**O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

**NIZOMIY NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT PEDAGOGIKA UNIVERSITETI**

«MATEMATIKADAN MISOL VA MASALALAR YECHISH METODIKASI» dan

METODIK TAVSIYANOMA

Pedagogika universiteti va institutlarining matematika o’qitish metodikasi yo’nalishi talabalari uchun metodik qo’llanma

**TOSHKENT-2014**

**O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI**

« MATEMATIKADAN MISOL VA MASALALAR YECHISH METODIKASI» dan metodik tavsiyanoma

Tuzuvchilar: Q.S.Jumaniyozov,

D.E.Davletov, J.Yu.Saparboyev.

|  |
| --- |
| P.f.n. F.Saydalieva |

Muharrir:

Toshkent Davlat Pedagogika universiteti Fizika-matematika fakultetining ilmiy kengashida ko’rib chiqilgan va nashrga tavsiya qilingan.

2014 yil «\_\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_ dagi \_\_\_\_ sonli majlis bayoni.

KIRISH

Fizika-matematika fakul’tetining matematika o’qitish metodikasi yo’nalishi talabalari yangi o’quv rejasiga o’tganligi sababli va matematika o’qituvchilarini tayyorlash sifatini yaxshilash bugungi kunning dolzarb masalalaridan bo’lganligi sababli «Matematikadan misol va masalalar yechish metodikasi» dan matematika o’qitish metodikasi yo’nalishi bo’yicha ta’lim olayotgan talabalar uchun mo’ljallangan metodik tavsiyanoma nashrga tayyorlandi.

Ushbu metodik tavsiyanomada mustaqil ta’lim nazorat ishlarining variantlari bilan birgalikda topshiriqlarni bajarish uchun zarur bo’lgan eng asosiy uslubiy tavsiyalar masalalarni yechishning namunalarini keltirdik. O’ylaymizki, ushbu to’plam ta’lim olayotgan talabalarimizga nazorat ishlarini bajarishlarida yordam beradi.

MUSTAQIL TA’LIM BIRINCHI NAZORAT ISHINING TOPSHIRIQLARINI BAJARISH BO’YICHA NAMUNALAR VA METODIK KO’RSATMALAR

1. Ratsional ifodani soddalashtiring.



Kasr ratsional ifodalarni, kasrlar ustida amallar hamda kasrlarning surati va maxrajlarini umumiy ko’paytuvchilarga ajratib, umumiy ko’paytuvchilarni qisqartirish, o’xshash hadlarni ixchamlashtirish bilan soddalashtiriladi.

Bunday almashtirishlarda har bir ifodaning turli ko’rinishlari aynan teng bo’lmasligi mumkin. Bunda qisqaruvchining umumiy ko’paytuvchilarini nolga aylantiruvchi qiymatlari berilgan ifodaning aniqlanish sohasidan chiqarib tashlanib qolgan sohadagina soddalashtirish natijasi berilgan ifodaga teng kuchli ekanligini eslatib o’tamiz.

Yechish: Ifoda  sohada aniqlangan. Shu sohada berilgan ifodadagi ikki kasrni umumiy maxrajga keltiramiz:



Ushbu hosil bo’lgan ifodani uchinchi kasrga qo’shamiz:



Demak, hamda  bo’lganda, berilgan ifoda  ga teng ekan.

2.0. Irratsional ifodalarni soddalashtirishda ildiz ostidan chiqarilayotgan ifodaning faqat arifmetik qiymatiga e’tibor berish kerak. Agar berilgan ifodani soddalashtirishda uning aniqlanish sohasi oldindan berilmagan bo’lsa, u holda aniqlanish sohasi topib olinadi.

Soddalashtiring:



Yechish: Berilgan ifoda x>0, x da aniqlangandir.  belgilashni kiritsak

 kasr-ratsional ifodani hosil qilamiz.

Bundan: 

Endi  ekanligini hisobga olsak . Demak, x>0, xda berilgan ifoda  ga teng ekan.

Izoh: Agar  yoki  ko’rinishdagi ifodalar uchrab qolsa, ulardan ildiz chiqarishga harakat qilib ko’rish kerak. Ba’zi ifodalarni soddalashtirishda 

tenglikdan foydalanish zarur bo’ladi.

3.0. *a+b*=2 shartni qanoatlantiruvchi *a,b*∈R sonlar uchun  ekanligini isbotlang.

Isbot: *a=1+x* bo’lsin. U holda shartga ko’ra *b=2-a=1-x*

 chunki *x* ning ixtiyoriy qiymatlarida *x2* va *x4* lar manfiy bo’lmagan qiymatlarni qabul qiladi. Tengsizlik isbotlandi, ya’ni  bo’lganda ; *a, b*∈R

4.0.  tenglamani yeching.

Yechish: Tenglikning chap tomonida ikki ifoda kvadratlarining yig’indisi turibdi. Uni ikki ifoda kvadratlarining yig’indisi yoki ayirmasining kvadratiga to’ldirib olishga harakat qilamiz. Ya’ni:





tenglamada haqiqiy ildizlarga ega emas.

Javob:

5.0.  tenglamani yeching.

Yechish: Berilgan tenglama quyidagi ikkita tenglamalar sistemasining birlashmasiga teng kuchlidir:



 tenglamani yechib, *x1*=3 uning yagona ildizi ekanligini topamiz. Ammo u *x-1*≥0 shartni qanoatlantirmaydi. Demak, birinchi sistema yechimga ega emas.

 tenglamani yechib,  uning yagona yechimi ekanligini aniqlaymiz. Bu ildiz *x-1*<0 shartni qanoatlantiradi, demak  yechim ikkinchi sistemaning yechimi ekan. Javob: .

Eslatma: Modul qatnashgan tenglamalarni yechishda, modul ichida modul ifoda qatnashgan bo’lsa, oldin ichki moduldan boshlab keyin esa hosil bo’lgan tenglamani yechishga kirishish lozim.

6.0.  tenglamani yeching.

Yechish: Berilgan tenglamani aniqlanish sohasi R dan iborat.

 belgilashlarni kiritamiz. U holda  bularni hadma-had qo’shib  ni hosil qilamiz. Yuqoridagilardan esa ushbu sistemani yozishimiz mumkin.  Bu sistemani yechib

 larni topamiz. Shunday qilib berilgan dastlabki tenglama, hosil bo’lgan tenglamalar sistemalar birlashmasiga teng kuchli ekan. Bu tenglamalarni yechib, berilgan tenglamaning barcha yechimlari  dan iborat ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin. Javob: .

7.0.  tenglamani yeching.

Yechish: Dastlab o’nlik asosga o’tamiz, natijada 

 larni hosil qilamiz. Topilganlarni joyiga qo’ysak  tenglamaga ega bo’lamiz.  belgilash kiritib  hosil bo’lgan kvadrat tenglamani yechamiz:  belgilashni hisobga olsak  yechimlar hosil bo’ladi. Javob: 

8.0.  tenglamani yeching.

Yechish: Berilgan tenglamaning ikkala qismini  ifodaga ko’paytirib,  belgilashdan foydalansak  tenglama hosil bo’ladi. Bu tenglamani yechish bilan uning yagona yechimi x=0 ekanligiga ishonch hosil qilish mumkin. Javob: x=0.

9.0.  sistemani yeching.

Yechish: Sistemadagi ikkinchi tenglamani kubga oshiramiz. Natijada quyidagi sistema hosil bo’ladi.  agar e’tibor bersak, *x3* va *u*3 lar kvadrat tenglamaning ildizlari ekanligi ko’rinib turibdi. *x3* va *u3* larni mos ravishda  lar orqali belgilasak,  tenglamani hosil qilish mumkin.

Tenglamani yechamiz:  bundan esa berilgan tenglamaning ildizlari  ekanligi kelib chiqadi.

Javob: .

10.0.  parametrga bog’liq tenglamani yeching.

Yechish:  deb tenglamaning ikkala qismini kvadratga oshiramiz:  yoki .

Hosil bo’lgan tenglamani kvadratga oshiramiz. Bunda  deb olamiz. Natijada  tenglamani hosil qilamiz. Hosil bo’lgan tenglamaning  shartlarni qanoatlantiruvchi yechimlarini topish kerak. Hosil bo’lgan tenglama ***x*** ga nisbatan to’rtinchi darajali *a* ga nisbatan esa kvadrat tenglamadir.  tenglamani *a* ga nisbatan yechamiz. Dastlab uning diskriminantini topaylik:  a1 va a2 larni topib tenglamaning chap tomonini ko’paytuvchilarga ajrataylik *(a-x2-x-1)(a-x2+x)=0.* Tenglamamiz ikkita tenglamaga ajraladi: *x2+x+1-a=0; x2-x-a=0.*

Yuqoridagi shartlarni hisobga olsak 

Sistemalarni hosil qilamiz. Birinchi sistemada  bo’lsa,  ekanligi kelib chiqadi.  tenglamaning yechimlari yig’indisi (agar mavjud bo’lsa) -1 ga teng; bundan kelib chiqadiki  shart bajarilganda tenglama yagona manfiy bo’lmagan ilizga ega bo’ladi. Demak  da 

Ikkinchi sistema faqatgina *a=0* bo’lganda *x=0* yechimga egadir.

Javob: Agar  bo’lsa, ; agar *a=0* bo’lsa, *x=0*.

Boshqa hollarda tenglama yechimga ega emas.

11.0.  tengsizlikni yeching.

Yechish. 

Endi  ning ishorasini aniqlaymiz:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | (-∞;-3) | (-3;-1/2) | (-1/2;0) | (0;4/3) | (4/3;5) | (5;+∞) |
|  | \_\_ | + | \_\_ | + | \_\_ | + |
|  | + | \_\_ | + | \_\_ | + | \_\_ |
|  | \_\_ | + | \_\_ | + | \_\_ | + |
|  | + | \_\_ | + | \_\_ | + | \_\_ |
|  | \_\_ | + | \_\_ | + | \_\_ | + |

Demak 

12.0.  tengsizlikni yeching.

Yechish. Berilgan tengsizlik quyidagi tengsizliklar sistemasiga teng kuchli.



13.0.  tengsizlikni yeching.

Yechish.

 

14.0.  tengsizlikni yeching.

Yechish. *x>0, a>0* va *logax2=2logax* ekanligini hisobga olsak berilgan tengsizlikni unga teng kuchli bo’lgan quyidagi tengsizlik bilan almashtirish mumkin.



