этом случае необходимо подобрать такое преобразование y, чтобы дисперсии стали однородными, например использовать $\ln y$, $\sqrt{y}$, $\sqrt[3]{y}$ и т.д. Так или иначе мы должны иметь однородные дисперсии в опытах.

Лучшей оценкой является дисперсия воспроизведения

$$S_в^2 = \sum_{u=1}^{N} S_u^2 / N ; \tag{6.7.8}$$

$$f_в = (k_д - 1) \cdot N , \tag{6.7.9}$$

где $f_в$ - число степеней свободы дисперсии воспроизведения, N – число опытов в плане.

Анализ полученной математической модели

Так как $\bar{y}$ – случайная величина, найденные коэффициенты b также будут случайными величинами и нужна оценка точности полученных коэффициентов на основе определения их дисперсии

$$S^2\{b_j\} = S_в^2 \Big/ \sum_{u=1}^{N} x_{iu}^2 , \qquad (6.7.10)$$

или

$$S^2\{b_j\} = S_в^2 / N , \qquad (6.7.11)$$

Как видно из (6.7.11) дисперсия коэффициентов $S^2\{b_j\}$ в N раз меньше дисперсии воспроизведения. Зная дисперсию каждого коэффициента и его численное значение *b*, можно определить границу, в которой с определенной доверительной вероятностью будет заключено действительное значение коэффициента $b_{ист}$

$$b - \Delta b < b_{ист} < b + \Delta b . \qquad (6.7.12)$$

Значения Δb, определяющие доверительный интервал, находятся с помощью таблиц критерия Стьюдента (см. приложение 2 табл. П 2.4)

$$\Delta b = t \cdot S\{b_j\}, \qquad (6.7.13)$$

где t - табличное значение критерия Стьюдента при принятой доверительной вероятности 0,95 и числе степеней свободы f_b, из которых определена дисперсия S_b^2.

Для планов ДФЕ, ПФЕ можно записать

$$\Delta b = t\sqrt{\frac{S_в^2}{N}} = t\,\frac{S_в}{\sqrt{N}} . \qquad (6.7.14)$$

Определив доверительные интервалы, можно решить вопрос о значимости каждого коэффициента, т.е. о неслучайном его отличии от нуля. Можно считать, что коэффициент *b* значительно отличается от нуля, если

$$|b| > t \cdot S\{b_j\}. \tag{6.7.15}$$

В противном случае можно считать, что $b = 0$.

Адекватность модели проверяется путем сравнения двух дисперсий – S_a^2 и $S_в^2$ с сопоставлением их отношения с табличным значением критерия Фишера $F_{табл}$.

$$F = \frac{S_a^2}{S_в^2} < F_{\text{табл}} \text{ (при p = 0,95)}, \tag{6.7.16}$$

где

$$S_a^2 = \frac{k_{\text{д}} \sum_{i=1}^{N} \left(\bar{y}_i - y_{i\,p}\right)^2}{f_a}; \tag{6.7.17}$$

$k_{\text{д}}$ – коэффициент повторения опытов; $y_{i\,p}$ – расчетное значение функции отклика ; f_a – степень свободы дисперсии адекватности;

$$f_{\text{в}} = N - l\ . \tag{6.7.18}$$

где l – число коэффициентов математической модели.

В случае, когда расчетное значение критерия Фишера F больше его табличного значения $F_{\text{табл}}$ гипотеза об адекватности математической модели отвергается, т.е. модель признается не адекватной. Для повышения степени адекватности применяют разные особые способы, как при проведении исследований, так и при обработке их результатов. В таких случаях, в [25] для получения адекватной модели рекомендуется выполнить следующие действия: уменьшить интервалы варьирования факторов h_j всех или некоторых факторов; увеличить число параллельных опытов (коэффициент дублирования); ввести новые, раньше не учтенные факторы; учесть взаимодействие факторов более высокого порядка; изменить функцию отклика, т.е., вместо функции y вводить преобразованные функции $y' = \sqrt[n]{y}, y' = ln\, y, y' = y^n$ и другие, с последующим введением соответствующих обратных функций.

Например, для преобразованной функции $y^{'} = \sqrt[n]{y}$ обратной функцией будет y^n, для натурального логарифму обратной будет экспонента, для $y^{'} = y^n$ обратной будет $\sqrt[n]{y}$ и т.д.

Более эффективным является увеличение порядка математической модели за счет введения поправочных множителей в виде произведения степенных функций факторов, примеры использования которых приведены в [23, 27, 28, 39, 40]. Примеры построения моделей, статистической обработки результатов и использование поправочных множителей, вместе с введением преобразованных функций отклика, приведенные в [27, 39-47].

Порядок выполнения

Задача 6.7.1. Провести рандомизацию плана ПФЕ2^m при заданном m соответственно указанному варианту.

Задача 6.7.2. Выполнить проверку однородности параллельных опытов по результатам, полученным в *i-й* строке плана соответственно заданному значению m, при количестве параллельных опытов, равному шести (u = 5). Последний результат – сомнительный:

$(m-0{,}2)$, $(m-0{,}3)$, $(m-0{,}1)$, (m), $(m+0{,}1)$–результаты i-й строки y_{iu}.

Задача 6.7.3. Сделать расчет построчных математических ожиданий, дисперсий, проверить однородность построчных дисперсий, определить для значений m дисперсию воспроизведения плана в соответсвии с заданным вариантом согласно приложению 3 табл. П3.1.

Задача 6.7.4. Оценить статистическую значимость эксперимента на основе максимального и минимального значений откликов, статистическую значимость коэффициентов регрессии:

Задача 6.7.5. Определить дисперсию адекватности и сделать оценку адекватности математической модели.

Задача 6.7.6. Составить алгоритм и программу статистической обработки результатов эксперимента ПФЕ2^m (задание 2.4.3 – 2.4.6).

Содержание отчета

1. Цель работы.
2. Рандомизированный план ПФЕ2^m.

3. Результаты расчета и проверки однородности параллельных опытов.

4. Алгоритм, программа и результаты расчета математических ожиданий построчных дисперсий, проверки однородности дисперсий; расчета дисперсии воспроизведения, статистической значимости коэффициентов математической модели, дисперсии адекватности и проверки адекватности математической модели.

Контрольные вопросы

1. Случайные величины и их распределение. Математическое ожидание.
2. Классическое определение вероятности.
3. Аксиомы теории вероятностей.
4. Статистическая совокупность.
5. Многоугольник и гистограмма распределения частоты.
6. Среднее квадратичное отклонение, дисперсия, определение и расчет.
7. Основные виды распределения.
8. Нормальное распределение, его сущность и характеристика.
9. Генеральная совокупность и случайная выборка.
10. Проверка статистических гипотез.
11. Как определить построчную дисперсию?
12. Как определяется однородность дисперсий?
13. Как осуществляется рандомизация опытов?
14. Как проверяется однородность параллельных опытов?
15. Как определяется и что характеризует дисперсия воспроизводимости?
16. Как определяется и что характеризует дисперсия адекватности ?
17. Как оценивается значимость коэффициентов математической модели?
18. Как провести оценку адекватности математической модели?
19. Пути повышения степени адекватности математической модели.

Список литературы

1. Пустыльник Э.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 228 с.

2. Румшинский Л.З. Математическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1968. – 228 с.

7. АВТОМАТИЗАЦИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Анализ требований, предъявляемых к электрическим аппаратам защиты (автоматическим выключателям (АВ) и быстродействующим предохранителям (БП), и методов их испытаний указывает на весьма широкий перечень параметров, которые должны проверяться и исследоваться при проведении различных испытаний и исследований. К таким параметрам относятся: номинальный ток, ток перегрузки, ток короткого замыкания, напряжение на дуге, Джоулев интеграл, время отключения, температура на выводах, температура в центре плавкого элемента, температура контактов, скорость движения дуги в дугогасительной решётке и т.д. Всё это указывает на необходимость использования весьма широкого спектра, соответствующих датчиков, позволяющих с требуемой точностью отслеживать изменение этих параметров в процессе исследований [29].

7.1. Применение микроконтроллеров МК51 при автоматизации исследований электрических аппаратов

При проведении коммутационных исследований на постоянном токе таких электрических аппаратов, как быстродействующие предохранители, автоматические выключатели и др., используют экспериментальные установки, которые включают в себя главную цепь и цепь управления. Схема одной из таких установок представлена на рис. 7.1. Главную цепь установки составляют: ударный генератор (*УГ*) ($U_н$ = 880 В, $I_{уд}$ = 70 кА), регулируемые реакторы *L*, регулируемое сопротивление $R_а$, защитный выключатель (*ЗВ*), включающий аппарат (ВА), макет аппарата. Проведение исследований осуществляется с помощью пульта электронного управления (ПЭУ) и электромеханического или электронного осциллографа (ЭО). Измерение токов проводится с помощью шунта $R_ш = 0{,}7 \cdot 10^{-5}$ Ом. Напряжение на дуге измеряется по схеме делителя напряжения. Кривые тока и напряжения в стандартных экспериментах записывались на светочувствительную бумагу с помощью светолучевого осциллографа. В этом случае, обработка осциллограмм производится графическим методом, что требует больших трудовых затрат, времени и снижает точность измерений.

При исследовании малоизученных процессов для того чтобы обеспечить регистрацию возможных острых пиков перенапряжения, для записи кривых тока и напряжения, необходимо использовать электронный осциллограф и осуществлять фотографирование с помощью фотоприставки. В случаях, когда требуется повышенная точность, обработка осциллограммы проводится при помощи измерительного микроскопа. Все это также приводит к дополнительным материальным, временным и трудовым затратам. Сократить сроки проведения коммутационных исследований, повысить точность измерений, снизить их стоимость можно, применив разработанную и изложенную в [29] автоматизированную систему управления технологическим процессом исследований (АСУТПИ) с применением однокристального микроконтроллера.

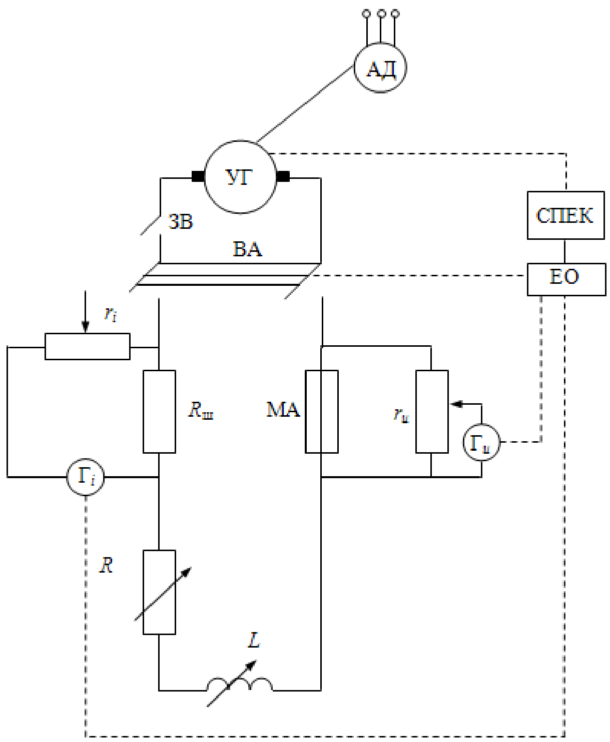


Рисунок 7.1 – Схема экспериментального стенда для коммутационных исследований электрических аппаратов

Структурная схема АСУ ТПИ, представленная на рис 7.2, выполнена на базе микроконтроллера серии МК 1816 ВЕ51 [29]. Схема включает в себя:
датчики контролируемых параметров (тока, напряжения, температуры, Джоулевого интеграла) Д1–Д4;
нормирующие усилители У1–У4;
четырехканальный коммутатор аналоговых сигналов типа КР 590 КИ6;
аналого–цифровой преобразователь (АЦП) типа К 1113 ПВ1;
микроконтроллер, содержащий встроенный генератор тактовых сигналов, память команд, оперативное запоминающее устройство (ОЗУ), встроенные 3 порта и последовательный канал связи;
компараторы К1-К4 типа К554 СА3, выходы которых по «или» объединены выходными управляющими сигналами микроконтроллера;
устройства согласования и обмена УСО1-УСО4, которые включают исполнительные устройства силовой установки, задающие режим испытаний или исследований.

Через последовательный интерфейс RS 232С АСУ ТПИ связана с ПЭВМ, которая может изменять режимы испытаний или исследований, а также принимать, запоминать, отображать и документировать результаты испытаний или исследований.

К объекту исследования подключены соответствующие датчики. Датчики контролируемых параметров Д1–Д4 являются преобразователями тока, напряжения, температуры, Джоулевого интеграла в напряжение. Нормирующие усилители согласуют выходное напряжение датчиков с требуемым входным сигналом АЦП 0–10 В и обеспечивают низкое выходное сопротивление.

Коммутатор аналоговых сигналов переключает один из входов на выход в зависимости от управляющего кода, поступившего от микроконтроллера.

АЦП обеспечивает преобразование аналоговых сигналов поступающих с выхода коммутатора в двоичный код по сигналу от МК. АЦП является быстродействующим десятиразрядным преобразователем входного напряжения в параллельный двоичный код. Запуск преобразователя производится микроконтроллером, окончание преобразования вызывает сигнал готовности, который является командой для считывания данных.

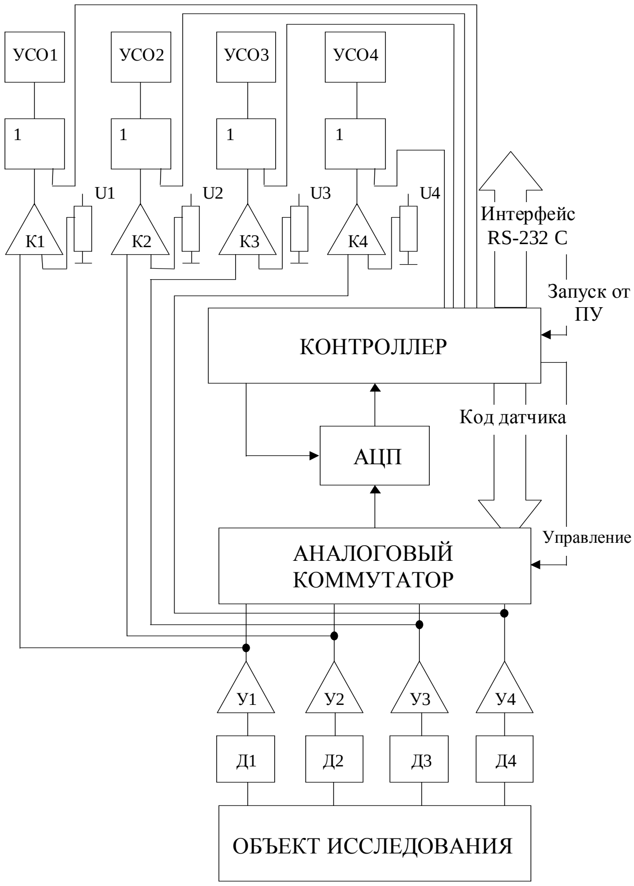


Рисунок 7.2 – Структурная схема автоматизированной системы управления технологическим процессом исследований электрических аппаратов

Микроконтроллер как микропроцессорное устройство в соответствии с записанной в память программой управляет процессом исследований или испытаний путём опроса с заданной периодичностью датчиков Д1–Д4 в соответствии с алгоритмом управления. Выходные сигналы датчиков вследствие их различной физической природы могут потребовать усиления и промежуточного преобразования на аналого-цифровых преобразователях (АЦП) или на схемах формирователей сигналов (ФС), которые чаще всего выполняют функции гальванической развязки и формирования уровней двоичных сигналов стандарта ТТЛ. Микроконтроллер с требуемой периодичностью обновляет управляющие слова на своих выходных портах. Некоторая часть управляющего слова может интерпретироваться как совокупность прямых двоичных сигналов управления (СУ), которые через схемы формирователей сигналов (усилители мощности, реле, оптроны и т.п.) или устройства связи с объектом (УСО1–УСО4) поступают на исполнительные механизмы (ИМ). Компараторы К1–К4 являются параллельным аппаратным контуром для защиты от аварийных режимов. УСО1–УСО4 представляют собой усилители мощности, которые управляют исполнительными устройствами силовой установки.

