

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО  
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН

ТАШКЕНТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АБУ РАХМАНА БЕРУНИ

Азимов Т.Д.

## **НАЧЕРТАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ**

Учебное пособие для студентов направлений  
образования 520000 и 540000

Второе издание дополненное

Ташкент 2011

УДК. 514. 18(075)

Т.Д. Азимов. Начертательная геометрия. Учебное пособие для технических вузов. Ташкент, 2011

В учебном пособии приведены практические занятия. В частности, рассмотрены задачи на следующие темы: точка, прямая, плоскость, две плоскости, прямая и плоскость, поверхности, пересечение поверхности с плоскостями, пересечение двух поверхностей, преобразование чертежа, определение углов, а также задачи олимпиады и задачи самообразования.

Учебное пособие предназначено для студентов-бакалавров высших технических учебных заведений, а также для специалистов, занимающихся начертательной геометрией.

Разрешено координационным советом Республики Узбекистан 27 октября 2009 г.

Рецензенты: стар.преп. Н.А.Надырова  
(Филиал РУУ нефти и газа  
им. И.М.Губкина в г. Ташкенте);

доц. Д.У.Собирова  
(ТашГУ)

**E.D. Azimov** Chizma geometriya. Oliy texnika o'quv yurtlari uchun o'quv qo'llanma. Toshkent, 2011, 167 b.

O'quv qo'llanmada chizma geometriya tanning amaliy mashg'ulotlari to'plami rus tilida keltirilgan bo'lib, unda nuqta, to'g'ri chiziq, tekislik, ikki tekislik, to'g'ri chiziq va tekislik sirtlar, tekisliklar bilan sirtlar kesishuvi, ikki sirt kesishuvi, proeksiyalarni qayta tuzish, burchaklarni aniqlash nazorat yozma ishga doir masalalarni yechish, shuningdek olimpiada masalalaridan namunalar, mustaqil ta'lim uchun masalalar berilgan.

O'quv qo'llanma texnika oliy o'quv yurtlari bakalavrlari uchun tayyorlangan bo'lib, undan chizma geometriya mutaxassislari ham foydalanishlari mumkin.

**E.D. Azimov**, Descriptive geometry, collection of practical lessons. Manual for technical high schools. Tashkent, 2007, 167 pages.

In the manual the collection of practical tasks are given in Russian.

The tasks on the themes: a point, a straight line, a plane, two planes, a straight line and a plane, surfaces, crossing of surface with planes, crossing of two surfaces, transformation of drawing, definition of angles as well as written tasks, samplers for Olympiad tests and tasks, for self-instruction are considered in the manual.

The manual is intended for students – bachelors of technical higher educational institutions as well as for specialists engaged in descriptive geometry.

## Предисловие

Курс начертательной геометрии является общетехнической дисциплиной, дающей знания, необходимые студенту для изучения последующих общетехнических и специальных технических дисциплин.

Прежде чем приступить к изготовлению какой-либо новой детали, механизма, машины, его проект изображают на бумаге, т.е. выполняют чертёж. Бакалавры технического направления образования, выпускаемые в настоящее время, должны иметь графическую подготовку, соответствующую требованиям сегодняшнего дня. Они должны уметь с помощью чертежа выразить свои творческие замыслы, технические идеи для последующего осуществления их на практике.

Учебное пособие рассчитано для проведения практических занятий, основанных на курсах лекции, читаемых на узбекском и русском языках профессорско-преподавательским составом университета.

В учебном пособии приведены примеры промежуточного контроля и итоговой творческой письменной работы, алгоритма решения, образцы задач олимпиады, проводимых в республике и задачи самообразования.

Автор выражает глубокую благодарность рецензентам: доценту, кандидату технических наук Т.Р.Рихсибаеву и старшему преподавателю И.А.Наровой за полезные советы и практическую помощь.

## Требования учебного пособия и методические указания к решению задач по начертательной геометрии

Данное учебное пособие, предназначенное к проведению практических занятий по начертательной геометрии, предъявляет к студентам следующие требования:

1. Завести общую тетрадь в клетку и на каждой странице сгруппировать решение двух задач.

2. Написать условия задачи и обозначить графическое задание, а также записать алгоритм решения каждой задачи.

3. Необходимость графического точного построения и решения каждой задачи требует приобретения следующих чертежных принадлежностей:  $30^{\circ}$  и  $45^{\circ}$  - ных треугольников, циркуль, лекало, а также в целях цветного оформления решения задач иметь цветные карандаши: синий, черный и красный. Синим вычерчивают графические условия, черным - решают задачи, красным оформляют ответ задачи.

4. При вычерчивании графических условий задач и в процессе их решения используют следующие типы линий:

а) сплошная основная контурная  $S=0,5 : 1,4$  мм, для вычерчивания графического условия задач, ответов и для видимых контуров, линий пересечений в зависимости от формата чертежа,

б) штриховые линии  $S/2$  для невидимых частей пересечений;

в) сплошная тонкая линия  $S/3 : S/2$  - для линий связи при решении задачи.

Решение каждой задачи на эюре начертательной геометрии, позволяющей точное выявление и определение геометрических свойств пространственных фигур, требует от студентов:

а) пространственного представления перед глазами положений и взаимных расположений в пространстве геометрических фигур по их эюрам, заданным согласно условий каждой задачи;

б) определения порядка последовательности решения задач в пространстве и его практического осуществления;

в) выработку порядка последовательности решения задач на эюре исходя из решений в пространственном чертеже.

Для решения задач учебного пособия необходимы знания теоретических материалов, изложенных в учебниках и конспектах лекций по начертательной геометрии и их практического применения в решении нижеприведенных задач.

1. Определить натуральную величину отрезка прямой.
2. Определить следы прямых линий.
3. Провести на плоскости прямые общего положения, а также горизонталь, фронталь.
4. Выбор точки на плоскости.
5. Через точку провести плоскость общего положения.
6. Через прямую провести горизонтальную и фронтально проецирующую плоскости.
7. Провести следы плоскости, заданных параллельными и пересекающимися линиями.
8. Через точки провести плоскость, параллельную заданной плоскости.
9. Построить линию пересечения двух плоскостей заданных следами.
10. Через точки провести прямую заданной плоскости.
11. Через точки провести плоскость заданной прямой.
12. Определить точку пересечения прямой с плоскостью.
13. Через точки провести перпендикуляр к плоскости.
14. Через точки провести плоскость, перпендикулярную заданной прямой.
15. Через точки провести плоскость, перпендикулярную заданной плоскости.
16. Определить натуральную длину отрезка прямой способом вращения.
17. Совместить плоскость с плоскостью проекций.
18. Определить натуральную длину отрезка прямой способом совмещения.
19. Определить натуральную длину отрезка прямой способом перемены плоскостей проекции.
20. Определить величину линейного угла.
21. Выбор точки на поверхности многогранника и поверхностях вращения.
22. Построить точку пересечения прямой с поверхностью.
23. Построить линию пересечения плоскости с поверхностью.
24. Построить линию пересечения двух поверхностей.

1,2-варианте

Тема: Норматив чертежа.

1-варианте Стандарты ЕСКД.

ГОСТ 2 301 68. Форматы.

ГОСТ 2 302 68. Масштабы.

ГОСТ 2 303 68. Линии.

2-варианте. ГОСТ 2 304 81. Шрифты.

Выполнение титульного листа.

*Год ТУ*

*Кафедра «Начертательная геометрия и  
техническая графика»*

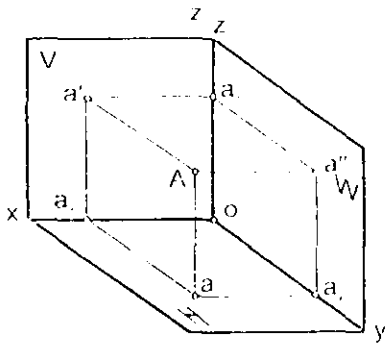
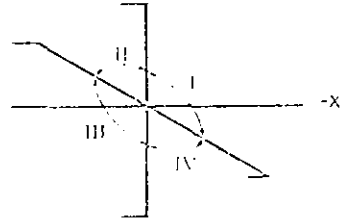
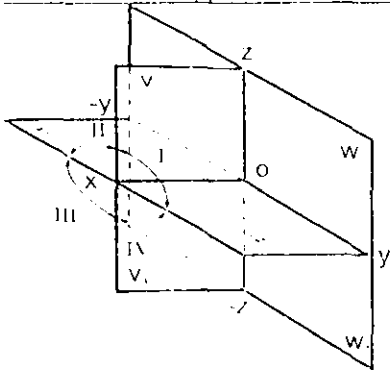
***АЛЬБОМ ЧЕРТЕЖЕЙ***

*Шифр: 35-07 ФПГ  
Выполнил: Акимов К.А.*

*2007-2008 учебный год*

У-заягытте

Тема: Точка.

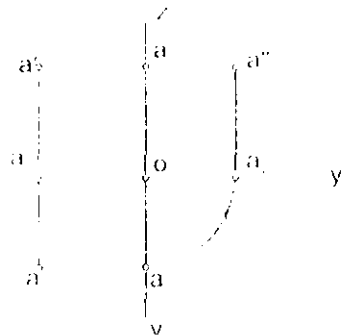
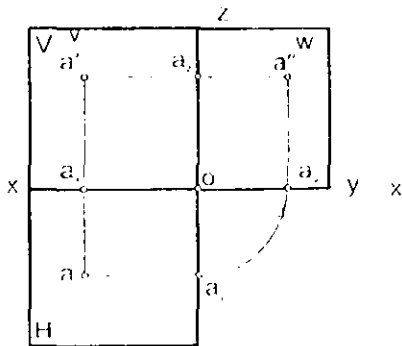


$a - A'$   
 $a' - A''$   
 $a'' - A'''$

$$|AH| = |Aa| = |a'a_x| = Z_A$$

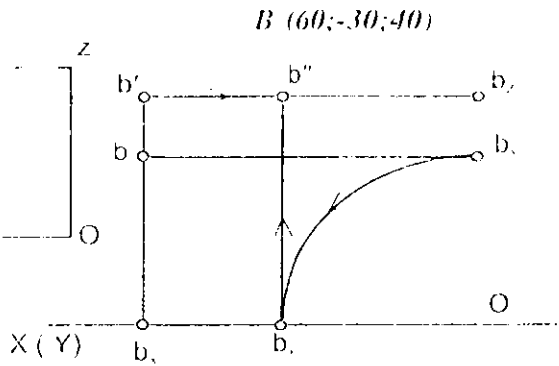
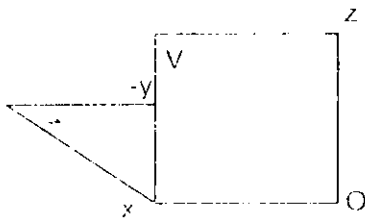
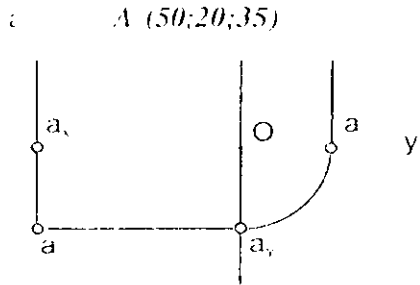
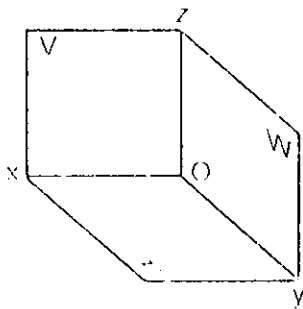
$$|AV| = |Aa'| = |a'a_y| = Y_A$$

$$|AW| = |Aa''| = |a'a_z| = X_A$$

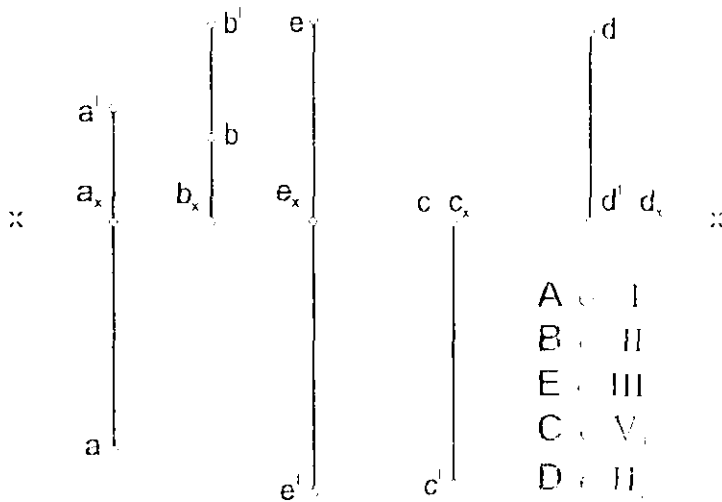




Пример 1. По данным координатам каждой точки построить изображение октанта, в котором они находятся и в плоскости ортогональный чертёж точек.



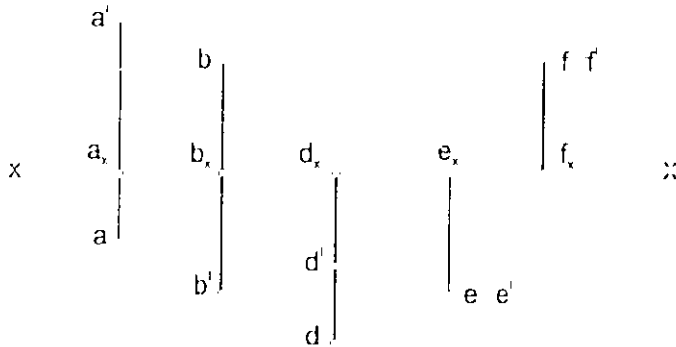
**Пример 2.** По изображению точек на эмпоре определить в каком четверти пространства находится каждая точка. Ответы записать символически.



$A (-40; 20; 30)$      $D (40; 50; 60)$      $S (50; -50; 50)$      $M (0; 0; 20)$   
 $B (-40; -60; 30)$      $E (40; 40; 40)$      $P (40; 0; 50)$      $N (0; 50; 0)$   
 $C (-40; -20; -50)$      $F (50; 30; 0)$      $Q (30; 0; 0)$

**Пример 3.** По данным координатам точек построить изображение октанта, в котором они находятся и плоскости чертеж точек.

**Пример 4.** По изображению точек на эворе определить в каком углу пространства находится каждая точка. Ответы записать символически.



**Пример 5.** Определить какая точка расположена ближе к фронтальной плоскости проекции  $V$ , какая из точек находится выше над горизонтальной плоскостью проекции  $H$ .

**Пример 6.** Дана точка  $A(-40,30,40)$ . Построить  
 а)  $A=S(v)(B)$  эвор точки  $B$ , симметричной точке  $A$  относительно плоскости проекции  $V$   
 б)  $A=S(n)(C)$                       д)  $A=S(o)(F)$   
 в)  $A=S(o)(D)$                       е)  $A=S(o)(E)$

ТЕМА:

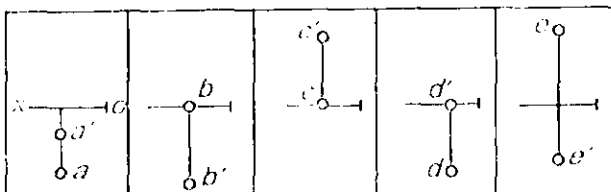
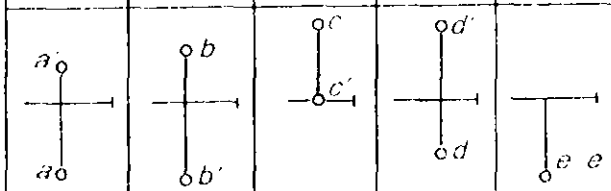
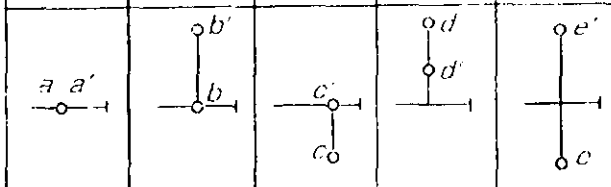
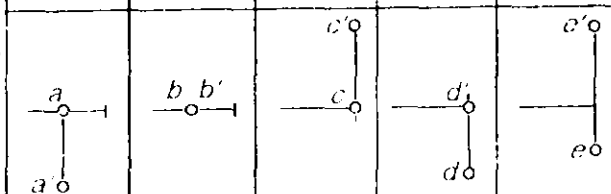
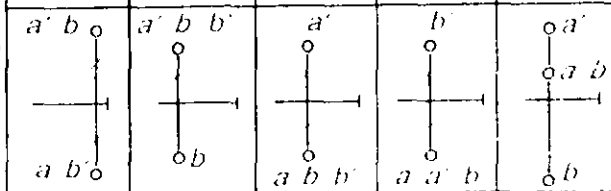
ТОЧКА

Вариант:

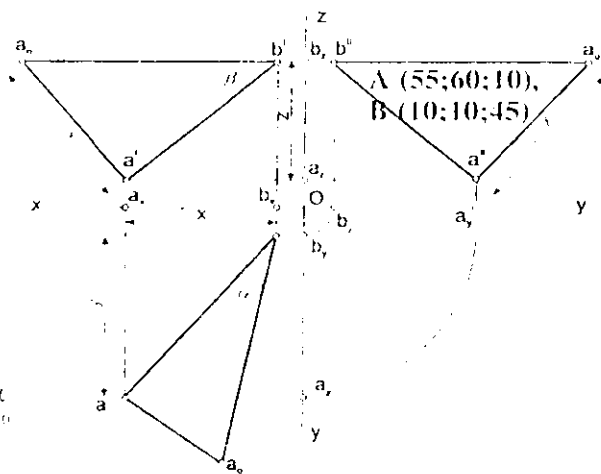
0

Условия  
задачи

ОТВЕТЫ

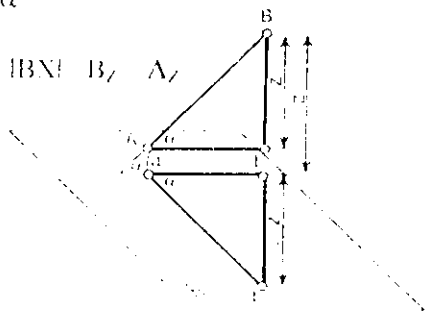
1. Какая из  
данных  
точек лежит  
на плоскости  $\Pi'$ ?2. На каком  
чертеже  
точка лежит  
на плоскости  $\Pi'$   
биссектора?3. Какая из  
точек лежит  
ближе к  
плоскости  $\Pi'$ ?4. На каком  
чертеже точка  
—  $\{O, \Pi'\}$ ?5. На каком  
чертеже точка  
—  $S_{\Pi_0}(\Pi)$ 

Пример 4. По данным координатам точек А и В построить этор отрезка АВ, определить его длину и углы наклона прямой АВ к каждой плоскости проекции.



- $[AC] \parallel [ab]$
- $[AC] \perp [ab]$
- $[AB] \wedge \Pi = \alpha$
- $[AB] \wedge [AC] = \alpha$
- $[ab] \wedge [bb_1] = 90^\circ$
- $[ab_1] \perp [AB]$
- $[ab] \wedge [ab_1] = \alpha$

$$\sqrt{|Bb_1|^2 + |Aa_1|^2} = |BN| = B_z - A_z$$



4-заятие

Геом: Прямая.

$$\Delta Z = |b'b_z| - |a'a_z| = |b'e'| = b_z - a_z = 45 - 10 = 30$$

$$\Delta Y = |aa_y| - |bb_y| = |aa'| = a_y - b_y = 60 - 10 = 50$$

$$\Delta X = |a'a_x| - |b'b_x| = |a'e'| = a_x - b_x = 55 - 10 = 45$$

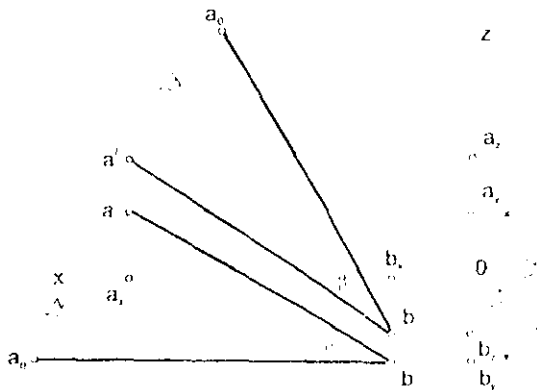
$$|aa_0| = |\Delta Z|; |a_0b| = |AB|; |a_0b| \wedge |ab| = \alpha; \alpha = (AB) \wedge \Pi$$

$$|a'a'_0| = |\Delta Y|; |a'_0b'| = |AB|; |a'_0b'| \wedge |a'b'| = \beta; \beta = (AB) \wedge \nu$$

$$|a''a''_0| = |\Delta X|; |a''_0b''| = |AB|; |a''_0b''| \wedge |a''b''| = \gamma; \gamma = (AB) \wedge \omega$$

Пример 2. По данным координатам точек А и В построить элор отрезка АВ, определить его длину и углы наклона прямой АВ к каждой плоскости проекции.

$$A(70;20;40), B(20;30;-20)$$



$$\Delta X = a_x - b_x = 40 - (-20) = 60$$

$$|a_0b| = |AB|; |a_0b| \wedge |ab| = \alpha; \alpha = (AB) \wedge \Pi$$

$$\Delta Y = a_y - b_y = -40 - 30 = -70$$

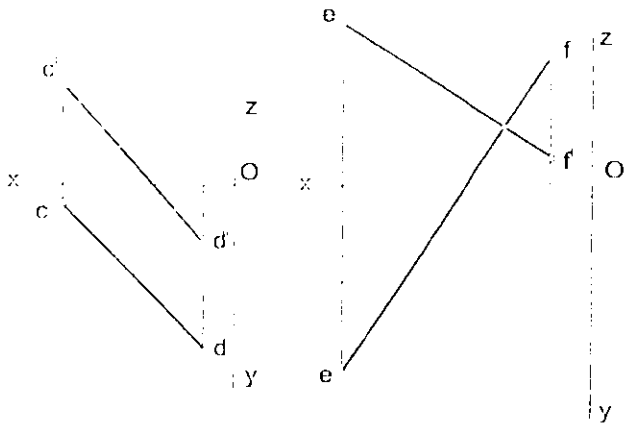
$$|a'_0b'| = |AB|; |a'_0b'| \wedge |a'b'| = \beta; \beta = (AB) \wedge \nu$$

4-варианты	Тема: Прямая
------------	--------------

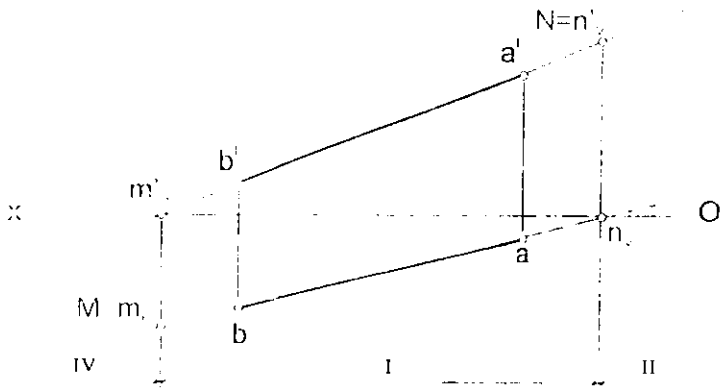
3. A (70;10;40),  
B (20;50;-20)

4. A (70;30;40),  
B (30;-10;20)

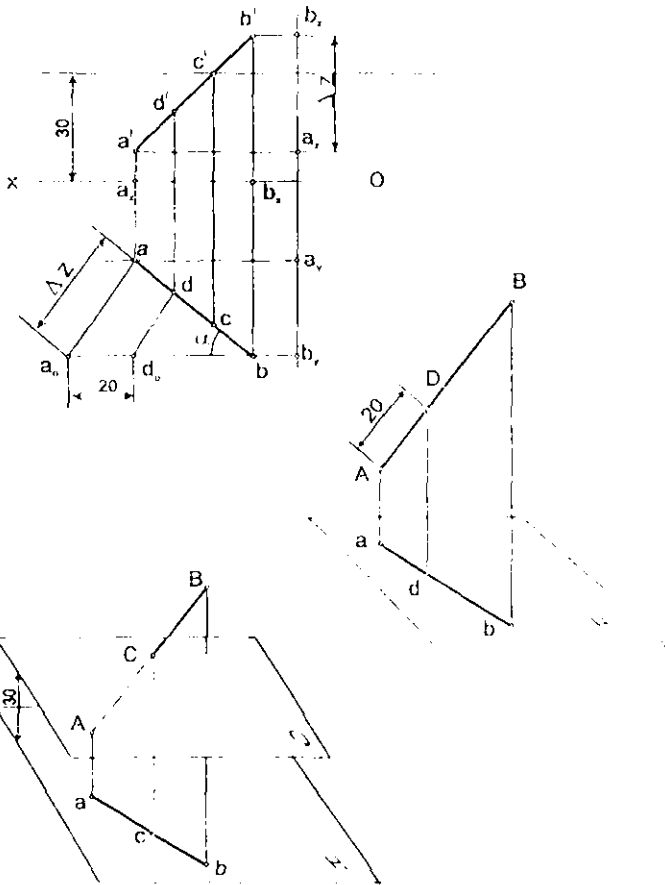
5. A (60;-30;50),  
B (10;-60;10)



Пример 6. Построить следы прямой и указать углы пространства, через которые она проходит.



Пример 7. На прямой АВ построить точку С, удаленную от плоскости П на 30 мм и точку D, удаленную от точки А на 20 мм.

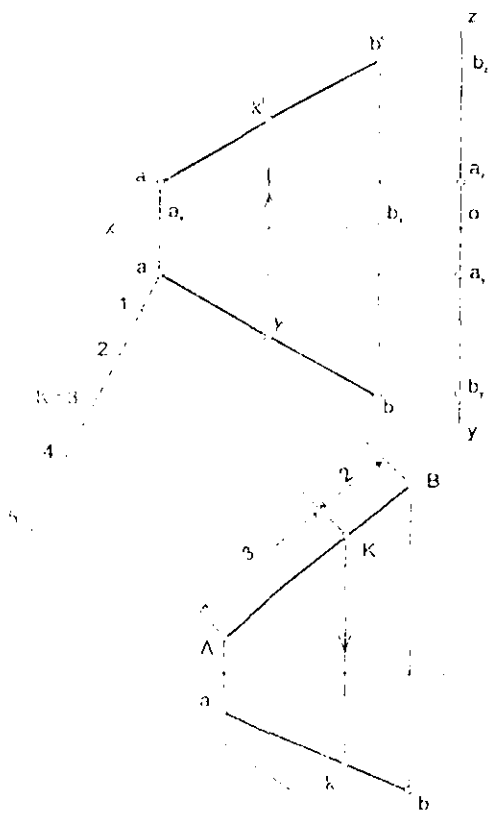




Пример 8. На отрезке прямой АВ определить точку К, делющую отрезок АВ в отношении  $\frac{|AK|}{|KB|} = \frac{3}{2}$

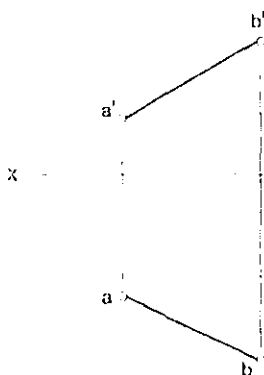
A(70; 10; 10)

B(20; 35; 10)

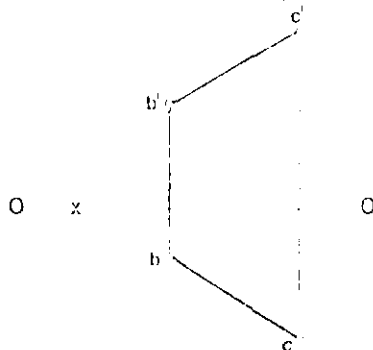


**Пример 9.** Построить следы прямой и указать углы пространства, через которые она проходит.

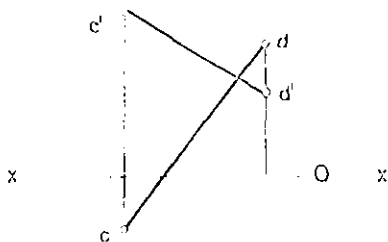
9.1  $A(50; 50; 15)$   
 $B(20; 85; 35)$



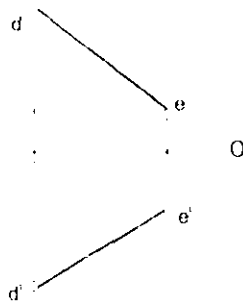
9.2  $B(50; 15; 30)$   
 $C(10; 55; 55)$



9.3  $C(60; 20; 45)$   
 $D(25; -10; 20)$

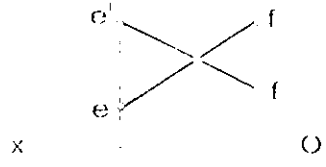


9.4  $D(80; -45; 50)$   
 $E(40; -15; -25)$

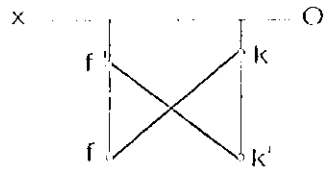


4-зачетные	Тема: Прямая.
------------	---------------

9.5 E(90; -10; 35)  
F(45; -35; 15)

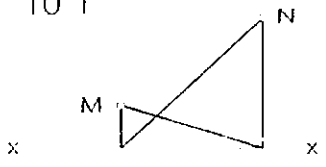


9.6 F(70; 30; -10)  
K(25; 10; -35)

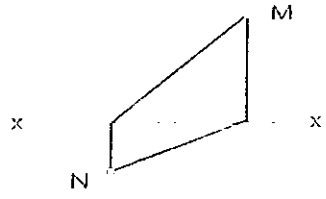


**Пример 10.** Построить проекции прямой BC, зная следы. Определить видимую её часть от невидимой. Указать углы пространства, через которые она проходит

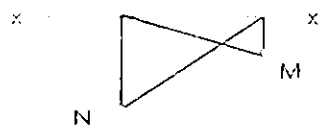
10.1



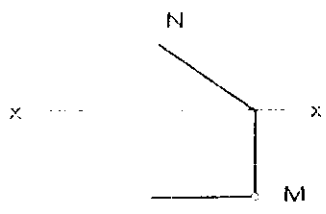
10.2

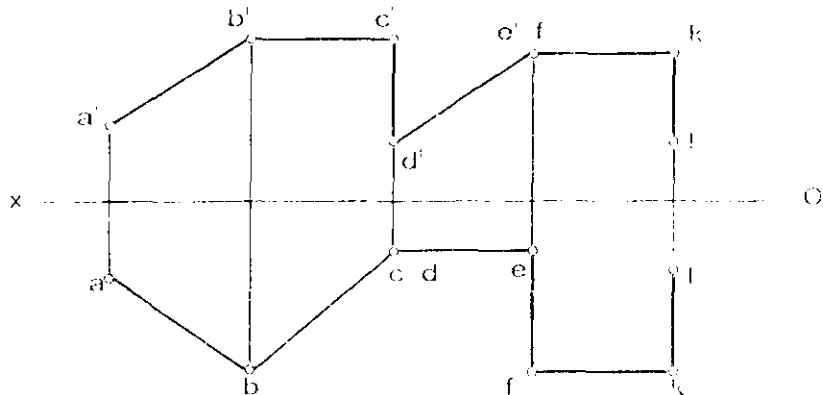


10.3



10.4





**Пример 11.** Определить длину данной прямой и указать расположение её концов в пространстве.

**Пример 12.** По данным координатам построить эвнор отрезка. Построить следы прямой и указать углы пространства, через которые она проходит.

