Н.С. БИБУТОВ

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ АСОСЛАРИ

ТОШКЕНТ – 2003

Н.С. БИБУТОВ

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ АСОСЛАРИ

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан олий ўқув юртлари талабалари учун дарслик сифатида тавсия этилган

«Минҳож» нашриёти
ТОШКЕНТ — 2003

30.121
Б 66

Тақризчилар: Бухоро озиқ-овқат ва енгил саноат технологияси институти доценти **Д.Ш. Базарбаева;** Тошкент Давлат Техника Университети доценти **А. Ваҳобов**.

Материаллар қаршилиги конструкция элементларини мустаҳкамликка, бикрликка ва устуворликка муҳандисча ҳисоблаш асосларини ташкил этувчи фан бўлиб, материалларни физик-механик хоссалари, чўзилиш ва сиқилиш, силжиш, буралиш, эгилиш, мураккаб қаршиликда ва эгри стерженлардаги кучланиш ва деформациялар ўрганилади.

Китобда материаллар қаршилигида масалаларни ечиш услуби келтирилган, назарий матнни қисқартириш эвазига ечилаётган масалаларнинг сони кўпайтирилди.

Дарслик қурилиш, транспорт ва машинасозлик мутахассислиги бўйича таълим олаётган бакалаврлар учун мўлжалланган.

Наука о сопротивлении материалов является основой всех инженерных расчетов на прочность, жесткость, и устойчивость элементов конструкций.

В книге изучаются физико-механические свойства материалов, напряжения и деформации при растяжении, сдвиге, кручении, изгибе и при сложном сопротивлении прямых и кривых стержней.

Изучаются законы устойчивости элементов конструкций, а также поведение материалов при действии динамических и переменных нагрузок.

В книге рассматривается методика решения задач по сопротивлению материалов, удалось сократить теоретический материал и увеличить количество примеров решения задач.

Книга предназначена для очных и заочных бакалавров строительных, транспортных и машиностроительных специальностей.

Science about strength of materials is a basis of all engineer calculation for duability, hardness and stadiness of elements of constructions.

The book deals with physical and mechanical properties of the materials, strain and deformation on tension, displacement, bend and on complicated strength of straight and curved rod.

Laws of streadiness of the elements of constructions, and conduct of materials on the action of dynamical and variable loads are studied as well.

Method of solution of tasks on strength of materials is also considered in the book

We managed to shorten theoritical material and increase the number of examples of tasks solution.

The book is intended for the bachelors of day time and extramural departments on the specialitis of construction, transport and machine-building.

ББК 30.121 я73

СЎЗ БОШИ

Халқнинг бой интеллектуал мероси ва умумбашарий қадриятлар асосида замонавий маданият, иқтисодиёт, фан-техника ва технологияларнинг ютуқлари асосида кадрлар тайёрлашнинг мукаммал тизимини шакллантириш Ўзбекистон тараққиётининг муҳим шаклидир, дейилган Кадрлар тайёрлаш миллий дастурида. Бу юксак вазифани амалга ошириш учун ёшларни ҳар томонлама баркамол қилиб тарбиялаш, жаҳон андозалари талабига мос равишда билимли мутахассислар тайёрлаш мақсадга мувофиқдир.

Ўзбекистон Республикаси Вазирлар Маҳкамасининг 1998 йил 24 февралдаги "Академик лицейлар ва касб-ҳунар коллежларини ташкил этиш ва уларнинг фаолиятини бошқариш тўғрисида"ги 77-сонли Қарорида Бухоро озиқ-овқат ва енгил саноат технологияси институти касб-ҳунар коллежлари учун малакали муҳандис-педагог кадрлар тайёрлаш бўйича таянч олий таълим муассасаси қилиб белгиланиши билан бир қаторда Ўзбекистон Давлат стандартига мос замонавий дарсликлар тузиш, ўқиш ва ўқитиш ишларида янгича ёндашув бўлиши зарурлиги ҳам белгилаб берилди.

"Материаллар қаршилиги асослари" тўплами қурилиш, қишлоқ хўжалигини механизациялаш, машинасозлик йўналишларида бакалаврлар тайёрлайдиган олий ўқув юртларининг талабалари учун дарслик сифатида ёзилган.

"Материаллар қаршилиги асослари" дарслигида маърузаларни мустаҳкамлаш учун ҳар бир бобдан кейин масалаларнинг ечими келтирилган. Дарсликни ёзишда ўзбек ва рус тилларидаги мавжуд адабиётлардан [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7] фойдаланилди.

Ушбу дарсликни ёзишда ўзларининг қимматли маслаҳатларини берган Бухоро озиқ-овқат ва енгил саноат технологияси институти "Механика" кафедрасининг мудири профессор М.М. Муродовга ва Тошкент Давлат Техника Университети "Назарий механика ва машина деталлари" кафедрасининг мудири техника фанлари доктори Ш. Шообидовга муаллиф ўз миннатдорчилигини билдиради. Талабалар таълим олаётган мутахассислигига боғлиқ ҳолда айрим мавзулар ёки боблар қисқартирилган ҳажмда ўрганилиши мумкин.

КИРИШ

Ҳозирги замон машинасозлик саноати мураккаб ҳаракат қилувчи, катта қувватли, тезюрар ҳамда юқори сифатли, енгил конструкцияли машина ва механизмларни яратмоқда.

Машина ва иншоотни лойиҳалашда асосий эътибор унинг барча қисмлари ташқи куч ва бошқа факторлар (ҳарорат, юқори босим, катта деформация тезлиги ва ҳ.к.) таъсирида ўз шаклини ва хусусиятини, яъни мустаҳкамлигини таъминлашга қаратилиши зарур.

Мустаҳкамликни таъминлашда машина ёки иншоот қисмининг материали ва кесимини танлаш асосий роль ўйнайди. Кўпинча мустаҳкамликни ошириш учун элементнинг оғирлиги катталаштирилади. Бу ҳолатда ортиқча материал сарфланади ҳамда тежамкорлик жиҳатдан ноқулайдир. Машина ёки иншоот қисмларини ишлаш жараёнига кўра мустаҳкамлик турлича бўлиши мумкин. Масалан, кўп ҳолларда мустаҳкамлик — реал шароитда — узоқ муддатда элементнинг геометрик ўлчами ёки шаклини ўзгартирмаслигини таъминлашга қаратилса, айрим ҳолларда катта куч таъсирида элементларнинг шаклини бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ва яна қайтиб бошланғич ҳолатга ўтишини таъминлашга қаратилади. Масалан, машиналарнинг рессорлари, пружиналар ва ҳ.к.

Машина ва иншоот қисмлари айрим ҳолатларда мустаҳкамлигини йўқотиш натижасида эмас, балки шаклини ўзгартириши натижасида емирилиши мумкин. Масалан, ингичка ва узун стержень сиқувчи куч таъсирида ўз шаклини ўзгартиради, яъни стержень тўғри чизиқли ҳолатини йўқотади. Агар куч аста-секин ўсиб борса, сиқувчи кучни қайсидир қийматида стерженнинг шакли эгри чизиқлигича қолади ёки стержень емирилади. Умуман, сиқувчи куч таъсирида стержень шаклини ўзгартириш жараёни — стержень устуворлигининг йўқотилиши, дейилади. Демак, стерженлар устуворлигини йўқотиши натижасида ҳам емирилиши мумкин экан.

Иншоот ва машина қисмларининг шакли ёки геометрик ўлчами ўзгармаслигини (мустаҳкамлигини ҳисобга олиб) таъминлаш учун унинг бикрлигини ошириш керак. Бикрлик — деформацияланишга мойил эмас, деган маънони билдириб, материалнинг физик-механик хоссасига боғлиқдир.

Демак, **материаллар қаршилиги машина ва иншоот қисмларининг мустаҳкамлигини, устуворлигини ва бикрлигини ҳисоблаш усулларини ўргатувчи фандир.**

Материаллар қаршилиги мустаҳкамлик, устуворлик ва бикрликни элементларнинг деформациясига боғлаб ўрганади. Бу масалалар билан қаттиқ жисмлар механикаси фанининг эластиклик назарияси, пластиклик назарияси, қурилиш механикаси ва ҳ.к. сингари соҳалари ҳам шуғулланади. Материаллар қаршилиги бошқа фанлардан ўзининг амалийлиги билан фарқ қилади, яъни конструкция қисми ташқи кучга бардош берадими-йўқми, мустаҳкамлиги етарлими, бикрлик даражаси қанчалигини фақат назарияда эмас, балки амалиётда, тажрибада синаб кўради. Материаллар қаршилигининг ҳисоблаш ва амалий усуллари математика, физика, кимё, назарий механика, материалшунослик ва шу сингари бир қанча фанларнинг тараққиёти билан боғлиқ равишда жадал ривожланмоқда.

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ ФАНИНИНГ РИВОЖЛАНИШИ ТАРИХИ ТЎҒРИСИДА ҚИСҚАЧА МАЪЛУМОТ

Материаллар қаршилиги фанининг тарихий тараққиётида асосий ўринлардан бирини итальян олими **Г. Галилей** (1564—1642) эгаллайди. У дастлаб стерженларнинг қаршилик кўрсата олишини баҳолаш аналитик равишда ҳисобланиши зарурлигини кўрсатди. Материаллар қаршилиги да эластиклик назариясининг аҳамиятини кўрсатди ва эгри брусларга оид тажрибалар олиб борди.

Материаллар қаршилиги бўйича рус тилида ёзилган биринчи дарслик 1774 йилда **С. Котельников** томонидан яратилди.

Материаллар қаршилигини ривожлантиришда **Д. Журавский** (1821—1891), **Ф. Ясинский** (1856—1899), **Н. Беляев** (1890—1944) ларнинг ҳам ҳиссаси каттадир.

«Материаллар қаршилиги» фанидан ўзбек тилида биринчи дарслик 1973 йилда **М.Т. Ўрозбоев** томонидан чоп этилди.

Кейинги йилларда материаллар қаршилиги соҳасида йирик тадқиқот ва тажрибалар олиб бораётган олимлар сафига А.А. Илюшин, Э.И. Григолюк, В. Федосьев, В. Болотин, В. Писаренко, В. Качурин, Х. Рахматулин, М. Ўрозбоев, К. Мансуров, С. Йўлдошев ва бошқаларни киритиш мумкин.

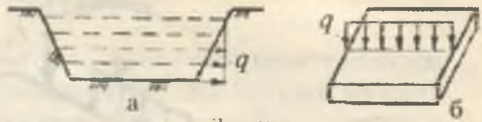
КУЧ ВА КУЧ ТУРЛАРИ

1-расм.

Иншоот ва машина қисмларига таъсир қилувчи кучлар ёки қўйилган юклар ташқи куч бўлади. Ташқи кучлар актив ва реактив кучларга бўлинади. **Актив кучлар** — юк, деб юритилади. Ташқи куч элементларга қўйилиши жиҳатидан тўпланма ёки тақсимланган кучларга бўлинади. Агар юкнинг қўйилиш ўлчамлар конструкция элементи ўлчамларидан жуда кичик бўлса — бундай куч тўпланма куч деб юритилади. Масалан: вагон ғилдирагининг рельсга босими (1-расм). Тўпланма куч Ньютон (Н); килоньютон (кН) ва тонналарда (т) ўлчанади.

Агар юк конструкция қисмининг юзаси ёки узунлиги бўйлаб таъсир қилса, бундай куч тақсимланган куч дейилади.

Бундай кучлар тенг тақсимланган ёки тенг тақсимланмаган кучларга бўлинади. Масалан: элемент узунлиги бўйлаб хусусий оғирлигининг ўзгариши тенг тақсимланмаган кучга мисол бўлади (2-а расм). Тақсимланган куч



2-расм.

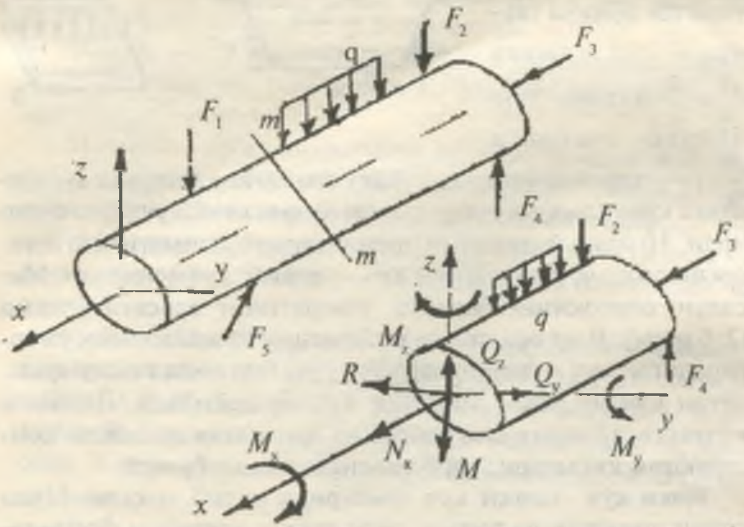
узунлик бўйича таъсир қилса $\frac{Н}{м}; \frac{кН}{м}$ ларда, юза бўйлаб тарқалса $\frac{Н}{м^2}; \frac{кН}{м^2}$ тарзида ўлчанади. Вақт оралиғида ўзгариш хусусиятига кўра ташқи кучлар статик ва динамик кучларга бўлинади. Нолдан ўзининг охирги ўзгармас қийматигача аста-секин силлиқ ўзгарадиган куч — **статик куч** дейилади. Масалан: станокнинг бетонга, иморатнинг асосига босими (2-б расм). Вақт оралиғида ишорасини ва қийматини ўзгартирадиган куч — такрорланувчи куч; бир онда таъсир қиладиган кучлар эса — динамик кучлар дейилади. Динамик кучларга айланма ёки тебранма ҳаракатда ишловчи конструкция қисмлари; зарб таъсири мисол бўлади.

Ички куч ташқи куч таъсирида келиб чиқади. Ички кучни аниқлаш ва топиш учун кесиш усулидан фойдаланамиз.

КЕСИШ УСУЛИ. Қаттиқ жисмнинг мустаҳкамлиги ундаги заррачаларнинг ўзаро тортишиш кучлари билан ифодаланади. Жисмга ташқаридан таъсир кўрсатилса, заррачаларнинг ўзаро тортишиш кучлари (таъсирлари) интенсивлашади (ўзгаради). Ташқи куч таъсирида заррачалар ўзаро таъсирининг интенсивлашишига ички куч дейилади.

Ички кучлар ташқи кучга ва материалнинг физик-механик хоссаларига боғлиқ бўлади. Конструкция қисмларининг мустаҳкамлигини таъминлашда ички куч катта роль ўйнайди.

Берилган ташқи кучлар таъсирида мувозанатда бўлган бруснинг (3-расм) ихтиёрий танланган кесим юзасидаги ички кучларни аниқлаш учун уни шу кесим юзасидан m — m текислиги билан кесиб Б ва В бўлакларга ажратамиз ва В қисмини ташлаб юборамиз. Натижада, бруснинг В қисмида ташлаб юборилган Б бўлакнинг таъсири йўқотилди. Демак, бруснинг В қисмида мувозанат ҳолати бузилди. Ажратилган В қисм мувозанатини таъминлаш учун унинг кесилган юзасига Б қисм таъсирини бош куч вектори $\overline{R}$



3-расм.

ва бош момент вектори $\overline{M}$ кўринишида келтирилиши лозим. Бош куч вектори ва бош момент В қисм учун ички куч ҳисобланади. $\overline{R}$ ва $\overline{M}$ лар XYZ ўқларида учта ташкил этувчиларга бўлиниши мумкин — N_x; Q_y; Q_z; M_x; M_y; M_z.

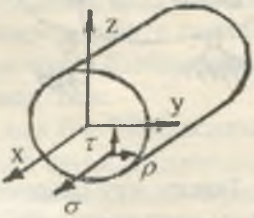
N_x — бўйлама куч, бруснинг бўйлама ўқи бўйлаб йўналган. N_x таъсирида брус чўзилади ёки сиқилади. Q_y; Q_z бруснинг бўйлама ўқига перпендикуляр жойлашганлиги учун кўндаланг ёки кесувчи (силжитувчи) куч дейилади. M_x — буровчи момент бруснинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлади. M_x таъсирида брус буралиш деформациясига учрайди. M_y ва M_z моментлари таъсирида брус эгилади.

N_x, Q_y, Q_z, M_x, M_y, M_z — ички куч факторлари дейилади. Ички куч омилларини топиш учун бруснинг ажратилган қисмидаги барча кучлардан мувозанат шартлари тузилади:

$$\begin{aligned} \Sigma X = 0 \quad & \Sigma Mx = 0 \\ \Sigma У = 0 \quad & \Sigma My = 0 \\ \Sigma Z = 0 \quad & \Sigma Mz = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

КУЧЛАНИШ

Ички кучнинг қиймати ва йўналиши брус кўндаланг кесимининг турли нуқталарида ҳар хил бўлиши мумкин. Кесимнинг маълум нуқтасидаги ёки кесим юзаси бўйлаб ички куч қийматининг тарқалиш қонуниятини аниқлаш учун кучланиш тушунчасини киритамиз:



4-расм.

K — нуқта жойлашган элементар юзанинг тўлиқ кучланиши P шу нуқтага қўйилган ички куч dR нинг элементар юза dAга нисбатига тенгдир:

$$P = \lim_{dA \to \infty} \frac{dR}{dA} \qquad (2)$$

Кучланишнинг ўлчов бирлиги Па (Паскаль).

I ньютон кучнинг 1м² юзага нисбати кучланиш бўлиб, 1 Па га тенгдир.

Тўлиқ кучланиш P ни кўндаланг кесимнинг юзаси бўйлаб иккита тенг тузувчиларга ажратамиз. Кўндаланг кесимнинг нормали бўйлаб йўналган кучланишни нормал кучланиш (σ) деб қабул қиламиз; кўндаланг кесим юзасига уринма ҳолатда йўналган кучланишни уринма кучланиш (τ) деб қабул қиламиз (4-расм). Тўлиқ кучланиш P билан σ ва τ орасидаги боғланиш қуйидагича ифодаланади:

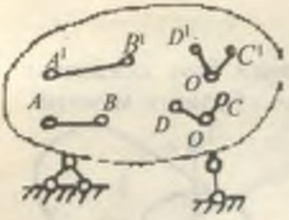
$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2} \qquad (3)$$

ДЕФОРМАЦИЯ ВА КЎЧИШ

Ташқи куч таъсирида жисм ўз шакли ёки геометрик ўлчамини ўзгартирса, бундай ҳолат **деформация** дейилади.

Шакл ўзгариши натижасида (5-расм) A ва B нуқталар орасидаги масофа ΔS га, ОДС бурчак эса О'Д'С' бурчакка ўзгаради.

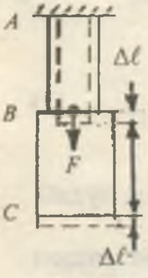
ΔS масофа — A ва B нуқталар оралиғининг бир тўғри чизиқ текислигида ортиши ёки камайиши юз берганлиги



5-расм.

учун чизиқли кўчиш деб юритилади. О нуқта атрофида С ва Д нуқталарнинг ўзаро яқинлашиши ёки узоқлашиши **бурчакли кўчиш** дейилади. Чизиқли ва бурчакли кўчишларнинг бир нуқта атрофидаги комбинацияси шу нуқтанинг деформацияланган ҳолатини аниқлайди.

Ташқи куч таъсирида АВ оралиқнинг деформацияланиши натижасида ВС оралиқ кўчади (6-расм), ВС оралиқ деформацияланмайди. Демак, деформация кўчиш эмас. Деформациялар оддий ва мураккаб турларга бўлинади. **Оддий деформациялар**: чўзилиш ва сиқилиш; силжиш; буралиш; эгилиш.



6-расм.

Мураккаб деформациялар: қийшиқ эгилиш; марказлашмаган чўзилиш ва сиқилиш; буралишнинг эгилиш билан биргаликдаги таъсири ва ҳ.к.

Эластик ва **қолдиқ деформациялар** мавжуд. Ташқи куч таъсири йўқотилгандан кейин бошланғич ўлчамлари ёки шакли тикланган стержень деформацияси — эластик, акс ҳолда қолдиқ деформация бўлади.

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИДА ҚАБУЛ ҚИЛИНГАН ГЕПОТЕЗАЛАР

Конструкция элементларини мустаҳкамликка, устуворликка ва бикрликка ҳисоблашни оддийлаштириш ва соддалаштириш учун материаллар қаршилигида айрим гепотезалар қабул қилинган:

1. Конструкция материали бир жинсли ва ғоваксиз, яъни унинг хоссаси элементнинг шакли ва ўлчамларига боғлиқ эмас деб қаралади.

2. Конструкция материали изотроп, яъни унинг хоссаси барча йўналишда бир хил деб қабул қилинади. Бу чек-

ланиш анизотроп материалларда ишлатилмайди. Масалан, ёғоч.

3. Конструкция материали эластиклик хоссасига эга деб қаралади, яъни ташқи куч таъсири йўқотилганда элемент ўзининг бошланғич шакли ва ўлчамларини қайта тиклайди. Эластик жисм деформацияси фақат кучга боғлиқ бўлиб, кучларнинг қўйилиш тартибига боғлиқ эмас.

4. Конструкция материалининг ҳар бир нуқтасидаги деформация шу нуқтадаги кучланишга тўғри пропорционал деб қаралади. Бу гепотеза **Гук қонуни** дейилади. Бунда кучланиш пропорционаллик чегарасидан катта бўлмаслиги керак.

5. Конструкциянинг деформацияси унинг геометрик ўлчамларига нисбатан кичик миқдор деб қаралади. Бу гепотезадан айрим статик аниқмас масалаларни ечишда фойдаланилади.

6. Конструкцияга қўйилган юклар системасининг таъсири алоҳида юклар таъсирларининг йиғиндисига тенг деб қабул қилинади.

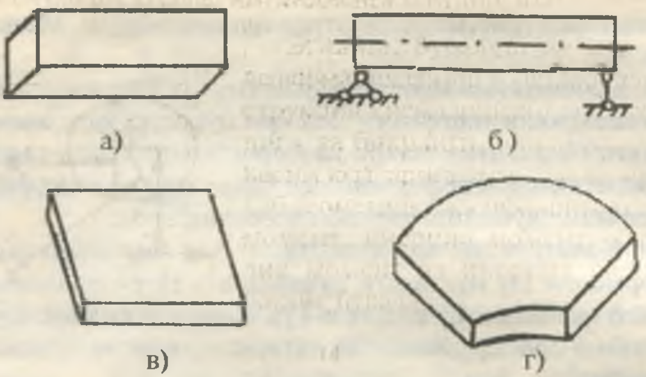
7. Юк қўйилишигача текис бўлган бруснинг кесими юк таъсиридан кейин ҳам текислигича қолади. Бу гепотеза **Бернулли гепотезаси** дейилади.

КОНСТРУКЦИЯ ЭЛЕМЕНТЛАРИ

Амалиётда турли конструкция элементлари брус ёки қобиқ кўринишига келтирилади.

Брус деб, иккита геометрик ўлчами (эни ва қалинлиги) узунлигидан анча кичик бўлган элементга айтилади. Ингичка брус — **стержень** дейилади.

Иккита ва ундан ортиқ таянчларга таянган брусга **балка** дейилади. Ўзаро шарнирлар воситасида ёки бикр боғланишда бўлган стерженлар системаси **ферма** дейилади. **Пластинка** деб — қалинлиги қолган ўлчамларидан анча кичик бўлган элементга айтилади. Эгри пластинка **қобиқ** дейилади.



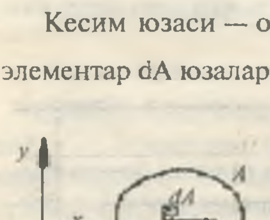
7-расм. а) брус; б) балка; в) пластинка; г) қобиқ

Юқорида таърифлари келтирилган конструкция элементлари қурилиш, машинасозлик, транспорт ва ҳ.к. саноатларда учрайди. Масалан, кўприкларнинг асослари, свай, стропила, томларни бекитувчи плиталар, вал ва ўқлар, транспорт воситасининг рамаси, цилиндр, труба ва ҳ.к.

I. БОБ

ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

Кесим юзаси — оддий геометрик тавсифга эга бўлиб, элементар dA юзалар йиғиндисига тенгдир, яъни: $A = \int_0^A dA$



8-расм.

Эгилиш, буралиш ва мураккаб деформацияланиш ҳолатларида конструкция қисмларининг мустаҳкамлиги ва бикрлиги, айнан уларнинг кесим юзаларига эмас, балки мураккаб геометрик тавсифларига (статик момент, инерция момент, қаршилик момент ва инерция радиуси) боғлиқ бўлади.

1.1. СТАТИК МОМЕНТ ВА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ

Статик момент, деб элементар юза dA билан тегишли ўқ орасидаги масофа кўпайтмасининг аниқ интегралига айтилади:

$$S_x = \int_A y \cdot dA; \; S_y = \int_A x \cdot dA \qquad (1.1)$$

Статик момент узунлик ўлчовининг учинчи даражаси билан ўлчанади. Турли ўқларга нисбатан статик моментларни қўшиб бўлмайди. Танланган кесимнинг X ва У ўқларига нисбатан статик моментлари мусбат ва манфий бўлиши мумкин.

X ва У ўқларга параллел ўтказилган, элементар dA юзадан $x_1 = x - b$ ва $y_1 = y - a$ масофада жойлашган X_1ва Y_1 ўқларга нисбатан статик моментни топамиз:

$$S_{y1} = \int_A x_1 dA = \int_A (x-b)dA = \int xdA - b\int_0^A dA = S_y - bA$$

ва

$$S_{x1} = \int_A y_1 dA = \int_A (y-a)dA = \int_A ydA - a\int_0^A dA = S_x - a \cdot A$$

Статик моментлари нолга тенг бўлган ҳолатга тўғри келувчи X_1 ва $У_1$ ўқларининг координаталарини топамиз:

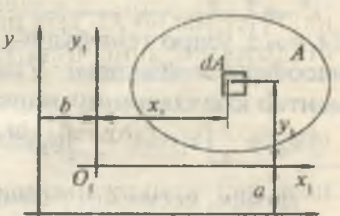
$$S_{y1} = S_y - x_c A = 0; \qquad S_{x1} = S_x - y_c A = 0$$

Бу ердан:

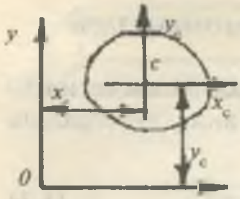
$$X_c = \frac{S_y}{A}; \quad Y_c = \frac{S_x}{A} \qquad (1.2)$$

С нуқта кесимнинг оғирлик маркази дейилади. Оғирлик марказидан ўтувчи X_0; Y_0 ўқлар марказий ўқлар дейилади.

Ҳар қандай оғирлик марказидан ўтувчи ўқларга нисбатан кесимнинг статик моменти нолга тенг.



9-расм.



10-расм.

Агар, элементар юза dA ни ундан ўққача бўлган масофанинг квадратига кўпайтириб интегралласак, ўқларга нисбатан инерция моменти деб аталадиган геометрик катталикни топамиз (8-расм):

$$I_x = \int_A y^2 dA \quad \text{ва} \quad I_y = \int_A x^2 dA \qquad (1.3)$$

Марказдан қочма инерция моменти элементар юза dA билан иккала ўқ орасидаги масофа кўпайтмаларининг интегралига тенг:

$$I_{xy} = \int_A xy dA \qquad (1.4)$$

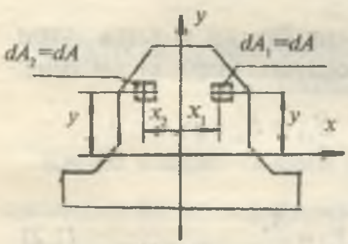
Қутб инерция моменти:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA \qquad (1.5)$$

Инерция моментлари узунлик ўлчовининг тўртинчи даражаси билан ўлчанади. Қутб инерция моменти ўқларга нисбатан инерция моментларининг йиғиндисига тенг:

$$I_\rho = \int_A (y^2 + x^2) dA = I_x + I_y \qquad (1.6)$$

I_x; I_y ва I_ρ лар ҳамиша мусбатдир.



11-расм.

Марказдан қочма инерция моменти мусбат ёки манфий бўлиши мумкин. Битта ёки иккита ўқи симметрик бўлган кесимнинг марказдан қочма инерция моментини топамиз (11-расм).

Кесим юзасидан ажратилган элементар юзачалар $dA_1 = dA_2$ ўзаро тенг бўлиб, У ўқидан $x_1 = -x_2$ ва x ўқидан У масофада жойлашган. Ўзаро симметрик жойлашган элементар юзачаларнинг марказдан қочма инерция моменти:

$$I_{xy} = \int_A x_1 y dA_1 + \int_A x_2 y dA_2 = -\int_A x_2 y dA + \int x_2 y dA = 0$$

Демак, кесимнинг симметрия ўқларига нисбатан марказдан қочма инерция моменти нолга тенг экан.

1.2. ПАРАЛЛЕЛ ЎҚЛАРГА НИСБАТАН ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ

Танланган кесим юзаси ХОУ координата системасида жойлашган. ОУ ва ОХ ўқларига параллел янги $O_1У_1$ ва O_1X_1 ўқларини оламиз. Элементар юзанинг $X_1O_1У_1$ координата системасидаги координаталари $x_1 = x + b$, $y_1 = y + a$. Янги ўқларга нисбатан кесимнинг инерция моментларини ёзамиз:

$$I_{x1} = \int_A y_1^2 \cdot dA = \int_A (y+a)^2 dA$$

$$I_{y1} = \int_A x_1^2 \cdot dA = \int_A (x+b)^2 dA \qquad (1.7)$$

$$I_{x1y1} = \int_A x_1 y_1 \cdot dA = \int_A (x+b)(y+a) dA$$

Қавсларни очиб чиқиб ҳосил бўлган тенгламани интегралласак, қуйидаги формулалар ҳосил бўлади:

$$I_{x1} = I_x + 2aS_x + a^2 A \qquad I_{y1} = I_y + 2bS_y + b^2 A$$

$$I_{x1y1} = I_{xy} + aS_y + bS_x + abA \qquad (1.8)$$

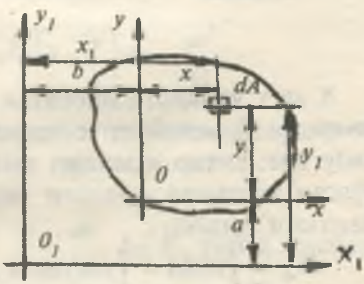
S_y ва S_x кесим юзасининг У ва X ўқларига нисбатан статик моментлари. Агар У ва X ўқлари кесим юзасининг оғирлик марказидан ўтса, яъни марказий ўқлар бўлса: $S_y = 0$ ва $S_x = 0$.

У ҳолда:

$$I_{x1} = I_x + a^2 A$$

$$I_{y1} = I_y + b^2 A \qquad (1.9)$$

$$I_{x1y1} = I_{xy} + abA$$



12-расм.

Қутб инерция моменти:

$$I_{\rho 1} = I_\rho + (a^2 + b^2)A \qquad (1.10)$$

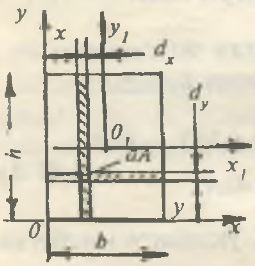
1.3. ОДДИЙ КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

Тўртбурчак (13-расм) кесим юзасининг асосидан ўтган X ўқига нисбатан инерция моментини топамиз. Бунинг учун тўртбурчак кесим юзасидан элементар юзачани ажратамиз:

$$dA = в\,dy$$

У ҳолда: $I_x = \int\limits_A y^2 dA = \int\limits_A y^2 в\,dy = в\frac{y^3}{3}\Big|_0^h = \frac{вh^3}{3}$

ҳосил бўлади.



13-расм.

Тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқи X_1га нисбатан инерция моментини параллел ўқларга нисбатан инерция моменти формулаларидан фойдаланиб топамиз:

$$I_{x1} = I_x + a^2 A = \frac{вh^3}{3} - \left(\frac{h}{2}\right)^2 вh = \frac{вh^3}{12}$$

Кесимнинг У ўқига нисбатан инерция моменти:

$$I_y = \frac{hв^3}{3} \quad \text{ва} \quad I_{y1} = \frac{hв^3}{12}$$

X ва У ўқларига нисбатан кесимнинг марказдан қочма инерция моментини топамиз. Бунинг учун кесимда dA = dxdy элементар юзачани танлаймиз. Ўлчамлари h ва dx бўлган вертикал юзанинг марказдан қочма инерция моментини топамиз:

$$dI_{xy} = \int\limits_0^h yx\,dA = \int\limits_0^h yx\,dy\,dx = x\,dx\int\limits_0^h y\,dy = x\,dx \cdot 0{,}5h^2$$

Энди dI_{xy} ифодани $0 \le x \le в$ оралиқда интеграллаймиз:

$I_{xy} = \int\limits_0^в 0{,}5h^2 x\,dx = 0{,}5h^2\int\limits_0^в x\,dx = 0{,}25h^2в^2$ ёки кесимнинг марказдан қочма инерция моменти: $I_{xy} = \frac{вh}{4}\cdot A$

Учбурчак (14-расм) **нинг статик моментини аниқлаш**.

Учбурчакнинг X_1 ўқидан $У_1$ масофада жойлашган A_0 юзасининг статик моментини ёзамиз:

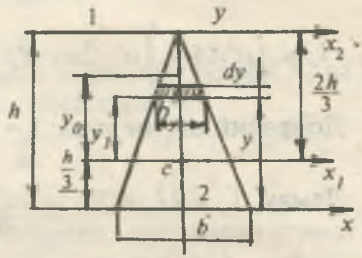
$S_{x1}^{0} = A_0 \cdot y_0$

Бу ерда: $A_0 = \frac{1}{2} в_y \left(\frac{2h}{3} - y_1 \right)$ ва $y_0 = y_1 + \frac{1}{3}\left(\frac{2h}{3} - y_1 \right)$

У ҳолда: $S_{x1} = \frac{1}{2} в_y \left(\frac{2h}{3} - y_1 \right) \cdot \frac{2}{3}\left(\frac{h}{3} + y_1 \right) = \frac{в_y}{3}\left(\frac{2h}{3} - y_1 \right)\left(\frac{h}{3} + y_1 \right)$

Ёки: $S_x = \frac{в_y}{27}\left(2h^2 + 3hy_1 - 9y_1^2\right)$

Инерция моментини аниқлаш.



14-расм.

Асосидан ўтган X ўқига нисбатан инерция моментини топиш учун учбурчакнинг кесим юзасидан $dA = b_y \cdot dy$ элементар юзачани танлаймиз.

Бу ерда: $в_y = в\left(1 - \frac{y}{h}\right)$

элементар юзачанинг эни.

У ҳолда: $I_x = \int_A y^2 dA = \int_0^h y^2 в\left(1 - \frac{y}{h}\right) dy = \frac{вh^3}{12}$

Учбурчакнинг марказий ўқига нисбатан инерция моменти:

$I_{x1} = I_x + a^2 A = \frac{вh^3}{12} - \left(\frac{h}{3}\right)^2 \frac{вh}{2} = \frac{вh^3}{36}$ ва X_2 ўқига нисбатан инерция моменти: $в_y = -вy \mid h; \quad dA = в_y dy = -\frac{вy}{h} dy$

$$I_{x_2} = \int_A y^2 dA = \int_h^0 y^2 \left(\frac{вy}{h}\right) dy = \frac{вh^3}{4}$$

Ёки: $I_{x2} = \frac{вh^3}{4}$

Топилган инерция моменти формулаларидан кўриниб турибдики, кесим ўқдан қанча узоқлашса, инерция моменти катталашар экан. Учбурчакнинг У ўқига нисбатан инерция моменти:

$$I_y = \int_A x^2 dA = \int_A x^2 в_x dx = \int_0^{\frac{b}{2}} x^2 \cdot 2\frac{h}{\frac{b}{2}}\left(\frac{b}{2} - x\right) dx = \frac{hb^3}{48}$$

Доиравий кесим (15-расм). Кесимнинг оғирлик марказидан ўтувчи ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моментини топиш учун аввал доирадан ажратилган ҳалқа кўринишидаги $dA = 2\pi\rho \cdot d\rho$ элементар юзанинг кесим марказига нисбатан қутб инерция моментини топамиз:

$$I_\rho = \int_A \rho^2 dA = \int_0^R \rho^2 \cdot 2\pi\rho \cdot d\rho = \frac{2\pi \cdot \rho^4}{4}\Big|_0^R = \frac{\pi \cdot R^4}{2} = \frac{\pi \cdot Д^4}{32}$$

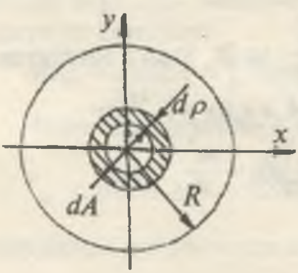
Доиравий кесим учун: $I_x = I_y$ ва $I_\rho = I_y + I_x$

Демак, $I_\rho = 2I_x = 2I_y = \dfrac{\pi \cdot Д^4}{32}$

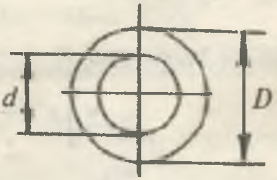
Ёки: $I_x = I_y = \dfrac{\pi \cdot Д^4}{64}$

Ҳалқасимон кесимнинг инерция моменти ташқи ва ички доиралар инерция моментларининг айирмасига тенг (16-расм):

$$I_y = I_x = \frac{\pi \cdot Д^4}{64} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{\pi \cdot Д^4}{64}\left[1 - \left(\frac{d}{Д}\right)^4\right]$$



15-расм.



16-расм.

Қутб инерция моменти:

$$I_\rho = \frac{\pi \cdot Д^4}{32}\left[1-\left(\frac{d}{Д}\right)^4\right]$$

1.4. ОДДИЙ КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ҚАРШИЛИК МОМЕНТЛАРИ

Кесим юзаларининг қаршилик моментларини топиш учун:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}; \quad W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} \quad \text{ва} \quad W_\rho = \frac{I_\rho}{\rho_{\max}}$$

формулалардан фойдаланамиз.

Тўғри туртбурчак кесимнинг марказий ўқлари X_1 ва $У_1$ га нисбатан қаршилик моментини топамиз:

$$W_{x_1} = \frac{вh^3}{12}\cdot\frac{2}{h} = \frac{вh^2}{6} \quad \text{ва} \quad W_{y_1} = \frac{hв^3}{12}\cdot\frac{2}{в} = \frac{hв^2}{6}$$

Учбурчак. Учбурчакнинг оғирлик марказидан ўтувчи X_1 ўқи кесим юзасининг 1 ва 2 нуқталаридан $\frac{2h}{3}$ ва $\frac{h}{3}$ масофада жойлашган. Шунинг учун учбурчакнинг X_1 марказий ўқидан энг узоқда жойлашган 1 ва 2 нуқталаригача бўлган масофаси:

$y_1 = \frac{2h}{3}$ ва $y_2 = \frac{h}{3}$ га тенг. $W_{x_1}^{I} = \frac{вh^3}{36}\cdot\frac{3}{2h} = \frac{вh^2}{24}$;

$$W_{x1}^{II} = \frac{вh^3}{36}\cdot\frac{3}{h} = \frac{вh^2}{12}; \quad W_y = \frac{hв^3}{48}\cdot\frac{2}{в} = \frac{hв^2}{24}$$

Доиравий кесим: $W_x = W_y = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{\frac{\pi \cdot Д^4}{64}}{\frac{Д}{2}} = \frac{\pi \cdot Д^3}{32}$

Қутб қаршилик моменти: $W_\rho = \frac{\frac{\pi \cdot Д^4}{32}}{\frac{Д}{2}} = \frac{\pi \cdot Д^3}{16}$

Ҳалқасимон кесим:

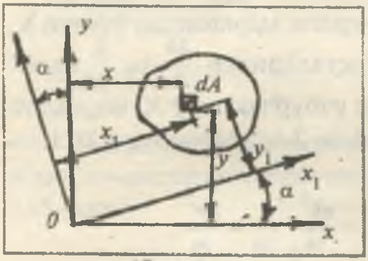
$$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot Д^4 \left[1 - \left(\frac{d}{Д}\right)^4\right]}{64 \cdot \frac{Д}{2}} = \frac{\pi \cdot Д^3}{32}\left[1 - \left(\frac{d}{Д}\right)^4\right]$$

Қутб қаршилик моменти: $W_\rho = \frac{\pi \cdot Д^3}{16}\left[1 - \left(\frac{d}{Д}\right)^4\right]$

1.5. КООРДИНАТА ЎҚЛАРИНИ АЙЛАНТИРГАНДА ИНЕРЦИЯ МОМЕНТЛАРИ

ХОУ координата ўқларининг О нуқта атрофида айланиши натижасида янги X_1OY_1 ҳолатга ўтади. dA элементар юзанинг янги X_1OY_1 координата системасидаги координаталари:

$$x_1 = x\cos\alpha + y\sin\alpha; \qquad y_1 = y\cos\alpha - x\sin\alpha$$



17-расм.

Танланган кесимнинг янги ўқларга нисбатан инерция моментларини топамиз.

OX_1 ўқига нисбатан инерция моменти:

$$\mathrm{I}_{x1} = \int_A y_1^2 dA =$$

$$= \int_A (y\cos\alpha - x\sin\alpha)^2 dA$$

Интеграл остидаги қавсни очиб, ҳосил бўлган тенгламани интеграллаймиз:

$$\mathrm{I}_{x1} = \mathrm{I}_x \cos^2\alpha + \mathrm{I}_y \sin^2\alpha - \mathrm{I}_{xy}\sin 2\alpha \qquad (1.11)$$

OY_1 ўқига нисбатан инерция моменти:

$\mathrm{I}_{y1} = \int_A x_1^2 dA = \int_A (x\cos\alpha + y\sin\alpha)^2 dA$ ёки

$$\mathrm{I}_{y1} = \mathrm{I}_y \cos^2\alpha + \mathrm{I}_x \sin^2\alpha + \mathrm{I}_{xy}\sin 2\alpha \qquad (1.12)$$

Марказдан қочма инерция моменти:

$$I_{x1y1} = \int_A x_1 y_1 dA = \int_A (x\cos\alpha + y\sin\alpha)(y\cos\alpha - x\sin\alpha)dA$$

ёки
$$I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2}\cdot\sin 2\alpha + I_{xy}\cos 2\alpha \qquad (1.13)$$

Юқоридаги формулалардан кўриниб турибдики, ихтиёрий ўққа нисбатан инерция моменти α бурчакка боғлиқ экан.

Координата ўқларини айлантириш давомида оғиш бурчагининг $\alpha = \alpha_0$ қийматини топиш мумкинки, бунда $I_{x1y1} = 0$ ва қолган инерция моментлари экстремал қийматга эришади.

$I_{x_1y_1} = I_{x_0y_0} = 0$ ёки $I_{x_0y_0} = 0$ ҳолатга тўғри келувчи координата ўқига **бош инерция ўқи** дейилади (18-расм). Бош инерция ўқининг йўналиши: $tg2\alpha_0 = -\dfrac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$ (1.14)

Олинган формула α бурчак учун $\alpha_0^{/}$ ва $\alpha_0^{//} = \alpha_0^{/} + 90^0$ иккита қийматни беради. $\alpha_0^{/}$ ва $\alpha_0^{//}$ бурчаклар остида ўзаро перпендикуляр иккита ўқ чизилади, уларга нисбатан инерция моментлари экстремал қийматларга эришади.

Бош инерция ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моментларига бош инерция моментлари дейилади:

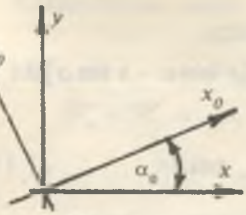
$$I_{x1} = I_{x0} = I_x\cos^2\alpha_0 + I_y\sin^2\alpha_0$$

$$I_{y1} = I_{y0} = I_y\cos^2\alpha_0 + I_x\sin^2\alpha_0;\ I_{x_1y_1} = \frac{I_x - I_y}{2}\sin 2\alpha \qquad (1.15)$$

Бу бош инерция моментларидан биттаси максимал, иккинчиси эса минимал қийматга эришади:

$$I_{\substack{max\\min}} = \frac{1}{2}\left[(I_x + I_y) \pm \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4\cdot I_{xy}^2}\right] \qquad (1.16)$$

Айрим шаклларда оғирлик марказидан ўтувчи ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моменти нолга тенг:



18-расм.

$I_{xy} = 0$. Шунинг учун бу ўқлар марказий бош инерция ўқлари дейилади.

Масалан, қўштавр, швеллер, доиравий ёки тўғри тўртбурчакли кесимлар.

Прокатли бурчаклар учун марказдан қочма инерция моментини топамиз:

а) Тенг томонли бурчак: $I_{xy} = \frac{I_{x0} - I_{y0}}{2} \sin 2\alpha_0$ (а)

Бу ерда: $I_{x0}; I_{y0}$ — бурчак кесимининг марказий бош инерция моментлари:

$\alpha_0 = \frac{\pi}{4}$, демак, $\sin 2\alpha_0 = 1$.

б) Тенг томонли бўлмаган бурчак: $I_{xy} = \frac{I_y - I_x}{2} tg 2\alpha_0$ (б)

Бу ерда: $I_x; I_y$ — бурчак кесимининг марказий Х ва У ўқларига нисбатан инерция моментлари;

α_0 — марказий бош инерция ўқларини Х ва У ўқларига нисбатан оғишган бурчаги.

Тенг томонли бурчак учун (б) формулани татбиқ этиб бўлмайди, чунки тенг томонли бурчакларда ($I_x = I_y$) $I_x - I_y = 0$ ва

$$tg 2\alpha_0 = tg 2\frac{\pi}{4} = \infty$$

(а) ва (б) формулалар кесимнинг координата ўқларини айлантирганда ҳосил бўлган марказдан қочма инерция моментидан келиб чиқади: $I_{x_0 y_0} = I_{xy} \cos 2\alpha_0 + \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha_0$ (в)

Бу ерда: X_0 ва $У_0$ кесимнинг Х ва У ўқларини соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига тескари айлантирганда ҳосил бўлган ўқлар. Бунда α_0 бурчак мусбатдир.

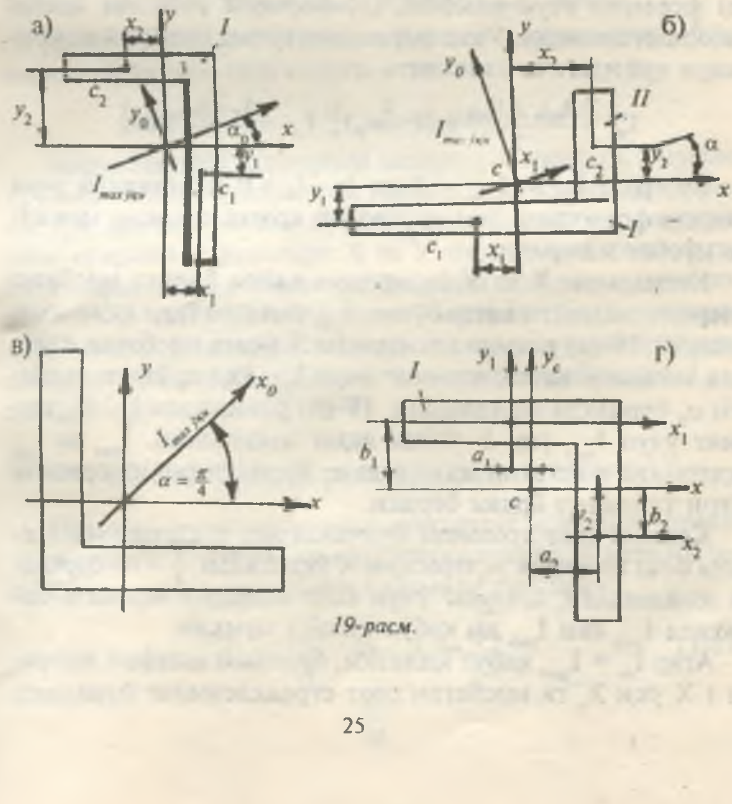
Демак, Х ва У ўқларнинг тескари томонга, яъни соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйича айлантирганда (в) формулани қуйидагича ёзишимиз мумкин экан:

$$I_{xy} = I_{x_0 y_0} \cos 2\alpha_0 + \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \sin 2\alpha_0 \qquad (г)$$

Бу ерда: α_0 бурчак манфий бўлиши керак.

Агар X_0 ва $У_0$ бош инерция ўқлари бўлса, марказдан қочма инерция моменти $I_{xoy0} = 0$. У ҳолда (в) формуладан (б) формулани ҳосил қиламиз: (г) формуладан эса (а) формулани. α_0 бурчак тенг томонсиз бурчак учун $\frac{\pi}{4}$ қиймatдан кичик; тенг томонли бурчак учун $\frac{\pi}{4}$ га тенг. Кесимнинг берилиш схемасига, яъни ХОУ координатасига жойлашишига кўра, α_0 бурчак биринчи ҳолатда I_{min} ўқи бўлса, иккинчи ҳолатда I_{max} ўқи бўлиши мумкин (19-расм).

19 а-расмда кўрсатилган тенг томонсиз бурчак учун X_0 ўқи I_{max} ўқи бўлади; (а) формула учун α_0 бурчакни минус ишораси билан оламиз, чунки Х ва У ўқлари X_0 ва $У_0$ ўқларига нисбатан соат стрелкасининг йўналиши бўйича айлантирилганда ҳосил бўлади.



19-расм.

У ҳолда (а) формула қуйидагича ёзилади:

$$I_{xy} = \frac{I_{max} - I_{min}}{2}\sin(-2\alpha_0)$$

C_1 нуқтанинг координаталари

$(+x_1; -y_1)$ $(-x_1; -y_1)$

C_2 нуқтанинг координаталари

$(-x_2; +y_2)$; $(+x_2; +y_2)$

Шу бурчакни (б) формула учун мусбат ишорали оламиз, чунки X_0 ва $У_0$ ўқлари X ва У ўқларига нисбатан соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига тескари айлантирилади. (б) формула қуйидагича ёзилади: $I_{xy} = \frac{I_y - I_x}{2} tg2\alpha_0$. Бу ерда: $I_y < I_x$ бўлганлиги учун I_{xy} манфий ишорали. 19-(б) расмда кўрсатилган кесим учун X_0 ва I_{min} ўқи α_0 бурчак (а) формула учун манфий, (б) формула учун эса мусбат ишорали олинади. Унда марказдан қочма инерция моментлари қуйидагича ёзилади:

$$I_{xy} = \frac{I_{min} - I_{max}}{2}\sin(-2\alpha_0);\; I_{xy} = \frac{I_y - I_x}{2} tg2\alpha_0$$

Бу ерда: $I_{min} — I_{max} < 0$ ва $I_y - I_x > 0$ бўлганлиги учун иккита формулада ҳам марказдан қочма инерция моменти мусбат ишорали.

Кесимнинг X ва У ўқларидан қайси бирига нисбатан инерция моменти катта бўлса, I_{max} ўқи ўша ўққа яқин жойлашади. 19-(а) расмда кесимнинг X ўқига нисбатан инерция моменти катта, шунинг учун I_{max} ўқи x_0 ўқига нисбатан α_0 бурчакда жойлашади. 19-(б) расмда эса $I_y > I_x$, шунинг учун I_{max} ўқи У ўқига яқин жойлашган. I_{max} ва I_{min} ўқларнинг ҳолатини аниқлаш α_0 бурчакнинг ишорасини тўғри танлашга ёрдам беради.

Кесими тенг томонли бурчакларни текширамиз. Иккита бош инерция ўқлари ҳам X ўқи билан $\frac{\pi}{4} = \alpha_0$ бурчакда жойлашади, шунинг учун бош инерция моменти сифатида I_{max} ёки I_{min} ни қабул қилиш мумкин.

Агар $I_{xo} = I_{max}$ қабул қилинса, бурчак α манфий ишорали (X ўқи X_o га нисбатан соат стрелкасининг йўналиши бўйича айланади); $I_{xo} = I_{min}$ қабул қилинса, бурчак α_0 мусбат ишорали (ўқларнинг айланиши соат стрелкасининг йўналишига тескари). Унда (а) формула қуйидагича ёзилади:

Биринчи ҳол: $\left(I_{x_0} = I_{max}\right) I_{xy} = \frac{I_{max} - I_y}{2} \sin 2\left(-\frac{\pi}{4}\right)$

Иккинчи ҳол:

$$\left(I_{x_0} = I_{min}\right) I_{xy} = \frac{I_{min} - I_{max}}{2} \sin 2\frac{\pi}{4} = \frac{I_{min} - I_{max}}{2}$$

Иккала ҳолда ҳам $У_{xy}$ манфий ишорали. Юқоридаги формулаларнинг тўғри эканлигини текшириш мумкин. Бунинг учун тенг томонли бурчакни 1 ва 2 элементларга ажратамиз. Ҳар бир элементнинг ўз марказий ўқлари ($X_1Y_1C_1$ ва $X_2Y_2C_2$) параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари формуласидан фойдаланиб кесимнинг марказдан қочма инерция моментини топамиз:

$$I_{xy} = I_{xy}^{I} + I_{xy}^{II} = I_{x1y1}^{I} - a_1 в_1 A_1 + I_{x2y2} - a_2 в_2 A_2$$

X_1 ва $У_1$; X_2 ва $У_2$ ўқлари бурчак супачаларини бош марказий ўқлари бўлганлиги учун:

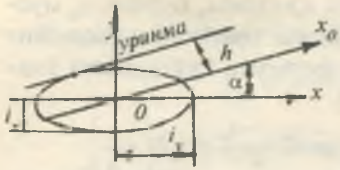
$$I_{x1y1} = 0; \quad I_{x2y2} = 0; \quad I_{xy} = -(a_1 b_1 A_1 + a_2 b_2 A_2$$

Марказдан қочма инерция моменти — манфий. Умуман, I_{xy} моментининг ишорасини танлаш учун қуйидаги қоидани ўринли деб топсак бўлади: агар бурчак супачаларининг оғирлик марказлари X ва У координата системасининг биринчи ва учинчи чоракларида жойлашса, марказдан қочма инерция моменти – мусбат (бу чоракларда координаталар мусбат); агар супачаларнинг оғирлик марказлари иккинчи ва тўртинчи чоракларда жойлашса, I_{xy} — манфий (19-расм, а, б, в, г).

1.6. ИНЕРЦИЯ ЭЛЛИПСИ ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Инерция эллипси асосан шаклнинг инерция моментини график усулда топишда қўлланилади. Инерция эллипси инерция радиуслари ёрдамида тузилади:

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad \text{ва} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \qquad (1.17)$$



20-расм.

i_x ва i_y инерция радиуслари тегишли ХОУ координата ўқларига жойлаштирилади (20-расм).

Координата бошидан α_0 бурчак остида бош инерция ўқи — X_0 ни ўтказамиз. OX_0 ўқига параллел қилиб эллипсга ўтказилган уринма билан OX_0 ўқи орасидаги масофа — h ни топамиз:

$$h^2 = i_x^2 \cos\alpha_0 + i_y^2 \sin\alpha_0 \qquad (1.18)$$

h масофани линейкада ўлчаб ҳам топиш мумкин. Шаклнинг инерция моменти қуйидаги тенгликдан топилади:

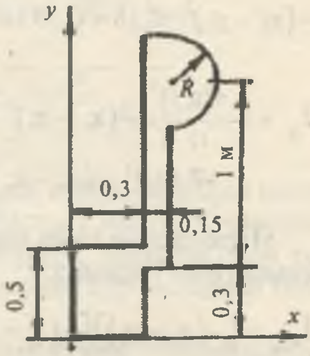
$$I_{x0} = h^2 A \qquad (1.19)$$

Демак, h масофа инерция радиусига тенг экан.

Савол ва топшириқлар

1. Статик момент деб нимага айтилади?
2. Инерция моменти деб нимага айтилади?
3. Инерция моментларининг турларини айтинг.
4. Мураккаб шаклли кесим юзасининг оғирлик марказининг координаталарини аниқлаш формуласини ёзинг.
5. Кесим юзанинг параллел ўқларга нисбатан инерция моменти.
6. Координата ўқларини айлантирганда кесим инерция моментининг ўзгариши.
7. Бош инерция ўқлари деб қандай ўқларга айтилади?
8. Бош инерция моментлари деб қандай моментларга айтилади?
9. Бош инерция моментларини аниқланг.
10. Инерция радиуси нима?
11. Тўғри тўртбурчак шаклли кесим юзанинг инерция моментларини аниқланг.
12. Учбурчаксимон кесим юзанинг инерция моментларини аниқланг.
13. Кесим юзанинг қаршилик моменти нима?

Мураккаб шаклларнинг инерция моментларини ҳисоблаш



21-расм.

1-масала. Берилган кесим юзаси учун инерция моментларни аниқланг. Амалий ҳисоблар учун мураккаб шаклни оддий шаклларга бўламиз (21-расм). Ҳисоблаш мураккаб шаклнинг ихтиёрий ўқлар системасида оғирлик марказини топишдан бошланади:

$$x_c = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$y_c = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

Бу ерда (22-расм):

$$A_1 = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15\, м^2; \;\; A_2 = 1,2 \cdot 0,15 = 0,18\, м^2$$

$$A_3 = \frac{\pi R^2}{2} = \frac{3,14(0,2)^2}{2} = 0,0628\, м^2$$

$$\sum A = A_1 + A_2 + A_3 = 0,3928\, м^2$$

$$x_1 = \frac{0,3}{2} = 0,15\, м; \qquad y_1 = \frac{0,5}{2} = 0,25\, м$$

$$x_2 = 0,3 + \frac{0,15}{2} = 0,375\, м; \qquad y_2 = \frac{1+R}{2} + 0,3 = 0,9\, м$$

$$x_3 = 0,3 + 0,15 + \frac{4R}{3\pi} = 0,535\, м; \quad y_3 = 0,3 + 1 = 1,3\, м$$

У ҳолда:

$$x_c = 31,467\, см = 0,31467\, м; \qquad y_c = 71,474\, см = 0,71474\, м$$

Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари формуласидан фойдаланиб кесимнинг X_c ва $У_c$ ўқларга нисбатан инерция моментларини топамиз (22-расм):

$$I_{x_c} = \frac{0,3(0,5)^3}{12} + (y_c - y_1)^2\, 0,3 \cdot 0,5 + \frac{0,15(1,2)^3}{12} +$$

$$+(y_2 - y_c)^2 \cdot 0,18 + 0,393R^4 + (y_3 - y_c)^2 + \frac{3,14R^2}{2} = 0,085455\, м^4$$

$$I_{y_c} = \frac{0,5(0,3)^2}{12} + (x_c - x_1)^2 \cdot 0,15 + \frac{1,2(0,15)^3}{12} + (x_2 - x_c)^2 \cdot 0,18 +$$

$$+0,11R^4 + (x_3 - x_c)^2 \cdot 0,0628 = 0,01246\, м^4$$

Марказий ўқларга нисбатан марказдан қочма инерция моментини топамиз:

$$I_{x_c y_c} = [-(y_c - y_1)][-(x_c - x_1)] \cdot 0,15 + (y_2 - y_c)(x_2 - x_c) \cdot 0,18 +$$

$$+(y_3 - y_c)(x_3 - x_c) \cdot 0,0628 = 0,02154\, м^4$$

Бош инерция моментларини топамиз:

$$I_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{I_{xc} + I_{yc}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_{xc} - I_{yc})^2 + 4 \cdot I^2{}_{xc_{yc}}} = \frac{0,08545 + 0,01246}{2} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{(0,08545 - 0,01246)^2 + 4 \cdot (0,02154)^2}$$

$$I_{\max} = 0,0934\, м^4; \qquad I_{\min} = 0,006575\, м^4$$

$$I_{xc} + I_{yc} = I_{\max} + I_{mm}; \quad 0,0854 + 0,01246 = 0,0934 + 0,006575$$

Бош инерция ўқларининг оғишган бурчагини топамиз:

$$tg2\alpha_0 = -\frac{2I_{xc_{yc}}}{I_{xc} - I_{yc}} = -\frac{2 \cdot 0,02154}{0,08545 - 0,01246} = -0,59\ рад$$

$$2\alpha_0 = -30^0 \quad ёки \quad \alpha_0 = -15^0$$

$I_{xc} > I_{yc}$ бўлганлиги учун x_c ўққа нисбатан инерция моменти максимал қийматга эришади. α_0 бурчаги манфий ишорали бўлгани учун қийматини x_c ўқидан соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйлаб жойлаштирамиз. α_0

$$CK = CB = CD = R = \sqrt{(CH)^2 + (DH)^2}$$

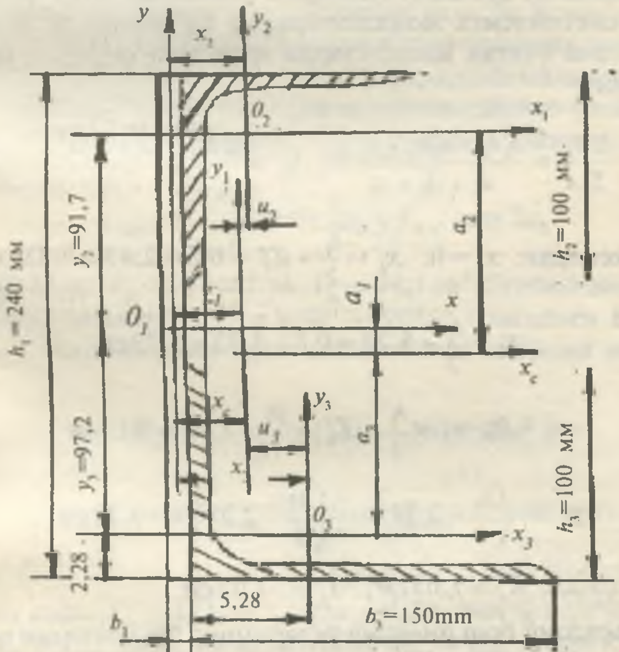
$$CH = \frac{HH_1}{2} = \frac{OH - OH_1}{2} = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2}; \quad DH = I_{x_c y_c}$$

У ҳолда: $I_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{x_c} - I_{e_c}}{2}\right)^2 + I^2_{x_c y_c}}$

2-масала. 24-расмда кўрсатилган кесим учун бош инерция моментлари топилсин. Берилган кесим ўлчамлари 240x10 (мм) бўлган тўғри тўртбурчак; 100x100x10мм томонли ва 160x100x10 мм тенг томонсиз бурчаклардан ташкил топган.

Берилган элементларнинг геометрик тавсифларини ёзамиз:

1. Тўғри тўртбурчак: $A_1 = h_1 b_1 = 24 \cdot 1 = 24\,см^2$, $I_{x1y1} = 0$



24-расм.

$$I_{x_1} = \frac{b_1 h_1^3}{12} = \frac{1 \cdot (24)^3}{12} = 1152\, см^4; \quad I_{y_1} = \frac{b_1^3 h_1}{12} = \frac{24 \cdot 1^3}{12} = 2\, см^4$$

2. 100x100x10 мм ўлчамли тенг томонли бурчак:

$$A_2 = 19,2\, см^4; \quad I_x = I_y = 179\, см^4; \qquad Z_0^y = 2,83\, см$$

$$I_{x_0} = 284\, см^4; \quad I_{y_0} = 74,1\, см^4$$

3. 160x100x10 мм ўлчамли тенг томонсиз бурчак:

$$A_3 = 25,3\, см^4; \quad I_x = 667\, см^4; \quad I_y = 204\, см^4$$

$$y_0 = 5,23\, см; \quad x_0 = 2,28\, см; \quad tg\alpha = 0,390\, рад$$

$$I_{min} = I_{y_0} = 121\, см^4$$

Ечиш. Кесимнинг оғирлик марказини топамиз.

Берилган кесимни ихтиёрий танланган ХОУ координата системасига жойлаштирамиз ва кесимдан Х ва У ўқларгача бўлган масофаларни қуйидаги формула билан топамиз:

$$x_c = \frac{\sum S_x}{\sum A} = \frac{A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3}{A_1 + A_2 + A_3}, \quad y_c = \frac{\sum S_y}{\sum A} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

Схемадан: $x_1 = 0; \quad x_2 = \frac{b_1}{2} + Z_0^y = 0,5 + 2,83 = 3,33\, см$

$$x_3 = \frac{b_1}{2} + 5,23 = 0,5 + 5,23 = 5,73\, см$$

$$y_1 = 0; \quad y_2 = \frac{h_1}{2} - Z_0^y = \frac{24}{2} - 2,83 = 9,17\, см$$

$$y_3 = -\left(\frac{h_1}{2} - 2,28\right) = -\left(\frac{24}{2} - 2,28\right) = -9,72\, см.$$

У ҳолда: $X_c = 3,05\, см$; $\quad Y_c = -1,02\, см$

Марказий бош инерция ўқларининг йўналишини аниқлаймиз. Кесимнинг топилган оғирлик маркази О нуқтадан X_c ва $У_c$ ўқларини ўтказамиз. Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари формулаларидан фойдаланиб кесимнинг X_c ва $У_c$ ўқларга нисбатан ва марказдан қочма инерция моментларини топамиз. Ҳисоблаш формулаларини ва натижаларини қуйидаги жадвалга киритамиз (1-жадвал). Схемадан (24-расм):

$$a_1 = -y_c = -1,02\,см$$

$$a_2 = y_2 + y = 9,17 + 1,02 = 10,19\,см$$

$$a_3 = -(y_3 - y_c) = -(9,72 - 1,02) = -8,7\,см$$

$$U_1 = -x_c = -3,05\,см$$

$$U_2 = x_2 - x_c = 3,33 - 3,05 = 0,28\,см$$

$$U_3 = x_3 - x_c = 5,73 - 3,05 = 2,68\,см$$

Жадвални тўлдиришда бурчакларнинг марказдан қочма инерция моментларини топишга тўғри келади. Бурчакларнинг оғирлик марказларидан ўтувчи x_2; y_2; x_3 ва y_3 ўқлар бош инерция ўқлари эмас. Шунинг учун бу ўқларга нисбатан бурчакларнинг марказдан қочма инерция моментлари нолга тенг эмас. Координата ўқларини айлантирганда марказдан қочма инерция моментларининг ўзгариши формуласидан фойдаланиб $I_{x_2y_2}; I_{x_3y_3}$ ларни топамиз, яъни:

$$I_{x_2y_2} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2}\sin 2\alpha_0 + I_{x_0y_0}\cdot\cos 2\alpha_0$$

Бу ерда: $I_{x_0} - 284\,см^4$ ва $I_{y_0} = 74,1\,см^4$ бурчакнинг бош инерция моментлари; $\alpha = 45^0$ — ўқлар орасидаги бурчак x_0 ва y_0 бош инерция ўқларига нисбатан инерция моменти:

$$I_{x_2y_2} = \frac{284 - 74,1}{2}(-1) = -104,95\,см^4$$

$$I_{x_3y_3} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2}\cdot\sin 2\alpha$$

Бу ерда: $I_{y_0} = 121\,см^4$; $tg\alpha = 0,39$ ёки $\alpha = 21^0 30$

$I_{x_0} = I_{max}$ инерция моментини $I_{max} + I_{min} = I_x + I_y$ формуладан топамиз: $I_{max} = I_x + I_y - I_{min}$, демак:

1-жадвал

Т/р	Элементларнинг кесим юзалари	Координаталар, см		Инерция моментлари, см⁴								
	A, $см^2$	a	$и$	I_x	a^2A	I_{xc}	I_y	$И^2A$	I_{yc}	I_{xy}	$аиA$	I_{xy}
1	24	-1,02	-3,05	1152	24,96	1176,96	2	223,26	225,26	0	50,2	50,2
2	19,2	10,19	0,28	179	1993,6	2172,6	179	1,5	180,5	-104,95	54,78	-50,2
3	25,3	-8,7	2,68	204	1915	2118	667	181,7	848,7	-214,49	-590	-804,4
				1535	3393,6	5467,6	848	406,5	1254,5	-319,4	-485	-804,4

$$I_{x_3y_3} = \frac{I_x + I_y - 2 \cdot I_{y_0}}{2} \cdot \sin 2\alpha =$$

$$= \frac{204 + 667 - 2 \cdot 121}{2} \cdot \sin 2\left(-21^0 30^I\right) = -214,49\, см^4$$

Тенг томонсиз бурчакнинг марказдан қочма инерция моментини қуйидагича ҳам топиш мумкин:

$$I_{x_0y_0} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{x_3y_3} \cdot \cos\alpha = 0$$

Бу ерда:

$$I_{x_3y_3} = -\frac{I_x - I_y}{2} tg 2\alpha = -\frac{667 - 204}{2} tg 2\left(21^0 30^I\right) = -215,8\, см^4$$

Бош инерция ўқларининг йўналиши:

$$tg 2\alpha_0 = -\frac{2 \cdot I_{x_0y_c}}{I_{x_c} - I_{y_c}} = -\frac{2(-804,4)}{5467,6 - 1254,5} = 0,381 \text{ ёки } \alpha = 10^0 30^I$$

Бош инерция моментларини топамиз:

$$I_{\substack{max \\ min}} = \frac{1}{2}\left[(5467,6 + 1254,5) \pm \sqrt{(5467,6 - 1254,5)^2 + 4(804,4)^2}\right] =$$

$$= 0,5(6721 \pm 4509)$$

Бу ерда: $I_{max} = 5615\, см^4$ ва $I_{min} = 1106\, см^4$

Текшириш: $I_{max} + I_{min} = I_{x_c} + I_{y_c}$ ёки

5615 + 1106 = 5466 + 1254,5 6721 = 6722 см

3-масала. Иккита 20-номерли швеллер, иккита 100x100x10 мм тенг томонли бурчак ва 20-номерли қўштаврдан ташкил топган кесимнинг оғирлик маркази; оғирлик марказидан ўтувчи x_c ва y_c ўқларига нисбатан инерция моментларини; бош инерция ўқларининг йўналишини ва бош инерция моментларини топинг.

Ечиш. Масалани ечиш учун кесимни ташкил қилган элементларнинг геометрик тавсифларини ёзамиз (2-жадвал).

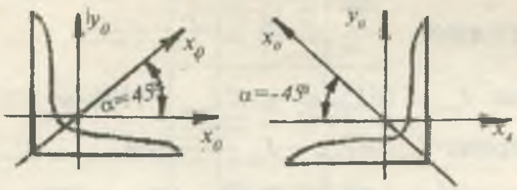
2-жадвал

Элемент-нинг номи	Баланд-лиги h, см	Эни b, см	Кесим юзаси А, см²	Инерция моменти I_x		Оғир-лик маркази I_y
Швеллер	hш =20	bш =7,6	Аш = 23,4	1520	113	2,07
Тенг томонли бурчак	hб =10	bб =10	Аб = 19,2	179	179	2,83
Қуштавр	Hк =20	bк =10	Ак = 26,8	1840	115	—

Тенг томонли бурчакнинг X_0 ва $У_0$ ўқларга нисбатан инерция моментлари $I_{x_0} = 284$ см⁴ ва $I_{y_0} = 74{,}1$ см⁴ ёрдамида марказдан қочма инерция моментини топамиз: чунки, учинчи ва тўртинчи элементларда X_0 ўқи тенг томонли бурчакнинг X_3 ва X_4 ўқларини, тегишлилича манфий ва мусбат томонларида жойлашган.

$$I_{xy}^{III} = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 = \frac{284 - 74{,}1}{2} \cdot 1 = 104{,}95\, см^4$$

$$I_{xy}^{IY} = -104{,}95\, см^4$$



α бурчак абсциссага нисбатан соат стрелкасининг йўналишига қарама-қарши томонга жойлаштирилса, ишораси мусбат, акс ҳолда манфий бўлади.

Кесимни М: 1:1 ёки М 1:2 масштабда чизамиз (25-расм). Ҳар бир элементнинг оғирлик марказларини белгилаймиз: O_1 ва O_2 нуқталар 20-номерли швеллернинг оғирлик марказлари; O_3 ва O_4 нуқталар тенг томонли бурчакнинг оғирлик марказлари; O_5 нуқта 20 номерли қуштаврнинг оғирлик маркази. Элементларнинг оғирлик марказларидан $x_1o_1y_1$; $x_2o_2y_2$; $x_3o_3y_3$; $x_4o_4y_4$ ва $x_5o_5y_5$ ўқларини ўтказамиз. Кесимни ихтиёрий танланган координата ўқига жойлаштирамиз. Унда x ўқи x_1 ва x_2 ўқларининғ устига, y ўқи эса y_5 ўқининг устига тушади. x ўқи билан x_1; x_2; x_3; x_4 ва x_5 ўқлари ва y билан y_1; y_2; y_3; y_4 ва y_5 ўқлари орасидаги масофаларни белгилаймиз (25-расм):

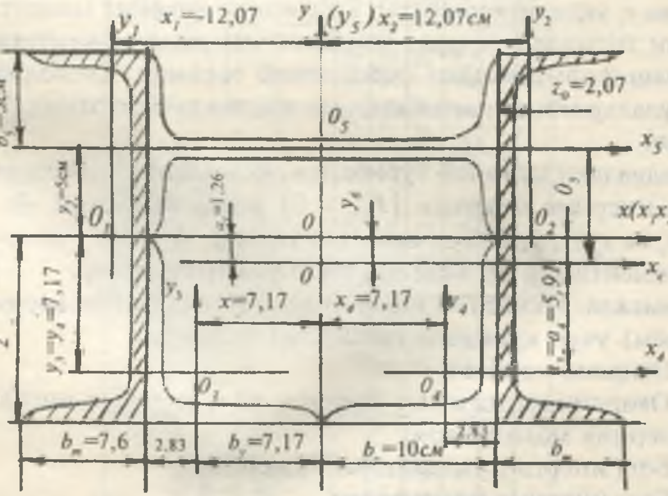
$$x_1 = -\left(\frac{h_k}{2} + z_o^ш\right) = -\left(\frac{20}{2} + 2,07\right) = -12,07\,см\,; \qquad x_2 = 12,07\,см$$

Чунки:

$$OO_1 = OO_2\,; \qquad x_3 = -\left(\frac{h_k}{2} - z_o^ш\right) = -\left(\frac{20}{2} - 2,83\right) = -7,17\,см\,,$$

$x_4 = 7,17\,см$; $OO_3 = OO_4$, $x_5 = 0$; y ва y_5 ўқлари устма-уст тушган $y_1 = y_2 = 0$; О, O_1 ва O_2 нуқталари битта ўқ устида, яъни устма-уст тушган x, x_1 ва x_2 ўқларида жойлашган:

$$y_3 = y_4 = -\left(\frac{h_ш}{2} - z_o^б\right) = -\left(\frac{20}{2} - 2,83\right) = -7,17\,см$$



25-расм.

$$y_5 = \frac{h_ш}{2} = \frac{b_к}{2} = 0,5(20-10) = 5\,см.$$

Кесимнинг оғирлик марказининг координаталарини топамиз:

$$x_c = \frac{A_ш x_1 + A_ш x_2 + A_б x_3 + A_б x_4 + A_к \cdot x_5}{2A_ш + 2A_б + A_к} = 0,$$

Чунки кесим ўқига нисбатан симметрик:

$$y_c = \frac{A_ш y_1 + A_ш y_2 + A_б y_3 + A_б y_4 + A_к \cdot y_5}{2A_ш + 2A_б + A_к} =$$

$$= \frac{-2 \cdot 19,2 \cdot 7,17 + 26,8 \cdot 5}{2 \cdot 23,4 + 2 \cdot 19,2 + 26,8} = -1,26\,см$$

$x_c = 0$ ва $y_c = -1,26$ см координаталар билан кесимнинг оғирлик маркази — С нуқтани топамиз ва $x_c c y_c$ ва координата ўқларини чизамиз. x_c ўқи билан x_1; x_2; x_3; x_4 ва x_5 ўқлари орасидаги масофаларни топамиз: $a_1 = a_2 = y_c = 1,26$ см

$$a_3 = a_4 = -(y_3 - y_c) = -(7,17 - 1,26) = -5,91\,см$$

$$a_5 = y_5 + y_c = 5 + 1,26 = 6,26\,см$$

x_c ва y_c ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моментларини параллел ўқларга нисбатан инерция моментини аниқлаш формуласидан фойдаланиб топамиз. Ҳисоблаш формулаларини ва натижаларини жадвалда бажарамиз (3-жадвал).

Жадвалдан кўриниб турибдики, кесимнинг марказдан қочма инерция моменти $(I_{x_c y_c} = 0)$ нолга тенг экан. Демак, x_c ва y_c ўқлари бош инерция ўқлари, I_{x_c} ва I_{y_c} инерция моментлари эса бош инерция моментларидир.

4-масала. Иккита 12 швеллердан ташкил топган кесим (26-расм) учун қуйидаги тавсифлар топилсин:

1. Оғирлик маркази.

2. Оғирлик марказидан ўтувчи x_c ва y_c ўқларига нисбатан инерция моментлари.

3. Бош инерция ўқларининг йўналиши.

4. Бош инерция моментлари.

3-жадвал

Кесим элемент-лари-нинг №	Элемент-ларнинг кесим юзалари A, см^2	Юзаларнинг оғирлик марказлари-нинг координата-лари, см		Юзаларнинг инерция моментлари, см^4								
				Ўқларга нисбатан инерция моментлари						Марказдан қочма инерция моменти		
				$I_{x_c} = I_x + a^2A$			$I_{y_c} = I_y + x^2A$			$I_{x_cy_c} = I_{xy} + axA$		
		a	x	I_x	a^2A	I_{x_c}	I_y	x^2A	I_{y_c}	I_{xy}	axA	$I_{x_cy_c}$
1.	23,4	1,26	-12,07	1520	37,15	1557,15	113	3409	3522	0	-355,9	-355,9
2.	23,4	1,26	12,07	1520	37,15	1557,15	113	3409	3522	0	355,9	355,9
3.	19,2	-5,91	-7,17	179	670,6	849,6	179	987	1166	104,95	813,6	918,5
4.	19,2	-5,91	7,17	179	670,6	849,6	179	987	1166	-104,95	-813,6	-918,5
5.	26,8	6,26	0	115	1050,2	1165,2	1840	0	1840	0	0	0
		Жами:		3513	2465,7	5978,7	2424	8792	11216	0	0	0

5. Кесимни 1:2 масштабда чизиб, ҳамма ўқлари ва ўлчамлари кўрсатилсин.

Ечиш. Кесимни масштабда чизиб оламиз, ҳар бир кесимнинг оғирлик марказидан $x_1o_1y_1$ ва $x_2o_2y_2$ ўқларини ўтказамиз. Кесимларни 1 ва 2 рақамлар билан белғилаб оламиз ва тавсифларни ёзиб оламиз:

$h = 12$ см;	$b = 52$ см;
$A = 13{,}3$ см^2;	$I_x = 304$ см^4;
$I_y = 31{,}2$ см^4;	$Z_0 = 1{,}54$ см.

Кесимни ихтиёрий *xoy* координата ўқига жойлаштириб, x_c ва y_c оғирлик маркази координаталарини топамиз:

$$x_c = \frac{A_1x_1 + A_2x_2}{A_1 + A_2}; \quad y_c = \frac{A_1y_1 + A_2y_2}{A_1 + A_2}$$

Чизмадан $x_1 = \frac{h}{2} = \frac{12}{2} = 6\,см$; $x_2 = h - z_0 = 12 - 1{,}54 = 10{,}46\,см$;

$y_1 = h + z_0 = 12 + 1{,}54 = 13{,}54\,см$; $y_2 = \frac{h}{2} = \frac{12}{2} = 6\,см$ ни ҳосил қиламиз, $x_c = 8{,}23$ *см* ва $y_c = 9{,}77$ *см* ни топамиз.

Чизма (26-расм) да О нуқтадан $x_c = 8{,}23$ см ва $y_c = 9{,}77$ см масштабда ўлчаб қўйиб С нуқтани — кесимнинг оғирлик марказини топамиз. Агар x_c ва y_c тўғри топилган бўлса, С нуқта O_1 ва O_2 нуқталардан ўтказилган чизиқ устида жойлашади.

Шаклларнинг марказий ўқлари x_1oy_1; x_2o_2y; x_c ва y_c ўқлари орасидаги масофаларни топамиз (26-расм):

$$a_1 = -(x_c - x_1) = -(8{,}23 - 6) = -2{,}23\,см$$

$$a_2 = x_2 - x_c = 10{,}46 - 8{,}23 = 2{,}23\,см$$

$$b_1 = y_1 - y_c = 13{,}54 - 9{,}77 = 3{,}77\,см$$

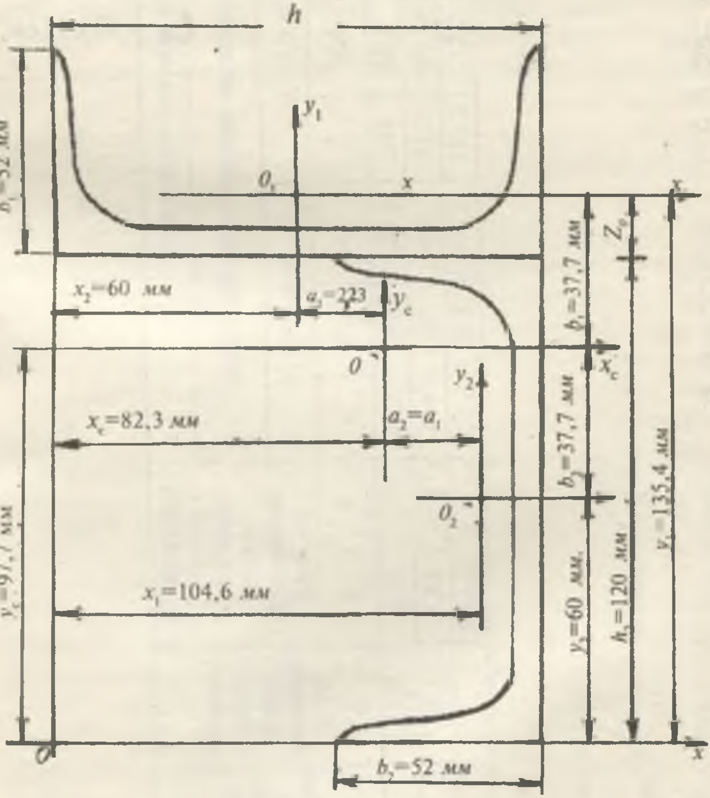
$$b_2 = -(y_c - y_2) = -(9{,}77 - 6) = -3{,}77\,см$$

x_c ва y_c ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моментларини параллел ўқларга нисбатан инерция моментини аниқлаш формуласидан фойдаланиб топамиз.

Ҳисоблашни 4-жадвал бўйича бажариш қулай. $x_1o_1y_1$ ва $x_2o_2y_2$ ўқлари 1 ва 2-элементларнинг марказий ва бош инерция ўқлари ҳисобланади. Шунинг учун 1 ва 2-элементларни марказий ўқларига нисбатан марказдан қочма инерция моментлари нолга тенг бўлади.

Кесимнинг марказий ўқларидан биттаси ёки иккитаси симметрия ўқи бўлса, бу ўқлар бош инерция ўқларирдир. Масалан, тенг томонли бурчакни марказий ўқлари симметрия ўқи эмас. Шунинг учун бу ўқлар бош инерция ўқлари деб ҳисобланмайди. Агар чизмадаги иккита элементдан биттаси юқорида айтилган бурчак элементи бўлса, марказдан қочма инерция моменти қуйидагича топилади:

$$I_{xy} = \frac{I_{x_0(\max)} - I_{y_0(\min)}}{2}\sin 2\alpha = \frac{I_{x_0} - I_{y_0}}{-2} \quad (\alpha = 45^\circ)$$



26-расм.

Кесим бош инерция ўқларининг йўналишини топамиз:

$$tg2\alpha_o = -\frac{2 \cdot 223,6}{467,4 - 713,2} = 1,819\ рад$$

Бу ерда: $2\alpha = 61^0$; $\alpha_0 = 30^0 30^I$

Бош инерция моментларини аниқлаймиз:

$$I_{\substack{max \\ min}} = \frac{1}{2}\left[(713,2 + 467,4) \pm \sqrt{(713,2 - 467,4)^2 + 4(223,6)^2}\right] =$$

$$= 0,5(1180,6 \pm 510,3)\,см^4 \qquad I_{max} = 845,45\,см^4$$

$$I_{min} = 335,15\,см^4$$

4-жадвал

Кесим элемент-лари-нинг №	Элемент ларнинг кесим юзалари A, см^2	Юзаларнинг оғирлик марказлари-нинг координата-лари, см		Юзаларнинг инерция моментлари, см^4								
				Ўқларга нисбатан инерция моментлари						Марказдан қочма инерция моменти		
				$I_{x_c} = I_x + b^2A$			$I_{y_c} = I_y + a^2A$			$I_{x_cy_c} = I_{xy} + abA$		
		a	b	I_x	b^2A	I_{x_c}	I_y	a^2A	I_{y_c}	I_{xy}	abA	$I_{x_cy_c}$
1	13,3	-2,23	3,77	31,2	189	220,2	304	66,1	370,1	0	-111,8	-111,8
2	13,3	2,23	-3,77	304	189	493	31,2	66,1	97,3	0	-111,8	-111,8
		Жами:		335,2	378	713,2	335,2	132,2	467,4	0	-223.6	223,6

Текшириш:

$$I_{x_0y_0} = \frac{I_{x_c} - I_{y_c}}{2} \sin 2\alpha_0 + I_{x_cy_c} \cos 2\alpha_0 = 0$$

$$I_{x_0y_0} = \frac{713,2 - 467,4}{2} \sin 2(30°30') - 223,6 \cos 2(30°30') = 122,9 \cdot 0,875 - 223,6 \cdot 0,484 = 0,7\ см^4$$

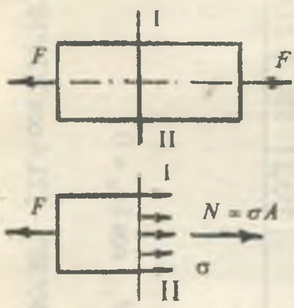
II БОБ

ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

Чўзилиш ва сиқилиш машина элементларида ва конструкция қисмларида кўп учрайдиган ҳолдир. Масалан, занжирлар, трослар, фабрика-заводларнинг трубалари, бино томини ушлаб турувчи колонкалар ва ҳ.к.лар чўзилиш ёки сиқилиш деформациясига учрайди. Иншоот ёки конструкция қисмлари маҳкамланиш турига ёки юк ва ташқи кучларнинг таъсир қилиш тавсифиға қараб марказий ёки марказлашмаган чўзилиш ёки сиқилишда бўлади.

Марказий чўзилиш ёки сиқилиш деб, бир-бирига тенг ва ўқи бўйлаб қарама-қарши томонларга йўналган кучлар таъсиридаги стерженнинг деформациясига айтилади (28-расм).

2.1. БЎЙЛАМА КУЧ. КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ



27-расм.

Марказий чўзилиш ва сиқилишда стерженнинг кўндаланг кесимида фақат бир хил ички куч омили — бўйлама куч N ҳосил бўлади. Бўйлама куч кесиш усули орқали топилади. N кучи кесимдан йўналган бўлса чўзувчи бўйлама куч деб қабул қилинади ва мусбат ишорали бўлади. Агар N кучи кесимга қараб йўналган бўлса сиқувчи бўйлама куч бўлади ва ишораси манфий олинади. Кесиш усулидан фойдаланиб N кучни топишда, унинг йўналиши номаълум бўлса, мусбат ишорани олиш мақсадга мувофиқдир. Стержень бир қанча ташқи кучлар таъсирида бўлса, стерженнинг узунлиги бўйлаб ички кучларнинг графигини чизиш керак. Стержень ўқи бўйлаб N кучининг ўзгариш графигига бўйлама куч эпюраси дейилади. N кучни топиш учун мувозанат тенгламаларидан фойдаланамиз. Бўйлама куч N стержень кўндаланг кесимининг чексиз кичик юзасига (dA) таъсир этувчи σdA ички кучларнинг тенг таъсир этувчиси ҳисобланади:

$$N = \int_A \sigma \cdot dA \qquad (2.1)$$

Тажриба шуни кўрсатадики, марказий чўзилиш ёки сиқилишда стерженнинг кўндаланг кесимлари бошланғич ҳолатига нисбатан параллел кўчади, яъни деформациягача текис бўлган кесимлар деформациядан кейин ҳам текислигича қолади. Шунинг учун стержень кесим юзасининг ҳар бир нуқтасига қўйилган кучланиш бир хил бўлади, яъни: $\sigma = const$

Демак, (2.1) формулани қуйидагича ёзиш мумкин экан:

$$N = \sigma \cdot A \text{ ва } \sigma = \frac{N}{A} \qquad (2.2)$$

Бу ерда: σ — стержень кесим юзасининг нормал кучланиши; A — стерженнинг кўндаланг кесим юзаси, м².

Чўзилиш ва сиқилишга ишлайдиган деталларнинг мустаҳкамлигини ҳисоблашда нормал кучланиш — σ нинг қайси қиймати хавфли эмас, деган савол туғилади. Албатта, бу кучланиш детални емирилиш ёки уни ноқулай шароитда ишлаш ҳолатига тўғри келувчи хавфли кучланиш — σ_0 дан кичик бўлиши керак. Конструкция қисмларининг хавфсиз ҳолатини таъминловчи кучланишга рухсат этилган кучланиш дейилади. Бу кучланишни [σ] орқали ифодалаймиз. [σ]нинг қиймати тажрибалар орқали топилади.

Демак, конструкция қисмида ҳосил бўлган энг катта нормал кучланиш $\sigma = \sigma_{max}$, шу конструкция материали учун танланган рухсат этилган кучланишдан катта бўлмаса, конструкциянинг мустаҳкамлиги таъминланган бўлади, яъни:

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq [\sigma] \qquad (2.3)$$

(2.3) формула чўзилиш ёки сиқилишдаги мустаҳкамлик шарт дейилади. [σ] нинг қиймати хавфли нормал кучланишнинг бир қисмига тенг деб қабул қилинади:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n} \qquad (2.4)$$

Бу ерда: σ_0 — материалнинг мустаҳкамлик чегараси; n — эҳтиётлик коэффициенти.

Эластик жисмлар деформацияси тажрибалар асосида кузатилганда таъсир қилувчи нормал кучланишлар нисбий деформацияга тўғри пропорционал эканлигини аниқлаш мумкин:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \tag{2.5}$$

Бу шарт Гук қонуни дейилади. (2.5) формуладаги ε — нисбий узайиш. Нисбий узайиш бруснинг абсолют узайиши — Δl нинг бошланғич узунлиги нисбатига тенгдир:

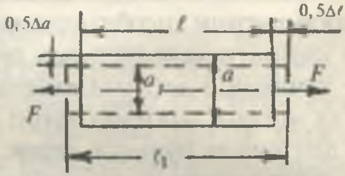
$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} \tag{2.6}$$

Кўндаланг деформациянинг нисбий миқдори:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta a}{a} \tag{2.7}$$

Агар (2.5) формулага (2.2) ва (2.6) ларни келтириб қўйсак, Гук қонунининг бошқа кўринишини топамиз:

$$\Delta \ell = \frac{N\ell}{EA} \tag{2.8}$$



28-расм.

Е катталиги пропорционаллик коэффициенти бўлиб, у эластиклик модули дейилади. Е — физик константа, тажриба асосида топилади, Н/м^2; кН/м^2 ларда ўлчанади. Е материалнинг турига қараб ўзгаради ва унинг физик-механик хоссасига боғлиқ бўлади. ЕА бруснинг чўзилиш ёки сиқилишдаги бикрлиги дейилади.

Чўзилиш ва сиқилишдаги кўндаланг нисбий деформация ε' нинг бўйлама нисбий деформация — ε га нисбати ўзгармас сон бўлиб, у Пуассон коэффициенти дейилади:

$$\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \tag{2.9}$$

Пуассон коэффициенти — μ ҳам E га ўхшаб материалнинг хоссасини аниқловчи катталикдир. μ нинг қиймати 0 дан 0,5 ораликда материалнинг турига қараб ўзгаради.

1-жадвал

Материал	Эластиклик модули E, мПа	Пуассон коэффициенти μ	Рухсат этилган кучланиш мПа	Ҳароратдан чизиқли кенгайиш коэффициенти $\alpha °C^{-1}$	Солиштирма оғирлик ρ, н/м³
Пўлат	$2\rightarrow10^5$	0,30	160	$125\rightarrow10^{-7}$	78
Чуян	$1,2\rightarrow10^5$	0,25	130	$104\rightarrow10^{-7}$	75
Мис	$1\rightarrow10^5$	0,32	60	$165\rightarrow10^{-7}$	83
Бронза	$1\rightarrow10^5$	0,35	90	$170\rightarrow10^{-7}$	82
Шиша	$0,56\rightarrow10^5$	0,25			

2.2. ҲАРОРАТ ТАЪСИРИДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ

Техникада кўпгина конструкция қисмлари ҳарорат таъсирида ишлайди (газ трубина, реактив двигатель қисмлари). Ҳарорат таъсирида ҳосил бўлган ички бўйлама куч N материалнинг эластиклик модули E, қиздирилиш ҳарорати t° таъсиридаги чизиқли кенгайиш коэффициенти α ва стерженнинг кўндаланг кесим юзаси A га боғлиқ бўлади, яъни:

$$N = \alpha \cdot \Delta t \cdot E \cdot A \tag{2.10}$$

Ҳароратли кучланиш: $\sigma_t = \dfrac{N}{A} = \alpha \cdot \Delta t \cdot E$

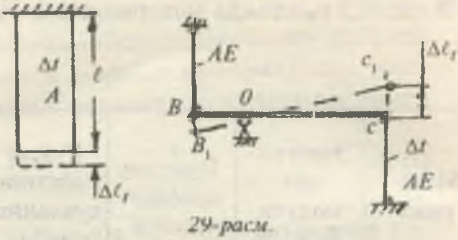
Текис қиздирилган бир жинсли стерженнинг абсолют узайиши қуйидаги формула билан топилади:

$$\Delta\ell_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell \tag{2.11}$$

(2.6) формуладан стерженнинг нисбий узайишини топиш мумкин:

$$\varepsilon = \alpha \cdot \Delta t \qquad (2.12)$$

Агар стерженга ташқи чўзувчи куч F ҳам таъсир қилса, (2.11) ва (2.12) формулаларни қуйидагича ёзиш мумкин:

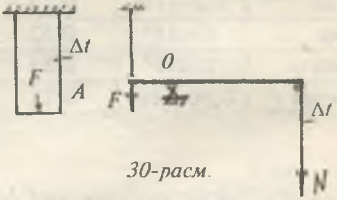


29-расм.

$$\Delta\ell = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell + \frac{N\ell}{EA} \qquad (2.13)$$

ва $\varepsilon = \alpha \cdot \Delta t + \dfrac{\sigma}{E}$

Ташқи куч F ва ҳарорат таъсиридаги деформациялар мустақил кўринишга эга ва у стерженнинг умумий деформациясини ташкил қилади.



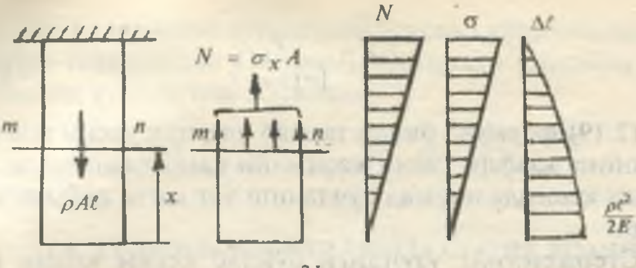
30-расм.

2.3. ХУСУСИЙ ОҒИРЛИК ТАЪСИРИДАГИ СТЕРЖЕННИНГ ЧЎЗИЛИШ ЁКИ СИҚИЛИШИНИ ҲИСОБЛАШ

Узунлиги ℓ га тенг бўлган стержень хусусий оғирлик таъсирида узаяди. Стерженнинг пастки учидан X масофада жойлашган m — n кесимининг ички кучи ва кучланишини аниқлаймиз. Бунинг учун кесиш усулидан фойдаланамиз. Стерженни икки қисмга ажратиб, пастки бўлагини олиб қоламиз. Стерженнинг ажратиб олинган пастки қисми ўзининг хусусий оғирлиги $\rho A x$ ва стерженнинг ташлаб юборилган қисмининг пастки қисмга қўйилган таъсири σ_x остида бўлади. Агар σ_x стерженнинг m — n кесимида тенг тарқалган бўлса, $N = \sigma_x A = \rho \cdot Ax$ ва $\sigma_x = \rho \cdot x$ ҳосил бўлади.

Демак, хусусий оғирлик таъсирини ҳисобга олганда нормал кучланиш — материалнинг солиштирма оғирлиги ρ ва стерженнинг узунлиги ℓ га боғлиқ бўлади. Нормал кучланиш X = ℓ кесимда, яъни таянч кесимда энг катта қийматга эришади:

$$\sigma_{\max} = \rho \cdot \ell \qquad (2.15).$$



31-расм.

Стерженнинг хавфли кесими учун мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{\max} = \rho \cdot \ell \le [\sigma] \qquad (2.16)$$

Агар, стерженнинг пастки учига F куч қўйилган бўлса, мустаҳкамлик шартининг кўриниши ўзгаради (32-расм):

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \rho \cdot \ell \le [\sigma] \qquad (2.17)$$

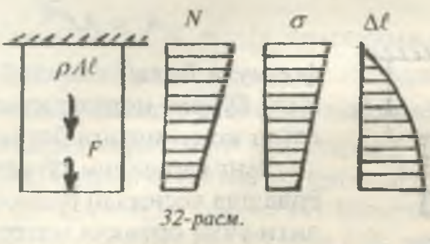
(2.16) ва (2.17) формулалардан фойдаланиб стерженнинг мустаҳкамлигини таъминлайдиган критик узунлик:

$$\ell_k = \frac{[\sigma]}{\rho}; \quad \ell_k = \frac{[\sigma]A - F}{\rho A}$$

Бруснинг хусусий оғирлик таъсирида узайишини топиш учун Гук қонунидан фойдаланамиз (31-расм):

$$\Delta\ell = \int_x^\ell \frac{Ndx}{EA} = \int_x^\ell \frac{\rho \cdot A \cdot x \cdot dx}{EA} = \frac{\rho}{2E}(\ell^2 - x^2) \qquad (2.18)$$

ва кесим юзасини аниқлаш мумкин:

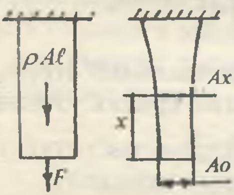


32-расм.

$$A \geq \frac{F}{[\sigma] - \rho \cdot \ell} \qquad (2.19)$$

(2.19) формула билан танлаб олинган кесим юза стерженнинг хавфли таянч кесимини қаноатлантиради, чунки шу кесимда нормал кучланиш энг катта қийматга эришади.

Стерженнинг узунлиғи бўйлаб кесим юзани (2.19) формула ёрдамида танлаш мумкин эмас, чунки $X = 0$; $\sigma = 0$ ва $X = \ell$ бўлса, $\sigma = \sigma_{max}$ га асосан, нормал кучланиш стерженнинг узунлиги бўйлаб барча кесимларда тўғри чизиқли қонуният билан ўзгарувчандир. Бу ҳолат стерженнинг узунлиги бўйлаб барча кесимлар нормал кучланиши билан бир хил юкланмаганлигини ва ортиқча материал сарфланганлигини билдиради.



33-расм.

Стерженнинг узунлиги бўйлаб кесимни шундай танлаш керакки, унинг барча кесим юзаларида σ бир хил қийматга эга бўлсин. Бундай стерженлар тенг қаршилик кўрсатувчи бруслар дейилади.

Агар, стержень ташқи F куч билан ҳам юкланган бўлса (32-расм):

$$\Delta\ell = \int_x^\ell \frac{(F + \rho A x)dx}{EA} = \frac{N(\ell - x)}{EA} + \frac{\rho}{2E}(\ell^2 - x^2) \qquad (2.20)$$

ҳосил бўлади.

Тенг қаршилик кўрсатувчи брусларнинг кўндаланг кесим юзаси

$$A_x = A_0 \ell^{\frac{\rho}{[\sigma]}x} \qquad (2.21)$$

34-расм.

формула билан топилиб, бруснинг узунлиги бўйлаб нормал кучланишнинг тарқалиш қонуниятига боғлиқ бўлади.

Тенг қаршилик кўрсатувчи брусни тайёрлашда кесимдан рационал фойдаланганлиги учун ортиқча материал сарфланмайди. Тенг қаршилик кўрсатувчи бруслар кўпинча поғонали қилиб тайёрланади (34-расм). Поғонали бруснинг кесим юзалари қуйидагича топилади:

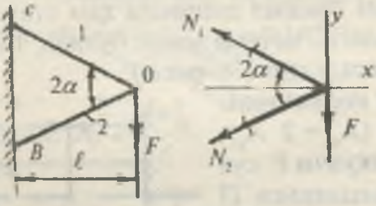
$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \rho \cdot \ell_1} \quad \text{ва} \quad A_2 = \frac{F + \rho A_1 \ell_1}{[\sigma] - \rho \ell_2}$$

2.4. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДА СТАТИК НОАНИҚ СИСТЕМАЛАР

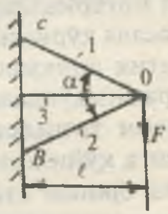
Амалиётда учрайдиган конструкция қисмларининг кўпчилиги кўндаланг кесимда ҳосил бўладиган ички чўзувчи ёки сиқувчи бўйлама кучлари ва кучланишларини кесиш усулидан фойдаланиб, системанинг ажратилган бўлагини мувозанат шартини тузиш билан топиш мумкин.

Масалан, С ва В кесимлари таянчга таянган ва О кесимида F куч билан юкланган стерженлар системасининг ички бўйлама кучларини топайлик (35-расм).

Системанинг мувозанат шартини таъминловчи иккита тенглама тузамиз:



35-расм.



36-расм.

$$\sum x = -N_1 \cos\alpha - N_2 \cos\alpha = 0 \qquad (2.22)$$

$$\sum y = N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\alpha - F = 0 \qquad (2.23)$$

(2.22) ни тенгламадан $N_1 = -N_2$ тенгликни (2.23) шартга келтириб қўйсак, $N_2 = \frac{-F}{2\sin\alpha}$ ҳосил бўлади.

Агар системага яна битта стержень жойлаштирсак, ундаги ички кучларни мувозанат шартлардан фойдаланиб топиб бўлмайди, чунки ажратилган қисмдаги ички кучларнинг сони шу қисмнинг мувозанат ҳолатини таъминловчи тенгламалар сонидан кўп бўлади (36-расм):

$$\sum x = -N_1 \cos\alpha - N_3 - N_2 \cos\alpha = 0 \qquad (2.24)$$
$$\sum y = N_1 \sin\alpha - N_2 \sin\alpha - F = 0 \qquad (2.25)$$

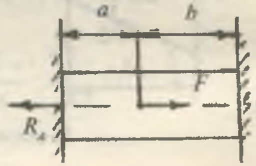
(2.24) ва (2.25) тенгламаларда учта N_1, N_2 ва N_3 номаълум кучлар бўлиб, бу кучларни юқорида тузилган шартлар ёрдамида топиб бўлмайди. N_1, N_2 ва N_3 ларни топиш ноаниқликка келиб қолади. Бундай системалар статик ноаниқдир.

(2.24) ва (2.25) тенгламалардан номаълум N ички кучларни топиш учун қўшимча тенгламалар тузилиши керак. Қўшимча тенгламалар — системанинг деформациясини ифодалайдиган геометрик боғланишлар — деформация тенгламалари мувозанат тенгламалари билан биргаликда ечилади ва номаълум ички кучлар топилади.

Икки томони бикр маҳкамланган ва F куч билан юкланган стержень ҳам статик аниқмас масаладир, чунки R_A ва R_B таянч реакциялари битта мувозанат шартидан топилиши мумкин эмас (37-расм): $\sum y = 0$; $R_A + R_B = F$

Демак, бу системани ечиш учун қўшимча деформация тенгламасидан фойдаланиш керак. Конструкция элементи ҳар хил материаллардан ташкил топганда ҳам статик ноаниқ масала кўринишидаги система ҳосил бўлади. Бу стержен статик аниқмас масаладир (38-расм).

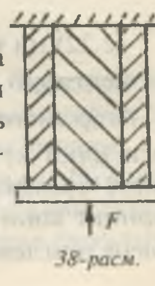
Стержень кўндаланг кесимининг ўлчамлари топилсин ($A_п = 2\ A_б$). Стержента қўйилган сиқувчи F куч пўлат ва бронза стерженларига П детали орқали таъсир қилади. F кучнинг ҳар қайси стерженга таъсирини топиш учун битта тенглама тузиш мумкин: $F_б + F_п = F$ (а)



37-расм.

Бу тенгламада иккита номаълум куч бор.

$F_б$ ва $F_п$ кучларни топиш учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. Ташқи сиқувчи куч таъсирида ҳар иккала стержень ҳам бир хил масофага сиқилади. Гук қонунига асосан:



38-расм.

$$\Delta\ell = \frac{F_б \ell}{E_б A_б} = \frac{F_п \ell}{E_п A_п} \qquad (б)$$

Бу ерда: $F_п = F_б \frac{E_п A_п}{E_б A_б}$ ни (а) тенгламага келтириб қўйсак:

$$F_б(1 + \frac{E_п A_п}{E_б A_б}) = F$$ келиб чиқади.

У ҳолда: $F_б = \frac{F}{1 + \frac{E_п A_п}{E_б A_б}}$ ва $F_п = \frac{F}{1 + \frac{E_б A_б}{E_п A_п}}$

Ҳар қайси материалдаги кучланиш:

$$\sigma_б = \frac{F_б}{A_б} \text{ ва } \sigma_п = \frac{F_п}{A_п}$$

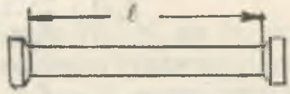
У ҳолда (б) тенгламадан: $\frac{\sigma_п}{\sigma_б} = \frac{E_п}{E_б}$, агар $E_п = 2 \cdot 10^5$ *мПа* ва $E_б = 1 \cdot 10^5$ бўлса, $\sigma_п = 2\sigma_б$ ҳосил бўлади, яъни пўлатдаги кучланиш бронзадаги кучланишдан икки баробар катта экан. Лекин бронза учун рухсат этилган кучланиш пўлат учун рухсат этилган кучланишдан уч баробар кичик. Шунинг учун стерженнинг ўлчамлари бронза учун танланиши керак: $\sigma_б = \frac{F}{A_б(1 + \frac{E_п A_п}{E_б A_б})} \leq [\sigma]_б$

Бу ерда: $A_б \geq \frac{5[\sigma]_б}{F}$

2.5. МАТЕРИАЛЛАРНИ ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШГА СИНАШ

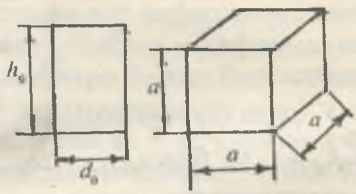
Конструкция қисмларини чўзилиш ва сиқилишга мустаҳкамлигини, бикрлигини ҳисоблашда рухсат этилган кучланиш [σ], эластиклик модули Е ва Пуассон коэффициенти μ, материалнинг эластиклик ва пластиклик хоссаларини ҳисобга олиш керак бўлади. Юқорида келтирилган материалларнинг механик ва пластиклик хоссалари конструкция қисмларининг ишлаш шароитларига, уларни тайёрлаш технологиясига боғлиқ бўлади. Турли шароитларда (юқори ва паст ҳароратда, ҳар хил деформация тезлигида, механик ва термик ишлов беришда...) материалларнинг хоссаларини ўрганиш, чўзилиш ва сиқилишга синашнинг асосий мақсадидир.

Чўзилиш ва сиқилишга синаш махсус машиналар билан жиҳозланган лабораторияларда ўтказилади. Синашда қатнашадиган намунанинг шакли ва геометрик ўлчами стандартлаштирилган бўлиши керак:



39-расм.

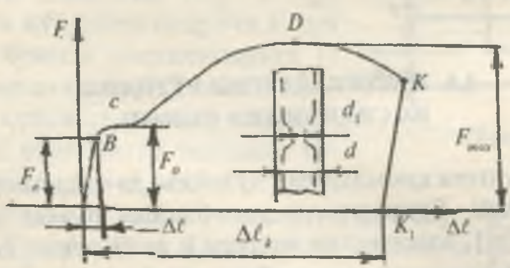
Чўзилишда синаладиган намунанинг асосий хусусияти, унинг кучайтирилган ушлагич қисмидан d_0 диаметрига деформациянинг силлиқ ўтишидир. Сиқилишга синаладиган намуналар цилиндрик (металл) ва кубик (ёғоч, бетон) шаклида тайёрланади.



40-расм.

2.5.1. ЮМШОҚ ПЎЛАТНИНГ ЧЎЗИЛИШ ДИАГРАММАСИ

Чўзилишга синашда куч билан намунанинг узайиши орасидаги боғланиш машинадан диаграмма (41-расм) кўринишида олинади.



41-расм.

Диаграмманинг тавсифли нуқталари қуйидагича номланади:

ОВ чизиқ пропорционаллик чегараси дейилади. ОВ чегарада материал Гук қонунига бўйсунади, чунки намунанинг узайиши ($\Delta\ell$) чўзувчи кучга пропорционал ўзгаради. Бу қонуният В нуқтагача сақланади:

$$\Delta\ell = \frac{F\ell_0}{EA_0}$$

Гук қонуни бўйсунмайдиган ҳолат бошланишига тўғри келувчи кучланиш σ_n — материалнинг пропорционаллик чегараси дейилади. В нуқтадан сезилар-сезилмас баландроқда жойлашган B_0 нуқта материалнинг эластиклик чегараси дейилади. Нисбатан камроқ (0,001...0,003) % қолдиқ деформация ҳосил қиладиган кучланиш $\sigma_э$ эластиклик чегараси дейилади. Агар, ОВ ораликда синовни тўхтатиб, намунадан кучни олсак, намунанинг узайиши йўқолади (сўнади). Сўнувчан деформация — эластик деформация, дейилади.

Чўзувчи кучни орттириб борсак, силлиқ қилиб тайёрланган намунанинг юзида стерженнинг симметрия ўқига нисбатан 45° бурчакда жойлашган чизиқлар ҳосил бўлади. Намунанинг юзи хиралашади ва унинг узайиши учун кучнинг орттирилиши талаб қилинмайди. Материал оқади.

Ўзгармас кучда намуна деформациясининг ўсиши — материалнинг оқувчанлик чегараси, дейилади. Материалнинг оқишига сабаб бўлувчи кучланиш $\sigma_о$ га оқувчанлик чегараси дейилади. Д нуқтагача намунанинг ℓ_0 узунлиги чўзилади (деформацияланади). Д нуқтада намуна энг катта кучни қабул қилади ва унинг бутун узунлиги узайишдан тўхтаб, маълум бир бўлаги узаяди. Маҳаллий узайиш ҳосил бўлади. Намунанинг маҳаллий узайишида қатнашган кўндаланг кесими қисқаради (диаметр кичиклашади), ингичка бўйин ҳосил бўлади. Қисқарган кесимни узиш учун кам куч сарф қилинади ва намуна ингичка бўйиндан К нуқтада узилади.

Энг катта куч F_{max} таъсирида ҳосил бўлган кучланиш материални мустаҳкамлик чегараси ёки вақтинчалик қаршилик дейилади:

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_0}; \quad \sigma_э = \frac{F_y}{A_0}; \quad \sigma_{ок} = \frac{F_{ок}}{A_0}; \quad \sigma_{max} = \frac{F_{max}}{A_0} \qquad (2.26)$$

(2.26) формулада топилган $\sigma_n, \sigma_э, \sigma_{ок}$ ва σ_{max} кучланишлар материалнинг механик хоссаларини ташкил қилади. $OK_1 = \Delta\ell_к$ намунанинг узилишидаги қолдиқ деформацияси. K_1U — намунанинг узилишидан кейин сўнган деформацияси (41-расм).

Намунанинг нисбий узайиши: $\delta = \frac{\Delta\ell_к}{\ell_0} \cdot 100\ \%$ (2.27)

Кўндаланг кесимнинг нисбий қисқариши:

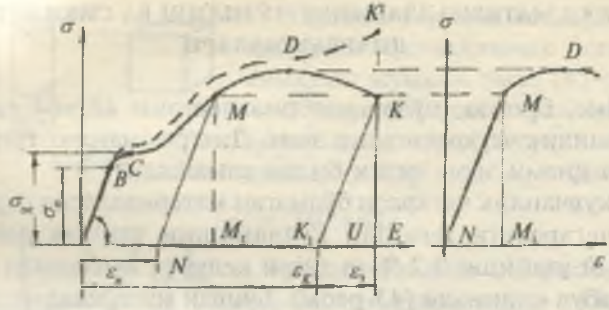
$\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\%$ намуна материалининг пластиклик хоссасини белгилайди. Масалан, агар $\delta > 5\ \%$ бўлса, материал пластик ва $\delta < 5\ \%$ бўлса, материал мўрт бўлади. Пластик материаллар учун ψ катта бўлади. Ст.2 маркали пўлат учун $\psi = 55...65\ \%$, $\delta = 28...33\ \%$.

Материалнинг емирилмасдан катта деформация ҳосил қила олиш қобилияти пластиклик дейилади. Пластикликнинг ўлчови — нисбий узайишдир. Мўртлик — материалнинг пластиклик хоссасига тескаридир.

$\sigma - \varepsilon$ координатасида чўзилиш диаграммаси.

Бунинг учун F кучни A_0 га ва $\Delta\ell$ ни намуна узунлигига бўламиз (42-расм). $\sigma - \varepsilon$ координатадаги чўзилиш диаграммасини шартли диаграмма деб қабул қилсак ҳам бўлаверади. Чунки намунанинг чўзилишдаги турли ҳолатига тўғри келувчи кучланишларини ($\sigma; \sigma_o; \sigma_{max}$) топишда чўзувчи куч — F ни намунанинг бошланғич кесим юзаси — A_0 га бўлдик.

Агар намунанинг узайишида кўндаланг ўлчамнинг қисқаришини ҳисобга олсак, (2.26) формула орқали топилган кучланишлар ҳақиқий кучланишлардан фарқли бўлиб чиқади. Ҳақиқий кучланишлар ёрдамида қурилган чўзилиш диаграммасининг ординатаси $\sigma - \varepsilon$ координатасида ОВСМДК чизиқ билан чегараланган чўзилиш диаграммасининг ординатасидан баланддир (42-расм, пунктир чизиқ).



42-расм.

$\sigma - \varepsilon$ диаграммадан $tg\alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E$ ни ҳосил қилиш мумкин. Материалнинг эластиклик модули E диаграмманинг тўғри чизиқли қисмини абсциссага нисбатан оғишган бурчагининг тангенсига тенгдир.

Пухталаниш. Намунанинг чўзилишини M нуқтада тўхтатсак, диаграмма OB чизиққа параллел MN чизиқ билан орқага қайтади. Намунада ε_N қолдиқ деформация ҳосил бўлади. Агар намунага қайта F кучни юкласак, чўзилиш диаграммаси, намунанинг узайиши N нуқтадан бошланади ва NM чизиқ устидан давом этади. Диаграмманинг қолган қисми МДК чизиғи билан устма-уст тушади. Демак, намуна қайта юкланганда олдинги қолдиқ деформация ε_N ҳисобга олинмас экан. Такрорий (қайта) юклашда (чўзишда) материалнинг қолдиқ деформациясиз катта кучни қабул қилиш қобилияти яхшиланди.

Бу ҳолат MN чизиқда яққол кўринади. MN чизиқ такрорий юклашдаги пропорционаллик чегараси бўлиб, материалнинг эластиклик хоссасини аниқлайди. Пластик деформация таъсирида материал эластиклик хоссасининг яхшиланиши **пухталаниш** дейилади.

Пухталаниш техникада кўп учрайдиган технологик жараёндир. Масалан, ремен, занжир, троссларни совуқ ҳолатида бошланғич чўзилиши, пресслаш, валикларда прокатка қилиш ва ҳ.к.

2.5.2. МАТЕРИАЛЛАРНИНГ ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ ДИАГРАММАЛАРИ

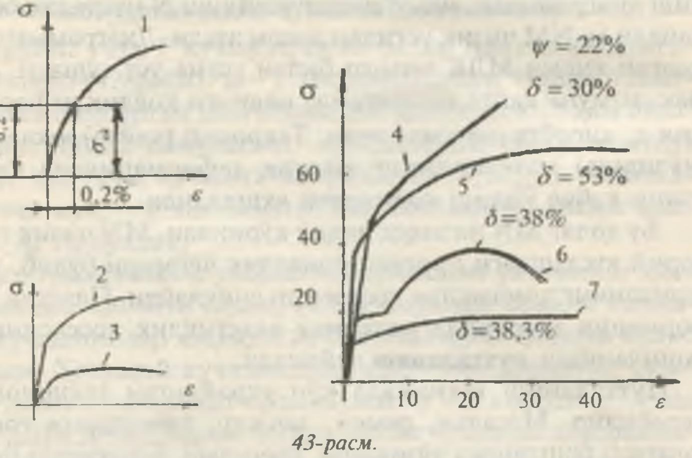
Мис, бронза, пўлат материалларнинг айрим навлари оқувчанлик чегарасига эга эмас. Диаграмманинг тўғри чизиқли қисми эгри чизиқ билан алмашади.

Оқувчанлик чегараси бўлмаган материалларда оқувчанлик чегарасига тегишли кучланишни шартли равишда нисбий узайиши 0,2 % га тўғри келувчи кучланишга тенг деб қабул қилинади (43-расм). Бундай материалларда пропорционаллик чегара сифатида намунанинг умумий деформациясининг 0,002 % га тегишли кучланиш қиймати қабул қилинади. Диаграмманинг шу қисми тўғри чизиқ билан алмаштирилади ва Гук қонуни ишлатилади.

Пластик ва мўрт материалларни сиқилишга синаш учун намуналар тайёрланади (44-расм).

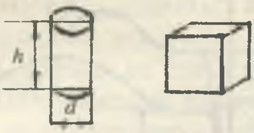
Ёғоч: 35×35×35; бетон: 100×100×100; керамика: 10×10×10 мм.

Юмшоқ пўлат сиқилишда ҳам чўзилишдаги каби катта қолдиқ деформация ҳосил қилиш хусусиятига эга. Сиқилиш диаграммаси фақат ўсувчан бўлади.



43-расм.

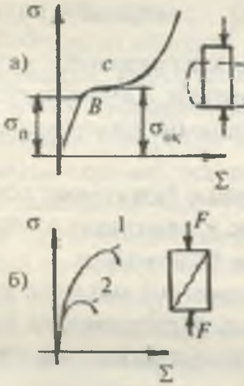
1— дюралюмин; 2— юқори сифатли легирланган пўлат; 3— алюмин ва пўлат; 5— никелли пўлат; 6— қуйма пўлат; 7— бронза.



44-расм.

Шунинг учун юмшоқ пўлатни сиқилишда мустаҳкамлик чегарасини аниқлаш мумкин эмас (45-расм, а).

Юмшоқ пўлатни чўзилиш ва сиқилишдаги $\sigma_{п}, \sigma_{ок}$ кучланишлари тахминан бир хил: $\sigma_{п}$ = 200 мПа ва $\sigma_{ок}$ = 240 мПа.

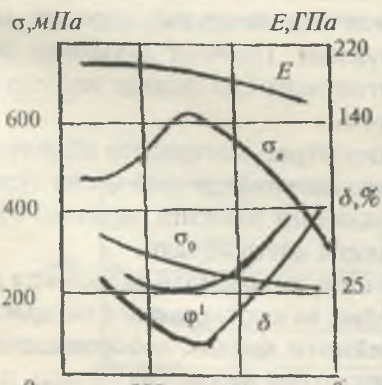


45-расм.

Чўянда чўзилиш (45-расм, б 1) ва сиқилиш диаграммалари (45-расм, б 2) бир хил эмас. Чунки чўян чўзувчи кучга кам қаршилик кўрсатиб, жуда кичик қолдиқ деформация ҳосил қилиб емирилади.

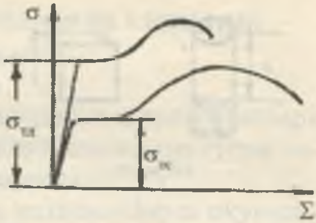
Чўянни чўзилишда узилиш бўйни сезилмайди, сиқилишда эса намуна F куч чизигига 45° бурчак остида емирилади. Умуман, материалнинғ хоссалари синов ишларини ўтказиш шароитига, материалларнинг олиниш технологиясига, термик ва механик ишлов бериш усулига, ҳарорат ва ташқи куч қўйилиш тавсифига боғлиқ.

Масалан, ҳарорат 30° С га қадар кўтарилганда юмшоқ пўлатнинг мўртлиги намоён бўлади, эластик модули Е тахминан ўзгармайди, оқувчанлик чегараси кичраяди, мустаҳкамлиги ортади. Ҳарорат 35°...40° га қадар кўтарилганда юмшоқ пўлатнинг хоссаси ноаниқликка яқинлашади. Унинг механик хусусиятлари ёмонлашади, пластиклик тикланади (46-расм). Бу ҳолат фақат юмшоқ пўлатга хосдир.



46-расм.

Легирланган пўлат ва рангли металларда ҳарорат кўтарилиши билан $\sigma_{ЛК}$ ва $\sigma_в$ бир хил камайиб борса, δ эса ошиб боради. Юкланиш тезлиги ортиши билан пластик материалнинг хоссалари мўрт материал хоссасига яқинлашади (47-расм, 1— статик куч, 2— динамик куч).



47-расм.

Юкланиш тезлиги ортиши билан материалнинг оқувчанлик ва мустаҳкамлик чегаралари ортади. Динамик чўзилишнинг диаграммаси статик чўзилишнинг диаграммасидан баланд жойлашади.

Динамик чўзилишнинг диаграммаси σ ўқи томонга силжиган ҳолатда жойлашади. Динамик юкланишда юмшоқ пўлатнинг эластик модули тахминан ўзгармайди.

Пластмасса ва органик материалларнинг механик хоссалари деформация тезлигига боғлиқ. Пластмассага узоқ муддат куч таъсир қилиб турса, унинг мустаҳкамлик чегараси камаяди.

Конструкция элементлари тайёрланадиган конструкцион пўлат қуйма, қолиплаш, прокатлаш,судраб чўзиш усуллари билан олинади. Турли хил усуллар билан олинган бир хил таркибли пўлатнинг механик хоссалари ҳар хил бўлади. Қуйма усул билан олинган пўлатда конструкциянинг мустаҳкамлигини камайтирувчи ҳар хил ички нуқсон ҳосил бўлиши мумкин. Шунинг учун материалларни рентгенли, ультратовушли ёки бошқа усуллар билан текшириб кўриш керак.

Прокатлаш пўлатни анизатроп материалга айлантиради. Прокатлаш йўналишида материалда тола ҳосил бўлади. Агар деталнинг ўқи материалнинг толасига параллел бўлса, материалнинг мустаҳкамлиги катта бўлади.

Материалнинг оқувчанлик чегарасидан ташқарида пухталаниши унинг оқувчанлик ва мустаҳкамлик чегарасини орттиради, узилишдан кейинги қолдиқ деформациясини камайтиради. Материал мустаҳкам ва эластик бўлади, пластиклиги камаяди.

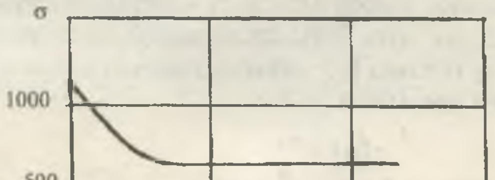
Материалларнинг механик ва пластик хоссаларини ўзгартириш учун уларга термик ишлов берилади: юмшатиш, тоблаш ва бўшатиш.

Пулат маълум ҳароратгача қиздирилиб ушлаб турилади, сўнгра аста-секин совитилади. Юмшатиш натижасида пўлатнинг мустаҳкамлик тавсифи камаяди, пластиклик хусусияти ортади. Натижада, унинг бошланғич ички кучланиши йўқотилади, қирқиб ишлаш осонлашади.

Тобланган пўлатда мустаҳкамлик ортади, пластиклик эса камаяди. Бўшатилган пўлатда пластиклик ортади, мустаҳкамлик хусусиятлари камаяди.

Юқори ҳароратда материал хоссасининг ўзгаришида сурилиш аҳамиятлидир. Юқори ҳароратда ўзгармас кучланиш таъсирида вақт ўтиши билан деформациянинг ўсишига сурилиш дейилади. Қўрғошин, латунь, бронза, алюминий ва бошқа рангли металларда сурилиш кичик ҳароратда ҳам содир бўлиши мумкин. Ҳарорат қанча катта бўлса, сурилиш шунча тез ҳосил бўлади.

Айрим ҳолларда жуда катта вақт оралиғида кучланиши пропорционаллик чегарасидан кичик бўлган материалнинг юқори ҳароратда деформациянинг тез ўсиши —емирилишига сабаб бўлиши мумкин. Сурилиш натижасида пластик деформациянинг ўсиши кучланишнинг деталь кесимида қайта тақсимланиши ёки камайишига олиб келади. Пластиклик деформациясининг ўсиши натижасида кучланишнинг камайиши релаксация ҳодисаси, дейилади (48-расм).

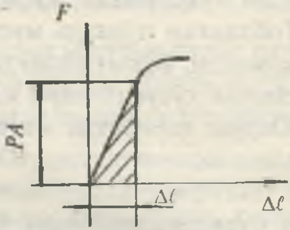


48-расм.

2.5.3. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ

Намунани чўзишда ёки сиқишда машина иш бажаради. Бу иш миқдор жиҳатдан материалда тўпланган потенциал (T) ва кинетик (K) энергиялар йиғиндисидан иборат бўлади, яъни: $A_{иш} = T + K$.

Намунага қўйилган ташқи куч статик куч бўлганлиги учун кинетик энергия нолга тенг. Демак, ташқи $A_{иш} = T$ кучнинг бажарган иши намунанинг деформацияси натижасида материалда тўпланган потенциал энергияга тенг экан. Иккинчи томондан, пропорционаллик чегарасида тўлиқ иш диаграммада штрихланган учбурчакнинг юзаси билан топилади (49-расм):



49-расм.

$$A_{иш} = \frac{F\Delta\ell}{2} = \frac{F^2\ell}{2EA_0} \quad \text{ёки} \quad T = \frac{F^2\ell}{2EA_0}$$

Деформациянинг солиштирма потенциал энергияси:

$$U = \frac{T}{V_0} = \frac{T}{A_0\ell} = \frac{F^2}{2EA_0^2} = \frac{\sigma^2}{2E} = \frac{\sigma\varepsilon}{2}$$

2.6. РУХСАТ ЭТИЛГАН КУЧЛАНИШНИ ТАНЛАШ

Конструкцияларни мустаҳкамликка ҳисоблаш асосан унинг айрим нуқталарида ҳосил бўладиган энг катта кучланиш σ_{max} бўйича олиб борилади. σ_{max} кучланиш, конструкциянинг ишлаш шароитидаги ва материали учун хос бўлган кучланишдан катта бўлмаслиги керак. Бу кучланиш, рухсат этилган кучланиш $[\sigma]$, дейилади ва материални синаш усули билан топилади, яъни:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_0}{n}$$

σ_0 — материалнинг хавфли ҳолатига тўғри келувчи кучланиш.

Пластик материал учун $\sigma_0=\sigma_{ок}$ ва мўрт материал учун $\sigma_ч=\sigma_в$ деб қабул қилинади.

$\sigma_{ок}$ — оқувчанлик чегарасидаги кучланиш;

$\sigma_в$ — мустаҳкамлик чегарасидаги кучланиш;

n — эҳтиётлик коэффициенти.

Оқувчанлик чегарасида пластик материалда қолдиқ деформация ҳосил бўлса, мўрт материаллар мустаҳкамлик чегарасида емирилади.

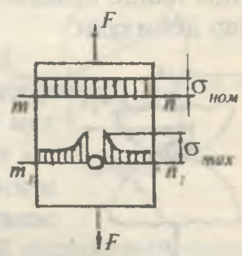
Пластик материаллар учун: n = 1,2...1,8; бетон учун: n = 3, тош учун: n = 10; чўян учун: n = 2,5...3 га тенг.

Умуман эҳтиётлик коэффициентини танлашда машинанинг аҳамияти ва ишлаш муддатига эътибор берилади. Масалан, қурилиш соҳасида n = 2...5 ва авиация техникасида n = 1,5...2.

2.7. КУЧЛАНИШЛАР КОНЦЕНТРАЦИЯСИ

Турли нотекисликлар, тешиклар ва канавкалар ҳисобига кўндаланг кесимнинг (заифлашиши) ўзгариши кучланишнинг нотекис тақсимланишига, кучланишлар концентрациясининг ҳосил бўлишига олиб келади (50-расм).

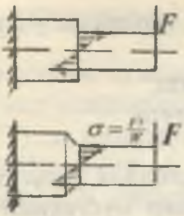
F куч таъсирида чўзилаётган стерженнинг m — n кесимида меъёрий кучланиш тенг тарқалади. m_1 — n_1 кесимида тешик ёнида кучланиш тўплами ҳосил бўлади. Кучланишнинг бундай тўпланиши маҳаллий кучланиш ёки кучланишлар концентрацияси дейилади. Маҳаллий кучланишни келтириб чиқарган нотекисликларнинг турига кучланишлар концентратори дейилади. Максимал кучланиш $\sigma_м$ни (50-расм) кучланиш $\sigma_{ном}$га нисбати кучланишлар концентрациясининг коэффициенти дейилади.



50-расм.

$$\alpha = \frac{\sigma_м}{\sigma_{ном}} \qquad (2.28)$$

$$\sigma_{ном} = \frac{F}{A_0} \qquad (2.29)$$



51-*расм.*

$\alpha_к$ нинг қиймати нотекисликнинг шакли ва ўлчамига боғлиқ ва эксперимент орқали топилади.

A_0 – стерженнинг заифлашмаган кўндаланг кесими юзаси.

Мўрт материалларда лак қопламасини ёки сеткасини ҳосил қилиш усули билан маҳаллий кучланиш аниқланиши мумкин. Айрим ҳолларда кесими ўзгарувчан стерженларда $\alpha_к$нинг қиймати материалнинг мустаҳкамлик чегарасини аниқлаш билан топилади:

$$\alpha_к = \frac{\sigma_{max}}{\sigma}$$

2.8. КОНТАКТ КУЧЛАНИШЛАР ҲАҚИДА ТУШУНЧА

Подшипниклар, тишли узатмалар, кўприкларнинг таянч қисмларидаги шар ва цилиндрик ғилдиракларнинг иш жараёнида контактли кучланишлар ҳосил бўлади. Демак, иккита ўзаро тегиб турадиган жисмни таъсирлашув юзасида пайдо бўладиган кучланишлар контактли кучланишлар дейилади.

52-*расм.*

Контактли кучланишларни кўпинча маҳаллий кучланишлар ҳам дейилади. Контактли кучланишларнинг ва деформацияларни тақсимланиш қонунияти ва аниқланишининг айрим усуллари, назарияси эластиклик назариясида келтирилган.

Диаметрлари d_1 ва d_2 бўлган иккита эластик шар марказий куч билан сиқилганда уларнинг ўзаро тегиб турган жойларида радиуси:

$$a = 0{,}88\sqrt[3]{\frac{F}{2}\cdot\frac{\frac{1}{E_1}+\frac{1}{E_2}}{\frac{1}{d_1}+\frac{1}{d_2}}}$$ бўлган доира ҳосил бўлади.