Обоснование выбора микропроцессорной системы приведено на примере для исследований быстродействующих предохранителей.

Микропроцессор для выше описанной системы выбирается исходя из характера исследуемых процессов и условий исследований:
скорости протекания процессов;
количества исследуемых параметров и частоты опроса датчиков;
задач по переработке информации;
условий эксплуатации и требований по надежности.

Исходные данные этой задачи показывают, что её решение может быть осуществлено на базе микроконтроллера серии МК51.

Система на базе этого микроконтроллера способна опрашивать датчики с частотой 100 мкс, т.е. за время отключения предохранителя $t_{откл} \leq 10$ мкс система успеет опросить датчики 100 раз, чего вполне достаточно для снятия и построения характеристик предохранителя с необходимой точностью.

Наиболее приемлемым для исследования характеристик быстродействующих предохранителей и автоматических выключателей является микроконтроллер типа МК1816ВЕ51, имеющий следующие технические характеристики:
тип – параллельный;
разрядность параллельно обрабатываемой информации – 8 двоичных разрядов;
форма представления чисел – двоичный дополнительный код;
методы адресации – регистровая, прямая, косвенно–регистровая, непосредственная;
адресуемая единица – байт;
количество команд – 111, включая команды арифметических и логнческих

операций, стековых операций, сложение слов двоичной длины, операции управления;
формат команд – однобайтная, двухбайтная, трехбайтная;
время выполнения команд – 1–4 мкс;
32 РОН и набор регистров специальных функций;
128 определяемых пользователем программно–управляемых флагов;
последовательный интерфейс;
четыре восьмиразрядных программируемых канала ввода–вывода;
два 16–битовых многорежимных таймера/счетчика;
система прерывания с пятью векторами и двумя уровнями с программной установкой приоритета;
емкость внутреннего ОЗУ – 128 байт, ПЗУ – 4 Кбайт.

Диалог с микроконтроллером осуществляется посредством последовательного интерфейса RS–232 С через ПЭВМ или пульт управления.

Важной особенностью арифметико–логического устройства (АЛУ) микроконтроллера семейства МК–51 является его способность оперировать не только байтами, но и битами. Отдельные программно–доступные биты могут быть установлены, сброшены, инвертированы, переданы, проверены и использованы в логических операциях. Это позволяет при управлении объектами часто применять алгоритмы, содержащие операции над входными и выходными булевскими переменными. АЛУ может оперировать четырьмя типами информационных объектов: булевскими (Т бит), цифровыми (4 бита), байтными (8 бит) и адресными (16 бит). В АЛУ выполняется 51 различная операция пересылки или преобразования этих данных. Так как используется 11 режимов адресации (7 для данных и 4 для адресов), то путем комбинирования «операция/режим адресация» базовое число команд 111 расширяется до 255.

Работа схемы осуществляется по разработанному алгоритму и программе. Алгоритм работы схемы представленный на рис. 7.3 позволяет автоматизировать управление процессом исследований электрических аппаратов, существенно повысить их точность и производительность.

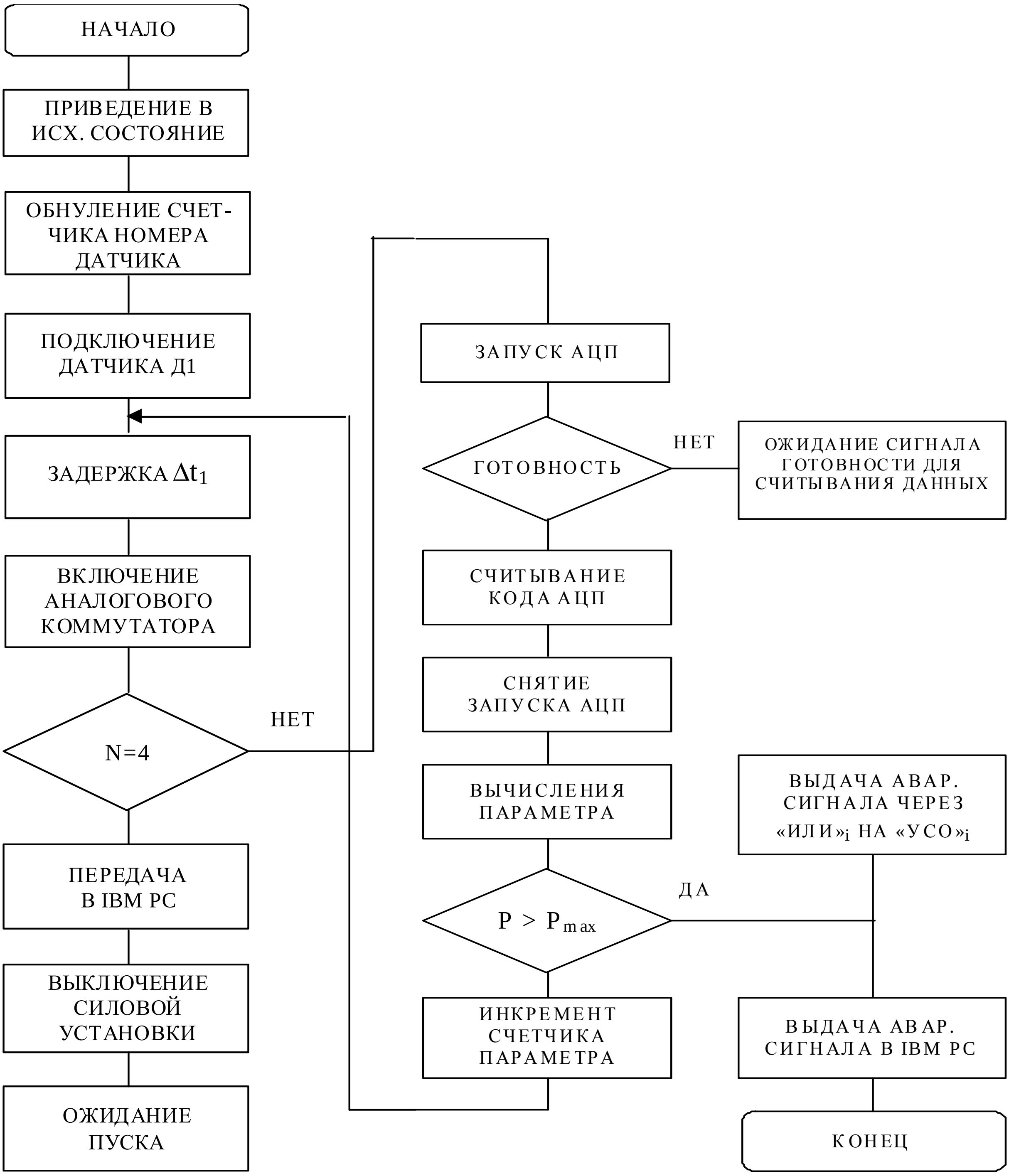


Рисунок 7.3 – Алгоритм работы схемы автоматизированной системы управления технологическим процессом исследований быстродействующих предохранителей

Разработанная АСУТПИ позволяет многократно сократить сроки проведения исследований, повысить их достоверность и экономичность.

7.2. Структурная схема АСУ ТПИ с параллельными АЦП

При исследовании многообразных физических процессов (горение дуги, нагрев, электродинамические усилия, электромагнитное поле и др.), протекающих при коммутации в электрических аппаратах защиты возникает необходимость в определении их характеристик и параметров. Эти процессы при отключении аварийных токов весьма кратковременны и имеют продолжительность от 1 до 10 мс. Для исследования таких процессов могут быть использованы установки, приведенные в [29, 33, 34], схема одной из которых описана в п. 7.2 и приведена на рис. 7.1. Управление и проведение исследований в таких установках осуществляется с помощью пульта электронного управления и электромеханического или электронного осциллографов, что впоследствии при графической обработке осциллограмм приводит к погрешностям, дополнительным материальным, временным и трудовым затратам и становится малоэффективным. Предложенная выше в 7.2 структурная схема АСУ ТПИ на базе МК–51 с последовательным АЦП в ряде случаев также не обеспечивает эффективного решения этих задач ввиду низкого быстродействия МК, больших числа датчиков и частоты их опроса. Эту задачу можно решить, используя схему АСУ ТПИ с параллельными АЦП, включив в неё более быстродействующий МК серии MCS 251 [30].

Для защиты электроустановок в аварийных режимах наиболее широко используют такие электрические аппараты защиты, как автоматические выключатели и быстродействующие предохранители. Поэтому разработку структурной схемы АСУТПИ целесообразно выполнить для одного из этих аппаратов защиты. АСУТПИ для других аппаратов может отличаться только количеством и наименованиями контролируемых параметров и соответствующими датчиками, которые будут подключены к исследуемому аппарату. Рассмотрим на примере технического задания на создание микроконтроллерной системы управления стендом для испытаний быстродействующих предохранителей со следующими исходными данными. Количество контролируемых параметров (датчиков) – 5, в том числе:

ток (защита);

напряжение (защита);

температура в центре плавкого элемента (защита);

температура на выводах;

Джоулев интеграл и интеграл горения дуги;

длительность одного опроса – 4 мкс;

количество разрядов преобразованной информации – 8;

внешний интерфейс обмена – RS232C;

количество опросов датчиков за период (не меньше) – 1000.

Решить эту задачу и сократить сроки проведения коммутационных исследований, повысить точность измерений, снизить их стоимость позволяет АСУТПИ с параллельными АЦП, разработанная на базе высокопроизводительного МК семейства MCS251 8XC251SB и представленная на рис. 7.4. Схема АСУТПИ включает в себя:

- датчики контролируемых параметров (тока, напряжения, температуры в центре и на выводах, Джоулевого интеграла, интеграла горения дуги) Д1–Д6;
- нормирующие усилители У1–У6;
- восьмиканальный коммутатор аналоговых сигналов;
- аналого–цифровой преобразователь (АЦП) типа К1108ПВ1 (А, Б);
- микроконтроллер, содержащий встроенный генератор тактовых сигналов, память команд, оперативное запоминающее устройство (ОЗУ), встроенные 4 порта и последовательный канал связи;
- компараторы К1–К3 типа КР554СА3, выходы которых по «или» объединены с выходными управляющими сигналами микроконтроллера;
- устройства связи с объектом *У*, которые включают исполнительные устройства силовой установки, задающие режим испытаний или исследований.

Через последовательный интерфейс RS 232C, АСУТПИ связана с ПВМ, которая может изменять режимы испытаний или исследований, а также принимать, запоминать, отображать и документировать результаты испытаний или исследований.

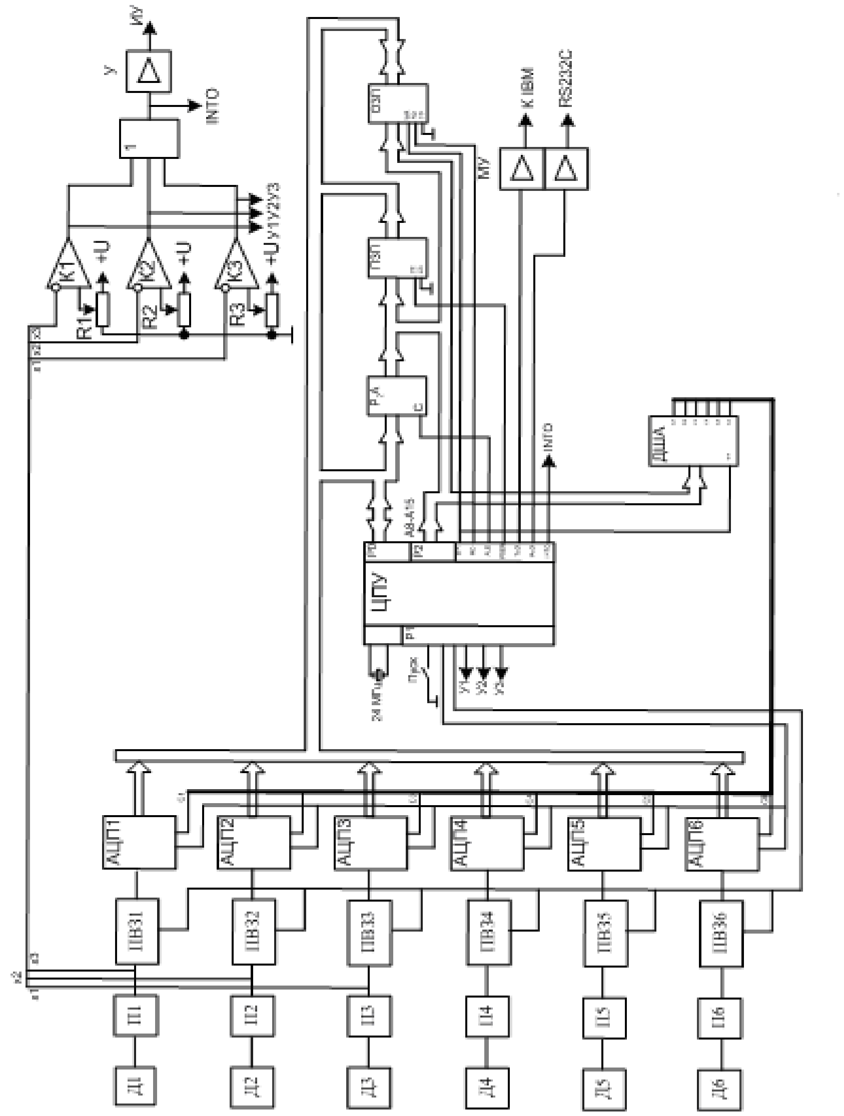


Рисунок 7.4 – Структурная схема АСУТПИ с параллельными АЦП

Выбор микроконтроллера

Основным элементом системы управления является микроконтроллер 80С251SB фирмы Intel. Данный микроконтроллер выбран исходя из следующих условий: микропроцессор этого типа (251) является дальнейшей разработкой широко известного в мире микропроцессора серии MCS51; программно совместимый сверху, но со значительно более высоким быстродействием (одна операция выполняется за 100 нс).

Микроконтроллер выбирают исходя из условия обеспечения длительности цикла аналого-цифрового преобразователя (АЦП) – преобразования входных сигналов и записи их в оперативное запоминающее устройство

(ОЗУ) микроконтроллером. Общее количество операций равно 5·6 + 5 = 35 команд. Для обеспечения требуемого быстродействия схемы измерения (в соответствии с заданием – 4 мкс) длительность одной команды $t_к/35 = 114$ нс. Такое быстродействие может обеспечить МК 80C251SB.

Описание архитектуры микроконтроллера

8XC251SB – первый МК в семействе MCS251 компании Intel. Новое семейство 8-битовых микроконтроллеров повышает функциональность и производительность широко распространенных микроконтроллеров MCS51 при сохранении совместимости на уровне двоичных кодов. Благодаря совместимости по контактам с 8XC51FX МК 8XC251SB может служить средством повышения производительности существующих аппаратно-программных систем. К типичным областям применения 8XC251SB можно отнести системы управления.

Всем МК семейства MCS 251 присущи такие общие особенности:

- 24-битовая линейная адресация до 16 Мбайт памяти;
- ЦПУ регистровой архитектуры с регистрами, адресуемыми как байты, слова и двойные слова;
- страничный режим, ускоряющий выборку команд из внешней памяти;
- конвейер команд;
- расширенная система команд, включающая 16-битовые арифметические и логические команды;
- 64-Кбайтовый внешний стек;
- минимальное время выполнения команд (2 такта по сравнению с 12 тактами у МК MCS 51);
- двоичная совместимость с МК MCS 51;

Перечислим некоторые достоинства, связанные с этими особенностями:

- сохранение программ, написанных для МК MCS 51;
- значительно более высокая скорость обработки, чем у МК MCS 51 при той же тактовой частоте;
- поддержка программ и данных большого размера;
- повышенная производительность программ на языке С.