а)  $A(10; 30; 70)$   
 $B(70; 60; 20)$

в)  $E(60; 40; 20)$   
 $F(10; 40; 40)$

б)  $C(60; 50; 40)$   
 $D(20; 10; 40)$

г)  $K(40; 20; 35)$   
 $L(40; 60; 60)$

ТЕМА

ПРЯМАЯ

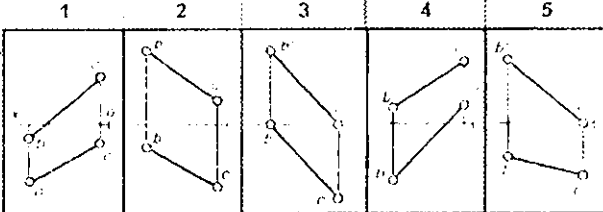
Вариант:

0

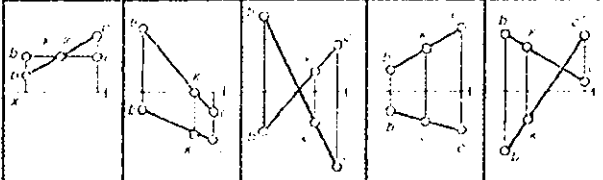
Условия задачи

ОТВЕТЫ

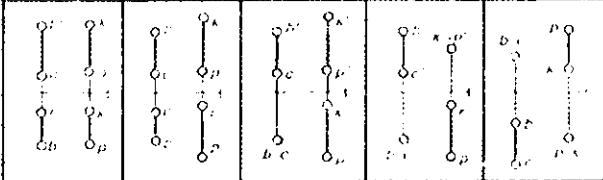
1 На каком чертеже одна из точек отрезка BC принадлежит плоскости  $\alpha$ ?



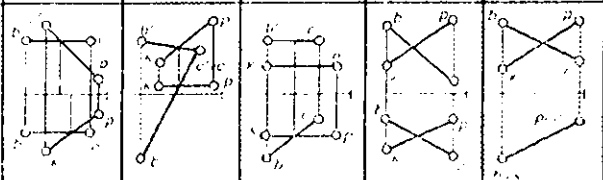
2 На каком чертеже точка K  $\in$  (BC) равноудалена от плоскости  $\alpha$  и  $\Pi$ ?



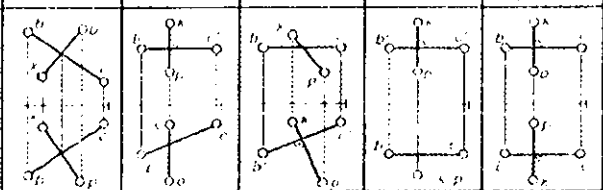
3 На каком чертеже (BC)  $\perp$  (KP)?



4 На каком чертеже (BC)  $\perp$  (KP)?



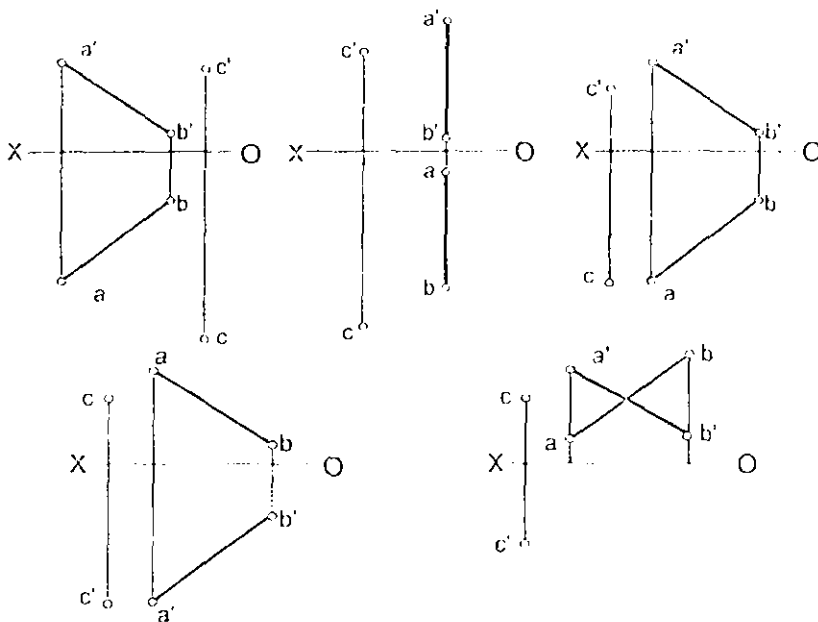
5 На каком чертеже (BC)  $\perp$  (KP)  $= 90^\circ$ ?



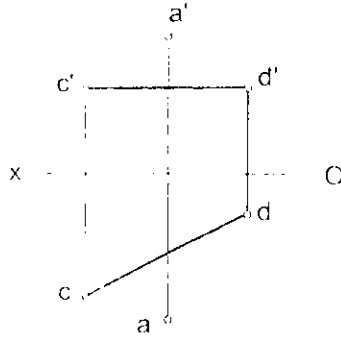
*Пересекающиеся прямые.*

Пример 1. Даны прямая АВ и точка С. Пересечь прямую АВ, проходящей через точку С:

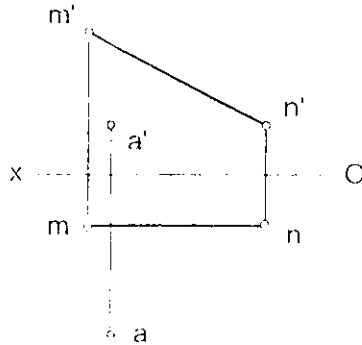
- прямой общего положения EF
- горизонтальной прямой FD
- фронтальной прямой DK.



Пример 2. Через точку  $A$  провести прямую  $AB$  перпендикулярную к  $CD$  и пересекающую её. Рассмотреть подробно алгоритм.

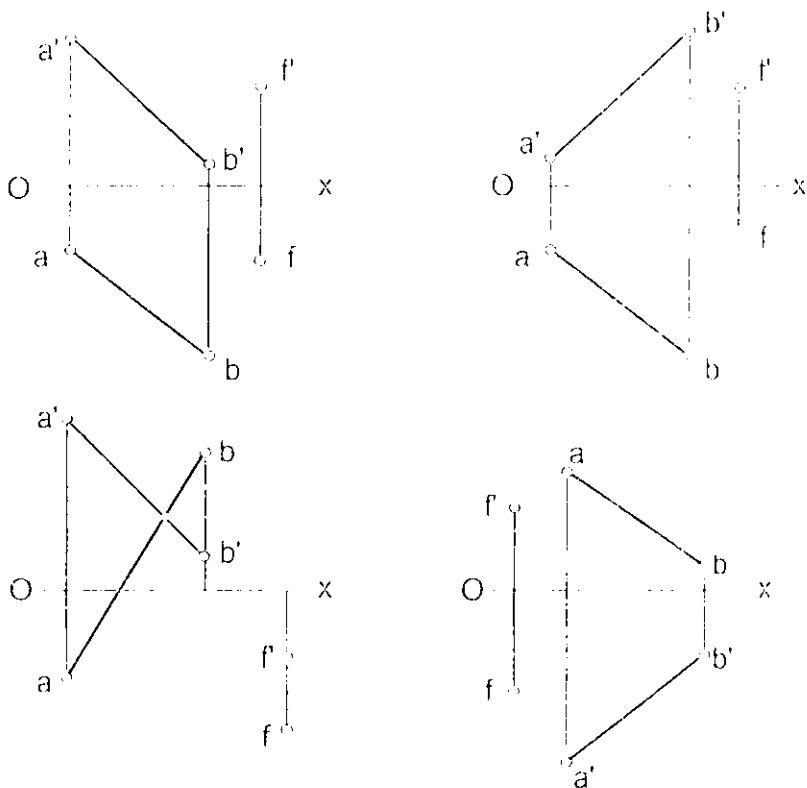


Пример 3. Определить расстояние от точки  $A$  до прямой  $MN$ . Построить сферу с центром в точке  $A$ , касательную к прямой  $MN$ .



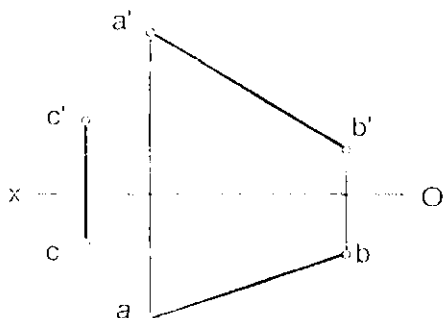
*Параллельные прямые.*

**Пример 1.** Дано прямая АВ и точка F. Через точку F провести прямую CD параллельно прямой АВ



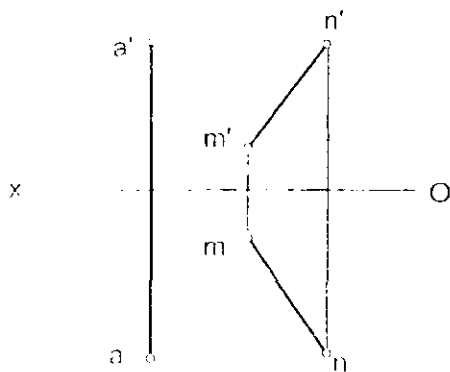


Пример 2. Через точку  $C$  провести прямую  $CD$  параллельно плоскости  $H$  пересекající данную прямую  $AB$ .

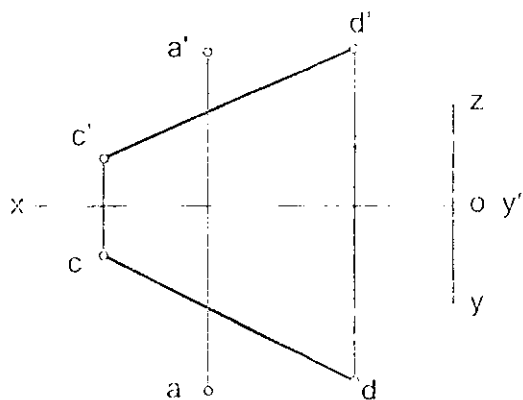


Пример 3. Через точку  $A$  провести отрезок длиной 50 мм параллельно прямой  $MN$ .

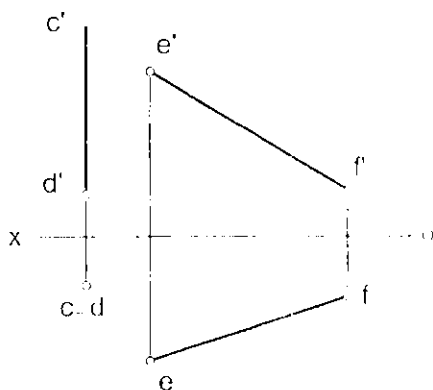
$A ( 65; 35; 40 ), \quad M ( 45; 15; 15 ), \quad N ( 10; 45; 40 ).$



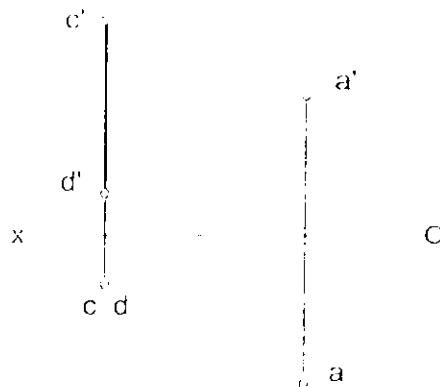
**Пример 1.** Через точку  $A$  провести прямую  $AB$ , пересекающую ось проекций  $OY$  и данную прямую  $CD$ .



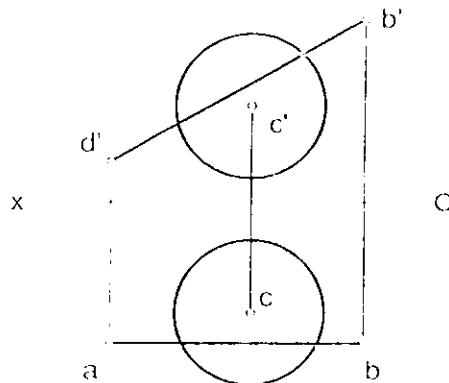
**Пример 2.** Построить прямую  $AB$ , перпендикулярную к данным прямым  $CD$  и  $EF$  и пересекающую их.



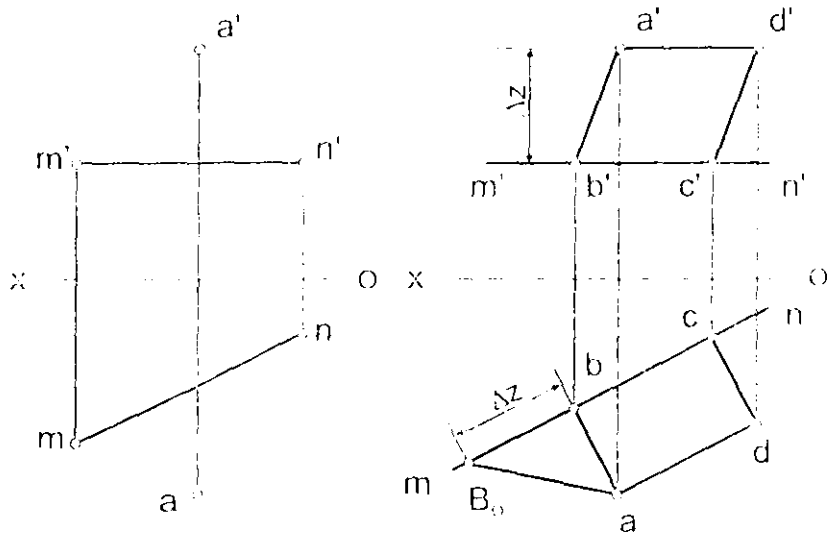
Пример 3. Через точку  $A$  провести горизонталь  $AB$ , удаленную от данной прямой  $CD$  на  $30$  мм.



Пример 4. Найти точку пересечения прямой  $AB$  с поверхностью шара.



Пример 1. Построить квадрат  $ABCD$  со стороной  $BC$  на прямой  $M$ .



Алгоритм решения задач.

1.  $[AB] \perp (MN) \wedge [AB] \subset (MN)$
2.  $|AB| = |aB_0|$
3.  $|BC| = |AB| \Rightarrow |bc| = |aB_0|$
4.  $[CD] \parallel [AB] \wedge [CD] = |AB|$
5.  $[AD] \parallel [BC]$



**Пример 1.** По данным координатам точек  $A$  и  $B$  построить эivor отрезка  $AB$ , определить его длину и углы наклона прямой  $AB$  к каждой плоскости проекции.

$$A(10; 10; 50)$$

$$B(40; 30; 10)$$

**Пример 2.** На прямой  $AB$  построить точку  $C$ , удаленную от плоскости  $\Pi$  на 40 мм и точку  $D$ , удаленную от точки  $A$  на 20 мм.

$$A(90; 45; 10)$$

$$B(30; 10; 55)$$

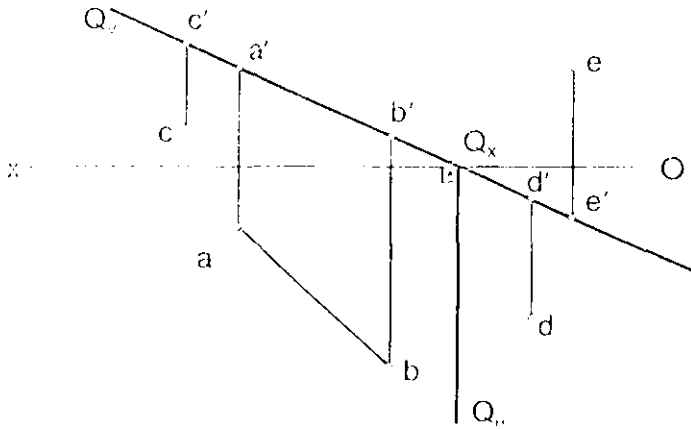
**Пример 3.** На отрезке прямой  $AB$  определить точку  $K$ , лежащую отрезок  $AB$  в отношении  $\frac{AK}{KB} = \frac{3}{2}$

$$A(80; 50; 20)$$

$$B(30; 10; 55)$$

Пример 1. Через прямую АВ провести возможные плоскости частного положения.

Для каждой плоскости взять по одной произвольной точке в каждом углу пространства, через который она проходит.



1.  $Q \subset (AB) \wedge Q \perp V$ ?

$Q(Qy, Qz)$ ?

$Q \subset (AB) \wedge Q \perp V \Rightarrow Qy \perp (a'b') \wedge Qz \perp (Ox)$

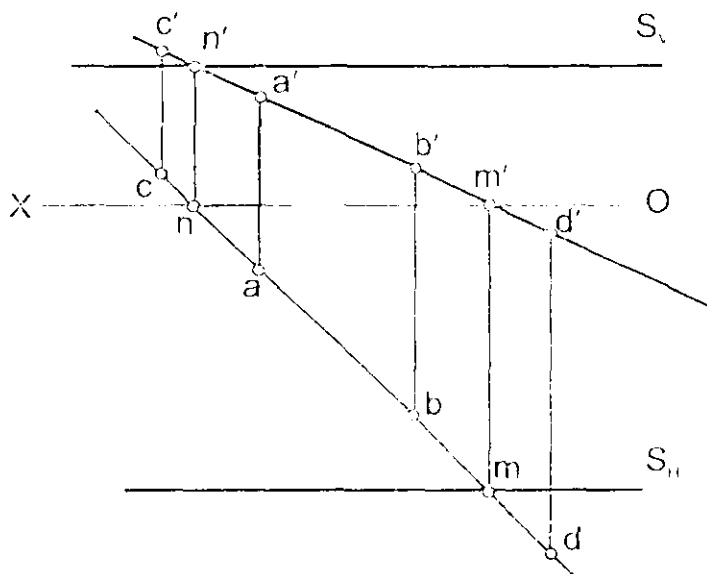
$Q \subset I, II, III, IV$

$A \subset I, C \subset II, D \subset IV, E \subset III$

2.  $T(T_H, T_V) \subset (AB) \wedge T \perp H$

Выполнить самостоятельно.

3.  $S(S_H, S_V) \subset (AB) \wedge S \perp W$



$S(S_H, S_V) \subset (AB) \wedge S \perp W \rightarrow S_V, S_H \parallel (OX) \wedge M \in S_H \wedge N \in S_V$

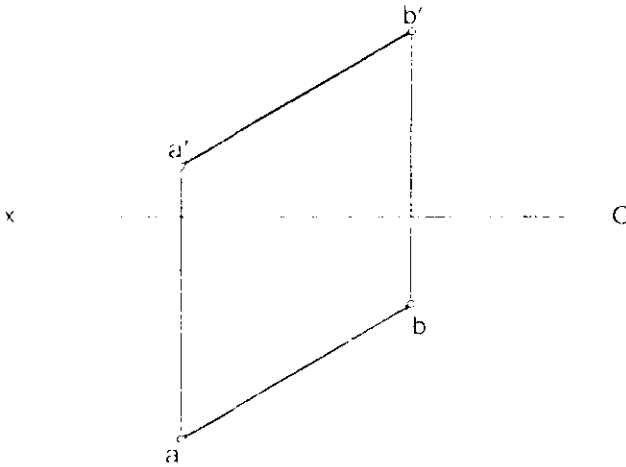
$S \subset II, I, IV$

$A \in I, C \in II, D \in IV$



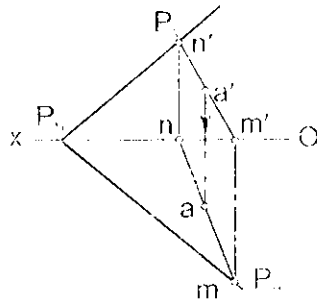
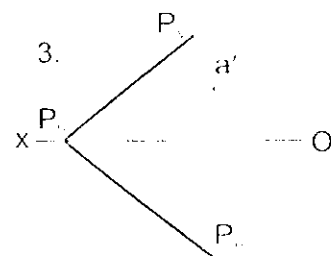
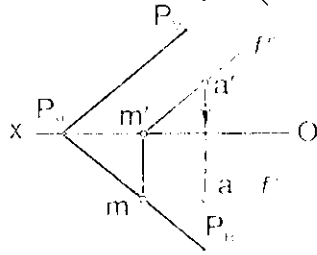
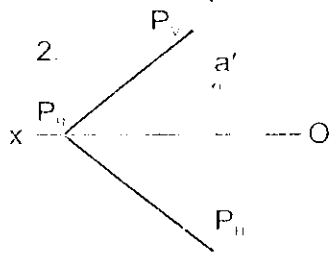
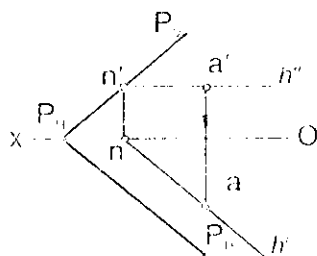
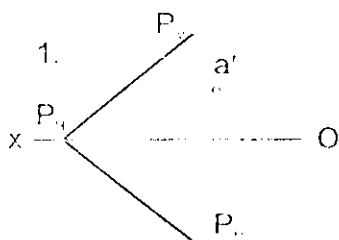
Пример 1. Через прямую АВ провести возможные плоскости частного положения.

Для каждой плоскости на прямой АВ взять по одной произвольной точке в каждом четверти, через который она проходит.

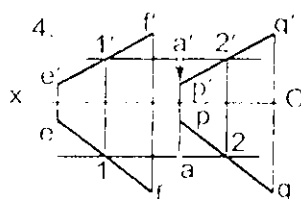
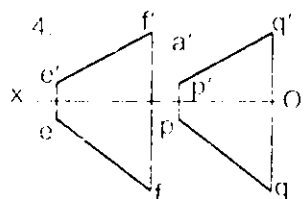
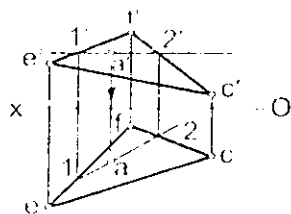
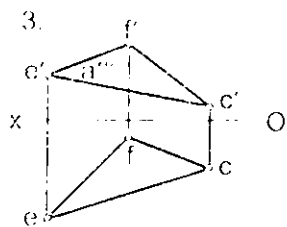
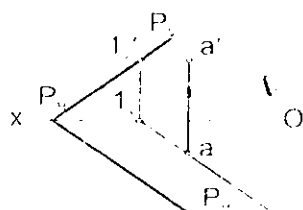
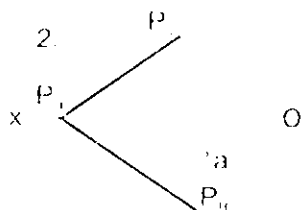
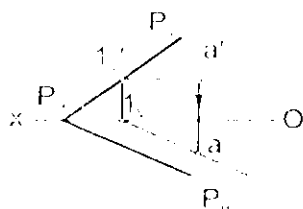
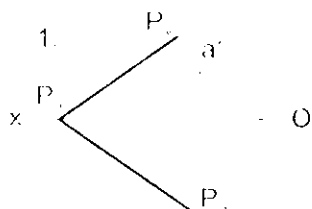


**Пример 1.** Для точки, расположенной в данной плоскости и заданной одной проекцией, построить недостающую проекцию

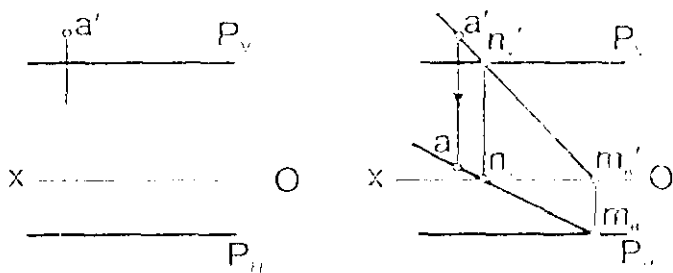
1) горизонтал. 2) фронтал. 3) прямые общего положения.



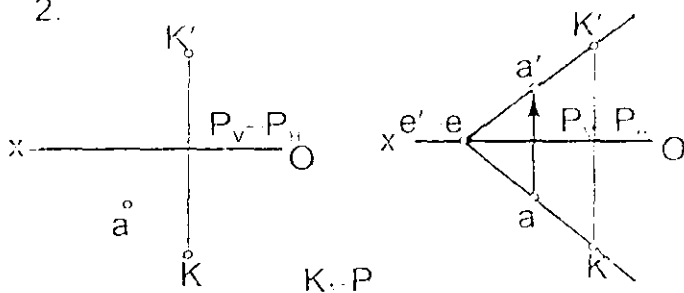
Пример 2. Через точку А данной плоскости провести в ней горизонталь.



Пример 3. Для определения недостающих проекций точек профильно-простирающейся плоскости применить вспомогательные прямые общего положения.

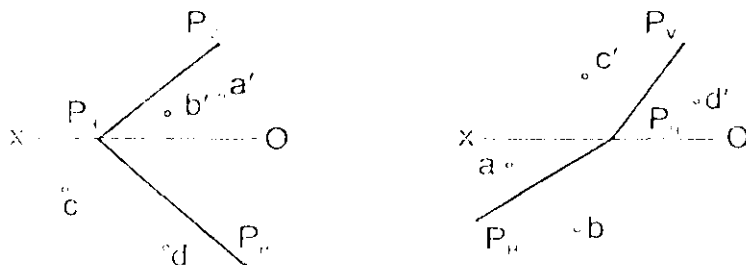


2.

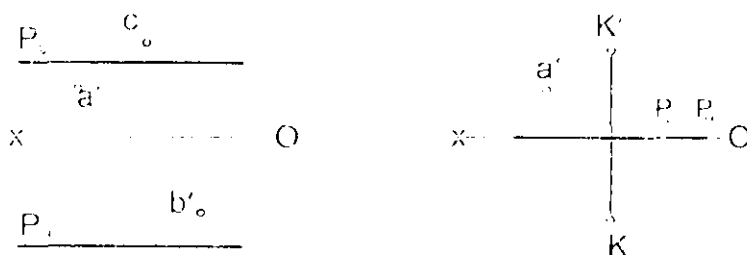


Пример 1. Для точек, расположенных в данной плоскости и заданных одной проекцией, достроить недостающие проекции, применяя вспомогательные фронталь или горизонталь.

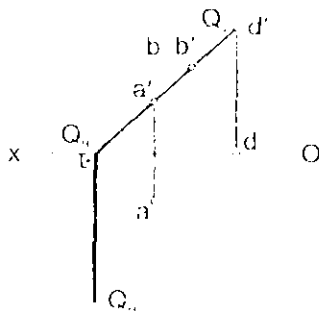
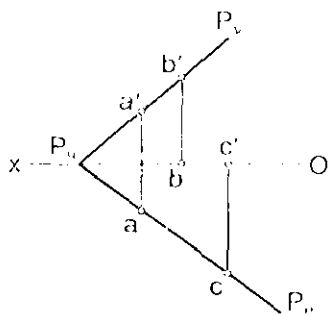
А и Д - через горизонталь, В и С - через фронталь.



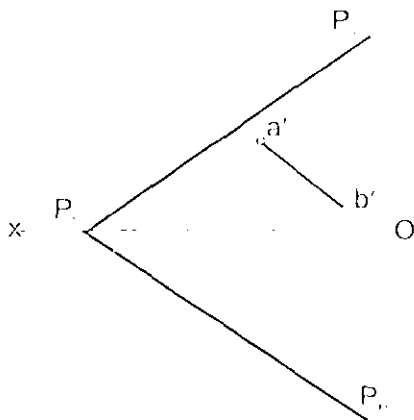
Пример 2. Для определения недостающих проекций точек профиля проецирующей плоскости применить вспомогательные прямые общего положения.



Пример 3. Для данных точек определить принадлежность данной плоскости.



Пример 4. Построить недостающую проекцию прямой AB, принадлежащей плоскости P.



## Контрольная работа № 1

## Билет № 0

Задача 1. Построить горизонтальные и фронтальные следы прямой  $AB$  и показать четверти пространства, через которые она проходит.

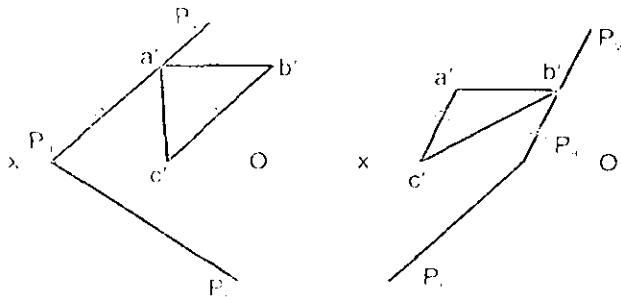
Координаты точек:  $A(35,65,45)$ ,  $B(60,40,20)$ .

Задача 2. Определить натуральную величину отрезка  $AB$  и угла наклона прямой  $AB$  к плоскостям проекций  $V$  и  $II$ .

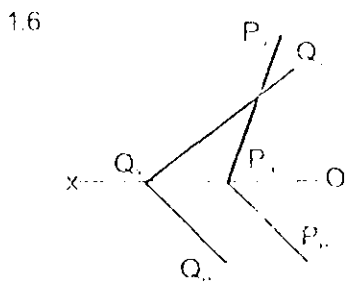
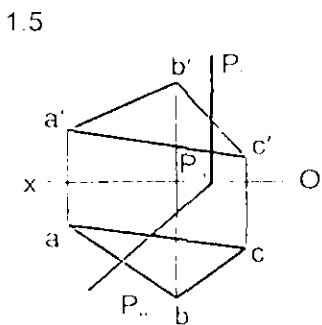
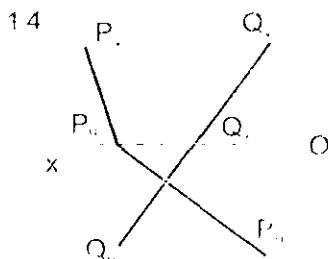
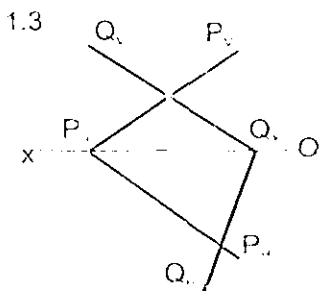
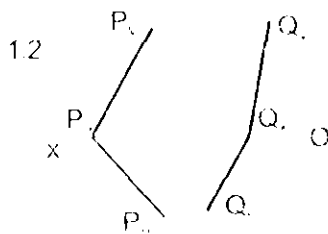
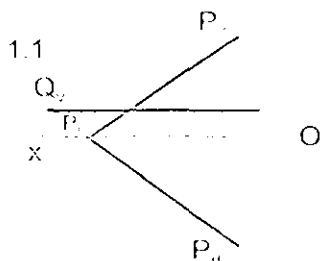
Задача 3. На прямой  $AB$  построить точку  $C$ , удаленную от оси аппликат на  $50$  мм, и провести через неё фронтальную прямую, перпендикулярную  $AB$  и пересекающую плоскость  $II$  в точке  $M$ .

