

7-Amaliy mashg'ulot: Matematik statistika elementlari.

Bosh va tanlanma to'plam.

Bir jinsli ob'ektlar to'plamini bu ob'ektlar xarakterlovchi biror sifat yoki son belgisidan o'rganish talab qilinsin. Masalan, agar biror xil detallar partiyasi bo'lsa, y holda detalning sifat belgisi bo'lib, uning standartligi, son belgisi bo'lib esa detalning o'lchami xizmat qilishi mumkin.

Tanlanma to'plam, yoki oddiy qilib, tanlanma deb tasodifiy ravishda tanlab olingan ob'ektlar to'plamiga aytiladi.

Bosh to'plam deb tanlanma ajratadigan ob'ektlar to'plamiga aytiladi.

To'plam (bosh yoki tanlanma to'plami) hajmi deb, bu to'plamdagi ob'ektlar soniga aytiladi. Masalan, 1000 ta detaldan tekshirish uchun 100 ta detal olingan bo'lsa, u holda bosh to'plam hajmi $N=1000$, tanlanma hajmi esa $n=100$.

Takror tanlanma deb shunday tanlanmaga aytiladiki, bunda olingan ob'ekt (keyingisini olishdan oldin) bosh to'plamga qaytariladi.

Notakror tanlanma deb tanlangan element yana bosh to'plamga qaytarilmaydigan tanlanmaga aytiladi.

Tanlanmanin statistik tasimoti.

Bosh to'plamdan tanlanma olinadi. Bunda x_1 qiymat n_1 marta, x_2 qiymat n_2 marta kuzatilgan va $\sum n_i = n$ bo'lsin. Kuzatilgan x_i qiymatlar variantalar, *variantalarning* ortib borishi tartibida yozilgan ketma-ketligi esa *variation qator* deyiladi. Kuzatishlar soni *chastotalar*, ularning tanlanma hajmiga nisbati $\frac{n_i}{n} = W_i$ esa *nisbiy chastotalar* deyiladi.

Misol. Hajmi 20 bo'lgan tanlanmaning chastotalari taqsimoti berilgan:

X_i	2	6	12
n_i	3	10	7

Nisbiy chastotalar taqsimotini yozing.

Yechish. Nisbiy chastotalarni topamiz. Buning uchun chastotalarni tanlanma hajmiga bo‘lamiz:

$$W_1 = \frac{3}{20} = 0,15; \quad W_2 = \frac{10}{20} = 0,50; \quad W_3 = \frac{7}{20} = 0,35.$$

Nisbiy chastotalar taqsimotini yozamiz:

X_i	2	6	12
W_i	0,15	0,5	0,35

Kontrol qilish: $0,15+0,5+0,35=1$.

Taqsimotning empirik funksiyasi.

Aytaylik, X son belgi chashastotalarining statistik taqsimoti ma'lum bol'lsin, Quyidagicha belgilashlar kiritamiz: n_x - belgining x dan kichik qiymati kuzatilgan kuzatishlar soni; n - kuzatishlarning umumiy soni (tanlanma hajmi).

Ravshanki, $X < x$ hodisaning nisbiy chastotasi $\frac{n_x}{n}$ ga teng. Agar x o'zgaradigan bo'lsa, u holda umuman aytganda, nisbiy chastotasi ham o'zgaradi, ya'ni $\frac{n_x}{n}$ nisbiy chastota x ning funksiyasidir. Bu funksiya empirik (tajriba yo'li) yo'l bilan topiladigan bo'lgani uchun u empirik funksiya deyiladi.

Taqsimotning empirik funksiyasi (tanlanmaning taqsimot funksiyasi) deb har bir x qiymati uchun $X < x$ hodisaning ehtimolini aniqlaydigan $F^*(x)$ funksiyaga aytiladi. Shunday qilib, ta'rifiga ko'ra

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n}.$$

Bu yerda n_x - x dan kichik variantalar soni tanlanma hajmiga bo'lish lozim:

$$F^*(x_2) = \frac{n_{x_2}}{n}.$$

Misol. Tanlanmaning quyida berilgan taqsimoti bo'yicha uning empirik funksiyasini tuzing.

<i>Variantalar</i>	X_{i2}	2	6	10
<i>chastotalar</i>	n_i	12	18	30

Yehilishi. Tanlanma hajmini topamiz: $12+18+30=60$. Eng kichik varianta 2 ga teng, demak,

$$x \leq 2 \text{ da } F^*(x) = 0.$$

$X < 6$ qiymat, xususan, $x_1=2$ qiymat 12 marta kuzatilgan, demak,

$$2 < x \leq 6 \text{ da } F^*(x) = \frac{12}{60} = 0,2.$$

$X < 10$ qiymatlar, jumladan $x_1=2$ va $x_2=6$ qiymatlar $12+18=30$ marta kuzatilgan;

Demak,

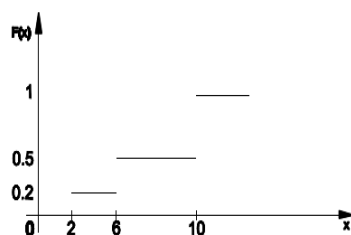
$$6 < x \leq 10 \text{ da } F^*(x) = \frac{30}{60} = 0,5.$$

$X=10$ eng katta varianta bo'lgani uchun

$$x > 10 \text{ da } F^*(x) = 1.$$

Izlanayotgan empirik funksiya:

$$F^*(x) = \begin{cases} x \leq 2 \text{ da } 0; \\ 2 < x \leq 6 \text{ da } 0,2; \\ 6 < x \leq 10 \text{ da } 0,5 \\ x > 10 \text{ da } 1. \end{cases}$$



Bu funksiyaning grafigi chizmada tasvirlangan.