Контакт майдончасидаги нормал кучланиш нотекис тақсимланади. Энг катта кучланиш контакт доирасининг марказида бўлиб, кучланишнинг ўртача қийматидан 1,5 марта каттадир: $\sigma_{\max} = 1,5\dfrac{F}{\pi d^2}$

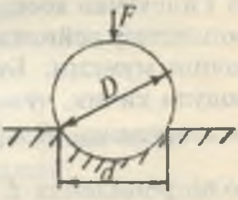
Агар шарларнинг материаллари бир хил бўлса, яъни: $E_1 = E_2$ бўлса:

$$\sigma_{\max} = 0,62 \cdot \sqrt[3]{FE^2\left(\frac{d_1 + d_2}{d_1 d_2}\right)}$$

Контактли кучланишлар майдончасида ҳажмий кучланиш содир бўлади. Материал ҳар томонлама сиқилишга яқин шароитда ишлайди. Шунинг учун маҳаллий эзилиш учун рухсат этилган кучланиш оддий сиқилишдагига қараганда анча катта олинади. Контактли кучланишларни аниқлаш учун келтирилган формулалар контактдаги жисмларнинг шаклига ва ўлчамига боғлиқ.

2.9. ҚАТТИҚЛИК

Сиртига механик тарзда киритилган деталга қаршилик кўрсата олиш қобилияти материалнинг қаттиқлиги дейилади.



53-расм.

Қаттиқлик ёрдамида материалнинг мустаҳкамлик чегарасини аниқлаш мумкин. Материалнинг қаттиқлигини аниқлаш учун унинг сиртига шарик маълум куч билан таъсир қилдирилади.

Д — шарикнинг диаметри, см; d — шарикнинг материал сиртидаги изи диаметри, см.

Агар, $HB \geq 400\,кг/мм^2$ бўлса, материалнинг қаттиқлиги шарик ёрдамида топилмайди, чунки материалнинг деформацияси сезиларли бўлади. Бринель сони ва материалнинг мустаҳкамлик чегараси боғланишда: қаттиқлик Бринель сони:

$$HB = \frac{2F}{\pi \cdot Д\left(Д - \sqrt{Д^2 - d^2}\right)}$$ бўйича топилади.

Кам углеродли пўлат учун: $\sigma = 0{,}36$ HB.

Кул ранг чўян учун: $\sigma_в = \frac{HB - 40}{6}$

2.10. ЯНГИ МАТЕРИАЛЛАРНИНГ МЕХАНИК ТАВСИФЛАРИ

Кейинги йилларда пластмассалар, резиналар, елимлар, локлар ва бошқа синтетик материаллар техникада кенг қўлланиляпти. Бу турдаги барча материалларнинг асосини полимерлар ташкил этади. Қурилишда турли пластмассалар ишлатилмоқда. Пластмассаларни қолиплаш ҳарорати 20° дан (эпоксидопласт, эфириопласт) 250 — 350°С гача (полипропилен, фторопласт) етади. Пластмассаларнинг эластиклик модули катта бўлиб, чўзилувчанлиги кичикдир. Масалан:

фенопласт $E = (3...25) \cdot 10^3$ мН/м²; $\delta = (0{,}1...1{,}5)\%$;

эпоксидопласт $E = (3...4) \cdot 10^3$ мН/м²; $\delta = (2{,}5...8)\%$.

Қотиш жараёнида ўзгармайдиган хоссаларга эга бўлган пластмассалар реактопластлар дейилади. Қотиш жараёнида ўзгарувчан хоссаларга эга бўлган пластмассалар — термопластлар дейилади. Уларни қайта қиздириб, яна қолипга солиш мумкин. Бундай пластмассаларнинг эластиклик модули кичик, чўзилувчанлиги каттадир. Масалан:

полиэтиленда $E = (1{,}5...2{,}5) \cdot 10^3$ мН/м²; $\delta = 150...600)\%$;

полипропиленда $E = (9...12) \cdot 10^3$ мН/м²; $\delta = (500...700)\%$.

Баъзи пластмассаларнинг мустаҳкамлик чегаралари Ст.3 пўлатникига қараганда юқори, пластиклик тавсифлари унча катта эмас, узилишдаги қолдиқ деформацияси $\delta = (1...2)\%$. Пластмассаларнинг солиштирма оғирлиги ($\rho = 1{,}3...1{,}9$ кг/см³) пўлатникига нисбатан 3—4 марта, дюралюминийникига қараганда тахминан 1,5 марта кичик. Шунинг учун конструкция оғирлигини камайтиришда бу материалдан фойдаланиш мумкин.

Техникада резина катта аҳамиятга эга. Резинанинг юмшоқ, ўртача қаттиқ, қаттиқ, иссиққа ва ёғ таъсирига чидамли, протектор каби турлари мавжуд. Резинанинг эластиклик модули ва Пуассон коэффициенти ўзгарувчандир. Масалан, Е = (0,4...8) мН/м²; μ = 0.11—0,45, соф каучук учун: μ = 0,5, протектор резина учун: Е = (8,5...11) мН/м²; δ = 40...45 %, эбонит учун: Е = 40...70 мН/м²; δ = 0,8...1,2 %.

САВОЛ ВА ТОПШИРИҚЛАР

1. Марказий чўзилиш ёки сиқилиш деб нимага айтилади?
1. Абсолют узайиш деб нимага айтилади?
3. Нисбий узайиш деб нимага айтилади?
4. Гук қонунини таърифлаб беринг.
5. Материалларнинг механик хоссаларини айтиб беринг.
6. Материалларнинг пластиклик хоссаларини айтиб беринг.
7. Юмшоқ пўлатнинг чўзилиш диаграммасини чизиб беринг.
8. Юмшоқ пўлатнинг сиқилиш диаграммасини чизиб беринг.
9. Пропорционаллик чегара деб нимага айтилади?
10. Оқувчанлик чегара деб нимага айтилади?
11. Мустаҳкамлик чегара деб нимага айтилади?
12. Эластиклик чегара деб нимага айтилади?
13. Мўртлик деб нимага айтилади?
14. Пластиклик нима?
15. Рухсат этилган кучланиш нима?
16. Чўзилиш ва сиқилишда мустаҳкамлик шартини ёзинг?
17. Статик ноаниқ масала деб нимага айтилади?
18. Пухталаниш нима?

МАСАЛАЛАР

1-масала. Пўлатдан тайёрланган поғонали брус F_1 = 30 кН, F_2 = 30 кН, F_3 = 50 кН ташқи кучлар билан юкланган. Погонали брус учун ички бўйлама куч — N; нормал кучланиш — σ ва абсолют узайиш — $\Delta\ell$ эпюралари қурилсин.

Ечиш. Бутун системанинг мувозанат тенгламасидан номаълум реакция кучи — Вни топамиз:

$$\sum y = B + F_3 - F_2 - F_1 = 0 \quad \text{ёки} \quad B = 30 + 30 - 50 = 10\,кН$$

Берилган масала статик аниқ ёки статик аниқмас система бўлишидан қатъи назар бўйлама кўчишни топиш таянч нуқтадан бошланиши керак, чунки бу нуқта жойлашган кесимнинг кўчиши $(\Delta\ell_B = 0)$ нолга тенгдир. Шунинг учун бўйлама куч — N ни топишни ҳам стерженнинг таянч нуқтасидан бошлаймиз.

Кесиш усулидан фойдаланиб брусни юқори поғонасидан фикран икки қисмга ажратамиз ва пастки қисмни ташлаб юборамиз. Ажратиб қолдирилган қисмнинг кесилган юзасига пастки ташлаб юборилган қисмнинг таъсирини алмаштирадиган N кучни қўямиз ва мувозанат тенгламасини тузамиз:

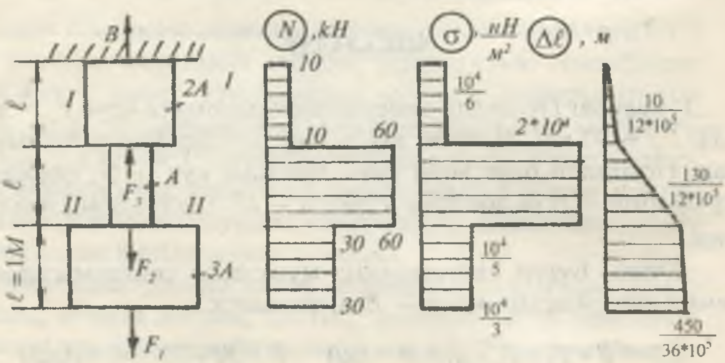
$$\sum y = B - N_1 = 0 \quad \text{ёки} \quad B = N_1 = 10\,кH$$

Текширилаётган поғонанинг узунлиги бўйлаб N_1 куч ўзгармас бўлиб, миқдор жиҳатдан реакция кучи — Вга тенг. Нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = \frac{10}{2\cdot 3\cdot 10^{-3}} = \frac{10^4}{6}, \frac{кH}{м^2}$$

Бруснинг ℓ узунлиги бўйлаб тўлиқ кўчишни топамиз:

$$\Delta\ell_1 = \int_0^{\ell} \frac{N_1 dy}{E2A} = \frac{N_1 y_1}{E2A}$$



54-расм.

Агар, $y_1 = 0$ бўлса, $\Delta\ell_1 = 0$ ва $y_1 = 1$ м бўлса, $\Delta\ell_1 = \frac{10}{12 \cdot 10^5}$ *м*.

Демак, бруснинг юқори поғонасида бўйлама деформация тўғри чизиқли қонуният билан ўзгариб, нолдан $\Delta\ell_1 = \frac{10}{12 \cdot 10^5}$ гача ортиб боради.

II—II қирқим (ўрта поғона).

Ажратилган системанинг мувозанат тенгламасига асосан $\sum y = 0$. $B + F_3 - N_2 = 0$ ва $N_2 = 60\,кН$,

нормал кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{60}{3 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^4 \frac{кН}{м^2}$

Брус ажратилган қисмининг тўлиқ узайишини топиш учун иккинчи оралиқ узайишига биринчи оралиқнинг тўлиқ узайишини қўшиб ёзамиз, яъни:

$$\Delta\ell_2 = \frac{10}{12 \cdot 10^5} + \frac{N_2 \cdot y_2}{EA}$$

Агар $y_2 = 0$ бўлса, $\Delta\ell_2 = \frac{10}{12 \cdot 10^5}$ *м* ва $y_2 = 1$ *м*, $\Delta\ell = \frac{65}{6 \cdot 10^5}$ *м*

III — III қирқим (пастки поғона).

Бўйлама куч — N_3 ни топиш учун стерженнинг ажратилган қисмининг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum y = B + F_3 - F_2 - N_3 = 0$$

Бу ерда: $N_3 = 30$ кН.

Бўйлама куч ажратилган қисмга таъсир қилаётган кучларни алгебраик йиғиндисига тенг бўлади.

Нормал кучланиш: $\sigma_3 = \frac{N_3}{3A} = \frac{30}{3 \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = \frac{10^4}{3}, \frac{кН}{м^2}$.

Бруснинг тўлиқ узайиши:

$\Delta\ell_3 = \Delta\ell_2 + \frac{N_3 y_3}{E3A}$ бўлади.

$y_3 = 0$ бўлса, $\Delta\ell_3 = \frac{130}{12 \cdot 10^5}$ *м* ва $y_3 = \ell = 1$ м.да $\Delta\ell_3 = \frac{450}{36 \cdot 10^5}$ *м*.

N, σ ва $\Delta\ell$ эпюралари 54-расмда кўрсатилган.

2-масала. Тақсимланган куч интенсивлиги q_x ва F_1, F_2, F_3 кучлар билан юкланган бруснинг N, σ ва $\Delta\ell$ эпюралари қурилсин. Тақсимланган куч интенсивлиги — q_x тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Бруснинг кўндаланг кесим юзаси $A = 2 \cdot 10^{-4}\, м^2$, ташқи кучлар $F_1 = F$, $F_2 = 3F$, $F_3 = 3{,}5\ F$ ва $F = 10$ кН. Бруснинг материали пўлат.

Бруснинг тўлиқ узайишини қўзғалмас кесимдаги М нуқтадан бошлаб аниқлаш керак. Шунинг учун N, σ ва $\Delta\ell$ ни аниқлашни ҳам таянч нуқтасидан бошлаймиз:

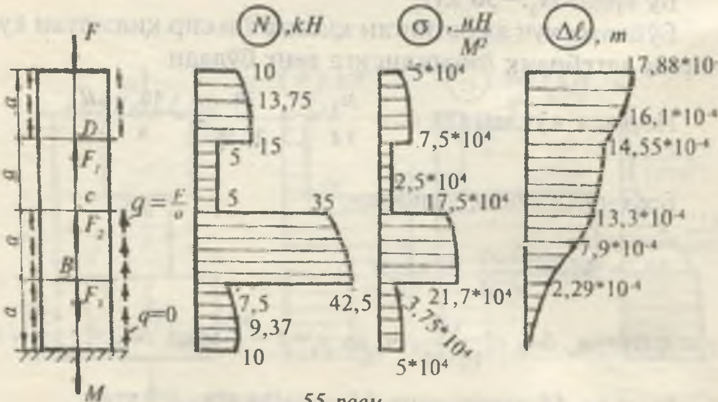
$$\sum x = -M - F_3 + F_2 + F_1 + \frac{1}{2} q_x \cdot 2a + \frac{1}{2} q_x a - F = 0 .$$

Бу ерда: $M = 10\ кН$

Тақсимланган куч интенсивлиги q_x брусни оралиқ масофаларида тўғри чизиқ қонуни билан ўзгаради. Шунинг учун q_x ларнинг тенг таъсир қилувчиси тақсимланган куч интенсивлигини максимал ва минимал қийматларидан қурилган учбурчакнинг юзаси билан ўлчанади.

У ҳолда: $\frac{q_x}{x} = \frac{q}{2a}$ ёки $q_x = q\frac{x}{2a} = \frac{Fx}{2a^2}$

Агар $x = 0$ бўлса, $q_x = 0$ ва $x = 2a$ бўлса, $q_x = \frac{F}{a}$



55-расм.

Берилган брусни узунлиги бўйлаб МВ; ВС; СД ва ДК чегаралари орқали тўртта оралиққа бўламиз.

I—I қирқим. Бруснинг М ва В нуқталари оралиғидан I—I қирқим билан иккига бўлиб, пастки қисмнинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum x = 0 \quad \text{ёки} \quad N_1 + \int_0^a q_x dx - M = 0$$

$$N_1 = M - \int_0^a q_x dx = M - \int_0^a q \frac{xdx}{2a} = M - q\frac{x^2}{4a} = M - F\frac{x^2}{4a^2}$$

$$x_1 = 0 \text{ да } N_1 = M \; 10 \; кН$$

Нормал кучланиш: $\sigma_1 = \dfrac{N_1}{A} = \dfrac{10}{2 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^4 \dfrac{кН}{м^2}$

$x_1 = 0,5\,м \qquad N_1 = 9,375\,кН, \quad \sigma_1 = 4,6875 \cdot 10^4 \dfrac{кН}{м^2}$

$x_1 = 1\,м \qquad N_1 = 7,5\,кН, \quad \sigma_1 = 3,75 \cdot 10^4 \dfrac{кН}{м^2}$

Бруснинг тақсимланган куч интенсивлиги билан юкланган оралиғида N ва σ лар эгри чизиқ қонуни билан ўзгаради. Узайиш:

$$\Delta\ell_1 = \int_0^a \frac{N_1 dx}{EA} = \int_0^a \frac{\left(M - F\dfrac{x_1^2}{4a^2}\right)dx}{EA} = \frac{1}{EA}\int_0^a Mdx - \frac{F}{4a^2 EA}\int x_1^2 dx$$

Ҳосил бўлган тенгламани интеграллсак,

$\Delta\ell_1 = \dfrac{Mx_1}{EA} - \dfrac{Fx_1^3}{12a^2 EA}$ келиб чиқади. $x = 0$ да $\Delta\ell_1 = 0$, яъни қўзғалмас М кесимнинг узайиши нолга тенг бўлади:

$x_1 = 0,5$ м $\qquad \Delta\ell_1 = 1,224 \cdot 10^{-4}\,м$

$x_1 = 1$ м $\qquad \Delta\ell_1 = \Delta\ell_B = 2,291 \cdot 10^{-4}\,м$

II — II қирқим (ВС оралиқ). $a \le x_2 \le 2a$

Қўзғалмас кесимдан X_2 масофадаги кесимнинг бўйлама кучи қуйидагича топилади:

$$\sum x = 0.\ N_2 = M + F_3 - \int_0^2 q_x dx = M + 3{,}5F - \int_0^2 q\frac{xdx}{2a} =$$

$$= M + 3{,}5F - F\frac{x^2}{4a^2}$$

Нормал кучланиш: $\sigma_2 = \dfrac{N_2}{A}$

$x_2 = 1\,м \qquad N_2 = 42{,}5\,кН \quad \sigma_2 = 21{,}25 \cdot 10^4\ \dfrac{кН}{м^2}$

$x_2 = 2\,м \qquad N_2 = 35\,кН; \quad \sigma_2 = 17{,}5 \cdot 10^4\ \dfrac{кН}{м^2}$

I поғонадан II поғонага ўтиш B нуқтасида бўйлама кучни қиймати $F_3 = 3{,}5F = 35\,кН$ га фарқ қилади. Шунинг учун B нуқта жойлашган кесимни N эпюрасида 35 кН га тенг сакраш бўлади. Брусни 2a узунлигининг тўлиқ узайишини топамиз.

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_B + \int_0^{1м}\frac{N_2 dx}{EA} = 2{,}291\cdot 10^{-4} + \frac{Mx_2}{EA} + \frac{3{,}5Fx_2}{EA} - F\frac{x_2^3}{12a^2 EA}$$

$x_2 = 0$, $\Delta\ell_2 = 2{,}291\cdot 10^{-4}\,м$, $x_2 = 0{,}5\,м$, $\Delta\ell = 7{,}9\cdot 10^{-4}\,м$, $x_2 = 1\,м$, $\Delta\ell_2 = \Delta\ell_c = 13{,}3\cdot 10^{-4}\,м$ брус AC узунлигининг тўлиқ узайишидир.

III — III қирқим (CD оралиқ). $0 \le x_3 \le 1м$

Оралиқ узунлиги бўйича тақсимланган куч интенсивлигини тенг таъсир қилувчиси $\frac{1}{2}q\cdot 2a = qa = \frac{F}{a}\cdot a = F$ га тенг.

Бруснинг ажратилган қисмининг мувозанат тенгламаси қуйидагича ёзилади: $\sum x = N_3 + F_2 + F - F_3 - M = 0$ ёки $N_3 = 5\,кН$

Нормал кучланиш: $\sigma = 2{,}5\cdot 10^4\ \dfrac{кН}{м^2}$

Оралиқ узунлиги бўйлаб N_3 ва σ_3 тенг тарқалган, абсолют узайиш $\Delta\ell_3$ эса x_3 масофага пропорционал боғланишда бўлиб, тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Шунинг учун MD оралиқнинг узайиши:

$$\Delta\ell_D = \Delta\ell_c + \frac{N_3 1}{EA} = 13,3\cdot 10^{-4} + \frac{5\cdot 1}{2\cdot 10^8\cdot 2\cdot 10^{-4}} = 14,55\cdot 10^{-4}\ м$$

IV — IV қирқим. $0 \le x_4 \le 1\ м$

Бруснинг ажратилган қисмининг мувозанат шарти:

$$\sum x = N_4 + F_1 + \int_0^A q_x dx + F_2 - F_3 - \frac{1}{2}q2a - M = 0 \text{ ёки}$$

$$N_4 = -F - q\frac{x^2}{2a} - 3F + 3,5F + \frac{F}{a}\cdot a + F = 1,5F - F\frac{x_4^2}{2a^2}$$

Нормал кучланиш: $\sigma_4 = \frac{N_4}{A}$ ва абсолют узайиши:

$$\Delta\ell_4 = \Delta\ell_D + \int_0^1 \frac{N_4 dx}{EA} = 14,55\cdot 10^{-4} + \int_0^1 \frac{\left(1,5F - F\frac{x_4^2}{2a^2}\right)}{EA}dx =$$

$$= 14,55\cdot 10^{-4} + \frac{1,5Fx_4}{EA} - F\frac{x_4^3}{6a^2 EA}$$

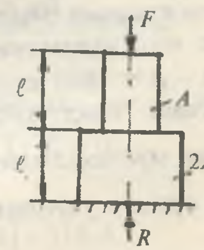
$x_4 = 0$ $N_4 = 15\kappa H;$ $\sigma_4 = 7,5\cdot 10^4 \frac{\kappa H}{м^2}; \Delta\ell_4 = 14,55\cdot 10^{-4}\ м$

$x_4 = 0,5\ м$ $N_4 = 13,875\kappa H;$ $\sigma_4 = 6,937\cdot 10^4 \frac{\kappa H}{м^2};$

$x_4 = 1\ м$ $N_4 = 10\ \kappa H;$ $\sigma_4 = 5\cdot 10^4 \frac{\kappa H}{м^2};$ $\Delta\ell_4 = 17,88\cdot 10^{-4}\ м$

Бруснинг тўлиқ узайиши: $\Delta\ell = 17,88\cdot 10^{-4}\ м$ га тенг.

3-масала. F куч ва хусусий оғирлиги билан юкланган поғонали бруснинг тўлиқ қисқариши топилсин. Брус материалининг ҳажмий оғирлиги — ρ ва эластиклик модули — Е.



56-расм.

Ечиш. Брус ҳар бир поғонасининг хусусий оғирлиги $\sigma_1 = \rho A\ell$ ва $\sigma_2 = \rho 2A\ell$.

F куч таъсиридан таянч кесимида В реакция кучи ҳосил булади.

Реакция кучини топамиз: $\sum x = B - F - \rho A\ell - \rho 2A\ell = 0$

ёки $B = F + 3\rho A\ell$

Брусни пастки поғонасидаги ички бўйлама кучни кесиш усулидан фойдаланиб топамиз: $0 \le x_1 \le \ell$

$\sum x = N_1 + B - \rho 2Ax_1 = 0$ ва $N_1 = \rho 2A \cdot x_1 - F - 3\rho A\ell$

Бруснинг ажратилган қисмининг деформациясини Гук қонунидан фойдаланиб топамиз:

$$\Delta\ell_1 = \int_0^{\ell} \frac{N_1 dx}{E2A} = \int_0^{\ell} \frac{(\rho 2Ax_1 - F - 3\rho A\ell)\,dx}{E2A} = \left|\frac{\rho x_1^2}{2E} - \frac{(F + 3\rho A\ell)\,x_1}{E2A}\right|_0^{\ell}$$

Агар $x_1 = 0$ бўлса, $\Delta\ell_1 = \Delta\ell_B = 0$, яъни таянч кесимида деформация нолга тенг: $x_1 = \ell$; $\Delta\ell_1 = -\dfrac{F\ell}{E2A} - \dfrac{\rho\ell^2}{E}$

II — II қирқим.

Бўйлама кучни топамиз: $\sum x = N_2 + B - \rho 2A\ell - \rho Ax_2 = 0$

Бу ерда: $N_2 = -F - \rho A\ell + \rho Ax_2$

Ажратилган қисмнинг тўлиқ кўчишини топамиз:

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 + \int_0^{\ell} \frac{N_2 dx}{EA} = \Delta\ell_1 + \int_0^{\ell} \frac{(-F - \rho A\ell + \rho Ax_2)\,dx}{EA} =$$

$$= \Delta\ell_1 + \left[\frac{\rho Ax_2^2}{2EA} - \frac{(F + \rho A\ell)\,x_2}{EA}\right]_0^{\ell}$$

$x_2 = 0$, $\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1$ ва $x_2 = \ell$, $\Delta\ell_2 = -\dfrac{3F\ell}{2EA} - \dfrac{3\rho \cdot \ell^2}{2E}$

4-масала.

Вертикал осилган пўлатдан тайёрланган стержень қанча хусусий оғирликда емирилади. Пўлат материалининг мустаҳкамлик чегараси 50 кг/мм^2 , хусусий оғирлиги —$\rho =$ 7800 кг/м^3.

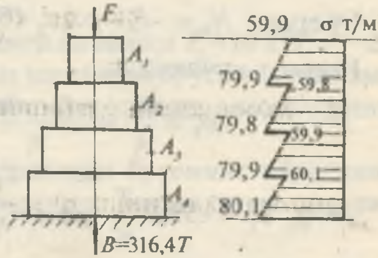
Ечиш. Фақат хусусий оғирлиги билан юкланган стерженни мустаҳкамлик шартини ёзамиз: $\sigma_{\max} = \rho\ell \le \sigma_B$. Бу ерда критик узунлик: $\ell_\kappa = \dfrac{\sigma_B}{\rho} = \dfrac{50 \cdot 10^6}{7800} = 6410\,м$

5-масала.

Узунлиги 40 м бўлган поғонали брус F = 100 т куч ва хусусий оғирлиги билан юкланган. Поғонали брус тўртта бир хил узунликдаги оралиқдан иборат. Поғонали брус материалининг солиштирма оғирлиги 2 т/м^3 ва рухсат этилган кучланиш: $[\sigma] = 80\,\frac{T}{м^2}$

Ечиш. Поғонали бруснинг юқори қисмининг кесим юзасини топамиз:

$$A_1 = \frac{F}{[\sigma] - \rho\ell_1} = \frac{100}{80 - 2 \cdot 10} = 1,67\ м^2$$



57-расм.

A_2 кесимга ташқи F куч ва юқори қисмнинг хусусий оғирлиги таъсир қилади:

$$A_2 = \frac{F + \rho A_1 \ell_1}{[\sigma] - \rho\ell_2} = \frac{100 + 2 \cdot 1,67 \cdot 10}{80 - 2 \cdot 10} = 2,23\ м^2.$$

Поғонали бруснинг учинчи қисми — F куч, биринчи ва иккинчи поғоналарни хусусий оғирликлари таъсирида:

$$A_3 = \frac{A + \rho\ell(A_1 + A_2)}{[\sigma] - \rho\ell_3} = \frac{100 + 2 \cdot 10(1,67 + 2,23)}{80 - 2 \cdot 10} = 2,97\ м^2$$

Поғонали бруснинг энг пастки қисми — F куч ва ундан юқори қисмларининг хусусий оғирликлари таъсирида бўлади:

$$A_4 = \frac{F + \rho\ell(A_1 + A_2 + A_3)}{[\sigma] - \rho\ell_4} = \frac{100 + 2 \cdot 10(3,9 + 2,97)}{80 - 2 \cdot 10} = 3,95\ м^2$$

Поғонали бруснинг таянч кучини топамиз:

$$\sum x = -F - \rho \cdot \ell(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) + B = 0$$

Бу ерда:

$$B = 100 + 2 \cdot 10(1,67 + 2,23 + 2,97 + 3,95) = 316,4\ т.$$

Поғонали бруснинг узунлиги бўйлаб кучланиш эпюрасини қуриш учун уни ҳар бир поғонасидаги ички бўйлама кучларини кесиш усулидан фойдаланиб топамиз.

I – I қирқим. N_1 кучни топиш учун бруснинг ажратиб олинган (A_1— кесим) қисмининг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum x = -F - A\rho x_1 - N_1 = 0$$

Бу ерда: $N_1 = -F - \rho A_1 x_1$ (бўйлама куч — сиқувчи)

Нормал кучланиш:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-F - \rho A x_1}{A_1} = -\frac{F}{A_1} - \rho x_1$$

$x_1 = 0$, $\sigma_1 = -59{,}9\frac{T}{м^2}$ ва $x_1 = 10$ $м$ $\sigma_1 = -79{,}9\frac{T}{м^2}$

II — II қирқим. $0 \le x_2 \le 10\,м$ оралиқдаги (A_2— кесим) брус сиқувчи куч F бруснинг юқори қисмининг хусусий оғирлиги ва бўйлама куч таъсирида бўлади. Бу ерда:

$$-F - \rho A_1 \ell - \rho A_2 x_2 - N_2 = 0; \quad N_2 = -133{,}4 - 4{,}46 x_2$$

Нормал кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{133{,}4 + 4{,}46 x_2}{2{,}23}$

$x_1 = 0$ $\sigma_1 = -59{,}8\frac{T}{м^2}$ ва $x_1 = 10\,м$ $\sigma_1 = -79{,}82\frac{T}{м^2}$

III — III қирқим. $0 \le x_3 \le 10\,м$ (A_3— кесим)

Бўйлама куч N_3 ни топамиз: $N_3 = -F - \rho A_1 \ell - \rho A_2 \ell - \rho A_3 x_3$ ёки $N_3 = -178 - 5{,}94 x_3$

Нормал кучланиш: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = -\frac{178 + 5{,}94 x_3}{2{,}97}$

$x_3 = 0$ $\sigma_3 = -59{,}93\frac{T}{м^2}$, $x_3 = 10\,м$ $\sigma_3 = -79{,}93\frac{T}{м^2}$

IV — IV қирқим $0 \le x_4 \le 10\,м$ (A_4— кесим)

Бўйлама куч $N_4 = -F - \rho A_1 \ell - \rho A_2 \ell - \rho A_3 \ell - \rho A_4 x_4$ ёки

$$N_4 = -237{,}4 - 7{,}9\, x_4$$

Нормал кучланиш: $\sigma_4 = \frac{N_4}{A_4} = -\frac{237,4 + 79x_4}{3,95}$

$x_4 = 0 \quad \sigma_4 = -60,1\frac{T}{м^2}$ ва $x_4 = 10\,м \quad \sigma_4 = -80,1\frac{T}{м^2}$

Поғонали бруснинг ҳамма кесим юзаларида нормал кучланиш рухсат этилган кучланиш $\sigma = 80\frac{T}{м^2}$ дан катта эмас.

6-масала. Хусусий оғирлиги ва ташқи F_1=10 кН; F_2=20 кН; F_3= 0,5 кН кучлар билан юкланган бруснинг бўйлама куч, нормал кучланиш ва абсолют узайиш эпюраларини қуринг.

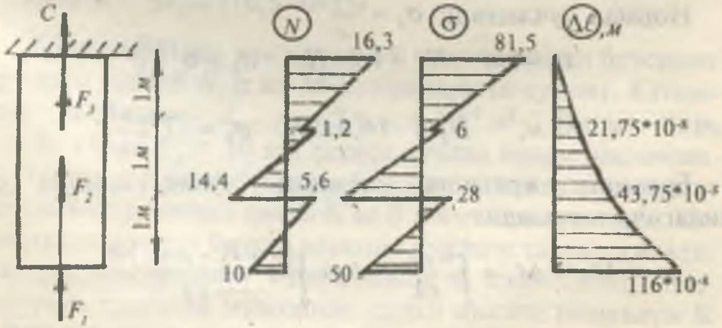
Пўлат материалдан тайёрланган бруснинг кўндаланг кесим юзаси 0,2 м², материалнинг солиштирма оғирлиги: $\rho = 78\frac{кН}{м^3}$

Ечиш: Бруснинг мувозанат шартидан фойдаланиб реакция кучини топамиз:

$$\sum x = -c + F_1 + F_2 + F_3 - \rho A \cdot 3 = 0 \text{ ёки } C = -16,3\,кН$$

Демак, реакция кучи тескари, яъни юқорига йўналар экан. Ташқи кучларнинг таъсир қилиш тавсифига кўра брусни учта оралиққа бўлиб, ажратилган қисмларни узунлиги бўйлаб N, σ ва $\Delta\ell$ ларнинг тарқалиш қонуниятини ўрганамиз.

I — I қирқим. Бруснинг ажратилган қисмининг кесилган кўндаланг кесимига ташлаб юборилган қисмининг



58-расм.

оғирлигини ва ташқи кучларнинг таъсирини N_1 куч сифатида келтириб қўямиз. Натижада бруснинг ажратиб олиб қолдирилган қисми реакция кучи C, узунлиги X_1 бўлган қисмининг хусусий оғирлиги $\rho A x_1$ ва ички куч N_1 таъсирида бўлар экан. Мувозанат шарт қуйидагича ёзилади:

$$\sum x = 0;\ C - \rho A x_1 - N_1 = 0 \text{ ёки } N_1 = C - \rho A x_1$$

Нормал кучланиш: $\sigma_1 = \dfrac{N_1}{A} = \dfrac{C}{A} - \rho \cdot x_1$

x_1 —узунликнинг узайиши: $\Delta\ell_1 = \int\limits_0^\ell \dfrac{N_1 dx}{EA} = \int\limits_0^\ell \dfrac{(C - \rho A x_1)\,dx}{EA}$

$$\text{ёки } \Delta\ell_1 = \frac{Cx_1}{EA} - \frac{\rho \cdot x_1^2}{2E}$$

Юқоридаги тенгламаларга асосан $0 \le x_1 \le 1\,м$ оралиқда N ва σ тўғри чизиқли ва $\Delta\ell$ эгри чизиқ қонунияти билан ўзгаради.

$$x_1 = 0 \quad \text{бўлса} \quad N_1 = 16{,}3\,кН; \quad \sigma_1 = 81{,}5\,\frac{кН}{м^2}; \quad \Delta\ell_1 = 0$$

$$x_1 = 1\,м \quad N_1 = 0{,}7\,кН \quad \sigma_1 = 3{,}5\,\frac{кН}{м^2} \quad \Delta\ell_1 = 21{,}25 \cdot 10^{-8}\,м$$

II — II қирқим. Бруснинг қўзғалмас кесимидаги x_2 масофада жойлашган 2—2 кесими учун бўйлама куч:

$$N_2 = c + F - \rho A x_2$$

Нормал кучланиш: $\sigma_2 = \dfrac{N_2}{A}$

$$x_2 = 1\,м \quad N_2 = 1{,}2\,кН \quad \sigma_2 = 6\,\frac{кН}{м^2}$$

$$x_2 = 2\,м; \quad N_2 = -14{,}4\,кН \quad \sigma_2 = -7{,}2\,\frac{кН}{м^2}$$

Бруснинг ажратилган қисмининг тўлиқ узайиши қуйидагича топилади:

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 + \int\limits_0^\ell \frac{N_2 dx}{EA} = \Delta\ell_1 + \int\limits_0^\ell \frac{(C + F_3 - \rho A x_2)\,dx}{EA}$$

Ҳосил бўлган тенгламани интегралласак:

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 + \frac{(C+F_3)x_2}{EA} - \frac{\rho \cdot x_2^2}{2E}$$

Бу ерда:

$x_2 = 0$ бўлса, $\Delta\ell_2 = 21{,}25 \cdot 10^{-8}$ *м* ва $x_2 = 1$ *м* бўлса,

$$\Delta\ell_2 = 43{,}75 \cdot 10^{-8} \text{ м}$$

III — III қирқим. Узунлиги x_3 га тенг бўлган брусни мувозанат тенгламаси қуйидагича ёзилади: $\sum x = 0$.

$$N_3 = C + F_3 + F_2 - \rho A x_3$$

Нормал кучланиш: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A}$

Агар: $x_3 = 2$ *м* бўлса, $N_3 = 5{,}6$ *кН* $\sigma_3 = 28 \frac{кН}{м^2}$

$x_3 = 3$ *м* бўлса, $N_3 = -10$ *кН* $\sigma_3 = -50 \frac{кН}{м^2}$

Бруснинг тўлиқ узайишини топамиз:

$$\Delta\ell_3 = \Delta\ell_2 + \int_0^\ell \frac{N_3 dx}{EA} = \Delta\ell_2 + \int_0^\ell \frac{(c + F_3 + F_2 - \rho A x_3)dx}{EA} =$$

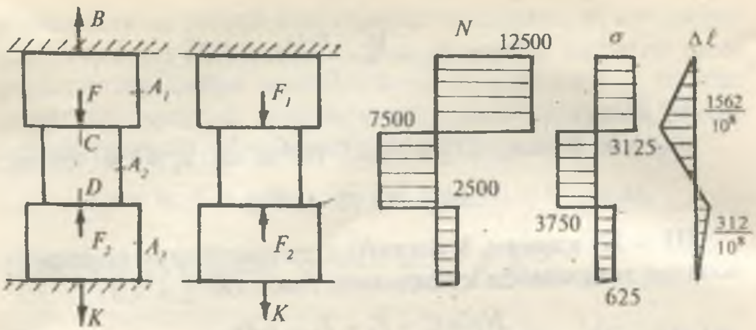
$$= 43{,}75 \cdot 10^{-8} + \frac{36{,}8 x_3}{EA} - \frac{\rho x_3^2}{2E}$$

$x_3 = 0$ $\Delta\ell_3 = 43{,}75 \cdot 10^{-8}$ *м* ва

$x_3 = 1$ м $\Delta\ell_3 = 116{,}5 \cdot 10^{-8}$ *м*

7-масала. Икки учи қистириб маҳкамланган бруснинг узунлиги бўйлаб *N*, σ ва $\Delta\ell$ эпюраларини қуринг. Кўндаланг кесимлари $A_1 = A_3 = 2A_2 = 4 \cdot 10^{-3}$ $м^2$ бўлган брус $F_1 = 20$ кН ва $F_2 = 10$ кН ташқи кучлар билан юкланган.

Ташқи кучлар таъсирида брус узайишга ва сиқилишга қаршилик кўрсатади ҳамда К ва В таянчларга таянади. Таянч нуқталаридан брусга реакция кучлари таъсир қилади. Реакция кучларининг йўналишини ва қийматини аниқлаш учун тузилган мувозанат шарти иккита номаълум К ва В ни беради, яъни:



59-расм.

$$\sum x = B + K - F_1 + F_2 = 0$$

Системадаги номаълумлар сони статикани мувозанат тенгламаларидан ортиқча. Шунинг учун конструкция статик аниқмас масалаларга киради. Бундай масалалар қўшимча деформация (деформацияни таққослаш) тенгламаларини тузиш усули билан ечилади. Деформацияни таққослаш тенгламасини тузиш ташқи кучлар таъсирида таянчлар оралиғи масофаси ўзгармасдан (бруснинг тўлиқ деформацияси нолга тенг бўлади), фақат бруснинг поғоналари узунлиги ўзгариши, яъни системани ташқи кучлар таъсиридаги тўлиқ узайишининг абсолют қиймати К реакция кучи таъсиридаги тўлиқ қисқаришнинг абсолют микдорига тенглигига асослангандир.

Бу ерда: $\Delta\ell_K = \Delta\ell_{F_1} - \Delta\ell_{F_2}$ ва

$$\Delta\ell_1 = \frac{F_1 \cdot 1}{EA}; \qquad \Delta\ell_{F_2} = \frac{F_2 \cdot 1}{EA_2} + \frac{F_2 \cdot 1}{EA_1}$$

$$\Delta\ell_K = K\left[\frac{1}{EA_1} + \frac{1}{EA_2} + \frac{1}{EA_3}\right] = \frac{2K}{EA_2}$$

Демак, $\frac{2K}{EA_2} = \frac{F_1 \cdot 1}{E2A} - F_2\left(\frac{1+1}{EA_2}\right)$ ёки $K = -\frac{F_2}{4} = -2500\ H$

Минус ишораси К реакция кучининг йўналиши нотўғри қабул қилинганлигини билдиради. Демак, К реакция кучи йўналишини тескарига йўналтирамиз ва кейинги тенгламаларда минус (–) ишорасини ҳисобга олмаймиз.

К таянч кучининг қийматини системанинг мувозанат тенгламасига келтириб қўйсак, яъни: $-\frac{F_2}{4} + B - F_1 + F_2 = 0$

Бу ерда: B = 12,5 кН.

Статик аниқмаслик йўқотилгандан кейин брус оралиқ поғоналарида N; σ ва $\Delta\ell$ ларнинг ўзгаришини топамиз ва эпюрасини қурамиз. Бунинг учун брусни оралиқларга бўламиз. Қирқимлар чегаралари ташқи кучлар қўйилган нуқталардан ва брусни кесим юзаси ўзгариши оралиқларидан ўтган.

I — I қирқим. (КД — оралиқ)

Ажратилган бруснинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum y = N_1 - K = 0$$

Бу ерда: $N_1 = K =$ 2500 Н (чўзилиш).

Нормал кучланиш: $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 625 \cdot 10^3 \frac{H}{м^2}$

II — II қирқим. (ДС — оралиқ)

Схемадан $N_2 = K - F_2 = 2500 - 10000 = -7500$Н

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{7500}{2 \cdot 10^{-3}} = -3750 \cdot 10^3 \frac{H}{м^2}$$

III—III қирқим. (СВ — оралиқ) Бруснинг ажратилган қисми F_1; F_2; К ва N_3 кучлари таъсирида. Мувозанат тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\sum y = N_3 - F_1 + F_2 - K = 0 .$$

Бу ерда $N_3 = 12500H$

Нормал кучланиш: $\sigma_3 = \frac{N_3}{A_1} = \frac{12500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 3125 \cdot 10^3 \frac{H}{м^2}$

Бруснинг тўлиқ узайишини топиш учун оралиқларнинг чегараларидаги N ўзгармас бўлганлиги учун $\Delta\ell$ билан бўйлама куч орасидаги боғланиш тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. К кесим қўзғалмас, демак, $\Delta\ell_К = 0$. Д нуқтанинг кўчиши КД оралиқнинг узайишига тенгдир, яъни:

$$\Delta \ell_D = \frac{N_1 \cdot y_1}{EA_3}$$

$y_1 = 0 \qquad \Delta \ell_D = \Delta \ell_K = 0$ ва

$y_1 = 1\,м \qquad \Delta \ell_D = 312,5 \cdot 10^{-8}\,м$

С нуқтанинг тўлиқ кўчиши КД ва ДС масофаларнинг узайиши йиғиндисига тенгдир, яъни:

$$\Delta \ell_c = 312,5 \cdot 10^{-8} + \frac{N_2 \cdot y_2}{EA_2}$$

$y_2 = 0 \qquad \Delta \ell_c = \Delta \ell_D = 312,5 \cdot 10^{-8}\,м$

$y_2 = 1\,м \qquad \Delta \ell_c = -1562,5 \cdot 10^{-8}\,м$

В нуқтанинг кўчиши бруснинг КВ оралиғи тўлиқ узайишига тенгдир, яъни:

$$\Delta \ell_B = -1562,5 \cdot 10^{-8} + \frac{N_3 \cdot y_3}{EA_1}$$

$y_3 = 0 \qquad \Delta \ell_3 = -1562,5 \cdot 10^{-8}\,м$

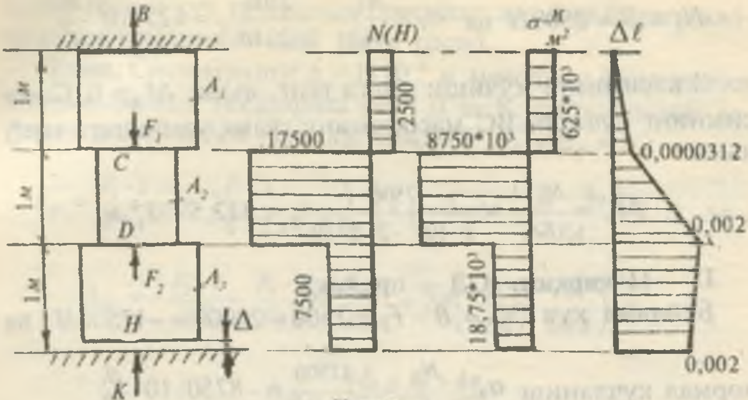
$y_3 = 1\,м \qquad \Delta \ell_B = -1562,5 \cdot 10^{-8} + \frac{12500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0$

В нуқта жойлашган кесимнинг кўчиши нолга тенг, чунки бу кесим бикр маҳкамланган.

8-масала. Брус ташқи кучлар билан юкланганлигига қадар пастки кесими К таянч нуқтаси билан $\Delta = 0,002$ м масофа ҳосил қилган. Бруснинг ДС оралиқ узунлиги $\Delta t = 20°$ гача қиздирилган. Агар бруснинг ташқи кучлар ва ҳарорат таъсиридаги тўлиқ узайиши натижасида Δ масофа ёпилиб, брус билан таянч орасида ўзаро таъсир кучлари ҳосил бўлса, система статик аниқмас системага айланади; Δ масофа ёпилмаса ёки ёпилиб брус билан таянч орасида ўзаро таъсир кучлари ҳосил бўлмаса, система статик аниқ бўлиб қолади.

Берилган система қайси ҳолатга тўғри келишини аниқлаш учун "Н" кесимнинг тўлиқ узайишини топамиз:

$$\Delta_H = \Delta F_1 - \Delta_{F2} + \Delta_t = \frac{F_1 \cdot 1}{EA_1} - \frac{F_2 \cdot 1}{EA_2} - \frac{F_2 \cdot 1}{EA_1} + \alpha \cdot \Delta t \cdot 1 = 0,002375\ м$$



60-расм.

Демак, $\Delta_н > \Delta$ ёки 0,002375 > 0,002 м, натижада Н ва К кесимлар туташади ва К таянчда реактив куч ҳосил булиб, система статик ноаниқ булади. Масалани ечиш учун системанинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$\sum y = K + B + F_2 - F_1 = 0$ ёки $K + B = F_1 - F_2$

Системанинг аниқмаслик даражасини очиш учун қушимча деформация тенгламасини тузамиз: $\Delta_H - \Delta = \Delta_A$

$$\Delta_K = K\frac{1}{EA_1} + \frac{K\cdot 1}{EA_2} + \frac{K\cdot 1}{EA_3}$$

Бруснинг К реакция кучи таъсиридан узайиши:

$$0{,}002375 = K\left(\frac{1}{EA_1} + \frac{1}{EA_2} + \frac{1}{EA_3}\right) + \Delta \text{ ёки}$$

$$K = \frac{(0{,}002375 - 0{,}002)\cdot 2\cdot 10^{11}\cdot 2\cdot 10^{-3}}{2} = 7500H$$

$$B = F_1 - F_2 - K = 20000 - 10000 - 7500 = 2500H$$

Брусни ораликқларга бўлиб, N, σ ва $\Delta\ell$ эпюраларни қурамиз.

I — I қирқим. (ВС — оралиқ)

$$N_1 = B = 2500H \text{ ва } \sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{2500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 625 \cdot 10^3 \frac{H}{м^2}$$

В кесимнинг кўчиши нолга тенг, яъни: $\Delta\ell_B = 0$. С кесимнинг кўчиши ВС масофанинг тўлиқ узайишига тенг, яъни:

$$\Delta\ell_c = \frac{N_1 \cdot 1}{EA_1} = \frac{2500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 312,5 \cdot 10^{-8}\ м$$

II — II қирқим. (СД — оралиқ)

Бўйлама куч $N_2 = B - F_1 = 2500 - 20000 = -17500H$ ва

нормал кучланиш $\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = -\frac{17500}{2 \cdot 10^{-3}} = -8750 \cdot 10^3 \frac{H}{м^2}$

ВД оралиқ масофасининг тўлиқ узайиши қуйидагича топилади:

$$\Delta\ell_D = 312,5 \cdot 10^{-8} + \frac{N_2 \cdot 1}{EA_2} + \alpha \cdot \Delta t \cdot 1 = 312,5 \cdot 10^{-8} -$$

$$-\frac{17500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} + 125 \cdot 10^{-7} \cdot 20 \cdot 1 = 0,00209375\ м$$

III—III қирқим. (ДН — оралиқ)

$$N_3 = B - F_1 + F_2 = 2500 - 20000 + 10000 = -7500H$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = -\frac{7500}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = -1875 \cdot 10^3 \frac{H}{м^2}$$

Н кесимнинг кўчиши ёки бруснинг тўлиқ узайиши:

$$\Delta\ell_H = 0,00209375 + \frac{N_3}{EA_3} = 0,00209375 -$$

$$-\frac{7500 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 0,002\ м$$

9-масала. Бруснинг пастдан биринчи ва иккинчи (8-масалада берилган қийматлардан фойдаланамиз) погоналари орасида $\Delta = 0,001$ м масофа бор. Δ масофа ёпилгунга қадар ташқи куч таъсирида бруснинг ҳар бир бўлаги алоҳида деформацияланади (61-а расм).

Ечиш. Системанинг $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}$ *м* масофаси ёпилиш ёки ёпилмаслигини текшириш учун Д ва К нуқталарнинг деформациясини Δга тенглаштирамиз: $\Delta_K + \Delta_D = \Delta$.

$$\Delta_K = \frac{F_1 \cdot 2}{E2A} - q \cdot 2\left(\frac{2}{E2A} + \frac{2}{2EA}\right) + \alpha \cdot 2 \cdot \Delta t = \frac{F_1 - 4q}{EA} + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t$$

$$\Delta_D = -\frac{F_3 \cdot 2}{EA} - \frac{F_3 \cdot 2}{E2A} + \frac{F_2 \cdot 2}{E2A} + 2q\left(\frac{2}{2EA} + \frac{2}{E2A}\right) \text{ ёки}$$

$$\Delta_D = \frac{-3F_3 + F_2 + 4q}{EA}$$

У ҳолда: $\dfrac{F_1 - 4q}{EA} + 2 \cdot \alpha \cdot \Delta t + \dfrac{F_2 - 3F_3 + 4q}{EA} = \Delta$ ёки

$$F_1 - 4q + 2EA\alpha \cdot \Delta t + F_2 - 3F_3 + 4q = \Delta EA\text{ ; } 80 > \Delta EA$$

Демак, поғонали бруснинг пастки ва юқори қисмлари деформацияларининг йиғиндиси поғоналар орасидаги Δ дан катта экан. Д ва К нуқталар орасидаги масофа ёпилади. Система статик ноаниқ системага айланади, С ва Н таянчлардаги реакция кучлари системага қўйилган барча ташқи кучларга боғлиқ бўлади.

Системанинг мувозанат тенгламасини тузамиз (61-а расм):

$$\sum x = c + F_1 - 2q + F_3 - F_2 - 2q + H = 0$$

Тенгламадаги номаълум С ва Н реакция кучларини топиш учун асосий системани танлаймиз. Асосий система — берилган системанинг К ва Д нуқталарига поғонали бруслларнинг Δ масофаси ёпилгандан кейин бир-бирларига ўзаро таъсирларини алмаштирувчи Х кучини номаълум қиймати кўрсатилган схемасидир (61-б расм). Асосий системанинг К ва Д нуқталарининг кўчишларини $F_1; F_2; F_3; q; x$ кучлари ва Δt ҳарорати фарқи орқали ифодалаймиз:

$$\Delta_{Dx} = -\frac{F_3 \cdot 2}{EA} - \frac{F_3 \cdot 2}{E2A} - x\left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{E2A}\right) + \frac{F_2 \cdot 2}{E2A} + 2q\left(\frac{2}{E2A} + \frac{2}{E2A}\right)$$

$$\Delta_{KX} = \frac{F_1 2}{2EA} + \alpha \cdot \Delta t \cdot 2 - 2q\left(\frac{2}{2EA} + \frac{2}{2EA}\right) - x\left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{2EA}\right)$$

К ва Д нуқталар кўчишларининг йиғиндисини Δ масофага тенглаштирамиз: $\Delta_{KX} + \Delta_{DX} = \Delta$ ёки

$$\frac{F_1 2}{2EA} + \alpha \cdot \Delta t \cdot 2 - 2q\left(\frac{2}{2EA} + \frac{2}{E2A}\right) - x\left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{2EA}\right) - \frac{2F_3}{EA} - \frac{2F_3}{E2A} -$$

$$-x\left(\frac{2}{EA} + \frac{2}{E2A}\right) + \frac{2F_2}{E2A} + 2q\left(\frac{2}{E2A} + \frac{2}{E2A}\right) = \Delta$$

Бу ерда:

$$F_1 + 2EA \cdot \alpha \cdot \Delta t - 4q - 3x - 3F_3 - 3x + F_2 + 4q = \Delta EA$$

ёки

$$-6x + 40 - 120 + 80 + 2 \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 125 \cdot 10^{-7} \cdot 80 = \Delta EA$$

$$6x = 80 - \Delta EA \quad \text{ва} \quad x = \frac{80 - 1 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-4}}{6} = \frac{76}{6}\,\kappa H$$

Системанинг ҳар иккала қисмларининг мувозанат шартларидан фойдаланиб С ва Н реакция кучларини топамиз (61-б расм):

$$\sum x = 0;\ C + F_1 - 2q - x = 0 \ \text{ёки}\ C = \frac{316}{6},\kappa H$$

$$\sum x = 0;\ H + x + F_3 - F_2 - 2q = 0 \ \text{ёки}$$

$$H = -\frac{76}{6} - 40 + 80 + 80 = \frac{644}{6}\,\kappa H$$

Топилган реакция кучларининг тўғри аниқланганлигини текширамиз: $\sum x = C + F_1 - 2q + F_3 - F_2 - 2q + H = 0$ ёки

$$\frac{316}{6} + 40 - 80 + 40 - 80 - 80 + \frac{644}{6} = 0\ ;\ 960 - 960 = 0.$$

Энди системани оралиқларга бўлиб ҳар бир поғонадаги ички бўйлама куч N, нормал кучланиш σ, бўйлама деформация $\Delta\ell$ ларни топамиз.

I—I қирқим. (С — таянч поғонаси)

$$\sum x = C + N_1 = 0 \quad \text{ёки} \quad N_1 = -\frac{316}{6}\kappa H \quad \text{(сиқувчи)}$$

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{2A} = -\frac{316}{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = -13{,}167 \cdot 10^4 \cdot \frac{\kappa H}{м^2}$$

x_1 ораликдаги брус С реакция кучи ва Δt ҳароратлар фарқи таъсирида деформацияланади: $\Delta\ell_1 = \frac{N_1 x_1}{E2A} + \alpha \cdot \Delta t \cdot x_1$

$x_1 = 0 \quad \Delta\ell_1 = 0$ ва $x_1 = 2\,м$ бўлса, $\Delta\ell_1 = 6{,}83 \cdot 10^{-4}\ м$

II — II қирқим. Ажратилган қисмнинг мувозанат шартидан: $\sum x = c + N_2 + F_1 - qx_2 = 0$;

бўйлама куч: $N_2 = -c - F_1 + qx_2$

Нормал кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A}$; бўйлама деформация:

$$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 + \int_0^2 \frac{N_2 dx}{EA} = \Delta\ell_1 + \int_0^2 \frac{(-C - F_1 + qx_2)\,dx}{EA} =$$

$$\Delta\ell_1 - \frac{(c + F_1)x_2}{EA} + q\,\frac{x_2^2}{2EA};$$

$$x_2 = 0; \quad N_2 = -92{,}7\,\kappa H; \sigma_2 = -46{,}3 \cdot 10^4\,\frac{\kappa H}{м^2}$$

$$\Delta\ell_2 = 6{,}83 \cdot 10^{-4}\ м$$

$$x_2 = 2\,м; \quad N_2 = -\frac{76}{6}\kappa H; \quad \sigma_2 = -6{,}3 \cdot 10^4\,\frac{\kappa H}{м^2};$$

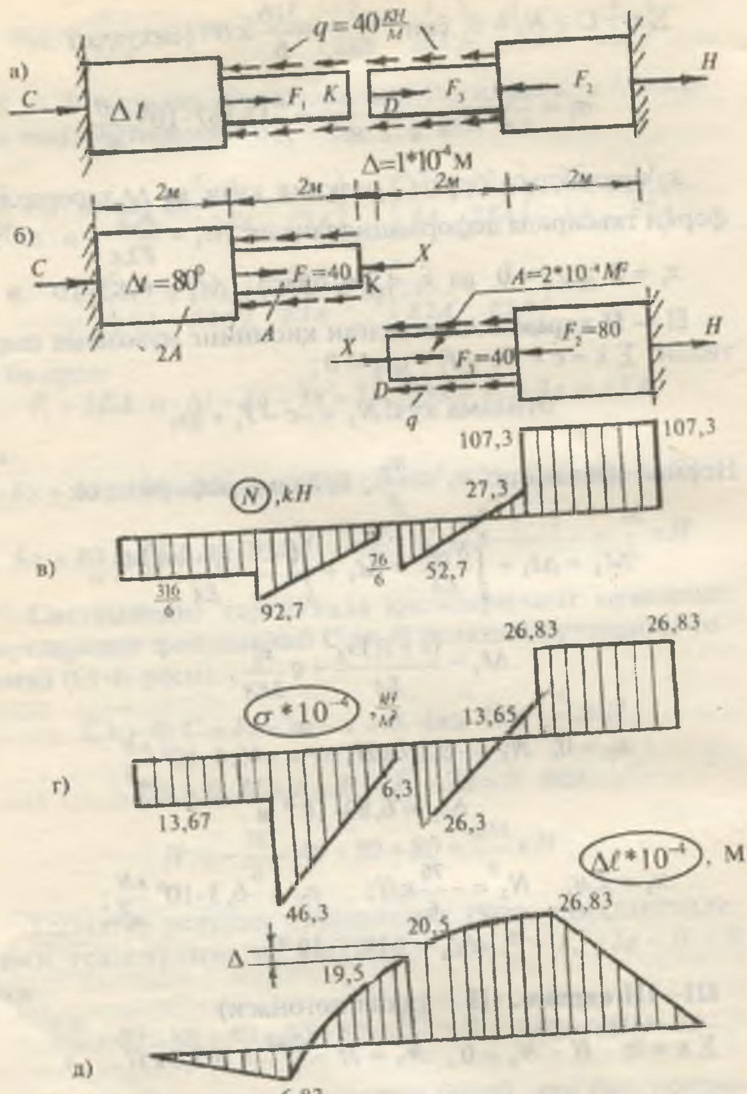
$$\Delta\ell_2 = -19{,}5 \cdot 10^{-4}\ м$$

III—III қирқим. (Н — таянч поғонаси)

$$\sum x = 0; \quad H - N_3 = 0, \quad N_3 = H = \frac{644}{6} = 107{,}3\,\kappa H$$

Нормал кучланиш:

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{2A} = \frac{644}{6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 26{,}83 \cdot 10^4\,\frac{\kappa H}{м^2}$$



а)
$q=40\frac{kH}{M}$
C
Δt
F_1
K
D
F_3
F_2
H
$\Delta=1*10^{-4}$М
2м
2м
2м
2м
б)
C
$\Delta t=80^0$
$F_1=40$
K
X
$A=2*10^{-4}M^2$
2A
A
$F_2=80$
H
X
$F_3=40$
D
q
107,3
107,3
27,3
N ,kH
в)
316/6
92,7
76/6
52,7
26,83
26,83
$\sigma*10^{-4}$, kH/м²
13,65
г)
13,67
6,3
26,3
46,3
$\Delta\ell*10^{-4}$, М
26,83
20,5
Δ
19,5
д)
6,83

61-расм.

Бўйлама деформация: $\Delta\ell_3 = \dfrac{N_3 x_3}{E2A}$

$x_3 = 0$ бўлса, $\Delta\ell_3 = \Delta\ell_{II} = 0$

$x_3 = 2\,м$ бўлса, $\Delta\ell_3 = 26{,}83 \cdot 10^{-4}\ м$

IV-IV қирқим. Ички кучни топамиз:

$$\sum x = -N_4 - qx - F_2 + H = 0$$

Тенгламадан:

$$N_4 = H - F_2 - qx = 107{,}3 - 80 - qx = 27{,}3 - 40x$$

Нормал кучланиш: $\sigma_4 = \dfrac{N_4}{A} = \dfrac{27{,}3 - 40x}{A}$

Бўйлама деформация:

$$\Delta\ell_4 = \Delta\ell_3 + \int_0^2 \frac{N_4 dx}{EA} = \Delta\ell_3 + \int_0^2 \frac{(27{,}3 - 40x)\,dx}{EA} =$$

$$= \Delta\ell_3 + \frac{27{,}3x}{EA} - 40\frac{x^2}{2EA}$$

$$x_4 = 0;\quad N_4 = 27{,}3\,кН;\quad \sigma_2 = 13{,}65 \cdot 10^4\ \frac{кН}{м^2}$$

$$\Delta\ell_4 = 26{,}83 \cdot 10^{-4}\ м$$

$$x_4 = 2\,м\quad N_4 = -52{,}7\,кН;\quad \sigma_4 = -26{,}3 \cdot 10^4 \frac{кН}{м^2}$$

$$\Delta\ell_4 = 20{,}5 \cdot 10^{-4}\ м$$

Поғонали бруснинг К ва Д нуқталари орасида $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}\ м$ масофа бор. Поғонали брус томонлари тўлиқ кўчишларининг фарқи Δ га тенг бўлиши керак (61-б расм).

$$\Delta = \Delta\ell_4 - \Delta\ell_2 = (20{,}5 - 19{,}5) \cdot 10^{-4} = 1 \cdot 10^{-4}\ м$$

10-масала. Пўлатдан тайёрланган стержень схемада (62-расм) кўрсатилганидек F куч билан юкланган. F кучнинг қайси қийматида δ_1 ва δ_2 оралиқлар ёпилади?

$$E_п = 2 \cdot 10^2 \frac{кН}{мм^2}$$

Ечиш. С бўртиқнинг ҳалқасимон таянчга таяниш ҳолатига тўғри келувчи $F = F_1$ кучни аниқлаймиз. Бунинг учун стерженнинг юқори қисмини $F = F_1$ куч таъсиридан абсолют узайишини δ_1 масофага тенглаштирамиз:

$$\Delta\ell_1 = \frac{F\,\ell_1}{E_n \cdot A} = \delta_1$$

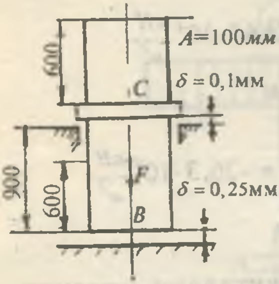
Бу ерда: $F_1 = \frac{\delta_1 E_n A}{\ell_1} = \frac{0,1 \cdot 2 \cdot 10^2 \cdot 100}{600} = 3,33\,кН$

δ_1 масофа ёпилгандан кейин, $F = F_2$ куч таъсирида стерженнинг (900 — 600 мм) узунлиги ортади. Унда стерженнинг учи пастки таянчга таяниши учун

$$\Delta\ell_B = \delta_1 + \frac{F_2 \cdot 300}{E_n \cdot A} = \delta_2$$

масофани босиб ўтади, яъни:

$$\frac{F_2 \cdot 300}{E_n \cdot A} = \delta_2 - \delta_1 = 0,25 - 0,1 = 0,15\,мм$$



62-расм.

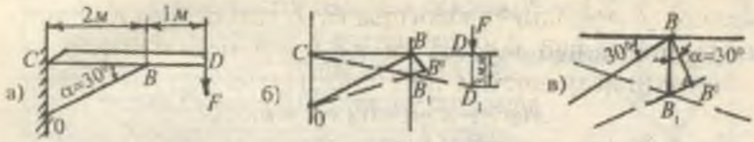
ва $F_2 = 10\,кН$

11-масала. СД брус 63-чизмада кўрсатилганидек юкланган ва ОВ ёғочга таянади. Ташқи F куч таъсирида Д нуқта 3 мм пастга кўчади. ОВ ёғоч стерженнинг кўндаланг кесим юзаси ўлчамлари 0,2 х 0,2 метр бўлиб, квадратдир. Ёғоч стерженнинг кесимидаги кучланиш ва F кучнинг қиймати топилсин.

Ечиш. ОВ ёғоч стерженнинг деформациясини топамиз:

$\Delta DD_1C \infty \Delta BB_1C$ дан (63-б расм) $\frac{DD_1}{DC} = \frac{BB_1}{BC}$ ёки

$BB_1 = \frac{DD_1}{DC} \cdot BC = 3 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2}{3} = 2 \cdot 10^{-3}\,м$; ΔBB_1B^1 дан (63-в расм)



63-расм.

$$\frac{B_1B^1}{BB_1} = \sin 30^0 \text{ ёки } B_1B^1 = BB_1 \cdot \sin 30^0, \quad B_1B^1 = \frac{N\ell_{OB}}{EA}$$

Ёғоч стерженнинг узайишини ҳисобга олсак,

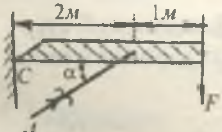
$$B_1B^1 = \Delta\ell = 2\cdot 10^{-3}\cdot\frac{1}{2} = \frac{N\ell_{OB}}{EA} \text{ ёки } \frac{N\ell_{OB}}{EA} = 1\cdot 10^{-3}\ м$$

Тенгламадан ички куч N ни топамиз:

$$N = \frac{1\cdot 10^{-3}EA}{\ell_{OB}} = \frac{1\cdot 10^{-3}\cdot 10^7\cdot 0,2\cdot 0,2}{\dfrac{2}{\cos 30^0}} = 0,0173\cdot 10^4\ кН$$

ОВ стержень сиқилади: $\sigma = \dfrac{N}{A} = -0,433\cdot 10^4\ \dfrac{кН}{м^2}$

Системанинг мувозанат шартидан фойдаланиб ташқи F кучни топамиз:



$$\sum M_c = F\cdot 3 - N\cdot\sin\alpha\cdot 2 = 0$$

$$F = \frac{2}{3}N\cdot\sin\alpha = \frac{2}{3}\cdot 0,0173\cdot\frac{10^4}{2}\cdot\frac{1}{2} = 57\ кН$$

12-масала.

Берилган стерженлар системасидаги С нуқтанинг тўлиқ кўчиши Δ горизонтал Δ_1 ва вертикал кўчишлари Δ_b топилсин. Узунликлари $\ell_1 = 2,5\ м$ ва $\ell_2 = 4\ м$ бўлган стерженларнинг мустаҳкамлиги бир хил, материалларининг эса биринчиси алюминий, иккинчиси пўлат.

Ечиш. Стерженлардаги ички кучларни кесиш усулидан фойдаланиб кўрсатамиз:

$$\sum x = -N_1\cos 45^0 + N_2\cos 60^0 = 0$$

Бу ерда: $N_1 = N_2\dfrac{\cos 60^0}{\cos 45^0} = \dfrac{N_2}{\sqrt{2}}$ (а)

$$\sum y = N_1 \cos 45^0 + N_2 \cos 30^0 - F = 0$$

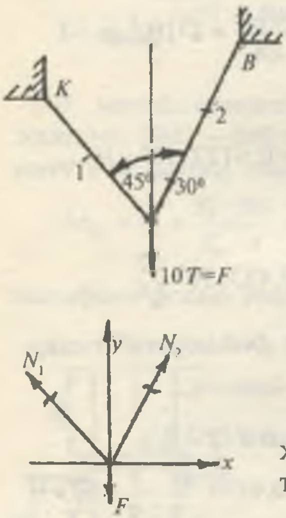
Ёки (а) тенгламани ҳисобга олсак:

$$N_2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_2 \frac{\sqrt{3}}{2} = F$$

Бу ерда: $N_2 = 73,\ кН$ ва $N_1 = 51{,}8\,кН$

Биринчи ва иккинчи стерженларнинг мустаҳкамлик шартларидан фойдаланиб кесим юзаларини аниқлаймиз:

$$\sigma^{I}{}_{\max} = \frac{N_1}{A_1} \le [\sigma]$$



64-расм.

Бу ерда:

$$A_1 = \frac{N_1}{[\sigma]} = \frac{51{,}8}{150 \cdot 10^3} = 0{,}345 \cdot 10^{-3}\ м^2$$

$$\sigma^{II}{}_{\max} = \frac{N_2}{A_2} \le [\sigma]$$

Бу ерда:

$$A_2 = \frac{N_2}{[\sigma]} = \frac{73}{150 \cdot 10^3} = 0{,}487 \cdot 10^{-3}\ м^2$$

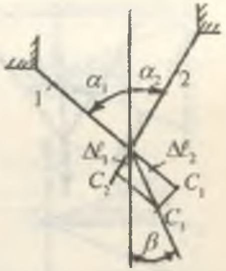
Гук қонунидан фойдаланиб стерженларнинг абсолют узайишларини топамиз:

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{E_{al} \cdot A_1} = \frac{51{,}8 \cdot 2{,}5}{0{,}7 \cdot 10^8 \cdot 0{,}345 \cdot 10^{-3}} = 536{,}2 \cdot 10^{-5}\ м$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{E_п \cdot A_2} = \frac{73 \cdot 4}{2 \cdot 10^8 \cdot 0{,}487 \cdot 10^{-3}} = 299{,}8 \cdot 10^{-5}\ м$$

С нуқтанинг тўлиқ кўчишини қуйидагича топамиз (65-расм). Стерженларнинг абсолют узайишлари $\Delta\ell_1$ ва $\Delta\ell_2$ ларни стерженларни ўқи бўйлаб ҳар хил масштабда жойлаштириб, C_1 ва C_2 нуқталарни ҳосил қиламиз. C_1 ва C_2 нуқталардан CC_1 ва CC_2 ларга перпендикуляр ўтказамиз.

Перпендикулярнинг туташган нуқтаси C_3 билан C нуқтани бирлаштириб Δ йўналишни топамиз. Тўлиқ кўчиш Δ вертикал чизиқ билан β бурчакни ташкил қилади. Ҳосил бўлган схемадан қуйидаги тенгламани келтириб чиқарамиз:



$$\frac{\Delta\ell_1}{\cos(\alpha_1-\beta)}=\frac{\Delta\ell_2}{\cos(\alpha_2+\beta)}$$

Бу ерда:

65-расм.

$$\cos(\alpha_1-\beta)=cos\alpha_1\cos\beta+\sin\alpha_1\cdot\sin\beta$$

$$\cos(\alpha_2+\beta)=cos\alpha_2\cos\beta-\sin\alpha_2\cdot\sin\beta$$

У ҳолда: $\dfrac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2}=\dfrac{cos45^0\cos\beta+\sin45^0\cdot\sin\beta}{cos30^0\cos\beta-\sin30^0\cdot\sin\beta}$

$$\frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2}=\frac{0,707+0,707\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}{0,866-0,5\dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}}=\frac{0,707+0,707\cdot tg\beta}{0,866-0,5tg\beta}$$

Бу ерда:

$$tg\beta=\frac{0,866\Delta\ell_1-0,707\Delta\ell_2}{0,707\Delta\ell_2+0,5\Delta\ell_1};\qquad tg\beta=0,525;\qquad \beta=27^0$$

Схемадан:

$$\Delta=\frac{\Delta\ell_1}{\cos(\alpha_1-\beta)}=\frac{536,2\cdot10^{-5}}{\cos(45-27)^0}=563,8\cdot10^{-5}\ м$$

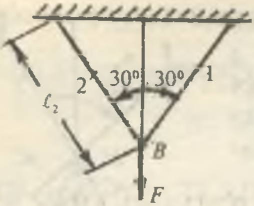
C нуқтанинг горизонтал текисликда кўчиши:

$$\Delta_г=\Delta\cdot\sin\beta=563,8\cdot10^{-5}\cdot\sin27^0=255,7\cdot10^{-3}\ м$$

ва вертикал кўчиши:

$$\Delta_b=\Delta\cdot\cos\beta=563,8\cdot10^{-5}\cdot\cos27^0=501,8\cdot10^{-5}\ м$$

13-масала. Берилган стерженлар системасидаги B нуқтанинг тўлиқ кўчишини топинг. Берилган:



66 (а)-расм.

$\ell_1 = \ell_2 = 3\,м, \quad A_1 = A_2 = 1 \cdot 10^{-4}\ м^2,$

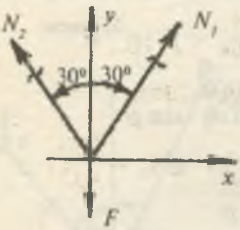
$F = 10\,кН, \quad E = 1 \cdot 10^8\ \frac{кН}{м^2}$

Ечиш. Стерженлардаги ички кучларни топиш учун системанинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum x = N_1 \sin 30^0 - N_2 \sin 30^0 = 0$$

Бу ерда: $N_1 = N_2$

$$\sum y = N_1 \cos 30^0 + N_2 \cos 30^0 - F = 0$$



66 (б)-расм

$N_1 = N_2$ тенгликни ҳисобга олсак,

$$N_1 = \frac{F}{2 \cdot \cos 30^0} = \frac{10}{2 \cdot 0,866} = 5,77\,кН$$

F куч таъсиридан стерженлар узаяди, В нуқта B_1 нуқтага кўчади.

Схемадаги ΔBB_1B^1 дан

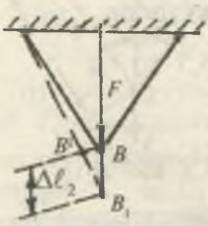
$$\frac{B_1B^1}{BB_1} = \cos 30^0 \quad ва \quad BB_1 = \frac{B_1B^1}{\cos 30^0}$$

$B_1B^1 = \Delta\ell_2$ — иккинчи стерженнинг абсолют узайишини Гук қонуни орқали ифодалаймиз:

$$\Delta\ell_2 = \frac{N_2 \cdot 3}{EA} = \frac{5,77 \cdot 3}{1 \cdot 10^8 \cdot 1 \cdot 10^{-4}} = 17,31 \cdot 10^{-4}\ м$$

У ҳолда: $BB_1 = \Delta = \frac{17,31 \cdot 10^{-4}}{0,866} \approx 20 \cdot 10^{-4}\ м$

14-масала.



67-расм.

Берилган стерженлар системасидаги С нуқтанинг тўлиқ кўчиши топилсин (68-расм).

Берилган:

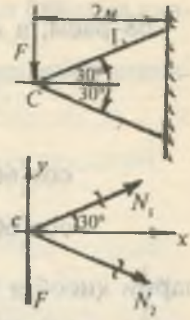
$$E = 2 \cdot 10^8\ \frac{кН}{м^2}$$

$$[\sigma]^{11} = 100\,мПа; \ [\sigma]^1 = 160\,мПа$$

Биринчи стержень иккита N12 швеллердан, иккинчиси N24 қўштаврдан ташкил топган.

У ҳолда:

$A_1 = 13,3 \cdot 10^{-4}\, м^2$; $A_2 = 34,8 \cdot 10^{-4}\, м^2$



68-расм.

Ечиш. Системадаги ички кучлар ёрдамида стерженларга қўйилиши мумкин бўлган ташқи F кучни топамиз:

$$\sum x = N_1 \cos 30^0 + N_2 \cos 30^0 = 0 \qquad (а)$$

$$\sum Y = -F + N_1 \sin 30^0 - N_2 \sin 30^0 = 0 \qquad (б)$$

(а) тенгламадан $N_1 = -N_2$ ни ҳисобга олсак,

$$N_1 = -\frac{F}{2 \cdot \sin 30^0} = -F$$

Биринчи стерженнинг мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб F кучни топамиз:

$$\sigma^I = \frac{N_1}{2A_1} \le [\sigma]^I \quad \text{ва} \quad N_1 = F = 2 \cdot 13,3 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^3 = 425 \text{ кН}$$

Иккинчи стерженнинг мустаҳкамлик шартига кўра F кучни топамиз:

$$\sigma^{II} = \frac{N_2}{A_2} \le [\sigma]^{II}$$

У ҳолда: $F = A_2 [\sigma]^{II} = 34,8 \cdot 10^{-4} \cdot 100 \cdot 10^3 = 348\, кН$

Системага қўйилиши мумкин бўлган куч $F = 348\, кН$ ни қабул қиламиз. Стерженларнинг узайишини топамиз:

$$\Delta\ell_1 = \frac{N_1 \ell_1}{E2A_1} = \frac{348 \cdot 2,31}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 13,3 \cdot 10^{-4}} = 15,11 \cdot 10^{-4}\ м$$

$$\Delta\ell_2 = \frac{N_2 \ell_2}{EA_2} = \frac{348 \cdot 2,31}{2 \cdot 10^8 \cdot 34,8 \cdot 10^{-4}} = 11,55 \cdot 10^{-4}\ м$$

С нуқтанинг тўлиқ кўчишини топиш учун қуйидаги схемани тузамиз (68-расм, а).

68-расм, а га асосланиб:

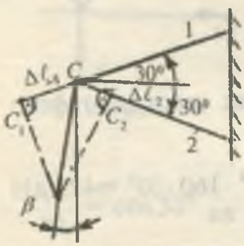
$$\Delta = \frac{\Delta\ell_1}{\cos\left(60^0 - \beta\right)} = \frac{\Delta\ell_2}{\cos\left(60^0 + \beta\right)}$$

$$\cos\left(60^0 - \beta\right) = \cos 60^0 \cos\beta + \sin 60^0 \sin\beta$$

$$\cos\left(60^0 + \beta\right) = \cos 60^0 \cos\beta - \sin 60^0 \sin\beta$$

ларни ҳисобга олиб, айрим ўзгаришлардан кейин

$\frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} = \frac{1 + tg60^0\, tg\beta}{1 - tg60^0\, tg\beta}$ ни ҳосил қиламиз.



68-а расм.

Бу ерда: $\frac{\Delta\ell_1}{\Delta\ell_2} = \frac{15,11 \cdot 10^{-4}}{11,55 \cdot 10^{-4}} = 1,3$

У ҳолда:

$$tg\beta = \frac{0,3}{3,9836} = 0,0753 \quad \text{ва} \quad \beta = 4^0 30'$$

С нуқтанинг тўлиқ кўчиши:

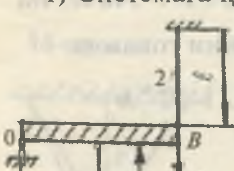
$$\Delta = \frac{\Delta\ell_1}{\cos\left(60^0 - \beta\right)} = \frac{15,11 \cdot 10^{-4}}{\cos 55^0 30'} = 27 \cdot 10^{-4}\ м$$

15-масала. Абсолют қаттиқ брус қўзғалувчан шарнирли таянчга таяниш ёрдамида узунлиги $\ell = 1$ м пўлатдан тайёрланган, кесим юзаси $A_1 = A_2 = A = 2 \cdot 10^{-4}\ м^2$ бўлган 1 ва 2 стерженларга маҳкамланган.

1) Системага қўйилиши мумкин бўлган рухсат этилган $P_{рух}$ юкнинг стерженлардаги энг катта кучланишни

$[\sigma] = 160$ мПа га

тенглаштириб топилсин.



69-расм.

2) Оқувчанлик чегарасида $\sigma_{ок} = 240$ мПа дан фойдаланиб чекли юк $F_{4ек}$ топилсин. Ташқи F куч таъсирида OB брус O шарнир атрофида айланади. Натижада 1-стержень сиқилади, 2-стержень чўзилади.

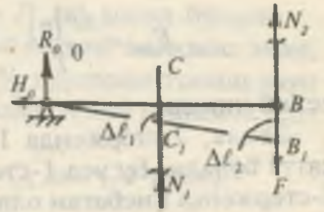
Ечиш: Кесиш усулидан фойдаланиб ички бўйлама кучларни аниқлаймиз (70-расм).

Системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи статиканинг тенгламаларини тузамиз:

$$\sum x = H_o = 0 \qquad (a)$$

$$\sum y = R_o + N_1 + N_2 = 0 \qquad (б)$$

$$\sum M_o = -N_1 \cdot \ell - N_2 \cdot 2\ell + F \cdot 2\ell = 0 \quad (в)$$



70-расм.

(а), (б) ва (в) тенгламалардан маълумки, стерженлардаги номаълум (N_1: N_2) ички кучлари ва таянч кесимидаги реакция кучлари (R_0 ва H_0) статиканинг тенгламаларидан кўп экан. Демак, берилган система статик аниқ эмас.

Схемадаги номаълум R_0 ва H_0 реакция кучларини топиш масаланинг шартида кўрсатилмаган ва умуман R_0 ва H_0 реакциялар ички бўйлама кучлар ва стерженлардаги кучланишларга таъсири йўқ. Шунинг учун реакция кучларини топмаймиз.

Системанинг аниқмаслик даражаси: $S = n - 1 = 2 - 1 = 1$

Бу ерда: n — номаълум (N_1 ва N_2) кучлар сони;

1 — статиканинг тенгламалар сони.

Номаълум ички куч N_1 ва N_2 ларни топиш учун системанинг деформациясидан фойдаланиб қўшимча тенглама тузамиз.

ОВ брус тўғрилигича қолиб, F куч таъсирида О нуқта атрофида кичик бурчакка айланади. Натижада С ва В нуқталар F куч йўналишида кўчади ва 1- ва 2-стерженлар тегишлича $\Delta\ell_1$ ва $\Delta\ell_2$ масофага деформацияланади. $\Delta\ell_1$ ва $\Delta\ell_2$ ларни материалнинг пропорционаллик чегарасидан ортиб кетмайди, деб қаралади ва Гук формуласи билан ифодаланади.

Схемада: $\dfrac{BB_1}{BO} = \dfrac{CC_1}{CO}$ ёки $\dfrac{\Delta\ell_2}{2a} = \dfrac{\Delta\ell_1}{a}$; $\Delta\ell_2 = 2\Delta\ell_1$, агар

$\Delta\ell_1 = \dfrac{N_1\ell}{EA}$ ва $\Delta\ell_2 = \dfrac{N_2\ell}{EA}$ бўлса, $\dfrac{N_2\ell}{EA} = 2\dfrac{N_1\ell}{EA}$ ёки $N_2 = 2N_1$

келиб чиқади. $N_2 = 2N_1$ тенгламани мувозанат тенгламаси билан биргаликда ечиб: $N_1 = \frac{F}{5}$ ва $N_2 = \frac{2}{5}F$ ни топамиз.

$N_2 > N_1$ бўлганлиги учун $\sigma_2 > \sigma_1$.

Иккинчи стерженнинг мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} \le [\sigma] \text{ ёки } \frac{2F}{5A} \le [\sigma] \text{ дан}$$

$$F_{рух} = \frac{5F[\sigma]}{2} = \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^3}{2} = 80кН$$

келиб чиқади.

Демак, 2-стерженда 1-стерженга нисбатан кучланиш катта бўлади. Бу эса 1-стерженда оқувчанлик чегарасини 2-стерженга нисбатан олдинроқ бошланишига олиб келади. Бу вақт оралиғида, агар кучни кўпайтирсак ҳам 1-стержен кучланиши ўсмайди (катталашмайди) ва система Q ва $N_1 = \sigma_{ок} \cdot A$ куч билан юкланган статик аниқ системага айланиб қолади. Кучни янада орттирсак 2-стерженда ҳам оқувчанлик чегараси бошланади: $N_2 = \sigma_{ок} \cdot A$

Энди N_1 ва N_2 куч ифодаларини мувозанат тенгламасига келтириб қўямиз: $\sigma_{ок} \cdot A + 2 \cdot \sigma_{ок} \cdot A = F$ ёки

$3\sigma_{ок} A = F$

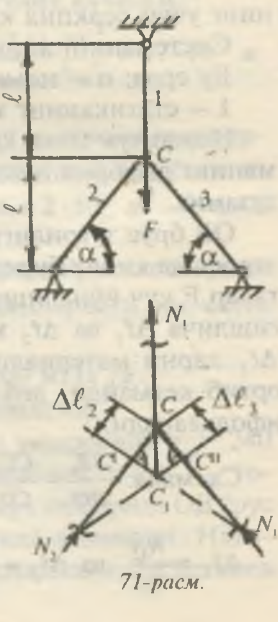
Бу ерда:

$F = F_{чек} = 3 \cdot 240 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 144\,кН$

16-масала. Бир хил диаметрли пўлатдан тайёрланган стерженлар схемадагидек (71-расм) F = 20 кН куч билан юкланган. Мустаҳкамлик шартига кўра стерженларнинг диаметрлари топилсин.

Берилган: $\ell = 1\,м$, $\alpha = 45^0$

$E = 2 \cdot 10^8 \frac{кН}{м^2}$; $[\sigma] = 160\,мПа$



71-расм.

Ечиш. F куч таъсирида 1-стержень узаяди; 2—3-стерженлар сиқилади. Текис системада жойлашган кучлар учун статиканинг иккита тенгламаси тўғри келади:

$$\sum x = -N_3 \cos\alpha + N_2 \cos\alpha = o(a)$$
$$\sum y = N_1 - F + N_2 \sin\alpha + N_3 \sin\alpha = 0(б)$$

Биринчи тенгламадан $N_2 = N_3$ ни иккинчи тенгламага келтириб қўйсак, $N_1 + 2N_2 \sin\alpha = F$ (в) ҳосил бўлади.

Демак, система бир маротаба статик аниқмас экан, (в) тенгламадан номаълум N_1 ва N_2 кучларни топиш учун системанинг деформациясидан фойдаланиб қўшимча тенглама тузамиз.

Тўғри бурчакли учбурчак $CC_1\,C_1^1$ дан (71-расм)

$\Delta\ell_2 = \Delta\ell_1 \sin\alpha$ (г)

Бу ерда: $\Delta\ell_1 = \dfrac{N_1\ell_1}{EA}$ ва $\Delta\ell_2 = \dfrac{N_2\ell_2}{EA}$; $\ell_1 = \ell$; $\ell_2 = \dfrac{2\ell}{\sqrt{2}}$.

У ҳолда (г) тенглик қуйидаги ҳолатга келади:

$$N_2 = N_1 \frac{\sqrt{2}\cdot\ell}{2\ell} = N_1 \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (д)$$

системани деформациясидан ҳосил бўлган қўшимча тенглама бўлиб, уни (в) тенглама билан биргаликда ечиб, N_1 ва N_2 ларни топамиз:

$$N_2 = \frac{F}{3\ \sin\alpha} = \frac{20}{3\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{40}{4,23}\kappa H \quad \text{ва}$$

$$N_1 = \frac{N_2}{\sin\alpha} = \frac{40}{4,23\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{80}{5,9643}\ \kappa H$$

Энг катта бўйлама куч ва кучланиш 1-стерженда ҳосил бўлади. Шу стержень учун мустаҳкамлик шартини тузамиз:

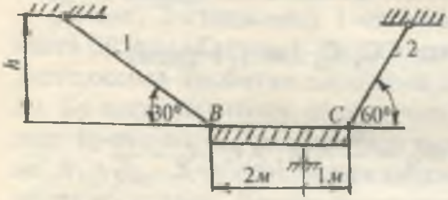
$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} \le [\sigma] \text{ ёки } \sigma_1 = \frac{N_1\cdot 4}{\pi\cdot d_1^2} \le [\sigma]$$

Бу ерда:

$$d_1 = \sqrt{\frac{4N_1}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 80}{3,14 \cdot 160 \cdot 10^3 \cdot 5,96}} = 0,0103\,м$$

17-масала. Кўндаланг кесим юзалари ўзаро тенг бўлган ($A_1 = A_2 = 40 \cdot 10^{-4}\ м^2$) 1- ва 2-стерженлар (72-расм) $\Delta t = 2^\circ$ га қиздирилган. Стерженлардаги кучланишлар топилсин.

Ечиш. Стерженларнинг қиздирилиши натижасида ВС брус О шарнир атрофида айланиб B_1 C_1 ҳолатга ўтади, 1-стержень N_1 куч таъсирида сиқилади ва Δt ҳарорат таъсирида узаяди, деб қабул қилсак, 2-стержень сиқилади.



72-расм.

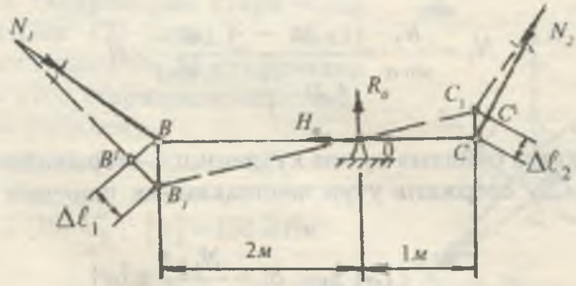
R_0 ва H_0 реакцияларнинг таъсирини ҳисобга олмаслик учун системани мувозанат тенгламаси сифатида О шарнирга нисбатан моментлар тенгламасини тузамиз, яъни:

$$\sum M_0 = -2N_1 \cos 60^0 + N_2 \cos 30^0 = 0$$

ёки

$$N_2 = 2N_1 \frac{\cos 60^0}{\cos 30^0} = 1,1547 N_1 \qquad (a)$$

(а) тенгламадан кўринишича, системадаги номаълумлар сони N_1 ва N_2 статиканинг мувозанат шартидан кўп экан. Масала статик ноаниқ.



73-расм.

Масалани ечиш учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. Схемадан (73-расм) кўринишича, 1- ва 2-стерженларнинг деформациялари қуйидаги нисбатда боғлиқдир:

$$BB_1 = 2CC_1 \qquad \text{ёки} \qquad \frac{\Delta\ell_1}{\cos 60^0} = 2\frac{\Delta\ell_2}{\cos 30^0}$$

Бу ерда: $\Delta\ell_1 = 1{,}1547\Delta\ell_2 \; (б)$

Стерженларнинг деформацияларини Гук қонуни билан ифодалаймиз:

$$\Delta\ell_1 = -\frac{N_1 h}{EA\sin 30^0} + \alpha\cdot\Delta t\,\frac{h}{\sin 30^0};$$

$$\Delta\ell_2 = -\left(\frac{N_2 h}{EA\sin 60^0} + \alpha\cdot\Delta t\,\frac{h}{\sin 60^0}\right)$$

У ҳолда (б) тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\frac{h}{\sin 30^0}\left(-\frac{N_1}{EA} + \alpha\cdot\Delta t\right) = 1{,}1547\,\frac{h}{\sin 60^0}\left[-\frac{N_2}{EA} - \alpha\cdot\Delta t\right]$$

ёки

$$-\frac{N_1}{EA} + \alpha\cdot\Delta t = 1{,}1547\,\frac{\sin 30^0}{\sin 60^0}\left(-\frac{N_2}{EA} - \alpha\cdot\Delta t\right)$$

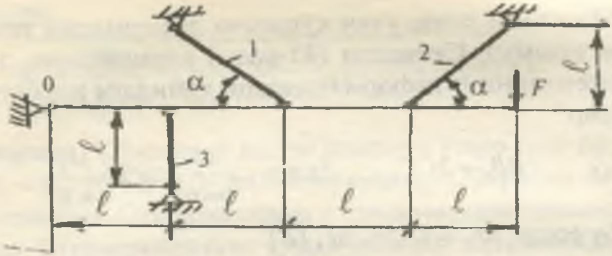
Бу ерда: $-N_1 + 0{,}6667N_2 = EA\left(-0{,}667\alpha\cdot\Delta t - \alpha\cdot\Delta t\right)$

(а) тенгламани ҳисобга олсак, $1{,}7698N_1 = 1{,}667\alpha EA\Delta t$ ҳосил бўлади, у ҳолда $N_1 = 18834\,кг$ ва $N_2 = 21747\,кг$

1-стерженлаги кучланиш: $\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{18834}{40} = 470\,\frac{кг}{см^2}$

2-стерженлаги кучланиш: $\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{21747}{40} = 543\,\frac{кг}{см^2}$

18-масала. ОД балка кесим юзалари $A = 1\cdot 10^{-3}\,м^2$ бўлган пўлатдан тайёрланган стерженлар билан боғланган. Системага қўйилиши мумкин бўлган рухсат этилган куч [F] нинг стерженлардаги энг катта кучланишини [σ] = 160 мПа га тенглаштириб топилсин.



74-расм.

Оқувчанлик чегарасидаги кучланишдан $\sigma_{ок} = 240$ мПа фойдаланиб чекли юк $F_{чек}$ топилсин:

$$\ell = 1\,м; \qquad \alpha = 45^0; \qquad E_1 = E_2 = E_3 = E$$

Ечиш. ОД балка F куч таъсирида О шарнир атрофида айланади, 1- ва 2-стерженларни чўзилишга ва 3-стержень сиқилишга қаршилик кўрсатади, деб қабул қиламиз. Стерженларнинг деформациядан кейинги ҳолати ва ҳисоблаш схемаси 75-расмда кўрсатилган.

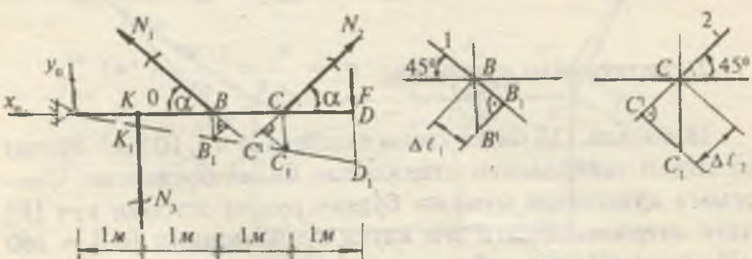
Системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи статиканинг тенгламаларини тузамиз:

$$\sum x = 0; \quad x_0 - N_1 \cos\alpha + N_2 \cos\alpha = 0 \qquad (a)$$

$$\sum y = 0; \quad y_0 + N_3 + N_1 \sin\alpha + N_2 \sin\alpha - F = 0 \quad (б)$$

$$\sum M_0 = 0; 2N_1 \sin\alpha + 3N_2 \sin\alpha + N_3 - 4F = 0 \qquad (в)$$

(а), (б) ва (в) тенгламалардан кўринишича, стерженлардаги номаълум ($N_1; N_2; N_3$) ички кучлари ва таянч кесимидаги реакция кучлари (x_0; y_0) статиканинг тенгла-



75-расм.

малари сонидан кўп экан. Демак, берилган система статик ноаниқ.

Системанинг аниқмаслик даражасини топамиз:

$$S = n - 3 = 5 - 3 - 2$$

Бу ерда: n — номаълум кучлар сони;

3 — статиканинг тенгламалар сони;

S — системанинг аниқмаслик даражаси.

Система икки маротаба аниқмас. Масалани ечиш учун системанинг геометрик боғланишларидан фойдаланиб иккита қўшимча деформация тенгламаларини тузамиз (75-расм).

Схемадан: $\Delta BB_1O \infty \Delta KK_1O$ ва $\Delta CC_1O \infty \Delta KK_1O$ дан

$$\frac{KK_1}{KO} = \frac{BB_1}{BO} \text{ ва } \frac{KK_1}{KO} = \frac{CC_1}{CO}$$ ҳосил қиламиз.

Бу ерда: $BB_1 = \dfrac{BB^1}{\cos\alpha}$ ва $CC_1 = \dfrac{CC^1}{\cos\alpha}$

Схемадан $KK_1 = \Delta\ell_3$; $BB^1 = \Delta\ell_1$ ва $CC^1 = \Delta\ell_2$ ларни ҳисобга олсак, юқоридаги нисбатлар қуйидагича ёзилади:

$$\frac{\Delta\ell_1}{2\cos\alpha} = \frac{\Delta\ell_3}{1} \text{ ва } \frac{\Delta\ell_2}{3\cos\alpha} = \frac{\Delta\ell_3}{1} \text{ ёки}$$

$$\Delta\ell_1 = 2\Delta\ell_3\cos\alpha \text{ ва } \Delta\ell_2 = 3\Delta\ell_3\cos\alpha \quad (г)$$

(*г*) қўшимча деформация тенгламаларини Гук қонуни орқали ички кучлар билан ифодалаймиз:

$$\frac{N_1\ell_1}{E_1A_1} = 2\frac{N_3\ell_3}{E_3A_3}\cos\alpha \text{ ва } \frac{N_2\ell_2}{E_2A_2} = 3\frac{N_3\ell_3}{E_3A_3}\cos\alpha \quad (д)$$

Схемадан

$E_1 = E_2 = E_3 = E$; $\ell_3 = 1\,м$ ва $\ell_1 = \ell_2 = \dfrac{1}{\cos\alpha}$ ларни ҳисобга олсак, айрим ўзгартиришлардан кейин (*д*) қуйидагича ёзилади:

$$N_1 = 2N_3\cos^2\alpha = N_3 \quad (е)$$

$$N_2 = 3N_3\cos^2\alpha = 1{,}5N_3 \quad (ж)$$

(e) ва ($ж$) тенгламаларини ($в$) га келтириб қўямиз ва ички кучни топамиз: $N_3 = 0,72F$.

У ҳолда: $N_1 = 0,72F$ ва $N_2 = 1,08F$

Энди ҳар қайси стерженнинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{0,72F}{A} \le [\sigma]$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{1,08F}{A} \le [\sigma]; \quad \sigma_3 = \frac{N_3}{A_3} = \frac{0,72F}{A} \le [\sigma]$$

Мустаҳкамлик шартига кўра энг катта нормал кучланиш 2-стерженда ҳосил бўлди. Системага қўйилиши мумкин бўлган кучнинг рухсат этилган қиймати:

$$[F] = \frac{A[\sigma]}{1,08} = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 160 \cdot 10^{3}}{1,08} = 148,1\,кН$$

Учта стерженда ҳам оқувчанлик чегараси бошланиши учун $N_1 = \sigma_{ок} A_1$; $N_2 = \sigma_{ок} A_2$ ва $N_3 = \sigma_{ок} A_3$ шартлар бажарилиши керак. У пайтда (в) тенглама қуйидагича кўринишга келтирилади: $2\sigma_{ок} A \sin\alpha + 3\sigma_{ок} A \sin\alpha + \sigma_{ок} A = 4F$.

Охирги тенгламадан оқувчанлик чегарасига тўғри келувчи чекли юк топилади:

$$F_{чек} = \frac{\sigma_{ок} A\left(1 + s \cdot \sin\alpha\right)}{4} = \frac{240 \cdot 10^{3} \cdot 1 \cdot 10^{-3}\left(1 + 5 \cdot 0,7\right)}{4} = 270\,кН$$

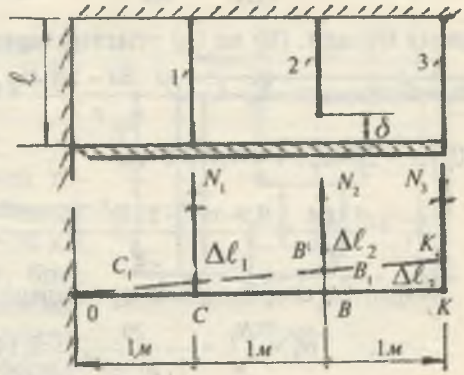
19-масала. Бикр брус, кўндаланг кесим юзалари $A = 20 \cdot 10^{-4}\ м^2$ бўлган учта стерженларга осилган. Ўрта стержень лойиҳа ўлчамидан $\delta = 0{,}5$ мм калта тайёрланган. Конструкция йиғилгандан кейин стерженлардаги кучланиш топилсин. Стерженларнинг материаллари бир хил.

Ечиш. Конструкциядаги δ масофани йўқотиш учун 1- ва 3-стерженларни сиқиш, 2-стерженни чўзиш керак. Натижада учта стерженда ҳам ички бўйлама кучлар ҳосил бўлади. Ички кучларни топиш учун кесиш усулидан фойдаланамиз.

Конструкция ажратилган қисмининг мувозанат ҳолатини қаноатлантирувчи $\sum M_0 = 0$ тенгламани тузамиз.

$$\sum M_0 = N_1 \cdot 1 - N_2 \cdot 2 + N_3 \cdot 3 = 0$$

Битта тенгламада учта $N_1; N_2$ ва N_3 маълум ички кучлар бор экан. Номаълумлар сони мувозанат тенгламалар сонидан иккитага кўп.



76-расм.

Шунинг учун танланган масала икки маротаба ноаниқ. Масаланинг аниқмаслик даражасини очиш учун иккита қўшимча деформация тенгламаларини тузиш керак (76-расм). Конструкциянинг деформациясини ўрганамиз. 1- ва 3-стерженларнинг сиқилишда, биринчи стержень $CC_1 = \Delta\ell_1 = \frac{N_1\ell}{EA}$ масофага, учинчи стержень $KK_1 = \Delta\ell_3 = \frac{N_3\ell}{EA}$ масофага қисқаради. Натижада В нуқта B_1 га кўчади. 2-стерженни брус билан туташтириш учун уни $\Delta\ell_2 = \frac{N_2\ell}{EA}$ масофага узайтириш керак.

Конструкциядаги стерженларнинг деформацияси натижасида учбурчаклар ҳосил бўлади:

$$\Delta KK_1O \infty \Delta BB_1O \infty \Delta CC_1O$$

У ҳолда: $\frac{KK_1}{KO} = \frac{CC_1}{CO}$ ёки $\frac{\Delta\ell_3}{3} = \frac{\Delta\ell_1}{1}$ ва $\Delta\ell_3 = 3\Delta\ell$

Бу ерда: $\frac{N_3\ell}{EA} = 3\frac{N_1\ell}{EA}$; $\quad N_3 = 3N_1 \quad (б)$

$$\frac{BB_1}{BO}=\frac{CC_1}{CO} \qquad \frac{\delta-\Delta\ell_2}{2}=\Delta\ell_1 \quad \text{ва} \quad \delta-\Delta\ell_2=2\Delta\ell_1$$

Бу ерда: $\delta-\dfrac{N_2\ell}{EA}=2\dfrac{N_1\ell}{EA}$ ва $N_2=\dfrac{\delta EA-2N_1\ell}{\ell}$ (в)

ҳосил бўлади. (б) ва (в) тенгликларни (а) тенгламага келтириб қўямиз: $N_1\cdot 1-2\dfrac{\delta\cdot EA-2N_1\ell}{\ell}+9N_1=0$;

$10N_1\ell-2\delta\cdot EA+4N_1\ell=0$ ва

$$N_1=\frac{\delta\cdot EA}{7\ell}=\frac{0,5\cdot10^{-4}\cdot2\cdot10^{8}\cdot20\cdot10^{-4}}{7}=\frac{20}{7}\kappa H$$

Биринчи стержендаги кучланиш:

$$\sigma_1=\frac{N_1}{A}=\frac{20}{7\cdot20\cdot10^{-4}}=0,143\cdot10^4\,\frac{\kappa H}{м^2}$$

(в) тенгликдан N_2 ни топамиз: $N_2=\dfrac{100}{7}\kappa H$

Иккинчи стержендаги кучланиш:

$$\sigma_2=\frac{N_2}{A}=\frac{100}{7\cdot20\cdot10^{-4}}=0,715\cdot10^4\,\frac{\kappa H}{м^2}$$

(б) тенгликдан N_3 ни топамиз: $N_3=\dfrac{60}{7}\kappa H$

Кучланиш: $\sigma_3=\dfrac{N_3}{A}=\dfrac{60}{7\cdot20\cdot10^{-4}}=0,429\cdot10^4\,\dfrac{kH}{м^2}$

20-масала. Поғонали брус кесим юзаси А ва асоси қўзғалмас бўлган пўлатдан тайёрланган иккита стерженларга бикр маҳкамланган:

1) қўзғалмас таянч билан поғонали бруслар орасидаги масофа $\Delta=1\cdot10^{-4}$ *м* куч қанча қийматида ёпилади;

2) ўрта стерженнинг пастки асосидаги реакция кучи В берилган куч Н орқали аниқлансин ва бўйлама куч N эпюраси қурилсин.

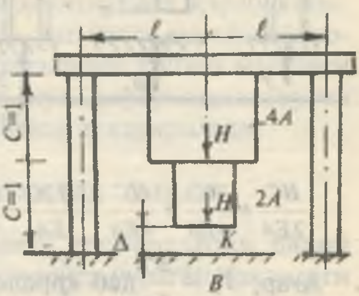
Ечиш. Биринчи саволга жавоб бериш учун поғонали брусни Н кучдан деформациясини Δ масофага тенглаштирамиз (77-расм).

$$\Delta = \frac{HC}{4EA} + \frac{HC}{4EA} + \frac{HC}{2EA} + \frac{H2C}{EA} = \frac{3HC}{EA} \qquad (a)$$

$$\Delta = \frac{3H}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} \quad \text{ёки} \quad H = \frac{40}{3} кН$$

Бу ерда: $E = 2 \cdot 10^8 \frac{кН}{м^2}$ ва

$A = 2 \cdot 10^{-3}\ м^2$



77-расм.

(а) тенглама асосида топилган Н куч масаланинг шартида берилган Н = 50 кН кучдан кичик. Демак, брус билан таянч оралиғидаги масофа ёпилади. Масофа ёпилишини аниқлаш учун берилган Н = 50 кН куч таъсирида (а) тенглама асосида топилган поғонали бруснинг тўлиқ деформацияси $\Delta_к$ ни $\Delta = 1 \cdot 10^{-4}$ м билан таққослаймиз:

$$\Delta_к = \frac{3HC}{EA} = \frac{3 \cdot 50 \cdot 1}{2 \cdot 10^8 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 3{,}75 \cdot 10^{-4}\ м \quad \text{ёки} \quad \Delta_к > \Delta$$

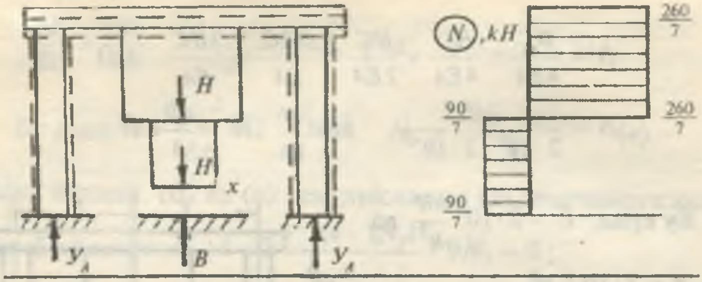
Демак, Δ масофа ёпилади. Бруснинг К кесими В таянчга келиб таянади. Системани ҳисоблаш схемаси 78-расмда кўрсатилган. Реакция кучлари $Y_А$ ва В ларни системанинг мувозанат шартидан топамиз:

$$\sum Y = 2Y_A + B - 2H = 0 \qquad (б)$$

(б) тенгламадан кўринишича, системада номаълум реакция кучлари статикани мувозанат тенгламасидан иккитага кўп. Демак, система бир маротаба статик аниқмас экан.

Номаълум $Y_А$ ва В реакция кучларини топиш учун (б) тенглама ёнига қўшимча деформация тенгламасини тузишимиз керак.

Бунинг учун икки поғонали брусни ва иккита четки стерженлардан биттасини берилган Н кучдан деформациясини реакция кучлари таъсиридаги деформацияга тенглаштирамиз:



78-расм.

$$\frac{HC}{2EA}+\frac{HC}{4EA}+\frac{HC}{4EA}+\frac{H2C}{EA}-\frac{BC}{4EA}-\frac{BC}{E2A}-\frac{Y_A 2C}{EA}=\Delta \quad (в)$$

Агар, $Y_A=\frac{B}{2}$ деб қаралса, (в) тенгламани

$12HC-7BC=4\Delta EA$ кўринишга келтирамиз.

Бу ерда:

$$B=\frac{12HC-4\Delta EA}{7C}=\frac{12\cdot 50\cdot 1-4\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{8}\cdot 2\cdot 10^{-3}}{7\cdot 1}=\frac{440}{7}\kappa H$$

В реакция кучини (б) тенгламага келтириб, Y_A реакция кучини топамиз:

$$Y_A=\frac{2H-B}{2}=H-\frac{B}{2}=50-\frac{440}{2\cdot 7}=\frac{130}{7}\kappa H$$

Поғонали брусни оралиқларга бўлиб, ички бўйлама куч N ни топамиз:

1 —1 қирқим. $\sum Y=N_1-H+B=0$ ёки

$$N_1=H-B=50-\frac{440}{7}=-\frac{90}{7} \quad \text{(сиқувчи куч)}$$

2—2 қирқим. $\sum Y=N_2-2H+B=0$

$$N_2=2H-B=2\cdot 50-\frac{440}{7}=\frac{260}{7}\kappa H \quad \text{(чўзувчи куч)}$$

III БОБ

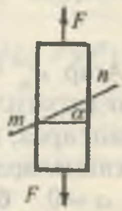
КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТЛАРИ ВА МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯЛАРИ

Кучларнинг таъсир қилиш ҳолатларига қараб конструкция ёки иншоот қисмидаги энг катта кучланишларни ва улар пайдо бўладиган юзачаларни топиш масаласи мураккаброқ. Бу масалани ечиш учун деформацияланувчи жисм нуқтасидаги кучланиш ҳолати текширилади.

3.1. ЧИЗИҚЛИ КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИ

Чизиқли кучланганлик ҳолати элементларни оддий чўзилиш ва сиқилиш деформациясига учраган вақтидаги кўндаланг кесими юзасига қия жойлашган юзаларидаги кучланишларнинг тарқалиш қонуниятини ўрганади.

F куч таъсирида чўзилаётган брусни m-e кўндаланг кесим юзасидаги кучланиш $\sigma = \frac{F}{A}$ формула билан топилишини кўриб ўтган эдик. Энди брусни m-e кўндаланг кесим юзасига қия ҳисобланган m-n юзасидаги кучланишни аниқлайлик.



79-расм.

m-n текисликнинг қиялиги брус ўқи ва n_a нормали орасидаги ўткир бурчак α билан аниқланади. Кесиш услуби орқали ажратиб олинган кесимни қия юзасида P_α кучланиш тенг тарқалади ва $P_\alpha = \frac{F}{A_\alpha} = \frac{F}{A}\cos\alpha = \sigma_0\cos\alpha$

80-расм.

формула билан топилади. P_α нинг қия текислик нормали ва m-n кесим текислигига проекциялаб.

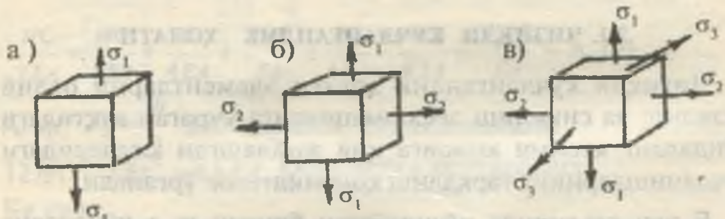
$$\sigma_\alpha = P_\alpha\cos\alpha = \sigma_0\cos^2\alpha \qquad (3.1)$$

$$\tau_\alpha = P_\alpha\sin\alpha = \frac{\sigma_0}{2}\sin 2\alpha \qquad (3.2)$$

қия текисликнинг нормал σ_α ва уринма τ_α кучланишларни топамиз.

Бруснинг m-n қия текислигига параллел бўлган $e-f$ чизиқ билан кесиб, бу қия юзада ҳам нормал ва уринма кучланишларнинг ҳосил бўлишини кўрамиз.

σ_α нормал кучланиш таъсирида m-n ва $e-f$ қия кесим юзалари орасидаги масофа узаяди; τ_α уринма кучланиши таъсирида эса силжиш деформацияси ҳосил бўлади.



81-расм.

Агар σ_α чўзувчи бўлса, ишораси — мусбат; τ_α бруснинг ажратилган қисмини соат стрелкаси йўналиши бўйлаб айлантирса, ишораси — мусбат деб қаралади. (3.1) ва (3.2) тенгламалардан:

$\alpha = 0$ бўлса, $\tau_\alpha = 0$ ва $\sigma_\alpha = \sigma_0$

$\alpha = 45^0$ да $\tau_\alpha = \frac{\sigma_0}{2}$ ва $\sigma_\alpha = \frac{\sigma_0}{2}$

$\alpha = 90^0$ да $\tau_\alpha = 0$ ва $\sigma_\alpha = 0$

келиб чиқади.

Демак, 1) брус ўқига перпендикуляр ва параллел кесимларида $\tau_\alpha = 0$ бўлар экан. Шунинг учун бу юзалар бош юзалар дейилади; 2) брус ўқига параллел юзаларида $\sigma_\alpha = 0$; $\tau_\alpha = 0$ бўлади, яъни σ ва τ ташқи кучга боғлиқ бўлмайди.

Бош юзаларга қўйилган кучланишлар бош кучланишлар бўлади. Кучланганлик ҳолатларини σ_1;σ_2 ва σ_3 ларнинг қиймати нолдан фарқли бўлишига қараб аниқланиши мумкин (81-расм):

1) Агар, бош кучланишлардан биттаси нолдан фарқли, қолган иккитаси нолга тенг бўлса — чизиқли кучланганлик ҳолати (81-а расм) оддий чўзилишда: $\sigma_1 = \sigma_0; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$ ва сиқилишда $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -\sigma_\alpha$ бўлади.

2) Агар, иккита бош кучланишлар нолдан фарқли ва биттаси нолга тенг бўлса — текис кучланганлик ҳолати (81-б расм).

3) Агар, учта бош кучланишлар ҳам нолдан фарқли бўлса — ҳажмий кучланганлик ҳолати бўлади (81-в расм)

4) $\sigma_1; \sigma_2; \sigma_3$ лар бош кучланишлар ва $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ деб қабул қиламиз.

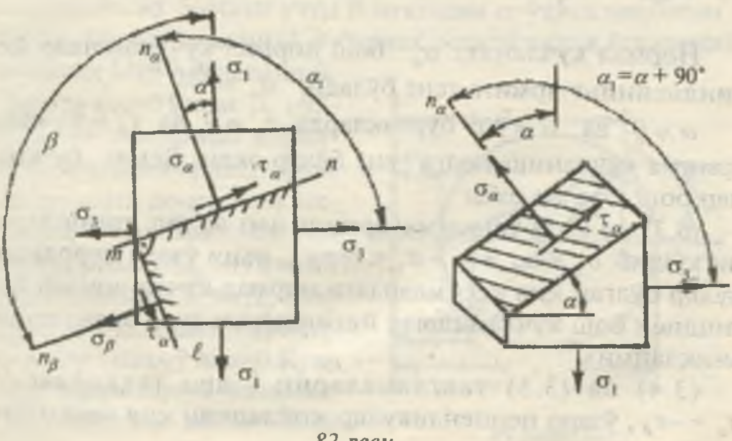
3.2. ТЕКИС КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИ

Текис кучланганлик ҳолати қия кесимдаги кучланиш (3.1) ва (3.2) формулаларга асосланиб топилади.

Бруснинг m-n қия кесимидаги нормал σ_α ва уринма τ_α кучланишларини топамиз:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_3 \cos^2\alpha_1 = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_3 \cos^2(\alpha + 90^0)$$

ёки
$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_3 \sin^2\alpha \qquad (3.3)$$



82-расм

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2}\sin 2\alpha + \frac{\sigma_3}{2}\sin 2\alpha_1 = \frac{\sigma_1}{2}\sin 2\alpha + \frac{\sigma_3}{2}\sin 2(\alpha + 90^0)$$

ёки $$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2\alpha \qquad (3.4)$$

Агар, m-n қия кесимига перпендикуляр ҳолатдаги бруснинг иккинчи m-e қия кесимини танлаб олсак, бу қия кесимдаги σ_β ва τ_β кучланишлари (3.3) ва (3.4) формулалар асосида топилади.

$$\sigma_\beta = \sigma_1\cos^2\beta + \sigma_3\sin^2\beta = \sigma_1\cos^2(\alpha + 90^0) + \sigma_3\sin^2(\alpha + 90^0)$$

ёки $$\sigma_\beta = \sigma_1\sin^2\alpha + \sigma_3\cos^2\alpha \qquad (3.5)$$

$$\tau_\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2(\alpha + 90^0)$$

ёки $$\tau_\beta = -\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2\alpha \qquad (3.6)$$

(3.3), (3.4), (3.5) ва (3.6) формулалардан кўриниб турибдики, қия кесимларининг нормал ва уринма кучланишлари α бурчакнинг ўзгаришига боғлиқ экан. Қия кесимнинг оғиш бурчаги $\alpha = 45°$ да уринма кучланиш максимал қийматга эришади, яъни:

$$\tau_\alpha = \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \qquad (3.7)$$

Нормал кучланиш σ_α бош нормал кучланишлар йиғиндисининг ярмига тенг бўлади: $\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$

$\alpha = 0$ ва $\alpha = 90^0$ бурчакларда $\tau_\alpha = 0$ ва $\tau_\beta = 0$, яъни уринма кучланиш нолга тенг бўлар экан. Демак, бу юзалар бош юзалар экан.

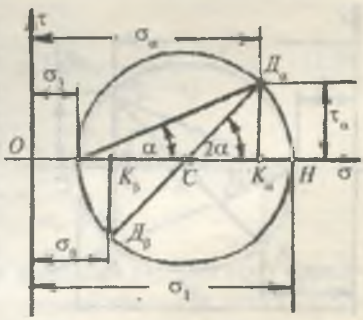
(3.3) ва (3.5) тенгламаларнинг чап ва ўнг томонларини қўшиб $\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_1 + \sigma_3 = const$, яъни ўзаро перпендикуляр бўлган қия кесимлардаги нормал кучланишлар йиғиндиси бош кучланишлар йиғиндисига тенг эканлигини аниқлаймиз.

(3.4) ва (3.5) тенгламаларни ўзаро таққосласак, $\tau_\alpha = -\tau_\beta$, ўзаро перпендикуляр жойлашган қия кесимлардаги уринма кучланишлар бир-бирига тенг ва ишораси ҳар хил бўлишини кўрамиз. $\tau_\alpha = -\tau_\beta$ уринма кучланишларнинг жуфтлик аломати дейилади.

3.3. КУЧЛАНИШЛАРНИ ГРАФИК УСУЛДА ТОПИШ

Берилган бош нормал кучланишлар орқали текис кучланганлик ҳолатидаги кубикни қия кесимидаги нормал σ_α ва уринма τ_α кучланишларни Мор доирасини (кучланишлар доираси) қуриш билан график усулда ҳам топиш мумкин. Бу усулни масалада кўрамиз. σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлар берилган бўлсин (83-расм, а). $\sigma o \tau$ координата ўқларини танлаб, σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларнинг қийматларини бир хил масштабда σ– ўқида ОН$=\sigma_1$ ва ОВ$=\sigma_3$ масофада жойлаштирамиз.

У ҳолда Мор доирасининг маркази координата боши О нуқтадан $OC = \frac{OH + OB}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ масофада жойлашади. Ҳосил бўлган С нуқтадан радиуси (83-расм, а) $R = CH = CB = \frac{OH - OB}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ бўлган доира чизамиз. Қия кесимни σ_α – нормал ва τ_α –уринма кучланишлари Мор доирасида жойлашиб, қия кесимни жойлашиши α бурчагига боғлиқ равишда ўзгаради. σ_α ва τ_α кучланишларни аниқлаш учун қия кесимнинг ҳолатини Мор доирасида ифодалаймиз. Бунинг учун В нуқтадан σ ўқига нисбатан τ ўқини мусбат томонида α бурчак остида чизиқ ўтказамиз. Бу чизиқ Мор доирасини $Д_\alpha$ нуқтада кесиб ўтади. $Д_\alpha$ нуқта билан доиранинг маркази С нуқтани бирлаштирувчи чизиқни доиранинг иккинчи қисми билан туташтириб $Д_\beta$ нуқтани ҳосил қиламиз. $Д_\alpha$ ва $Д_\beta$ нуқталардан σ ўқига перпендикуляр чизиқ ўтказиб $К_\alpha$ ва $К_\beta$ нуқталарни топамиз. Кучланишлар масштабига



83-расм, а.

асосан ОК$_\alpha = \sigma_\alpha$; К$_\alpha$Д$_\alpha = \tau_\alpha$; ОК$_\beta = \sigma_\beta$ ва К$_\beta$Д$_\beta = \tau_\beta$ кучланишларини аниқлайди.

σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлар чўзувчи бўлса, Мор доираси σ_1 ўқининг мусбат томонида жойлашади.

Ҳақиқатан ҳам $\sigma_\alpha = OK_\alpha$ эканлигини исботлаймиз:

$$OK_\alpha = OB + BC + CK$$

Лекин:

$OB = \sigma_3$; $\quad CB = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$

ва $\quad CK_\alpha = СД_\alpha \cos 2\alpha \quad$ (бу ерда $\quad CB = СД_\alpha$)

У ҳолда:

$$OK_\alpha = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\cos 2\alpha = \sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}(1 + \cos 2\alpha) =$$

$$= \sigma_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)\frac{1}{2}\cdot 2\cos^2\alpha = \sigma_3 + \sigma_1\cos^2\alpha - \sigma_3\cos^2\alpha =$$

$$= \sigma_1\cos^2\alpha + \sigma_3(1 - \cos^2\alpha); \qquad \sigma_\alpha = \sigma_1\cos^2\alpha + \sigma_3\sin^2\alpha$$

Мор доирасидаги учбурчак $CD_\alpha K_\alpha$ дан:

$$\frac{D_\alpha K_\alpha}{CD_\alpha} = \sin 2\alpha \quad \text{ёки} \quad D_\alpha K_\alpha = \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2\alpha$$

Агар қия кесимнинг ҳолати ва ундаги $\sigma_\alpha; \sigma_\beta; \tau_\alpha = -\tau_\beta$ кучланишлар берилган бўлса, кубикка таъсир қиладиган бош кучланишларни ва уларнинг йўналишини топиш мумкин. Бундай тескари масалани ҳам Мор доирасини қуриш (83-расм, б) усули билан ечилади. Бунинг учун $\sigma \cdot o \cdot \tau$ координата ўқларига маълум масштабда $\sigma_\alpha; \sigma_\beta$ ва τ_α кучланишлар жойлаштирилади (83-расм, б).

83-расм, б.

Д ва Д$_1$ нуқталарни бирлаштириб кучланишлар доирасининг маркази К нуқтани топамиз. ДК ва $Д_1$К радиуслар билан чизилган доира σ ўқини С ва В нуқталарда кесиб ўтади. Кучланишлар масштабида ОС = σ_1 ва ОВ = σ_3. Мор доирасини қуришда қуйидаги белгилашлардан фойдаландик:

$$\sigma_\alpha = OH;\ \sigma_\beta = OH_1;\ HД = \tau;\ H_1Д_1 = \tau_\beta$$

83-б расмдаги чизмадан қуйидаги масофаларни топамиз:

ОС = ОК + КС ва

ОВ = ОК - КВ

Бу ерда:

$$OK = \frac{OH + OH_1}{2} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \quad \text{ва}$$

$$KC = KB = KД = \sqrt{(KH)^2 + (HД)^2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_\alpha - \sigma_\beta}{2}\right)^2 + \tau_\alpha^2}$$

Демак,

$$\left.\begin{matrix} OC = \sigma_1 = \\ OB = \sigma_3 = \end{matrix}\right\} = \frac{\sigma_\alpha + \sigma_\beta}{2} \pm \sqrt{\frac{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2}{4} + \tau_\alpha^2}$$

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4\tau_\alpha^2}\right] \qquad (3.8)$$

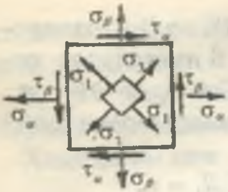
Бош нормал кучланиш $\sigma_1;\sigma_3$ ларнинг йўналишларини топиш учун Мор доирасидаги КНН¹ бурчагидан фойдаланамиз:

$$tg2\alpha = \frac{HД}{KH}; \qquad tg2\alpha = -\frac{2\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_\beta} \qquad (3.9)$$

ёки бурчак ВНН' дан:

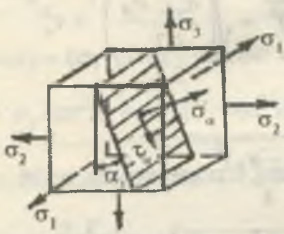
$$tg\alpha = \frac{HД}{BH} = -\frac{\tau_\alpha}{\sigma_\alpha - \sigma_3}$$

α бурчак мусбат бўлса, уни абсцисса ўқидан соат стрелкасининг йўналишига қарама-қарши томонга жойлаштирилади; манфий бўлса, тескари йўналишда жойлаштирилади.

 84-расм.	α бурчакнинг қийматига боғлиқ равишда σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлар қўйилиши керак бўлган бош юзаларнинг ҳолатлари, оғиш бурчаклари топилади (84-расм).

3.4. ҲАЖМИЙ КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТИ

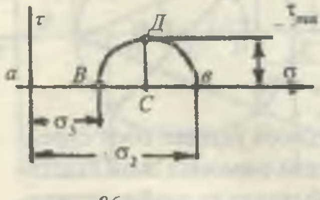
Ҳажмий кучланганлик ҳолатидаги элементнинг қия кесимидаги кучланишни топиш учун (85-расм) қия юзанинг бош кучланишларидан бирортасининг йўналишига параллел қилиб олинади, бу юзадаги нормал ва уринма кучланишлар қолган иккита бош кучланишга боғлиқ бўлиб қолади.



85-расм.

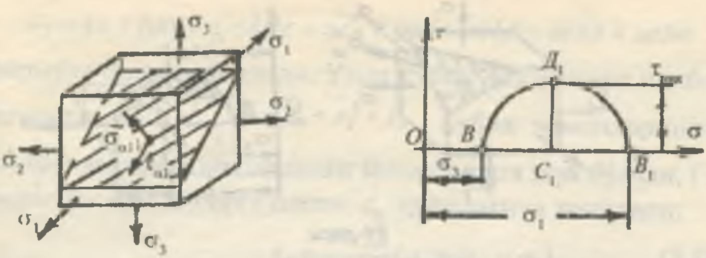
Масалан, қия кесимни σ_1 бош нормал кучланишига параллел қилиб оламиз. Демак, штрихланган қия юзадаги $\sigma_{\alpha 1}$ ва $\tau_{\alpha 1}$ лар фақат σ_2 ва σ_3 бош нормал кучланишларга боғлиқ экан. σ_1 бош нормал кучланиш таъсиридаги нормал ва уринма кучланишлар нолга тенг бўлади.

Демак, ҳажмий кучланганлик ҳолатида бўлган кубикдан ажратилган қия текислик текис кучланганлик ҳолатида бўлар экан. Қия кесимдаги нормал кучланиш $\sigma_{\alpha 1}$ ва уринма кучланиш $\tau_{\alpha 1}$ ларни топиш учун Мор доирасидан фойдаланамиз. (86-расм) координата системасида σ_2 ва σ_3 бош нормал кучланишларни жойлаштирамиз ва кучланишлар доирасини қурамиз.

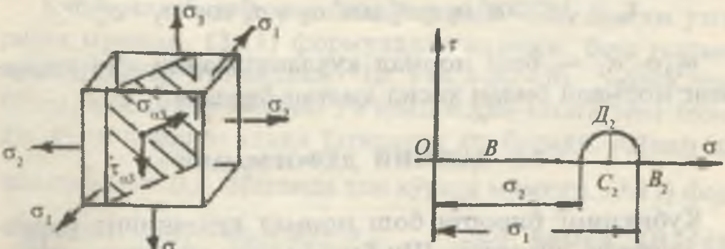


86-расм.

Биз қидираётган $\sigma_{\alpha 1}$ ва $\tau_{\alpha 1}$ кучланиш BB_1 нуқталар билан чегараланган доира ичида жойлашади. Уринма кучланишнинг максимал қиймати кучланишлар доирасининг радиусига тенг бўлади, яъни:



87-расм.



88-расм.

$$\tau_{2\max} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2}$$

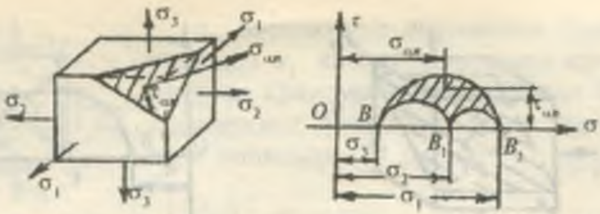
Шу усулда қия кесимни навбати билан σ_2 ва σ_3 бош нормал кучланишларга параллел қилиб оламиз ва нормал ва уринма кучланишларни топамиз.

Қия кесимдаги $\sigma_{\alpha 2}$ ва $\tau_{\alpha 2}$ кучланишлар фақат σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларга боғлиқ. Энг катта уринма кучланиш:

$$\tau_{1\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

Қия кесимнинг шундай ҳолатини танлаш мумкинки, бунда қия кесим ҳамма бош нормал кучланишларнинг йўналишини кесиб ўтади (89-расм). $\sigma_{\alpha n}$ ва $\tau_{\alpha n}$ кучланишлар Мор доираси билан чегараланган эгри чизиқли мураккаб юзада жойлашади ва қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_1 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3 \cos^2 \alpha_3$$



89-расм.

$$\tau_\alpha = \sqrt{\sigma_1^2 \cos^2 \alpha_1 + \sigma_2^2 \cos^2 \alpha_2 + \sigma_3^2 \cos^2 \alpha_3 - \sigma_\alpha^2}$$

$\alpha_1;\alpha_2;\alpha_3$ — бош нормал кучланишларни қия кесимнинг нормали билан ҳосил қилган бурчаги.

3.5. ҲАЖМИЙ ДЕФОРМАЦИЯ

Кубикнинг бирорта бош нормал кучланишга параллел қирраси чўзилади. Шу бош нормал кучланиш таъсирида кубикнинг қолган қирралари сиқилади. Натижада, битта қирранинг деформацияси мураккаб бўлиб, бир йўналишда чўзилишдан ва иккита йўналишда сиқилишдан иборатдир.

Ҳажмий кучланганлик ҳолатида элементнинг деформацияси Гукнинг умумлашган қонуни бўйича топилади:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}\left[\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)\right] \qquad (3.10)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}\left[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)\right]$$

(3.10) формуладан чизиқли ва текис кучланганлик ҳолатларидаги элементларнинг деформациясини топишда фойдаланиш мумкин.

Бошланғич ҳажми $V_0 = a \cdot b \cdot c$ бўлган кубикнинг деформациясидан кейинги ҳажми:

$$V_1 = (a + \Delta a)(в + \Delta в)(c + \Delta c) = aвc + aв\Delta c + вc\Delta a + ac\Delta в$$

формула билан топилади. Унда кубик ҳажмининг нисбий ўзгариши $\varepsilon_0 = \dfrac{V_1 - V_0}{V_0} = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ кубик томонларининг нисбий деформацияларининг йиғиндисига тенг бўлади. Гук формуласини ҳисобга олсак, ε_0 қуйидагича топилади:

$$\varepsilon_0 = \frac{1 - 2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (3.11)$$

Кубикнинг деформацияда ҳажми ёки шакли ўзгариши мумкин. (3.11) формуладан аниқки, бош нормал кучланишлар йиғиндиси $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0)$ нолга тенг бўлса, ҳажмнинг нисбий ўзгариши ҳам нолга тенг бўлади, яъни кубикда шакл ўзгариши юз беради. Айнан шу ҳолатни $\mu = 0{,}5$ бўлганда ҳам кўриш мумкин. (3.11) формуладан: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_{ўр}$ деб қабул қилсак, $\varepsilon_0 = \dfrac{1 - 2\mu}{E} \cdot 3\sigma_{ўр}$ ҳосил бўлади.

Бу ерда: $\dfrac{E}{3(1 - 2\mu)} = K$ ўзгармас сон ҳажмий эластиклик модули дейилади. Унда $\varepsilon_0 = \dfrac{\sigma_{ўр}}{K}$ формула Гукнинг ҳажмий қонуни бўлади.

Гук ҳажмий қонунига асосан кубикнинг томонларига қиймати ўртача бош кучланишларга тенг кучланишлар билан таъсир қилинса, кубикда ҳажмий ўзгариш содир бўлар экан.

3.6. ДЕФОРМАЦИЯНИНГ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯСИ

Ҳажмий кучланганлик ҳолатида деформациянинг тўлиқ потенциал энергияси қуйидагича топилади:

$$U = \frac{1}{2}(\sigma_1\varepsilon_1 + \sigma_2\varepsilon_2 + \sigma_3\varepsilon_3) \quad \text{ёки}$$

$$U = U_x + U_ш =$$

$$= \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu \cdot (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)\right] \quad (3.12)$$

U_x — кубик ҳажм ўзгаришидаги деформациянинг потенциал энергияси бўлиб, қуйидаги формула билан топилади: $U_x = \frac{3}{2}\sigma_{ур} \cdot \varepsilon_{ур}$.

Бу ерда: $\varepsilon_{ур} = \frac{\sigma_{ур}}{K}$ ҳажмий эластиклик модули $K = \frac{E}{3(1-2\mu)}$ ва $\sigma_{ур} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ ларни ҳисобга олсак, ҳажмий ўзгаришдаги деформациянинг потенциал энергияси $U_x = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$.

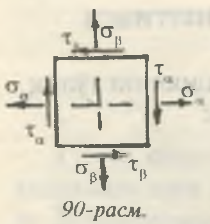
Шакл ўзгаришидаги деформациянинг потенциал энергиясини топиш учун (3.12) формуладан U_x ни топамиз.

У ҳолда: $U_ш = \frac{1+\mu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma^2{}_2 + \sigma^2{}_3 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3)$

1-масала. Кўндаланг кесим ўлчамлари 0,2х0,2х0,2 м бўлган кубикнинг емирилиш вақтидаги ташқи сиқувчи кучнинг таъсир қилиш чизиғига 45° бурчак билан қия кесим юзасидаги нормал кучланиш $\sigma_в$ = 40 мПа эди. Кубик қанча сиқувчи куч таъсирида емирилади?

Ечиш. Кубик чизиқли кучланганлик ҳолатида бўлганлиги учун, унинг қия кесимидаги нормал кучланиш формуласи қуйидагича ёзилади: $\sigma_\alpha = \sigma\cos^2\alpha = \frac{F}{A}\cos^2\alpha = 40$ мПа.

Бу ерда: $F = \frac{40A}{\cos^2\alpha} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,2 \cdot 0,2}{(0,707)^2} = 3,2 \cdot 10^3$ кН



90-расм.