Задача 4. Разделить отрезок  $AB$  точкой  $D$  в отношении  $AD : DB = 3 : 5$  и провести горизонтальную прямую, пересекающую ось аппликат в точке  $M$ .

Задача 5. Построить недостающую проекцию треугольника  $ABC$ , принадлежащую плоскости  $P$ .

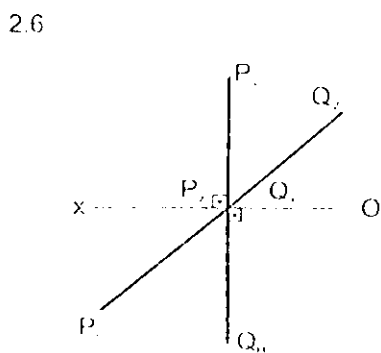
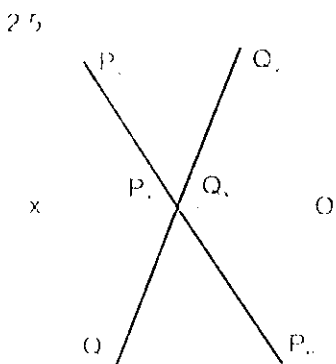
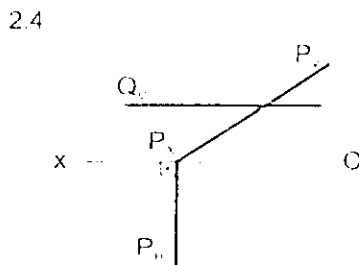
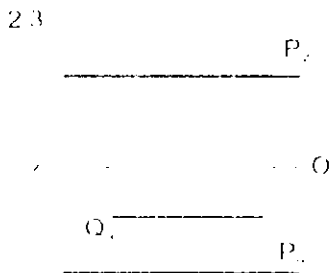
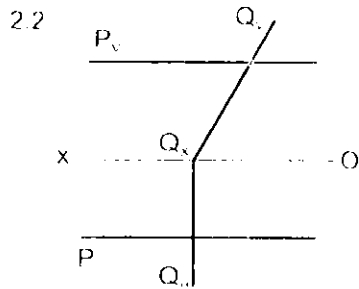
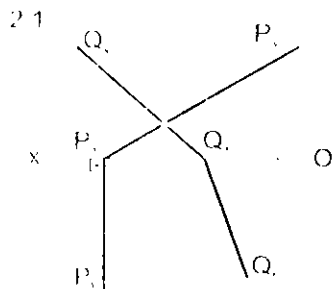


Пример 1. Построить проекции линии пересечения данных плоскостей.

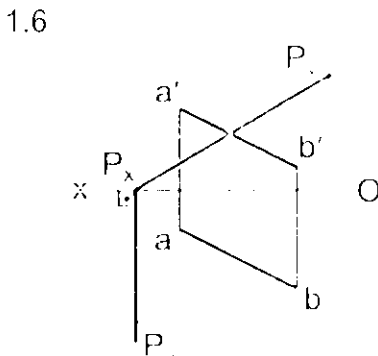
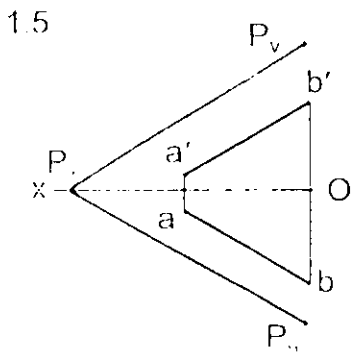
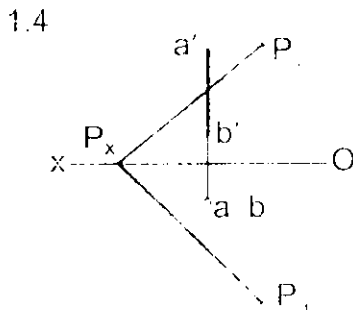
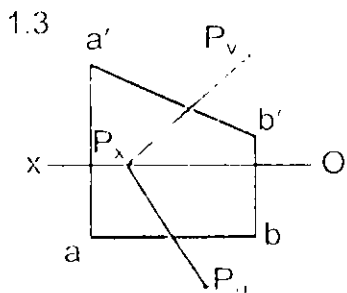
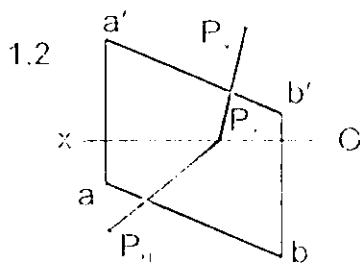
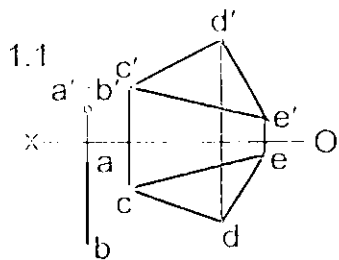




Пример 2. Построить проекции линии пересечения данных плоскостей.

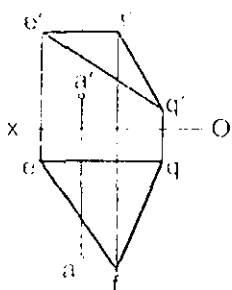


Пример 1. Найти точку пересечения прямой АВ с данными плоскостями.

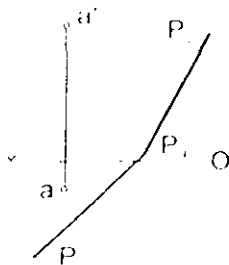


**Пример 1.** Через точку  $A$  провести прямую перпендикулярную данной плоскости и отложить на ней отрезок длиной 30 мм.

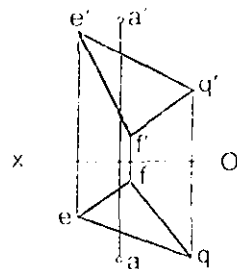
2.1



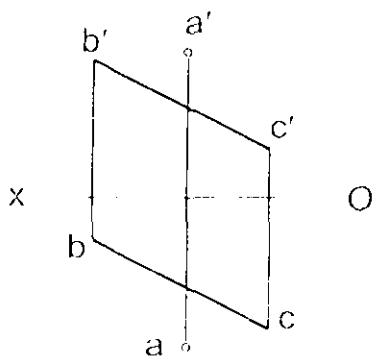
2.2



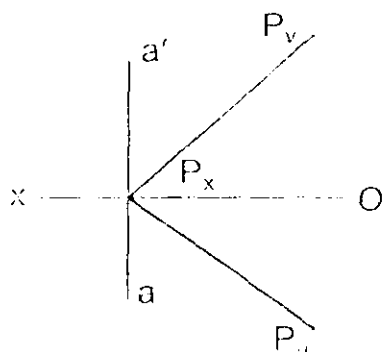
2.3



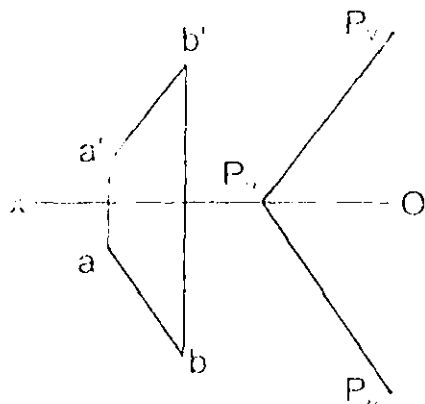
**Пример 2.** Через точку  $A$  провести плоскость  $P$  перпендикулярную данной прямой  $BC$  и выразить её следами.



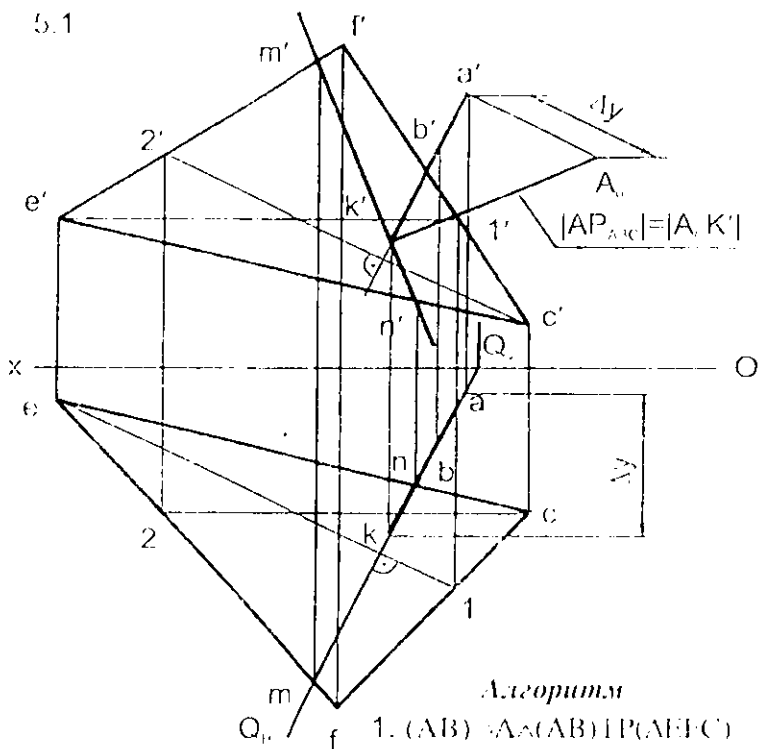
Пример 3. Спроецировать точку  $A$  на плоскость  $P$ .



Пример 4. Через прямую  $AB$  провести плоскость  $Q$  перпендикулярную данной плоскости  $P$  и выразить ее следами.



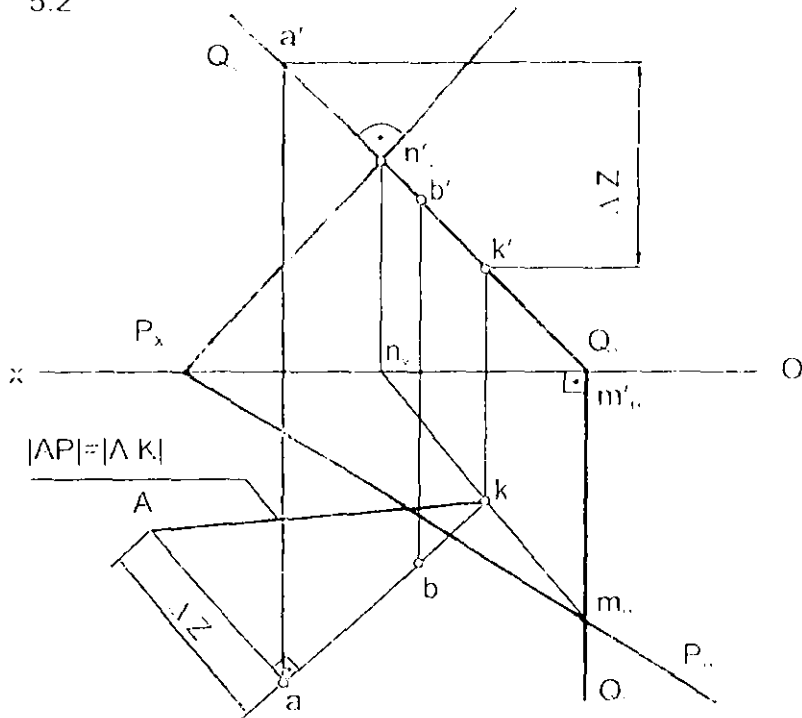
Пример 5 Определить расстояние от точки А до заданной плоскости.



Алгоритм

1.  $(AB) \rightarrow A \wedge (AB) \cap P(\Delta EFC)$
2.  $(AB) \rightarrow P=K$ 
  - 2.1  $1Q(Q, Q_{II}) \rightarrow (AB) \rightarrow Q, II$
  - 2.2  $2\theta \rightarrow P(\Delta EFC) = (MN)$
  - 2.3  $(MN) \rightarrow (AB) = K$
3.  $|AK| = |AP(\Delta EFC)|$

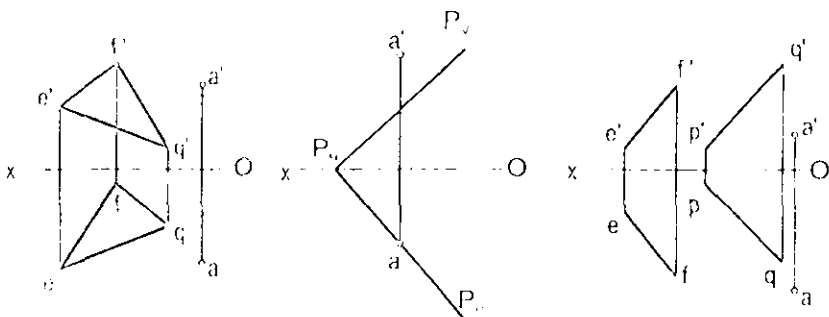
5.2



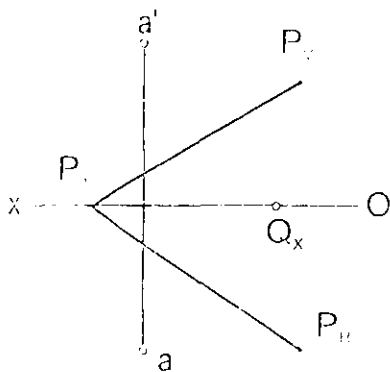
Алгоритм

1.  $(AB) \cap A \cap (AB) \cap (A) \cap (C)$
2.  $(AB) \cap P-K$ 
  - 2.1  $Q(Q, Q_{10}) \cap (AB) \cap Q: V$
  - 2.2  $Q \cap P: (MN)$
  - 2.3  $(MN) \cap (AB) \cap K$
3.  $|AK| = |AP(P, P_{10})|$

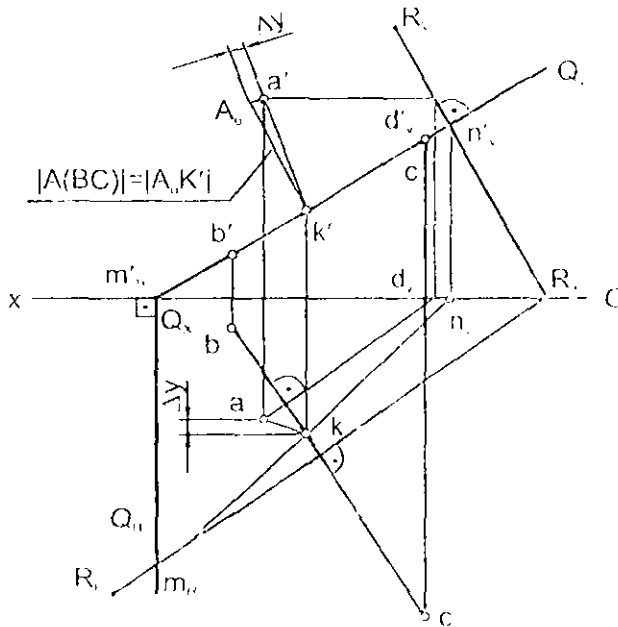
Пример 6. Определить расстояние от точки  $A$  до заданной плоскости.



Пример 7. Через точку  $A$  провести плоскость  $Q$  перпендикулярную данной плоскости и проходящую через точку схода следов  $Q_x$ .



Пример 8 Определить расстояние от точки А до прямой ВС.

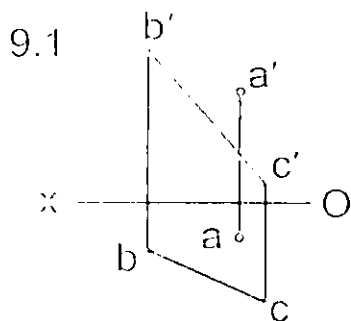


*Алгоритм*

1.  $A \in R(R, R_{11}), (BC)$ 
  - 1.1  $(AD) \in A \wedge (AD) \parallel \wedge (AD) \perp (BC)$
  - 1.2  $R_2 \in D \wedge R_2 \perp (b'c')$
  - 1.3  $R_3 \in R_2 \wedge R_3 \perp (bc)$
  3.  $|AK| = |A_0 K'|$
  4.  $|AK| = |A(BC)|$
2.  $(BC) \in R(R, R_{11}) = K$ 
  - 2.1  $R(R, R_{11}) \cap (BC) \wedge Q, V$
  - 2.2  $Q \in R_1 \cap (MN)$
  - 2.3  $(MN) \cap (BC) = K$

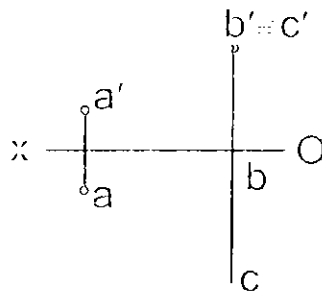
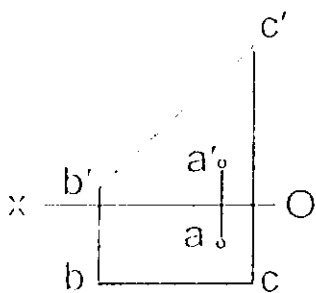


Пример 9. Определить расстояние от точки А до прямой ВС.



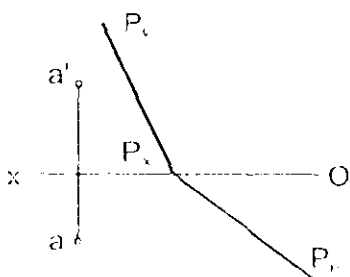
9.2

9.3

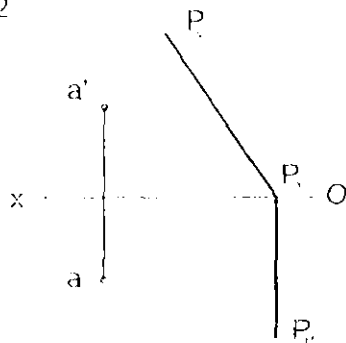


**Пример 1.** Через точку  $A$  провести прямую  $AB$  параллельно данной плоскости и плоскости проекций  $\Pi$  и отложить на ней отрезок длиной 30 мм.

1.1

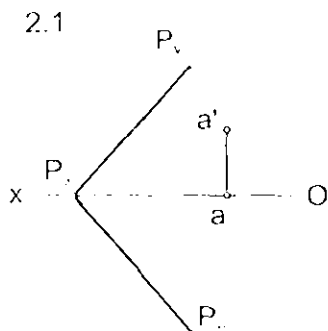


1.2

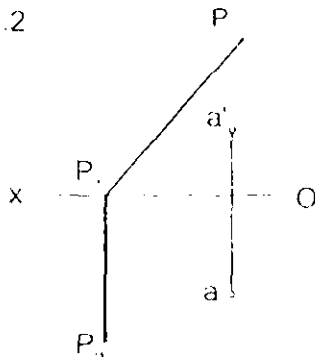


**Пример 2.** Через точку  $A$  провести плоскость  $G$  параллельно данной плоскости и выразить её следами.

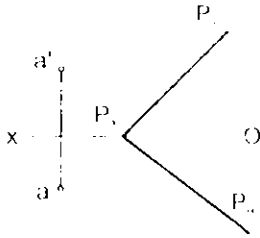
2.1



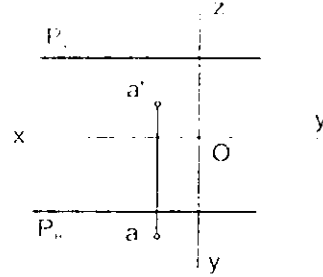
2.2



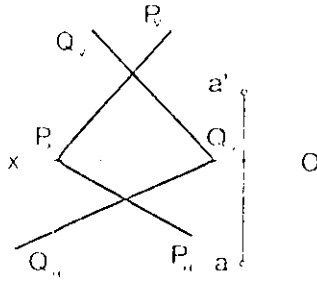
2.3



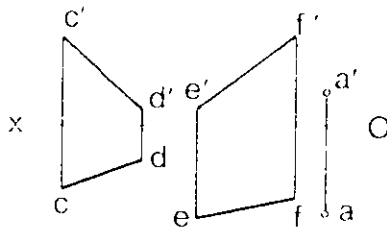
2.4



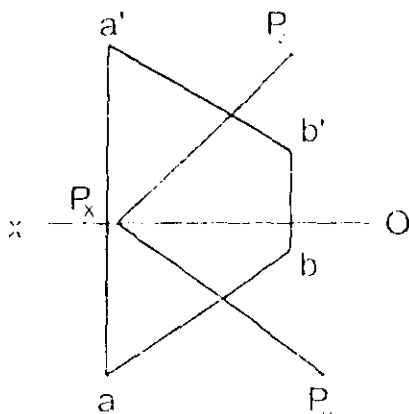
**Пример - 3.** Через точку  $A$  провести прямую параллельную двум данным плоскостям.



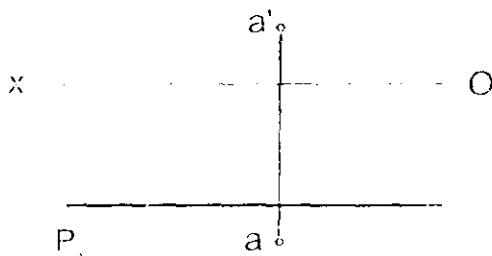
**Пример - 4.** Через точку  $A$  провести плоскость параллельно данным скрещивающимся прямым  $CD$  и  $EF$  и выразить её следами.



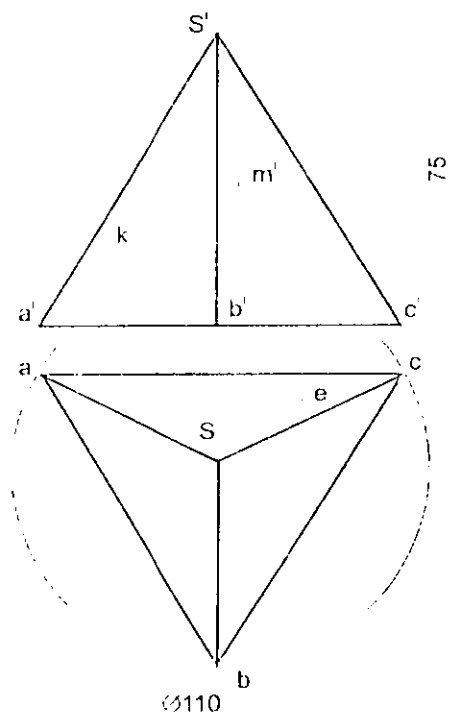
Пример - 5. На прямой АВ построить точку С, удаленную от данной плоскости на 20 мм.



Пример - 6. Построить множество точек пространства, удаленных от данной плоскости на расстоянии 15 мм и от данной точки на 25 мм.



Пример - 1. По известной проекции точки, расположенной на поверхности геометрического тела, построить ее недостающую проекцию.

*Рис. 1*

Пример - 2.

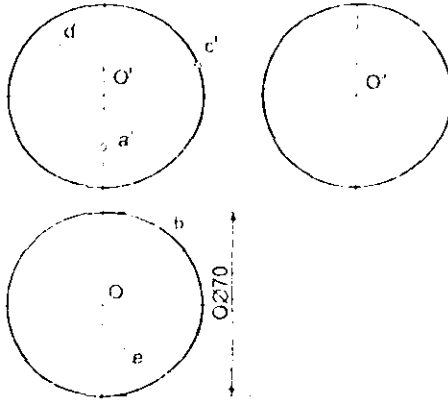


Рис.2

Пример - 3.

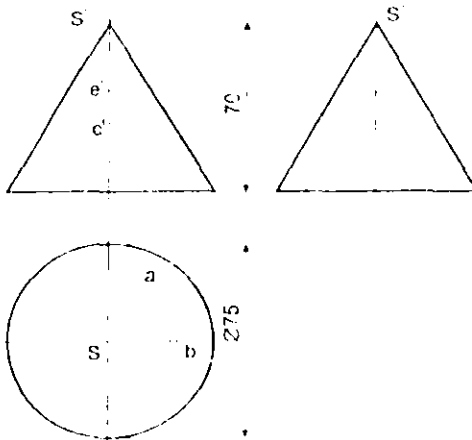


Рис.3

Пример - 4.

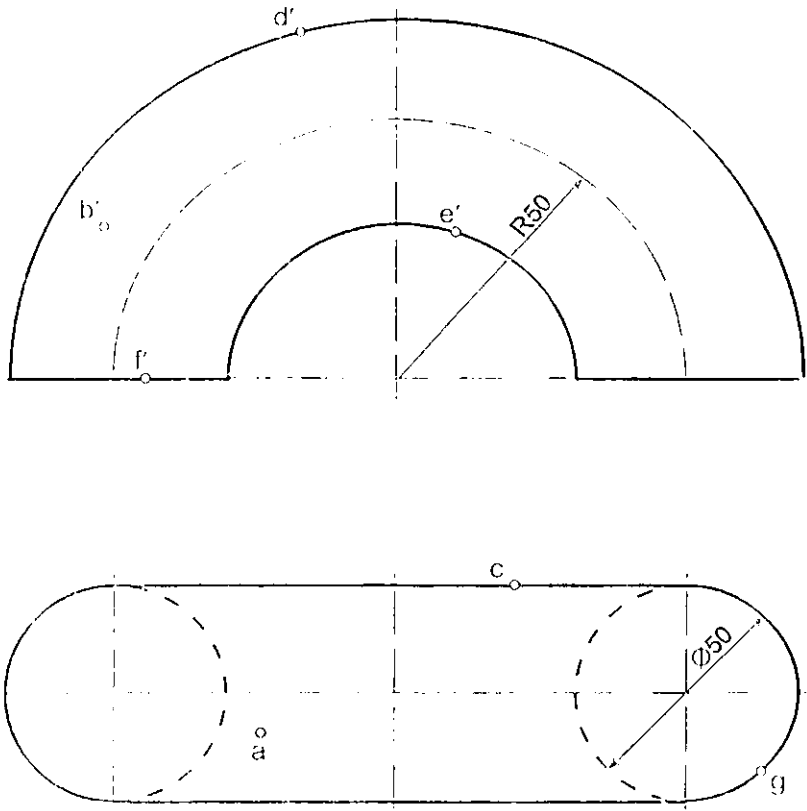


Рис. 4

Пример - 5.

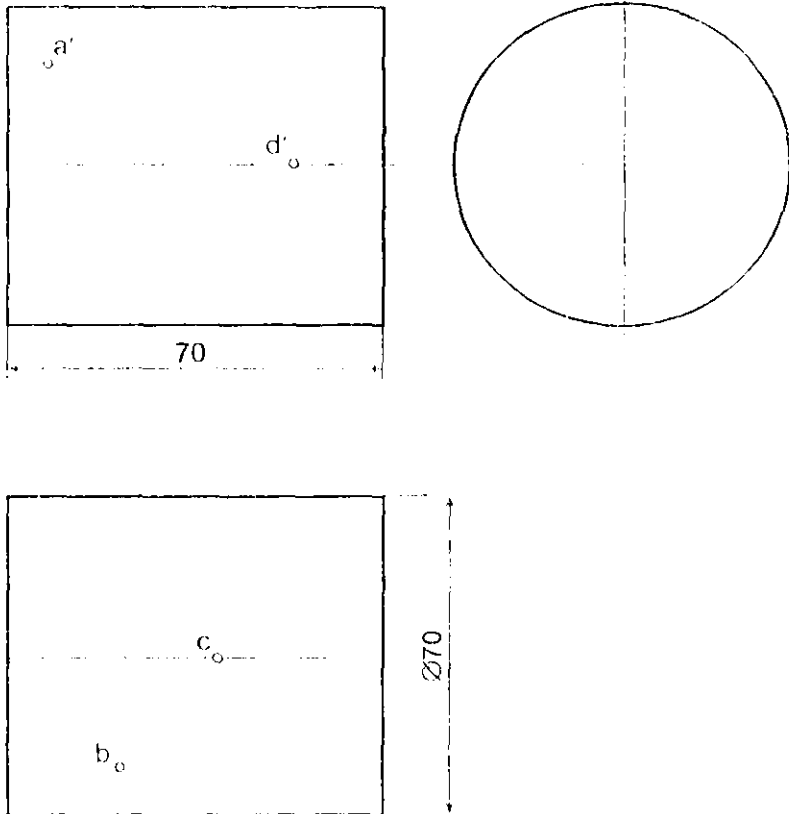
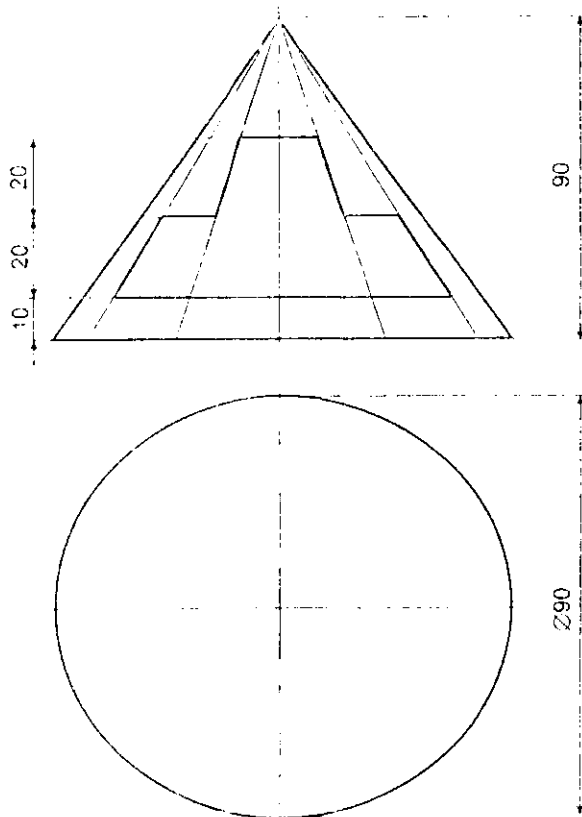


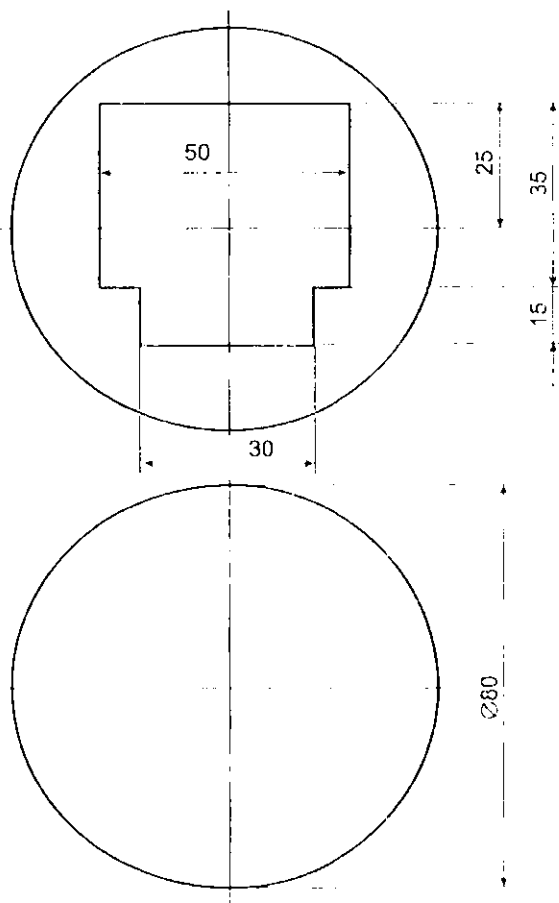
Рис.5



Пример - 1. По заданной фронтальной проекции фигуры, принадлежащей видимой поверхности конуса, построить её горизонтальную проекцию.