1. *0<a<1* bo’lsin.

a) *x>1* bo’lganda 

tengsizliklar bajarilib,  tengsizlikning yechimi bo’sh to’plamdan iborat bo’ladi.

b) *x=1* tengsizlikni qanoatlantiradi demak, yechim bo’la oladi.

c) *0<x<1* bo’lganda  bo’lganligi uchun



Endi *0<x<1* ekanligini hisobga olsak



II*. a>1* bo’lsin. *x>0* bo’lganligi uchun *a>1⇒x+a>a>1⇒loga(x+a)>1>0* hamda

*1-2loga(x+a)<0* bo’ladi. Demak, 

Javob: 

15.0.  tengsizlikni yeching.

Yechish. berilgan tengsizlikni *4x* ga bo’lsak  tengsizlikka ega bo’lamiz.  belgilashni kiritaylik; u holda



chunki  ifoda ***t*** ning har qanday qiymatlarida musbatdir.

Demak 



Javob: 

16.0.  funksiyaning grafigini hosila yordamisiz yasang.

1. Funksiyaning aniqlanish sohasi 

2. Funksiya toq funksiya demak, koordinatalar boshiga nisbatan simmetrik joylashgan.

3. Funksiyaning nollari mavjud emas.

4.  da  hamda  da esa  demak x=0 vertikal asimptota, y=x esa og’ma asimptotadir. Olingan ma’lumotlar asosida berilgan funksiyaning grafigini yasaymiz.

17.0 Ikki velosipedchi A va B punktdan bir-biriga qarab bir vaqtda yo’lga chiqdi. Uchrashuvdan 4 soat keyin A dan kelayotgan velosipedchi B ga etib keldi, uchrashuvdan 9 soat keyin esa B dan kelayotgan velosipedchi A ga etib keldi. Har bir velosipedchi yo’lda qancha soat bo’lgan.

Yechish. S-A va B punktlar orasidagi masofa, *v1, v2*-velosipedchilarning tezligi bo’lsin. U holda quyidagi tenglamalar sistemasiga ega bo’lamiz:





Javob: *v*1=10 soat: *v*2=15 soat.

1.RATSIONAL IFODALARNI SODDALASHTIRING

1.1. 

1.2 

1.3. 

1.4. 

1.5. 

1.6. 

1.7. 

1.8. 

1.9. 

1.10. 

1.11. 

1.12. 

1.13.

1.14. 

1.15. 

2. IFODALARNI SODDALASHTIRING.

2.1. 

2.2. 

2.3. 

2.4. 

2.5. 

2.6. 

2.7. 

2.8. 

2.9. 

2.10. 

2.11. 

2.12. 

2.13. 

2.14. 

2.15. 

3. Tengsizliklarni isbotlang.

3.1. Agar *a>0, v>0* bo’lsa, 

3.2. Agar *a>0, b>0, c>0* bo’lsa, 

3.3. Agar *a>0, b>0* bo’lsa, 

3.4. Agar *a>0, b>0, c>0* bo’lsa, 

3.5. Ixtiyoriy ***x*** haqiqiy son uchun 

3.6. Agar  va *ac>0* bo’lsa, 

3.7. Ixtiyoriy *a* va *b* uchun



3.8. Ixtiyoriy ***x*** haqiqiy son uchun



3.9.  uchun 

3.10. Agar bo’lsa, 

3.11. Ixtiyoriy *a,b, c(c>0)* haqiqiy bo’lsa, 

3.12. Agar *a,b,c,d* musbat sonlar bo’lsa, 

3.13. Agar  musbat sonlar bo’lsa, 

3.14. *a,b,c* musbat sonlar uchun 

3.15. Agar *a,b,c* musbat sonlar va  bo’lsa, 

4. TENGLAMALARNI YECHING

4.1. 

4.2. 

4.3. 

4.4. 

4.5. 

4.6. 

4.7. 

4.8. 

4.9. 

4.10. 

4.11. 

4.12. 

4.13. 

4.14. 

4.15. 

5. TENGLAMALARNI YECHING

5.1. 

5.2. 

5.3. 

5.4. 

5.5. 

5.6. 

5.7. 

5.8. 

5.9. 

5.10. 

5.11. 

5.12. 

5.13. 

5.14. 

5.15. 

6. Tenglamalarni yeching

6.1. 

6.2. 

6.3. 

6.4. 

6.5. 

6.6. 

6.7. 

6.8. 

6.9. 

6.10. 

6.11.

6.12.

6.13. 

6.14. 

6.15. 

7. Tenglamalarni yeching

7.1. 

7.2. 

7.3. 

7.4. 

7.5. 

7.6. 

7.7. 

7.8. 

7.9. 

7.10. 

7.11. 

7.12. 

7.13. 

7.14. 

7.15. 

8. Tenglamalarni yeching

8.1. 

8.2. 

8.3. 

8.4. 

8.5. 

8.6. 

8.7. 

8.8. 

8.9. 

8.10. 

8.11. **

8.12. 

8.13. 

8.14. 

8.15. 

9. Tenglamalar sistemasini yeching

9.1. 

9.2. 

9.3. 

9.4. 

9.5. 

9.6. 

9.7. 

9.8. 

9.9. 

9.10. 

9.11. 

9.12. **

9.13.**

9.14. **

9.15. **

9.16. **

9.17. **

9.18. **

10. Parametr qatnashgan tenglamalarni yeching

10.1. 

10.2. , 

10.3. 

10.4. 

10.5. 

10.6. 

10.7. 

10.8. 

10.9. 

10.10. 

10.11. 

10.12. 

10.13. 

10.14. 

10.15. 

11. Tengsizliklarni yeching

11.1. 

11.2. 

11.3. 

11.4. 

11.5. 

11.6. 

11.7. 

11.8. 

11.9. 

11.10. 

11.11. 

11.12. 

11.13. 

11.14. 

11.15. 

12. Modul qatnashgan tengsizliklarni yeching

12.1. 

12.2. 

12.3. 

12.4. 

12.5. 

12.6. 

12.7. 

12.8. 

12.9. 

12.10. 

12.11.

12.12. 

12.13. 

12.14. 

12.15. *k* ning qanday qiymatida tengsizlik *x* ning ixtiyoriy qiymatida o’rinli bo’ladi: 

13. Irratsional tengsizliklarni yeching

13.1. 

13.2. 

13.3. 

13.4. 

13.5. 

13.6. 

13.7. 

13.8. 

13.9. 

13.10. 

13.11.

13.12. 

13.13. 

13.14. 

13.15. 

14. Logarifmik tengsizliklarni yeching

14.1. 

14.2. 

14.3. 

14.4. 

14.5. 

14.6. 

14.7. 

14.8. 

14.9. 

14.10. 

14.11.

14.12. 

14.13. 

14.14. 

14.15. 

15. Ko’rsatkichli tengsizliklarni yeching

15.1. 

15.2. 

15.3. 

15.4. 

15.5. 

15.6. 

15.7. 

15.8. 

15.9. 

15.10. 

15.11. 

15.12. 

15.13. 

15.14. 

15.15. 

16. Funksiya grafiklarini yasang. (hosila yordamisiz)

16.1. 

16.2. 

16.3. 

16.4. 

16.5. 

16.6. 

16.7. 

16.8. 

16.9. 

16.10. 

16.11. 

16.12. 

16.13. 

16.14. 

16.15. 

17. Masalalarni tenglamalar tuzish yordamida yeching

17.1. Traktor 4 metr yurgandan so’ng uning old g’ildiragi orqasidagidan *b* ta ortiq aylanib chiqadi. Orqa g’ildirak aylanasi oldidagining aylanasidan *c* metr uzun bo’lsa, har birining uzunligini toping.

17.2. Sport maydonchasi to’g’ri to’rtburchak shaklida bo’lib, uning bo’yi enidan ***b*** metr ortiq, maydoncha kengligi ***a*** metr bo’lgan yo’lka bilan o’ralgan. Agar sport maydonchasining yuzi uni o’ragan yo’lkaning yuziga teng bo’lsa, maydonchaning o’lchamlarini toping.

17.3. Ichida suvi bo’lgan idishdan 1***l*** suv to’kib tashlandi va 1***l*** kislota qo’shildi. So’ngra 1***l*** aralashma to’kib tashlanib 1***l*** kislota qo’shildi va hokazo. Bu jarayon 20 marta takrorlanganidan so’ng, idishdagi aralashmaning yarmi suvdan va yarmi kislotadan iboratligi ma’lum bo’ldi. Dastlab idishda qancha suv bor edi?

17.4. Kater dastlab ko’lda ***a*** km suzdi, keyin esa ko’lga quyiladigan daryo bo’ylab, oqimga qarshi bu masofaning yarmini suzdi. Reys bir soat davom etdi. Daryo oqimining tezligi ***v*** km/soat bo’lsa, katerning tezligini toping.

17.5. Simdan egib yasalgan aylana va to’g’ri chiziq turtburchak bir-biriga shunday qo’yilganki, aylana A va B uchlar orqali o’tib, CD tomonga urinadi. Aylananing diametri 0,2 *m* to’g’ri to’rtburchakning perimetri esa diametrdan *k* marta ortiq. *k* ning faqat mumkin bo’lgan qiymatlari uchun to’g’ri to’rtburchakning tomonlarini toping.

17.6. Ikki kishi pastga qarab harakatlanayotgan metro eskalatoridan bir vaqtda tusha boshladilar, bunda birinchisi ikkkinchisiga qaraganda ikki marta tezroq yurdi. Ulardan biri 60, ikkinchisi esa 40 pog’ona sanadi. Ularga harakatsiz eskalatorda necha pog’onani bosib o’tishga to’g’ri kelar edi?

17.7. G’isht teruvchilar brigadasi 432 m3 g’isht terishni oldi, lekin haqiqatda esa ishga 4 kishi kam chiqdi. Agar har bir g’isht teruvchiga dastlab mo’ljallanganidan 9 m3 ortiq g’isht terishga to’g’ri kelgan bo’lsa, brigadada hammasi bo’lib, nechta g’isht teruvchi bor?

17.8. Umumiy bahosi 225000 so’m bo’lgan ikkita qimmatbaho mo’ynali teri xalqaro auksionda (kim oshdi savdosida) 40% foydasi bilan sotildi. Agar birinchi teridan 25%, ikkinchisidan esa 50% foyda qilingan bo’lsa, har bir terining bahosini aniqlang.