2-масала. Пўлатдан тайёрланган кубик текис кучланганлик ҳолатида (90-расм):

1) бош кучланишлар ва бош юзалар йўналиши; 2) энг катта уринма бош кучланиш; 3) нисбий деформация ва ҳажмнинг нисбий ўзгариши; 4) тўлиқ потенциал энергия топилсин.

Берилган:

$$\sigma_\alpha = 40\,мПа; \quad \sigma_\beta = 10\,мПа; \quad \tau_2 = 10\,мПа$$

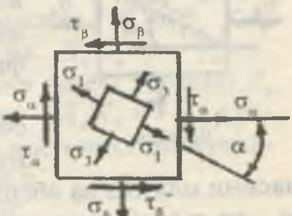
Бош кучланишларни (3.8) формула ёрдамида топамиз:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[(40+10) \pm \sqrt{(40-10)^2 + 4(10)^2}\right] = \frac{1}{2}(50 \pm 36{,}05).$$

Бу ердан:

$\sigma_1 = 43{,}025\,МПа$ ва

$\sigma_3 = 6{,}975\,МПа$



91-расм.

Бош юзаларнинг жойлашиш бурчагини (3.9) формуладан аниқлаймиз:

$$tg2\alpha = -\frac{2 \cdot 10}{40-10} = -0{,}667 \text{ радиан.}$$

$$2\alpha = -34^0; \qquad \alpha = -17^0$$

α — бурчак ишораси (−) минус бўлганлиги учун σ_1 йўналишини σ_α текислигидан соат стрелкаси йўналиши бўйича жойлаштирдик. Энг катта уринма кучланиш:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{43{,}025 - 6{,}975}{2} = 18{,}025\,мПа$$

Кубик томонларининг нисбий чўзилиши:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{2 \cdot 10^8}(43025 - 0{,}3 \cdot 6975) = 20{,}466 \cdot 10^{-5} \quad \text{(чўзилиш)}$$

$$\varepsilon_2 = -\frac{0{,}3}{2 \cdot 10^8}(43025 + 6975) = -7{,}5 \cdot 10^{-5} \quad \text{(сиқилиш)}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{2 \cdot 10^8}(6975 - 0{,}3 \cdot 43025) = -2{,}97 \cdot 10^{-5} \quad \text{(сиқилиш)}$$

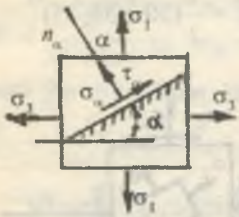
Ҳажмнинг нисбий ўзгариши:

$$\varepsilon_0 = (20{,}466 - 7{,}5 - 2{,}97) \cdot 10^{-5} = 10 \cdot 10^{-5}$$

Тўлиқ потенциал энергияни (3.12) формуладан топамиз:

$$U = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 10^8}\left[(43025)^2 + (6975)^2 - 2 \cdot 0,3 \cdot 43025 \cdot 6975\right]$$

$$U = 24,95 \cdot 10^{-5}\ Дж$$

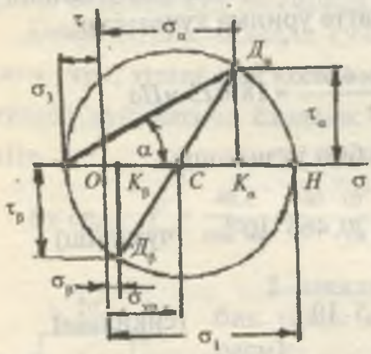


92-расм.

3-масала. Берилган $\sigma_1 = 50\ МПа$ ва $\sigma_3 = -10\ МПа$ бош кучланишлари таъсиридаги $\alpha = 30°$ бурчак остида жойлашган қия юзанинг (92-расм) нормал ва уринма кучланишлари график усулда топилсин.

Ечиш. Масалани график усулда ечиш учун Мор доирасини қурамиз. Бунинг учун $\sigma o \tau$ координата системасини оламиз ва абсцисса ўқи бўйлаб бош кучланишлар (σ_1 ва σ_3) ни кучланишлар масштабида жойлаштирамиз (93-расм). $\mu_\sigma = 1$ мм = 1 мПа, яъни 1 мм масофада 1 мПа кучланиш жойлашган деб қабул қилдик.

Демак, $\overline{OH} = \sigma_1 = 50\ мПа$; $\overline{OB} = \sigma_3 = 10\ МПа$



93-расм.

σ_1 бош кучланиши чўзувчи бўлганлиги учун абсцисса ўқининг координата боши О нуқтасидан (ўнг) мусбат томонига; σ_3 сиқувчи кучланиш бўлганлиги учун координата ўқини манфий томонига жойлаштирамиз. Натижада Н ва В нуқталар ҳосил бўлади. Қия текисликнинг нормал ва уринма кучланишлари Н ва В нуқталари оралиғида топилганлиги учун кучланишлар доираси ҳам шу нуқталардан ўтади. Доира марказини қуйидагича топамиз:

$$OC = \frac{OH + OB}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{50 - 10}{2} = 20\ мПа$$

Доиранинг радиуси:

$$CH = CB = \frac{HB}{2} = \frac{OH - OB}{2} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} = \frac{50 + 10}{2} = 30\,МПа$$

С нуқтадан CH = CB = R = 30 МПа радиус билан айлана чизамиз. В нуқтадан $\alpha = 30°$ бурчак остида қия кесимни тасвирловчи чизиқ ўтказиб $Д_a$ нуқтани топамиз. $Д_a$ нуқтадан абсциссага перпендикуляр тушириб K_a нуқтани аниқлаймиз. $\sigma o \tau$ координата системасида $ОД_\alpha = \sigma_\alpha$ қия текисликнинг нормал кучланишини ва $Д_\alpha K_\alpha = \tau_\alpha$ уринма кучланишни беради. $СД_a$ чизиғини давом эттириб $Д_\beta$ ва кейин K_β нуқталарни, $OK_\beta = \sigma_\beta$ ва $Д_\beta K_\beta = -\tau_\beta$ кучланишларни топамиз. Мор доирасидан топилган кучланишларнинг тўғрилигини текширамиз:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_3 \sin^2\alpha = 50\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{2^2} - 10\left(\frac{1}{2}\right)^{2^2} = 35\,МПа$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}\sin 2\alpha = \frac{50 - (-10)}{2} = \sin 2 \cdot 30^0 = 30\frac{\sqrt{3}}{2} = 26\,МПа$$

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2\alpha + \sigma_3 \cos^2\alpha = 50\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 10\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 5\,МПа$$

3.7. МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯЛАРИ [4]

Турли конструкция ва машиналарни ҳисоблашда ёки лойиҳалашда уларнинг элементлари ва деталларида ҳосил бўладиган энг катта кучланиш рухсат этилган кучланишдан ошиб кетмаслиги таъминланиши лозим. Рухсат этилган кучланишни белгилаш учун материалнинг ташқи куч билан юклангандан то емирилиш деформациясигача бўлган оралиқдаги хоссасини ўрганиш керак.

Бир ўқли чўзилиш ва сиқилиш, яъни чизиқли кучланиш ҳолатида ўтказилган кўп тажрибаларнинг узоқ муддат тўпланган натижалари турли материаллар учун рухсат этилган кучланишлар ҳақида етарли даражада аниқлик билан фикр юритиш имконини беради.

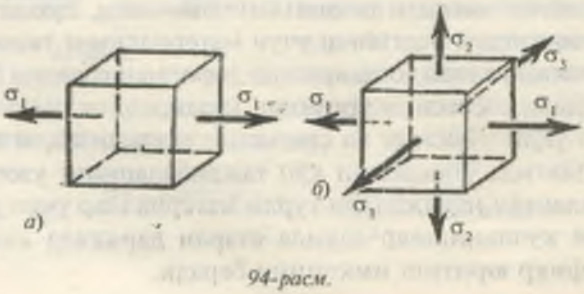
Текис ва ҳажмий кучланиш ҳолатларида бундай фикр юритиб бўлмайди. Бунда деформациянинг ўсиши ва материалнинг емирилиши иккита ёки учта бош кучланишларнинг таъсирида рўй беради, амалда учрайдиган бош кучланишлар сонининг нисбати ҳамда ишоралари чекланмаган даражада хилма-хил бўлиши мумкин. Шунинг учун хавфли ҳолатдаги чегаравий кучланишларни аниқлаш учун тажрибалар ўтказиш жуда қийин.

Мураккаб кучланиш ҳолатини тажриба йўли билан текшириш учун мўлжалланган ҳозирги мавжуд техника воситалари бош кучланишларнинг баъзи хусусий нисбатлари учунгина тажриба ўтказиш имконини беради.

Юқоридагиларга асосан оддий чўзилиш ва сиқилишда ўтказилган тажрибалар натижаларига асосланиб бирор материал исталган кучланиш ҳолатининг хавфлилик даражасини баҳолаш имконини берадиган ҳисоблаш усулини яратиш зарурлигини тақозо қилади.

Бу масала мустаҳкамлик назариялари ёрдамида амалга оширилади. Бу назарияларнинг барчаси қуйидаги шартга асосланган: иккита кучланиш ҳолатига тегишли бош кучланишлар пропорционал равишда бир хил миқдорда оширилган, иккаласи бир вақтда чегаравий ҳолатга ўтса, бундай кучланиш ҳолатлари тенг кучланишли ва тенг хавфли ҳисобланади, иккала кучланиш ҳолати учун мустаҳкамликнинг эҳтиёт коэффициенти бир хил.

Тенг хавфли кучланиш ҳолатларидан бири сифатида тажриба йўли билан асосланган чизиқли чўзилиш (94-*а* расм) бошқаси сифатида хавфли ҳолатни аниқлаш керак бўлган кучланиш ҳолатни (94-*б* расм) олинади.



94-расм.

Бу иккала ўрганилаётган ҳол учун материалнинг емирилиш ёки чегаравий кучланиш ҳолатига ўтиш сабаби аниқ бўлсагина мумкин бўлади. Лекин материал емирилишининг ҳақиқий сабабини аниқлаш жуда қийин ва у охиригача ҳал қилинмаган масала ҳисобланади. Бу ҳол ягона мустаҳкамлик назариясини яратишга имкон бермайди, натижада ҳар бири ўзининг чегаравий кучланиш ҳолатининг пайдо бўлиш сабаби ҳақидаги гипотезасига эга бўлган кўп назариялар юзага келади. Бундай гипотезага асосан зарур ҳисоблаш шартлари ва ўрганилаётган кучланиш ҳолатининг бош кучланишларини чизиқли кучланишдаги бош кучланишлар билан боғловчи формулалар тузилади.

Биринчи, иккинчи ва учинчи классик мустаҳкамлик назариялари. [4] Энг қадимги назарияларда бўлмиш биринчи мустаҳкамлик назарияси чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта нормал кучланиш сабаб бўлади деган гипотезага асосланади.

Қабул қилинган гипотезага кўра қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\sigma_{max} = \sigma_1 < \sigma_0 \qquad (3.13)$$

Бу ерда: σ_1 — текширилаётган кучланиш ҳолати учун бош кучланишлардан энг каттаси; σ_0— чизиқли чўзиш учун тажрибадан олинган чегаравий кучланиш.

Энг катта нормал кучланиш назариясининг бош камчилиги шундан иборатки, унда бошқа иккита кучланишлар σ_2, σ_3 ҳисобга олинмайди. Амалда эса бу кучланишлар материал мустаҳкамлигига катта таъсир кўрсатади. Масалан, ҳар томонлама (гидростатик) сиқилишда бўлган цемент кубик мустаҳкамлик чегарасидан бир неча марта катта бўлган кучланишга емирилмасдан чидаш бера олади. Бундай шароитда бошқа материаллар ҳам шундай чидамли бўлади.

Бу назария мўрт материалларни чўзишга синашда тасдиқланади. Мўрт материални чўзганда сезиларли пластик деформация ҳосил бўлмасдан, бир бўлаги қолган бўлагидан ажралади.

Ҳозирги пайтда биринчи назариядан фойдаланилмайди, у фақат тарихий аҳамиятга эга.

Иккинчи мустаҳкамлик назарияси материалда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта чўзилиш сабаб бўлади деган гипотезага асосланган.

Бош деформациялар $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ бўлганида ҳажмий кучланиш ҳолати учун қабул қилинган гипотезага жавоб берувчи умумий шарт қуйидагича ёзилади:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon_1 < \varepsilon_0 \qquad (3.14)$$

Бу ерда: ε_1 — текширилаётган кучланиш ҳолати учун энг катта чўзилишнинг ҳисобий қиймати; ε_0— бир ўқли чўзилишга синаш тажрибасидан олинган нисбий чўзилишнинг чегаравий қиймати.

ε_1 ва ε_0 ларни аниқлашда маълум Гук қонуни формулаларидан фойдаланилади:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right] \text{(а)} \qquad \varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E} \text{(б)}$$

Бунда шартли равишда (а) ва (б) боғланишлар чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлгунча кучга эга бўлади ва материалнинг сезиларли пластик деформацияларсиз мўрт емирилишига жавоб беради деб ҳисобланади, (а) ва (б) ифодаларни (3.14) шартга қўйиб қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз: $\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right) < \sigma_0$ (в).

(в) тенгсизлик чап қисми мусбат бўлгандагина кучга эга, бунда у энг катта чўзилишга мос келади, қабул қилинган гипотеза билан бир хил бўлади.

Иккинчи назариянинг биринчисидан афзаллиги шундаки, унда барча бош кучланишлар таъсири ҳисобга олинади.

Мўрт материаллар(бетон, тош) нинг босим бериладиган торецларига ёғ ёки парафин суртиб, оддий сиқилишда емирилишини бу назария ёрдамида тушунтириш мумкин. Материалда сиқувчи кучларга параллел дарзлар пайдо бўлади ва у емирилади. Бу намуна ўқига перпендикуляр йўналишда материалнинг кенгайишига имкон берувчи чизиқли деформацияларнинг ўсиши билан тушунтирилади.

Биринчи назария каби иккинчиси ҳам тажриба натижалари билан етарли даражада тасдиқланмайди, мўрт материаллар учун кўпроқ қўл келади.

Учинчи мустаҳкамлик назарияси чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига энг катта уринма кучланишлар сабаб бўлади деган гипотезага асосланади. Шунинг учун у энг катта уринма кучланиш назарияси деб аталади.

Пластик деформациялар жараёнида силжиш ва унга мос келувчи уринма кучланишлар ҳам пайдо бўлиши тажриба асосида тасдиқланган, шунинг учун қабул қилинган гипотезани сезиларли пластик деформациялар билан боғлаш мумкин.

Ушбу назариянинг умумий шарти қуйидаги кўринишга эга:

$$\tau_{max} < \tau_0 \tag{3.15}$$

Бу ерда: τ_{max} – текширилаётган кучланиш ҳолати учун энг катта уринма кучланишнинг чегаравий қиймати.

Маълумки, ҳажмий кучланишда $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ бўлганда энг катта уринма кучланиш максимал ва минимал бош кучланишлардаги фарқнинг ярмиси қуйидагича топилади: $\tau = \max \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ (а).

τ_0 кучланиш қуйидаги тенгликдан топилади: $\tau_0 = \frac{\sigma_0}{2}$ (б)

Шундай қилиб (3.15)шартни қуйидагича ёзиш мумкин: $\sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_0$ (в).

Учинчи назариянинг асосий камчилиги шундан иборатки, ҳажмий кучланиш ҳолатида σ_2 бош кучланишнинг таъсири ҳисобга олинмайди. Энг катта уринма кучланиш назарияси чўзилишга ҳам, сиқилишга ҳам бир хил қаршилик кўрсатадиган пластик материаллар билан ўтказилган тажриба натижаларига мос келади. Бу назария уларнинг мустаҳкамлигини баҳолашда жуда кенг қўлланилади.

Мустаҳкамликнинг энергетик назарияси. Энергетик назария қуйидаги тахминга асосланади: материалнинг чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўладиган пайтда тўпланадиган деформация солиштирма потенциал энергиясининг миқдори исталган мураккаб кучланиш ҳолатида ҳам, оддий чўзилишда ҳам бир хилдир.

Бу назариянинг яратилишида даставвал чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига тўла солиштирма потенциал энергиясининг энг катта қиймати сабаб бўлади деган гипотеза асос қилиб олинган ва қуйидагича ёзилади:

$$U < U_0 \qquad (3.16)$$

Бу ерда: U — тўла солиштирма энергия, у ҳажмий кучланиш ҳолати учун умумий ҳолда қуйидаги формуладан топилади:

$$U = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3\right)\right] \qquad (а)$$

U_0 энергиянинг чегаравий қиймати бўлиб, оддий чўзилишга ўтказилган тажрибадан топилади. Уни топиш формуласи (а) дан унинг ўнг томонини $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ га тенглаб, σ_1 ўрнига чўзилишдаги чегаравий кучланиш қийматини, яъни σ_0 ни қўйиб келтириб чиқарилади.

Шундай қилиб, $U_0 = \dfrac{\sigma_0^2}{2E}$ (б)

(а) ва (б) ларни ҳисобга олганда (2.16) шарт қуйидагича ёзилади:

$$\sqrt{\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu\left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3\right)\right]} < \sigma_0 \qquad (в)$$

Лекин юқорида қайд қилинган гипотеза тажрибада тасдиқланмаган, шунинг учун унга асосланган назария амалда қўлланилади.

Бу назария, масалан, ҳар томонлама бўладиган гидростатик босим билан ўтказилган тажрибада тасдиқланмаган, бунда юқорида айтиб ўтилганидек, емирилиш бўлмайди.

Шундай қилиб, ҳар томонлама сиқилиш натижасида ҳажм ўзгаришига мос келувчи энергия мустаҳкамликни белгиловчи критерия бўлмайди.

Таклиф қилинган янги энергетик назарияда чегаравий кучланиш ҳолати пайдо бўлишига барча солиштирма энергия эмас, балки қирраси бирга тенг бўлган куб шаклининг ўзгариши натижасида тўпланадиган солиштирма энергиянинг бир қисми сабаб булади деган гипотеза асос қилиб олинади. Кўриниб турибдики, янги энергетик назария фақат пластик деформацияларнинг ўсиши билан боғланади. Маълумки, пластик деформация жисмнинг шакл ўзгариши билан боғланади. Унинг ҳажм ўзгариши билан боғланмайди.

Ушбу назариядан фойдаланган риоя қилиниши керак бўлган шарт қуйидаги тенгсизлик билан ифодаланади:

$$U_{ш} < U_{чег} \tag{3.17}$$

Бу ерда: $U_{ш}$ — текширилаётган кучланиш ҳолатида куб шакл ўзгариши билан боғлиқ бўлган энергиянинг ҳисоб қиймати.

$U_{чег}$ — ушбу энергиянинг оддий чўзилишга ўтказилган тажриба натижасида олинган чегаравий қиймати.

Кучланишнинг умумий ҳоли учун шакл ўзгаришига кетадиган энергияни ҳисоблаш бирмунча қийинчилик туғдиради. Шунинг учун $U_{ш}$ қуйидаги ифодадан топилади:

$$U = U_{v} + U_{ш} \tag{3.18}$$

Унда:

$$U_{ш} = U - U_{v} \tag{3.19}$$

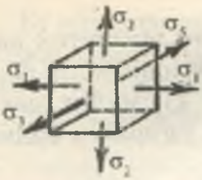
Бу ерда: U — тўла энергия; U_{v} — ҳажм ўзгаришига сарфланадиган энергия.

Ҳажмий кучланишнинг умумий ҳоли учун деформацияни иккига бўламиз: 1) ҳажм ўзгариши билан боғлиқ бўлган деформация; 2) шакл ўзгаришига мос келувчи деформация.

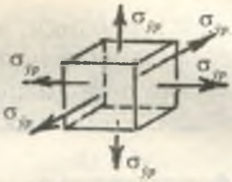
Бунинг учун берилган кучланиш ҳолатини (95-расм) кучланишлар билан аниқланадиган иккита кучланиш ҳолати (96, 97-расм) йиғиндиси кўринишида тасаввур этамиз. Дейлик, улардан бири гидростатик чўзилишга (сиқилишга) мос келади, бунда кубнинг барча томонларига бир хил ўртача кучланиш таъсир этади:

$$\sigma_{ўр} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \tag{г}$$

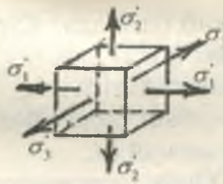
Бунда кубнинг барча қирралари бир хил қийматга ўзгарганлигидан куб шакли ўзгармайди, балки унинг ҳажмигина ўзгаради.



95-расм.



96-расм.



97-расм.

Иккинчи кучланиш ҳолатининг кучланишларини $\sigma_1', \sigma_2', \sigma_3'$ лар орқали белгилаймиз. Улар қуйидаги тенгликлардан топилади:

$$\sigma_1' = \sigma_1 - \sigma_{ур}; \quad \sigma_2 = \sigma_2 - \sigma_{ур}; \quad \sigma_3 = \sigma_3 - \sigma_{ур} \qquad (д)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ кучланишларда ҳажмнинг ўзгариши нолга тенглигини исботлаш қийин эмас.

Ҳақиқатан ҳам (г) ни ҳисобга олган ҳолда (д) тенгликдан бу кучланишларнинг қийматларини ҳажмий деформация формуласига қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{1-2\mu}{E}\left(\sigma_1' + \sigma_2' + \sigma_3'\right) =$$

$$= \frac{1-2\mu}{E}\left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - 3\frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}\right) = 0 \qquad (е)$$

Шунинг учун $\sigma_1', \sigma_2, \sigma_3$ кучланишлардан жисмнинг фақат шакли ўзгаради.

U_v энергияни аниқлаш учун (а) формулага $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, U_v кучланишлар ўрнига $\sigma_{ур}$ ни қўямиз.

У ҳолда $U_v = \frac{1-2\mu}{2E} \cdot 3\sigma_{ур}^2$ (ж) ҳосил бўлади. (ж) ифодага $\sigma_{ур}$ ўрнига (г) тенгликдан унинг қийматини қўйиб қуйидаги формулани ҳосил қиламиз: $U_v = \frac{1-2\mu}{6E}\left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3\right)^2$ (з)

(а) ва (з) формулалардан U ва U_v ларнинг қийматларини (3.19)га қўйиб, баъзи ўзгартиришлардан сўнг қуйидагини топамиз:

$$U_ш = \frac{1+\mu}{3E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3\right)\right] \qquad (3.20)$$

(3.20) формулани қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$U_{ш} = \frac{1+\mu}{6E}\left[\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^2+\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^2+\left(\sigma_2-\sigma_3\right)^2\right] \quad (3.21)$$

Оддий чўзилиш учун $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ бўлганда (3.21), формулага биноан қуйидагига эга бўламиз:

$$U_{ш} = \frac{1+\mu}{6E}\cdot 2\sigma_1^2 \quad (3.22)$$

(3.21) ва (3.22) формулаларни ҳисобга олганда (3.17) шарт қуйидагича ёзилади:

$$\left[\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^2+\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^2+\left(\sigma_2-\sigma_3\right)^2 < 2\sigma_0^2\right] \quad (и)$$

Бу ерда: σ_0— оддий чўзилишда тажрибада топилган чегаравий кучланиш.

Ушбу назарияда σ_0— оқувчанлик чегараси $\sigma_{ок}$ га тенг деб қабул қилинади.

(и) шартга жавоб берадиган ҳисоблаш формуласи қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{хис} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\left(\sigma_1-\sigma_2\right)^2+\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^2+\left(\sigma_1-\sigma_3\right)^2\right]} \le R \quad (3.23)$$

Бу ерда: R — чўзилишдаги ҳисобий қаршилик.

Текис кучланиш ҳолатида (2.23) формуласидан бош кучланишларни σ_z, σ_y ва τ_{zy} лар орқали ифодалаб қуйидагича ёзамиз:

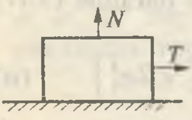
$$\sigma_{хис} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_z+\sigma_y}{2}\right)^2+3\left(\frac{\sigma_z-\sigma_y}{2}\right)^2+3\tau_{zy}^2} \le R \quad (3.24)$$

$\sigma_y = 0$ бўлган хусусий ҳол учун $\sigma_z = \sigma;\ \ \tau_{zy} = \tau$ десак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\sigma_{хис} = \sqrt{\sigma^2+3\tau^3} \le R \quad (3.25)$$

Учинчи назария каби энергетик назария ҳам пластик материаллар билан ўтказилган тажрибаларда яхши исботланади ва амалда кенг қўлланилади. Юқорида қайд қилинган назариялар материалда пластик деформациялар пайдо бўлиш шароитини белгиловчи критерияларни белгилаб беради. Шунинг учун бу назарияларга асосланган (3.15) ва (3.17) тенгсизликлар баъзан пластиклик шартлари деб аталади.

Мор мустаҳкамлик назарияси [4]. Барча материаллар ҳам чўзилиш ва сиқилиш деформациясига бир хил қаршилик кўрсатмаслигини Мор назарияси ҳисобга олади. Бу назария 1882 йилда таклиф этилиб, 1900 йилда ривожлантирилган.

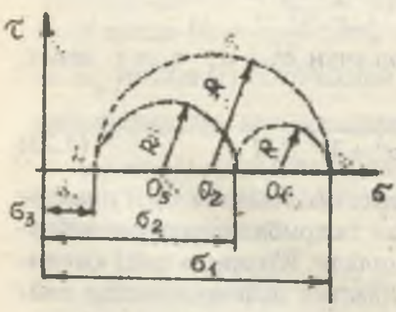


98-расм.

Ички ишқаланиш $T = fN$ материалнинг эластиклик чегарасидан кейин силжиш натижасида содир бўлади. Демак, силжишга кўрсатилган қаршилик фақатгина уринма кучланиш каби нормал кучланишга ҳам боғлиқ бўлади.

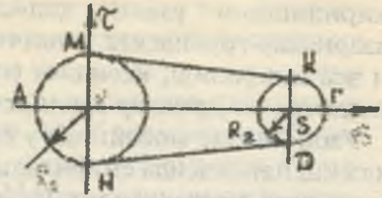
Демак, уринма кучланишдан ҳосил бўлган қаршилик кучи жисмнинг сиқувчи нормал кучланиш мавжуд бўлган нуқталарида каттароқ бўлиб, чўзилиш мавжуд бўлган нуқталарида паст бўлдаи. Юқоридаги фикрлаш Мор назариясининг асосини ташкил этади. Уринма кучланишлар, **биринчидан,** материалнинг ўзаро боғланиши натижасида, **иккинчидан** эса, биринчи силжиш боғланишдаги емирилиш сабабига боғлиқ.

Юқоридаги хулосаларга асосланиб, умуман, ҳажмий кучланганлик ҳолатини Мор доираси ёрдамида шундай кўрсатиш мумкин $(\sigma_1;\sigma_2;\sigma_3)$. Уринма кучланишлар эса штрихланган юзанинг бирорта нуқтасида ифода этилади. Яна шу нарса аниқки, материаллар сиқилиш деформациясига кўрсатадиган қаршилиги чўзилишдаги қийматидан каттароқ бўлади. Мор доирасига кўра мустаҳкам қаршилик кўрсатувчи соҳа қуйидагича бўлади.



99-расм.

Чўзилиш деформациясидан сиқилишга ўтганда қаршилик кўрсатувчи соҳа катталашади. Демак, Мор назариясига кўра мустаҳкам қаршилик кўрсатувчи соҳа-ни белгилаш учун **сиқилиш** соҳасида R_c радиуси билан, **чўзилиш** соҳасида R радиуси билан айланалар ўтказиб, уларни умумий уринмалар билан туташтирамиз, натижада АМКГД-НА мустаҳкам қаршилик кўрсатувчи соҳа ҳосил бўлади. Демак, Мор назарияси I, II, III мустаҳкамлик назарияларидагидек, $\sigma, \varepsilon, \tau$ (бита) омилга боғлиқ бўлмасдан бир вақтда нормал (σ) ва уринма (τ) кучланишлар таъсирини содир эта олади.



100-расм.

Мор мустаҳкамлик назариясига кўра шарт қуйидагича бўлади.

$$\sigma_1 - \nu\sigma_3 = (1-\nu)\frac{\sigma}{2} + (1+\nu)\sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} < \sigma_0^{I}$$

$$\sigma_3 - \nu\sigma_1 = (1-\nu)\frac{\sigma}{2} - (1+\nu)\sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} < \sigma_0^{I} \;;\; \nu = \frac{\sigma_0^{I}}{\sigma_0^{II}}$$

Бу ҳолда: σ_0^{I} — чўзилишдаги мустаҳкамлик чегараси;

σ_0^{II} — сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси.

Бирлашган мустаҳкамлик назарияси [4]. Ушбу назарияда материалнинг икки хил емирилиши бир-биридан фарқ қилинади: мўрт емирилиш — материалнинг узилиши билан содир бўлади, қовушқоқ емирилиш — кесилиш (силжиш) орқали рўй беради.

Узилиш содир бўладиган кучланишни $\sigma_{уз}$ силжишда рўй берадиган емирилишга мос келувчи кучланишни $\tau_{см}$ орқали белгилаймиз.

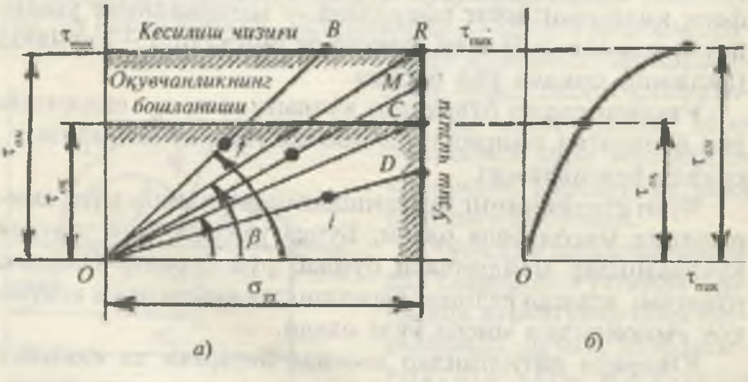
Чўян стерженнинг буралишдаги емирилиши мўрт емирилишга мисол бўла олади. Бунда узилиш бош чўзувчи кучланишлар майдончаси бўйлаб рўй беради. Пластик пўлатдан ясалган валнинг буралишдаги емирилиши қовушқоқ емирилишга мисол бўла олади.

Юқорида айтилганлар асосида биринчи ва иккинчи чегаравий кучланиш ҳолати назарияларини материалнинг емирилишини узилиш ҳодисаси орқали тушунтирувчи назариялар группасига, учинчи ва энергетик назарияларни эса емирилиш, кесилиш (силжиш) йўли билан содир бўладиган назариялар группасига киритиш мумкин.

Узоқ йиллар мобайнида у ёки бу материал ё узилиш, ё силжиш натижасида емирилади деган тахмин ҳукмрон эди. Бирлашган мустаҳкамлик назариясига кўра бир хил материал узилиш йўли билан ҳам, кесилиш йўли билан ҳам емирилиши мумкин, бу унинг иш шароитига ва кучланиш ҳолатига боғлиқ. Шу гипотеза асосида иккинчи ва учинчи назариялар бирлаштирилади.

Иккита назарияни бундай бирлаштириш механик ҳолат диаграммаси деб аталадиган диаграмма ёрдамида ўрнатилаётган материалнинг узилишга ҳам, қирқилишга ҳам мустаҳкамлигини текшириш ва мумкин бўлган емирилиш турини аниқлаш имконини беради.

График мазкур диаграмманинг асосий элементи ҳисобланади. Бу графикда τ_{max} ва σ_{max} ўқлар системасида тўғри тўртбурчак қурилади, тўртбурчак эса ушбу материал мустаҳкам ҳолатларини чегаралаб туради (101-расм). Бу графикни қуриш тажрибадан аниқланадиган $\sigma_{уз}$ ва $\tau_{см}$ қийматлар ҳар бир материал учун ўзгармас бўлиб, кучланиш ҳолати турига боғлиқ эмас деган чекланишга асосланади. Бундан ташқари, мазкур графикда материал оқувчанлик ҳолатининг бошланишига мос келувчи тўғри чизиқ ҳам



101-расм.

келтирилади. Бу тўғри чизиқ ҳолати оқувчанлик чегараси $\tau_{ок}$ б билан белгиланади. У мустаҳкамлик ҳолати соҳасини икки қисмга бўлади, чизиқдан пастда жойлашган қисми эластик деформацияларга, юқори қисми эса пластик деформацияларга тегишли бўлади. 101-б расмда тажриба натижалари асосида τ_{max} ва σ_{max} ўқлар системасида қурилган эгри чизиқ кўрсатилган. Мазкур эгри чизиқда оқувчанлик чегарасига, яъни пластик деформациялар бошланишига ва материалнинг емирилишига мос келувчи нуқталар қайд қилинади. Бу характеристикалардан 101-а расмда кўрсатилган графикни қуришда фойдаланилади. Бирор кучланиш ҳолатини текширишда σ_{max} ўқи бўйлаб энг катта чўзувчи кучланишнинг ҳисобий қиймати қўйилади, бу қиймат эса иккинчи назарияга кўра қуйидаги формуладан аниқланади:

$$\sigma_{max} = Es_1 = \sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \qquad (а)$$

τ_{max} ўқи бўйлаб учинчи назарияга мувофиқ

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \qquad (б)$$

формула асосида аниқланадиган энг катта уринма кучланишнинг ҳисобий қиймати қўйилади. Шундай қилиб, ҳар бир кучланиш ҳолати графикда маълум $m = \frac{\tau_{max}}{\sigma_{max}}$ координаталар нисбатига тенг нуқта билан, 1,2 ёки 1 нуқталар билан тасвирланади (101-а расм). Мазкур нисбат m кучланиш ҳолатининг асосий характеристикаси ҳисобланади, m=const бўлганда кучланиш интенсивлигини ўзгартириб, координата ўқлари бошидан чиқувчи ҳамда σ_{max} ўқига α бурчак остида оған (бу бурчакнинг тангенси m га тенг) нур оламиз. Бу нурни ўтказишда у пластик деформациялар соҳасига ўтганда ҳам, яъни материал емириладиган пайтгача тўғрилигича қолади, деган иккинчи чекланишга асосланилади.

Савол ва топшириқлар

1. Кучланганлик ҳолатларининг турларини айтинг.
2. Чизиқли кучланганлик ҳолатида нормал кучланиш формуласини ёзинг.

3. Чизиқли кучланганлик ҳолатида уринма кучланиш формуласини ёзинг.

4. Уринма кучланишларнинг жуфтлик аломати нима?

5. Текис кучланганлик ҳолатида нормал кучланиш формуласини ёзинг.

6. Текис кучланганлик ҳолатида уринма кучланиш формуласини ёзинг.

7. Ҳажмий кучланганлик ҳолатида Гук қонунини ёзинг.

8. Қачон кубикнинг ҳажм ўзгариши содир бўлади?

9. Қачон кубикнинг шакл ўзгариши содир бўлади?

10. Гук ҳажмий қонунини ёзинг.

11. Биринчи мустаҳкамлик назариясини таърифланг.

12. Иккинчи мустаҳкамлик назариясини таърифланг.

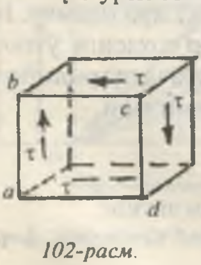
13. Учинчи мустаҳкамлик назариясини таърифланг.

14. Тўртинчи мустаҳкамлик назариясини таърифланг.

IV БОБ
СИЛЖИШ

Амалиётда болтли, парчин михли, пайвандли бирикмалар ва ҳ.к.лар силжиш деформациясига учрайди. Оддий чўзилиш ёки сиқилишда бўлган стерженнинг қия текислигида нормал ва уринма кучланишлар ҳосил бўлиб, бу кучланишлар таъсирида стерженда узайиш ёки силжиш содир бўлишини кўриб чиққан эдик. Силжиш деформациясини ўрганиш учун шундай юзаларни танлаш керакки, бу юзаларда нормал кучланишлар нолга тенг бўлиб, фақат уринма кучланишлар таъсир қилсин.

Фақат уринма кучланишлар таъсирида бўлган элементнинг кучланганлик ҳолатига соф силжиш дейилади.



102-расм.

Соф силжишга ишлаётган кубикнинг қирралари уринма кучланишлар таъсирида шу кучланишлар йўналиши бўйича деформацияга учрайди.

4.1. СОФ СИЛЖИШДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ

Ўзаро перпендикуляр *ab* ва *bc* қирраларга тенг ва қарама-қарши томонларга йўналган уринма кучланишлар таъсиридаги кубикни ўрганайлик (102-расм). Кубикнинг *abcd* фасад юзасида нормал ва уринма кучланишлар таъсир қилмасин. Унда *abcd* юза бош юза бўлиб, бу юзадаги бош нормал кучланиш нолга тенг. Демак, кубикнинг учта ўзаро перпендикуляр юзаларидан иккитаси кучланишлар таъсирида, битта фасад юзаси эса ҳар қандай кучланишлар таъсиридан озод экан. Шунинг учун кубикнинг кучланганлик ҳолати текис кучланганлик ҳолатига тўғри келади.

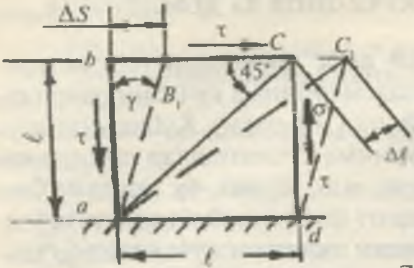
Кубикнинг вертикал қиррасига $\sigma_a = 0$; $\tau_a = \tau$; горизонтал қиррасига $\sigma_\beta = 0$ ва $\tau_\beta = -\tau$ таъсир қилаётган кучланиш ёрдамида Мор доирасидан фойдаланиб *abcd* бош юзадан бошқа юзадаги бош кучланишларни топамиз. $\sigma o \tau$ координата системасида $ОД_1 = \tau_a = \tau$ кучланишни τ ўқи бўйлаб юқорига ва $ОД_2 = \tau_\beta = -\tau$ кучланишни τ ўқи бўйлаб пастга жойлаштирамиз.

$Д_1$ ва $Д_2$ нуқталар координата маркази О нуқтадан бир хил масофада жойлашганлиги учун Мор доирасининг радиуси $ОД_a = \tau$ га тенг бўлади. Мор доираси абсцисса ўқини $OB = \tau$ ва $OC = -\tau$ масофаларда кесиб ўтади. Шунинг учун $OB = \tau = \sigma_1$ ва $OC = -\tau = \sigma_3$; $\sigma_2 = 0$

103-расм.

Бош нормал кучланиш σ_1 нинг йўналиши доирада $СД_1$ чизиқ билан кўрсатилган ва *bc* юзанинг нормали билан 45° бурчак остида жойлашган (103-расм). Кубикдан ажратилган элемент σ_1 таъсирида *bd* диагонал бўйлаб чўзилади; σ_3 таъсирида эса *ac* диагонал бўйлаб сиқилади. Демак, соф силжиш ўзаро тенг чўзувчи ва сиқувчи бош нормал кучланишларга эквивалент экан. Шунинг учун силжиш деформациясида материал чўзилиш ва сиқилишга ҳам учрайди (104-расм).

Силжишда деформацияни ўрганиш учун *abcd* қиррали кубикнинг *ad* қиррасини таянчга тираб қўямиз (104-расм).



104-расм.

Уринма кучланиш таъсирида bc қирра ΔS масофага силжийди. ΔS — абсолют силжиш. $abcd$ элемент қийшиқ бўлади, ab ва cd қирралар γ бурчакка огади, γ бурчак нисбий силжиш. Элементнинг деформацияси эластик бўлганлиги учун γ бурчак кичик миқдордир.

Схемадан:

$$tg\gamma = \gamma = \frac{\Delta S}{\ell} \tag{4.1}$$

ac диагоналнинг абсолют узайиши:

$$C_1C_2 = \Delta\ell = \Delta S \cdot \cos 45^0$$

Нисбий узайиши: $\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{l} \sin 45^0$

У ҳолда: $\varepsilon = \frac{\Delta S}{a} \cos 45^0 \cdot \sin 45^0$ ёки $\varepsilon = \frac{\gamma}{2}$ (4.2)

Диагоналнинг бош нормал кучланишлар $\sigma_1 = \tau$ ва $\sigma_3 = -\tau$ таъсиридаги нисбий узайиши қуйидагича топилади:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu\frac{\sigma_3}{E} = \frac{\tau}{E}(1 + \mu) \tag{4.3}$$

(4.2) ва (4.3) тенгликларни ўзаро солиштириб:

$$\tau = \frac{E}{2(1 + \mu)} \cdot \gamma$$

формулани ҳосил қиламиз. Бу ерда:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)} \tag{4.4}$$

силжиш модули деб қабул қилинса, формула

$$\tau = \gamma G \tag{4.5}$$

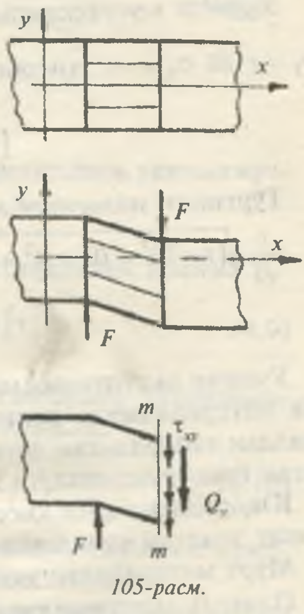
силжишда Гук қонунини ҳосил қилади. Шундай қилиб, нисбий узайиш ва уринма кучланиш силжишда ўзаро пропорционал боғланишда бўлади. Кўндаланг кесим юзаси A бўлган брус F силжитувчи куч таъсирида бўлсин (105-расм). Бруснинг силжиши чизмада кўрсатилган. Агар, брусни m — m текислик билан кесиб, бир бўлагини ташлаб юборсак, ажратиб қолдирилган қисмининг мувозанати бузилади. Бруснинг ташлаб юборилган қисмининг ажратиб олинган бўлагига таъсирини τ_{xy} куч интенсивлиги билан белгилаймиз. Бу кучларнинг тенг таъсир қилувчисини кўндаланг куч Q_y билан алмаштирсак, брусни ажратиб олинган бўлагининг мувозанат шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sum Y = Q_y - F = 0 \quad \text{ёки} \quad Q_y = \tau_{xy} \cdot A = F$$

$$\tau_{xy} = \frac{F}{A}$$

Бу ердан силжишда уринма кучланиш формуласини ҳосил қиламиз. Силжишда Гук қонуни элементнинг ўлчамлари билан ифодаланиши мумкин:

$$\Delta S = \frac{Q\ell}{GA} \qquad (4.6)$$



105-расм.

Эластик силжишда кўндаланг куч Q нинг бажарган иши қуйидаги формула билан топилади:

$$A_{иш} = \frac{Q \cdot \Delta S}{2} = \frac{Q^2 \ell}{2GA} = \frac{\tau^2 A \ell}{2G} \qquad (4.7)$$

Силжитувчи куч статик характерда бўлса, бажарилган иш миқдор жиҳатдан силжиш деформациясининг потенциал энергиясига тенг бўлади:

$$A_{иш} = U = \frac{Q^2 \ell}{2GA} \qquad (4.8)$$

4.2. СОФ СИЛЖИШДА РУХСАТ ЭТИЛГАН КУЧЛАНИШ

Лаборатория шароитида соф силжишни ҳосил қилиш мураккаб бўлганлиги учун рухсат этилган кучланишни турли мустаҳкамлик назариялари асосида танлаймиз.

Биринчи мустаҳкамлик назарияси бўйича, $\sigma_1 \le [\sigma]_ч$ шартга кўра, $\sigma_1 = \tau$ бўлса, соф силжишда $[\tau]^{/} = [\sigma]_ч$ ҳосил бўлади.

Иккинчи мустаҳкамлик назарияси:

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]_ч$$

Бу ерда: $\sigma_1 = \tau$ ва $\sigma_3 = -\tau$; $\sigma_2 = 0$

У ҳолда: $\tau - \mu(-\tau) \le [\sigma]_ч$, ёки $\tau \le \frac{\sigma_ч}{1+\mu}$

Бу ерда: $[\tau]^{//} = \frac{\sigma_ч}{1+\mu}$

Учинчи мустаҳкамлик назарияси: $\sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma]$. Агар $\sigma_1 = \tau$ ва $\sigma_3 = -\tau$ ҳисобга олинса, $\tau + \tau \le [\sigma]$ ёки

$$[\tau]^{///} = \frac{[\sigma]}{2}$$

Тўртинчи назарияга асосан:

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\tau - 0)^2 + (0+\tau)^2 + (\tau+\tau)} = 3\sqrt{\tau} \le [\sigma]$$ ёки

$$[\tau]^{IY} = \frac{[\sigma]}{3}$$

Учинчи ва тўртинчи назариялар бўйича ҳисоблаш пластик материалларга: иккинчи назария бўйича мўрт материалдан тайёрланган деталлар учун ва силжишга ишлайдиган конструкцияларга татбиқ этилади.

Юқоридагиларни ҳисобга олиб умумий ҳолда уринма рухсат этилган кучланиш қуйидагича қабул қилинади.

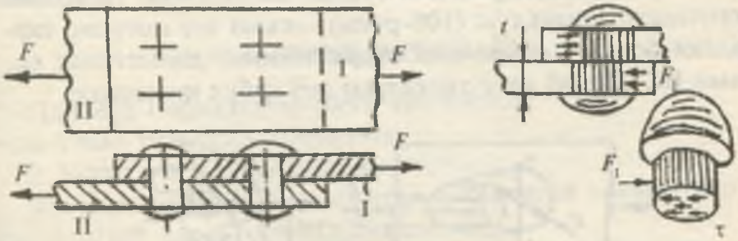
Мўрт материаллар учун: $[\tau] = (0,8...1,0)[\sigma]$

Пластик материаллар учун: $[\tau] = (0,5...0,6)[\sigma]$

4.3. ПАРЧИН МИХЛИ БИРИКМАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Оддий парчин михли бирикмани ўрганайлик (106-расм).

Ҳар бир парчин михга ўзаро тенг ва қарама-қарши йўналган кучлар таъсир қилади: $F_1 = \frac{F}{n}$ кучлари парчин михни қирқишга ҳаракат қилади. Қирқувчи куч F_1 қирқиш юзаси $A_{k1} = \pi d^2 / 4$ га параллел йўналади. Шунинг учун қирқилиш юзасида уринма кучланишлар ҳосил бўлади. τ парчин михни қирқилиш юзасида тенг тарқалади.



106-расм.

У ҳолда: $\tau = \frac{F_1}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{4F}{n \cdot \pi \cdot d^2}$ қирқилишдаги уринма кучланиш формуласи ҳосил бўлади.

Парчин михни қирқилишга мустаҳкамлик шарти:

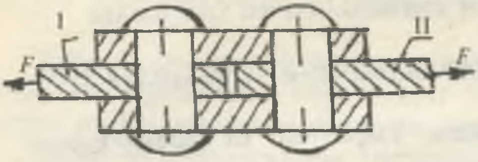
$$\tau = \frac{F}{nA_k} = \frac{4F}{n \cdot \pi \cdot d^2} \le [\tau] \qquad (4.9)$$

Парчин михни диаметри берилган бўлса, бирикмадаги парчин михлар сони топилиши мумкин:

$$n \ge \frac{4F}{\pi \cdot d^2 [\tau]} \qquad (4.10)$$

Агар I ва II элементлар устқуйма орқали бириктирилса, бундай бирикма учма-уч бирикма дейилади.

Бу ҳолатда парчин мих икки қирқимли бўлади. Икки қирқимли парчин мих учун мустаҳкамлик шарти:



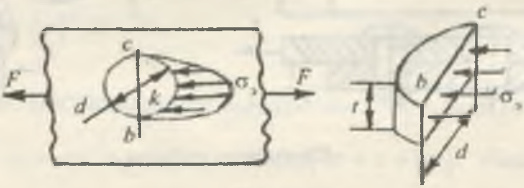
$$\tau = \frac{F}{n \cdot 2A_k} \le [\tau] \quad (4.11)$$

ва парчин мих сони:

$$n \ge \frac{F}{2A_k \cdot [\tau]} \quad (4.12)$$

107-расм.

Уланувчи I ва II элементларни парчин михга босими таъсирида парчин мих ўрнининг деворида ярим цилиндрик юза бўйлаб эзилиш бўлади. Элементларнинг парчин михга ярим цилиндрик юза бўйлаб босимининг тарқалиш қонунияти номаълум (108-расм), лекин шу нотекис тарқалган босим парчин мих стерженининг диаметриал кесими BC бўйлаб тенг тарқалган деб қабул қилинади.



108-расм.

BC диаметриал кесимда ҳосил бўлган эзилишдаги нормал кучланиш тахминан K нуқтадаги кучланишга тенг ва қуйидагича топилади: $\sigma_э = \frac{F}{ntd}$ ва мустаҳкамлик шарти:

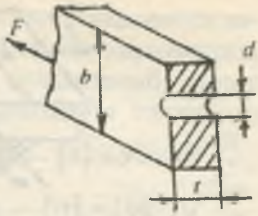
$$\sigma_э = \frac{F}{ntd} \le [\sigma]_э \quad (4.13)$$

$[\sigma]_э = [2...2,5] \cdot [\sigma]$ – эзилишга рухсат этилган кучланиш.

(4.13) шартидан парчин михлар сони топилиши мумкин:

$$n \ge \frac{F}{dt[\sigma]_э} \quad (4.14)$$

Уланувчи элементларда парчин мих ўрнининг (тешик) тайёрланиши уларнинг кўндаланг кесимини заифлаштиради. Натижада элементларни чўзилиш ва сиқилишга мустаҳкамлиги пасаяди.



109-расм.

Элементни заифлашмаган кесимининг эни b бўлса, чўзилиш ёки сиқилишга мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = \frac{F}{t(в - md)} \leq [\sigma] \qquad (4.15)$$

m — заифлашган кўндаланг кесимдаги парчин мих ўрни сони.

4.4. ПАЙВАНД БИРИКМАЛАР

Пайванд бирикмалар икки хил бўлади:

1. Учма-уч пайванд бирикма.
2. Устма-уст пайванд бирикма.

Учма-уч пайванд бирикмалар уланадиган элементлар қалинлигига қараб ҳар хил бўлади.

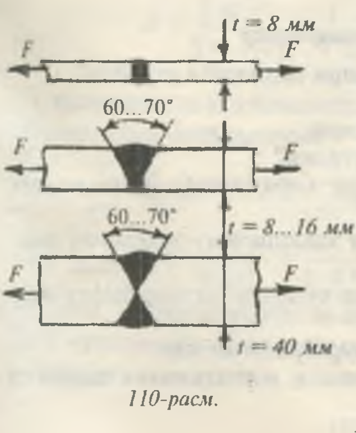
Учма-уч пайванд бирикма чўзилиш ёки сиқилишга ишлайди. Чокнинг мустаҳкамлиги қуйидагича ҳисобланади:

$$\sigma = \frac{F}{t \cdot \ell} \leq [\sigma]_{r.c} \qquad (4.16)$$

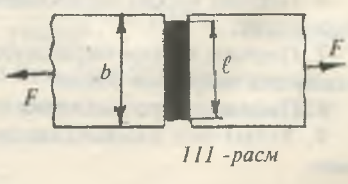
Бу ерда:

$[\sigma]_r = (0,6...0,8)(\sigma)$ — чок материали учун чўзилишга рухсат этилган кучланиш;

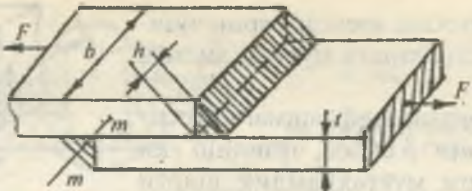
$[\sigma]_c = (0,75...0,9)(\sigma)$ — чок материали учун сиқилишга рухсат этилган кучланиш. ℓ — чокнинг узунлиги.



110-расм.



111 -расм



112-расм.

Устма-уст пайвандлашда чок валик шаклида бўлади (112-расм).

Валикли чок $m - m$ кесим бўйича емирилиши мумкин, чунки бу текисликда уринма кучланиш энг катта қийматга эришади. Устма-уст пайвандлашда ташқи куч — F пастки ва юқори чокларга таъсир қилади.

У ҳолда уринма кучланиш қуйидагича топилади: $\tau = \dfrac{F}{2A_n}$

Бу ерда: $A_n = h\ell = 0,7t \cdot \ell$ — чокнинг юзаси. Устма-уст пайвандлашда мустаҳкамлик шарти:

$$\tau = \frac{F}{1,4t \cdot \ell} \leq [\tau] \qquad (4.17)$$

(4.17) формуладан пайвандланадиган деталнинг қалинлиги (t) ёки пайванд бирикманинг узунлиги — (ℓ) аниқланиши мумкин.

$$t = \frac{F}{1,4\ell[\tau]}$$

Савол ва топшириқлар

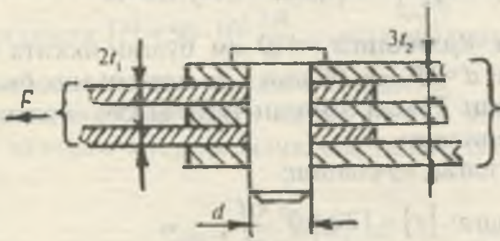
1. Қандай конструкция қисмлари силжишга учрайди?
2. Соф силжиш нима?
3. Силжишда Гук қонунини ёзинг.
4. Силжиш модули қандай катталик?
5. Парчин михли бирикманинг қирқилишга мустаҳкамлик шартини ёзинг.
6. Парчин михли бирикманинг эзилишга мустаҳкамлик шартини ёзинг.
7. Парчин михли бирикманинг чўзилиш ва сиқилишга мустаҳкамлик шартини ёзинг.
8. Пайванд бирикмаларнинг турларини айтинг.
9. Устма-уст пайвандлашда чокни мустаҳкамлик шартини ёзинг.

1-масала. Болтли бирикмадаги пўлатдан тайёрланган валик орқали 480 кН куч узатилади. Валикнинг қирқилишга ва эзилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, унинг диаметрини ва уланувчи элементлари ўлчамлари топилсин.

Рухсат этилган кучланиш: қирқилишга — $[\tau] = 95 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$; эзилишга — $[\sigma] = 95 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$ ва чўзилишга — $[\sigma] = 160 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$

Ечиш. Болтли бирикмани мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб валикнинг диаметрини топамиз:

$$\tau = \frac{F}{4A} \le [\tau]$$



113-расм.

Бу ерда: $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ — валикнинг битта қирқилиш юзаси, 4 — қирқилиш юзалари сони.

У ҳолда валикнинг диаметри:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{4 \cdot \pi [\tau]}} = \sqrt{\frac{480}{3,14 \cdot 95 \cdot 10^3}} = 40\ мм$$

t_1 қалинликдаги элементларнинг эзилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб t_1 қалинликни топамиз:

$$\sigma_э = \frac{F}{ntd} \le [\sigma]_э$$

Бу ерда: $t_1 = \frac{F}{2d[\sigma]_э} = \frac{480}{2 \cdot 0,04 \cdot 250 \cdot 10^3} = 0,024\ м$. Иккита бир хил t_1 қалинликдаги ва эни бир хил бўлган элементларни чўзилишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб b ни топамиз:

$$\sigma = \frac{F}{2t_1(в - md)} \le [\sigma], \quad \text{бу ерда:} \quad m = 1$$

У ҳолда: $b = \frac{F}{2t_1[\sigma]} + d = \frac{240}{160 \cdot 10^3 \cdot 0,024} + 0,04 = 0,1025\, м$

Бирикмадаги қолган 3 та элементнинг қалинлиги $-t_2$ ни топамиз:

$$\sigma = \frac{F}{3t_2(в - md)} \le [\sigma]$$

Бу ерда:

$$t_2 = \frac{F}{3(b-d)[\sigma]} = \frac{480}{3(0,1025 - 0,04) \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,016\, м$$

2-масала. Қалинлиги $t = 10\ мм$ бўлган иккита элемент диаметрлари $d = 20\ мм$ бўлган 6 та парчин мих билан уст-ма-уст уланган. Рухсат этилган чўзувчи куч ва элементларнинг эни топилсин.

Рухсат этилган кучланиш:

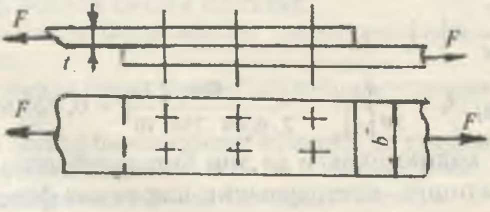
қирқилишга: $[\tau] = 120 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$;

эзилишга: $[\sigma] = 320 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$ ва

чўзилишга: $[\sigma] = 160 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$

Ечиш. Қирқилишга мустаҳкамлик шартидан рухсат этилган куч:

$$[F] = \frac{n\pi \cdot d^2 [\tau]}{4} = \frac{6 \cdot 3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \cdot 120 \cdot 10^3}{4} = 226\, кН$$



114-расм.

Эзилишга мустаҳкамлик шартидан рухсат этилган куч: $[F] = ntd[\sigma] = 6 \cdot 0,01 \cdot 0,02 \cdot 320 \cdot 10^3 = 384\,кН$. Рухсат этилган кучлардан биринчисини қабул қиламиз, чунки парчин михли бирикмани иккала мустаҳкамлик шарти ҳам бажарилади. Уланувчи элементларнинг энини топамиз.

$$b = \frac{F}{[\sigma] \cdot t} + md = \frac{226}{160 \cdot 10^3 \cdot 0,01} + 2 \cdot 0,02 = 0,18\,м$$

3-масала. Кесимнинг ўлчамлари 10 х 80 ва 10 х 100 мм бўлган иккита листлар устма-уст пайвандланган. Пайванд бирикма F куч билан чўзилади. Чўзилишга $[\sigma] = 160 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$ ва қирқилишга $[\tau] = 90 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$ рухсат этилган кучланишлар ёрдамида чокнинг узунлиги топилсин.

Кўндаланг кесим юзаси кичик бўлган уланувчи элементни чўзишга мустаҳкамлик шартидан чўзувчи кучни топамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{b \cdot t} \le [\sigma] \text{ ва}$$

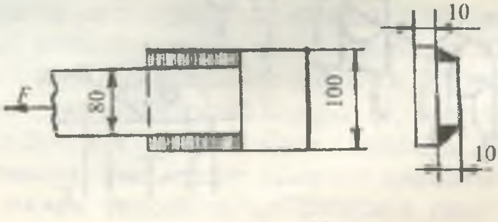
$$F = b \cdot t[\sigma] = 0,08 \cdot 0,01 \cdot 160 \cdot 10^3 = 128\,кН$$

Пайванд бирикманинг қирқилишга мустаҳкамлик шартидан чокнинг узунлигини топамиз:

$$\ell_р = \frac{F}{1,4t[\tau]} = \frac{128}{1,4 \cdot 0,01 \cdot 90 \cdot 10^3} = 0,102\,м$$

Чокнинг тўлиқ узунлиги:

$$\ell = \ell_р + 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 = 0,112\,м$$



115-расм.

V БОБ

БУРАЛИШ

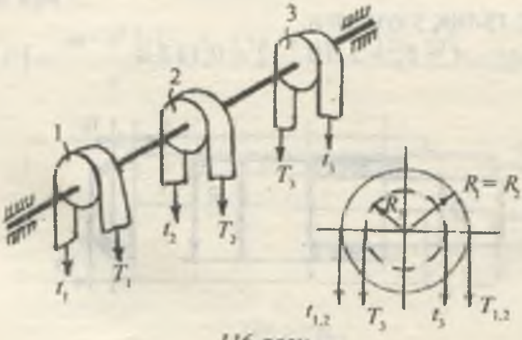
Стерженнинг бўйлама ўқига перпендикуляр текисликда жуфт куч моменти таъсир қилса, буралиш деформацияси ҳосил бўлади.

Буралиш деформацияси турли вал ва ўқларнинг, фазовий конструкцияларнинг, элементларнинг ишлаш жараёнида учрайди. Буралиш, асосан, буровчи момент таъсирида келиб чиқади.

Буралиш деформациясининг тавсифи кўп жиҳатдан бураладиган конструкция кесим юзасининг шаклига боғлиқ. Техникада кўпинча кесим юзаси доиравий ёки ҳалқасимон бўлган элементлар учрайди.

5.1. БУРОВЧИ МОМЕНТ ҲАҚИДА ТУШУНЧА

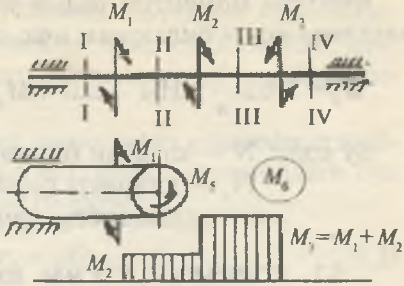
Ременлар ўрнатилган шкивлар билан юкланган доиравий кесимли стерженнинг мувозанат ҳолатини текширамиз (116-расм). Шкивлар билан стерженнинг айланиши натижасида ременларда тортишиш кучлари (t_1 ва T_1; t_2 ва T_2; t_3 ва T_3) ҳосил бўлади. Етакловчи ременнинг тортишиш кучи T етакланувчи ременни тортишиш кучидан t икки баробар катта бўлади, яъни $T=2t$. Тортишиш кучларининг стержень кесимининг марказига нисбатан моментлари: $M_1= T_1R_1 - t_1R_1= t_1R_1$, $M_2= t_2R_2$ ва $M_3= t_3R_3$ билан ифодаланган схема 117-расмда кўрсатилган.



116-расм.

R_1 ; R_2 ва R_3 — тегишли 1, 2 ва 3 шкивларнинг радиуслари.

M_1; M_2 ва M_3 — стерженга қўйилган ташқи моментлар.



117-расм.

Ихтиёрий кесимдаги буровчи моментни топиш учун стерженни шу кесимдан икки бўлакка қирқамиз ва ҳар бир бўлакка $M_x = M_б$ буровчи моментларини қўямиз. Масалан, 117-расмда кўрсатилган ҳол учун (II—II кесим) чап қисмнинг мувозанат тенгламасидан қуйидаги ифодани топамиз:

$$\sum M_x = M_1 - M_б^{II} = 0 \qquad \text{ёки } M_б^{II} = M_1$$

III—III кесимдаги буровчи моментни топамиз:

$$\sum M_x = M_1 + M_2 - M_б^{III} = 0 \qquad \text{ёки } M_б^{III} = M_1 + M_2$$

IV—IV кесимдаги буровчи момент:

$$\sum M_x = M_1 + M_2 - M_3 - M_б^{IY} = 0$$

ёки $M_б^{IY} = M_1 + M_2 - M_3$

Демак, стержень кесим юзасида ҳосил бўладиган буровчи момент $M_б$ кесилган кесим юзасига нисбатан бир томонда жойлашган ташқи моментларнинг алгебраик йиғиндисига тенг экан. Стерженнинг ажратиб олинган бўлагидаги ташқи момент, кесилган кесим юзасининг марказига нисбатан соат стрелкаси йўналиши бўйича ҳаракат қилса, $M_б$ ишораси мусбат қабул қилинади. Юқоридаги ҳисобларга кўра стерженнинг узунлиги бўйлаб буровчи моментнинг қиймати ўзгариб боради. $M_б$ нинг бу ўзгариш графикаси буровчи момент эпюраси дейилади. (117-расм). Буровчи моментнинг мусбат ишорали қиймати 0 — 0 чизиқнинг юқори томонига, манфийлари паст томонига қўйилади.

Буровчи моментни вални узатаётган қуввати ва айланишлари сони билан ҳам ифодалаш мумкин:

$$M_{\textit{в}} = 7162\,\frac{N}{n} \quad \text{Нм} \quad \text{ёки} \quad M_{\textit{в}} = 9736\,\frac{N_{\kappa}}{n} \quad \text{Нм} \qquad (5.1)$$

Бу ерда: N — от кучи бирлигидаги қувват;

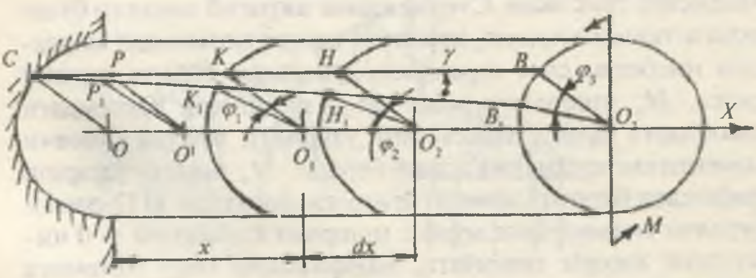
$N_к$ — киловатт бирлигидаги қувват;

n — валнинг бир минутдаги айланишлари сони.

5.2. ДОИРАВИЙ КЕСИМ ЮЗАЛИ БРУСЛАРНИНГ БУРАЛИШИДА КУЧЛАНИШ ВА ДЕФОРМАЦИЯ

Бир учи қистириб маҳкамланган, эркин учига М - жуфт куч моменти қўйилган бруснинг буралишини кўриб чиқамиз. Буровчи момент таъсирида бруснинг сиртига ўтказилган СВ тўғри чизиқ, бруснинг бурилишида $СВ_1$ ҳолатини эгаллайди. СВ тўғри чизиқдаги К; Н ва В нуқталар $К_1$, $Н_1$ ва $В_1$ ҳолатларга ўтади. Натижада бруснинг қистириб қўйилган кесимидан Х масофадаги кесими φ_1 бурчакка, кейинги кесими $\varphi_2 = \varphi_1 + d\varphi$ бурчакка ва жуфт куч моменти қўйилган кесим $\varphi_3 = \varphi_2 + d\varphi$ бурчакка буралади (118-расм).

Тажрибалар шуни кўрсатадики, брус буралганидан кейин кўндаланг кесим юзалари текислигича қолади, улар орасидаги масофа деярли ўзгармайди; исталган кесим юзасида ўтказилган радиус эгриланмайди. Бундай буралиш брус кўндаланг кесим юзаларининг бир-бирига нисбатан силжишлари натижаси деб қаралади. Бунинг натижасида брус кўндаланг кесим юзаларида фақат уринма



118-расм.

кучланиш пайдо (119-расм) бўлади. Бруснинг буралишида буйлама толалар чўзилмайди ҳам, сиқилмайди ҳам. Шунинг учун бруснинг кўндаланг кесимида нормал кучланишлар пайдо бўлмайди.

Брус ихтиёрий кесимнинг марказидан ρ масофада жойлашган нуқталарнинг уринма кучланиши силжишдаги Гук қонунига асосан топилади (119-расм):

$$\tau_\rho = \gamma G \tag{5.2}$$

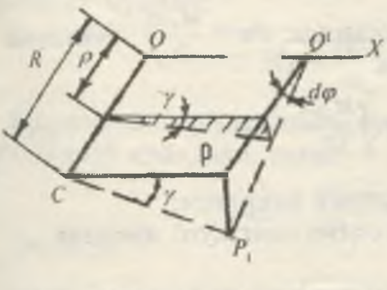
Бу ерда: $\gamma = \dfrac{\rho \cdot d\varphi}{dx}$ (119-расм) брус кесим юзасининг марказидан ихтиёрий (ρ) масофада ётувчи толаси учун силжиш бурчаги бўлиб, брус сиртида ётувчи толанинг силжиш бурчаги $\gamma = \dfrac{PP_1}{PO^1} = \dfrac{Rd\varphi}{dx}$ асосида топилади. Унда кесим юзасининг иккита нуқтаси учун:

$$\tau_\rho = G\rho\frac{d\varphi}{dx} \tag{5.3}$$

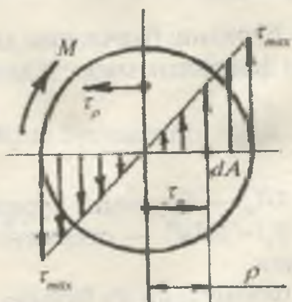
ва $\tau_{\max} = GR\dfrac{d\varphi}{dx}$ уринма кучланиш формулалари ҳосил бўлади.

Демак, кесим юзасининг нуқталаридаги кучланишлар шу нуқталардан брус ўқигача бўлган масофага пропорционал ўзгарар экан. Ҳосил бўлган формуладан $G\dfrac{d\varphi}{dx} = const$ бўлса, кучланиш фақат ρ масофага боғлиқ бўлади.

Агар: $\rho = 0$ бўлса, $\tau_\rho = 0$ ва $\rho = \rho_{\max}$ бўлса, $\tau = \tau_{\max}$ бўлади.



119-расм.



120-расм.

Бу уринма кучланишларнинг брус ўқига нисбатан моменти миқдор жиҳатдан (M_δ) буровчи моментига тенгдир:

$$M_\delta = \int_A \tau_\rho dA\rho \qquad (5.4)$$

(5.3) формуладаги τ_ρ нинг қийматини (5.4) формулага келтириб қўйсак: $M_\delta = \int_A G\rho \frac{d\varphi}{dx} dA \cdot \rho = G \frac{d\varphi}{dx} \int_A \rho^2 dA$ ҳосил бўлади.

$I_\rho = \int \rho^2 dA$ — брус кесимининг қутб инерция моментини ҳисобга олсак: $\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_\delta}{GI_\rho}$ келиб чиқади ва бу ифодани (5.3) формулага қўйиб, буралишдаги уринма кучланишни топамиз:

$$\tau_\rho = \frac{M_\delta \rho}{I_\rho} \qquad (5.5)$$

Бу ерда: агар $\rho = 0$ бўлса, $\tau = 0$ ва $\rho = R$ бўлса,

$$\tau = \tau_{\max} = \frac{M_\delta \cdot R}{I_\rho} = \frac{M_\delta}{W_\rho} \qquad (5.6)$$

Бу ерда $W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ — стержень кесимининг қутб қаршилик моменти уринма кучланиш стержень кесимининг диаметри бўйлаб тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради (120-расм), чунки (5.5) формулада ρ масофа биринчи даражада.

Буралиш бурчагини аниқлашда: $d\varphi = \frac{M_\delta dx}{GI_\rho}$ тенгламадан фойдаланамиз. У ҳолда:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_\delta dx}{GI_\rho} \qquad (5.7)$$

GI_ρ — бруснинг буралишдаги бикрлиги;

$I_\rho \approx 0{,}1d^4$ — стержень кесимининг қутб инерция моменти.

Формулани dx бўйича интеграллаб стерженнинг тўлиқ буралиш бурчагини топамиз:

$$\varphi = \frac{M_б \ell}{GI_\rho} \qquad (5.8)$$

5.3. БУРАЛИШДА МУСТАҲКАМЛИК ВА БИКРЛИК ШАРТЛАРИ

Юқоридаги формулалардан маълумки, стержень кесимининг марказидан энг узоқда жойлашган нуқталарида уринма кучланиш энг катта қийматга эришар экан, яъни:

$$\tau_{\max} = \frac{M_б}{W_\rho}$$

Агар, $\tau_{\max}$ стерженнинг материали учун рухсат этилган кучланишдан катта бўлмаса, стерженнинг буралишдаги мустаҳкамлиги таъминланган бўлади:

$$\tau_{\max} = \frac{M_б}{W_\rho} \le [\tau] \qquad (5.9)$$

Бу ерда: $[\tau] = (0,5...0,6)[\sigma]_r$. (5.9) формула буралишдаги мустаҳкамлик шарти.

Агар стерженга таъсир қилувчи буровчи момент ва стерженнинг материали маълум бўлса, унинг диаметрини (5.9) формула ёрдамида танлаш мумкин:

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{16M_б}{\pi[\tau]}} \qquad (5.10)$$

Агар стерженнинг диаметри ва материали берилган бўлса, унга қўйилиши мумкин бўлган буровчи момент топилиши мумкин:

$$M_б = \frac{\pi d^3}{16}[\tau]$$

Кўпгина валлар учун тўлиқ буралиш бурчагининг қиймати чеклаб қўйилади, яъни:

$$\varphi_{\max} = \frac{M_б \cdot \ell}{GI_\rho} \le [\varphi] \qquad (5.11)$$

Бу ерда: $[\varphi] = 0,15...0,3°$ буралиш бурчагининг рухсат этилган қиймати. (5.11) формула буралишдаги бикрлик шарти дейилади.

$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4$ қутб инерция моментини ҳисобга олиб, бикрлик шартидан стерженнинг диаметрини топишимиз мумкин:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 M_б \ell}{\pi \cdot G[\varphi]}} \tag{5.12}$$

Агар валнинг диаметри d ва унинг бир минутдаги айланишлари сони (n), вал материалининг рухсат этилган кучланиши (τ) берилган бўлса, узатилаётган қувват — N топилиши мумкин:

$$N = \frac{\pi \cdot n \cdot d^3 [\tau]}{155776} \text{ кВт} \quad \text{ва} \quad N = \frac{\pi \cdot n \cdot d^3 [\tau]}{114592} \text{ от кучи.}$$

5.4. БУРАЛИШДА СТАТИК АНИҚМАС МАСАЛА

Икки учи бикр маҳкамланган таянчга таянган доиравий кесимли стерженнинг буровчи моментини аниқлайлик (121-расм).

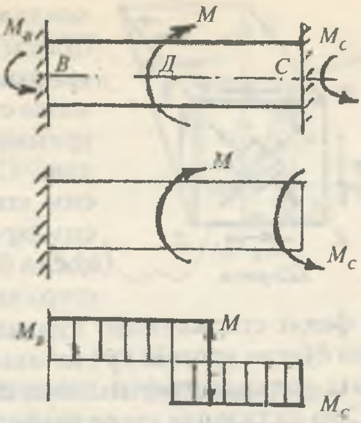
Берилган масалани ечиш учун стерженнинг мувозанат тенгламасини тузамиз: $\sum M_x = -M_в + M - M_c = 0$

Бу ерда $M_в$ ва M_c таянч моментлари.

Берилган стерженнинг битта мувозанат тенгламаси бўлиб, унда иккита номаълум моментлар қатнашяпти. Демак, масала статик ноаниқ бўлиб, бундай масалалар қўшимча деформациялар тенгламалари ёрдамида ечилади. Қўшимча деформация тенгламасини тузиш учун асосий системани танлаймиз. Асосий системани тузишда битта таянч таъсирини шу таянчда ҳосил бўлган номаълум реактив момент билан алмаштирамиз. Берилган системадагидек асосий системада ҳам ташлаб юборилган таянч кесимнинг буралиш бурчаги нолга тенг бўлиши керак, яъни $\varphi_c = 0$, чунки ҳақиқий берилган системада бу кесим бикр (қўзғалмас) маҳкамланган. Кучларнинг таъсир қилишида халал бермаслик тамойилига асосан $\varphi_c = \varphi_{см} - \varphi_{смс} = 0$ тенгламани ҳосил қиламиз:

Бу ерда: $\varphi_{см}$ — ташқи момент таъсирида С кесимнинг буралиш бурчаги;

$\varphi_{смс}$ — реактив момент M_c таъсирида С кесимнинг буралиш бурчаги.



121-расм.

(5.8) формулага асосан

$$\varphi_{см} = \frac{M \cdot b}{G \cdot I_\rho}$$

ва $\varphi_{смс} = \dfrac{M_C(a+b)}{GI_\rho}$ ни ҳисобга олсак, деформация тенгламасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{M \cdot b}{GI_\rho} - \frac{M_C(a+b)}{GI_\rho} = 0 \text{ ёки } M_c = M\frac{b}{a+b}$$

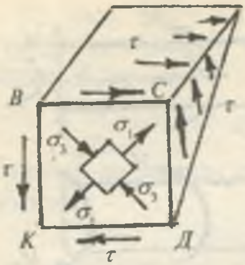
Энди мувозанат тенгламасидан M_B моментни топамиз:

$$M_B = M - M_c = M - M\frac{b}{a+b} = M\frac{a}{a+b}$$

M_B ва M_c топилгандан кейин буровчи момент эпюрасини қуриш мумкин.

5.5. БУРАЛИШДА КУЧЛАНИШ ҲОЛАТИНИНГ ТАҲЛИЛИ

Буралишда доиравий кесимли стерженнинг кўндаланг кесимида уринма кучланишлар ҳосил бўлади. Бу кучланишлар стержень кесим юзасининг марказида нолга тенг ва стерженнинг сиртида энг катта қийматга эга. Уринма кучланиш стержень материалининг ҳар бир нуқтасида шу нуқтадан ўтган радиусга перпендикуляр йўналади. Уринма кучланишларнинг жуфтлик аломатига кўра стерженнинг кўндаланг кесимига перпендикуляр бўлган буйлама



122-расм.

юзада ҳам уринма кучланиш ҳосил бўлади. Кесимнинг радиуси бўйлаб уринма кучланиш бўлмайди. Акс ҳолда стерженнинг ён сиртида ҳам уринма кучланишлар ҳосил бўлар эди. Стерженнинг кўндаланг кесим юзаларида ҳам, бўйлама кесимларида ҳам нормал кучланиш ҳосил бўлмайди. Шундай қилиб, стержендан ажратилган элементар юза фақат стерженнинг кўндаланг ва бўйлама юзаларида ҳосил бўлган уринма кучланишлар таъсирида. Бундай кучланиш ҳолатига соф силжиш дейилади (122-расм).

Соф силжишда стерженнинг бўйлама ўқига 45° бурчак остида чўзувчи ва сиқувчи бош нормал кучланишлар ҳосил бўлади.

Стерженнинг барча нуқталарида бош кучланишларнинг экстремал қийматлари уринма кучланишларга тенг бўлади, яъни:

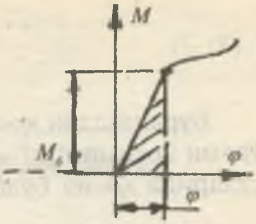
$$\sigma_{max} = -\sigma_{min} = \tau_{max} = -\tau_{min} = \frac{M_б}{W_\rho} \qquad (5.13)$$

Мўрт материаллар буралишда σ_1 йўналишида емирилади. Умуман, стерженнинг марказига яқин жойлашган материали буралишда деярли қатнашмайди, чунки бу юзада жуда τ кичик қийматга эга. Демак, бу юзадаги материални ортиқча сарфланган деб қараш мумкин экан. Шунинг учун бу юзадаги материал олинса, стерженнинг кесим юзаси ҳалқасимон кесимга айланади. Агар, стерженнинг марказий кесимидаги материалини олиб, унинг оғирлигини 16% камайтирсак, ҳосил бўлган ҳалқасимон кесимнинг сиртидаги энг катта кучланиш 2,6 % ошар экан. Радиуси R = 350 мм бўлган ҳалқасимон вал радиуси R = 300 мм бўлган валдан 53,4 % га енгилдир.

5.6. БУРАЛИШДА ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯ

Стерженнинг буралиши унинг материали эластиклик чегарасидан ошиб кетмайди, деб қаралади.

Унда буровчи моментнинг бажарган иши буралиш диаграммасининг юзига тенг бўлади:



123-расм.

$$A_{иш} = U = \frac{M_б \cdot \varphi}{2} \text{ ёки}$$

$$U = \frac{M_б^2 \ell}{2GI_\rho} \qquad (5.14)$$

5.7. ВИНТСИМОН ЦИЛИНДРИК ПРУЖИНАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Вагонларнинг рессорлари ўрнида, ички ёнув двигатели ва ҳ.к. механизмларда винтсимон пружиналар ишлатилади. Бу пружиналар чўзувчи ёки сиқувчи кучлар таъсирида бўлади. Пружинанинг деформацияси ташқи кучни юмшатади ёки мувозанатлайди.Пружинадаги ички кучларни аниқлаш учун уни кесиш усулидан фойдаланиб икки қисмга ажратамиз (124-расм). Пастки қисмини ташлаб юборамиз ва унинг юқори қисмга таъсирини (кўндаланг куч) кесувчи куч Q ва буровчи момент $M_б$ билан алмаштирамиз. Пружинанинг ажратиб олинган қисми мувозанат шартига кўра Q = F ва $M_б = F \cdot R$ ҳосил бўлади. Пружина ўрамининг қирқилган кесим юзасида кесувчи куч Q таъсиридан қирқилишдаги уринма кучланиш τ_1 ва буровчи момент таъсиридаги τ_2 уринма кучланиши ҳосил бўлади.

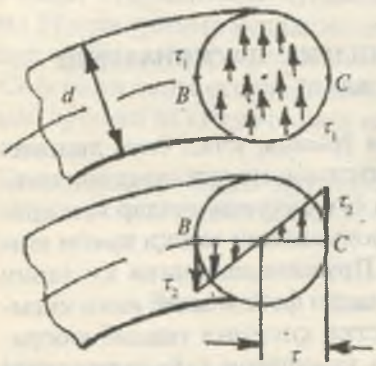
Қирқилишдан ҳосил бўлган уринма кучланиш пружина ўрамининг кесим юзасида текис тақсимланган деб қабул қиламиз:

124-расм.

$$\tau_1 = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi r^2} \qquad (5.15)$$

Буралишдан ҳосил бўлган уринма кучланиш пружина ўрами кесимининг марказидан энг узоқда жойлашган нуқталарида ҳосил бўлади:

$$\tau_2 = \frac{M_\delta}{W_\rho} = \frac{2FR}{\pi r^3} \qquad (5.16)$$



125-расм.

Кесимнинг B ва C нуқталари хавфли ҳолатда бўлади. Чунки бу нуқталардаги тўлиқ кучланиш τ_1 ва τ_2 кучланишларнинг йиғиндисига тенгдир, яъни:

$$\tau = \frac{F}{\pi r^2} + \frac{2FR}{\pi r^3}$$

Пружинанинг деформациясида ўрамлари буралишга учрайди деб ҳисоблаб, F куч таъсиридаги пружинанинг чўзилишини топамиз.

Пружинанинг λ миқдорга кўчишида F кучнинг бажарган ишини ёзамиз:

$$A_{ии} = \frac{1}{2} F\lambda$$

Пружинада буралишдан ҳосил бўлган потенциал энергия:

$$U = \frac{M_\delta^2 \ell}{2GI_\rho} \qquad (5.17)$$

n ўрамли пружинани тайёрлашда $\ell = 2\pi Rn$ узунликдаги сим ишлатилади.

(5.16) ва (5.17) формулаларни ўзаро тенглаб, $I_\rho = \frac{\pi r^4}{2}$ пружина ўрами кесимининг қутб инерция моментини ҳисобга олсак:

$$\lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4} \qquad (5.18)$$

ҳосил бўлади.

$\lambda = \frac{4FR^3 n}{Gr^4} \leq [\lambda]$ — пружинанинг бикрлик шарти.

5.8. КЕСИМИ ДОИРАВИЙ БЎЛМАГАН СТЕРЖЕНЛАРНИНГ БУРАЛИШИ

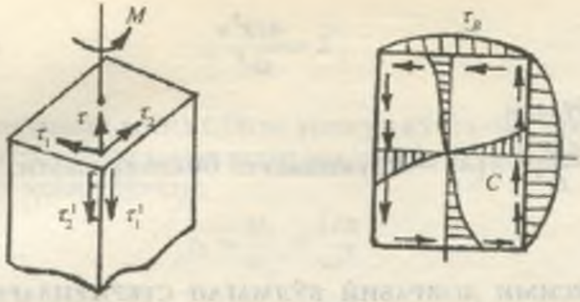
Муҳандислик амалиётида кесими доиравий бўлмаган кесимлар, юпқа деворли ва прокатли элементлар ҳам буралишга учраши кўрилган. Бундай элементларнинг буралишида кўндаланг кесимнинг нуқталари кесим юзасини текислигидан чиқиб кетади, натижада кесим юзаси ва бутун элементнинг шакли ўзгаради.

126-расм.

Бу ҳолга депланация дейилади. Лекин буралаётган элемент толаларининг узунлиги ўзгармайди. Демак, кўндаланг кесимда нормал кучланиш ҳосил бўлмайди. Бундай буралишга соф ёки эркин буралиш дейилади. Агар буралиш элементи толаларининг узунлиги ўзгариши билан содир бўлса, мажбурий буралиш, дейилади.

Юқорида айтилган барча мулоҳазалар кесими доиравий бўлмаган элементларнинг буралишида уларнинг кўндаланг кесими ҳосил бўлган кучланишни аниқлаш мураккаб эканлигини билдиради. Чунки, элементнинг кесими эгриланиши билан кучланишнинг тарқалиш қонунияти ҳам ўзгаради.

Бурчаксимон кесимларнинг бурчакларида уринма кучланиш нолга айланади Тўрт бурчакли элементнинг сиртида τ_1' ва τ_2' уринма кучланишлари нолга тенг. Уринма кучланишларни жуфтлик аломатига кўра: $\tau_1 = \tau_1' = 0$ ва $\tau_2 = \tau_2' = 0$



127-расм.

Демак, $\tau = 0$, яъни ташқи бурчак яқинида уринма кучланиш нолга тенг. Энг катта уринма кучланиш кесимнинг С нуқтасида ҳосил бўлади:

$$\tau_c = \tau_{\max} = \frac{M_\delta}{\alpha a e^2} \qquad (5.19)$$

В нуқтадаги уринма кучланиш: $\tau_\beta = \eta \tau_{\max}$

Кесими доиравий бўлмаган элементларнинг буралиш бурчаги:

$$\varphi = \frac{M\ell}{G\beta e^3 a} \qquad (5.20)$$

Бу ерда: α, η ва β — элемент кесими томонлари (ўлчамларини) нисбати.

Савол ва топшириқлар

1. Қандай конструкция қисмлари буралишга учрайди?
2. Буровчи момент деб нимага айтилади?
3. Стерженнинг буралишида қандай кучланиш ҳосил бўлади?
4. Уринма кучланиш стержень кесим юзасида қандай қонуният билан тарқалади?
5. Буралишда мустаҳкамлик шарти формуласини ёзинг.
6. Буралиш бурчаги формуласини ёзинг.
7. Буралишда бикрлик шарти формуласини ёзинг.

8. Буралишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб доиравий кесимли стерженнинг диаметрини топинг.

9. Винтсимон пружинанинг кесим юзасида қандай кучланиш ҳосил бўлади?

10. Винтсимон пружинанинг деформациясини топинг.

1-масала.

Пўлатдан тайёрланган стерженга $M_1 = 40$ Нм; $M_2 = 20$ Нм; $M_3 = 40$ Нм; $M_4 = 30$ Нм моментлари қўйилган.

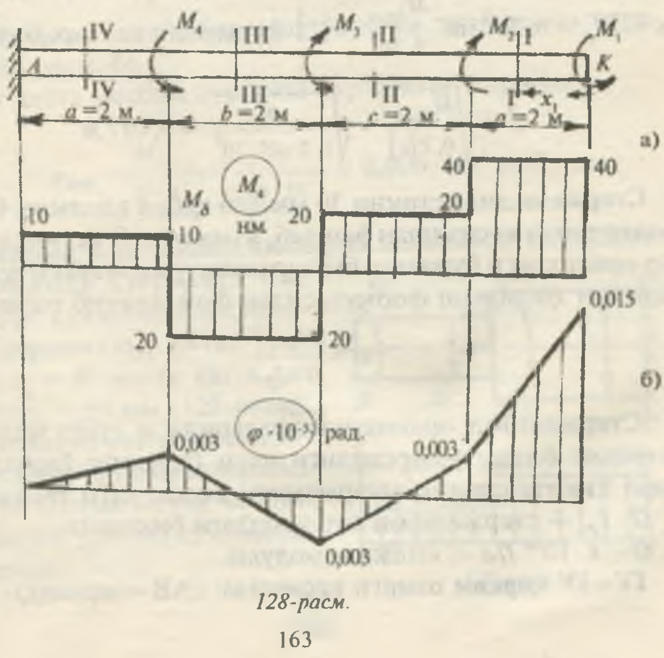
1. Буровчи момент эпюрасини қуринг.

2. Берилган $[\tau] = 40\,мПа$ қийматдан фойдаланиб буралишдаги мустаҳкамлик шартига асосан стерженнинг диаметрини топинг.

3. Буралиш бурчаги эпюрасини қуринг.

4. Энг катта нисбий буралиш бурчагини топинг.

Ечиш. Ички буровчи моментни топиш учун стерженни қирқимларга бўламиз (128-расм). Ҳар қайси қирқимдаги буровчи момент шу қирқимга қўйилган барча моментларнинг алгебраик йиғиндисига тенгдир.



128-расм.

Узунлиги x_1 га тенг бўлган (КД — оралиқ) қирқимнинг I—I кесимига нисбатан M_1 моментининг йўналиши соат стрелкаси йўналишига тескаридир. Шунинг учун бу оралиқдаги ички буровчи момент $M_б^{I}$ ишорасини мусбат оламиз. Агар кесим марказига нисбатан момент йўналиши соат стрелкасининг йўналиши билан бир хил бўлса, ички буровчи момент ишорасини манфий деб қабул қиламиз.

Демак,
$$M_б^{I} = M_1 = 40\ Нм$$
$$M_б^{II} = M_1 - M_2 = 40 - 20 = 20\ Нм \quad \text{(ДС— оралиқ)}$$

$$M_б^{III} = M_1 - M_2 - M_3 = 40 - 20 - 40 = -20\ Нм \quad \text{(СВ— оралиқ)}$$
$$M_б^{IV} = M_1 - M_2 - M_3 + M_4 = -20 + 30 = 10\ Нм \quad \text{(ВА— оралиқ)}$$

Топилган қийматлар ёрдамида $M_б$ эпюраси қурилади. Ихтиёрий масштабда танланган буровчи момент мусбат ишорали қиймати чизиқни юқори томонига, манфий ишорали қиймати эса пастки томонга чизилади (128-расм, а).

Доиравий кесимли стерженни қутб қаршилик моменти — $W_\rho = 0,2d^3$ ни $\frac{M_{б\max}}{0.2d^3} \le [\tau]$ формулага келтириб қўйсак:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{б\max}}{0,2[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{40}{0,2 \cdot 40 \cdot 10^6}} = 0,017\ м$$

Стержень диаметрини 30 мм деб қабул қиламиз. Стерженни таянч кесимидан бошлаб, яъни $\varphi_A = 0$ кесимдан ҳар бир оралиқдаги буралиш бурчагининг ўзгаришини деформацияни ҳисоблаш формуласидан фойдаланиб топамиз:

$$\varphi = \frac{M_б \cdot \ell}{G \cdot I_p}$$

Стерженнинг оралиқ масофаларида φ тўғри чизиқли қонуният билан ўзгарганлиги учун буралиш бурчагини фақат иккита оралиқ чегарасидаги кесим учун топамиз.

$G \cdot I_p$ — стерженнинг буралишдаги бикрлиги.

$G = 8 \cdot 10^{10}\ Па$ — силжиш модули.

IV—IV қирқим охирги кесимида: (АВ — оралиқ)

$$I_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32} = 0{,}1d^4 = 0{,}1(0{,}30)^4 = 81 \cdot 10^{-5}\ м^4$$

Стержень кесимининг қутб инерция моменти:

$$\varphi_B = \frac{M_б^{IV} \cdot b}{G \cdot I_\rho} = \frac{10 \cdot 2}{8 \cdot 10^{10} \cdot 81 \cdot 10^{-5}} = 0{,}003 \cdot 10^{-5}\ рад$$

III—III қирқим охирги кесимида: (ВС — оралиқ)

$$\varphi_c = \varphi_B + \frac{M_б^{III} \cdot b}{G \cdot I_\rho} = 0{,}003 \cdot 10^{-5} - \frac{20 \cdot 2}{648 \cdot 10^5} = -0{,}003 \cdot 10^{-5}\ рад$$

II—II қирқим охирги кесимида: (СД — оралиқ)

$$\varphi_D = \varphi_c + \frac{M_б^{II} \cdot c}{648 \cdot 10^5} = -0{,}003 \cdot 10^{-5} + \frac{20 \cdot 2}{648 \cdot 10^5} = -0{,}003 \cdot 10^{-5}\ рад$$

I—I қирқим охирги кесимида: (ДК — оралиқ)

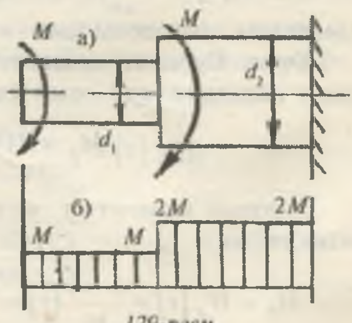
$$\varphi_K = \varphi_D + \frac{M_б^{I} \cdot a}{648 \cdot 10^5} = -0{,}003 \cdot 10^{-5} + \frac{40 \cdot 2}{648 \cdot 10^5} = -0{,}015 \cdot 10^{-5}\ рад$$

φ_B, φ_c, φ_D ва φ_K ларнинг ихтиёрий масштабда 0—0 чизиқда жойлаштириб, буралиш бурчаги эпюрасини қурамиз (128-расм, б).

Энг катта нисбий буралиш бурчагини топамиз:

$$\varphi_{max} = \frac{M_{б max}}{G \cdot I_\rho} = \frac{40}{648 \cdot 10^{-5}} = 0{,}006 \cdot 10^{-5}\ рад$$

2-масала. Бир томони қистириб маҳкамланган ўзгарувчан кесимли стерженга бир хил жуфт куч моменти қўйилган. Стерженнинг кичик диаметри d_1 = 40 мм ва катта диаметри d_2 = 60 мм (129-расм). Стерженнинг ўнг поғонасидаги энг катта уринма кучланиш 80 мПа. Стерженнинг чап поғонасидаги уринма кучланишни топинг.



129-расм.

Ечиш. Стерженнинг ўнг поғонасидаги энг катта уринма кучланиш формуласини ёзамиз:

$$\tau_2 = \frac{M_б^{II}}{W_\rho^{II}} = 80\, мПа$$

Буровчи моментни топамиз:

$$M_б^{II} = 800 \cdot W_\rho = 800 \frac{\pi \cdot d_2^3}{16} = 800 \frac{3.14(6)^3}{16} = 33912\, кКсм$$

Демак, стерженнинг чап поғонасига қўйилган буровчи момент 33912 кГ см. Стерженнинг узунлиги бўйлаб буровчи момент эпюрасини қурамиз (129-расм, б). Стерженнинг II—II қирқим билан ажратиб олинган қисмида буровчи момент ташқи моментларнинг йиғиндисига тенг, яъни $M_б^{II} = 2M$. У ҳолда, I—I қирқимдаги, яъни стерженнинг чап погонасидаги буровчи момент миқдор жиҳатдан ташқи моментга тенг: $M_б^1 = M$.

Чап поғонадаги энг катта уринма кучланишни топамиз:

$$\tau_1 = \frac{M_б^1}{W_\rho^1} = \frac{33912}{2 \cdot 12,56} = 1350 \frac{кг}{см^2}$$

Бу ерда: $W_\rho^1 = \frac{\pi \cdot d_1^3}{16} = \frac{3,14(4)^3}{16} = 12,56\, см^3$

3-масала. Диаметри d = 90 мм бўлган вал 90 от куч қувватини узатади. Вал материалининг рухсат этилган кучланиши $[\tau] = 60 \frac{кг}{см^2}$ бўлса, валнинг бир минутдаги айланишлари сони топилсин.

Ечиш. Буровчи момент, узатилаётган қувват N ва валнинг айланишлари сони ўзаро боғланишда:

$$M_б = 71620 \frac{N}{n}, кГсм$$

Буровчи моментни валнинг мустаҳкамлик шартидан аниқлаймиз:

$$M_б = W_\rho[\tau] = \frac{\pi \cdot d^3}{16}[\tau] = \frac{3,14(9)^3}{16} \cdot 600 = 85839,7\, кГсм$$

У ҳолда валнинг бир минутдаги айланишлари сони:

$$n = 71620\frac{N}{M_б} = 71620\frac{90}{85839,7} = 75\frac{айл}{мин}$$

4-масала. Автомобилнинг кардонли вали икки хил режимда бир хил қувватни узатади (N — 23 от кучи). Вални бир минутдаги айланишлари сони биринчи ҳолатда n_1= 108 айл/мин; иккинчи ҳолатда — n = 60 айл/мин.

Вал материалининг рухсат этилган кучланиши τ = 400 кг/см² бўлса, валнинг ташқи ва ички диаметрларини (d_0= 0,9 d) топинг.

Ечиш. Кардонли валнинг икки режимига тўғри келувчи буровчи моментни топамиз:

$$M_б^1 = 71620\frac{23}{108} = 15252,4\,кГсм$$

$$M_б^{11} = 71620\frac{23}{60} = 27454,3\,кГсм$$

Валнинг диаметри ўзгармас бўлса, энг катта кучланиш $M_б^{11}$ моменти таъсирида ҳосил бўлади. Вал кесимининг қутб инерция моментини ҳалқасимон кесимлар учун қутб инерция моменти формуласидан фойдаланиб ёзамиз:

$$I_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32} - \frac{\pi \cdot d_0^4}{32} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} - \frac{\pi\left(0,9d\right)^4}{32} =$$

$$= \frac{\pi \cdot d^4}{32}\left(1 - 0,656\right) = 0,033755d^4$$

Уринма кучланиш ва кесимининг четки нуқтасида, яъни кесим марказидан 0,5 · d масофада жойлашган нуқтасида ҳосил бўлади:

$$\tau_{\max} = \frac{M_б^{11} \cdot 0,5d}{I_\rho} = \frac{M_б^{11} d}{2 \cdot 0,033755d^4} \le [\tau] \text{ ёки}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_б^{11}}{0,06751[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{27454,3}{0,0675 \cdot 400}} = 10\,см$$

У ҳолда валнинг ички диаметри — d_0 = 9 см.

5-масала. Пўлатдан тайёрланган ҳалқасимон кесимли вал 100 айл/мин тезлик билан айланиб, N = 75 кВт қувватни узатади. Вал кесими деворининг қалинлиги ўртача диаметрининг 1/50 қисмини ташкил этади. Валнинг 3 м узунлигига тўғри келувчи буралиш бурчаги φ = 1° дан ошмаслик шарти билан унинг ўртача диаметрини топинг. Уринма кучланиш нимага тенг:

Ечиш. Валнинг ташқи ва ички диаметрлари унинг деворининг қалинлигига боғлиқ:

$$d = d_y + t = d_y + \frac{d_y}{50} = \frac{51d_y}{50}; \quad d_0 = d_y - t = d_y - \frac{d_y}{50} = \frac{49d_y}{50}$$

Вал кесимининг қутб инерция моментини аниқлаймиз:

$$I_\rho = \frac{\pi}{32}\left[d^4 - d_0^4\right] = \frac{\pi}{32}\left[\left(\frac{51d_y}{50}\right)^4 - \left(\frac{49d_y}{50}\right)^4\right] = 0,0157d_y^4$$

Валнинг буралишдаги бикрлик шартини ёзамиз:

$$\varphi = \frac{M_б \cdot \ell}{G \cdot I_\rho} \le [\varphi]; \frac{M_б \cdot \ell}{G \cdot 0,015d_y^4} = 1^0 \quad \text{Бу ерда: } G = 8 \cdot 10^5 \frac{кг}{см^2}$$

$$M_б = 97360\frac{N}{n} = 97360\frac{75}{100} = 73020\,кГсм$$

Ўртача диаметрни топамиз:

$$d_y = \sqrt[4]{\frac{M_б \ell}{G \cdot 0,0157 \cdot 1^0}} = \sqrt[4]{\frac{73020 \cdot 300}{8 \cdot 10^5 \cdot 0,0157 \cdot \frac{3,14}{180°}}} = 17,8\,см$$

У ҳолда: $d = \frac{51 \cdot 17,8}{50} = 18,156\,см$; $d_0 = \frac{49 \cdot 17,8}{50} = 17,45\,см$

Кесимнинг қутб инерция моменти:

$$I_\rho = 0,0157d_y^4 = 0,0157(17,8)^4 = 1576\,см^4$$

Энг катта уринма кучланишни топамиз:

$$\tau_{max} = \frac{M_б \cdot 0,5d}{I_\rho} = \frac{73020 \cdot 9}{1576} = 417\frac{кг}{см^2}$$

6-масала. Икки томони бикр маҳкамланган доиравий кесимли бир хил йўналишдаги иккита момент билан юкланган. Стерженнинг диаметри — d = 10 см. Стерженнинг аниқмаслик даражасини ечинг ва II—II кесимнинг айланиш бурчагини топинг.

Ечиш. Ташқи моментлар таъсирида стерженнинг таянч кесимларида реактив моментлар ҳосил бўлади. Стерженнинг мувозанат тенгламасини тузамиз (130-расм).

$$\sum M_x = -M_c + 2M - M_B = 0$$

Битта тенгламада иккита номаълум реактив (таянч) моментлар бор, яъни стерженнинг мувозанат шартидан ундаги номаълумлар сони кўп экан. Шунинг учун бу масала ноаниқ. Стерженнинг ноаниқлик даражасини очиш учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. Қўшимча тенгламалар сони стерженнинг аниқмаслик даражасига тенг бўлади, яъни:

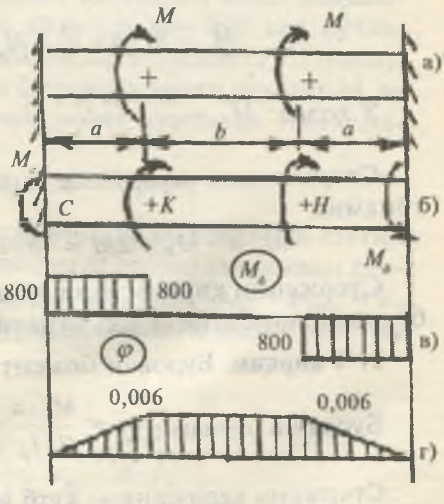
$$S = n - 1 = 2 - 1 = 1$$

Бу ерда: n — стержендаги номаълумлар сони;

1 — стерженнинг мувозанат шарти.

Демак, стерженни аниқмаслик даражаси бирга тенг. Қўшимча деформация тенгламасини тузиш учун берилган стержендан асосий стерженни танлаб оламиз. Асосий стержень — бу таянч таъсири, таянч моменти таъсири билан алмаштирилган стерженнинг кўринишидир (130-расм, б).

Асосий стерженда ҳам, берилган стерженлардагидек, йўқотилган



130-расм.

таянч кесимнинг буралиш бурчаги нолга тенг, яъни $\varphi_B = 0$, чунки берилган стерженда бу кесим қўзғалмасдир.

В кесимнинг буралиш бурчагини, кучларнинг мустақиллик тамойилига асосан, ҳар қайси моментлар таъсиридан ҳосил бўлган буралиш бурчакларининг йиғиндиси кўринишида ёзамиз:

$$\varphi_B = \varphi_{BM} + \varphi_{BM_B} = 0$$

Бу ерда: $\varphi_{BM} = \dfrac{M \cdot a}{G \cdot I_\rho} + \dfrac{M(a+b)}{G \cdot I_\rho}$

φ_{BM} — стерженнинг В кесимини иккита ташқи моментлар таъсиридан буралиш бурчаги; $\varphi_{BM_B} = -\dfrac{M_B(2a+b)}{G \cdot I_\rho}$ стержень В кесимининг таянч моменти M_B таъсиридан буралиш бурчаги.

У ҳолда: $\varphi_B = \dfrac{M \cdot a}{G \cdot I_\rho} + \dfrac{M(a+b)}{G \cdot I_\rho} - \dfrac{M_B(2a+b)}{G \cdot I_\rho} = 0$

Бу ерда $\dfrac{1}{G \cdot I_\rho} \neq 0$, шунинг учун

$$M_a + M(a+b) - M_B(2a+b) = 0$$

У ҳолда: $M_B = \dfrac{Ma + M(a+b)}{2a+b} = \dfrac{800 \cdot 0,6 + 800 \cdot 1,4}{2} = 800\,кГм$

Стерженнинг мувозанат тенгламасидан M_c моментни топамиз:

$$M_c = -M_B + 2M = -800 + 1600 = 800\,кГм$$

Стерженни қирқимларга бўламиз. Ҳар бир қирқимдаги буровчи моментнинг вал буралиш бурчагини топамиз:

I—I қирқим. Буровчи момент: $M_б^1 = M_c = 800\,кГм$

Буралиш бурчаги: $\varphi_K = \dfrac{M_б^1 \cdot a}{G \cdot I_\rho} = \dfrac{80000 \cdot 60}{8 \cdot 10^5 \cdot 10^3} = 0,006\ рад$

Стержень кесимининг қутб инерция моменти:

$$I_\rho = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{3,14 \cdot (10)^4}{32} = 10^3\ см^4$$

II—II қирқим.

Буровчи момент: $M_б^{II} = M_c - M = 800 - 800 = 0$

Буралиш бурчаги: $\varphi_H = \varphi_K + \frac{M_б^{II} \cdot b}{G \cdot I_\rho} = 0,006\ рад$

III—III қирқим.

Буровчи момент:

$$M_б^{III} = M_c - 2M = 800 - 1600 = -800\ кГсм$$

Буралиш бурчаги:

$$\varphi_B = \varphi_K + \frac{M_б^{III} \cdot a}{G \cdot I_\rho} = 0,006 - \frac{80000 \cdot 60}{8 \cdot 10^5 \cdot 10^3} = 0$$

Топилган қийматлар ёрдамида стерженнинг узунлиги бўйлаб унинг буровчи моменти ва буралиш бурчаги эпюрасини қурамиз.

7-масала. Умумий узунлиги $a + b = 3{,}3$ м, чап қисмининг диаметри $d_1 = 6$ см, ўнг қисмининг диаметри $d_2 = 5$ см бўлган стержень учи билан қистириб, бикр маҳкамланган. Стерженнинг икки қисмида ҳам бир хил кучланиш ҳосил бўлса, a ва b узунликлар топилсин (131-расм).

Ечиш. Стерженнинг С ва В таянчларидаги реактив M_c ва M_d моментларни топиш учун унинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

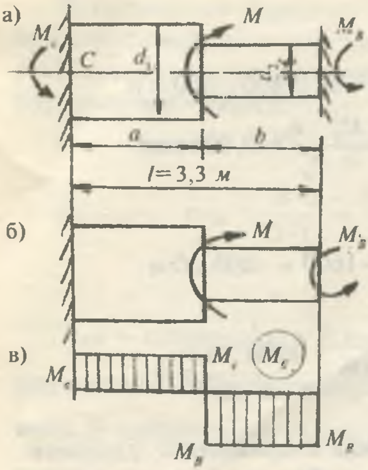
$$\sum M_x = -M_c + M - M_B = 0$$

Мувозанат тенгламадан кўринишича, стержень статик ноаниқ система экан. Шунинг учун асосий системани танлаймиз ва қўшимча тенглама тузамиз: $\varphi_B = \varphi_{BM} + \varphi_{BM_B} = 0$, яъни В таянч кесимини буралиш бурчаги нолга тенг. Бу

ерда: $\varphi_{BM} = \frac{M \cdot a}{G \cdot I_{\rho_1}}$ ва

$$\varphi_{BM_B} = -M_B \left(\frac{a}{G \cdot I_{\rho_1}} + \frac{b}{G \cdot I_{\rho_2}} \right)$$

В кесимнинг тегишли М ва M_B моментлари таъсиридан буралиш бурчаклари.



131-расм.

У ҳолда:

$$\frac{M \cdot a}{G \cdot I_{\rho_1}} = M_B\left(\frac{a}{G \cdot I_{\rho_1}} + \frac{b}{G \cdot I_{\rho_2}}\right)$$

ва $M_B = \dfrac{Ma}{a + b\dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}$ моментни стерженнинг мувозанат тенгламасига келтириб қўйсак, M_c таянч моментни топамиз:

$$M_c = M - M_B = \frac{M \cdot b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}{a + b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}$$

Стерженнинг узунлиги бўйлаб буровчи момент эпюрасини қурамиз (131-расм, в) ҳамда чап ва ўнг қисмларини кўндаланг кесимидаги уринма кучланишларни топамиз:

$$\tau_1 = \frac{M_c}{W_{\mu_1}} = \frac{M \cdot b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}{\left(a + b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}\right)\dfrac{\pi \cdot d_1^3}{16}} \quad \text{ва} \quad \tau_2 = \frac{M_B}{W_{\rho_2}} = \frac{M \cdot a}{\left(a + b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}\right)\dfrac{\pi \cdot d_2^3}{16}}$$

Масаланинг шартига кўра: $\tau_1 = \tau_2$

У ҳолда: $$\frac{M \cdot b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}}{\left(a + b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}\right)\dfrac{\pi \cdot d_1^3}{16}} = \frac{M \cdot a}{\left(a + b \cdot \dfrac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}}\right)\dfrac{\pi \cdot d_2^3}{16}}$$ ёки

$\frac{I_{\rho_1}}{I_{\rho_2}} bd_2^3 = a \cdot d_1^3$ ҳосил бўлади. Бу ерда:

$$I_{\rho_1} = \frac{\pi \cdot d_1^4}{32} = \frac{\pi(6)^4}{32} = \frac{\pi \cdot 1296}{32} \text{ ва } I_{\rho_2} = \frac{\pi \cdot d_2^4}{32} = \frac{\pi(5)^4}{32} = \frac{\pi \cdot 625}{32}$$

Стержень чап ва ўнг қисмларининг кесим юзаларининг қутб инерция моментларини ҳисобга олсак, $\frac{6}{5}b = a$ ҳосил бўлади. 131-расмдан $a + b = 3,3\,м$ масофага $a = \frac{6}{5}b$ ни келтириб қўйсак, $b = 1,5\,м$ ва $a = 1,8\,м$ ни топамиз.

8-масала. 132-расмда кўрсатилган диаметри d = 20 мм бўлган, бир қирқимли парчин михли бирикма F = 35 кН куч таъсирида. Энг хавфли парчин михдаги уринма кучланишни топинг.

Ечиш. F кучни парчин михли бирикманинг маркази C нуқтага кўчирамиз. Битта чизиқчали кучлар $M_б = F\ell$ буровчи моментини ҳосил қилади. Парчин михли бирикма M_b моменти таъсирида бўлади. F куч таъсири бешта парчин мих орасида тенг тарқалади. Ҳар бир парчин мих марказида $F_к$ куч C нуқтадан ўтган тўғри чизиққа перпендикуляр йўналади. 132-расмдан $\frac{F_{k_1}}{15} = \frac{F_{k_2}}{7,5}$ ва $F_{k_1} = 2F_{k_2}$ ни ҳосил қиламиз ҳамда $F_{k_1} = F_{k_5}$ ва $F_{k_2} = F_{k_4}$ эканлигини аниқлаб оламиз. Бирикмани буровчи момент:

$$3500 \cdot 22,5 = 2F_{r_1} \cdot 15 + 2F_{K_2} \cdot 7,5;\ 78750 = 4F_{K_2} \cdot 15 + 2F_{K_2} \cdot 7,5$$

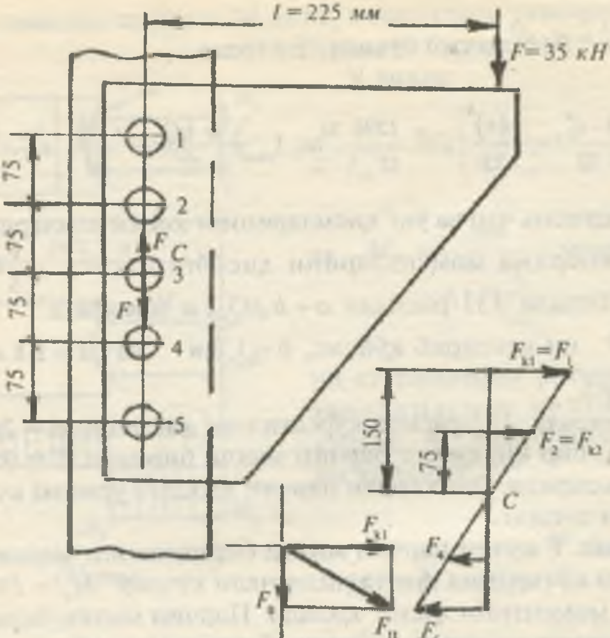
Бу ерда: $F_{k_2} = 1050\,кг$ кучни ҳосил қиламиз.

$$F_{k_1} = 2F_{k_2} = 2 \cdot 1050 = 2100\,кг$$

Демак, бирикмани четки, парчин михлари кўпроқ хавфли ҳолатда бўлар экан.

1 ва 5 парчин михлардаги тўлиқ кучни топамиз (132-расм).

$$F_{5_T} = F_{1_T} = \sqrt{F_{k_1} + F_0} = \sqrt{(2100)^2 + (700)^2} = 2213\,кг$$



132-расм.

Четки парчин михларда ҳосил бўладиган уринма кучланишларни топамиз:

$$\tau_{max} = \frac{F_{1T}}{A_K} = \frac{2213}{3,14\,\dfrac{d^2}{4}} = \frac{2213}{3,14\,\dfrac{(2)^2}{4}} = 704\ \frac{кг}{см^2}$$

9-масала. Пўлатдан тайёрланган вал тўртта ҳар қайсиси 2 кНм бўлган момент билан юкланган (133-расм).

1. К кесимнинг буралиш бурчаги нолга тенг бўлган ҳолатга тўғри келувчи X моментнинг қиймати топилсин.

2. Буровчи момент эпюралари қурилсин ва валнинг мустаҳкамлик шартига асосан диаметри топилсин.

3. Буралиш бурчаги эпюралари қурилсин.

Ечиш. К кесимига номаълум x моменти қўйилган ва А кесими бикр маҳкамланган статик аниқ система статик ноаниқ масалага эквивалентдир.

Масаланинг шартига кўра номаълум момент — x нинг топиладиган қайсидир қийматида К кесимнинг буралиш бурчаги $(\varphi_K = 0)$ нолга тенг бўлиши керак.

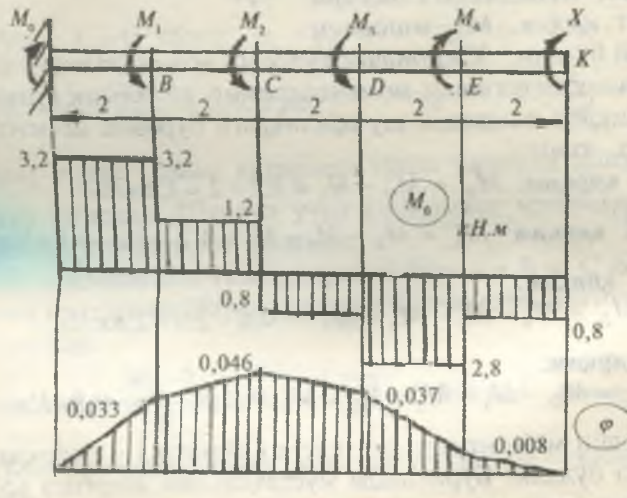
Кучларнинг таъсир қилишдаги ва қўшишдаги халал бермаслик тамойилига асосан К кесимнинг тўлиқ буралиш бурчаги қўйилган ҳар қайси моментлар таъсиридаги буралиш бурчакларининг йиғиндисига тенг деб қараймиз, яъни:

$$\varphi_K = \varphi_{KM_1} + \varphi_{KM_2} + \varphi_{KM_3} + \varphi_{KM_4} + \varphi_{KX} = 0 \qquad (a)$$

Фақат M_1 моментнинг таъсирида К кесимнинг буралиш бурчаги OB оралиқнинг буралиш бурчагига тенгдир, яъни:

$\varphi_{M_1} = \dfrac{M_1 \cdot 2}{G \cdot I_\rho}$ ва қолган моментлар таъсиридаги $\varphi_{M_2} = \dfrac{M_2 \cdot 4}{G \cdot I_\rho}$

$$\varphi_{M_3} = \frac{M_3 \cdot 6}{G \cdot I_\rho}; \; \varphi_{M_4} = \frac{-M_4 \cdot 8}{G \cdot I_\rho} \quad \text{ва} \quad \varphi_{KX} = \frac{-x \cdot 10}{G \cdot I_\rho}$$



133-расм.

Буралиш бурчакларини (а) тенгламага келтириб қўйсак,

$$\frac{1}{G \cdot I_\rho}\left(M_1 \cdot 2 + M_2 \cdot 4 + M_3 \cdot 6 - M_4 \cdot 8 - x \cdot 10\right) = 0 \text{ ёки}$$

$x = 0,8$ кНм ҳосил бўлади.

Системанинг мувозанат ҳолати тенгламасидан О кесимдаги реактив момент M_O ни топамиз:

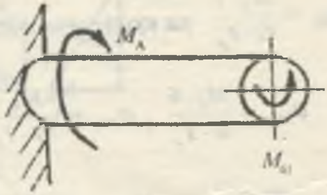
$$\sum M_O = -M_1 - M_2 - M_3 + M_4 + x + M_O = 0 \text{ ёки } M_O = 3,2\,кНм$$

Валнинг О кесимидан ўнгга қараб оралиқларга бўламиз ва буровчи момент қийматларини топамиз.

I—I қирқим оралиғидаги валга M_O реактив ва $M_{б1}$ буровчи моментлари таъсир қилади.

Демак, валнинг 1—1 қирқимида мувозанат содир бўлиши учун, $M_O = M_{б1}$ шарт бажарилиши керак, яъни ажратилган оралиққа қўйилган ташқи момент миқдор жиҳатдан валнинг ички куч моментларининг йиғиндисига тенг бўлиши керак.

$$M_A = M_{б1} = 3,2\,кНм$$



Агар ташқи момент кесим марказига нисбатан соат стрелкасининг йўналишига тескари ҳаракат қилса, $M_{б1}$ ишораси манфий бўлади. Юқоридаги хулосага асосан валнинг ҳар бир оралиқдаги ташқи моментларнинг алгебраик йиғиндиси миқдор жиҳатдан шу оралиқдаги буровчи моментга тенгдир, яъни:

II—II қирқим: $M_{б_2} = M_O - M_1 = 3,2 - 2 = 1,2\,кНм$

III—III қирқим: $M_{б_3} = M_O - M_1 - M_2 = 1,2 - 2 = -0,8\,кНм$

IV—IV қирқим:

$$M_{б_4} = M_0 - M_1 - M_2 - M_3 = -0,8 - 2 = -2,8\,кНм$$

V—V қирқим:

$$M_{б_5} = M_O - M_1 - M_2 - M_3 + M_4 = -2,8 + 2 = -0,8\,кНм$$

Буровчи моментнинг энг катта қиймати 1—1 қирқимда ҳосил бўлади. Буралишда мустаҳкамлик шартига асосан валнинг диаметрини топамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_{б_{\max}}}{W_\rho} \le [\tau];$$

Вал кесимининг қутб қаршилик моменти: $W_\rho = \frac{\pi d^3}{16}$

$$d = \sqrt[3]{\frac{16 M_{б_{\max}}}{\pi(\tau)}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3,2}{3,14 \cdot 60 \cdot 10^3}} = 0,065\, м$$

$d = 70$ *мм* қабул қиламиз $[\tau] = 60\, мПа$ — вал учун кучланишнинг рухсат этилган қиймати.

Валнинг ҳар оралиқдаги буралиш бурчагини $\varphi = \int\limits_0 \frac{M_б \cdot dx}{G \cdot I_\rho}$ формула ёрдамида қўзғалмас таянчдан бошлаб топамиз.

Бу ерда: $I_\rho = 0,1 \cdot d^4 = 0,1(0,01)^4 = 24 \cdot 10^{-7}\, м^4$

1—1 қирқим. $0 \le x_1 \le 2\, м$

$$\varphi_1 = \frac{M_{б_1} x_1}{8 \cdot 10^7 \cdot 24 \cdot 10^{-7}} = \frac{3,2 x_1}{192}$$

Агар $x_1 = 0$ бўлса, $\varphi_1 = \varphi_O = 0$, агар $x_1 = 2\, м$

$$\varphi_1 = \varphi_B = \frac{3,2 \cdot 2}{192} = 0,033\, рад; \qquad \varphi_B = 0,033 \frac{\pi}{180^0} = 2^0 31^1$$

бўлса, φ ҳар қайси қирқимда тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Шунинг учун қирқимлар чегаралардаги буралиш бурчакларни топамиз.

С — кесимнинг тўлиқ буралиш бурчаги В ва С кесимларни нуқтага нисбатан буралиш бурчаклари йиғиндисига тенгдир:

$$\varphi_c = \varphi_B + \frac{M_{б_2} \cdot 2}{192} = 0,033 + \frac{1,2 \cdot 2}{192} = 0,046\, рад \quad \text{ёки } \varphi_c = 3^0$$

Қолган қирқимларда ҳам шу усулда φ қийматни топамиз:

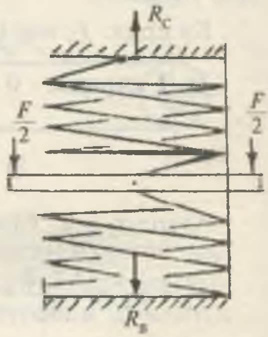
$$\varphi_D = 0,046 + \frac{M_{б_3} \cdot 2}{192} = 0,046 - \frac{0,8 \cdot 2}{192} = 0,037\ рад$$

$$\varphi_E = 0,037 + \frac{M_{б_4} \cdot 2}{192} = 0,037 - \frac{2,8 \cdot 2}{192} = 0,0083\ рад$$

$$\varphi_K = 0,0083 + \frac{M_{б_5} \cdot 2}{192} = 0,0083 - \frac{0,8 \cdot 2}{192} = 0,0083 - 0,0083 = 0\ рад$$

10-масала. Ўртача радиуслари R = 10 см ўрамнинг диаметри d = 2 см бўлган пўлатдан тайёрланган иккита пружиналар С ва В нуқталарда таянчларга таянган. Юқори пружинада n_1 = 4 та ва пастки пружинада n_2 = 5 та ўрамлари бор. Иккала пружиналар ўртасига F = 450 кг куч қўйилган плита ўрнатилган.

Пружиналарга тақсимланган кучнинг миқдори, юк ўрнатилган плитанинг вертикал кўчиши, пружина стерженида ҳосил бўлган уринма кучланиш топилсин.



134-расм.

Ечиш. F куч таъсирида юқори пружина чўзилади, пастки пружина сиқилади.

С ва В таянчларда R_c ва $R_В$ реакция кучлари ҳосил бўлади. R_c реакция кучи миқдор жиҳатдан юқори пружинадаги чўзувчи кучга, $R_В$ реакция кучи пастки пружинадаги сиқувчи кучга тенг бўлади. R_c ва $R_В$ кучларни топиш учун системанинг мувозанат тенгламасини тузамиз:

$$\sum y = R_c - F - R_B = 0$$

Битта тенгламада иккита номаълум куч бор. Демак, масала статик ноаниқ. Шунинг учун қўшимча деформация тенгламасини тузамиз. F куч таъсирида юқори пружинанинг чўзилиши пастки поғонанинг сиқилишига тенг, яъни $\lambda_1 = \lambda_2$.

Бу ерда: $\lambda_1 = \frac{4R_c R^3 n_1}{G \cdot r^4}$ ва $\lambda_2 = \frac{4R_B R^3 n_2}{G \cdot r^4}$

У ҳолда:

$\frac{4R_c R^3 n_1}{G \cdot r^4} = \frac{4R_B R^3 n_2}{G \cdot r^4}$ ёки $R_c = R_B \frac{n_2}{n_1}$ ва $R_c = R_B \frac{5}{4}$ ифодани

мувозанат тенгламасига келтириб қўйсак, R_B кучни топамиз:

$$R_B = \frac{F \cdot 4}{9} = \frac{450 \cdot 4}{9} = 200\,кГ; \quad R_c = \frac{4F}{9} \cdot \frac{5}{4} = \frac{450 \cdot 4}{9} = 250\,кГ$$

Плитанинг вертикал кўчишини топамиз:

$$\lambda = \frac{4R_c R^3 n_1}{G \cdot r^4} = \frac{4 \cdot 250 \cdot 10^3 \cdot 4}{8 \cdot 10^5 \cdot 1^3} = 5\,см$$

Юқори пружина стерженидаги кучланиш:

$$\tau_1 = \frac{R_c \cdot 4}{\pi \cdot d^2} + \frac{2R_c \cdot R}{\pi \cdot r^3} = \frac{250 \cdot 4}{\pi \cdot (2)^2} + \frac{2 \cdot 250 \cdot 10}{\pi \cdot 1^3} = 1672\,\frac{кг}{см^2}$$

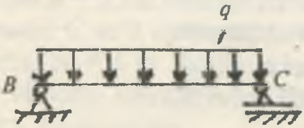
Пастки пружина стерженидаги кучланиш:

$$\tau_2 = \frac{R_c \cdot 4}{\pi \cdot d^2} + \frac{2R_B \cdot R}{\pi \cdot r^3} = \frac{200 \cdot 4}{\pi \cdot (2)^2} + \frac{2 \cdot 200 \cdot 10}{\pi \cdot 1^3} = 1338\,\frac{кг}{см^2}$$

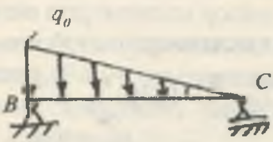
VI БОБ

ЭГИЛИШ

Амалиётда кўприкларнинг рамалари, иморатларнинг айрим қисмлари, вагоннинг ўқлари ва ҳ.к. эгилиш деформациясига учрайди. Икки таянчга таянган ва эгилиш деформациясига учрайдиган брус балка дейилади. Айрим балкаларнинг кўринишларини келтирамиз:



135-расм.



136-расм.

137-расм.

1. Кўп қаватли уйларнинг қаватлари орасидаги улайдиган балкалар тенг тақсимланган кучлар билан юкланган.

2. Сув омборидаги платинанинг устуни тақсимланган куч интенсивлиги (сувнинг босими) билан юкланган. Бу кучнинг қиймати О дан q гача ўзгаради.

3. Кўприкнинг асосий балкаси локоматив гилдиракларнинг босими таъсирида бўлади.

Биз бу мавзуда қуйидаги шартларни бажара оладиган балкаларнинг эгилишини ўрганамиз:

1. Балка кесимининг ҳеч бўлмаганда битта симметрия ўқи бор.

2. Барча ташқи кучлар балканинг симметрия ўқи текислигида жойлашган.

3. Балкага таъсир этувчи барча кучлар, шу жумладан реакция кучлари ҳам симметрия ўқи текислигида ётганлиги учун балканинг эгилган ўқи ҳам шу текисликда ётади.

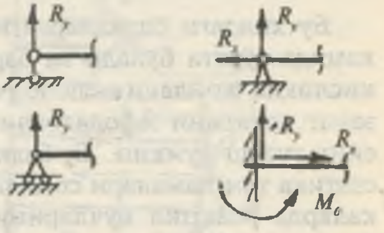
Бундай эгилиш текис эгилиш дейилади.

6.1. ТАЯНЧ ВА ТАЯНЧ ТУРЛАРИ

Уч хил таянч турлари мавжуд:

1. Қўзғалувчи шарнирли таянч стерженнинг таянч кесими шарнир ўқи атрофида айланиш бурчагини ва стерженнинг горизонтал текисликдаги ҳаракатини чекламайди. Шунинг учун қўзғалувчи — шарнирли таянчда фақат вертикал реакция кучи ҳосил бўлади (138-расм).

2. Қўзғалмас шарнирли таянч стерженнинг таянч кесимини вертикал ва горизонтал текисликлардаги ҳаракатини чегаралайди; кесимнинг айланиш бурчагини чекламайди. Шунинг учун бу хил таянчда вертикал ва горизонтал реакция кучлари ҳосил бўлади.



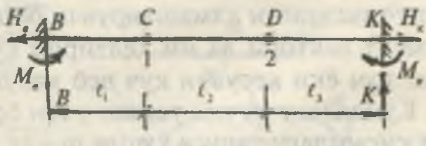
138-расм.

3. Қўзғалмас бикр маҳкамланган таянч (138-в расм) стерженнинг таянч кесимининг барча ҳаракатларини чегаралайди. Шунинг учун бу таянчда вертикал, горизонтал реакция кучлари билан биргаликда реактив момент ҳам ҳосил бўлади.

Реакция кучларини аниқлаш учун статиканинг мувозанат шартларини тузамиз:

$$\sum x = 0; \quad \sum y = 0 \text{ ва } \quad \sum M_0 = 0 \qquad (6.1)$$

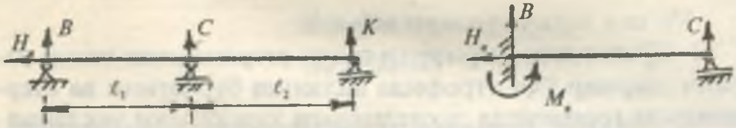
Статиканинг тенгламалари орқали реакция кучларни топиш мумкин бўлган балкалар статик аниқ системаларга киради.



139-расм.

Бундай масалаларга кўп пролётли ва оралиқ шарнирли балкалар ҳам мисол бўлади (139-расм).

Айрим ҳолларда балка бир нечта таянчларга таяниши мумкин.



140-расм.

Бу хилдаги балкалардаги реакция кучларининг сони камида тўртта бўлади ва барча реакция кучлари бир текисликда жойлашганлиги учун бутун системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи статиканинг учта тенгламасини тузиш мумкин. Бу балкаларда реакция кучлари сони статика тенгламалари сонидан кўп. Шунинг учун бу балкаларда реакция кучларини статиканинг тенгламалари билан топиб бўлмайди.

Бундай балкалар статик ноаниқдир. Статик ноаниқ масалаларни ечиш усули кейинроқ махсус мавзу сифатида кўриб чиқилади.

6.2. ЭГИЛИШДА ИЧКИ КУЧЛАРНИ АНИҚЛАШ

Тўртта ўзаро тенг бўлган F куч таъсирида мувозанатда бўлган брусни ўрганамиз (141-расм). Бруснинг BC оралиғидан ихтиёрий танланган m— m кесимнинг ички кучларини кесиш методидан фойдаланиб топамиз. Бруснинг ажратиб олинган кесимининг мувозанатини таъминлаш учун унинг кесилган юзасига ташлаб юборилган қисмининг таъсирини алмаштирувчи бош куч вектори Q ва бош момент вектори M ни келтириб қўямиз. Q кучни кўндаланг куч ёки кесувчи куч деб қабул қиламиз.

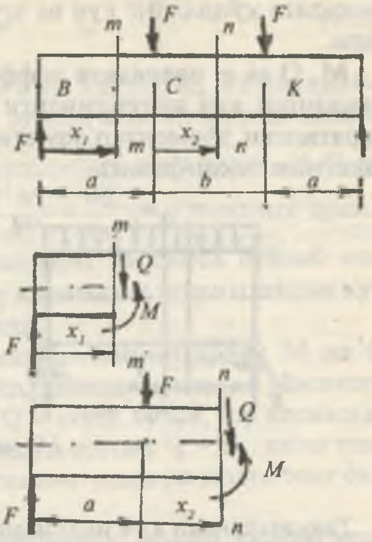
Кўндаланг кучни топиш учун бруснинг ажратиб олинган қисмидаги ташқи кучни m—m текисликка проекциялаймиз: F - Q = O ёки Q = F.

Брусни BK оралиғидаги ихтиёрий танланган n—n кесимидаги кўндаланг куч Q ни топиш учун шу оралиқдаги барча ташқи кучларни n—n текисликка проекциялaрининг алгебраик йиғиндисини топамиз: F - F - Q = O ёки Q = O.

Демак, Q кўндаланг куч бруснинг ажратиб олинган қисмидаги ташқи кучларни алгебраик йиғиндисига тенг экан.

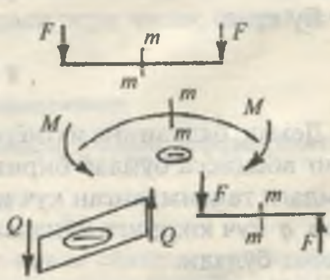
Бруснинг кесилган кесимига нисбатан ташқи кучнинг йўналиши соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши билан мос тушса, кўндаланг кучнинг ишораси мусбат, тескари ҳолатда эса манфий қабул қилинади.

Бош момент вектори M эгувчи момент дейилади. Эгувчи моментни топиш учун бруснинг ажратиб олинган кесимидаги ташқи кучдан кесилган кесим юзасининг марказига нисбатан момент оламиз: BC оралиқдаги x масофа учун $M = Fx$ ва BK оралиқдаги $(a + x)$ масофа учун $M = F(a + x) - Fx$ тенгламаларни ҳосил қиламиз.



141-расм.