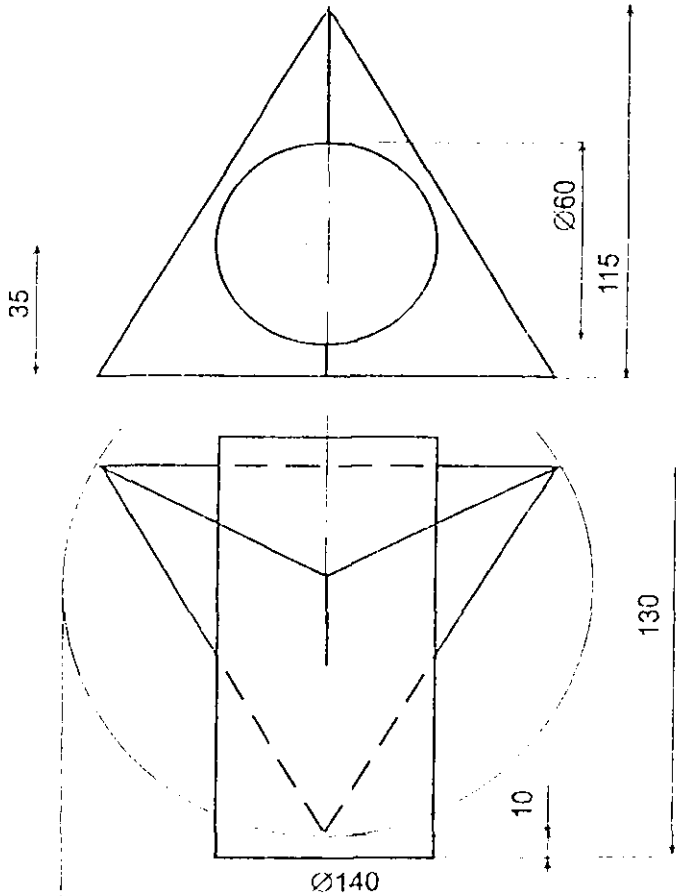
Пример - 2. Построить горизонтальную проекцию сферы с вырезом.



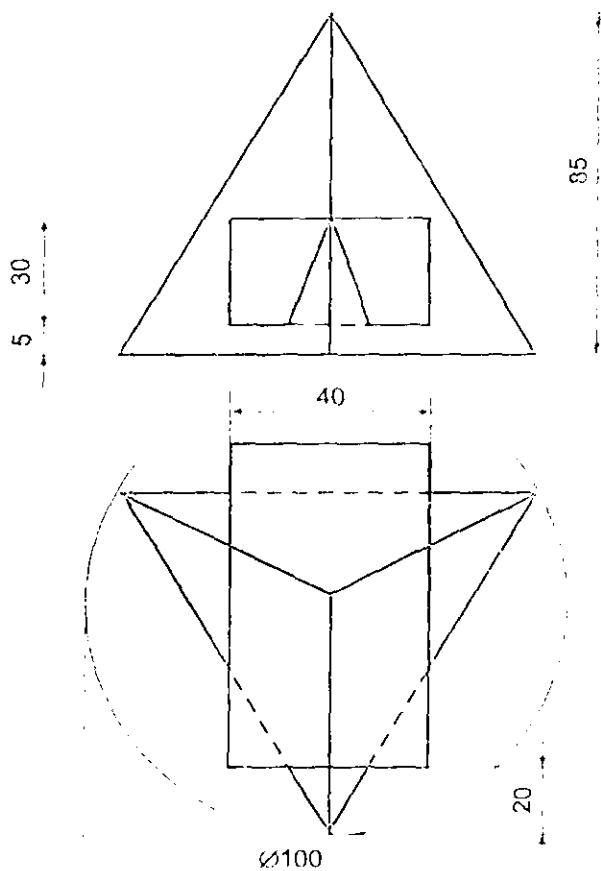
15- задание

Тема: Пересечение двух поверхностей.

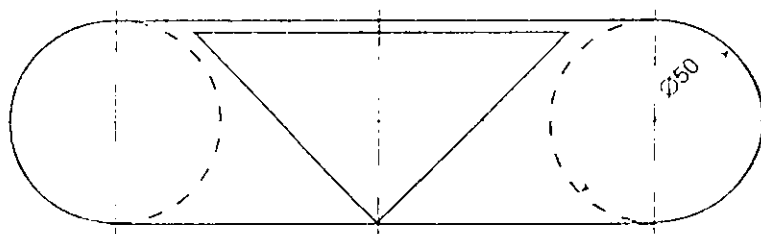
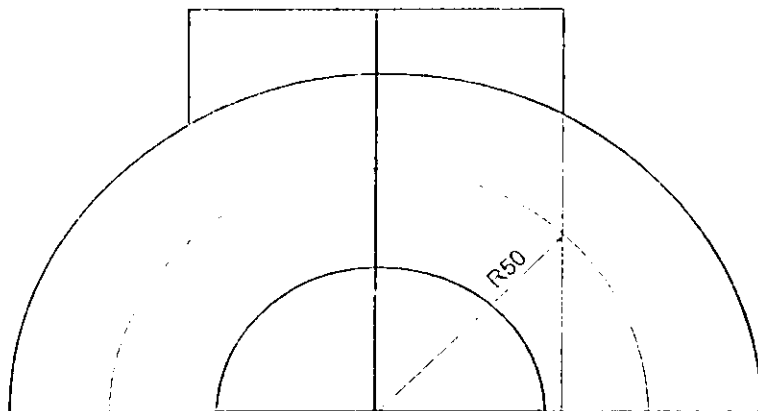
Пример - 3. Построить проекции линии пересечения поверхностей данных геометрических тел.



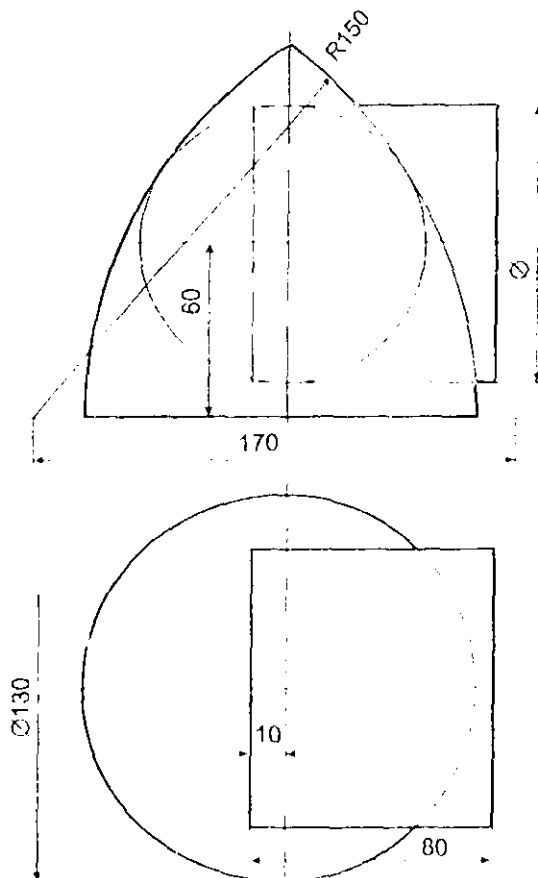
Пример - 4. Построить проекции линии пересечения поверхностей данных геометрических тел.



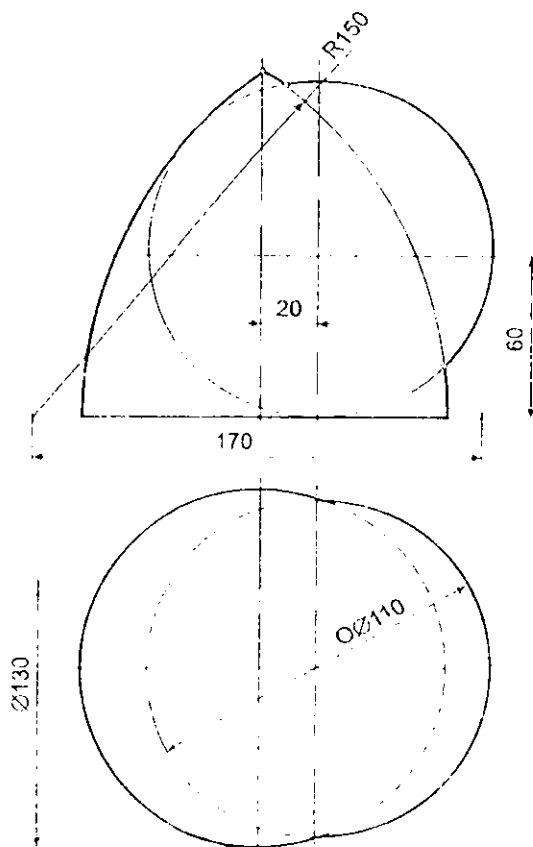
Пример - 5. Построить проекции линии пересечения геометрических тел.



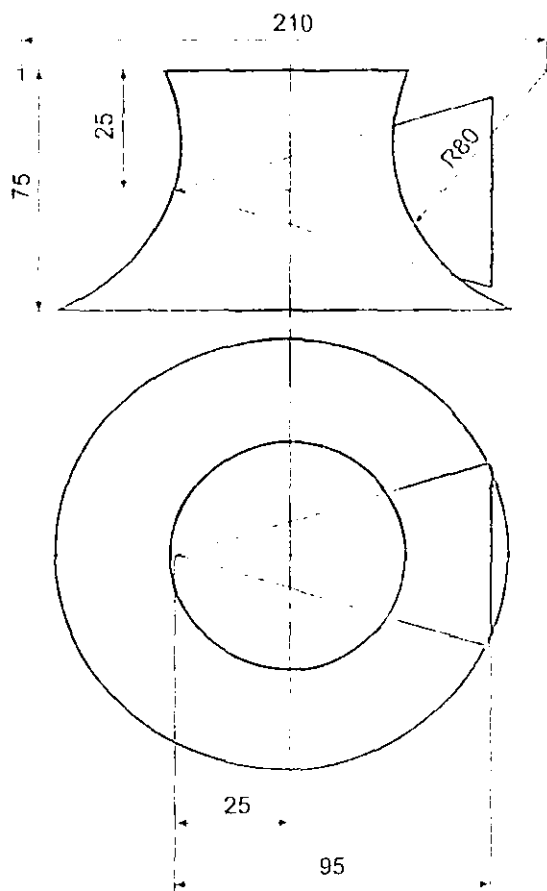
Пример - 6. Построить проекции линии пересечения геометрических тел.



Пример - 7. Построить проекции линии пересечения поверхностей данных геометрических тел способом вспомогательных сфер.

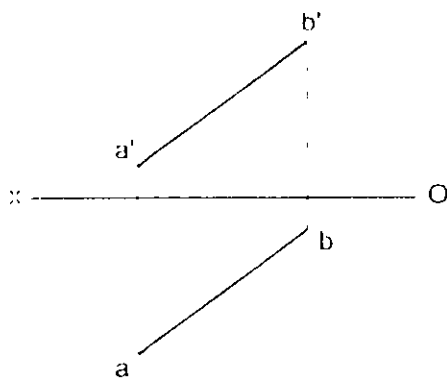


Пример - 3. Построить проекции линии пересечения поверхностей данных геометрических тел способом вспомогательных сфер.

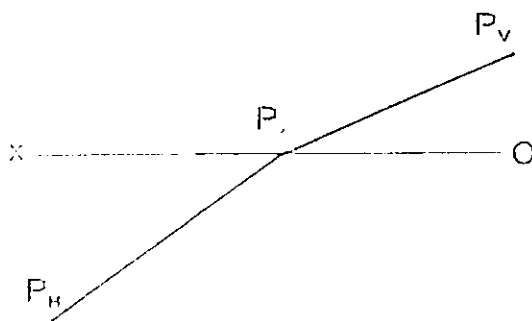




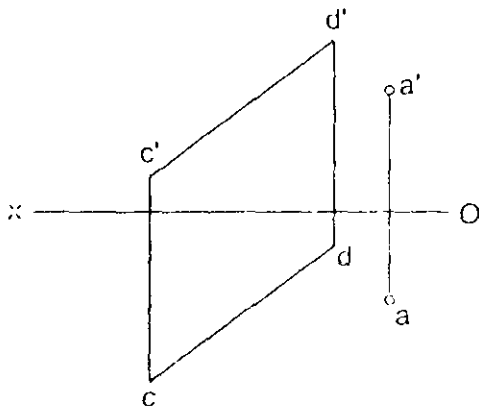
Пример - 1. Определить угол наклона прямой АВ к плоскости проекций  $\Pi_1$ .



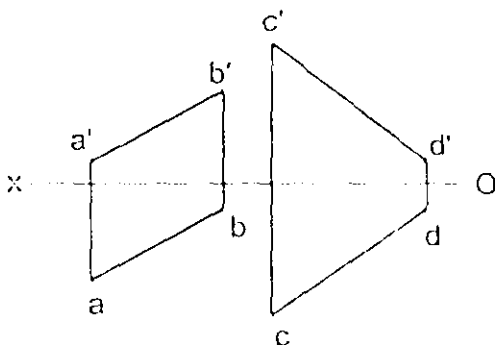
Пример - 2. Определить угол наклона плоскости P к плоскости проекций  $\Pi_1$ .



Пример - 3. Определить расстояние от точки А до прямой CD.



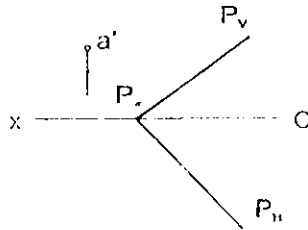
Пример - 4. Определить расстояние между скрещивающимися прямыми АВ и CD.



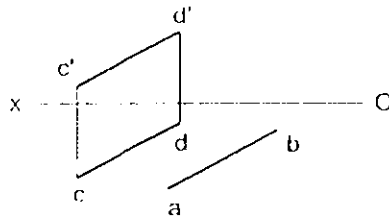
16- занятие

Тема: Способ замены плоскостей проекции.

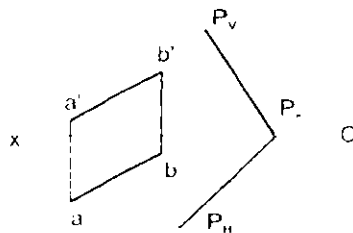
Пример - 5. Построить недостающую проекцию точки  $A$ , удаленной от плоскости  $P$  на 20мм.



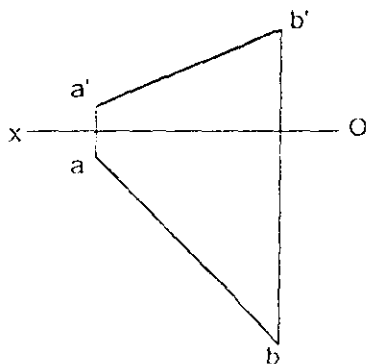
Пример - 6. Построить недостающую проекцию отрезка  $AB$  параллельного прямой  $CD$  и удаленного от нее на 20мм.



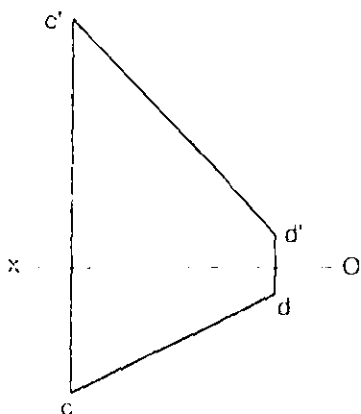
Пример - 7. На прямой  $AB$  построить точку  $C$ , удаленную от плоскости  $P$  на 20мм.



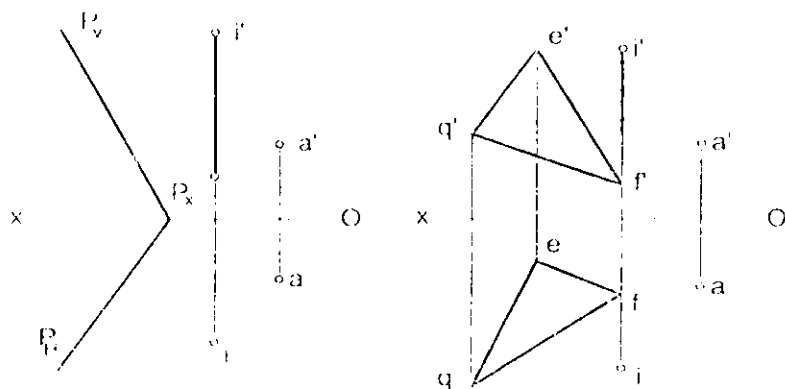
Пример - 1. Определить угол наклона прямой АВ к плоскости Н.



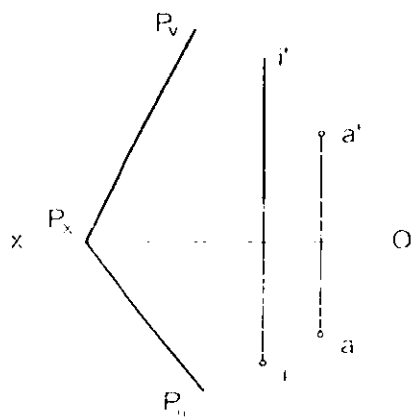
Пример - 2. Определить угол наклона прямой CD к плоскости V.



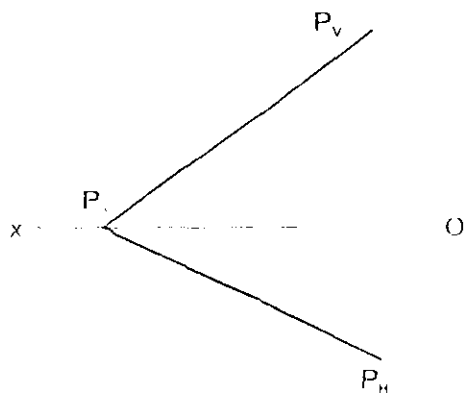
Пример - 3. Вращением вокруг заданной оси ввести точку  $A$  в плоскость  $P$ .



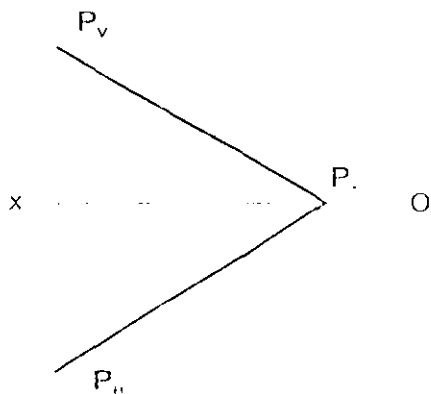
Пример - 4. Плоскость  $P$  повернуть вокруг заданной оси так, чтобы она проходила через точку  $A$ .



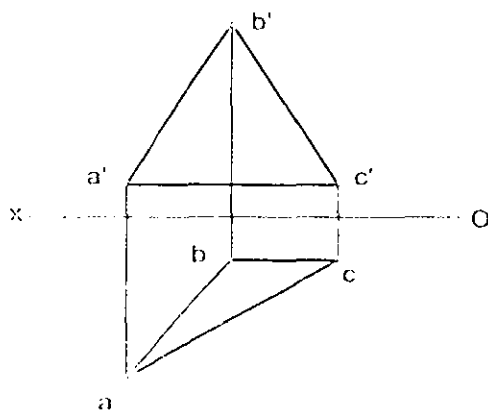
**Пример - 5.** Вращением определить угол наклона плоскости  $P$  к плоскости проекции  $\Pi$ .



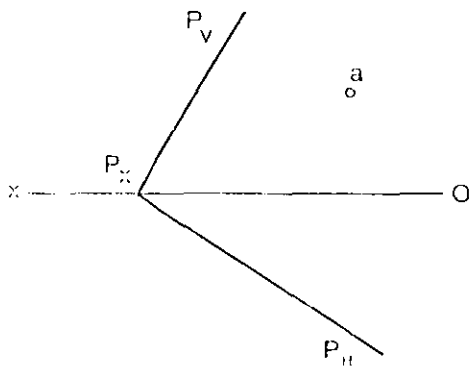
**Пример - 6.** Способом вращения плоскость  $P$  перевести в профильно - проецирующее положение.



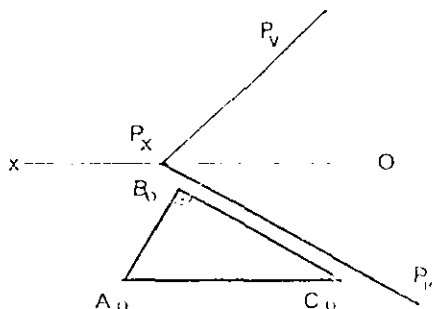
Пример - 1. Определить натуральную величину треугольника ABC способом вращения.



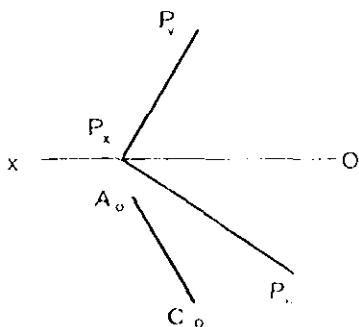
Пример - 2. Построить проекции окружности, расположенной в плоскости P, с центром в точке A и имеющей радиус равный 15мм



Пример - 3. Дано совмещенное с плоскостью  $\Pi$  положение треугольника  $ABC$ , принадлежащего  $P$ . Построить горизонтальную и фронтальную проекции этого треугольника.

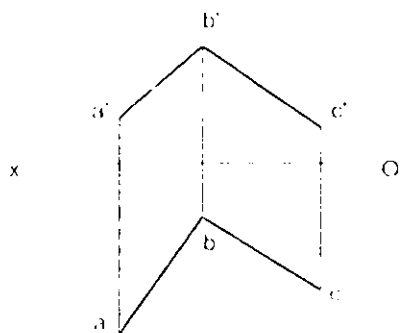


Пример - 4. В плоскости  $P$  построить прямоугольный треугольник  $ABC$  с вершиной  $B$ , принадлежащей горизонтальному следу плоскости.  $A_0C_0$  - совмещенное положение гипотенузы  $AC$ .

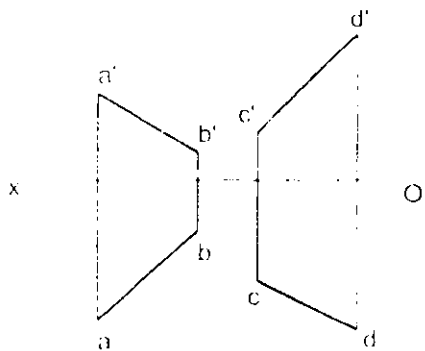




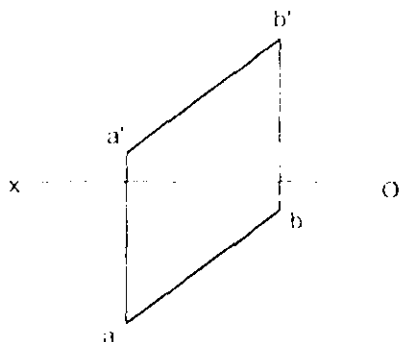
Пример - 1. Определить угол между пересекающимися прямыми АВ и ВС.



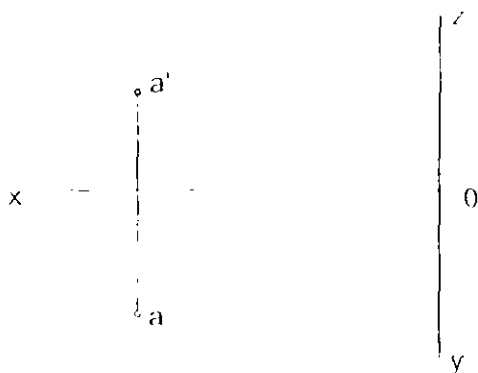
Пример - 2. Определить угол между скрещивающимися прямыми АВ и СД.



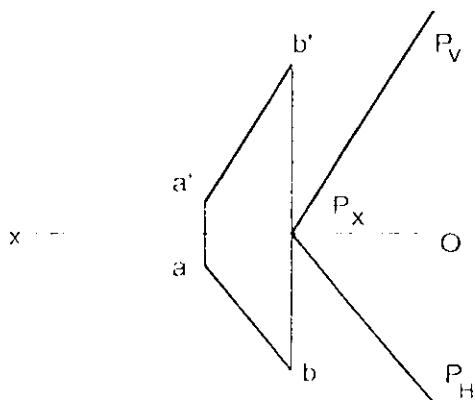
Пример - 3. Определить угол между прямой АВ и осью ОХ



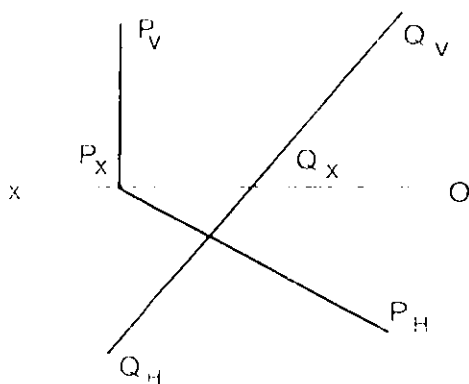
Пример - 4. Через точку А провести прямую АВ, пересекающую ось ОУ под углом  $60^\circ$



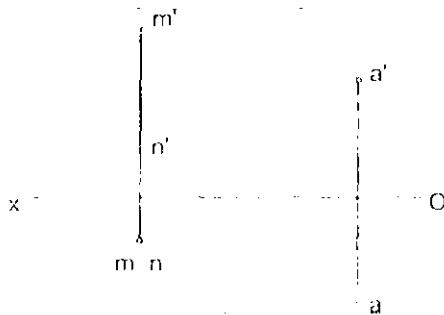
Пример - 5. Определить угол между прямой АВ и плоскостью Р



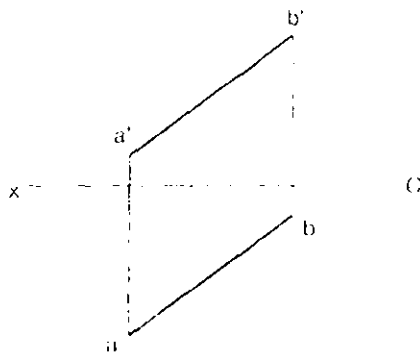
Пример - 6. Определить угол между плоскостями Q и P.



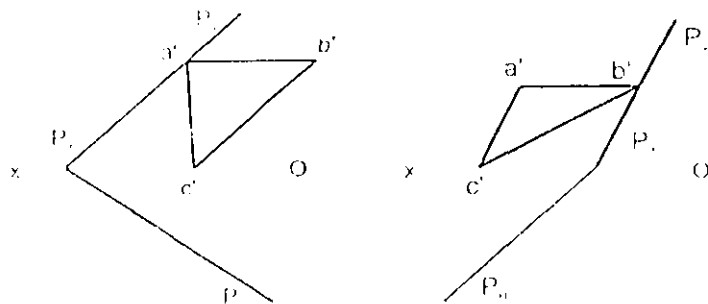
**Пример 7.** Через точку  $A$  провести прямую, удаленную от прямой  $MN$  на  $30\text{ мм}$  и составляющую с плоскостью  $\Pi$  угол  $60^\circ$ .



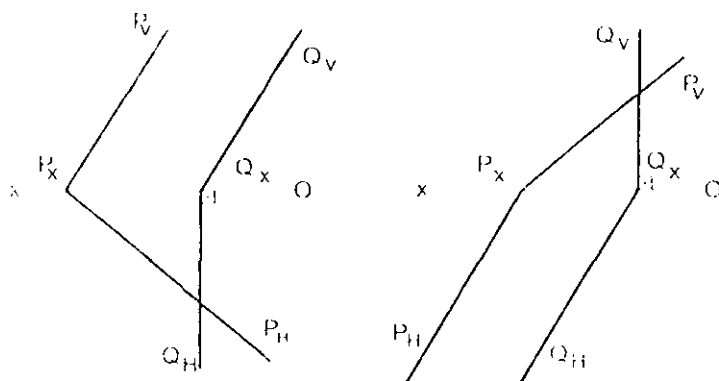
**Пример 8.** Через прямую  $AB$  провести плоскость  $P$ , составляющую с плоскостью  $\Pi$  угол  $60^\circ$ .



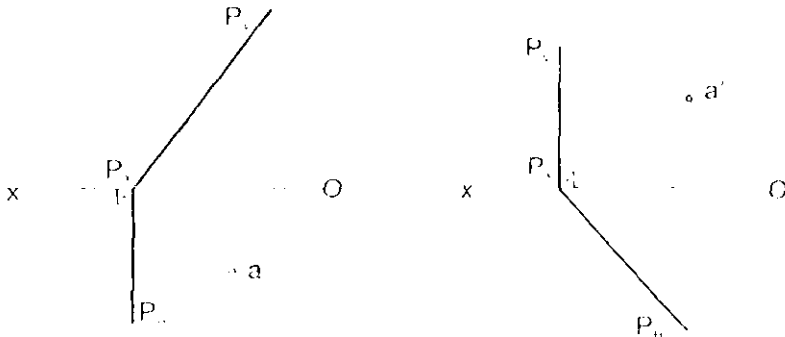
**Пример 1.** Построить горизонтальную проекцию треугольника  $ABC$  — линия лежащего плоскости  $P$ .