17.9. Ustaga va uning shogirdiga bir xil detallar partiyasini tayyorlash topshirilgan edi. Usta 7 soat, uning shogirdi esa 4 soat ishlaganidan so’ng, ular butun ishning 5/9 qismini bajarganliklari ma’lum bo’ladi. Ular birgalikda yana 4 soat ishlab, butun ishning 1/18 qismini bajarish qolganligini aniqladilar. Shogird yakka o’zi ishlab, butun ishni qancha vaqatda bajarishi mumkin edi?

17.10. Omonatchining jamg’armasiga omonat kassasi bir yildan so’ng 6000 so’m % puli to’ladi. U puliga 44000 so’m qo’shib yana bir yilga qoldirdi. Yil oxirida yana protsent qo’shib hisoblandi va endi omonat puli protsentlari 257500 so’mni tashkil etdi. Omonat necha protsentli ekanligini aniqlang.

17.11.Ikki sonning yig’indisi 23400 ga teng. Birinchi son 15%ga kamaytirilsa, ikkinchi son 10%ga orttirilsa ularning yig’indisi 21890 ga teng bo’lsa, birinchi sonni toping.

17.12. *x* son *y* sonning 50%ini tashkil etadi. *y* son esa *z* sondan 300%ga ko‘p. *x* son *z* sondan necha % ko’p?

17.13. Qanday son qismining qismidan 2 ayrilsa, 6 chiqadi.

17.14. Futbol chepionatidagi komandalarning barchasi bir-biri bilan bir marta o‘ynagandan keyin, hammasi bo‘lib 120 o‘yin o‘tkazildi. Chepionatida nechta komanda qatnashgan?

17.15. Massasi 300gr va konsentratsiyasi 15% bo‘lgan eritma massasi 500gr va konsentratsiyasi 9% bo‘lgan eritma bilan aralashtirildi. Hosil Bo‘lgan eritmaning konsentratsiyasini toping?

2-yozma ish variantlari va uni ishlash namunasi

0-variant

1. ABC uchburchakda ∠A=2∠B bo’lsa, b va c tomonlarga ko’ra ***a*** tomonini toping.

Berilgan: ΔABC, ∠A=2∠B, AC=b, AB=c (-chizma).

Topish kerak: BC=?

Yechish. 1-usul. Kosinuslar va sinuslar teoremalariga ko’ra:



 ni e’tiborga olsak, u holda  bo’lib, . Bundan  va  bo’lib, demak, .

2-usul. Uchburchakning A burchagining AA1 bissektrisasini o’tkazaylik. U holda *ΔABCΔ AA1C* ga ega bo’lamiz.Bundan  yoki  (1) bo’ladi.

Bissektrisa xossasidan:  yoki  bo’lib,  bundan . Buni (1) ga qo’ysak,  bo’ladi.

1. Uchburchak balandliklari teskari qiymatlarining yig’indisi shu uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusining teskari qiymatiga teng, ya’ni:  ekanini isbotlang.

Berilgan: -uchburchak balandliklari, ***r***-ichki chizilgan aylana radiusi (-chizma).

Isbot. Uchburchak yuzi uchun:

 bulardan 

bo’lib,  bo’ladi. Agarda  ni e’tiborga olsak,  ekani kelib chiqadi.

Demak, masala isbot bo’ldi.

1. ABCD to’rtburchakda M, N, P, Q nuqtalar mos ravishda AB, BC, CD, DA tomonlarning o’rtalari. MP va QN lar kesishib, teng ikkiga bo’linishini isbotlang.

Berilgan: ABCD-ixtiyoriy

to’rtburchak, AM=MB, BN=NC,

CP=PD, DQ=QA (-chizma).

Isbot qilish kerak: MO=OP, OQ=QN.

Isbot. 1-usul. M va N nuqtalarni birlashtiramiz. U holda shartga asosan MN ΔABC ni o’rta chizig’i bo’ladi. Demak, AC=2MN va AC ⎢⎢MN.

Xuddi shuningdek, ΔACD va AC=2QP va AC ⎢⎢QP. Bulardan MN=QP va MN ⎢⎢QP.

Demak, qarama-qarshi tomonlari parallel va teng bo’lgan MNPQ parallelogramm bo’lib, uning diagonallari MP va NQ lar kesishib teng ikkiga bo’linadi. Masala isbot bo’ldi.

2-usul. Ixtiyoriy S nuqta va kesmaning o’rtasi uchun quyidagi munosabatlarni yozishimiz mumkin:



Bulardan  (1).

Shunga o’xshash  (2)

1. va (2) larni e’tiborga olib, . Bundan  yoki  bo’lib, *QPNM*-parallelogrammdir.

Demak, *MP* va *NQ* lar kesishib, *O* nuqtada teng ikkiga bo’linadi.

1. Teng yonli trapetsiyada diagonallar o’zaro perpendikulyar bo’lib, o’rta chizig’i ***m*** ga teng. Trapetsiyaning balandligini toping.

Berilgan: *ABCD*-teng yonli trapetsiya,

*AB=CD, AC⊥BD, EF=m* o’rta chizig’i.

Topish kerak: KL=?

Yechish. Trapetsiyaning KL balandligini

Diagonallarning kesishish nuqtasi O orqali

o’tkazaylik. U holda masalaning shartiga ko’ra

*ΔBOC* va *ΔAOD* lar teng yonli to’g’ri burchakli uchburchaklar bo’lib, BK=OK va AL=LO bo’adi.

.

Demak, *EF=KL=m.*

1. Aylanaga ikki parallel urinmalar o’tkazilgan. Aylanaga o’tkazilgan uchinchi urinmaning parallel urinmalar orasida qolgan kesmasi aylana markazidan 900 li burchak ostida ko’rinishini isbotlang.

Berilgan: (0;r)-aylana, C*E* va *BF*

parallel urinmalar, *BC* uchinchi

urinma.

Isbot qilish kerak: ∠COB=900.

Isbot. OC  ∠ECB uchun OB esa ∠FBC uchun

bissektrisa ekanligini e’tiborga olsak:

∠OCB+∠OBC=.

Demak, ∠COB=900.

1. Yuzi ***p*** ga teng bo’lgan uchburchakning asosiga parallel bo’lgan to’g’ri chiziq bu uchburchakdan yuzi *q* ga teng bo’lgan uchburchak ajratadi. Uchta uchi kichik uchburchakning uchlari bilan ustma-ust tushadigan, to’rtinchi uchi esa berilgan uchburchak asosida yotuvchi to’rtburchak yuzini toping.

Berilgan: ΔABC da: ,

AB⎢⎢A1B1, .

Topish kerak: 

Yechish. Uchburchakning CD balandligini

o’tkazaylik, u holda *O=CDA1B1* bo’lsin.

Izlangan to’rtburchak yuzini quyidagicha ifodalaylik:

.

Bu erda  yoki  ekanini e’tiborga olsak, u holda .

Endi  va  lardan  ga ega bo’lamiz. Ammo  edi.

Demak,  yoki  bo’ladi.

Bundan .

Demak, .

7. Trapetsiyaning diagonallari uni to’rt bo’lakka bo’ladi. Yon tomonlariga yopishgan bo’laklarining yuzalari teng ekanligini isbotlang.

Berilgan: ABCD-trapetsiyada AB⎢⎢CD, AC va BD-diagonallar, *ABCD*

(-chizma).

Isbot qilish kerak: .

Isbot. 1. ΔADC va ΔBDC lar umumiy DC asosga va bir balandlikka ega. U holda ularning yuzalari 

Har ikki uchburchak yuzidan ular uchun umumiy bo’lgan ΔDOC yuzini ayirib tashlasak, ya’ni . Bundan . Demak, masala isbot bo’ldi.

2-usul. DOC va AOB uchburchaklarning o’xshash ekanligidan *OC:OA=OD:OB* yoki  bo’ladi. So’nggi tekislikni har ikki tomonini  ga ko’paytirib  ga ega bo’lamiz. Bundan esa .

Demak, masala isbot bo’ldi.

1. ***l1*** va ***l2***  ayqash to’g’ri chiziqlarning umumiy perpendikulyari AB (A∈***l***1, B∈***l***2) berilgan. ***l1*** va ***l2*** to’g’ri chiziqlarda C va D nuqtalar quyidagicha tanlab olingan: AC=2BD va =600. ***l2***va CD to’g’ri chiziqlar o’zaro perpendikulyar ekanligi isbotlansin.

Isbot. ***l1*** to’g’ri chiziqni AB bo’yicha ***l2***to’g’ri chiziq bilan kesishgunga qadar parallel proyeksiyalaylik. Natijada quyidagilar hosil bo’ladi (-chizma):

, AC=BC′=*2a*,

∠C′BD=600, .

Demak, CC′⊥(*l2∪l1′*).

Endi ΔBDC′ ni qaraylik:

C′BD=600, 2BD=BC′. Bundan ∠BC′D=300 bo’lib, yoki C′D⊥BD. Natijada biz quyidagilarga ega bo’ldik: CC′⊥C′D, C′D⊥BD, CC′⊥BD bo’lib, uch perpendikulyar haqidagi teoremaga asosan CD⊥BD, ya’ni: CD⊥*l*2

Demak, masala isbot bo’ldi.

1. Uchburchakli muntazam piramidaning balandligini o’rtasi orqali yon yoqiga parallel qilib kesuvchi tekislik o’tkazilgan. Kesimni yasang, turini aniqlang va yuzini yon yoq yuziga nisbatini toping.

Yechish. Piramida muntazam bo’lganligi

sababli izlangan kesimni ΔEFK

bo’ladi deb faraz qilaylik. Bu

kesimni yasash quyidagicha

bajariladi. SO balandlikning

o’rtasi O1 orqali yon yoqning SD

medianasiga KL⎜⎜SD o’tkazamiz.

K∈AS, L∈AD bo’lib, L orqali

EF⎜⎜BC ni o’tkazamiz.

Bu erda E∈AB va F∈AC. Natijada hosil bo’lgan KEF kesuvchi tekislik yon yoqqa parallel bo’lib, izlangan kesim bo’ladi. Masalaning shartiga ko’ra SCB yoq muntazam uchburchak edi, demak kesim ham muntazam bo’ladi, boshqacha aytganda ΔSCB~ΔKEF bo’lib, o’xshashlik koeffitsiyenti 

Bulardan 

Javob .