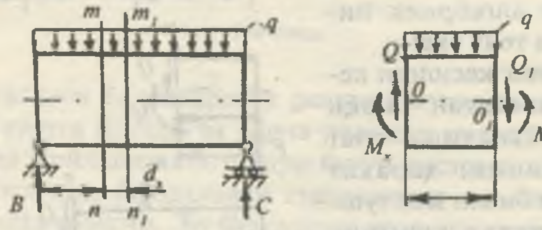
Демак, эгувчи момент брусни ажратиб олинган қисмидаги ташқи кучларнинг, шу оралиқ кесилган кесим юзасининг марказига нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг экан. Агар ташқи куч брусни юқорига эгилтирилса, эгувчи момент ишораси мусбат, пастга эгилтирилса манфий қабул қилинади.



142-расм.

Юқоридаги кўндаланг куч ва эгувчи момент тенгламаларидан кўринишича, бруснинг узунлиги буйлаб Q ва M ўзгариб борар экан. Q ва M нинг брус ўқи бўйлаб ўзгариш графикасига кўндаланг куч ва эгувчи момент эпюраси дейилади.

M, Q ва q орасидаги дифференциал боғланишлар. Тақсимланган куч интенсивлиги таъсирида бўлган балкадан ажратилган элементар узунликдаги бўлакнинг мувозанат ҳолатини текширамиз.



143-расм.

Тақсимланган куч интенсивлиги q таъсиридаги элементар dx узунликдаги ажратилган элемент балкани ташлаб юборилган қисмлари таъсирини алмаштирувчи кўндаланг кучлар Q, $Q_1 = Q + dQ$ ва моментлар M_x, $M_1 = M_x + dM_x$ таъсирида бўлади (143-расм). Ажратилган элементнинг мувозанат шарти қуйидагича ёзилади:

$$\Sum У = О \text{ ёки } Q - qdx - (Q + dQ) = 0 \qquad 6.2)$$

$$\Sigma M_0 = 0 \text{ ёки } M_x + Qdx - qdx\frac{dx}{2} - (M_x + dM_x) = 0 \qquad (6.3)$$

(6.2) тенгламадан qdx - dQ = 0 тенгликни ҳосил қиламиз.

Бу ерда:

$$q = -\frac{dQ}{dx} \qquad (6.4)$$

Демак, балканинг иxтиёрий кесимидаги кўндаланг кучнинг абсцисса бўйлаб биринчи тартибли ҳосиласи шу кесимдаги тақсимланган куч интенсивлиги — q га тенг экан. Агар q куч юқорига йўналса (6.4), тенгламанинг ишораси мусбат бўлади.

(6.3) тенгламадан

$$Qdx - dM_x = 0 \text{ ва } \quad Q = \frac{dM_x}{dx} \qquad (6.5)$$

ҳосил бўлади, яъни балканинг ихтиёрий кесимидаги кўндаланг куч шу кесимдаги эгувчи моментнинг абсцисса бўйича биринчи тартибли ҳосиласига тенг экан. (6.4) ва (6.5) тенгламалар асосида $\frac{d^2M_x}{dx^2} = \frac{dQ}{dx} = -q$ тенглик ҳосил бўлади, яъни эгувчи моментнинг абсцисса бўйлаб иккинчи тартибли ҳосиласи шу кесимдаги тақсимланган куч интенсивлиги — q га тенг экан.

Юқоридаги дифференциал боғланишлардан M ва Q эпюраларини қуришда фойдаланиш мумкин. Масалан, балканинг бирор кесимида Q = const бўлса, шу кесимида (6.4) дифференциал боғланишга асосан $q = 0$, яъни тақсимланган куч интенсивлигининг таъсири нолга тенг ёки q куч таъсир қилмас экан.

Тақсимланган куч интенсивлиги таъсир қилган оралиқда кўндаланг куч тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Q нинг эпюраси абсцисса ўқини кесиб ўтади, яъни абсциссага оғишган бурчак билан жойлашади.

(6.5) дифференциал богланишга асосан агар балканинг бирор кесимида эгувчи момент ўзгармас бўлса, яъни M = const, шу кесимдаги кўндаланг куч нолга тенг бўлар экан. Эгувчи момент балка узунлигининг бирор қисмида тўғри чизиқли қонуният билан ўзгарса, яъни M графикаси тўғри чизиқ бўйлаб абсциссага бирор бурчак билан жойлашса, шу кесимдаги кўндаланг куч ўзгармас ва Q нинг эпюраси абсциссага параллел чизиқ бўлар экан.

Балканинг тақсимланган куч интенсивлиги — q таъсир қилган оралиқда M эпюраси эгри чизиқ билан чегараланади.

Савол ва топшириқлар

1. Қандай конструкция қисмлари эгилиш деформациясига учрайди?
2. Балка деб нимага айтилади?
3. Таянч турларини айтинг.
4. Эгувчи момент, кўндаланг куч ва ёйилган куч интенсивлиги билан дифференциал боғланишларни ёзинг?

5. Кўндаланг куч деб нимага айтилади?
6. Кўндаланг куч ишораси қачон мусбат бўлади?
7. Эгувчи момент деб нимага айтилади?
8. Эгувчи момент ишораси қачон мусбат бўлади?

1-масала. Балканинг эгувчи момент (М) ва кўндаланг куч (Q) эпюралари қурилсин (144-расм).

Ечиш. Реакция кучларини балканинг мувозанат шартларидан фойдаланиб топамиз:

$$\sum M_A = -M_1 + 4q\left(\frac{4}{2}+1\right) + F_1 4 + F_2 \cdot 6 - M_2 + q \cdot 2\left(\frac{2}{2}+8\right) +$$

$$+ M_3 - B \cdot 8 = 0; \qquad B = 12{,}125\,кН$$

$$\sum M_B = -M_1 - q4\left(\frac{4}{2}+3\right) - F_1 4 - F_2 \cdot 2 - M_2 +$$

$$+ q2 \cdot \frac{2}{2} + M_3 + K \cdot 8 = 0; \qquad K = \frac{63}{8}кН$$

Балкани оралиқ қирқимларга бўлиб эгувчи момент М ва кўндаланг куч тенгламаларини тузамиз (144-расм).

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 1\,м$

$$M_{x_1} = Kx_1 - M_1 \quad \text{ва} \quad Q_1 = K = \frac{63}{8}кН$$

$$x_1 = 0, \quad M_{x_1} = -2\,кНм, \quad x_1 = 1м, \quad M_{x_1} = \frac{47}{8}кНм$$

II—II қирқим. $0 \le x_2 \le 3\,м$

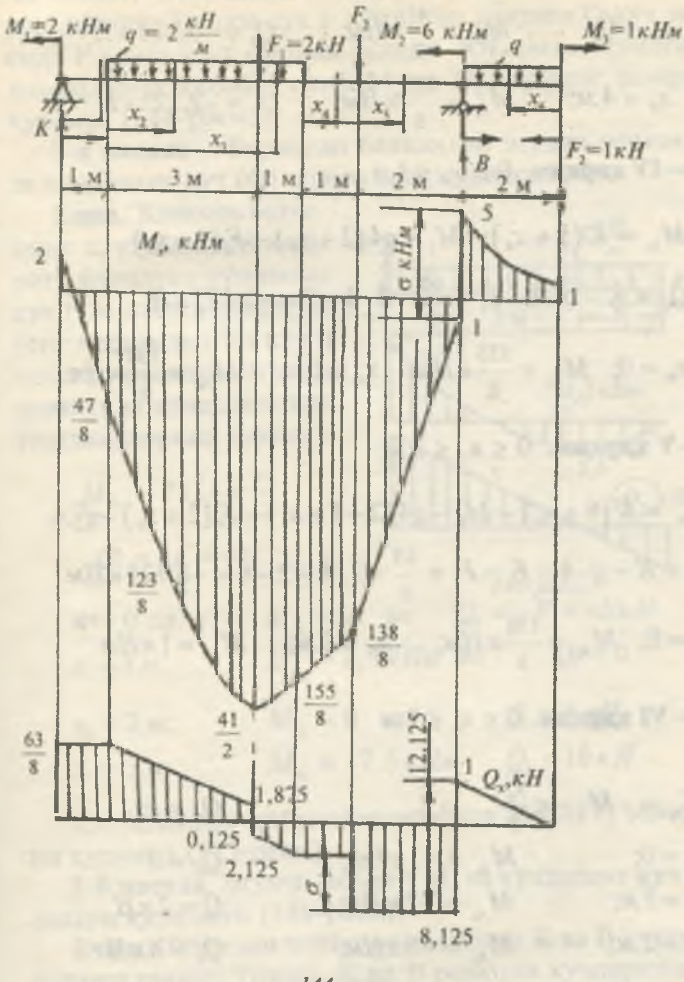
$$M_{x_2} = K(1 + x_2) - M_1 - q\frac{x_2^2}{2} \quad \text{ва} \quad Q_2 = K - qx_2$$

$$x_2 = 0; \qquad M_{x_2} = \frac{47}{8}кНм; \qquad Q_2 = \frac{63}{8}кН$$

$$x_2 = 1\,м; \qquad M_{x_2} = \frac{123}{8}кНм; \qquad Q_2 = \frac{39}{8}кН$$

$$x_2 = 3\,м; \qquad M_{x_2} = \frac{41}{2}кНм; \qquad Q_2 = 1{,}875\,кН$$

III—III қирқим. $3 \le x_3 \le 4\,м$; $Q_3 = K - qx_3 - F_1$



144-расм.

$$M_{x3} = K\left(1 + x_3\right) - M_1 - q\,\frac{x_3^2}{2} - F_1\left(x_3 - 3\right)$$

$$x_3 = 0; \qquad M_{x_3} = \frac{41}{2}\,кНм; \qquad Q_3 = -0{,}125\,кН$$

$$x_3 = 4\,м; \qquad M_{x_3} = \frac{155}{8}\,кНм; \qquad Q_3 = -2{,}125\,кН$$

IV—IV қирқим. $0 \le x_4 \le 1\,м$

$$M_{x_4} = K(5 + x_4) - M_1 - q4(2 + x_4) - F_1(1 + x_4)$$

$$Q_4 = K - q \cdot 4 - F_1 = \frac{63}{8} - 2 \cdot 4 - 2 = -2{,}125\,кН$$

$$x_4 = 0; \; M_{x_4} = \frac{155}{8}\,кНм; \quad x_4 = 1\,м; \quad M_{x_4} = \frac{138}{8}\,кНм$$

V—V қирқим. $0 \le x_5 \le 2\,м$

$$M_{x_5} = K(6 + x_5) - M_1 - q4(2 + 1 + x_5) - F_1(2 + x_5) - F_2 x_5$$

$$Q_5 = K - q \cdot 4 - F_1 - F_2 = \frac{63}{8} - 2 \cdot 4 - 2 - 6 = -8{,}125\,кНм$$

10

$$x_5 = 0; \; M_{x_5} = \frac{138}{8}\,кНм; \quad x_5 = 2\,м; \quad M_{x_5} = 1\,кНм$$

VI—VI қирқим. $0 \le x_6 \le 2\,м$

$$M_{x_6} = -M_3 - q\frac{x_6^2}{2}; \qquad Q_6 = qx_6$$

$$x_6 = 0; \qquad M_{x_6} = -1\,кНм; \qquad Q_6 = 0$$

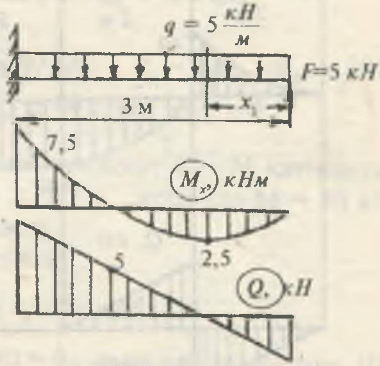
$$x_6 = 1\,м; \qquad M_{x_6} = -2\,кНм; \qquad Q = 2\,кН$$

$$x_6 = 2\,м; \qquad M_{x_6} = -5\,кНм; \qquad Q_6 = 4\,кН$$

Балканинг оралиқ қирқимларида кўндаланг куч $Q > 0$ бўлса, эгувчи момент M_x ўсувчи, агар $Q < 0$ бўлса, M_x камаювчи бўлади. Тарқалган куч интенсивлиги —q таъсир қилган қирқимларда эгувчи момент эгри чизиқ (парабола) қонуни билан ўзгаради. Q куч мусбат ишорадан манфий ишорага ўтиш нуқтасида эгувчи момент max қийматига эришади. Жуфт куч М таъсир қилиш нуқтасида эгувчи момент эпюрасида шу жуфт куч миқдорига тенг сакраш бўлади. Ташқи куч F қўйилган нуқтада Q куч эпюрасида F кучга тенг сакраш бўлади. Юқорида айтилган мулоҳазаларни ҳисобга олиб M_x ва Q_x ларнинг эпюрасини қурамиз (144-расм).

2-а масала. Берилган балканинг эгувчи момент (M_x) ва кўндаланг куч (Q) эпюралари қурилсин.

Ечиш. Консоль балканинг x_1 узунлигида юқорига йўналган тўпланма куч F ва пастга йўналган тенг тақсимланган куч q таъсир қилади. Эгувчи момент ва кўндаланг куч тенгламаларини тузамиз:



145-расм.

$$M_{x_1} = Fx_1 - q\frac{x_1^2}{2}$$

$$Q_1 = -F + qx_1$$

$x_1 = 0$ да $\quad M_{x_1} = 0$ ва $\quad Q_1 = -F = -5\,кН$

$x_1 = 1\,м;\quad M_{x_1} = 2{,}5\,кНм$ ва $\quad Q_1 = 0$

$x_1 = 2\,м;\quad M_{x_1} = 0$ ва $\quad Q_1 = 5\,кН$

$x_1 = 3\,м;\quad M_{x_1} = -7{,}5\,кНм \quad Q_1 = 10\,кН$

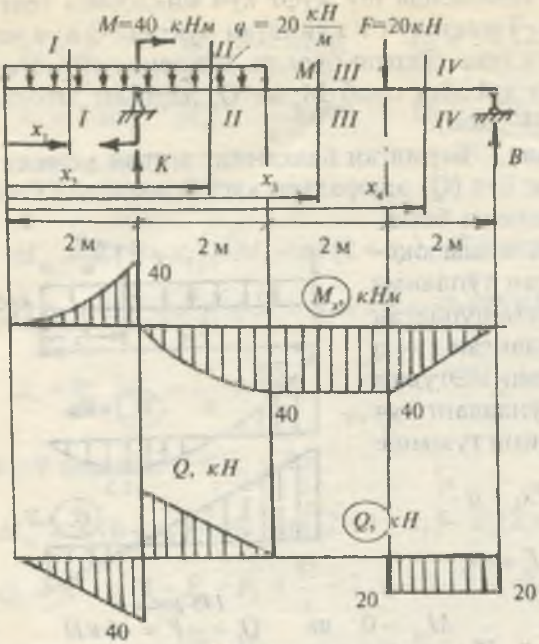
Ҳисобланган қийматлар асосида M_x ва Q эпюраларини қурамиз (145-расм).

2-б масала. Эгувчи момент M_x ва кўндаланг куч Q эпюралари қурилсин (146-расм).

Ечиш. Пўлатдан тайёрланган балка K ва B нуқталарида таянчга таяниб турган. K ва B реакция кучларини топиш учун системанинг мувозанат ҳолатини қаноатлантирувчи статиканинг момент тенгламасидан фойдаланамиз:

$$\sum M_K = M + F\cdot 4 + q\frac{4}{2} - q\frac{4}{2} - B\cdot 6 = 0$$

Бу ерда: $B = 20\,кН$



146-расм.

$$\sum M_B = K \cdot 6 + M - F \cdot 2 - q \cdot 4\left(\frac{4}{2} + 4\right) = 0$$

Бу ерда: $K = 80\, кН$

Текшириш: $\sum y = K + B - F - 4q = 0$

$80 + 20 - 20 - 4 \cdot 20 = 0$ ва $80 - 80 = 0$

Энди балкани оралиқларга бўлиб, эгувчи момент ва кўндаланг куч эпюрасини қурамиз. I—I ва II—II қирқимлар оралиқларида М тақсимланган куч интенсивлиги билан иккинчи даражали боғланишда.

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 2\, м$

$$M_{x_1} = -q\frac{x_1 2}{2}; \qquad Q_1 = -qx_1$$

Агар $x_1 = 0$ бўлса, $M_{x_1} = 0$ ва $Q_1 = 0$
Агар $x_1 = 1\,м$ бўлса, $M_{x_1} = -10\,кНм$ ва $Q_1 = -20\,кН$
Агар $x_1 = 2\,м$ бўлса, $M_{x_1} = -40\,кНм$ ва $Q_1 = -40\,кН$

II—II қирқим. $2 \le x_2 \le 4\,м$

$$M_{x_2} - q\frac{x_2^2}{2} + K(x_2 - 2) + M; \qquad Q_2 = K - qx_2$$

$x_2 = 2\,м;\quad M_{x_2} = 0;\quad Q_2 = 40\,кН;\quad x_2 = 3\,м;\quad M_{x_2} = 30\,кНм$
$Q_2 = 20\,кН;\quad X_2 = 4\,м;\quad M_{x_2} = 40\,кНм;\quad Q_2 = 0$

Эгувчи момент тенгламасида жуфт куч М қатнашганлиги учун M_{x_2} эпюрасида $x_2 = 2\,м$ кесимда М = 40 кНм қийматга тенг сакраш бўлади.

III—III қирқим. $4 \le x_3 \le 6\,м$

$$M_{x_3} = -q \cdot 4(x_3 - 2) + K(x_3 - 2) + M$$

$Q_3 = -4q + K = -4 \cdot 20 + 80 = 0$, яъни кўндаланг куч III—III қирқим оралиғида нолга тенг экан. Демак, M_x нинг қиймати $4 \le x_3 \le 6\,м$ оралиқда ўзгармас ва абсциссага параллел жойлашади.

$x_3 = 4\,м;\ M_{x_3} = 40\,кНм$ ва $x_3 = 6\,м;\ M_{x_3} = 40\,кНм$

IV—IV қирқим. $6 \le x_4 \le 8\,м$

Эгувчи момент тенгламасини тузамиз:

$$M_{x_4} = -4q(x_4 - 2) + K(x_4 - 2) - F(x_4 - 6)$$

Кўндаланг куч тенгламасини тузамиз:

$$Q_4 = -4q + K - F = -4 \cdot 20 + 80 - 20 = -20\ кН$$

$$x_4 = 6\,м;\quad M_{x_4} = 40\,кНм;\quad x_4 = 8\,м;\quad M_{x_4} = 0$$

Энг катта эгувчи момент $M_{x_1} = 40kH\ м$

Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартига асосан қўштаврли кесим танлаймиз:

$$W_x = \frac{M_{x\max}}{[6]} = \frac{40 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,25 \cdot 10^{-3}\ м^3$$

$W_T = 0,254 \cdot 10^{-3}\ м^3$ га асосан қўштавр № 22 ни қабул қиламиз.

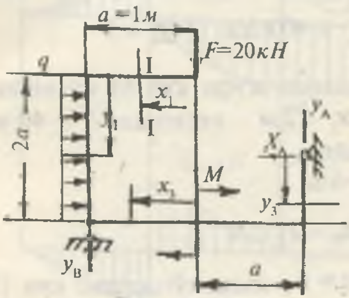
3-масала. Берилган рама учун М ва Q эпюралари қурилсин.

Ечиш. Реакция кучларини топамиз.

$\sum x = -x_A + q \cdot 2a = 0$ ёки $x_A = 2qa = 40\,кН$

$\sum M_B = 0$

$$F \cdot a + q \cdot 2a \cdot \frac{2a}{2} + M - y_A \cdot 2a - x_A \cdot a = 0$$



147-расм.

Бу ерда:

$$y_A = \frac{Fa + 2qa^2 + M - x_A a}{2a} = \frac{20 + 2 \cdot 20 \cdot 1^2 + 20 - 40 \cdot 1}{2 \cdot 1}$$

ёки $y_A = 20\,кН$

$\sum M_A = y_B \cdot 2a + M - F \cdot a = 0$

ва $y_B = 0$

М ва Q тенгламаларни тузамиз:

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 1\,м$

$M_{x_1} = F \cdot x_1$ ва $Q_1 = F = 20\,кН$

$x_1 = 0;\ M_{x_1} = 0$ ва $x_1 = 1\,м;\ M_{x_1} = 20\,кНм$

II—II қирқим. $0 \le y_1 \le 2\,м$

$M_{x_2} = F \cdot 1 + q\dfrac{y_1^2}{2}$ ва $Q_2 = qy_1;\quad N_2 = -F = -20\,кН$

$y_1 = 0;$	$M_{x_2} = 20\,кНм;$	$Q_2 = 0$
$y_1 = 1\,м;$	$M_{x_2} = 30\,кНм;$	$Q_2 = 20\,кН$
$y_1 = 2\,м;$	$M_{x_2} = 60\,кНм;$	$Q_2 = 40\,кН$

III—III қирқим. $0 \le y_2 \le 1\,м$

$M_{x_3} = x_A \cdot y_2;\quad Q_3 = -x_A = -40\,кН$ ва $N_2 = 20\,кН$

$y_2 = 0;\quad M_{x_3} = 0$ ва $y_2 = 1\,м;\quad M_{x_3} = 40\,кНм$

IV—IV қирқим. $0 \le x_2 \le 1\,м$

$$M_{x4} = x_A \cdot 1 + y_A x_2; \quad Q_4 = -y_A = -20\,кН; \quad N_4 = -x_A = -40\,кН$$

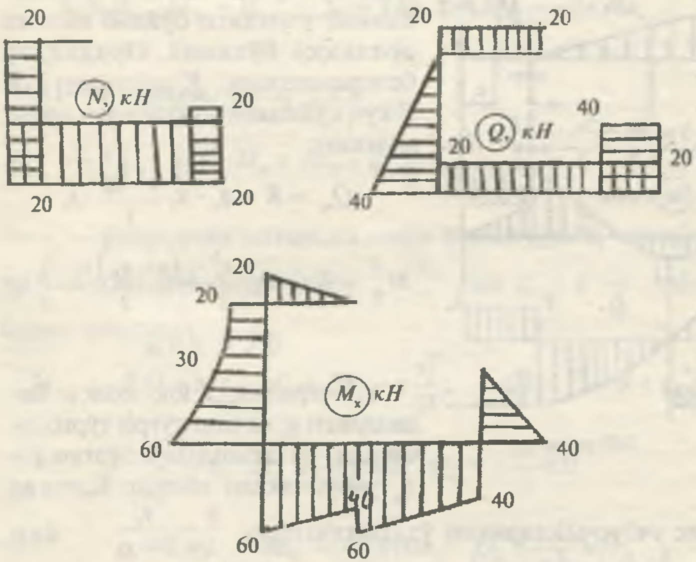
$$x = 0; \quad M_{x_4} = 40\,кНм \quad \text{ва} \quad x_4 = 1\,м; \quad M_{x_4} = 60\,кНм$$

V--V қирқим. $0 \le x_3 \le 1\,м$

$$M_{x_5} = x_A \cdot 1 + y_A(x_3 + 1) - M \quad \text{ва} \quad Q_5 = -y_A = -20\,кН$$

$$N_5 = -x_A = -40\,кН; \quad x_3 = 0; \quad M_{x_5} = 40\,кНм$$

$$x_3 = 1\,м; \quad M_{x_5} = 60\,кНм$$



148-расм.

4-масала. Схема (в) (149-расм).

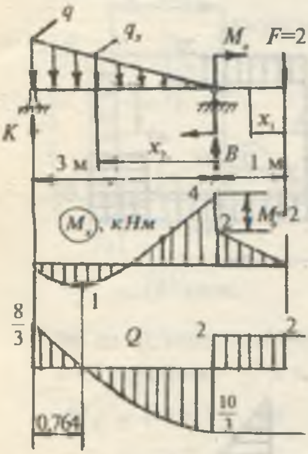
Ечиш. Тақсимланган куч интенсивлиги q балка узунлиги бўйича тўғри чизиқ қонунияти билан ўзгаради. q — кучларни тенг таъсир қилувчиси учбурчак юзаси билан ўлчанади ва К нуқтадан $\left(\frac{\ell}{3}\right) = 1$ м масофада жойлашади.

$$\sum M_K = F\cdot 4 + M_0 - B\cdot 3 + q\cdot 3\cdot \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}\cdot 3 = 0 \quad \text{ва} \quad B = \frac{16}{3}\,кН$$

$$\sum M_B = K\cdot 3 - \frac{q\cdot 3}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 3 + M_0 + F\cdot 1 = 0 \quad \text{ва} \quad K = \frac{8}{3}\,кН$$

Текшириш: $\sum y = K - q\cdot\frac{3}{2} + B - F = 0$

$$\frac{8}{3} - 4\cdot\frac{3}{2} + \frac{16}{3} - 2 = 0$$



149-расм.

Эгувчи момент Mx ва кўндаланг куч Q ни топиш учун балканинг узунлиги бўйлаб иккита ораликқа бўламиз. Ораликлар бошланишини К нуқтадан ёки F куч қўйилиш нуқтасидан олиш мумкин:

$$Q_{x_1} = K - q_x\cdot x_1 \frac{q-q_x}{2}\cdot x_1$$

$$M_{x_1} = Kx_1 - q_x\frac{x_1^2}{2} - \frac{(q-q_x)x_1}{2}\cdot\frac{2}{3}x_1$$

$$0 \le x_1 \le 3\,м$$

x_1 — ораликда юк юзаси баландлиги q_x га тенг тўғри тўртбурчакдан ва баландлиги бўлган $q - q_x$ учбурчакдан иборат. Катта ва кичик учбурчакларнинг ўхшашлигидан $\frac{q}{3} = \frac{q_x}{3-x_1}$ ёки $q_x = q\frac{3-x_1}{3} = q\left(1-\frac{x_1}{3}\right)$ ифодани ҳисобга олсак,

$$Mx_1 = Kx_1 - q\left(1-\frac{x_1}{3}\right)\frac{x_1^2}{2} - \frac{\left[q - q\left(1-\frac{x_1}{3}\right)\right]x_1}{2}\cdot\frac{2}{3}x_1 = Kx_1 - q\frac{x_1^2}{2} +$$

$$+q\frac{x_1^3}{6} - q\frac{x_1^3}{9} = Kx_1 - q\frac{x_1^2}{2} + q\frac{x_1^3}{18}$$

$$Q_1 = K - qx_1 + q\frac{x_1^2}{3} - \frac{\left[q - q\left(1 - \frac{x_1}{3}\right)\right]}{2}x_1 = K - qx_1 + q\frac{x_1^2}{6}$$

Эгувчи момент ва кўндаланг куч тенгламаларини балканинг куч қўйилган нуқтасидан бошлаб ҳам тузиш мумкин.

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 1\,м$

$$M_{x_1} = -Fx_1; \quad Q_1 = F_1 = 2\,кН;$$

$$x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0; \qquad x_1 = 1\,м; \qquad M_{x_1} = -2\,кНм$$

II—II қирқим. $0 \le x_2 \le 3\,м$

$$M_{x_2} = -F(1 + x_2) - M_0 + Bx_2 - q_x\frac{x_2}{2}\cdot\frac{x_2}{3}; \quad Q_2 = F - B + q_x\cdot\frac{x_2}{2}$$

q_x — ўзгарувчан интенсив юкни B таянчдан x_2 масофада жойлашган қиймати бўлиб, $\frac{q}{3} = \frac{q_x}{x_2}$ ёки $q_x = q\cdot\frac{x_2}{3}$ ифода билан топилади.

$$M_{x_2} = -F(1 + x_2) - M_0 + Bx_2 - q\frac{x_2^3}{18}; \qquad Q_2 = F - B + q\frac{x_2^2}{6}$$

$$x_2 = 0; \quad M_2 = -4\,кМн; \quad Q_2 = -\frac{10}{3}кН$$

$$x_2 = 1\,м; \qquad M_{x_2} = -\frac{8}{9}кНм; \qquad Q_2 = -\frac{16}{6}кН$$

$$x_2 = 3\,м; \qquad M_{x_2} = 0; \qquad Q_2 = -\frac{8}{3}кН; \qquad Q = F - B + q\cdot\frac{x_2^2}{6} = 0$$

ёки $x_2^2 = 5$, демак, $x_2 = 2,236\,м$ бўлса,

$$Q_2 = 0; \quad M_{x_2} = M_{max} = 1\,кНм$$

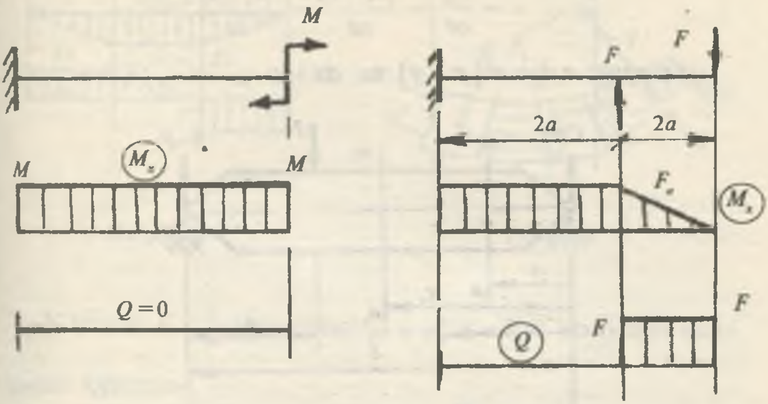
6.3. ЭГИЛИШДА НОРМАЛ КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

Эгилишда бруснинг кўндаланг кесим юзасида эгувчи момент ва кўндаланг куч ҳосил бўлади. Ўзаро тенг F кучлар билан юкланган балкани m — n кесимида пастга йўналган ички куч — Q таъсир қилади. Кўндаланг куч Q балкани кесилган юзасига m—n текисликка уринма бўлиб йўналган. Шунинг учун бу юзада уринма кучланиш τ ҳосил бўлади (150-расм).

Вертикал текисликда жойлашган С ва Q кучлари балкани X оралиқда M = CX жуфт куч моментини ҳосил қилади. Жуфт куч моменти M балкани m—n текислигидаги кесим юзасида нормал кучланишлар σ ни келтириб чиқаради.

Демак, балкани С таянчидан X масофада жойлашган кесим юзасида τ ва σ кучланишлари ҳосил бўлиб, бу кучланишлар балканинг бир кесимидан иккинчи кесимига узатилади (150-расм).

Берилган балканинг m — n кесимидан нормал кучланиш σ ни топиш учун шу кесимдаги уринма кучланишнинг қийматини, унинг кесим юзасидаги тарқалиш хусусиятини билишимиз керак. Кесим юзасидаги τ номаълум бўлганлиги учун нормал кучланишни балканинг бу кесимидаги кучланганлик ҳолатидан фойдаланиб топа олмаймиз, чунки σ ва τ ўзаро боғланишда. Демак, иккита кучланишдан биттасини топиш учун уларнинг биттаси берилган бўлиши ёки нолга тенг бўлиши керак. Балканинг X_1 оралиғидаги $m_1—n_1$ кесимида $Q = C - F = F - F = 0$ ёки $\tau = 0$ бўлганлиги учун бу кесимда фақат $M = Fa$ эгувчи момент ёки нормал кучланишлар — σ таъсир қилади. Эгилишдаги кучланиш ҳолатининг кўндаланг куч нолга тенг бўлган хусусий ҳоли соф эгилиш дейилади. Соф эгилиш оралиқда эгувчи момент ўз қийматини ўзгартирмайди. Фақат M = Fa эгувчи момент (нормал кучланишлар — σ) таъсир қилади. Эгилишдаги кучланиш ҳолатини кўндаланг куч нолга тенг бўлган хусусий ҳоли соф эгилиш дейилади. Соф эгилишда эгувчи момент ўз қийматини ўзгартирмайди (M = const), кўндаланг куч эса нолга тенг (Q = 0). Демак, уринма кучланиш нолга тенг бўлиб, фақат нормал кучланишлар таъсиридаги балканинг дефор-



мацияси соф эгилиш экан. Қуйидаги балкалар соф эгилишда:

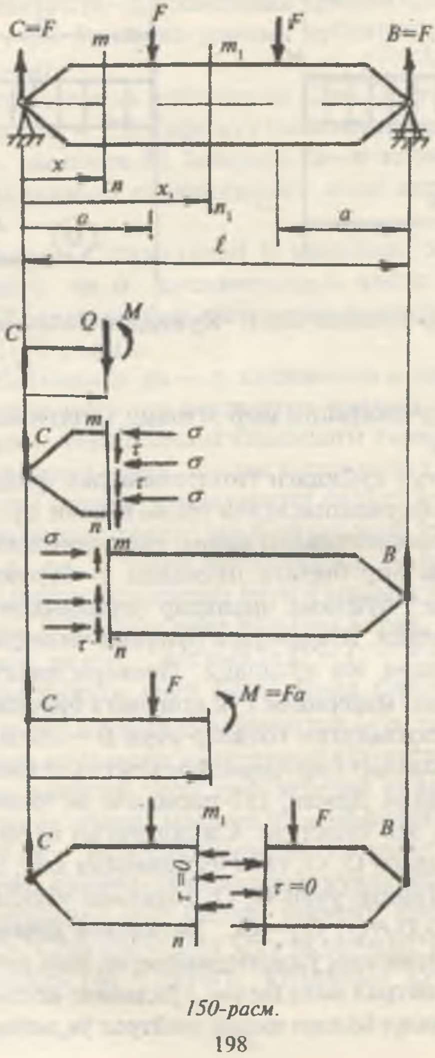
Нормал кучланишни соф эгилиш ҳолатидан фойдаланиб топамиз.

Бунинг учун қуйидаги гипотезалардан фойдаланамиз: балканинг деформациясигача текис бўлган кўндаланг кесим юзаси деформациядан кейин ҳам текислигича қолади (151-расм) ва бир-бирига нисбатан θ бурчакка оғади: ўзаро параллел бўйлама чизиқлар эгриланади ва параллеллигича қолади. Юқоридаги бўйлама чизиқлар сиқилади, пастдагилари эса чўзилади (тескари ҳолат ҳам мавжуд); балканинг материали Гук қонунига бўйсунади; чўзиладиган ва сиқиладиган толалар учун E = const деб қабул қилинади; толалар бир-бирига вертикал текисликда босим кўрсатмайди. Демак, 152-расмдаги ав чизиқ сиқилади, cd чизиқ эса чўзилади. Сиқиладиган ва чўзиладиган толалар орасидаги O_1 O_2 тола чўзилмайди ҳам, сиқилмайди ҳам. Шунинг учун O_1 O_2 толанинг узунлиги ўзгармайди, яъни $O_1O_2=O_1^1\ O_2^1=dx$. Балканинг деформацияланишида ўз узунлигини ўзгартирмайдиган тола нейтрал тола дейилади. Нейтрал тола билан кўндаланг кесимнинг кесишишидан ҳосил бўлган чизиқ нейтрал ўқ дейилади. 152-

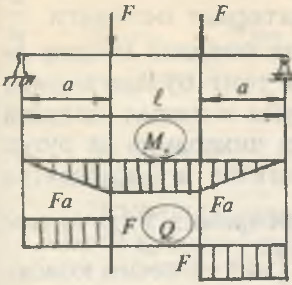
расмдан cd толанинг нисбий узайишини топамиз:

$$\varepsilon = \frac{\Delta_{cd}}{cd} = \frac{c_1d_1 - cd}{cd} = \frac{c_1d_1 - dx}{dx}$$

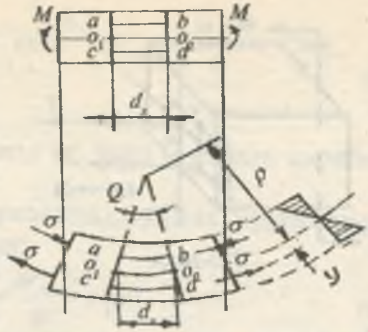
Бу ерда: $c_1d_1 = \theta(\rho + y)$ ва $dx = \theta \cdot \rho$



150-расм.



151-расм.



152-расм.

У ҳолда: $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$ ифодани $\sigma = \varepsilon \cdot E$ —Гук қонунига келтириб қўйилса,

$$\sigma = \frac{y}{\rho} E \qquad (6.6)$$

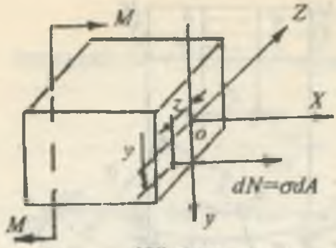
(6.6) формула ёрдамида нормал кучланиш кесим юзанинг баландлиги бўйлаб ўзгариш қонуниятини аниқлаш мумкин:

$y = 0$ бўлса, $\sigma = 0$ ва $y = y_{\max}$ бўлса, $\sigma = \sigma_{\max}$

Демак, нормал кучланиш кесимининг марказида, яъни нейтрал ўқда нолга тенг ва кесимнинг сиртида, яъни кесимнинг нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган нуқтасида катта қийматга эришар экан. Нормал кучланишнинг бундай ўзгариш графикаси тўғри чизиқдир (152-расм).

(6.6) формуладан σ ни топиш учун уни ташқи куч ёки эгувчи момент билан боғлашимиз керак. Бунинг учун балкадан ажратиб олинган d_x узунликдаги кесимини ташқи куч моменти M ва ички бўйлама куч dN таъсиридаги мувозанатини статиканинг тенгламалари ёрдамида текширамиз. Соф эгилишда кесим юзасидаги элементар dN бўйлама кучларининг таъсир этувчиси нолга тенг бўлади:

$$\sum X = N = \int_A \sigma \cdot dA = 0 \text{ ва } \int_A \frac{E}{\rho} y dA = 0$$



153-расм.

Интеграл остидаги $\frac{E}{\rho}$ қиймат ўзгармас миқдор ва нолга тенг бўлмаганлиги учун уни интеграл ишораси олдига чиқарамиз ва бутун тенгликни шу қийматга қисқартирамиз. Унда интеграл $\int_A ydA = 0$ кесим юзасининг нейтрал ўқ OZ га нисбатан статик моменти нолга тенгдир. Шунинг учун OZ ўқ кесим юзасининг оғирлик марказидан ўтади.

Ички бўйлама куч ва момент M кесим юзаси y ва z ўқларига проекция бермайди. Шунинг учун $\sum Z = 0$; $\sum y = 0$ тенгламаларидан фойдаланмаймиз. Шунингдек, dN ва M кесим юзасини OX ва OY ўқларига нисбатан моментлари ҳам айниятга айланганлиги учун $\sum M_x = 0$ ёки $\sum M_y = 0$ тенгламаларидан фойдаланмаймиз. У ҳолда $\sum M_z = 0$ тенгламани тузамиз:

$$M_z = \int_A dN \cdot y = \int_A \sigma \cdot dA \cdot y = \int_A \frac{E}{\rho} y^2 dA = \frac{E}{\rho} \cdot \int_A y^2 dA$$

Бу ифодадаги интеграл балка кесим юзасининг oz ўққа нисбатан инерция моментини билдиради — $I_z = \int_A y^2 dA$. У ҳолда: $M_z = \frac{E}{\rho} \cdot I_z$ ни ҳосил қиламиз. Бу тенгликдан $\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EI_z}$ — нейтрал қатлам эгрилигини (6.6) формулага қўйиб эгилишда нормал кучланиш формуласини топамиз:

$$\sigma = \frac{M_z \cdot y}{I_z} \tag{6.7}$$

(6.7) формула балка кўндаланг кесим юзасида нейтрал ўқдан y масофадаги горизонтал чизиқда ётувчи исталган нуқтадаги кучланишни топиш учун ишлатилади. Агар, $y = y_{max}$ ва $M_z = M_{max}$ бўлса,

$$\sigma = \sigma_{max} = \frac{M_{max} \cdot y_{max}}{I_z} \quad \text{ёки} \quad \sigma_{max} = \frac{M_{max}}{\frac{I_z}{y_{max}}} = \frac{M_{max}}{W_z} \tag{6.8}$$

Бу ерда: W_z — кесимнинг oz ўққа нисбатан қаршилик моменти.

Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq [\sigma] \tag{6.9}$$

(6.9) формула асосида, материаллар қаршилигида уч хил масала ечилиши мумкин:

1. Конструкцияга қўйилиши мумкин бўлган юкнинг қиймати топилади: $M_{max} = [\sigma] \cdot W \quad кН \cdot м$

2. Конструкциянинг кесими танланади: $W \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}; \quad м^3$

3. Конструкциянинг мустаҳкамлик шарти текширилади:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq [\sigma]$$

Агар балканинг материали чўзилиш ва сиқилишга ҳар хил қаршилик кўрсатса, яъни $[\sigma]_ч \neq [\sigma]_c$ бўлса, у ҳолда:

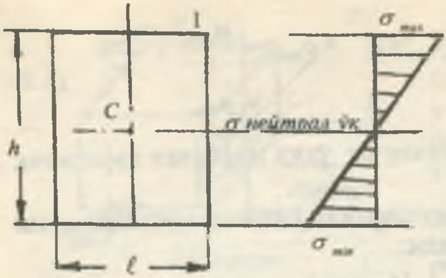
$$\sigma_{max\,ч} = \frac{M_{max}}{W_1} \leq [\sigma]_ч \quad \text{ва} \quad \sigma_{max\,c} = \frac{M_{max}}{W_2} \leq [\sigma]_c \tag{6.10}$$

6.3.1. ТУРЛИ КЕСИМЛАР УЧУН НОРМАЛ КУЧЛАНИШ ЭПЮРАСИ

1. Тўғри тўртбурчак (С нуқта кесимининг оғирлик маркази).

Мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{\substack{max \\ min}} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma]; \qquad W_x = \frac{bh^2}{6}$$



154-расм.

У ҳолда:

$$\frac{6M_{max}}{bh^2} \le [\sigma]$$

2. Доира. Кесимнинг қаршилик моменти:

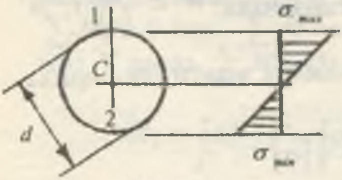
$$W_x = W_y = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{\substack{max\\min}} = \frac{32M_{max}}{\pi \cdot d^3} \le [\sigma]$$

3. Учбурчак. Кесимнинг 1 ва 2-нуқталари нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган.

Қаршилик моментлар:



155-расм.

$$W_x^{1} = \frac{bh^2}{24} \text{ ва } W_x^{11} = \frac{bh^2}{12}$$

Мустаҳкамлик шарти:

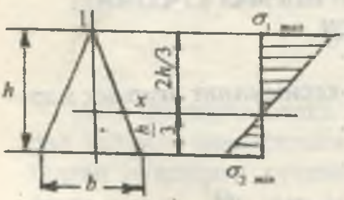
$$\sigma_{1\,max} = \frac{M_{max}}{W_x^{1}} \le [\sigma]$$

$$\sigma_{2\,min} = \frac{M_{max}}{W_x^{11}} \le [\sigma]$$

4. Тўғри бурчакли қўштавр.

Оғирлик маркази координатаси:

$$y_1 = y_2 = \frac{H}{2}$$



156-расм.

$$W_x = \frac{dh^3}{6H} + \frac{b}{H}\left(H^3 - h^3\right),$$

$$W_y = \frac{d^3h}{6b} + \frac{b^2}{6}(H - h)$$

$$\sigma_{1\,max} = -\sigma_{2\,max} = \frac{M_{max}}{W_x} \le [\sigma]$$

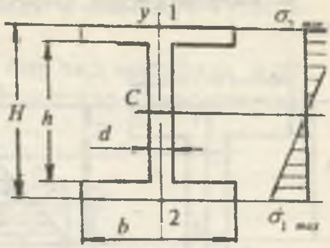
$$A = bc_1 + d\,(h + h_1) + BC$$

$$b_1 = b - d \qquad B_1 = B - d;$$

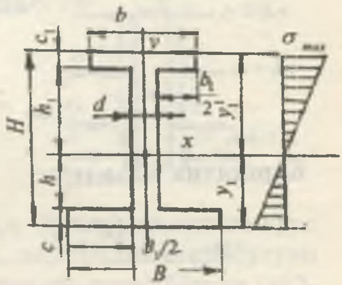
$$y_1 = \frac{dH^2 + B_1C^2 + b_1C_1(2H - C_1)}{dH + B_1C + b_1C_1}$$

$$I_y = \frac{1}{12}[B^3C + b^3C_1 + d^3(h + h_1)]$$

$$I_x = \frac{1}{3}(By_1^3 - B_1h^3 + by_1^3 - b_1h_1^3);$$



157-расм.



158-расм.

5. Трапеция.

Мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{1\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^{1}} \le [\sigma]$$

$$\sigma_{2\max} = \frac{M_{\max}}{W_x^{11}} \le [\sigma]$$

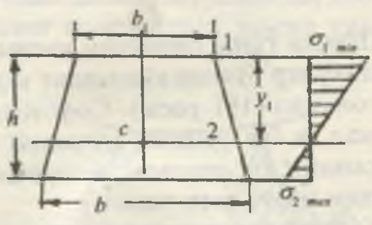
Тенг томонли бўлмаган трапеция учун қаршилик моменти ва C нуқта координаталари:

$$W_x^1 = \frac{h^2(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}{12(2b + b_1)}; \qquad W_x^{11} = \frac{h^2(b^2 + 4bb_1 + b_1^2)}{12(2b + b_1)}$$

Биринчи ва иккинчи нуқта координаталари:

$$y_1 = \frac{2b + b_1}{3(b + b_1)}$$

$$y_2 = \frac{b + 2b_1}{3(b + b_1)}$$

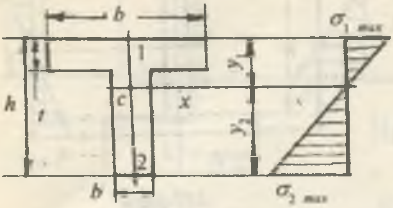


159-расм.

Юқори асоси b_1 ва пастки асоси $b = b_1 + b_0$ бўлган тенг томонли трапеция учун қаршилик моменти:

$$W_{x1} = \frac{h^2\left(6b_1^2 + 6b_1b_o + b_o^2\right)}{12(3b_1 + 2b_o)}; \qquad y_1 = \frac{3b_1 + 2b_o}{3(2b_1 + b_o)} \cdot h$$

6. Таврли кесим. Оғирлик марказининг координаталари:



160-расм.

$$y_1 = \frac{1}{2}\frac{(B-b)t^2 + bh^2}{(B-b)t + bh}$$

$$y_2 = h - y_1$$

$$A = (B-b)t + bh$$

Мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{1\max} = \frac{M_{\max}}{W_{x1}} \le [\sigma] \quad \text{ва}$$

$$\sigma_{2\max} = \frac{M_{\max}}{W_{x2}} \le [\sigma]$$

Қаршилик моменти:

$$W_{x1} = \frac{\frac{1}{3}\left[(B-b)t^3 + bh^3\right]}{y_1} - y_1\left[(B-b)t + bh\right]$$

$$W_{x2} = \frac{\frac{1}{3}\left[(B-b)t^3 + bh^3\right] - y_1^2 A}{y_2}$$

6.4. ЭГИЛИШДА УРИНМА КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

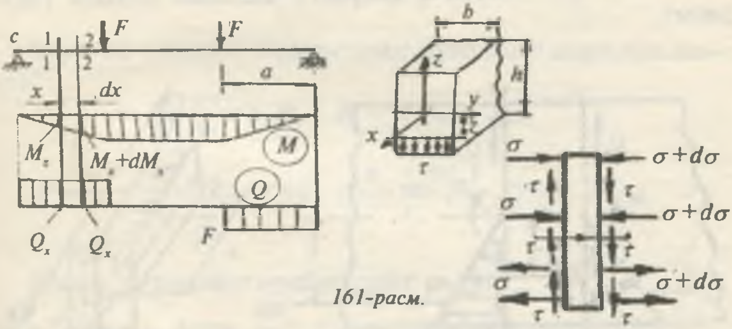
Шакли тўғри бурчакли кесимнинг бўйлама ўқига перпендикуляр бўлган кўндаланг юзадаги уринма кучланишни топамиз (161-расм). Соф эгилишдан фарқли бу юзада нормал σ ва уринма кучланиш τ ҳосил бўлади, чунки балканинг шу оралиғида эгувчи момент ҳам, кўндаланг куч ҳам нолга тенг эмас.

Уринма кучланиш тўғрисида қуйидаги фикрларни юритамиз:

1. Кўндаланг куч Q барча ички уринма кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси. Уринма кучланишларнинг

йуналиши кўндаланг куч йўналиши билан мос тушади. (161-расм).

2. Кесимнинг нейтрал ўқидан бир хил масофада жойлашган юзалардаги уринма кучланишлар ўзаро тенгдир (161-расм).



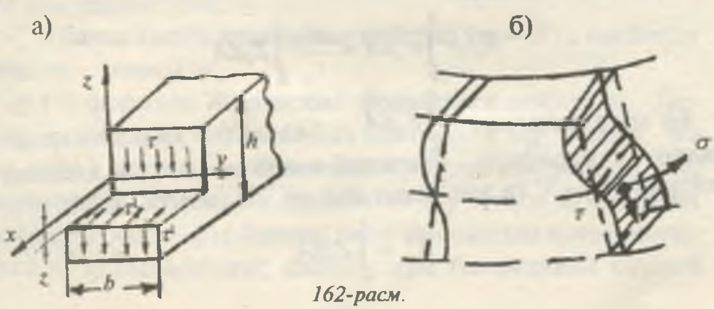
161-расм.

3. Уринма кучланишларнинг жуфтлик аломатига кўра балканинг кўндаланг кесимига перпендикуляр бўлган бўйлама кесимида уринма кучланишлар ҳосил бўлади (162-а расм), яъни: $\tau = -\tau'$.

Демак, балканинг бўйлама ўқи йўналишида ҳам уринма кучланишлар — τ' ҳосил бўлар экан, улар балка толаларини бир-бирига нисбатан силжитади.

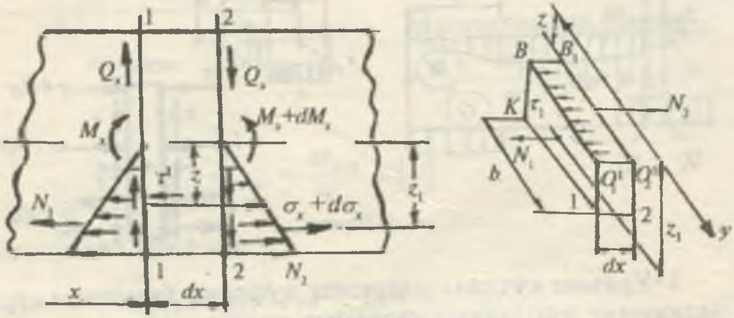
4. Текис кўндаланг эгилиш гипотезасига асосан деформациягача текис бўлган кўндаланг кесим юзалар деформациядан кейин қисман эгриланади (162-б расм).

Кўндаланг кесимнинг бундай қисман эгриланиши нормал кучланишнинг тарқалиш қонуниятига таъсир қил-



162-расм.

майди, шунинг учун эгилишда уринма кучланишни топишда толаларнинг силжиши гипотезаси ҳисобга олинмайди. Эгилишда уринма кучланиш формуласини келтириб чиқариш учун, балкани С таянч нуқтасидан X ва кесимнинг нейтрал қатламидан Z масофада жойлашган dx элементар узунликдаги қисмини ажратиб оламиз (163-расм).



163-расм.

Ажратиб олинган тўғри бурчакли элементнинг горизонтал $BB_1O_1'O_2'$ юзаси τ' уринма кучланишлари; вертикал $BKO_1'1$ юзаси N_1 ва унга параллел юзада N_2 ички бўйлама кучлари таъсирида бўлади (163-расм). $BB_1O_1'O_2'$ юзадаги τ' уринма кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси $d\mathrm{T} = \tau' bdx$ балкани бўйлама ўқига параллел йўналади. BO_1' қиррага таъсир қилаётган N_1 бўйлама куч $BKO_1'1$ юзадаги σ_x нормал кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси, яъни:

$$N_1 = \int_0^A \sigma_x dA = \frac{M_x}{I_y}\int_0^A Z_1 dA$$

Бу ерда интеграл $\int_0^A Z_1 dA$ балканинг нейтрал қатламидан Z масофада ажратиб олинган $BKO_1'1$ юзанинг нейтрал ўқ — У га нисбатан статик моменти, яъни:

$$S_y^0 = \int_0^A Z_1 dA$$

У ҳолда $N_1 = \frac{M_x}{I_y} \cdot S_y^0$ ҳосил бўлади. $B_1O_2^/$ қиррага таъсир қилаётган N_2 ички бўйлама куч $\sigma_x + d\sigma_x$ нормал кучланишларнинг тенг таъсир қилувчиси, яъни:

$$N_2 = \int_0^A (\sigma_x + d\sigma_x) dA = \frac{M_x + dM_x}{I_y} \int_0^A Z_1 dA = \frac{M_x + dM_x}{I_y} S_y^0$$

Ажратиб олинган элементнинг мувозанат шартини ёзамиз:

$$\sum x = N_1 + d\text{T} - N_2 = 0 \quad \text{ёки}$$

$$\frac{M_x}{I_y} \cdot S_y^o + \tau^1 b dx - \frac{(M_x + dM_x)}{I_y} \cdot S_y^o = 0$$

Айрим соддалаштиришлардан кейин: $\tau = \frac{dM_x}{dx} \cdot \frac{S_y^0}{I_y \cdot b}$ ҳосил бўлади. Агар, $\frac{dM_x}{dx} = Q_x$ дифференциал боғланишни ҳисобга олсак, эгилишда уринма кучланиш формуласи келиб чиқади:

$$\tau = \frac{Q_x \cdot S_y^0}{I_y \cdot b} \qquad (6.11)$$

Бу ерда: S_y^0 — ажратиб олинган элементнинг $BKO_1^/1$ юзасини, яъни балканинг нейтрал ўқидан Z масофадан пастда ва балка кесимининг четки 1 нуқтасидан юқорида қолган $BKO_1^/1$ юзасини нейтрал ўқ — $У$га нисбатан статик моменти;

b — кучланиши текширилаётган нуқта жойлашган кесим юзасининг эни;

I_y — балка кесим юзасининг нейтрал ўқ — $У$га нисбатан инерция моменти.

(6.11) формула Журавский формуласи дейилади. Демак, эгилишда уринма кучланиш ($Q_x = const$ ва $I_y = const$) кесимнинг баландлиги бўйлаб кучланиши текширилаётган нуқтанинг ўрнига ва шу нуқта жойлашган кесимнинг эни — b га боғлиқ экан. Амалиётда ҳамма конструкция қисмларининг кесими ҳам баландлиги бўйлаб ўзгармас энли бўлавермайди. Ўзгарувчан энли кесимларда τ кесим энининг ўзгариш нуқтасида икки хил қийматга эга бўлади.

(6.11) формулага асосан τ кесимнинг баландлиги бўйлаб эгри чизиқли қонуният билан ўзгаради. 164-расмдан кўринишича, Z масофа қанчалик кичик бўлса, $BKO_1^/1$ юза шунча катталашади. Демак, кучланиши текширилаётган нуқта нейтрал ўққа яқинлашса, ундаги уринма кучланиш τ ҳам катталашар экан. Агар, кучланиши текширилаётган нуқта B ёки $O_1^/$ нуқталар нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашса, яъни B нуқта 1 нуқта билан устма-уст тушса, унда ажратилган элементнинг юзаси нолга тенг бўлади, $BKO_1^/1$ юзани $У$ ўқига нисбатан статик моменти ҳам нолга тенг бўлади. Демак, $Z = Z_{max}$ нуқтада, яъни кесимнинг четки нуқтасида уринма кучланиш нолга тенг бўлар экан.

Юқоридаги фикрларга асосан уринма кучланиш кесимнинг нейтрал қатламида энг катта қийматга ва кесимнинг четки нуқталарида ноль қийматга эришар экан.

6.4.1. ЖУРАВСКИЙ ФОРМУЛАСИНИ ТУРЛИ КЕСИМЛАРГА ТАТБИҚ ЭТИШ

1. Тўғри тўртбурчак.

Уринма кучланишнинг тарқалиш қонуниятини аниқлаш учун Журавский формуласидан фойдаланамиз:

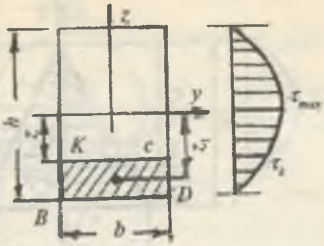
$$\tau = \frac{QS_y^0}{I_y b}$$

Бу ерда: S_y^0 — тўғри тўртбурчакнинг кесим юзасидан ажратилган ВКСД штрихланган юзанинг $У$ ўқига нисбатан статик моменти, яъни:

$$S_y^0 = A_{ВКСД} \cdot Z_1$$

$A_{ВКСД} = в\left(\frac{h}{2} - Z\right)$ — ажратилган ВКСД штрихланган юза.

$Z_1 = \frac{h}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - Z\right)$ — ажратилган ВКСД юзанинг оғирлик марказидан нейтрал ўқигача бўлган масофа. У ҳолда:



164-расм.

$$S_y^0 = b\left(\frac{h}{2} - Z\right)\left[\frac{h}{2} - \frac{1}{2}\left(\frac{h}{2} - Z\right)\right] = \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - Z^2\right)$$

$I_y = \frac{bh^3}{12}$ — тўғри тўртбурчакнинг марказий ўқига нисбатан инерция моменти.

$$\text{У ҳолда: } \tau = \frac{Q \cdot \frac{b}{2}\left[\frac{h^2}{4} - Z^2\right]}{\frac{bh^3}{12} \cdot b} = \frac{6Q\left[\frac{h^2}{4} - Z^2\right]}{bh^3} \qquad (6.12)$$

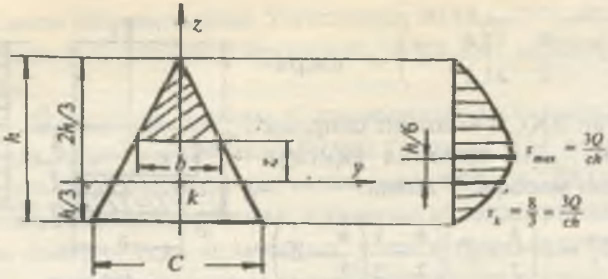
Бу ерда: $0 \le Z \le \frac{h}{2}$. Агар $Z = 0$ бўлса, $\tau = \tau_{max} = \frac{3Q}{2bh}$ ва $Z = \frac{h}{2}$ бўлса, $\tau = 0$.

(6.12) формулада Z масофа иккинчи даражада, шунинг учун тўғри тўртбурчакнинг баландлиги бўйлаб парабола қонунияти билан ўзгаради, тўғри тўртбурчакнинг четки нуқталарида τ ноль қийматга ва нейтрал қатламида энг катта қийматга эришади.

2. Учбурчак. Учбурчакдан ажратилган (штрихланган) юзанинг $У$ ўққа нисбатан статик моментини ёзамиз:

$$S_y^0 = \frac{b}{3}\left(\frac{2h}{3} - Z\right)\left(\frac{h}{3} + Z\right)$$

Учбурчакнинг оғирлик марказидан ўтган ўқ $У$ га нисбатан инерция моменти — $I_y = \frac{ch^3}{36}$ ни ва статик моментни Журавский формуласига келтириб қўямиз:



165-расм.

$$\tau = \frac{QS_y^0}{I_y b} = \frac{Q\cdot\frac{b}{3}\left(\frac{2h}{3}-Z\right)\left(\frac{h}{3}+Z\right)}{\frac{ch^3}{36}b} = \frac{12Q\left(\frac{2h}{3}-Z\right)\left(\frac{h}{3}+Z\right)}{ch^3}$$

Бу ерда: $-\frac{h}{3} \le Z \le \frac{2h}{3}$

Агар: $Z = -\frac{h}{3}$ бўлса, $\tau = 0$ (пастки четки нуқта)

$Z = \frac{2h}{3}$ бўлса, $\tau = 0$ (юқори четки нуқта)

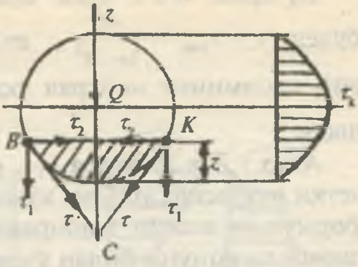
$Z = 0$ бўлса, $\tau = \frac{8}{3}\cdot\frac{Q}{ch} = \tau_k$

$Z = \frac{h}{6}$ масофада $\tau = \tau_{max} = \frac{3Q}{ch}$

Демак, учбурчаксимон кесимларда уринма кучланиш нейтрал қатламдан $\frac{h}{6}$ масофада жойлашган нуқтада максимал қийматга эришар экан.

3. Доиравий кесим. Нейтрал қатламдан Z масофада (166-расм) жойлашган B, K нуқталардаги уринма кучланишни топамиз. Бу нуқталардаги уринма кучланишлар доиравий кесимнинг шу нуқтасидаги уринма текислик билан бир хил йўналишда бўлади ва Z ўқи билан C нуқтада кесишади.

B ва K нуқталардаги τ уринма кучланишларни τ_1 ва τ_2 кучланишларига ажратиш мумкин. Кесимнинг B ва K нуқталаридаги горизонтал уринма кучланишлари (τ_2) ўзаро мувозанатлашади, τ_1 уринма кучланишларининг йигиндиси эса кўндаланг куч — Q га тенглашади.



166-расм.

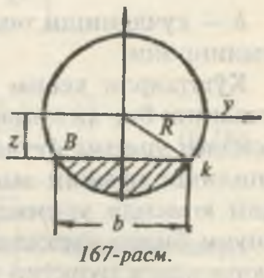
Демак, доиравий кесимдаги τ_1 уринма кучланишлари тўғри бурчакли кесимдаги тўлиқ уринма кучланиш — τ билан бир хил функцияда бўлар экан. Шунинг учун доиравий кесимлардаги уринма кучланишни топиш учун ҳам Журавский формуласидан фойдаланамиз, яъни:

$$\tau = \frac{QS_y^0}{I_y b} \tag{6.13}$$

Бу ерда: S_y^0 — доиравий кесимнинг Z масофа ва кесимнинг четки нуқтаси билан чегараланган ажратилган юзасининг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

$$S_y^0 = \frac{2}{3}\left(R^2 - Z^2\right)^{\frac{3}{2}} \qquad \text{ва} \qquad b = 2\sqrt{\left(R^2 - Z^2\right)}$$

Доиравий кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти: $I_y = \frac{\pi \cdot R^4}{4}$ ажратилган юзанинг статик моменти S_y^0 ва кесимнинг эни b ни (6.13) формулага келтириб қўямиз:



167-расм.

$$\tau = \frac{Q\frac{2}{3}\left(R^2 - Z^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\frac{1}{4}\pi \cdot R^4 \cdot 2\sqrt{\left(R^2 - Z^2\right)}} = \frac{4Q}{3\pi \cdot R^4}\left(R^2 - Z^2\right) \tag{6.14}$$

Бу ерда: $0 \le Z \le \pm R$ оралиқда ўзгаради. Агар, $Z = 0$ бўлса, $\tau = \tau_{max} = \frac{4Q}{3\pi \cdot R^2}$, яъни уринма кучланиш доиравий кесимнинг нейтрал ўқида максимал қийматга эришади.

Агар, $Z = R$ бўлса, $\tau = 0$, яъни доиравий кесимнинг четки нуқтасида уринма кучланиш нолга тенг бўлади. (6.14) формулага асосан τ доиравий кесимни диаметри бўйлаб парабола қонуни билан ўзгарар экан (168-расм).

4. Қўштаврли кесим. Қўштаврли кесим оддий тўғри тўртбурчаклардан ташкил топган деб қаралса ҳам бўлади. Шунинг учун қўштаврли кесимнинг нейтрал ўқидан Z масофада жойлашган нуқтасининг уринма кучланишини ҳам Журавский формуласи билан аниқлаш мумкин:

$$\tau = \frac{QS_y^0}{I_y b(d)} \qquad (6.15)$$

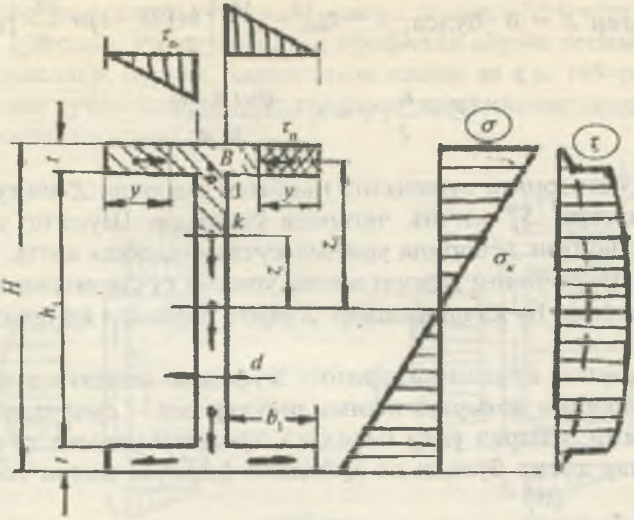
Бу ерда: S_y^0 — нейтрал ўқдан Z ва қўштаврли кесимнинг четки нуқталари оралиғида қолган юзанинг нейтрал ўқ — $У$ га нисбатан статик моменти (168-расм):

$$\tau_B = \frac{Qt(h-t)}{2I_y}; \qquad \tau_1 = \frac{Qt(h-t)b}{2I_y \cdot d}$$

b — кучланиши текширилаётган нуқта жойлашган кесимнинг эни.

Қўштаврли кесим супачасининг эни бўйлаб уринма кучланиш бир хил эмас. Шунинг учун қўштаврнинг супачасидаги уринма кучланиш Журавский формуласи билан топилиши мумкин эмас. Қўштавр супачасининг Z ўқига яқин юзасида уринма кучланиш тахминан эгри чизиқ қонуни билан тарқалади деб қабул қилиш мумкин (τ — эпюрасидаги пунктир чизиқ).

Қўштаврнинг супачаси нейтрал ўқдан узоқ масофада жойлашганлиги учун бу юза асосан нормал кучланишлар таъсирида бўлади (168-расм, σ — эпюраси). Қўштавр деворий қисмидан нейтрал ўққа яқинлашган сайин нормал кучланиш кичиклашиб келади ва нейтрал ўқ устида $\sigma = 0$.



168-расм.

Қўштавр деворининг K нуқтасидаги уринма кучланишни топиш учун штрихланган (168-расм) юзанинг статик моментини ёзамиз:

$$S_y^0 = bt\left(\frac{H-t}{2}\right) + \frac{d}{2}\left(\frac{h_1^2}{4} - Z^2\right)$$

Уринма кучланиш:

$$\tau = \frac{Q}{2I_y d}\left[bt(H-t) + d\left(\frac{h_1^2}{4} - Z^2\right)\right] \qquad (6.16)$$

Бу ерда: $I_y = \frac{dh_1^3}{12} + 2\left[\frac{bt^3}{12} + bt\left(\frac{H-t}{2}\right)^2\right]$ — қўштавр кесимининг нейтрал ўқ — $У$ га нисбатан инерция моменти;

d — кучланиш текширилаётган нуқта жойлашган кесимнинг эни.

(6.16) формулага асосан қўштавр деворининг баландлиги бўйлаб τ парабола қонунияти билан ўзгарар экан (168-расм, τ эпюраси).

Агар $Z = 0$ бўлса, $\tau = \tau_{max} = \dfrac{Q}{2I_y d}\left[bt(H-t) + \dfrac{dh_1^2}{4}\right]$ ва

$$Z = \frac{h_1}{2};\ \tau = \tau_1 = \frac{Qbt(H-t)}{2I_y d}$$

Қўштаврнинг супачасига нисбатан деворида Z ни турли қийматида S_y^0 кичик чегарада ўзгаради. Шунинг учун қўштаврнинг деворида уринма кучланиш жуда катта. Демак, қўштаврнинг девори асосан уринма кучланишлар таъсиридадир. Бу кучланишлар Z ўқига параллел йўналишда бўлади.

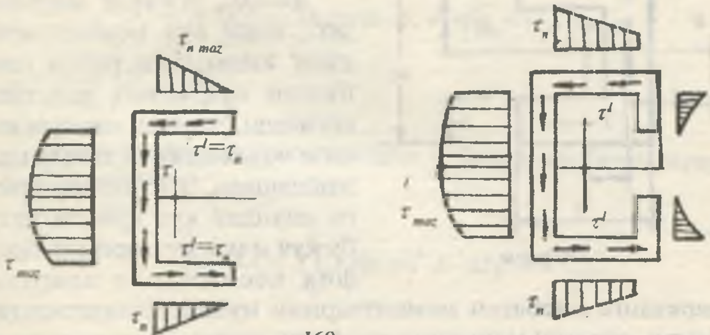
Уринма кучланишларнинг жуфтлик аломатига кўра қўштаврнинг деворига перпендикуляр юза — супачада ҳам кесимни нейтрал ўққа параллел йўналган уринма кучланишлар ҳосил бўлади ва қуйидаги формула билан топилади: $\tau_n = \dfrac{QS_y^0}{I_y t_n}$.

Қўштавр супачасидан ажратиб олинган y узунликдаги штрихланган юзанинг статик моментини топамиз (168-расм): $S_y^0 = yt\dfrac{H-t}{2}$.

Шунинг учун: $$\tau_n = \frac{Qy(H-t)}{2I_y} \qquad (6.17)$$

(6.17) формулада y биринчи даражада бўлганлиги учун τ_n супачанинг узунлиги бўйлаб тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. $У = 0$ бўлса, $\tau = 0$ ва $y = b_1$; $\tau_{n\,max} = \dfrac{Qb_1(H-t)}{2I_y}$. Демак, τ_n қўштавр супачасининг Z ўққа яқин юзасида энг катта қийматга эга экан (168-расм, τ_n эпюраси). Айрим кесимлар учун уринма кучланиш эпюраси 169-расмда кўрсатилган.

Олдинги мавзуда турли кесимларда уринма кучланишлар тўпламининг ҳосил бўлишини кўриб чиқдик. Айрим профилларда уринма кучланишларнинг оқими кесим юзасинингғ марказидан ўтади. Масалан: доира, тўғри тўртбурчак, қўштавр, учбурчак. Очиқ профилли айрим кесимларда (швеллер, бурчак, ҳалқасимон кесим ва ҳ.к. 169-расм) уринма кучланишларнинг тўплами профилнинг оғирлик марказидан ўтмайди.



169-расм.

ЭГИЛИШ МАРКАЗИ

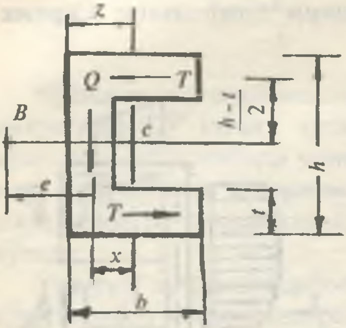
Кучланишлар тўплами кесимнинг оғирлик марказига нисбатан $M_б$ момент ҳосил қилади: $M_б = QX + \mathrm{T}(h - t)$, бу ерда: $x = Z_0 - \frac{d}{2}$

$$\mathrm{T} = \frac{\tau_{\max n} + 0}{2} t h_1 = \frac{Q b_1^2 (h - t)}{4 I_y} t$$

$M_б$ — буровчи момент таъсирида очиқ профилли элемент буралади. Натижада элемент эгилиш билан бирга буралишга ҳам учрайди. Очиқ профилли элементнинг кучланганлик ҳолати мураккаблашади. Агар уринма кучланишларнинг тенг таъсир қилувчилари Q — кўндаланг куч ва T — тангенциал кучларнинг кесимдан ташқаридаги бирор нуқтага нисбатан моментларини нолга тенглаштириб, $M_б$ буровчи моментни мувозанатлаштирилса, очиқ профилли элементнинг буралишини чеклаб қўйиш мумкин:

$$\sum M_б = Q\ell - T(h - t) = 0, \text{ бу ерда:}$$

$$\ell = \frac{T(h-t)}{Q} = \frac{b_1^2(h-t)(h-t)}{4I_y}t \qquad (6.18)$$

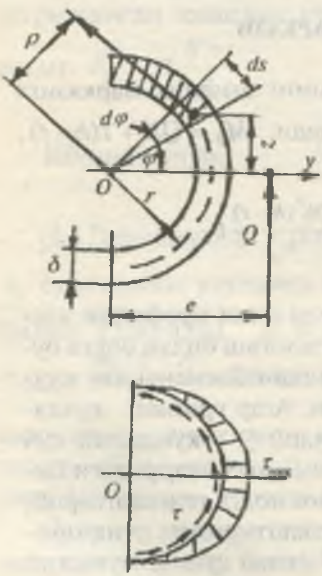


170-расм.

Бу нуқта эгилиш маркази дейилади ва Q кўндаланг кучдан ℓ масофада жойлашади.

Демак, эгилиш маркази деб, ички куч моментларининг йиғиндиси нолга тенг бўлган нуқтанинг ҳолатига айтилади. Эгилиш маркази кесим юзасидан ташқарида жойлашади. Эгилиш марказига шундай куч қўйиладики, бу куч ички кучларнинг профил кесимининг оғирлик марказига нисбатан моментларини мувозанатлаштиради. Демак, эгилиш марказига нисбатан ташқи ва ички кучлар моментларининг йигиндиси нолга тенг бўлар экан.

Масала. Вертикал текисликда эгилишга учрайдиган юпқа деворли ҳалқасимон кесимли балканинг оғирлик марказини топинг. Ярим ҳалқасимон кесимнинг радиуси $r = 25$ см, қалинлиги $\delta = 0{,}25$ см. $Q = 70$ кН кўндаланг куч таъсиридан кесимнинг уринма кучланиш эпюрасини қуринг (171-расм).



171-расм.

Ечиш. Кесимдаги барча уринма кучларнинг тенг таъсир қилувчисини кўндаланг куч Q деб қабул қиламиз. Ярим ҳалқасимон кесимдан ажратилган элементар юзачадаги уринма куч: $dT = \tau \cdot dA = \tau \cdot \delta . dS$ ни O нуқтага нисбатан моменти Q кучнинг шу нуқтага нисбатан моментига тенг бўлади, яъни:

$$Q\ell = \int^{S} dT \cdot \rho = \int^{S} \tau \cdot \delta \cdot dS\rho = \int^{S} \frac{QS_y^0}{I_y\delta}\delta \cdot \rho \cdot dS$$

Чизмадан $\rho = r$; $dS = rd\varphi$ ва ажратилган элементар юзанинг y ўқига нисбатан статик моменти:

$$S_y^0 = \int^{A_0} ZdA = \int_{\varphi}^{\frac{\pi}{2}} r\sin\varphi \cdot \delta \cdot r \cdot d\varphi = r^2\delta\cos\varphi$$

ва $\ell = \frac{1}{I_y}\int_y^S S_y^0\rho \cdot dS$.

Ярим ҳалқасимон кесимнинг y ўқига нисбатан инерция моменти:

$$I_y = \int^{A} Z^2 dA = 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} (r\sin\varphi)^2\,\delta \cdot rd\varphi = \frac{\pi \cdot r^3\delta}{2}$$

У ҳолда: $\ell = \frac{1}{I_y}\int^{S} S_y^0\rho dS = \frac{2}{I_y}\int_0^{\frac{\pi}{2}} r^2\delta\cos\varphi \cdot r \cdot rd\varphi = \frac{2r^4\delta}{I_y} = \frac{4r}{\pi}$

Демак, ярим ҳалқасимон кесимнинг эгилиш маркази O нуқтадан $\ell = \frac{4r}{\pi}$ масофада жойлашган С нуқтада бўлади.

Кесимнинг исталган нуқтасидаги уринма кучланишни топамиз: $\tau = \frac{QS_y^0}{I_y\delta} = \frac{Q \cdot r^2\cos\varphi}{I_y} = \frac{2Q\cos\varphi}{\pi \cdot r\delta}$

Энг катта уринма кучланиш:

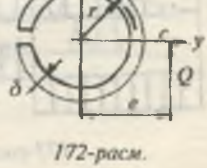
$$\tau_{max} = \frac{2Q}{\pi \cdot r\delta} = \frac{2 \cdot 7000}{3{,}14 \cdot 25 \cdot 0{,}25} = 715\,кг/см^2$$

Кесилган ҳалқа учун ℓ ни топамиз:

$S_y = r^2\delta(1-\cos\varphi)$

$I_y = \pi \cdot r^3\delta$

У ҳолда: $\ell = 2r$ ҳосил бўлади.



172-расм.

6.5 БАЛКАЛАР МУСТАҲКАМЛИГИНИ БОШ КУЧЛАНИШЛАР БЎЙИЧА ТЕКШИРИШ

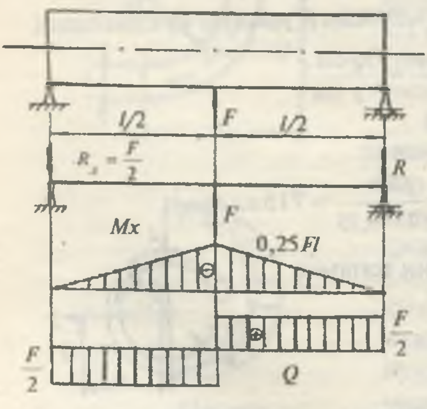
Эгилаётган балканинг кўндаланг кесим юзасида нормал σ ва уринма кучланиш τ ҳосил бўлишини кўриб ўтган эдик. Нормал кучланишнинг энг катта қиймати балка кесимининг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган нуқталарида, яъни кесимнинг четки нуқталарида ҳосил бўлади. Бу нуқталарда уринма кучланиш нолга тенг. Уринма кучланиш энг катта қийматга эришган балканинг нейтрал қатламида жойлашган материалида нормал кучланиш нолга тенг. Шунинг учун кесимнинг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган толаларининг мустаҳкамлиги нормал кучланишлар бўйича таъминланади:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leq [\sigma]$$

Балка кесимининг нейтрал қатламида жойлашган материалнинг мустаҳкамлиги эса уринма кучланишлар бўйича таъминланади:

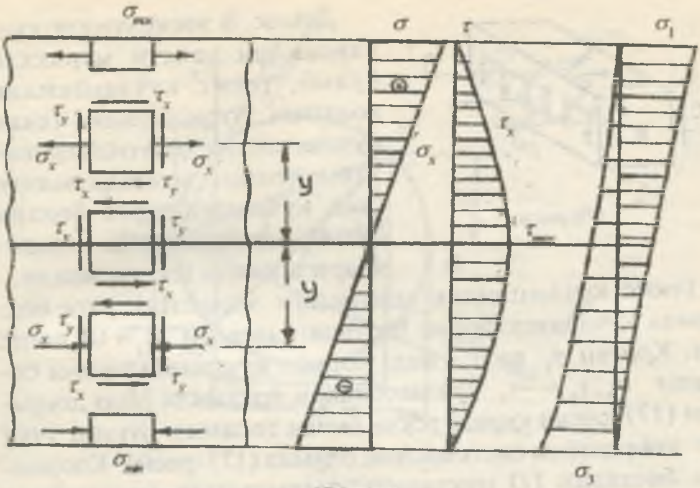
$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_{max}}{I_x d} \leq [\tau]$$

Балка кесимининг нейтрал ўқидан *У* масофада жойлашган материалининг (ажратилган В элемент, 174-расм) мустаҳкамлигини нормал кучланишлар бўйича ҳам, уринма кучланишлар бўйича ҳам таъминлаш мумкин эмас.



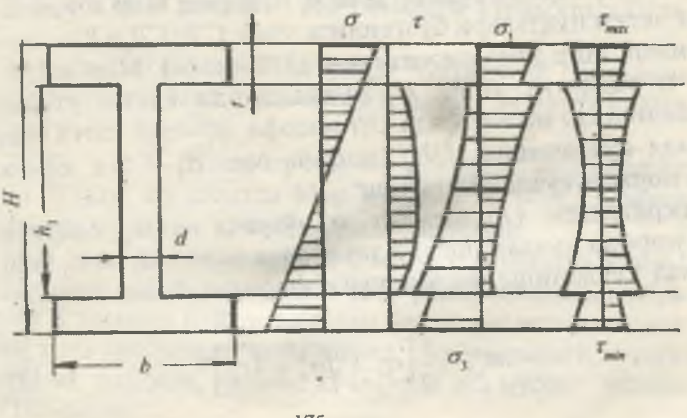
173-расм.

Чунки *В* элементда σ ва τ лар нолдан фарқли бўлганлиги учун бу элементнинг мустаҳкамлиги юқорида келтирилган эгилишдаги нормал ва уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамлик шартларига бўйсунмайди.

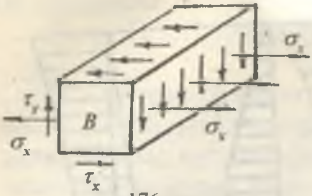


174-расм.

Ажратилган *B* элементнинг олд қисми — балканинг ён сиртига устма-уст тушади ва бу юза нормал ва уринма кучланишлардан озод, шунинг учун бу юзача бош юза. *B* элементнинг вертикал юзалари σ_x ва τ_y кучланишлари, горизонтал юзаси эса фақат τ_x уринма кучланиши таъсирида бўлади.



175-расм.



176-расм.

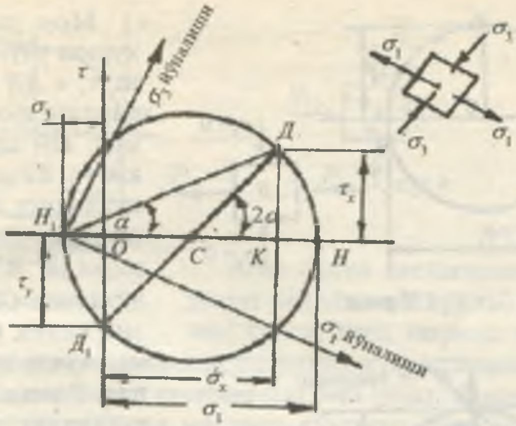
Демак, В элементнинг кучланганлик ҳолати мураккаб бўлиб, текис кучланганлик ҳолатига тўғри келади. Текис кучланганлик ҳолатида бўлган элементнинг мустаҳкамлиги бош кучланишларга боғлиқ бўлиб, мустаҳкамлик назариялари асосида текширилади.

Текис кучланганлик ҳолатидаги элементда учта бош нормал кучланишлардан биттаси (масалан, $\sigma_x = 0$) нолга тенг. Қолган σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларини берилган $\sigma_x; \tau_x = -\tau_y$ кучланишлари ёрдамида Мор доирасини (177-расм) қуриш усули билан топамиз. Бунинг учун $\sigma o \tau$ координата системасини оламиз (177-расм). Координата бошидан (O нуқтадан) кучланишлар масштабида $\sigma_x = OK$ масофа, K нуқтадан σ ўқига перпендикуляр текисликда мусбат ишорали уринма кучланиш $\tau_x = KД$ жойлаштирилади. В элементнинг горизонтал юзадаги нормал кучланиш $\sigma_y = 0$ бўлганлиги учун бу нормал кучланиш $\sigma o \tau$ координата системасининг нуқтасида жойлашади.

O нуқтадан τ ўқининг манфий томонига $\tau_y = OД_1$ кучланишини жойлаштириб, $Д_1$ нуқтани ҳосил қиламиз. $Д$ ва $Д_1$ нуқталарни бирлаштирсак, Мор доирасининг маркази С нуқта ҳосил бўлади. $Д$ ва $Д_1$ нуқталар Мор доирасининг четки нуқталари бўлганлиги учун $СД = СД_1 = R$ радиуси билан Мор доираси чизилади (177 - расм). Мор доираси σ ўқининг H ва H_1 нуқталарида кесиб ўтади. Кучланишлар масштабида OH масофа σ_1— энг катта бош нормал кучланишга, OH_1 масофа эса σ_3— энг кичик бош нормал кучланишга тенг.

Ажратилган (B) элемент σ_1 чўзувчи ва σ_3 сиқувчи бош нормал кучланишлари таъсирида экан. σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлари қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau_x^2}\right] \qquad (6.19)$$



177-расм.

(6.19) формуладан кўринишича, σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишлари σ_x ва $\tau_x = -\tau_y$ кучланишларининг қийматларига боғлиқ экан. σ_x нормал ва $\tau_x = -\tau_y$ уринма кучланишлари эса *-B-* элемент балка кесимининг нейтрал қатламидан қандай масофада (у) жойлашишига боғлиқ.

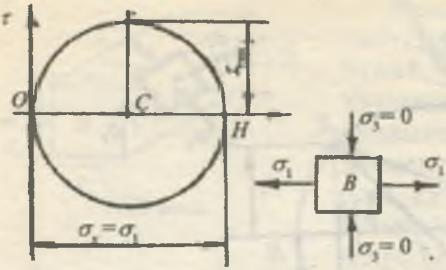
Агар, $y = y_{max}$ бўлса, $\sigma_x = \sigma_{max}$ ва $\tau_x = 0$

У ҳолда Мор доираси 178-расмдаги кўринишда бўлади.

Ажратилган (*B*) элемент фақат чўзувчи σ_1 бош нормал кучланиши таъсирида бўлади, чунки бу нуқта сиқилмайди, яъни: $\sigma_3 = 0$.

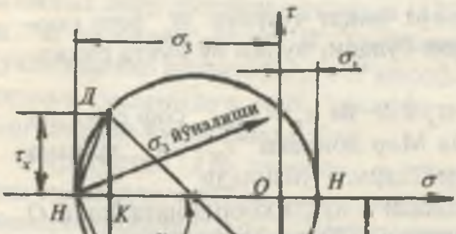
Агар, $y = 0$ бўлса, $\sigma_x = 0$ ва $\tau_x = \tau_{max}$ соф силжиш ҳосил бўлади. Бу ҳолатда Мор доираси $\tau_x = -\tau_y$ уринма кучланишларининг қийматларида чизилади.

Мор доирасининг маркази *C* нуқта координата боши *O* нуқта билан устма-уст тушади (179-расм). Балкадан ажратилган *B* элемент нейтрал қатлам билан энг четки сиқиладиган тола оралиғида жойлашсин. Бу нуқтадаги нормал кучланиш манфий, уринма кучланиш эса мусбат ишорали (180-расм).



178-расм.

179-расм.

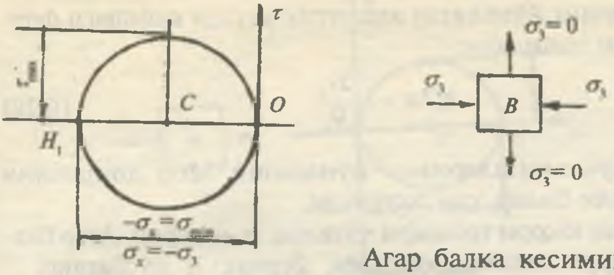


180-расм.

Мор доирасини қуриш учун $\sigma_x = OK$ ва $\tau_x = КД$ масофалардан фойдаланамиз. OH масофа энг катта бош нормал кучланиш σ_1 га тенг. σбош кучланиш таъсирида B элемент чўзилади. OH_1 масофа энг кичик бош нормал кучланиш σ_3 га тенг. B элемент σ_3 бош кучланиш таъсирида сиқилади. $\sigma = \sigma_{min}$ ва $\tau_x = 0$ бўлган нуқта атрофида ажратилган элементга таъсир қилаётган бош нормал кучланишларни топамиз.

Бу элемент сиқиладиган толаларда жойлашганлиги учун нормал кучланиш манфий ишоралидир.

Шунинг учун Мор доираси $\sigma o \tau$ координата ўқининг тўлиқ чап, яъни манфий томонида чизилади. (6.19) формула асосида ёки Мор доираси ёрдамида топилган бош кучланишлар балка кесимининг баландлиги бўйлаб ўзгариш графикаси қурилади (182-расм).



181-расм.

Агар балка кесимининг эни унинг баландлиги бўйлаб ўзгармас бўлса, бош нормал кучланишларнинг эпюраси силлиқ ўзгарувчи эгри чизиқдан иборат бўлади. Агар балка кесимининг эни унинг баландлиги бўйлаб ўзгарувчан бўлса, масалан, қўштавр, швеллер, бурчаксимон элемент ва ҳ.к. кесим энининг ўзгариш нуқтасида σ_1 ва σ_3 эпюраларида сакраш бўлади (175-расм). Юқорида келтирилган балканинг юқори толалари чўзилишга, пастки толалари эса сиқилишга учраяпти. Шунинг учун мусбат ишорали нормал кучланиш ва σ_1 бош нормал кучланиш эпюралари вертикал чизиқнинг (174-расм) ўнг томонида жойлашади. Агар, балка кесимининг юқори толалари чўзилса, Мор доираси σ ўқининг мусбат томонида жойлашади. Бу нуқта фақат σ_1 бош нормал кучланиш таъсирида бўлиб, бу нуқтада $\sigma_3 = 0$. Кучланиши текширилаётган нуқта чўзиладиган толадан сиқиладиган толалар томонга ҳаракат қилаверса, Мор доираси ҳам σ ўқнинг мусбат томонидан манфий ишорали томонига ўта бошлайди. Бу ҳолатда σ_1 бош кучланиш камайиб боради, σ_3 бош кучланиш эса катталашади (182-расм).

Балканинг юқори толалари чўзиладиган оралиғида эгувчи моментнинг ишораси манфий бўлади. Лекин, эгувчи моментнинг ишораси нормал кучланишнинг ишораси ёки йўналишига таъсир қилмайди. 182-расмда балканинг хавфли кўндаланг кесимининг баландлиги бўйлаб бир чизиқ устида ётган бир нечта нуқталар учун Мор доирасини қуриш усули билан бош кучланишларнинг қиймати ва йўналиши кўрсатилган. 183-расмда эса, балканинг бўйлама кесимидаги бир нечта нуқталар учун бош нормал кучланишларнинг қиймати ва йўналиши кўрсатилган. Бош кучланишларнинг йўналиши аналитик усулда қуйидаги формула билан топилади:

$$tg2\alpha = -\frac{2\tau_x}{\sigma_x} \tag{6.20}$$

Бош кучланишларнинг йўналиши Мор доирасини қуриш усули билан ҳам топилади.

Балкани юқори толалари чўзилса, α манфий. Агар балканинг юқори толалари сиқилса, бурчак α мусбатдир.

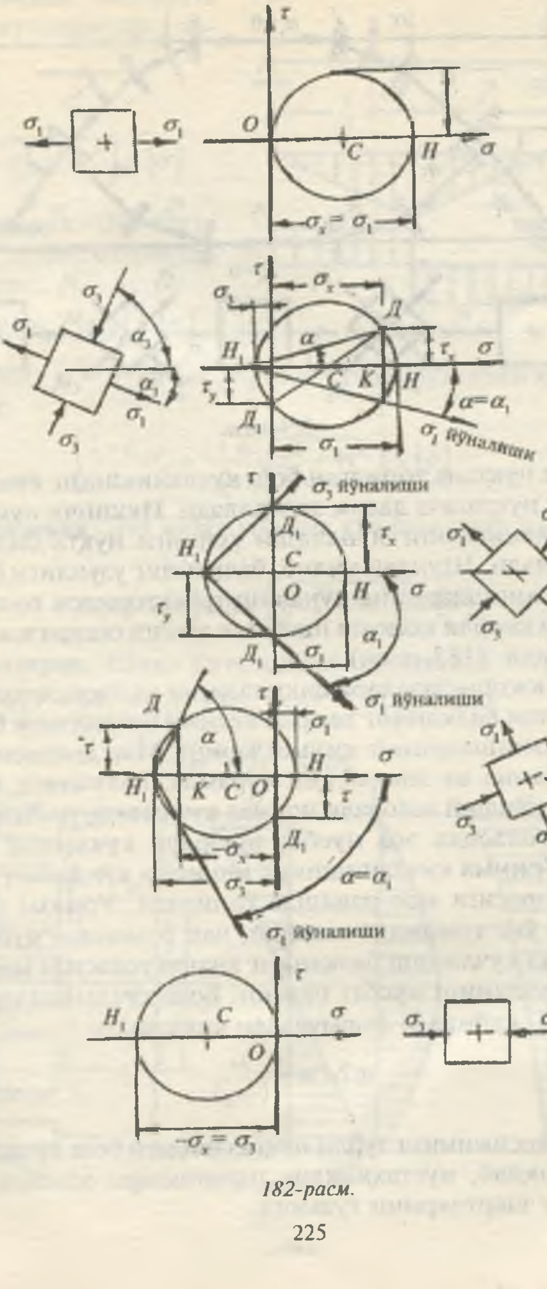
Агар α бурчак манфий бўлса, энг катта бош нормал кучланишнинг (σ_1) йўналиши абсцисса ўқидан соат стрелкасининг ҳаракат йўналиши бўйлаб жойлаштирилади.

Балка кесимининг I нуқтаси (182-расм) фақат σ_1 бош нормал кучланиш таъсирида ($\sigma_3 = 0$) уринма кучланиш нолга тенг. Шунинг учун (6.20) формулага асосан, $\alpha_1 = 0$. Демак, чўзувчи σ_1 бош нормал кучланиш абсциссанинг устига тушади.

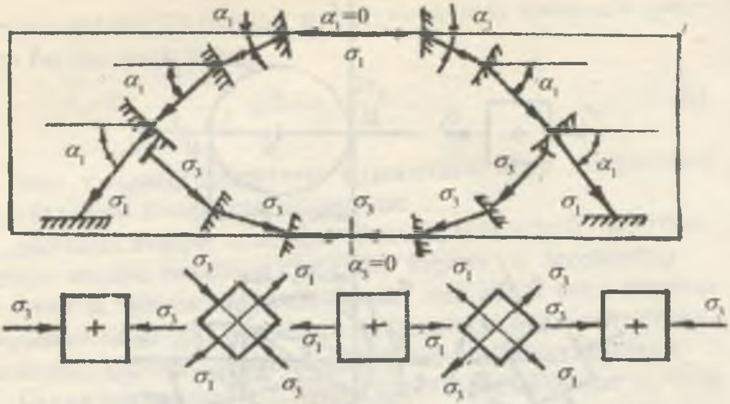
II нуқтадаги бош нормал кучланишнинг йўналишини топиш учун Мор доирасидаги H_1 ва $Д$ нуқталар тўғри чизиқ билан туташтирилади. $H_1Д$ чизиқ абсцисса билан α бурчакни ҳосил қилади. (6.20) формулага асосан α бурчакнинг ишораси манфий. Шунинг учун α бурчакни абсцисса ўқидан соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига мос жойлаштирилади.

Ҳосил бўлган чизиқ II нуқтадаги σ_1 бош нормал кучланишнинг йўналишидир. σ_3 бош нормал кучланиш σ_1 нинг йўналишига перпендикуляр юзада таъсир қилади. Демак, II нуқта атрофидан ажратиб олинган элемент соат стрелкасининг ҳаракат йўналишига мос айланар экан.

III ва IV нуқталарда ҳам σ_1 бош нормал кучланишнинг йўналиши шу усулда топилади. V нуқтада (6.20) формулага асосан α_1=90° ҳосил бўлади. Бу нуқтада фақат σ_3 бош нормал кучланиш таъсир қилади. σ_3 нинг абсциссага нисбатан жойлашиш бурчаги σ_3= 0 бўлади. Балканинг узунлиги бўйлаб σ_1 ва σ_3 бош нормал кучланишларининг траекториясини аниқлаш мумкин (183-расм). Бунинг учун балканинг узунлиги бўйлаб бир нечта нуқталарнинг ўринлари танлаб олинади. Нуқталар нейтрал қатламдан турли масофаларда жойлашиши керак.


τ
σ_1
σ_1
O
C
H
σ
$\sigma_x = \sigma_1$
σ_3
σ_1
α_3
α_1
σ_1
σ_3
σ_x
Д
H_1
α
τ_x
σ
C K H
τ_y
$\alpha = \alpha_1$
$Д_1$
σ_1
σ_1 йўналиши
σ_3 йўналиши
$Д_1$
H_1
τ_x
C
O
H
σ
τ_y
α_1
$Д_1$
σ_3
σ_1 йўналиши
σ_3
σ_1
α_1
σ_3
σ_1
Д
α
σ_1
τ
σ
H
H_1
K C O
τ
$Д_1$
$-\sigma_x$
σ_3
$\alpha = \alpha_1$
σ_1 йўналиши
σ_1
σ_3
σ_3
α_1
σ_1
τ
H_1
C
σ
O
$-\sigma_x = \sigma_3$
σ_3
σ_3

182-расм.



183-расм.

Битта нуқтада топилган бош кучланишнинг йўналиши иккинчи нуқтагача давом эттирилади. Иккинчи нуқтадаги бош кучланишнинг йўналиши кейинги нуқта билан туташтирилади. Шундай қилиб, балканинг узунлиги бўйича бош кучланишларнинг йўналиш траекторияси топилади. Бу масала хавфли кесимга нисбатан амалга оширилса осонроқ ечилади (183-расм).

Энди юқори толалари сиқиладиган ва пастки толалари чўзиладиган балканинг хавфли кесими баландлиги бўйлаб бош кучланишларнинг қийматларини Мор доираси ёрдамида топамиз ва эпюрасини қурамиз. Балканинг юқори толасида манфий ишорали нормал кучланиш, пастки чўзиладиган толасида эса мусбат ишорали кучланиш ҳосил бўлади. Уринма кучланишнинг ишораси кўндаланг куч Q нинг ишорасига мос равишда топилади. Уринма кучланишнинг ўнг томонида манфий, чап томонида мусбат.

Нормал кучланиш балканинг юқори толасида манфий, уринма кучланиш мусбат бўлсин. Бош кучланишларнинг йўналиши қуйидаги формуладан аниқланди:

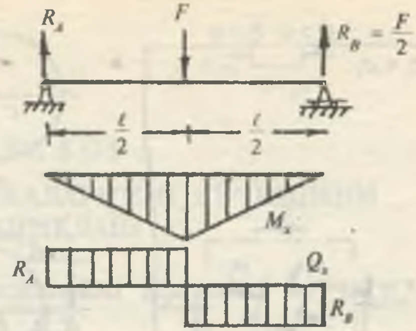
$$tg2\alpha = -\frac{2\tau}{(-\sigma_x)}$$

Балка кесимининг турли нуқталаридаги бош кучланишларни аниқлаб, мустаҳкамлик назариялари асосида мустаҳкамлик шартларини тузамиз:

I назария. Энг катта нормал кучланишлар назарияси:

$\sigma_1 \leq [\sigma]$;

$$\frac{1}{2}\left[\sigma_x + \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}\right] \leq [\sigma]$$



184-расм.

II назария. Энг катта нисбий деформациялар назарияси:

$$\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)\right] \leq [\sigma]$$

Бу ерда: $\sigma_2 = 0$ ва σ_1, σ_3 бош кучланишларни ҳисобга олсак:

$$\left[\frac{1-\mu}{2}\sigma_x + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}\right] \leq [\sigma]$$

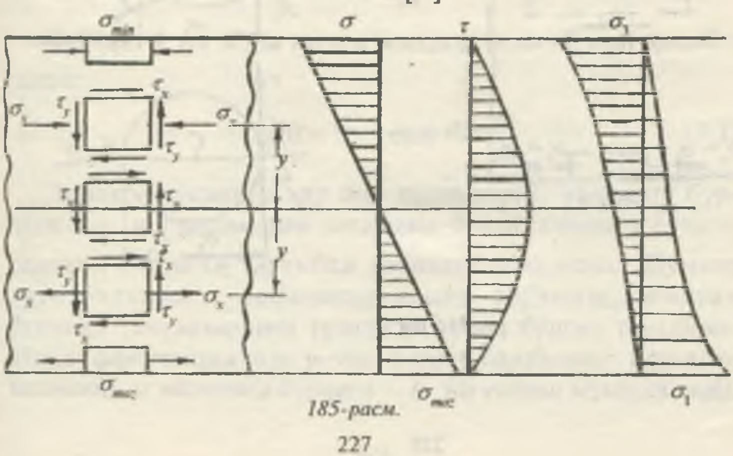
III назария. Энг катта уринма кучланишлар назарияси:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma] \text{ ёки } \left[\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}\right] \leq [\sigma]$$

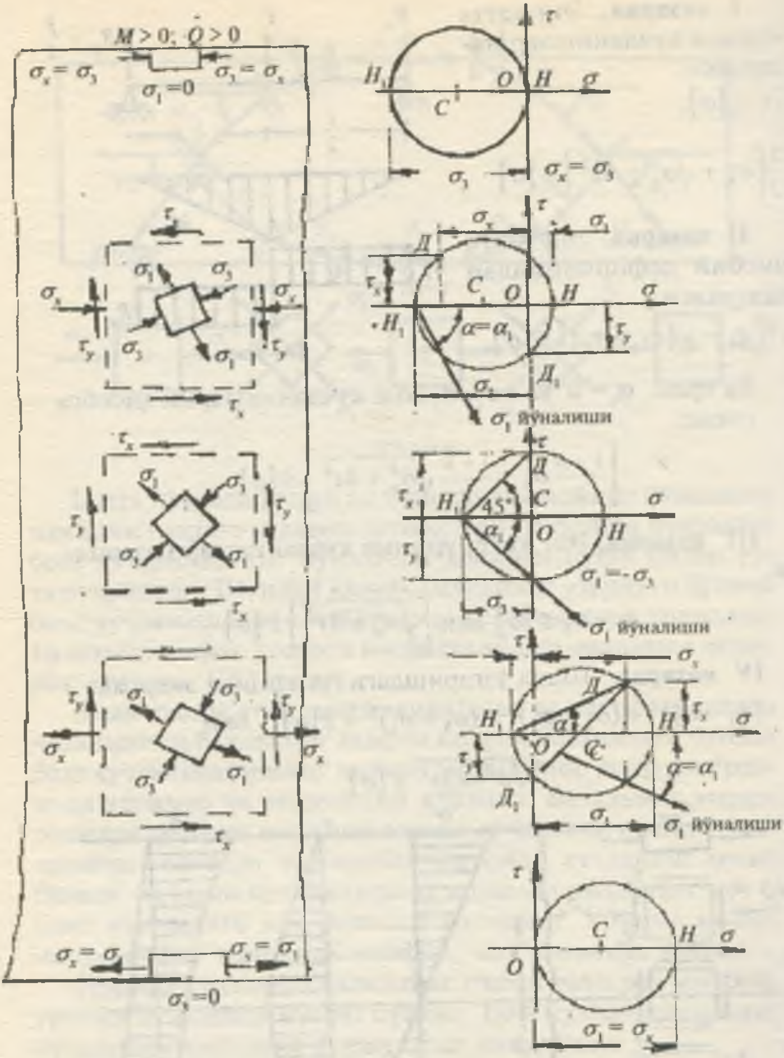
IV назария. Шакл ўзгаришдаги потенциал энергия:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2[\sigma]^2 \text{ ёки}$$

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq [\sigma]$$



185-расм.



$M > 0;\ Q > 0$
$\sigma_x = \sigma_3$
$\sigma_3 = \sigma_x$
$\sigma_1 = 0$
τ
H_1
O
H
σ
C
σ_3
$\sigma_x = \sigma_3$
σ_x
$Д$
τ_x
C_x
$\alpha = \alpha_1$
τ_y
$Д_1$
σ_1 йўналиши
$45°$
$\sigma_1 = -\sigma_3$
σ_1
$\sigma_x = \sigma_1$
$\sigma_3 = 0$
$\sigma_1 = \sigma_x$
$Д_2$

186-расм.

VII Б О Б

ЭГИЛИШДА БАЛКАЛАРНИНГ КЎЧИШИНИ АНИҚЛАШ

7.1. САЛҚИЛИК ВА КЕСИМНИНГ АЙЛАНИШ БУРЧАГИ

Балкани бирор инерция ўқи текислигида ташқи куч билан юкланса, унинг ўқи шу инерция ўқи текислигида эгри бўлади, яъни текис эгилиш содир бўлади. Унда B нуқта B_1 ҳолатга кўчади (187-расм). Бу кўчиш F куч йўналишида содир бўлиб, балканинг салқилиги дейилади. Салқилик $У$ ҳарфи билан белгиланади. Балка эгри ўқининг тенгламаси $У = f(x)$. Эгилишгача текис бўлган балканинг кесими деформациядан кейин ҳам текислигича қолиб, ўзининг бошланғич ҳолатига нисбатан θ бурчакка айланади. Шунинг учун бурчак балка θ кесимининг айланиш бурчаги дейилади. $У$ ва θ абсциссанинг функциясидир. Балканинг ҳар бир кесими учун $У$ билан θ орасида математик боғланиш бор:

$$tg\theta = \frac{dy}{dx}$$

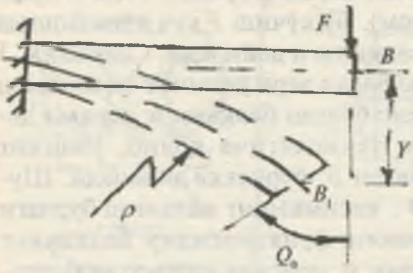
Бурчак θ ни жуда кичик миқдор эканлигини ҳисобга олсак:

$$tg\theta = \theta \quad \text{ёки } \theta = \frac{dy}{dx} \tag{7.1}$$

Демак, балканинг ҳар бир кесимининг айланиш бурчаги — θ шу кесимдаги салқилик $У$ дан абсцисса бўйича олинган биринчи тартибли ҳосилага тенг экан. Шунинг учун балканинг деформациясини ўрганиш, эгилган ўқининг тенгламасини тузиш ва ҳосил бўлган тенгламадан дифференциялаш усули билан балканинг исталган кесимининг айланиш бурчаги — θ ни топиш мумкин экан.

7.2. БАЛКА ЭГИЛИШ ЎҚИНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИ

Салқилик — $У$ ни абсцисса функцияси кўринишида ҳосил қилиш учун балканинг деформациясини ташқи куч билан боғлаш керак. Шундай боғланиш, биринчидан, балканинг эгрилик радиуси билан эгувчи момент, балка материалининг эластиклик модули ва балка кесимининг инерция моменти орасидаги богланиш ва иккинчидан, эгрилик радиуси ρ билан унинг X ва $У$ координаталари орасидаги боғланишдир, яъни : $\frac{1}{\rho}=\frac{M}{EI}$



ів/-расм.

$$\frac{1}{\rho}=\pm\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3}}$$

У ҳолда:

$$\frac{M}{EI}=\pm\frac{\frac{d^2y}{dx^2}}{\sqrt{\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3}} \qquad (7.2)$$

(7.2) формула балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламаси. Амалиётда бурчак $\theta=\frac{dy}{dx}$ кичик миқдордир, шунинг учун унинг квадрати яна ҳам кичик бўлади. Демак, (7.2) формуладаги $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ ифодани бирга нисбатан ҳисобга олмасак ҳам бўлади.

У ҳолда:

$$\pm\frac{d^2y}{dx^2}=\frac{M}{EI} \quad \text{ёки} \quad EI\frac{d^2y}{dx^2}=\pm M \qquad (7.3)$$

Бу формула балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламаси дейилади. (7.3) тенгламанинг ишораси M эгувчи моментнинг ишорасига боғлиқ. Балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасидан салқилик тенгламаси $У = f\ (x)$ ни ҳосил қилиш учун (7.3) тенгламани интеграллаш керак.

(7.3) тенгламанинг биринчи интеграли: $EI\dfrac{dy}{dx} = \int Mdx + C$ ва иккинчи тартибли интеграли: $EI \cdot y = \int dx \int Mdx + CX + D$ кўринишда бўлади. Шундай қилиб, кесимнинг айланиш бурчаги:

$$\theta = \frac{1}{EJ}\left[\int Mdx + C\right] \qquad (7.4)$$

ва салқилик $y = \dfrac{1}{EI}\left[\int dx \int Mdx + CX + D\right]$ тенгламаларини ҳосил қиламиз.

Бу ерда C ва $Д$ интеграллаш доимийликлари.

Агар, $M = -FX$ бўлса, айланиш бурчаги ва салқилик тенгламалари қуйидагича кўринишга келади:

а) $\theta = \dfrac{1}{EI}\left[-F\dfrac{x^2}{2} + C\right]$ ва б) $y = \dfrac{1}{EI}\left[-F\dfrac{x^3}{6} + CX + D\right]$

Интеграллаш доимийлари C ва $Д$ ни топиш учун балка учларининг таяниш шартларидан фойдаланамиз: агар, $X = 0$ бўлса, (а) тенгламадан $\theta = \theta_B = \theta_O = \dfrac{C}{EI}$ ёки $C = \theta_O EI$ (в).

Демак, интеғраллаш доимийси C балка бошланғич кесимининг (187-расм) айланиш бурчаги θ_0 ни балканинг бикрлиги EI га кўпайтмасига тенг экан. (в) тенгламадан θ_0 бурчак номаълум бўлмаганлиги учун C ҳам номаълумлигича қолади. (б) тенгламадан $y = y_B = y_0 = \dfrac{D}{EI}$ ёки $D = I_0 EI$ (г)

Демак, интеграллаш доимийси $Д$ балка бошланғич нуқтасининг салқилиги y_o нинг балка бикрлиги EI га кўпайтмасига тенг экан. Агар, $x = \ell$ бўлса (187-расм), (а) тенгламадан $\theta = \theta_к = 0$ ва (б) тенгламадан $y = y_к = 0$ ҳосил бўлади. У ҳолда $C = \dfrac{F\ell^2}{2}$ ифодани ҳисобга олсак,

$D = \frac{F\ell^3}{6} - \frac{F\ell^2}{2} \cdot \ell = -\frac{F\ell^3}{3}$. *С* ва *Д* интеграллаш доимийларини (а) ва (б) тенгламаларга келтириб қўйсак:

$$\theta = \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^2}{2} + F\frac{\ell^2}{2}\right] \tag{7.5}$$

$$y = \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^3}{6} + F\frac{\ell^2}{2}x - \frac{F\ell^3}{3}\right] \tag{7.6}$$

ҳосил бўлади. Бу тенгламалардан *X* нинг турли қийматларида балканинг узунлиги бўйлаб θ ва *У* лар топилади.

7.3. БОШЛАНҒИЧ ПАРАМЕТРЛАР УСУЛИ

Узунлиги бўйлаб бир нечта оралиқлардан иборат бўлган ҳар қандай балка учун ҳам θ ва *У* ларни аниқлашда тақрибий дифференциал тенгламани татбиқ этиш фойдали бўлавермайди. Чунки, *n* та оралиқдан иборат балканинг деформациясини аниқлаш учун *n* та тақрибий дифференциал тенглама тузиш керак. Бу тенгламаларни интеграллаш натижасида 2*n* та интеграллаш доимийликлари ҳосил бўлади ва масалани ечиш мураккаблашади. Шунинг учун узунлиги бўйлаб иккита ва ундан кўпроқ оралиқлардан иборат балкаларда эластик эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини татбиқ этиш ва ундаги доимийларни аниқлаш анча мураккаб ва ноқулайдир.

Агар балканинг деформациясига таъсир қилмаган ҳолда унинг схемасини ўзгартиришда ва эластик эгилган ўқнинг дифференциал тенгламасини интеграллашда айрим чекланишларни қабул қилсак, дифференциал тенгламалардаги 2*n* та номаълумни 2 тага қадар камайтириш мумкин. Бунинг учун қуйидаги чекланишларни қабул қиламиз:

1) балкани *ХОУ* координата системасига жойлаштирамиз ва балканинг бошланғич нуқтасини аниқлаймиз;

2) балканинг оралиқ масофаларини координата бошидан маълум тартибда жойлаштирамиз;

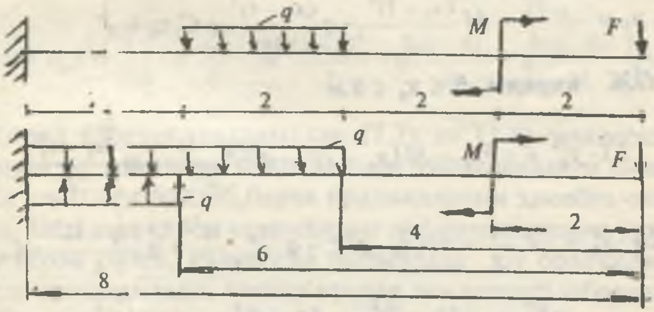
3) балканинг бирор оралиқдаги тақсимланган куч интенсивлигини таъсири, балканинг охиригача давом этмаса, балканинг шу оралиқларини ўзаро тенг ва қарама-қар-

ши йўналган т қсимланган куч интенсивлиги билан тўлдирамиз;

4) жуфт к моментини $M^{*}\ X^{0}$ кўринишда ёзамиз;

5) диффе циал тенгламани интеграллашда қавсларни очмаймиз Интеграллашни қуйидагича бажарамиз:

$$\int (x-a)^n dx = \frac{(x-a)^{n+1}}{\cdot}$$



188-расм.

Балканинг ҳ р бир оралиқлари учун эгилган ўқнинг дифференциал т нгламасини тузамиз ва интеграллаймиз:

OB қирқим. $0 \le x_1 \le 2\,м$

$$EI \cdot y_1^{//} = -Fx_1; \quad EI \cdot y^{/} = -F\frac{x_1^2}{2} + C_1$$

$$EI\ \ y_1 = -F\frac{x_1^3}{6} + C_1 x_1 + Д_1$$

***OK* қирқим**. $2 \le x_2 \le 4\,м$

$$EI\ \ y_2^{//} = -Fx_2 - M(x_2-2)^0;$$

$$EI \cdot y_2^{/} = -F\frac{x_2^2}{2} - M(x_2-2)^1 + C_2$$

$$EI \cdot y_2 = -F\frac{x_2^3}{6} - M\frac{(x_2-2)^2}{2} + C_2 x_2 + Д_2$$

***ОН* қирқим**. $4 \le x_3 \le 6\,м$

$$EI \cdot y_3^{\prime\prime} = -Fx_3 - M(x_3 - 2)^0 - q\frac{(x_3 - 4)}{2}.$$

$$EI \cdot y_3^{\prime} = -F\frac{x_3^2}{2} - F(x_3 - 2)^1 - q\frac{(x_3 - 4)^3}{6} + C_3$$

$$EI \cdot y_3 = -F\frac{x_3^3}{6} - M\frac{(x_3 - 2)^2}{2} - q\frac{(x_3 - 4)^4}{24} + C_3 x_3 + Д_3$$

***ОЖ* қирқим**. $6 \le x_4 \le 8\,м$

$$EI \cdot y_4^{\prime\prime} = -Fx_4 - M(x_4 - 2)^0 - q\frac{(x_4 - 4)^2}{2} + q\frac{(x_4 - 6)^2}{2}$$

$$EI \cdot y_4^{\prime} = -F\frac{x_4^2}{2} - M(x_4 - 2)^{\prime} - q\frac{(x_4 - 4)^3}{6} + q\frac{(x_4 - 6)^3}{6} + C_4$$

$$EI \cdot y_4 = -F\frac{x_4^3}{6} - M\frac{(x_4 - 2)^2}{2} - q\frac{(x_4 - 4)^4}{24} + q\frac{(x_4 - 6)^4}{24} + C_4 x_4 + Д_4$$

Интеграллаш доимийликларини аниқлаймиз:

$X_1 = 2$ м ва $X_2 = 2$ м бўлса, $y_1^{\prime} = y_2^{\prime}$ ва $y_1 = y_2$ ҳосил бўлади, яъни *ОВ* оралиқдан *КВ* оралиққа ўтиш кесимидаги айланиш бурчаклари ва салқиликлари тенг:

$$-F\frac{4}{2} + C_1 = -F\frac{4}{2} + C_2 \text{ ва}$$

$$-F\frac{8}{6} + C_1 \cdot 2 + Д_1 = -F\frac{8}{6} + C_2 \cdot 2 + Д_2$$

Шунинг учун $C_1 = C_2$ ва $Д_1 = Д_2$ шу усул билан $x_2 = 4$ м $= x_3$ да $y_2^{\prime} = y_3^{\prime}$ ва $y_2 = y_3$ тенгликлар асосида $C_3 = C_2$ ва $Д_2 = Д_3$ лар; $x_3 = 6$ м $= x_4$ да $y_3^{\prime} = y_4^{\prime}$ ва $y_3 = y_4$, шунинг учун $C_3 = C_4$ ва $Д_3 = Д_4$ тенгликлар ҳосил қилинади.

Демак, $C_1 = C_2 = C_3 = C_4 = C$ ва $Д_1 = Д_2 = Д_3 = Д_4 = Д$ кўринишда ҳамма интеграллаш доимийликлари ўзаро тенг эканлиги келиб чиқади. Тўртта оралиқдан иборат балканинг дифференциал тенгламаларини интеграллашда ҳосил бўлган саккизта номаълум интеграллаш доимийликлари иккитага келтирилади. Бу доимийликларни: $C = EI \cdot \theta_0$

ва $Д = EI \cdot y_0$ кўринишда, яъни балканинг бошланғич кесимини айланиш бурчаги θ_0 ва салқилиги $У_0$ орқали ифодалаш мумкин. Барча интеграллаш доимийликлари тенглигидан фойдаланиб балканинг охирги оралиқлари учун дифференциал тенгламани қуйидагича кўринишда ёзамиз:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^2}{2} - M(x-2)^{\prime} - q\frac{(x-4)^3}{6} + q\frac{(x-6)^3}{6}\right] \quad (7.7)$$

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^3}{6} - M\frac{(x-2)^2}{2} - q\frac{(x-4)^4}{24} + q\frac{(x-6)^4}{24}\right] \quad (7.8)$$

Ҳосил бўлган тенгламалар (7.7) ва (7.8) универсал формулалар дейилади. Формуланинг универсаллиги унинг балка узунлиги бўйлаб барча оралиқларини ҳисобга олишида. Балкани қайси оралиқнинг деформациясини ўрганиш керак бўлса, универсал формулада шу оралиқдаги кучлар қолдирилади; бошқа кучлар эса ташлаб юборилади. Балканинг барча оралиқлари учун θ_0 ва $У_0$ лар умумийдир.

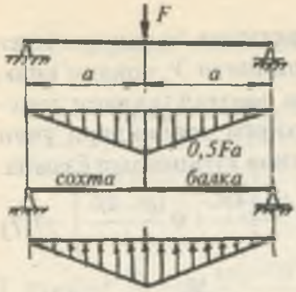
7.4. ЭГИЛИШДА КЎЧИШНИ ТОПИШНИНГ ГРАФОАНАЛИТИК УСУЛИ

Графоаналитик усул билан балкани танланган кесимининг салқилиги ва айланиш бурчагини аниқлаш мумкин. Бу услнинг аналитик томони балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасига асосланган, яъни:

$$\frac{d^2(EI \cdot y)}{dx^2} = EI\frac{d^2 y}{dx^2} = M \quad (7.9)$$

Бу ерда: M — берилган балканинг эгувчи моменти (189-расм).

Масаланинг график томонини ёритиш учун сохта балка ва сохта куч тушунчаларини киритамиз. Сохта балка ҳақиқий балкадан фарқ қилади ва у сохта куч интенсивлиги q_f, яъни ҳақиқий балка эгувчи моментининг эпюраси билан юклаймиз. Демак, сохта куч миқдор жиҳатдан эгувчи моментга тенг экан, яъни: $M = q_f$. Сохта куч интенсивлиги — q_f ҳақиқий балканинг эгувчи моменти қонунияти билан ўзгаради.



189-расм.

Сохта куч интенсивлиги билан сохта эгувчи момент орасидаги дифференциал боғланишни ҳақиқий балкадаги M ва q орасидаги боғланиш асосида ёзамиз:

$$\frac{d^2 M_f}{dx^2} = q_f \qquad (7.10)$$

$M = q_f$ тенгликни ҳисобга олсак, (7.9) ва (7.10) тенгламаларни солиштириб қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

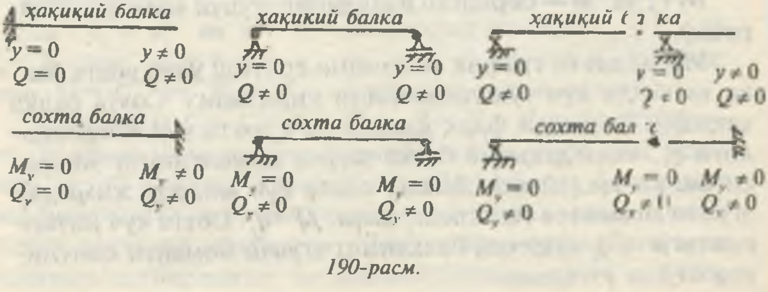
$$\frac{d^2(EI \cdot y)}{dx^2} = \frac{d^2 M_f}{dx^2} \qquad (7.11)$$

(7.11) формулани интеграллаб, ихтиёрий ўзгармас чап ва ўнг томон интеграллаш доимийларини ўзаро тенглаштирсак, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\frac{d(EI \cdot y)}{dx} = EI\theta \frac{dM_f}{dx} \text{ ва } EI \cdot y = M_f$$

Берилган ташқи куч таъсирида ҳақиқий балка ихтиёрий кесимининг айланиш бурчаги — θ сохта балканинг шу кесимидаги кўндаланг кучнинг ҳақиқий балканинг бикрлигига бўлинмасига тенг:

$$\theta = \frac{Q_f}{EI} \qquad (7.12)$$



190-расм.

Берилган ташқи куч таъсирида ҳақиқий балканинг ихтиёрий нуқтасининг салқилиги — $У$, сохта балканинг шу нуқтасидаги эгувчи момент M_f нинг ҳақиқий балканинг бикрлиги бўлинмасига тенг:

$$y = \frac{M_f}{EI} \qquad (7.13)$$

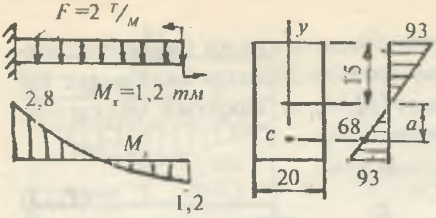
Ҳақиқий балканинг танланган кесимининг айланиш бурчаги ва салқилигини аниқлаш учун сохта балканинг шу кесимидаги сохта кўндаланг куч ва сохта эгувчи моментини аниқлаш керак экан. Сохта балкани танлаш шартлари 190-расмда кўрсатилган.

Савол ва топшириқлар

1. Соф эгилиш деб нимага айтилади?
2. Соф эгилишга мисоллар келтиринг.
3. Нейтрал қатлам деб қандай материалга айтилади?
4. Эгилишда нормал кучланиш формуласини ёзинг.
5. Эгилишда нормал кучланиш балка кесимининг юзасида қандай қонуният билан ўзгаради?
6. Эгилишда уринма кучланиш формуласини ёзинг?
7. Эгилишда уринма кучланиш балка кесимининг юзасида қандай қонуният билан узгаради?
8. Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти формуласини ёзинг.
9. Эгилишда уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти формуласини ёзинг?
10. Тенг қаршилик кўрсатувчи балкалар деб нимага айтилади?
11. Балка кесимининг айланиш бурчаги ва салқилиги нима?
12. Эгилиш деформацияси қандай усуллар билан топилади?
13. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини ёзинг.
14. Универсал формулани ёзинг.

1-масала. Берилган балка учун эгувчи момент эпюраси қурилсин; хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланиш ва шу кесимдаги С нуқтанинг кучланиши топилсин.

Ечиш. $M_x = M_0 - q\frac{x_2}{2}$ тенгламадан $x = 0$ да $M_x = 1,2$ тм,



191-расм.

$x = 1{,}09\,м$, $M_x = 0$ ва

$x = 2\,м$; $M_x = 2{,}8$ тм

ҳосил қиламиз. Кесимнинг x ўқига нисбатан қаршилик моментини топамиз:

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{0{,}2(0{,}3)^2}{6} = 3 \cdot 10^{-3}\ м^3$$

Энг катта эгувчи момент балканинг таянч кесимида ҳосил бўлади:

$$M_{\max} = 2{,}8\,тм = 28\,кНм \text{ ва}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{28}{3 \cdot 10^{-3}} = 9{,}3 \cdot 10^3\ \frac{кН}{м^2}$$

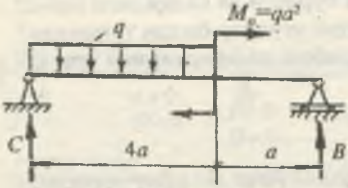
C нуқта балка кесимининг ўқидан

$y - a = \frac{h}{2} - 4 = 11\,см = 0{,}11\,м$ масофада жойлашган.

$$\sigma_c = \frac{-M_{\max}}{I_x} \cdot 0{,}11 = \frac{28 \cdot 0{,}11}{4{,}5 \cdot 10^{-4}} = -0{,}684 \cdot 10^{11}\ \frac{кН}{м^2}$$

Бу ерда: $I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{0{,}2(0{,}3)^3}{12} = 4{,}5 \cdot 10^{-4}\ м^4$

2-масала.



192-расм.

Узунлиги $\ell = 3\,м$ бўлган тўғри бурчакли кесимли балка 192-расмда кўрсатилгандек юкланган.

Ўлчамлари $h = 0{,}2$ м, $b = 0{,}12$ м бўлган балканинг хавфли кесимдаги энг катта нормал кучланиши $\sigma_{\max} = 1{,}21\frac{кН}{м^2}$ дан фойдаланиб, тақсимланган куч интенсивлиги — q топилсин.

Ечиш. Реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_c = q4a \cdot \frac{4a}{2} + M_0 - B5a = 0; \qquad B = \frac{9}{5} q \cdot a$$

$$\sum M_B = C \cdot 5a - q4a\left(\frac{4a}{2} + a\right) + M = 0; \quad C = \frac{11}{5} q \cdot a$$

M_x ва Q тенгламаларни тузамиз:

$$M_x = c \cdot x - q\frac{x^2}{2} \qquad \text{ва} \qquad Q = c - qx$$

Балкани Q = 0 бўлган нуқтасида $M_x = M_{max}$. Шунинг учун $Q = 0$ нуқтанинг координатаси — x ни топамиз. $C - qx = 0$ ёки:

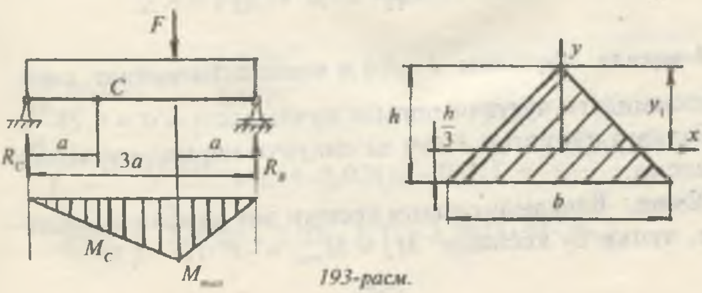
$$x = \frac{c}{q} = \frac{11 \cdot q \cdot a}{5q} = \frac{11a}{5}$$

У ҳолда: $$M_{max} = C \cdot \frac{11a}{5} - q\frac{\left(\frac{11}{5}a\right)^2}{2} = 2{,}42qa^2$$

Балка хавфли кесимининг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} = \frac{2{,}42qa^2}{\frac{bh^2}{6}} = 1{,}21\frac{кН}{м^2}$$

Бу ерда: $$q = \frac{1{,}21 \cdot b \cdot h^2}{2{,}42 \cdot 6 \cdot a^2} = \frac{1{,}21 \cdot 0{,}12 \cdot (0{,}20)^2}{2{,}42 \cdot 6 \cdot 1} = 4 \cdot 10^{-4}\frac{кН}{м}$$



193-расм.

3-масала.

F куч таъсиридан балка кесимининг C нуқтасида ҳосил бўлган нормал кучланиш $\sigma_c = 3\,\frac{кН}{м^2}$. Балканинг $M = M_{max}$ бўлган хавфли кесимидаги абсолют қиймати энг катта бўлган нормал кучланиш топилсин.

Ечиш. Реакция кучлари $R_c = \frac{F}{3}$ ва $R_B = \frac{2F}{3}$

M эпюрасидан $M_c = R_c \cdot a = \frac{Fa}{3}$ ва $M_{max} = \frac{2}{3}Fa$ ҳосил қиламиз. Нуқта учун балканинг мустаҳкамлик шарти — $\sigma_c = \frac{M_c}{W}$ дан $M_c = \sigma_c \cdot W$ ни топамиз.

У ҳолда: $M_c = \sigma_c \cdot \frac{I_y}{y} = \sigma_c \frac{bh^3 \cdot 3}{12 \cdot h} = \sigma_c \frac{bh^2}{4} = 0,75bh^2$

M эпюрасидан ва мустаҳкамлик шартидан келиб чиққан M_c моментларини солиштирсак,

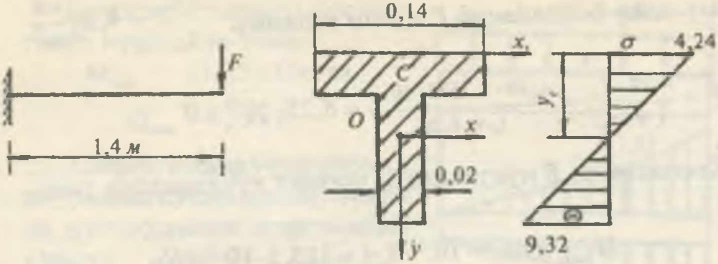
$\frac{Fa}{3} = 0,75bh^2$ ва $F = \frac{2,25bh^2}{a}$ ни ҳосил қиламиз.

У ҳолда: $M_{max} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2,25bh^2 \cdot a}{a} = 1,5bh^2$. Балканинг хавфли кесимидаги энг катта нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} \cdot y_1}{I_x} = \frac{1,5bh^2}{\frac{bh^3}{12}} \cdot \frac{2}{3}h = \frac{1,5 \cdot \frac{2}{3}}{\frac{1}{12}} = 12\,\frac{кН}{м^2}$$

4-масала. Узунлиги $\ell = 1,4\ м$ консоль балканинг хавфли кесимидаги чўзувчи нормал кучланиши — $\sigma = 4,24\,\frac{кН}{м^2}$ Балкага қўйилган F куч ва сиқувчи нормал кучланиш топилсин.

Ечиш. Балканинг таянч кесими энг хавфли ҳисобланади, чунки бу кесимда: $M_x = M_{max} = -F \cdot \ell = -1,4F$



194-расм.

F куч таъсиридан балканинг эгилишида юқори толалар чўзилади, пастки толалари эса сиқилади. Шунинг учун юқори толалардаги энг катта чўзувчи кучланиш $\sigma_{max} = 4,24 \dfrac{кН}{м^2}$. Чўзувчи кучланишлар бўйича балкани хавфли ҳолатидаги материалининг мустаҳкамлик шартини ёзамиз: $\sigma_{max} = \dfrac{M_{max} \cdot y_0}{I_x} = 4,24 \dfrac{кН}{м^2}$.

Бу ерда: $У_0$ — балка кесимининг нейтрал ўқидан C нуқтагача бўлган масофа: $y_0 = \dfrac{\sum Sx}{\sum A}$

I_x — балка кесимининг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти.

S_{x1} — балка кесимининг x_1 ўқига нисбатан статик моменти.

$$\sum S_{x1} = 0,14 \cdot 0,02 \cdot 0,01 + 0,14 \cdot 0,02\left(\frac{0,14}{2} + 0,02\right) = 2,8 \cdot 10^{-4}\ м^3$$

$$\sum A = 2 \cdot 0,14 \cdot 0,02 = 5,6 \cdot 10^{-3}\ м^2$$

У ҳолда: $y_0 = \dfrac{2,8 \cdot 10^{-4}}{5,6 \cdot 10^{-3}} = 0,05\,м$

$$I_x = \frac{0,14(0,02)^3}{12} + 0,14 \cdot 0,02(y_0 - 0,01)^2 + \frac{0,02(0,14)^3}{12} +$$
$$+0,02 \cdot 0,14(0,02 + 0,07 - y_0)^2 = 1,3623 \cdot 10^{-5}\ м^4$$

формуладан фойдаланиб F кучни топамиз: $\frac{1,4Fy_0}{I_x} = 4,24\frac{кН}{м^2}$

ва $F = \frac{4,24 \cdot I_x}{1,4 \cdot y_0} = \frac{4,24 \cdot 1,3623 \cdot 10^{-5}}{1,4 \cdot 0,05} \approx 8,25 \cdot 10^{-5}\,кН$

Кесимнинг B нуқтасидаги нормал кучланишни топамиз:

$$M_{\max} = 82,5 \cdot 10^{-5} \cdot 1,4 = 115,5 \cdot 10^{-5}\,кНм$$

$$\sigma_B = \frac{115,5 \cdot y_B \cdot 10^{-5}}{1,3623 \cdot 10^{-5}} = -\frac{115,5 \cdot 10^{-5}(0,16 - 0,05)}{1,3623 \cdot 10^{-5}} = 9,32\frac{кН}{м^2}$$

5-масала.