Функциональная блок-схема МК 8XC251SB, представленная ниже на рис. 7.5, имеет следующую структуру. Ядро процессора – общее для всех

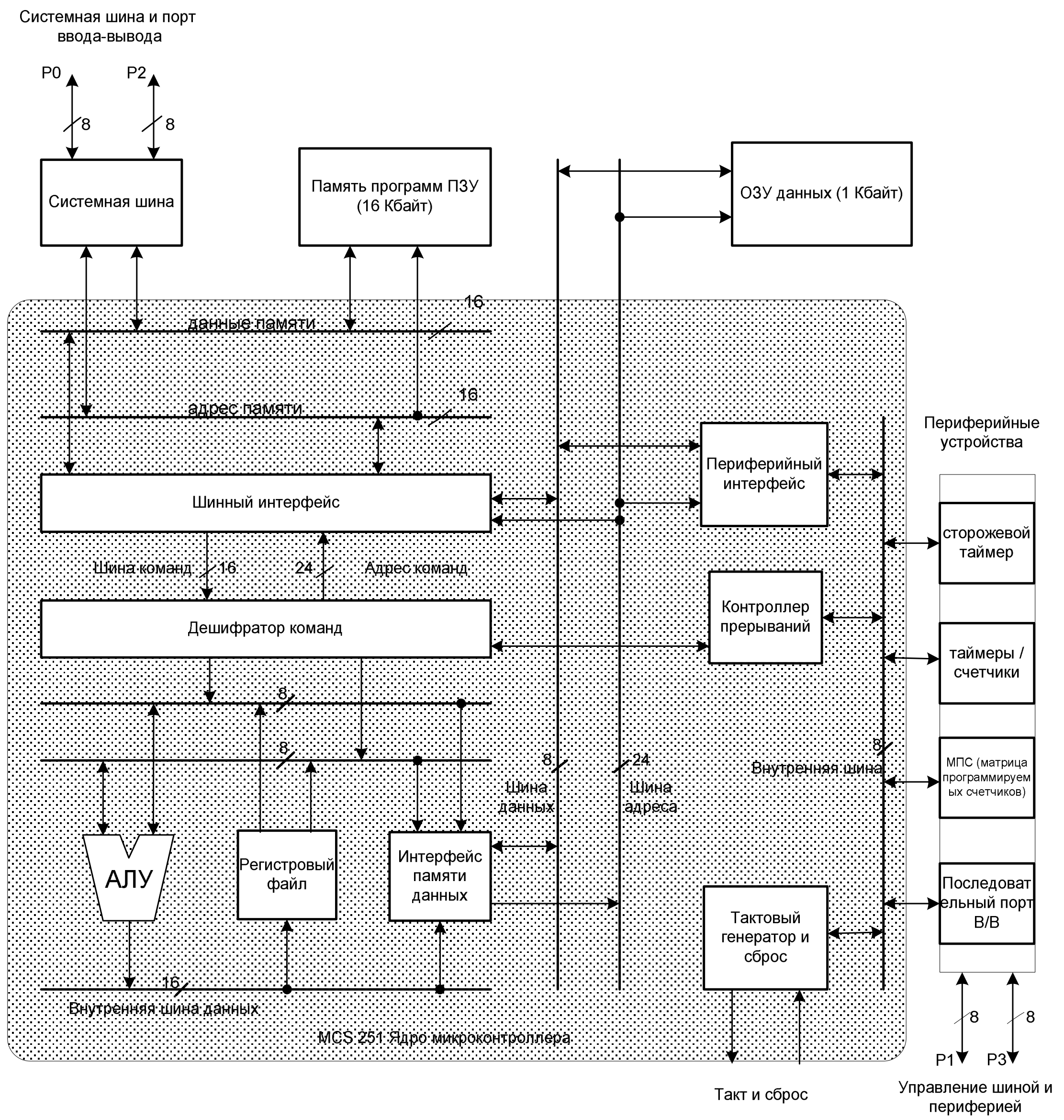


Рисунок 7.5 – Функциональная блок–схема 8XC251SB

микроконтроллеров MCS 251. Отдельные контроллеры семейства отличаются по набору периферийных блоков на кристалле, портов ввода-вывода, по внешней системной шине, размеру ОЗУ на кристалле, а также типу и объему внутренней памяти программ. В состав периферийных устройств 8XC251SB входят выделенный сторожевой таймер, таймер-счетчик, матрица программируемых счетчиков и порт последовательного ввода-вывода. МК 8XC251SB имеет четыре 8-битовых порта ввода-вывода, P0–P3. Каждую линию порта ввода-вывода можно по отдельности запрограммировать либо в качестве сигнала общего назначения, либо в качестве сигнала специальной функции, которые поддерживают либо внешнюю шину, либо встроенное периферийное устройство. Порты P0 и P2 образуют внешнюю шину, имеющую 16 линий для мультиплексирования 16-битового адреса и 8-битовых данных. (МК 8XC251SB позволяет также сконфигурировать 17-й бит внешнего адреса.) Порты P1 и P3 образуют сигналы управления шиной и периферией.

МК 8X251SB имеет два режима пониженного потребления. В холостом режиме тактовые сигналы ЦПУ останавливаются, но поддерживается синхронизация периферии. В режиме микропотребления внутренний тактовый генератор останавливается, и весь кристалл переходит в статическое состояние. По разрешенному прерыванию или аппаратному сбросу кристалл может выйти из холостого режима или режима низкого потребления и вернуться в нормальный режим.

Микроконтроллеры MCS 251 имеют расширенную систему команд, дополненную новыми операциями, режимами адресации и операндами. Многие команды могут работать с 8-, 16- и 32-битовыми операндами, обеспечивающими удобное и эффективное программирование на языках высокого уровня, типа С. Включены такие новые возможности, как команда TRAP, новый режим адресации со смещением и ряд команд условного перехода. Анализ описания системы команд и её сравнение с системой команд микроконтроллеров MCS 51 показывает, что 8XC251SB можно сконфигурировать для работы в двоичном или исходном режимах. В любом режиме 8XC251SB может выполнять все команды архитектуры MCS 51 и MCS 251. Однако исходный режим наиболее эффективен для выполнения команд архитектуры MCS 251, а двоичный – для команд архитектуры MCS 51.

В двоичном режиме объектные коды MCS51 можно выполнять на микроконтроллере 8XC251SB без перекомпиляции.

Если система изначально была спроектирована под MCS51, а новый МК 8XC251SB будет выполнять код, написанный для MCS51, то производительность будет выше, если 8XC251SB работает в двоичном режиме. Объектный код, написанный для MCS 51, работает быстрее на 8XC251SB. Однако если большую часть кода переписать в новой системе команд, то производительность будет выше, если 8XC251SB работает в исходном режиме. В этом случае 8XC251SB может работать значительно быстрее, чем микроконтроллер MCS 51.

Микроконтроллеры MCS 251 для хранения команд и данных используют единую линейную 16-Мбайтовую область адресации памяти. 8XC251SB может адресовать до 128 Кбайт физической внешней памяти. Регистры специальных функций и регистровый файл имеют отдельные области адресации.

Выбор АЦП

В разрабатываемой схеме применяется 8–битное преобразование. Количество разрядов АЦП выбрали исходя из приведенной погрешности аналоговых датчиков Д1–Д6, не превышающей 0,5 %. Погрешность преобразований АЦП Δ определяется значением младшего разряда получаемого кода и равна $1/2^n$, где n – количество разрядов, и не должна превышать погрешности входного аналогового сигнала. При n=8 Δ =1/256= =0,004=0,4 %, что вполне приемлемо для нашего случая. Выбирать АЦП с большой разрядностью не имеет смысла, поскольку младшие разряды не будут достоверными. Кроме того, быстродействующее АЦП (в нашем случае время преобразования меньше 1 мкс) достаточно дорогие, и с увеличением разрядности цена их резко возрастает. В данной схеме требуется шесть АЦП для обеспечения одновременного снятия аналогового сигнала с дальнейшим последовательным считыванием результатов и записью их в ОЗУ. Данным требованиям удовлетворяет АЦП К1108ПВ1 (А, Б). Микросхема 10–разрядного быстродействующего функционально законченного АЦП последовательного приближения К1108ПВ1 (А, Б) предназначена для преобразования аналогового сигнала в двоичный параллельный цифровой код.

В состав функциональной схемы преобразователя входят: источник опорного напряжения (ИОН), генератор тактовых импульсов (ГТИ), выходной регистр с тремя логическими состояниями и функцией хранения информации в течение одного цикла преобразования, выходной регистр (ВРг) регистра последовательного преобразования (РПП), цифроаналоговый преобразователь (ЦАП), многовходовый компаратор напряжений (КН) с входным вычитающим устройством, дешифратор уровней тока и др.

Микросхема рассчитана на преобразование однополярного входного напряжения в диапазоне от 0 до 3 В, подаваемого на вход через внешний операционный усилитель (ОУ) или устройство выборки и хранения (УВХ), при максимальной частоте преобразования 1,1 МГц для 10–разрядного режима и 1,33 МГц для 8–разрядного режима.

Для работы АЦП К1108ПВ1 требуется несколько внешних керамических конденсаторов и источник напряжения U_{cc1}=5 Вё5 % и U_{cc2}=5,2 Вё5 %. Номинальное значение внутреннего напряжения ИОН составляет 2,5 В. Мощность, потребляемая от источника питания, не превышает 0,85 Вт.

Описание работы схемы АСУТПИ, приведенной на рисунке 7.4

Сигналы, поступающие с аналоговых датчиков Д1–Д6, нормируются усилителями У1–У6, выполнеными на базе прецизионных операционных усилителей КР140УД26Б. После этого они поступают на устройства выборки и хранения УВХ1–УВХ6, выполненные на базе микросхем КР1100СК2. По команде МК УВХ1–УВХ6 одновременно запоминают аналоговые сигналы от соответствующих усилителей У1–У6 на время, необходимое для работы БИС АЦП. Следующая команда МК запускает аналого-цифровые преобразователи АЦП1–АЦП6. Происходит параллельное во времени преобразование входных аналоговых сигналов в 8-разрядный двоичный код. Затем снимаются сигналы управления УВХ1–УВХ6 и АЦП1–АЦП6. Преобразованная информация хранится в выходных регистрах АЦП1-АЦП6.

В циклах адресного чтения МК последовательно считывает преобразованную информацию из АЦП1–АЦП6. Преобразованный сигнал записывается в ОЗУ статического типа, выполненного на базе микросхемы IDT7164S20T, емкостью 8к х 8бит фирмы NSC, время доступа 20 нс. Сигналы разрешения работы УВХ и АЦП выдаются микроконтроллером. АЦП стробируется импульсами, выданными дешифратором адреса (ДША). В качестве ДША применяют демультиплексор 3 на 8 со сторобированием, микросхема КР1533ИД7 или КР1554ИД7. Тактовая частота микроконтроллера 24 МГц обеспечивается встроенным в МК генератором при подключении к контроллеру внешнего кварцевого резонатора. Программа работы устройства размещена в программируемом постоянном запоминающем устройстве (ППЗУ) с ультрафиолетовым стиранием типа D27C64A1 фирмы Intel, емкостью 8кх8бит, время выборки 20 нс. БИС ППЗУ устанавливается на сокете, что позволяет многократно менять работу устройства, приспосабливая его к различным типам испытываемых предохранителей, обеспечивая тем самым гибкость построения системы автоматического управления.

После окончания одного цикла испытаний МК производит настройку связи с IBM PC, после чего происходит передача массива данных содержащихся в ОЗУ результатов испытаний для дальнейшей обработки и анализа. Передача производится в «старт-стопном» режиме для RS232C с контролем на четность или нечетность каждой посылки и проверки с помощью контрольной суммы массива.

При возникновении аварийной ситуации на входах 1–3 аварийный сигнал, усиленный компараторами К1–К3, подается на элемент ИЛИ, который в свою очередь выдает импульс на отключение всей установки. В качестве компараторов К1–К3 выбираем широко используемые интегральные схемы КР554СА3 с открытым коллектором, что облегчает стыковку с логическими уровнями микроконтроллера и цифровых интегральных схем. Установка схемы защиты выставляется резисторами R1–R3. При аварии МК переходит в режим прерывания, выполнение основной программы приостанавливается и МК выдает сообщение об аварийной ситуации в ПЭВМ.

Основной алгоритм работы схемы АСУТПИ приведен в [30].

В начале алгоритма производится установка исходного состояния всех управляющих сигналов: управление УВХ, управление АЦП, программируются все параметры для настройки порта последовательного ввода-вывода RS232C. Затем производится ожидание команды «пуск» (2) от внешней схемы. В главном цикле алгоритма (3–14) производится включение УВХ1–УВХ6 (3), включение АЦП1–АЦП6 (4), устанавливается счетчик параметров i = 1. Выключение УВХ1–УВХ6 происходит через время задержки, равное 0,8 мкс, необходимое для преобразования аналогового сигнала в цифровой код, после чего снимается сигнал разрешения работы АЦП (7). Внутренний цикл съема информации и записи в ОЗУ выполняется 6 раз (8–12), инкрементируются номер выбранного АЦП и адрес ОЗУ.

Блок 13 резервирует два адреса ОЗУ для увеличения (в случае необходимости) количества датчиков до восьми, блок 14 анализирует состояние, когда считано 1000 показаний и выход «да» означает окончание процесса измерения всех параметров.

Подсчитывается контрольная сумма всего массива (15) по модулю 256 и записывается в соответствующую ячейку ОЗУ. Затем происходит настройка связи с IBM PC (17–18), происходит передача массива с контролем нормы передачи (19–20). Если информация передана достоверно, то происходит выход из алгоритма; в случае недостоверности переданной информации происходи повторная передача массива (21).

Алгоритм прерывания

Прерывание при аварии происходит по входу INT0. В блоке 1 подпрограмма микроконтроллера считывает сигналы, указывающие на причину аварии. Признак причины аварии передается через последовательный порт ввода-вывода RS232C в ПЭВМ аналогично блокам 17–21 основного алгоритма.

Работа схемы АСУТПИ с параллельными АЦП осуществляется по выше изложенным алгоритмам, позволяющим многократно сократить сроки проведения исследований коммутационных электрических аппаратов защиты, повысить достоверность результатов исследований и их экономическую эффективность. Разработанные АСУ ТПИ и алгоритмы могут использоваться при проведении испытаний или исследований и других электрических аппаратов и устройств электробытовой техники.

8. ОФОРМЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Результаты проведения научных исследований могут быть представлены в виде разнообразных форм научной продукции.

8.1. Формы научной продукции

Рассмотрим важнейшие формы научной продукции: научно-технический отчет, статью, монографию, изобретение, диссертацию, реферат, доклад, тезисы доклада, научно-методические материалы и др.

Монография – научное издание, как правило, в виде книги, содержащее всестороннее исследование одной проблемы, темы и принадлежащее одному или нескольким авторам, придерживающимся одной точки зрения, предназначена как для специалистов, так и для учебного процесса.

Учебник – учебное издание в виде книги, содержащее систематическое изложение определенной учебной дисциплины, соответствующее учебной программе и утвержденное официальной инстанцией. Он предусматривает детальную теоретическую и практическую разработку всех разделов курса.

Учебное пособие – учебное издание в виде книги частично заменяющее или дополняющее учебник, утвержденное официальной инстанцией, содержит систематизированные изложение дисциплины, ее раздела или части и соответствует учебной программе.

Изобретение как результат исследований. В процессе выполнения научно-исследовательской работы и технического творчества может быть сделано открытие, изобретение, рационализаторское предложение, выдвинуты новые идеи. Новую идею следует рассматривать как изобретение. Если специалист научно обосновывает свои предложения, идеи это уже изобретательство – высшее проявление научной деятельности.

В новом положении об изобретении впервые регламентированы *объекты изобретения: устройство, способ и изобретение на применение*. Как объект изобретения, устройство характеризуется конструктивными (компоновочными) средствами, определенными формами элементов (деталей, узлов), их взаимным расположением, средствами связи и взаимодействия, соотношением размеров и т.п. Способ, как объект изобретения, характеризуется технологическими средствами, различного рода процессами (обработкой, наблюдением, контролем), содержание которых включает в себя приемы (операции), их последовательность, сочетание, режимы (температурные, скоростные). Изобретение на применение характеризуется новым отношением известного предмета к другим предметам, что позволяет применить его по-новому, не традиционному для данного предмета назначению, и такое использование не очевидно для специалистов [3].