10. Asosi AC=70 sm, yon tomoni AB=37 sm bo’lgan teng yonli ABC uchburchak piramidaning asosidan iborat. Piramidaning B uch orqali o’tuvchi qirrasi asos tekisligiga perpendikulyar bo’lib, 16 sm ga teng. piramidaning to’la sirtini toping.

Yechish. Piramidaning yon yoqlari

ΔASB, ΔASC, ΔBSC lardan iborat.

Bulardan ΔASB=ΔBSC bo’lib, ikki

katetiga ko’ra SB⊥AB, SB⊥BC;

 (sm2).

ΔASC-teng yonli.

BD⊥AC yasalishiga ko’ra; SD⊥AC uch perpendikulyar haqidagi teoremaga asosan.

(sm).

(sm).

(sm2).

(sm2).

(sm2).

Javob 1712 sm2.

11. ABCDA1B1C1D1 parallelepipedning barcha qirralarining uzunliklari a ga teng bo’lib, BCD tekis burchagi 600 ga teng bo’lsa, C1B2+C1D2=C1A2 tenglik to’g’ri ekanligi isbotlansin. Isbot.





 (1)



 (2)

 larni e’tiborga olsak, (2) quyidagi ko’rinishga keladi:

 (3)

endi  va  larni va (1) va (3) lardan C1D2+C1B2=C1A2 ekanligi kelib chiqadi.

12. O’tkir burchagi 300 bo’lgan teng yonli trapetsiya o’zining yon tomoni orqali o’tuvchi o’q atrofida aylanmoqda. Agarda trapetsiyaning asoslari 6, 20 sm va yon tomoni 14 sm bo’lsa, aylanishdan hosil bo’lgan jismning sirti topilsin.

Yechish. Trapetsiya o’zining yon tomoni orqali

O’tuvchi OO1 o’q atrofida aylansin. Bunda

katta AB asos ABA1 konusni, kichik CD

asos CDD1 konusni, ikkinchi yon tomon AD

esa ADD1A1 kesik konusni hosil

qiladilar. Aylanma jism sirti ana shu

konuslar yon sirtlaridan tashkil topadi (-chizma).

1)  sm.

 (sm2).

2)  sm.

(sm2);

3)  (sm2).

Natijada aylanma jism sirti  sm2.

Javob  sm2.

13. Konusga shar ichki chizilgan. Konus to’la sirtining shar sirtiga nisbati ularning hajmlarining nisbatlari kabi ekanligini isbotlang.

Yechish. Konusni yasovchisi AC=l,

balandligi CO1=h, asosining

radiusi AO1=R; ichki chizilgan

sharning radiusi OE=OO1=r

bo’lsin. U holda



Bu esa OCE va O1CA uchburchaklarning o’xshash ekanligini tasdiqlaydi.

Demak, masala isbot bo’ldi.

Uchburchaklarda metrik munosabatlar.

* 1. a) To’g’ri burchakli ABC uchburchakning AB gipotenuzasiga uchburchakni qoplamaydigan qilib kvadrat yasalgan. Agarda katetlar yig’indisi a ga teng bo’lsa, C uchdan kvadrat markazigacha bo’lgan masofani toping.

b) Muntazam uchburchak aylanaga ichki chizilgan. Aylanaga tegishli ixtiyoriy nuqtadan shu uchburchak uchlarigacha bo’lgan masofalar kvadratlarining yig’indisi o’zgarmas miqdor bo’lib, nuqtaning joylanish o’rniga bog’liq emasligini isbotlang.

1.2. a) Uchburchakning uchlaridan berilgan to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofalar p, q, j ga teng. Uchburchakning og’irlik markazidan shu to’g’ri chiziqqacha bo’lgan masofani toping.

b) Uchburchakning ha balandligi va tashqi chizilgan aylananing A uchiga o’tkazilgan radiusi AB va AC tomonlar bilan teng burchaklar hosil qilishini isbotlang.

1.3. a) Uchburchakning bir uchidan o’tkazilgan balandlik va mediana shu uchga joylashgan burchakni teng uch bo’lakka bo’ladi. Uchburchakning burchaklarini hisoblang.

b) Teng yonli uchburchakning teng B va C burchaklarining bissektrisalari E nuqtada kesishib, davomida uchburchakka tashqi chizilgan aylana bilan D va F nuqtalarda kesishadi. ADEF to’rtburchak romb ekanligini isbotlang.

1.4. a) ABC uchburchakning AC va AB tomonlari uzunliklari b va c ga AA1 medianasining uzunligi  ga teng bo’lsa, A burchakning kattaligini toping.

b) ABC uchburchak tekisligida ixtiyoriy O nuqta berilgan. AOB, BOC va COA uchburchaklarning og’irlik markazlari mos ravishda P, Q va R bo’lsa, ABC va PQR uchburchaklarning og’irlik markazlari N, K va O nuqtalar bir to’g’ri chiziqda yotishini isbotlang.

1.5. a) Teng yonli uchburchakning yon tomoni 20 sm, asosi 24 sm ga teng. uchburchakning medianalari kesishgan nuqtadan bissektrisalar kesishgan nuqtagacha bo’lgan masofani toping.

b) Teng yonli ABC uchburchakning teng AB va BC tomonlarida AE vaCF teng kesmalar olingan. CE=AF ekanini va bular kesishgan nuqta BD bissektrisada yotishini isbotlang.

1.6. a)  li burchakdan tashqarida M nuqta olinib, burchak tomonlariga MA=*n*1, MB=*n*2 va burchak bissektrisasiga MS tik chiziqlar tushirilgan bo’lsa, OS ni toping.

b) ABC uchburchakning tomonlarida P, Q, R nuqtalar shunday olinganki, AP, BQ va CR to’g’ri chiziqlar bir nuqtada kesishadi.  munosabatni tekshiring.

1.7. a) Uchburakning ikki medianasi o’zaro tik. Uchburchakning bu medianalar o’tgan tomonlari *a* va *b* ga teng. Shu uchburchakning tomonlari orasidagi bog’lanishni toping.

b) Agar uchburchakning ikki medianasi o’zaro teng bo’lsa, u holda bu uchburchak teng yonli bo’lishini va aksincha, agar uchburchak teng yonli bo’lsa, u holda uning ikkita medianasi teng bo’lishini isbotlang.

1.8. a) Berilgan M nuqtani uchburchakning uchlaridan uzoqligi *m, n, p* ga teng. Agar uchburchakning tomonlari *a, b, c* ga teng bo’lsa, berilgan nuqtaning shu uchburchak og’irlik markazidan uzoqligini toping.

b) ABC uchburchakda bissektrisalar kesishgan nuqtadan BC tomonga parallel to’g’ri chiziq utkazilgan, u AB tomonni B1 nuqtada va AC tomonni C1 nuqtada kesadi. B1C1=BB1+CC1 bo’lishini isbotlang.

1.9. a) Uchburchakning ikkita tomonlarining uzunliklarining nisbati uchga ular orasidagi burchak esa α ga teng. shu burchakning bissektrisasi bilan unga qarshi yotgan tomon orasidagi burchakni toping.

b) ABC uchburchakda ∠A=300, ∠B=500 . Uchburchakning tomonlari uchun *c2-b2=ab* munosabat o’rinli ekanligini isbotlang.

1.10. a) Agar AC+CD=*m* va AB-BD=*n* lar ma’lum bo’lsa, ABC uchburchakning AD bissektrisasini toping.

b) To’g’ri burchakli uchburchakda to’g’ri burchakning bissektrisasi mediana va balandlik tashkil etgan burchakni teng ikkiga bo’lishini isbotlang.

1.11. ABC to’g’ri burchakli uchburchakda o’tkir burchaklardan AD va BK bissektrisalar o’tkazilgan. Agar AB2=2AD·BK bo’lsa, uchburchakning burchaklarini toping.

1.12. Teng yonli uchburchakda teng bo’lmagan balandliklari yig’indisi *l* ga teng. Uchidagi burchagi *α* bo’lsa, yon tomonini toping.

1.13. Uchburchak tomonlari 13,14,15 bo’lsa, eng uzun bissektrisasi bissektrisalar kesishish nuqtasida qanday uzunlikdagi kesmalarga ajraladi.

1.14. Uchburchak tomonlari 13,14,15. Markazi 14 li tomonda va qolgan tomonlarga urinuvchi yarim aylana 14 li tomonni qanday uzunlikdagi kesmalarga ajratadi.

1.15. Ixtiyoriy uchburchak uchun  ni isbotlang.

To’rtburchaklar va ko’pburchaklar

2.1. a) Ikki teng (0;r) va (01;r) aylanalar bir-birining markazidan o’tadi. Aylanalarning umumiy qismiga kvadrat ichki chizilgan. Shu kvadratning tomonini toping.

b) Trapetsiya diagonallarining o’rtalarini birlashtiruvchi kesma asoslarga parallel va ular ayirmasining yarmiga teng bo’lishini isbotlang.

2.2. a) R radiusli yarim aylanaga tomonlari AB=2R, CB=R, AD=R bo’lgan ABCD to’rtburchak ichki chizilgan. CD tomonga A uchdan AA1 B uchdan BB1 perpendikulyarlar tushirilgan. A1V1 kesmaning uzunligini toping.

b) Qarama-qarshi tomonlari parallel bo’lmagan to’rtburchakda diagonallarning o’rtalari hamda bir juft qarama-qarshi tomonlarining o’rtalari parallelogrammning uchlari bo’lishini isbotlang.

2.3. a) Aylanaga ichki chizilgan ABCD to’rtburchakda bo’lsa, BC ning uzunligini toping.

b) ABCD to’rtburchakda M, N, P va Q nuqtalar AB, BC, CD va DA tomonlarning o’rtalari. MP va NQ kesmalar kesishish nuqtasi O da teng ikkiga bo’linishini hamda ixtiyoriy S nuqta uchun  tenglik to’g’ri bo’lishini isbotlang.

2.4. a) Yarim aylanaga tomonlari AB=BC=2√5 sm, CD=6 sm bo’lgan ABCD to’rtburchak ichki chizilgan. Agar AD yarim aylananing diametri bo’lsa, uning uzunligini toping.

b) ABCD to’rtburchakda K, L, M, N nuqtalar mos ravishda tomonlarning o’rtalari, ϕ-diagonallar orasidagi burchak.  munosabat to’g’riligini isbotlang.