Ёғочдан тайёрланган балка учун $h = 1,5b$ нисбатдан фойдаланиб тўғри бурчакли кесим танлансин.

Берилган: $a = 0,25\,м$; $q = 10\frac{кН}{м}$; $F = 10qa = 25\,кН$

$$[\sigma] = 10\frac{кН}{м^2}; \qquad [\tau] = 0,12\frac{кН}{м^2}$$

Ечиш. Бир томони қистириб маҳкамланган балканинг хавфли кесимидаги эгувчи момент ва кўндаланг кучни топамиз.

I қирқим. $0 \le x_1 \le 0,75\,м$

$$Mx_1 = -q\frac{x_1^2}{2} \quad \text{ва} \quad Q_1 = -qx_1$$

$$x_1 = 0; \quad Mx_1 = 0 \quad \text{ва} \quad Q_1 = 0$$

$$x_1 = 0,75\,м; \qquad Mx_1 = -2,81\,кНм$$

$$Q_1 = -7,5\,кН$$

II қирқим. $0,75 \le x_2 \le 1\,м$

$$Mx_2 = -q\frac{x_2^2}{2} - F(x_2 - 0,75); \qquad Q_2 = -qx_2 - F$$

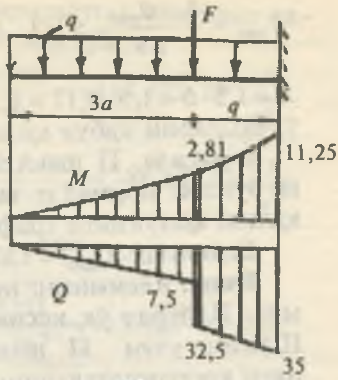
$x_2 = 0,75\,м$; $\quad M_2 = -2,81\,кНм$; $\quad Q_2 = -32,5\,кН$

$x_2 = 1\,м$; $\quad M_2 = -11,25\,кНм$; $\quad Q_1 = -35\,кН$

Балканинг хавфли кесими таянч нуқтасида экан:

$$M_{max} = -11,25\,кНм \text{ ва}$$

$$Q_{max} = -35\,кН$$



195-расм.

Хавфли кесим учун нормал ва уринма кучланишлар бўйича мустаҳкамлик шартларини ёзамиз:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \le [\sigma] \text{ ва}$$

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot S_x}{I_x \cdot b} \le [\tau]$$

Бу ерда: $W_x = \frac{bh^2}{6}$ кесимнинг x ўқига нисбатан қаршилик моменти (м³), $S_x = b \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{h}{4} = \frac{bh^2}{8}$ кесимнинг x ўқига нисбатан статик моменти (м³), $I_x = \frac{bh^3}{12}$ кесимнинг x ўқига нисбатан инерция моменти, м² кесимнинг ўлчамларини нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб топамиз. Кесимнинг ўлчамларини нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб топамиз.

$\frac{6M_{max}}{hb^2} = [\sigma]$ ёки $h = 1,5b$ ни ҳисобга олсак:

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot M_{max}}{1,5[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 11,25}{1,5 \cdot 10^4}} = 0,165\,м$$

$$h = 1,5 \cdot b = 1,5 \cdot 0,165 = 0,2475\,м$$

Кесимнинг ўлчамларини уринма кучланишга боғлаб аниқлаймиз: $\tau_{max} = \frac{Q_{max} \cdot \frac{bh^2}{8}}{\frac{bh^3}{12} \cdot b} \le [\tau]$: $h = 1,5b$ нисбатни ҳисобга олсак:

$$\tau_{max} = \frac{3}{2} \cdot \frac{Q_{max}}{1,5 \cdot b^2} \le [\tau] \quad \text{ёки} \quad b = \sqrt{\frac{Q_{max}}{[\tau]}} = \sqrt{\frac{35}{0,12 \cdot 10^4}} \approx 0,17\, м$$

$h = 1,5 \cdot b = 1,5 \cdot 0,17 = 0,255\, м$ $\quad b = 0,17\, м$, ва $h = 0,255\, м$ ўлчамларини қабул қиламиз.

6-масала. П шаклли профилнинг деворлари баландлиги бўйлаб нормал σ ва уринма τ кучланишларнинг тарқалиш қонунияти графикасини қуринг.

Берилган: $Q_{max} = 120\, кН$; $M_{max} = 50\, кНм$

Ечиш. Кесимнинг нейтрал ўқининг ҳолатини аниқлаймиз. Нейтрал ўқ кесимнинг оғирлик марказидан ўтади. Шунинг учун П шаклли кесимнинг оғирлик марказининг координаталарини аниқлаймиз. Кесим Z ўқига нисбатан симметрик бўлганлиги учун:

$$y_c = 0. \quad \text{У ҳолда:} \quad Z_c = \frac{\sum S_{y_1}}{\sum A} = \frac{11,04 \cdot 10^{-4}}{9,6 \cdot 10^{-3}} = 0,115\, м$$

$\sum S_y$ — кесимнинг y_1 ўқига нисбатан статик моменти, м^3.

$\sum A$ — шаклнинг кесим юзаси, м^2.

$$\sum S_y = 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,19 + 2 \cdot 0,18 \cdot 0,02 \cdot 0,09 = 11,04 \cdot 10^{-4}\, м^4$$

$$\sum A = 2 \cdot 0,02 \cdot 0,18 + 0,02 - 0,12 = 9,6 \cdot 10^{-3}\, м^2$$

Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари формуласидан фойдаланиб кесимнинг y ўқига нисбатан инерция моментини топамиз:

$$I_y = 2\left[\frac{0,02 \cdot [0,18]^3}{12} + (0,025)^2 \cdot 0,02 \cdot 0,18\right] +$$

$$+ \frac{0,12(0,02)^3}{12} + 0,75^2 \cdot 0,02 \cdot 0,12$$

$$I_y = 37,52 \cdot 10^{-6}\, м$$

$\sigma = \dfrac{M_{max} \cdot Z}{I_y}$ формуладан фойдаланиб кесимнинг баландлиги бўйлаб нормал кучланишнинг ўзгаришини топамиз.

Бу ерда: Z — кучланиш текширилаётган нуқтадан кесимнинг нейтрал ўқигача бўлган масофа, м.

1-нуқта $\left(Z_1 = 0{,}085\, м\right)$; $\sigma^{I} = \dfrac{-50 \cdot 0{,}085}{37{,}52 \cdot 10^{-6}} = -113{,}273 \cdot 10^3\ \dfrac{кН}{м^2}$

2-нуқта $\left(Z_2 = 0{,}065\, м\right)$; $\sigma^{II} = \dfrac{-50 \cdot 0{,}065}{37{,}52 \cdot 10^{-6}} = -86{,}62 \cdot 10^3\ \dfrac{кН}{м^2}$

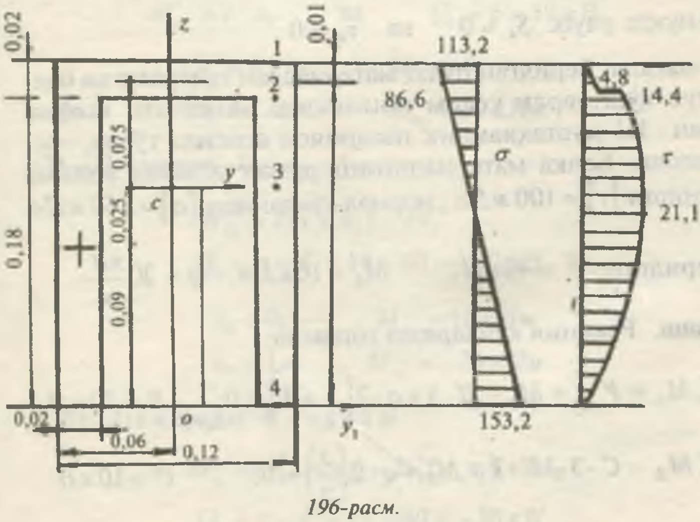
3-нуқта $\left(Z_3 = 0\right)$; $\left(\sigma^{III} = 0\right)$

4-нуқта $\left(Z_4 = 0{,}115\, м\right)$; $\sigma^{IV} = \dfrac{50 \cdot 0{,}115}{37{,}52 \cdot 10^{-6}} = +153{,}25 \cdot 10^3\ \dfrac{кН}{м^2}$

Масаланинг берилишида эгувчи моментнинг ишораси мусбат. Демак, кесимнинг 1- ва 2-нуқталар жойлашган қисми сиқилишга ва 4-нуқта жойлашган томони чўзилишга ишлайди.

Журавский формуласидан фойдаланиб кесим кесимининг баландлиги бўйлаб уринма кучланишнинг ўзгаришини аниқлаймиз:

$$\tau = \frac{Q_{\max} \cdot S_y}{I_y b(d)}$$



196-расм.

Бу ерда: S_y — кесимнинг четки нуқтасидан пастда ва кучланиш текшириладиган нуқтадан юқорида жойлашган юзасининг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти.

1-нуқта учун: $S_1 = 0$ ва $\tau_1 = 0$

2-нуқта учун: $S_2 = 0,02 \cdot 0,12 \cdot 0,075 = 1,8 \cdot 10^{-4}$, $м^3$

$$\tau_2 = \frac{120 \cdot 1,8 \cdot 10^{-4}}{37,52 \cdot 10^{-6} \cdot 0,12} = 4,8 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$$

Нуқта кесимнинг супачасидан деворига ўтиш қисмида жойлашгани учун кесимнинг эни 0,12 метрдан 0,02 м қадар камаяди.

$$\tau_2^1 = \frac{120 \cdot 1,8 \cdot 10^{-4}}{37,52 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 0,02} = 14,4 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$$

3-нуқта учун:

$$S_3 = 1,18 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 0,02 \cdot 0,065 \cdot \frac{0,065}{2} = 26,45 \cdot 10^{-5}\ м$$

$$\tau_3 = \frac{120 \cdot 2,645 \cdot 10^{-4}}{37,52 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 0,02} = 21,15 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$$

4-нуқта учун: $S_4 = 0$ ва $\tau_4 = 0$

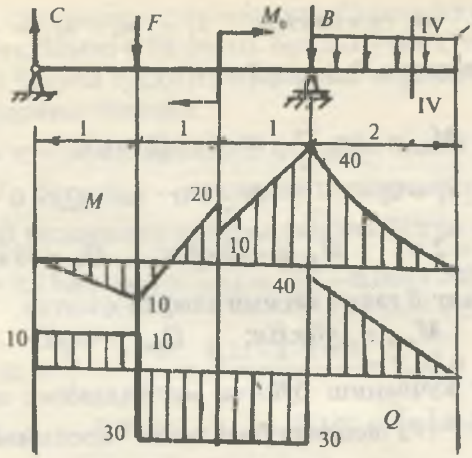
7-масала. Берилган пўлат материалдан тайёрланган балка учун қўштаврли кесим танлансин. Балканинг хавфли кесими III мустаҳкамлик назарияси асосида тўлиқ текширилсин. Балка материалининг рухсат этилган уринма кучланиши $[\tau] = 100\ мПа$, нормал кучланиши $[\sigma] = 160\ мПа$

Берилган: $F = 40\, кН$; $M_0 = 10\, кНм$; $q = 20 \frac{кН}{м}$

Ечиш. Реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_c = F \cdot 1 + M_0 - B \cdot 3 + q \cdot 2\left(\frac{2}{2} + 3\right) = 0; \qquad B = 70\, кН$$

$$\sum M_B = C \cdot 3 - F \cdot 2 + M_0 + q \cdot 2\left(\frac{2}{2}\right) = 0; \qquad C = 10\, кН$$



197-расм.

Балканинг узунлиги бўйича эгувчи момент M_x ва кўндаланг куч — Q ни топамиз.

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 1\,м$

$$M_{x_1} = c \cdot x_1 \qquad \text{ва} \qquad Q_1 = c = 10\,кН$$

$$x_1 = 0; \qquad M_{x_1} = 0$$

$$x_1 = 1\,м; \qquad M_{x_1} = 10\,кНм$$

II—II қирқим. $0 \le x_2 \le 1\,м$

$$M_{x_2} = c(1 + x_2) - Fx_2$$

$$Q_2 = c - F = 10 - 40 = -30\,кН$$

$$x_2 = 0; \qquad M_{x_2} = 10\,кНм$$

$$x_2 = 1\,м; \qquad M_{x_2} = -20\,кНм$$

III—III қирқим. $0 \le x_3 \le 1\,м$

$$M_{x_3} = c(2 + x_3) - F(1 + x_3) + M_0$$

$$Q_2 = c - F = 10 - 40 = -30\,кН$$

$$x_3 = 0; \quad M_{x_3} = -10\,кНм; \quad x_3 = 1\,м; \quad M_{x_3} = -40\,кНм$$

IV—IV қирқим. $0 \le x_4 \le 2\,м$

$$M_{x_4} = -qx_4 \frac{x_4}{2} \quad \text{ва} \quad Q_4 = qx_4$$

$$x_4 = 0; \quad M_{x_4} = 0 \quad \text{ва} \quad Q_4 = 0$$

$$x_4 = 2\,м; \quad M_{x_4} = -40\,кНм; \quad Q_4 = 40\,кН$$

Балканинг B таянч кесими хавфли ҳолатда:

$$M_{\max} = -40\,кНм; \quad Q_{\max} = 40\,кН$$

Нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти: $\sigma_{\max} = \dfrac{M_{\max}}{W_x} \le [\sigma]$ асосида балканинг кесимини танлаймиз:

$$W_x = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{40}{160 \cdot 10^3} = 0,25 \cdot 10^{-3}\ м^3$$

$W_T = 0,254 \cdot 10^{-3}\ м^3$ қаршилик моментли N-22а қўштаврни қабул қиламиз. Танланган қўштаврли кесимда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартини текширамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{40}{0,254 \cdot 10^{-3}} = 157,48 \cdot 10^3\ \frac{кН}{м^2} < [\sigma]$$

Кесимдаги энг катта нормал кучланиш — $\sigma_{\max}$ балканинг материали учун рухсат этилган кучланишидан кичик экан. Шунинг учун $W_T = 0,254 \cdot 10^{-3}\ м^3$ қаршилик моменти N-22а қўштаврни қабул қиламиз:

$$h = 0,22\,м; \quad b = 0,12\,м; \quad d = 0,0054\,м$$

$$t = 0,0089\,м; \quad I_x = 2790 \cdot 10^{-5}\ м^4; \quad W_x = 0,254 \cdot 10^{-3}\ м^3$$

$$S_x = 143 \cdot 10^{-6}\ м^3$$

Балканинг мустаҳкамлигини уринма кучланиш бўйича текширамиз:

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} \cdot S_x}{I_x \cdot d} = \frac{40 \cdot 143 \cdot 10^{-6}}{2790 \cdot 10^{-8} \cdot 0,0054} = 3,87 \cdot 10^3\ \frac{кН}{м^2} < [\tau]$$

σ ва τ қўштаврнинг баландлиги бўйича ўзгариш тавсифини аниқлаймиз (198-расм). Бунинг учун қўштаврнинг баландлиги бўйича тўққизта нуқтанинг нормал ва уринма кучланишларини топамиз.

Нормал кучланиш қуйидаги формула билан топилади: $\sigma = \frac{M_{max}}{I_x} \cdot y$; бу ерда: y — кучланиш текширилаётган нуқтадан қўштавр кесимининг нейтрал ўқигача бўлган масофа, м:

$$y_1 = \frac{h}{2} = 0{,}11\,м; \quad y_{2,3} = \frac{h}{2} - t = \frac{0{,}22}{2} - 0{,}0089 = 0{,}101\,м$$

$$y_4 = \frac{h_0}{4} = \frac{h - 2t}{4} = \frac{0{,}22 - 2 \cdot 0{,}009}{4} = 0{,}05\,м$$

$$y_5 = 0; \quad y_6 = -0{,}05\,м; \quad y_{7,8} = -0{,}101\,м; \quad y_9 = -0{,}11\,м$$

Уринма кучланиш Журавский формуласи билан топилади:

$$\tau = \frac{Q_{max} \cdot S_x^0}{I_x b(d)}$$

S_x^0 — қўштавр кесимининг четки нуқтаси билан кучланиши текширилаётган нуқта орасидаги юзасини нейтрал ўққа нисбатан статик моменти, м;

I_x — қўштавр кесимининг нейтрал ўққа нисбатан инерция моменти, м;

$b(d)$ — кучланиши текширилаётган нуқта жойлашган кесимнинг эни, м.

Қўштаврнинг баландлиги бўйича τ нинг ўзгариши (198-расм) S_x^0 га боғлиқ: $S_x^I = 0$

$$S_x^{II} = S_x^{III} = b \cdot t\frac{h - t}{2} = 0{,}12 \cdot 0{,}0089\frac{0{,}22 - 0{,}0089}{2} = 1{,}13 \cdot 10^{-4}\,м^4$$

$$S_x^{IV} = 1{,}13 \cdot 10^{-4} + \frac{d}{2}\left(\frac{h_0^2}{I_4} - y^2\right) = 1{,}13 \cdot 10^{-4} +$$

$$+ \frac{0{,}0054}{2}\left[\frac{(0{,}2022)^2}{4} - (0{,}05)^2\right] = 1{,}33 \cdot 10^{-4}\,м^3$$

$$S_x^V = 1,33\cdot10^{-4} + \frac{0,0054}{2}\cdot\frac{(0,2022)^2}{4} = 1,4\cdot10^{-4}\ м^3 \approx S_x$$

σ ва τ — катталикларни ҳисоблашни жадвалда бажариш қулай (5-жадвал). Кесимнинг баландлиги бўйлаб бош кучланишларни қуйидаги формулалар билан аниқлаймиз:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right] \quad \text{ва} \quad \tau_{\substack{max\\min}} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}$$

Бош нормал кучланишларнинг йўналишини қуйидаги формуладан топамиз:

$$tg2\alpha = -\frac{2\tau}{\sigma}$$

198-расм.

8-масала. Берилган балканинг таянч кесимлари айланиш бурчаклари, С ва Д нуқталарнинг салқиликлари топилсин.

$$EI = 4\cdot10^3\ кНм^2$$

Ечиш. Балканинг реакция кучларини топамиз (199-расм).

$\sum M_A = -F\cdot1 - R_B\cdot4 + F\cdot5 = 0;\qquad R_B = F = 40\,кн$

$\sum M_B = -F\cdot5 - R_A\cdot4 + F\cdot1 = 0;\qquad R_A = 40\,кН$

Эгувчи момент тенгламаларини тузамиз ва эпюрасини қурамиз.

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 1\,м$

$$M_{x_1} = -Fx_1; \qquad x_1 = 0; \qquad M_{x_1} = 0$$

$$\text{ва} \qquad x_1 = 1\,м; \qquad M_{x_1} = -40\,кНм$$

II—II қирқим. $1 \le x_2 \le 5\,м$

$$M_{x_2} = -F_{x_2} + R_A(x_2 - 1)$$

$$x_2 = 1\,м; \quad M_{x_2} = -40\,кНм; \quad x_2 = 5\,м; \quad M_{x_2} = -40\,кНм$$

III—III қирқим. $5 \le x_3 \le 6\,м$

$$M_{x_3} = -Fx_3 + R_A(x_3 - 1) + R_B(x_3 - 5)$$

$$x_3 = 5\,м \quad M_{x_3} = -40\,кНм; \quad x_3 = 6\,м; \quad M_{x_3} = 0$$

Универсал формулани тузамиз:
Кесимнинг айланиш бурчаги:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^2}{2} + R_A\frac{(x-1)^2}{2} + R_B\frac{(x-5)^2}{2}\right] \qquad (а)$$

Салқилик тенгламаси:

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^3}{6} + R_A\frac{(x-1)^3}{6} + R_B\frac{(x-5)^3}{6}\right] \qquad (б)$$

Универсал формуладаги номаълум θ_0 ва y_0 ларни топиш учун балка учларининг таяниш шартидан фойдаланамиз:

$x = 1\,м$ бўлса, $\theta = \theta_A \ne 0$; $y = y_0 = 0$, у ҳолда (б) тенгламадан $y_0 + \theta_0 \cdot 1 - \dfrac{F \cdot 1^3}{6EI} = 0$ (в) ҳосил бўлади.

$x = 5\,м$ бўлса, $\theta = \theta_B \ne 0$; $y = y_B = 0$, у ҳолда (б) тенгламадан $y_0 + 5\theta_0 + \dfrac{1}{EI}\left[-F\dfrac{125}{6} + R_A\dfrac{64}{6}\right] = 0$ тенглама ҳосил бўлади (в) ва (г) тенгламаларни система қилиб ечамиз:

5-жадвал

Т/р	Масофа y(м)	Статик момент S_x(м^3)	Кучланишлар, $\frac{кН}{м^2}$		Бош нормал кучланишлар $\frac{кН}{м^2}$		Бош уринма кучланиш	Бош кучланишларнинг йўналиши		
			$\sigma \cdot 10^3$	$\tau \cdot 10^3$	$\sigma_1 \cdot 10^3$	$\sigma_3 \cdot 10^3$	$\tau_{\substack{max \\ min}} \cdot 10^3 \; \frac{кН}{м^2}$	$tg2\alpha$, рад	α_1^0	α_3
1	0,11	0	157,7	0	157,7	0	-78,85	0	-0	90°
2	0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	144,8	1,35	144,81	-0,01	-72,41	-0,0186	0°30	89°30
3	0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	144,8	30,0	160,75	-5,95	-78,36	-0,4143	11°15	78°45
4	0,05	$1,33 \cdot 10^{-4}$	71,7	35,30	86,15	-14,45	-50,3	-0,9846	-22°12	67°48
5	0	$1,43 \cdot 10^{-4}$	0	38,0	38,0	-38,0	-38,0	—	-45°	45°
6	-0,05	$1,33 \cdot 10^{-4}$	-71,7	35,30	14,45	-86,15	-50,3	0,9848	67°12	22°12
7	-0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	-144,8	30,0	5,95	-150,75	-78,36	0,4143	78°45	11°15
8	-0,101	$1,13 \cdot 10^{-4}$	-144,8	1,35	0,01	-144,81	-72,41	0,0186	89°3	0°3
9	-0,11	0	-157,7	0	0	-157,7	-78,86	0	90°	0

$$y_0 + \theta_0 - \frac{F}{6EI} = 0$$

$$y_0 + 5\theta_0 - \frac{125F}{6EI} + \frac{64R_A}{6EI} = 0$$

Юқоридаги тенгламани 1 га кўпайтириб, ҳосил бўлган тенгламани пастки тенгламага қўшамиз:

$$4\theta_0 - \frac{124F}{6EI} + \frac{64R_A}{6EI} = 0$$

Бу ерда: $\theta_0 = \frac{124F - 64R_A}{24EI} = \frac{124 \cdot 40 - 64 \cdot 40}{24EI} = \frac{100}{EI}$

$\theta_0 = \frac{100}{EI}$ ифодани (в) тенгламага қўйиб $У_0$ ни топамиз:

$$y_0 = \frac{F}{6EI} - \theta_0 = \frac{40}{6EI} - \frac{100}{EI} = -\frac{560}{6EI}$$

Топилган θ_0 ва y_0 ларни универсал формулага келтириб қўямиз:

$$\theta = \frac{100}{EI} + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^2}{EI} + R_A\frac{(x-1)^2}{2} + R_B\frac{(x-5)^2}{2}\right]$$

$$y = -\frac{560}{6EI} + \frac{100x}{6EI} + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^3}{6} + R_A\frac{(x-1)^3}{6} + R_B\frac{(x-5)^3}{6}\right]$$

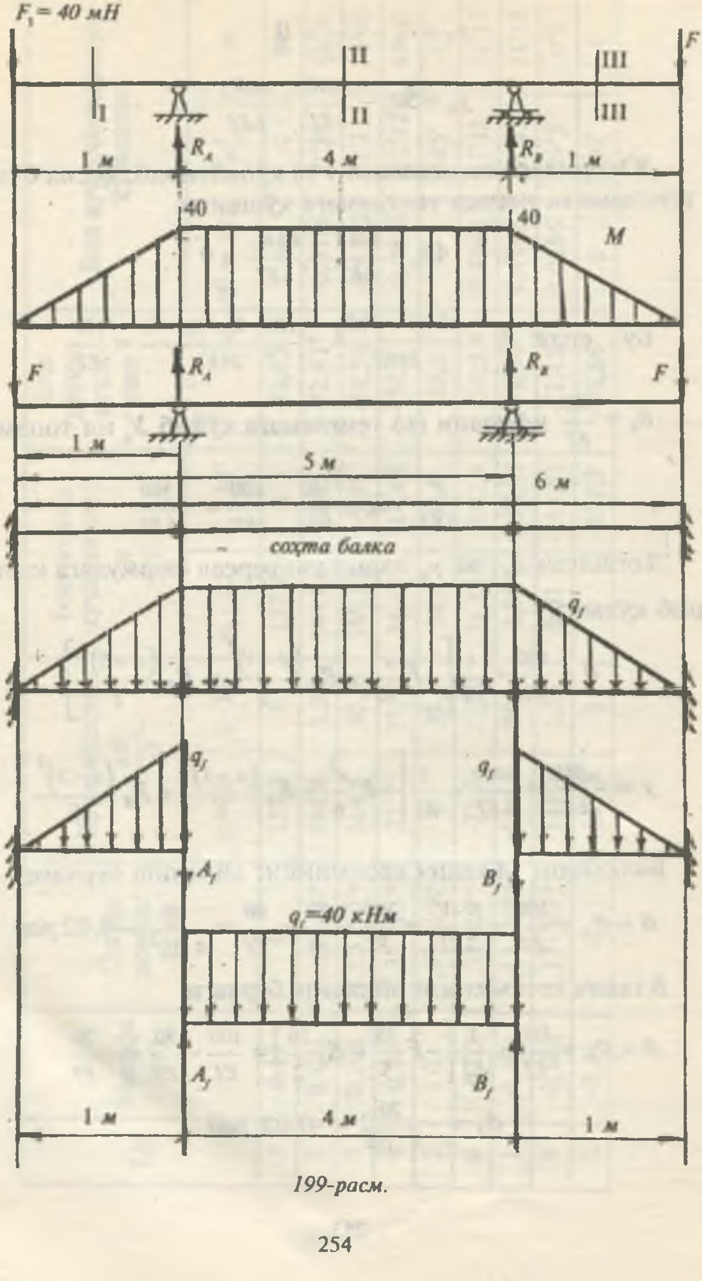
Балканинг A таянч кесимининг айланиш бурчаги:

$$\theta = \theta_A = \frac{100}{EI} - \frac{F \cdot 1^2}{2EI} = \frac{100}{EI} - \frac{20}{EI} = \frac{80}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = 0,02\ рад$$

B таянч кесимининг айланиш бурчаги:

$$\theta = \theta_B = \frac{100}{EI} + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{25}{5} + R_A\frac{16}{2}\right] = \frac{100}{EI} - \frac{80}{EI} = -\frac{20}{EI}$$

$$\theta_B = -\frac{20}{4 \cdot 10^3} = -0,02\ рад$$



F_1= 40 мН
F
I
II
III
R_A
R_B
1 м
4 м
1 м
40
40
M
F
R_A
R_B
F
1 м
5 м
6 м
сохта балка
q_f
q_f
q_f
A_f
B_f
q_f=40 кНм
A_f
B_f
1 м
4 м
1 м

199-расм.

C нуқтанинг салқилигини топамиз: $X = 3$ м

$$y_C = -\frac{560}{6EI} + \frac{100 \cdot 3}{EI} - \frac{27F}{6EI} + \frac{8R_A}{6EI} =$$

$$= \frac{-560 + 1800 - 1080 + 320}{6EI} = \frac{480}{24 \cdot 10^3} = 0,02\,м$$

$Д$ нуқтанинг салқилигини топамиз: ($x = 6$ м)

$$y_D = -\frac{560}{6EI} + \frac{100 \cdot 6}{EI} + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{216}{6} + R_A\frac{125}{6} + R_B\frac{1}{6}\right] =$$

$$= \frac{-560 + 3600 - 8640 + 5000 + 40}{24 \cdot 10^3} = -\frac{560}{24 \cdot 10^3} = -0,0233\,м$$

Балканинг деформациясини графоаналитик усул билан аниқлаш учун ҳақиқий балкадан сохта балкани танлаймиз (199-расм) ва уни сохта куч билан юклаймиз.

Ҳақиқий консол балканинг таянч нуқталари сохта балкада шарнирлар билан алмаштирилади. Шарнирли кесимларда моментнинг таъсири нолга тенг бўлганлиги учун сохта балкани учта оддий балкаларга ажратамиз. Ўрта сохта балканинг реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_A = q_f \cdot \frac{4^2}{2} - B_f \cdot 4 = 0 \quad \text{ёки} \quad B_f = 2 \cdot 40 = 80\,кНм^2$$

$$\sum M_B = -q_f \cdot 8 + A_f \cdot 4 = 0 \quad \text{ёки} \quad A_f = 80\,кНм^2$$

Балка A кесимнинг айланиш бурчагини топамиз:

$$\theta_A = \frac{\theta_f^A}{EI} = \frac{A_f}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = 0,02\,рад$$

B кесимнинг айланиш бурчагини топамиз:

$$\theta_B = \frac{\theta_f^B}{EI} = \frac{B_f}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = -0,02\,рад$$

C нуқтанинг салқилигини топамиз:

$$y_C = \frac{M_f^c}{EI} = \frac{80}{4 \cdot 10^3} = 0,02\,м$$

Бу ерда: $M_f^c = A_f \cdot 2 - q_f\frac{2^2}{2} = 80 \cdot 2 - 40 \cdot 2 = 80\,кНм^3$

Д нуқтанинг салқилигини топамиз.

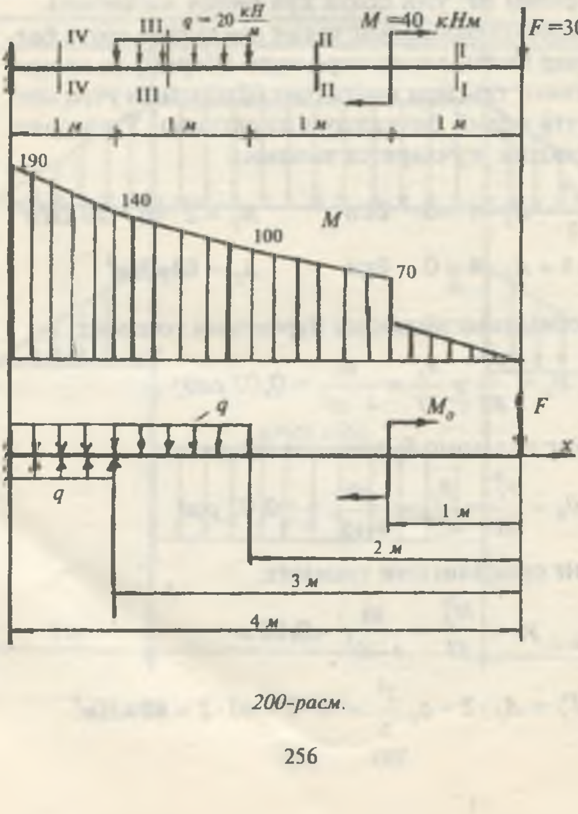
Бунинг учун *В — Д* узунликдаги сохта балкани ўрганамиз:

$$y_D = \frac{M_f^D}{EI} = \frac{-\omega\frac{2}{3}\cdot 1 - B_f\cdot 1}{EI} = \frac{-\frac{40}{3}-80}{4\cdot 10^3} = -0,023\, м$$

Бу ерда: $\omega = \frac{1}{2}q_f\cdot 1 = \frac{40}{2} = 20\, кНм^2$

9-масала. Бир учи қистириб маҳкамланган балканинг θ ва *В* нуқталарининг салқилигини бошланғич параметрлар ва графоаналитик усуллар билан топинг.

Ечиш. Балканинг оралиқларга бўлиб эгувчи моментнинг тенгламаларини тузамиз ва эпюрасини қурамиз.



200-расм.

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 1\,м$

$$M_{x_1} = -Fx_1; \quad x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0 \quad \text{ва}$$
$$x_1 = 1\,м; \quad M_{x_1} = -30\,кНм$$

II—II қирқим. $1 \le x_2 \le 2\,м$

$$M_{x2} = -Fx_2 - M; \quad x_2 = 1 M_{x_2} = -70\,кНм \quad \text{ва}$$
$$x_2 = 2\,м; \quad M_{x_2} = -100\,кНм$$

III—III қирқим. $2 \le x_3 \le 3\,м$

$$M_{x_3} = -Fx_3 - M - q\frac{(x_3-2)^2}{2}; \quad x_3 = 2\,м; \quad M_{x_3} = -100\,кНм$$
$$\text{ва} \quad x_3 = 3\,м; \quad M_{x_3} = -140\,кНм$$

IV—IV қирқим. $3 \le x_4 \le 4\,м$

$$M_{x_4} = -Fx_4 - M - q\cdot 1(x_4 - 2{,}5); \; x_4 = 3\,м; \quad M_{x_4} = -140\,кНм$$
$$\text{ва} \quad x_4 = 4\,м; \quad M_{x_4} = -190\,кНм$$

Балка учун универсал формулани тузамиз:

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^2}{2} - M(x-1)^1 - q\frac{(x-2)^3}{6} + q\frac{(x-3)^3}{6}\right]$$

$$y = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^3}{6} - M\frac{(x-1)^2}{2} - q\frac{(x-2)^4}{24} + q\frac{(x-3)^4}{24}\right]$$

Универсал формуладаги θ_0 ва y_0 номаълумларни балка учларининг таяниш шартидан фойдаланиб топамиз. $x = 0$ нуқта ҳар қандай таянчдан озод, яъни эркин бўлганлиги учун бу кесимда: $\theta = \theta_0 \ne 0$ ва $y = y_0 \ne 0$

Шунинг учун $x = 0$ шартдан фойдаланиб бўлмайди. $x = 4$ метр масофадаги таянч кесимнинг барча йўналишдаги ҳаракатлари чегараланган. Шунинг учун $x = 4$ бўлса, θ ва y тенгламаларидан қуйидагини ҳосил қиламиз: $\theta = 0$ ва $y = 0$

$$\theta_0 = \frac{1}{EI}\left[F\frac{16}{2} + M\cdot 3 + q\frac{8}{6} - q\frac{1}{6}\right] = \frac{2300}{6EI}$$

$$y_0 = -\frac{2300\cdot 4}{6\cdot EI} + \frac{1}{EI}\left[F\frac{64}{6} + M\cdot\frac{9}{2} + q\frac{16}{24} - q\frac{1}{24}\right] = -\frac{24500}{24EI}$$

Топилган θ_0 ва y_0 ларни универсал формулага келтириб қўямиз:

$$\theta = \frac{2300}{6EI} + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^2}{2} - M(x-1)^1 - q\frac{(x-2)^3}{6} + q\frac{(x-3)^3}{6}\right]$$

$$y = -\frac{24500}{24EI} + \frac{2300}{6EI}\cdot x +$$

$$+\frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^3}{6} - M\frac{(x-1)^2}{2} - q\frac{(x-1)^4}{24} + q\frac{(x-3)^4}{24}\right]$$

O нуқтанинг салқилиги $x = 0$ нуқтага тўғри келиб, $y = y_0$ ҳосил бўлади.

$$y_0 = -\frac{24500}{24\cdot 10^5} = -0,0102\,м$$

B нуқтанинг салқилигини топамиз ($x = 2$м):

$$y_B = -\frac{24500}{24EI} + \frac{2300\cdot 2}{6EI} - \frac{240}{6EI} - \frac{40}{2EI} \approx -3,14\cdot 10^{-3}\ м$$

Балканинг деформациясини графоаналитик усул билан аниқлаймиз. Бунинг учун ҳақиқий балкадан сохта балкани танлаймиз. Сохта балкани ҳақиқий балкани эгувчи моменти билан юклаймиз. Сохта балкада нотекис тарқалган сохта кучлар ҳосил бўлади. Сохта балканинг ҳар бир нуқтасидаги сохта куч миқдор жиҳатдан ҳақиқий балканинг шу нуқтасидаги эгувчи моментга тенг бўлади $(q_f = M)$, сохта куч интенсивлиги билан юкланган куч юзаларини топамиз:

$$\omega_1 = \frac{1}{2}\cdot 30\cdot 1 = 15\,кНм^2;\quad \omega_2 = 70\,кНм^2$$

$$\omega_3 = \frac{1}{2}(100-70)\cdot 1 = 15\,кНм^2;\quad \omega_4 = 100\cdot 1 = 100\,кНм^2$$

$$\omega_5 = \frac{1}{3}(140-100)\cdot 1 = \frac{40}{3}\,кНм^2;\;\; \omega_6 = 140\cdot 1 = 140\;кНм^2$$

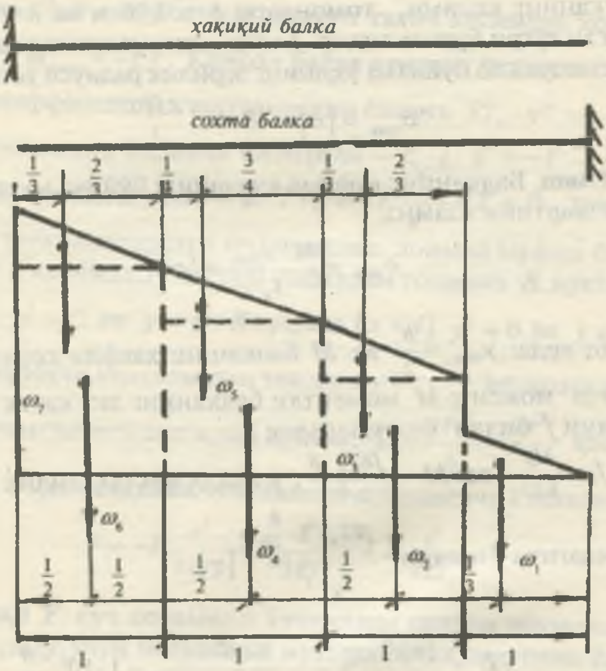
$$\omega_7 = \frac{1}{2}(190-140)\cdot 1 = 25\,кНм^2$$

B нуқтанинг салқилигини топамиз:

$$M_B^f = -\omega_7\left(\frac{2}{3}\cdot 1+1\right) - \omega_6\left(\frac{2}{3}\cdot 1+1\right) - \omega_5\left(\frac{3}{4}\cdot 1\right) - \omega_4\frac{1}{2}\cdot 1 =$$

$$= -25\frac{5}{3} - 140\frac{2}{3} - \frac{40}{3}\cdot\frac{3}{4} - 100\frac{1}{2} = -\frac{935}{3}\,кНм^3$$

$$y_B = \frac{M_B^f}{EI} = -\frac{935}{3\cdot 10^5} = -3{,}11\cdot 10^{-3}\;м$$



201-расм.

C нуқтанинг салқилигини топамиз:

$$M_f^0 = -\omega_7\left(\frac{2}{3}\cdot 1+3\right)-\omega_6\left(\frac{2}{3}\cdot 1+3\right)-\omega_5\left(\frac{3}{4}\cdot 1+2\right)-\omega_4\left(\frac{1}{2}\cdot 1+2\right)-$$

$$-\omega_3\left(\frac{2}{3}\cdot 1+1\right)-\omega_2\left(\frac{1}{2}\cdot 1+1\right)-\omega_1\left(\frac{1}{3}\cdot 1\right)=-25\frac{11}{3}-140\frac{7}{2}-\frac{40}{3}\cdot\frac{11}{4}-$$

$$-100\frac{5}{2}-15\frac{5}{3}-70\frac{3}{2}-15\frac{2}{3}=-\frac{3025}{3}\,\kappa H м^3$$

$$y_0=\frac{M_f^0}{EI}=-\frac{3025}{3\cdot 10^5}=-0{,}0101\,м$$

10-масала. Иккита шарнирли таянчга таянган, узунлиги $\ell = 1$. Балканинг ўрта кесимида салқилик f = 6,25 мм. Балканинг кесими, томонлари b = 0,06 м ва h = 0,04 м бўлган тўғри бурчаклидир. Балка материалининг эластиклик модули ва бўйлама ўқининг эгрилик радиуси топилсин.

$$\sigma_{max}=[\sigma]=10\cdot 10^3\,\frac{\kappa H}{м^2}$$

Ечиш. Балканинг нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{max}=\frac{M\cdot y_{max}}{I_x}=[\sigma]$$

Бу ерда: $y_{max}=\dfrac{h}{2}$ ва M балканинг хавфли кесимидаги эгувчи момент. M моментли балканинг энг катта салқилигини f билан белгилаймиз:

$f=\dfrac{M\ell^2}{8EI_x}$ ва $M=\dfrac{fEI_x\cdot 8}{\ell^2}$, у ҳолда мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади: $\dfrac{fEI_x\cdot 8\cdot\dfrac{h}{2}}{I_x\cdot\ell^2}=[\sigma]$

Бу ерда: $E=\dfrac{[\sigma]\ell^2}{f\cdot 8\cdot\dfrac{h}{2}}=\dfrac{1\cdot 10^4}{6{,}25\cdot 10^{-3}\cdot 8\,\dfrac{0{,}04}{2}}=1\cdot 10^7\,\dfrac{\kappa H}{м^2}$

Энди эгрилик радиуси ρ билан M ва балканинг эгилишдаги бикрлиги EI_x орасидаги боғланишни ёзамиз:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI_x}$$

Бу ерда:

$$\rho = \frac{EI_x}{M} = \frac{EI_x \ell^2}{fEI_x \cdot 8} = \frac{\ell^2}{f \cdot 8} = \frac{1^2}{6,25 \cdot 10^{-3} \cdot 8} = 20\,м$$

11-масала. Бир томони қистириб маҳкамланган балканинг F куч жойлашган нуқтасини унинг кесими ўлчамлари ва рухсат этилган кучланиши билан ифодаланган салқилигини топинг.

Ечиш. Энг катта эгувчи момент таянч кесимида ҳосил бўлади: $M_{\max} = -F\ell$. Консол балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини ёзамиз: $EI_x \cdot y^{II} = -Fx$. Бу тенгламанинг биринчи интеграли — $E \cdot I \cdot y^1 = -F\frac{x^2}{2} + C$ ва иккинчи интеграли — $E \cdot I \cdot y = -F\frac{x^3}{6} + CX + D$. Ҳосил бўлган тенгламалардаги интеграллаш доимийларини балканинг K кесимдаги таяниш шартидан топамиз. B нуқтада $(x = 0)$ $y^1 = C$ ва $y = D$. K нуқтада $(x = \ell)$ $y^1 = 0$ ва $y = 0$. Унда биринчи тенгламадан топилган $c = \frac{F\ell^2}{2}$ ифодани иккинчи тенгламага келтириб қўйсак, $D = \frac{2F\ell^3}{6} = \frac{F\ell^3}{3}$ ҳосил бўлади. Унда салқилик тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$y = -F\frac{x^3}{6EI_x} + F\frac{\ell^2}{2EI_x}x + F\frac{\ell^3}{3EI_x}$$

Ташқи F куч кесимини ўлчамлари орқали ифодалаймиз. Бунинг учун балканинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot y_{\max}}{I_x} \le [\sigma] \quad \text{ёки} \quad \frac{F\ell \cdot h}{2I_x} = [\sigma] \quad \text{ва} \quad I_x = \frac{F\ell \cdot h}{2[\sigma]}$$

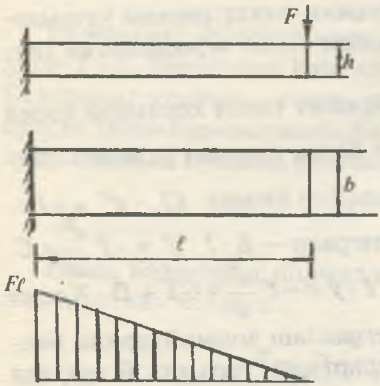
B нуқтанинг салқилигини топамиз ($x = 0$):

$$y_B = f_B = F\frac{\ell^3}{3EI_x} = F\frac{\ell^3}{3E}\cdot\frac{2[\sigma]}{F\ell h} = \frac{2\ell^2}{3Eh}[\sigma]$$

7.5. ТЕНГ ҚАРШИЛИК КЎРСАТУВЧИ БАЛКАЛАР

Балканинг кесим юзаси эгувчи моментнинг энг катта қийматига эришадиган, яъни хавфли ҳолатдаги кесими бўйича танланади.

Кўпинча балканинг бошқа кесимлари хавфли кесимига тенг қилиб олинади. Лекин бу кесимларда эгувчи момент кичик бўлганлиги учун нормал кучланиш ҳам хавфли кесимга нисбатан кичик бўлади.



Масалан, $M_x = 0$ бўлса, $\sigma = 0$.

Балканинг узунлиги бўйлаб кесимларда кучланиш нотекис тарқалади, узунлик бўйлаб материал кучланиш билан тўлиқ юкланмайди. Натижада ортиқча материал сарфланади. Тенг қаршилик кўрсатувчи балкани танлаш учун кесим юзаси тўғри тўртбурчак кўринишида ва баландлиги ўзгармас бўлган балканинг хавфли кесими ва эркин учидан X масофада жойлашган кесими учун мустаҳкамлик шартларини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{F\ell}{\frac{bh^2}{6}} \le [\sigma] \quad \text{ва} \quad \sigma_x = \frac{M_x}{W_x} = \frac{Fx}{\frac{b_x h^2}{6}} \le [\sigma]$$

Бу ерда: $\frac{6F\ell}{bh^2} = \frac{6Fx}{b_x h^2}$ ёки $b_x = b\cdot\frac{x}{\ell}$ (6.21)

$M_{\max}$ – қистириб маҳкамланган кесимдаги момент;

M_x – балканинг эркин учидан x масофада жойлашган кесимининг моменти;

W — қистириб маҳкамланган кесимнинг қаршилик моменти;

W_x — балканинг X масофадаги кесимининг қаршилик моменти.

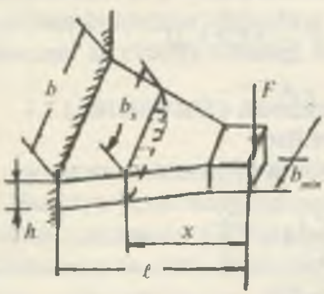
(6.21) формуладаги b_x тенг қаршилик кўрсатувчи балканинг узунлиги бўйича кесимнинг эни балканинг узунлиги бўйлаб тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради; x масофадаги кесимнинг қаршилик моментини топамиз:

$$W_x = \frac{b_x h^2}{6} = \frac{bh^2}{6} \cdot \frac{x}{\ell} = W\frac{x}{\ell}$$

Бу кесимдаги эгувчи момент $M_x = F \cdot x$. Мазкур кесимнинг энг узоқдаги толасида пайдо бўладиган кучланишни текширамиз:

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x} = \frac{Fx}{W\frac{x}{\ell}} = \frac{F\ell}{W} = \sigma_{\max} = const$$

Шундай қилиб балканинг барча кесимларида энг катта нормал кучланишлар бир хил. Ташқи юкни кўтарадиган кесимнинг минимал энини уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб топамиз.



202-расм.

$$\tau_{\max} = \frac{3Q}{2b_{\min}h} \le [\tau]$$

$$b_{\min} = \frac{3Q}{2h[\tau]}$$

ЎЗГАРУВЧАН КЕСИМЛИ БАЛКАЛАРДА КЎЧИШЛАРНИ АНИҚЛАШ

Ўзгарувчан кесимли балкаларнинг бикрлиги $-X$ нинг функцияси. Шунинг учун эгилган ўқнинг тақрибий тенгламаси қуйидагича ёзилади (202-расм):

$$EI_x \frac{d^2 y}{dx^2} = M_x$$

Бу ерда: I_x — ўзгарувчан балка кесимининг инерция моменти, яъни:

$$I_x = \frac{b_x h^3}{12} = \frac{bh^3}{12} \cdot \frac{x}{\ell} = I\frac{x}{\ell}$$

У ҳолда:

$$EI\frac{x}{\ell} \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} = -Fx \text{ ёки } \quad EI\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{Fx\ell}{x} = -F\ell \qquad (6.22)$$

(6.22) тенгламани интеграллаймиз:

$$EI\frac{dy}{dx} = -F\ell x + C \qquad \text{ва} \quad EIy = -F\ell\frac{x^2}{2} + Cx + D$$

$x = \ell$ бўлса, салқилик $y = 0$ ва айланиш бурчаги:

$$\frac{dy}{dx} = \theta = 0$$

У ҳолда: $0 = -F\ell^2 + C$ ва $0 = -F\frac{\ell^3}{2} + C\ell + D$

Бу ерда: $C = F\ell^2$ ва $D = -\frac{F\ell^2}{2}$

θ ва $У$ тенгламалари қуйидагича кўринишга келади:

$$\theta = -\frac{F\ell}{EI}x + \frac{F\ell^2}{EI} = \frac{F\ell^2}{EI}\left(1 - \frac{x}{\ell}\right)$$

$$y = -\frac{F\ell x^2}{2EI} + \frac{F\ell^2 x}{EI} - \frac{F\ell^3}{2EI} = -\frac{F\ell^3}{2EI}\left(1 - 2\frac{x}{\ell} + \frac{x^2}{\ell^2}\right)$$

Энг катта салқилик балканинг эркин учида ҳосил бўлади:

$$X = 0 \text{ бўлса, } y_{max} = f = -\frac{F\ell^3}{2EI}$$

Агар балка узунлиги бўйлаб ўзгармас кесимли бўлса,

энг катта салқилик $f = -\frac{F\ell^3}{3EI}$ формула билан топилади.

Демак, ўзгарувчан кесимли балкаларнинг эгилувчанлиги катта экан.

7.6. ЭГИЛИШДА КЎЧИШЛАРНИ ТОПИШНИНГ ЭНЕРГЕТИК УСУЛЛАРИ

Юқорида тўғри стерженнинг кўндаланг эгилишдаги кўчишини аниқлашнинг турли усулларини кўриб ўтдик. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламасини интеграллаш усули бошлангич параметрлар ва графоаналитик усулларни татбиқ этиш усуллари билан балканинг эгилишини оддий кўринишларида аниқлаш ёки ҳисоблаш қулайдир.

Эгилишга учрайдиган конструкция қисмларининг айрим мураккаб шакл ёки кўринишлари мавжудки, бу хилдаги конструкция қисмларининг кўчишларини аниқлаш учун эгилишдаги деформациянинг энергиясига асосланган Мор ёки Верещагин усулларини татбиқ этиш осон. Мор ёки Верещагин усуллари билан тўғри стерженларнинг чўзилиш ёки сиқилиш, буралиш ва эгилишдаги кўчишларини аниқлаш ва статик ноаниқ масалаларни ечиш мумкин.

7.7.1. ЭГИЛИШДА ДЕФОРМАЦИЯНИНГ ПОТЕНЦИАЛ ЭНЕРГИЯСИ

Балкага ўсиб борувчи элементар кичик dF юк билан таъсир қилинсин (203-расм). Юк dF миқдорга ортганда балкага юкланган олдинги юк пастга тушади ва унинг потенциал энергияси (U_F) камаяди, балка деформациясининг энергияси (U_F) эса тегишлича ортади. Балка ҳар бир dF миқдорда юкланганида, заррачаларининг ҳаракат хусусияти ўзгармайди. Шунинг учун ҳар бир юклашда балканинг ҳамма қисмида мувозанат ҳолати содир бўлади. Де-

203-расм

мак, балканинг деформацияси уни мувозанат ҳолатини бузмасдан ҳосил бўлар экан. Шунинг учун балканинг ҳар бир юкланиш ҳолатида $U_F = U$ тенглик келиб чиқади, яъни юкнинг потенциал энергияси U_F балка деформациясининг потенциал энергиясига тўлиқ ўтади. Бошқа турга айланган энергиянинг ўлчами сифатида конструкцияга таъсир қилувчи ташқи кучни бажарган иши қабул қилинади. Унда U_F ташқи кучнинг мусбат ишорали иши A_F билан ўлчанади; деформациянинг потенциал энергияси эса ички кучларнинг манфий ишорали иши (A_u) билан ўлчанади. Ички кучлар балка нуқталарининг кўчишига тескари томонга йўналганлиги учун (A_u) иш манфийдир. Демак, $A_F = 0$, яъни мувозанат бузилмаган ҳолатдаги кўчишда ташқи ва ички кучларнинг бажарган ишларининг йиғиндиси нолга тенг экан. Юқоридаги тенгликка асосан деформациянинг потенциал энергияси U ташқи кучнинг бажарган иши A_u га тенг экан, яъни:

$$U = A_F \qquad (7.15)$$

Балканинг соф эгилишда бўлган қисмидан ажратилган dx узунликдаги бўлагининг деформациясини текширамиз (204-расм).

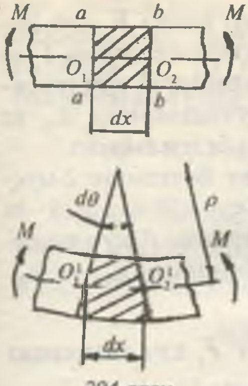
Балка ўқининг эгриланишида унинг кесимлари $d\theta = \frac{dx}{\rho}$ бурчакка айланади. Эгрилик радиуси ρ эгувчи момент билан қуйидагича боғланишда:

$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$. У ҳолда: $d\theta = \frac{Mdx}{EI}$ ҳосил бўлади.

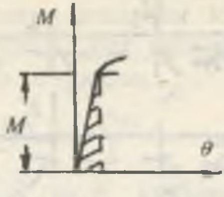
Балка эгилишининг пропорционаллик чегарасида эгувчи моментнинг бажарган иши OBK учбурчакнинг юзаси билан ўлчанади (205-расм), яъни:

$$dA = \frac{Md\theta}{2} = \frac{M^2 dx}{2EI} \quad \text{ёки } dU = dA = \frac{M^2 dx}{2EI}$$

Агар балканинг узунлиги бўйлаб $M = \text{const}$ ва $EI = \text{const}$ бўлса, яъни бир жинсли деб қаралса:



204-расм.

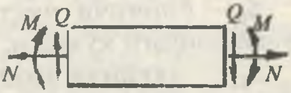


205-расм.

$$U = \int_0^{\ell} \frac{M^2 dx}{2EI} = \frac{M^2 \ell}{2EI} \qquad (7.16)$$

ҳосил бўлади.

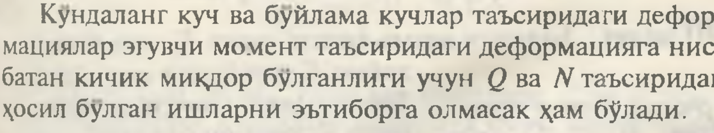
Эгилаётган балканинг кўндаланг кесимида M, Q ва N ички куч омиллари ҳосил бўлади (206-расм).



206-расм.

У пайтда тўлиқ потенциал энергия қуйидагича ёзилади:

$$U = \sum \int_0^{\ell} \frac{M^2 dx}{2EI} + \sum \int_0^{\ell} \frac{N^2 dx}{2EA} + \sum \int_0^{\ell} \frac{Q^2 dx}{2GA}$$

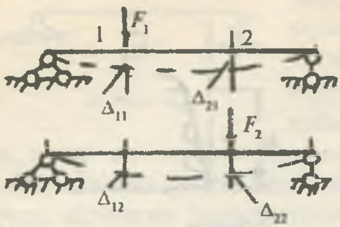


207-расм.

Кўндаланг куч ва бўйлама кучлар таъсиридаги деформациялар эгувчи момент таъсиридаги деформацияга нисбатан кичик миқдор бўлганлиги учун Q ва N таъсиридан ҳосил бўлган ишларни эътиборга олмасак ҳам бўлади.

7.7.2. ИШЛАР ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШЛАР ТЕОРЕМАСИ КЎЧИШЛАР ОРАСИДАГИ БОҒЛАНИШЛАР ТЕОРЕМАСИ

Балканинг ташқи куч билан юкланишида тўрт хил ҳолатни кўриб чиқайлик (208-расм):



208-расм.

I ҳолат. Балка F_1 куч билан 1-нуқтада юкланган. 1- ва 2-нуқталарнинг F_1 куч таъсиридаги кўчишларини Δ_{11} ва Δ_{21} билан белгилаймиз.

II ҳолат. Балканинг 2-нуқтасига F_2 куч қўйилади. 1- ва 2-нуқталарнинг F_2 куч таъсиридаги кўчишини Δ_{12} ва Δ_{22} билан белгилаймиз.

Бу ерда: Δ_{11} — биринчи нуқтанинг F_1 куч таъсирида шу куч йўналиши бўйича кўчиши.

Δ_{21} — иккинчи нуқтанинг F_1 куч таъсирида F_1 куч йўналишидаги кўчиши;

Δ_{12} — биринчи нуқтанинг F_2 куч таъсирида F_2 куч йўналишидаги кўчиши;

Δ_{22} — иккинчи нуқтанинг F_2 куч таъсирида шу куч йўналишидаги кўчиши.

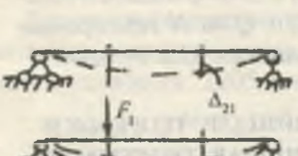
F_1 ва F_2 ташқи кучларнинг бажарган ишларини Клапейрон формуласи билан аниқлаймиз:

$$A_{11} = \frac{F_1\Delta_{11}}{2} \quad \text{ва} \quad A_{22} = \frac{F_2\Delta_{22}}{2}$$

A_{11} ва A_{22} ишларни балканинг кўндаланг кесимида ҳосил бўладиган ички омил, эгувчи момент ёрдамида ҳам аниқлаш мумкин:

$$A_{11} = \sum \int_0^{\ell} \frac{M_1^2 dx}{2EI} \quad \text{ва} \quad A_{22} = \sum \int_0^{\ell} \frac{M_2^2 dx}{2EI}$$

III ҳолат. Балкани кетма-кетига аввал F_1 куч билан, кейин F_2 куч билан юклаймиз. 208-расмдан 1-нуқтани кўчишида F_1 кучнинг бажарган иши A_{11} ни топган эдик.



209-расм.

F_2 куч эгилган балкадаги 2-нуқтага қўйилади. F_2 куч ноль қийматдан энг катта қийматга ўсиши давомида F_1 куч ўзгармас бўлади ва Δ_{12} миқдорга кўчишида $A_{12} = F_1\Delta_{12}$ ишни бажаради. Бу пайтда F_2 куч A_{22} ишни бажаради. У ҳолда балкани F_1 ва F_2 куч билан кетма-кет юклангандa бажарилган тўлиқ иши қуйидагича топилади:

$$A_4 = A_{11} + A_{12} + A_{22} = \frac{F_1\Delta_{11}}{2} + F_1\Delta_{12} + \frac{F_2\Delta_{22}}{2} \qquad (7.17)$$

Бошқа томондан тўлиқ ишни F_1 ва F_2 кучларни тегишли кўчишларга кўпайтмаларини йиғиндисининг ярмига тенг деб қабул қилиш мумкин:

$$A_4 = \frac{F_1(\Delta_{11} + \Delta_{12})}{2} + \frac{F_2(\Delta_{21} + \Delta_{22})}{2} \qquad (7.18)$$

(7.17) ва (7.18) тенгламаларни ўзаро тенглаштирсак, $F_1\Delta_{12} = F_2\Delta_{21}$ ҳосил бўлади.

Бу ерда $A_{12} = F_1\Delta_{12}$ бўлиб, F_2 куч таъсирида 1-нуқтанинг кўчишда F_1 кучни ўз йўналишида бажарган ишидир.

У ҳолда, $A_{21} = F_2\Delta_{21}$ иш F_1 куч таъсирида 2-нуқтанинг кўчишида F_2 кучни ўз йўналишида бажарган ишидир (209-расм).

Демак, $A_{12} = A_{21}$ иккинчи куч таъсирида биринчи куч қўйилган нуқтанинг шу кучнинг йўналишидаги кўчишида бажарган иши миқдор жиҳатдан биринчи куч таъсиридан иккинчи куч қўйилган нуқта йўналишидаги кўчишда бажарган ишига тенг экан.

Бу таъриф ишлар орасидаги боғланишлар теоремаси бўлиб, Бетти теоремаси дейилади.

Тўлиқ A_4 ишни эгувчи моментлар орқали ифодалаймиз:

$$A_4 = \sum \int_0^{\ell} \frac{(M_1 + M_2)^2 dx}{2EI} \qquad (7.20)$$

Бу ерда: M_1 ва M_2 ички куч омиллари, F_1 ва F_2 таъсирида балканинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлган эгувчи моментларидир. Тенгликда A_{12} ишни топамиз:

$$A_{12} = A_4 - A_{11} - A_{22} \quad \text{ёки}$$

$$A_{12} = \sum \int_0^{\ell} \frac{(M_1 + M_2)^2 dx}{2EI} - \sum \int_0^{\ell} \frac{M_1^2 dx}{2EI} - \sum \int_0^{\ell} \frac{M_2^2 dx}{2EI}$$

Бу ерда: $A_{12} = \sum \int_0^\ell \frac{M_1 M_2 dx}{EI}$ ва $A_{21} = \sum \int_0^\ell \frac{M_2 M_1 dx}{EI}$

IV ҳол. $F_1 = F_2 = 1$ бирлик куч деб қабул қилсак,

$$1 \cdot \Delta_{12} = 1 \cdot \Delta_{21} \quad \text{ёки} \quad \delta_{12} = \delta_{21} \tag{7.21}$$

ҳосил бўлади, яъни биринчи бирлик куч таъсиридан иккинчи бирлик куч йўналишидаги кўчиши δ_{12} миқдор жиҳатдан, иккинчи бирлик кучи таъсиридан биринчи бирлик кучи йўналишидаги кўчиши δ_{21} га тенгдир. Бу таъриф Максвелл теоремаси дейилади ва кўчишлар орасидаги боғланишлар теоремаси бўлади.

7.7.3. ЭГИЛИШДА КЎЧИШЛАРНИ АНИҚЛАШНИНГ МОР ИНТЕГРАЛИ

Балка юкланишининг 2 хил ҳолатини кўрамиз:

Биринчи ҳолда балкага F_1 ташқи куч, иккинчи ҳолда $F_2 = 1$ бирлик куч қўйилган бўлсин (210-расм).

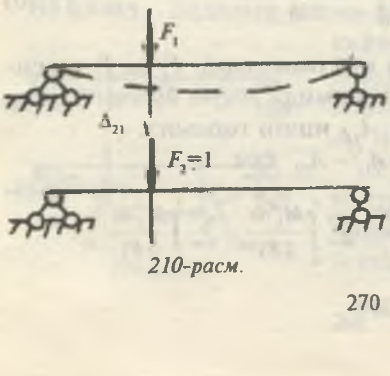
Δ_{21} кўчишда $F_2 = 1$ бирлик кучнинг бажарган иши — A_{21} ни аниқлаймиз.

$$A_{21} = F_2 \Delta_{21} = 1 \cdot \Delta_{21} = \Delta_{21}$$

A_{21} иш ички куч омили эгувчи момент билан ифодаланади:

$$A_{21} = \Delta_{21} = \int_0^\ell M_2 \frac{M_1 dx}{EI} \tag{7.22}$$

Бу ерда: M_2 бирлик $F_2 = 1$ куч таъсиридан ҳосил бўлган момент. (7.22) тенглик Мор интеграли. Демак, Мор интеграли ёрдамида ҳар қандай кўчишни ички куч билан ифодалаш мумкин эмас. Бунинг учун берилган балканинг схемаси ёнида бирлик куч билан юкланган сохта балка схемаси чизилар экан. Агар чизиқ-



210-расм.

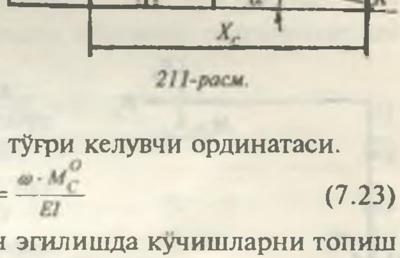
ли кўчиш топилса, сохта балкага $F = 1$ ўлчов бирлигисиз тўпланма куч қўйилади; агар кесимнинг айланиш бурчаги топилса, сохта балкага $M = 1$ ўлчов бирлигисиз момент таъсир қилдирилади. Бирлик кучнинг йўналиши кўчишнинг йўналиши билан мос тушиши керак.

7.7.4. ВЕРЕЩАГИН ҚОИДАСИ

Бирлик куч тўпланма куч ёки момент бўлишидан қатъи назар, бу моментнинг эпюраси тўғри чизиқдир. Ташқи куч моментининг эпюраси тўғри чизиқли ҳам, эгри чизиқли ҳам бўлиши мумкин. Фараз қилайлик, ташқи куч моменти M нинг эпюраси эгри чизиқли, бирлик куч моменти M_0 нинг эпюраси тўғри чизиқли бўлсин (211-расм). У ҳолда интеграл $\int_0^l MM_0dx$ — момент M нинг ҳар қандай ҳолатида $\omega_0 M_0$ ифода билан алмаштириш мумкин.

Схемадан: $M = x \cdot tg\alpha$ бўлса, $\int_0^l MM_0dx = \int_0^l d\omega \cdot x \cdot tg\alpha$ келиб чиқади. Бу ерда: $Mdx = d\omega$ — эгувчи момент M эпюрасидан ажратилган элементар юза.

$$\int_0^l d\omega \cdot x = \omega \cdot x_c = S_k$$



211-расм.

эгувчи момент эпюрасини K нуқтага нисбатан статик моменти. У ҳолда: $\omega \cdot x_c \cdot tg\alpha = \omega \cdot M_c^o$; бу ерда: $M_c^o = x_c \cdot tg\alpha$ бирлик куч моменти M^o нинг эгувчи момент M эпюрасининг оғирлик марказига тўғри келувчи ординатаси.

$$\delta = \frac{\omega \cdot M_C^O}{EI} \tag{7.23}$$

Верещагин усули билан эгилишда кўчишларни топиш учун берилган балка эгувчи моментининг эпюраси остида бирлик куч моменти эпюраси қурилиши керак. Кейин эпюралар ўзаро кўпайтирилади.

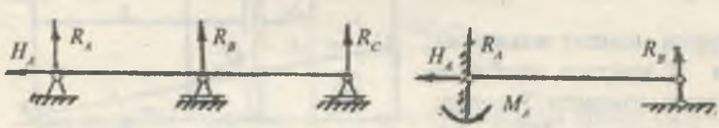
7.8. СТАТИК АНИҚМАС СИСТЕМАЛАР

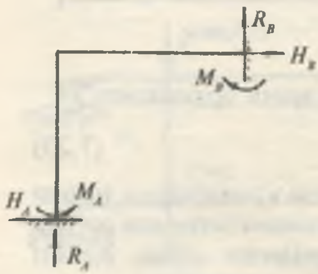
Айрим конструкцияларнинг иш шароитига кўра, ундаги таянч сонини кўпайтириш керак. Таянч сони айрим конструкция қисмларининг кўчишини чеклаш учун ҳам кўпайтирилади. Бундай ҳолларда системада ортиқча боғланишлар пайдо бўлади (212-расм). Ортиқча боғланишлар системада қўшимча номаълум реакция кучларини келтириб чиқаради (H_A; R_A; R_B; R_C; H_B; M_A; M_B). Номаълум реакция кучларини топиш учун статиканинг тенгламаларидан фойдаланамиз:

$$\left.\begin{aligned} \sum X &= 0 \\ \sum Y &= 0 \\ \sum M &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7.24)$$

Статиканинг тенгламаларидан ва расмдан кўриниб турибдики, ҳар бир системадаги номаълум реакция кучларининг сони статиканинг тенгламалари сонидан ортиқча экан.

Бундай системалар статик ноаниқ системалар, номаълум реакция кучларини аниқлаш статик ноаниқ системалар дейилади. Статик ноаниқ системаларни ҳисоблаш учун аввал уни аниқмаслик даражаси топилади:





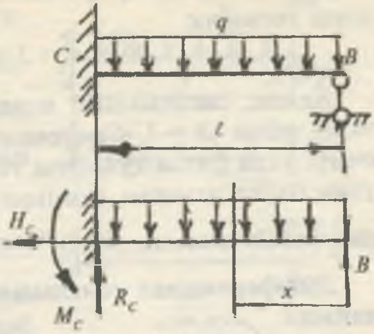
212-расм.

$$S = n - 3$$

n — системадаги номаълумлар сони;

3 — статиканинг мувозанат тенгламаларининг сони;

Системанинг аниқмаслик даражаси унинг ортиқча боғланишлари сонига тенг бўлади. Ортиқча боғланишлари йўқотилган ёки статик аниқмаслик даражаси очилган ҳар қандай статик ноаниқ система — статик аниқ системадир. Системанинг аниқмаслик даражаси қўшимча тенгламалар — системанинг деформация тенгламаси тузилиши билан очилади.



213-расм.

Системанинг деформация тенгламаси қуйидаги усуллардан биттасини татбиқ этиш билан тузилади:

1) балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламаси;

2) кўчишларни таққослаш;

3) Мор интеграли ёки Верешагин формуласини татбиқ этиш;

4) уч момент теоремасини татбиқ этиш;

5) куч усули. Каноник тенглама тузиш.

БАЛКА ЭГИЛГАН ЎҚИНИНГ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ТЕНГЛАМАСИНИ ТАТБИҚ ЭТИШ

Ортиқча боғланиш ёки ортиқча номаълум сифатида B таянчдаги реакция кучини танлаймиз. В номаълум реакция кучи ва q билан юкланган система статик ноаниқ система бўлиб, асосий система дейилади. Асосий система берилган системага эквивалентдир. Номаълум реакция кучларини топиш учун статиканинг мувозанат тенгламаларини тузамиз:

$$\sum X = -H_C = 0 \qquad (а)$$

$$\sum Y = -R_c - q\ell + B = 0 \qquad (б)$$

$$\sum M_C = -M_C + q\frac{\ell^2}{2} - B\ell = 0 \qquad (в)$$

(а), (б) ва (в) тенгламалардан кўриниб турибдики, номаълум реакция кучларининг сони статиканинг мувозанат тенгламаларидан ортиқча экан. Шунинг учун бу масала статик ноаниқдир. Системанинг аниқмаслик даражасини топамиз:

$$S = n - 3 = 4 - 3 = 1$$

Демак, системанинг аниқмаслик даражаси бирга тенг экан, яъни $S = 1$. Системанинг аниқмаслик даражасини очиш учун битта қўшимча тенглама тузиш керак. Бунинг учун балка эгилган ўқининг дифференциал тенгламасидан фойдаланамиз. $EI \cdot y^{11} = Bx - q\dfrac{x^2}{2}$

Дифференциал тенгламани икки маротаба интеграллаймиз:

$$EI \cdot y^1 = B\frac{x^2}{2} - q\frac{x^3}{6} + C \qquad (\text{г})$$

$$EI \cdot y = B\frac{x^3}{6} - q\frac{x^4}{24} + CX + D \qquad (\text{д})$$

Интеграллаш доимийликлари C ва $Д$ ҳисобига номаълумлар сони иккитага ортди. Лекин, балка учларининг таянчларга таяниш шартларига кўра: $X = 0$ да $У = 0$ ва

$$X = \ell \quad \text{да} \quad y = 0$$

$$y^1 = 0 \quad \text{ва} \quad D = 0$$

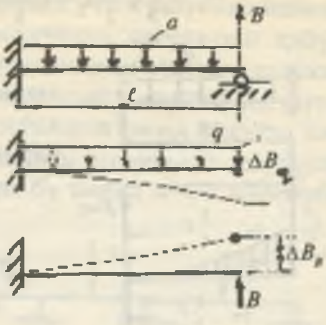
У ҳолда
$$\left.\begin{aligned} B\frac{\ell^2}{2} - q\frac{\ell^3}{6} + C = 0 \\ B\frac{\ell^3}{6} - q\frac{\ell^4}{24} + C\ell = 0 \end{aligned}\right| \qquad (\text{е})$$

(е) тенгламалар системасидан $B = \dfrac{3}{8}q\ell$ келиб чиқади. B реакциянинг қиймати топилса, статик аниқмас масалани мувозанат шартлари ёрдамида R_c ва M_c номаълум реакция кучларини аниқлаш мумкин.

Кўчишларни таққослаш усули. Асосий системадаги B нуқтанинг салқилиги q ва B кучлари таъсиридаги салқиликларнинг йиғиндисига тенг бўлади, яъни $f_B = f_{Bq} + f_{BB} = 0$

Бу ерда: $f_{B_q} = -\dfrac{q\ell^4}{8EI}$ B нуқтанинг q кучи таъсиридан салқилиги. $f_{BB} = \dfrac{B\ell^3}{3EI}$ В нуқтанинг В реакция кучи таъсиридан кўчиши.

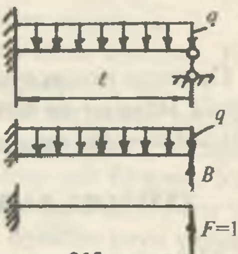
У ҳолда: $-\dfrac{q\ell^4}{8EI} + \dfrac{B\ell^3}{3EI} = 0$ ёки $B = \dfrac{3q\ell}{8}$ В реакция кучининг қийматини шундай ҳисоблаб топдикки, бу ҳолатда q ва B кучлар таъсиридаги кўчишлар ўзаро тенг бўлди.



214-расм.

Мор интегралини татбиқ этиш. Бу усулда берилган балканинг остида асосий ва бирлик куч билан юкланган сохта балкалар чизилади. Асосий ва сохта балкаларнинг X оралиқ масофаси учун момент тенгламалари ёзилади (215-расм).

$M_x = Bx - q\dfrac{x^2}{2}$ ташқи куч ва номаълум реакция кучи B таъсиридаги эгувчи момент тенгламаси: $M_o = Fx = 1 \cdot x = x$



215-расм.

B нуқтанинг салқилиги нолга тенг, яъни: $f_B = 0$ ёки

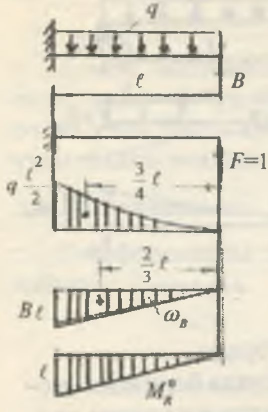
$$f_B = \int_0^\ell \frac{M_x M_o dx}{EI} = \int_0^\ell \frac{(Bx - q\dfrac{x^2}{2}) \cdot dx}{EI} = 0$$

Бу ерда $\dfrac{1}{EI} \neq 0$, шунинг учун $\int_0^\ell \left(Bx - q\dfrac{x^2}{2} \cdot \right) \cdot dx = 0$ ёки интеграллашдан кейин: $B = \dfrac{3}{8}q\ell$

Верешагин формуласини татбиқ этиш. Берилган куч $-q$, номаълум реакция кучи $-$ B ва $F = 1$ бирлик кучи таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи моменти эпюраларини кўрамиз.

Ҳар қайси эгувчи момент эпюраси юзаларини топамиз:

$$\omega_q = \frac{1}{3} q \frac{\ell^2}{2} \ell = q \frac{\ell^3}{6}, \qquad \omega_B = \frac{1}{2} B\ell \cdot \ell = \frac{B\ell^2}{2}$$



216-расм.

ω_q ва ω_B юзаларининг оғирлик марказларига тўғри келувчи бирлик кучи моменти эпюрасининг ордина-тасини топамиз:

$$M_q^o = \frac{3}{4}\ell \text{ ва } M_B^o = \frac{2}{3}\ell$$

B нуқтанинг кўчишини ёзамиз:

$$f_B = \frac{\omega_q \cdot M_q^o + \omega_B \cdot M_B^o}{EI} =$$

$$= \frac{1}{EI}\left(-q\frac{\ell^3}{6} \cdot \frac{3}{4}\ell + \frac{B\ell^2}{2} \cdot \frac{2}{3}\ell \right) = 0$$

Бу ерда: $B = \frac{3}{8} q\ell$

Ортиқча номаълум реакция кучи B топилган балканинг эгувчи момент ва кўндаланг куч эпюралари статик аниқ балкадаги каби қурилади.

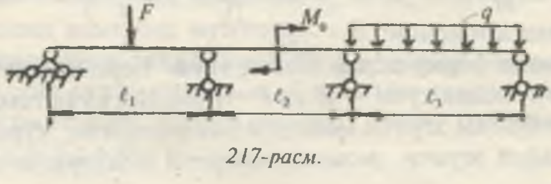
УЗЛУКСИЗ БАЛКАЛАР. УЧ МОМЕНТ ТЕОРЕМАСИ

Статик аниқмас конструкцияларнинг асосий кўри-нишларидан бири узлуксиз балкалардир.

Узлуксиз деб, камида иккита таянчга таянувчи ва ора-лиқ шарнирлари бўлмаган балкага айтилади.

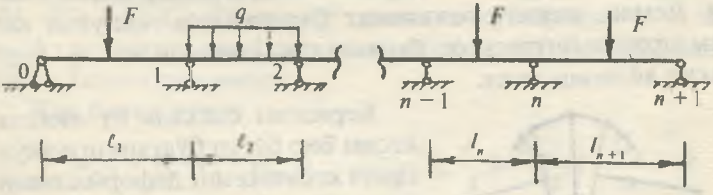
Узлуксиз балканинг четка кесимлари шарнирли ёки қистириб маҳкамланган таянчларга таянади.

Бўйлама кучни қабул қилиш учун узлуксиз балканинг битта таянчи қўзғалмас шарнирли бўлиши керак. Ҳарорат



217-расм.

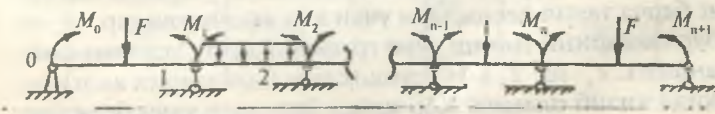
таъсирида узунлигини ўзгартириши учун узлуксиз балканинг қолган таянчларини қўзғалувчан шарнирли қабул қилинади. Агар балка $n+1$ та шарнирли таянчга таянса, унда горизонтал реакция кучини ҳисобга олмаганда шунча вертикал йўналган реакция кучлари ҳосил бўлади. Берилган узлуксиз балка учун иккита мувозанат шартини тузиш мумкин бўлганлиги учун бу балка $n-1$ маротаба ноаниқдир (218-расм).



218-расм.

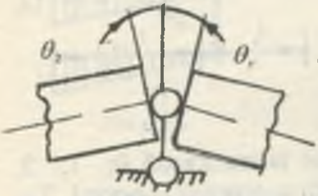
Балканинг таянчлари чапдан ўнгга қараб 0; 1; 2; 3...$n-1$ ва $n+1$ сонлари билан белгиланиши мумкин. Таянчлар орасидаги масофалар ℓ_1; ℓ_2; ℓ_3;...ℓ_n ва ℓ_m+1 билан белгиланади. Ҳар бир оралиқ узунлигининг индекси ўнг таянч номерига тўғри келади. Балканинг узунлиги бўйлаб кесимнинг инерция моменти бир хил бўлсин. Узлуксиз балканинг аниқмаслик даражасини очиш учун уч момент теоремасидан фойдаланамиз. Бунинг учун узлуксиз балканинг асосий системасини танлаймиз. Асосий системада оралиқ шарнирли таянчлар устига шарнирлар, номаълум реакция кучлари ўрнига эса номаълум таянч моментлари қабул қилинган.

Бундай асосий системада ҳар бир ташқи куч ўзи қўйилган оралиққа таъсир қилади, яъни ташқи куч балканинг бошқа оралиқларига таъсири номаълум таянч моментида ифодаланади.



219-расм.

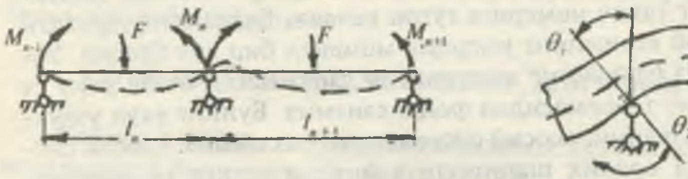
Демак, асосий система — шарнирларга таянган, ташқи куч ва номаълум моментлар билан юкланган оддий балкалар экан. Оддий икки таянчли балкалардаги ҳар бир таянч кесимининг кўчиши (айланиш бурчаги) шу оралиқдаги ташқи кучга ва номаълум таянч моментига боғлиқ. Асосий системада ҳар бир оддий икки таянчли балка бошқа балкалардаги кучларга боғлиқ бўлмасдан, ўзига қўйилган ташқи куч таъсирида алоҳида деформацияланади. Демак, иккита балканинг бир таянчга таянувчи кесимларидан биттаси θ_n бурчакка, иккинчиси эса θ_y бурчакка айланар экан.



220-расм.

Берилган балкада бу иккита кесим бир бутун бўлганлиги учун таянч кесимининг деформацияси (айланиш бурчаги) қуйидагича бўлади (221-расм):

Бу ерда: θ_n — узунлиги ℓ_n бўлган чап балкани a таянчга таянувчи кесимининг айланиш бурчаги:



221-расм.

θ_y — узунлиги $\ell_n + 1$ бўлган ўнг балканинг n таянчга таянган кесимининг айланиш бурчаги. Бу иккита кесим бир бутун бўлганлиги учун: $\theta_n = \theta_y$, яъни ўзаро қарама-қарши бурчаклар тенгдир. n — таянчга таянувчи чап ва ўнг балкалардаги M_{n-1}; M_n ва M_{n+1} номаълум моментлари фақат (9.2) шарт учун тегишли бўлмасдан, узлуксиз балканинг барча таянч кесимлари учун ҳам аҳамиятлидир. θ_n ва θ_y бурчакларини топиш учун графоаналитик усулдан фойдаланамиз. ℓ_n ва $\ell_n + 1$ узунликдаги балкаларни алоҳида-алоҳида чизиб оламиз. Ҳар қайси балкалар учун берилган ташқи куч ва номаълум моментлар таъсиридаги эгувчи моментлар эпюраларини қурамиз.

Учта сохта балкани бир бутун — битта сохта балка деб қараш керак, чунки биз ўқувчига F кучи; M_{n-1}; M_n ва M_{n+1} номаълум моментларининг эгувчи моменти тушунарли бўлсин деб, ҳар бир асосий балка учун учтадан эгувчи момент эпюрасини қурдик.

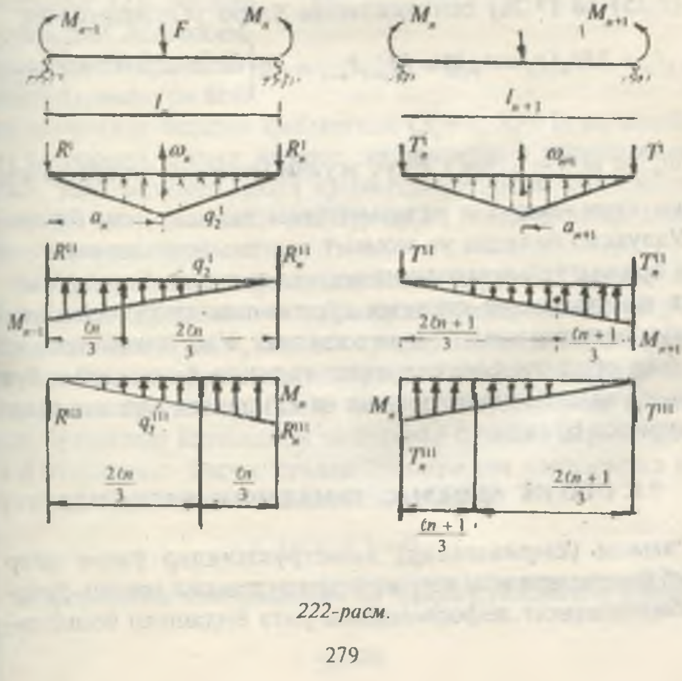
У ҳолда: $R_n = R_n^{I} + R_n^{II} + R_n^{III}$ ва $T_n = T_n^{I} + T_n^{II} + T_n^{III}$

R_n ва T_n реакция кучларини топиш учун сохта балкадаги тақсимланган куч интенсивлиги — q_c лардан ҳамда R_n^{I}; R_n^{II}; R_n^{III}; T_n^{I}; T_n^{II} ва T_n^{III} реакция кучларидан $n-1$ ва $n+1$ таянчларга нисбатан моментларининг йигиндисини нолга тенглаштирамиз.

Чап балка учун:

$$\sum M_{n-1} = R_n \cdot \ell_n - \omega_n \cdot a_n - \frac{M_{n-1} \cdot \ell_n}{2} \cdot \frac{\ell_n}{3} - \frac{M_n \cdot \ell_n}{2} \cdot \frac{2\ell_n}{3} = 0$$

Бу ерда: $R_n = \dfrac{M_{n-1} \cdot \ell_n}{6} + \dfrac{M_n \cdot \ell_n}{3} + \omega_n \dfrac{a_n}{\ell_n}$



222-расм.

У пайтда чап балка n таянч кесимининг айланиш бурчаги қуйидагича топилади:

$$\theta_n = \frac{Q_c^n}{EI} = \frac{R_n}{EI} = \frac{1}{EI}\left(\frac{M_{n-1}\ell_n}{6} + \frac{M_n\ell_n}{3} + \frac{\omega_n a_n}{\ell_n}\right) \quad (7.25)$$

Ўнг балка учун:

$$\sum M_{n+1} = -T_n \cdot \ell_{n+1} + \omega_{n+1} \cdot a_{n+1} + \frac{M_{n+1} \cdot \ell_{n+1}}{2} \cdot \frac{\ell_{n+1}}{3} +$$

$$+ \frac{M_n \cdot \ell_{n+1}}{2} \cdot \frac{2\ell_{n+1}}{3} = 0$$

Бу ерда: $T_n = \frac{M_{n-1} \cdot \ell_{n+1}}{6} + \frac{M_n \cdot \ell_{n+1}}{3} + \omega_{n+1}\frac{a_{n+1}}{\ell_{n+1}}$ ва

$$\theta_e = \frac{Q_c^y}{Ey} = \frac{T_n}{EI} = \frac{1}{EI}\left[\frac{M_{n+1}\ell_{n+1}}{6} + \frac{M_n\ell_{n+1}}{3} + \frac{\omega_{n+1}a_{n+1}}{\ell_{n+1}}\right] \quad (7.26)$$

(7.25) ва (7.26) тенгликларни ўзаро тенглаштирсак:

$$M_{n-1}\ell_n + 2M_n(\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n-1}\ell_{n+1} = -6\left(\frac{\omega_n a_n}{\ell_n} + \frac{\omega_{n+1}a_{n+1}}{\ell_{n+1}}\right) \quad (7.27)$$

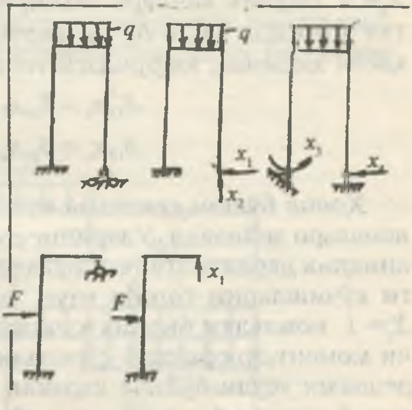
ω_n ва ω_{n+1} — ташқи F куч эгувчи моменти эпюрасининг юзаси (куч юзаси) — уч момент тенгламаси ҳосил бўлади.

Узлуксиз балкада уч момент тенгламасининг сони ундаги оралиқ таянчларининг сонига тенгдир. Барча уч момент тенгламалари система кўринишда ҳисобланса, номаълум реакция моментлари топилади. Узлуксиз балканинг ҳар бир оралиғи алоҳида икки таянчли балка деб қабул қилинса ҳамда эгувчи момент ва кўндаланг куч эпюралари қурилса бўлади.

7.9. СТАТИК АНИҚМАС РАМАЛАРНИ ҲИСОБЛАШ

Рамали (бирикмалар) конструкциялар ўзаро бикр қилиб бириктирилган стерженлардан ташкил топган. Улардан биттасининг деформацияси унга ёндашган бошқаларинийнг деформациясига сабаб бўлади. Бундай статик ноаниқ системаларни куч усули билан ҳисоблашда ҳам асосий система танлаб олиниши керак.

Асосий система бир неча вариантда танлаб олинади. Асосий системани танлашда ортиқча боғланишлар ортиқча номаълумлар — X билан алмаштирилади. Асосий системада статик ноаниқ система содда ва статик аниқ кўринишга эга бўлиши, геометрик ўзгармас бўлиши керак. Икки марта статик ноаниқ рама учун асосий системанинг иккита варианти ва бир марта статик ноаниқ раманинг асосий системаси 223- расмда кўрсатилган. Асосий системаларнинг қайси вариантда номаълум боғланишларнинг бирлик қийматида ($X_1=1$; $X_2=1$) ва ташқи куч таъсирида эгувчи момент эпюраларини қуриш осон бўлса, ўша вариант қабул қилинади. Асосий системани танлашда ҳам чизиқли, ҳам бурчакли боғланишлар ташлаб юборилар экан.



223-расм.

Асосий система вариантларидан бири (223-расм) га кўра B таянч қўзғалмас — шарнирли бўлиб, номаълум реакция кучлари X_1 ва X_2 бирлик кучлар билан алмаштирилган. Кучлар таъсирининг мустақиллик аломати асосида ҳар бир куч таъсиридан кўчишлар топилади, сўнгра улар қўшилади, буларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлиши керак, чунки B нуқтанинг барча кучлар таъсиридан горизонтал ва вертикал кўчишлари чеклангандир, яъни:

$$\Delta_B(q; x_1, x_2) = 0$$

Деформация тенгламалари бу ҳолда қуйидагича ёзилади:

$$\Delta_\beta = \Delta_{\beta x1} + \Delta_{\beta x2} + \Delta_{\beta q} = 0 \text{ (горизонтал кўчиш)}$$

$$\Delta_\beta = \Delta_{\beta x1} + \Delta_{\beta x2} + \Delta_{\beta q} = 0 \text{ (вертикал кўчиш)}$$

X_1 ва X_2 номаълумлардан ҳосил бўладиган кўчишларни қуйидагича ёзиш мумкин: $\Delta_{\beta x1} = \delta_{\beta 1} x_1$ ва $\Delta_{\beta x2} = \delta_{\beta 2} x_2$

Бу ерда: $\delta_{\beta 1}$ ва $\delta_{\beta 2}$ — асосий система B таянчини $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ бирлик кучлари таъсиридан кўчишидир. Горизонтал кўчишда $\Delta_\beta = \Delta_1$ ва вертикал кўчишда $\Delta_\beta = \Delta_2$ деб қабул қилинса, юқоридаги тенглама қуйидагича ёзилади:

$$\left.\begin{aligned} \delta_{11} x_1 + \delta_{12} x_2 + \Delta_{1q} = 0 \\ \delta_{12} x_1 + \delta_{22} x_2 + \Delta_{2q} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (7.28)$$

Ҳосил бўлган тенглама куч усулининг каноник тенгламалари дейилади. Уларнинг сони системанинг статик ноаниқлик даражасига тенг бўлади. Каноник тенгламалардаги кўчишларни топиш учун асосий системада $X_1 = 1$, $X_2 = 1$ номаълум бирлик кучлардан ва ташқи кучдан эгувчи момент эпюралари қурилади. Мор формуласи ёки Верещагин усули бўйича керакли эпюралар ўзаро кўпайтирилиб, каноник тенгламанинг бирлик куч ва берилган ташқи куч таъсиридан бўладиган кўчишлари топилади. Каноник тенгламаларни ҳисоблаб X_1 ва X_2 номаълумлар аниқланади. Номаълумлар топилгач, балка статик аниқ кўринишга келади.

Савол ва топшириқлар

1. Балка эгилишининг потенциал энергияси нимага тенг?
2. Ишлар орасидаги боғланишлар теоремасини айтинг.
3. Кўчишлар орасидаги боғланишлар теоремасини айтинг.
4. Мор интегралини ёзинг.
5. Верешагин формуласини ёзинг.
6. Статик ноаниқ система деб нимага айтилади?
7. Статик ноаниқ системалар қандай усуллар билан ечилади?
8. Уч момент тенгламасини ёзинг.
9. Каноник тенгламани ёзинг.

1-масала.

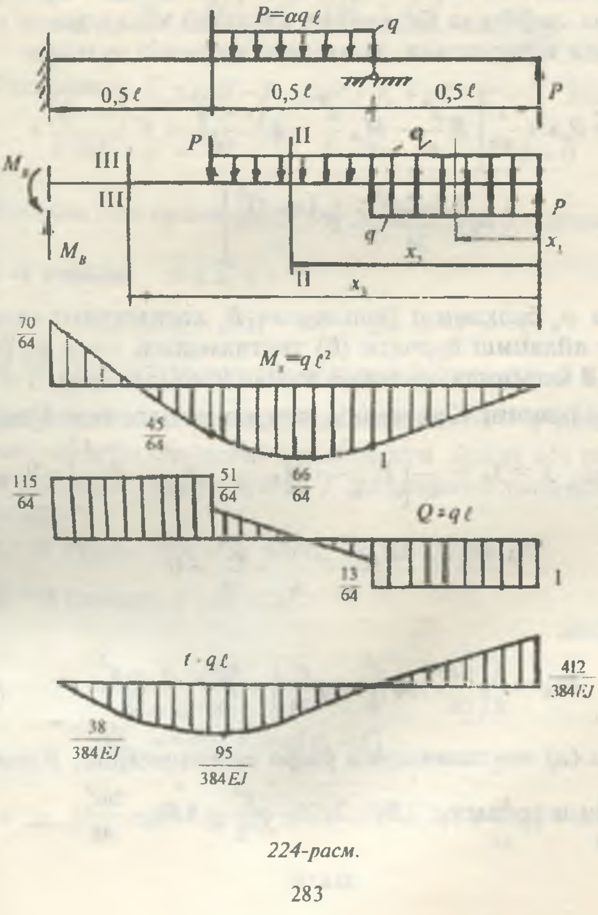
1. Берилган статик аниқмас балканинг B таянчдаги реактив момент M_B топилсин.

2. M_x ва Q_x эпюралари қурилсин.

3. Балканинг узунлиги бўйлаб салқилик эпюраси қурилсин.

$$\alpha = 1,0$$

Ечиш. Берилган системанинг эквивалент схемасини танлаймиз. (224-расм). Агар балканинг *К* таянчдан кейинги оралиғида тақсимланган куч интенсивлиги таъсир қилмаса, асосий (эквивалент) схемани танлащда балканинг



224-расм.

шу қисми бир-бирига тенг ва қарама-қарши йўналган — q кучлар билан тўлдирилади. Биринчи саволга жавоб топиш учун барча кучлардан K таянч нуқтага нисбатан олинган моментлар йиғиндисини нолга тенглаштирамиз:

$$\sum M_K = -M_B + B\cdot 2\ell - P\ell - P\ell - q\ell^2 + q\frac{\ell^2}{2} = 0 \quad \text{ёки}$$

$$M_B = 2B\ell - 2P\ell - q\frac{\ell^2}{2} \qquad (a)$$

(а) тенгламада иккита номаълум бўлиб, B ни топиш учун қўшимча тенглама тузишга тўғри келади. Қўшимча тенглама сифатида балканинг исталган кесимининг салқилигини ифодаловчи универсал формула тузамиз:

$$f = y_0 + \theta_0 x + \frac{1}{EI}\left[B\frac{x^3}{6} - M_B\frac{x^2}{2} - q\frac{(x-\ell)^4}{24} + K\frac{(x-\ell)^3}{6} + \right.$$

$$\left. + q\frac{(x-2\ell)^4}{24} - P\frac{(x-\ell)^3}{6}\right] \qquad (б)$$

$У_0$ ва θ_0 балканинг бошланғич B кесимининг салқилиги ва айланиш бурчаги (б) тенгламадаги $x = 0$ ва балканинг B кесимида таянишга асосан нолга тенгдир, $x = 2\ell$ бўлса, балканинг К таянчида салқилик нолга тенг бўлади:

Демак, $f = f_K = \frac{1}{EI}\left[B\frac{8\ell^3}{6} - M_B\frac{4\ell^2}{2} - q\frac{\ell^4}{24} - P\frac{\ell^3}{6}\right] = 0$ ёки

$$\frac{8B\ell^3}{6} - \frac{4M_B\ell^2}{2} - \frac{P\ell^3}{6} - \frac{q\ell^4}{24} = 0$$

Бу ерда:

$$M_B = \frac{1}{2}\left(\frac{8B\ell}{6} - q\frac{\ell^2}{6} - q\frac{\ell^2}{24}\right) = \frac{4B\ell}{6} - \frac{5\cdot q\cdot \ell^2}{48} \qquad (в)$$

(а) ва (в) тенгламаларни ўзаро тенглаштириб, B реакция кучини топамиз: $2B\ell - 2P\ell - q\frac{\ell^2}{2} = 4B\ell - \frac{5q\ell^2}{48}$

Бу ерда: $B\frac{115 \cdot 6}{48 \cdot 8}q\ell = \frac{115}{64}q\ell$ ифодани (а) тенгламага қўйсак, $M_в$ моментни топамиз:

$$M_B = 2\cdot\frac{115}{64}q\ell^2 - 2q\ell^2 - q\frac{\ell^2}{2} = \frac{70}{64}q\ell^2$$

Энди барча кучлардан B нуқтага нисбатан момент тенгламасини тузамиз ва K таянч кучини топамиз:

$$\sum M_B = -M_B + P\ell + q2\ell\left(\frac{2\ell}{2}+\ell\right) - K\cdot 2\ell - P\cdot 3\ell - q\ell\left(\frac{\ell}{2}+2\ell\right) = 0$$

$$K = \frac{-M_B + P\ell + 4q\ell^2 - 3P\ell - 2,5q\ell^2}{2\ell} = -\frac{102}{128}q\ell$$

Текшириш: $\sum y = B - P - 2q\ell + K + q\ell + P = 0$ ёки

$$B + K - q\ell = \frac{115}{64} - \frac{102}{128} - 1 = 0; \qquad 0 = 0$$

Балкани учта оралиққа бўлиб M_x ва Q_x эпюраларни қурамиз:

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le \ell$

$$M_{x_1} = Px_1 = q\ell x_1 \quad \text{ва} \quad Qx_1 = -P = -q\ell$$

M_x ва Q_x тенгламаларини тузишда балканинг $0 \le x_1 \le \ell$ оралиқдаги тақсимланган куч интенсивлиги — q нинг таъсирини ҳисобга олмадик. Чунки q куч фақат (δ) тенгламани келтириб чиқаришда ва f салқиликни топишда ишлатилади.

$x_1 = 0$ бўлса, $Mx_1 = 0$ ва $x_1 = \ell$ да $M_{x_1} = q\ell^2$

II—II қирқим. $\ell \le x_2 \le 2\ell$

$$M_{x_2} = P\cdot x_2 + K(x_2 - \ell) - q\frac{(x_2-\ell)^2}{2}$$

$$Q_{x_2} = -P - K + q(x_2 - \ell)$$

$x_2 = \ell$ да $M_{x_2} = q\ell^2$ ва $Q_{x_2} = -P - K = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell = -\frac{13}{64}q\ell$

$$x_2 = 1,5\ell \quad M_{x_2} = q\ell \cdot 1,5\ell - \frac{51}{64}q\ell \cdot 0,5\ell - q\frac{0,2\ell^2}{2} = \frac{133}{128}q\ell^2$$

$$Q_{x_2} = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + 0,5q\ell = \frac{19}{64}q\ell$$

$x_2 = 2\ell$ бўлса:

$$M_{x_2} = q\ell \cdot 2\ell - \frac{51}{64}q\ell \cdot \ell - q\frac{\ell^2}{\ell} = \frac{45}{64}q\ell^2$$

$$Q_{x_2} = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + q\ell = \frac{51}{64}q\ell$$

III—III қирқим. $2\ell \le x_3 \le 3\ell$

$$M_{u_3} = P_{x_3} + K(x_3 - \ell) - q\ell\left[x_3 - \left(\ell + \frac{\ell}{2}\right)\right] - P(x_3 - 2\ell)$$

$$Q_{x_3} = -P - K + q\ell + P = \frac{51}{64}q\ell + q\ell = \frac{115}{64}a\ell$$

III—III қирқимда кўндаланг куч ўзгармас қийматга эга:

$x_3 = 2\ell$ бўлса, $M_{x_3} = \frac{45}{64}q\ell^2$; $x_3 = 3\ell$ бўлса, $M_{x_3} = \frac{70}{64}q\ell^2$

$M_{\max}$ ни II—II қирқимдаги $Q_{x_2} = 0$ кесимдан аниқлаймиз:

$$O = -P - K + q(x_2 - 2) \text{ ёки } O = -q\ell + \frac{51}{64}q\ell + qx_2 - q\ell$$

тенгламадан $x_2 = \dfrac{2q\ell - \frac{51}{64}\cdot q\ell}{q} = \frac{77}{64}q \approx 1,2\ell$ ҳосил бўлади.

$$M_{x_2} = M_{\max} = q\ell \cdot 1,2\ell - \frac{51}{64}q \cdot 0,2\ell^2 - q\frac{0,04\ell^2}{2} = \frac{65,5}{64}q\ell^2$$

Учинчи саволга жавоб бериш учун (δ) тенгламадан фойдаланамиз:

$$f=\frac{1}{EI}\left[B\frac{x^3}{6}-P\frac{(x-\ell)^3}{6}-M_B\frac{x^2}{2}-q\frac{(x-\ell)^4}{24}+K\frac{(x-2\ell)^3}{6}+q\frac{(x-\ell)^4}{24}\right]$$

$$x=0{,}5\ell\,,\ f=-\frac{38{,}1q\ell^4}{384EI}\,;\ x=\ell\,;\ f=-\frac{95q\ell^4}{384EI}$$

$$x=1{,}5\ell\,;\ f=-\frac{93{,}37q\ell^4}{384EI};\quad x=2\ell;\quad f=0;$$

$$x=3\ell;\qquad f=\frac{412}{384}q\ell^4$$

2-масала. Икки оралиқли балка схемада кўрсатилганидек юкланган. Балканинг статик ноаниқлик даражаси топилсин ва реакция кучлари аниқлансин: M ва Q эпюралари қурилсин ва $h:b=2$ нисбатдан фойдаланиб балка кесимининг ўлчамлари топилсин. Балканинг материали — пўлат $[\sigma]=160\,мПа$ (225-расм).

Ечиш. Берилган узлуксиз балка бўлганлиги учун статиканинг тенгламаларидан қуйидағиларни ҳосил қиламиз (225-расм).

$$\sum x=-x_0=0 \qquad (1)$$

$$\sum y=R_0-F+R_B+R_c-F=0 \qquad (2)$$

$$\sum M_0=-F\cdot 2-R_B\cdot 4+F\cdot 6-R_c\cdot 8=0 \qquad (3)$$

Учта тенгламада тўртта номаълум. Демак, узлуксиз балка бир маротаба статик ноаниқ. Узлуксиз балканинг статик ноаниқлик даражасини очиш учун уч момент тенгламасидан фойдаланамиз. Узлуксиз балкадаги номаълум реакция кучларини номаълум таянч моментлари билан алмаштириб, асосий системани ҳосил қиламиз. Асосий системада ўрта (1) таянчни ортиқча боғланиш деб шарнир билан алмаштирамиз. Узлуксиз балкани 2 та оддий балкаларга ажратади. Оддий балкалар учун эгувчи момент эпюраларини қурамиз ва уларни куч юзалари деб қабул қиламиз:

$$\omega_1=\omega_2=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot 4=20\,кНм^2$$

ω_1 ва ω_2 дан балкаларнинг четки таянчларигача бўлган масофаларни a, b деб қабул қиламиз.

Уч момент тенгламасини тузамиз (225-расм):

$$M_0 \cdot \ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2 \cdot \ell_2 = -6\left(\omega_1 \frac{a}{\ell_1} + \omega_2 \frac{b}{\ell_2}\right)$$

Уч момент тенгламасида:

$$M_0 = 0; \quad M_2 = 0; \quad \ell_1 = 4\,м; \quad \ell_2 = 4\,м$$

$$a = 2\,м; \quad b = 2\,м$$

У ҳолда: $\quad M_1 = -7{,}5\,кНм$

Оддий балкаларни M_1 моменти билан юклаймиз (225-расм). Ҳар бир оддий балканинг F ташқи кучи ва M_1 моменти таъсиридан реакция кучларини топамиз.

Чап балка (225-расм):

$$\sum M_0 = F \cdot 2 - R_B^ч \cdot 4 + M_1 = 0; \quad R_B^ч = \frac{27,5}{4}\,кН$$

$$\sum M_B = R_0 \cdot 4 - F \cdot 2 + M_1 = 0; \quad R_0 = \frac{12,5}{4}\,кН$$

Ўнг балка (225-расм):

$$\sum M_B = -M_1 + F \cdot 2 - R_c \cdot 4 = 0; \quad R_c = \frac{12,5}{4}\,кН$$

$$\sum M_c = -M_1 + R_B^у \cdot 4 - F \cdot 2 = 0; \quad R_B^у = \frac{27,5}{4}\,кН$$

Узлуксиз балканинг реакция кучларини ёзамиз:

$$R_0 = \frac{12,5}{4} = 3{,}125\,кН; \quad R_c = \frac{12,5}{4} = 3{,}125\,кН$$

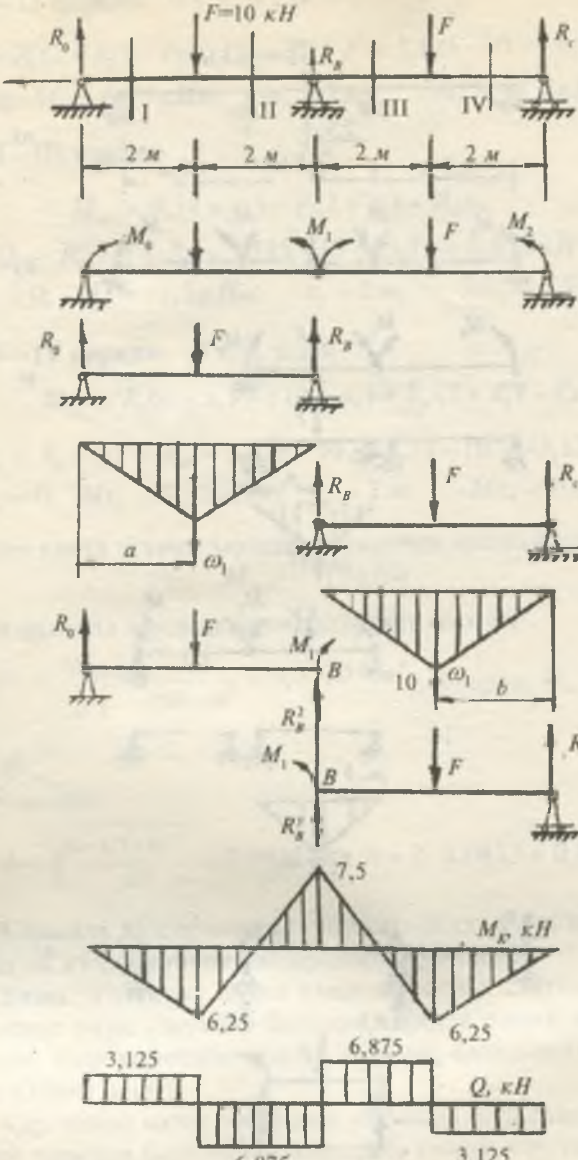
$$R_B = R_B^ч + R_B^у = \frac{27,5}{4} + \frac{27,5}{4} = 13{,}75\,кН$$

Узлуксиз балкани оралиқларга бўлиб, M ва Q тенгламаларини тузамиз:

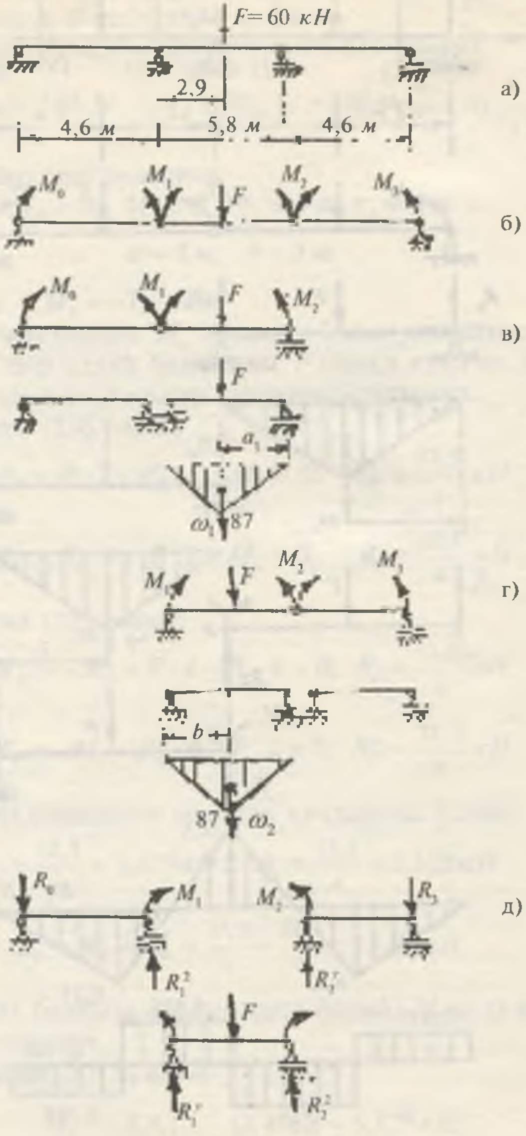
I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 2\,м$

$$M_{x_1} = R_0 x_1; \qquad Q_1 = R_0 = 3{,}125\,кН;$$

$$x_1 = 0; \quad M_1 = 0; \qquad x_1 = 2\,м; \qquad M_1 = 6{,}25\,кНм$$


F=10 кН
R_0
F
R_c
R_B
I
II
III
IV
2 м
2 м
2 м
2 м
M_0
M_1
F
M_2
R_0
F
R_B
R_B
F
R_c
a
ω_1
R_0
F
M_1
B
10
ω_1
b
R_B^2
M_1
B
F
R_c
R_B^1
7,5
M_K, кН
6,25
6,25
3,125
6,875
Q, кН
6,875
3,125

225-расм.



F= 60 кН
2,9
4,6 м
5,8 м
4,6 м
а)
M₀
M₁
F
M₂
M₃
б)
в)
a₁
ω₁
87
г)
b
87
ω₂
R₀
R₃
д)
R₁²
R₁'
R₂²

226-расм.

II—II қирқим. $0 \le x_2 \le 2\,м$

$$M_{x_2} = R_0(2 + x_2) - Fx_2;\ \ Q_2 = R_0 - F = 3{,}125 - 10 = -6{,}875\,кН$$

$$x_2 = 0;\ \ M_2 = 6{,}25\,кНм;\qquad x_2 = 2\,м;\qquad Mx_2 = -7{,}5\,кНм$$

III—III қирқим. $0 \le x_3 \le 2\,м$

$$M_{x_3} = R_0(4 + x_3) - F(2 + x_3) + R_B x_3$$

$$Q_3 = R_0 - F + R_B = 3{,}125 - 10 + 13{,}75 = 6{,}875\,кН$$

$$x_3 = 0;\ \ M_3 = -7{,}5\,кНм;\qquad x_3 = 2\,м;\qquad Mx_3 = 6{,}25\,кНм$$

IV—IV қирқим. $0 \le x_4 \le 2\,м$

$$M_{x_4} = R_0(6 + x_4) - F(4 + x_4) + R_B(2 + x_4) - Fx_4$$

$$Q_4 = R_0 - 2F + R_B = 3{,}125 - 10 + 13{,}75 - 10 = -3{,}125\,кН$$

$$x_4 = 0;\ \ Mx_4 = 6{,}25\,кНм;\quad x_4 = 2\,м;\qquad Mx_4 = 0\,кН$$

Энг катта эгувчи момент В таянчда ҳосил бўлади:

$$M_{\max} = 7{,}5\,кНм$$

Эгилишда мустаҳкамлик шартига асосан:

$W_x = \dfrac{M_{\max}}{[\sigma]} = \dfrac{7{,}5}{160 \cdot 10^3} = 4{,}7 \cdot 10^{-5}\,м^3$. Бу ерда: $W_x = \dfrac{bh^2}{6}$ ва

$h = 2b$

У ҳолда:

$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 4{,}7 \cdot 10^{-5}}{4}} = 0{,}0413\,м;\quad h = 2 \cdot 0{,}0413 = 0{,}086\,м$$

3-масала. Уч ораliқли узлуксиз балка учун эгувчи момент ва кўндаланг куч эпюралари қурилсин.

Ечиш. Узлуксиз балка икки маротаба статик ноаниқ. Шунинг учун узлуксиз балкани иккита оддий икки оралиқли, бир маротаба статик ноаниқ балкаларга ажратамиз (226-б расм).

Ҳар қайси икки оралиқли узлуксиз балкаларни оддий икки таянчли балкаларга ажратиб, ташқи куч таъсиридан эгувчи момент эпюраларини қурамиз. Куч юзаларининг тенг таъсир қилувчиларини топамиз (226-в, г раем).

$\omega_1 = \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot 87 \cdot 5,8 = 252,3\,кНм^2$; $a_1 = b = 2,9\,м$. Ҳар қайси икки ораliқли узлуксиз балка учун уч момент тенгламасини тузамиз:

$$M_0 \cdot 4,6 + 2M_1(4,6+5,8) + M_2 \cdot 5,8 = -6\frac{\omega_1 \cdot a_1}{5,8}$$

$$M_1 \cdot 5,8 + 2M_2(5,8+4,6) + M_3 \cdot 4,6 = -6\frac{\omega_2 \cdot b}{5,8}$$

Бу ерда: $M_0 = 0$; $M_3 = 0$

$$\left.\begin{aligned} 20,8M_1 + 5,8M_2 &= -6\frac{\omega_1 a_1}{5,8} \\ 5,8M_1 + 20,8M_2 &= -\frac{\omega_2 \cdot b}{5,8} \end{aligned}\right| \begin{aligned} &\cdot(-20,3) \\ &\cdot(5,8) \end{aligned}$$

У ҳолда: $$\left.\begin{aligned} -432,64M_1 - 120,64M_2 &= 124,8\frac{\omega_1 \cdot a_1}{5,8} \\ 33,64M_1 + 120,64M_2 &= -34,8\frac{\omega_2 \cdot b}{5,8} \end{aligned}\right|$$

Иккала тенгламани қўшсак:

$-399M_1 = 124,8\frac{252,3 \cdot 2,9}{5,8} - 34,8\frac{252,3 \cdot 2,9}{5,8}$; $M_1 = -28,45\,кНм$

ҳосил бўлади ва $20,8(-28,45) + 5,8M_2 = -6\frac{252,3 \cdot 2,9}{5,8}$;

$M_2 = -28,45\,кНм$.

Оддий икки таянчли балкаларни M_1 ва M_2 моментлари билан юклаймиз (226-расм).

Ҳар бир оддий балканинг реакция кучларини топамиз:

1-балка:

$$\sum M_0 = M_1 - R_1^ч \cdot 4,6 = 0; \qquad R_1^у = 6,2\,кН$$

$$\sum M_1^ч = -R_0 \cdot 4,6 + M_1 = 0; \qquad R_0 = 6,2\,кН$$

2-балка:

$$\sum M_1^у = F2,9 - M_1 + M_2 - R_2^ч \cdot 5,8 = 0; \quad R_2^ч = 30\,кН$$

$$\sum M_2^ч = R_1^у \cdot 5,8 - M_1 + M_2 - F \cdot 2,9 = 0; \quad R_1^у = 30\,кН$$

3-балка:

$$\sum M_2^y = R_3 \cdot 5,8 - M_2 = 0; \qquad R_3 = 6,2\,кН$$

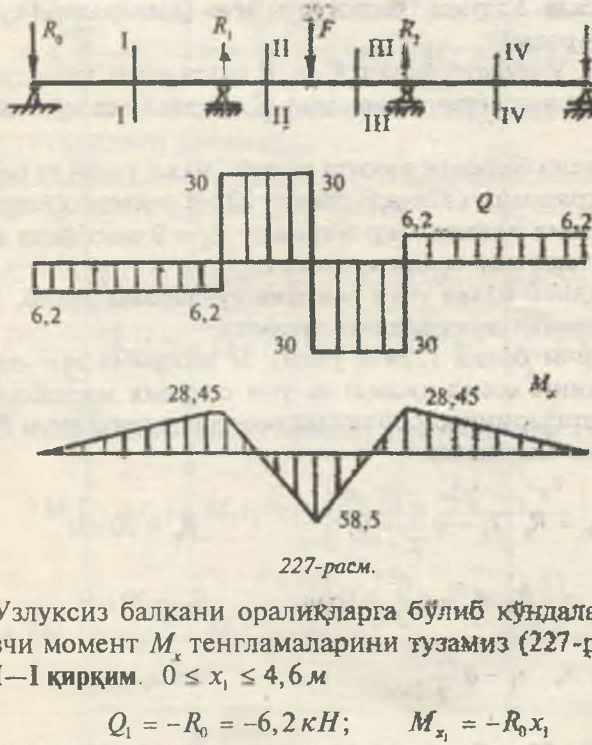
$$\sum M_3 = R_2^y \cdot 5,8 - M_2 = 0; \qquad R_2^y = 6,2\,кН$$

Узлуксиз балканинг реакция кучлари:

$$R_0 = 6,2\,кН; \qquad R_3 = 6,2\,кН$$

$$R_1 = R_1^y + R_1^ч = 6,2 + 30 = 36,2\,кН$$

$$R_2 = R_2^ч + R_2^y = 30 + 6,2 = 36,2\,кН$$



227-расм.

Узлуксиз балкани оралиқларга бўлиб кўндаланг Q ва эгувчи момент M_x тенгламаларини тузамиз (227-расм).

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 4,6\,м$

$$Q_1 = -R_0 = -6,2\,кН; \qquad M_{x_1} = -R_0 x_1$$

II—II қирқим. $4,6 \le x_2 \le 7,5\,м$

$$Q_2 = -R_0 + R_1 = -6,2 + 36,2 = 30\,кН$$

$$M_{x_2} = -R_0 x_2 + R_1 (x_2 - 4,6)$$

III—III қирқим. $7,5 \le x_3 \le 10,4\,м$

$$Q_3 = -R_0 + R_1 - F = -6,2 + 36,2 - 60 = -30\,кН$$

$$M_{x_3} = -R_0 x_3 + R_1\left(x_3 - 4,6\right) - F\left(x_3 - 7,5\right)$$

IV—IV қирқим. $10,4 \le x_4 \le 15\,м$

$$Q_4 = -R_0 + R_1 - F + R_2 = -6,2 + 36,2 - 60 + 36,2 = 6,2\,кН$$

$$M_{x_4} = -R_0 x_4 + R_1\left(x_4 - 4,6\right) - F\left(x_4 - 7,5\right) + R_2\left(x_4 - 10,4\right)$$

4-масала. Узлуксиз балка учун M ва Q эпюралари қурилсин (228-расм)

Ечиш. Узлуксиз балка K ва B нуқталарда қўзғалувчан шарнирли таянчларга таянади; C нуқтада эса қўзғалмасдир.

Узлуксиз балкани иккита оддий икки таянчли балкаларга ажратамиз (228-а,б расм). 228-б расмда қўзғалмас таянч ўрнига иккита, бир-биридан $\ell_3 = 0$ масофада жойлашган таянчлар қабул қиламиз.

Ҳар қайси балка учун реакция кучларини топиб, M — эгувчи момент эпюраларни қурамиз.

Биринчи балка (228-а расм) M эпюрасининг оддий кўринишини ҳосил қилиш ва уни оғирлик марказининг координаталарини ҳисоблашни осонлаштириш учун F куч таъсирини олмаймиз.

$$\sum M_B = R_k \cdot \ell_1 - q\frac{\ell_1^2}{2} = 0; \qquad R_k = 20\,кН$$

$$\sum M_k = -R_B \cdot \ell_1 + q\frac{\ell_1^2}{2} = 0; \qquad R_B = 20\,кН$$

$$M_x = R_k \cdot x_1 - q\frac{x_1^2}{2}; \qquad 0 \le x_1 \le \ell_1$$

$$x_1 = 0;\ \ M_x = 0;\ x_1 = \ell_1;\ M_x = 0;\ x_1 = \frac{\ell}{2};\ M_x = 10\,кНм$$

Иккинчи балка (228-б расм) иккинчи оралиқнинг узунлиги бўлганлиги учун балкада фақат B ва C таянчлар қолади. Демак, иккинчи балка икки таянчли ва M_0 — жуфт куч моменти билан юкланган.

$$\sum M_B = -M_0 + R_c \cdot 2,5 = 0; \qquad R_c = 16\,кН$$
$$\sum M_c = -M_0 + R_B \cdot 2,5 = 0; \qquad R_B = 16\,кН$$

I—I қирқим.

$$M_{x_1} = R_B \cdot x_1; \qquad 0 \le x_1 \le 1\,м$$
$$x_1 = 0; \quad M_{x_1} = 0; \quad x_1 = 1\,м; \quad M_{x_1} = 16\,кНм$$

II—II қирқим.

$$M_{x_2} = -R_c \cdot x_2; \qquad 0 \le x_2 \le 1,5\,м$$
$$x_2 = 0; \quad M_{x_2} = 0; \quad x_2 = 1,5\,м; \quad M_{x_2} = -24\,кНм$$

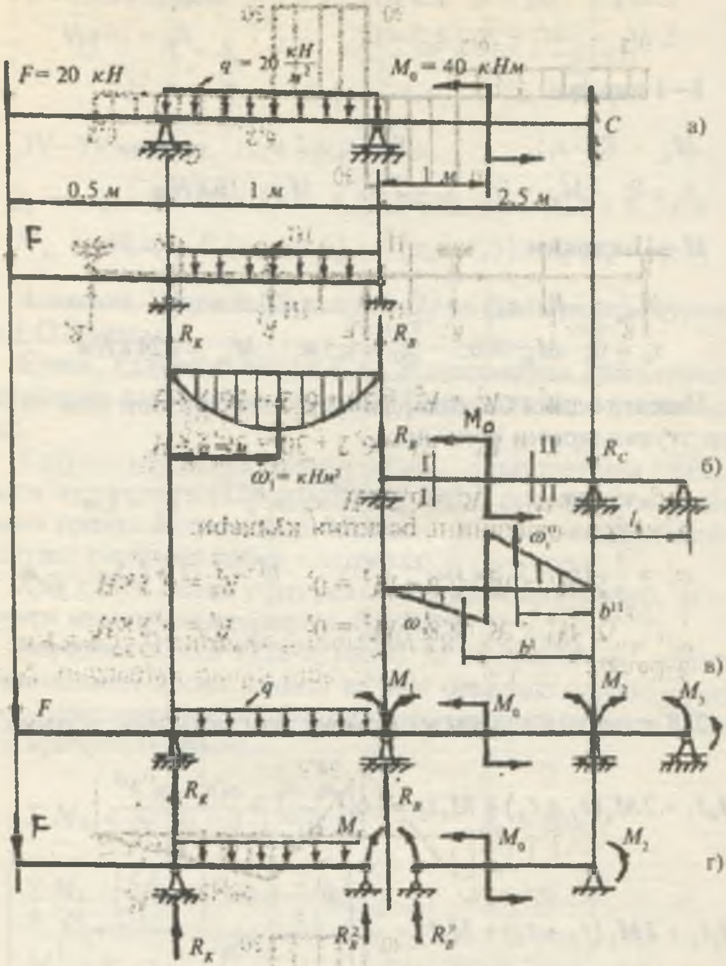
Иккита оддий балкалардаги куч юзаларининг тенг таъсир этувчиларини топамиз:

$$\omega_q = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot \ell_1 = \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 2 = \frac{40}{3}\,кНм^2; \qquad a_q = 1\,м$$
$$\omega_1^1 = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 1 = 8\,кНм^2; \qquad b^1 = \frac{1}{3} \cdot 1 + 1,5 = \frac{5,5}{3}\,м$$
$$\omega_1^{11} = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 1,5 = 18\,кНм^2; \qquad b^{II} = \frac{2}{3} \cdot 1,5 = 1\,м$$

228-в расмга асосан уч момент тенгламасини тузамиз:

$$\begin{cases} M_k\ell_1 + 2M_1(\ell_1 + \ell_2) + M_2\ell_2 = -6\left(\dfrac{\omega_q \cdot a_q}{\ell_1} + \dfrac{\omega_1^1 b_1^1 - \omega_1^{11} b^{II}}{\ell_2}\right) \\ M_1\ell_2 + 2M_2(\ell_2 + \ell_3) + M_3\ell_3 = -6\left(\dfrac{\omega^1 \dfrac{2}{3} \cdot 1 - \omega^{II}\left(1 + \dfrac{1,5}{3}\right)}{\ell_2} + \dfrac{\omega_3 \cdot a_3}{\ell_3}\right) \end{cases}$$

Бу ерда: $M_k = -F \cdot 0,5 = -10\,кНм; \quad M_3 = 0; \quad \omega_3 = 0$
$a_3 = 0; \quad \ell_3 = 0$


F = 20 кН
q = 20 кН/м²
M₀ = 40 кНм
C
а)
0.5 м
1 м
1 м
2.5 м
F
R_K
R_B
M₀
R_C
б)
ω₁ = кНм²
в)
F
q
M₁
M₀
M₂
M₃
R_K
R_B
г)
F
M₁
M₀
M₂
R_K
R_B²
R_B¹

228-расм.

$$-10\cdot 2+9M_1+2,5M_2=-6\left(\frac{40\cdot 1}{6}+\frac{8\cdot\frac{5\cdot 5}{3}-18\cdot 1}{2,5}\right)$$

У ҳолда:

$$M_1 2,5+5M_2=-6\left[\frac{16}{7,5}-\frac{18\cdot 1,5}{2,5}\right]$$

$$\left.\begin{aligned}-20+9M_1+2,5M_2&=-32\\ 2,5M_1+5M_2&=52\end{aligned}\right\}\text{ ёки }\begin{aligned}9M_1+2,5M_2&=-12\\ 2,5M_1+5M_2&=52\end{aligned}$$

Икки номаълумли иккита тенгламалар системаси ҳосил бўлди.

Бу ерда $M_1=-4,9\,кНм$ ва $M_2=12,84\,кНм$ ҳосил бўлади. M_1 ва M_2 моментларнинг қийматларини ва ишораларини ҳисобга олиб, оддий икки таянчли балкаларнинг реакция кучларини топамиз (228-г расм).

Чап балка:

$$\sum M_k=-F\cdot 0,5+q\frac{\ell_1^2}{2}+M_1-R_B^{II}\cdot\ell_1=0;\quad R_B^{II}=17,45\,кН$$

$$\sum M_B=-F\cdot(0,5+\ell_1)-q\frac{\ell_1^2}{2}+M_1-R_k\cdot\ell=0;\quad R_k=42,25\,кН$$

Ўнг балка:

$$\sum M_B^y=-M_1-M_0-M_2+R_c\cdot\ell_2=0;\quad R_c=23,096\,кН$$

$$\sum M_c=-M_1-M_0-M_2+R_B^y\cdot\ell_2=0;\quad R_B^y=23,096\,кН$$

Узлуксиз балканинг реакция кучлари:

$$R_k=42,55\,кН;\qquad R_c=23,096\,кН;$$

$$R_B=R_B^{II}+R_B^y=17,45+23,096=40,545\,кН.$$

Узлуксиз балканинг C қўзғалмас таянч нуқтасидаги реакция кучи: $R_c=23,096\,кН$ ва таянч моменти $M_2=M_c=12,84\,кНм$

Балкани (229-расм) оралиқларга бўлиб M ва Q тенгламаларини топамиз.

I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 0{,}5\,м$

$$M_{x_1} = -Fx_1; \quad Q_1 = -F = -20\,кН; \quad x_1 = 0; \quad Mx_1 = 0;$$

$$x_1 = 0{,}5\,м; \qquad Mx_1 = -10\,кнМ$$

II—II қирқим. $0 \le x_2 \le 2\,м$

$$M_{x_2} = -F(0{,}5 + x_2) + R_k x_2 - q\frac{x_2^2}{2}; \quad Q_2 = -F + R_k - qx_2$$

$$x_2 = 0 \qquad M_{x2} = -10\,кНм \qquad Q_2 = 22{,}55\,кН$$

$$x_2 = 1\,м; \qquad Mx_2 = 2{,}55\,кНм; \qquad Q_2 = 12{,}55\,кН$$

$$x_2 = 2\,м; \qquad Mx_2 = -4{,}9\,кНм; \qquad Q_2 = -17{,}45\,кН$$

Q — кўндаланг куч абсцисса ўқини кесиб ўтиш нуқтасида нолга тенг бўлади. Шу нуқтада балканинг иккинчи қирқимдаги чўзиладиган толаларида $M_{x_2} = M_{\max}$, эгувчи момент энг катта қийматга эришади.

$$-F + R_k - qx_2 = 0 \quad \text{ёки} \quad x_2 = \frac{R_k - F}{q} = 1{,}1275\,м$$

У ҳолда:

$$M_{x_2} = M_{2_{\max}} = -20 \cdot 1{,}6275 + 42{,}55 \cdot 1{,}1275 -$$

$$-20\frac{(1{,}1275)^2}{2} = 2{,}71\,кНм$$

III—III қирқим. $0 \le x_3 \le 1\,м$

$$M_{x_3} = -F(2{,}5 + x_3) + R_k(2 + x_3) - q \cdot 2(1 + x_3) + R_B x_3$$

$$Q_3 = -F + R_k - 2q + R_B =$$

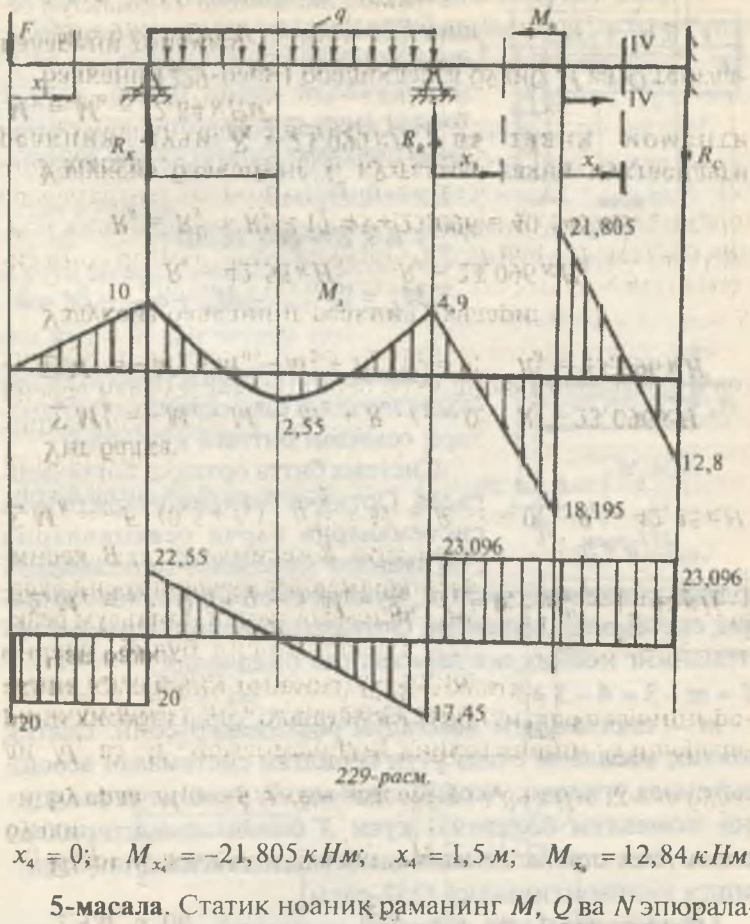
$$= -20 + 42{,}55 - 2 \cdot 20 + 40{,}545 = 23{,}096\,кН$$

$$x_3 = 0; \quad M_{x_3} = -4{,}9\,кнМ; \quad x_3 = 1\,м; \quad M_{x_3} = 18{,}195\,кНм$$

IV—IV қирқим. $0 \le x_4 \le 1{,}5\,м$

$$M_{x_4} = -F(3{,}5 + x_4) + R_k(3 + x_4) - q \cdot 2(2 + x_4) + R_B(1 + x_4) - M_0$$

$$Q_4 = -F + R_k - 2q + R_B = 23{,}096\,кН$$



229-расм.