Выявить изобретение – значит выделить элементы, обладающие существенными отличиями, новизной, положительным эффектом и прогрессивностью. Изобретение обычно «прячется» в разработке, его нужно уметь найти. В любой работе могут быть рациональные решения, имеющие обобщающее значение. Выявить изобретение – значит найти то общее, полезное и новое для данной группы объектов, что содержится в работе; показать его место среди других изобретений, уступающих ему по каким-либо показателям; доказать существенные отличия, преимущества и положительный эффект решения [20]. Следует особо отметить важность получения по результатам научно-исследовательской работы патента, что представляет собой мерило уровня развития науки и техники страны.

Диссертация как результат научных исследований. Диссертацией называется специальная, публично защищаемая на заседании ученого совета форма научного исследования, представляемая на соискание ученой степени кандидата или доктора наук [3]. По положению диссертация – это рукописная или опубликованная работа, монография, единолично написанная на избранную тему [50]. Она представляет собой квалификационную работу, содержащую совокупность результатов, научных положений, выдвигаемых соискателем для публичной защиты, и свидетельствующую о его личном вкладе в науку и качествах как ученого. Диссертация должна отвечать задачам современного развития науки и практики [3, 50].

Тема диссертационной работы как правило должна быть связана с планом основных научных работ научно-исследовательского учреждения (научно-производственного объединения, вуза). Тема диссертационной работы заблаговременно утверждается советом научно-исследовательского учреждения персонально для каждого соискателя. Совет учитывает научную зрелость соискателя, характеристику его производственной и общественной деятельности, представляемую кафедрой (отделом, лабораторией и т. п.) [3, 50].

В диссертацию включаются научные положения, сформулированные автором, их теоретическое обоснование и экспериментальное подтверждение. Постановка задачи должна быть конкретной, соответствовать современному состоянию вопроса и обосновываться другими научными работами. Предложенные новые решения строго аргументируются и критически оцениваются по всем аспектам, в том числе и по эффективности [3, 50].

В диссертации (или приложениях к ней) приводятся сведения, подтверждающие внедрение, практическое использование в народном хозяйстве полученных научных результатов, или соображения по их конкретной реализации. В диссертациях по техническим наукам основное внимание уделяется исследованиям и разработкам прогрессивных технологических процессов, высокопроизводительных машин, аппаратов, приборов, новых материалов, а также важных теоретических проблем техники, методов и средств автоматизации и механизации, общих вопросов организации производства [3, 50].

8.2. Требования к оформлению документов

8.2.1. Документы выполняют на листах писчей бумаги формата А4 297х210 мм по ДСТУ 3008-95 [51]. При необходимости (выполнение таблиц, иллюстраций и приложений) допускается использовать формат А3 297х420 мм.

На листах должны быть оставлены или очерчены поля: левое, нижнее и верхнее – не меньше 20 мм, правое – не меньше 10 мм.

8.2.2. Листы документа нумеруют арабскими цифрами, проставляя их в правом верхнем углу листа без каких-либо знаков. Нумерация листов должна быть сквозной для всего документа. На титульном листе номер не ставят, но его включают в общую нумерацию листов.

8.2.3. Текст документа выполняют на одной стороне листа одним из способов [3]:

а) рукописным – четким, разборчивым почерком или чертежным шрифтом по ГОСТ 2.304 с высотой букв и цифр не меньше 2,5 мм. Плотность записи должна быть одинаковой;

б) машинным (при помощи компьютерной техники) – кегль 12 – 14 через полтора интервала, рекомендуемый шрифт – Times New Roman Cyr;

в) машинописным – через полтора интервала. Шрифт пишущей машинки должен быть четким, высотой не меньше 2,5 мм, лента – черного цвета (полужирная).

Допускается отдельные структурные элементы документа выполнять способом, отличающимся от основного, а также включать страницы, выполненные методом репрографии.

8.2.4. Опечатки, описки и графические неточности, обнаруженные в процессе выполнения документа, допускается исправлять подчисткой или закрашиванием белой краской и нанесением на том же месте исправленного текста [3].

8.3. Рекомендации по оформлению материалов

Основные требования к техническому отчету по научно-исследовательской работе: четкость построения; логическая последовательность изложения; убедительность аргументации; краткость и точность формулировок, исключающая субъективное и неоднозначное толкование; конкретность результатов; доказательность выводов; обоснованность рекомендаций [3].

Отчет должен включать следующие структурные элементы [3]:

1)титульный лист; 2)реферат; 3)содержание; 4)введение;

5)основную часть (обзор литературы, обоснование выбранного направления, методику, содержание и результаты выполненной работы);

6)заключение (выводы и предложения); 7) список источников информации*;* 8)приложения.

Требования к техническому отчету

Содержание помещают в начале и включают в общую нумерацию страниц отчета. Заголовки содержания должны точно соответствовать заголовкам текста. Против каждого заголовка должен быть проставлен номер страницы.

Во *введении* необходимо кратко охарактеризовать современное состояние проблемы, четко сформулировать цель исследования, раскрыть, в чем заключается его новизна и актуальность.

В *обзоре литературы* приводится библиография и анализируются работы по рассматриваемому вопросу. Особенно тщательно рассматриваются противоречивые сведения. Обращается внимание на новые идеи и проблемы, возможные подходы к решению поставленной задачи, на результаты предыдущих исследований, данные экономического характера, сведения об источниках информации и т. п. Следует показать преимущества *выбранного направления* как с научной, так и с экономической точки зрения.

В разделе по *методике, содержанию и результатам* выполненной работы излагаются ход исследования, а также все промежуточные и окончательные результаты (в том числе отрицательные). Новая методика исследования рассматривается подробно, старая – не обязательно. При описании экспериментов указывается их цель, программа, методика и аппаратура; раскрывается сущность этих экспериментов; оценивается их достоверность; полученные данные сопоставляются с теоретическими; формулируется результат и его возможное применение.

Заключение (выводы и предложения) должно содержать оценку результатов и их соответствие требованиям задачи, пути и цели дальнейшей работы (или обоснование ее нецелесообразности). В заключении отчета по прикладным исследованиям оценивается технико-экономическая эффективность разработки и делается вывод о целесообразности опытно-конструкторского или экспериментального проектирования. В заключении по научно-исследовательской работе указывается технико-экономическая эффективность или народно-хозяйственное, научное, социальное значение.

Научно-исследовательская работа может завершаться следующим: разработкой научных основ (методов) исследования, проектов новых технологических процессов; получением новых продуктов и препаратов, данных о новых объектах, их качественных и количественных характеристиках; составлением инструкций, руководящих материалов, рекомендаций, методик (расчетов, измерений, испытаний); разработкой норм, алгоритмов, программ, технических заданий, проектной и конструкторской документации на опытные установки или приборы; изготовлением лабораторных и опытных образцов (макетов); внедрением в производство вновь созданных технологических процессов, режимов, а также технической помощью производству. В конце заключения следует указать, чем завершена работа (отрицательные результаты также указываются).

В *приложения* следует включить вспомогательные материалы, чтобы они не загромождали текст основной части отчета (промежуточные математические выкладки и расчеты; таблицы дополнительных цифровых данных; протоколы и акты испытаний; описания аппаратуры и приборов, примененных при проведении экспериментов).

В *списке источников информации* приводятся все данные, необходимые для отыскания источника.

Важна и литературная обработка научных материалов. Рукопись должна быть краткой, понятной и выразительной. На протяжении всей рукописи необходимо строго соблюдать единообразие терминов, обозначений, символов и условных сокращений. Не допускаются одинаковые термины (обозначения) для обозначения различных понятий (величин). Рекомендуется избегать неуместные в специальной литературе обороты с местоимениями *я*, *мы:* я считаю, мною установлено, мы получаем и т. п. Не следует смешивать в одной фразе два или три времени глагола [3].

Цитаты из работ других авторов или из официальных документов следует воспроизводить точно, с сохранением всех особенностей подлинника. Все цитаты сопровождают ссылками с указанием фамилии и инициалов автора, полного названия книги, города, издательства, года и страницы; для статей указываются название статьи, и название периодического издания [3, 51].

Математические знаки следует применять лишь в формулах, а в тексте надо писать словами. Формулы нумеруются арабскими цифрами, нумерация – сквозная; номера пишутся в круглых скобках справа. Знаки препинания возле формул расставляются в полном соответствии с правилами пунктуации, так как формулы не должны нарушать синтаксической правильности фразы [3, 51].

Таблицы нумеруют арабскими цифрами (знак № не ставится). Графики должны быть как правило с координатной сеткой, соответствующей масштабности шкал по осям абсцисс и ординат. Подписи на осях – предельно краткие, с указанием размерности [3, 51].

Одна из начальных форм отчета по научной работе – реферат, с помощью которого молодой исследователь (студент, аспирант, младший научный сотрудник) учится самостоятельно систематизировать, классифицировать и обобщать научные факты, высказывать критические замечания по существу научных публикаций. В реферате придерживаются обычно такого плана: введение, где характеризуется теоретическое и практическое значение темы; основная часть, где излагается сущность реферируемых данных и критических замечаний на них; заключение, где дается оценка проанализированной информации [3].

Научный отчет рецензируется и обсуждается в коллективе; научный работник должен внимательно относится к критике своих исследований, что содействует повышению их качества.

При обсуждении докладов (сообщений) следует назначать рецензентов, которые заранее подготавливают квалифицированный отзыв, содержащий обоснование необходимости (актуальности) темы; оценку идейного и научного содержания, языка и стиля, последовательности изложения, иллюстративного материала, объема и полноты изложения (рекомендации о сокращении или дополнении); общие выводы, итоговую оценку исследования. Критика рецензента должна быть научно обоснованной, принципиальной, но вместе с тем и доброжелательной [3].

Доклад содержит краткое изложение основных научных положений, сформулированных автором, выводы и предложения. Для него отводят ограниченное время (10–20 мин). Доклад не следует читать; нужно докладывать выразительно, четко, неторопливо и литературно грамотно. Ответы на вопросы должны даваться по существу. Желательно составить по докладу краткие тезисы (на 1–2 страницах) с изложением цели и основных идей. Чтобы овладеть навыками докладчика, необходимо систематически работать над составлением докладов, выступать с ними на семинарах, симпозиумах; конференциях, а также активно участвовать в дискуссиях.

Структурные элементы документа выполняют в соответствии с Государственными стандартами Украины ДСТУ 3008-95 «Документація. Звіти в сфері науки и техніки. Структура і правила оформлення». Наряду с этим создаётся электронный вариант научно-технического отчёта или другого научного документа, (статьи, реферата и др.). Оформление электронных вариантов научных документов выполняется в соответствии с требованиями тех организаций, куда они направляются. Оформление диссертаций и авторефератов диссертаций производится в соответствии с требованиями Высшей Аттестационной Комиссии (ВАК) Украины, изложенными в бюллетене ВАК Украины № 2, 2000 года, С. 28-40 [50].

Диссертация должна содержать: титульный лист, содержание, перечень условных обозначений (при необходимости), вступление, основную часть, выводы, список использованных источников, приложения (при необходимости). *Название диссертации* должно быть по возможности кратким, отвечать выбранной специальности и сути решённой проблемы (задачи), указывать на цель диссертационного исследования и его завершенность. Иногда для большей конкретизации к названию следует прибавить небольшой (4-6 слов) подзаголовок [50].

Требования к изложению и оформлению составных частей диссертации (вступления, основной части, выводов, списка использованных источников информации) в полной мере приведены в [50].

Автореферат должен довольно основательно раскрывать содержание диссертации, в нем не должно быть чрезмерных деталей, а также информации, которой нет в диссертации [50]. Структурно автореферат состоит из общей характеристики работы, основного содержания, выводов, списка опубликованных автором работ за темой диссертации и аннотаций украинской, русским и английским языками. Его оформление должно отвечать требованиям, которые в полной мере изложены в [50, 51].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бройль Л. По тропам науки. – М.: Наука, 1962.
2. Воронов В. Г., Егоров А. Е. Основы научных исследований по специальностям «Автоматика и телемеханика», «Информационно-измерительная техника», «Электронные вычислительные машины». –ХГПУ, 1977.
3. Кринецкий И. И. Основы научных исследований. Учеб. пособие для вузов.– Киев – Одесса: Вища шк., 1981.
4. Доблаев Л. П. Психологические основы работы над книгой. – М.: Книга, 1970.
5. Добров Г. М., Коренной А.А. Наука: управление и информация. – М.: Советское радио, 1977.
6. Жариков Е. Интеллект, познание, техника. – М.: Знание, 1970.
7. Кожевников Ю. В., Бихчантаев М. Х., Шершуков В. Д., Адгамов Р. И. Оптимизация автоматизированных стендовых испытаний ГТД. – М.: Машиностроение, 1974.
8. Косолапов В. В., Щербань А. Н. Оптимизация научно–исследовательской деятельности. – К.: Наукова думка, 1971.
9. Кущдин В. И. Ускорение внедрения научных достижений в производство. – М.: Экономика, 1976.
10. Фёдоров В. В. Теория оптимального эксперимента.– М.: Наука, 1971.– 312с.
11. Пойа Д. Математическое открытие. – М.: Наука, 1976.
12. Рачков П. А. Науковедение. – М.: МГУ, 1974.
13. Сиденко В. М., Гушко И. М. Основы научных исследований. – Харьков: Вища шк., Изд-во ХГУ, 1977.
14. Чкалова О. Н. Основы научных исследований. – К.: Вища шк.
15. Шрахтенберг И. М., Рашман С. М. Гигиена умственного труда студентов. – Киев: Здоровье, 1973.
16. Организация работы научно-технической библиотеки /Афонина К. А., Благославская Е. Л., Бурова Т. В. – М.: Изд-во ГПНТБ, 1979.

17. Орнатский П. П. Изучение общенаучных методов познания в курсе “Основы научных исследований”. Методические указания. – К.: КПУ, 1977.
18. Голосовский С. И. Эффективность научных исследований. – М.: Экономика, 1969.
19. Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. – М.: Наука, 1976.
20. Винарский М. С., Лурье М. В. Планирование эксперимента в технологических исследованиях. – К.: Техника, 1975.
21. Зедгинидзе И. Г. Планирование эксперимента для исследования многокомпонентных систем. – М.: Наука, 1976.
22. Клименко Б. В. Основы научных исследований. Учеб. метод. пособие. – Харьков: ХПИ, 1980.
23. Клименко Б. В., Зиновьев В. В. Методические указания к курсовому проекту по НИРС для студентов специальности 0605 “Электрические аппараты”.– Харьков: ХПИ, 1987.– 26с.
24. Ивоботенко Б. А., Ильинский Н. Ф., Копылов И. П. Планирование эксперимента в электромеханике. – М.: Энергия, 1975. – 184 с.
25. Грачев Ю. П. Математические методы планирования экспериментов. – М.: Пищевая промышленность, 1979. – 200 с.
26. Калиткин Н. Н. Численные методы – М.: Наука, 1978. – 512 с.
27. Грищук Ю.С. Исследование процесса коммутации и разработка методики расчета быстродействующих предохранителей. – Дисс. канд. техн. наук. – Харьков: 1980. – 238 с.
28. Грищук Ю. С. Применение многофакторного дробного эксперимента при исследовании быстродействующих предохранителей. – Харьков: ХПИ, 1987.
29. Грищук Ю. С., Ржевский А. Н., Грищук С. Ю. Автоматизированная система управления для коммутационных исследований и испытаний электрических аппаратов // Вісник НТУ “ХПІ”. Вип. 17. Харьків: НТУ “ХПІ”, 2001.– С. 48–50.
30. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. При-

менение микроконтроллеров в схемах автоматизированного управления испытаниями электрических аппаратов. // Вісник НТУ “ХПІ. Вип. 35. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2005. – С. 63–68.

31. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. Автоматизация исследований электрических аппаратов на базе микроконтроллеров. // Вестник НТУ “ХПИ”. Вып. 48. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2005. – С. 28–33.