2.5. a) Tomonlari AB=6 sm, AC=4 sm, BC=5 sm bo’lgan ABC uchburchakning AC tomonida AK=3 sm, AB tomonida AL=2 sm bo’lgan kesmalar ajratilgan. BLKC to’rtburchakning perimetri va uning diagonallaridan yasalgan to’g’ri to’rtburchak yuzini toping.

b) Qavariq to’rtburchakning uchlaridan uning diagonallariga perpendikulyarlar tushirilgan. Shu perpendikulyarlar asoslari hosil qilgan to’rtburchak berilgan to’rtburchakka o’xshash ekanligini isbotlang.

2.6. a) To’g’ri burchakli trapetsiyaga ichki chizilgan doiraning markazi uning yon tomonlari uchlaridan 1 sm va 2 sm narida yotadi. Bu trapetsiyaning yuzini toping.

b) Qavariq beshburchak diagonallarining yig’indisi perimetrdan katta, lekin ikkilangan perimetridan kichik bo’lishini isbotlang.

2.7. a) Teng yonli trapetsiyaning asoslari 16 sm va 12 sm, balandligi esa 14 sm ga teng. Trapetsiyaga tashqi chizilgan doiraning yuzini aniqlang.

b) ABCD parallelogrammning A uchidan BD diagonalni K nuqtada CD tomonni F nuqtada, BC tomonning davomini Q nuqtada kesuvchi nur chiqarilgan. KA2=KP⋅KQ tenglikni isbotlang.

2.8. a) ABCD romb berilgan. Uning diagonallari 3 sm va 4 sm ga teng. B o’tmas burchakning uchidan BE va BF balandliklar o’tkazilgan. BFDE to’rburchakning yuzini hisoblang.

b) Trapetsiya diagonallari kvadratlarining yig’indisi uning yon tomonlari kvadratlari bilan asoslari ko’paytmasining ikkilanganining yig’indisiga teng bo’lishini isbotlang.

2.9. Trapetsiyaning asoslari *a* va *b* ga teng. Trapetsiya yuzini teng ikkiga bo’luvchi va asoslariga parallel bo’lgan kesmaning uzunligini aniqlang.

2.10. B1, B2, B3, B4, B5, B6, B7, B8 nuqtalar mos ravishda A1…A8 sakkizburchak tomonlarining o’rtalari. M, N, P, Q nuqtalar mos ravishda B1B3, B3B5, B5B7, B7B1 kesmalarning o’rtalari. MN=PQ va MN⎜⎜PQ ekanligini isbotlang.

2.11. Teng yonlitrapetsiyaning yuzi Q ga teng, uning diagonallari esa o’zaro perpendikulyardir. Trapetsiyaning balandligini aniqlang.

2.12. ABCDEF qavariq oltiburchakda barcha ichki burchaklar teng. AB-DE=FE-BC=DC-FA munosabatni isbotlang.

2.13. Agar trapetsiyaga ichki va tashqi aylanalar chizish mumkin bo’lsa, trapetsiyaning balandligi uning asoslarining o’rta geometrigiga tengligini isbotlang.

2.14. Teng yonli trapetsiyaning asoslari *a* va *b*, o’tkir burchagi *α* bo’lsa, unga tashqi chizilgan aylananing radiusini toping.

2.15. Kosinuslar teoremasini Ptolomey teoremasi orqali isbatlang?

Aylana va doira

3.1. A nuqtada tashqi urinuvchi ikki O va O1 aylanalarga (BC) umumiy urinma o’tkazilgan. B va C lar urinish nuqtalari bo’lsa, ∠BAC ni toping.

3.2. Ikki aylana A va B nuqtalarda kesishadi. A nuqtadan (MAN) va B nuqtadan (PBQ) kesuvchilar o’tkazilgan. (M, P va N, Q lar alohida aylanalarda yotadi). MP va NQ kesmalar parallel ekanligini isbotlang.

3.3. Tashqi urinuvchi ikki aylanaga (radiuslari R va r) umumiy tashqi urinma o’tkazilgan va urinish nuqtalari orasidagi kesmalar diametr qilib aylana chizilgan. Shu aylananing ikki aylana markazlari orqali o’tuvchi chiziqqa urinishini isbotlang hamda radiusini toping.

3.4. Radiuslari R va r bo’lgan ikki aylananing tashqi urinmasi ichki urinmasidan ikki marta uzun. Shu aylanalar markazlari orasidagi masofani toping.

3.5. R va r radiusli aylanalar ichki urinadi. Bu aylanalarga va ularning markazlar chizig’iga urinuvchi uchinchi aylananing radiusini toping.

3.6. Teng yonli uchburchakka ichki chizilgan aylana radiusining tashqi chizilgan aylanasi radiusiga nisbati k ga teng. Uchburchakning asosidagi burchagini kosinusi topilsin.

3.7. R radiusli aylanaga diagonallari E nuqtada AE:EC=2:3 kabi nisbatda bo’linuvchi ABCD to’rtburchak ichki chizilgan. Agar ABC teng tomonli uchburchak bo’lsa, CD tomon topilsin.

3.8. O’tkir burchakli uchburchakning balandliklarining asoslari yangi uchburchak tashkil etadi. Berilgan uchburchakning balandliklari yangi uchburchak uchun bissektrisa bo’lishi isbotlansin.

3.9. Agar to’g’ri burchakli uchburchakka tashqi va ichki chizilgan aylanalar radiuslarini nisbati  ga teng bo’lsa, uning o’tkir burchaklarini toping.

3.10. Ikkita aylana A nuqtada tashqi ravishda urinadi. Agar A nuqta bilan umumiy tashqi urinmalardan birining urinish nuqtalarini tutashtiruvchi vatarlar 6 sm va 8 sm ga teng bo’lsa, bu aylanalarning radiuslarini toping.

3.11. Tomonlari 36 va 48 sm bo’lgan to’g’ri to’rtburchak diagonal o’tkazilib ikkita uchburchaklarga bo’lingan va har biriga aylanalar ichki chizilgan. Aylana markazlari orasidagi eng qisqa masofani toping.

3.12. Aylanadan tashqaridagi P nuqtadan aylanaga ikkita kesuvchi o’tkazilgan. Kesuvchilar aylanada mos ravishda A va B, C va D nuqtalarni hosil qilsin. PA·PB=PC·PD ni isbotlang.

3.13. Aylanadan tashqaridagi P nuqtadan aylanaga ikkita PA urinma va kesuvchi o’tkazilgan. Kesuvchi aylanada mos ravishda C va D nuqtalarni hosil qilsin. PA·PA=PC·PD ni isbotlang.

3.14. Aylananing AB va CD vatarlari P nuqtada kesishadi. PA·PB=PC·PD ni isbotlang.

3.15. Aylanadan tashqaridagi P nuqtadan aylanaga ikkita kesuvchi o’tkazilgan. Kesuvchilar aylanada mos ravishda A va B, C va D nuqtalarni hosil qilsin. Kesuvchilar orasidagi burchak ekanini isbotlang.

Tekis figuralarning yuzalari

4.1. a) Teng yonli uchburchakning yon tomoni *a* ga, asosi *b* ga teng. Shu uchburchakka ichki chizilgan aylana uning tomonlariga E, F, K nuqtalarda urinadi. EFK uchburchakning yuzini toping.

b) Qavariq to’rtburchakning har bir diagonalining o’rtasidan ikkinchi diagonaliga parallel qilib to’g’ri chiziq o’tkazilgan. Bu to’g’ri chiziqlarning kesishish nuqtasi to’rtburchak tomonlarining o’rtalari bilan tutashtirilgan. Hosil bo’lgan to’rtta figuralar tengdosh ekanligini isbotlang.

4.2. a) To’g’ri burchakli uchburchakka ichki chizilgan aylananing gipotenuzaga urinish nuqtasi uni uzunliklari *m* va *n* bo’lgan bo’laklarga bo’ladi. Uchburchakning yuzini toping.

b) Yuzi S bo’lgan qavariq oltiburchak berilgan. Uning bir uchidan chiquvchi diagonallari orasida shundayi borki, u ajratgan uchburchak yuzi  dan katta bo’lmasligini isbotlang.

4.3. a) Teng yonli ABC uchburchakning AC asosiga yopishgan burchagi α. Shu uchburchakka ichki chizilgan aylana uning tomonlariga E, F, K nuqtalarda urinadi.  ni toping.

b) Asoslari AD va BC bo’lgan trapetsiyaga O markazli aylana ichki chizilgan.  bo’lishini isbotlang.

4.4. a) ABC uchburchakda ∠A=600, AB:AC=3:2, AB va AC tomonlarda BE=EF=FC shartni qanoatlantiruvchi E va F nuqtalar olingan.  ni toping.

b) To’g’ri burchakli trapetsiyaga aylana ichki chizilgan. Trapetsiyaning yuzi asoslarining ko’paytmasiga teng ekanligini isbotlang.

4.5. Trapetsiya asoslarining nisbati *m:n* kabi. Trapetsiyaning diagonallari uni to’rt bo’lakka bo’ladi. Shu bo’laklar yuzlarining nisbatini toping.

4.6. ABC uchburchakda ∠BAC=600, BD=m, DC=n bo’lib, D nuqta BC bilan uchburchakka ichki chizilgan aylananing kesishgan nuqtasi.  ni toping.

4.7. a) Medianalarining uzunliklari 12, 15, 21 sm bo’lgan uchburchakning yuzini toping.

b) ABC uchburchakda BB1=AC shart bilan AB ning davomiga, AA1 = BC shart bilan CA ning davomiga BB1, CC1, AA1 kesmalar qo’yilgan.  bo’lishini isbotlang.

4.8. Teng yonli, to’g’ri burchakli uchburchak o’z katetining o’rtasi atrofida 450 ga burilgan. Ikkala uchburchaklar umumiy qismi yuzining berilgan uchburchak yuziga nisbatini toping.

4.9. ABC uchburchakning *a, b, c* tomonlari va S yuzi uchun 

munosabat o’rinli bo’lsa, A burchakning kattaligini toping.

4.10. Parallelogrammning tomonlari *a* va *b*, diagonallari orasidagi o’tkir burchagi α. Parallelogrammning yuzini toping.