$x_4 = 0; \quad M_{x_4} = -21,805\,кНм; \quad x_4 = 1,5\,м; \quad M_{x_4} = 12,84\,кНм$

5-масала. Статик ноаниқ раманинг *M, Q* ва *N* эпюралари қурилсин:

1) статик аниқмас рамаларнинг аниқмаслик даражасини топинг;

2) каноник тенгламани тузинг;

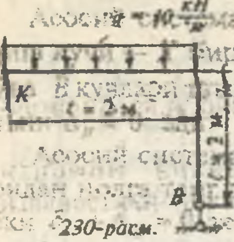
3) берилган куч ва бирлик куч эпюраларини қуринг;

4) кўчишларни топинг;

5) ортиқча боғланишларни аниқланг;

6) *M, Q* ва *N* эпюраларини қуринг.

Ечиш. Раманинг *K* кесими бикр маҳкамланган таянчга, *B* кесими қўзғалувчан шарнирли таянчга таянади. Шу-



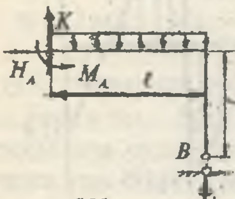
230-расм.

нинг учун K кесимда учта, B кесимда битта реакция кучлари ҳосил бўлади. Системада тўрта номаълум реакция кучлари ҳосил бўлиб, уларни топиш учун статиканинг учта мувозанат тенгламаларини тузиш мумкин:

$$\sum X = 0; \; H_K = 0$$

$$\sum Y = 0; \; K - q\ell + B = 0$$

$$\sum M_K = 0; \qquad -M_K + q\frac{\ell^2}{2} - B\ell = 0$$



231-расм.

Демак, системадаги номаълум реакциялар сони статиканинг тенгламалари сонидан биттага кўп экан.

Система битта ортиқча боғланишга эга. Ортиқча боғланишлари бўлган системаларда барча реакцияларни статиканинг мувозанат тенгламалари ёрдамида топиб бўлмайди. Бундай системалар статик ноаниқ системалар дейилади. Ортиқча номаълумлар сони системанинг ноаниқлик даражасини билдиради:

$S = m - 3 = 4 - 3 = 1$

m — системадаги номаълум реакциялар сони. Статик ноаниқ масалани ечиш учун берилган системадан асосий системага ўтилади. Асосий система, бу номаълум реакцияни номаълум боғланиш кучи X билан алмаштирилган ҳолати ёки статик ноаниқ системани статик аниқ кўринишга келтирилишидир (232-расм).

Асосий системага қўйилган номаълум ортиқча боғланиш кучи — X бирлик куч дейилади. Берилган системада q ва B кучлари таъсиридан B нуқтанинг кўчиши нолга тенг, яъни $\Delta_B = 0$ эди.

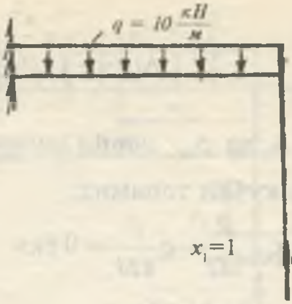
Асосий системада B нуқтанинг кўчиши q ва x_1 кучларидан нолга тенг деб қабул қилинади: $\Delta_B = x_1\delta_{11} + \Delta_{1q} = 0$ ёки $\delta_{11} + \Delta_{1q} = 0$ тенглама каноник тенглама дейилади.

Системанинг ноаниқлик даражаси қанча бўлса, каноник тенгламалар сони ҳам шунча бўлади.

Бу ерда δ_{11} — асосий система B нуқтасининг x_1 куч йўналишида $x_1 = 1$ куч таъсиридан кўчиши;

Δ_{1q} — B нуқтанинг номаълум x_1 куч йўналишида q куч таъсиридан кўчиши.

δ_{11} ва Δ_{1q} кўчишларни топиш учун асосий системада номаълум бирлик кучлардан ва ташқи куч — q дан эгувчи момент эпюралари қурилади.



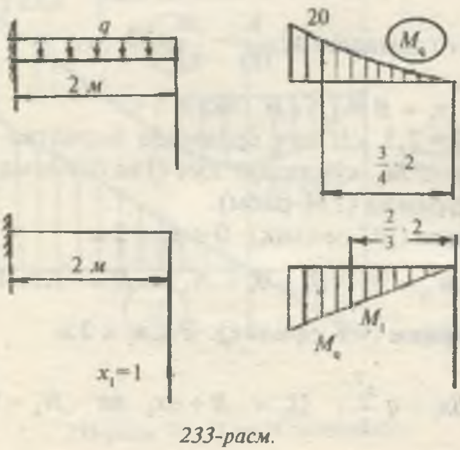
232-расм.

δ_{11} ва Δ_{1q} ларни Мор-Максвелл ёки Верещагин формулалари билан топиш мумкин.

Мор-Максвелл формуласи: $\delta_{11} = \int_0^{\ell} \frac{M_1^2}{EI} dx$, $\Delta_{1q} = \int_0^{\ell} \frac{M_q M_1 dx}{EI}$

Бу ерда: M_1 — асосий система учун $x_1 = 1$ кучидан қурилган эгувчи моментнинг эпюраси; M_q — асосий система учун q кучидан қурилган эгувчи момент эпюраси; EI — балканинг бикрлиги.

$$\delta_{11} = \int_0^{\ell} \frac{x \cdot x dx}{EI} = \frac{1}{EI} \int_0^{\ell} x^2 dx = \frac{\ell^3}{3EI} = \frac{8}{3EI}$$



233-расм.

$$\Delta_{1q} = -\int_0^{\ell} \frac{q\frac{x^2}{2} x \cdot dx}{EI} = -q\frac{\ell^4}{8EI} = -\frac{20}{EI}$$

δ_{11} ва Δ_{1q} ларни каноник тенгламага қўйиб x_1 номаълум кучни топамиз:

$$x_1 \cdot \frac{\ell^3}{3EI} - q\frac{\ell^3}{8EI} = 0 \text{ ёки } \quad x_1 = \frac{3}{8}q\ell \ ; \ x_1 = \frac{60}{8} = 7{,}5\,кН$$

Верешагин формуласи: $\delta_{11} = \frac{\omega_1 \cdot M_1}{EI}$ ва $\Delta_{1q} = \frac{\omega_q \cdot M_{1q}}{EI}$

Бу ерда: ω_1 ва ω_q — асосий система учун $x_1 = 1$ ва q кучлардан қурилган M_1 ва M_q эгувчи момент эпюраларининг юзаси;

M_1 — (δ_{11} кўчиш учун) — юзанинг оғирлик марказига тўғри келувчи бирлик куч моментининг ординатаси;

M_{1q} – (Δ_{1q} кўчиш учун)— ω_q юзанинг оғирлик марказига тўғри келувчи бирлик куч моментининг ординатаси.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\right)\left(\frac{2}{3} \cdot 2\right) = \frac{8}{3EI}$$

$$\Delta_{1q} = -\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{3} \cdot 20 \cdot 2\right)\left(\frac{3}{4} \cdot 2\right) = -\frac{20}{3EI}$$

Каноник тенгламадан $x_1\frac{8}{3EI} - \frac{20}{EI} = 0$ ёки $x_1 = \frac{60}{8} = 7{,}5\,кН$

Демак, $x_1 = B = 7{,}5\,кН$ экан.

Энди, $B = 7{,}5$ $кН$ куч ёрдамида берилган балка учун эгувчи момент $M_э$, кўндаланг куч Q ва бўйлама куч N эпюраларини қурамиз (234-расм).

I—I қирқим (BC оралиқ). $0 \le y_1 \le 2\,м$

$$M_{э_1} = 0; \quad Q_1 = 0; \quad N_1 = -B = -7{,}5\,кН$$

II—II қирқим (CK оралиқ). $0 \le x_1 \le 2\,м$

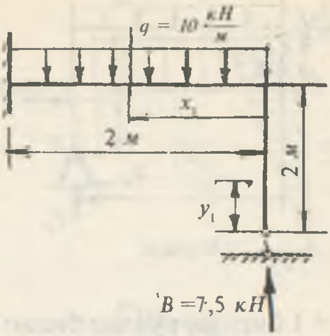
$$M_{э_2} = Bx_1 - q\frac{x_1^2}{2}; \quad Q_2 = -B + qx_2 \quad \text{ва} \quad N_2 = 0$$

$x_1 = 0$ бўлса,

$M_{э_2} = 0$ ва $Q_2 = -7,5\,кН$

$x_2 = 2\,м$ бўлса,

$M_{э_2} = -5\,кНм$ ва $Q_2 = 12,5\,кН$



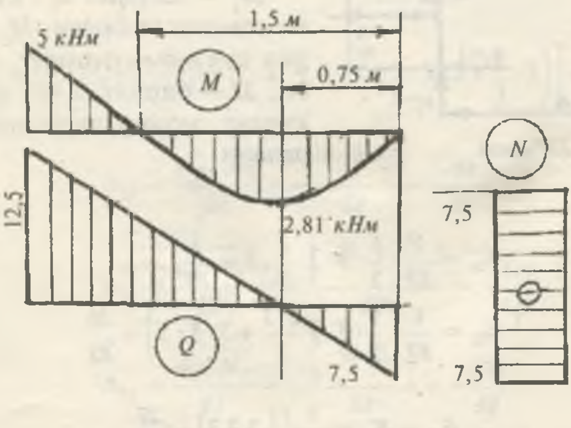
234-расм.

CK — ораликда эгувчи момент $M_{эг}$ эгри чизиқли Q_2 тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Q_2 куч *C* нуқтада манфий ишорали, *A* нуқтада мусбат ишорали қийматга эга. Кўндаланг куч абсцисса ўқини кесиб ўтиш нуқтасида, яъни $Q_2 = 0$ нуқтада $M_{эг}$ экстремал қийматга эришади: $Q_2 = -B + qx_1 = 0$ ёки $x_1 = \frac{B}{q} = 0,75\,м$;

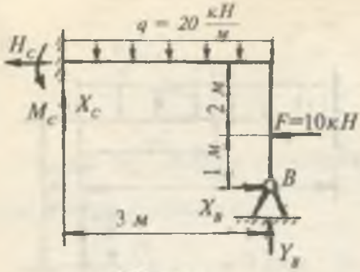
$$M_2 = 7,5 \cdot 0,75 - 10\frac{(0,75)^2}{2} = 2,8125\,кНм$$

$M_{эг} = 0$ нуқтани топамиз:

$$M_{эг} = 7,5x_1 - 10\frac{x_1}{2} = 0; \quad x_1 = 1,5\,м$$



235-расм. M, Q ва N эпюралари.



236-расм.

6-масала. Статик ноаниқ рама учун M, Q ва N эпюралари қурилсин (235-расм).

Ечиш. Раманинг С таянч нуқтасида учта ва В нуқтасида иккита реакция кучлари ҳосил бўлади. Раманинг аниқмаслик даражаси:

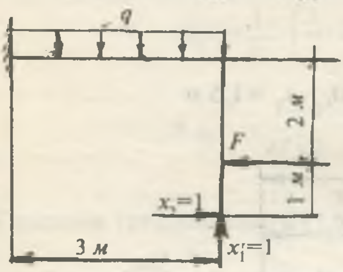
$$S = n - 3 = 5 - 3 = 2$$

B таянч таъсирини $x_1 = 1$ ва $x_2 = 1$ бирлик кучлар билан алмаштириб асосий системани ҳосил қиламиз (237-расм).

Каноник тенглама:
$$\begin{aligned} x_1\delta_{11} + x_\ell\delta_{12} + \Delta_{1F} + \Delta_{1q} &= 0 \\ x_1\delta_{21} + x_2\delta_{22} + \Delta_{2F} + \Delta_{2q} &= 0 \end{aligned}$$

Каноник тенгламанинг коэффициентларини Верешагин формуласидан фойдаланиб топамиз:

$$\delta_{11} = \sum \frac{M_i^2}{EI} \quad \text{ва} \quad \delta_{ik} = \sum \frac{M_i M_k}{EI}$$



237-расм.

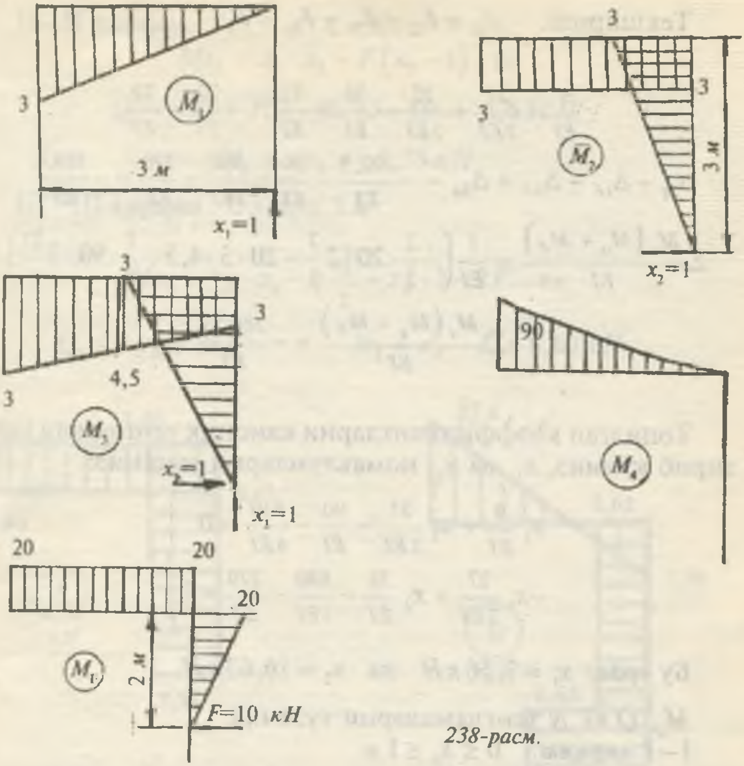
Бирлик ва ташқи кучлар моментларининг эпюраларини қурамиз:

M_1 — бирлик x_1 куч моментининг эпюраси; M_2 — бирлик куч моментининг эпюраси; M_5— бирлик $x_1 = 1$ ва $x_2 = 1$ кучлар моментларининг эпюралари.

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 = \frac{9}{EI}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \frac{2 \cdot 3}{3} + 3 \cdot 3 \cdot 3\right) = \frac{36}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2} 3 \cdot 3 \cdot 3\right) = \frac{27}{2EI}$$



238-расм.

$$\delta_s = \frac{1}{EI}\left[\frac{1}{2}3\cdot 3\cdot\frac{2}{3}\cdot 3 + 3\cdot 3\cdot 4,5 + \frac{1}{2}\cdot 3\cdot 3\left(3+\frac{2}{3}\cdot 3\right)\right] = \frac{72}{EI}$$

$$\Delta_{1F} = \frac{\omega_F\cdot\overline{M_1}}{EI} = -\frac{20\cdot 3\cdot\frac{3}{2}}{EI} = -\frac{90}{EI}$$

$$\Delta_{1q} = \frac{\omega_q\cdot\overline{M_1}}{EI} = -\frac{\frac{1}{3}\cdot 90\cdot 3\cdot\frac{3}{4}\cdot 3}{EI} = -\frac{810}{4EI}$$

$$\Delta_{2q} = \frac{\omega_q\cdot\overline{M_2}}{EI} = -\frac{\frac{1}{3}\cdot 90\cdot 3\cdot 3}{EI} = -\frac{270}{EI}$$

$$\Delta_{2F} = \frac{\omega_F\cdot\overline{M_2}}{EI} = -\frac{1}{EI}\left(\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 2\cdot\frac{7}{3} + 20\cdot 3\cdot 3\right) = -\frac{680}{3EI}$$

Текшириш: $\delta_{11} + \delta_{12} - \delta_{21} + \delta_{22} = \delta_S$

$$\frac{9}{EI} + \frac{27}{2EI} + \frac{27}{2EI} + \frac{36}{EI} = \frac{72}{EI}; \qquad \frac{72}{EI} = \frac{72}{EI}$$

$$\Delta_{1q} + \Delta_{1F} + \Delta_{2F} + \Delta_{2q} = -\frac{202,5}{EI} - \frac{90}{EI} - \frac{680}{3EI} - \frac{270}{EI} = -\frac{789,1}{EI}$$

$$\sum \frac{M_s\left(M_q + M_F\right)}{EI} = \frac{1}{EI}\left(-\frac{1}{2}\cdot 20\cdot 2\frac{7}{3} - 20\cdot 3\cdot 4,5 - \frac{1}{3}\cdot 90\cdot 3\frac{21}{4}\right)$$

$$\sum \frac{M_s\left(M_q + M_F\right)}{EI} = -\frac{789,17}{EI}$$

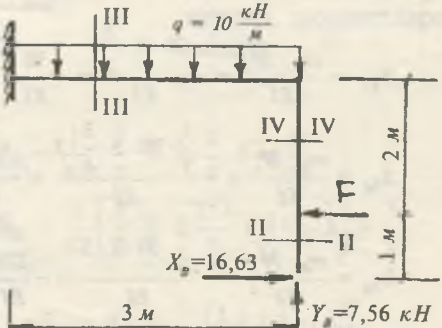
Топилган коэффициентларни каноник тенгламага келтириб қўямиз, x_1 ва x_2 номаълумларни топамиз:

$$\left.\begin{aligned} x_1\frac{9}{EI} + x_2\frac{27}{2EI} - \frac{90}{EI} - \frac{810}{4EI} = 0 \\ -x_1\frac{27}{2EI} + x_2\frac{36}{EI} - \frac{680}{3EI} - \frac{270}{EI} = 0 \end{aligned}\right\}$$

Бу ерда: $x_1 = 7,56\,кН$ ва $x_2 = 16,63\,кН$

M_1, Q ва N тенгламаларни тузамиз:
I—I қирқим. $0 \le x_1 \le 1\,м$

$$Mx_1 = x_B \cdot x_1 \text{ ва}$$



239-расм.

$$Q_1 = -x_B = -16{,}63\,кН;\ \ N_1 = -y_B = -7{,}56\,кН$$

II—II қирқим.

$$Mx_2 = x_в \cdot x_2 - F(x_2 - 1) \quad \text{ва}$$

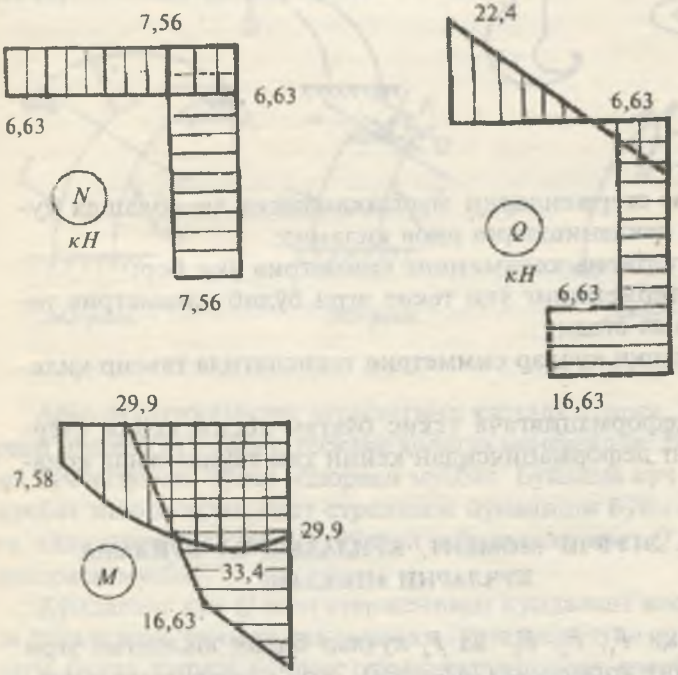
$$Q_2 = -x_B + F = -16{,}63 + 10 = -6{,}63\,кН$$

$$N_2 = -y_B = -7{,}56\,кН$$

III—III қирқим. $0 \le x_3 \le 3\,м$

$$Mx_3 = y_B \cdot x_3 - q\frac{x_3^2}{2} + x_B \cdot 3 - 2F \quad \text{ва}$$

$$Q_3 = -y_B + qx_3; \qquad N_3 = x_B - F = 6{,}63\,кН$$

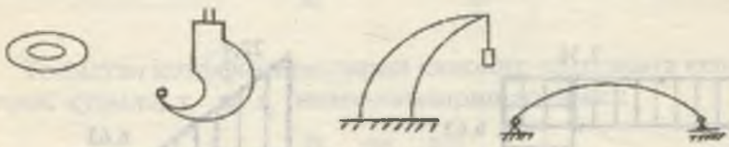


240-расм.

VIII БОБ

ЭГРИ СТЕРЖЕНЛАР

Айрим конструкция ва механизмлардаги элементларда эгрилик марказидан ўтувчи ўқлар эгри бўлади. Масалан, занжирнинг бўғинлари, илгаклар, арклар ва ҳ.к. Бундан ташқари амалиётда учрайдиган барча стерженлар идеал текис бўлмасдан, қандайдир даражада нотекисликларга ёки эгриликларга эга. Шунинг учун эгри ўқли стерженнинг кесимида кучланишларнинг тарқалиш қонунияти, эгри стерженларни мустаҳкамликка ҳисоблашни билишимиз керак.



241-расм.

Эгри стерженларни мустаҳкамликка ҳисоблашда қуйидаги чекланишларга риоя қиламиз:

1) стержень кесимининг симметрия ўқи бор;

2) стерженнинг ўқи текис эгри бўлиб, симметрия текислигида ётади;

3) ташқи кучлар симметрия текислигида таъсир қилади;

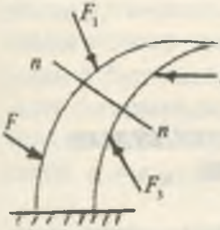
4) деформациягача текис бўлган кесим юзаси стерженнинг деформациясидан кейин ҳам текислигича қолади.

8.1. ЭГУВЧИ МОМЕНТ, КЎНДАЛАНГ ВА БЎЙЛАМА КУЧЛАРНИ АНИҚЛАШ

Ташқи F_1, F_2, F_3 ва F_4 кучлар билан юкланган эгри стерженни ўрганамиз (242-расм). Эгри стерженнинг кўндаланг кесимидаги ички куч омилларини аниқлаш учун уни текислик билан кесиб икки бўлакка ажратамиз. Стерженнинг I бўлагини ажратиб олсак, II бўлагининг мувозанат ҳолати бузилади. II қисмнинг мувозанатини таъминлаш учун I қисмнинг таъсирини II қисмнинг кесилган юзасига келтириб қўямиз.

Тўғри стерженларнинг эгилишидан маълумки, ҳар қандай стерженнинг эгилишида бир қисмни иккинчи қисмга таъсири сифатида эгувчи момент *M*, кўндаланг куч *Q* ва бўйлама куч *N* қабул қилинган.

Демак, эгри стерженнинг 1-қисмини 2-қисмига таъсири сифатлари *M, Q* ва *N* ички куч омиллари қабул қилинади. Эгувчи момент *M*, стерженнинг ўрганилаётган қисмидаги ташқи кучлардан унинг кесим юзасининг оғирлик марказига нисбатан олинган моментларининг алгебраик йиғиндисига тенг.



242-расм.

243-расм.

244-расм.

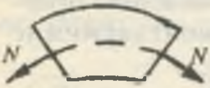
Агар *M* стерженнинг эгрилигини катталаштирса, ишораси мусбат (243-расм), тескари ҳолатда манфийдир. Бўйлама куч чўзувчан бўлса ишораси мусбат. Бўйлама куч *N* ни мусбат ишорасидан соат стрелкаси йўналиши бўйича 90° га айлантирганда ҳосил бўлган кўндаланг куч *Q* нинг ишораси мусбат.

Кўндаланг куч *Q* эгри стерженнинг кўндаланг кесимига ўтказилган уринма текисликка ўрганилаётган қисмидаги барча ташқи кучлар проекцияларининг алгебраик йиғиндисига тенг.

8.2. КЎНДАЛАНГ ВА БЎЙЛАМА КУЧЛАР БИЛАН БОҒЛИҚ БЎЛГАН КУЧЛАНИШЛАР

Назарий изланишлар, эгри стерженларда уринма кучланишларнинг тарқалиш қонунияти тўғри чизиқли стерженлардаги уринма кучланишларнинг тарқалиш қонуниятига яқин бўлишини кўрсатади. Шунинг учун эгри стерженларда ҳам кесимдаги уринма кучланишни Журавский формуласи билан аниқлаймиз:

$$\tau = \frac{QS_x}{I_x b} \le [\tau]$$



245-расм.

Эгри стержендан ажратилган элемент оддий чўзилиш ёки сиқилишга учрайди:

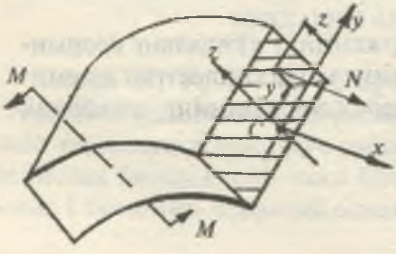
$$V : \delta_N = \frac{N}{A}$$

8.3. ЭГУВЧИ МОМЕНТ БИЛАН БОҒЛИҚ БЎЛГАН КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

Эгувчи момент билан боғлиқ бўлган кучланишни аниқлаш учун соф эгилиш ҳолатидан фойдаланамиз (246-расм).

Эгри стерженнинг ажратиб олинган қисми эгувчи момент ва бўйлама куч $N = \sigma \cdot dA$ таъсирида бўлади. Кесим нейтрал қатламининг ҳолати бизга аниқ эмас ва кесимни эгрилик маркази O нуқтадан ўтмайди, деб фараз қиламиз.

Эгри стерженнинг ажратиб олинган қисмининг координата системасига; бошланғич нуқтасини эса C нуқтага жойлаштирамиз, Z ўқи кесимнинг симметрия ўқи. Эгувчи момент XCZ текислигида ётади.



246-расм.

M ва $\sigma \cdot dA$ таъсирида мувозанатда бўлган стержень учун олтита мувозанат шартини ёзиш мумкин:

$$\sum x = 0; \int_A \sigma \cdot dA = 0$$

$$\sum z = 0 \quad \text{ва} \quad \sum y = 0$$

$$\sum M_x = 0 \quad \text{ва} \quad \sum M_z = 0 \qquad (8.1)$$

$$\sum M_y = M - \int \sigma \cdot dA \cdot z = 0; \quad M = \int_0^A \sigma \cdot dA \cdot z$$

Эгри стерженнинг эгилишига асосан нормал кучланишни аниқлаш учун олтита мувозанат шартларидан фақат $\sum x = 0$ ва $\sum M_y = 0$ тенгламалардан фойдаланиш мумкин. Лекин, бу тенгламалардан σ ни стерженнинг кесимининг баландлиги бўйлаб ўзгариш қонуниятини аниқлаб бўлмайди. Демак, нормал кучланишни топиш ноаниқликка олиб келади. Шунинг учун эгри стерженнинг деформациясини ўрганамиз. Стерженнинг эгилишида, кўндаланг кесимда юзалар текислигича қолиб олдинги ҳолатига нисбатан δ бурчакка айланади. Стерженнинг C_1C_2 толаси узунлиги ўзгармайди; KB тола эса BB_1 миқдорга узаяди. KB толанинг узайиши Гук қонунига бўйсунади, яъни (247-расм). $\sigma = \varepsilon_{KB} \cdot E$

Бу ерда: $\varepsilon_{KB} = \dfrac{BB_1}{KB} = \dfrac{z\alpha}{\rho \cdot d\varphi}$; у ҳолда: $\sigma = \dfrac{z\alpha}{\rho \cdot d\varphi} \cdot E$ (8.2)

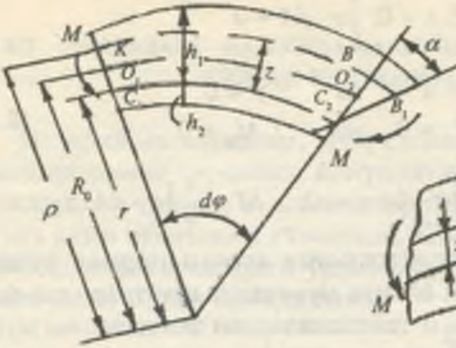
Стерженнинг ҳар бир кесими учун $\dfrac{\alpha}{d\varphi}$ ва E ўзгармас бўлганлиги учун:

σ нинг қиймати Z ва ρ масофага боғлиқ бўлади;

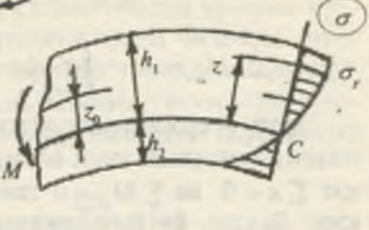
ρ — стерженнинг эгрилик радиуси; $\rho = r + z$

r — стержень нейтрал қатламининг эгрилик радиуси (8.2) формулага асосан эгри стерженда кучланиш гипербола қонунияти билан ўзгаради. Эгилишга қадар эгри стержень ташқи толаларининг узунлиги ички толаларининг узунлигидан катта эди; шунинг учун чекка ташқи толадаги нормал кучланиш ички толадаги нормал кучланишдан кичик бўлади (248-расм).

(8.1) формуладан σ нинг ифодасини (8.2) формулага келтириб қўямиз:



247-расм.



248-расм.

$$\int_0^A \sigma \cdot dA = \int_0^A E \frac{z\alpha}{\rho \cdot d\varphi} dA = 0$$

Бу ерда: $E\dfrac{\alpha}{d\varphi} \neq 0$. Шунинг учун: $\displaystyle\int_0^A \frac{z}{\rho} dA = 0$ (8.3)

Лекин $z = \rho - r$, у ҳолда: $\displaystyle\int_0^A \frac{\rho - r}{\rho} dA = \int_0^A dA - r\int_0^A \frac{dA}{\rho} = 0$

Бу ерда: $r = \dfrac{A}{\int_A \frac{dA}{\rho}}$ нейтрал қатлам тенгламаси.

(8.2) формуладан σ нинг ифодасини (8.1) формулага келтириб қўямиз: $M = E\dfrac{\alpha}{d\varphi}\displaystyle\int_0^A \frac{z}{\rho} \cdot z \cdot dA$, бу ерда интегрални алоҳида ҳисоблаймиз:

$$\int_0^A \frac{z}{\rho} \cdot z \cdot dA = \int_0^A \frac{\rho - r}{\rho} \cdot z \cdot dA = \int_0^A z \cdot dA - r\int_0^A \frac{z}{\rho} dA$$

Бу ҳисоблашга асосан охирги интеграл: $\displaystyle\int_0^A \frac{z}{\rho} dA = 0$; биринчи $\displaystyle\int_0^A z \cdot dA$ интеграл эса стержень кесим юзасининг нейтрал ўққа нисбатан статик моментидир, яъни: $S = A \cdot Z$, у ҳолда: $M = E\dfrac{\alpha}{d\varphi}\cdot S$ ва $\dfrac{\alpha}{d\varphi} = \dfrac{M}{ES}$ формулани (8.2) га келтириб қўйсак эгри стерженнинг кесимида эгувчи момент таъсиридаги нормал кучланиш формуласи ҳосил бўлади:

$$\sigma_э = \frac{MZ}{S\rho} \qquad (8.4)$$

Шундай қилиб, эгри стерженнинг кўндаланг кесимида эгувчи момент таъсиридан ҳосил бўладиган нормал кучланиш $\sigma_э$ кесимнинг нейтрал қатламидан кучланиши текширилаётган нуқтагача бўлган масофа — Z га ва стерженнинг эгрилик радиуси — ρ га боғлиқ экан. Кесимнинг нейтрал қатламидан энг узоқда жойлашган четки нуқталарида $\sigma_э$ энг катта қийматга эришади (249-расм), яъни:

$$Z = Z_{1,2} \quad \text{ва} \quad \rho = \rho_{1,2} \ \text{бўлса,} \quad \sigma_э = \sigma_{\max} = \pm\frac{MZ_{1,2}}{S\rho_{1,2}}$$

Эгри стерженнинг кўндаланг кесимида ички бўйлама куч N таъсирида ҳам нормал кучланиш ҳосил бўлади. Унда кесимнинг тўлиқ нормал кучланиши эгувчи момент ва бўйлама куч таъсирида ҳосил бўлган нормал кучланишлар йиғиндисидан иборат бўлади:

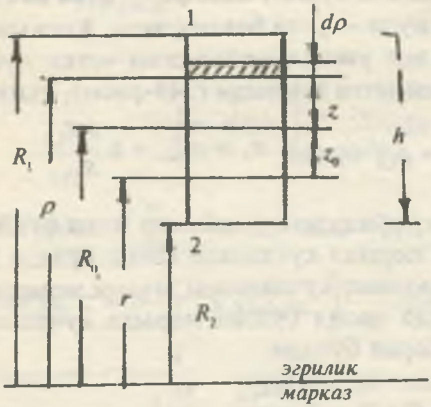
$$\sigma_{1,2} = \frac{N}{A} \pm \frac{MZ_{1,2}}{S\rho_{1,2}} \qquad (8.5)$$

249-расм.

8.4. ЭГРИ СТЕРЖЕНДА НЕЙТРАЛ ЎҚ ҲОЛАТИНИ АНИҚЛАШ

Эгри стерженларда (8.5) формула бўйича нормал кучланишни аниқлаш учун нейтрал ўқ ҳолатини аниқлаш керак. Бунинг учун нейтрал қатламнинг эгрилик радиуси (r) ёки кесимнинг оғирлик маркази, ёки марказий ўқдан нейтрал ўққача бўлган масофа — Z_0 ни аниқлаш зарур.

Кўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчак бўлган эгри стержень нейтрал ўқининг эгрилик радиусини топамиз (250-расм).



250-расм.

Нейтрал ўқ тенгламасини ёзамиз:

$$r = \frac{A}{\int_0^A \frac{dA}{\rho}};$$ бу ерда:

$dA = b \cdot d\rho$ — тўғри тўртбурчакли кесимдан ажратилган элементар юза;

ρ — стерженнинг эгрилик марказидан элементар юзагача бўлган масофа;

$A = bh$ — эгри стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

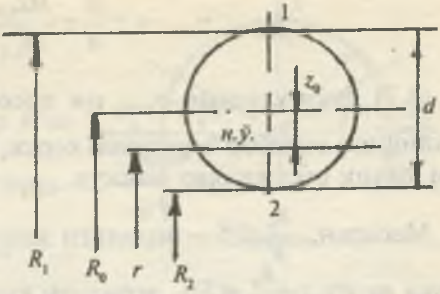
У ҳолда: $$r = \frac{bh}{b\int_{R_2}^{R_1} \frac{d\rho}{\rho}} = \frac{h}{\ell n \frac{R_1}{R_2}}. \quad Z_0 = R_0 - r = R_0 - \frac{h}{\ell n \frac{R_1}{R_2}}$$

Тахминий ҳисоблашлар учун Z_0 қуйидагича топилиши мумкин:

$$Z_0 = \frac{I_y}{R_0 A} \tag{8.6}$$

Тўғри тўртбурчак кесими учун: $$Z_0 = \frac{\frac{bh^3}{12}}{R_0 bh} = \frac{h^2}{12 R_0}$$

Доиравий кесим нейтрал ўқнинг эгрилик радиуси:



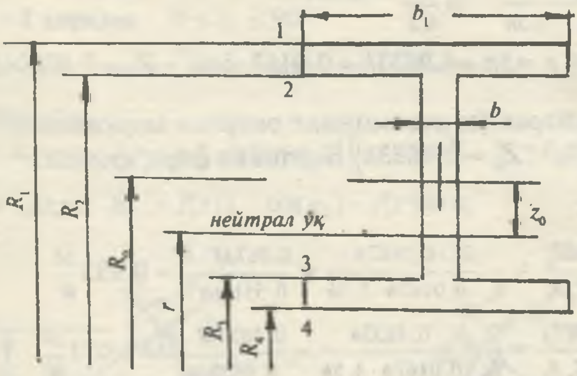
$$r = \frac{d^2}{8\left(R_0 - \sqrt{R_0^2 - \frac{d^2}{4}}\right)};$$

$$Z_0 = \frac{d^2}{16R_0}$$

Қўштаврли кесим учун нейтрал ўқнинг эгрилик радиуси:

$$r = \frac{b_1h_1 + b_2h_2 + b_3h_3}{b_1\ell n\frac{R_1}{R_2} + b_2\ell n\frac{R_2}{R_3} + b_3\ell n\frac{R_3}{R_4}}$$

$$Z_0 = R_0 - r$$



8.5. ЭГРИ СТЕРЖЕНЛАРДА МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ

Олдинги мавзулардан аниқки, нормал кучланиш стержень кесимининг нейтрал ўқидан энг узоқда жойлашган нуқталарида ҳосил бўлади. Агар эгри стерженнинг материали чўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилик кўрсатса:

$$\sigma_{\max} = \pm\frac{N}{A} \pm \frac{MZ_{1,2}}{SR_{1,2}} \leq [\sigma] \qquad (8.7)$$

(8.7) формуладаги $\sigma_{\max}$ ни ҳисоблашда стерженнинг эгилишига эътибор берилиши керак, чунки эгрилиги катта ёки кичик стерженлар мавжуд.

Масалан, $\frac{R_0}{h} \leq 5$ — эгрилиги катта стерженлар (илгак, ҳалқа ва ҳ.к.); $\frac{R_0}{h} \leq 5$ — эгрилиги кичик стерженлар.

Бу стерженларда $\frac{z}{\rho}$ — нисбатни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Шунинг учун эгри стерженнинг M таъсиридаги нормал кучланиш формуласи тўғри стерженлар учун топилган нормал кучланиш формуласидан кам фарқ қилади.

$R_0 = 5h$ эгри стерженлар:

$$r = \frac{h}{\ell n\frac{R_0+0,5h}{R_0-0,5h}} = \frac{h}{\ell n\frac{5,5}{4,5}} = \frac{h}{0,20067} = 4,9833h$$

$$Z_0 = R_0 - r = 5h - 4,9833h = 0,0167 \text{ ёки } \quad Z_0 = 0,00334R_0$$

Яъни нейтрал ўқ кесимининг оғирлик марказидан:
$Z_1 = 0,5167h, \quad Z_2 = 0,4833h\}$ бирликка фарқ қилади.

У ҳолда:

$$\sigma_1 = \frac{MZ_1}{S_yR_1} = \frac{M\cdot 0,5167h}{b_n\cdot 0,0167h\cdot 5,5h} = \frac{0,567M\cdot 6}{0,5511bh^2} = 0,935\frac{M}{W}$$

$$\sigma_2 = \frac{MZ_2}{S_yR_2} = \frac{M\cdot 0,4833h}{b_n\cdot 0,0167h\cdot 4,5h} = \frac{0,4833M\cdot 6}{0,4809bh^2} = 1,071\frac{M}{W}$$

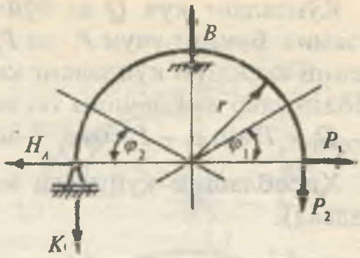
$R_0 = 5h$ ўртача эгриликдаги стерженларда нормал кучланиш тўғри стерженлардаги нормал кучланишдан 7% га фарқ қилади.

1-масала. Доиравий кесимли эгри стержень хавфли кесимининг нормал кучланишини топинг (251-расм).

Берилган:

$P = 1100H$; $d = 5,0\,см$

$r = 16\,см$; $P_1 = P_2 = P$



251-расм.

Ечиш. Эгри стержень K ва B таянчларга таянади.

Реакция кучларини топамиз:

$\sum x = 0;\ -H_A + P_1 = 0$

ёки $H_A = P_1 = 1100\,H$; $\sum M_A = 0$; $P_2 \cdot 2r - Br = 0$

Бу ерда: $B = \dfrac{2P_2 \cdot r}{r} = 2P_2 = 2200H$

$$\sum M_B = 0; \qquad H_A \cdot r - K \cdot r + P_2 \cdot r - P_1 r = 0$$

Бу ерда: $K = \dfrac{H_A \cdot r}{r} = H_A = 1100H$. Текшириш:

$\sum y = -K - B - P = 0$ ёки $-1100 + 2200 - 1100 = 0$; $0 = 0$

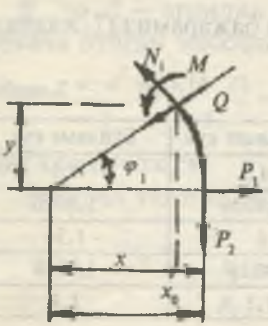
I—I қирқим. $0 \le \varphi_1 \le 90^0$

Эгувчи момент тенгламасини тузамиз: $M_1 = P_2 x_0 - P_1 y$

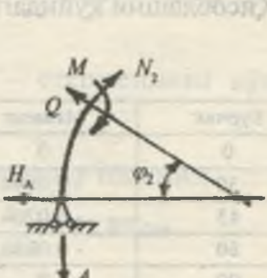
Бу ерда:

$$x_0 = r - x = r - r \cdot \cos\varphi = r(1 - \cos\varphi); \quad y = r \cdot \sin\varphi$$

У ҳолда: $M_1 = P_2 r(1 - \cos\varphi_1) - P_1 r \sin\varphi_1$



252-расм.



253-расм.

Кўндаланг куч Q ва бўйлама куч N тенгламаларини тузамиз. Бунинг учун P_1 ва P_2 ташқи кучларни эгри стерженни кесилган кўндаланг кесим юзасига уринма ва перпендикуляр жойлашган текисликларга проекциялаймиз:

$$Q_1 = P_2 \sin\varphi_1 - P_1 \cos\varphi_1 \quad \text{ва} \quad N_1 = P_2 \cos\varphi_1 - P_1 \sin\varphi_1$$

Ҳисоблашни қуйидаги жадвалда бажариш қулай (6-жадвал).

6-жадвал

Бурчак	Момент	Кўндаланг куч	Бўйлама куч
0	0	- 1,1	- 1,1
30	- 0,0644	- 0,4026	- 1,5026
45	- 0,0704	0	- 1,54
60	- 0,0644	0,4026	- 1,5026
90	0	1,1	- 1,1

II—II қирқим. $0 \le \varphi_2 \le 90^0$

$$M_2 = Kr\left(1-\cos\varphi_2\right) - H_A \cdot r \cdot \sin\varphi_2$$

$$Q_2 = -H_A \cdot \cos\varphi_2 + K \cdot \sin\varphi_2$$

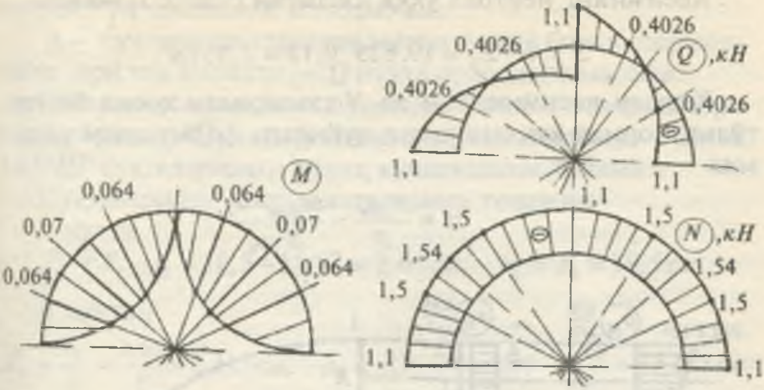
$$N_2 = -K \cos\varphi_2 - H_A \cdot \sin\varphi_2$$

Эгувчи момент эпюрасини эгри стерженнинг чўзиладиган толалари томонига қурилади. Q ва N кучларни мусбат ишорали қиймати стерженнинг ташқи томонига, манфий ишорали қийматини ички томонига жойлаштирамиз (254-расм).

Ҳисоблашни қуйидаги жадвалда бажарамиз (7-жадвал).

7-жадвал

Бурчак	Момент	Кўндаланг куч	Бўйлама куч
0	0	- 1,1	- 1,1
30	- 0,0644	- 0,4026	- 1,5026
45	- 0,0704	0	- 1,54
60	- 0,0644	0,4026	- 1,5026
90	0	1,1	- 1,1



254-расм.

Стерженнинг хавфли кесими $\varphi = 45^0$ да жойлашади:

$$M_{\max} = 0,07\,кНм; \qquad N_{\max} = 1,54\,кН$$

Хавфли кесимдаги нормал кучланишни топиш учун қуйидаги схемани чизамиз (255-расм). Схемадан:

$$R_1 = r + \frac{d}{2} = 16 + 2,5 = 18,5\,см; \quad R_2 = r - \frac{d}{2} = 16 - 2,5 = 13,5\,см$$

R_1 ва R_2— эгрилик маркази O нуқтадан 1 ва 2 нуқталаргача бўлган масофа, см:

$$F = \frac{\pi \cdot d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 25}{4} = 19,625\,см^2$$ — стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

Нейтрал ўқнинг эгрилик радиусини топамиз:

$$r_0 = \frac{d}{\ln \dfrac{R_1}{R_2}} = \frac{5}{\ln \dfrac{18,5}{13,5}} = \frac{5}{0,315} = 15,87\,см$$

Симметрия ўқи $-y$ билан нейтрал ўқ орасидаги масофа:

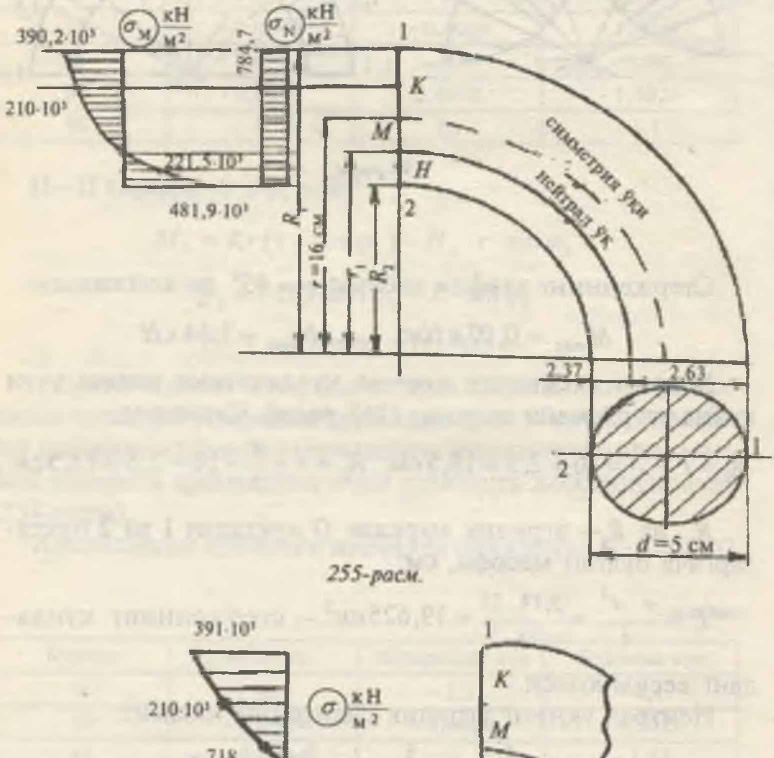
$$Z_0 = r - r_0 = 16 - 15,87 = 0,13\,см$$

Кесимнинг нейтрал ўққа нисбатан статик моменти:

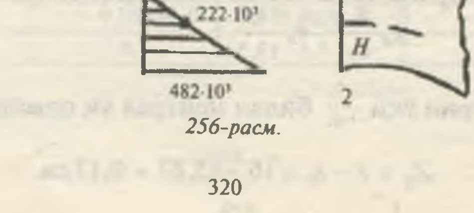
$$S = F \cdot Z_0 = 19,625 \cdot 0,13 \approx 2,55\,см^3$$

Хавфли кесимнинг M ва N таъсиридан ҳосил бўлган тўлиқ нормал кучланишини қуйидаги формуладан топамиз:

$$\sigma = \frac{N_{\max}}{F} - \frac{M_{\max} \cdot Z_i}{S \cdot \rho_i}$$



255-расм.



256-расм.

Бу ерда: Z_i — кучланиши текширилаётган нуқта билан нейтрал ўқ орасидаги масофа, см;

ρ_i — кучланиши текширилаётган нуқта билан стерженнинг эгрилик маркази — Q нуқта орасидаги масофа.

Стержень кесимининг диаметри бўйлаб σ эпюрали эгри чизиқ бўлади. Шунинг учун кесимнинг диаметри бўйлаб $1KMH2$ нуқталаридаги тўлиқ кучланишни топамиз.

Нуқталарнинг координаталарини топамиз:

1-нуқта:

$$Z_1 = R_1 - r_0 = 18,5 - 15,87 = 2,63\,см; \quad \rho_1 = R_1 = 18,5\,см$$

K нуқта:

$$Z_k = \frac{Z_1}{2} = \frac{2,63}{2} = 1,315\,см; \quad \rho_k = R_1 - \frac{Z_1}{2} = 18,5 - \frac{2,63}{2} = 17,185\,см$$

M нуқта $Z_м = 0$ (нуқта нейтрал ўқ устида жойлашган)

$$\rho_м = r_0 = 15,87\,см$$

2-нуқта:

$$Z_2 = r_0 - R_2 = 15,87 - 13,5 = 2,37\,см; \quad \rho_2 = R_2 = 13,5\,см$$

H нуқта:

$$Z_H = \frac{Z_2}{2} = 1,185\,см; \quad \rho_H = r_0 - \frac{Z_2}{2} = 15,87 - 1,185 = 14,685\,см$$

Нуқталарнинг кучланишларини топамиз:

$$\sigma_1 = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 2,63 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 18,5 \cdot 10^{-2}} = -391 \cdot 10 \frac{кН}{м^2}$$

$$\sigma_к = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 1,315 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 17,185 \cdot 10^{-2}} = -210,84 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$$

$$\sigma_м = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} = -784,7 \frac{кН}{м^2}$$

$$\sigma_Л = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 1,185 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 14,685 \cdot 10^{-2}} = -222,3 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$$

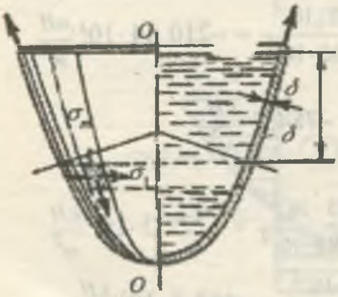
$$\sigma_2 = -\frac{1,54}{19,625 \cdot 10^{-4}} - \frac{0,07 \cdot 10^2 \cdot 2,37 \cdot 10^{-2}}{2,55 \cdot 10^{-6} \cdot 13,5 \cdot 10^{-2}} = -482,7 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2}$$

8.6. ЮПҚА ДЕВОРЛИ ИДИШЛАРНИ ҲИСОБЛАШ [4]

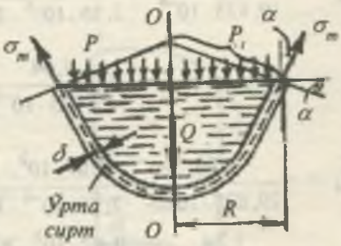
Юпқа деворли идишларни ҳисоблашнинг моментсиз ва моментли назариялари ҳақида тушунча. Сув, буғ ёки газларнинг ички босимлари таъсир этувчи идишларнинг деворлари икки томонлама чўзилиш ҳолатида бўлади. Бундай идишларга буғ қозонлари, газгольдерлар, нефть қуйиладиган баклар, сув миноралари ва ҳ.к. киради.

Бундай конструкцияларнинг ўзига хос томонларидан бири уларнинг деворлари қалинлиги —σ нинг иншоот габарит ўлчамларига нисбатан жуда кичиклигидир, шунинг учун улар "юпқа деворли идишлар" деб юритилади. Юпқа деворли идишларнинг ўзига хос белгиларидан бири шуки, улар айланиш жисмлари кўринишида бўлади, яъни уларнинг сиртқи берилган эгри чизиқ — S ни $O—O$ ўқи атрофида айлантириш йўли билан олиниши мумкин (257 - расм). Идишнинг $O—O$ ўқи орқали ўтган текислик билан ҳосил қилинган кесими меридионал кесими деб, меридианларга, яъни S эгри чизиққа нормал ўтган кесими айланма кесим деб аталади. 258-расмда кўрсатилган идиш деворининг пастки қисми юқори қисмдан айланма кесим билан ажратилган. Идиш деворининг қалинлигини тенг иккига бўлувчи сиртга ўрта сирт дейилади.

Умумий ҳолда идишга ўқли симметрияга эга бўлган нагрузка (яъни, айлана бўйлаб ўзгармайдиган, фақат меридиан бўйлаб ўзгарадиган нагрузка) таъсир этганида айланма ва меридионал кесимлар билан ажратилган идиш



257-расм.



258-расм.

ўрта сиртидаги элемент ўзаро перпендикуляр йўналишларда чўзилади ва эгриланади. Элементнинг томонлама чўзилишига девор қалинлиги σ бўйича нормал кучланишларнинг текис тақсимланиши тўғри келади. Меридионал ва айланма кесимларда элемент эгрилигининг ўзгариши оддий балкадагига ўхшаш. Девор қалинлиги чизиқли қонунга бўйсунувчи нормал кучланишларни юзага келтиради. Биринчи ҳолда элемент ўқлари бўйлаб нормал кучлар, иккинчи ҳолда эгувчи моментлар таъсир қилади.

Кўпгина масалаларда нормал кучларнинг миқдори катта бўлганлигидан эгилишдан ҳосил бўладиган нормал кучланишларни эътиборга олмаса ҳам бўлади. Бу идиш деворининг шакли ва унга таъсир этувчи нагрузка остида эгувчи момент пайдо бўлмасдан ташқи ва ички кучларнинг мувозанати мумкин бўлганда ўринлидир. Масалан, текис тақсимланган нагрузка остида солқиланган ип фақат чўзилишга ишлайди. Лекин худди шундай солқиланган ип тўпланган кучни мувозанатлай олмайди. Бунинг учун кесимида ё эгувчи моментлар пайдо бўлиши, ёки ип ўз шаклини ўзгартириши лозим.

Худди шунга ўхшаш сферик идишнинг юпқа деворлари фақат чўзилишгагина ишлаб, газнинг ички босимини мувозанатлайди, тўпланган куч таъсир қилганида улар интенсив равишда эгилишга ишлайди. Эгувчи момент қийматига идиш деворларининг маҳкамланиш шарти ва нисбий қалинлиги сезиларли таъсир қилади (идиш деворининг қалинлиги ортиши билан эгувчи моментларнинг роли ҳам ортади).

Эгувчи моментлар эътиборга олинмайдиган даражада кичик бўлганида идиш деворининг кучланиш ҳолати моментсиз ҳолат деб аталади. Агар идишга кучланиш фақат нормал кучларни ҳисобга олиб топилса, эгувчи моментлар ҳисобга олинмаса, ҳисоблаш моментсиз назария бўйича бажарилади, дейилади. Эгувчи момент ҳисобга олинадиган ҳисоблаш назарияси моментли назария деб аталади.

Юпқа деворли идишлар қобиқлар деб аталадиган системалар кенг синфининг хусусий ҳолидир, уларнинг ҳисоблаш назарияси (айниқса, моментли назарияси) жуда мураккабдир. Бу назария қурилиш механикасининг махсус курсларида ўрганилади. Қобиқ қалин бўлганида эгувчи моментларни ҳисобга олиш билан бирга қобиқ қалинлиги бўйича нормал кучланиш тақсимланишининг чизиқли қонунидан воз кечишга тўғри келади. Бу масалани янада мураккаблаштиради, улар қалин деворли қобиқлар назариясида ечилади.

Бу ерда меридионал ва айланма кесимларда пайдо бўладиган кучланишлар статик аниқ бўлган ҳол учун юпқа деворли идишларнинг моментсиз назарияси кўриб чиқилади. Моментли назария элементлари билан цилиндрик қобиқ эгилиши ҳақидаги содда мисолда танишиб ўтамиз.

Идишлар деворидаги кучланишларни моментсиз назария бўйича аниқлаш. Суюқлик оғирлиги ёки газ босими таъсиридаги юпқа деворли, ўққа нисбатан симметрик бўлган идишни кўриб чиқамиз (258-расм). Идиш деворидан иккита меридионал ва иккита айланма кесимлар билан ажратиб олинган чексиз кичик элементнинг мувозанатини текширамиз (259-расм). Идишнинг айланма ёки меридионал кесимлари ўзаро силжишга интилмайди, шунинг учун мазкур кесимларда уринма кучланишлар бўлмайди. Демак, ажратилган элементга фақат бош нормал кучланишларгина таъсир қилади. Уларни қуйидагича белгилаймиз: σ_m — меридионал кучланиш (у айланма кесимнинг юзачаларига таъсир қилади); σ_t — айланма кучланиш.

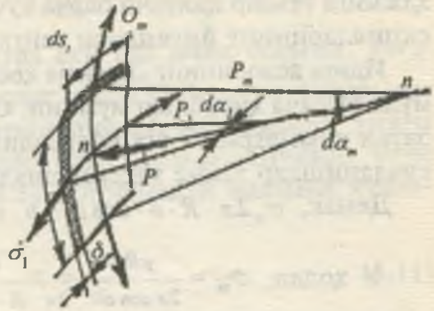
Моментсиз назарияга мувофиқ элемент томонларининг юзасига таъсир қиладиган σ_m ва σ_t кучланишлар текис тақсимланган деб ҳисоблаймиз. Бундан ташқари,идишнинг барча ўлчамларини деворининг ўрта сиртидан ҳисоблаймиз.

Идиш ўрта сирти икки хил эгриликка эга бўлган сиртдан иборат. Меридианнинг текширилаётган нуқтадаги эгрилик радиусини ρ_m билан, сиртга ўтказилган нормал ўрта сиртнинг мазкур нуқтасидан $O—O$ ўққача бўлган кесмасига тенг бошқа эгрилик радиусини ρ_t билан белгилаймиз (259-расм).

Элемент томонларига $\sigma_m \delta \cdot dS_t$ ва $\sigma_t \delta \cdot dS_m$ кучлар таъсир қилади. Ажратилган элементнинг ички сиртига суюқлик босими ρ таъсир қилади: унинг тенг таъсир этувчиси

pdS_1dS_m га тенг. Айтиб ўтилган кучларни $n—n$ нормалга проекциялаймиз:

$$2\sigma_m\delta\cdot dS_t\sin\frac{d\alpha_m}{2}+2\sigma_t\delta\cdot dS_m\sin\frac{d\alpha_t}{2}-p\cdot dS_t\cdot dS_m=0$$



259-расм

Бу ерда биринчи қўшилувчан элементнинг 259-расмда тасвирланган меридионал текисликдаги проекцияси асосида ёзилган. Иккинчи қўшилувчи анология бўйича ёзилган (а) тенгламада бурчак кичик бўлганлигидан синусни унинг аргументи билан алмаштириб ва барча ҳадларни σdS_1dS_m га бўлиб қуйидагини топамиз:

$$\sigma_m\frac{d\alpha_m}{dS_m}+\sigma_1\frac{d\alpha_1}{dS_1}=\frac{p}{\delta}$$ ёки $\frac{d\alpha_t}{dS_t}=\frac{1}{\rho_t}$ ва $\frac{d\alpha_t}{dS_m}=\frac{1}{\rho_m}$ эканлигини ҳисобга олиб, узил-кесил қуйидагини оламиз:

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m}+\frac{\sigma_t}{\rho_t}=\frac{\rho}{\delta}\qquad(8.8)$$

(8.8) ифода Лаплас тенгламаси дейилади. Уни ўтган асрнинг бошларида суюқлик таъсиридан сиртнинг чўзилишини ўрганишда Лаплас келтириб чиқарган. Бу ерда эътиборни сиртқи чўзилишга ишлаётган суюқликнинг юпқа пардаси билан идиш девори ўртасидаги ўхшашликка жалб қилиш ўринлидир. Аналогия шундан иборатки, парда ҳам, идиш девори ҳам чўзилишга ишлаб, сирти маълум шаклга эга бўлган суюқлик ҳажмини мувозанатда ушлаб туради. Намланмайдиган сиртга тушган суюқлик томчиси сиртқи чўзилиш ҳисобига ёйилиб кетмайди. Шуни айтиб ўтиш керакки, конструкторлар нефть маҳсулотларини сақлаш учун сиғим яратишда томчи шаклидан фойдаланганлар; ҳақиқатан ҳам бундай сиғимлар бошқаларига нисбатан қатор афзалликларга эга (260-расм).

Тенгламада иккита номаълум кучланиш σ_m ва σ_t лар бор. Лекин σ_m кучланишни бошқа тенгламадан топса ҳам бўлади, бунда Лаплас тенгламасидан σ_t ни топишда фойдаланилади. σ_m ни топиш учун идишнинг қирқиб олинган ҳажмига таъсир қилувчи барча кучларнинг $O—O$ ўқига проекцияларининг йиғиндиси тенгламасини тузамиз.

Идиш деворининг айланма кесими юзасини $2\pi R\delta$ формула бўйича ҳисоблаш мумкин. Система $O—O$ ўқига нисбатан симметрияга эга бўлганлигидан бу юза бўйича σ_m кучланишлар текис тақсимланади.

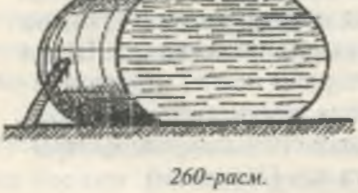
Демак, $\sigma_m 2\pi \cdot R \cdot \delta \cdot \cos\alpha - p \cdot \pi \cdot R^2 - Q = 0$

У ҳолда: $$\sigma_m = \frac{pR}{2\pi \cos\alpha} + \frac{Q}{2\pi \cdot R \cdot \delta \cdot \cos\alpha} \qquad (8.9)$$

Бу ерда: Q — айланма кесимдан пастда ётувчи идиш бўлагининг ва суюқликнинг оғирлиги; ρ — суюқлик босими бўлиб, Паскал қонуни бўйича барча йўналишларда бир хил ва $\gamma \cdot h$ га тенг; бу ерда h — ўрганилаётган нуқтанинг чуқурлиги, γ — ҳажм бирлигидаги суюқлик оғирлиги. Баъзан суюқлик идишда атмосфера босими q дан ортиқча босим остида сақланади. Бу ҳолда: $p = \gamma \cdot h + q$.

(8.8) тенглама (8.9) формула идиш деворининг ҳар бир нуқтасидаги иккала σ_m ва σ_t кучланишларни топиш имконини беради. Конкрет мисолларни кўриб чиқамиз.

Текис тақсимланган ички газ босими таъсир қиладиган сферик идиш (261-расм). Идиш девори ва газнинг ўз оғирлигини ҳисобга олмаймиз. Идишнинг симметрикли-



260-расм.

261-расм.

ги туфайли унинг барча нуқталаридаги σ_m ва σ_t кучланишлар бир хил. (8.8) тенгламада $\sigma_t = \sigma_m = \sigma$, $\rho_t = \rho_m = R$, $p = q$ деб қабул қилиб, қуйидагини топамиз:

$$\sigma = \frac{qR}{2\delta} \tag{8.10}$$

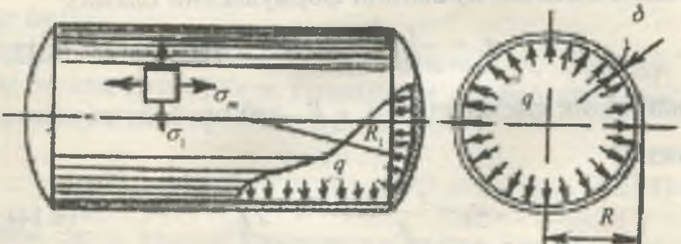
Текис тақсимланган газ ёки буғ ички босими $p = q$ таъсир қиладиган цилиндрик қозон (262-расм). Қозон цилиндрик қисмининг меридианлари вазифасини унинг ясовчилари ўйнайди, улар учун $\rho_m = \infty$. Шунинг учун $\rho_t = R, p = q$ деб олиб, (8.8) тенгламадан айланма кучланишни топамиз:

$$\sigma_t = \frac{qR}{\delta} \tag{8.11}$$

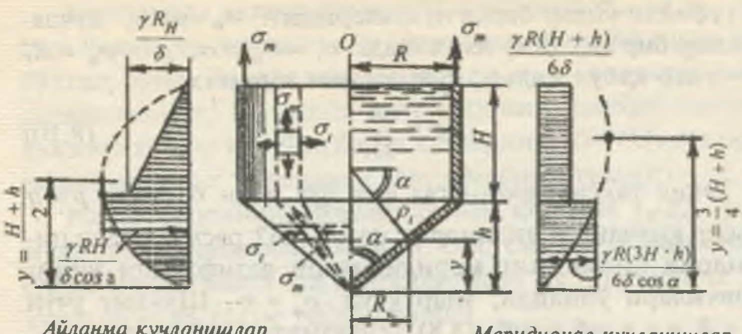
$\cos\alpha = 1, Q = 0$ деб олиб, (8.9)формуладан меридионал кучланишни топамиз:

$$\sigma_m = \frac{qR}{2\delta} \tag{8.12}$$

(8.11) ва (8.12) ифодаларни таққослаш қозон деворини айлана бўйича чўзувчи кучланишнинг ясовчиси бўйича таъсир этувчи кучланишдан икки марта катта эканлигини кўрсатади. Радиус сифатида R_1 катталикни қабул қилиб, қозоннинг сферик тубидаги кучланишни (8.10) формуладан топиш мумкин.



262-расм.



Айланма кучланишлар эпюраси σ_t

Меридионал кучланишлар эпюраси σ_t

263-расм.

Суюқлик солинган туби конус кўринишидаги цилиндр резервуар (263-расм). Резервуар деворнинг оғирлигини ҳисобга олмаймиз.

Меридианлар (ясовчилар) эгрилигининг радиуси $\rho_m = \infty$. Шунинг учун (8.8) тенгламадан қуйидагини топамиз: $\sigma_t = \frac{p\rho_t}{\delta}$, (б) $H+h-y$ чуқурликдаги босим ρ га тенг бўлади: $\rho = \gamma(H+h-y)$ чуқурлигидаги босим ρ га тенг бўлади: $\rho = \gamma(H+h-y)$ (в). Конуссимон қисми учун қуйидагига эга бўламиз:

$$R_y = \frac{y}{h}R; \qquad \rho_t = \frac{R_y}{\cos\alpha} = \frac{yR}{h\cos\alpha} \tag{г}$$

(в) ва (г) ифодаларни (б) формулага қўйиб, конус қисмидаги айланма кучланиш формуласини оламиз:

$$\sigma_t = \frac{\gamma\cdot R}{\delta\cdot h\cos\alpha}(H+h-y)y \tag{8.13}$$

Цилиндрик қисми учун $\rho_t = R$ деб олиб, қуйидагини топамиз:

$$\sigma_t = \frac{\gamma\cdot R}{\delta}(H+h-y) \tag{8.14}$$

σ_t эпюраси 263-расмнинг чап томонида кўрсатилган. Резервуарнинг конус қисми учун бу эпюра параболик кўринишида. У математик жиҳатдан умумий баландлигининг ўртасида, яъни $y = 0,5(H + h)$ бўлганда максимумга эришади. $H > h$ бўлганида у шартли қийматга эга бўлади, $H > h$ да эса у конуссимон қисми чегарасига тўғри келиб,

$$\max\sigma_t = \frac{1}{4}\cdot\frac{\gamma\cdot R(H+h)^2}{\delta\cdot h\cos\alpha} \qquad (8.15)$$

га тенг реал қийматга эга бўлади.

Меридионал кучланиш σ_m ларни топишга ўтамиз. Конуссимон қисми учун баландлиги y бўлган конус ҳажмидаги суюқлик оғирлигини топамиз:

$$Q = \gamma\frac{1}{3}y\cdot\pi\cdot R_y^2 = \frac{\gamma}{3}\cdot\frac{\pi\cdot y^2R^2}{h^3} \qquad (д)$$

(в), (г) ва (д) ифодаларни (8.9) формулага қўйиб оламиз:

$$\sigma_m = \frac{\gamma\cdot R}{6\delta\cdot h\cos\alpha}\left[3(H+h)-2y\right]y \qquad (8.16)$$

σ_m эпюраси 263-расмнинг ўнг томонида кўрсатилган. Бу эпюра ҳам конуссимон қисми учун параболик кўринишга эга, у $y = 0,5(H + h)$ бўлганда максимумга эришади. У $H \le \frac{1}{3}h$ бўлгандагина реал қийматга эга бўлиб, конус қисми чегарасига тўғри келади ва

$$\max\sigma_m = \frac{3}{16}\cdot\frac{\gamma\cdot R(H+h)^2}{\delta\cdot h\cos\alpha} \qquad (8.17)$$

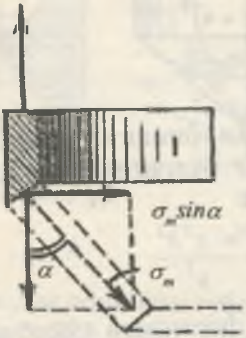
га тенг бўлади.

Идиш цилиндрик қисмдаги кучланиш — σ_m резервуарнинг баландлиги бўйича ўзгармайди ва осиб қўйилган юқори қиррасидаги кучланишга тенг:

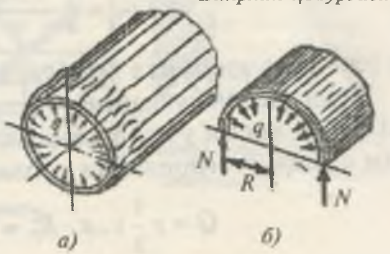
$$\sigma_m = \frac{\gamma\cdot R(H+h)}{6\delta} \qquad (8.18)$$

Идиш сирти кескин ўзгарадиган жойда, масалан, цилиндрик қисмининг конуссимон қисми (263-расм) ёки сферик қисми (264-расм) билан туташадиган жойда меридионал кучланишларнинг радиал ташкил этувчиси

$\sigma_m \sin\alpha$ мувозанатлашмаган, бу ҳол 265-расмда кўрсатилган. Бу ташкил этувчи ҳалқанинг периметри бўйлаб $q = \delta\sigma \sin\alpha$ га тенг радиал юк ҳосил қилади, у юк цилиндрик қобиқнинг қирраларини ичига эгишга интилади (265-а расм).



264-расм.



265-расм.

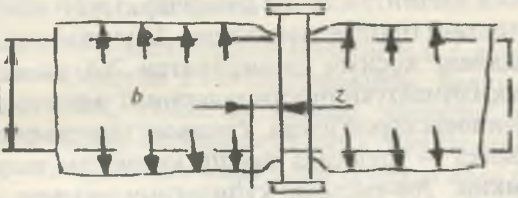
Бундай эгилишга йўл қўймаслик учун идиш сирти ўзгарадиган ерда бурчаклик ёки швеллер кўринишидаги бикрлик қовурғаси қўйилади, у идишни айланаси бўйлаб ўраб олади. Бу қовурға радиал нагрузка q ни 265-б расмда кўрсатилгандек қабул қилади.

Бикрлик қовурғасини диаметр бўйича қирқиш йўли билан олинган ярим ҳалқанинг мувозанат шартидан қовурғада $N = qR$ сиқувчи куч пайдо бўлишини осонгина исбот қилиш мумкин, бу ҳолда қовурға билан қобиқ бирга ишлаши ҳисобга олинмайди.

Лекин бикрлик қовурғага ёпишиб турган қобиқ ҳалқасининг кенгайишига тўсқинлик қилади. Натижада қобиқнинг ясовчиси бикрлик ҳалқаси ўкинида эгриланади. Бу ҳодисага чегаравий эффект дейилади. У идиш деворларида кучланишларнинг маҳаллий кескин ўсишига олиб келиши мумкин. Чегаравий эффектнинг умумий назарияси қобиқлар ҳисобининг моментли назарияси ёрдамида махсус курсларда ўрганилади. Қуйида цилиндрик трубада чегаравий эффектни ҳисобга олишга доир оддий масала кўриб чиқилади.

Цилиндрик қобиқда чегаравий эффект. Цил
қобиққа мисол тариқасида 266-расмда ички босим
сирида бўлган юпқа деворли узун труба тасвирланга
бўлаклари ўзаро фланецлар ёрдамида бириктирилга
нецлар бўлмаганида эди, трубанинг бутун узунлиг
ча ички босим q туфайли унинг диаметри бирор к
га катталашган бўларди. Фланец шу даражада б
унинг диаметри катталашишини ҳисобга олмасда
банинг диаметри фланец олдида ўзгармайди, деб
лаш мумкин. Лекин фланецдан узоқда труба диамет
ўзгариши табиийдир.

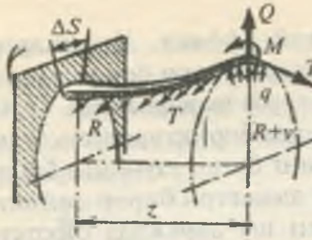
Шунинг учун трубанинг фланец яқинидаги
участкаси 266-расмда кўрсатилгандек эгриланади.
нига труба кўндаланг кесим юзларида бўйлама куч
деган тахмин билан труба деворининг эгилишини
равий эффектни) текширамиз.



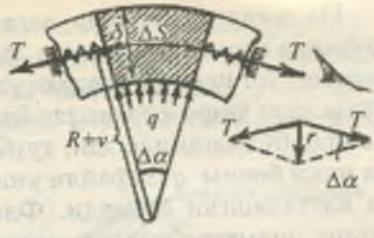
266-расм.

Трубанинг деформациягача бўлган ўртача ради
R, деворининг қалинлигини δ билан белгилаймиз.
ма кесимлар билан труба деворидан эни Δs га тенг
полоса ажратамиз. 267-расмда шундай полоса таъсир
ётган кучлар билан биргаликда тасвирланган. Тру
формациялангунга қадар ҳам, деформациялангандан
ҳам айланма жисмдан иборат бўлганлигидан, барча
салар 267-расмдагига ўхшаш, бир хил шароитда б
Келгусида $\Delta s = 1$ деб ҳисоблаймиз.

Полосанинг фланецга бириктирилган ерида қис
маҳкамланган балка деб ҳисоблаб, унинг салқили
радиус орттирмаларига тенг деб оламиз; радиус о
маларини υ билан белгилаймиз. Бу балкага таъсир
диган ташқи юк аввало ички босим ҳисобига ҳосил



267-расм.



268-расм.

ди; бу босим полосанинг узунлик бирлигига $\Delta s = 1$ бўлганида $q \cdot 1\Delta s = q$ юк билан таъсир қилади. Бундан ташқари, трубанинг бўйлама кесимларига айланма зўриқиш кучлари ҳам таъсир қилади; бундай кучларнинг полоса узунлик бирлигига таъсир қиладиган қийматини T билан белгилаймиз. Бу кучларнинг қиймати кўндаланг кесимлар билан ҳосил қилинган труба ҳалқаларининг эластик нисбий чўзилишига пропорционалдир. Шунинг учун полосанинг кўндаланг кесими тасвирланган 268-расмда T кучлар фараз қилинаётган пружиналарнинг эластик реакциялари кўринишида кўрсатилган. Уларнинг тенг таъсир этувчиси — τ ни балка — полосада таъсир қилаётган нагрузка деб қараш мумкин. 268-расмдан қуйидагини топамиз:

$$\tau = 2T\sin\frac{\Delta\alpha}{2} \approx T\,\frac{\Delta s}{R+\upsilon}$$

ёки каср махражидаги υ қиймати R га нисбатан кичик бўлганлигидан уни инобатга олмасдан, $\Delta s = 1$ деб қабул қиламиз:

$$\tau = \frac{T}{R} \qquad (8.19)$$

R радиуснинг нисбий чўзилиши, демак, труба деворининг айланма йўналишдаги нисбий чўзилиши $\varepsilon_1 = \frac{\upsilon}{R}$ га тенг бўлади. Унга мос келадиган айланма кучланишлар Гук қонунига кўра $\sigma_t = \frac{\upsilon}{R}E$ булади.

У ҳолда: $T = \sigma_t \delta \cdot 1 = \frac{\delta \cdot E}{R} \upsilon$, демак, $r = \frac{\delta \cdot E}{R^2} \upsilon$ (8.20)

Формула r зўриқиш кучини пропорционаллик коэффициенти $k = \frac{\delta \cdot E}{R^2}$ бўлган балка-полосанинг υ эгилишларига қаршилик кўрсатувчи эластик асоснинг реакцияси сифатида қараш мумкинлигини кўрсатади.

Шундай қилиб, цилиндрик идишдан ажратиб олинган полоса эгилишининг дифференциал тенгламасини, яхлит эластик асосида ётувчи балка тенгламаси каби ёзиш мумкин:

$$\upsilon^{IY} + 4\beta^4 \upsilon = \frac{q}{E_1 I} \tag{8.21}$$

Бу ерда: I — полоса кўндаланг кесим юзасининг инерция моменти; $\Delta s = 1$ бўлганда $I = \frac{\delta^3}{12}$.

Полосанинг эгилишга бўлган бикрлиги $E_1 I$ даги E_1 оддий эластиклик модули E ни билдирмайди, балки бошқачароқ маънога эга, чунончи, полоса эгилиши туфайли толалардаги бўйлама деформациялар ε_1 қўшни полосалар билан ўзаро таъсирда бўлганлигидан шундай орта боради-ки, уларга мос келувчи кўндаланг деформациялар ε_2 бўлмайди.

Текис кучланиш ҳолати учун Гук қонунига асосан $\varepsilon_2 = 0$ деб қабул қилиб, кучланиш σ_1 билан чўзилиш ε_1 ўртасидаги қуйидаги боғланишни топамиз:

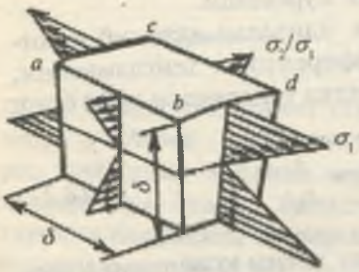
$$\sigma_1 = \frac{\varepsilon_1 E}{1 - \mu^2} = \varepsilon_1 E_1$$

Бу ҳолда $\sigma_2 - \mu\sigma_1$ ва полоса элемент ёқларидаги эгувчи кучланишлар 269-расмда кўрсатилгандек бўлади. Шундай қилиб, бу ҳолда E модули ўрнига $E_1 = \frac{E}{1 - \mu^2}$ модулдан фойдаланиш керак. Айтилганларни ҳисобга олсак, полосанинг эгилишдаги бикрлиги $E_1 I$ қуйидагича:

$$E_1 I = \frac{\delta^3 E}{12\left(1 - \mu^2\right)}$$

(8.21) тенгламадаги β коэффициентнинг қиймати k ва $E_1 I$ лар учун топилган ифодаларни ҳисобга олган ҳолда топилади:

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k}{4E_1 I}} = \sqrt[4]{\frac{3\left(1-\mu^2\right)}{R^2\delta^2}} \qquad (8.22)$$



269-расм.

Энди трубанинг кўндаланг кесим юзаларига текис тақсимланган кучланишлар σ_m билан характерланадиган бўйлама зўриқиш кучлари таъсир қилади, деб тахмин қиламиз. Бунда айланма йўналишдаги нисбий чўзилиш қуйидаги тенгликда топилади:

$$\varepsilon_1 = \frac{\upsilon}{R} = \frac{\sigma_t}{E} - \mu\frac{\sigma_m}{E}$$

Бундан σ_t ни, сўнгра T ни топамиз:

$$T = \sigma_t \delta \cdot 1 = \frac{\delta \cdot E}{R}\upsilon + \mu \cdot \delta \cdot \sigma_m$$

(8.19) формуладан қуйидагини топамиз:

$$r = \frac{\sigma \cdot E}{R^2}\upsilon + \frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R}$$

Охирги қўшилувчини полоса-балкага таъсир этувчи текис тақсимланган нагрузка деб қараш мумкин, уни ташқи нагрузка q га минус ишора билан қўшиш лозим. Унинг пайдо бўлиши осонгина шундай тушунтирилади; труба бўйлама йўналишда σ_m кучланиш таъсирида чўзилса, кўндаланг йўналишда торяди. Кўриниб турибдики, бу манфий босим $\frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R}$ қўйилиши билан эквивалентдир. Демак, бўйлама кучланишлар σ_m ни ҳисобга олганда полоса эгилишининг тенгламаси қуйидаги кўринишни олади:

$$\upsilon^{IV} + 4\beta^4 \upsilon = \frac{1}{E_1 I}\left(q - \frac{\mu \cdot \delta \cdot \sigma_m}{R}\right) \qquad (8.23)$$

Шуни қайд қилиш керакки, (8.21) ва (8.23) тенгламалар истаган ўқи симметрияга эга бўлган нагрузка q учун кучга эгадир. $q = const$ ва $\sigma_m = 0$ бўлган масаламизнинг ечимига қайтамиз . (8.23) тенгламанинг умумий интеграли қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\upsilon = e^{-\beta \cdot z}\left(C_1 \sin \beta \cdot z + C_2 \cos \beta \cdot z\right) +$$

$$+ e^{\beta \cdot z}\left(C_3 \sin \beta \cdot z + Cu \cos \beta \cdot z\right) + \frac{q}{4\beta^4 E_1 I} \qquad (8.24)$$

Масаланинг физик маъносига кўра z нинг қиймати ортиши билан υ маълум қийматга интилиши лозим. Лекин (8.24) ечимда $z \to \infty$ бўлганда $e^{\beta \cdot z}$ қиймат ҳам чексизликка интилиши бунга зиддир. Шунинг учун $C_3 = C_4 = 0$ деб оламиз. Қолган иккита ўзгармас C_1 ва C_2 ларни фланецда, яъни $z = 0$ бўлганида $\frac{d\upsilon}{dz} = 0$ ва $\upsilon = 0$ бўлиш шартидан топамиз: $C_1 = C_2 = -\frac{q}{4\beta^4 E_1 I} = -\frac{qR^2}{\delta \cdot E}$,

$$\upsilon = \frac{qR^2}{\delta \cdot E}\left[\left(1 - e^{-\beta \cdot z}(\sin \beta \cdot z + \cos \beta \cdot z)\right)\right] \qquad (8.25)$$

Энди эни $\Delta s = 1$ бўлган полоса учун эгувчи момент M ва кўндаланг куч Q ни топамиз:

$$M = E_1 I \frac{d^2 \upsilon}{dz^2} = \frac{qR\delta}{2\sqrt{3\left(1 - \mu^2\right)}} e^{-\beta \cdot z}\left(\cos \beta \cdot z - \sin \beta \cdot z\right) \qquad (8.26)$$

$$Q = \frac{dM}{dz} = -\frac{q\sqrt{R\delta}}{\sqrt[4]{3\left(1 - \mu^2\right)}} e^{-\beta \cdot z} \cos \beta \cdot z \qquad (8.27)$$

(8.25) ва (8.26) формулалар бўйича қурилган υ ва M эпюралари 269-расмда кўрсатилган бўлиб, абсцисса ўқи бўйлаб ўлчовсиз координата $\beta \cdot z$ қўйилган.

υ, M, Q ларни солиштирсак, улар η, η_1 ва η_2 функциялар орқали ифодаланганлигини кўришимиз мумкин. Трубадан ажратиб олинган полоса эгилиши ҳақидаги масалани тўпланган куч таъсир қилувчи эластик асосдаги балка сифатида кўришимиз мумкин. Фланецларнинг реакция кучлари тўпланган куч ролини ўтайди.

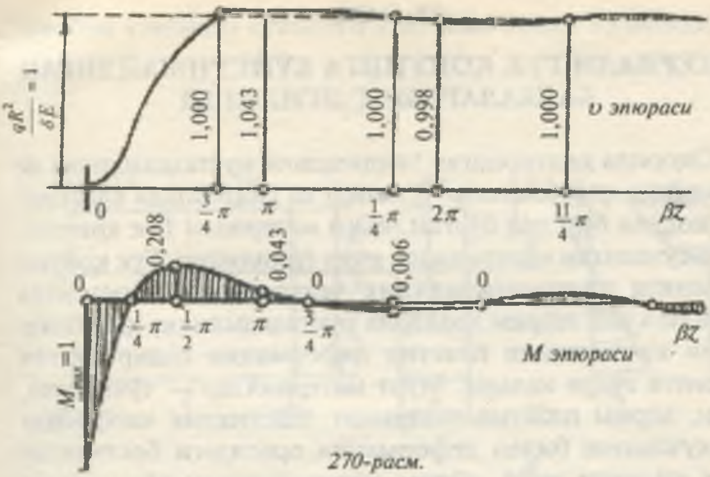
269-расмдаги эпюрадан кўриниб турибдики, труба деворлари эгилиш деформациясининг тўлқини фланецдан узоқлашиши билан тез сўнади. Масалан, $\beta \cdot z = \pi$ бўлганида солқилик υ нинг қиймати фланец йўқ бўлиб, труба эркин кенгайишидаги радиусининг ортиши $\frac{qR^2}{\delta \cdot E}$ дан фақат 4,3% га фарқ қилади. Ушбу кесимдаги эгувчи момент ҳам фланецдаги эгувчи моментнинг 4,3% ини ташкил қилади. $\beta \cdot z = \pi$ қийматга ($\mu = 0,3$ бўлганда) $z = \frac{\pi}{\beta} = \frac{\pi\sqrt{R\delta}}{\sqrt[4]{3\left(1-\mu^2\right)}} \approx 2,4\sqrt{R\delta}$ мос келади. Масалан, $\delta = 0,1R$ бўлганда $z \approx 0,76R$. Шундай қилиб, чегаравий эффект фланецдан труба радиусига нисбатан кичик масофага тарқалади деб, 5% аниқлик билан ҳисоблаш мумкин.Труба деворининг маҳаллий кескин эгилишига чегаравий эффект дейилади.

Чегаравий эффект туфайли максимал кучланиш жуда катта қийматларга эришиши мумкин.Масалан, бизнинг мисолимизда $z = 0$ бўлганида:

$$M_{\max} = \frac{qR\delta}{2\sqrt{3\left(1-\mu^2\right)}}; \sigma_{\max} = \frac{6M_{\max}}{\delta^2} = \frac{3qR}{\delta 3\left(1-\mu^2\right)} \approx 1,82\frac{qR}{\delta}$$ га эга

бўламиз. Бу ($\mu = 0,3$ бўлганда) моментсиз назариядаги (8.11) формула бўйича топиладиган максимал кучланишдан 1.82 марта каттадир.

Агар қобиқнинг материали пластик материалдан, масалан, пластик пўлатдан иборат бўлса, чегаравий эффект туфайли кучланишларнинг ортиши идишнинг умумий мустаҳкамлигини камайтирмайди, фақат маҳаллий пластик деформациялар пайдо бўлишига олиб келади.



270-расм.

Мўрт материаллар, масалан, темир-бетон резервуарлар учун чегаравий эффектдан ҳосил бўладиган кучланишлар анча хавфли бўлади. Бу кучланишлар резервуарда дарз пайдо бўлишига олиб келади, бу эса унинг герметиклигини бузади. Бундай ҳолларда чегаравий эффект кучланишларига қарши турли конструктив чоралар воситасида курашилади. Улардан бири темир-бетон резервуар деворларида олдиндан кучланиш пайдо қилишдир. Баъзан резервуар девори билан туби шундай конструкция ёрдамида туташтириладики, деворлар қисман ёки бутунлай эркин кенгайишига йўл қўйилади. Бу чегаравий эффект кучланишини кескин камайтиради ёки бутунлай бартараф қилади.

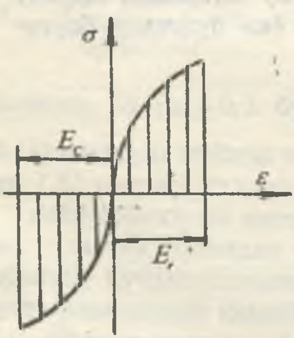
IX БОБ

МАТЕРИАЛИ ГУК ҚОНУНИГА БЎЙСУНМАЙДИГАН БАЛКАЛАРНИНГ ЭГИЛИШИ

Юқорида келтирилган эгилишдаги мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблашлар чўзилиш ва сиқилишда эластиклик модули бир хил бўлган, яъни материали Гук қонунига бўйсунадиган материаллар учун ўринлидир. Гук қонуни кучланиш пропорционаллик чегарасидан ошмаганда аҳамиятга эга. Айрим ҳолларда мустаҳкамликка ҳисоблаш юқори кучланишли пластик деформация содир бўлган шароитга тўғри келади. Мўрт материаллар — чўян, тош, бетон, айрим пластмассаларнинг эластиклик чегарасида ҳам кучланиш билан деформация орасидаги боғланиши тўғри чизиқли эмас, айрим материалларни чўзилиш ва сиқилишдаги эластиклик модуллари бир хил эмас. Шунинг учун материали Гук қонунига бўйсунмайдиган балкаларни эгилишда мустаҳкамликка ҳисоблаш аҳамиятга эга.

Юкланиш даврида материали Гук қонунига бўйсунмайдиган кўндаланг кесим юзаси тўғри тўртбурчакли балканинг эгилишдаги нормал кучланишини аниқлаймиз.

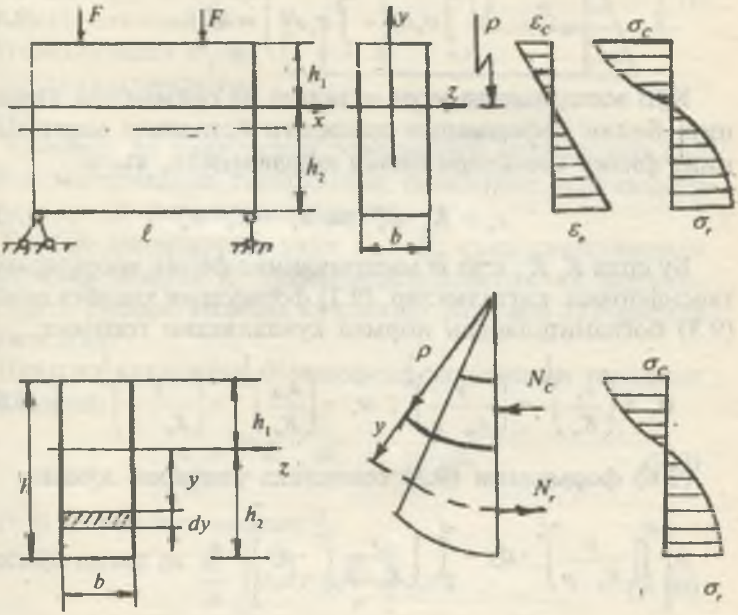
Балка соф эгилишда бўлсин. Агар, куч йўналишида толалар ўзаро бир-бирига босим таъсирини ўтказмаса, балканинг материали оддий чўзилиш ва сиқилишда булади. (271-расм). $\varepsilon_ч$ бўйлама узайиш — ε_c бўйлама қисқариш диаграммага асосан, чўзилишда кучланишнинг ўсиши деформациянинг ўсишидан кам экан. Бу ерда: $\varepsilon_ч > \varepsilon_c$.



271-расм.

Бу ҳолат эгилишда балка кесимининг нейтрал қатлами балканинг эгрилик маркази томон силжитади. Агар балканинг эгрилик радиусини ρ ҳарфи билан белгиласак, нейтрал қатламдан y масофада жойлашган қатламнинг нисбий узайиши қуйидаги тенглама билан топилади:

$$\varepsilon = \frac{y}{\rho} \tag{9.1}$$



272-расм.

Нисбий деформация ва нормал кучланишни аниқлаш учун нейтрал ўқнинг эгрилик радиуси ρ ни топиш ва аналитик усулда кучланиш билан деформация орасидаги боғланишни ҳосил қилиш керак (272-расм).

Жуфт куч таъсирида эгилаётган балканинг ихтиёрий кесимидаги ички N_4 чўзувчи ва сиқувчи N_c кучлари ҳам жуфт кучни ҳосил қилади. Унда $N_ч$ ва N_c кучларни X ўқига проекциялари ҳам нолга тенг ва уларнинг нейтрал ўқ Z га нисбатан моменти эгувчи моментга тенг:

$$\sum x = \int_0^A \sigma \cdot dA = 0 \quad \text{ва} \quad \sum M_z = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA - M = 0 \tag{9.2}$$

Бу ерда:

$dA = b \cdot dy.$ У ҳолда $b\left(\int_{o}^{h1}\sigma_{ч}dy - \int_{o}^{h2}\sigma_{c}dy\right) = 0$ (9.3)

$$b\left(\int_{o}^{h1}\sigma_{ч}dy + \int_{o}^{h2}\sigma_{c}dy\right) = M \qquad (9.4)$$

Кўп материаллар учун чўзилиш ва сиқилишда кучланиш билан деформация орасидаги боғланиш материалнинг физик хоссалари билан ифодаланади, яъни:

$$\varepsilon_{ч} = K_{ч} \cdot \sigma_{ч}^{n} \text{ ва } \varepsilon_{c} = K_{c} \cdot \sigma_{\text{ч}}^{m} \qquad (9.5)$$

Бу ерда K_x K_c, n ва m материалнинг физик хоссаларини тавсифловчи катталиклар. (9.1) формулани ҳисобга олиб, (9.5) боғланишлардан нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_{ч} = \left(\frac{\varepsilon_{ч}}{K_{ч}}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{y}{K_{ч} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{n}};\ \sigma_{c} = \left(\frac{\varepsilon_{c4}}{K_{c}}\right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{y}{K_{c} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{m}} \qquad (9.6)$$

(9.6) формулани (9.3) тенгликка келтириб қўямиз:

$b\left[\int_{o}^{h1}\left(\frac{y}{K_{ч} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot dy - \int_{o}^{n2}\left(\frac{y}{K_{c} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{m}} \cdot dy\right] = 0$ ва ҳосил бўлган

тенгликни интегралласак,

$$\frac{n}{n+1}\left(\frac{h_1}{K_{ч} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{n}} h_1 - \frac{m}{m+1}\left(\frac{h_2}{K_{c} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{m}} \cdot h_2 = 0 \qquad (9.7)$$

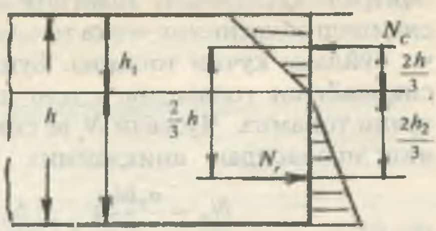
ҳосил бўлади. (9.6) формулани (9.4) тенгликка келтириб

қўйсак, $b\left[\int_{o}^{h1}\left(\frac{y}{K_{\eta} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{n}} ydy + \int_{o}^{h2}\left(\frac{y}{K_{c} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{m}} ydy\right] = M$ ва интег-

ралласак, қуйидаги натижани ҳосил қиламиз:

$$\frac{n}{2n+1}b\left(\frac{h_1}{K_{\eta} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{n}} \cdot h_1^2 + \frac{m}{2m+1}b\left(\frac{h_2}{K_{c} \cdot \rho}\right)^{\frac{1}{m}} h_2^2 = M \qquad (9.8)$$

Агар, $h_1 + h_2 = h$ эканлигини ҳисобга олсак, (9.7) ва (9.8) формулалардан эгрилик радиуси ρ ва h_1 ва h_2 ларни аниқлаймиз. (9.6) формуладан $\sigma_ч$ ва σ_c кучланишларни топамиз.



273-расм.

Чўзилиш ва сиқилишда эластиклик модули ҳар хил бўлган материалдан тайёрланган балканинг эгилишдаги нормал кучланишини аниқлаймиз.

Бундай материаллар учун $E_c > E_ч$, яъни сиқилишдаги эластиклик модули E_c чўзилишдаги эластиклик модулидан катта бўлади. Нормал кучланиш эпюраси 273-расмда кўрсатилган.

Нейтрал қатламдан $У$ масофада жойлашган толанинг кучланиши:

$$\sigma_ч = \frac{y}{\rho}E_ч \quad \text{ва} \quad \sigma_c = \frac{y}{\rho}E_c \tag{9.9}$$

(9.3) формулага асосан:

$$\frac{E_ч}{\rho}\int_0^{h1}\sigma_ч dy = \frac{E_c}{\rho}\int_0^{h2}\sigma_c dy \tag{9.10}$$

Ёки:

$$\frac{E_ч}{\rho}\int_0^{h1} ydy = \frac{E_c}{\rho}\int_0^{h2} ydy \tag{9.11}$$

(9.11) ни интеграллаб ва $\frac{1}{2\rho}$ га қисқартириб,

$$E_ч h_1^2 = E_c h_2^2 \tag{9.12}$$

ҳосил қиламиз, бу ерда $\frac{h_1^2}{h_2^2} = \frac{E_c}{E_ч}$ ни ҳисобга олсак, $h_1 + h_2 = h$ ва

$$h_1 = \frac{h\sqrt{E_c}}{\sqrt{E_ч} + \sqrt{C_c}} \quad \text{ва} \quad h_2 = \frac{h\sqrt{E_ч}}{\sqrt{E_ч} + \sqrt{E_c}} \tag{9.13}$$

нейтрал қатламнинг ҳолатини аниқлаймиз. Чўзилиш ва сиқилиш зонасининг чекка толалардаги тенг таъсир қилувчи бўйлама кучни топамиз. Бунинг учун чўзилаётган ва сиқилаётган толалардаги тенг таъсир қилувчи бўйлама кучни топамиз. Чўзувчи $N_ч$ ва сиқувчи N_c кучларни кучланиш эпюрасидан аниқлаймиз:

$$N_ч = \frac{\sigma_ч b h_1}{2}; \qquad N_c = \frac{\sigma_c b h_2}{2} \tag{9.14}$$

$N_ч$ ва N_c кучлар балканинг нейтрал қатламдан $\frac{1}{3}h_1$ ва $\frac{1}{3}h_2$ масофада жойлашади. Кўндаланг кесим юзада ички кучлар жуфт кучга келтирилгани учун $N_ч = N_c$.

Кучлар орасидаги масофа $\frac{1}{3}h$, унда жуфт куч моменти:

$$M = N_ч \frac{2}{3} h \quad ва \quad M = N_c \frac{2}{3} h$$

(9.13) ва (9.14) боғланишларни ҳисобга олсак,

$$M = \frac{\sigma_ч \cdot b \cdot h_1 \cdot h}{3} = \frac{\sigma_ч b h^2}{3} \cdot \frac{\sqrt{E_ч}}{\sqrt{E_ч} + \sqrt{E_c}} \tag{9.15}$$

$$M = \frac{\sigma_c \cdot b \cdot h_2 \cdot h}{3} = \frac{\sigma_c b h^2}{3} \cdot \frac{\sqrt{E_c}}{\sqrt{E_ч} + \sqrt{E_c}} \tag{9.16}$$

Бу ерда:
$$\sigma_ч = \frac{3M}{bh^2}\left(1 + \frac{\sqrt{E_ч}}{\sqrt{E_c}}\right) \qquad (9.17);$$

$$\sigma_c = \frac{3M}{bh^2}\left(1 + \frac{\sqrt{E_c}}{\sqrt{E_ч}}\right) \tag{9.18}$$

Агар *Eч* ва *Ec* эластиклик модуллари берилган бўлса, (9.17), (9.18) формулалардан энг катта чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар топилади. (9.17) ва (9.18) формулаларнинг бошқача кўринишини келтириш учун

$$\frac{\sqrt{E_ч}}{\sqrt{E_c}}=\frac{h}{h_1}=\frac{\frac{h_2}{\rho}}{\frac{h_1}{\rho}}=\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_ч}$$ ни ҳисобга олсак,

$$\sigma_ч=\frac{3м}{bh^2}\left(1+\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_ч}\right) \tag{9.19}$$

$$\sigma_c=\frac{3м}{bh^2}\left(1+\frac{\varepsilon_ч}{\varepsilon_c}\right) \tag{9.20}$$

Балка чекка толаларининг нисбий деформациялари тензометр билан аниқланса, (9.19) ва (9.20) формулалар ўринли.

Демак, валнинг кесимда буралишдаги буровчи момент; эгилишдаги эгувчи момент ва кўндаланг куч ҳосил бўлади.

Буровчи момент таъсирида валнинг кўндаланг кесимда буралишидаги уринма кучланиши ҳосил бўлади:

$$\tau_{б} = \frac{M_{б}}{W_{\rho}} \qquad (10.1)$$

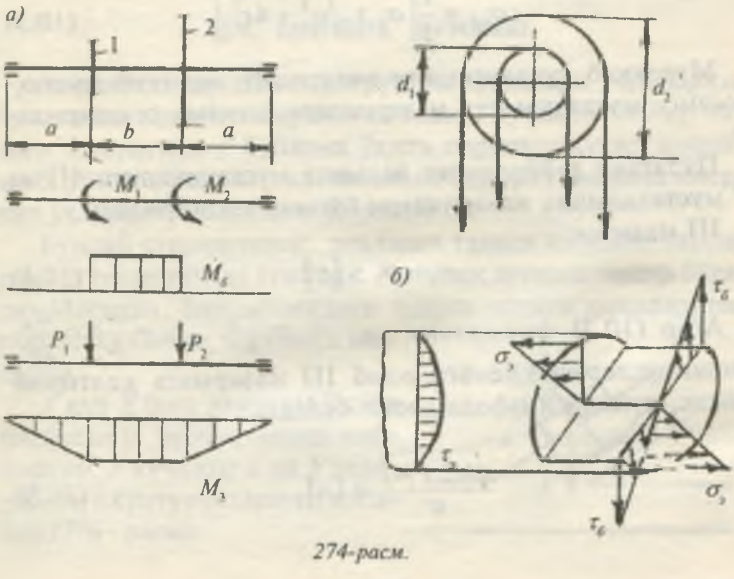
Уринма кучланиш вал кесимининг четки нуқталарида энг катта қийматга эришади (274-а расм).

Кўндаланг куч Q таъсиридаги уринма кучланиш буровчи моментдан ҳосил бўлган уринма кучланишга нисбатан кичикдир.

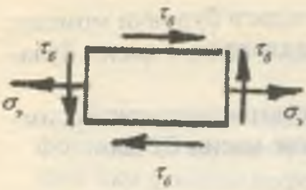
Бу кучланиш вал кесимининг марказида энг катта қийматга эришади. Лекин вални ҳисоблашда бу кучланишнинг таъсири сезиларли эмас.

Эгувчи момент таъсирида валнинг кўндаланг кесимда эгилишида нормал кучланиш ҳосил бўлади (274-б расм):

$$\sigma_{э} = \frac{M_{x}}{W_{x}} \qquad (10.2)$$



274-расм.



275-расм.

Нормал кучланиш вал кесимининг четки нуқталарида энг катта қийматга эришади ва кесим марказида нолга тенг (274-б расм).

Демак, вал кесимининг четки нуқтасида $\tau_б = \tau_{б\,max}$ ва $\tau_э = \tau_{э\,max}$ бўлиб, бу нуқта атрофида ажратилган элементар юза хавфли ҳолатда ва мураккаб кучланганлик ҳолатида экан.

Ажратилган элементнинг олд қисми ва унга параллел бўлган орқа томони ҳар қандай кучланишлар таъсиридан озод. Шунинг учун бу юза бош юза (275-расм) экан ва бу юзадаги бош нормал кучланиш нолга тенг.

Учта бош кучланишлардан биттаси нолга тенг бўлган ҳолатдаги элементнинг кучланганлик ҳолати текис кучланганлик ҳолатидир. Текис кучланганлик ҳолатидаги элементнинг мустаҳкамлиги элементнинг бошқа юзаларидаги бош кучланишларига боғлиқдир.

Бош кучланишлар қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\sigma_э \pm \sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2}\right] \qquad (10.3)$$

Мураккаб кучланганлик ҳолатидаги валнинг мустаҳкамлиги мустаҳкамлик назариялари асосида текширилади.

Пўлатдан тайёрланган валнинг мустаҳкамлиги III ва IV мустаҳкамлик назариялари бўйича текширилади.

III назария:

$$\sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma] \qquad (10.4)$$

Агар (10.3) формулани ва $\sigma_э = \dfrac{M_э}{W}$, $\tau_б = \dfrac{M_б}{W_\rho} = \dfrac{M_б}{2W}$ кучланишларни ҳисобга олиб III назарияга келтириб қўйсак, қуйидаги ифода ҳосил бўлади:

$$\frac{\sqrt{M_э^2 + M_б^2}}{W} \le [\sigma] \qquad (10.5)$$

Бу ерда $\sqrt{M_э^2 + M_б^2} = M$ келтирилган момент деб қабул қиламиз.

Валнинг мустаҳкамлик шарти: $\frac{M_{кел}}{W} \le [\sigma]$

Вал кесимнинг ўлчамлари қуйидагича топилади:

$$W = \frac{M_{кел}}{[\sigma]}$$

Агар $W = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$ бўлса, валнинг диаметри:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{кел}}{\pi \cdot [\sigma]}} \qquad (10.6)$$

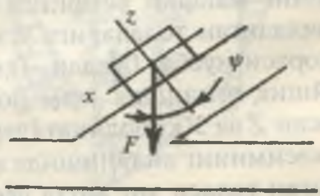
IV назария: $\sqrt{\sigma_э^2 + 3\tau_б^2} \le [\sigma]$, $\sigma_э$, $\tau_б$ ларнинг ифодаларини ҳисобга олсак,

$$\frac{\sqrt{M_э^2 + 0,75M_б^2}}{W} \le [\sigma] \quad \text{ва} \quad W = \frac{\sqrt{M_э^2 + 0,75M_б^2}}{W} = \frac{M_{кел}}{[\sigma]} \qquad 10.7)$$

10.2. ҚИЙШИҚ ЭГИЛИШ

Амалиётда шундай конструкция қисмлари учрайдики, бу ҳолатда элементга қўйилган ташқи кучнинг таъсир чизиғи элементнинг бўйлама ўқига перпендикуляр жойлашиб, унинг кўндаланг кесимининг бирорта ҳам бош инерция ўқлари текислигидан ўтмайди.

Бундай стерженнинг эгилиши ташқи кучнинг таъсир қилиш текислигида ётмайди. Қийшиқ эгилиш содир бўлади. Масалан, бино томидаги тунука остига қоқиладиган тахталар қийшиқ эгилишга ишлайди.

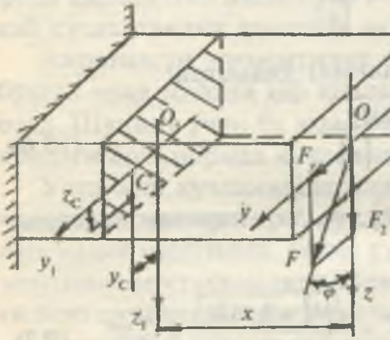


F куч Z бош инерция ўқига нисбатан φ бурчак остида жойлашган. F кучнинг Z ва $У$ ўқларидаги ажратувчиларини топамиз (276 - расм):

$$F_z = F\cos\varphi \quad \text{ва} \quad F_y = F\cdot\sin\varphi$$

Ихтиёрий X масофада жойлашган бош инерция ўқлари (Z_1 ва $У_1$) га нисбатан F_z ва F_y кучларининг эгувчи моментлари қуйидагича ёзилади:

$$M_{y1} = -F_z\cdot X = -F\cdot X\cos\varphi$$
$$M_{z1} = -F_y\cdot X = -F\cdot X\sin\varphi \qquad (10.6)$$



276-расм.

Агар $M = F_x$ деб қабул қилсак, $M_y = M\cos\varphi$ ва $M_z = M\sin\alpha$ ҳосил бўлади. Демак, стерженнинг кўндаланг кесимида иккита эгувчи момент пайдо бўлар экан ва бу моментлар стерженни иккита бош инерция текисликларида эгади.

Стерженнинг кесим юзасидан танланган ихтиёрий C нуқтаси кучланишининг формуласини ёзамиз:

$$\sigma_c = -\frac{M_y\cdot Z_c}{I_y} - \frac{M_z\cdot Y_c}{I_z} = -M\left(\frac{\cos\varphi\cdot Z_c}{I_y} + \frac{\sin\varphi\cdot Y_c}{I_z}\right)$$

Бу ерда: I_y ва Z_z стержень кесимининг $У$ ва Z ўқларига нисбатан инерция моменти.

Z_c ва Y_c стержень кесимидан ажратилган C нуқтанинг координаталари. C нуқта стерженнинг сиқиладиган толалари томонида жойлашганлиги учун σ_c нормал кучланишнинг ишораси манфий. Агар, C нуқтани координата ўқларининг манфий томонига ёки стержень материалининг чўзиладиган толаларига ўтказсак, нормал кучланишнинг ишораси мусбат бўлади. Текис кўндаланг эгилишдагидек, қийшиқ эгилишда ҳам нормал кучланишнинг қиймати асосан Z ва $У$ координаталарига боғлиқ. Қийшиқ эгилишда кесимнинг айланишида нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган толаси энг катта деформацияга учрайди. Шунинг учун қийшиқ эгилишда хавфли ҳолатдаги нуқтани аниқлаш учун аввало стерженнинг кесимида нейтрал ўқнинг ҳолати ва ундан энг узоқда жойлашган нуқта топилади. Текис кўндаланг эгилишдан маълумки, нормал кучланиш нейтрал қатламда нолга тенг, яъни:

$$O = -M\left(\frac{cos\varphi \cdot Z_o}{I_y} + \frac{\sin\varphi \cdot Y_o}{I_z}\right) \text{ ёки}$$

$$\frac{cos\varphi \cdot Z_o}{I_y} + \frac{\sin\varphi \cdot Y_o}{I_z} = 0 \qquad (10.9)$$

Бу ерда: Z_o ва $У_o$ нормал кучланиши нолга тенг бўлган ҳолатга тўғри келувчи нуқтанинг координаталари. (10.9) формулага асосан нейтрал ўқ координата бошидан ўтувчи тўғри чизиқдир. Нейтрал ўқ $У$ ўқига α бурчак остида жойлашган (277-расм).

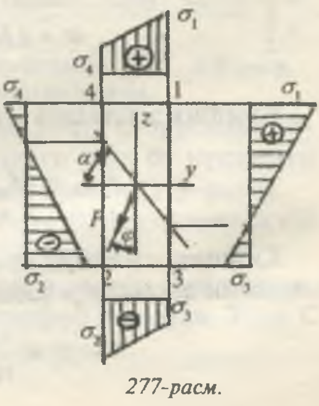
(10.9)формуладан

$$\left[\frac{Z_o}{Y_o}\right] = tg\alpha \qquad (10.10)$$

ҳосил қиламиз. 277-расмдан кўринишича, $\left[\frac{Z_o}{Y_o}\right] = tg\alpha$, у ҳолда (10.10) формулани қуйидагича ёзамиз:

$$tg\alpha = tg\varphi\frac{I_y}{I_z} \qquad (10.11)$$

ёки $tg\varphi = tg\alpha \cdot \frac{I_z}{I_y}$ (10.11) формуладан қийшиқ эгилишда кесим нейтрал ўқининг ҳолати ташқи кучнинг қийматига эмас, балки кучнинг Z ўқига оғишган бурчаги φ га ва кесимнинг шаклига боғлиқ экан.



277-расм.

Масалан, инерция моментлари иккала ўққа нисбатан бир-бирига тенг бўлган доиравий, квадрат — кесимларда нейтрал ўқ ташқи кучнинг таъсир чизиғига перпендикуляр жойлашади, яъни $tg\alpha = tg\varphi$ қолган барча кесимларда нейтрал ўқ куч чизиғига перпендикуляр бўлмайди. Томонлари h ва b бўлган тўғри тўртбурчак кесим учун кучнинг таъсир чизиғи кесимнинг диагонали бўйича жойлашса, нейтрал ўқ кесимнинг иккинчи диагоналидан ўтади.

$$tg\varphi = \frac{bh^3 \cdot 12}{b^3 h \cdot 12} \cdot \frac{b}{h} = \frac{h}{b}$$

Шундай қилиб, қийшиқ эгилишда нормал кучланиш қуйидаги формула билан топилади:

$$\sigma = \pm M\left(\frac{\cos\varphi \cdot z}{I_y} + \frac{\sin\varphi \cdot y}{I_z}\right) \qquad (10.13)$$

Кесимнинг нейтрал ўқда жойлашган I ва II нуқталарида кучланиш максимал қийматга, нейтрал ўқ устидаги барча нуқталарида нолга тенг ва нейтрал ўққа яқин жойлашган нуқталарда (3 ва 4) минимал бўлади. Кесимнинг турли нуқталари учун топилган кучланишларнинг қийматлари ёрдамида қийшиқ эгилишдаги кучланиш эпюрасини қуриш мумкин. (10.13) формулада кўпинча $\frac{I_y}{z_{\max}} = W_y$, $\frac{I_z}{y_{\max}} = W_z$ ифода билан алмаштирилади ва қуйидаги формула ҳосил бўлади:

$$\sigma = \pm M\left(\frac{\cos\varphi}{W_y} + \frac{\sin\varphi}{W_z}\right) \qquad (10.14)$$

Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{\max} = M_{\max}\left(\frac{\cos\varphi}{W_y} + \frac{\sin\varphi}{W_z}\right) \le [\sigma] \qquad (10.15)$$

Қийшиқ эгилишда кўчишни аниқлаш. Кучларнинг мустақиллик аломатига асосан:

$$f_z = \frac{F_z \ell^3}{3EI_y} \quad \text{ва} \quad f_y = \frac{F_y \ell^3}{3EI_z} \qquad (10.16)$$

Унда тўлиқ кўчиш:

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} = \frac{F\ell^3}{3E}\sqrt{\frac{\cos\varphi}{I_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{I_z^2}}$$

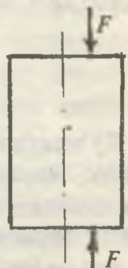
Юқоридаги формулалардан кўринадики, стерженнинг эгилиши унинг бикрлигига боғлиқ.

$\frac{f_y}{f_z} = tg\alpha = tg\cdot\varphi\frac{I_y}{I_z}$ ва

$f = \frac{f_y}{\sin\alpha} = \frac{f_z}{\sin\alpha}$ ни ҳосил қиламиз. Агар $\alpha = \varphi$ бўлса, стерженнинг эгилиши нейтрал ўққа перпендикуляр текисликда содир бўлади.

10.3. МАРКАЗЛАШМАГАН СИҚИЛИШ (ЧЎЗИЛИШ)

Марказлашмаган сиқилиш (278-расм) қурилишда бино устунларини ҳисоблашда кўп учрайди. *ХОУ* ўқларига нисбатан X_F ва $У_F$ масофаларда жойлашган *F* куч таъсиридаги бруснинг марказлашмаган сиқилишини кўриб чиқайлик. *F* куч таъсирида бруснинг исталган кесимида $N=-F$ сиқувчи бўйлама куч ва $M_x = -FУ$ ва $M_y = -FX$ эгувчи моментлари ҳосил бўлади.



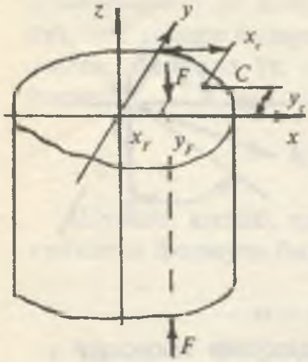
278-расм.

Брус M_y эгувчи моменти таъсирида *ОУ* нейтрал ўқи атрофида *ОХ* текислигида эгилади. Кесимдан ажратилган ихтиёрий нуқта С бруснинг сиқиладиган толаларида жойлашганлиги учун бу нуқтадаги нормал кучланиш манфий ишорали бўлади (279-расм).

$M_x = FУ_F$ моменти таъсиридан брус *ОУ* текислигида *ОХ* нейтрал ўқи атрофида эгилади (279-расм).

С нуқта бруснинг сиқиладиган толаларида жойлашган. Шунинг учун нормал кучланиш манфий ишорали. Унда *С* нуқтадаги кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_c = -\frac{F}{A} - \frac{FY_F \cdot Y_c}{I_x} - \frac{FX_F \cdot X_c}{I_y} = -F\left(\frac{1}{A} + \frac{Y_F Y_c}{I_x} + \frac{X_F X_c}{I_y}\right) \quad (10.17)$$



279-расм.

Агар $\frac{I_x}{A} = i_x^2$ ва $\frac{I_y}{A} = i_y^2$ брус кесимининг X ва $У$ ўқларига нисбатан инерция радиусларини ҳисобга олсак:

$$\sigma_c = -\frac{F}{A}\left(1 + \frac{Y_F Y_c}{i_x^2} + \frac{X_F X_c}{i_y^2}\right) \quad (10.18)$$

(10.18) формуладан кўринишича, сиқилган брус исталган нуқтасининг кучланишини топиш мумкин. Бунинг учун нуқтанинг координаталари X ва $У$ ишораларини ҳисобга олиш керак. Масалан, координаталари X_B ва $У_B$ бўлган кесимдан ихтиёрий танланган В нуқтадаги кучланишнинг ишораси мусбатдир, чунки:

$$\sigma_B = -\frac{F}{A}\left(1 - \frac{Y_F Y_B}{i_x^2} - \frac{X_F X_B}{i_y^2}\right) \quad (10.19)$$

Бу нуқта бруснинг чўзиладиган толаларида жойлашган. Демак, марказлашмаган сиқилишда ҳам оддий кўндаланг ёки қийшиқ эгилишдаги каби нормал кучланиш нуқтанинг қайси чорагида ёки қайси толаларида жойлашганлигига боғлиқ экан. Марказлашмаган сиқилишда бруснинг хавфли ҳолатидаги материални аниқлаш учун, аввало, брус кесимининг нейтрал ўқининг ҳолати ва ундан энг узоқда жойлашган нуқтасини топамиз. Кўндаланг эгилишдан маълумки, нейтрал ўқда нормал кучланиш нолга тенг, яъни:

$$\sigma = -\frac{F}{A}\left(1 + \frac{X_F X_o}{i_y^2} + \frac{Y_F \cdot Y_o}{i_x^2}\right) = 0$$

Бу ерда X_o ва $У_o$ — нейтрал ўқ устида жойлашган нуқтанинг координаталари. $\frac{F}{A} \neq 0$ бўлмаганлиги учун:

$$1+\frac{X_F X_o}{i_y^2}+\frac{Y_F\cdot Y_O}{i_x^2}=0 \qquad (10.19$$

ҳосил бўлади

(10.19) тенглама нейтрал ўқ тенгламаси. Нейтрал ўқ координата бошидан ўтмайдиган тўғри чизиқдир.

Бу тенгламадан *ХОУ* координата бошидан нейтрал ўққача бўлган масофалар — X_o ва $У_o$ ларни топиш мумкин.

$У_o = 0$ бўлса, (10.19) дан $1+\frac{X_F X_o}{i_y^2}=0$ ифодани оламиз.

Шунингдек, $X_o = 0$ бўлса, $1+\frac{Y_F\cdot Y_0}{i_x^2}=0$ ҳосил бўлади. Бу тенгламаларни ечиб,

$$X_o=-\frac{i_y^2}{X_F} \quad \text{ва} \quad Y_o=-\frac{i_y^2}{Y_F} \qquad (10.20)$$

нейтрал ўқ координата ўқларининг кесишидан ҳосил бўлган кесмаларни топамиз.

Демак, нейтрал ўқ *Х* ва *У* ўқларини X_o ва $У_o$ масофалардан кесиб ўтар экан (280-расм). Нейтрал ўқ кесим юзасини икки қисмга, чўзиладиган ва сиқиладиган толаларга ажратади. Агар кесимнинг контурига нейтрал ўққа параллел қилиб уринмалар ўтказсак, брус кесимининг нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашган нуқталарини (ДК) аниқлаймиз. Кесимдаги энг катта чўзувчи ва сиқувчи нормал кучланишлар *Д* ва *К* нуқталарда ҳосил бўлади (280-расм). *Д* нуқта бруснинг чўзилган толасида жойлашганлиги учун нормал кучланиш мусбат, *К* нуқтада эса манфий:

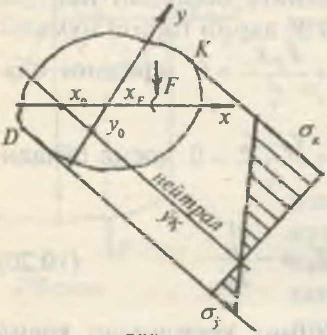
$$\sigma_{Д,K}=\pm\frac{F}{A}\left(1\pm\frac{X_F\cdot X_{D_1K}}{i_y^2}\pm\frac{Y_F\cdot Y_{D_1K}}{i_x^2}\right) \qquad (10.21)$$

Нормал кучланиш кесим юзасида тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради ва кесимнинг контурида энг катта қийматга эришади.

Кесим юзаси тўғри тўртбурчакдан иборат бўлган бруснинг марказлашмаган сиқилишида, кесимнинг нейтрал ўқини турли ҳолларда ўзгартириб кўрамиз (282-расм).

Куч OY ўқи бўйлаб ($X_A = e$; $Y_F = 0$) йўналган (10.18) формуладан қуйидагини топамиз:

$$\sigma = -\frac{F}{A} \pm \frac{M_y}{W_y} = -\frac{F}{A} \pm \frac{Fe}{\frac{hb^2}{6}} = -\frac{F}{A}\left(1 + \frac{6e}{b}\right) \quad (10.22)$$



280-расм.

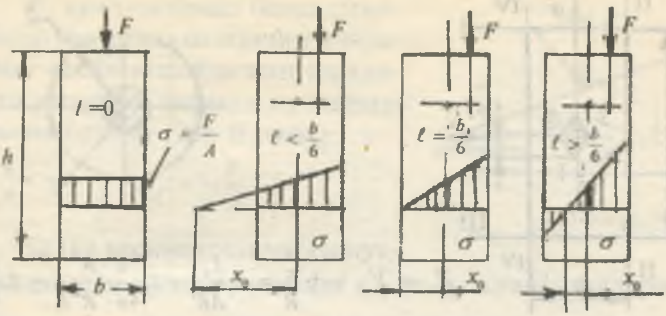
Бу формуладан кўриниб турибдики, $e = 0$ бўлганда кесимнинг барча нуқталарида бир хил кучланиш пайдо бўлади.

Кесим ядроси. Техникада ва қурилишда учрайдиган айрим материаллар (бетон, ғишт, ёғоч, чўян, шиша) чўзилиш ва сиқилишга бир хил қаршилик кўрсата олмайди. Бундай материалларнинг кесим юзасида икки хил ишорали кучланиш ҳосил бўлиши ноқулай, яъни мақсадга мувофиқ эмас.

Масалан, мўрт материаллар сиқилишга нисбатан чўзилишда тез емирилади. Шунинг учун мўрт материалдан тайёрланган брус марказлашмаган сиқилишга учраса, кўндаланг кесим юзасида бир хил ишорали кучланиш (сиқувчи) ҳосил бўлгани маъқул. Бунинг учун кесимнинг нейтрал ўқининг эгаллаган ўрнини ўзгартириш керак. Масалан, (10.20) формулага асосан X_0 ва Y_0 масофаларни шундай танлаш мумкинки, бу ҳолатда нейтрал ўқ кесимнинг контурига $Д$ нуқтада уринма бўлиб қолади. Унда

281-расм.

F куч кесимнинг марказига яқинлашади ва 2 нуқтада жойлашади. Худди шундай 3,4,5 нуқталарни кесимнинг маркази атрофида айлантирсак, бу нуқталарга мос равишда 3,4,5 чизиқлар, яъни нейтрал ўқларнинг ҳолатлари тўғри келади. Нейтрал



282-расм.

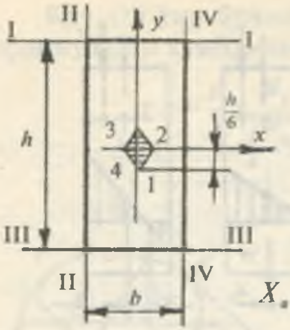
ўқлар кесимнинг сиртига уринма бўлиб жойлашади. Нейтрал ўқларнинг бу ҳолатларига тўғри келадиган чексиз куч нуқталарни кесимнинг маркази атрофида айлантирилишида ҳосил бўлган эгри чизиқли соха кесим ядроси дейилади.

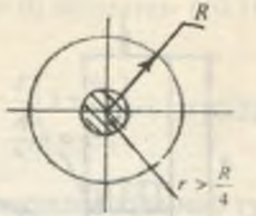
Кесим ядроси ичига қўйилган ҳар қандай ташқи куч кесим юзасида бир хил ишорали кучланишни юзага келтиради.

Масалан, томонлари b ва h бўлган тўғри тўртбурчакли кесим учун кесим ядросини топамиз. Бунинг учун кесимнинг томонларига уринмалар ўтказамиз, I—I уринмани XOY координата системасидаги координаталари: $X_o=-\frac{i_y^2}{x_н}$ ва $Y_o=-\frac{i_x^2}{y_н}$ формулаларидан фойдаланиб кесим ядросининг координаталарини топамиз:

$$X_F=X_я=-\frac{i_y^2}{\infty};\quad Y_F=Y_я=-\frac{i_x^2}{\frac{h}{2}}=-\frac{2I_x}{hA}=-\frac{2bh^3}{12bh^2}=-\frac{h}{6}$$

Шундай қилиб, I—I уринмага тўғри келувчи кесим ядросининг 1 нуқтаси OY ўқида OX ўқидан $У_я=-\frac{h}{6}$ масофада жойлашади. III—III уринмага тўғри келадиган кесим ядросининг 3 нуқтаси ҳам OY ўқида OX ўқдан $У_я=\frac{h}{6}$ масофада жойлашади. II—II ва IV—IV уринмалар учун $У_я=0$





$$X_н = Y_н = \pm\frac{i_x^2}{R} = \pm\frac{I_x}{AR} = \pm\frac{\pi \cdot R^4}{4\pi \cdot R^2 R} = \pm\frac{R}{4}$$

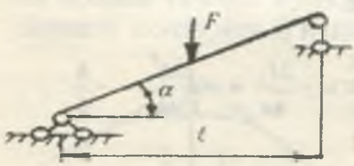
283-расм.

ва $X_н = \pm\frac{h}{6}$ ҳосил бўлади. 1, 2, 3, 4 нуқталарни тўғри чизиқлар билан туташтирсак, ромб ҳосил бўлади (283-расм). Доиравий кесим учун кесим ядроси доиранинг маркази атрофида жойлашган ва радиуси $r = \frac{R}{4}$ бўлган доира бўлади (283-расм).

10.4. ЭГИЛИШ БИЛАН ЧЎЗИЛИШНИ ЁКИ СИҚИЛИШНИНГ БИРГАЛИКДАГИ ТАЪСИРИ

Ташқи F куч билан юкланган балка шарнирли таянчга таянган ва горизонтга нисбатан α бурчакда жойлашган (284-расм) F кучни балка кесимининг бўйлама ўқига ва нормалига проекциялаш мумкин (285-расм):

$$F_y = F\cos\alpha \quad \text{ва} \quad F_x = F\sin\alpha$$



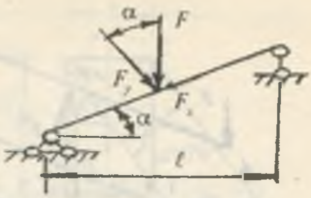
284-расм.

F_y куч таъсирида балка оддий кўндаланг эгилишда бўлади.

Натижада балканинг кўндаланг кесимида эгилишдаги, яъни эгувчи момент таъсиридаги нормал кучланиш ҳосил бўлади (286-а расм).

F_x куч таъсирида балка сиқилади. Натижада балканинг кўндаланг кесим юзасида тенг тарқалган сиқувчи нормал кучланиш ҳосил бўлади (286-б расм):

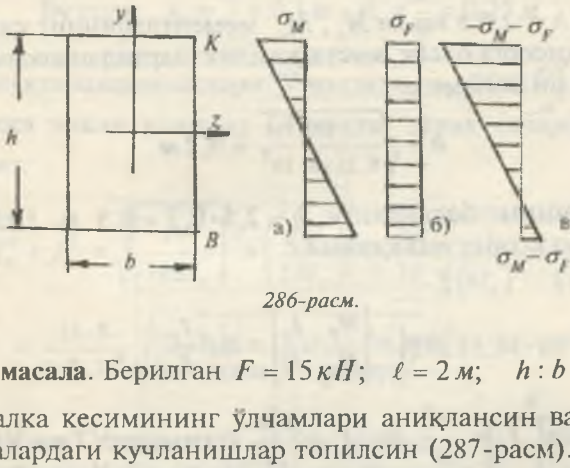
$$\sigma_F = -\frac{F}{A}$$



285-расм.

Балка кесимининг четки нуқталаридаги тўлиқ кучланиш σ_M ва σ_F кучланишларининг йиғиндисига тенг бўлади (286-в, расм):

$$\sigma = \pm\frac{M}{W_z} \pm \frac{F}{A} \quad \text{ёки} \quad \sigma_k = -\frac{M}{W_z} - \frac{F}{A} \quad \text{ва} \quad \sigma_B = \frac{M}{W_z} - \frac{F}{A}$$



286-расм.

1-масала. Берилган $F = 15\,кН$; $\ell = 2\,м$; $h : b = 2,5$

Балка кесимининг ўлчамлари аниқлансин ва хавфли нуқталардаги кучланишлар топилсин (287-расм).

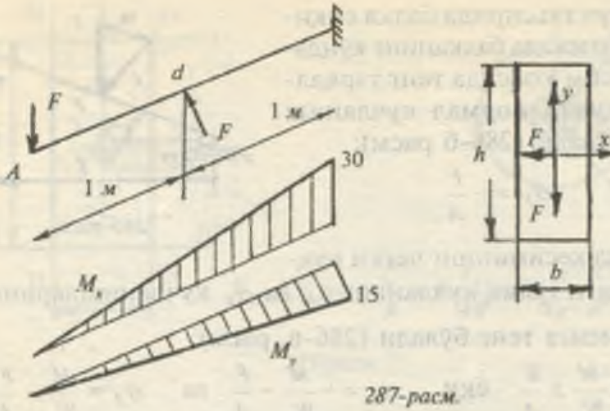
Балканинг таянч кесимидаги M_x ва M_y эгувчи моментларни аниқлаймиз ва эпюрасини қурамиз:

$$M_x = 2F = 30 \text{ кНм}$$
$$M_y = F = 15 \text{ кНм}$$

Балканинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \le [\sigma]$$

$$\text{ва} \quad \frac{6M_x}{bh^2} + \frac{6M_y}{b^2h} \le [\sigma]$$



287-расм.

Агар $h = 2{,}5\,b$ ни ва M_x, M_y моментларининг қийматларини ҳисобга олсак, мустаҳкамлик шартидан кесимнинг эни — b ни топамиз:

$$b = \sqrt[3]{\frac{405}{6{,}25 \cdot 8 \cdot 10^3}} \approx 0{,}2\ м$$

Кесимнинг баландлиги $h = 2{,}5 \cdot 0{,}2 = 0{,}5$ м. Нейтрал ўқнинг ҳолатини аниқлаймиз:

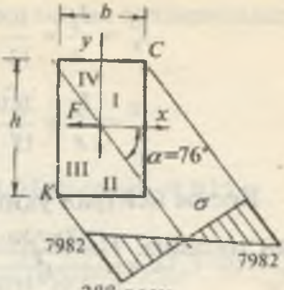
$$|tg\varphi| = \left|\frac{M_y}{M_x} \cdot \frac{I_x}{I_y}\right| = tg\beta\,\frac{I_x}{I_y}$$

Бу ерда $I_x = \dfrac{bh^3}{12}$ ва $I_y = \dfrac{b^3h}{12}$ кесимнинг X ва $У$ ўқларига нисбатан инерция моментлари; $tg\beta = \dfrac{M_y}{M_x} = \dfrac{15}{30} = 0{,}5$ — нейтрал ўқнинг бурчак коэффициенти.

$$I_x = \frac{0{,}2 \cdot (0{,}5)^3}{12} = 2{,}1 \cdot 10^{-3}\ м^4; \quad I_y = \frac{0{,}5 \cdot (0{,}2)^3}{12} = 3{,}4 \cdot 10^{-4}\ м^4$$

$$tg\varphi = \frac{2{,}1 \cdot 10^{-3}}{3{,}4 \cdot 10^{-4}} \cdot 0{,}5 = 4{,}242 \quad ёки \quad \varphi = 76^0$$

Агар куч таъсир чизиғи I—III чораклардан ўтса, нейтрал ўқ II—IV чораклардан ўтиши керак; агар кучнинг таъсир чизиғи II—IV чораклардан ўтса, нейтрал чизиқ I—III чораклардан ўтиши керак Кесимнинг C ва K нуқталари нейтрал ўқдан энг узоқда жойлашганлиги учун нормал кучланиш катта қийматга эришади. Иккита нуқтадан C нуқта энг хавфли ҳолатда, чунки бу нуқтада чўзувчи кучланиш ҳосил бўлади.