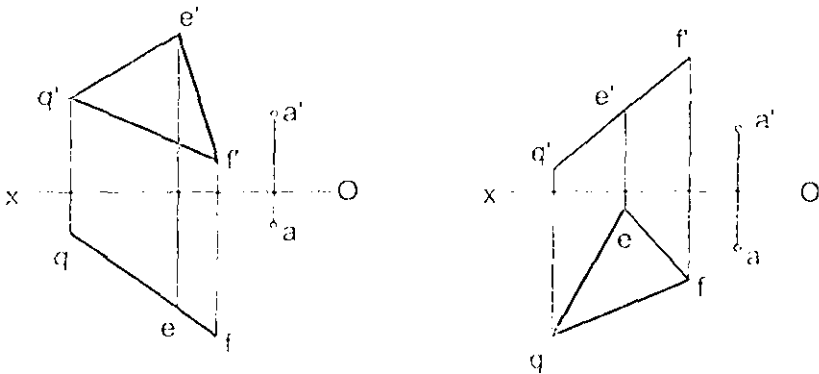
**Пример 2.** Построить проекции линии пересечения данных плоскостей  $P$  и  $Q$ .



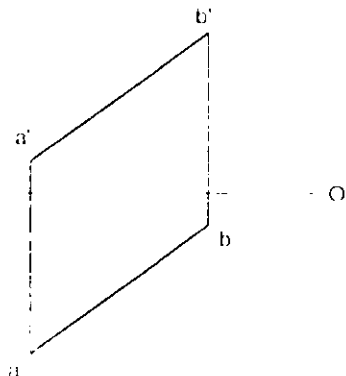
**Пример 3.** Построить недостающую проекцию точки  $A$ , удаленную от данной плоскости  $P$  на  $30\text{ мм}$ .



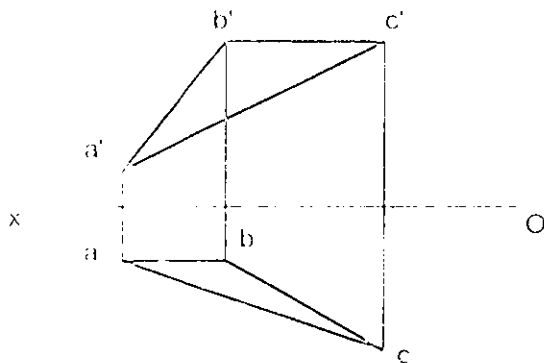
**Пример 4.** Спроецировать точку  $A$  на данную плоскость.



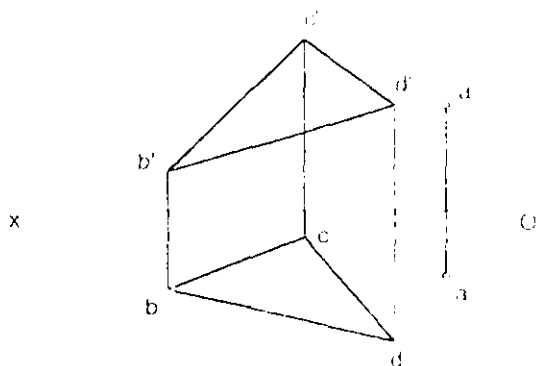
Пример 1. Способом вращения определить длину отрезка АВ.



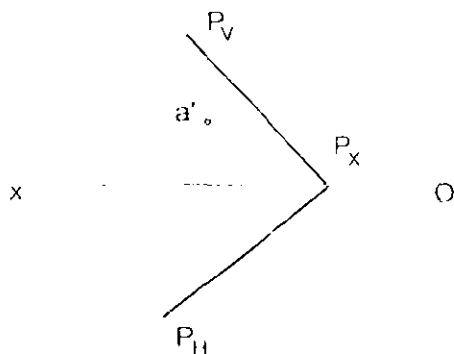
Пример 2. Способом вращения определить натуральную величину треугольника  $ABC$ .



Пример 3. Переменной плоскостью проекции определить расстояние от точки  $A$  до плоскости треугольника  $BСD$



Пример 4. Точку  $A$  плоскости  $P$  совместить с плоскостью  $\Pi$

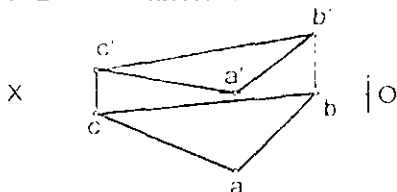




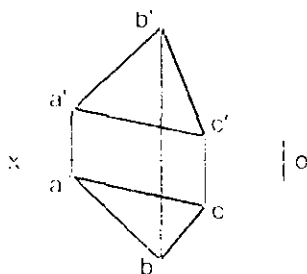
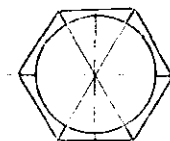
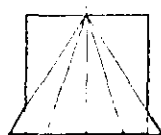
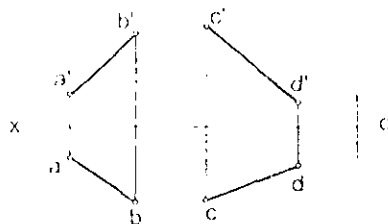
Контрольная работа №2

Билет №2

1. Паскажите теорему о проецировании прямого угла.
2. Построить плоскость, параллельную заданной плоскости треугольника ABC на расстоянии 30 мм.
3. Определить угол между скрещивающимися прямыми AB и CD.



4. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных плоскостей.
5. Построить прямую призму с основанием треугольника ABC и высотой 50 мм.



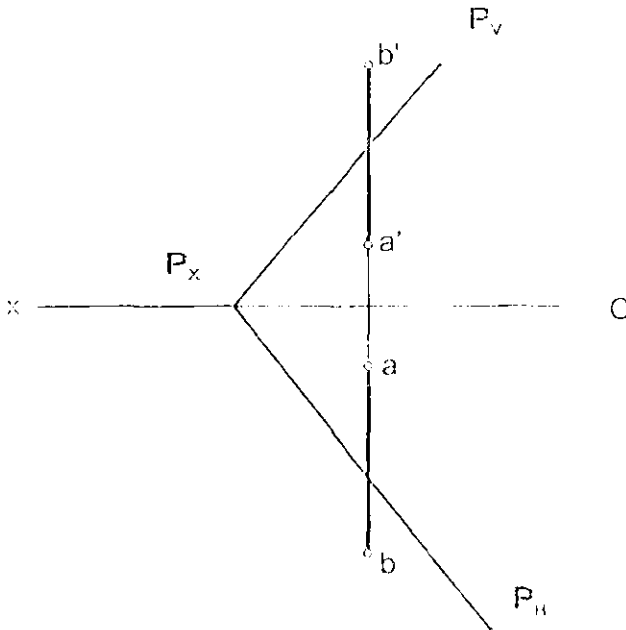
Задачи к итоговой письменной работе.

Примеры решения задач.

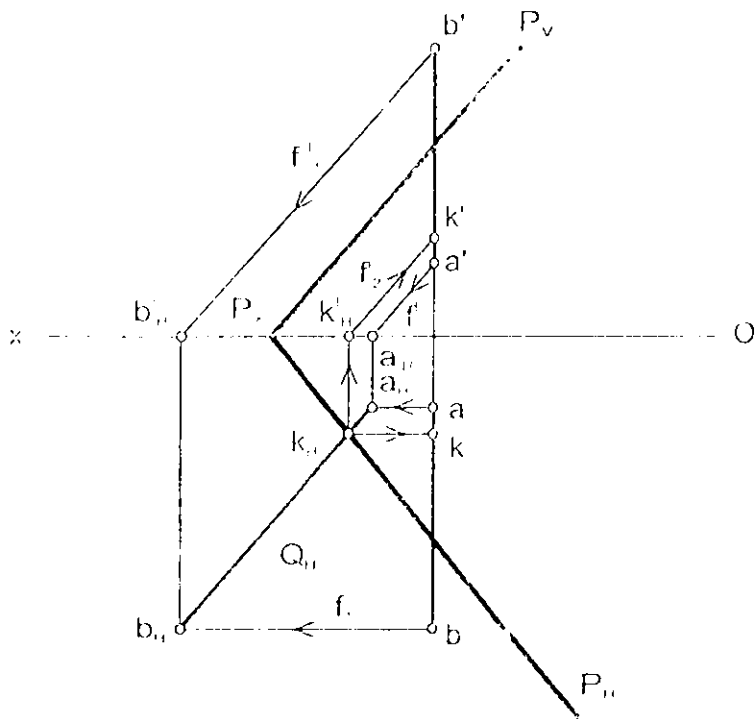
1. Построить точки встречи профильной прямой отрезка  $[AB]$  с плоскостью общего положения  $P(P_v, P_H)$ .

Дано:  $[AB] \wedge P(P_v, P_H)$

Опр.:  $[AB] \cap P = (\bullet) K(k', k)$



Задачи к итоговой письменной работе.



Алгоритм решения задачи

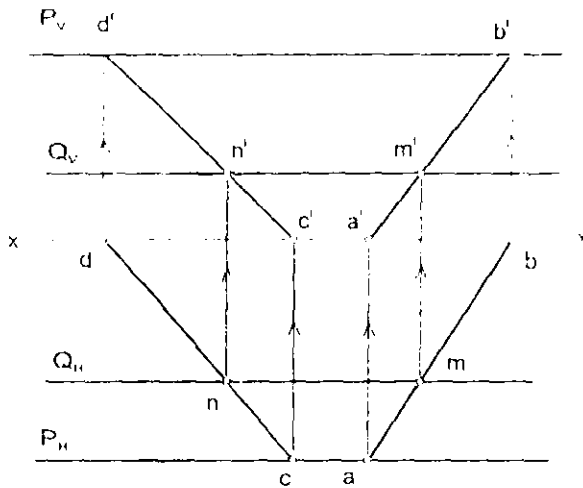
1.  $(\bullet)AB \perp \Gamma_n \parallel P_v \wedge (\bullet)B \in \Gamma_n \parallel P_v$
2.  $\Gamma_n \perp \Pi \perp A_n \wedge \Gamma_n \perp \Pi \perp B_n$
3.  $(\bullet)A_n \perp (\bullet)B_n \perp [A_n B_n]$
4.  $[A_n B_n] \perp P_n \rightarrow (\bullet)K_n$
5.  $(\bullet)K_n \in \Gamma_n \rightarrow \Gamma_n \rightarrow [AB] \rightarrow (\bullet)K \rightarrow f_n' \rightarrow (a'b') \rightarrow K \wedge \Gamma_n$   
(ab) K

Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 2. Определить линию пересечения профильно проецирующей плоскости  $P(P_H, P_V)$  с фронтальной плоскостью  $Q(Q_H)$

Дано:  $P(P_H, P_V) \wedge W \wedge Q(Q_H) \parallel V$

Опр.:  $(MN) = P \cap Q$

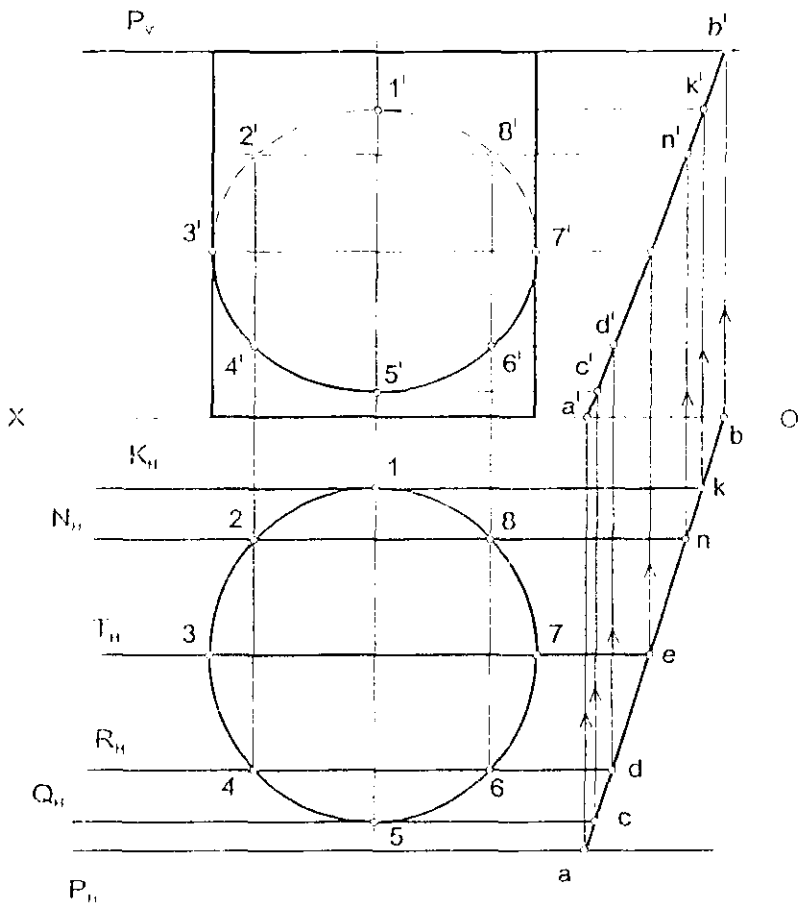


Алгоритм решения задачи

1.  $(AB) \in P$
2.  $(AB) \in Q \rightarrow (\bullet)M$
3.  $(CD) \in P$
4.  $(CD) \in Q \rightarrow (\bullet)N$
5.  $(\bullet)M \cap (\bullet)N = (MN)$

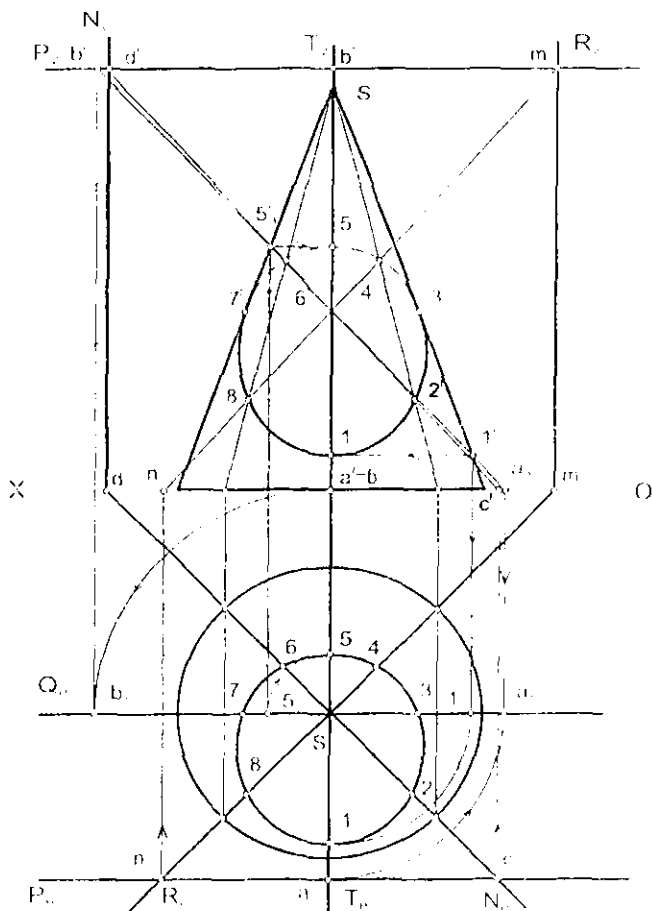
Задачи к итоговой шестимесячной работе.

Задача 3. Построить линию пересечения профильно-проецирующей плоскости  $P(P_H, P_V)$  с прямым круговым цилиндром.



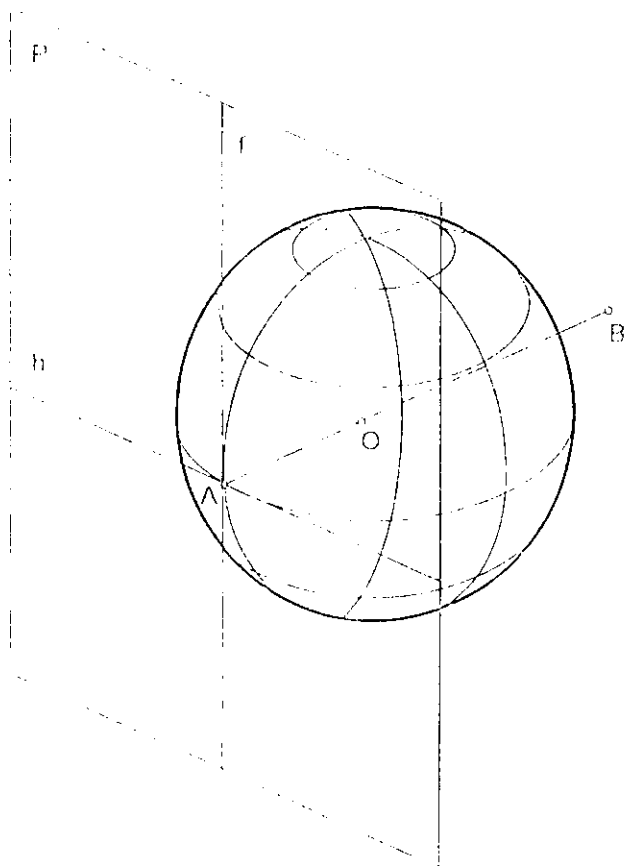
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 4. Построить линию пересечения профильно - проецирующей плоскости  $P(P_{II}, P_V)$  с прямым круговым конусом

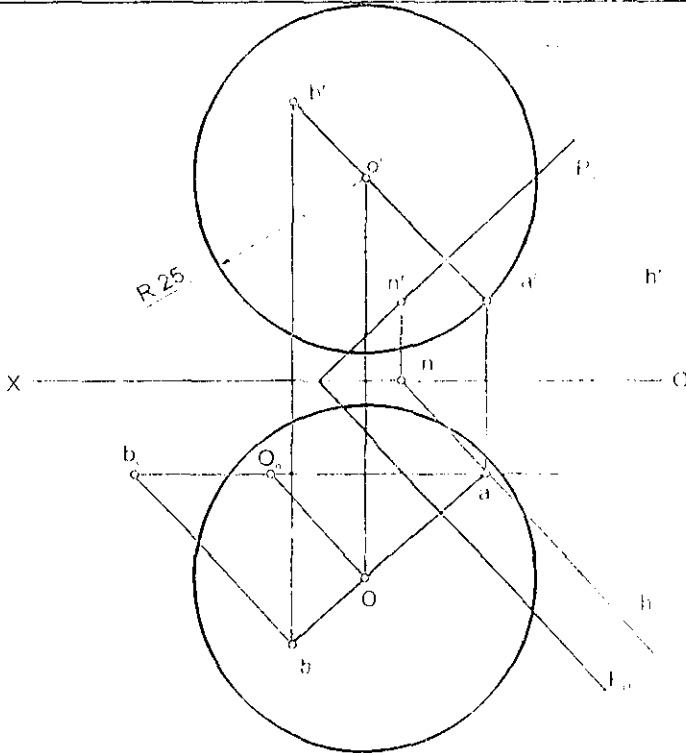


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 5. Построить проекции сферической поверхности, радиус которой  $R=25\text{мм}$ , касательной к плоскости  $P(P_H, P_V)$  в точке  $A \in P$ .



Задачи к итоговой письменной работе.



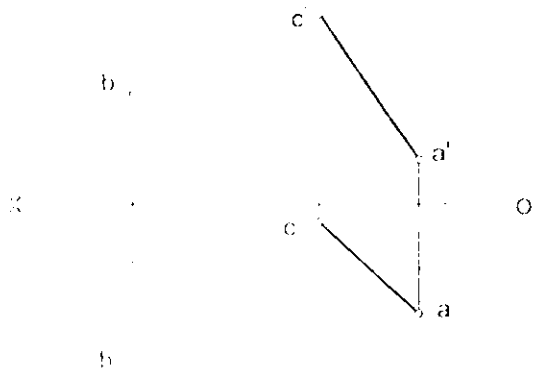
Алгоритм решения задачи

1.  $(-)A \in h_0 \Rightarrow (-)a' \in h' \parallel (OX) \wedge a' \in h' \cap P''$
2.  $(-)A \in [AB] \cap P \Rightarrow (-)a' \in a'c \parallel [a'b'] \cap P'' \wedge (-)ac \parallel [ab] \cap P'' \wedge \forall (-)B$
3.  $aB_0 \in [AB]$
4.  $aO_0 \in [AB] \cdot 25 \text{ mm}$
5.  $(-)O \in \varnothing_{\text{кр}} \cdot 25 \text{ mm} \wedge \varnothing_{\text{кр}} \cdot (-)A \in P$

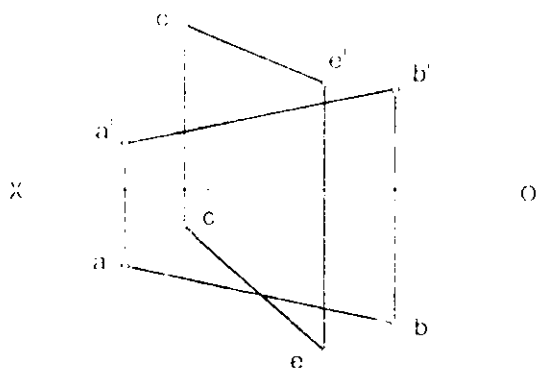


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 6. Построить точку, симметричную точке В относительно прямой СА.

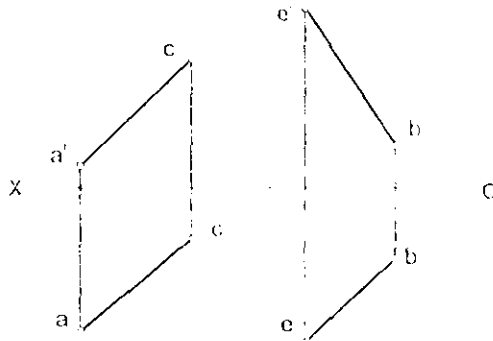


Задача 7. Не прибегая к помощи профильной проекции, провести прямую, параллельную оси OX и пересекающую прямые АВ и СЕ.

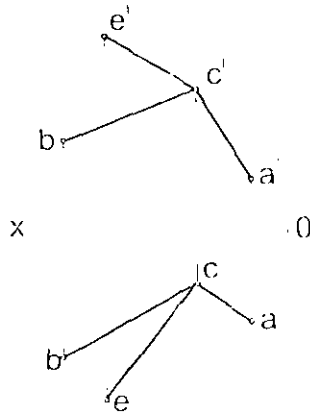


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 8. На отрезке  $AC$ , как на основании, построить равнобедренный треугольник так чтобы его третья вершина располагалась на прямой  $BE$ .

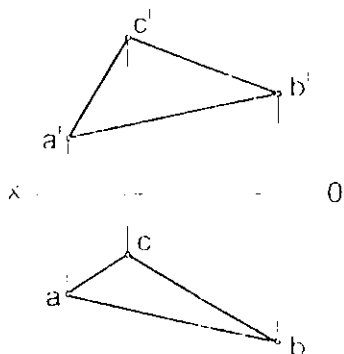


Задача 9. На прямой  $CE$  найти точку, удаленную от плоскости  $ABC$  на расстояние  $40$  мм

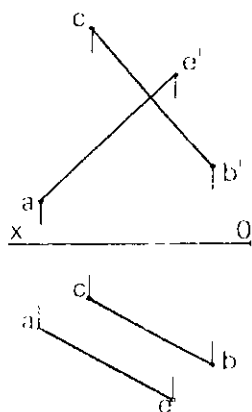


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 10. Построить прямую призму высотой в 70 мм, приняв за ее основание треугольник ABC.

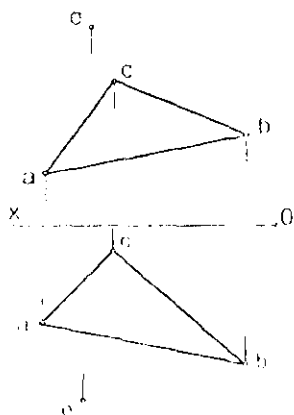


Задача 11. На отрезке AE, как на катете, построить прямоугольный треугольник, если вершина прямого угла находится в точке A, а третья вершина на прямой СВ.

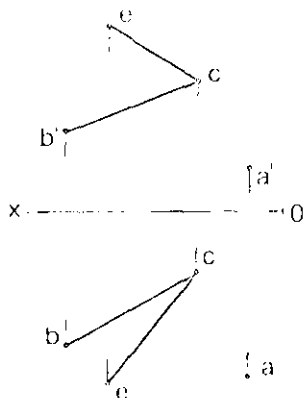


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 12. Построить точку симметричную точке  $E$  относительно плоскости  $ABC$ .

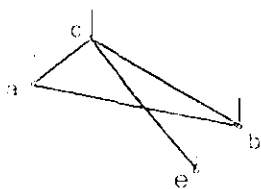
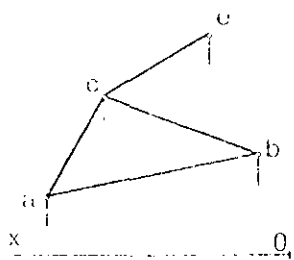


Задача 13. Определить величину расстояния от точки  $A$  до плоскости  $BCE$ .

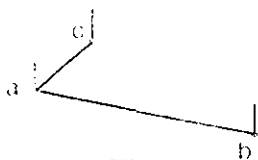
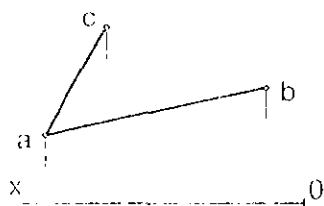


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 14. Построить прямоугольную проекцию прямой  $CE$  на плоскость  $ABC$ .

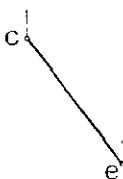
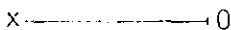


Задача 15. На отрезке  $AB$ , как на стороне, построить ромб, приняв за направление его диагональ прямую  $CA$ .

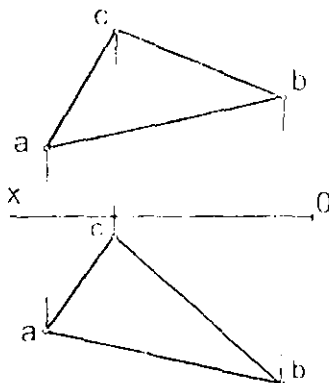


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 16. Вдоль прямой  $CE$  отложить от точки  $E$  в обе стороны отрезки длиной в  $40$  мм.

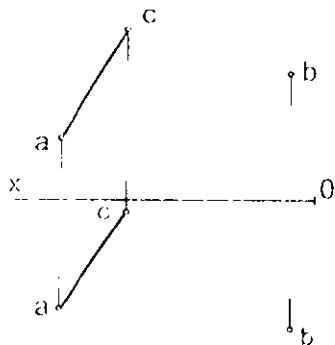


Задача 17. Определить величину высоты треугольника  $ABC$ , проведенной через вершину  $B$ .

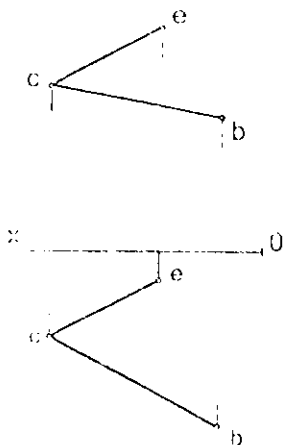


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 18. Определить величину расстояния от точки В до прямой СА.

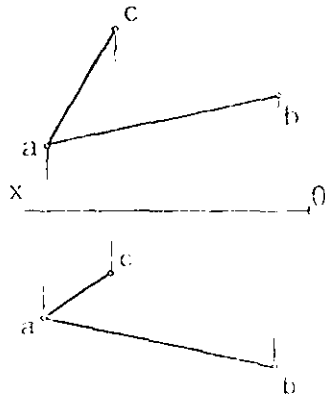


Задача 19. На отрезке СЕ, как на катете, построить прямоугольный треугольник, если гипотенуза лежит на прямой СВ.

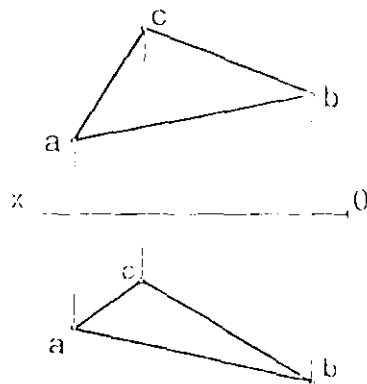


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 20. На отрезке  $AC$ , как на стороне, построить ромб, приняв за направление смежной стороны прямую  $AB$ .



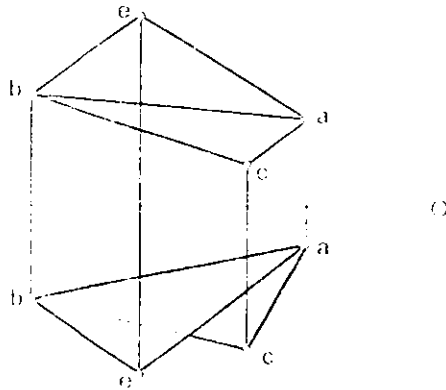
Задача 21. Определить величину углов наклона плоскости  $ABC$  к плоскостям  $\Pi$  и  $V$ .



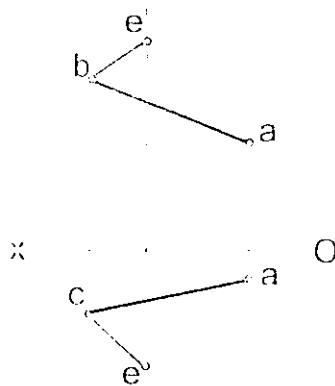


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 22. Способом замены определить величину угла между плоскостями  $ABC$  и  $ABE$ .

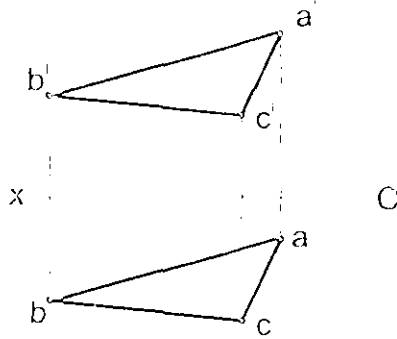


Задача 23. Способом замены построить центр и точки сопряжения сторон угла  $ABE$  дугой окружности радиуса в 15 мм.

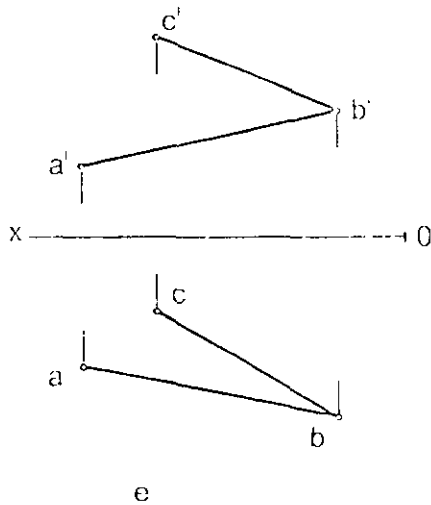


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 24. Способом вращения построить центр окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ .

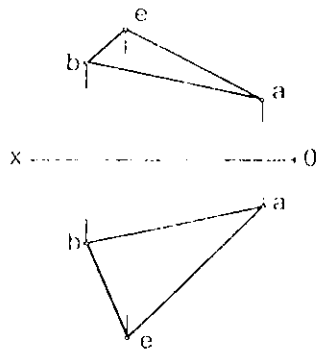


Задача 25. Способом замены построить плоскость на расстоянии 30 мм от плоскости  $ABC$ .

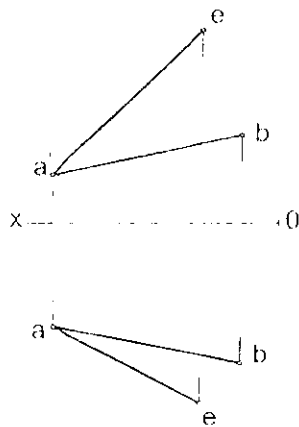


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 26. Способом замены построить истинный вид треугольника  $ABE$ .

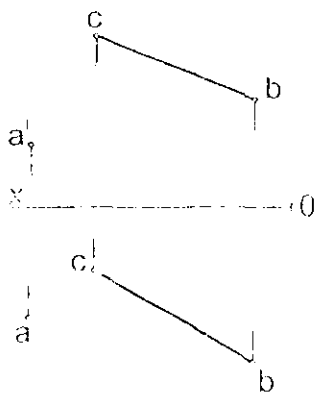


Задача 27. Способом замены построить равнобедренный треугольник, приняв за его боковую сторону отрезок  $AB$ , а за его длину — основанию прямую  $AE$ .

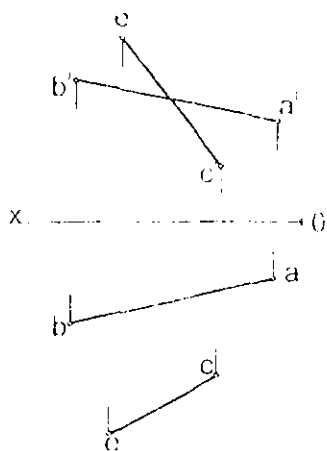


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 28. Способом вращения определить величину расстояния от точки А до прямой ВС.

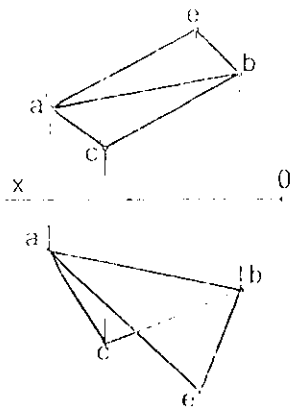


Задача 29. Способом замены определить величину расстояния между скрещивающимися прямыми АВ и СЕ.

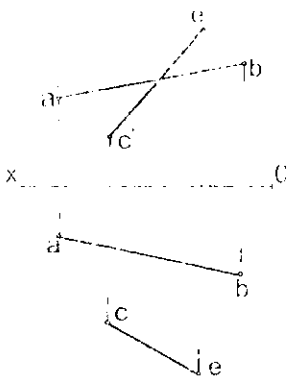


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 30. Способом замены построить прямую, удаленную на 15 мм от граней угла при ребре АВ.

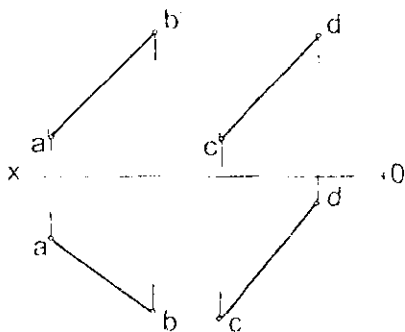


Задача 31. Способом замены по прямой АВ найти точку, удаленные от прямой СЕ на 40 мм.

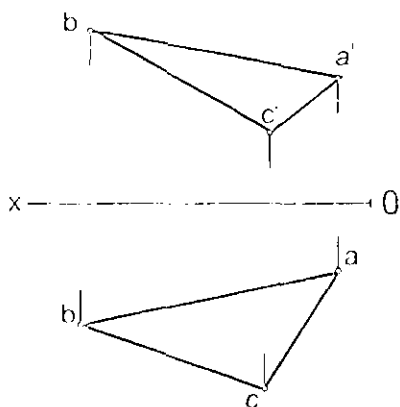


Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 32. Даны скрещивающиеся прямые  $AB$  и  $CD$ . Способом замены построить прямую параллельную  $CD$  и отстоящую от нее на расстоянии  $40$  мм, а также пересекающую прямую  $AB$ .

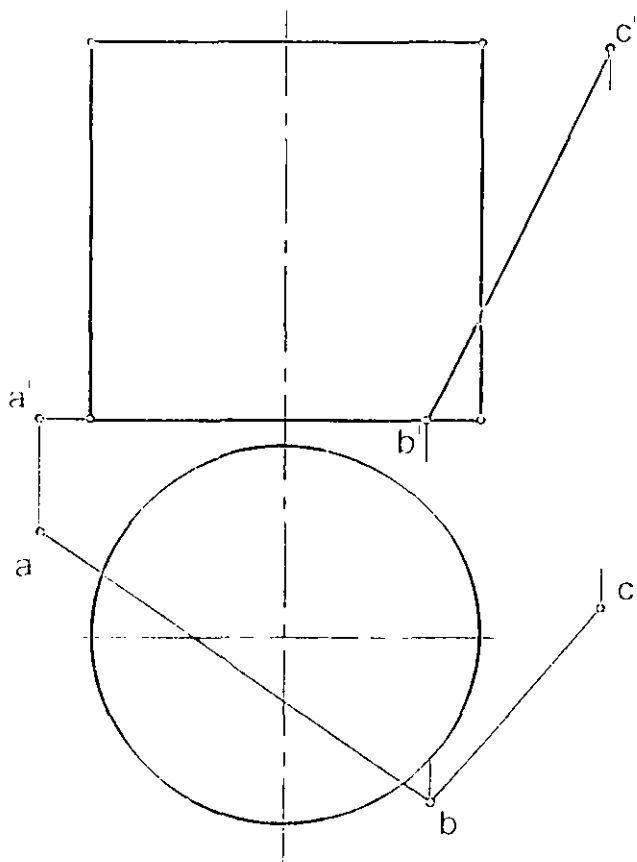


Задача 33. Способом вращения построить центр окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ .



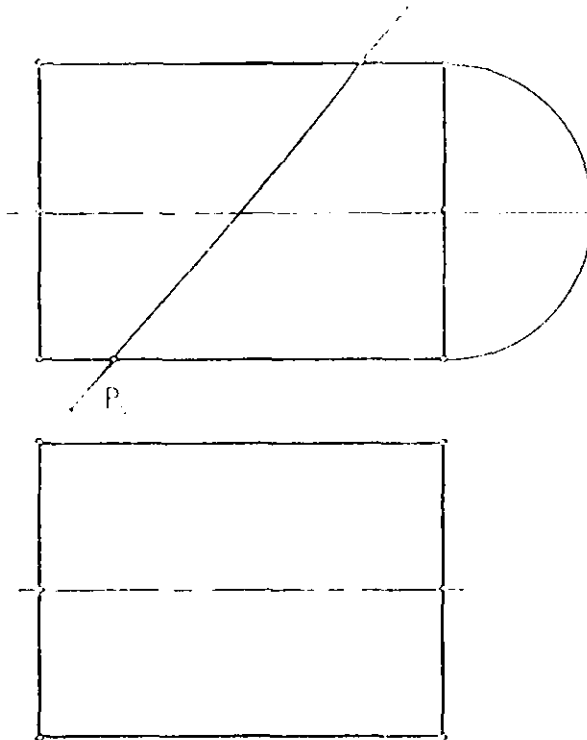
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 34. Построить проекции линии взаимного пересечения данной поверхности с плоскостью  $ABC$ . Плоскость считать прозрачной.



Задачи к итоговой письменной работе.

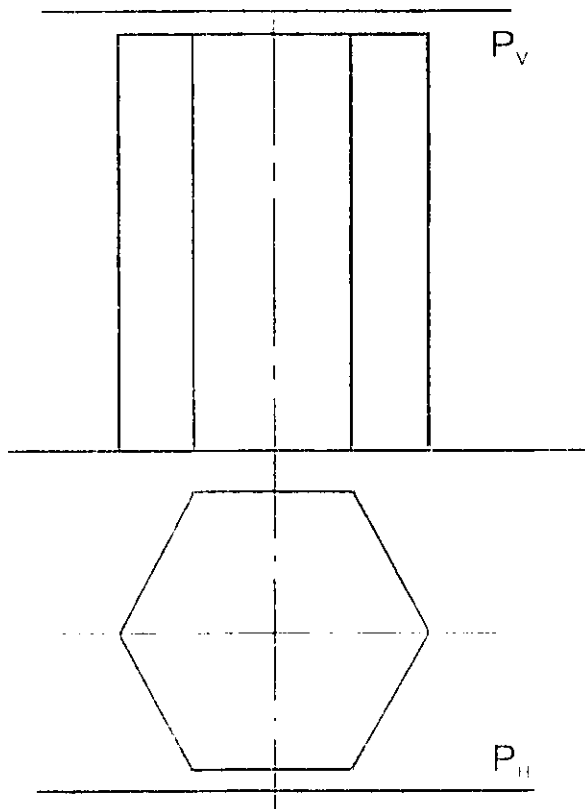
Задача 35. Построить горизонтальную проекцию и истинный вид сечения данной поверхности с плоскостью  $P$ . Плоскость считать прозрачной.





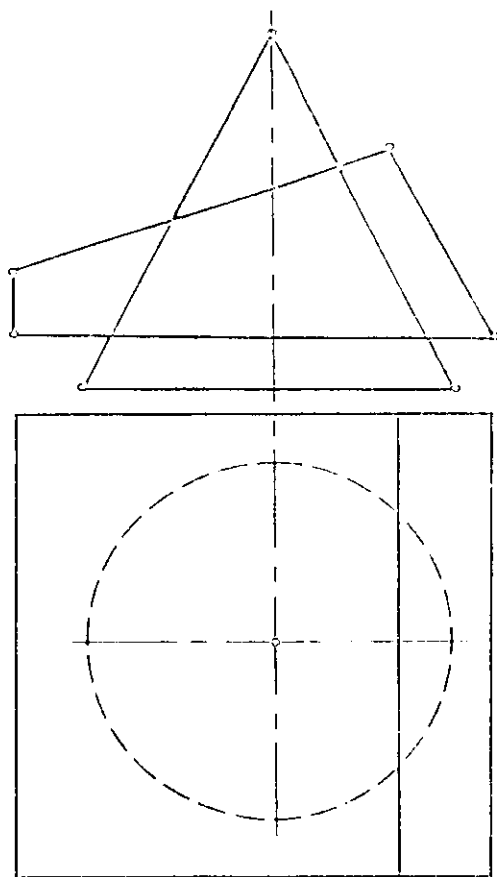
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 36. Не прибегая к помощи профильной проекции, построить основные проекции линии пересечения данной поверхности с плоскостью  $P(P_H, P_V)$ . Плоскость считать прозрачной.



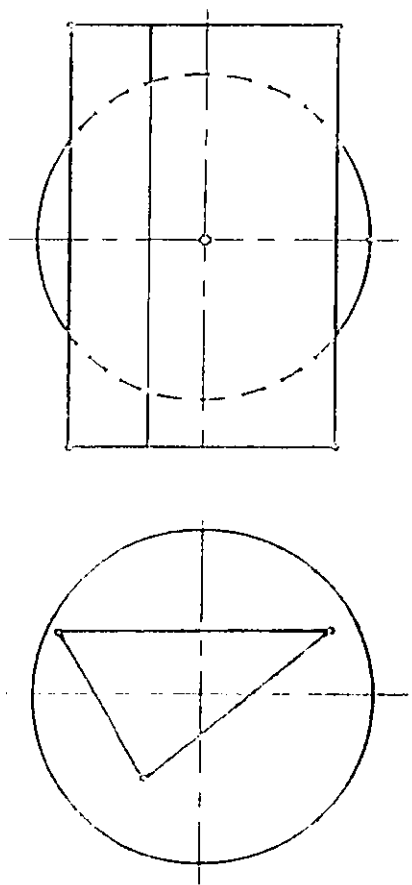
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 37. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



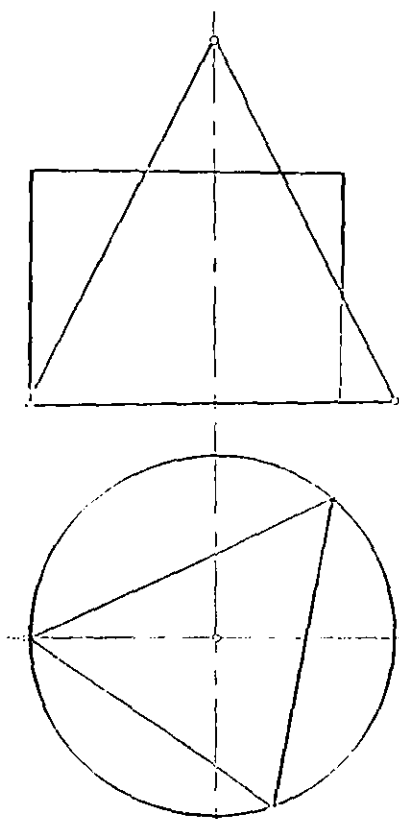
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 38. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



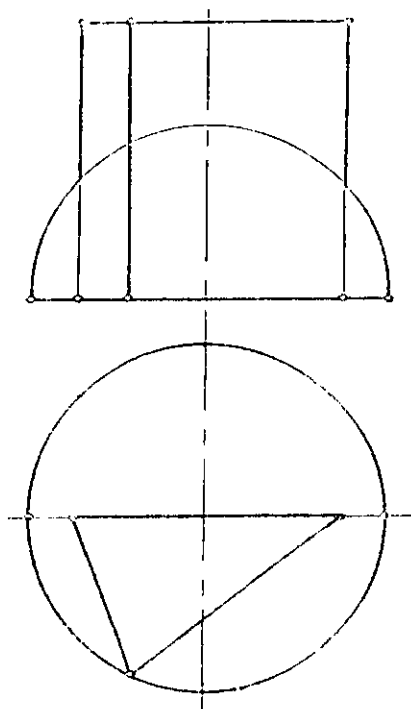
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 39. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



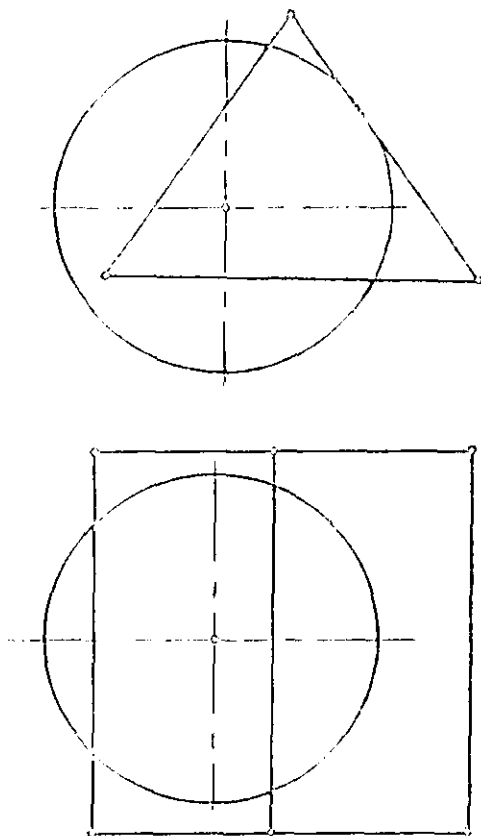
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 40. Построить проекции линии взаимного пересечения  
двух данных поверхностей



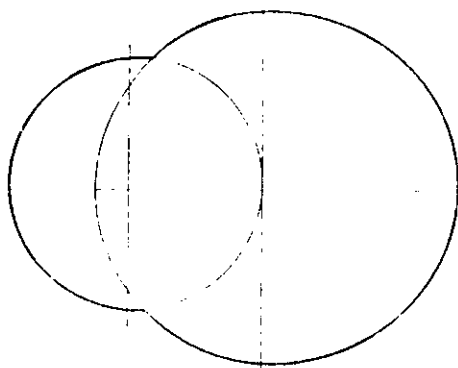
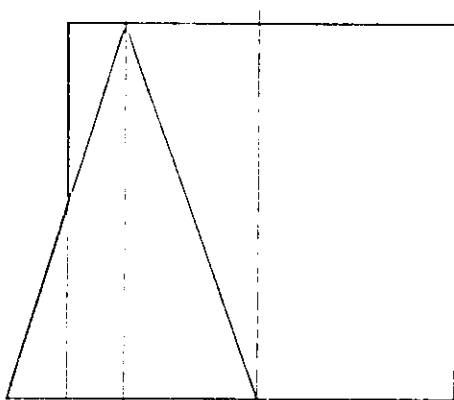
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 41. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



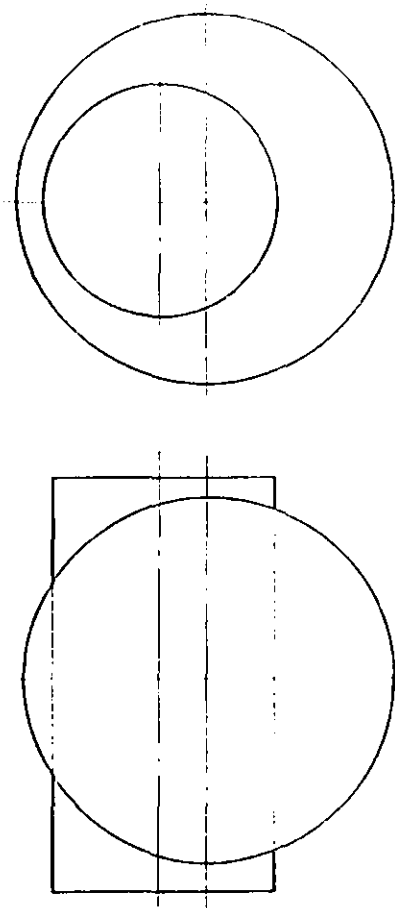
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача -12. Построить проекции линии взаимного пересечения  
двух телных поверхностей.



Задачи к итоговой письменной работе.

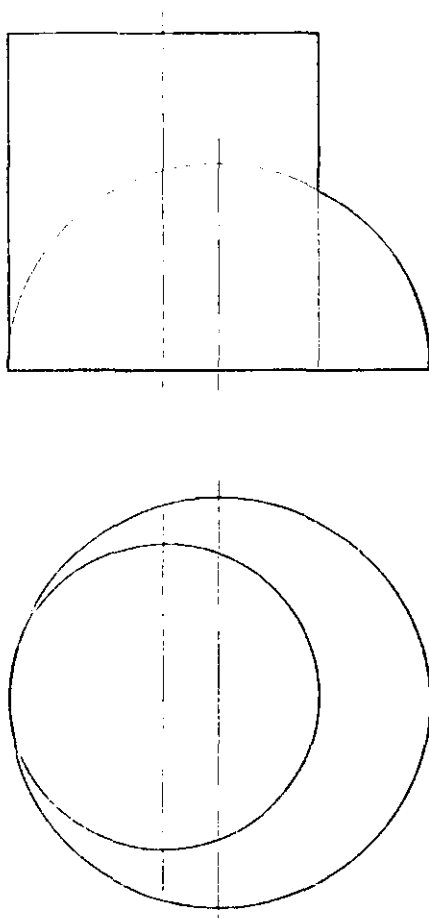
Задача 43. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.





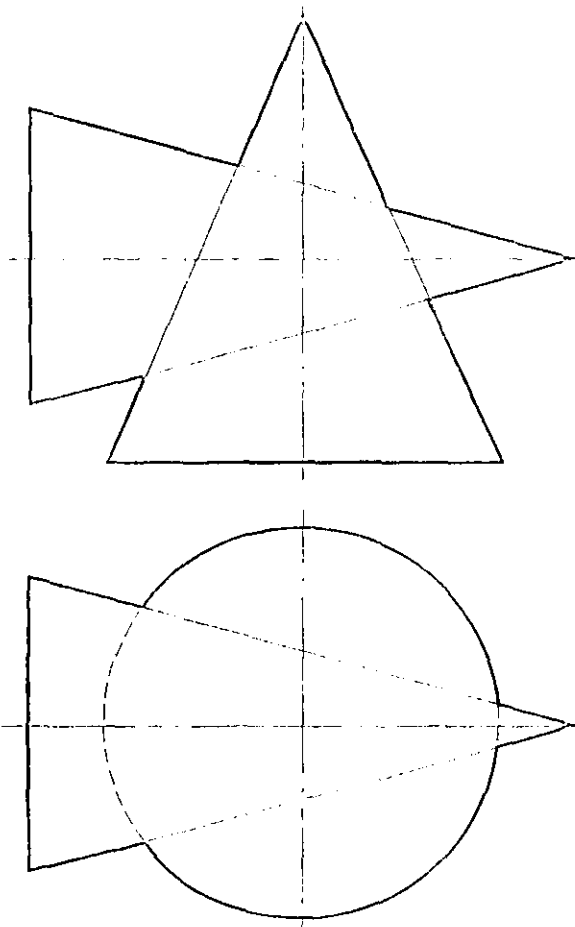
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 44. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



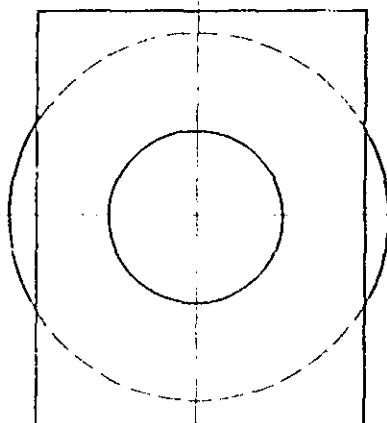
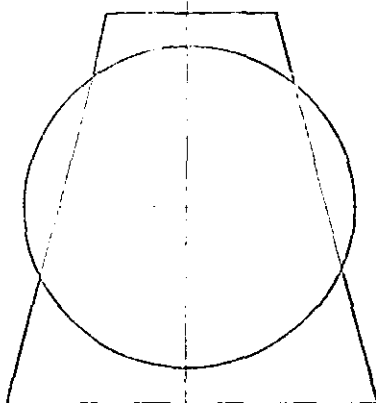
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 45. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



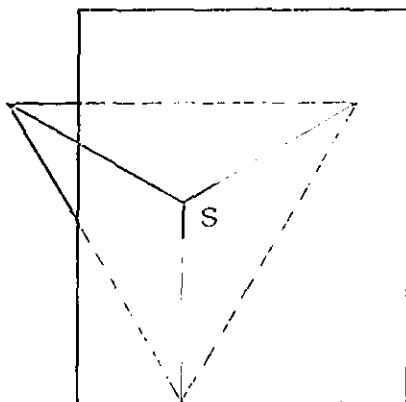
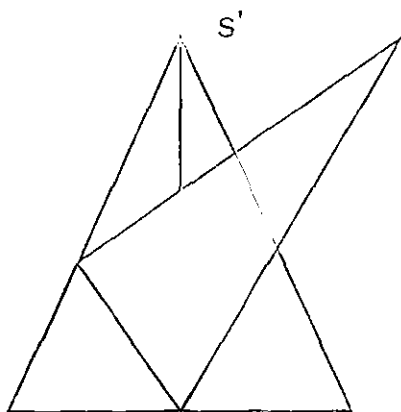
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 46. Построить проекции линии взаимного пересечения данных поверхностей.



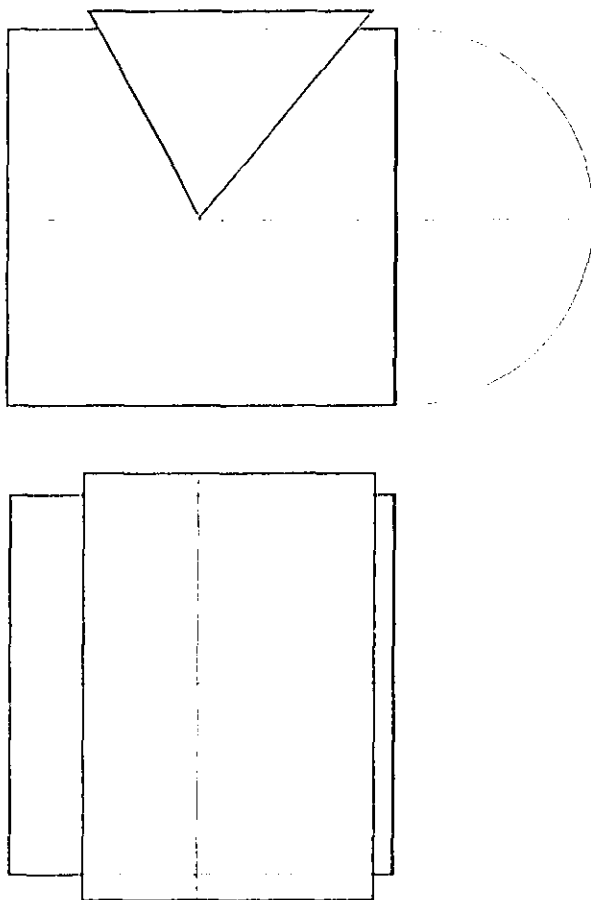
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 47. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей



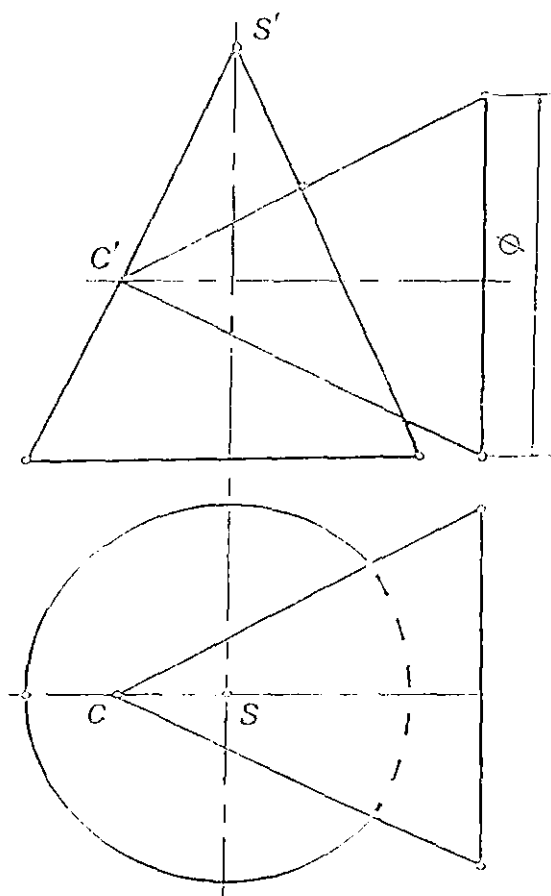
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 48. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



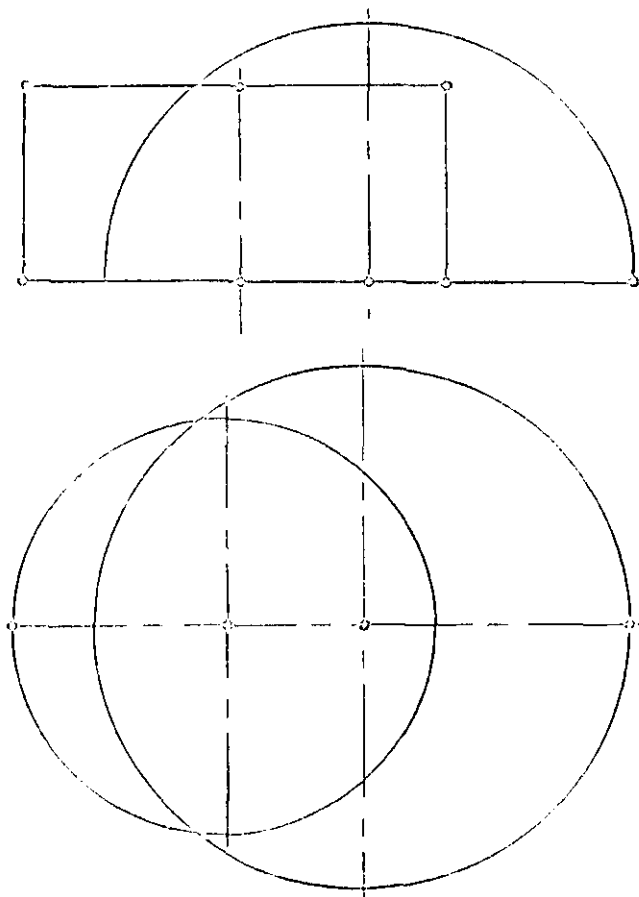
Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 49. Постройте проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



Задачи к итоговой письменной работе.

Задача 50. Построить проекции линии взаимного пересечения заданных поверхностей.



## Задачи олимпиады

Критерий рейтинговых баллов к задачам "Олимпиада" по "Начертательной геометрии и инженерной графике", проводимый ТашГТУ.

### I - По начертательной геометрии (две задачи)

- |                                                            |                |
|------------------------------------------------------------|----------------|
| 1. Решение пространственной схемы задачи.                  | - 4 балла      |
| 2. Последовательность (алгоритм) решения задачи.           | - 4 балла      |
| 3. Решение задачи.                                         | - 20 баллов    |
| 4. Обводка чертежа по требованию ГОСТа                     | - 2 балла      |
| 5. Буквенные и цифровые обозначения задачи шрифтом № 3, 5. | - 2 балла      |
| 6. Количество возможных решений задачи.                    | - 3 балла      |
|                                                            | -----          |
|                                                            | 3x2= 70 баллов |

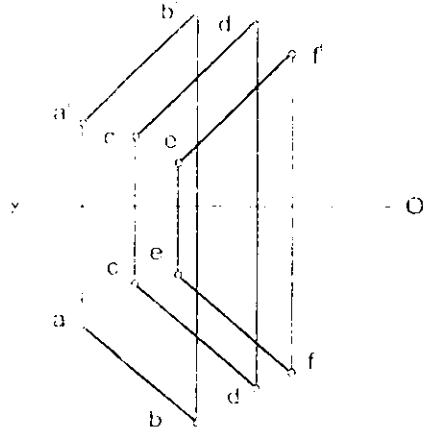
### II. По инженерной графике (одна задача)

- |                                                                            |                   |
|----------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| 1. По заданной фронтальной проекции построить 3 вида геометрического тела. | - 15 баллов       |
| 2. Выполнение полезных разрезов и сечений.                                 | - 5 баллов        |
| 3. Обводка линии чертежа согласно ГОСТа.                                   | - 5 баллов        |
| 4. Проставка необходимых размеров геометрического тела                     | - 5 баллов        |
|                                                                            | -----             |
|                                                                            | 30 баллов         |
| <b>ИТОГО:</b>                                                              | <b>100 баллов</b> |

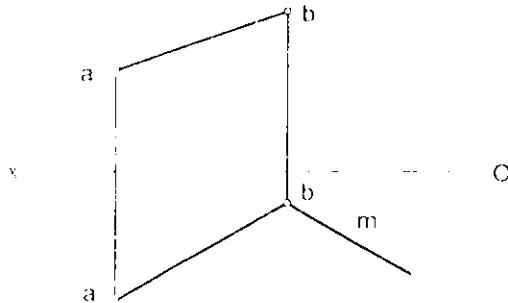


### Задачи олимпиады

Задача 1. Даны три параллельные прямые  $AB$ ,  $CD$  и  $EF$ . Построить четвертую параллельную прямую  $MN$  к данным и равноудаленную от них.