32. Горский В. Г., Адлер Ю. П. О методологии регрессионного и дисперсионного анализа при планировании эксперимента с неравномерным дублированием опытов. – Заводская лаборатория, 1971, № 3, с. 319–325.

33. Налимов В. В. Теория эксперимента. – М.: Наука, 1971.– 207 с.

34. Налимов В. В., Чернова Н. А., Статистические методы планирования экстремальных экспериментов. – М.: Наука, 1965. – 340с.

35. Пустыльник Е. И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. – М.: Наука, 1968. – 288 с.

36. Кнотек М., Войта Р., Шефц Й. Анализ металлургических процессов методами математической статистики. – М.: Металлургия, 1968. – 212 с.

37. Румшинский Л. З. Статистическая обработка результатов эксперимента. – М.: Наука, 1968. – 288 с.

38. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.

39. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. Многофакторные исследования предохранителей повышенного быстродействия // Вестник НТУ “ХПИ”. Вып. 9. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2003. – С. 73–76.

40. Грищук Ю. С., Кузнецов А. И., Грищук С. Ю., Ржевский А. Н. Применение математической теории эксперимента к задаче анализа и синтеза быстродействующих предохранителей. // Вестник Национального техн. ун–та “ХПИ”. Сб. науч. трудов. Вып. 42. – Харьков: НТУ “ХПИ”, 2004.– С. 37–42.

41. Грищук Ю. С. Методичні вказівки до вивчення курсу “Основи математичної статистики та планування експерименту” для студентів спеціальності 092206 “Електричні машини та апарати”. – Харків:

НТУ “ХПІ”, 2001. – 29с.

42. Грищук Ю. С. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу “Основи математичної статистики та планування експерименту”, частина 1, для студентів спеціальності 092206 “Електричні машини та апарати”.– Харків: НТУ “ХПІ”, 2001.– 26с.

43. Грищук Ю. С. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу “Основи математичної статистики та планування експерименту”, частина 2, для студентів спеціальності 092206 “Електричні машини та апарати”.– Харків: НТУ “ХПІ”, 2001.– 28с.

44. Грищук Ю.С., Грищук С.Ю. Расчет предохранителей повышенного быстродействия с алюминиевыми плавкими элементами. // Вестник Харьк. политехн. ун-та. Вып. 84. – Харьков: ХГПУ, 2000. – С. 62–64.

45. Грищук Ю.С., Ржевский А.Н., Грищук Ю.С. Многофакторные исследования предохранителей с плавкими алюминиевыми элементами повышенного быстродействия. // Вісник НТУ "ХПІ". Вип. 16. – Харків: НТУ "ХПІ", 2001. – С. 62–64.

46. Грищук Ю.С., Кузнєцов А.И., Грищук С.Ю., Ржевский А.Н. Коммутационные исследования предохранителей повышенного быстродействия. // Вестник НТУ "ХПИ". Вып. 11. – Харьков: НТУ "ХПИ", 2003. – С. 71–75.

47. Баранов М.И., Грищук Ю.С., Ржевский А.Н., Грищук С.Ю. Математические модели интегральных характеристик предохранителей повышенного быстродействия. // Вісник НТУ "ХПІ". Сб. наук. праць. MicroCad – 2002. – Харків: НТУ "ХПІ", 2002.

48. Инженеру об изобретении / Под ред. Е.Л. Макеева. – М.: Атомиздат, 1974.

49. Соболь И. М. Численные методы Монте – Карло. – М.: Наука, 1973. – 312 с.

50. Бюлетень ВАК УкраЇни № 2. – Київ – Вища шк.., 2000.– С. 28–40.

51. Державний стандарт України ДСТУ 3008–95 “Документація. Звіти в сфері науки і техніки. Структура и правила оформлення”.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Примеры алгоритмов и результатов расчёта коэффициентов математических моделей первого и второго порядка.

В приложении 1, в примерах (П 1.1-П 1.5) и алгоритмах (рис. П1.1-П1.5), приняты следующие обозначения:

(i) – индекс указывающий номер опыта в плане эксперимента;

$ye(i)$ – экспериментальные значения функции отклика (в алгоритме $y_э(i)$);

$yr(i)$ – расчетные значения функции отклика (в алгоритме $y_р(i)$);

$dely(i)$ – отклонение между экспериментальными и расчетными значениями функции отклика (в алгоритме $\Delta y(i)$);

$e1(i)$, % – относительное отклонение между экспериментальными и расчетными значениями функции отклика в процентах (в алгоритме $\varepsilon(i)$);

$b(j)$ – коэффициенты математической модели; j – индекс коэффициента.

На рисунках П1.1-П1.5 приведены алгоритмы расчета численных значений указанных выше величин.

Алгоритм обработки плана ПФЭ2^m предусматривает последовательное выполнение следующих операций: 1) ввод числа факторов m; 2) расчет количества опытов n; 3) формирование нулевого столбца $x(i0) = +1$; 4) ввод среднеарифметических экспериментальных значений функций отклика $y_э(i)$; 5) расчет чередования знаков; 6) занесение +1 в столбцы $x(ij)$; 7) занесение –1 в столбцы $x(ij)$; 8) определение коэффициентов математической модели первого порядка $b(j)$; 9) определение расчетных значений функций отклика $y_р(i)$; 10) расчет отклонений между экспериментальными и расчетными значениями функций отклика $\Delta y(i)$; 11) расчет относительных отклонений функций отклика в процентах $\varepsilon(i)$.

В алгоритмах обработки планов с нелинейностями (рис. П 1.2), ДФЕ2^{m-q} (рис. П 1.3), ОЦКП (рис. П 1.4), ДОЦКП (рис. П 1.5) дополнительно предусматриваются расчеты индексов дробности планов q, генерирующих соотношений, звездных плеч $+\alpha$ и $-\alpha$, поправок φ и занесение их значений в соответствующие столбцы, а также определение коэффициентов математических моделей при нелинейностях и квадратичных членах.

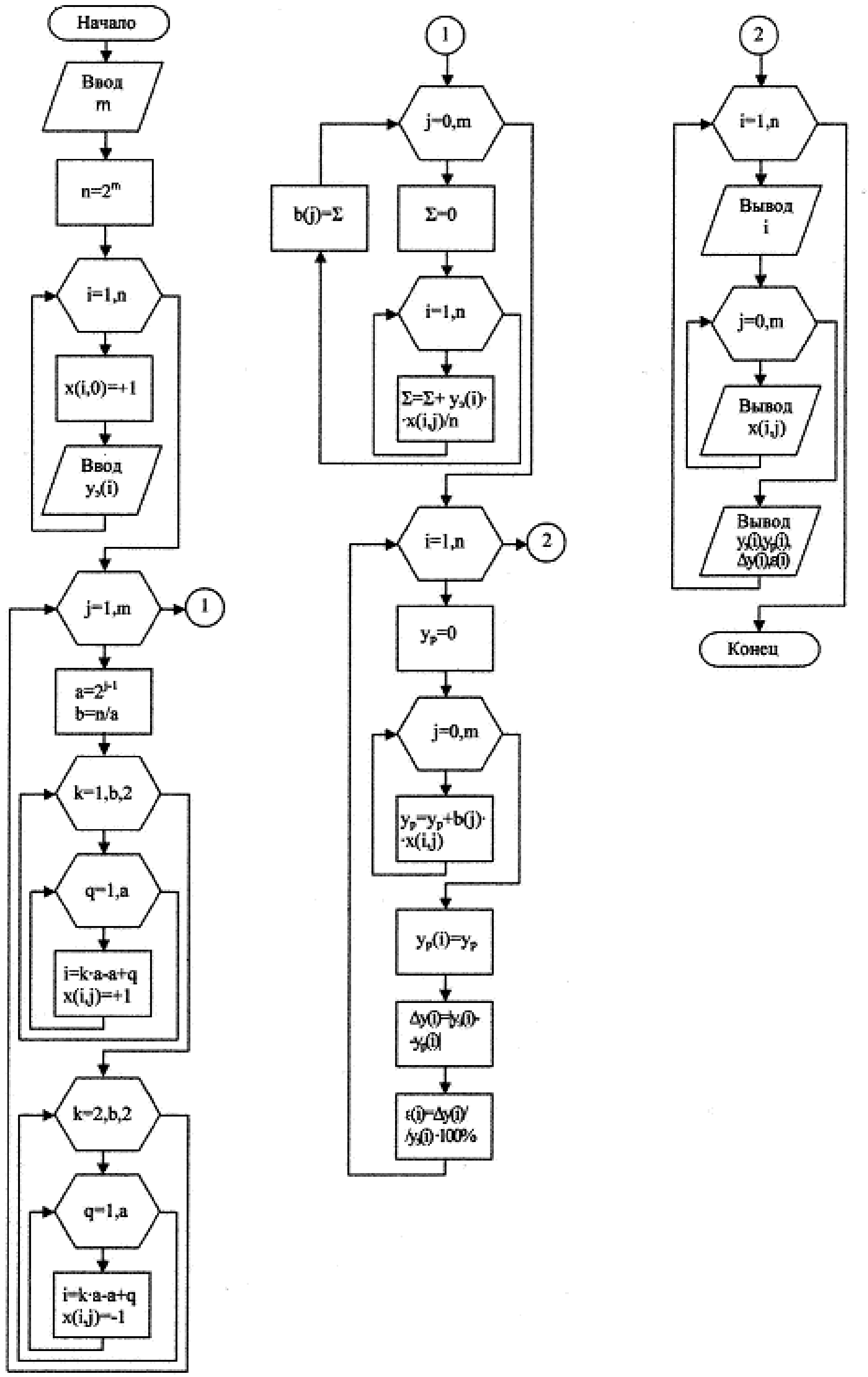


Рисунок П 1.1 – Алгоритм обработки плана ПФЭ2^m

Пример П 1.1 – Результаты расчета коэффициентов линейной модели b(j) на основе плана ПФЭ2^m для пяти факторов

\j i	0	1	2	3	4	5	ye(i)	yr(i)	dely(i)	e1(i),%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,340	2,638	0,298	12,740
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,250	1,878	0,628	50,250
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,880	2,838	0,958	50,964
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	2,440	2,078	0,362	14,831
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,000	1,202	0,202	20,188
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,410	0,442	0,968	68,661
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,870	1,402	0,468	25,033
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	0,800	0,642	0,158	19,766
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,720	2,719	0,999	58,103
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	2,190	1,959	0,231	10,531
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	3,290	2,919	0,371	11,265
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,450	2,159	0,709	48,922
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	2,100	1,283	0,817	38,899
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,700	0,523	0,177	25,268
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,050	1,483	0,433	41,250
16	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,400	0,723	0,677	48,348
17	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	6,150	4,458	1,692	27,510
18	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	2,650	3,698	1,048	39,552
19	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	3,800	4,658	0,858	22,582
20	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	5,150	3,898	1,252	24,308
21	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,990	3,022	1,032	51,853
22	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	2,780	2,262	0,518	18,638
23	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	4,000	3,222	0,778	19,453
24	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,290	2,462	1,172	90,843
25	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	3,750	4,539	0,789	21,050
26	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	5,080	3,779	1,301	25,603
27	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	7,100	4,739	2,361	33,248
28	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	2,700	3,979	1,279	47,384
29	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	3,490	3,103	0,387	11,085
30	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,250	2,343	1,093	87,450
31	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	2,000	3,303	1,303	65,156
32	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	2,830	2,543	0,287	10,137

Значения коэффициента полинома b(j), j = 0…m

```
b( 0 )=  2,59063
b( 1 )=  0,38000
b( 2 )= -0,10000
b( 3 )=  0,71812
b( 4 )= -0,04062
b( 5 )= -0,91000
```

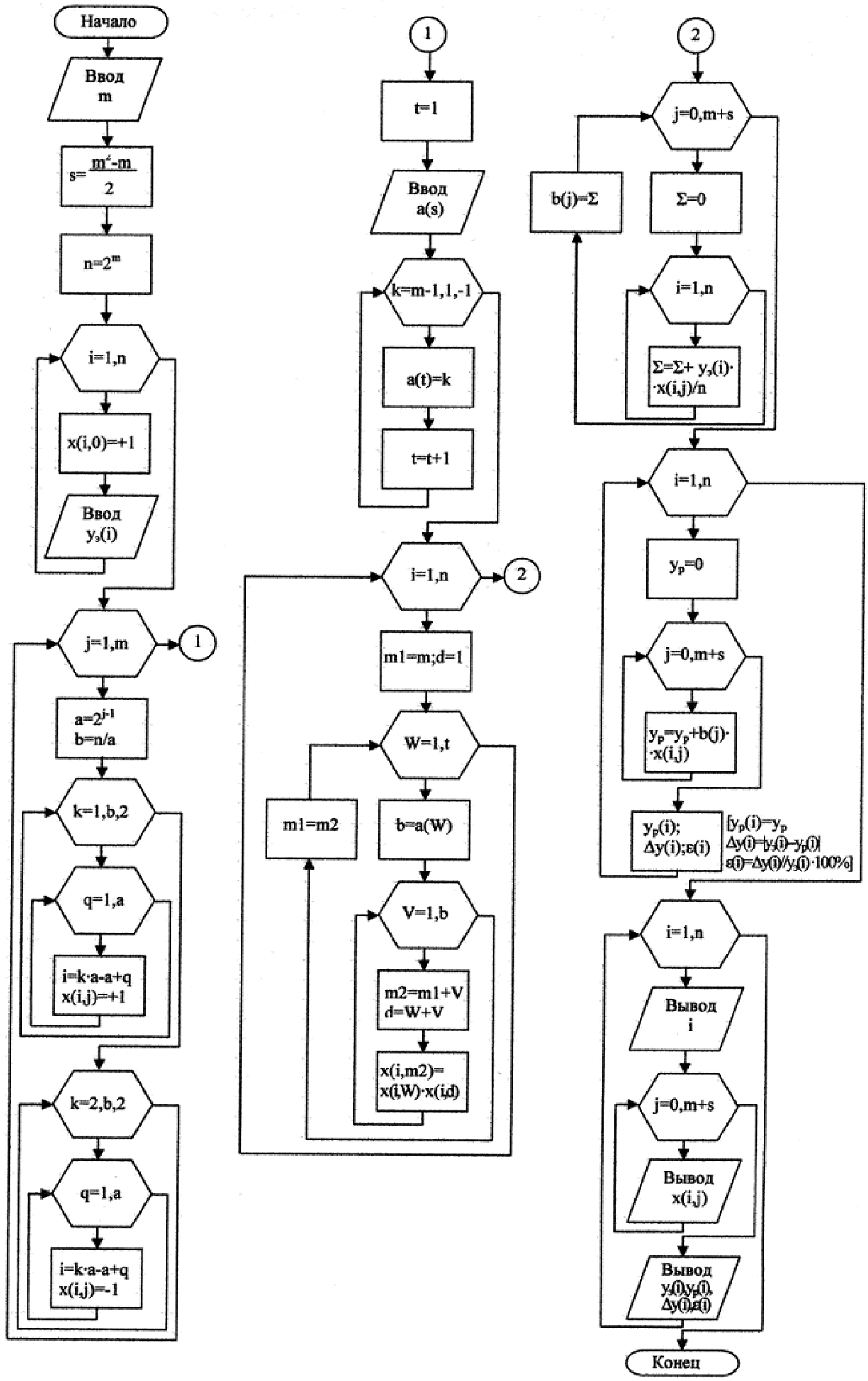


Рисунок П 1.2 – Алгоритм обработки плана ПФЭ2^m с учётом нелинейностей.