288-расм.

$$\sigma_c = \frac{M_x}{I_x} \cdot y_c + \frac{M_y}{I_y} \cdot x_c$$

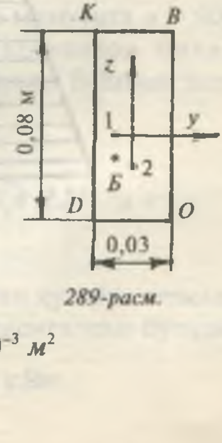
Бу ерда: $x_c = \frac{b}{2} = 0,1\,м$, $y_c = \frac{h}{2} = 0,25\,м$

C нуқта координатлари. У ҳолда: $\sigma_c = -7982\,\frac{кН}{м^2}$

Балка эркин учининг (A нуқта) тўлиқ салқилигини топамиз:

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} = \sqrt{\left(\frac{F\ell^3}{3E8I_y}\right)^2 + \left(\frac{F\ell^3}{3EI_x}\right)^2} = \frac{F\ell^3}{3E}\sqrt{\frac{1}{(8I_y)^2} + \frac{1}{(I_x)^2}} =$$

$$= \frac{15 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 10^8}\sqrt{\frac{1}{(8 \cdot 0,00034)^2} + \frac{1}{(0,0021)^2}} = 33,34 \cdot 10^{-5}\ м$$



289-расм.

2-масала. Узунлиги $\ell = 1,5\,м$ бўлган пўлат стержень F = 60 кН куч таъсирида чўзилади. Тўғри бурчакли кесимнинг K, C, B, $Д$ нуқталарининг кучланишлари топилсин.

Ечиш. Кесимнинг B нуқтасининг координаталари $y_B = -1\,см$ ва $Z_B = -2\,см$. Стержень кўндаланг кесим юзасининг геометрик тавсифларини топамиз:

Кесим юзаси $A = 3 \cdot 8 = 24\,см^2 = 2,4 \cdot 10^{-3}\ м^2$

Инерция радиуслари:

$$i_y^2 = \frac{I_y}{A} = \frac{0,03(0,08)^3}{12 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3}} = 0,0534 \cdot 10^{-2}\ м^2$$

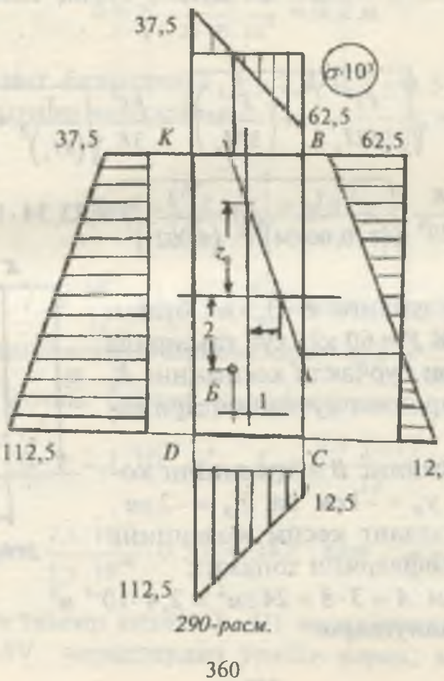
$$i_z^2 = \frac{I_z}{A} = \frac{0,08(0,03)^3}{12 \cdot 2,4 \cdot 10^{-3}} = 0,075 \cdot 10^{-3}\ м^2$$

Кесим нейтрал ўқининг ҳолатини қуйидаги тенгламадан топамиз: $1 + \frac{y_F \cdot y_O}{i_z^2} + \frac{z_F \cdot z_O}{i_y^2} = 0$

Агар $Z_o = 0$ бўлса, $y_0 = -\frac{i_z^2}{y_F} = \frac{0,075 \cdot 10^{-3}}{0,01} = 7,5 \cdot 10^{-3}\ м$

Агар $y_o = 0$ бўлса, $Z_0 = -\frac{i_y^2}{z_F} = \frac{0,0534 \cdot 10^{-2}}{0,02} = 2,67 \cdot 10^{-2}\ м$

Демак, нейтрал ўқ кесимнинг ZOY координата ўқларининг мусбат чорагидан y_o ва Z_o масофаларда кесиб ўтар экан.



290-расм.

Кесимнинг *КВСД* нуқталаридаги нормал кучланишларни қуйидаги формуладан топамиз:

$$\sigma = \frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_F y}{i_z^2} + \frac{z_F z}{i_y^2}\right)$$

К нуқтанинг кучланиши: $z_k = 0,04\,м; \quad y_k = -0,015\,м$

$$\sigma_k = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}}\left[1 + \frac{(-0,01)(-0,015)}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0,02)(-0,04)}{0,0534 \cdot 10^{-2}}\right] = 37,5 \cdot 10^3\,\frac{кН}{м^2}$$

В нуқтанинг кучланиши: $z_c = 0,04\,м; \quad y_c = -0,015\,м$

$$\sigma_B = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}}\left[1 + \frac{(-0,01)0,015}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0,02)0,04}{0,0534 \cdot 10^{-2}}\right] = -62,5 \cdot 10^3\,\frac{кН}{м^2}$$

С нуқтанинг кучланиши: $z_c = 0,04\,м; \quad y_c = -0,015\,м$

$$\sigma_c = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}}\left[1 + \frac{(-0,01)0,015}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{(-0,02)(-0,04)}{0,0534 \cdot 10^{-2}}\right] = 12,5 \cdot 10^3\,\frac{кН}{м^2}$$

Д нуқтанинг кучланиши: $z_д = 0,04\,м; \quad y_д = -0,015\,м$

$$\sigma_д = \frac{60}{2,4 \cdot 10^{-3}}\left[1 + \frac{0,01 \cdot 0,015}{0,075 \cdot 10^{-3}} + \frac{0,02 \cdot 0,04}{0,0534 \cdot 10^{-2}}\right] = 112,5 \cdot 10^3\,\frac{кН}{м^2}$$

Кесимнинг КВ; ВС; СД ва ДК томонларининг кучланиш эпюраси 290-расмда кўрсатилган.

3-масала. Пўлатдан тайёрланган вал минутига $n = 900$ маротаба айланади ва етакланувчи шкивлари билан $N_2 = 10\,кВт$ ва $N_3 = 20\,кВт$ қувват узатади. Валнинг диаметри топилсин (291-расм).

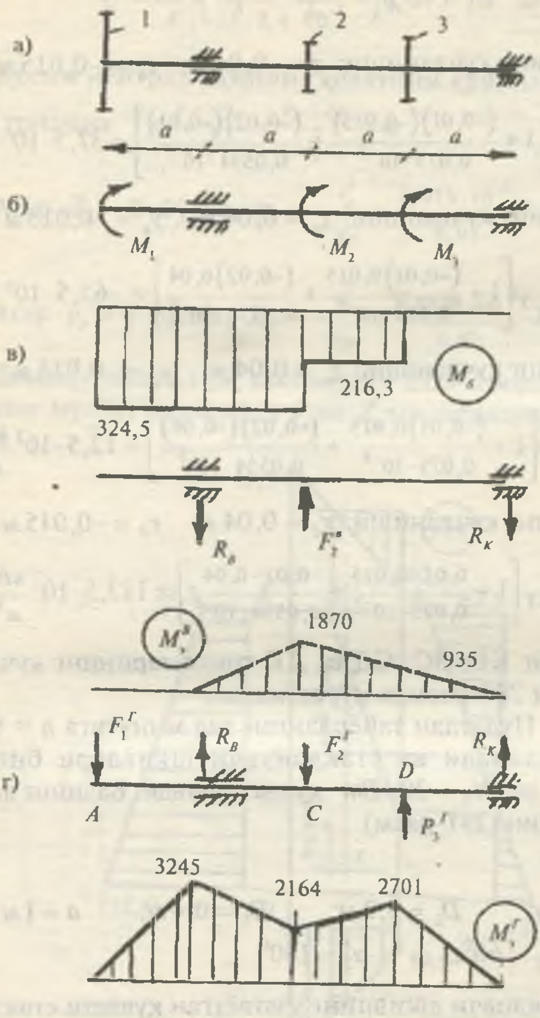
Берилган:

$$D_1 = 0,6\,м; \qquad D_2 = 0,2\,м; \qquad D_3 = 0,4\,м; \qquad a = 1\,м$$

$$\alpha_1 = 0^0;\ \alpha_2 = 60^0; \qquad \alpha_3 = 180^0$$

Ечиш. Етакловчи шкивнинг узатаётган қуввати етакланувчи шкивлар қувватларининг йиғиндисига тенг бўлади:

$$N_1 = N_2 + N_3 = 10 + 20 = 30\,кВт$$


а)
1
2
3
a
a
a
a
б)
M1
M2
M3
в)
324,5
216,3
Mв
RB
F1в
RK
Mxв
1870
935
F1г
RB
F2г
RK
г)
A
C
D
P3г
3245
2164
2701
Mxг

291-расм.

Шкивлардаги буровчи моментларни топамиз (291-б расм):

$$M_1 = 973,6\frac{N_1}{n} = 973,6\frac{30}{900} = 324,5\ Нм$$

$$M_2 = 973,6\frac{N_2}{n} = 973,6\frac{10}{900} = 108,2\ Нм$$

$$M_3 = 973,6\frac{N_3}{n} = 973,6\frac{20}{900} = 216,3\ Нм$$

Буровчи моментларнинг йўналишлари етакловчи ременларнинг тортишиш кучлари йўналишлари билан мос. Шкивлардаги моментлар етакланувчи ременнинг тортишиш кучлари билан қуйидагича боғланишда:

$$M_1 = M_2 = t\cdot\frac{D}{2}$$

$$t_1 = \frac{2M_1}{D_1} = \frac{2\cdot 324,5}{0,6} = 1081,6$$

$$t_2 = \frac{2M_2}{D_2} = \frac{2\cdot 108,2}{0,2} = 1081H$$

$$t_3 = \frac{2M_3}{D_3} = \frac{2\cdot 216,3}{0,4} = 1081H$$

Бу ерда етакловчи ва етакланувчи ременларнинг тортишиш кучларининг валга нисбатан босим кучини аниқлаймиз:

$$P_1 = 3t_1 = 3\cdot 1081,67 = 3245H;\quad P_2 = 3t_2 = 3\cdot 1081 = 3243H$$

$$P_3 = 3t_3 = 3\cdot 1081 = 3245H$$

Ременлар шкивга турли бурчаклар остида жойлаштирилгани учун тортишиш кучларининг валга нисбатан босими ҳам шу бурчак остига йўналади. F_1, F_2 ва F_3 кучларнинг вертикал (291-в расм) $P_1^B = 0$; $F_2^B = F_2\cdot\sin 60^0 = 3243\cdot 0,866 = 2805,8H$; $F_3^B = 0$ ва горизонтал текисликларидаги ажратувчиларни топамиз (291-г расм):

$$F_1^Г = F_1 = 3245\,H; \qquad F_3^Г = -F_3 = -3245\,H$$

$$F_2^Г = F_2 \cdot \cos 60^0 = 3245 \cdot 0,5 = 1621,5\,H$$

Вертикал текислик: $\sum M_B = 0; \quad F_2^B \cdot 1 - R_k \cdot 3 = 0$

дан $R_k = \dfrac{F_2^B \cdot 1}{3} = \dfrac{2805,81}{3} = 936,3\,H$

$\sum M_k = -F_2^B \cdot 2 + R_B \cdot 3 = 0$ дан $R_B = \dfrac{2 \cdot 2805,8}{3} = 1870,5H$

Текшириш: $\sum y = -1870,5 + 2805,8 - 936,3 = 0$

Эгувчи момент $M_э^B$ ни аниқлаймиз: $0 \le x_1 \le 1\,м$;
$M_э^B = -R_B \cdot x_1$

$x_1 = 0$ бўлса, $M_э^B = 0$ ва $x_1 = 1$ бўлса, $M_э^B = -1870,8\,Нм$

$$0 \le x_2 \le 2\,м; \quad M_э^B = -F_к \cdot x_2$$

$x_2 = 0$ бўлса, $M_э^B = 0$ ва $x_2 = 2$ м бўлса, $M_э^B = -1870,5\,Нм$

Горизонтал текислик:

$$\sum M_B = F_1^Г \cdot 1 - F_2^Г \cdot 1 + F_3^Г \cdot 2 - R_k \cdot 3 = 0$$

$$R_k = \frac{F_1^Г \cdot 1 - F_2^Г \cdot 1 + F_3^Г \cdot 2}{3} = \frac{3245 - 1621,5 + 3243 \cdot 2}{3} = 2701\,H$$

$$\sum M_K = F_1^Г \cdot 4 - R_B^Г \cdot 3 + F_2^Г \cdot 2 - F_3 \cdot 1 = 0$$

$$R_B = \frac{F_1^Г \cdot 4 + F_2^Г \cdot 2 - F_3^Г \cdot 1}{3} = \frac{3245 \cdot 4 + 1621,5 - 3243 \cdot 1}{3} = 4326,7\,H$$

Эгувчи момент $M_э^Г$ ни аниқлаймиз: $0 \le x_1 \le 1\,м$;
$M_э^Г = -F_1 x_1$

$x_1 = 0$ бўлса, $M_э^Г = 0$ ва $x_1 = 1$ бўлса, $M_э^Г = -3245$ Нм

$$0 \le x_2 \le 1\,м; \quad M_э^Г = -F_1^Г (1 + x_2) + R_B x_2$$

$x_2 = 0$ бўлса, $M_э^Г = -3245$Нм ва

$$x_2 = 1 \text{ м бўлса, } M_э^Г = -2164 \text{ Нм}$$

$$0 \le x_3 \le 1\, м; \quad M_э^Г = -F_1^Г(1 + x_3) + R_B(1 + x_3) - F_2^Г x_3$$

$$x_3 = 0 \text{ бўлса, } M_3^Г = -2164 \text{Нм ва}$$

$$x_3 = 1 \text{ м бўлса, } M_3^Г = -2701 \text{ Нм}$$

$$0 \le x_4 \le 1\, м; \quad M_э^Г = -R_k \cdot x_4$$

$$x_4 = 0 \text{ бўлса, } M_3^Г = 0 \text{ ва}$$

$$x_4 = 1\, м \text{ бўлса, } M_3^Г = -2701 \text{ Нм}$$

Тўлиқ эгувчи моментни $M_э^B$ ва $M_э^Г$ моментларнинг йиғиндиси сифатида топамиз: $M_x^2 = \left(M_э^B\right)^2 + \left(M_э^Г\right)^2$

$$M_{xA} = 0; \quad M_{xB} = \sqrt{0 + \left(M_э^Г\right)} = 3245\, Нм$$

$$M_{xc} = \sqrt{(2164)^2 + (1870,8)^2} = 2862\, Нм$$

$$M_{xo} = \sqrt{(2701)^2 + (935,3)^2} = 2862\, Нм; \quad M_{xк} = 0$$

Эгувчи ва буровчи момент эпюраларига асосан B таянч кесими хавфли ҳолатда бўлади (291-в, г расм).

III– мустаҳкамлик назариясига асосан келтирилган моментни топамиз:

$$M_{кел} = \sqrt{M_x^2 + M_б^2} = \sqrt{(3245)^2 + (324,5)^2} = 3261,2\, Нм$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{кел}}{W} \le [\sigma] \quad \text{ёки} \quad \frac{32 M_{кел}}{\pi \cdot d^3} = [\sigma]$$

Бу ерда:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 M_{кел}}{\pi[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3261,2}{3,14 \cdot 8 \cdot 10^7}} = 0,0746 = 74,6\, мм$$

$d = 80$ мм деб қабул қиламиз.

Савол ва топшириқлар

1. Мураккаб қаршиликлар нима?

2. Мураккаб қаршиликлар турларини айтинг.

3. Вални буралиш билан эгилишида кесим юзасида қандай кучланишлар ҳосил бўлади?

4. Буралиш билан эгилишда мустаҳкамлик шартини ёзинг.

5. Валнинг диаметрини аниқланг.

6. Қийшиқ эгилиш схемасини чизинг.

7. Қийшиқ эгилишда нейтрал ўқ тенгламасини ёзинг?

8. Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шарти формуласини ёзинг.

9. Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шарти формуласидан фойдаланиб кесимни танланг.

10. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда нормал кучланиш формуласини ёзинг.

11. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда кесимнинг нейтрал ўқ тенгламасини ёзинг.

12. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда мустаҳкамлик шарт формуласини ёзинг.

13. Кесим ядроси нима?

14. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда деформация қандай аниқланади?

15. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда нормал кучланиш стержень кесим юзасида қандай қонуният билан ўзгаради?

XI БОБ

СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТУВОРЛИККА ҲИСОБЛАШ

Устуворлик ҳақида тушунча. Кўпгина инженерлик иншоотларини ҳисоблашда уларнинг мустаҳкамлик шарти билан бир қаторда устуворлиги ҳам таъминланиши керак.

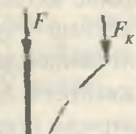
292-расм.

Ботиқ ёки қабариқ сирт устида ётган шарнинг мувозанат ҳолати устувор ёки ноустувор мувозанатга мисол бўлади.

Ботиқ сиртда жойлашган шар исталган ҳолатга оғдирилганда ҳам ўзининг дастлабки вазиятига қайтади. Шунинг учун шар ботиқ сиртда устувор мувозанатда.

Қабариқ сиртда жойлашган шар кичик миқдорга оғдирилганда пастга думалаб кетади. Шунинг учун бу шар ноустувор ҳолатда.

Секин-аста ўсувчи куч таъсирида стержень сиқилса, кучнинг бирор критик қийматида стержень ўзининг тўғри чизиқли ҳолатини йўқотади (293-расм). Стерженнинг устувор мувозанат ҳолати бузилади. Агар, кучни шу қийматида ушлаб турилса, стерженда мувозанат ҳолат юзага келади ва стерженнинг янги устувор мувозанати содир бўлади.



293-расм.

Агар сиқувчи куч катталаштирилса, стерженнинг ноустуворлиги ошади ва яна кучнинг қиймати ошса, стержень емирилиши мумкин.

Демак, стержень тўғри чизиқли ҳолатидан четга чиқиши ноустувордир. Ноустувор стержень бўйлама эгилиш ҳолатида бўлади. Бўйлама эгилиш жуда хавфлидир, чунки сиқувчи куч озгина орттирилганда стерженнинг эгилиши тез ортади. Натижада эгилишда бўладиган кучланиш ҳам тез ортади, стержень емирилиши мумкин.

Сиқувчи кучнинг критик қийматида стерженнинг кўндаланг кесимида критик кучланиш ҳосил бўлади:

$$\sigma_к = \frac{F}{A} \qquad (11.1)$$

Устуворликка нотўғри ҳисоблаш оқибатида жуда кўп конструкцияларнинг емирилиши содир бўлган.

Масалан, 1907 йил АҚШда Шимолий Лаврентия дарёсига қурилган, бош пролёти 549 м бўлган консол системали катта кўприк ағдарилиб тушган. 9000 тонналик конструкция бутунлай ишдан чиққан; конструкциянинг катта қисми сувга 40 м чуқурликка чўкиб 74 киши ҳалок бўлган. Шундай воқеа Квебек дарёсидаги кўприкда ҳам икки маротаба содир бўлган.

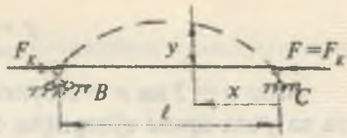
1981 йил май ойида Швейцариянинг Менхенштейн қишлоғидаги кўприкда бўлган ҳалокатли ҳодиса сиқилган стерженларнинг устуворликка пухта ҳисоблаш нақадар зарур ва муҳимлигини кўрсатувчи сабоқдир. Ҳалокат рўй берган пайтда кўприкдан узунлиги 42 м бўлган ва 12 вагондан иборат бўлган пассажир поезди ўтган. Паровоз кўприкдан ўтиб бўлган, лекин дарёга қулаган 6та вагон уни ҳам тортиб кетган. Фалокатда кўп киши ўлган ва 200 киши ярадор бўлган. Фалокат ферманинг сиқилган тирговучларидан бири устуворлигини йўқотиши натижасида содир бўлган.

11.1. КРИТИК КУЧНИ АНИҚЛАШ ЭЙЛЕР ФОРМУЛАСИ

Икки учи шарнирли таянчга таянган ўзгармас кесимли сиқилаётган стержендаги критик кучни топиш учун стержень эгилган ўқининг дифференциал тенгламасидан фойдаланамиз (294-расм). Сиқилаётган стерженнинг деформацияси эластик бўлиб, критик куч таъсирида стерженнинг кўндаланг кесимида ҳосил бўлган кучланиш стержен материалининг пропорционаллик чегарасидаги кучланишдан катта бўлмайди:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} = -\frac{Fy}{EI} \quad \text{ёки} \quad \frac{d^2y}{dx^2} + K^2 \cdot y = 0 \qquad (11.2)$$

Бу ерда: $K^2 = \frac{F}{EI}$ (11.3)



294-расм.

(11.2) дифференциал тенгламанинг интеграли қуйидагича ёзилади:

$$y = \alpha \cdot \sin \kappa x + b \cdot \cos \kappa x \qquad (11.4)$$

Бу ерда: *а, в* — интеграллаш доимийликлари, стержень учлари таяниш шартларидан топилади.

Масалан: 1) Биринчи шарт: $X = 0$ бўлганида, $У = Ус = 0$ ва $b = 0$ бўлади. Унда стержень эгилган ўқининг тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$y = \alpha \cdot \sin \kappa x$$

Бу тенгламадан аниқки, стерженнинг эгилган ўқи синусоида экан, яъни стержень синусоида бўйича эгилади.

2) Иккинчи шарт: $x = \ell$ да $y = y_B = 0$ бўлади. Бу ерда $a \neq 0$, демак, $\sin \kappa \ell = 0$. Бу ҳол учун $K\ell = \pi, 2\pi ... n\pi$ эканлигини топамиз. Бу ерда, $K = \frac{n\pi}{\ell}$ ёки $K^2 = \frac{n^2\pi^2}{\ell^2}$ ни ҳисобга олсак, (11.3) формуладан критик кучни топамиз.

$$F_k = \frac{n^2\pi^2 EI}{\ell^2} \qquad (11.5)$$

n — ихтиёрий бутун сон.

(11.5) формула Эйлер формуласи. Шундай қилиб, енгил эгилган стерженни мувозанатда ушлайдиган куч бир нечта қийматга эга бўлиши мумкин экан. Стерженнинг бўйлама эгилишидаги сиқувчи кучни минимал (энг кичик) қиймати $n = 1$ га тўғри келади.

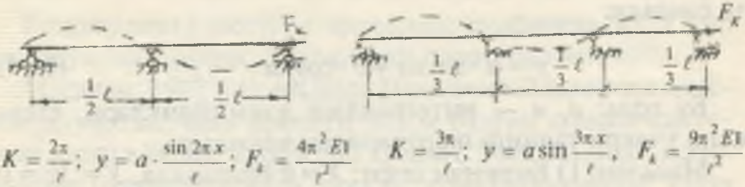
У ҳолда:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{\ell^2} \qquad (11.6)$$

F_k кучнинг бу қийматига стерженнинг ярим тўлқинли синусоида шаклидаги эгилиши тўғри келади:

$$y = a \cdot \sin \frac{\pi x}{\ell} \qquad (11.7)$$

Агар $n = 2$ ва $n = 3$ бўлса, стерженнинг эгилиши иккита ва учта ярим тўлқинли синусоидал чизиқ бўлади (295-расм).



295-расм.

Стерженнинг бундай эгилишлари ноустувордир.

Эйлер формуласидан кўринишича, $F_к$ куч стерженнинг бикрлигига тўғри ва стержень узунлиги квадратига тескари пропорционалдир.

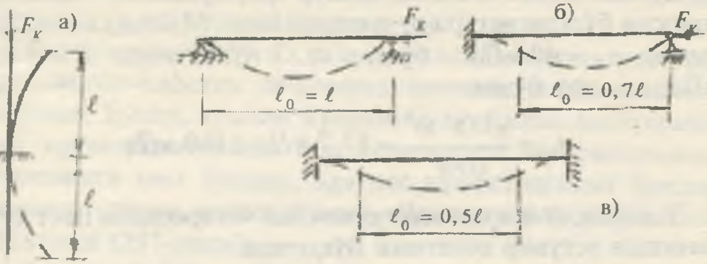
Эластиклик чегарасида ишлайдиган стержень учун критик куч стерженнинг геометрик ўлчамлари ва материалнинг эластиклик модулига боғлиқ: стержень тайёрланган материалнинг мустаҳкамлик тавсифномаларига боғлиқ эмас.

Масалан, юмшоқ ва юқори навли пўлатларда E қиймати тахминан бир хил бўлганлиги учун уларда критик куч ҳам бир хилдир, яъни улар бир хил критик кучда устуворлигини йўқотади.

Иккита шарнир таянчли стерженнинг эгилишдаги энг катта салқилиги $x = \frac{\ell}{2}$ масофасидаги нуқтасида ҳосил бўлади:

$$y_{max} = a \sin kx = a \sin \frac{\pi}{\ell} \cdot \frac{\ell}{2} = a$$

Стержень учларини маҳкамланиш шартини критик кучнинг қийматига таъсирини аниқлаш учун ҳар хил таянчларга таянган стерженларнинг бўйлама эгилишдаги деформацияларини иккита шарнирли таянчга таянган стерженнинг деформацияси билан таққослаймиз. Масалан, бир учи қистириб маҳкамлаб қўйилган стержень деформацияси икки таянчли стержень деформациясининг ярмисига тенг (296-расм, а).



296-расм.

Демак, бир учи қистириб маҳкамланган стержень учун Эйлер формуласи:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{\ell_0^2} \quad \text{ёки} \quad F_k = \frac{\pi^2 EI}{(2\ell)^2} = \frac{\pi^2 EI}{4\ell^2} \tag{11.7}$$

Стержень учларининг маҳкамланиш шартларига кўра (296-расм) критик кучнинг формуласини ёзамиз:

$$F_k = \frac{\pi^2 EI}{(\mu\ell)^2} \tag{11.8}$$

Бу ерда: μ — келтирилган узунлик коэффициенти;
$\ell_0 = \mu \cdot \ell$ — келтирилган узунлик.

11.2. ЭЙЛЕР ФОРМУЛАСИНИ ИШЛАТИШ ЧЕГАРАСИНИ АНИҚЛАШ

Критик кучланиш:

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A} = \frac{\pi^2 EI}{A\ell^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu\ell}{i}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \tag{11.9}$$

Бу ерда: $i^2 = \frac{I}{A}$ — стержень кесим юзасининг инерция радиуси;

$\lambda = \mu \dfrac{\ell}{i}$ — стерженнинг эгилувчанлиги.

(11.9) формуладан маълум бўладики, σ_k стерженнинг эгилувчанлигига боғлиқ. Эйлер формуласини ишлатиш мумкин бўлган чегарани аниқлаймиз. Мустаҳкамлик чегараси $\sigma_B = 40\, мПа$ бўлган ст. 3 пўлат учун: $E = 2 \cdot 10^5$ мПа; $\lambda = 150$ бўлса:

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{(150)^2} = 87{,}7\, мПа \le 160\, мПа$$

У ҳолда, стержень мустаҳкамлик чегарасидан паст кучланишда устувор ҳолатини йўқотади.

$$\lambda = 50 \text{ бўлса: } \sigma_k = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{(50)^2} = 300\, мПа > [\sigma] = 160\, мПа$$

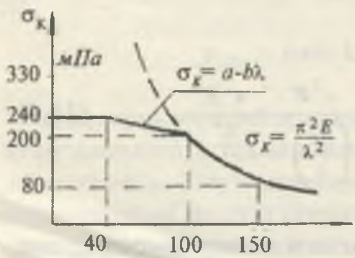
Сиқилаётган стержендаги кучланиш критик кучланишдан кичик кучланишда емирилиш содир бўлади.

Критик кучни аниқлаш учун Эйлер формуласи стержень материалининг Гук қонунига бўйсунадиган чегарада келтириб чиқарилган эди. Шунинг учун Эйлер формуласи ёрдамида топилган критик кучланишни материалнинг пропорционаллик чегарасидаги кучланишдан катта бўлган ҳолларда фойдаланиб бўлмайди.

Агар $\sigma_k = \sigma_n = 200$мПа деб олинса, (11.9) формуладан эгилувчанликнинг чегаравий қийматини топамиз:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_n}} \qquad (11.10)$$

$$\text{ёки } \lambda_0 = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^5}{200}} \approx 100$$



297-расм.

Шундай қилиб, эгилувчанлиги $\lambda \ge 100$ стерженлар учун Эйлер формуласи ишлатилиши мумкин (297-расм). Эгилувчанлик 0 дан 40—50 гача бўлганида, стержень калта бўлади. Бундай стерженлар мустаҳкамлик йўқолиши билан емирилади. Шунинг учун критик кучланиш оқувчанлик (пластик материал) ёки мустаҳкамлик чегарасидаги кучланиш (мўрт материал) га тенг қилиб олинади (297-расм).

Эгилувчанлиги ($50 \le \lambda \le \lambda_0$) оралиқда бўлган стерженлар эластик-пластик деформацияланиб, устуворлигини йўқотади. Бунда, критик кучланиш стержень материалининг пропорционаллик ёки оқувчанлик чегараларидаги кучланишга тенг бўлади. Критик кучланишнинг бундай ўзгариши тўғри чизиқ бўлиб, Ясинский формуласига буйсунади (297-расм).

Ясинский формуласи қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_k = a - b\lambda \qquad (11.11)$$

Ст. 3 пўлат учун:

Ёғоч учун: $\sigma_k = 3100 - 11{,}4\lambda$

$$\sigma_k = 293 - 1{,}94\lambda$$

Чўян учун

$$\sigma_k = a - b\lambda + c\lambda^2 \qquad (11.12)$$

Бу ерда: *а, в, с* — эмпирик коэффициентлар.

Айрим материаллар учун а, в, с коэффициентлар:

Материал	λ	а	В	с
Ст.2, Ст.3	100	3100	11,4	—
Ст.5	100	4640	32,6	—
Сталь 40	90	3210	11,6	—
Кремнис. сталь	100	5890	38,2	—
Сосна	110	193	1,94	—
Чўян	80	7760	120	0,53

11.3. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕННИНГ КЎНДАЛАНГ КЕСИМДАГИ РАЦИОНАЛ ШАКЛИ

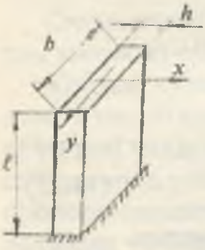
Сиқилган стерженлар учун Эйлер формуласини қўллаб, критик куч топилганда стержень учларининг маҳкамланишига боғлиқ ҳолда бош текисликларда устуворликни йўқотишнинг турли шакллари бўлиши мумкинлигини инобатга олиш зарур. Бир учи қистириб маҳкамланган, иккинчи учи эса озод бўлган стерженнинг устуворлиги ҳамда бикрлиги кичик бўлган текисликда йўқолади, чунки бу текисликда эгилишга мос келувчи критик куч энг кичик бўлади (298-расм).

$$I_x = \frac{hb^3}{12} \quad \text{ва} \quad I_y = \frac{h^3 b}{12}. \qquad I_x > I_y$$

Эгилиш X ўқи текислигида бўлади.

$$F_{1k} = \frac{\pi^2 EI_x}{(\mu_1 \ell)^2} \quad \text{ва} \quad F_{2k} = \frac{\pi^2 EI_y}{(\mu_2 \ell)^2} \quad \text{деб қабул қилайлик.}$$

$I_x > I_y$ бўлганлиги учун: $F_{1k} > F_{2k}$



298-расм.

Стержень иккала бош инерция текислигида ҳам бир хил эгилиши учун $I_x = I_y$ ёки $\mu_1 = \mu_2$ бўлиши керак.

Масалан, кесим юзаси иккита швеллардан ташкил топган бўлса, уларнинг иккала бош инерция текислигида бир хил устуворликни йўқотишини таъминлаш учун $I_x = I_y$ тенгликни ҳосил қиламиз.

Бунинг учун a масофа шундай танланиши керакки,

$$2I_{x1} = 2\left[I_{y1} + A\left(\frac{a}{2}\right)^2\right] \quad \text{шарт бажарилсин.}$$

Демак, $P_{1k} = P_{2k}$ тенглик юзага келади, унда қуйидаги тенг устуворлик шарти ҳосил бўлади:

$$\frac{I_x}{\mu_1^2} = \frac{I_y}{\mu_2^2}$$

Агар, $\mu_1 = \mu_2$ бўлса ҳам стержень иккала бош инерция текислигида устуворликни бир хил йўқотади.

i_{min} — минимал инерция радиусининг энг катта қийматга олиб келадиган юза рационал кесим бўлади. Ўлчов бирлигисиз тавсифнома танлаймиз:

$$\varsigma = \frac{i_{min}}{\sqrt{A}} \qquad (11.13)$$

Кесимнинг рационаллигини ς нинг қиймати ёрдамида аниқлаймиз:

квадрат	0,289	
доира	0,283	
тўртбурчакли		0,204
швеллер		0,41—0,29
қўштавр		0,41—0,27
бурчак		0,5—0,3
трубасимон (d = 0,7-0,8)		1,2—1,0
трубасимон (d = 0,95-0,8)		2,25—1,64

11.4. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТУВОРЛИККА АМАЛИЙ ҲИСОБЛАШ

Сиқилган стерженларни мустаҳкамликда ҳисоблаш ўлчамларини шундай танлаш кераки, уларни эксплуатация қилиш жараёнида куч таъсиридан устуворлик йўқотилмаслиги керак. Бунинг учун сиқилган стерженнинг кесимдаги нормал кучланиши критик кучланишдан кичик бўлиши керак:

$$\sigma = \frac{N}{A_б} < \frac{F_k}{A_б} = \sigma_k \qquad (11.14)$$

Бу ерда: N — сиқувчи куч; $A_б$ — стерженнинг заифлашган кесим юзаси.

Критик кучланиш материалнинг оқувчанлик чегарасидан пластик материал учун ёки мустаҳкамлик чегарасидан мўрт материаллар учун хавфли бўлиши мумкин. Шунинг учун стерженни устуворликка амалий ҳисоблашда критик кучланишнинг ҳосил бўлишини чеклаш керак, яъни устуворликка эҳтиётлик шартини таъминлаш керак:

$$\sigma = \frac{F_k}{A_б} \le [\sigma]_y \qquad (11.15)$$

Устуворликка рухсат этилган кучланиш $[\sigma]_y$ устуворликка эҳтиётлик коэффициенти (n_y) орқали топилади:

$$[\sigma]_y = \frac{\sigma_k}{n_y} \qquad (11.16)$$

Устуворликка эҳтиётлик коэффициенти n_y мустаҳкамликка эҳтиётлик коэффициенти n дан катта деб қабул қилинади:

Ёғоч — $n_y = 2{,}8...3{,}2$; пўлат — $n_y = 1{,}8....3{,}0$; чўян — $n_y = 5...5{,}5$.

$[\sigma]$ — стерженнинг мустаҳкамликка рухсат этилган кучланиши;

φ — мустаҳкамликка рухсат этилган кучланишнинг камайтириш коэффициенти. Коэффициент — φ материалнинг эгилувчанлигига боғлиқ равишда топилади: $\lambda = \mu \frac{\ell}{i}$

Ёғоч учун коэффициент — φ қуйидаги формуладан топилади:

$\lambda = 75$ бўлса, $\varphi = 1 - 0{,}8\left(\frac{\lambda}{100}\right)^2$

$\lambda = 75$ бўлганида, $\varphi = \frac{3100}{\lambda^2}$

(11.15) устуворлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\sigma = \frac{F_k}{A_б \cdot \varphi} \leq [\sigma] \qquad (11.17)$$

Бу шарт орқали стерженнинг кўндаланг кесими танланиши мумкин.

Коэффициент стержень кесимининг ўлчамларига боғлиқ бўлганлиги учун унинг қиймати олдиндан берилган бўлмайди. Шунинг учун кесимнинг ўлчамлари аста-секин яқинлашиш усули билан топилади. Биринчи маротаба $\varphi = 0{,}5$ деб олинади. Кейинги яқинлашишда λ га боғлиқ ҳолда коэффициент φ интерполяция усули билан топилади:

$$\varphi_1 = \varphi' - \frac{\varphi' - \varphi''}{10} \cdot K$$

Топилган φ ёрдамида кучланиш, аниқланиш ва унинг кучланиши рухсат этилган қиймат билан солиштирилади. Иккала кучланиш орасида фарқ бўлиши мумкин. Агар $\sigma < [\sigma]$ бўлса, кесим ўлчамининг қиймати кичиклаштирилиши керак, агар $\sigma > [\sigma]$ бўлса, кесим ўлчамларини ошириш керак. Ҳисобланган кучланиш σ билан кучланишнинг рухсат этилган қиймати орасидаги фарқ 3—5% қилиб олиб борилиши керак.

11.5. БЎЙЛАМА ВА КЎНДАЛАНГ ЭГИЛИШ

Чўзилиш ёки сиқилишни эгилиш билан биргаликдаги таъсирида бўлган стерженнинг кўндаланг кесимидаги тўлиқ кучланишни, кучларнинг мустақиллик принципига асосан, чўзилиш ёки сиқилишдаги ва эгилишдаги кучланишларнинг йигиндисига тенг деб қабул қилинган:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} \leq [\sigma] \tag{11.18}$$

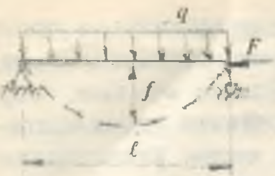
Бу ерда M фақат кўндаланг куч таъсиридаги эгувчи стержендаги бўйлама сиқувчи куч стерженнинг эгилган ўқини ҳар бир нуқтасига нисбатан қўшимча момент ҳосил қилади. Натижада стерженнинг кўндаланг кесим юзасидан қўшимча кучланиш келиб чиқади. Хавфли кесимдаги энг катта кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_{max} = \left| \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} + \frac{F \cdot f}{W} \right| \tag{11.19}$$

f — бўйлама ва кўндаланг кучлар таъсиридаги стерженнинг энг катта салқилиги.

Бўйлама куч чўзувчи бўлса, fнинг қиймати кичик, агар бўйлама куч сиқувчи бўлса, салқилик сезиларли ва катта. Бўйлама ва кўндаланг эгилишда тўлиқ кучланишни кучларни мустақиллик принципига асосан топиб бўлмайди, чунки f бу аломатга бўйсунмайди.

Ингичка ва узун стерженларда f нинг қийматини ҳисобга олмаслик конструкцияни хавфли ҳолатга олиб келиши мумкин.



299-расм.

Шунинг учун бўйлама ва кўндаланг эгилишга учраётган стерженнинг максимал салқилигини (f) топамиз. Бўйлама ва кўндаланг эгилиш таъсиридаги стержень эластик чизиқнинг дифференциал тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$EI_y^{//} = M_0 - Fy \qquad (11.20)$$

Бу ерда: $M_0 = q\frac{\ell}{2}x - q\frac{x^2}{2}$ кўндаланг куч таъсиридаги эгувчи момент. (11.20) тенгламани $M_0 = EIy_0^{//}$ ни ҳисобга олиб қуйидаги кўринишга олиб келамиз:

$$EIy^{//} = EI \cdot y_0^{//} - Fy \qquad (11.21)$$

(11.21) тенгламанинг $x = \frac{\ell}{2}$ нуқта учун айрим чеклашлар орқали умумий ечимини ёзамиз:

$$f = f_0 \frac{1}{1 - \frac{F}{F_k}} = f_0 \cdot c \qquad (11.22)$$

Стерженнинг бўйлама ва кўндаланг эгилишдаги энг катта салқилиги, (11.22) формуладан кўринишича, сиқувчи куч критик қийматга эришса, салқилик f назарий жиҳатдан чексиз бўлиши керак.

$f_0 = \frac{5q\ell^4}{384EI}$ — стерженнинг кўндаланг тақсимланган куч таъсиридаги энг катта салқилиги. Энди бўйлама ва кўндаланг эгилиш учун тўлиқ кучланиш формуласини ёзамиз:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} + \frac{F \cdot f_0 \cdot c}{W} = \frac{F}{A} + \frac{M_0 + F \cdot f_0 \cdot c}{W} = \frac{F}{A} + \frac{M_{max}}{W} \qquad (11.23)$$

Бу ерда: $M_{max} = M_0 + Ff_0c = \frac{q\ell^2}{8} + Ff_0c$ ёки

$$M_{max} = \frac{q\ell^2}{8} + F\frac{5q\ell^4}{384EI}C = q\frac{\ell^2}{8}\left(1 + \frac{5F\ell^2}{48EI}C\right)$$

Қавсни қуйидагича ўзгартирамиз: $\frac{5\pi^2 F\ell^2}{48\pi^2 EI} = \frac{1,028F}{F_k}$

У ҳолда:

$$M_{\max} = q\frac{\ell^2}{8}\left(1 + \frac{1,028F}{F_k}C\right) = q\frac{\ell^2}{8}\left(1 + \frac{F}{F_k}\cdot\frac{F_k}{F_k - k}\right) =$$

$$= q\frac{\ell^2}{8}\left(1 + \frac{F}{F_k - F}\right) = q\frac{\ell^2}{8}\cdot\frac{F_k}{F_k - F} = q\frac{\ell^2}{8}C = M_0\cdot C$$

Кучланиш:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W}C = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W}\cdot\frac{F_k}{F_k - F} \qquad (11.24)$$

Агар, $\frac{F}{F_k}$ нисбат кичик бўлса, (11.24) формуладаги C коэффициентнинг қиймати бирга яқин бўлади, яъни:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{M_0}{W} = \frac{F}{A} + \frac{q\ell^2}{8W} \qquad (11.25)$$

Носимметрик кучлар билан юкланган стерженларнинг тўлиқ кўчишини (11.24) формула билан амалда ҳисобласак, хатолик 5—7 % бўлади. Агар, $F = F_k$ бўлса, σ нинг қиймати чексиз катта бўлади, стержень емирилади. Юқоридаги формулалардан кўринадики, салқилик ва кучланиш кучлар билан чизиқли боғланишда эмас. Агар, куч n маротаба ошса, кучланиш ундан кўпроқ ортади. Мустаҳкамлик шарти бажарилмайди. Шунинг учун бўйлама ва кўндаланг эгилишдаги стерженнинг мустаҳкамлиги чекли юк бўйича таъминланиши керак, яъни куч K_0 маротаба ошса, стержендаги энг катта кучланиш оқувчанлик чегарасига эришади:

$$\frac{K_o F}{A} + \frac{M_o K}{W}\cdot\frac{1}{1 - \frac{K_o F}{F_k}} = \sigma_{ок}$$

Бу ерда: $K_0 F$ ва $K_a M$ — чекли юк. Юқоридаги тенгликни қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{F}{A}+\frac{q\ell^2}{8W}\cdot\frac{1}{1-\dfrac{K_oF}{F_k}}=\frac{\sigma_{ok}}{K_o}.$$

Бу ерда: $\frac{\sigma_{ok}}{K_o}=[\sigma]$ — сиқилишга рухсат этилган кучланиш.

Стерженнинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\frac{F}{A}+\frac{q\ell^2}{8W}\cdot\frac{1}{1-\dfrac{K_oF}{F_k}}=[\sigma]$$

Бу ерда: $C_o=\frac{1}{1-\dfrac{K_oF}{F_k}}=\frac{F_k}{F-K_oF}$ — бўйлама кучнинг кучланишга таъсирини ифодаловчи коэффициент.

Стерженнинг салқилигини чеклаш учун бикрлик шартини ёзамиз:

$$f_{\max}=f_o\frac{1}{1-\dfrac{K_oF}{F_k}}=f_o\frac{F_k}{F_k-K_fF}\le[f]$$

$[f]$ — рухсат этилган салқилик;

K_f — салқиликнинг эҳтиётлик коэффициенти.

Савол ва топшириқлар

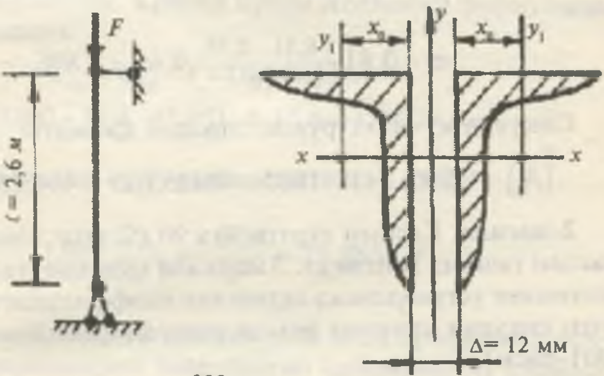
1. Устуворлик нима?
2. Эйлер формуласини ёзинг.
3. Балка учларининг тиралиш шартларининг Эйлер формуласига таъсири борми?
4. Критик кучланиш қандай формула билан топилади?
5. Эгилувчанлик нима?
6. Эйлер формуласи қандай эгилувчанлик қийматида ишлатилади?
7. Устуворлик шартини ёзинг?

1-масала. Кесими тенг ёнли бўлмаган икки бурчакни ўзаро бириктиришдан таркиб топган ферма стерженидаги сиқувчи кучнинг рухсат этилган миқдори аниқлансин. Стержень ст. 3 маркали пўлатдан тайёрланган (300-расм).

140 x 90 x 6 тенг томонсиз бурчак учун: $I_{y_б} = 120\,см^4$

$$I_{xб} = 364\,см^4;\; x_0 = 2{,}03\,см; \quad A = 18\,см^2$$

Ечиш. Рухсат этилган кучни стерженнинг устуворлик шартидан фойдаланиб ёзамиз: $\sigma_y = \dfrac{F}{\varphi A} \le [\sigma]$, у ҳолда: $[N] = \varphi A [\sigma]$



300-расм.

φ — коэффициент миқдорини топиш учун стерженнинг эгилувчанлигини аниқлаш керак. Бу эса ўз навбатида стержень кесимининг минимал инерция моменти ва инерция радиусини топишни талаб этади:

$$I_x = 2I_{xб} = 2 \cdot 364 = 728\,см^3$$

$$I_y = 2\left[I_{y_1б} + (x_0 + 0{,}5 \cdot \Delta)^2 \cdot A\right] =$$

$$= 2\left[120 + (2{,}03 + 0{,}5 \cdot 1{,}2)^2 \cdot 18\right] = 489\,см^4$$

Шундай қилиб, $I_y < I_x$ ва минимал инерция радиуси:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{489}{2 \cdot 18}} = 3{,}68\,см$$

Стерженнинг эгилувчанлигини аниқлаймиз:

$$\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}} = 1 \cdot \frac{260}{3,68} = 70,65$$

Жадвалдан топилган:

$$\lambda = 70;\ \varphi' = 0,81$$
$$\lambda = 80;\ \varphi'' = 0,75$$

қийматларни интерполяциялаб $\lambda = 70,65$ эгилувчанликка тўғри келадиган коэффициент φ нинг қийматини топамиз:

$$\varphi = 0,81 - \frac{0,81 - 0,75}{10} \cdot 0,65 = 0,806$$

Сиқувчи кучнинг рухсат этилган қиймати:

$$[N] = 0,806 \cdot 2 \cdot 18 \cdot 1600 = 46425,6\,кг = 464,256\,кН$$

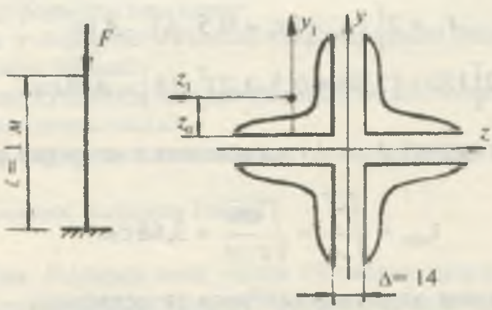
2-масала. Кесими тўртта 90 x 90 x 2 тенг томонли бурчакдан ташкил топган ст. 3 маркали пўлатдан тайёрланган устуннинг устуворликка эҳтиётлик коэффициенти $[n_y] = 2$ учун сиқувчи кучнинг рухсат этилган қиймати топилсин (301-расм).

90 x 90 x 2 тенг томонли бурчак учун:

$$Z_0 = 2,55\,см, \quad I_{y_1} = 118\,см^4, \quad A = 15,6\,см^2$$

Ечиш. Кесимнинг инерция моментини топамиз:

$$I_z = I_y = 4\left[I_{z_1} + a^2 \cdot A\right] = 4\left[118 + (3,25)^2 \cdot 15,6\right] = 1131,1\,см^4$$



301-расм.

Бу ерда: $a = Z_0 + 0,5 \cdot \Delta = 2,55 + 0,5 \cdot 1,4 = 3,25\,см$

Инерция радиуси:

$$i_z = i_y = i_{\min} = \sqrt{\frac{I_z}{\sum A}} = \sqrt{\frac{1131,1}{4 \cdot 15,6}} = 4,25\,см$$

Устуннинг эгилувчанлиги: $\lambda = \mu \dfrac{\ell}{i_{\min}} = \dfrac{2 \cdot 100}{4,25} = 47,05$

$\lambda \angle \lambda_{чек}$ бўлгани учун критик кучни Эйлер формуласидан топиб бўлмайди. Критик кучни Ясинский формуласидан аниқлаймиз:

$$F_{кр} = \sigma_{кр} \cdot A = (a - b\lambda)\sum A =$$
$$= (3100 - 11,4 \cdot 47,05) \cdot 4 \cdot 15,6 = 159970,5\,кГ$$

Устунга таъсир этувчи рухсат этилган куч:

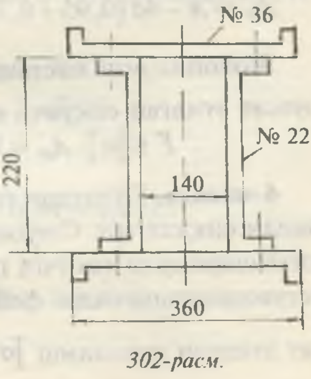
$$[F] = \frac{F_{kp}}{[n_y]} = \frac{159,97}{2} = 79,985\,кН$$

3-масала. Қуйидаги иккита — 36 ва 22 профилли швеллерлар бирикмасидан тайёрланган колоннанинг схемаси кўрсатилган бирикмани иккита учлари ҳам шарнирли таянчга таянган. Устуворлик ва мустаҳкамлик шартларидан фойдаланиб колоннага қўйилиши мумкин бўлган сиқувчи кучни топинг. Материал ст.3. $[\sigma] = 160\,мПа$, $\ell = 9\,м$; $\mu = 1$.

Ечиш. Кесимдаги швеллерларнинг тавсифларини ёзиб оламиз. Кесимнинг ўлчамларини масштабда ифодалаймиз. Колоннанинг кесим юзасини топамиз:

$$A = 2(53,4 + 26,7) = 160,2\,см^2$$

Кесимнинг минимал инерция моментини параллел ўқларга нисбатан инерция моменти формуласидан топамиз:



302-расм.

$$I_x = 2\left[513 + \left(\frac{22}{2} + 2,68\right)^2 \cdot 53,4\right] + 2 \cdot 2110 = 25232,808\, см$$

$$I_y = 2 \cdot 10820 + 2\left[151 + (7 + 2,21)^2 \cdot 26,7\right] = 26471,607\, см^4$$

$$I_x = I_{\min} = 25232,808\, см^4$$

Кесимнинг минимал инерция радиусини топамиз:

$$I_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{25232,808}{160,2}} = 12,55\, см$$

Колоннанинг эгилувчанлиги:

$$\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}} = 1 \cdot \frac{900}{12,55} = 71,713$$

φ ни қийматини топамиз:

$$\text{ва}\quad \begin{array}{ll} \lambda = 70\,\text{да} & \varphi' = 0,81 \\ \lambda = 80\,\text{да} & \varphi'' = 0,75 \end{array}$$

У ҳолда: $\varphi = 0,81 - \dfrac{0,81 - 0,75}{10} \cdot 1,713 = 0,7997$

Рухсат этилган сиқувчи кучни топамиз:

$$[F] = \varphi\,[\sigma] \cdot A = 0,7997 \cdot 1600 \cdot 160,2 = 206979\, кг$$

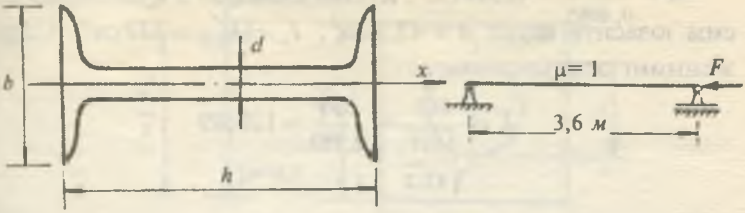
Колоннанинг кесими тўртта парчин мих ўрни билан заифлаштирилган.

$$A_H = A - 4d\,(0,95 + 0,75) = 160,2 - 4 \cdot 2 \cdot 1,7 = 146,6\, см^2$$

Колоннанинг мустаҳкамлик шарти $\sigma_{\max} = \dfrac{F}{A_H} \le [\sigma]$ дан рухсат этилган сиқувчи кучни топамиз:

$$F \le [\sigma] \cdot A_H = 1600 \cdot 146,6 = 234560\, кг$$

4-масала. Пўлатдан тайёрланган стержень $F = 28$ т куч билан сиқиляпти. Стерженнинг узунлиги $\ell = 3,6$ м ва иккита шарнирли таянчга таянади (303-расм). Стерженнинг устуворлик шартидан фойдаланиб кесими танлансин. Рухсат этилган кучланиш $[\sigma] = 1600\,\dfrac{кг}{см^2}$.



303-расм.

Ечиш. 1-ҳисоблаш. Стерженнинг ҳисобланган кесим юзасини топамиз:

$$A = \frac{F}{\varphi[\sigma]} = \frac{28000}{\varphi \cdot 1600} = \frac{17,5}{\varphi}; \quad \varphi = 0,5; \quad A = \frac{17,5}{0,5} = 35\,см^2$$

Кесим юзаси $A = 35$ см² бўлган қўштаврни каталогдан танлаймиз: N =24 (A = 34,8 см²; I_y = 198 см⁴).

Кесимнинг минимал инерция радиусини топамиз:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}} = \sqrt{\frac{198}{34,8}} = 2,385\,см$$

Стерженнинг эгилувчанлиги:

$$\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}} = 1 \cdot \frac{360}{2,385} = 150,94$$

Жадвалдан ст. 3 материали учун φ нинг қийматини топамиз:

$$\lambda = 150; \qquad \varphi' = 0,32$$
$$\lambda = 160; \qquad \varphi'' = 0,29$$

Интерполяция усули билан

$$\varphi_1 = 0,32 - \frac{0,32 - 0,29}{10} \cdot 0,94 = 0,317$$

ва $\varphi_2 = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,317}{2} = 0,4085$ ни топдик: $\varphi > \varphi_2$

2-ҳисоблаш:

$A = \dfrac{17,5}{0,4085} = 42,84\, см^2$. Кесим юзаси 27 а қўштаврни кесим юзасига яқин: $A = 43,2\, см^2$; $I_y = I_{\min}^{'} = 337\, см^4$. Стерженнинг эгилувчанлиги:

$$\lambda = \frac{360}{\sqrt{\dfrac{337}{43,2}}} = \frac{360}{2,793} = 128,89$$

Жадвалдан: $\lambda = 120; \qquad \varphi' = 0,45$

$\lambda = 130; \qquad \varphi'' = 0,4$

У ҳолда: $\varphi_3 = 0,45 - \dfrac{0,45 - 0,4}{10} \cdot 8,89 = 0,406$

Ҳақиқий кучланишни топамиз: $\sigma_x = \dfrac{28000}{43,2} = 648,15 \dfrac{кг}{см^2}$

Рухсат этилган кучланиш:

$$[\sigma]_y = \varphi_3 \cdot [\sigma] = 0,406 \cdot 1600 = 649,6 \frac{кг}{см^2}; \quad \sigma_x < [\sigma]_y$$

Шунинг учун 27 а қўштаврли кесимни танлаймиз. Стерженнинг эгилувчанлиги >100. Критик кучни Эйлер формуласи ёрдамида топамиз:

$$F_{kp} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{\ell^2} = \frac{(3,14)^2 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 337}{(360)^2} \approx 52006\, кг$$

Коэффициент: $K_y = \dfrac{F_k}{F} = \dfrac{52006}{28000} \approx 1,86$

5-масала. Пўлатдан тайёрланган стержень F куч билан сиқиляпти (304-расм):

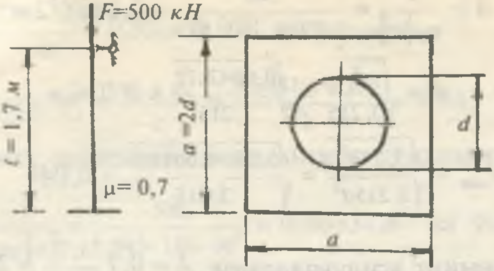
1) $[\sigma] = 160\, мПа$ кучланишдан фойдаланиб стержень кўндаланг кесимининг геометрик ўлчамларини топинг;

2) критик куч аниқлансин.

Ечиш. Стержень кўндаланг кесимининг юзаси:

$$A = a \cdot a - \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 2d \cdot 2d - \frac{\pi \cdot d^2}{4} = 3,215d^2$$

Минимал инерция моменти:



304-расм.

$$I_{\min} = I = \frac{a^4}{12} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = \frac{(2d)^4}{12} - \frac{\pi \cdot d^4}{64} = 5,27d^4$$ ва инерция

радиуси: $i_{\min} = \sqrt{\frac{5,27d^4}{3,215d^2}} = \sqrt{\frac{5,27(0,0441)^2}{3,215}} = 0,0564\ м$

1-ҳисоблаш $(\varphi = 0,5)$:

$A \geq \frac{P}{\varphi[\sigma]} = \frac{500}{0,5 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,00625\ м^2$ бўлади, у ҳолда:

$$d = \sqrt{\frac{0,00625}{3,215}} = \sqrt{0,001944} = 0,0441\ м$$

Стерженнинг эгилувчанлиги $\lambda = 0,7\frac{1,7}{0,0564} = 21,1$ жадвалдан пўлат материал учун:

$\lambda = 20;\quad \varphi = 0,96$

$\lambda = 30;\quad \varphi = 0,94$ топамиз. Интерполяция усули билан

топилган: $\lambda = 21,1$ эгилувчанлик учун φ нинг қийматини топамиз:

$\varphi_1 = 0,96 - \frac{0,96 - 0,94}{10} \cdot 1,1 = 0,9578$; $\varphi_1 = 0,9518$ – биринчи маротаба қабул қилинган $\varphi = 0,5$ дан фарқ қилади.

2-ҳисоблаш: $\varphi_2 = \frac{\varphi + \varphi_1}{2} = \frac{0,5 + 0,9578}{2} = 0,7289$

$$A \geq \frac{F}{\varphi_2 [\sigma]} = \frac{500}{0,7289 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,042872\, м^2$$

$$d = \sqrt{\frac{F_1}{3,215}} = \sqrt{\frac{0,0042872}{3,215}} \approx 0,036\, м$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{5,27 d^4}{3,215 d^2}} = \sqrt{\frac{5,27 \cdot 0,001296}{3,215}} = 0,046$$

Стерженнинг эгилувчанлиги: $\lambda = 0,7 \dfrac{1,7}{0,046} = 25,87$

Жадвалдан:

$\lambda = 20; \quad \varphi = 0,96$

$\lambda = 30; \quad \varphi = 0,94$ ни топамиз:

$$\varphi_3 = 0,96 - \frac{0,96 - 0,94}{10} \cdot 5,87 = 0,94826$$

Топилган $A = 0,0042872\, м^2$ кесим юзаси ва $\varphi_3 = 0,94826$ қийматда устуворликни таъминлаши керак бўлган рухсат этилган кучланишни топамиз:

$$\sigma_y = \frac{F}{\varphi_3 \cdot A} = \frac{500}{0,948 \cdot 0,0043} = 122,6 \cdot 10^3 \frac{кН}{м^2} < [\sigma]$$

Демак, стержень ташқи сиқувчи куч билан тўлиқ юкланмаган φ нинг янги қийматини топамиз:

3-ҳисоблаш:

Стержень ўлчами $d = 0,03$ м деб қабул қиламиз.

У ҳолда: $A = 3,215 d^2 = 3,215 (0,03)^2 = 0,00289\, м^2$ ва кўндаланг кесимнинг инерция радиусини топамиз:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{5,27 d^2}{3,215}} = \sqrt{\frac{5,27 \cdot (0,03)^2}{3,215}} = 0,0384\, м$$

Стерженнинг эгилувчанлиги: $\lambda = 0,7 \dfrac{1,7}{0,0384} = 30,98$

Жадвалдан пўлат стержень учун:

$\lambda = 30$ да $\varphi_4 = 0,94$ ва $\lambda = 40$ да $\varphi_4 = 0,92$ ни қабул қиламиз. Интерполяция усули билан

$\varphi_4 = 0,94 - \frac{0,94 - 0,92}{10} 0,98 = 0,938$ ни топамиз.

4-ҳисоблаш: $\varphi_5 = \frac{\varphi_3 + \varphi_4}{2} = \frac{0,9482 + 0,938}{2} = 0,943$

Устуворлик шартидан стерженнинг кўндаланг кесим

юзаси: $A = \frac{F}{\varphi_5 [\sigma]} = \frac{500}{0,943 \cdot 160 \cdot 10^3} = 0,00331\, м^2$ ва ўлчами

$d = \sqrt{\frac{A}{3,215}} = \sqrt{\frac{0,00331}{3,215}} = 0,032\, м$. Кўндаланг кесимнинг инерция радиуси: $i = \sqrt{\frac{5,27d^2}{3,215}} = \sqrt{\frac{5,27(0,32)^2}{3,215}} = 0,0411\, м$

Стерженнинг эгилувчанлиги: $\lambda = 0,7 \frac{1,7}{0,0411} = 29,02$

Жадвалдан:

$\lambda = 20$ да $\varphi_6' = 0,96$ ва $\lambda = 30$ да $\varphi_6'' = 0,94$

Интерполяция усули билан $\varphi_6 = 0,96 - \frac{0,96 - 0,92}{10} \cdot 9,02 = 0,942$ ни топамиз. $\varphi_6 = 0,942$ қийматда устуворликка рухсат этилган кучланиш

$[\sigma]_v = \varphi_6 [\sigma] = 0,942 \cdot 160 = 150,72\, мПа$ бўлиб,

$\sigma_y = \frac{F}{\varphi_6 \cdot A} = \frac{500}{0,942 \cdot 0,00331} = 160,358\, мПа$ тенглашади: σ_y нинг қиймати оддий чўзилиш ва сиқилишга рухсат этилган кучланишдан 0,22 % катта бўлиб, $[\sigma]_y$ дан эса 9,638 мПа фарқ қилади. Шунинг учун стерженнинг ўлчами $d = 0,033$ м деб қабул қиламиз.

5-ҳисоблаш:

$d = 0,033\, м$ ва $A = 3,215d^2 = 3,215(0,033)^2 = 0,0035\, м^2$

Стержень кесимининг инерция радиуси:

$i = \sqrt{\frac{5,27d^2}{3,215}} = \sqrt{\frac{5,27(0,033)^2}{3,215}} = 0,04225\, м$ ва эгилувчанлиги:

$\lambda = 0,7\,\dfrac{1,7}{0,04225} = 28,16$ қийматида жадвалдан φ нинг янги

қийматини топамиз: $\varphi_7 = 0,96 - \dfrac{0,96 - 0,94}{10}\,8,16 = 0,9437$

Устуворликка рухсат этилган кучланиш:

$$\left[\sigma\right]_y = \varphi_7\left[\sigma\right] = 0,9437 \cdot 160 = 151\,мПа$$

$\sigma_y = \dfrac{F}{\varphi_7 \cdot A} = \dfrac{500}{0,9437 \cdot 0,0035} = 151,379\,мПа < 160\,мПа$ пўлат

материали учун эгилувчанлик $\left(\lambda_{чек} = 100\right)$ дан кичик бўлса, критик кучни топиш учун эмпирик формуладан фойдаланамиз:

$$F_{kp} = A\left(a - b\lambda\right) = 0,0035\left(310 \cdot 10^3 - 1,14 \cdot 10^3 \cdot 28,18\right) = 972,65\,кН$$

Устуворлик коэффициенти: $n_y = \dfrac{F_{kp}}{F} = \dfrac{072,65}{500} = 1,95$ стерженга қўйилиши мумкин бўлган кучнинг рухсат этилган қиймати:

$$\left[F\right] = \varphi A\left[\sigma\right] = 0,9437 \cdot 0,0035 \cdot 160 \cdot 10^3 = 528,472\,кН$$

XII БОБ

ДИНАМИК КУЧЛАР

Умумий тушунча. Материаллар қаршилиги фанининг асосий масаласи бўлган конструкция қисмлари кўндаланг кесимининг ўлчамлари ёки улар материалини танлашни шу пайтгача фақат статик юк таъсирида ўргандик. Нолдан ўзининг охирги қийматига секин-аста ўсадиган куч статик юкка мисол бўлади. Статик юк таъсирида элемент деформациясининг тезлиги вақт оралиғида сезиларли бўлмайди, чунки бунда иншоот қисмларида пайдо бўладиган ҳаракат тезланиши жуда кичик бўлади. Ўзгармас тезлик билан кўтарилаётган юкнинг канат (ип)га таъсири статик куч; агар юк маълум тезланиш билан кўтарилса, динамик куч бўлади. Динамик куч таъсиридаги элемент заррачаларининг ҳаракат тезланиши вақт оралигида сезиларли бўлади. Динамик юк ўзининг қиймати ва ҳолатини ўзгартириб туриши мумкин.

Динамик юк таъсиридаги элемент Даламбер аломатига асосан ҳар дақиқа ташқи ва инерция кучлари таъсирида мувозанатда деб қараш мумкин. Инерция кучлари элемент материали заррачаларининг ҳаракат тезланиши асосида қўшимча куч сифатида ҳосил бўлади. Элементнинг хусусий оғирлиги каби инерция кучи ҳам ҳажмий куч деб қаралиши мумкин.

Ҳар бир заррачага таъсир қилувчи элементар инерция кучининг қиймати — dPi заррачанинг массаси — m ни унинг тезланиши — a га кўпайтмасига тенг ва тезланишга тескари томонга йўналади:

$$dPi = dm \cdot a \tag{12.1}$$

Элементар заррача массаси $m = \frac{dG}{g}$ ни ҳисобга олсак,

$dPi = \frac{dG}{g} \cdot a = \frac{\gamma \cdot dv}{g} \cdot a$ ҳосил бўлади.

$dG = \gamma \cdot dv$ — заррачанинг хусусий оғирлиги

g — эркин тушиш тезланиши, 9,81 м сек^2

γ — материалнинг солиштирма оғирлиги: кн/м^3

dv — элементар заррачанинг ҳажми, м³.

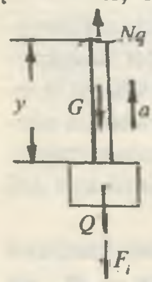
Стерженли системаларни ҳисоблашда ҳажмий инерция кучлари стерженнинг ўқи бўйлаб тарқалган инерция кучлари билан алмаштирилади. Элементар узунлик dx бўйлаб тарқалган инерция кучи $dPi = \frac{\gamma \cdot A \cdot dx}{g} \cdot a$ формула билан топилади

Ички ёнув двигателларининг қисмлари, тебранма ҳаракатда қатнашувчи конструкциялар зарб таъсирида ишлайдиган механизмлар — динамик юклар таъсирида бўлади.

12.1. ТЕКИС ТЕЗЛАНИШЛИ ҲАРАКАТДА КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

(Статик ҳисоблашга келтириладиган динамик масалалар)

Тросни ҳисоблаш. a тезланиш билан юқорига ҳаракат қилаётган, оғирлиги Q бўлган юк пўлатдан тайёрланган тросга осилган. Тросни ихтиёрий $У—у$ узунлигидан кесиб, пастки қисмининг мувозанат ҳолатини ўрганамиз (305-расм).



305-расм.

Трос ўзининг хусусий оғирлиги γAx, Q юк ва юкни юқорига a тезланиш билан ҳаракатланишда ҳосил бўлган қўшимча инерция кучи $\frac{Q+\gamma Ax}{g}a$ таъсирида бўлади. Троснинг ихтиёрий танланган кўндаланг кесимидаги динамик кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_g = \frac{N_g}{A} = \frac{1}{A}\left(Q + \gamma Ax + \frac{Q+\gamma Ax}{g} \cdot a\right) = \frac{Q+\gamma Ax}{A}\left(1 + \frac{a}{g}\right)$$

$\frac{Q+\gamma Ax}{A}$ троснинг ҳаракатланмаётган, яъни юкни қўзғалмас бўлган ҳолатига тўғри келувчи статик кучланишни ифодалайди.

$$\sigma_g = \sigma_{cm}\left(1 + \frac{a}{g}\right) = K_g \cdot \sigma_{cm} \qquad (12.2)$$

$K_g = 1 + \frac{a}{g}$ динамик коэффициент дейилади.

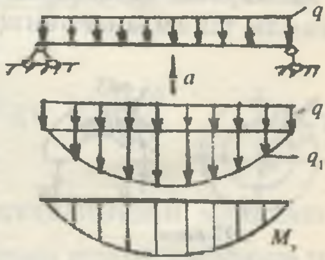
Шундай қилиб, юкни текис тезланишда ҳаракатлантирсак, динамик кучланиш статик миқдордан катта бўлар экан.

Системанинг мустаҳкамлик шарти $\sigma_{g\max} = \sigma_{c\max} \cdot K_g \leq [\sigma]$ дан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{c\max} = \frac{[\sigma]}{K_g} \qquad (12.3)$$

Динамик коэффициентни назарий усул билан топиш мумкин бўлмаса, фақат тажрибавий қиймати ишлатилса, динамик масалалар статик ҳисоблаш билан алмаштирилади.

Тақсимланган куч интенсивлиги *q* таъсиридаги элементларда кучланишни аниқлаш.



306-расм.

Тенг тақсимланган куч интенсивлиги q таъсиридаги ўзгармас кесимли балка a тезланиш билан кран ёрдамида кўтарилади. Натижада балканинг узунлиги бўйлаб тарқалган инерция кучи — qi ҳосил бўлади. Балка, тақсимланган куч q таъсиридан ташқари, инерция кучидан ҳам эгилади. Балка тақсимланган куч интенсивлиги — q таъсирида эгилганлиги учун, уни кўтаришда ҳар бир кесими турли тезланиш билан кўчади. Шунинг учун балканинг узунлиги бўйлаб инерция кучининг интенсивлиги ўзгарувчан бўлади. Хусусий ҳолда балканинг эгилишдаги бикрлиги ёки кесимининг салқилиги жуда катта бўлса, тезланиш орқали инерция кучлари таъсирида ҳосил бўлган деформацияни ҳисобга олсак ҳам бўлади. Натижада балканинг ҳамма кесимларини кўчиш тезланиши бир хил инерция кучи q_i балканинг узунлиги бўйлаб тенг тарқалган деб қаралади. У ҳолда динамик тақсимланган куч $q_g = q + \frac{q}{g}a$ таъсиридаги эгувчи момент:

$$M_g = \frac{q_g \cdot \ell^2}{8} = \left(q + \frac{q}{g}a\right)\frac{\ell^2}{8} = \frac{q\ell^2}{8}\left(1 + \frac{a}{g}\right) = M_c \cdot K_g$$ ва хавфли

кесимдаги динамик кучланиш:

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W} = \frac{M_c}{W} \cdot K_g = \sigma_c \cdot K_g \qquad (12.4)$$

ва мустаҳкамлик шарти:

$$\sigma_{g \cdot \max} = \sigma_{c \cdot \max} \cdot K_g = K_g \cdot \frac{q\ell^2}{gW} \leq [\sigma] \qquad (12.5)$$

формулалар билан топилади. Локомотивнинг иккита ғилдирагини бирлаштирувчи спарник (тирсакли-шарнирли ўқ) даги энг катта эгувчи момент ҳам шу усул билан аниқланиши мумкин:

$$M_{\max} = \frac{q_g\ell^2}{8} = \frac{\gamma A\ell^2}{8}\left(1 + \frac{\omega^2 r}{g}\right)$$

Айланувчан ҳалқасимон элементда кучланиш. Ўзгармас кесимли тез айланаётган ҳалқанинг кучланишини топамиз. Ҳалқанинг айланишида ажратилган ds узунликдаги элемент ўзгармас бурчак тезлик $-\omega$ билан ҳаракат қилади. Бурчак тезланиш $\varepsilon = 0$, шунинг учун тангенциал тезланиш $\omega_t = 0$, марказга интилувчи тезланиш $\omega_n = \frac{\omega^2 D}{2}$ ҳалқанинг марказига интилади. Ҳосил бўлган инерция кучи қуйидагича топилади:

307-расм.

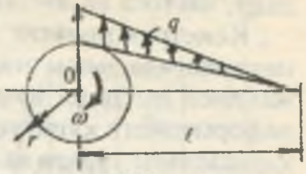
$$qds = \frac{\gamma A}{g}\frac{\omega^2 D}{2}ds = \omega_n \frac{\gamma A}{g} ds$$

q — ҳалқанинг бир бирлик узунлигидаги инерция кучининг интенсивлиги.

Ҳалқанинг чўзувчи кучи $P = \frac{Dq}{2}$ ни ҳисобга олсак, динамик кучланишни топамиз:

$$\sigma_g = \frac{P}{A} = \frac{Dq}{2A} = \frac{D}{2A} \cdot \frac{\gamma A}{g} \cdot \frac{\omega^2 D}{2} = \frac{\gamma\omega^2 D^2}{4g} \qquad (12.6)$$

Шатунни ҳисоблаш. Ўзгармас бурчак тезликда шатуннинг K нуқтасида марказга интилувчи B нуқтада фақат тангенциал тезланиш ҳосил бўлади. KB шатунни ҳамма нуқтасида (K ва B нуқталардан ташқари) марказга интилувчи ва тангенциал кучланишлар ҳосил булади. OK кривошип KB шатунга перпендикуляр булган ҳолатда, марказдан қочувчи инерция кучлари шатун ўқига перпендикуляр йўналади ва KB узунликда чизиқли қонуният билан ўзгаради. K нуқтада $q = q_0$ ва B нуқтада $q = 0$.



308-расм.

Шатунни икки таянчли балка деб қабул қилсак, энг катта эгувчи момент B нуқтадан $\frac{\ell}{\sqrt{3}}$ масофада ҳосил булади: $M_{max} = \frac{q_l\ell^2}{9\sqrt{3}}$, бу ерда: $q_l = \frac{A\gamma}{g}\omega^2 r$.

Динамик кучланиш:

$$\sigma_n = \frac{M_{max}}{W} = \frac{q_l^2}{9\sqrt{3}W} = 9\sqrt{3}\cdot gW\,\frac{\gamma A\omega^2\cdot r\cdot\ell^2}{g9\sqrt{3}W} \qquad (12.7)$$

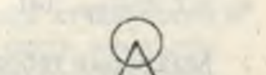
12.2. ТЕБРАНМА ҲАРАКАТДА КУЧЛАНИШНИ АНИҚЛАШ

Айрим конструкция қисмларини ишлаш жараёнида тезланиш йўналиши ва ишорасини ўзгартиради. Бу ҳолатда кучланиш ва деформациялар ҳам ҳар даврда ишорасини ўзгартиради. Масалан, айланувчи юк осилган механизм билан жиҳозланган балка юк айланишида инерция кучи ҳосил булади. Инерция кучи балкада ҳар дақиқа ишорасини ўзгартирувчи кучланиш ва деформацияни келтириб чиқаради.

Балка юкнинг айланиш даврига тенг давр билан тебранади. Бундай тебраниш мажбурий тебраниш дейилади.

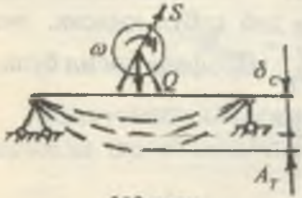
Агар, эркин ва мажбурий тебранишлар даврлари тенглашса, вақт оралиғида тебраниш амплитудаси жуда тез ўсади ва резонанс ҳодисаси содир булади. Резонанс емирилишга сабаб булади. Шунинг учун резонанс ҳодисасини чеклаш лозим. Бунинг учун эркин ва мажбурий тебранишлар даврлари мос тушмаслиги керак.

Конструкцияни лойиҳалашда (уйғотувчи кучни) мажбурий тебраниш даври берилганлиги учун фақат эркин тебранишнинг параметрлари —


309-расм.

давр, частота ва амплитудаларини танлаш керак.

Конструкциянинг тебранма ҳаракати эластик мувозанат ҳолатида давом этади. Конструкциянинг статик деформацияси инерция кучи таъсирида ҳосил бўлган динамик деформацияга қўшилади. Динамик деформация тебранма ҳаракатнинг турига ва амплитудасига боғлиқ. Чўзувчи ёки сиқувчи куч таъсиридаги пружинанинг бўйлама тебраниши; хусусий огирлиги таъсиридан тебранаётган балканинг ҳаракати оддийдир. Бу ҳолатда системанинг деформацияси битта текисликдаги (координата) ёки йўналишдаги қиймат билан ўлчанади (310-расм). Бундай тебранма ҳаракат эркинлик даражаси бирга тенг бўлган тебранма ҳаракат, дейилади. У ҳолда балка хавфли кесимидаги энг катта салқилик қуйидагича топилади:



310-расм.

$$\delta_n = \delta_c + A_m = \delta_c\left(1 + \frac{A_T}{\delta_c}\right) = K_g \cdot \delta_c \qquad (12.8)$$

Балканинг деформацияси эластик бўлганлиги учун кучланиш деформацияга пропорционалдир:

$$\sigma_g = K_g \cdot \sigma_c = \left(1 + \frac{A_T}{\delta_c}\right) \cdot \sigma_c \qquad (12.9)$$

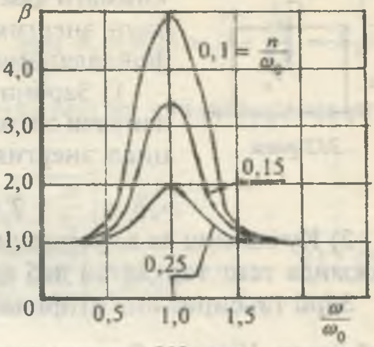
Эркин тебранаётган Q юк ҳаракатининг дифференциал тенгламаси $\frac{Q}{g}x^{11} + cx = 0$ ни ечиб, эркин тебраниш частотаси $\omega_o = \sqrt{\frac{g \cdot c}{Q}} = \sqrt{\frac{g}{\delta Q}}$ ва даври $t_o = \frac{2\pi}{\omega_o}$ топилади.

Хусусий ҳол: Эгилиш: икки таянчли балка учун $\delta_Q = f = \frac{Q\ell^3}{48EI}$ (a), $\delta_Q = f = \frac{Q\ell^3}{3EI}$ (в) консол учун.

Мажбурий тебранишни уйғотувчи куч S айланиш даврида синусоидал чизиқ билан ўзгаради. Бу ҳолатда K_g нинг ифодаси ҳам ўзгаради:

$$K_g = 1 + \frac{A}{\delta_c} = 1 + \frac{\delta_H}{\delta_c} \cdot \beta \qquad (12.10)$$

Бу ерда $\delta_н = \frac{H}{Q}\delta_Q$ — энг катта уйғотувчи куч $S_{max} = H$ таъсиридаги деформация; $\beta = \frac{A}{\delta_H}$ — тебранишнинг ўсиш коэффициенти. β нинг қиймати $\frac{\omega}{\omega_0}$ нисбатга ва тебранишнинг сўниш коэффициенти (n)га боғлиқ. Агар $\frac{\omega}{\omega_0}$ = 1 ва тебранишнинг сўниш коэффициенти кичиклашса,

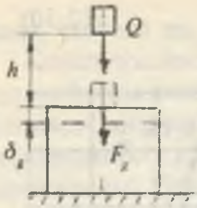


311-расм.

тебраниш амплитудаси ва β нинг қиймати катталашади. Демак, динамик деформация ва кучланишлар жуда тез ўсади. Конструкциянинг хавфли ҳолатини чеклаш учун унга тебранишнинг сўндирадиган турли мосламаларини ўрнатиш мумкин.

12.3. ЗАРБ ТАЪСИРИДА КУЧЛАНИШ

Конструкция қисмининг ёки бир бўлагининг жуда кичик вақт давомида тезлиги ўзгаришининг ҳодисаси зарб таъсирида содир бўлади. Зарб таъсирида зарбланувчи ва зарб берувчи қисмлар орасида жуда катта босим ҳосил бўлади. Зарб таъсирининг тезлиги қисқа вақт оралиғида ўзгаради ва хусусий ҳолда нолга қадар яқинлашади. Чунки зарбланувчи элементда зарб берувчи элементнинг тескари йўналишга ҳаракатини ўзгартирувчи реакция ҳосил бўлади — $F_k = \frac{Q}{g}a$, бу ерда Q — зарб берувчи элементнинг оғирлиги. Зарб давомида зарб берувчи ва зарбланувчи элементлардаги F_g реакциялар ўзаро тенг. Агар F_g куч маълум бўлса, зарбланувчи элементлардаги кучланишни топамиз. Лекин зарбнинг давом қилиш вақти номаълум бўлганлиги учун (Q юк зарб таъсири тезлигининг нолга



312-расм

қадар тушиш даври) a тезланишни топиб бўлмайди. Шунинг учун F_g кучнинг қиймати ҳам номаълум. F_g кучни топиш учун энергиянинг сақланиш қонунидан фойдаланамиз.

1) Зарбнинг кинетик энергияси зарбланувчи элемент деформациясини потенциал энергиясига айланади, яъни:

$$T = И_д \tag{12.11}$$

2) Кучланиш ва деформациянинг зарбланувчи элемент ҳажмида тенг тарқалган деб қабул қилинади.

Зарб таъсирининг охирида Q юк $h+\delta_g$ масофани босиб ўтади. У ҳолда Q юкни кинетик энергияси бажарилган ишга тенг бўлади:

$$T = A_g = \left(h+\delta_g\right)Q \tag{12.12}$$

Зарбланувчи элемент деформациясининг потенциал энергиясини топиш учун, статик деформациянинг потенциал энергиясидан фойдаланамиз:

$$U_c = \frac{1}{2}Q\cdot\delta_c \tag{12.13}$$

Бу ерда: $\delta_c = \dfrac{Q}{C}$ ёки $Q = c\cdot\delta_c$

C элементнинг бикрлик коэффициенти, элементнинг шакли, ўлчамлари ва материали, деформацияси турига боғлиқ. У ҳолда:

$$U_c = \frac{1}{2}Q\delta_c = \frac{c}{2}\cdot\delta_c^2$$

Зарбланувчи элементнинг деформацияси эластик бўлса, динамик кучланиш материалнинг пропорционаллик чегарасидан катта бўлмайди, у ҳолда Гук қонунидан фойдаланиш мумкин:

$$\delta_g = \frac{F_g}{c} \text{ ва } U_g = \frac{F_g\cdot\delta_g}{2} = \frac{C}{2}\delta_g^2 = \frac{Q}{2\delta_c}\cdot\delta_g^2 \text{; бу ерда: } C = \frac{Q}{\delta_c}$$

Топилган T ва $И_g$ ларнинг ифодаларини (12.11) формулага келтириб қўйсак,

$Q\cdot\left(h+\delta_g\right)=\frac{Q}{2\delta_c}\delta_g^2$ ёки $\delta_g^2=2\delta_c\delta_g-2h\delta_c=0$ ҳосил бўлади.

Бу ердан: $\delta_g=\delta_c\pm\sqrt{\delta_c^2+2h\delta_c}$ ёки $\delta_g=\delta_c\left[1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_c}}\right]=K_g\delta_c$

Гук қонунига асосан кучланиш ва куч деформацияга пропорционал, у ҳолда:

$$\sigma_g=\sigma_c\left[1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_c}}\right]=K_g\delta_c$$

$$F_g=Q\left[1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_c}}\right]=K_gQ \qquad (12.15)$$

Юқоридаги формулалардан кўринадики, динамик деформация, кучланиш ва куч статик деформацияга боғлиқ экан.

$K_g=1+\sqrt{1+\frac{2h}{\delta_c}}$ — динамик коэффициент.

Агар $h=\frac{v^2}{2g}$ билан алмаштирилса, $K_g=1+\sqrt{1+\frac{v^2}{g\delta_c}}$ ҳосил бўлади. Бу ерда v — зарб берувчи элементнинг тезлиги $\frac{2h}{\delta_c}=\frac{hQ}{\frac{Q\delta_c}{2}}=\frac{T_o}{U_c}$ ни ҳисобга олсак, динамик коэффициент қуйидагича топилади:

$$K_g=1+\sqrt{1+\frac{T_o}{U_c}} \qquad (12.18)$$

Бу ерда T_0— зарб таъсири бошланган вақтдаги юкнинг кинетик энергияси. Агар, Q юк $h=0$ масофадан тушиб зарб берса, $\delta_g=2\delta_c$ ҳосил бўлади: $\sigma_g=2\sigma_c$ ва $F_g=2Q$.

Агар, масофа δ_c деформациядан катта бўлса, $\frac{2h}{\delta_c}$ қийматга нисбатан илдиз остидаги бирни ҳисобга олмасак ҳам бўлади, яъни:

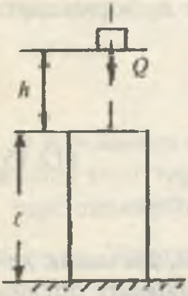
$$K_g=1+\sqrt{\frac{2h}{\delta_c}} \qquad (12.19)$$

Бу ерда хатолик 5% дан катта бўлмайди.

У ҳолда: $\delta_g=\delta_c\left(1+\sqrt{\frac{2h}{\delta_c}}\right)$ ва $\sigma_g=\delta_g\left(1+\sqrt{\frac{2h}{\delta_c}}\right)$

Агар, $\frac{2h}{\delta_c}$ қийматни жуда катта деб қабул қилсак, K_g ни қуйидаги формула билан топамиз:

$$K_g = \sqrt{\frac{2h}{\delta_c}} = \sqrt{\frac{T_o}{U_c}} \qquad (12.20)$$



313-расм.

Бу ерда $\sigma_g = \sigma_c \sqrt{\frac{2h}{\sigma_c}}$ кучланишни ҳисоблашда қўйилган хатолик 10 % дан ошиб кетмаслиги керак: $\frac{2h}{\delta_c} > 110$

Зарб таъсирининг хусусий ҳоллари. Чўзилиш ёки сиқилиш. Динамик коэффициентни тақрибий формула ёрдамида топайлик:

$$K_g = \sqrt{\frac{T_o}{U_c}}$$

Бу ерда: $U_c = \frac{Q\delta_c}{2} = \frac{Q^2\ell}{2EA} = \frac{\sigma_c^2 AE}{2E}$ ва $\sigma = \frac{Q}{A}$

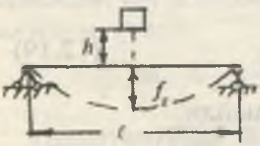
Динамик кучланиш: $\sigma_g = K_g\sigma_c = \sqrt{\frac{2T_o E}{\sigma^2 A\ell}} \cdot \sigma = \sqrt{\frac{2T_o E}{A\ell}}$

Демак, динамик кучланиш сиқилаётган стерженнинг кўндаланг кесим юзасига боғлиқ экан.

Статик куч стерженнинг ўлчамига боғлиқ эмас. Динамик куч ва динамик кучланиш зарбнинг таъсир қилиш давомига, стерженнинг материалига ва узунлигига боғлиқ. Динамик куч таъсиридаги элементнинг мустаҳкамлик шартини ёзамиз:

$$\sigma_g \leq [\sigma_g] \qquad (12.22)$$

Бу ерда $[\sigma_g] = \frac{\sigma_{бк}}{n_g}$ рухсат этилган динамик кучланиш.



314-расм.

n_g = 1,5...2,0 — зарб таъсирига эҳтиётлик коэффициенти.

Эгилиш. Эгилишда динамик деформация балка учларининг таяниш шартига ва ташқи куч билан юкланиш схемасига боғлиқ. Иккита шарнирли таянчга таянган балка узунлиги ўртасидаги Q юк таъсирида (314-расм), динамик кучланиш қуйидагича ёзилади:

$$\sigma_g = K_g \sigma_c = \frac{Q\ell}{4W}\sqrt{\frac{96T_oEI}{Q^2\ell^3}} = \sqrt{\frac{6T_oEI}{W^2\ell^3}}$$

Бу ерда:

$$f_c = \delta_c = \frac{Q\ell^3}{48EI};\ \sigma_c = \frac{Q\ell}{4W} \text{ ва } U_c = \frac{Qf_c}{2} = \frac{Q^2\ell^3}{96EI}$$

Агар, $I = i^2 A$ ва $W = \frac{I}{J_{\max}} = \frac{i^2 A}{J_{\max}}$ бўлса:

$$\frac{I}{W^2} = \frac{i^2 A}{\left(\frac{i^2 A}{Y_{\max}}\right)^2} = \left(\frac{Y_{\max}}{i^2}\right)^2 \cdot \frac{1}{A}$$

У ҳолда динамик кучланиш:

$$\sigma_g = \frac{y_{\max}}{i}\sqrt{\frac{6TE}{Al}} \tag{12.23}$$

формуладан кўринадики, эгилишда динамик кучланиш балка материалининг эластик модулига, кесимнинг ўлчамлари ва шаклига, балканинг таяниш шартига боғлиқ.

314-расм.

Масалан, тўғри бурчакли кесим:

$$\frac{J_{\max}}{i} = \frac{\frac{h}{2}}{\sqrt{\frac{bh^3}{12bh}}} = \sqrt{3} \text{ ва } \sigma_g = \sqrt{\frac{18T_oE}{Al}}$$

Доиравий кесим:

$$\frac{J_{\max}}{i} = \frac{\frac{d}{2}}{\sqrt{\frac{\pi \cdot d^4 \cdot 4}{64\,\pi \cdot d^2}}} = 2 \text{ ва } \sigma_g = \sqrt{\frac{24T_oE}{A\ell}}$$

Динамик коэффициентни аниқлаш учун тақрибий формула татбиқ этилмаса, динамик кучланиш қуйидагича топилади:

$$\sigma_g = \frac{Q\ell}{4W}\left[1 + \sqrt{1 + \frac{96T_oEI}{Q^2\ell^3}}\right] \le [\sigma_g]$$

Буралиш. Айланаётган вал бир учининг ҳаракатини қисқа вақт оралиғида чеклаб қўйсак (тормозланса), иккинчи учига маховикнинг таъсири — T қўйилса, валда зарб таъсиридаги буровчи момент ҳосил бўлади. Динамик буралиш бурчаги $\delta_g = \varphi_g = K_g \varphi_c$ ва кучланиш $\tau_g = \tau_c \cdot K_g = \tau_c \sqrt{\frac{T_0}{U_c}}$. Бу ерда: $\varphi_c = \frac{M\ell}{GI_p}$

$$U_c = \frac{M \cdot \varphi_c}{2} = \frac{M^2 \ell}{2GI_\rho}, \text{ у ҳолда: } \tau_g = \frac{M}{W_\rho}\sqrt{\frac{2T_0 GI_\rho}{M^2 \ell}} = \sqrt{\frac{2T_0 GI_\rho}{W_\rho^2 \ell}}$$

$$\frac{I_P}{W_\rho^2} = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \cdot \frac{1}{\left(\frac{\pi \cdot d^3}{16}\right)^2} = \frac{8}{\pi \cdot d^2} = \frac{2}{\frac{\pi \cdot d^2}{4}} = \frac{2}{A}$$

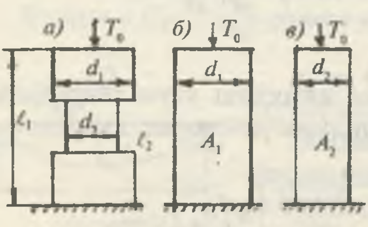
Динамик кучланиш: $\tau_g = 2\sqrt{\frac{T_0 G}{A\ell}}$

Динамик деформация: $\varphi_g = \frac{M\ell}{GI_P}\sqrt{\frac{2T_0 GI_\rho}{M^2 \ell}} = \sqrt{\frac{2T_0 \ell}{GI_\rho}}$

12.4. ЎЗГАРУВЧАН КЕСИМЛИ СТЕРЖЕНЛАРДА ЗАРБ ТАЪСИРИДАГИ КУЧЛАНИШ

Бўйлама зарб таъсиридаги кучланишни камайтириш учун стерженнинг ҳажмини катталаштириш керак эканлигини олдинги мавзуларда кўриб ўтдик.

Бу назария, агар стерженнинг ҳажми унинг узунлиги бўйлаб ўзгармас бўлса, ўринлидир. Стерженнинг узунлиги бўйлаб кўндаланг кесим юзаси ўзгарувчан бўлса, амалиётда юқоридаги назарияларда ўзгариш бўлиши мумкин.



315-расм.

Масалан, узунлиги бўйлаб $d_1 > d_2$ диаметрли кесимнинг энг катта кучланиши d_2 диаметрли кесимда ҳосил бўлади. Энг катта кучланиш стерженнинг заифлашган кесими диаметрига ва унинг сиқувчанлигига боғлиқ. Бу ҳолда стерженнинг кучланиши икки хил усул билан камайтирилиши мумкин:

1) Стерженнинг заифлашган кесимини d_1 диаметр билан тайёрлаш: бу ҳолда стерженнинг кесим юзаси catталашади; сиқилувчанлиги камаяди: инерция кучи бир оз ортади. Кесим юзаси катталашиши ҳисобига кучланиш камаяди. Агар стержень заифлашган кесимни тақозо қилса, бу вариант керак эмас.

2) Стерженнинг мустаҳкамлигини ошириш учун, унинг сиқилувчанлиги орттирилиши керак. Сиқилувчанлик асосан стерженнинг узунлиги бўйлаб d_2 диаметр билан тайёрлаш эвазига орттирилади. У ҳолда динамик куч — F_g камаяди, кучланиш ҳам камаяди. Бу назарияларни ҳисоб усули билан текширамиз. 315-расмда кўрсатилган учта стерженга ҳам бир хил $T_0 = Qh$ зарб таъсири қўйилсин. Уларни қуйидагича белгилайлик:

$$\frac{A_2}{A_1} = q \quad \text{ва} \quad \frac{\ell_2}{\ell_1} = \rho$$

Кучланишни тақрибий формула ёрдамида топамиз (315-а расм): $\sigma_g = \sigma_c\sqrt{\dfrac{2h}{\Delta\ell}} = \dfrac{Q}{A_2}\sqrt{\dfrac{2h}{\Delta\ell}} = \sqrt{\dfrac{2T_oQ}{A_2^2\Delta\ell}}$

Бу ерда: $\Delta\ell = \dfrac{Q\ell_2}{EA_2} + \dfrac{Q(\ell_1-\ell_2)}{EA_1} = \dfrac{Q\ell_1}{EA_2}\left[P + q(1-P)\right]$

У ҳолда: $\sigma_g = \sqrt{\dfrac{2T_oQ}{A_2^2\dfrac{Q\ell^1}{EA_2}\left[P+q(1-P)\right]}}$

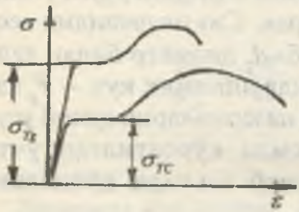
Ўзгармас кесимли (*б* ва *в*) стерженлар учун

$$\sigma_\delta = \sqrt{\frac{2T_oE}{A_1l_1}} \quad \text{ва} \quad \sigma_B = \sqrt{\frac{2T_oE}{A_2l_1}}$$

$\left[P + q(1-P)\right] < q < 1$ бўлганлиги учун $\sigma_a > \sigma_b > \sigma_\delta$

Шундай қилиб, (а) схемада диаметрнинг 20% кичиклаштирилиши кучланишни 50% га катталаштиради, агар стерженнинг узунлиги бўйлаб бир хил d_2 диаметрда тайёрланса, кучланиш 20% га яқин камайтирилади. Ўзгарувчан кесимли стерженларга бўйлама зарб таъсирида ишлайдиган болтларни мисол қилиш мумкин. Болт зарб таъсирини емирилмасдан ўтказиб юбориши учун унинг узунлиги бўйлаб диаметрини резьбанинг ички диаметрига тенг қилиб тайёрлаш керак. Бунинг учун болтнинг сирти йўнилади ёки унда ички канал ҳосил қилинади. Кўпинча стерженнинг узунлиги катталаштирилиши эвазига ҳам кучланишқ камайтирилади.

Зарбга синаш. Тажрибалар натижасига кўра, бир хил материалдан тайёрланган намуналар статик ва динамик кучларга ҳар хил қаршилик кўрсатиши аниқланган. Масалан, намуналарни чўзилишга катта тезликда синашда олинган диаграмма статик куч таъсиридаги диаграммадан фарқ қилади (316-расм):



316-расм.

1) динамик куч таъсирида материалнинг оқувчанлик ва мустаҳкамлик чегаралари катталашади;

2) емирилишдаги қолдиқ деформацияси камаяди;

3) диаграмма σ ўқи томонга силжийди;

4) оқувчанлик вақти камаяди;

5) материалнинг эластиклик модули катталашади.

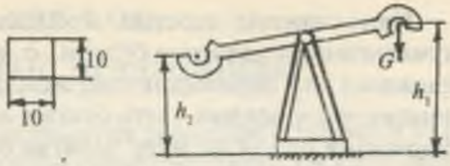
Зарб таъсиридан пластик материалда мўртлик намоён бўлиши мумкин, яъни пластик материал мўрт материалдек емирилади.

Н.Н. Давиденко тажрибасига асосан зарб таъсиридан оқувчанлик чегараси 20—70% га, мустаҳкамлик чегараси 10—30% га ортади.

Материални зарбга синаш учун махсус намуна тайёрланади (317-расм). Материални оғирроқ вазиятда ишлатиш учун намунада ўлчамлари 2 мм бўлган канал тайёрланади. Маятник типидаги коперда (317-расм) намунага *K* нуқтадан зарб берилади.

С маятник h_1 баландликдан тушиб намунани емиради ва ортиқча қолган энергия ҳисобига $h_2 \leq h_1$ баландликка кўтарилади. Маятникнинг бажарган иши $W_{иш} = G(h - h_2)$ нинг бир қисми намунани емиришга сарфланади. Ишнинг

317-расм.

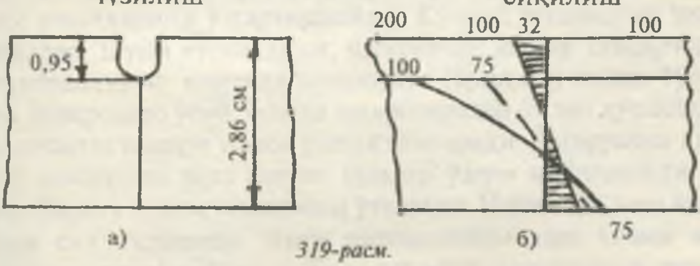


318-расм.

бир қисми ишқаланишга, ҳавонинг қаршилигини енгишга сарфланади. Материалнинг зарб таъсирига қаршилик кўрсата билиш қобилиятини зарбга қовушқоқлик тавсифлари аниқлайди:

$$a = \frac{W_1}{A} = \frac{W - \Delta W}{A} \qquad (12.26)$$

a — тавсифлар қанча катта бўлса, материалнинг зарб таъсирига қаршилик кўрсатиш қобилияти шунча яхши бўлади. *a* нинг қиймати тажриба ўтказиш шароитига, намунали ўлчамларига боғлиқ бўлади. Намунанинг заифлашган кесимида кучланишнинг тарқалиш қонунияти (319-расм) да кўрсатилган:



319-расм.

(а) диаграмма намунани каналча бўлмаган пайтдаги кучланиш эпюраси. (б) диаграмма намунани зарб таъсиридан эгилишдаги нормал кучланиш ($\sigma 1_y$) эпюраси. Пунктир чизиқли эпюра канал ёнида кучланишнинг маҳаллий тўплами ҳосил бўлмаган пайтдаги кучланишнинг тарқалиш қонунияти. Диаграммадан кўринадики, намунанинг баландлигини 0,95 см га камайтирганда, кучланишнинг маҳаллий тўплами 5,22 маротаба катталашар экан.

Каналчанинг асосида жойлашган материал ҳажмий кучланганлик ҳолатида бўлади. σ_2 кучланиш намуна ўқига параллел, σ_1 перпендикуляр жойлашади. Материал оқувчанлик чегарасидан катта бўлган $\sigma_1 = 1,25\sigma_T$ пластик деформация олади ва мўрт ҳолатда бўлади.

XIII БОБ

ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАР

Материалларнинг систематик равишдаги қиймати ёки қиймати ва ишорасини ўзгартириб турадиган юкларга қаршилиги уларнинг статик ёки зарб таъсирига қаршилигидан фарқ қилади. Шунинг учун материалнинг ўзгарувчан юклар таъсиридаги мустаҳкамлигини ўрганиш алоҳида аҳамиятга эга. Қиймати жиҳатидан ўзгарувчан ва жуда кўп такрорланадиган юклар таъсирида машиналарнинг қисмлари тасодифан ва сезиларли даражада қолдиқ деформация ҳосил қилмай емирилиши қизиқарли ҳол эди.

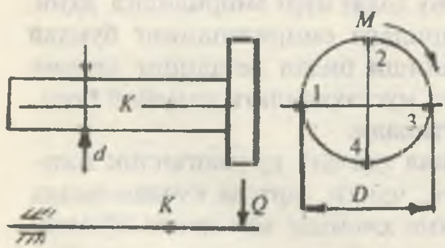
Ўзгарувчан юклар таъсирида материалларнинг структураси ўзгаради, шунинг учун материалда "толиқиш" — "чарчаш" ҳосил бўлиб, емирилади — пластиклик мўртлик билан алмашади, деган фикр пайдо бўлган эди. XX асрнинг бошларида металларнинг структураси ва механик хоссалари ўзгарувчан кучланишлар таъсиридан ўзгармас эканлиги исботланади. Масалан,буғ машинанинг штоки ёки поезд вагонининг ўқи узоқ вақтлар ўзгарувчан кучланишлар таъсирида ишласа ҳам ўзининг структураси ва пластиклик хоссаларини ўзгартирмайди. Кўплаб ўтказилган тажрибалар шуни кўрсатдики, ўзгарувчан юклар таъсиридаги металлнинг сиртида микродарз (ёрилиш) пайдо бўлади. Микродарз ўсиб, бошқа микродарзлар билан қўшилади ва детални ичкари томон ривожлантиради. Ўзгарувчан юклар таъсирида дарз кетган юзалар ўзаро яқинлашади ва бир-бирига босим таъсирини ўтказади. Натижада дарз юзалари силлиқлашади. Янги ривожланган дарз юзаси эса қўпол ва донадор бўлади. Бу ҳолат мўрт емирилишга яқин. Ўзгарувчан юклар таъсиридаги емирилишнинг бундай механизми дарз ривожланиши билан деталнинг кесими заифлашиши ва деталнинг мустаҳкамлиги камайиб бораётганлигини тўғри тушунтиради.

Дарз асосидаги материал ҳажмий кучланганлик ҳолати маҳаллий тавсифга эга, чунки дарз ва кучланганлик ҳолати материалнинг ҳамма қисмида ҳам ҳосил бўлмайди.

Демак, техника, фан ривожланишининг янги этапида материалларнинг ўзгарувчан юклар таъсирида емирилишига асосий сабаб унинг "толиқиши" — "чарчаши" эмас, балки деталнинг сиртида ҳосил бўлган дарз юзаси экан. Шунинг учун толиқиш деганда материалларнинг аста-секин ривожланадиган микродарзлар таъсиридан емирилиши тушунилади.

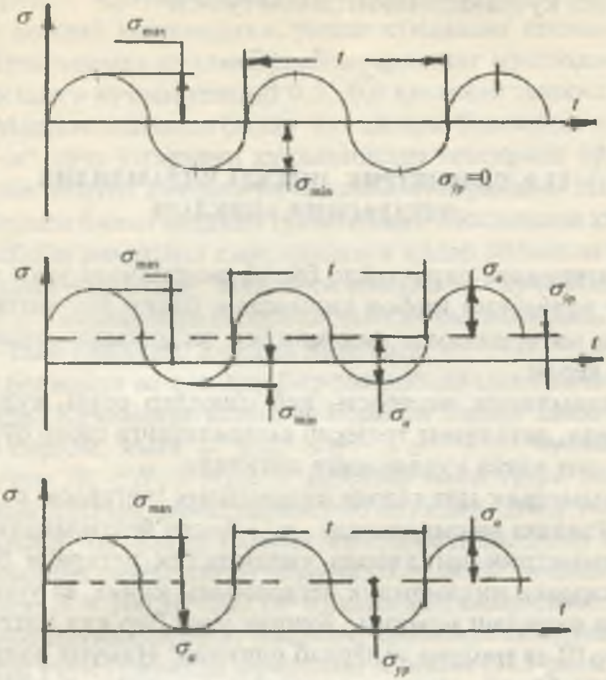
13.1. КУЧЛАНИШ ЦИКЛЛАРИНИНГ ТУРЛАРИ

Бир учига шкив ўрнатилган вал сиртига тўғри келадиган кучланишни топайлик. Агар вал шкивнинг оғирлиги Q таъсиридан эгилади, деб қабул қилсак, валнинг кўндаланг кесим юзасида эгилишдаги нормал кучланишлар ҳосил бўлади. Кесим юзасидан ажратилган 1 ва 3-нуқталар (320-расм) нейтрал ўқ устида жойлашади. Шунинг учун бу нуқталарда эгилишдаги нормал кучланиш нолга тенг. 2 ва 4-нуқталар вал материалининг чўзиладиган ва сиқиладиган толаларида жойлашган. Бу нуқталардаги нормал кучланишлар ўзаро тенг ва қарама-қарши ишоралидир. Агар, валнинг айланишини ҳисобга олсак, вақт оралиғида, яъни маълум даврда (T) бу нуқталарнинг ўрни алмашиб туради. Демак, K нуқтанинг ҳолати 1, 2, 3 ва 4-нуқталар ҳолати билан мос тушиши мумкин экан. Натижада K нуқтанинг кучланиши вақт оралиғида қийматини ва ишорасини ўзгартиради. Бир давр ичида кучланишнинг ўзгаришига кучланиш цикли дейилади. Конструкция қисмларини ишлаш жараёнида кучланишлар цикллари жуда кўп давом этиши мумкин ва турлича бўлади (321-расм). Масалан:



320-расм.

1) Носимметрик ўзгарувчан кучланишлар (308-б, в расм) максимал ва минимал қийматлари тенг ва бир хил ишорали ва нолдан бошланадиган циклли



321-расм.

бўлади. Агар кучланишларни ($\sigma_{max} = \sigma_{min}$) максимал ва минимал қийматлари тенг ва бир хил ишорали бўлса, ўзгармас кучланишлар, дейилади. Симметрик циклли ўзгарувчан кучланишларни максимал ва минимал қийматлари бир-бирига тенг ва ҳар хил ишоралидир. Кучланишларнинг ишорасини ҳисобга олганда, минимал кучланишни максимал кучланишга нисбати цикл тавсифи дейилади, яъни:

$$\eta = -\frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad \text{ва} \quad \eta = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \tag{13.1}$$

Циклнинг ўртача кучланиши:

$$\sigma_{ўр} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \tag{13.2}$$

Цикл кучланишининг амплитудаси:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

13.2. СИММЕТРИК ЦИКЛДА ЧИДАМЛИЛИК ЧЕГАРАСИНИ АНИҚЛАШ

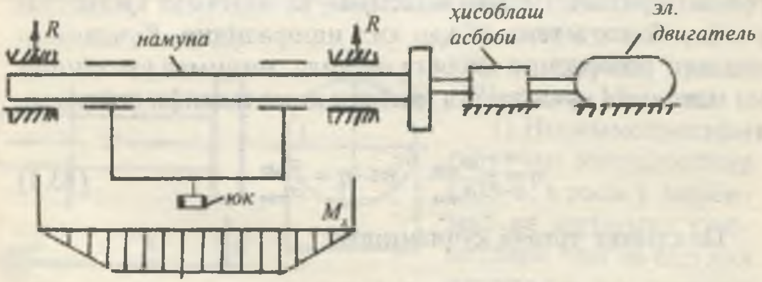
Материалда дарз пайдо бўлиб емирилиши учун фақат унинг толиқиши кифоя қилмасдан, балки энг катта кучланиш материалнинг чидамлилик чегарасидан ошиб кетиши керак.

Чидамлилик чегараси, деб цикллар сони жуда кўп бўлганда, деталнинг толиқиб емирилишига сабаб бўлмайдиган энг катта кучланишга айтилади.

Симметрик циклларда чидамлилик чегараси σ_{-1}, оддий чўзилиш ва сиқилишда σ_{+1} билан белгиланади.

Симметрик циклларда чидамлилик чегараси бошқа циклларлардаги чидамлилик чегарасидан кичик ва уни тажрибада аниқлаш мумкин. Бунинг учун бир хил материалдан 6—10 та намуна тайёрлаб олинади. Намуна доиравий кесимли бўлиб, шарико-подшипник орқали шундай юкланадики, унинг ўрта қисми соф эгилишга ишласин (бу ҳолатда $\tau = 0$). Намуна (2000...3000) айл/мин тезлик билан айланади (322-расм).

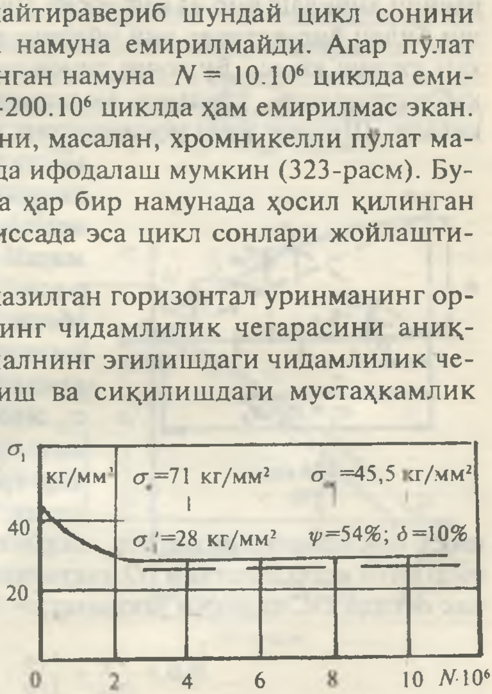
Намунада маҳаллий кучланишлар тўплами ҳосил бўлмаслиги учун уни шакли силлиқ қилиб тайёрланади.



322-расм.

Биринчи намуна машинага ўрнатилади ва ташқи куч билан шундай юкланадики, унинг кўндаланг кесимидаги энг катта нормал кучланиш материалнинг мустаҳкамлик чегарасидаги кучланишнинг 0,5...0,6 қисмини ташкил қилсин. Машина ишлаши билан вал айлана бошлайди ва $-\sigma$ дан $-\sigma^{//}$ гача ўзгарувчи кучланишлар таъсирида бўлади. Тажриба намуна емирилгунча давом эттирилади. Намуна емирилиши билан машина тўхтатилади. Мосламани ҳисоблаш асбоби намунани емирилишига қадар айланган цикл N_1 сонини кўрсатади. Иккинчи намуна $\sigma^{/}$ кучланишдан кичик $\sigma^{/}$ кучланиши билан юкланади ва емирилиш цикли N_2 ёзиб олинади. Учинчи намунага $\sigma^{///} < \sigma^{//}$ кучланиши берилади ва ҳ.к. Ҳар бир тажрибада цикл сони ёзиб олинади. Кучланиш камайиб бориши билан цикл сони ортиб боради, яъни $\sigma^{/} > \sigma^{//} > \sigma^{///} > \sigma^{/Y} > \ldots$ кучланишлар учун $N_1 < N_2 < N_3 < \ldots$ цикллар сони тўғри келади. Кучланишларни камайтиравериб шундай цикл сонини топамизки, бу ҳолда намуна емирилмайди. Агар пўлат материалдан тайёрланган намуна $N = 10.10^6$ циклда емирилмаса, $N = 100.10^6$-200.10^6 циклда ҳам емирилмас экан. Тажриба натижаларини, масалан, хромникелли пўлат материали учун графикда ифодалаш мумкин (323-расм). Бунинг учун ординатага ҳар бир намунада ҳосил қилинган кучланишлари, абсциссада эса цикл сонлари жойлаштирилади.

Эгри чизиққа ўтказилган горизонтал уринманинг ординатаси материалнинг чидамлилик чегарасини аниқлайди. Пўлат материалнинг эгилишдаги чидамлилик чегараси оддий чўзилиш ва сиқилишдаги мустаҳкамлик чегараси билан боғлиқ: $\sigma^{э}_{-1} = 0,4\sigma_B$. Ўзгарувчан чўзувчи ёки сиқувчи куч таъсиридаги пўлатни чидамлилик чегараси σ^0_{-1} эгилишдаги чидамлилик чегарасидан



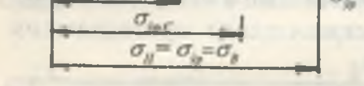
323-расм.

кичик, яъни: $\sigma^0_{-1} = 0,7$; $\sigma^э_{-1} = 0,28\ \sigma_B$, чунки чўзилиш ва сиқилишда кесимининг ҳамма нуқтаси бир хил кучланиш таъсирида бўлади. Эгилишда энг катта кучланиш кесимнинг четки толаларида ҳосил бўлади, қолган материалда кучланишнинг қиймати кичиклашади. Буралишда чидамлилик чегараси: $\tau^{\delta}_{-1} = 0,55\sigma^{э}_{-1} = 0,22\sigma_B$ ва рангли металлар учун:

$$\sigma^{э}_{-1} = (0,24...0,50)\sigma_B \qquad (13.3)$$

13.3. НОСИММЕТРИК ЦИКЛДА ЧИДАМЛИЛИК ЧЕГАРАСИНИ АНИҚЛАШ

Носимметрик циклда материалнинг чидамлилик чегарасини аниқлаш бир оз мураккаб. Чунки намунани эгилиши билан бир қаторда уни чўзувчи ва сиқувчи куч билан ҳам юклаш керак. Бу ҳолат синов машиналарини мураккаблаштиришга, қўшимча мосламалар тайёрлашга олиб келади. Шунинг учун носимметрик циклларда материални чидамлилик чегарасини аниқлаш учун тажрибалар асосида қурилган диаграммадан фойдаланамиз (324-расм). Диаграмманинг абсциссасида ўртача кучланиш $\sigma_{ур}$ ва ординатасида кучланишлар амплитудаси σ_0 жойлаштирилади. Ҳар хил циклардаги кучланишлар ёрдамида КВСД эгри чизиқ ўтказилган. Бирорта цикл тавсифини қийматига чидамлилик чегарасини топиш учун координатани O нуқтасидан абсциссага β бурчак остида OC чизиқни ўтказамиз:



324-расм.

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_{yp}} = \frac{1-\eta}{1+\eta} \qquad (13.4)$$

CC_1 ва OC_1 масофаларни ва тегишли σ_{rc} ва σ_{max} кучланишларнинг йиғиндиси чидамлилик чегарасининг қийматини беради, яъни:

$$\sigma_{rc} = \sigma_{max} = \sigma_{ac} + \sigma_{yp}$$

Абсциссаси $\sigma_{yp} = 0$ бўлган K нуқтанинг ординатаси $OK = \sigma_a = \sigma_{-1}$ симметрик циклда чидамлилик чегарасини ординатаси $\sigma = 0$ бўлган $Д$ нуқтанинг абсциссаси $ОД = \sigma_{yp} = \sigma_{+1} = \sigma_B$ ўзгармас кучланишдаги чидамлилик чегарасини аниқлайди. $\beta = 45^0$ бурчак остида жойлашган B нуқта нолдан бошланадиган циклнинг чидамлилик чегарасини аниқлайдиган оқувчанлик чегараси бўлмаган материаллар учун чидамлилик чегараси, статик юк таъсиридаги мустаҳкамлик чегарасига ўхшаган хавфли ҳисобланади. Агар материал пластик бўлса, статик юк таъсирида оқувчанлик чегараси ва ўзгарувчан кучланишларда чидамлилик чегараси хавфли ҳисобланади. Бундай материалларда толиқиш емирилиши билан бирга пластик деформациялар пайдо бўлиши ҳам хавфлидир. Бунда циклнинг энг катта кучланиши $\sigma_{max} = \sigma_a + \sigma_{yp} = \sigma_{ok}$ бўлади.

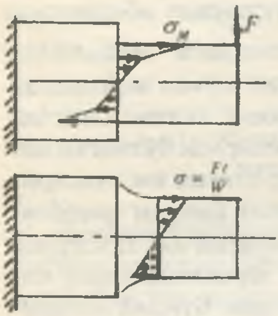
Бурчак билан ўтказилган тўғри чизиқ KB чизиқни кесиб ўтса, деталь толиқиш емирилишига учрайди; $ВД$ чизиқни кесиб ўтса, пластик деформация пайдо бўлиши билан ишдан чиқади. Чизиқ статик юкланишда хавфли кучланишни ва $КВД$ чизиқ ўзгарувчан кучлар таъсиридаги хавфли кучланишни билдиради.

325-расм.

13.4. ЧИДАМЛИЛИК ЧЕГАРАСИГА ТАЪСИР ҚИЛУВЧИ ФАКТОРЛАР

Тажрибалар шуни кўрсатадики, чидамлилик чегарасига кучланишлар концентрацияси, деталнинг ўлчамлари, деталь сиртининг ҳолати, деталнинг технологик ишлов бериш тавсифи таъсир қилади.

а) **Кучланишлар концентрацияси.**



326-расм.

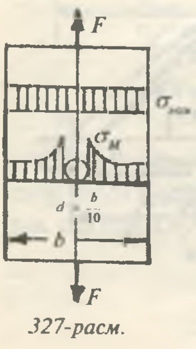
Узунлиги бўйлаб кесими бир жинсли бўлмаган деталларда, кичик диаметрдан катта диаметрга ўтиш жойларида ёки заифлашган кесимларда кучланишларнинг тарқалиш қонунияти ўзгаради ва маҳаллий кучланиш, яъни кучланишлар тўплами ҳосил бўлади:

$$\sigma_M = \alpha_k \frac{F\ell}{W} \qquad (13.5)$$

Бундай кучланишларга кучланишлар концентрацияси дейилади.

Максимал кучланишни номинал кучланишга нисбати кучланишлар концентрациясининг коэффициенти дейилади:

$$\alpha_{кн} = \frac{\sigma_M}{\sigma_{ном}} \qquad (13.6)$$



327-расм.

Бу ҳолатда намуна материали изотроп ва эластик деб қаралади. Кучланишлар концентрациясининг ҳақиқий коэффициенти материалнинг ҳамма хусусиятларини ҳисобга олади ва унинг қиймати тажрибалар асосида топилади.

Материалнинг маҳаллий кучланишларга сезгирлиги — q юқоридаги коэффициентларга боғлиқ:

$$q = \frac{\alpha_{kg} - 1}{\alpha_{кн} - 1} \qquad (13.7)$$

q нинг қиймати юқори сифатли, термик ишлов берилган легирланган пўлатда биргача, камуглеродли пўлатда 0,5 гача, чўянда нолга яқин бўлади.

Демак, мустаҳкамлик чегараси катта бўлган материалларда q нинг қиймати катта экан. Агар, $\sigma_{ном} = \sigma_{-1}$ ва $\sigma_M = \sigma_{-1K}$ деб қабул қилсак, $\alpha_{kg} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}$ ҳосил бўлади. У ҳолда кучланиш концентрациясининг ҳақиқий коэффициенти чидамлилик чегараси билан боғлиқ бўлади:

$$\alpha_{kg} = 1 + q(\alpha_{кн} - 1)$$

Пўлат материал учун $\alpha_{kg} = 1,2 + 0,2\frac{\sigma_B - 40}{110}$; канавкалар, кесимлар ўзгарадиган жойлар бўлса, $\alpha_{kg} = 1,5 + 1,5\frac{\sigma - 40}{110}$ формула ишлатилади. Толиқиш емирилишлари кесимлар ўзгарадиган жойларда, нотекисликлар атрофларида бошланади. Бундай ҳолларда деталнинг чидамлилик чегараси камаяди.

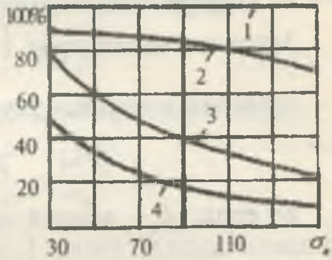
б) **Деталь сиртининг сифати.**

1. Сирти жилоланган.

2. Сирти кескич билан ишлов берилган.

3. Прокатлаб олинган сирт.

4. Денгиз сувида коррозияланган.



328-расм.

Деталнинг сирти қанча дағал бўлса, чидамлилик чегараси шунча кичик бўлади. Деталь ишлов берилган сиртда кучланишлар концентрацияси ҳосил бўлади. Шунинг учун деталнинг сиртига махсус ишлов берилади. Унда чидамлилик чегараси ортади.

13.5. ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАРДА МУСТАҲКАМЛИК ШАРТИ

Турли цикллардаги хавфли кучланишнинг қиймати 324—325-расмлардаги диаграммалар асосида топилади. Мўрт материаллар учун 324-расмдаги диаграмманинг *КД* тўғри чизиғидан ташқарида жойлашган кучланиши хавфли деб олинади. Пластик материаллар учун KH тўғри чизиқдан (325- расм) ташқаридаги кучланиш хавфли деб олинади. Рухсат этилган кучланишни танлаш учун диаграммаларни абсцисса ва ординаталарини мустаҳкамликка боғлиқ камайтириш керак.

Ўзгармас юкда кучланишнинг рухсат этилган қиймати қуйидагича топилади:

Пластик материал учун: $\left[\sigma_{+1}\right] = \frac{\sigma_{ok}}{K_{01}}$ (13.8)

Мўрт материал учун: $\left[\sigma_{+1}\right] = \frac{\sigma_{\beta}}{K_{02} \cdot \alpha_{kg}}$

Бу ерда: K_{01} — оқувчанлик чегарага нисбатан мустаҳкамликка эҳтиётлик коэффициенти.

K_{02} — мустаҳкамлик чегарага нисбатан мустаҳкамликка эҳтиётлик коэффициенти.

α_{kg}— кучланишлар концентрациясининг ҳақиқий коэффициенти.

Симметрик циклда чидамлилик чегарасида (σ_{-1}) хавфли кучланиш бўлади.

Мўрт материал учун: $\left[\sigma_{-1}\right] = \frac{\sigma_{-1}}{K_0 \cdot \alpha_{kg} \cdot \alpha_{н}}$

Пластик материал учун:

$$\left[\sigma_{-1}\right] = \frac{\sigma_{-1}}{K_0 \cdot \alpha_{kg} \cdot \alpha_M \cdot K_T \cdot K_э \cdot K_g} \qquad (13.9)$$

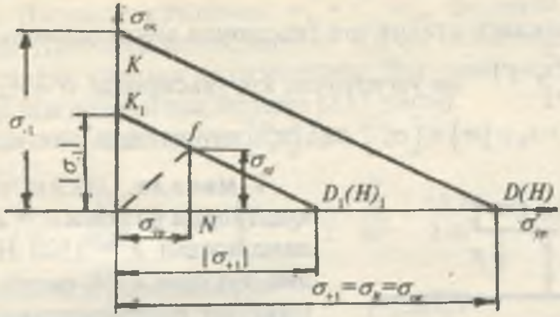
Бу ерда: K_0— асосий мустаҳкамликка эҳтиётлик коэффициенти.

K_T— деталь тайёрлаш технологиясининг кучланишга таъсири.

$K_э$— деталнни эксплуатация қилиш шароитининг кучланишга таъсири.

K_g— ўзгарувчан кучланишнинг зарб таъсири билан биргаликдаги таъсирини ҳисобга олувчи динамик коэффициент.

329-расмда $\sigma_a = \sigma_{yp}$ координаталарида хавфли кучланишлар чизиғи $КД$ (кн) ва рухсат этилган кучланишлар чизиғи $K_1Д_1$ кўрсатилган. $K_1 Д_1$ чизиқ AK ва $ОД_1 = \left[\sigma_{+1}\right]$ кучланишлар асосида чизилган.



329-расм.

Ўзгарувчан кучланишларнинг турли циклларда рухсат этилган кучланишини аниқлаш учун координата боши O нуқтадан абсциссага β бурчак остида тўғри чизиқ ўтказамиз $\left(tg\beta = \frac{1-r}{1+r}\right)$ ва $K_1Д_1$ чизиқ билан кесишгунча давом эттирамиз. f нуқтанинг абсциссаси σ_{ypf} ва ординатасининг йиғиндиси рухсат этилган кучланишни беради:

$$\sigma_{\max f} = [\sigma_n] = \sigma_{ypf} + \sigma_{af} \qquad (13.10)$$

NfD_1 учбурчагини $OK_1Д_1$ учбурчагига ўхшашлигидан:

$$\frac{OD_1}{ND_1} = \frac{OK_1}{Nf} \text{ ёки } \frac{[\sigma_{+1}]}{[\sigma_{+1}] - \sigma_{ypf}} = \frac{[\sigma_{-1}]}{\sigma_{af}} \text{ ва}$$

$$\sigma_{af}[\sigma_{+1}] + \sigma_{y_l f}[\sigma_{-1}] = [\sigma_{+1}][\sigma_{-1}] \text{ ҳосил бўлади.}$$

Лекин $\sigma_{af} = \frac{1-r}{2}\,\tau_{\max f} = \frac{1-r}{2}[\sigma_2]$ ва

$$\sigma_{yp_j} = \frac{1+r}{2}\sigma_{\max f} = \frac{1+r}{2}[\sigma_2]$$

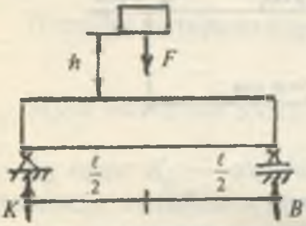
У ҳолда:

$$[\sigma_2] = \frac{2[\sigma_{+1}][\sigma_{-1}]}{(1+r)[\sigma_{-1}] + (1-r)[\sigma_{+1}]} \qquad (13.11)$$

ҳосил бўлади. Мустаҳкамлик шарти қуйидагича ёзилади.

$$\sigma_{\max} \le [\sigma_r] \qquad (13.12)$$

Мураккаб қаршилик-эгилиш билан буралишнинг биргаликдаги статик юк таъсирида мустаҳкамлик шарти: $\frac{\sigma^2}{[\sigma]^2}+\frac{\tau^2}{[\tau]^2}\le 1$ ва ўзгарувчан юк таъсирида: $\sigma=\sigma_a+\sigma_{ур}$ ва $\tau=\tau_{ур}+\tau_a$; $[\sigma]=\left[\sigma_r^{\partial}\right]$ ва $\left[\tau_r^{\delta}\right]$ кўринишда олинади.



330-расм.

1-масала. Икки таянчли қўштаврли балкага h = 20 см баландликдан F = 1500 Н юк келиб тушади (330-расм). Балканинг энг катта динамик нормал кучланишини топамиз. Ўнг таянч ўрнини эластик пружина билан алмаштириб биринчи саволга жавоб берамиз.

Берилган: қўштавр N-22.

$$\ell = 2\,м;\qquad 10^3\alpha = 30\,\frac{м}{кН}\quad ёки\quad \alpha=\frac{30}{10^3}$$

$$E = 2\cdot 10^8\,\frac{кН}{м^2};\qquad I_x = 2550\cdot 10^{-2}\,м^4$$

$$W_x = 232\cdot 10^{-6}\,м^3$$

Ечиш. Балканинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмаймиз. F юк таъсиридан K ва B таянчлардаги реакция кучлари $K = B = \frac{F}{2} = 750\,H$ бўлади. Энг катта динамик кучланиш қуйидаги формула билан топилади: $\sigma_g = k_g\cdot\sigma_{cm}$, бу ерда $K_g = 1+\sqrt{1+\frac{2h}{\Delta_{cm}}}$ динамик коэффициент бўлиб, статик кўчиш Δ_{cm} га боғлиқ $\Delta_{cm}=f_{cm}=\frac{F\ell^3}{48EI_x}$ балканинг F юк статик таъсир қилгандаги тўлиқ кўчиши.

$\sigma_{cm}=\frac{M_{cm}}{W_x}=\frac{F\ell}{4W_x}$ — статик юк F таъсиридаги энг катта нормал кучланиш.

Динамик кучланиш: $\sigma_l=\left[1+\sqrt{1+\frac{2h\cdot 48EI_x}{F\ell^3}}\right]\cdot\frac{F\ell}{4W_x}$
ёки $\sigma_\partial = 0{,}295\cdot 10^6\,\frac{кН}{м^2}$

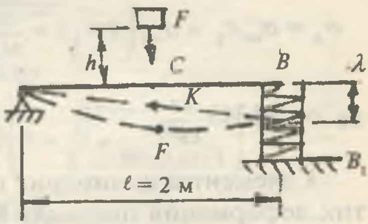
Энди балканинг ўнг таянчини пружина билан алмаштирамиз. Динамик кучланиш $\sigma_g = \kappa_g \cdot \sigma_{cm}$ формула билан топилади. Динамик коэффициент $КД$ ни аниқлашда балканинг статик кўчиши пружинанинг ўнг таянч кучининг деформациясига боғлиқ бўлади (331-расм).

$$\Delta_{ст} = \Delta_б + \Delta\beta\lambda$$

Бу ерда:

$$\Delta_б = f_{cm} = \frac{F\ell^3}{48EI_x}; \quad \lambda = \frac{F}{2}\cdot\alpha = \frac{F}{2}\cdot\frac{30}{10^3} = \frac{1.1\,30}{2\cdot10^3} = 0{,}0165\,м$$

пружинанинг B реакция кучи таъсиридан кўчиши. β — пружинанинг деформацияси билан балканинг F юк таъсиридаги тўлиқ кўчиши орасидаги боғланиш.



331-расм.

$\Delta BB_1K \infty \Delta CKK$ ўхшашликдан $CK = \frac{BB_1}{2} = \frac{\lambda}{2} = \beta\lambda$ ва

$$f_{cm} = \frac{F\ell^3}{48EI_x} = \frac{1{,}5\cdot8}{48\cdot2\cdot10^8\cdot2550\cdot10^{-8}} = 4{,}9\cdot10^{-5}\ м$$

ҳосил бўлади. Демак, $\beta = 0{,}5$

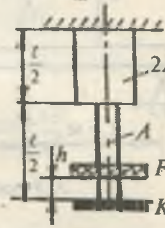
Натижада $\Delta_{cm} = 4{,}9\cdot10^{-5} + 0{,}5\cdot0{,}0165 = 8{,}299\cdot10^{-3}\ м$

ҳосил бўлади.

Динамик коэффициент: $K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{2\cdot0{,}2}{8{,}299\cdot10^{-3}}} \approx 8$ ва

кучланиш: $\sigma_g = \kappa_g \frac{F\ell}{4W_x} = 8\cdot\frac{1{,}5\cdot2}{4\cdot232\cdot10^{-6}} = 0{,}0258\cdot10^6\ \frac{кН}{м^2}$

2-масала. Поғонали бруснинг K нуқтаси h = 5 мм баландликдан тушаётган Q = 400 кг юк таъсирида зарбга учрайди.



332-расм.