4.11. ABCD to’rtburchak berilgan. B, C, D uchlar asosida DBCM parallelogramm yasalgan bo’lsa,  ekanini isbotlang.

4.12. Asosi trapetsiyaning bir yon tomonidan iborat, uchi esa ikkinchi yon tomonning o’rtasida yotuvchi uchburchakning yuzi trapetsiya yuzining yarmiga tengligini isbotlang.

4.13. Uchburchakka ichki chizilgan r radiusli aylanaga uchburchak tomonlariga parallel qilib urinmalar o’tkazilgan. Hosil bo’lgan uchburchaklarga r1, r2, r3 radiusli aylanalar ichki chizilgan. r1+r2+r3=r ekanini isbotlang.

4.14. Yuzi S, tomonlari *a, b, c, d* bo’lgan to’rtburchak berilgan.  bo’lishini isbotlang.

4.15. Tomonlari a, b, c ga teng bo’lgan uchburchakning yuzi S ga teng.  ekanini isbotlang.

Fazoda nuqta, to’g’ri chiziq va tekisliklarning o’zaro joylashuvi

5.1. Bir tekislikda yotmagan AB va CD kesmalar berilgan. M va N mos ravishda bu kesmalarning o’rtalari bo’lsin.  ekanini isbotlang.

5.2. T tekislikda ∠BAC=600 berilgan. D nuqta A uchdan 25 sm, AB tomondan 7 sm, AC tomondan 20 sm masofada joylashgan. D nuqtadan T tekislikkacha bo’lgan masofani toping.

5.3. Parallalogrammning uchta uchidan T tekislikkacha bo’lgan masofalar *a, b, c*. To’rtinchi uchidan T tekislikkacha bo’lgan masofani toping (mumkin bo’lgan hollarni qarang).

5.4. Parallel tekisliklar orasida joylashgan ikki kesma uzunliklarining nisbati 2:3, tekisliklarning biri bilan hosil qilgan burchaklarining nisbati 2:1. Shu burchaklarning kattaligini toping.

5.5. T va T1 tekisliklar 450 li burchak tashkil etadi. To’g’ri burchakli ABC (∠C=900) uchburchakning A va B uchlari  ga tegishli, C∈T. agar AB=*a*, ∠BAC=300 bo’lsa, C nuqtadan T1 gacha bo’lgan masofani toping.

5.6. S∈*l* va *l*⎜⎜T, CH⊥T va H∈T. D∈T shunday olinganki,  va . *l* va CD to’g’ri chiziqlar orqali o’tuvchi tekislik orasidagi burchakni toping.

5.7. To’rtburchakning qarama-qarshi tomonlarining o’rtalarini va diagonallarining o’rtalarini birlashtiruvchi uchta kesma bir nuqtada kesishib, shu nuqtada teng ikkiga bo’linishini isbotlang.

5.8. Oltiburchakning qarama-qarshi tomonlari parallel va teng. uning barcha tomonlarining o’rtalari bir tekislikda yotishini isbotlang.

5.9. Uch yoqli burchakda uchala bissektrial yarim tekisliklar bir to’g’ri chiziq orqali o’tishini isbotlang.

5.10. Uch yoqli burchakning tekis burchaklari 600, 600, 900. Burchakning qirralaridan OA=OB=OC kesmalar olingan. Tekis burchagi 900 bo’lgan yoq bilan ABC tekislik orasidagi burchakni toping.

Fazoviy figuralarda kesimlar

6.1. Kubning qirrasi *a* ga teng. Ustki va ostki qarama-qarshi qirralarining o’rtalaridan hamda biror yon qirrasining o’rtasidan o’tadigan tekislik yasang. Hosil bo’lgan shaklning turini aniqlang va uning yuzini hisoblang.

6.2. Kubning qirrasi *a* ga teng. Kubning markazidan o’tuvchi va ikki qo’shni yoqning ikki diagonaliga parallel bo’lgan tekislik kesimini yasang. Hosil bo’lgan shaklning turini aniqlang va yuzini toping.

6.3. Kubning qirrasi *a* ga teng. Kub diagonaliningbiror nuqtasidan shu diagonalga perpendikulyar tekislik o’tkazilgan. Bu tekislikning kub qirrasi bilan kesishishi natijasida hosil bo’ladigan shaklning turini aniqlang.

6.4. ABCA1B1C1 uchburchakli muntazam prizmaning balandligi *h* ga, asosining tomoni *b* ga teng. A, B1 va E∈CC1 nuqtalar orqali ∠AEB1= shart bilan kesuvchi tekislik o’tkazilgan. Hosil bo’lgan shaklning yuzini toping.

6.5. Uchburchakli to’g’ri prizmaning asosi katetlari *a* va *b* bo’lgan to’g’ri burchakli uchburchakdan iborat. Prizmaning yon qirralarini kesib o’tuvchi tekislik kesimda teng tomonli uchburchak hosil qiladi. Shu uchburchakning tomonini toping.

6.6. Muntazam tetraedrda AD qirraning o’rtasidan BC qirraga parallel qilib o’tkazilgan tekislik ABC yoqni  burchak ostida kesib o’tadi. Tetraedrning qirrasi *a* ga teng bo’lsa, kesim yuzini toping.

6.7. Uchburchakli muntazam piramidaning yon qirrasi 2*b* ga, asosining tomoni *b* ga teng. Yon qirraning o’rtasidan unga perpendikulyar qilib tekislik o’tkazilgan. Hosil bo’lgan kesim yuzini toping.

6.8. DABC piramidaning DA qirrasi asos tekisligiga perpendikulyar. A uchdan BC ga parallel va DBC yoqqa perpendikulyar tekislik o’tkazilgan.  bo’lsa, kesim yuzini toping.

6.9. To’rtburchakli piramida yon yog’ining yuzi Q ga teng. Shu yoqqa parallel va asos tomonini 3:1 nisbatda bo’lib o’tuvchi tekislik o’tkazilgan. Kesim yuzini toping.

6.10. Oltiburchakli muntazam piramidada asosning markazi orqali yon yoqqa parallel qilib tekislik o’tkazilgan. Hosil bo’lgan kesim yuzining yon yoq yuziga nisbatini toping.

Ko’pyoqliklar

7.1.a) Parallelepipedning bir uchidan chiquvchi uchta qirraning uzunliklari *a, b, c* ga teng. Birinchi ikki qirra o’zaro perpendikulyar bo’lib, uchinchi qirra bularning har biri bilan *α* burchak tashkil etadi. Parallelepiped hajmini toping.

b) ABCD uchburchakli piramidaning D uchidagi barcha tekis burchaklari to’g’ri. DH=h piramidaning balandligi. Yon qirralarining uzunliklari *a, b, c* bo’lsa,  bo’lishini isbotlang.

7.2. a) ABCDA1B1C1D1 parallelepiped berilgan bo’lib, bunda: AB=*a*, BC=c, BB1=*b*, ∠ABC=β, ∠ABB1=γ, ∠B1BC=α bo’lsa, BD1va AC1 larni toping.

b) ABCD uchburchakli piramidaning D uchidagi ADB tekis burchagi to’g’ri. DH-piramidaning balandligi. ∠DAH=α, ∠DBH=β, ∠AHB=ϕ bo’lsa, cosϕ=-tgα⋅tgβ ekanligini isbotlang.

7.3. a) To’g’ri burchakli parallelepipedning diagonali uning uchlaridan chiquvchi ikki qirrasi bilan α va β burchak hosil qiladi. Bu qirralardan o’tib, diagonalda kesishuvchi ikki tekislik hosil qiladigan chiziqli burchakning kosinusini toping.

b) Uchburchakli piramidaning uchidagi tekis burchaklari to’g’ri bo’lsa, u holda asos yuzining kvadrati yon yoqlari yuzlari kvadratlarining yig’indisiga teng ekanligini isbotlang.

7.4. a) To’g’ri burchakli parallelepipedning asosi to’g’ri to’rtburchak bo’lib, kichik tomoni *a* ga, diagonallari orasidagi burchak 600 ga teng. Agar asosning katta tomoni yon qirraga teng bo’lsa, parallelepipedning hajmini toping.

b) DABC muntazam tetraedrda o’rtasi O nuqta bo’lgan DH balandlik tushirilgan. OA, OB, OC kesmalar o’zaro perpendikulyar ekanligini isbotlang.

7.5. a) To’g’ri burchakli parallelepipedning diagonali 13 sm, yon yoqlarining diagonallari esa  sm va  sm. parallelepipedning hajmini toping.

b) Tetraedrning ikkita qarama-qarshi qirralarining o’rtalari orqali o’tuvchi tekislik shu tetraedrni ikkita tengdosh figuraga ajratishini isbotlang.

7.6. a) *a, b, c* qirralari bir-biri bilan *α, β, γ* burchaklar hosil qiluvchi parallelepiped hajmini toping.

b) Muntazam tetraedrni tekislik bilan shunday kesish mumkinki, natijada kesimda kvadrat hosil bo’ladi. Isbotlang.

7.7. a) Uchburchakli muntazam piramidaning yon qirrasi asosining balandligiga teng. asosning balandligi va yon qirra orqali o’tuvchi kesimning yuzi Q ga teng bo’lsa, prizmaning hajmini toping.

b) Agar piramidaning yon qirralari asos tekisligi bilan teng burchaklar tashkil qilsa, uning uchi asosiga tashqi chizilgan aylana markaziga proyeksiyalanishini isbotlang.

7.8. a) To’rtburchakli muntazam prizma asosining yuzi Q va hajmi V ga asosan uning to’la sirtini hisoblang.

b) Parallelepipedning bir uchidan chiquvchi uchta yoqning shu uchdan chiquvchi diagonallari o’tkazilgan va shu uchala diagonalni qirra deb olinib, parallelepiped yasalgan. Berilgan parallelepipedda olingan uchga qarshi yotgan uch yangi hosil qilingan parallelepipedning simmetriya markazi ekanligini hisoblang.

7.9. a) Muntazam tetraedrning ikki yog’ining kesishmaydigan balandliklari orasidagi burchakni toping.

b) Parallelepipedning diagonallari kvadratlarining yig’indisi uning barcha qirralari kvadratlarining yig’indisiga teng ekanligini isbotlang.