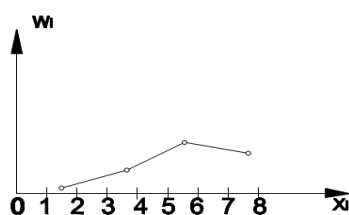
Poligon va gistogramma.

Chastotalar poligoni deb, kesmalari $(x_1, n_1), (x_2, n_2), \dots, (x_k, n_k)$ nuqtalarni tutashtiradigan sinq chiziqqa aytiladi. Poligonni yasash uchun absissalar o'qiga x_i variantalarni, ordinatalar o'qiga esa ularga mos n_i chastotalarni qo'yib chiqiladi. So'ngra nuqtalarni to'g'ri chiziq kesmalari bilan tutashtirib, chastotalar poligoni (x_i, n_i) ni hosil qilinadi.

Nisbiy chastotalar poligoni deb kesmalari $(x_1, W_1), (x_2, W_2), \dots, (x_k, W_k)$ nuqtalarni tutagtiradiga sinq chiziqqa aytiladi. Nisbiy chastotalar poligonini yasash uchun absissalar o'qiga x_i variantalarni, ordinatalar o'qiga esa ularga mos W_i chastotalarni qo'yib chiqiladi. So'ngra hosil bo'lgan nuqtalarni to'g'ri chiziq kesmalari bilan tutashtirib, nisbiy chastotalar poligoni hosil qilinadi.

X	1,5	3,5	5,5	7,5
W	0,1	0,2	0,4	0,3

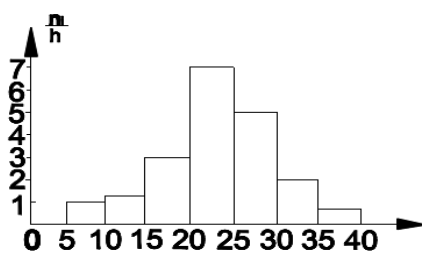
Chizmada ushbu taqsimotni nisbiy chastotalari poligoni tasvirlangan.



Uzluksiz belgi bolan holda gistogramma yasash maqsadga muvofiqdir, buning uchun belgining kuzatiladigan qiymatlarini o'z ichiga olgan intervalni uzunligi h bo'lgan qisman interval uchun $\frac{W_i}{h}$ ni- i - intervalga tushgan variantalar chastotalari yig'indisini topiladi. *Chastotalar gistogrammasi* deb asoslari h uzunlikdagi intervallar, balandliklari esa $\frac{n_i}{h}$ nisbatlarga (chastota zichligi) teng bo'lgan to'g'ri chiziqatdan iborat pog'onaviy figuraga aytiladi.

Chastotalar gistogrammasini yasash uchun absissalar o'qida qisman intervallar, ularning ustida esa $\frac{n_i}{h}$ masofada absissalar o'qiga parallel kesmalar o'tkaziladi.

i -qismaniy to'g'ri to'rtburchakning yuzi $h \cdot \frac{n_i}{h} n_i$ ga, ya'ni i - intervaldagi variantalarning chastotalari yig'indisiga teng; binobarin, chastotalar gistogrammasining yuzi barcha chastotalar yig'indisiga, ya'ni tanlanma hajmiga teng.



Cizmada jadvarda keltirilgan $n=100$ hajimli taqsimot chastotalari gistogrammasi tasvirlangan.

Uzunligi $h=5$ bo'lgan qismaniy interval	n_i interval variantalari chastotalarining yig'indisi	Chastota zichligi $\frac{n_i}{h}$
5-10	4	0,8
10-15	6	1,2
15-20	16	3,2
20-25	36	7,2
25-30	24	4,8
30-35	10	2,0
35-40	4	0,8

Nisbiy chastotalar gistogrammasi deb asoslari h uzunlikdagi intervallar, balandliklari esa $\frac{W_i}{h}$ nisbatga (nisbiy chastota zichligiga) teng bo'lgan to'g'ri to'rtburchaklardan iborat pog'onaviy figuraga aytiladi.

Nisbiy chastotalar poligonini yasash uchun absissalar o'qiga qismaniy intervallarni qo'yib chiqiladi, uarning tepasida esa $\frac{W_i}{h}$ masofa absissalar o'qiga parallel kesmalar o'tkaziladi. i -qismaniy to'g'ri to'rtburchakning yuzi $h \cdot \frac{n_i}{h} n_i$ ga, ya'ni i - intervalga tushgan variantalarning nisbiy chastotalari yigindisiga teng. Demak, nisbiy chastotalar gistogrammasining yuzi barcha nisbiy chastotalar yig'indisiga, ya'ni birga teng.

1. chastotalar taqsimoti ko'rinishda berilgan. Nisbiy chastotalar taqsimotini toping.

x_i	4	7	8	12
n	5	2	3	10

2. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo'yicha uning empirik funksiyasini toping.

x_i	1	4	6
n_i	10	15	25

3. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo'yicha chastotalar poligonini yasang.

X-	2	3	5	6
n_i	10	15	5	20

4. Tanlanmaning quyidagi berilgan taqsimoti bo'yicha nisbiy chastotalar poligonini yasang.

X-	2	4	5	7	10
w_2	0.15	0.2	0.1	0.1	0.45

5. Quyidagi ma'lumotlar asosida empirik funksiyasini toping.

X-	4	7	8
n_i	5	2	3

6.Chastotalar poligonini yasang.

x_i	15	20	25	30	10
n	10	15	30	20	25

7.Nisbiy chastotalar poligonini yasang.

x_i	20	40	65	80
w_2	0.1	0.2	0.3	0.4