Пример П 1.2 – Результаты расчёта коэффициентов b(j) математической модели первого порядка с учётом нелинейностей на основе плана ПФЭ2^m для пяти факторов

i \ j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	ye(i)	yr(i)	dely(i)	e1(i),%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,340	1,976	0,364	15,572
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,250	1,603	0,353	28,250
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,880	2,408	0,528	28,092
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	2,440	1,823	0,617	25,282
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,000	1,323	0,323	32,313
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,410	1,211	0,199	14,140
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,870	1,486	0,384	20,555
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,800	1,161	0,361	45,078
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,720	2,321	0,601	34,920
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	2,190	1,743	0,447	20,405
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	3,290	2,738	0,552	16,774
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,450	1,948	0,498	34,353
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	2,100	1,426	0,674	32,113
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,700	1,108	0,408	58,304
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,050	1,573	0,523	49,821
16	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,400	1,043	0,357	25,491
17	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	6,150	4,778	1,372	22,307
18	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	2,650	3,788	1,138	42,948
19	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	3,800	5,243	1,443	37,977
20	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	5,150	4,041	1,109	21,541
21	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,990	2,811	0,821	41,237
22	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	2,780	2,081	0,699	25,157
23	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	4,000	3,006	0,994	24,859
24	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,290	2,063	0,773	59,932
25	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	3,750	5,058	1,308	34,883
26	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	5,080	3,863	1,217	23,954
27	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	7,100	5,508	1,592	22,421
28	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	2,700	4,101	1,401	51,875
29	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	3,490	2,848	0,642	18,392
30	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,250	1,913	0,663	53,050
31	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,000	3,028	1,028	51,406
32	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,830	1,881	0,949	33,547

Значения коэффииентов полинома b(j), j = 0…15

b (0) = 2,59063   b (2) = -0,10000   b (4) = -0,04062   b (6) = -0,05312   b (8) = -0,05125   b (10) = -0,06750   b (12) = 0,00812   b (14) = -0,32875

b (1) = 0,38000   b (3) = 0,71812   b (5) = -0,91000   b (7) = 0,06500   b (9) = -0,15438   b (11) = -0,00375   b (13) = -0,06062   b (15) = -0,01625

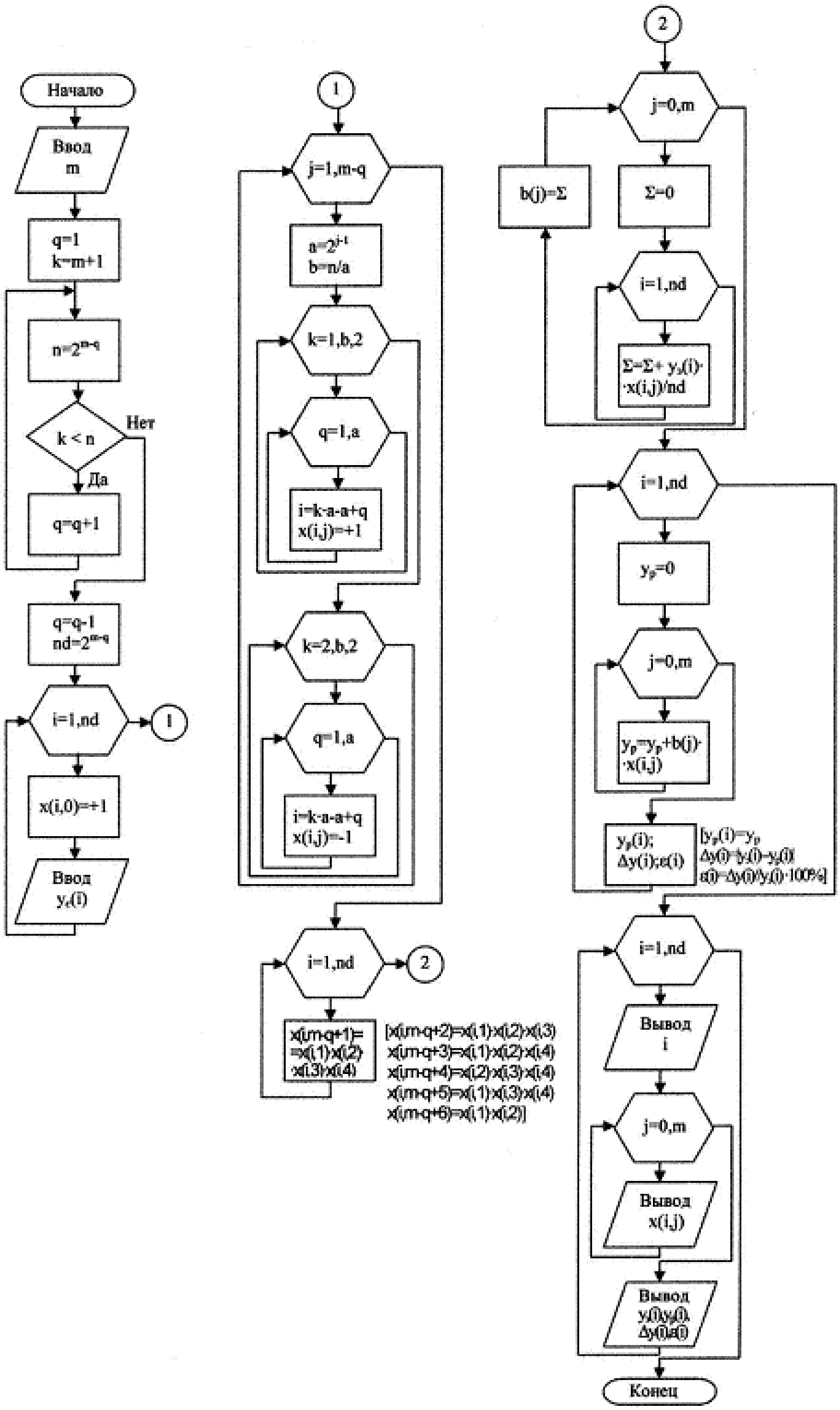


Рисунок П 1.3 – Алгоритм обработки дробного плана ДФЭ2^{m-q}

Пример П 1.3 – Результаты расчёта коэффициентов b(j) линейной математической модели на основе дробного плана ДФЭ2^{m-q} для пяти факторов.

\j i	0	1	2	3	4	5	ye(i)	yr(i)	dely(i)	e1(i),%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	2,340	2,415	0,075	3,205
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,250	1,293	0,043	3,400
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,880	1,837	0,043	2,261
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	2,440	2,365	0,075	3,074
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,000	0,925	0,075	7,500
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,410	1,368	0,042	3,014
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,870	1,912	0,042	2,273
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,800	0,875	0,075	9,375

Индекс дробности плана q= 2

Генерирующие соотношения:
x4=x1*x2*x3
x5=x1*x2

Значения коэффициентов полинома b(j), j = 0…5:

```
 b(0)= 1,62375
b(1)= 0,14875
b(2)= -0,12375
b(3)= 0,35375
b(4)= 0,39125
b(5)= 0,02125
```

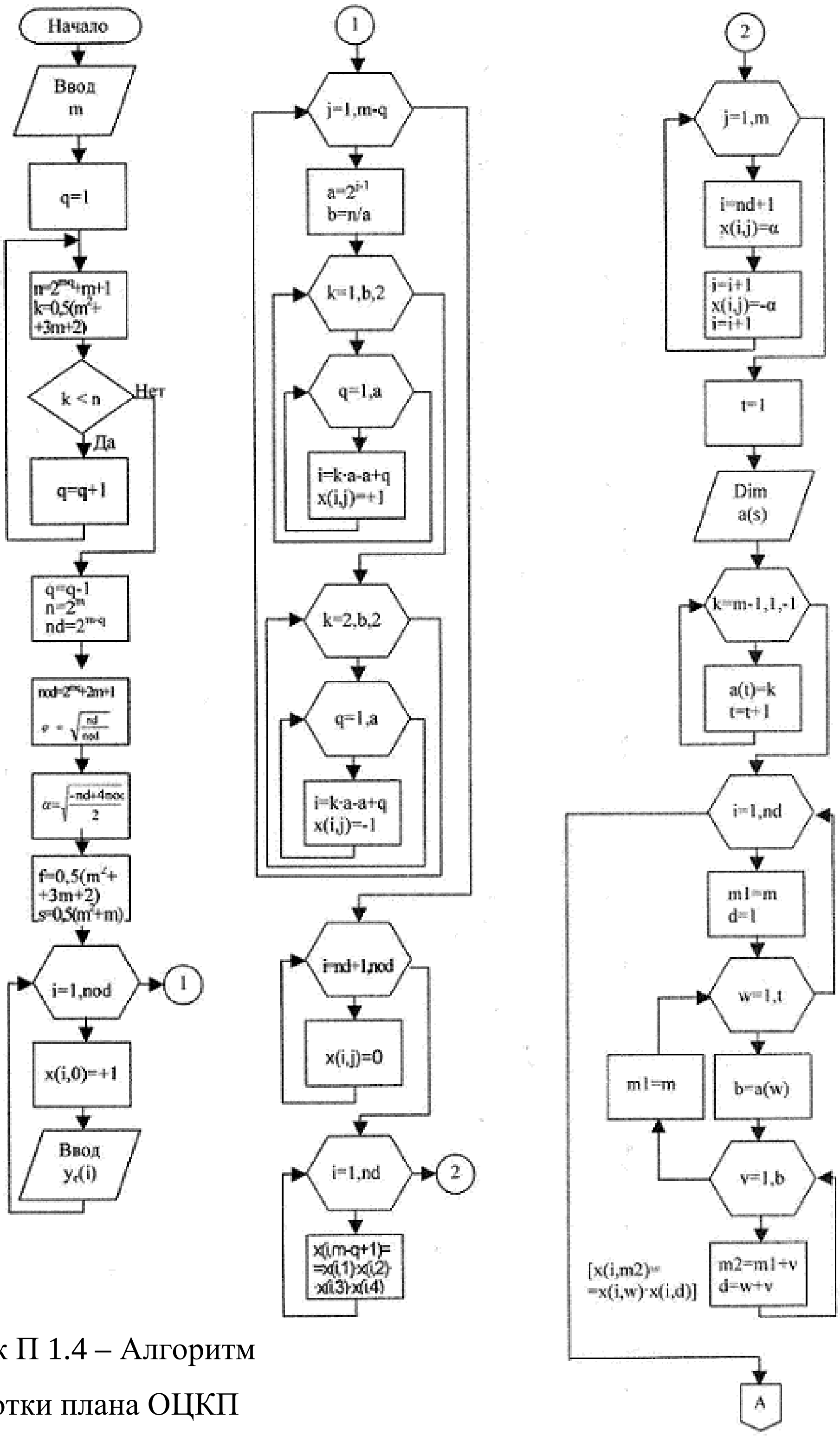
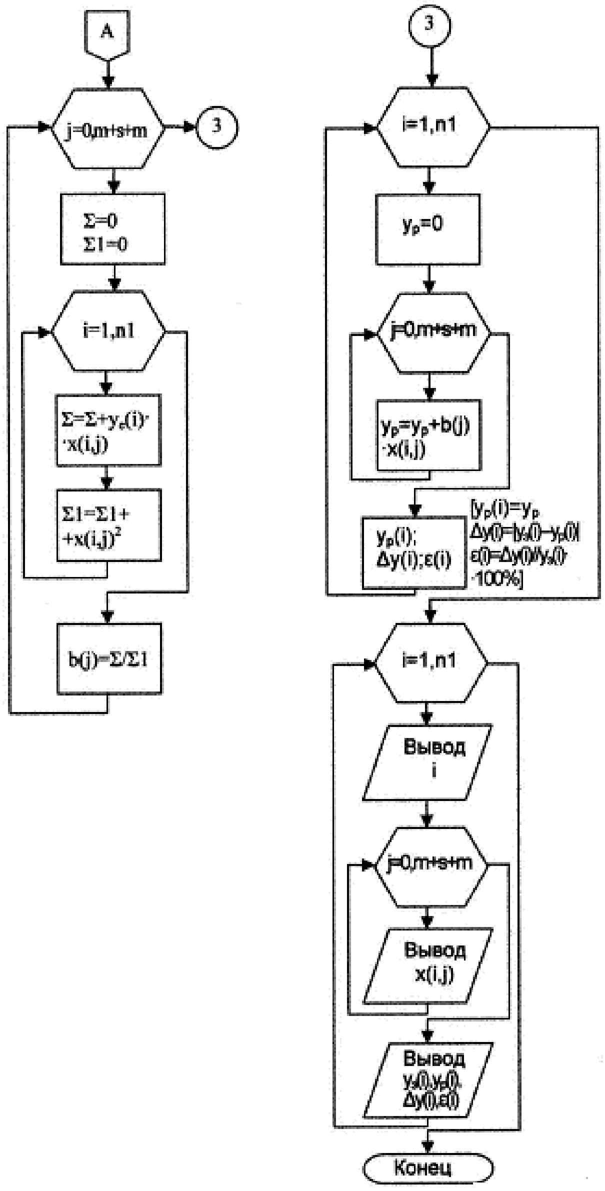


Рисунок П 1.4 – Алгоритм обработки плана ОЦКП второго порядка (на двух страницах)



Продолжение рисунка П 1.4 – Алгоритм обработки плана ОЦКП

Пример П 1.4 – Расчет коэффициентов модели второго порядка на основе плана ОЦКП (4 фактора)

\j i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	ye(i)	yr(i)	dely(i	e1(i),%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,340	2,136	0,204	8,708
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,250	1,459	0,209	16,720
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,880	2,807	0,927	49,310
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,440	2,032	0,408	16,709
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,000	1,879	0,879	87,869
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,410	1,249	0,161	11,421
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,870	2,137	0,267	14,278
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	0,800	1,410	0,610	76,223
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,720	2,133	0,413	23,995
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,190	1,148	1,042	47,580
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	3,290	2,676	0,614	18,662
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,450	1,594	0,144	9,918
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	2,100	1,733	0,367	17,491
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	0,700	0,795	0,095	13,638
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,050	1,864	0,814	77,476
16	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,20	0,20	0,20	0,20	1,400	0,829	0,571	40,802
17	1,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,20	-0,80	-0,80	-0,80	6,150	4,758	1,392	22,638
18	1,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,20	-0,80	-0,80	-0,80	2,650	3,547	0,897	33,858
19	1,00	0,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	1,20	-0,80	-0,80	3,800	4,029	0,229	6,015
20	1,00	0,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	1,20	-0,80	-0,80	5,250	4,526	0,724	13,782
21	1,00	0,00	0,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	1,20	-0,80	1,990	2,499	0,509	25,579
22	1,00	0,00	0,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	1,20	-0,80	2,780	1,776	1,004	36,116
23	1,00	0,00	0,00	0,00	1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	-0,80	1,20	4,000	2,604	1,396	34,896
24	1,00	0,00	0,00	0,00	-1,41	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	-0,80	1,20	1,290	2,191	0,901	69,833
25	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,80	-0,80	-0,80	-0,80	3,750	4,740	0,990	26,400

Звездное плечо - al= 1,41421
Поправка - fi= 0,80000

Значения коэффициентов полинома b(j), j =0,...,14;

b(0)= 2,34200	b(4)= 0,14613	b(8)= -0,10312	b(12)= -0,23125
b(1)= 0,42799	b(5)= -0,02437	b(9)= -0,03188	b(13)= -1,30125
b(2)= -0,17603	b(6)= 0,01187	b(10)= -0,03562	b(14)= -1,17125
b(3)= 0,25564	b(7)= -0,07687	b(11)= -0,29375	