7.10. a) ABCD tetraedrda AB=CD=13 sm, BC=AD=14 sm, AC=BD=15sm. BC qirradagi ikki yoqli burchak kattaligini toping.

b) ABCDA1B1C1D1 kub berilgan. AB1D1 va BC1D tekisliklar A1C diagonalga perpendikulyar bo’lib, uni teng uch bo’lakka bo’lishini isbotlang.

Aylanma jismlar

8.1. a) Konusning hajmini uning yon sirti S va asosining markazidan yasovchisigacha bo’lgan masofa d orqali ifodalang.

b) Kesik konusning balandligi uning asoslarining diametri orasida o’rta proportsional bo’lsa, u holda bunday kesik konusga sharni ichki chizish mumkin ekanligini isbotlang.

8.2. a) Konus sirtida o’zaro perpendikulyar bo’lgan uchta yasovchi o’tkazish mumkin bo’lsin. Konus sirtining o’q kesimida hosil bo’lgan burchak kosinusini toping.

b) Konusning hajmi uning yon sirti yuzi bilan asosining markazidan yasovchisigacha bo’lgan masofa ko’paytmasining uchdan biriga teng ekanligini isbotlang.

8.3. a) Teng yonli silindrning ustki asosi aylanasining bir nuqtasi pastki asosi aylanasining bir nuqtasi bilan tutashtirilgan bo’lib, bu to’g’ri chiziq asos tekisligi bilan α burchak hosil qiladi. Bu to’g’ri chiziq bilan silindr o’qi orasidagi eng qisqa masofani toping.

b) Har qanday to’g’ri burchakli parallelepipedga tashqi sfera chizish mumkinligini isbotlang.

8.4. a) Konusning α burchak tashkil etuvchi ikki yasovchisi orqali o’tgan tekislik asos tekisligi bilan β burchak tashkil etadi. Kesim yuzi S ga teng bo’lsa, konusning balandligini toping.

b) Uchburchakning navbati bilan o’z tomonlari atrofida aylanishidan hosil bo’lgan konuslar hajmlarining nisbati o’sha tomonlarining nisbatiga teskari proportsional ekanligini isbotlang.

8.5. a) Konus tekislikda yotgan bo’lib, unda o’zining qo’zg’almas uchi atrofida dumalaydi. Bunda konusning balandligi berilgan konus yoyilmasiga o’xshash bo’lgan sirt chizadi. Shu sirt yuzining berilgan konus sirti yuziga nisbatini toping.

b) Konus asosining aylanasiga o’tkazilgan urinma urinish nuqtasidan o’tkazilgan yasovchiga tik ekanligini isbotlang.

8.6. a) R radiusli sharda diametri shar radiusiga teng, o’qi shar markazidan o’tuvchi silindrik teshik hosil qilingan. Sharning qolgan bo’lagining hajmini toping.

b) Romb oldin o’zining katta diagonali atrofida so’ngra kichik diagonali atrofida aylanadi. Bunda hosil bo’lgan aylanma jismlar hajmlarining nisbati ular sirtlarining nisbatiga teng ekanligini isbot qiling.

8.7. a) Konus yon sirtining yuzi asosining yuzidan ikki marta katta. Uning o’q kesimining yuzi Q ga teng. konusning hajmini toping.

b) Agar ikki teng konus umumiy balandlikka va parallel asoslarga ega bo’lsa, u holda ularning umumiy bo’lagining hajmi har bir konus hajmining to’rtdan biriga teng bo’lishini isbot qiling.

8.8. a) Radiusi r bo’lgan yarim doiradan konus sirt o’ralgan. Hosil bo’lgan konusning hajmini toping.

b) Konusning hajmi asosi va balandligi o’shanday bo’lgan silindr hajmidan shu silindr yon sirtini uning asosi radiusining uchdan biriga ko’paytmasini ayrilganiga teng ekanligini isbotlang.

8.9. a) Konus yon sirtining yoyilmasi markaziy burchagi 1200 ga, yuzi esa S ga teng bo’lgan sektordan iborat. Bu konusning hajmini toping.

b) To’g’ri prizmaning asosi qarama-qarshi burchaklarining yig’indisi 2d bo’lgan to’rtburchak. Shu prizmaga tashqi sfera chizish mumkin ekanligini isbotlang.

8.10. a) Konusning balandligi h ga teng. Bu konus yon sirti yoyilmasining markaziy burchagi 1200 ga teng bo’lgan sektordan iborat. Konusning hajmini toping.

b) Berilgan ikki sferaga urinuvchi tekislik yo ularning o’xshashlik markazidan o’tishi yo markazlar chizig’iga parallel bo’lishini isbotlang.

Figuralar kombinatsiyasi

9.1. Sharga tashqi chizilgan konusning to’la sirti shar sirtidan n marta katta. Konus yasovchisining asos tekisligi bilan tashkil qilgan burchagini toping.

9.2. Yon yoqlari kvadrat bo’lgan uchburchakli muntazam prizma R radiusli sharga ichki chizilgan. Prizma qirrasining uzunligini toping.

9.3. Tetraedrning qarama-qarshi qirralari o’zaro perpendikulyar. Qarama-qarshi qirralarining o’rtalarini birlashtiruvchi har bir kesma shu tetraedrga tashqi chizilgan sharning radiusiga teng ekanligini isbotlang.

9.4. ABCD tetraedrga r radiusli shar ichki chizilgan. Bu sharlarga urinuvchi va yoqlariga parallel bo’lgan tekisliklar ABCD tetraedrdan to’rtta tetraedr ajratadi. Shu tetraedrlarga ichki chizilgan sharlar radiuslari r1, r2, r3, r4 bo’lsin. r1+r2+r3+r4=2r ekanligini isbotlang.

9.5. Kesik konusning yasovchisi yon sirti yuziga tengdosh bo’lgan doiraning radiusiga teng. bunday kesik konusga sharni ichki chizish mumkinligini isbotlang.

9.6. Uchburchakli muntazam piramidaning balandligi h ga, uchidagi tekis burchagi α ga teng. Piramidaga tashqi chizilgan shar radiusini toping.

9.7. Qirrasi a ga teng bo’lgan kubga silindr quyidagicha ichki chizilgan: silindrning o’qi kubning diagonalida yotadi, silindrning har bir asosi kubning uchta uchi orqali o’tuvchi tekisliklarda yotadi. silindrning yon sirtini toping.

9.8. Shar konusning uchidan o’tib, uning asosiga urinadi. Konusning to’la sirti shar sirtidan ikki marta katta ekanligini isbotlang. Ularning hajmlari qanday nisbatda bo’ladi?

9.9. Qirrasi *a* ga teng bo’lgan muntazam tetraedrga ichki chizilgan teng tomonli silindrning balandligini toping.

9.10. Radiusi R bo’lgan sharga to’rtburchakli muntazam piramida ichki chizilgan. Agar bu piramida asosiga tashqi chizilgan aylananing radiusi r ga teng bo’lsa, piramidaning hajmini toping.

3-yozma ish variantlari va uni

ishlash namunasi

0-variant

1.  funksiyaning davrini toping.

Yechish. 

Natijada,  ga ega bo’lamiz.

Bu funksiyaning davri 

Demak, berilgan funksiyaning davri  ekan.

2.  funksiyaning grafigini chizing.

Yechish. 

Bu funksiyaning grafigini yasash uchun:  
a)  ning grafigini OX o’qi bo’yicha 2 marta siqish orqali  ni grafigini yasab olamiz;

b) So’ng  ning grafigini OY o’qi bo’ylab bir birlik yuqoriga siljitish orqali  ning gafigini hosil qilamiz;

v) Nihoyat,  ning grafigini OY o’qi bo’yicha 2 birlikka siqish natijasida  grafigini yasaymiz.

3. Hisoblang: 

Yechish. Berilgan ifodani keltirish formulalariga ko’ra quyidagicha ajratamiz. U holda . Endi ifodani  ga ko’paytirib hamda bo’lib, 

Javob .

4. Hisoblang: .

Yechish. Teskari trigonometrik funksiyalarning xossasiga ko’ra  ekanini hisobga olib,  belgilashlarni kiritaylik. U holda  bo’ladi.

 da  va  da  ekanligidan

. U holda .

Javob .

5. A, B, C lar uchburchakning burchaklari bo’lsa,  tenglik to’g’ri ekanligini isbotlang.

Isbot.  va  ekanligini e’tiborga olsak, 

6.  tenglikni tekshiring.

Yechish.  bo’lgani uchun  formularlardan foydalansak, va  bo’ladi. U holda  bo’lib, tenglik to’g’ri ekan.

7.  ekanligini isbotlang.

Isbot.  bo’lsin. U holda tgz=x va  bo’ladi. U holda  ekanligini ko’rsatamiz. Haqiqatan ham 

, .

Demak,  tenglik to’g’ri.

1. Tenglikni yeching.

1..

Tenglamadan  o’rniga ni qo’yamiz.

U holda  . Bu erda  deb belgilasak, .

a) . Bunda 



Har ikki yechimni birlashtirib yozsak: 

b)  tenglama yechimga ega emas.

Javob. 

2. Yechim 

Yechish. Keltirish formulasiga asosan 

U holda berilgan tenglamani  shaklda yozamiz. Tegishli shakl almashtirish bajargandan so’ng 

Javob.  bo’lib,. Bundan 

3. 

Yechish. Tenglamaning o’ng va chap tomonlariga  formulani tadbiq qilamiz.

 Bundan

* 1. *k=2n* da *4x=2nπ,* 
  2. 

Javob. 

4. 

Yechish. Bu tenglamani quyidagi tenglamalar birlashmasiga teng kuchli :





Javob. 

1. Parametrga bog’liq  tenglamani yeching.

Yechish.

ekanligini hisobga olsak, 

Belgilash kiritsak,  , bo’lib, va  yoki . Bu yerda  bo’lganda t haqiqiy qiymatlarga ega bo’ladi. Endi p ning qanday qiymatlarida  shart bajarilishini tekshiramiz. 

Demak, t1≤ 1≤t2. Ushbu holda tenglik  bo’lganda bajarilib, t1=t2=1 bo’ladi. Agar  , bo’lsa,  bo’lib,  shartni qanotlantiradi. t1 ning (2) shartni qanotlantirdi. t1 ning (2) shartni bajaruvchi eng kichik qiymati t1=-1 bo’lishi mumkin. U holda 

Demak,  ga teng kuchli bo’lib,  yechimga ega.

 qiymatlarida tenglama yechimga ega emas.