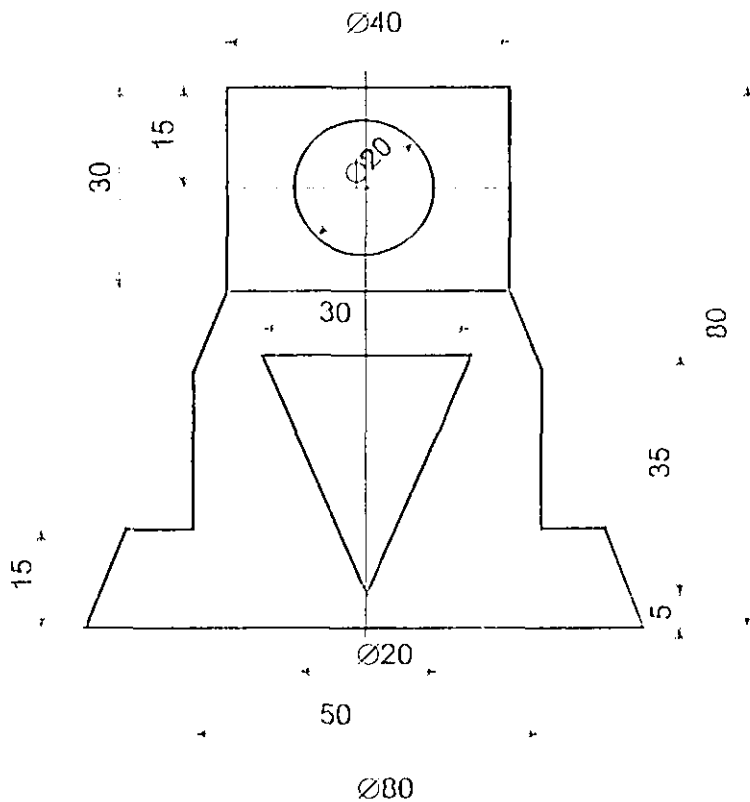


Задача 2. Построить проекцию квадрата  $ABCD$ , если дана проекция одной стороны  $AB$  и направление  $m$  второй стороны.



### Задачи олимпиады

Задача 3. По заданной фронтальной проекции геометрического тела построить его горизонтальную и профильную проекции. Выполнить необходимые разрезы и сечения, а также проставить необходимые размеры.



## Задачи самообразования

### 1. Проецирование геометрических фигур

Задача 1. Построить горизонтальную и фронтальную проекции точек по заданным координатам.  $A(20;25;10)$ ;  $B(15;-15;-20)$ ;  $C(-10;20;15)$ ;  $D(25;10;-25)$ ;  $E(10;-25;25)$

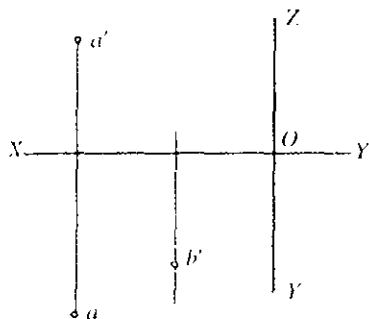
Задача 2. Дана точка  $A(x=20, y=15, z=10)$   
Построить эпор точки  $B$ , симметричной  $A$  относительно горизонтальной плоскости проекции.

Задача 3. Дана точка  $A(x=25, y=-15, z=15)$   
Построить эпор точки  $B$ , симметричной  $A$  относительно фронтальной плоскости проекции.

Задача 4. Дана точка  $A(x=10, y=-20, z=-25)$   
Построить эпор точки  $B$ , симметричной относительно  $A$  оси  $X$ .

### Задачи самообразования

Задача 5. Дана точка  $A$  и фронтальная проекция точки  $B$ . В каком октанте пространства находится точка  $B$ , если расстояние между  $A$  или  $B$  равно 30 мм.



Задача 6. Построить проекции отрезка  $AB$  прямой. Если прямая:

- общего положения;
- параллельна горизонтальной плоскости проекции;
- параллельна фронтальной плоскости проекции;
- перпендикулярна горизонтальной плоскости проекции;
- перпендикулярна фронтальной плоскости проекции;
- перпендикулярна профильной плоскости проекции;

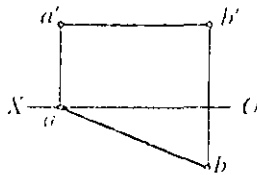
## Задачи самообразования

Задача 7. Прочитать эпор отрезка АВ (заполнить пропущенное)

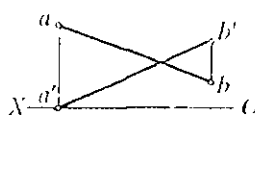
1) [АВ] находится в (?) четверти пространства, параллелен (?) плоскости проекции, концом А упирается в (?) плоскость проекции (см. рис а.);

2) [АВ] находится в (?) четверти пространства, концом А упирается в (?) плоскость проекции (см. рис б.);

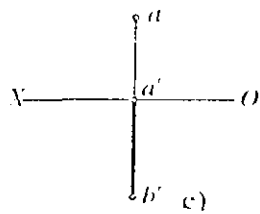
3) [АВ] находится в (?) четверти пространства, перпендикулярен (?) плоскости проекции, концом А упирается в (?) плоскость проекции (см. рис с.);



а)



б)

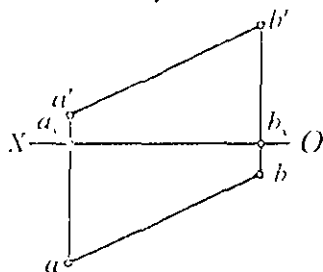


с)

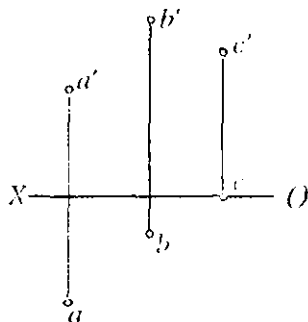
## Задачи самообразования

### II. Способы преобразования ортогональных проекции

Задача 8. Заменой плоскости проекции перевести  $[AB]$  в положение параллельное фронтальной плоскости проекции.

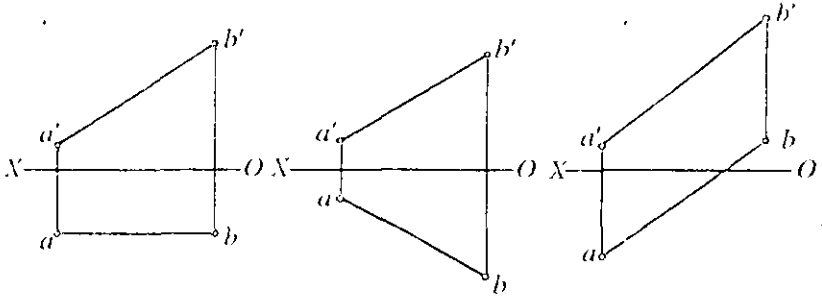


Задача 9. Построить проекции точек  $A, B, C$  в новой системе плоскостей проекции.

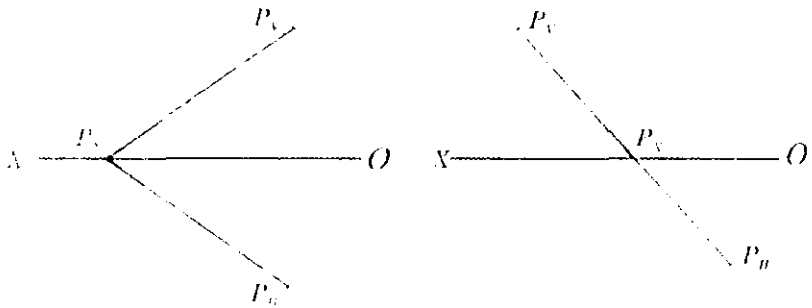


## Задачи самообразования

Задача 10. Заменой плоскостей проекции перевести  $[AB]$  в горизонтально проецирующее положение.

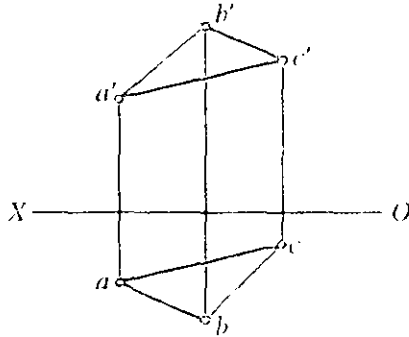


Задача 11. Заменить плоскость проекции и построить новый след плоскости  $P$  так, чтобы в новой системе плоскость  $P$  заняла горизонтально проецирующее положение.



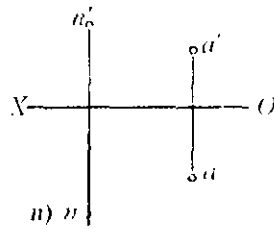
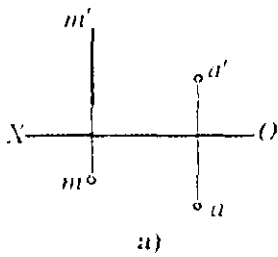
### Задачи самообразования

Задача 12. Определить заменой плоскостей проекции положение центра тяжести треугольника  $ABC$ .



Задача 13. Повернуть точку  $A$  на угол  $90^\circ$  по направлению движения часовой стрелки:

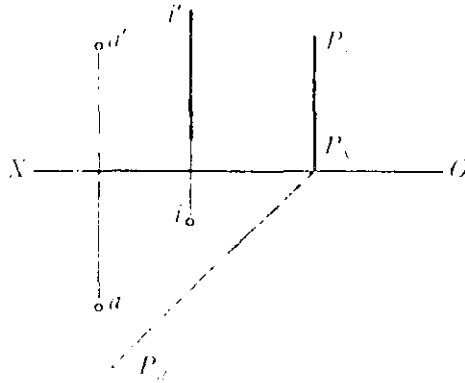
- а) вокруг горизонтально проецирующей оси  $m$ ;
- в) вокруг фронтально проецирующей оси  $n$ ;



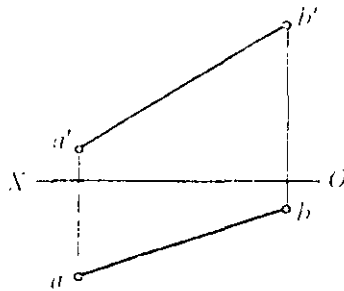


## Задачи самообразования

Задача 14. Повернуть точку  $A$  вокруг оси  $i$  до совмещения с плоскостью  $P$ .

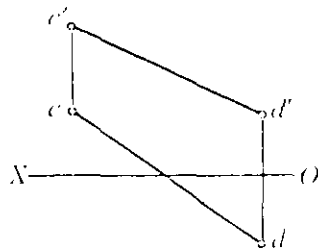


Задача 15. Вращением вокруг оси перевести  $[AB]$  в положение параллельное плоскости  $\Pi$ .

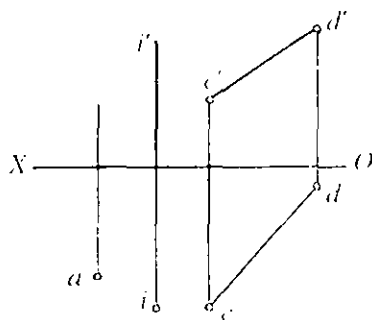


### Задачи самообразования

Задача 16. Вращением вокруг оси перевести [CD] в положение параллельное плоскости V.

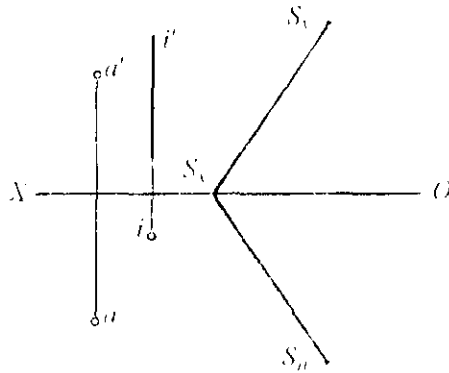


Задача 17. Определить фронтальную проекцию точки A, зная, что при вращении вокруг заданной оси  $i$  точка окажется на прямой CD.

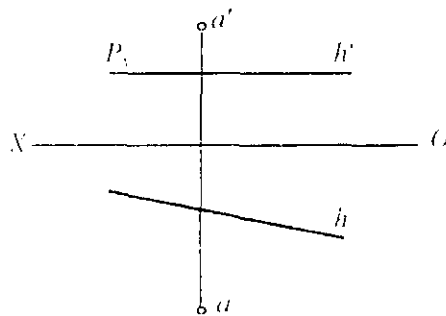


Задачи самообразования

Задача 18. Повернуть вокруг оси  $I$  точку  $A$  до совмещения с плоскостью  $S$ .

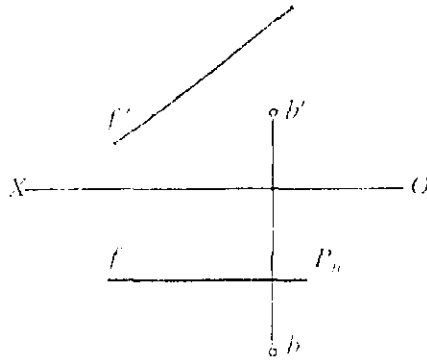


Задача 19. Повернуть точку  $A$  вокруг горизонтали  $h_0(h, h')$  до совмещения с горизонтальной плоскостью  $P$ .

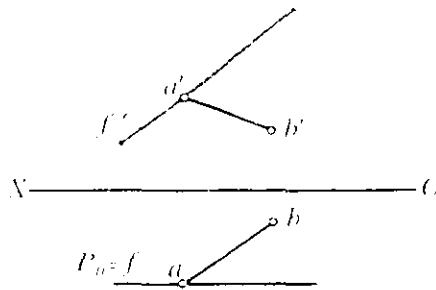


## Задачи самообразования

**Задача 20.** Повернуть точку  $B$  вокруг фронтали  $f_b(f'f)$  до её совмещения с фронтальной плоскостью  $P$ .

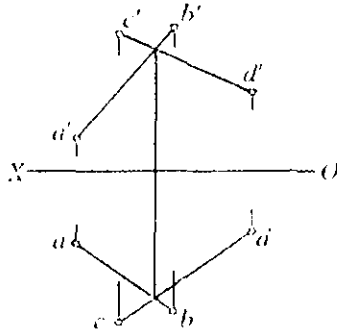


**Задача 21.** Повернуть  $[AB]$  вокруг фронтали  $f$  ( $A \in f_a$ ) до совмещения его с фронтальной плоскостью  $P$ .

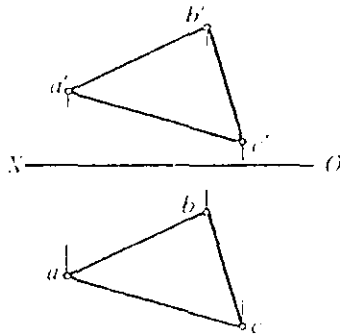


### Задачи самообразования

Задача 22. Плоскость, заданную пересекающимися прямыми АВ и СD, повернуть вокруг её фронтали до положения, параллельного фронтальной плоскости проекции.

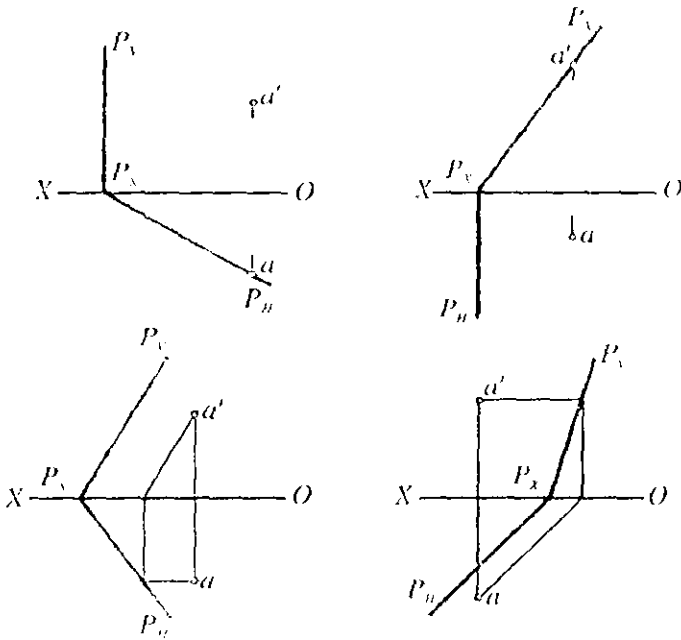


Задача 23. Определить центр окружности, вписанной в треугольник АВС. Задачу решить вращением вокруг горизонтали ААС.



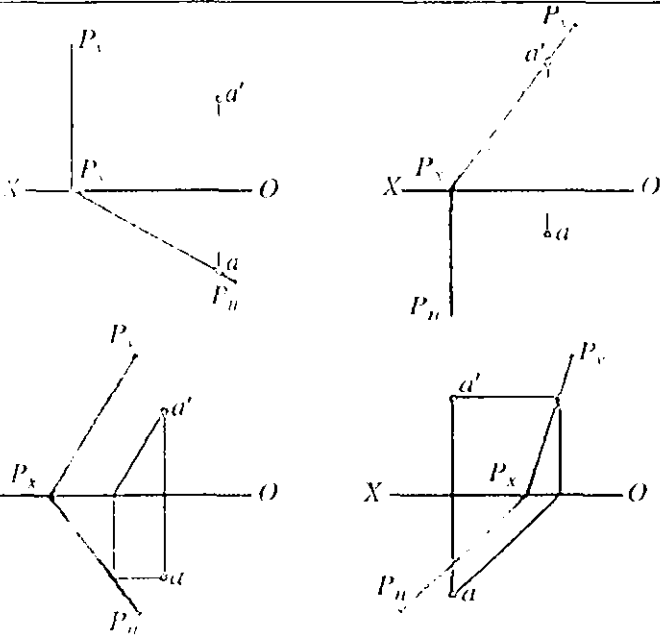
### Задачи самообразования

Задача 24. Совместить плоскость  $P$  с горизонтальной плоскостью проекции и найти совмещенное положение точки  $A \in P$

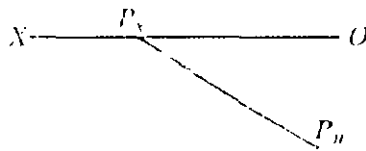


Задача 25. Совместить плоскость  $P$  с фронтальной плоскостью проекции и найти совмещенное положение точки  $A \in P$

Задачи самообразования

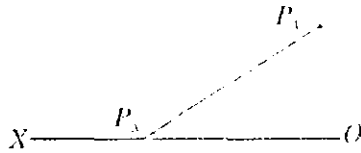


Задача 26. Построить фронтальный след плоскости  $P$ , если известно, что угол в пространстве между следами  $P_H$  и  $P_V$  равен  $45^\circ$ .

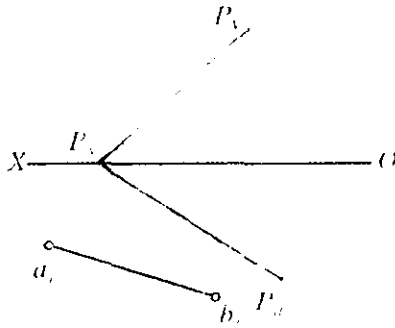


### Задачи самообразования

Задача 27. Построить горизонтальный след плоскости  $P$ , если известно, что угол в пространстве между горизонтальным и фронтальным следами равен  $60^\circ$ .



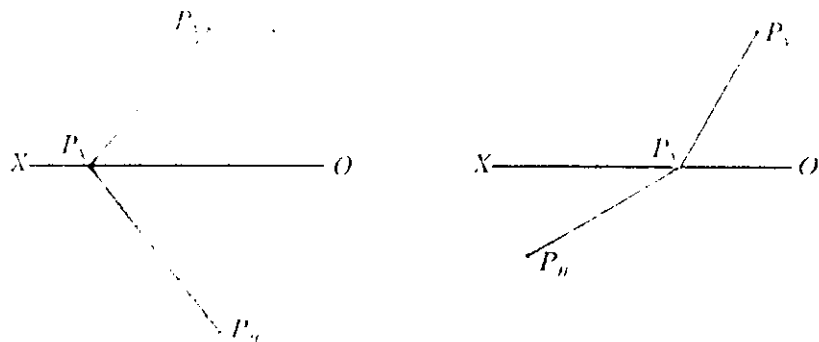
Задача 28. Построить проекции отрезка  $AB$  в  $P$ , если известно совмещенное положение отрезка на горизонтальной плоскости.



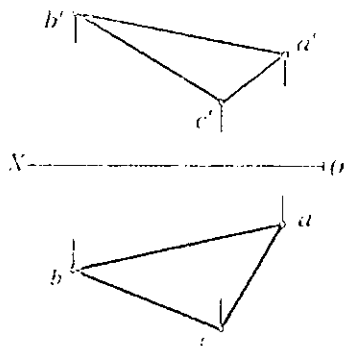


## Задачи самообразования

Задача 29. Построить в плоскости общего положения окружность  $\rho \equiv \rho_0$  мм, касательную к её следам.



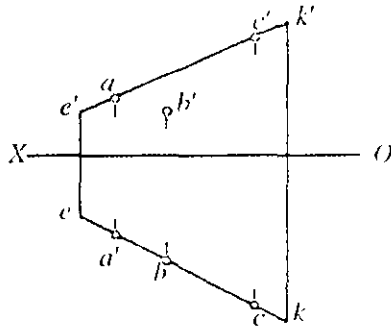
Задача 30. Способом замены построить центр окружности, описанной вокруг треугольника  $ABC$ .



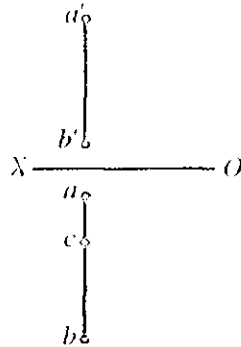
## Задачи самообразования

### III. Позиционные задачи.

Задача 31. Определить, какая из заданных точек А, В, С принадлежит прямой КЕ.

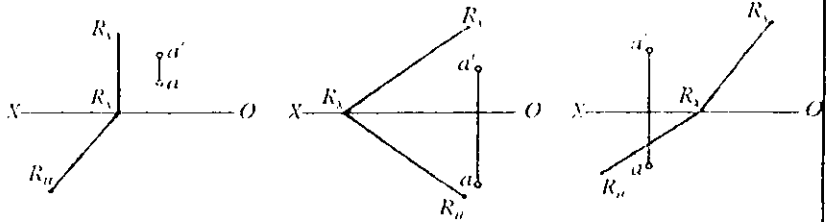


Задача 32. Найти на прямой, заданной отрезком АВ, проекции точки  $C \in [AB]$ , если известна её горизонтальная проекция.

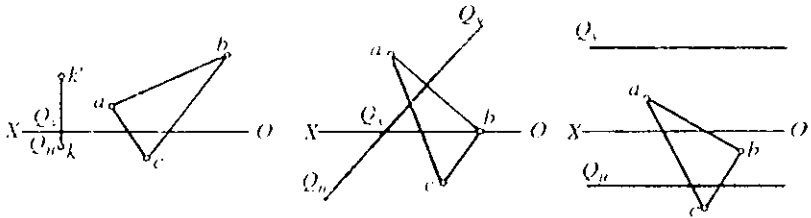


## Задачи самообразования

Задача 33. Даны точка  $A$  и плоскость  $R$ . Выяснить принадлежит ли точка  $A$  заданной плоскости  $R$ .

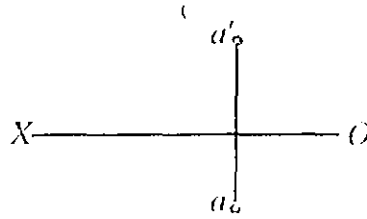


Задача 34. По данной горизонтальной проекции  $\Delta ABC$  с  $Q$  построить его фронтальную проекцию.

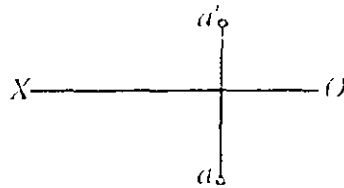


## Задачи самообразования

Задача 35. Через точку  $A$  провести произвольную горизонтально проецирующую плоскость.

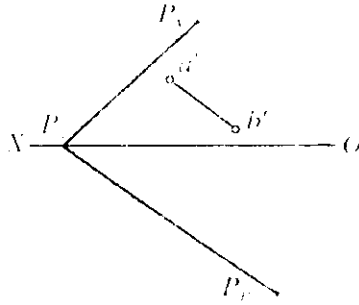


Задача 36. Через точку  $A$  провести плоскость, параллельную оси  $x$ .

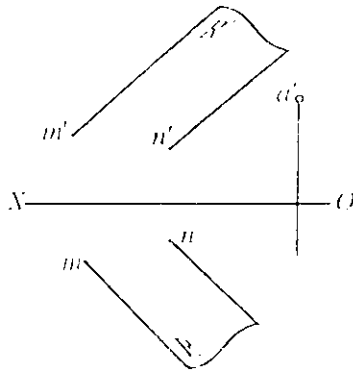


Задачи самообразования

Задача 37. Построить горизонтальную проекцию прямой  $AB$ , принадлежащей плоскости  $P$ .

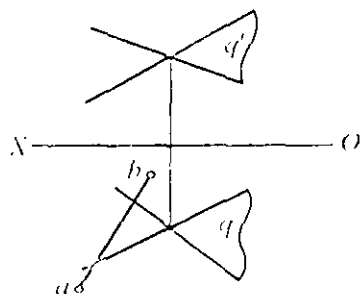


Задача 38. Через точку  $A$ , принадлежащей плоскости  $R$ , провести горизонталь плоскости.

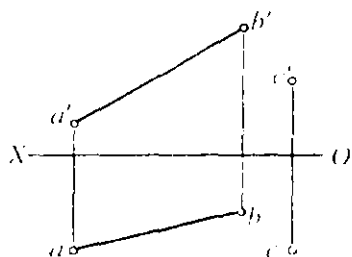


### Задачи самообразования

Задача 39. Определить фронтальную проекцию прямой АВ, принадлежащей плоскости Q, если известны её горизонтальная проекция.

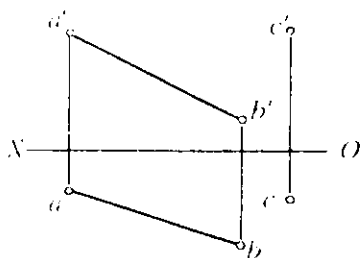


Задача 40. Пересечь прямую, заданную отрезком  $AB$ , прямой  $EK$ , проходящей через точку  $C$  и параллельную горизонтальной плоскости проекции.

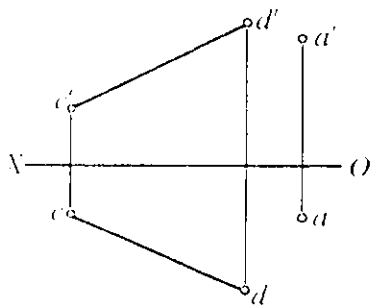


### Задачи самообразования

Задача 41. Через точку  $C$  провести прямую, не пересекающую ( $AB$ ) и ось  $x$ .

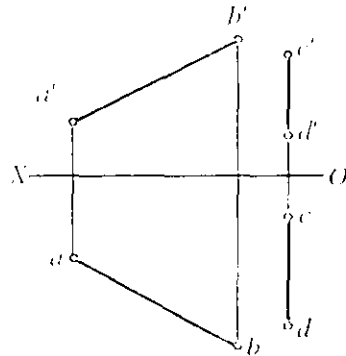


Задача 42. Провести через точку  $A$  прямую, параллельную фронтальной плоскости проекции, пересекающую прямую ( $CD$ ).

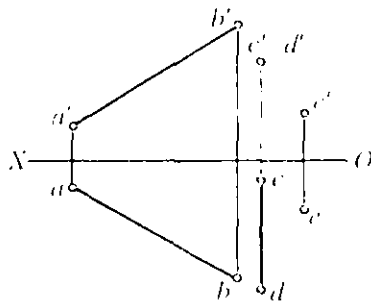


### Задачи самообразования

Задача 43. Прямые, заданные отрезками  $[AB]$  и  $[CD]$ , пересечь прямой, параллельной горизонтальной плоскости проекции.



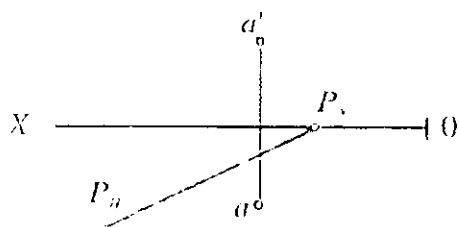
Задача 44. Прямые, заданные отрезками  $[AB]$  и  $[CD]$ , пересечь прямой  $(EK)$ , проходящей через точку  $E$ .



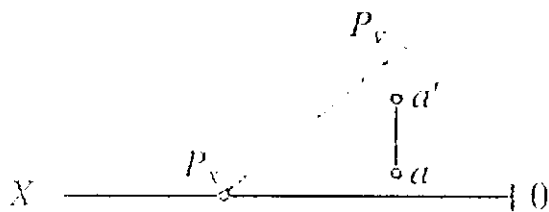


## Задачи самообразования

Задача 45. Построить фронтальный след плоскости  $P$ , если известно, что точка  $A$  принадлежит плоскости.

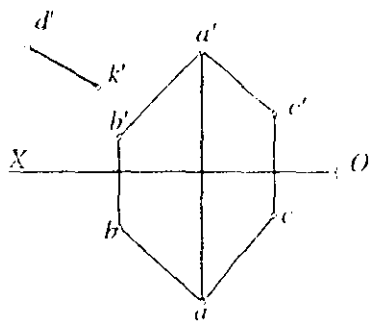


Задача 46. Построить горизонтальный след плоскости  $P$ , если известно, что точка  $A$  принадлежит плоскости.