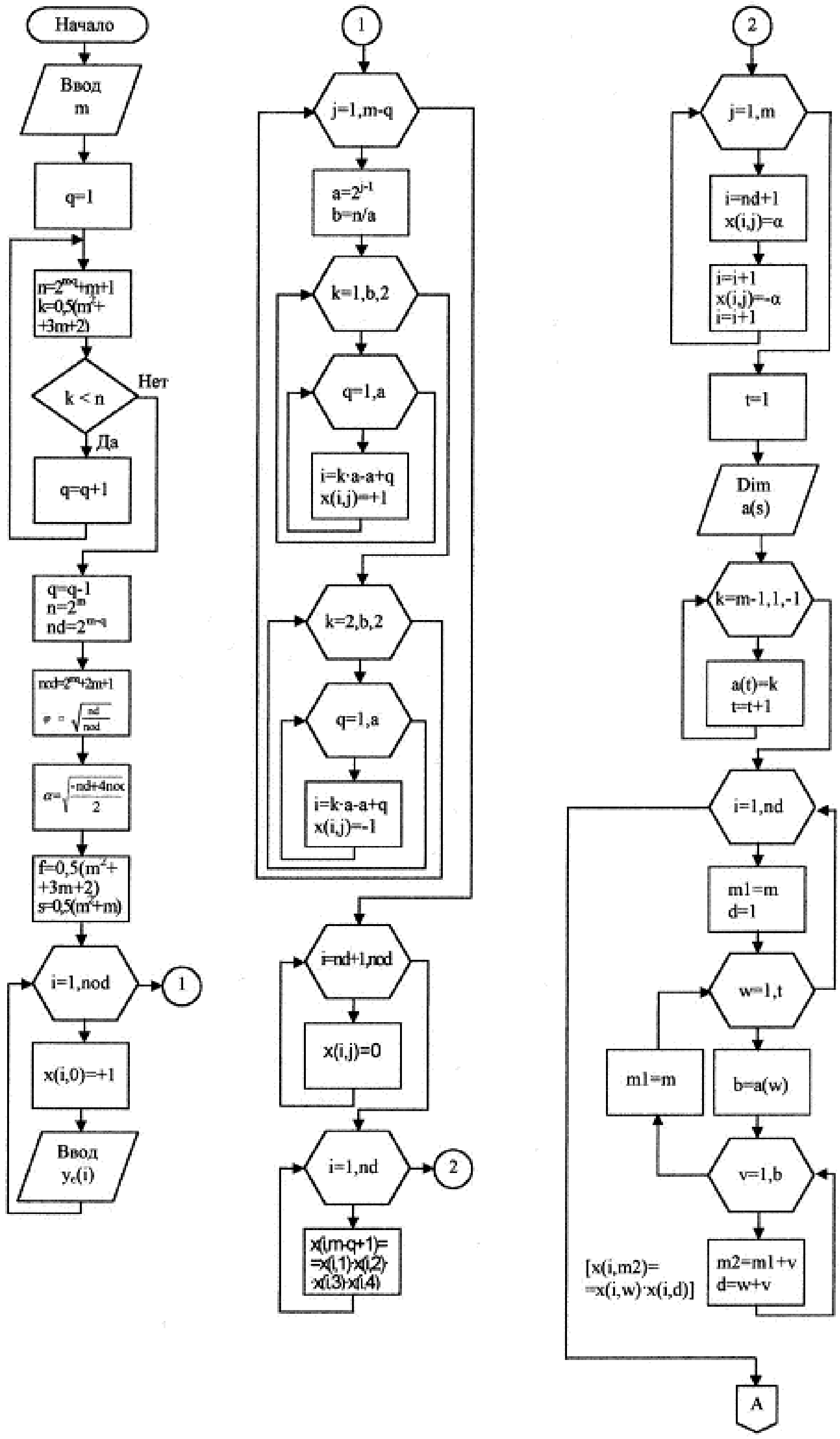
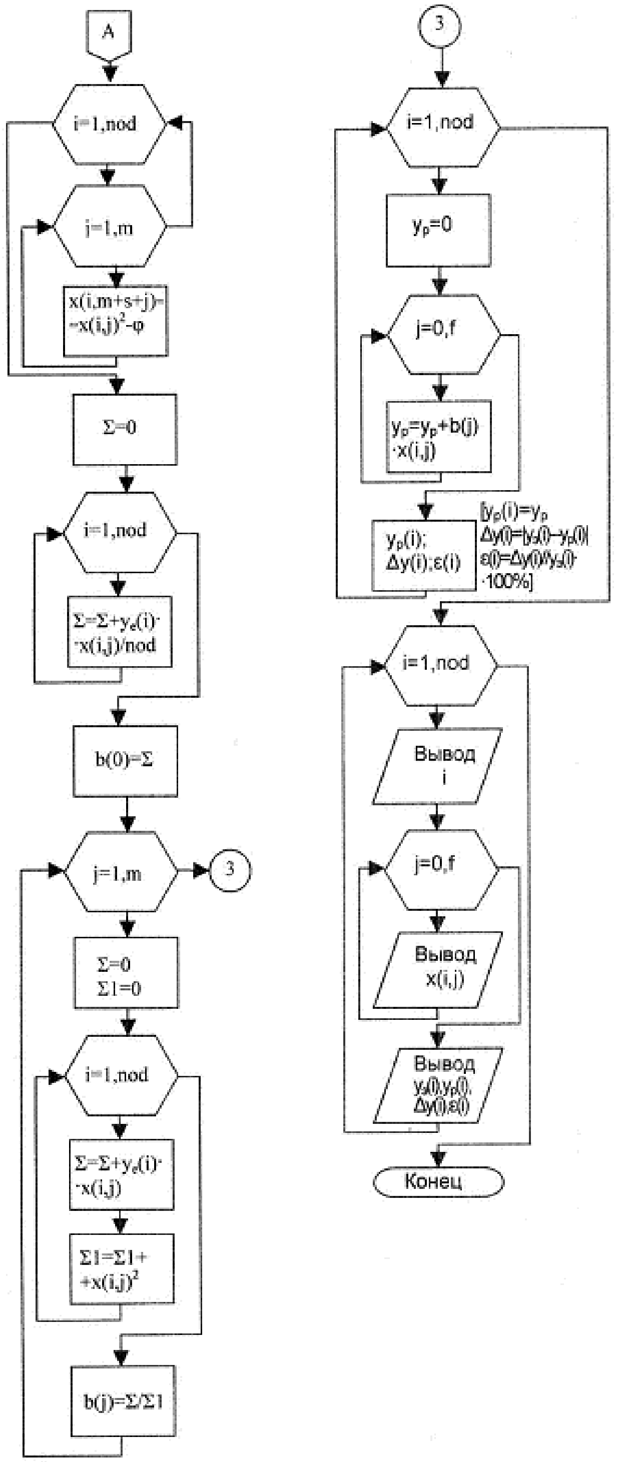


Рисунок П 1.5 – Алгоритм обработки плана

ДОЦКП второго порядка (на двух страницах)



Продолжение рисунка П1.5 – Алгоритм обработки плана ДОЦКП второго порядка

Пример П 1.5 – Расчет коэффициентов модели второго порядка на основе плана ДОЦКП (5 факторов)

\j i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	ye(i)	yr(i)	dely(i)	e1(i),%
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.340	2.268	0.072	3.083
2	1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.250	1.166	0.084	6.746
3	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.880	2.371	0.491	26.134
4	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.440	2.109	0.331	13.547
5	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.000	1.630	0.630	62.955
6	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.410	1.218	0.192	13.640
7	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.870	2.253	0.383	20.499
8	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0.800	1.171	0.371	46.392
9	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.720	1.623	0.097	5.629
10	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.190	1.271	0.919	41.949
11	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	3.290	2.947	0.343	10.427
12	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.450	1.095	0.355	24.498
13	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	2.100	1.895	0.205	9.753
14	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	0.700	0.483	0.217	31.001
15	1,00	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.050	1.409	0.359	34.157
16	1,00	-1,00	-1,00	-1,00	-1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	1,00	-1,00	1,00	-1,00	-1,00	0,23	0,23	0,23	0,23	0,23	1.400	0.937	0.463	33.087
17	1,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	6.150	5.290	0.860	13.988
18	1,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	2.650	3.947	1.297	48.934
19	1,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	3.800	4.428	0.628	16.538
20	1,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	-0,77	5.150	4.958	0.192	3.728
21	1,00	0,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	1.990	2.976	0.986	49.543
22	1,00	0,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	1,62	-0,77	-0,77	2.780	2.231	0.549	19.765
23	1,00	0,00	0,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	1,62	-0,77	4.000	3.107	0.893	22.314
24	1,00	0,00	0,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0.77	-0,77	1,62	-0,77	1.290	2.619	1.329	103.025
25	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	1,62	3.750	5.015	1.265	33.739
26	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-1,55	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	1,62	5.080	4.251	0.829	16.314
27	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	-0,77	7.100	5.962	1.138	16.030

Звездное плечо al= 1,54671	b(0)= 2,61593	b(7)= 0,01187	b(14)= 0,04563
Поправка - fi= 0,76980	b(1)= 0,43414	b(8)= -0,07687	b(15)= -0,05813
Индекс дробности плана - q= 1	b(2)= -0,17119	b(9)= 0,04437	b(16)= -0,56164
Генерирующие соотношения:	b(3)= 0,24095	b(10)= -0,10312	b(17)= -0,53029
x5=x1*x2*x3*x4	b(4)= 0,15789	b(11)= -0,03188	b(18)= -1,40393
	b(5)= 0,24696	b(12)= -0,02813	b(19)= -1,29525
Значения коэффициентов b(j), j=0...20	b(6)= -0,02437	b(13)= -0,03562	b(20)= -0,55537

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ТАБЛИЦЫ СЛУЧАЙНЫХ ЧИСЕЛ И СТАТИСТИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ

Таблица П 2.1 – Значения случайных чисел

56	66	25	32	38	64	70	26	27	67	77	40	04	34	63	98	99	89	31	16	12	90
50	28	88	40	52	02	29	82	69	34	50	21	74	00	91	27	52	98	72	03	45	65
30	89	71	45	87	63	88	23	62	51	07	69	59	02	89	49	14	98	53	41	92	36
07	76	85	37	84	37	32	25	21	15	08	82	34	57	57	35	22	03	33	48	84	37
37	29	38	37	89	76	25	09	44	61	88	23	13	01	59	47	64	04	99	59	96	20
30	87	31	33	69	45	58	48	00	83	94	44	08	67	79	41	61	41	15	60	11	88
83	24	82	24	07	78	61	89	42	58	88	22	13	24	40	09	00	65	46	38	61	12
90	62	41	11	59	85	18	42	61	29	88	76	04	21	78	27	84	05	99	85	75	67
80	05	57	05	71	70	21	31	99	99	06	96	53	99	25	13	42	39	30	02	34	99
46	68	45	15	19	74	15	50	17	44	80	13	86	38	40	45	82	13	04	52	43	96
38	13	83	80	72	34	20	84	56	19	49	59	14	85	42	99	71	16	34	33	82	85
77	30	16	69	32	46	46	30	84	20	68	72	98	54	62	63	59	44	00	89	06	15
38	48	84	88	24	55	46	48	60	06	90	08	83	83	98	40	90	88	25	26	85	74
55	80	81	19	05	68	22	58	04	63	21	16	23	38	25	44	32	98	94	65	35	35
16	91	07	12	54	81	87	21	31	40	46	17	62	63	99	71	14	12	64	51	68	50
60	78	22	69	51	98	65	43	75	12	91	20	36	25	57	92	33	65	95	48	75	00
06	65	25	90	16	29	34	14	49	98	71	31	80	59	57	32	43	97	85	06	64	75
27	29	17	06	11	30	68	70	97	87	03	98	68	89	39	71	87	32	14	99	42	10
25	37	30	08	27	75	43	97	54	20	69	93	56	04	51	34	92	89	81	52	15	12
84	11	12	66	87	47	21	06	86	08	35	39	52	28	48	09	36	95	36	20	82	53
32	89	92	68	50	88	17	37	92	02	23	43	65	24	69	80	23	97	10	96	57	74
07	95	26	47	93	08	43	30	41	86	45	74	33	78	84	33	38	76	43	97	55	45
98	35	69	45	96	80	46	26	39	96	33	60	20	73	30	79	17	19	03	47	40	05
08	50	79	89	58	19	86	48	27	98	99	24	08	94	17	15	81	29	82	14	35	88
66	97	10	69	02	25	36	43	71	76	88	67	56	12	69	07	89	55	63	31	50	72
20	33	15	62	38	72	92	03	76	09	30	75	77	80	04	27	59	67	60	10	79	26
21	60	03	48	77	81	15	14	67	55	24	22	20	55	36	93	67	69	37	72	22	43
46	32	56	15	75	25	18	87	05	09	96	45	14	72	41	46	12	67	46	72	02	59
06	17	49	12	73	28	23	52	08	58	53	63	66	13	07	04	48	71	39	07	46	96

Таблица П 2.2 – Значения критерия Кохрена *G* для уровня значимости q = 0,05.

Число дис-пер-сий	Число степеней свободы f_1 максимальной дисперсии $[S^2(y_{uk})]_{мах}$									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0,9985	0,9750	0,9392	0,9057	0,8584	0,8534	0,8332	0,8159	0,8010	0,7341
3	9669	8709	7977	7457	7071	6771	6530	6333	6167	5466
4	9065	7679	6841	6287	5895	5598	5365	5175	5017	4366
5	0,8412	0,6838	0,5981	0,5440	0,5063	0,4783	0,4564	0,4387	0,4241	0,3645
6	7808	6161	5321	4803	4447	4184	3980	3817	3682	3135
7	7271	5612	4800	4307	3907	3726	3555	3384	3254	2756
8	0,6798	0,5157	0,4377	0,3910	0,3595	0,3362	0,3185	0,3043	0,2926	0,2462
9	6385	4775	4027	3584	3286	3067	2901	2768	2659	2226
10	6020	4450	3733	3311	3029	2823	2666	2541	2439	2032
12	0,5410	0,3924	0,3264	0,2880	0,2624	0,2439	0,2299	0,2187	0,2098	0,1737
15	4709	3346	2758	2419	2195	2034	1911	1815	1736	1429
20	3894	2705	2205	1921	1735	1602	1501	1422	1357	1108
24	0,3434	0,2354	0,1907	0,1656	0,1493	0,1374	0,1286	0,1216	0,1160	0,0942
30	2929	1980	1593	1377	1237	1137	1061	1002	0958	0771
40	2370	1576	1259	1082	0,968	0887	0827	0780	0745	0595
60	0,1737	О,1131	0,0895	0,0766	0,0682	0,0623	0,0583	0,0552	0,0520	0,0411
120	0998	0632	0495	0419	0371	0337	0312	0292	0279	0218

Таблица П 2.3 – Значения критерия Фишера $F_т$ для уровня значимости q = 0,5

Число степеней свободы знаменателя f_2	Число степеней свободы числителя f_1								
	1	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	243,9	249,0	254,3
2	18,5	19,0	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,5	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,6	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,8	1,5	1,0

Таблица П 2.4 – Значения критерия Стьюдента $t\ (P;\ f)$ при различных уровнях значимости q

Число степеней свободы f	Уровень значимости q		Число степеней свободы f	Уровень значимости q	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	11	2,20	3,11
2	4,30	9,93	12	2,18	3,06
3	3,18	5,84	13	2,16	3,01
4	2,78	4,60	14	2,15	2,98
5	2,57	4,03	30	2,04	2,75
6	2,45	3,71	40	2,02	2,70
7	2,37	3,50	60	2,00	2,66
8	2,31	3,36	120	1,98	2,62
9	2,26	3,25	∞	1,96	2,58
10	2,23	3,17			

Таблица П 2.5 – Значения критерия χ^2 при различных уровнях значимости q

Число степеней свободы f	Уровень значимости q		Число степеней свободы f	Уровень значимости q	
	0,05	0,01		0,05	0,01
1	3,8	6,6	16	26,3	32,0
2	6,0	9,2	17	27,6	33,4
3	7,8	11,3	18	28,9	34,8
4	9,5	13,3	19	30,1	36,2
5	11,1	15,1	20	31,4	37,6
6	12,6	16,8	21	32,7	38,9
7	14,1	18,5	22	33,9	40,3
8	15,5	20,1	23	35,2	41,6
9	16,9	21,7	24	36,4	43,0
10	18,3	23,2	25	37,7	44,3
11	19,7	24,7	26	38,9	45,6
12	21,0	26,2	27	40,1	47,0
13	22,4	27,7	28	41,3	48,3
14	23,7	29,1	29	42,6	49,6
15	25,0	30,6	30	43,8	50,9

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Варианты данных для лабораторных работ по планированию и статистической обработке результатов многофакторных экспериментов