10.  tenglamani yeching.

Yechish. Tenglamani ikkala tomonini tangenisini olamiz. U holda  bo’lib, bundan x1=-2, x2=-1.

Bu ildizlarni tekshirib ko’raylik.

Agar x=-1 bo’lsa: . Demak, tenglik bajarildi. Shu yo’l bilan x=-2 ham yechim bo’lishini aniqlaymiz.

Javob. -2; -1.

1. Tengsizliklarni yeching.

1. .

Yechish. Tengsizlikni chap tomonini soddalashtirib,  ga keltiramiz. Trigonometrik aylanadan foydalanib,

Izlanayotgan yechim ACB ga mos keladi.

Demak, 

Bundan javob.



2. 

Yechish. 



Javob. 

12.  sistemani yeching.

Yechish. 

Bundan  yoki  bo’lgani uchun  Bu erdan  va 

Demak, javob. 

1. Quyidagi funksiyalarning davrini toping.

1.1. .

1.2. 

1.3. 

1.4. 

1.5. 

1.6. 

1.7. 

1.8. 

1.9. 

1.10. 

1.11. 

1.12. 

1.13. 

1.14. 

1.15. 

2. Quyidagi funksiyalarning grafiklarini yasang

2.1. 

2.2. 

2.3. 

2.4. 

2.5. 

2.6. 

2.7. 

2.8. 

2.9. 

2.10. 

2.11. 

3.Hisoblang

3.1. 

3.2. 

3.3. 

3.4. 

3.5. 

3.6. 

3.7. 

3.8.  bu erda 

3.9.  bu erda 

3.10. 

3.11. 

3.12. 

3.13. 

3.14. 

3.15. 

4. Hisoblang

4.1. 

4.2. 

4.3. 

4.4. 

4.5. 

4.6. 

4.7. 

4.8. 

4.9. 

4.10. 

4.11. 

4.12. 

4.13.

4.14. 

4.15. 

5. A, B va C-ixtiyoriy uchburchakning burchak kattaliklari ekanligi ma’lum bo’lsa quyidagilarni isbotlang

5.1. 

5.2. 

5.3. 

5.4. 

5.5. 

5.6. 

5.7. 

5.8. 

5.9.  bu erda 

5.10. Agar  bo’lsa, u holda 

5.11. , bu yerda 

5.12. 

5.13.  bunda 

5.14. 

5.15. 

6. Quyidagi tengliklarni tekshiring

6.1. 

6.2. 

6.3. 

6.4. 

6.5. 

6.6. 

6.7. 

6.8. 

6.9. 

6.10. 

6.11. 

6.12. 

6.13. 

6.14. 

6.15. 

7. Arkfunksiyalar qatnashgan ayniyatlarni isbotlang

7.1. 

7.2. 

7.3. 

7.4. 

7.5. 

7.6. 

7.7. 

7.8. 

7.9. 

7.10 

7.11. 

7.12. Agar  bo’lsa, 

7.13. 

8.Quyidagi tenglamalarni yeching.

8.1. a)  c) 

b)  d) 

8.2. a)  c) 

b)  d) 

8.3. a)  c) 

b)  d) 

8.4. a)  c) 

b)  d) 

8.5. a)  c) 

b)  d) 

8.6. a)  c) 

b)  c) 

8.7. a)  c) 

b)  d) 

8.8. a)  c) 

b)  d) 

8.9. a)  c) 

b)  d) 

8.10. a)  c) 

b)  d) 

8.11. a)  b)

c) d) 

8.12 a)  b) 

c)  d) 

8.13. a)  b) 

c) 

d) 

8.14. a)  b)

c)  d) 

8.15. a)  b) 

c)  d) 

9. Parametrga bog’liq tenglamalarni yeching

9.1. 

9.2. 

9.3. 

9.4. 

9.5. 

9.6. 

9.7. 

9.8. 

9.9. 

9.10. 

9.11. tenglamaning ildizlari -2 va 4 lar orasida joylashgan bo’lsa, *a* ning qiymati qanday oraliqda o’zgaradi?

9.12. tenglamaning haqiqiqy ildizlari nechta?

9.13. tenglamaning ildizlari qarama-qrshi sonlar bo’ladigan *k* ning barcha qiymatlari yig’indisini toping?

9.14. 4 va 5 lar tenglamaning ildizlari bo’lsa, tenglamaning uchinchi ildizi, n va m larni toping.

9.15. k ning qanday qiymatlarida tenglama bitta ildizga ega?

10. Quyidagi arkfunksiyalar qatnashgan tenglamalarni yeching

10.1. 

10.2. 

10.3. 

10.4. 

10.5. 

10.6. 

10.7. 

10.8. 

10.9. 

10.10. 

10.11. 

10.12. 

10.13. 

10.14. 

10.15. 

11. Tengsizliklarni yeching

11.1. a) 

b) 

11.2. a) 

b) 

11.3. a) 

b) 

11.4. a) 

b) 

11.5. a) 

b) 

11.6. a) 

b) 

11.7. a) 

b) 

11.8. a) 

b) 

11.9. a) 

b) 

11.10. a) 

b) 

11.11. a) 

b)

11.12. a)

b) 

11.13. a)

b) 

11.14. a) 

b)

11.15. a) 

b) 

12. Tenglamalar sistemasini yeching

12.1. a)  b) 

12.2. a)  b) 

12.3. a)  b) 

12.4. a)  b) 

12.5. a)  b) 

12.6. a)  b) 

12.7. a)  b) 

12.8. a)  b) 

12.9. a)  b) 

12.10. a)  b) 

12.11. a)  b) 

12.12. a)  b) 

12.13. a)  b) 

12.14. a)  b) 

12.15. a) 

b) 

**EKUB va EKUK**

1) Raqamlari kvadratlarining yig’indisidan 12 ta ortiq bo’lib, raqamlari ko’paytmasining ikkilanishidan 16 ta ortiq bo’lgan ikki xonali sonni toping.

2) Yig’indisi 85 ga, EKUKi 102 ga teng bo’lgan ikkita natural sonni toping.

3) EKUBi 5 ga, EKUKi esa 105 ga teng bo’lgan barcha natural sonlar juftliklarini toping.

4) Kvadratlarining ayirmasi 45 ga teng bo’lgan natural sonlar juftliklarini toping.

5) Yig’indisi 504 ga teng bo’lib, nisbati 6 ga karali bo’lgan ikkita uch xonali soni toping.

6) Shunday uchta soni topingki, bunda birinchi sonning kubi bu sonlar ko’paytmasidan 2 ga ortiq, ikkinchi sonning kubi bu sonlar ko’paytmasida 3 ta kam, uchinchi sonning kubi esa bu sonlar ko’paytmasidan 3 ta ortiq bo’lsin.

7) Ikki xonali son va shu son raqamlarini teskari tartibda yozishdan hosil bo’lgan sonning ko’paytmasi 2430 ga teng. shu sonlarni toping.

8) 4 ga bo’lganda bir qoldiq qoladigan barcha ikki xonali sonlar yig’indisini toping.

9) Ikki xonali sonning shu son raqamlari ko’paytmasiga nisbati 8/3 ga teng. shu ikki xonali sondan, bu son raqamlarini teskari tartibda yozishdan hosil bo’lgan sonning ayirmasi 18 ga teng. Sonni toping.

10) 

**13. Sistematik sonlar ustida amallar**

1. (235)3+(241)5 amalni bajaring va natijani oltilik sanoq sistemasida ifodalang.
2. 2,0123 ni o’nli sanoq sistemasidagi kasrga o’tkazing.
3. (0,04)5+(2,3)4 amalni bajaring va natijani uchlik sanoq sistemasida ifodalang.
4. (12)5+(15)6 amalni bajaring.
5. (33)*x*=18 bo’lsa x ni toping.
6. 0,(23)6 kasrni oddiy kasrga aylantiring.
7. (23)5+(14)6 amalni bajaring va natijani uchlik sanoq sistemasida ifodalang.
8. (856)9∙(10)2 amalni bajaring.
9. (3753)8:(33)4 amalni bajaring.
10. 0,1135 ni o’nli sanoq sistemasidagi oddiy kasrga aylantiring.
11. 5647 ni o’nlik sanoq sistemasiga o’tkazib 7 ga bo’lgandagi natijani toping
12. 1258+657 amalni bajaring va ikkilik sanoq sistemasida ifodalang.
13. AF16 ni sakkizlik sanoq sistemasiga o’tkazib 328 ga bo’lgandagi natijani toping
14. (110110012+768)\*310 ni hisoblang
15. 11,001102-10,111002.

Foydalanilgan adabiyotlar ro’yxati

1. S.I.Novoselov «Spetsialniy kurs elementarnoy algebri» M-1965 g.

2. S.I.Novoselov «Spetsialniy kurs trigonometrii» M-1967 g.

3. Q.S.Jimaniyozov va boshqalar. “matematikadan misol va masalalar yechish metodikasi” o’quv qo’llanma. T. 2014 y.

3. T.R.Tolaganov, A.A.Normatov «Matematikadan praktikum» T. 1989 y.

4. M.I.Skanavi tahriri ostida «Matematikadan tanlov masalalari to’plami». T. 1987 y.

5. A.V.Pogorelov. Geometriya. M.1984 y.

6. Abduhamidov va boshqalar. Algebra va analiz asoslari.Akademik litseylar uchun darslik. І–ІІ qismlar. O’qituvchi, 2005 y.

7. V.N.Litvinenko, A.G.Mordkovich. Praktikum po elementarnoy matematike: Algebra. Trigonometriya: Ucheb.posobie dlya studentov fiz-mat. Spets.ped.intstitutov.-M.: Prosveshenie 1991 g.

8. V.N.Litvinenko, A.G.Mordkovich. Praktikum po resheniy matem.zadach. Geometriya. Ucheb.posobie dlya studentov fiz-mat. Spets.dlya ped.institutov.-M.: Prosveshenie 1987.

9. Гусев В. А. и др. Практикум по элементарной математике: Геометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов И

учителей / В. А. Гусев, В. Н. Литвиненко, А. Г Мордкович.— 2-е изд., перераб. и доп.— М.: Просвещение, 1992.— 352 с.

10. Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: «ABF», 1995 — 352 с.

11.