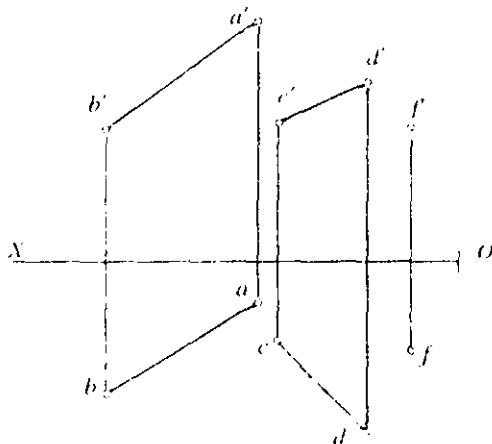


Задачи самообразования

Задача 47. Построить недостающую проекцию прямой  $DK$ , принадлежащей к данной плоскости  $ABC$ .

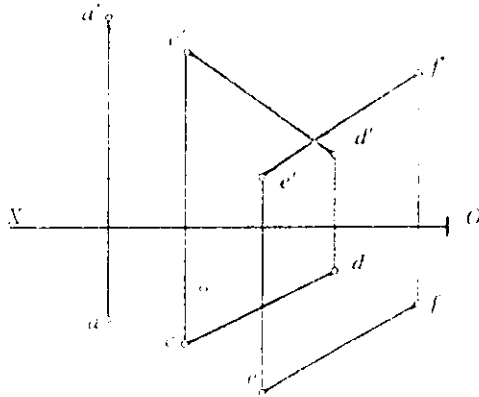


Задача 48. Определить точку встречи прямой  $CD$  с плоскостью, заданной прямой  $AB$  и точкой  $E$ .

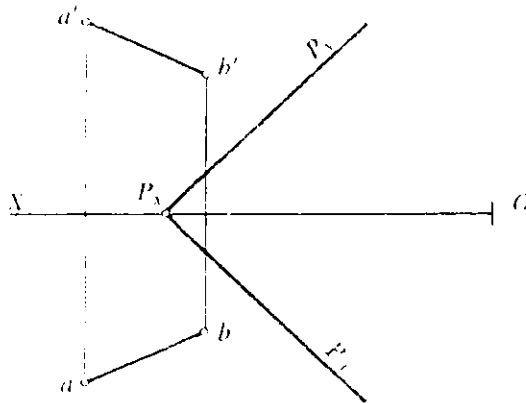


Задачи самообразования

Задача 49. Определить точку встречи прямой  $CD$  с плоскостью, заданной прямой  $EF$  и точкой  $A$ .

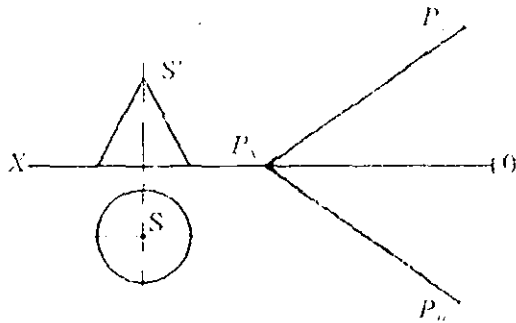


Задача 50. Определить точку пересечения прямой  $AB$  с плоскостью  $P$ .

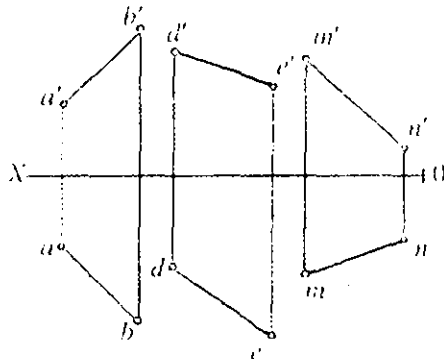


### Задачи самообразования

Задача 51. Провести прямые на поверхности конуса параллельно плоскости.

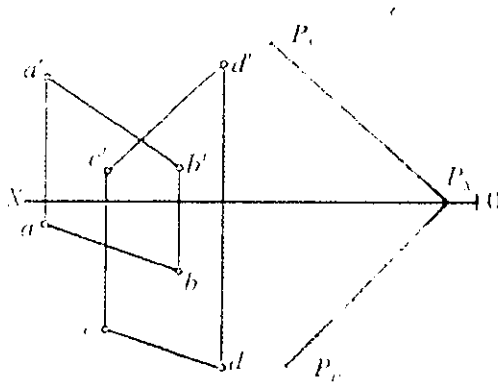


Задача 52. Построить прямую, пересекающую данные скрещивающиеся прямые  $AB$ ,  $DE$ ,  $MN$ .

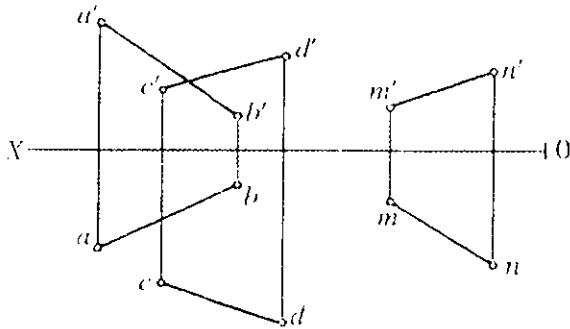


### Задачи самообразования

Задача 53. Провести прямую MN перпендикулярную плоскости P и пересекающую заданные скрещивающиеся прямые AB и CD.

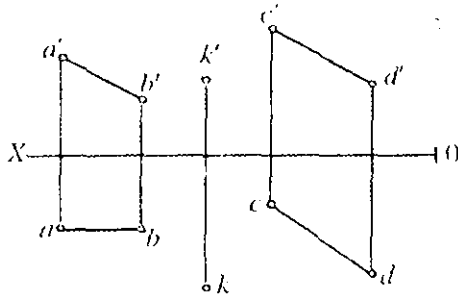


Задача 54. Провести прямую, пересекающую скрещивающиеся прямые AB и CD, параллельную прямой MN.

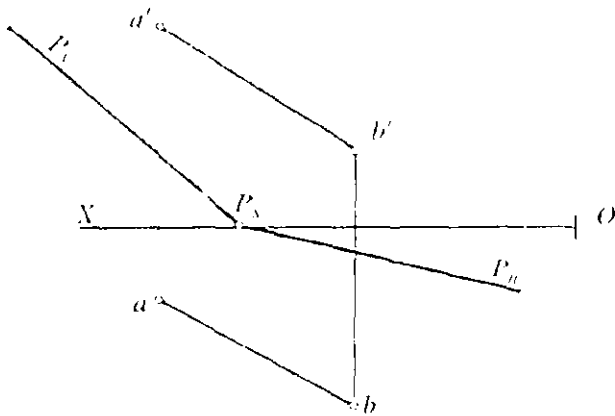


### Задачи самообразования

**Задача 55.** Через точку  $K$  провести прямую, перпендикулярную прямой  $CD$  и пересекающую прямую  $AB$ .

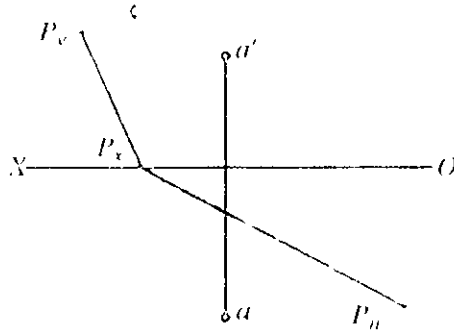


**Задача 56.** Определить точку пересечения прямой  $AB$  с плоскостью  $P$ .

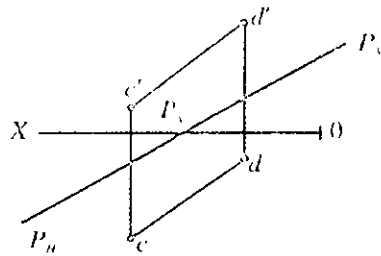
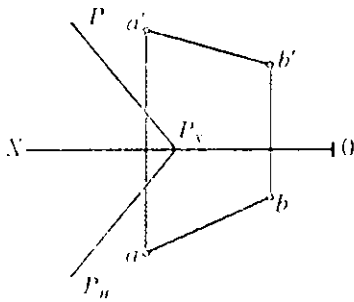


## Задачи самообразования

Задача 57. Через точку  $A$  провести плоскость  $Q$ , перпендикулярную к заданной плоскости  $P$ .



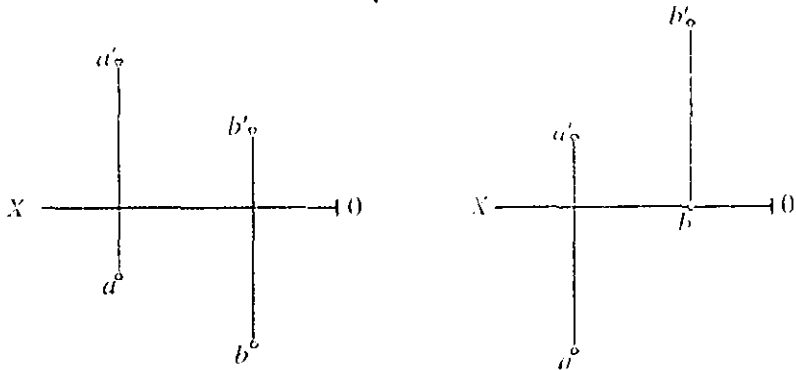
Задача 58. Через прямую  $AB$  провести плоскость  $Q$ , перпендикулярную к данной плоскости  $P$ .



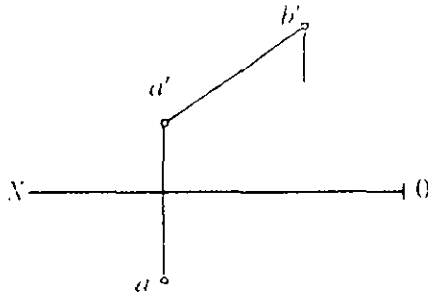
### Задачи самообразования

#### IV. Метрические задачи.

Задача 59. Определить расстояние между точками А и В



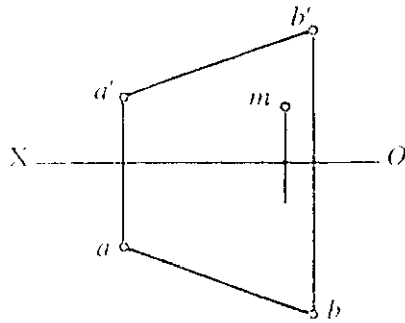
Задача 60. Построить горизонтальную проекцию отрезка АВ, если известно его длина, равная 35 мм.



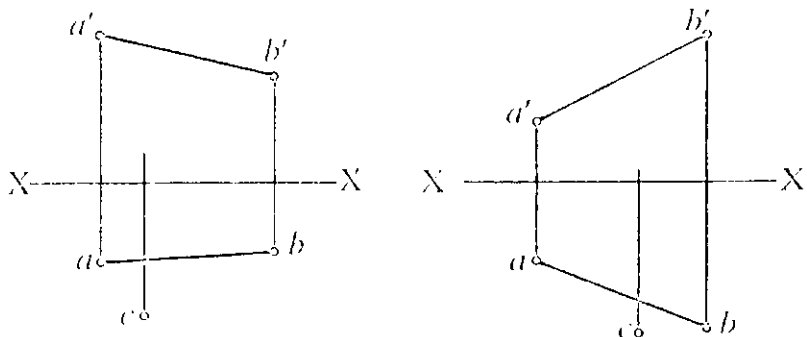


Задачи самообразования

Задача 61. Найти горизонтальную проекцию точки  $M$ , равноудаленной от концов отрезка  $AB$ .

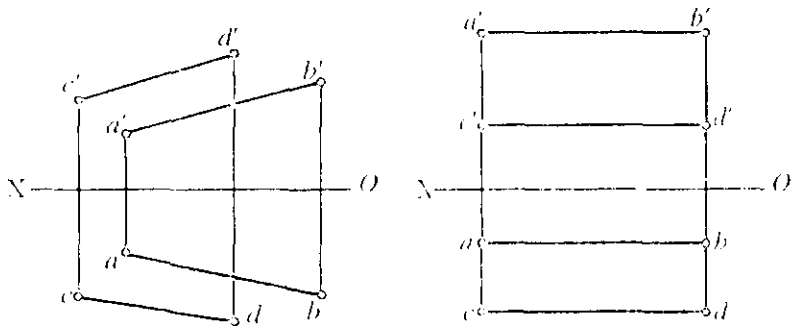


Задача 62. Определить фронтальную проекцию точки  $C$ , если её расстояние от прямой  $AB$  равно 20 мм.

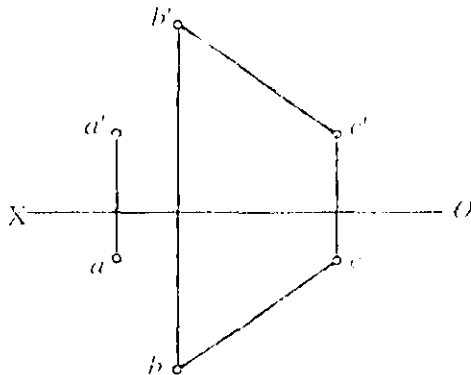


Задачи самообразования

Задача 63. Определить расстояние между параллельными прямыми АВ и CD.

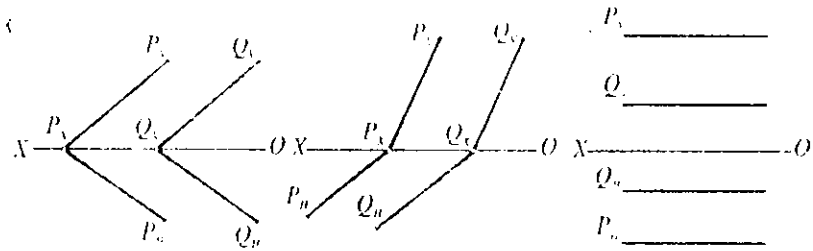


Задача 64. Построить проекции прямой DE, параллельной прямой BC и удалённой от неё на 25 мм и от точки A на расстояние 20 мм.

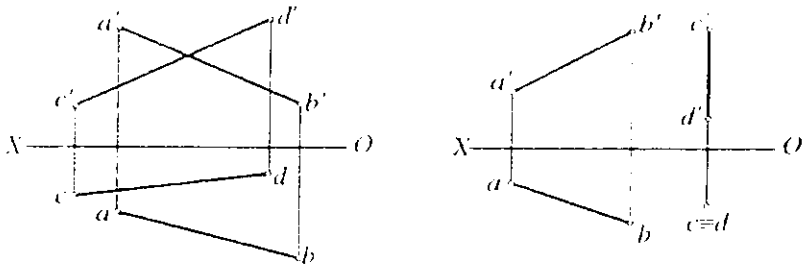


## Задачи самообразования

Задача 65. Определить расстояние между плоскостями  $P$  и  $Q$ .

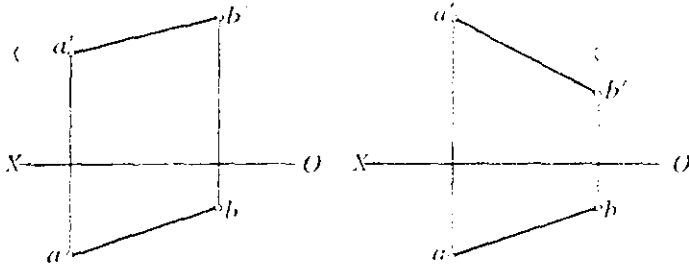


Задача 66. Определить расстояние между скрещивающимися прямыми  $AB$  и  $CD$ .

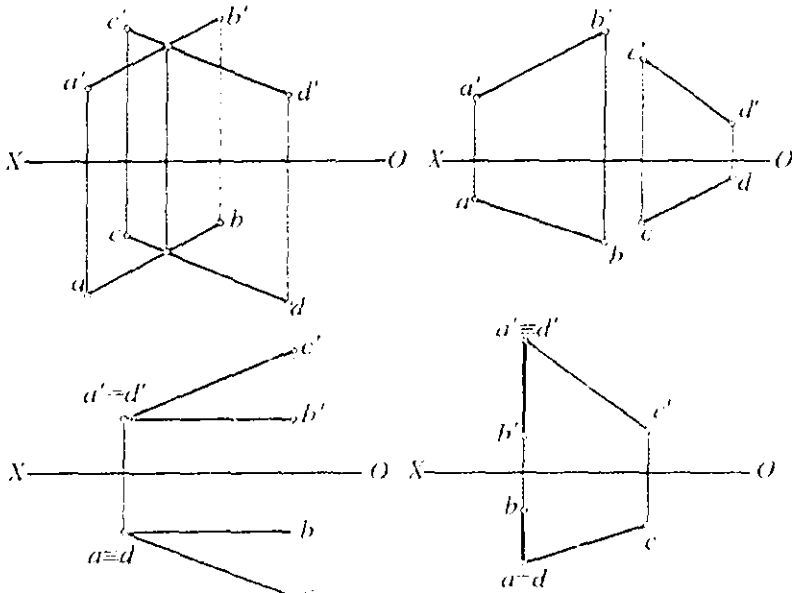


### Задачи самообразования

Задача 67. Определить расстояние между прямой  $AB$  и осью  $X$ .

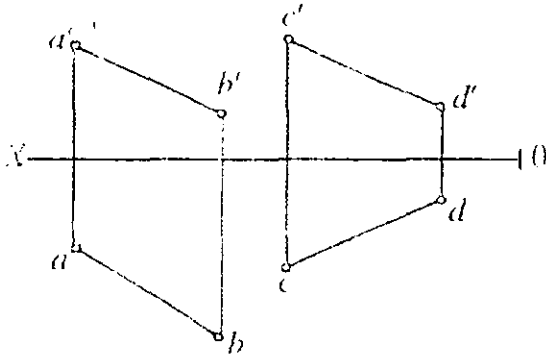


Задача 68. Определить угол между пересекающимися прямыми  $AB$  и  $CD$ .

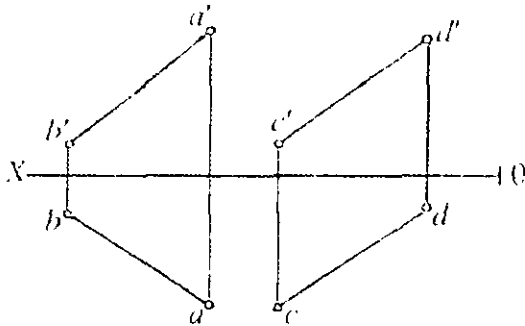


### Задачи самообразования

Задача 69. На прямой АВ найти точку, отстоящую от прямой CD на расстояние 40 мм.

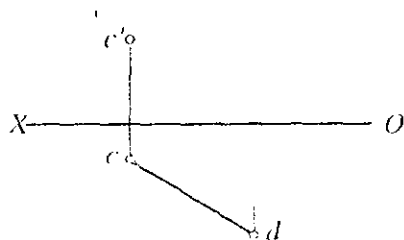


Задача 70. Даны скрещивающиеся прямые АВ и CD. Построить прямую параллельную CD и отстоящую от неё на расстоянии 20 мм, а также пересекающую АВ.

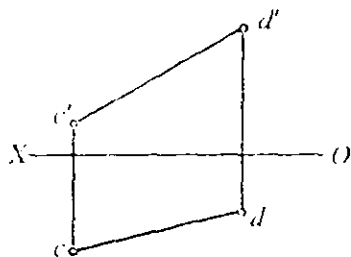


### Задачи самообразования

Задача 71. Построить фронтальную проекцию отрезка  $CD$ , если известно его длина, равная 30 мм.

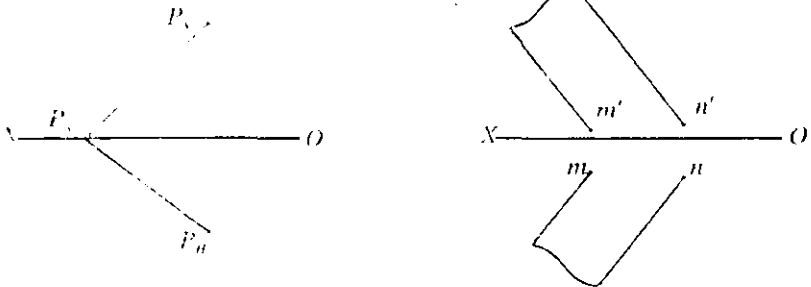


Задача 72. На прямой  $CD$  указать точку  $A$ , удаленную от горизонтальной плоскости на расстояние 20 мм и точку  $B$ , расстояние до которой от фронтальной плоскости равно 15 мм.

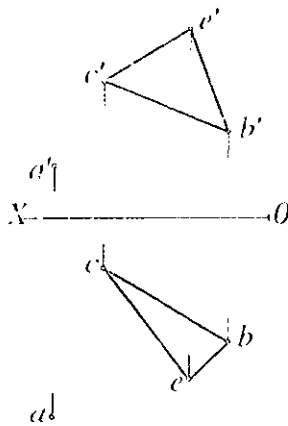


## Задачи самообразования

Задача 73. В плоскости  $P$  указать точку  $A$ , удаленную от горизонтальной плоскости проекции на расстоянии 20 мм.

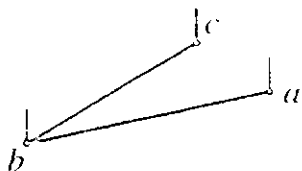
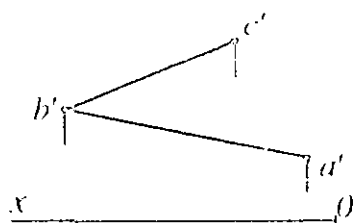


Задача 74. Определить величину расстояния от точки  $A$  до плоскости ВСЕ.

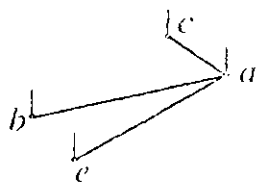
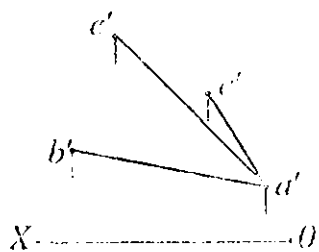


Задачи самообразования

Задача 75. Построить параллельную плоскость на расстоянии 40 мм от плоскости ABC.



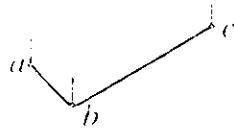
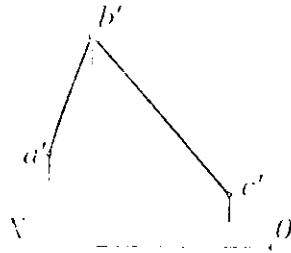
Задача 76. На прямой AE найти точку, удаленную от плоскости ABC на расстоянии 40 мм.



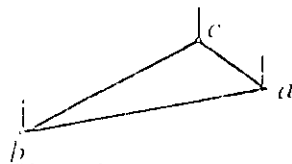
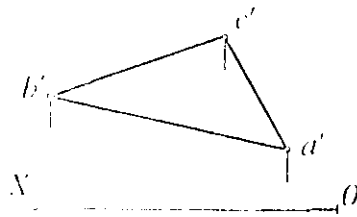


Задачи самообразования

Задача 77. Построить параллельную плоскость на расстоянии 40 мм от плоскости ABC.

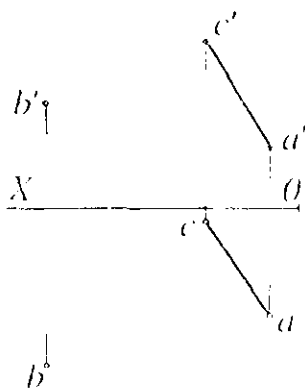


Задача 78. Построить прямую призму высотой в 40 мм, приняв за ее основание треугольник ABC.

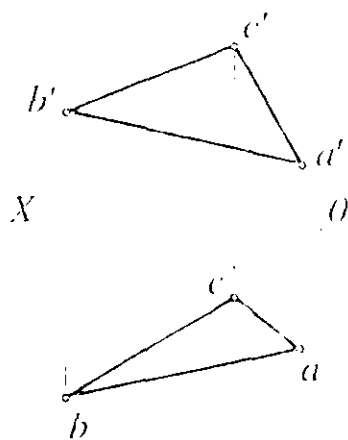


### Задачи самообразования

**Задача 79.** Определить величину расстояния от точки В до прямой СА.



**Задача 80.** Определить величину высоты треугольника ABC, проведенной через вершину В.



## Литература

1. Государственные стандарты. ЕСКД. Общие правила выполнения чертежей. М.: Госкомитет, 1991.
2. Фролов С.А. Начертательная геометрия. -М.: Машиностроение, 1985.
3. Гордон В.О. и др. Сборник задач по начертательной геометрии. -М.: Машиностроение, 1985.
4. Фролов С.А. Сборник задач по начертательной геометрии. -М.: Машиностроение, 1986.
5. Азимов Т.Д. Конспект лекции по начертательной геометрии. -Т.: ТашГТУ, 2001.
6. Азимов Т.Д., Файзиев Т.Р., Собирова Д.У. Учебное пособие для практических занятий по начертательной геометрии. -Т.: ТашГТУ, 2003.
7. Азимов Т.Д. и др. Сборник вопросов по 1-му промежуточному контролю знаний студентов по начертательной геометрии. -Т.: ТашГТУ, 2002.
8. Азимов Т.Д., Собирова Д.У. Сборник тестов по начертательной геометрии на тему «Точка». -Т.: ТашГТУ, 2007.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	4
Требования учебного пособия и методические указания к решению задач по начертательной геометрии.....	5
1-занятие. Стандарты ЕСКД. ГОСТ 2.301-68; ГОСТ 2.302-68; ГОСТ 2.303-68	
Форматы. Масштабы. Линии.....	7
2-занятие. ГОСТ 2.304-81. Шрифты. Выполнение титульного листа.....	7
3-занятие. Точка.....	8
4-занятие. Прямая.....	13
5-занятие. Взаимное положение двух прямых.....	22
6-занятие. Комплексные задачи.....	28
7-занятие. Плоскость.....	31
8-занятие. Плоскость.....	34
9-занятие. Точка. Прямая. Плоскость.....	39
10-занятие. Две плоскости.....	40
11-занятие. Прямая и плоскость.....	42
12-занятие. Параллельность прямой и плоскости, параллельность плоскостей.....	50
13-занятие. Поверхности.....	53
14-занятие. Пересечение поверхностей с плоскостями.....	57
15-занятие. Пересечение двух поверхностей.....	59
16-занятие. Способ замены плоскостей проекций.....	65
17-занятие. Способ вращения.....	68
18-занятие. Способ совмещения. Определение углов.....	71
19-занятие. Комплексные задачи.....	77
Задачи для подготовки к письменной работе.....	81
Задачи к итоговой письменной работе.....	82
Задачи олимпиады.....	120
Проецирование геометрических фигур.....	123
Литература.....	163

## Mundarija

Soʻz boshi.....	4
Oʻquv qoʻllanmaning chizma geometriyadan masalalar yechishga oid uslubiy koʻrsatmalari va talablari.....	5
1-dars. KXYaT standartlari. GOST 2.301-8; GOST 2.302-68; GOST 2.303-68. Formatlar. Chiziqlar. Masshtablar.....	7
2-dars. GOST 2.304-81. Sheʼtlar. Sarvaʼraqni bajarish.....	7
3-dars. Nuqta.....	8
4-dars. Toʻgʻri chiziq.....	13
5-dars. Ikki toʻgʻri chiziqning oʻzaro xolatlari.....	22
6-dars. Kompleks masalalar.....	28
7-dars. Tekislik.....	31
8-dars. Tekislik.....	34
9-dars. Nuqta. Toʻgʻri chiziq. Tekislik.....	39
10-dars. Ikki tekislik.....	40
11-dars. Toʻgʻri chiziq va tekislik.....	42
12-dars. Toʻgʻri chiziq bilan tekislikning va ikki tekislikning parallelligi.....	50
13-dars. Sirtlar.....	53
14-dars. Tekisliklar bilan sirtlar kesishuvi.....	57
15-dars. Ikki sirt kesishuvi.....	59
16-dars. Proyeksiyalar tekisligini almashirish usuli.....	65
17-dars. Aylantirish usuli.....	68
18-dars. Joylashtirish usuli. Burchaklarni aniqlash.....	71
19-dars. Kompleks masalalar.....	77
Yozma ishga doir masalalar.....	81
Yakuniy yozma ishga doir masalalar.....	82
Olimpiada masalalari.....	120
Mustaqil taʼlim masalalari.....	123
Adabiyot.....	163

## CONTENTS

Introduction.....	4
Requirements of the manual and methodical instructions to the decision of tasks on descriptive geometry.....	5
Lesson 1. Standards of ESKD, GOST 2.301-68; GOST 2.302-68; GOST 2.303-68 Formats, Scales, Lines.....	7
Lesson 2. GOST 2.304-81, Prints, Performance of title page.....	7
Lesson 3. <i>Point</i> .....	8
Lesson 4. <i>Straight line</i> .....	13
Lesson 5. <i>Mutual position of two straight lines</i> .....	22
Lesson 6. <i>Complex tasks</i> .....	28
Lesson 7. <i>Plane</i> .....	31
Lesson 8. <i>Plane</i> .....	34
Lesson 9. <i>Point, Straight line, Plane</i> .....	39
Lesson 10. <i>Two planes</i> .....	40
Lesson 11. <i>A straight line and a plane</i> .....	42
Lesson 12. <i>Parallelism of a straight line and a plane, Parallelism of two planes</i> .....	50
Lesson 13. <i>Surfaces</i> .....	53
Lesson 14. <i>Crossing of surfaces and planes</i> .....	57
Lesson 15. <i>Crossing of two surfaces</i> .....	59
Lesson 16. <i>The way of replacement of projection planes</i> .....	65
Lesson 17. <i>The way of rotation</i> .....	68
Lesson 18. <i>The way of overlapping. Definition of angles</i> .....	71
Lesson 19. <i>Complex tasks</i> .....	77
<i>Tasks for preparation to written assignment</i> .....	81
<i>Tasks for final written work</i> .....	82
<i>Olympiad tasks</i> .....	120
<i>Self-instruction tasks</i> .....	123
<i>Literature</i> .....	163

«Планиметрическая геометрия». Учебное пособие для  
технических вузов

Азимов Тохир Джураевич

Редактор : Ахметжанова Г.М.

---

Подписано к печати 26.02.2011 г. Формат 60x84 1/16  
Объем 9,8 п.л. Тираж 50 экз. Заказ № 330.

---

Отпечатано в типографии ТГТУ, г.Ташкент,  
ул.Талабалар 54, тел: 246-63-84.