№ п. п.	$I_о$, кА	$I_{пл}$, кА	$U_п$, В	$U_{ср}$, В	$t_{пл}$, мс	$t_в$, мс	$W_п$, A^2c	$l_в$, мм
1	3,06	2,76	563,4	806,5	2,34	3,45	12658,0	38,36
	3,15	2,84	574,4	830,0	2,41	3,52	12785,1	39,66
	2,49	2,65	509.1	634,5	1,79	2,90	12704,9	47,67
2	2,71	2,57	1041,9	633,7	1,35	2,46	5805,7	39,84
	2,77	2,63	1032,6	649,4	1,38	2,49	5940,5	40,71
	2,47	2,46	721,5	672,9	1,02	2,13	4435,8	27,75
3	4,02	3,85	654,5	444,4	1,88	2,99	13826,7	20,78
	3,98	3,81	649,3	440,4	1,86	2,97	13435,6	20,60
	2,95	3,14	442,2	303,2	1,89	3,00	11854,7	14,72
4	1,99	1,98	448,7	355,4	2,54	3,65	5295,1	25,01
	1,97	1,95	451,5	350,1	2,50	3,61	5246,0	24,68
	1,68	1,62	497,8	365,5	2,28	3,39	3907,9	15,71
5	2,26	1,96	563,2	379,9	0,98	2,09	2575,8	24,14
	2,25	1,95	567,1	378,8	0,98	2,09	2549,8	24,08
	2,03	2,39	546,7	330,3	1,04	2,15	2665,3	13,28
6	1,26	1,05	622,3	349,1	1,45	2,56	1230,2	19,86
	1,30	1,08	624,7	360,1	1,49	2,60	1242,1	20,56
	1,04	0,87	542,9	325,8	1,29	2,40	770,7	25,58
7	1,70	1,63	541,0	386,7	2,10	3,21	10775,7	71,01
	1,72	1,65	547,6	391,0	2,12	3,23	10678,3	71,02
	1,68	1,67	309,4	413,3	1,40	2,51	10982,0	50,17
8	1,72	1,61	540,4	396,8	0,86	1,97	1957,3	23,72
	1,77	1,66	546,8	408,2	0,89	1,97	1977,9	24,50
	1,46	1,37	508,8	335,0	0,65	1,76	1686,7	30,08
9	3,72	3,64	531,3	322,9	1,70	2,81	15444,7	19,52
	3,79	3,72	535,2	330,4	1,74	2,85	15365,3	19,90
	2,99	2,84	613,5	363,7	1,72	2,83	8868,0	11,28
10	1,97	1,74	605,7	400,8	2,19	3,30	5232,3	28,64
	2,00	1,77	613,9	407,5	2,23	3,34	5182,4	29,17
	0,58	1,43	427,4	241,7	2,11	3,22	4555,3	25,29
11	3,00	2,88	622,5	479,2	3,76	4,87	29930,2	31,93
	2,89	2,77	626,1	461,4	3,63	4,74	30583,3	30,61
	3,11	3,05	299,4	457,4	2,50	3,61	37448,4	41,26

Продолжение табл. П 3.1

12	3,05	2,79	393,9	430,0	1,45	2,56	13799,6	36,77
	3,15	2,89	406,6	440,5	1,50	2,61	13919,6	37,91
	2,50	2,42	465,5	370,6	1,25	2,36	8304,8	23,11
13	1,82	1,68	614,7	388,1	2,38	3,49	7237,1	41,61
	1,88	1,74	621,6	402,6	2,45	3,56	7305,1	43,11
	1,70	1,68	509,7	484,2	1,47	2,58	5860,9	47,28
14	1,73	1,62	689,6	527,5	0,70	1,81	1702,5	32,98
	1,78	1,67	695,6	541,6	0,72	1,83	1718,2	33,87
	1,59	1,45	612,8	433,9	0,68	1,79	1313,3	28,25
15	2,37	2,30	311,9	234,8	1,05	2,16	4377,2	23,62
	2,36	2,29	313,5	233,9	1,04	2,15	4339,0	23,53
	2,02	1,86	322,6	227,3	1,06	2,17	2767,8	13,75
16	1,23	1,15	276,2	235,5	1,43	2,54	1838,8	18,96
	1,27	1,18	270,5	242,4	1,47	2,58	2789,1	19,55
	1,10	0,97	350,2	191,1	1,30	2,41	463,1	18,49
17	1,75	1,73	798,9	477,4	6,42	7,53	12350,8	29,78
	1,82	1,80	809,6	495,4	6,65	7,76	12418,1	30,80
	1,68	1,72	536,5	521.2	5,83	6,94	8870,0	23,72
18	2,19	0,01	721,4	555,5	2,65	3,76	4090,0	17,92
	2,24	1,85	729,1	568,9	2,71	3,82	4030,5	18,43
	1,78	0,02	595,2	414,6	1,99	2,10	3617,5	22,16
19	3,07	3,09	613,1	453,7	3,80	4,91	26327,2	42,77
	3,16	3,19	623,3	468,4	3,93	5,04	26119,0	44,11
	2,32	2,12	560,5	382,9	3,52	4,63	16937,7	31,92
20	1,59	1,50	727,0	623,6	5,14	6,25	9390,8	29,12
	1,63	1,54	735,5	636,9	5,26	6,37	9268,7	29,74
	1,28	1,31	784,5	395,5	5,06	6,17	7491,5	19,14
21	1,81	1,79	863,5	589,7	2,08	3,19	4067,6	28,83
	1,85	1,82	895,1	602,4	2,13	3,24	4162,1	29,58
	1,30	1,19	617,4	397,9	1,79	2,90	1898,3	36,09
22	0,88	0,84	816,6	683,2	2,81	3,92	1282,6	42,20
	0,90	0,86	866,9	695,7	2,86	3,97	1292,5	42,91
	0,78	0,69	713,5	499,1	2,67	3,78	1165,9	21,39
23	1,26	1,27	421,4	310,7	4,17	5,28	3798,1	23,24
	1,28	1,29	437,9	315,2	4,23	5,34	3769,4	23,65
	1,06	1,04	436,7	274,1	3,60	4,71	3214,4	36,21
24	1,22	1,16	430,5	234,7	1,46	2,57	1130,4	24,05
	1,24	1,19	438,1	239,8	1,49	2,60	1119,6	24,49
	1,14	1,10	277,4	257,5	0,94	2,05	1332,0	14,46
25	3,21	3,14	895,0	718,8	3,74	4,85	19406,5	36,65
	3,28	3.21	926,9	732,8	3,82	4,93	19002,9	37,48
	2,21	2,05	575,1	384,4	3,69	4,80	16640,6	34,18

Продолжение табл. П 3.1

26	1,52	1,47	584,9	516,6	5,14	6,25	11919,0	53,85
	1,54	1,49	596,9	524,9	5,22	6,33	11682,3	54,59
	1,29	1,24	615,1	527,5	4,87	5,98	7274,7	30,47
27	2,37	2,32	396,1	410,1	7,08	8,19	22996,5	29,74
	2,41	2,36	398,2	417,6	7,21	8,32	23211,2	30,25
	1,82	1,92	501,7	357,2	7,01	8,12	12367,3	20,71
28	2,05	2,05	456,0	326,9	2,70	3,81	5499,7	16,65
	2,07	2,07	473,5	330,5	2,72	3,83	5481	16,85
	2,00	2,02	267,5	317,6	1,77	2,88	6841,4	21,69
29	1,20	1,18	516,1	369,3	3,49	4,60	3070,4	29,38
	1,23	1,20	544,0	376,9	3,56	4,67	3064,8	29,99
	1,17	1,07	487,9	333,8	3,89	5,00	2375,8	28,23
30	1,33	1,21	458,2	301,1	1,42	2,53	1128,3	18,35
	1,37	1,25	463,4	311,1	1,47	2,58	1135,7	18,95
	1,21	1,14	374,4	392,8	0,87	1,98	1486,0	23,18
31	1,78	1,75	479,1	446,5	1,63	2,74	7939,7	41,23
	1,84	1,80	469,8	460,5	1,70	2,81	8183,1	42,73
	1,48	1,25	449,1	454,0	2,67	3,78	5351,1	41,14
32	0,93	0,89	509,0	437,0	2,86	3,97	4139,1	40,31
	0,96	0,92	522,4	450,6	2,96	4,07	4205,4	41,44
	0,80	0,75	465,6	354,4	2,67	3,78	2707,5	21,16
33	2,72	2,5	550	400	3,05	4,16	12175	32,4
	2,6	2,55	582	370	2,95	4,06	13024	31,5
	2,48	2,57	602	343	2,85	2,96	14304	30,4
34	1,18	1,09	530	387	1,05	2,16	1985	21,3
	1,15	1	504	398	1,1	2,21	1467	19,0
	1,12	1,05	482	409	1,17	2,28	1124	17,8
35	1,98	2,05	705	589	2,15	3,26	4905	29,1
	2,02	1,98	732	569	2,25	3,36	5080	30,6
	2,06	1,9	761	541	2,32	3,43	5197	32,05
36	2,3	1,94	481	298	2,36	3,47	13065	27,8
	2,1	2	408	335	2,2	3,31	10808	26,5
	2,01	2,06	324	367	2,05	3,16	8010	25,1
37	3,05	3,05	709	554	3,61	4,72	19524	24,8
	2,95	2,9	699	514	3,5	4,61	16729	26,3
	2,85	2,85	681	470	3,4	4,51	13458	27,9
38	0,86	0,8	964	708	0,91	2,02	351	37,8
	0,8	0,75	854	578	0,7	1,81	294	34
	0,73	0,7	751	398	0,5	1,61	221	31,2
39	2,01	1,92	458	585	2,3	3,41	5673	35,1
	1,9	1,85	666	455	2,25	3,36	4673	31,7
	1,81	1,87	768	345	2,2	3,31	3748	26,9

Продолжение табл. П 3.1

40	2,01	1,96	635	393	2,21	3,32	8927	28,4
	2,1	2	566	427	2,3	3,41	7111	26,8
	2,24	2,1	432	454	2,42	3,53	6114	25
41	2,25	2,19	600	561	1,62	2,73	6412	28,1
	2,35	2,3	672	491	1,58	2,69	4896	26,5
	2,45	2,4	750	420	1,55	2,66	3112	22,9
42	0,85	1,1	560	483	10,1	11,21	8542	35,1
	0,9	0,9	432	413	11,3	12,41	7175	31
	0,96	0,8	381	341	12,3	13,31	6325	26,4
43	1,78	1,57	498	562	3,4	4,51	4658	31,2
	1,7	1,6	632	482	3,6	4,71	6125	29
	1,62	1,62	756	400	3,8	4,91	8004	27,1
44	3,9	3,54	550	482	1	2,11	6015	15,6
	3,8	3,5	499	361	0,6	1,71	5192	19,6
	3,71	3,44	450	281	0,4	1,51	4102	23,2
45	2,12	1,81	680	402	2,64	3,75	11025	42,1
	2	1,9	632	488	2,27	3,38	9602	40,4
	1,91	1,99	614	572	1,98	3,09	7935	37,8
46	1,95	1,98	501	295	2,51	3,62	5556	20
	2	1,9	499	355	2,4	3,51	4630	16,3
	2,06	1,83	491	400	2,17	3,28	3741	14,1
47	2	1,95	658	500	2,2	3,31	6589	23,6
	1,9	1,8	559	411	2,05	3,16	5864	25,7
	1,8	1,7	460	320	1,95	3,06	5241	28,4

Примечание. В таблице П 3.1 приведены экспериментальные значения функций отклика $Y_э$ [27, 44 – 47], которые рекомендуется использовать при выполнении лабораторных работ №1 – №7 (раздел 6) для расчёта коэффициентов математических моделей 1-го и 2-го порядков, отклонений между экспериментальными и расчетными значениями откликов $\Delta = Y_э - Y_р$ и относительных отклонений в процентах $\Delta\% = [(Y_э - Y_р)/Y_э]100\%$.

В таблице П 3.1 приняты (см. рис. 6.6.2) следующие обозначения:
$I_{огр}$ – ток ограничения; $I_{пл}$ – ток плавления; $U_П$ – перенапряжение; $U_{ср}$ – среднеинтегральное напряжение на дуге; $t_{пл}$ – время плавления узких перешейков плавкого элемента; $t_{откл}$ – время отключения тока короткого замыкания предохранителем; $W_П$ – интеграл Джоуля (интеграл квадрата тока за время отключения); $l_Г$ – длина выгорания плавкого элемента. Изложенные данные получены в [27, 44–47] при проведении экспериментальных исследований.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Примеры построения центральных униформ-ротатабельных композиционных планов второго порядка (УРКП) и формулы для расчета коэффициентов математических моделей второго порядка и их дисперсий.

Таблица П 4.1 – План УРКП при m = 2

u	x_{1u}	x_{2u}
1	–	–
2	–	+
3	+	–
4	+	+
5	–1,414	0
6	+1,414	0
7	0	–1,414
8	0	+1,414
9	0	0
10	0	0
11	0	0
12	0	0
13	0	0

$$b_0 = 0{,}2\sum_{u=1}^{13} y_u - 0{,}1\sum_{i=1}^{2}\sum_{u=1}^{8} x_{iu}^2 y_u; \qquad b_i = 0{,}125\sum_{u=1}^{8} x_{iu} y_u;$$

$$b_{ij} = 0{,}25\sum_{u=1}^{4} x_{iu} x_{ju} y_u; \qquad b_{ii} = 0{,}125\sum_{u=1}^{8} x_{iu}^2 y_u + 0{,}01875\sum_{i=1}^{2}\sum_{u=1}^{8} x_{iu}^2 y_u - 0{,}1\sum_{u=1}^{13} y_u;$$

$$S^2(b_i) = 0{,}125 S^2(y); \quad S^2(b_{ij}) = 0{,}250 S^2(y); \quad S^2(b_{ii}) = 0{,}144 S^2(y),$$

где i, j – индексы коэффициентов ($i = 0 \div m$; $j = 1 \div m$; $i \neq j$);

b_0 – свободный член уравнения; b_j – коэффициенты линейных эффектов;

b_{ij} – коэффициенты эффектов межфакторных взаимодействий;

b_{ii} – коэффициенты квадратичных членов (квадратичные эффекты);

$S^2(b_j)$, $S^2(b_{ij})$, $S^2(b_{ii})$ – дисперсии коэффициентов уравнения регрессии.

Таблица П 4.2 – План УРКП при m = 3

u	x_{1u}	x_{2u}	x_{3u}
1	–	–	–
2	–	+	–
3	+	–	–
4	+	+	–
5	–	–	+
6	–	+	+
7	+	–	+
8	+	+	+
9	–1,682	0	0
10	+1,682	0	0
11	0	–1,682	0
12	0	+1,682	0
13	0	0	–1,682
14	0	0	+1,682
15	0	0	0
16	0	0	0
17	0	0	0
18	0	0	0
19	0	0	0
20	0	0	0

$$b_0 = 0{,}16634\sum_{u=1}^{20} y_u - 0{,}05679\sum_{i=1}^{3}\sum_{u=1}^{14} x_{iu}^2 y_u; \qquad b_i = 0{,}07322\sum_{u=1}^{14} x_{iu} y_u;$$

$$b_{ij} = 0{,}125\sum_{u=1}^{8} x_{iu} x_{ju} y_u; \qquad b_{ii} = 0{,}0625\sum_{u=1}^{14} x_{iu}^2 y_u + 0{,}00689\sum_{i=1}^{3}\sum_{u=1}^{14} x_{iu}^2 y_u - 0{,}05679\sum_{u=1}^{20} y_u$$

$$S^2(b_i) = 0{,}0733 S^2(y); \quad S^2(b_{ij}) = 0{,}1250 S^2(y); \quad S^2(b_{ii}) = 0{,}0597 S^2(y);$$

СОДЕРЖАНИЕ

Навчальне видання

ГРИЩУК Юрій Степанович

ОСНОВИ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК
для студентів електромеханічних спеціальностей

Російською мовою

Роботу до видання рекомендував О. І. Рогачов

Редактор В.М. Баранов

План 2006 р., поз. 17/43-07

Підп. до друку 23.04.2007р. Формат 60х84 1/16. Папір офсетний.
Друк. – ризографія. Гарнітура Times New Roman. Ум. друк. арк. 8,8.
Обл. – вид. арк. 10,7. Наклад 300 прим. Зам. №   Ціна договірна.

Видавничий центр НТУ „ХПІ”, 61002 Харків, вул. Фрунзе, 21
Свідоцтво про державну реєстрацію ДК № 116 від 10.07.2000р.

Друкарня НТУ „ХПІ”, 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21