Бруснинг узунлиги l = 5 м, кўндаланг кесим юзаси A = 2 см, пўлат материалдан. Энг катта нормал кучланиш топилсин. Агар K элементга зарб таъсирини юмшатувчи цилиндрик пружина ўрнатилса, кучланишни топинг. 1 кг статик юк таъсирида пружина $4 \cdot 10^{-3}$ мм сиқилади.

Ечиш. Поғонали бруснинг статик куч таъсиридаги узайишини ва нормал кучланишини топамиз, статик узайиш:

$$\delta_{cn} = \Delta\ell_{cn} = \frac{F\frac{\ell}{2}}{EA} + \frac{F\frac{\ell}{2}}{E2A} = \frac{3F\ell}{4EA}$$

ва кучланиш: $\sigma_{cm} = \frac{F}{A} = \frac{400}{2} = 200\,\frac{кг}{см^2}$

Энг катта динамик кучланишни топамиз:

$$\sigma_g = \sigma_{cm}K_g = \sigma_{cm}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta\ell_{cm}}}\right) = 200\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0{,}06 \cdot 16 \cdot 10^6}{3 \cdot 400 \cdot 500}}\right)$$

ва $\sigma_g = 1349\,\frac{кг}{см^2}$

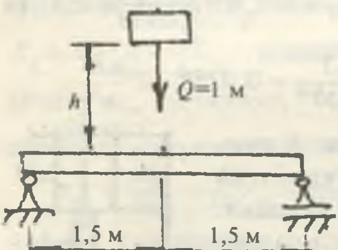
K элементга цилиндрик пружина ўрнатилганда, δ_{cm} статик деформация поғонали бруснинг ва пружинанинг сиқилишига тенг бўлади, яъни:

$$\delta_{cm} = \Delta\ell_{cm} + \lambda_{cm} = \frac{3F\ell}{4EA} + F \cdot 4 \cdot 10^{-4} =$$

$$= \frac{3 \cdot 400 \cdot 500}{4 \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot 2} + 400 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 0{,}1975\,см$$

Унда динамик кучланиш:

$$\sigma_g = 200\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 0{,}6}{0{,}1975}}\right) = 732\,\frac{кг}{см^2}$$



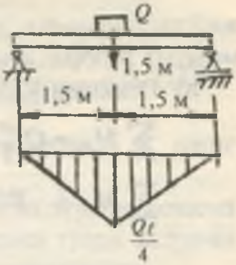
333-расм.

3-масала. N-24 профилли балка иккита шарнирли таянчга таянади. Юк балканинг ўрта қисмига 50 см/сек тезлик билан келиб зарб таъсир қилади. Энг катта кучланишни топинг.

Ечиш. N-24 қўштаврли кесимнинг айрим геометрик тавсифларини ёзиб оламиз.

$I_x = 3460\,см^4$

$W_x = 289\,см^3; \quad A = 34{,}8\,см^2$



334-расм.

Статик кучланишни топамиз:

$$\sigma_{cm} = \frac{M}{W_x} = \frac{Q\ell}{4W} = \frac{1000\,300}{4\cdot 289} = 259{,}5\,\frac{кг}{см^2}$$

Балканинг энг катта салқилигини топамиз:

$$f_{cm} = \frac{Q\ell^3}{48EI} = \frac{1000\cdot(300)^3}{48\cdot 2\cdot 10^6\cdot 3460} = 0{,}0813\,см$$

Динамик кучланишни топамиз:

$$\sigma_g = \sigma_{cm}\left(1+\sqrt{1+\frac{V^2}{gf_{cm}}}\right) = 259{,}5\left(1+\sqrt{1+\frac{50^2}{981\cdot 0{,}0813}}\right)$$

ва $\sigma_g = 259{,}5\cdot 6{,}69 = 1735{,}4\,\frac{кг}{см^2}$

Динамик деформация:

$$f_g = f_{cm}\kappa_g = 0{,}0813\cdot 6{,}69 = 0{,}544\,см$$

4-масала. Бир минутда n маротаба айланма ҳаракат қилаётган, оғирлиги Q бўлган двигатель иккита қўштаврли балкага ўрнатилган. Двигателнинг айланма ҳаракат қилаётган қисмларининг марказдан қочма кучи $H=10kH$; $Q=30kH$.

1) эркин тебраниш частотаси — ϖ_0;
2) уйғотувчи куч ўзгаришининг частотаси — ϖ
3) тебранишнинг ўсиш коэффициенти — β
4) динамик коэффициент — K_g ва
5) энг катта кучланиш қийматлари топилсин.

Берилган қўштавр: N-40

$$n = 200\,\frac{об}{мин}; \quad I_x = 19062\cdot 10^{-8}\,м^4, \quad E = 2\cdot 10^8\,\frac{кН}{м^2}$$

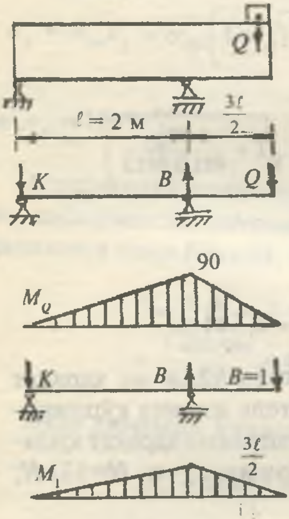
$$W_x = 953\cdot 10^{-6}\,м^3$$

Ечиш. Берилган схемадан асосий схемани танлаб оламиз. Бунинг учун Q юкнинг ўрнига $P = 1$ бирлик кучини жойлаштирамиз. Q юк таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент эпюрасини қурамиз:

а) Реакция кучларини топамиз:

$$\sum M_B = Q\frac{3\ell}{2} - K\ell = 0; \quad K = \frac{3Q}{2} = \frac{3}{2}\cdot 30 = 45\,кН$$

$$\sum M_A = -B\ell + Q\left(\frac{3\ell}{2}+\ell\right) = 0 \qquad B = \frac{5}{2}Q = 75\,кН$$



335-расм.

б) Эгувчи момент M_Q ни топамиз:

$$0 < x_1 < 2\,м; \quad M_Q = -K\cdot x_1$$

$x_1 = 0$ бўлса, $M_Q = 0$ ва $x_1 = 2\,м$ бўлса, $M_Q = -90\,кНм$

$$0 < x_2 < \frac{3\ell}{2} = 3\,м \qquad M_Q = -Q\cdot x_2$$

$x_2 = 0$ бўлса, $M_Q = 0$ ва $x = 3$ $м$ бўлса, $M_Q = -90\,кНм$

Бирлик куч Р-1 таъсиридан ҳосил бўлган эгувчи момент M_p эпюрасини қурамиз (335-расм).

а) Реакция кучини топамиз:

$$\sum M_B = P\frac{3\ell}{2} - K\ell = 0 \text{ ёки}$$

$$K = \frac{3}{2}P = 1{,}5\,кН \text{ ва}$$

$$\sum M_A = P\frac{5\ell}{2} - B\ell = 0 \text{ ёки } B = \frac{5}{2}P = 2{,}5\,кН$$

б) Эгувчи момент M_p ни топамиз: $0 \le x_1 \le \ell \quad M_p = -K\cdot x_1$

$x_1 = 0$ бўлса, $M_p = 0$ ва $x_1 = \ell$ бўлса, $M_p = -\frac{3\ell}{2}$

$$0 \le x_1 \le \frac{3\ell}{2} \qquad M_p = -P\cdot x_1$$

$x_1 = 0$ бўлса, $M_p = 0$ ва $x_1 = \frac{3\ell}{2}$ бўлса, $M_p = -\frac{3\ell}{2}$

Q юк ўрнатилган нуқтанинг кўчишини топамиз:

$$\Delta = \frac{\omega \cdot M_P^0}{EI} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 90\left(\ell + \frac{3\ell}{2}\right)\frac{3\ell}{2}}{EI} = \frac{1350\ell^2}{8EI} = \frac{1340\cdot 4}{8\cdot 2\cdot 10^8\cdot 19062\cdot 16^{-8}} = 0,0177\ м$$

ω — ташқи куч Q дан қурилган эгувчи момент M_q нинг юзаси.

M_P^0 – ташқи куч Q таъсиридан қурилган эгувчи момент M_p эпюраси юзасининг оғирлик марказига тўғри келувчи бирлик куч моменти M_p эпюрасининг ординатаси.

Эркин тебраниш частотасини топамиз:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\Delta}} = \sqrt{\frac{9,81}{0,0177}} = 23,54\ \frac{1}{сек}$$

Уйғотувчи куч ўзгаришининг частотаси:

$$\omega = 2\pi\frac{n}{60} = \frac{\pi\cdot n}{30} = \frac{3,14\cdot 200}{30} = 20,9\ \frac{1}{сек}$$

Тебранишнинг ўсиш коэффициенти:

$$\beta = \frac{1}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{1}{1-\left(\frac{20,9}{23,54}\right)^2} = 4,717$$

β қиймати манфий ишора билан чиқса, кейинги ҳисоблашларда $|\beta|$ олиниши керак. Динамик коэффициентни топамиз:

$$K_g = 1 + \frac{f_H}{f_a}\beta = 1 + \frac{H}{Q}|\beta| = 1 + \frac{10}{30}4,717 = 2,57$$

Энг катта нормал кучланишни топамиз:

$$\sigma_g = K_g\sigma_{CT} = K_g\cdot\frac{M}{W_x} = 2,67\frac{9}{953\cdot 10^{-6}} = 0,2427\cdot 10^6\ \frac{кН}{м^2}$$

5-масала. *СДЕ* ва *КТИ* синиқ стерженлар билан *БК* валик *БВ* ўқ атрофида ўзгармас бурчак тезлик билан айланади (336-расм). *СД* ва *КИ* вертикал ҳамда *ДЕ* ва *ИТ* горизонтал участкаларида ҳосил бўлган инерция кучлари таъсиридаги эгувчи момент эпюраси қурилсин: $[\sigma] = 100\ мПа$ шартни бажарадиган валикни бир минутдаги айланишлар сонини рухсат этилган қиймати топилсин. Валикнинг диаметри $d = 0$ мм.

Ечиш. Инерция кучининг интенсивлиги g_i , синиқ стерженнинг *СД* ва *КИ* оралиқларида тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради: *К* ва *С* нуқтада $g_i = 0$; *Д* ва *И* нуқталарда $q_1 = \frac{\gamma A\omega^2}{g}\ell$ га тенг. Стерженнинг горизонтал *ДЕ* ва *ИТ* оралиқларида кучнинг интенсивлиги ўзгармас ва тенг тарқалган: $q_i = \frac{\gamma A\omega^2}{g}\ell$.

Системанинг таянч кучларини топамиз:

$\sum M_A = 0$ ёки $q_i 2\ell \frac{2\ell}{2} + q_i 2\ell\left(\frac{2\ell}{\ell} + 3\ell\right) + \frac{1}{2}q_i\ell \cdot 5\ell - B \cdot 3\ell = 0$

Бу ерда: $B = \frac{25}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}$

$\sum M_B = 0$

$$Б \cdot 3\ell - q_i \cdot 2 \cdot \ell\left(\frac{2\ell}{2} + \ell\right) - \frac{1}{2}q_i\ell \cdot 2\ell + q_i 2\ell\frac{2\ell}{2} + \frac{1}{2}q_i\ell \cdot \ell = 0$$

$$Б = \frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}$$

Текшириш: $\sum y = 0$ ёки $Б + B - q_i 2\ell - \frac{1}{2}q_i\ell - \frac{q_i\ell}{2} - q_i 2\ell = 0$

$$\frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g} + \frac{25}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g} - \frac{\gamma A\omega^2 2\ell^2}{g} - \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{2g} - \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{2g} -$$

$$-\frac{\gamma A\omega^2 2\ell^2}{g} = 0; \qquad \frac{30}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g} - \frac{30}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g} = 0$$

Эгувчи момент қийматларини топамиз: **I—I қирқим**.

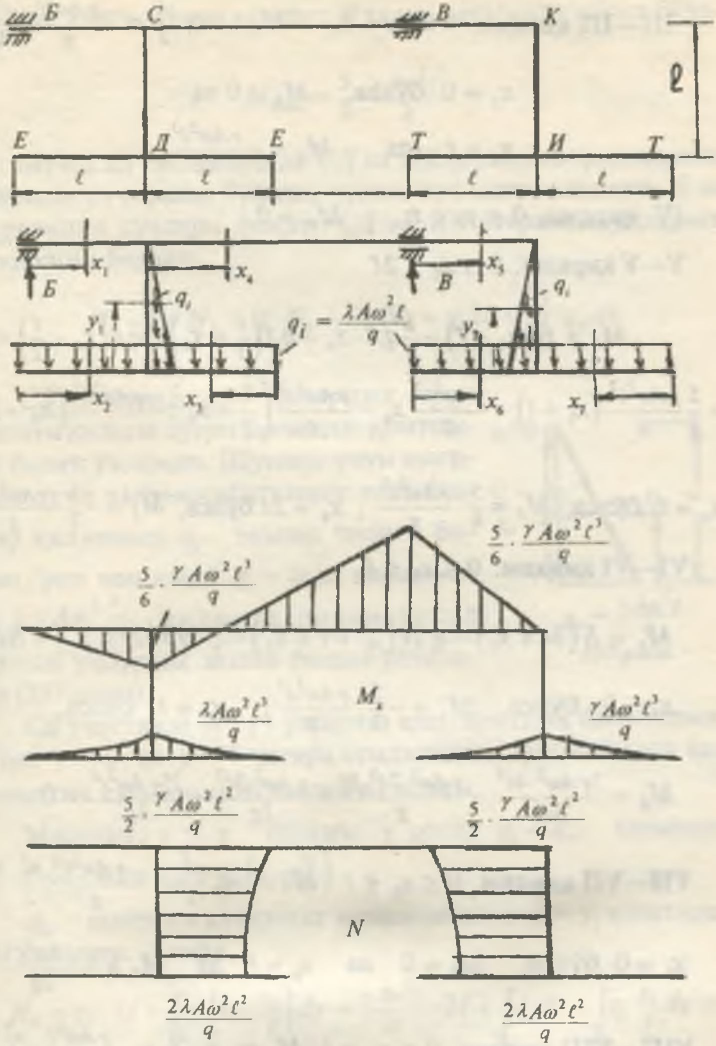
$0 \le x_1 \le \ell \qquad M_1 = Б\, x_1 = \frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g} \cdot x_1$

$x_1 = 0$; $M_1 = 0$ ва $x_1 = \ell$; $M_1 = \frac{5}{6} \cdot \frac{\gamma A\omega^2\ell^3}{g}$

II—II қирқим. $0 \le x_2 \le \ell \qquad M_2 = q_i \frac{x^2}{2} = -\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g} \cdot \frac{x_2^2}{2}$

$x_2 = 0$ бўлса; $M_2 = 0$ ва

$x_2 = \ell$ да $\quad M_2 = -\frac{\gamma A\omega^2\ell^3}{2g}$


Б
С
В
К
ℓ
Е
Д
Е
Т
И
Т
ℓ
ℓ
ℓ
ℓ
x_1
x_4
x_5
Б
В
q_i
q_i
y_1
y_2
$q_i = \frac{\lambda A\omega^2 \ell}{q}$
x_2
x_3
x_6
x_7
$\frac{5}{6}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^3}{q}$
$\frac{5}{6}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^3}{q}$
M_x
$\frac{\lambda A\omega^2\ell^3}{q}$
$\frac{\gamma A\omega^2\ell^3}{q}$
$\frac{5}{2}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{q}$
$\frac{5}{2}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{q}$
N
$\frac{2\lambda A\omega^2\ell^2}{q}$
$\frac{2\lambda A\omega^2\ell^2}{q}$

336-расм.

III—III қирқим. $0 \le x_3 \le \ell$; $\quad M_3 = -q_i \dfrac{x_3^2}{2} = -\dfrac{\gamma A\omega^2 \ell}{g} \cdot \dfrac{x_3^2}{2}$

$x_3 = 0$ бўлса, $\quad M_3 = 0$ ва

$x_3 = \ell$ да $\quad M_3 = -\dfrac{\gamma A\omega^2 \ell^3}{2g}$

IV қирқим. $0 \le y_1 \le \ell$; $\quad M_V = 0$

V—V қирқим. $0 \le x_4 \le 2\ell$

$$M_5 = Б(x_4 + \ell) - \frac{1}{2} q_i \ell \cdot x_4 - q_i \ell \left(\frac{\ell}{2} + x_4\right) - q_i \ell \left(x_4 - \frac{\ell}{2}\right) =$$

$$= \frac{5}{6} \frac{\gamma A\omega^2 \ell^2}{g}(x_1 + \ell) - \frac{\gamma A\omega^2 \ell^2}{g} x_4 - \frac{\gamma A\omega^2 \ell^2}{g}\left(\frac{\ell}{2} + x_4\right) - \frac{\gamma A\omega^2 \ell^2}{g}\left(x_4 - \frac{\ell}{2}\right)$$

$x_4 = 0$ бўлса, $M_5 = \dfrac{5}{6} \cdot \dfrac{\gamma A\omega^2 \ell^3}{g}$; $x_4 = 2\ell$ бўлса, $M_5 = -\dfrac{5}{2} \cdot \dfrac{\gamma A\omega^2 \ell^3}{g}$

VI—VI қирқим. $0 \le x_5 \le \ell$

$$M_6 = Б(3\ell + x_5) - q_i 2\ell \left(\frac{2\ell}{2} + \ell + x_5\right) - \frac{1}{2} \cdot q_i \ell (2\ell + x_5) + Bx_5$$

$x_5 = 0$ бўлса, $\quad M_6 = -\dfrac{5}{2} \cdot \dfrac{\gamma A\omega^2 \ell^3}{g}$; $\quad x_5 = \ell$ бўлса,

$$M_6 = \frac{5\gamma A\omega^2 \cdot 4\ell^3}{6g} - \frac{\gamma A\omega^2 \cdot 2\ell^2 \cdot 3\ell}{g} - \frac{\gamma A\omega^2 \cdot 3\ell^3}{2g} + \frac{25\gamma A\omega^2 \ell^3}{6g} = 0$$

VII—VII қирқим. $0 \le x_6 \le \ell$ $\quad M_7 = -q_i \dfrac{x_6^2}{2} = -\dfrac{\gamma A\omega^2 \ell}{g} \cdot \dfrac{x_6^2}{2}$

$x_6 = 0$ бўлса, $\quad M_7 = 0$ ва $\quad x_6 = \ell$ да $\quad M_7 = -\dfrac{\gamma A\omega^2 \ell^3}{2g}$

VIII—VIII қирқим. $0 \le x_7 \le \ell$ $\quad M_8 = -q_i \dfrac{x_7^2}{2} = -\dfrac{\gamma A\omega^2 \ell}{g} \cdot \dfrac{x_7^2}{2}$

$x_7 = 0$ бўлса, $M_8 = 0$ ва $x_7 = \ell$ да $M_8 = -\dfrac{\gamma A\omega^2 \ell^3}{2g}$

IX—IX қирқим. $M_9 = 0$

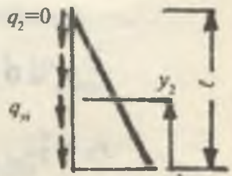
Энг катта эгувчи момент *В* таянч кесимида ҳосил бўлади.

$$M_{\max} = \frac{5}{2} \cdot \frac{\gamma A \varpi^2 \ell^3}{g}$$

Берилган системанинг *СД* ва *ИК* вертикал қисмларида бўйлама куч ҳосил бўлади, чунки куч интенсивлиги, *Б* ва *В* реакция кучлари фақат *СД* ва *ИК* стержень ўқларига проекция беради.

$$N_1 = 0;\ N_2 = 0;\ N_3 = 0;\ N_4 = q_i 2\ell + \int_0^{y_1=\ell} q_{yi} dy$$

СД узунликда q_i — инерция кучи интенсивлиги тўғри чизиқли қонуният билан ўзгаради. Шунинг учун инерция кучи интенсивлигининг тенг таъсир қилувчиси q_i— таъсир чизиғи билан, уни минимал $q_i = 0$ ва максимал $q_i = \gamma A \omega^2 \frac{\ell}{g}$ қийматларидан ҳосил бўлган учбурчак юзаси билан ўлчанади (337-расм).



$$q_i = \frac{\lambda A \omega^2 \ell}{q}$$

337-расм.

СД участкада *N* куч ўзгариш қонуниятини билишимиз учун $y = 0$ ва $y = \ell$ чегара оралиғидаги қийматларда ҳам инерция кучини аниқлашимиз лозим.

Масалан, $y = y_1$ бўлсин, у ҳолда $q_1 = q_{yi}$ схемадан $\frac{q_i}{\ell} = \frac{q_{yi}}{\ell - y_1}$ ёки $q_{yi} = q_i\left(1 - \frac{y_1}{\ell}\right)$

q_{yi} – инерция кучининг интенсивлиги $y = y_1$ ҳолатидаги қиймати. Демак,

$$N_4 = q_i \cdot 2\ell + \int_0^{\ell} q_i\left(1 - \frac{y_1}{\ell}\right) dy = \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot 2\ell + \int_0^{\ell} q_i dy - \int_0^{\ell} q_i \frac{y_1}{\ell} dy =$$

$$= \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot 2\ell + \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot y_1 \left| - \frac{\gamma A \omega^2 \ell}{g} \cdot \frac{y_1^2}{2\ell} \right|$$

$$y_1 = 0 \text{ бўлса,} \quad N_4 = \frac{\gamma A\omega^2 2\ell^2}{g}$$

$$y_1 = \frac{\ell}{2}; \quad N_4 = \frac{19}{8}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}; \quad y_1 = \ell; \quad N_4 = \frac{5}{2}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}$$

$$N_5 = 0; N_6 = 0; N_7 = 0; N_8 = 0$$

$$0 \le y_2 \le \ell$$

$$N_9 = q_l 2\ell + \int_0^{y_2=\ell} q_{yl} dy = q_l \cdot 2\ell + \int_0^{\ell} q_l\left(1 - \frac{y_2}{\ell}\right)dy = \frac{\gamma A\omega^2\ell}{g}2\ell +$$

$$+\frac{\gamma A\omega^2\ell\cdot y_2}{g} - \frac{\gamma A\omega^2\ell}{g}\cdot\frac{y_2^2}{2\ell}$$

$$y_2 = 0 \quad \text{бўлса,} \quad N_9 = \frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}$$

$$y_2 = \frac{\ell}{2}; \qquad N_9 = \frac{19}{8}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}$$

$$y_2 = \ell; \quad N_9 = \frac{5}{2}\cdot\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}; \quad N_{\max} = \frac{5}{2}\frac{\gamma A\omega^2\ell^2}{g}$$

Системанинг хавфли кесими учун қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$\sigma_{\max} = \frac{N_{\max}}{A} + \frac{M_{\max}}{W} = \frac{N_{\max}}{A} + \frac{32\cdot M}{\pi d^3} \le [\sigma] \text{ ёки}$$

$$\frac{5\gamma A\omega^2\ell^2}{2Ag} + \frac{32\cdot 5\gamma A\omega^2\cdot\ell^2}{2\pi d^3 g} \le [\sigma]; \quad \frac{5\gamma A\omega^2\ell^2}{2g} + \frac{8\cdot 5\gamma A\omega^2\cdot\ell^3}{2dg} = [\sigma]$$

Бу ерда:

$$\omega_p = \omega = \sqrt{\frac{[\sigma]}{\frac{5\gamma\ell^2}{2g} + \frac{20\gamma\ell^3}{dg}}} = \sqrt{\frac{100\cdot 10^3}{\frac{5\cdot 78\cdot 0{,}25}{2\cdot 9{,}81} + \frac{20\cdot 78\cdot 0{,}125}{9{,}81\cdot 0{,}02}}} = 10\,\frac{1}{сек}$$

Бир минутда валикнинг айланиш сони:

$$n = \frac{60\cdot\omega_p}{2\pi} = \frac{60\cdot\omega_p}{2\cdot 3{,}14} = 95{,}54$$

6-масала. Мустаҳкамлик чегараси $\sigma_B = 600\,мПа$; оқувчанлик чегараси $\sigma_T = 300\,мПа$; пўлатдан тайёрланган, диаметри $d = 50$ мм бўлган вални хавфли кесимда $M_б = 320\,Нм$ буровчи ва $M_э = 320\,Нм$ эгувчи моментлар таъсир қилади.

Эгилишдаги нормал кучланишнинг симметрик циклдаги: буралишдаги уринма кучланишнинг тепкили (пульсирующий) циклдаги кучланишга тенг деб қаралиб, хавфли кесим учун эҳтиётлик коэффициенти топилсин.

Ечиш. Энг катта нормал кучланишни аниқлаймиз:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_э}{W} = \frac{32M_э}{\pi d^3} = \frac{32 \cdot 320\,10^3}{3{,}14 \cdot (50)^3} = 0{,}026 \cdot 10^3\,\frac{Н}{мм^2}$$

Энг катта уринма кучланишни аниқлаймиз:

$$\tau_{\max} = \frac{M_б}{W} = \frac{16 \cdot M_б}{\pi d^3} = \frac{16 \cdot 320 \cdot 10^3}{3{,}14 \cdot (50)^3} = 0{,}013 \cdot 10^3\,\frac{Н}{мм^2}$$

Буралишда оқувчанлик чегараси:

$$\tau_{-1} = 0{,}25\sigma_T = 0{,}25 \cdot 300 = 75\,мПа$$

Чидамлилик (бардош бериш) чегараси:
Буралишда: $\sigma_{-1} = 0{,}25\sigma_b = 0{,}25 \cdot 600 = 150\,мПа$
Эгилишда: $\sigma_{-1} = 0{,}43\sigma_b = 0{,}43 \cdot 600 = 258\,мПа$
Кучланишлар концентрацияси:

$$K = 1{,}2 + 0{,}2\,\frac{\sigma_b - 40}{110} = 1{,}2 + 0{,}2\,\frac{600-40}{110} = 2{,}2$$

Масштаб коэффициенти:

$$\beta_m = 1{,}2 + 0{,}1(d-3) = 1{,}2 + 0{,}1(5-0{,}3) = 1{,}67$$

σ ва τ бўйича эҳтиётлик коэффициенти:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\max}} = \frac{\sigma_{-1}}{k\beta_m \cdot \sigma_{\max}} = \frac{250}{2{,}2 \cdot 1{,}67 \cdot 26} = 2$$

$$n_\tau = \frac{\sigma_{\max}}{2} = \frac{13}{2} = 6{,}5$$

Чарчашдан емирилишдаги ва оқувчанликнинг бошланишидаги умумий эҳтиётлик коэффициентларини топамиз:

$$n_{\tau 0} = \frac{\tau_{-1}}{k\, n_\tau + \beta_m n_\tau} = \frac{75}{2{,}2\cdot 6{,}5+1{,}67\cdot 6{,}5} = 2{,}9$$

$$k_{TM} = \beta_m \cdot \kappa = 1{,}67 \cdot 2{,}2 = 3{,}674$$

Буралишдаги оқувчанликка эҳтиётлик коэффициенти:

$$\dot{n}_\tau = \frac{\tau_T}{\tau_{\max}} = \frac{75}{13} = 5{,}77$$

Мустаҳкамликнинг умумий эҳтиётлик коэффициенти:

$$n = \frac{n_\sigma\ \dot{n}_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2+\left(\dot{n}_\tau\right)^2}} = \frac{2{,}7\cdot 5{,}77}{\sqrt{(2{,}7)^2+(5{,}77)^2}} = 2{,}99$$

Чарчашдан емирилишга эҳтиётлик коэффициенти:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot k_{TM}}{\sqrt{n_\sigma^2 + K^2TM}} = \frac{2{,}7\cdot 3{,}674}{\sqrt{(2{,}7)^2+(3{,}674)^2}} = 2{,}17$$

XIV БОБ

ДЕФОРМАЦИЯ ВА КУЧЛАНИШЛАРНИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛ ТЕКШИРИШ

Экспериментал текширишнинг аҳамияти ва принципи [3]. Машина ва иншоот қисмларида ҳосил бўладиган ҳар қандай куч, кучланиш ва деформацияларнинг ҳаммасини ҳам назарий усул билан ҳисоблаб бўлмайди. Айниқса, ташқи кучларнинг симметрия текислиги бўйлаб таъсир этмаслиги, вақтга нисбатан ўзгарувчанлиги, ички кучларнинг концентрацияланиши натижасида ҳосил бўлган деформация ва кучланишларнинг ўзгарувчанлиги уларни аниқлашни қийинлаштиради. Шунинг учун ҳам машина ва иншоот қисмларининг мустаҳкамлик тавсифларини аниқлашда ҳозирги замон экспериментал текшириш усулларидан кенг фойдаланиш зарурияти келиб чиқади.

Экспериментал текшириш машина қисмларининг, бир томондан, техник талабларга жавоб беришини (иш нормасини, маҳсулотнинг сифатини, техник қаров ва бошқаларни) аниқласа, иккинчи томондан, унинг конструкциясини — бўғин бўлакларининг ўлчамларини ва ортиқча оғир бўлмаслигини, улардаги ҳақиқий кучланишни, деформацияни ва материални тўғри танлашни ўргатади.

Одатда, машина ва иншоот қурилмалари бирданига ясалмай, бир қанча ўзгартиришлар киритиш натижасида яратилади. Ўзгартиришлар эса, экспериментал текширишнинг маҳсулидир. Экспериментал текшириш ўзгартиришлар киритиш билан бир қаторда назарий ҳисоблаш усулларини аниқлайди ва бойитиб боради. Экспериментал текшириш натижасида машина бўлакларининг мустаҳкамлиги — $[\sigma]$ ва $[\tau]$ бир неча марта оширилиб, эҳтиётлик коэффициенти —$[n]$ камайтирилади. Натижада машиналарнинг конструкция қисмларини бир неча марта енгиллаштириш ва арзон материал қўллаш мумкинлигини аниқлайди. Бу билан машиналарнинг иш қобилиятлари камаймайди, балки уларни ҳаракатга келтирадиган энергия сарфлари камайтирилади ва маблағ тежаб қолинади.

Мураккаб кучланиш ва динамик юклама таъсиридаги машина қисмларининг мустаҳкамлигини текшириш ва таъминлашда экспериментал текшириш жуда катта аҳамиятга эга бўлади.

Механик текширишлар махсус синаш машиналарида универсал узувчи машиналар, буралишга синаш машиналари ва бошқалар ҳамда асбоблар: стрелкали индикатор, тензометр ва бошқаларда бажарилади. Бундай усулда текширишда материалдан махсус намуна тайёрланади. Бу усул материалнинг умумий мустаҳкамлик, эластиклик тавсифларини аниқлашда қўлланилади.

Материалларни, яъни ишлаб турган машина қисмларини дала шароитида ҳамда ишлаб чиқариш корхоналарида ишдан чиқиш сабабларини аниқлашда юқоридаги усуллардан фойдаланиб бўлмайди. Бундай шароитда деформация ва кучланишларнинг ўзгариш қонунларини аниқлаш электр ўлчаш асбоблари, электротензодатчиклар ёрдамида олиб борилиши мумкин.

Деформация ва унга асосланган кесим кучланишларини аниқлаш учун уч хил датчиклар қўлланилиши мумкин:

1. Пьезоэлектрик датчиклар — сегнетоэлектрик деб аталувчи кристалл моддалар группасидан фойдаланишга асосланади. Бу моддалар пьезоэлектрик самарага эга бўлиб, механик кучланиш ёки деформация таъсирида диэлектрик сиртда ҳар хил номли электр зарядларини ва уларга мос равишда потенциаллар айирмасини ҳосил қилади. Ҳосил бўлган электр зарядлари деформацияга ёки кучланишга пропорционал равишда ўзгаради.

2. Индукцион датчиклар — ферромагнит таёқчанинг деформацияланиши натижасида унга ўралган симда электр юритувчи кучнинг ҳосил бўлишига асосланган.

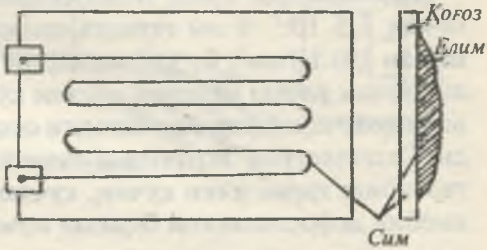
3. Симли датчиклар — механик кучланиш ва деформацияланиши натижасида сим қаршилигининг ўзгаришига асосланган. Симли датчик пьезоэлектрик ва индукцион датчикларга қараганда содда ва тайёрланишининг арзонлиги, ишлатилишининг қулайлиги туфайли кенг тарқалгандир. Симнинг қаршилиги физика қонунларидан маълум бўлиб, у сим ўлчамларига тўғри боғланишда бўлади, яъни:

$$R = \rho \frac{l}{S} \tag{14.1}$$

Бу ҳолда: ℓ — симнинг узунлиги, s — симнинг кўндаланг кесим юзи, ρ — симнинг солиштирма қаршилиги.

Симли датчик диаметри $(O = 0,02 - 0,04\ мм)$ ва солиштирма қаршилиги катта бўлган симдан петля шаклида зичлиги катта қоғозга ёпиштириб ясалган бўлади (338-расм).

Ишлатиш учун у деталга ёпиштирилади. Бу датчик ёрдамида асосан механик куч таъсирида ҳосил бўлган чўзилиш, сиқилиш, эгилиш, буралиш деформациялари ўлчанади (338-расм).



338-расм.

Чўзилиш ва сиқилиш деформациясини электротензометр ёрдамида аниқлаш [3]. Чўзилишга ёки сиқилишга ишлаётган призматик брусларнинг кесимларини тензодатчик ёрдамида чизиқли силжишларини ва уларда ҳосил бўладиган зўриқишларни жуда аниқ ўлчаш мумкин. Бу усул деформацияни ричагли тензометр, стрелкали индикатор ёрдамида аниқлагандан кўра афзал бўлиб, динамик куч таъсирида текширишда тенги йўқ. Чунки тензометр ва индикаторларнинг стрелкалари динамик куч таъсирида содир бўлаётган деформация ва зўриқишларни аниқлаш даврида тўхтовсиз тебранма ҳаракат қилади. Максимал кўрсаткични кўз билан илғаб олиш қийин.

Тензодатчик ёрдамида бруснинг ихтиёрий кесим оралиғидаги, яъни индикторларни ўрнатиш мумкин бўлмаган кесимлардаги деформацияларни ўлчаш мумкин. Бу усул механик кучланиш ва деформацияланиш натижасида тензодатчик қаршилигининг ўзгаришига асосланади (339-а, б расм).

Тензодатчик деформация ўлчаниши керак бўлган брус сиртига бўйлама чўзилишга ёки сиқилишга ишлайдиган тарзда узун томони билан ёпиштирилади. Брус деформацияланиш натижасида унинг сиртига мустаҳкам ёпиштирилган тензодатчик петляси узун томони бўйлаб чўзилиши ёки қисқариши мумкин.

Симли тензодатчикнинг қаршилиги эластиклик деформация чегарасида 0,2—0,5 Ом гача бўлиши мумкин, яъни 100 Ом ли тензодатчикнинг қаршилиги 0,1—0,5 Ом гача ўзгаради.

Шу чегарада пўлат пластинканинг нисбий деформацияси $2{,}5 \cdot 10^{-3}$ % ни ташкил қилади. Кучланиш эса тахминан 200 Н/мм^2. Бу қийматларни ўлчаб олиш учун симли датчик ўлчаш кўприги орқали кўпайтиргич аппаратига ва ниҳоят шлейфли ёки катодли осциллографларга уланади. Осциллограф экранидан олинган қиймат масштаблаш тартибига қараб ички кучни, кучланишни ёки абсолют ва нисбий деформацияни бериши мумкин. Масалан:

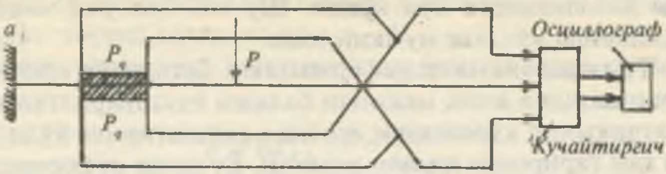
$$K_\rho = \frac{P}{m}\left[\frac{H}{мм}\right]; \qquad K_\delta = \frac{\sigma}{m} = \frac{P}{Am} \tag{14.2}$$

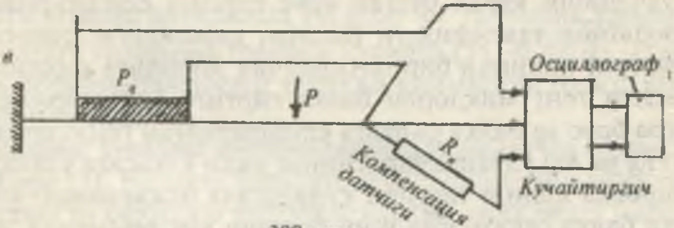
$$K_{\Delta\ell} = \frac{\Delta\ell}{m}\left[\frac{H}{мм}\right]; \qquad K_\varepsilon = \frac{\varepsilon}{m} \tag{14.3}$$

Бу ҳолда: m — осциллограф экранида кучнинг, кучланишнинг ёки деформациянинг ўзгариши натижасида шлейф ёруғлик нуқтасининг оғиши.

Тензодатчик электр токига уланганда қизиши мумкин. Натижада унинг қаршилиги деформацияга боғлиқ бўлмаган ҳолда ўзгаради. Бунинг олдини олиш мақсадида деформация ўлчанаётган объектдаги тензодатчик қаршилигига тенг бўлган бир хил тавсифли иккинчи тензодатчик олинади ва у деформацияланмайдиган, лекин ташқи шароити бир хил бўлган объектга ёпиштирилади ҳамда ўлчаш кўпригининг иккинчи бўш елкасига уланади. Бундай уланган тензодатчикка компенсация датчиги дейилади.

Деформация миқдорининг аниқлиги брусга ёпиштирилган тензодатчикни тарировка қилишга боғлиқ. Тензодатчик фақат бир объектни ўлчаш учун яроқли бўлиб, уни олдиндан тарировка қилиб бўлмайди. Чунки тензодатчик объектга ёпиштирилганида у деталь билан бир бутун бўлиб





399-расм.

кетади ва уни қайтадан кўчириб олиш ва бошқа объектга ёпиштириш мумкин эмас. Тензодатчик ёпиштирилган бруснинг деформациясини бир вақтда ричагли тензометр ва тензодатчик ёрдамида лаборатория шароитида ўлчаб олиш йўли билан тарировка қилиш мумкин. Тензометри орқали бруснинг нисбий деформацияси қуйидагича аниқланади:

$$\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{h}{20m}$$

Бу ҳолда: h — тензометр шкаласининг бўлакчалари; m —тензометрнинг кўпайтириш коэффициенти. У 1000—1200 атрофида бўлиб, тензометрнинг паспортида берилади; ℓ —тензометр базаси (ℓ =20—50 мм оралиғида бўлади). Сўнгра ўлчаш кўприги уланган блок схема (кучайтиргич ва осциллограф) орқали тензодатчик қаршилигининг ўзгариши ёки унга пропорционал равишда ток кучи ва кучланишларнинг ўзгариши осциллограф экрани орқали ўлчаб олинади (h) ва нисбий деформациянинг масштаб қиймати топилади.

Бу усулда топилган масштаб ричагли тензометрни ўлчаш аниқлигига боғлиқ бўлиб, у жуда аниқ бўла олмайди. Чунки тензометр шарнирларининг ишқаланишига ишлаши ва шкала бўлакларининг аниқ ўлчаб бўлмаслиги анча хатоликларга йўл қўяди. Шу сабабли уни машина қисмларида қўллаш мумкин эмас.

Тензодатчикнинг деформацияга боғлиқ ўзгаришини деформацияси аниқ иккинчи балкага ёпиштирилган тензодатчикнинг кўрсатиши асосида солиштириш йўли билан ҳам тарировка қилиш мумкин. Бу ҳолда деформацияси ўлчаниши керак бўлган брус сиртига ёпиштирилган тензодатчик тавсифидаги (базаси, қаршилиги, симнинг диаметри) иккинчи бир тензодатчик эгилишга қаршилик моменти тенг миқдорли балка сиртига ёпиштирилади, сўнгра брус ва балка сиртига ёпиштирилган тензодатчиклар (*Rg* ва *R*т) ўлчаш кўпригининг икки елкасига уланади. Тарировка қилиш тартиби қуйидагича бажарилади: консолли балка секин-аста ўсиб борувчи куч таъсирида эгилади ва балка сиртининг нисбий деформацияси унга ёпиштирилган тензодатчик *R*т ёрдамида аниқланади (осциллограф экранида h_ε). Гук қонунига биноан бу деформация қуйидагига тенг:

$$\sigma = E\varepsilon_T \qquad (14.4)$$

Кучланиш эса эгилишга тенг қаршилик моментли балка учун ўзгармас бўлиб, қуйидагича топилади:

$$\sigma = \frac{P\ell}{\frac{\ell h^2}{6}} = const \qquad (14.5)$$

$$K_{\varepsilon T} = \frac{\varepsilon_T}{h_T} \text{ ёки } K_{\Delta\ell T} = \frac{\Delta\ell_T}{h_T}$$

Сўнгра балкани тинч ҳолатда қолдириб, деформацияси ўлчаниши керак бўлган брусни секин-аста ташқи куч таъсирида чўза бошлаймиз. Унинг чўзилиши натижасида унга ёпиштирилган тензодатчик ҳам чўзилади ва қаршилиги ўзгариб, ўлчаш кўприги диагоналидан ток ўта бошлайди. Бу ток кучайтиргич орқали кучайтирилиб, осциллограф барабанидан ёзиб олинади ёки ўлчаб олинади. $h_Д$ амплитудага тўғри келган нисбий деформация қуйидагича топилади: $\varepsilon_Д = K\varepsilon_T \cdot h_Д$ ёки $\Delta\ell_Д = h_Д K_{\Delta l T}$

Нисбий деформацияни билган ҳолда абсолют деформацияни топиш мумкин: $\Delta\ell = \varepsilon_Д \cdot \ell$

Сўнгра кучланиш эластиклик модули ва ички кучлар топилади:

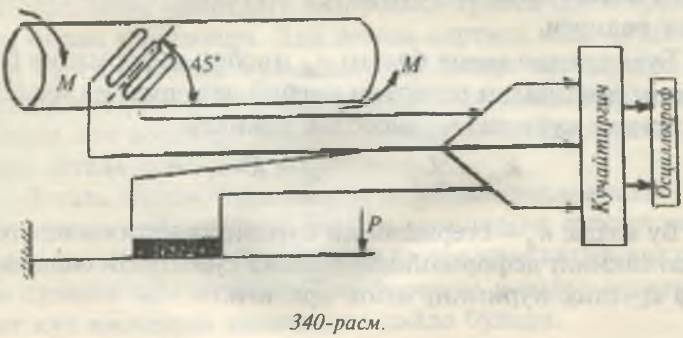
$$\sigma = E\varepsilon_Д; \quad E = \frac{\sigma}{\varepsilon_Д}$$

Масштабни аниқлашда *РД* нинг $\Delta\ell$ га боғлиқ ўзгариш қийматига тарировка графаси қурилса (341-б расм) стержень деформациясининг ҳақиқий қийматини топиш янада осонлашади.

Валнинг буралиш деформациясини тензодатчик ёрдамида аниқлаш [3]. Валнинг буралиш деформациясини аниқлаш чўзилиш ва сиқилиш деформациясини аниқлашга нисбатан мураккаб бўлиб,уни кўпинча чўзилиш деформацияси учун топилган рухсат этилган кучланиш орқали аниқланади. Бунда буралишга ишлаётган цилиндрик сиртнинг сиртида олинган цилиндр ясовчига 45° қияликдаги толаларнинг буралиш натижасида чўзилиш ва сиқилишга ишлаши асос қилиб олинади.

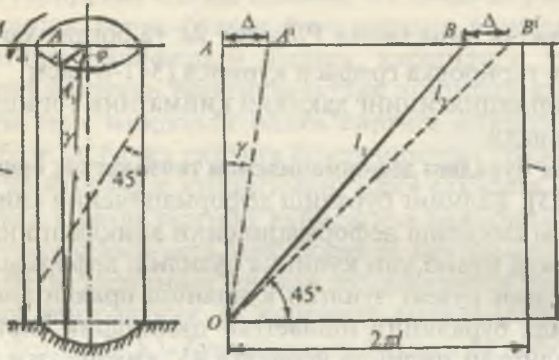
Цилиндрик сиртга 45° қияликда битта тензодатчик ёпиштирилиб ва иккинчи тензодатчик (компенсация учун олинади)эгилиш кучланиши ўзгармас балкага ёпиштирилса, юқоридаги ўлчаш кўприги ҳосил бўлади (340-расм).

Цилиндрик сиртга 45° қияликда ёпиштирилган тензодатчикнинг буралиш натижасида деформацияланиши ва уни эгилишга ишлаётган балканинг деформацияси билан боғланишини аниқлаш учун цилиндрик сиртнинг тақсим-



340-расм.

ланишини кўриб чиқамиз (340-расм): L_1— тензодатчик ёпиштирилган қия текислик толаларининг узунлиги; L_2— L_1 нинг деформациядан кейинги узунлиги; γ — нисбий силжиш бурчаги.



341-расм.

Нисбий бўйлама деформация $\varepsilon = \frac{\ell_2 - \ell_1}{\ell_1}$ эканини эътиборга олиб, цилиндр сиртида олинган 45° қияликда толанинг нисбий деформациясини топамиз:

$$\varepsilon_{45} = \frac{1}{2}\gamma = \frac{1}{2}\cdot\frac{\Delta}{\ell} = \frac{1}{2} r \frac{\varphi}{\ell} \qquad (14.6)$$

Бу ҳолда: ℓ — стерженнинг узунлиги; φ — стержень эркин учининг буралиш бурчаги; r— стержень кесим юзасининг радиуси.

Буралишдан ҳосил бўлган ε_{45} нисбий деформация балканинг эгилишдан топилган нисбий деформация масштаби орқали қуйидагича ҳисоблаб олинади:

$$K_{\varepsilon\ell} = \frac{\varepsilon_T}{h_T}; \qquad \varepsilon_{45} = K\cdot\varepsilon_T\cdot h_Д$$

Бу ҳолда: $h_Д$— стерженнинг буралиши натижасида тензодатчикнинг деформацияланишини кўрсатувчи осциллограф ёруғлик нурининг оғиш оралиғи.

Буралиш ε_{45} нисбий деформацияга тўғри келган буралиш бурчаги қуйидагича топилади: $\varphi = \frac{2\ell\varepsilon_{45}}{r}$

Буровчи момент эса: $\varphi = \frac{M\ell}{GJ_p}$ дан

$$M = \frac{GJ_p\varphi}{\ell} \quad \text{ёки} \quad M = \frac{2\varepsilon_{45}\,GJ_p}{r\,\ell} = \frac{2GJ_p\varepsilon_{45}}{r}$$

Бу ҳолда: $J_p = \frac{\pi d^4}{32}$ — кесим юзанинг қутб инерция моменти; $G = 0{,}4 \cdot E = 8 \cdot 10^4 \frac{H}{мм^2}$ силжишдаги эластиклик модули.

Шундай қилиб, буралиш деформацияси $\varepsilon_{45}\,\varphi$ ва M ларни эгилишга тенг қаршилик моментли балканинг эгилиш деформацияси орқали тензодатчик ёрдамида аниқлаш мумкин экан. Бу усул машина ва иншоот қисмларини ишлаб чиқариш жараёнида ёки дала шароитида мустаҳкамликка текшириш талаб этилганида кенг қўлланилади.

Лок қопламалари усули [4]

Лок қопламалари усулидан, одатда, деформация ва кучланишлар тақсимланишини, шунингдек, деталь сиртидаги кўп юкланган зоналарини аниқлашда фойдаланилади.

Синовдан олдин деталнинг текшириладиган сирти ёки унинг модели юпқа махсус мўрт лок билан (0,07—0,15 мм), масалан, канифольцеллулоид локи(целлулоид қўшилган канифолнинг спиртдаги ёки бошқа эриткичдаги эритмаси) билан қопланади. Лок деталь сиртига ясси чўтка билан суртилади ёки пульверизатор билан пуркалади, ёки деталь лок солинган идишга ботириб олинади. Қуритилгач (баъзи лок сортлари маълум ҳароратда қиздирилиши керак) деталь синовдан ўтказилади.

Деталь билан биргаликда деформацияланадиган лок қатламида пайдо бўлган дарзлар синовнинг асосий натижаси ҳисобланади. Юк ортиши билан улар кетма-кет пайдо бўлиши ҳам мумкин. Энг биринчи дарзлар деталнинг энг кўп юкланган зоналарида пайдо бўлади.

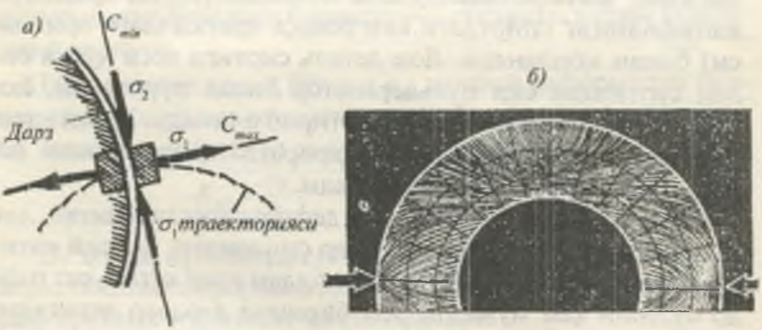
Дарзлар ҳосил қилишнинг иккита усулидан, яъни детални юклантириш ва юксизлантириш усулидан фойдаланилади.

Биринчи усулда лок деталь сиртига у юклангунга қадар суртилади. Табиийки, деталь юкланганида пайдо бўладиган дарзлар сиртнинг ҳар бир нуқтасида энг катта чўзилиш йўналишига перпендикуляр йўналишда, яъни бош чўзилиш ε_1 ёки бош кучланиш σ_1 йўналишига перпендикуляр жойлашади (342-а расм).

Шундай қилиб, юкланганда пайдо бўладиган дарз ҳар бир нуқтада σ_2 йўналишга мос тушади ва бу кучланиш траекторияси ҳисобланади. Ушбу усул билан диаметри бўйлаб сиқилган алюминий ҳалқанинг қопламасидаги дарзлар 342-расмда кўрсатилган.

Дарзлар олишнинг иккинчи усулида локни юкланган деталнинг сиртига суртилади. Лок қуригач, деталь аста-секин юксизлантирилади, бунда юксизлантириш жараёнида деталь сиқилган йўналишда чўзилиш юзага келади ва аксинча. Юксизлантириш натижасида σ_1 траекторияси билан устма-уст тушувчи дарзлар пайдо бўлади, юклантириш процессида эса σ_2 траекторияси йўналишида дарзлар пайдо бўлган эди.

Лок қопламлари ёрдамида бош кучланишлар йўналиши топилгач, кучланишлар қийматини топишнинг энг ишончли усулларидан бири деформацияларни тензометрлар ёрдамида ўлчашдир. Бунинг учун керакли нуқталарга



342-расм.

σ_1 ва σ_2 йўналишларда иккитадан тензометр (ёки датчик) қўйилади, улар ёрдамида ε_1 ва ε_2 деформациялар ўлчаниб, бош кучланишлар ҳисоблаб топилади. Тензометрсиз деформация қийматини, баъзи ҳолларда кучланишни аниқлашга имкон берадиган лок қопламалари усули ҳам мавжуд, лекин бунда маълум чегаравий нисбий чўзилиш ε_g да дарзлар пайдо бўладиган юқори сифатли локлардан фойдаланиш керак бўлади. Одатда $\varepsilon_g = 3{,}5 \cdot 10^{-4}$ қийматли локлардан фойдаланилади. Бу қиймат пўлатдаги $\varepsilon_g E = 3{,}5 \cdot 10^{-4} \times 2 \cdot 10^{6} = 700$ кгк/см2 кучланишга тўғри келади.

Шуни айтиш керакки, лок қопламасида дарзларнинг пайдо бўлишига кўпгина омиллар сезиларли таъсир қилади (лок қуриганида пайдо бўладиган чўкиш кучланишлари, деталь ва қоплам материалларининг эластик хоссалари турлича бўлиши, синов вақтидаги ҳаво температураси ва бошқ.). Бу омиллардан баъзилари ҳисоб йўли билан, шунингдек, тарировка қилинувчи намуналар билан ҳисобга олиниши мумкин; намуналарда ε_g лар синов шароитлари билан бир хил шароитларда топилади. Лок қопламалари усулида кучланишлар миқдорини топиш аниқлиги нисбатан унча катта эмас $(\pm 15\%)$.

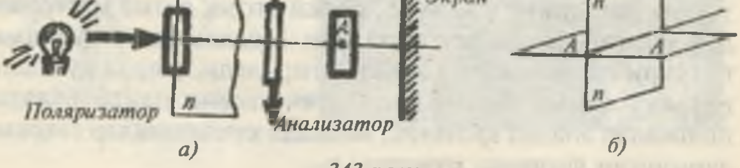
Бу усулда деталларда, айниқса мураккаб шаклли деталларда кучланишлар тақсимланишининг сифатини тез аниқлашда фойдаланиш мақсадга мувофиқдир. Лок қопламалари усулидан ҳаракатланаётган деталларда ва зарбий юклама таъсир этганида фойдаланса ҳам бўлади.

Кучланишларни поляризацион — оптик усулда аниқлаш [4]. Усулнинг физик асослари. Оптик усул баъзи шаффоф (тиниқ) деформациялангандан оптик жиҳатдан анизотроп бўлиб қолиш хоссасига, деформацияланган ҳолатда улар (шиша, целлулоид, желатин, бакелит ва б.) нурни иккига ажратиб синдириш хоссасига асосланади. Бундай материалларга оптик актив материаллар дейилади. Оптик усулда деталнинг ўзи эмас, балки оптик актив материалдан ясалган модель текширилади. Модель оптик қурилмага, яъни полярископга жойлаштирилади, у ерда қутбланган нур оқими билан қопланган тасвир пайдо бўлади, полосалар анализ қилиниб, моделда кучланишлар тақсимланишини ўрганиш мумкин.

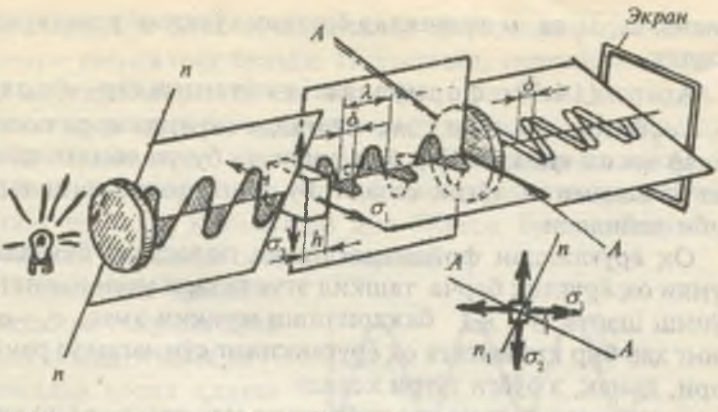
Маълумки, табиий ёруғлик нурида унга перпендикуляр бўлган барча йўналишларда ёруғлик тебраниши мавжуд бўлиб, ёритиладиган жисм яқинида ёруғлик тебранишларининг манбаи бетартиб жойлашади. Қутбланган нурда тебранишлар тартибли бўлади. Агар тебранишлар битта текисликда содир бўлса, текис қутбланиш дейилади; текисликнинг қутбланиш текислиги дейилади. Қутбланган нур олиш учун табиий нурни қутблагич (поляризатор) орқали ўтказилади. Исланд шпати кристалларидан елимлаб тайёрланадиган Никол призмаси қутблагич бўлиб хизмат қилиши мумкин. Қутблагич тебранишларни аниқ бир текисликда ўтказиб, унга перпендикуляр бўлган ташкил этувчиларни сўндиради.

343-а расмда ёруғликни текис қутбловчи полярископ асосий қисмларининг жойланиши схематик тарзда кўрсатилган. Қутблагич ва анализатор полярископнинг асосий қисмлари ҳисобланади. Анализатор ҳам поляризатор каби призмадан иборат, лекин иш ҳолатида шундай буралганки, 343-б расмда кўрсатилган А—А ва П—П лар билан кўрсатилган қутбланиш текисликлари ўзаро перпендикуляр жойлашган. Бундай ҳолда модель бўлмаса ёки у юкланмаган бўлса, экран қоронғилаштирилган бўладидан поляризатордан ўтган ёруғлик нури анализатор билан сўндирилади.

П—П текисликда қутбланган ёруғлик нури (349-расм) моделдан ўтишда ҳар бир нуқтада тебраниш текисликлар ўзаро перпендикуляр бўлган ва σ_1, σ_2 бош кучланишлар йўналишига мос келувчи иккита нурга ажралади. Бош кучланишлар қиймати ҳар хил бўлганлигидан модель материалининг мазкур текисликлардаги оптик хоссалари ҳам турлича бўлади — υ_1 ва υ_2 ҳам турлича бўлади, натижада



343-расм.



344-расм.

уларга моделнинг h қалинлигини ўтиш учун h/υ_1 вақт керак бўлса, иккинчисига h/υ_2 вақт керак бўлади.

Вақтлар орасидаги фарқ

$$\Delta t = \frac{h}{\upsilon_2} - \frac{h}{\upsilon_1} = \frac{h(\upsilon_1 - \upsilon_2)}{\upsilon_1 \upsilon_2} \qquad (\text{а})$$

га тенг. Вақтлар орасидаги фарқ Δt туфайли биринчи нурнинг тўлқинларидан δ қийматга олдин кетади; бунга нурлар йўли орасидаги фарқ дейилади ва у $\delta = \Delta t \upsilon$ (б) га тенг, бу ерда υ — нурнинг ҳаводаги тезлиги.

Нурлар йўли орасидаги фарқ 349-расмда график тарзда тебранишларни тасвирловчи синусоидаларнинг силжиганлиги билан тасвирланган.

Тажрибалар билан шу нарса аниқланганки, тезликлар орасидаги фарқ $\upsilon_1 - \upsilon_2$ бош кучланишлар орасидаги фарққа тўғри пропорционал бўлади, яъни: $\upsilon_1 - \upsilon_2 = c(\sigma_1 - \sigma_2)$ (в).

Бу ерда c — модель материалнинг оптик активлигига боғлиқ бўлган ўзгармас қиймат.

(а), (б) ва (в) ларни ўзаро таққослаб, фотоэластик қонунини миқдор жиҳатдан ифодаловчи қуйидагича формулани ёзиш мумкин:

$$\delta = c_\lambda h(\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (14.7)$$

Бу ерда c_λ — модель материалининг хоссаларига ва ёруғлик тўлқини узунлигига боғлиқ бўлган ўзгармас коэффициент; υ_1, υ_2 ва υ тезликлар ёруғлик тўлқини узунлигига боғлиқ.

Агар (14.7) формулада кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2$ бўлса, $\delta = \lambda, 2\lambda, ...m\lambda$ бўлганда экранда қора полосалар ҳосил қилади. Ҳар бир полосага бутун сондан иборат ўз рақами m тўғри келади, бу сонга полосанинг тартиби дейилади.

Оқ ёруғликдан фойдаланилганда полосалар бўялади, чунки оқ ёруғлик барча ташкил этувчилари учун нурнинг сўниш шарти $\delta = m\lambda$ бажарилиши мумкин эмас. $\sigma_1 - \sigma_2$ нинг ҳар бир қийматига оқ ёруғликнинг сўнмаган ўз ранглари, демак, з бўёғи тўғри келади.

$\sigma_1 - \sigma_2$ нинг ўзгармас қийматига мос келувчи бир хил бўёқлар изохромлар деб аталади. Изохромлар монохроматик ёруғликда олинадиган қора (бўялмаган) полосаларга ҳам тегишлидир.

Мазкур қора полосалар расмига қараб модель нуқталаридаги $\sigma_1 - \sigma_2$ бош кучланишлар фарқини аниқлаш мумкин.

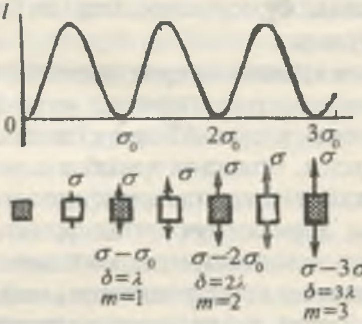
Нурлар йўлида тўлқин узунлигига тенг фарқни келтириб чиқарувчи бош кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0$ нинг қиймати модель полосасининг қиймати деб аталади. $\delta = \lambda$ бўлганда формуладан қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\sigma_0 = \frac{\lambda}{c_1 h} \tag{14.8}$$

Фараз қилайлик, моделга тушадиган юклама ортиб боради ва қандайдир нуқтадаги $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқ кетма-кет $\sigma_0, 2\sigma_0 ..., m\sigma_0$ қийматларга эришади. Нуқтадаги уларга мос келувчи йўл фарқи $\delta = \lambda$, $2\sigma_0 ..., m\sigma_0$ ларга тенг бўлади, улар экранда биринчи, иккинчи, ..., m тартибли қора полосалар деб аталади. Улар ёритилган нуқталар билан алмашинади. Бу 345-расмда нур интенсивлиги I нинг кучланишлар фарқи $\sigma_1 - \sigma_2$ га боғлиқлиги график кўринишда тасвирланган. Қуйида бу боғланиш оддий чўзилишга ишлайдиган элемент ёритилишининг алмашиниш картинаси билан намойиш қилинган.

Айтилганлардан кўриниб турибдики, агар синалаётган моделда m тартибли полоса кузатилса, бу полосанинг нуқталаридаги бош кучланишлар фарқининг қиймати $\sigma_1 - \sigma_2 = m\sigma_0$ га тенг бўлади. Полосанинг тартиби юклама ошиши жараёнида полосанинг исталган нуқтасидаги қора полосалар сонини бевосита санаш йўли билан аниқлайди. Одатда, полосанинг тартиби унинг ноль полосага нисбатан тартиб номерига ($\sigma_1 - \sigma_2 = 0$ нуқталарда ташқи юкламанинг исталган қийматида) мос бўлади, бу полосанинг тартибини топишни осонлаштиради.

Полосанинг қиймати σ_0 моделда тажриба йўли билан қиймати аниқ кучланишлар ҳосил қилиш ва ҳосил бўлган полосалар картинасини кузатиш йўли билан топилади. Масалан, чўзилишда экранда биринчи тартибли қора полоса ҳосил қилувчи P кучини топиб $\sigma_0 = P/F$ ни аниқлаш мумкин.



351-расм.

Материалнинг оптик аниқлиги қанча катта бўлса, полоса қиймати шунча кичик бўлади. Желатин энг сезгир ҳисобланади, унда $h = 1$ см бўлганида $\sigma_0 = 0{,}02\,\frac{кгк}{см^2}$. Ишлатиладиган оддий материаллар (бакелит ва ҳ.к.) учун бу миқдор 12 кгк/см^2 га, целлулоид учун 30—60 кгк/см^2 га, шиша учун 260—500 кгк/см^2 га тенг бўлади.

Шундай қилиб, оптик усулда бевосита тажрибадан бош кучланишларнинг фақат йўналиши ва уларнинг қийматлари фарқи — $\sigma_1 - \sigma_2$ топилади. Бу моделнинг ҳар бир нуқтасида текис кучланиш ҳолатининг формуласини қўллаб исталган қия юзачадаги уринма кучланишларни аниқлаш имконини беради:

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \cdot \sin 2\alpha \qquad (14.9)$$

Хусусан ҳар бир нуқтадаги τ_{max} аниқланади, чунки:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{max}$$

Нуқта чизиқли кучланиш ҳолатида бўлганида ($\sigma_1 = \sigma$, $\sigma_2 = 0$) $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқ кучланишнинг ўзига тенг бўлади. Тажриба натижасидан топилган қиймат модель контурининг юкланмаган нуқтасида шундай ҳолатни кўрамиз.

Умумий ҳолда кучланиш ҳолати ҳақида тўла тасаввур ҳосил қилиш учун $\sigma_1 - \sigma_2$ фарқдан ташқари, ҳар бир бош кучланишнинг қийматини ҳам билиш керак ёки бошқача айтганда, бу кучланишларни бир-биридан ажратиш керак бўлади.

Бош кучланишларни ажратиш. (Моделдан деталга ўтиш). Кучланишларни ажратиш учун бир неча усуллар таклиф қилинган, улардан бири қўшимча тажриба ўтказишни талаб қилса, бошқаси ҳисоблаш усулига асосланган.

Эластиклик назариясида текис масала шароитида бўлган жисмда кучланишларнинг тақсимланиши материалнинг эластиклик доимийларига (эластиклик модули E га. Пуассон коэффициенти μ га) боғлиқмаслиги исботланади. Демак. турли материаллардан ясалган деталь ва унинг моделида улар геометрик ўхшаш ва уларга таъсир қиладиган юкламалар ўхшаш бўлса, деформация ва кучланишларнинг тақсимланиш қонуни бир хил бўлади. Бу моделдаги кучланиш $\sigma_{мод}$ дан деталдаги уларга мос келувчи кучланиш σ га

$$\sigma = \frac{h_м}{h} \cdot \frac{s_м}{s} \frac{P}{P_м} \cdot \sigma_{мод} \qquad (14.10)$$

формула бўйича ўтиш имконини беради. Бу ерда $h_м / h$ – модель ва деталь қалинликларининг нисбати; $S_м / S$ — модель ва деталь контурининг бир-бирига мос келувчи чизиқли ўлчамларининг нисбати; $P/P_м$— деталь ва моделга тушадиган юкламаларнинг нисбати.

(14.10) формуладан фойдаланиш мумкин бўлмайдиган ҳоллар (моделнинг кўп боғланишли контури, яъни тешиклари бўлган пластинканинг контури) ҳам бор, бундай ҳолларда юқоридаги формуладан тахминий формула (лекин бирмунча аниқроқ) сифатида фойдаланилади.

Материаллар қаршилиги фанини ўқитиш услубиятига доир

Ўзбекистонда содир бўлаётган ижтимоий-иқтисодий ўзгаришлар, фан билан ишлаб чиқариш интеграциясини ривожланишида анъанавий ахборот ва ўқитишнинг компьютерли воситалари, глобал масштабдаги телекоммуникацион тармоқ билан тўлдирилиши, ўз навбатида мустақил равишда фикрлашни; эгаллаган билимларни борлиқнинг қайси жойларида ва қай тарзда қўлланиши; ахборотлардан саводли ва мустақил фойдаланишни; маълум бир вазифани тадқиқ қилиш учун зарур омилларни тўплашни билишни, уларни таҳлил қилиш, муаммоларни ечиш гипотезасини илгари суришни; замонавий технологиялардан фойдаланишни тақозо этади.

Ҳозирги замонда фанларни ўқитиш жараёнида замонавий педагогик технологиялар тадбиқ этилмоқда.

Таълимни технологиялаштиришнинг асосини таълим жараёнини самарадорлигини ошириш ва таълим олувчиларни берилган шароитларда ва ажратилган вақт ичида лойиҳалаштирилаётган ўқув натижаларига эришишларини кафолатлаш мақсадида тўлиқ бошқариш ғояси ташкил этади.

Педагогик технология — ўқув жараёнини технологиялаштиришни бутунлигича аниқловчи тизимли категория.

Ўқитиш технологияси — биринчидан, педагогик технологияни жараёнли — ҳаракат аспектини англатади. Бу, таълим жараёнини амалга оширишни инструментал таъминловчи усул ва воситаларнинг тартибли бирлигини ўзида мужассамлаштирган таълим моделини ишлаб чиқиш ва амалга оширишнинг технологик жараёни;

— иккинчидан, педагогик технологиянинг жараёнли-баёнли аспектини, педагогик ҳамда ўқув фаолиятининг лойиҳасини бажаришнинг баёнидир (технологик харита).

Таълим технологияси — педагогик технологиянинг илмий аспектини белгилаш, дарс бериш ва билимларни ўзлаштиришнинг барча жараёнларини қўллаш ва белгилашнинг тизимли усули.

Материаллар қаршилиги умуммуҳандислик фанларининг таркибига кириб, бўлажак мутахассисларга конструкция ва иншоот қисмларини кучланганлик-деформацияланган ҳолатларини таҳлил қилишни, уларни турли деформациялар жараёнида мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблаш усулларини ўргатади.

Материаллар қаршилиги фанини ўқитишдан мақсад ҳар бир мустахассис замонавий талабига тўла жавоб бера оладиган, юқори унумли, мустаҳкамлиги етарлича таъминланган, мумкин қадар енгил, тузилиши оддий конструкция ёки иншоот қисмини лойиҳалашни ўргатишдир.

Фаннинг асосий муаммоси — деформация турлари; мутаҳкамлик, бикрлик ва устуворлик шартлари; конструкцияларни статик ва динамик юкланишида материалларнинг хоссаларини таҳлили. Бу фанни ўрганишда талабалар — математика, физика, чизма геометрия, назарий механика, металлар технологияси фанларини ўзлаштиргандаги билимларига асосланадилар.

Материаллар қаршилиги вазифаларини амалга оширишни тушунтиришда ўқитишнинг қуйидаги усулларидан фойдаланиш мумкин:

— маъруза;

— тарихий воқеани тушунтириш (конкрет конструкция ёки иншоот қисми билан боғлиқ);

— тажриба усули (намойиш усули);

— китоб билан ишлаш;

— машқлар, лойиҳалар (ҳисоблаш-график ишлари) усули;

— суҳбат, мунозара, видео усули.

Ўқитиш самарадорлигини ошириш учун:

— ўқитувчи томонидан мавзу бўйича режа асосида маъруза амалга оширилиб, талабалар тегишли жойларини ёзиб оладилар;

— дарс вақтида тегишли мулоқотлар, савол-жавоблар уюштириш, диалог ва ўтилган дарсни мустаҳкамлаш;

— ўтилган мавзу бўйича доскада мисоллар ишлаш;

— реал машина ва механизмлар моделларидан ва тегишли плакатлардан фойдаланиш;

— дарсга, мавзуга қизиқтириш — мунозара, ҳикоя, тарихий воқеа усулларини қўллаш;

— реал объектлар (мутахассислик бўйича) нинг юкланиш схемаларини тузиш ва ҳисоблаш;

— материаллар қаршилиги фани бўйича олимпиада масалаларини ва бир масалани бир неча хил усулда ечишни ўрганиш;

— дарс мавзуларини тайёрлаб тарқатиш;

— барча топшириқлар, услубий комплексларни (уй ишлари, лаборатория топшириқлари, саволлар мажмуи) кўпайтириб, олдиндан талабаларга тарқатиш;

— дарсларни намуна сифатида видеотасмаларга ёзиб олиб тарқатиш;

— компьютер ёрдамида маъруза матнларини ёзиб тарқатиш;

— ҳисоблаш-график ишларини компьютерда бажариш дастурини ишлаб чиқиш;

— компьютер технологиясидан фойдаланиб талабаларни масофадан ўқитиш;

— электрон дарсликни яратиш талаб этилади.

Ўқитишнинг барча усулларини тадбиқ этишда технологик харита тузилади. Технологик харита умуман фан бўйича тузилиши ҳам мумкин ёки фанни алоҳида-алоҳида мавзулари, тажриба ишлари ва амалий дарслари бўйича ҳам тузилиши мумкин.

Фанни ўзлаштиришда эшитиш, кўриш, ёзиш асосида мавзу бўйича маълумот қисқа қилиб берилади. Талабалар дарсда қайд қилинмаган материалларни қўшимча адабиётлардан ёзиб келадилар. Бу усулда талаба ўзи дарсда ёзган материални ўқиб чиқади ва таҳлил қилади.

Фанни ўқитишда қуйидагиларни эътиборга олиш мақсадга мувофиқ:

— талабалар эгаллаган бошланғич билимларининг ўртача даражаси;

— мавзуларни тушунтиришда оддийдан мураккабга ўтиш;

— назарий масалаларни ўрганишда амалий ва тажриба машғулотларининг мантиқий кетма-кетлигини таъминлаш;

— мавжуд ҳар бир манба — адабиёт, кўргазма ва техник ўқитиш воситасига ўзига хос характеристика бериш;

— ҳар бир талаба бажарадиган индивидуал ҳисоб-график ишлари тегишли равишда қўшимча ижодий изланишларининг мантиқий яхлитлигини таъминлаш ва бошқалар.

Материаллар қаршилиги муаммоларини ҳал қилишда конструкция ёки иншоот қисмини юкланганлик ва деформацияланган ҳолатини таҳлил этиш лозим. У ҳолда уни мустаҳкамлик ва бикрликка ҳисоблаш қуйидаги тартибда олиб борилади:

— ички куч факторларини аниқлаш;

— элемент материалини Гук қонунига бўйсунишини таъкидлаш;

— чизиқли ёки бурчакли деформациялар ички кучга тўғри ва элементнинг бикрлигига тескари пропорционал ўзгаришини ёзиш;

— барча кучланишлар ички кучга тўғри ва кесим юзанинг геометрик характеристикасига тескари пропорционаллигини ёзиш;

— элементларни бикрлик ва мустаҳкамлик шартларини ёзиш;

— бикрлик ва мустаҳкамлик шартлар асосида рационал кесимни ёки рухсат этилган юкни танлаш.

Конструкция ва иншоот қисмларини оддий ёки мураккаб деформация ҳолатларида юқорида келтирилган тартибни инобатга олиш кетма-кетлиги сақланиши ва қуйидаги таянч сигналлари кўринишларига эга бўлиши лозим.

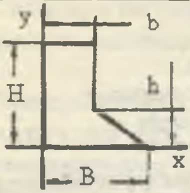
ПЛАКАТЛАР

19-01. Кесиш методи
19-02. Ички куч факторлари
19-03. Чўзилиш ва сиқилиш
19-04. Кам углеродли чўзили ı ı диаграммаси
19-05. Турли материалларнин ˉ чўзилиш диаграммаси
19-06. Пўлат ва чўянни сиқил ıш диаграммалари
19-07. Ёғочни механик характ ристикалари
19-08. Пулатни пластик ва му(таҳкамлик характеристикалари
19-09. Материалларни физика- механик характеристикалари
19-10. Қотишмаларни физика- механик характеристикалари
19-11. Металларни физико-ме (аник характеристикалари
19-12. Деформация тезлигинин ˉ материалларини хоссаларига таъсири
19-13. Температуранинг матер иаллар хоссаларига таъсири
19-14. Нуқтанинг кучланганли к ҳолати
19-15. Доиравий кесимли стер женли буралиш
19-16. Тўғри бурчакли кесим к ззаларининг буралиши
19-17. Чўзилиш ва сиқилишда дифференциал боғланишлар
19-18. Балка ва таянч турлари
19-19. Стерженли соф эгилиш
19-20. Кўндаланг эги.и шда ди фференциал боғланишлар
19-21. Пластиклик ва е миририлиш критерийлари
19-22. Мустаҳкамлик в. пластиклик критерийлари
19-23. Критик кучланиш лар ди.аграммаси
19-24. Турли таянчларга тирал увчи стерженларда критик куч
19-25. Стерженларни ус уворликка амалий ҳисоблаш
19-26. Стерженлар учун бўйлама сиқилиш коэффициенти
19-27. Статик тенгламал р
19-28. Текисликдаги му ззанат тенгламалари
19-29. Геометрик тенгла алар
19-30. Сен-Венан тенгла асп

ДИА ФИЛЬМЛАР

1. Д-1 қисм. Умумий тушунч лар
2. Д-2 қисм. Сиқилиш. Силжи ш. Буралиш
3. Д-1 қисм. Эгилиш. Мураккаб деформация. Устуворлик.

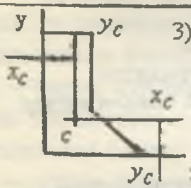
Текис кесим юзаларининг геометрик тавсифлари



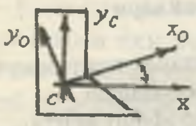
Реал объект - носимметрик шаклли кесим юза

1) Кесимни X ва У ўқларига нисбатан статик моментлари:
$$S_x = \int_A y \cdot dA \qquad S_y = \int_A x \cdot dA$$

2) оғирлик марказини координаталари
$$x_c = \frac{x_1 \cdot A_1 + x_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \qquad y_c = \frac{y_1 \cdot A_1 + y_2 \cdot A_2}{A_1 + A_2}$$
$$x_1 = \frac{b}{2} \qquad x_2 = b + \frac{1}{3}(B - b) \qquad y_1 = \frac{H}{2} \qquad y_2 = \frac{h}{3}$$



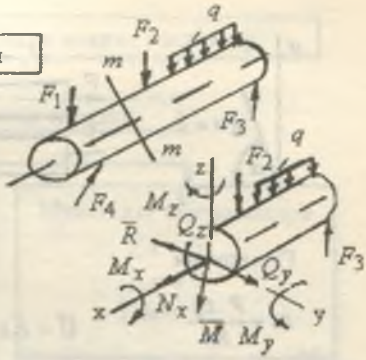
3) Марказий x_c ва y_c ўқларга нисбатан кесимни инерция моментлари
$$I_{xc} = I_x + a^2 \cdot A \qquad I_{yc} = I_y + b^2 \cdot A$$
$$I_{xcyc} = I_{xy} + a \cdot b \cdot A$$



Бош инерция ўқлар йўналишини аниқлаш
$$tg 2\alpha = -\frac{2I_{xcyc}}{I_{xc} - I_{yc}}$$

Бош инерция моментларни экстремал қийматлари:
$$I_{xoyo} = \frac{I_{xc} - I_{yc}}{2} \cdot \sin 2\alpha_0 + I_{xcyc} \cdot \cos 2\alpha_0 = 0$$
$$I_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{1}{2}\left[\left(I_{xc} + I_{yc}\right) \pm \sqrt{\left(I_{xc} - I_{yc}\right)^2 + 4 \cdot I_{xcyc}^2}\right]$$

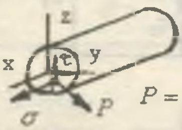
Реал объект - юкланиш схемаси



Кесиш усули, ички куч факторларини аниқлаш

$$\sum x = 0 \qquad \sum M_x = 0$$
$$\sum y = 0 \qquad \sum M_y = 0$$
$$\sum z = 0 \qquad \sum M_z = 0$$

Материалларни кучланганлик ҳолати



$$P = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

Мустаҳкамлик шарти

$$\sigma_{max} \le [\sigma]; \qquad \tau_{max} \le [\tau];$$

Кесимни танлаш

$$A \ge \frac{F}{[\sigma]}$$
$$W \ge \frac{M}{[\sigma]}$$

Рухсат этилган юк

$$F_{pyx} = A \cdot [\sigma]$$
$$M_{pyx} = W \cdot [\sigma]$$

Гук қонуни

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \qquad \tau = \gamma \cdot G$$

Деформация тенгламалари

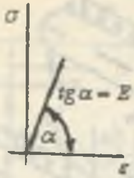
$$\Delta\ell = \frac{F\ell}{EA} \qquad \varphi = \frac{M \cdot \ell}{GI_p}$$

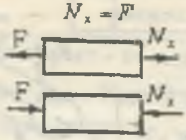
$$EI \cdot y^{II} = M_x \qquad \Delta = \int \frac{MM_1 dx}{EI}$$

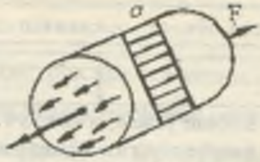
Бикрлик шарти

$$f \le [f] \qquad \varphi \le [\varphi]$$

Материалларнинг хоссаларини ўрганиш







$N_x = \int_A \sigma \cdot dA$

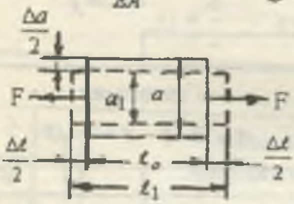
Гук қонуни

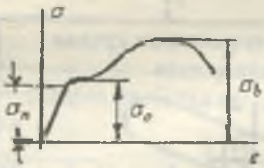
Нормал кучланиш

$\Delta\ell = \frac{F \cdot \ell_o}{EA}$

$\sigma = E\varepsilon$

$\sigma = \frac{F}{A}$





Қолдиқ деформация:

пластиклик $\delta > 5\%$

мўртлик $\delta < 5\%$

Мустаҳкамлик шарт

$\sigma_{max} = \frac{F}{A} \leq [\sigma]$

Рационал кесим

$A \geq \frac{F_{max}}{[\sigma]}$

Чўзилиш ва сиқилишда статик ноаниқ масалалар

Реал объект - юкланиш схемаси

Системанинг деформация-ланган ҳолати

$$\Delta = \Delta_F + \Delta_R = 0$$

$$X_1\delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$$

Мувозанат тенгламалари

$$\sum x = 0$$

$$\sum y = 0$$

$$\sum M = 0$$

Нормал кучланиш $\sigma = \dfrac{N}{A}$

Ички кучлар $N = f(F, R, \Delta)$

Деформация $\Delta\ell = \dfrac{F\ell}{EA}$

Мисол - 1

Реал объект - юкланиш схемаси

Деформация тенгламаси

$$\Delta_B = \Delta_{BF} - \Delta_{ER} = 0$$

$$\Delta_{BF} = \frac{Fa}{EA};\quad \Delta_{BR} = \frac{R(a+b)}{EA}$$

Мувозанат тенгламаси

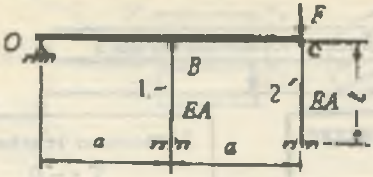
$$\sum y = R_1 - F + R = 0$$

Аниқмаслик даражаси

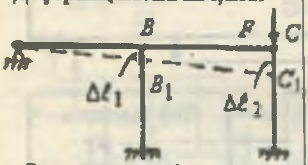
$$S = n - m = 2 - 1 = 1$$

Номаълум куч R - ни топиш $\quad R = F\left(\dfrac{a}{a+b}\right) \quad R_1 = F\left(\dfrac{b}{a+b}\right)$

Мисол - 2



Деформацияланган ҳолат



Стерженлар деформацияларининг боғланиши

$\Delta OCC_1 \infty \Delta OBB_1$ дан

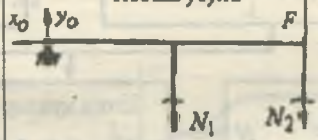
$\frac{CC_1}{2a} = \frac{BB_1}{a}$ ва $\Delta\ell_2 = 2\Delta\ell_1$

Гук қонуни

$\Delta\ell_1 = \frac{N_1\ell}{EA}$; $\Delta\ell_2 = \frac{N_2\ell}{EA}$

унда $N_2 - 2N_1 = 0$

Кесиш усули



Мувозанат тенгламалар

$\sum x = -x_0 = 0$

$\sum y = y_0 - N_1 - N_2 - F = 0$

$\sum M_0 = N_1 a + N_2 \cdot 2a + F \cdot 2a = 0$

$N_1\ 2a + N_2 \cdot 2a + F \cdot 2a = 0$

$N_2 - 2N_1 = 0$

$N_1 = \frac{2}{3}F \rightarrow N_2 = \frac{4}{3}F$

Абсолют узайиш

$\Delta\ell_1 = \frac{2F\ell}{3EA}$; $\Delta\ell_2 = \frac{4F\ell}{3EA}$

Мустаҳкамлик шарти

$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{2F}{3A} \le [\sigma]$

$\sigma_2 = \frac{N_2}{A} = \frac{4F}{3A} \le [\sigma]$

$A \ge \frac{4F}{3[\sigma]}$

$F_{рух} = \frac{3}{2} A \cdot [\sigma]$

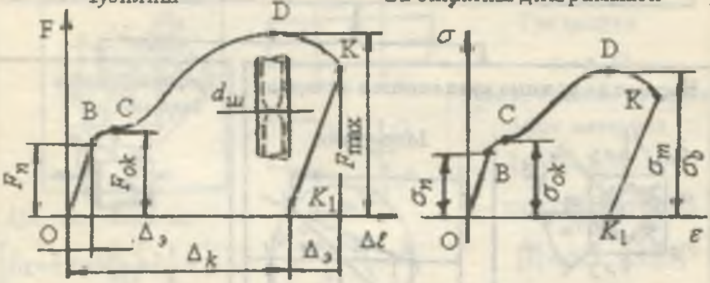
Материалларни хоссаларини тажрибада ўрганиш

↓

Реал материал - намуна, синов машинаси ва мақсади

↓

Чўзилиш ва сиқилиш диаграммаси



↓

Механик хоссалар:

Пропорционаллик чегара

$$\sigma_n = \frac{F_n}{A_0}$$

Оқувчанлик чегара $\sigma_{ok} = \frac{F_{ok}}{A_0}$

Мустаҳкамлик чегара $\sigma_b = \frac{F_{max}}{A_0}$

↓

Рухсат этилган кучланиш

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{ok}}{n}$$

Пластиклик хоссалар:

нисбий қолдиқ деформация

$$\delta = \frac{\ell_1 - \ell_0}{\ell_0} \cdot 100\%$$

нисбий кўндаланг қисқариш $\psi = \frac{A_0 - A_1}{A_0} \cdot 100\%$

$\delta \succ 5\%$ - пластик материал

$\delta \prec 5\%$ - мўрт материал

↓

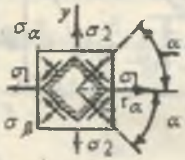
эластик модули $E = tg\alpha$

Пуассон сони $\mu = \frac{\varepsilon'}{n}$

Кучланганлик ва мустаҳкамлик назариялари

Реал объект - кучланганлик тури:
чизиқли; текис, ҳажмий

Нормал ва уринма кучланишни аниқлаш

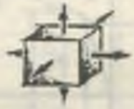


$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2\alpha + \sigma_3 \cdot Sin^2\alpha$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cdot Sin2\alpha$$

Мор усули

Деформацияни таҳлили



$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}[\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}[\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1 - 2\mu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Гук қонуни ҳажмни нисбий ўзгариш

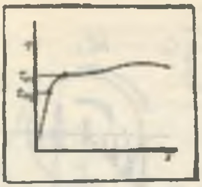
Бош кучланишлар:

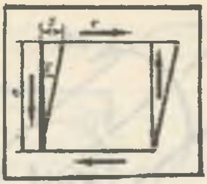
$$\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[(\sigma_\alpha + \sigma_\beta) \pm \sqrt{(\sigma_\alpha - \sigma_\beta)^2 + 4 \cdot \tau_\alpha^2}\right]$$

Конструкицяни мустаҳкамлигини текшириш
Деформацияланганлик ва кучланганликни хавфлик даражаси

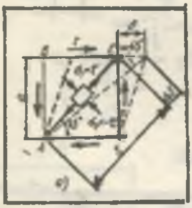
$\sigma_{max} = \sigma_1 < \sigma_0$	$\varepsilon_{max} = \varepsilon_1 < \varepsilon_0$	$\tau_{max} < \tau_0$	$U < U_0$
$\sigma_1 \le [\sigma]$	$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \le [\sigma]$	$\sigma_1 - \sigma_3 \le [\sigma]$	$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$

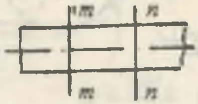
мустаҳкамлик шартлар





$$Q = \int_A \tau \cdot dA = F$$





Гук қонуни

$$\tau = \gamma \cdot G$$

Рухсат этилган кучланиш

мўрт материал

$$[\tau] = (0,8 \ldots 1,0)[\sigma]$$

пластик материал

$$[\tau] = (0,5 \ldots 0,6)[\sigma]$$

Абсолют силжиш

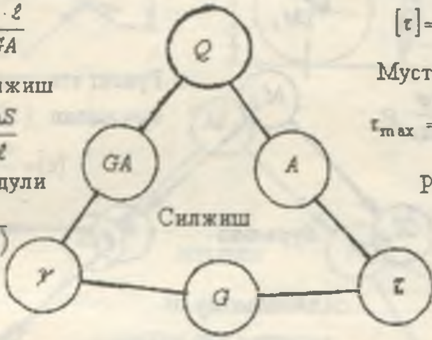
$$\Delta S = \frac{Q \cdot \ell}{GA}$$

Нисбий силжиш

$$tg\gamma = \frac{\Delta S}{\ell}$$

Силжиш модули

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$



Мустаҳкамлик шарт

$$\tau_{max} = \frac{F}{A} \le [\tau] \qquad A \ge \frac{F}{[\tau]}$$

Рационал кесим

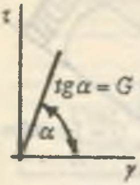
$$A \ge \frac{F}{[\tau]}$$

Парчин михли бирикмани ҳисоблаш:

- қирқилиш $\quad \tau_{max} = \frac{4F}{n\pi d^2} \le [\tau] \qquad n \ge \frac{4F}{\pi d^2 [\tau]}$

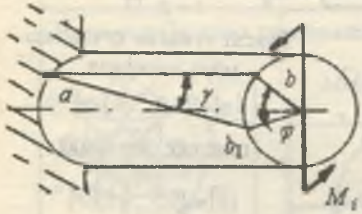
- эзилиш $\quad \sigma_c = \frac{F}{ntd^2} \le [\sigma]_c \qquad n \ge \frac{F}{td^2 [\sigma]_c}$

- чўзилиш ва сиқилиш $\quad \sigma = \frac{F}{t(b - md)} \le [\sigma]$



$$M_б = \sum M_i$$

$$M_б = \int_A \tau \cdot dA \cdot \rho$$



Гук қонуни

$$\tau = \gamma \cdot G = \gamma \cdot \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dx} \cdot \rho$$

Рухсат этилган кучланиш

$$[\tau] = \frac{\tau_o}{n}$$

буралиш бурчаги

$$\varphi = \frac{M_б \cdot \ell}{G \cdot I_\rho}$$

бикрлик шарти

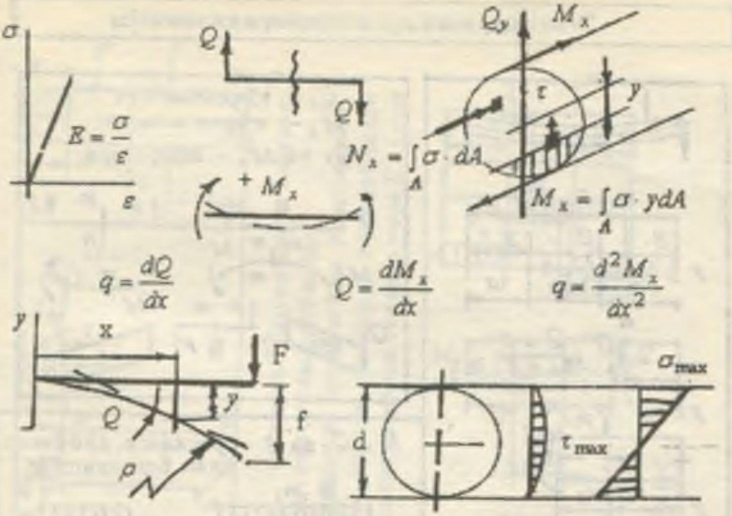
$$\varphi \le [\varphi]$$

уринма кучланиш

$$\tau_б = \frac{M_б}{W_\rho}$$

мустаҳкамлик шарти

$$\tau \le [\tau]$$



$y = f(x)$

$\varepsilon = \frac{y}{\rho}$

$\theta = \frac{dy}{dx}$

$\sigma = \frac{M_x}{I_x} \cdot y$

$\tau = \frac{Q \cdot S_x^o}{I_x \cdot d}$

такрибий дифференциал тенглама

$$EI \cdot y^{II} = \pm M_x$$

бикрлик шарти

$$f \leq [f]$$

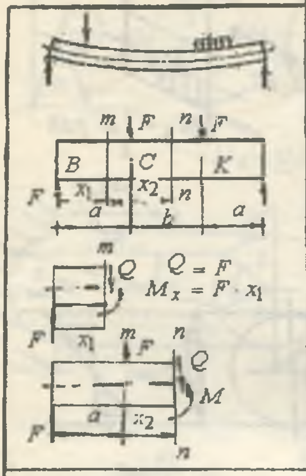
мустаҳкамлик шарти

$$\sigma_{max} = \frac{M_x}{W} \leq [\sigma]$$

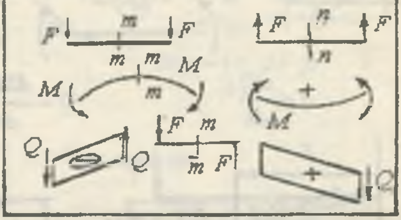
рационал кесим

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]}$$

Эгилищда ички куч факторларини аниқлаш



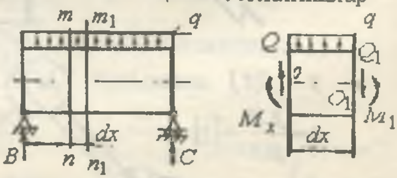
Q_x – кўндаланг куч
M_x – эгувчи момент
Q_x ва M_x – ишоралари

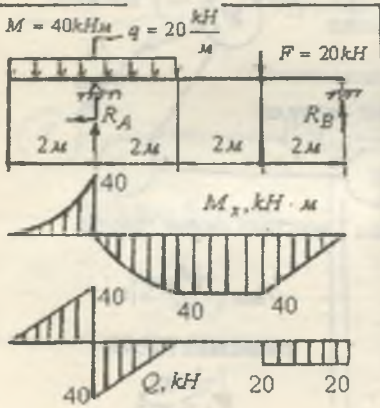


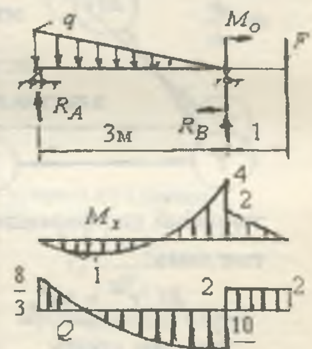
$$q = -\frac{dQ}{dx}; \quad Q = \frac{dM_x}{dx}$$

$$q = -\frac{dQ}{dx} = \frac{d^2 M_x}{dx^2}$$

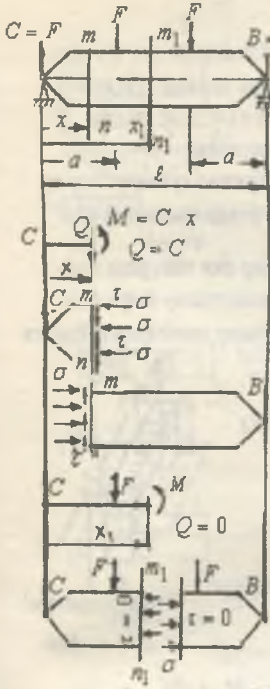
M_x, Q_x ва q - орасидаги дифферен циал боғланишлар



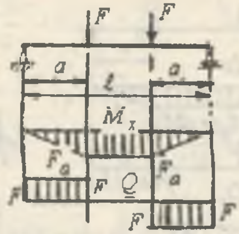


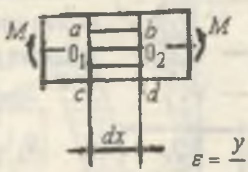


Эгилищда нормал кучланишни аниқлаш



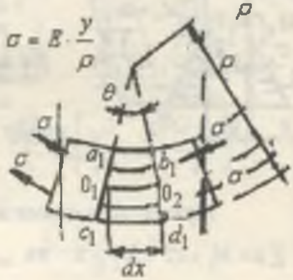
- Фақат нормал кучланиш таъсиридаги балкани деформацияси - соф эгилиш дейилади
- Балкани эгилищда ўз узунлигини ўзгартирмайдиган материал толаси - нейтрал тола дейилади
- Чўзиладиган ва сиқиладиган толалар учун Е - const





$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}$$

$$\sigma = E \cdot \frac{y}{\rho}$$



$\sum x = 0$

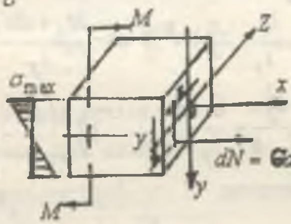
$\sum y = 0$

$\sum z = 0$

$\sum M_x = 0$

$\sum M_y = 0$

$\sum M_z = 0$

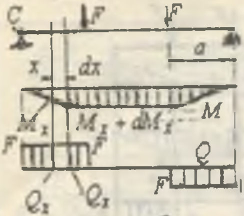


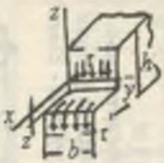
$dN = \sigma dA$

$$M_z = \frac{E}{\rho}\int_A y^2 \cdot dA = \frac{E}{\rho}\cdot I_z$$

$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{EI_z}$ эгрилик радиуси

$$\sigma = \frac{M_z}{I_z}\cdot y \qquad \sigma_{max} = \frac{M_z}{W_z} \le [\sigma] \qquad W \ge \frac{M}{[\sigma]}$$





- Кўндаланг куч Q барча ички уринма кучланиш-ларнинг тенг таъсир қилувчиси
- Уринма кучланишларни жуфтлик аломатига кўра

$$\tau = -\tau$$

- кесимнинг нейтрал ўқидан бир хил масофада жойлашган юзалардаги уринма кучланишлар ўзаро тенг
- балкани эгилишида кесим юзалар текислигича қолади

Чўзувчи кучлар

$$N_1 = \int_A \sigma_x \cdot dA = \frac{M_x}{I_y} \int^A z_1 \cdot dA$$

$$N_2 = \frac{M_x + dM_x}{I_y} \int^A z_1 \cdot dA$$

$KBO_1'C$ - юзани статик моменти

$$S_y^0 = \int^A z_1 \cdot dA$$

Тангенциал куч

$$dT = \tau' \cdot b dx$$

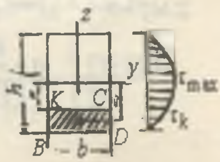
Мувозанат тенгламаси

$$\sum x = N_1 + dT - N_2 = 0 \quad \text{ва} \quad \frac{M_x}{I_y} \cdot S_y^0 + \tau' \cdot b \cdot dx - \frac{M_x + dM_x}{I_y} S_y^0 = 0$$

Уринма кучланиш $\tau = \frac{dM_x}{dx} \cdot \frac{S_y^0}{I_y \cdot b} = \frac{Q \cdot S_y^0}{I_y \cdot b}$ $\quad S_y^0 \frac{b}{2}\left(\frac{h^2}{4} - Z^2\right)$

$$\tau = \frac{6Q\left(\frac{h^2}{4} - z^2\right)}{bh^2}, \quad z = 0 \text{ бўлса } \tau = \tau_{max} = \frac{3Q}{2bh}$$

$$z = \frac{h}{2} \text{ бўлса } \quad \tau = 0$$

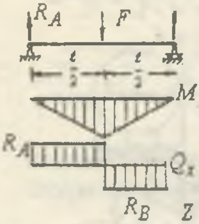


Балканинг мустаҳкамлигини тўлиқ текшириш

$$R_B = \frac{F}{2}$$

Нормал кучланиш $\sigma = \frac{M \cdot Z}{I_x}$

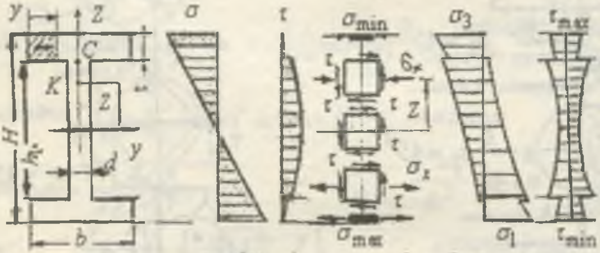
$$Z = 0 \to \sigma = 0; \quad Z = \frac{H}{2} \to \sigma_{max} = \frac{M}{W_{yo}}$$

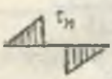


Уринма кучланиш $\tau = \frac{Q \cdot S_x}{I_y \cdot b(d)}$

$$Z = \frac{H}{2} \to \tau = 0; \; Z = h_1 \qquad \tau_o = \frac{Q \cdot t(h_1 - t) \cdot b}{2 I_y b(d)}$$

$$Z = Z_k \qquad \tau_k = \frac{Q}{2 I_y \cdot d}\left[bt(h_1 - t) + d\left(\frac{h_1^2}{5} - Z^2\right)\right]$$





$$\tau_n = \frac{Q \cdot y(H - t)}{2 I_y} \qquad I_y = \frac{d h_1^3}{12} + 2\left[\frac{bt^3}{12} + bt\left(\frac{H - t}{2}\right)^2\right]$$

- Мустаҳкамлик шартлар

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \le [\sigma] \qquad \tau_{max} = \frac{Q \cdot S_{max}}{I_x \cdot d} \le [\tau]$$

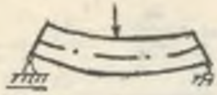
- Бош нормал кучланишлар $\quad \sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\sigma_x \pm \sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2}\right]$

- Мустаҳкамлик назариялар

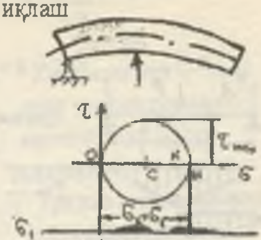
I - назария $\sigma_1 \le [\sigma]$ II - назария $\frac{1-\mu}{2}\sigma_x + \frac{1+\mu}{2}\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$

III - назария $\sqrt{\sigma_x^2 + 4\tau^2} \le [\sigma]$ IV - назария $\sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$

Бош кучланишлар йўналишини аниқлаш

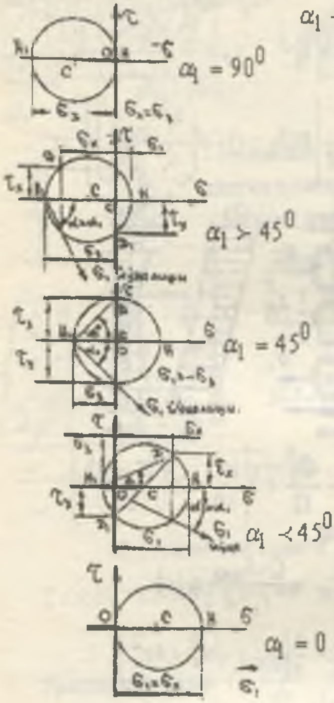


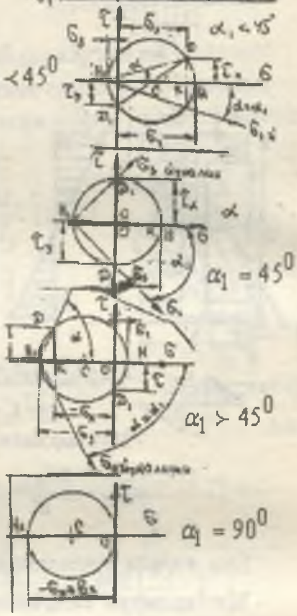
$$tg2\alpha_0 = \frac{-2\tau_x}{\sigma_x}$$



$$\alpha_1 + \alpha_3 = 90^0$$

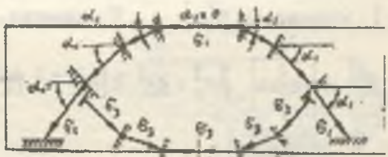
$$\alpha_1 = 0$$



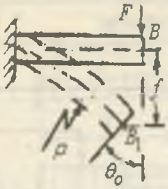


σ_1 – чўзувчи кучланиш

σ_3 – сиқувчи кучланиш



Эгилишда кўчишларни аниқлаш



- эгри ўқ тенгламаси $y = f(x)$
- салқилик ва кесимни айланиш бурчаги ораси-даги боғланиш $\theta = \dfrac{dy}{dx}$
- балканинг эгрилик радиуси бикрлиги ва эгувчи момент орасидаги боғланиш $\dfrac{1}{\rho} = \dfrac{M}{EI}$

- балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламаси

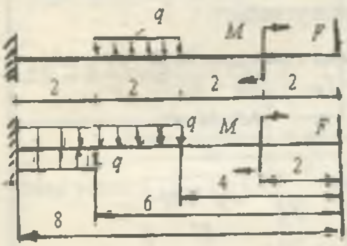
$$EI \cdot \frac{d^2y}{dx^2} = \pm M$$

- эгрилик радиуси ва унинг координаталари орасидаги боғланиш $\dfrac{1}{\rho} = \pm\dfrac{d^2y}{dx^2}$

- кесимнинг айланиш бурчаги $\theta = \dfrac{1}{EI}\left[\int M dx + C\right]$

салқилик $y = \dfrac{1}{EI}\left[\int dx \int M \ dx + Cx + D\right]$

- бошланғич параметрлар усули



- графоаналитик усул

Сохта куч интенсивлиги билан сохта эгувчи момент орасидаги боғланиш

$$\frac{d^2M_c}{dx^2} = q_c \qquad \frac{d^2(EI \cdot y)}{dx^2} = \frac{d^2M_c}{dx^2}$$

ҳақиқий балка

$y = 0$ $y \neq 0$

$\theta = 0$ $\theta \neq 0$

$y = \dfrac{M_c}{EI}$

сохта балка

$M_c = 0$ $M_c \neq 0$

$Q_c = 0$ $Q_c \neq 0$

$\theta = \dfrac{Q_c}{EI}$

- универсал формула

$$\theta = \theta_o + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^2}{2} - M(x-2)^1 - q\frac{(x-4)^3}{6} + q\frac{(x-6)^3}{6}\right]$$

$$y = y_o + \theta_o + \frac{1}{EI}\left[-F\frac{x^3}{6} - M\frac{(x-2)^2}{2} - q\frac{(x-4)^4}{24} + q\frac{(x-6)^4}{24}\right]$$

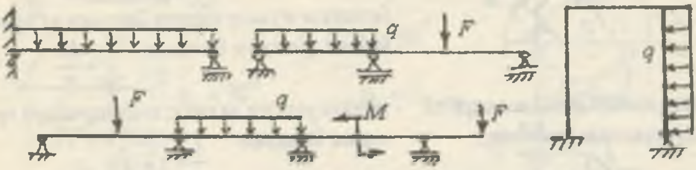
Мор усули

$$f = \int\frac{M \ M_1 dx}{EI}$$

$$f = \frac{\omega \ M_1}{EI}$$

Эгилишда статик ноаниқ масалалар

Реал объект - юкланиш схемаси



Статик ноаниқ системани мувозанат тенгламаларини тузиш ва аниқмаслик даражасини аниқлаш:

$\sum x = 0 \quad \sum y = 0 \quad \sum z = 0$

$\sum M_x = 0 \quad \sum M_y = 0 \quad \sum M_z = 0 \qquad S = n - m$

Статик ноаниқликни очиш усуллари:

- Эгилган ўқ тақрибий дифференциал тенгламаси $EI \cdot y'' = \pm M_x$
- Деформацияни таққослаш $f_B = f_{Ba} + f_{BB} = 0$
- Мор интегралини тадбиқ этиш $f_B = \int_0^{\ell} \frac{M_F M_1 dx}{EI} = 0$
- Верещагин қоидасини тадбиқ этиш $f_B = \frac{\omega_F \cdot M_1}{EI} = 0$
- Уч момент тенгламаси

$$M_1 \ell_1 + 2M_2(\ell_1 + \ell_2) + M_2 \ell_2 = -6\left(\frac{\omega_1 a_1}{\ell_1} + \frac{\omega_2 a_2}{\ell_2}\right)$$

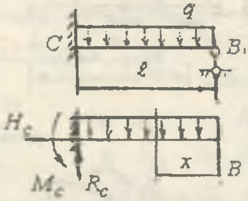
- Каноник тенглама тузиш $x_1 \delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$

Эгувчи момент эпюрасини қуриш

Мустаҳкамликни текшириш

Бикрликка ҳисоблаш

Эгилишда оддий статик ноаниқ масала



Реал объект - статик ноаниқ балка

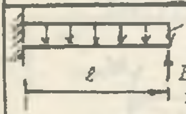
- Мувозанат тенгламалари

$$\sum x = -H_c = 0$$

$$\sum y = R_c - q\ell + B = 0$$

$$\sum M_c = M_c - q\frac{\ell^2}{2} + B\ell = 0$$

Қўшимча тенгламалар тузиш усуллари



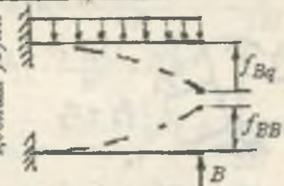
Балка экилган ўқи тақрибий тенгламасини тадбиқ этиш

$$EIy'' = Bx - q\frac{x^2}{2}$$

$$EI\theta = B\frac{x^2}{2} - q\frac{x^3}{6} + C$$

$$EIy = B\frac{x^3}{6} - q\frac{x^4}{24} + Cx + D$$

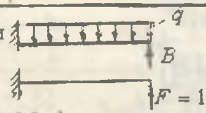
деформацияни тақ қослаш усули



$$f_B = f_{Bq} + f_{BB} = 0$$

$$f_{Bq} = -\frac{q\ell^4}{8EI} \qquad f_{BB} = -\frac{B\ell^3}{3EI}$$

Мор усули

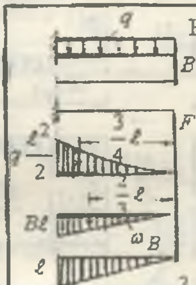


$$f_B = \int_0^\ell \frac{M_x M_0\, dx}{EI} = 0$$

$$M_x = Bx - q\frac{x^2}{2}; \quad M_0 = 1 \cdot x$$

$$f_B = \int_0^\ell \frac{(Bx - q\frac{x^2}{2})dx}{EI} = 0$$

Верещагин усули



$$f_B = \frac{\omega \; M_0}{EI}$$

$$\omega_q = \frac{q\ell^3}{6}$$

$$\omega_B = \frac{B\ell^2}{2}$$

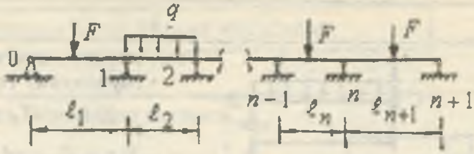
$$M_q = \frac{3}{4}\ell$$

$$M_B = \frac{2}{3}\ell$$

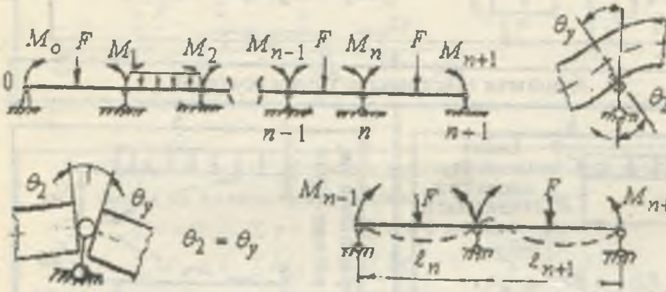
$$B = \frac{3}{8}q\ell$$

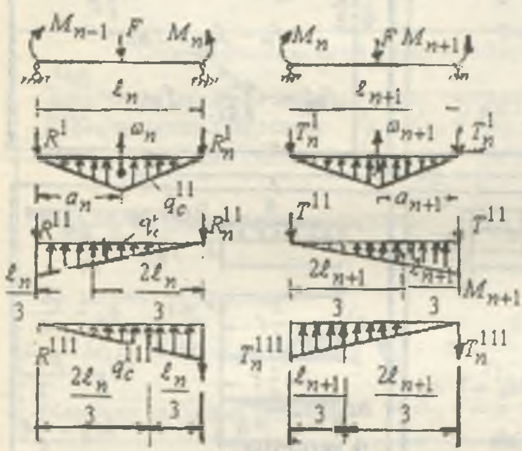
Уч момент назарияси

Реал объект -
узлуксиз балка
(кўп. таянчли)



Асосий система (балка)





$$\theta_2 = \frac{Q_c^n}{EI}$$

$$Q_c^n = R_n$$

$$R_n = R_n^{1} + R_n^{11} + R_n^{111}$$

$$\theta_y = \frac{Q_c^y}{EI}$$

$$Q_c^y = T_n$$

$$T_n = T_n^{1} + T_n^{11} + T_n^{111}$$

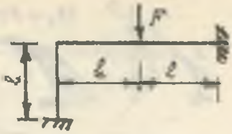
$$\sum M_{n-1} = 0$$

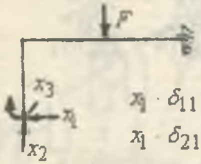
$$\sum M_{n+1} = 0$$

Уч момент тенгламаси:

$$M_{n-1} \cdot \ell_n + 2M_n(\ell_n + \ell_{n+1}) + M_{n+1} \cdot \ell_{n+1} = 6\left(\frac{\omega_n \cdot a_n}{\ell_n} + \frac{\omega_{n+1} \cdot a_{n+1}}{\ell_{n+1}}\right)$$

Реал объект - статик ноаниқ рама





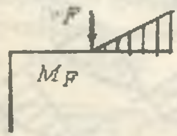
Асосий система

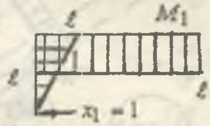
Каноник тенглама

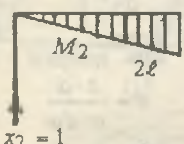
$$x_1 \cdot \delta_{11} + x_2 \cdot \delta_{12} + x_3 \cdot \delta_{13} + \delta_{1F} = 0$$
$$x_1 \cdot \delta_{21} + x_2 \cdot \delta_{22} + x_3 \cdot \delta_{23} + \Delta_{2p} = 0$$
$$x_1 \cdot \delta_{31} + x_2 \cdot \delta_{32} + x_3 \cdot \delta_{33} + \Delta_{3F} = 0$$

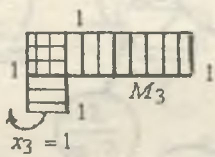
Верещагин усули

$$\delta_{ik} = \frac{\omega_i \cdot M_k^o}{EI}$$
$$\delta_{ii} = \frac{\omega_i \cdot M_i^o}{EI}$$









$$\delta_{11} = \frac{\frac{1}{2}\ell\cdot\ell\cdot\frac{2}{3}\ell + \ell\cdot 2\ell\cdot\ell}{EI} = \frac{7\ell^3}{3EI}$$

$$\delta_{12} = \frac{\ell\cdot 2\ell\cdot\ell}{EI} = \frac{2\ell^3}{EI}$$

$$\delta_{13} = \frac{\ell\cdot 2\ell\cdot\ell + \frac{1}{2}\ell\cdot\ell\cdot\ell}{EI} = \frac{5\ell^3}{2EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 2\ell\cdot 2\ell\cdot\frac{2}{3}\cdot 2\ell}{EI} = \frac{8\ell^3}{3EI}$$

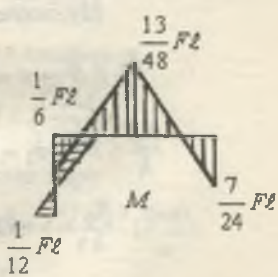
$$\delta_{23} = \frac{\frac{1}{2}\cdot 2\ell\cdot 2\ell\cdot 1}{EI} = \frac{2\ell^2}{EI}$$

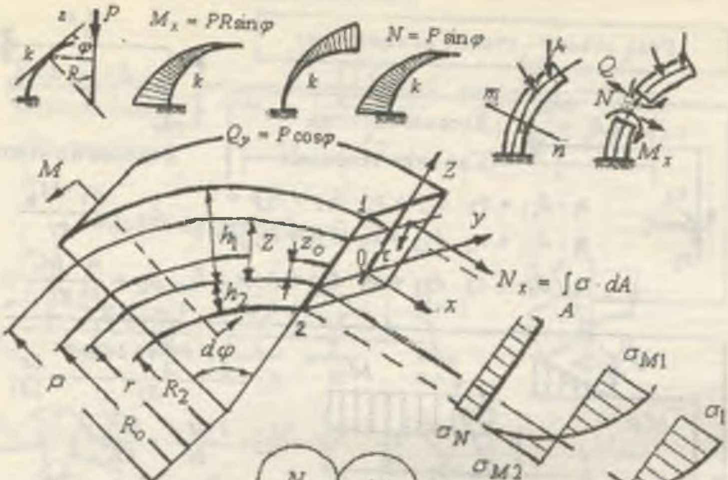
$$\delta_{3F} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\ell\cdot F\ell\cdot 1}{EI} = \frac{F\ell^2}{2EI}$$

$$\delta_{33} = \frac{1\cdot\ell + 1\cdot 2\ell}{EI} = \frac{3\ell}{EI}, \qquad \delta_{1F} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\ell\cdot F\ell\cdot\ell}{EI} = \frac{F\ell^3}{2EI}, \qquad \delta_{2p} = \frac{\frac{1}{2}\cdot\ell\cdot F\ell\cdot\frac{5\ell}{3}}{EI} = \frac{5F\ell^3}{6EI}$$

$$\begin{cases} \frac{7}{3}\ell\cdot x_1 + 2\ell\cdot x_2 + \frac{5}{2}\cdot x_3 - \frac{F\ell}{2} = 0 \\ 2\ell\cdot x_1 + \frac{8}{3}\ell\cdot x_2 + 2x_3 = \frac{5F\ell}{6} = 0 \\ \frac{5}{2}\ell\cdot x_1 + 2\ell\cdot x_2 + 3x_3 - \frac{F\ell}{2} = 0 \end{cases}$$

$$x_1 = \frac{F}{4}; \qquad x_2 = \frac{7F}{16}, \qquad x_3 = \frac{F\ell}{12}$$



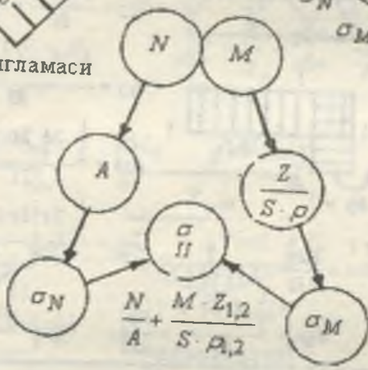


Нейтрал ўқ тенгламаси

$$r = \frac{A}{\int\limits_A \frac{dA}{\rho}}$$

$$\rho = r + z$$

$$z_0 = R_0 - r$$



Гук қонуни

$$\varepsilon = \frac{z \cdot \alpha}{\rho \cdot d\varphi}$$

Статик момент

$$S = A \cdot Z$$

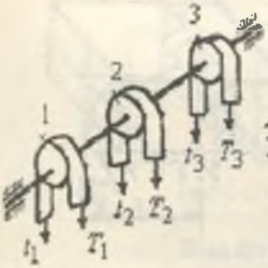
Мустаҳкамлик шарт $\sigma_{max} = \frac{N}{A} \pm \frac{M \cdot Z_{1,2}}{S \cdot R_{1,2}} \le [\sigma]$

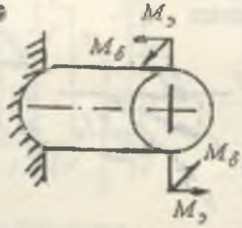
$$\frac{R_0}{h} \le S \rightarrow \sigma = \frac{M}{W} \qquad W_y = \frac{I_y}{Z_{max}}$$

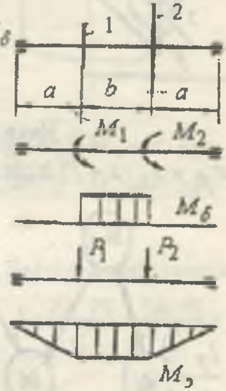
$$\frac{R_0}{h} \le S \rightarrow \sigma_1 = 0{,}935\frac{M}{W} \qquad \sigma_2 = 1{,}071\frac{M}{W}$$

$$\frac{R_0}{h} > 5 \rightarrow \sigma = \sigma_N + \sigma_M = \frac{N}{A} + \frac{M \cdot Z_{1,2}}{S \cdot \rho_{1,2}}$$

Вални буралиш билан эшилишга ҳисоблаш



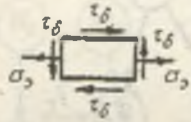




Нормал ва уринма кучланишларнинг эпюралари

$$\sigma_э = \frac{M_э}{W}$$

$$\tau_б = \frac{M_б}{W_\rho}$$



Келтирилган момент

$$M_k = \sqrt{M_б^{\,2} + M_э^{\,2}}$$

Мустаҳкамлик шарт

$$\frac{M_k}{W} \le [\sigma]$$

Валнинг диаметри

$$d \ge \sqrt[3]{\frac{32 M_k}{\pi[\tau]}}$$

Бикрлик шарт

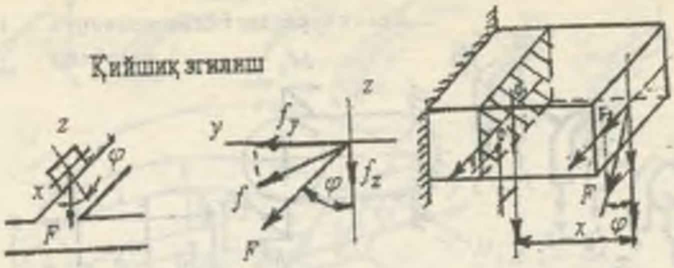
$$\varphi \le [\varphi] = \frac{0{,}15 \ldots 0{,}3}{\ell} \left(\frac{град}{м}\right)$$

$$f \le [f]$$

$$\boxed{\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\sigma_э \pm \sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2}\right]}$$

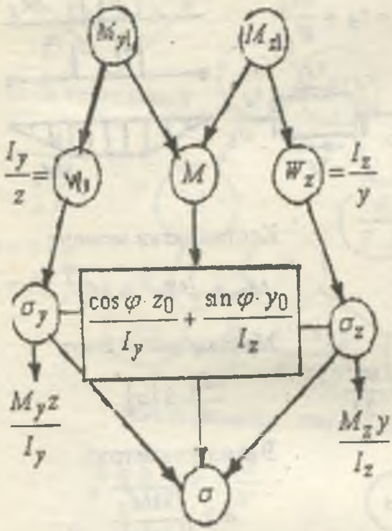
Бош кучланишлар

Қийшиқ эгилиш



Ички куч факторлари

$$M_{y1} = F_z \cdot x = F \cdot x\cos\varphi \qquad M_{z1} = F_y \cdot x = F \cdot x\sin\varphi$$



Нормал кучланиш

$$\sigma = \sigma_y + \sigma_z$$

Нейтрал ўқ тенгламаси

$$\frac{\cos\varphi \cdot z_0}{I_y} + \frac{\sin\varphi \cdot y_0}{I_z} = 0$$

$$tg\alpha = tg\varphi \cdot \frac{I_y}{I_z}$$

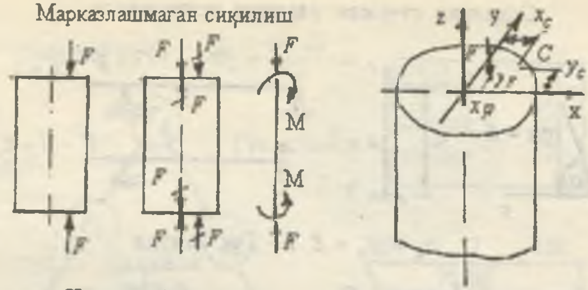
σ Эпюраси

Мустаҳкамлик шарт

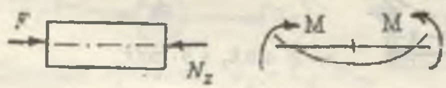
$$\sigma_{max} = M_{max}\left(\cos\varphi + \frac{W_y}{W_z}\sin\varphi\right) \leq [\sigma]$$

$$f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2} = \frac{Fl^3}{3E}\sqrt{\frac{\cos^2\varphi}{I_y^2} + \frac{\sin^2\varphi}{I_z^2}}$$

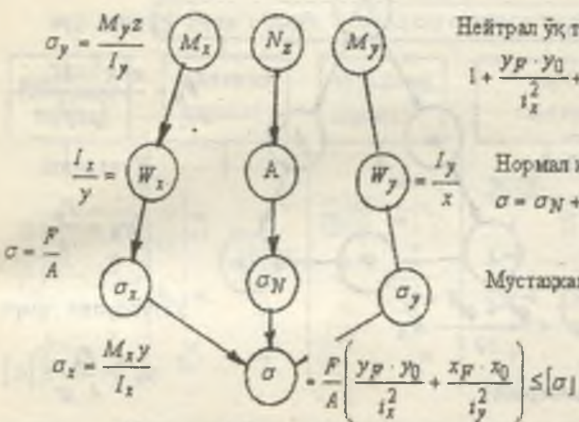
Марказлашмаган сиқилиш



Ички куч факторлари



$$M_x = F \cdot y_F$$
$$M_y = F \cdot x_F$$



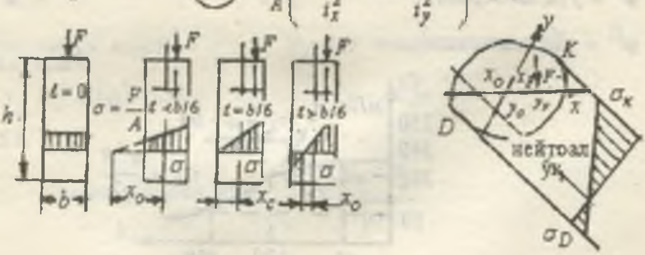
Нейтрал ўқ тенгламаси

$$1 + \frac{y_F \cdot y_0}{i_x^2} + \frac{x_F \cdot x_0}{i_y^2} = 0$$

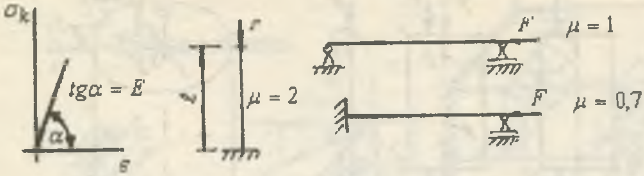
Нормал кучланиш

$$\sigma = \sigma_N + \sigma_x + \sigma_y$$

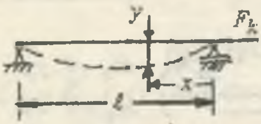
Мустаҳкамлик шарт



Сиқилган стерженларнинг устуворлиги



$\sigma_k = \sigma_n = E \cdot \varepsilon$ – Гук қонуни



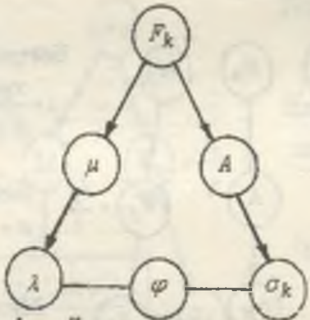
$$\frac{d^2 y}{dx^2} + k^2 \cdot y = 0$$

$$y = a \cdot \sin k_x + b \cdot \cos k_x$$

Эгилувчанлик

$$\lambda = \mu \frac{\ell}{i_{\min}}$$

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{\min}}{A}}$$



Критик куч

$$F_k = \frac{n^2 \pi^2 \cdot EI_{\min}}{(\mu\ell)^2}$$

Кучланиш

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A}$$

Устуворлик шарт

$$\sigma_k = \frac{F_k}{A \cdot \varphi} \leq [\sigma]$$

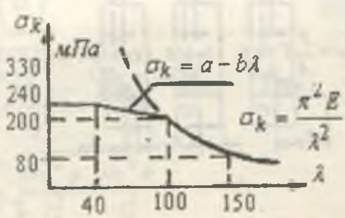
$$\varphi = f(\lambda) = \varphi^I + \frac{\varphi^I + \varphi^{II}}{10} \cdot K_\lambda$$

$$\varphi^I = f(\lambda, \textit{материал})$$

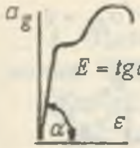
$$\varphi^{II} = f(\lambda, \textit{материал})$$

Рационал кесим

$$A \geq \frac{F_k}{\varphi[\sigma]}$$

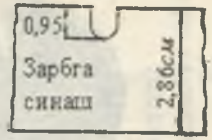


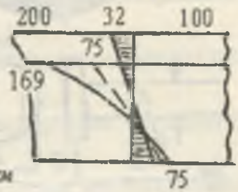
Инерция кучи $dP_i = \frac{\gamma A\cdot dy}{g}\cdot a$



Гук қонуни

$\sigma = E\cdot\varepsilon$





Динамик кучланиш $\sigma_g = K_g\cdot\sigma_{см}$

Реал объект - юкланиш схемаси ва тури

- **текис тезланиш ҳаракат**
  $$\sigma_c = \frac{Q+\gamma A x}{A}$$
  $$\sigma_g = \sigma_c\left(1+\frac{a}{g}\right)$$
- **айланма ҳаракат**
  $$\sigma_g = \frac{P}{A} = \frac{D\cdot q_1}{2A}$$
  $$\sigma_g = \frac{\gamma\omega^2 D^2}{4g}$$
- **тебранма ҳаракат**
  $$\delta_c = f = \frac{Q\ell^3}{48EI}$$
  $$\sigma_g = \frac{Q\ell}{4}\left(1+\frac{A_T}{f}\right)$$
- **зарб таъсири**
  $$\sigma_{CT} = \frac{Q}{A} \quad \delta_c = \frac{Q\ell}{EA}$$
  $$\sigma_g = \frac{Q}{A}\left[1+\frac{2h}{\delta_c}\right]$$

Мустаҳкамлик шарти.

$$\sigma_{g.max} \le [\sigma]$$

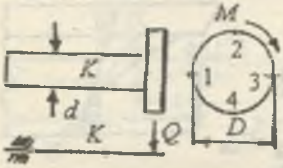
Рухсат этилган кучланиш

$$[\sigma] = \frac{\sigma_o}{n}$$

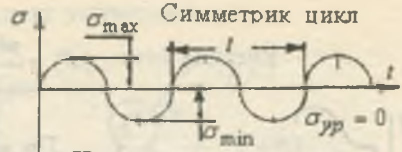
Рухсат этилган юза:

$$A \ge \frac{K_g\cdot F_c}{[\sigma]}$$

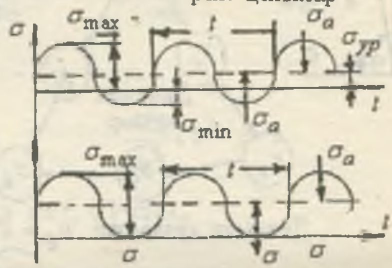
Ўзгарувчан кучланишлар



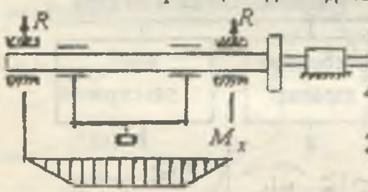
Симметрик цикл

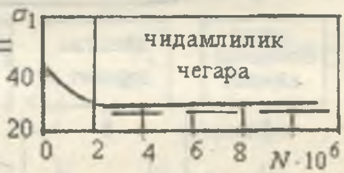


Носимметрик цикллар



Симметрик циклда чидамлилик чегарани аниқлаш





Толиқишга мустаҳкамлик шар

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \le [\sigma]$$

Чидамлилик коэффициенти

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}$$

Мустаҳкамликка эҳтиётлик коэффициентлар

$$n_\sigma = \frac{\sigma}{K_\sigma \cdot \sigma_a + \psi_\sigma \cdot \sigma_m}$$

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{K_\tau \cdot \tau_a + \psi_\tau \cdot \tau_m}$$

$\sigma_{-1}^{э} = 0,4 \cdot \sigma_b$ – эгилиш

$\sigma_{-1}^{б} = 0,22 \cdot \sigma_b$ – буралиш

$\sigma_{-1}^{o} = 0,28 \cdot \sigma_b$ – чўзилиш

Материалларни кучланишларга сезгирлиги

$$\psi_\sigma = \frac{2\sigma_{-1} - \sigma_o}{\sigma_o}$$

$$\psi_\tau = \frac{2\tau_{-1} - \tau_o}{\tau_o}$$

МАТЕРИАЛАР ҚАРШИЛИГИ ФАНИДАН ТЕСТ САВОЛЛАРИ

1. Материаллар қаршилиги фанининг вазифалари нимадан иборат?

Жавоб:

1. Конструкция ва иншоот қисмларини мустаҳкамликка ҳисоблаш.
2. Конструкция ва иншоот қисмларини устуворликка ҳисоблаш.
3. Конструкция ва иншоот қисмларини бикрликка ҳисоблаш.
4. Конструкция ва иншоот қисмларини мустаҳкамликка, бикрликка, устуворликка ҳисоблаш усулларини ўрганади.

2. Мустаҳкамлик деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Конструкция ва иншоот қисмларини ташқи куч таъсирига емирилмасдан қаршилик кўрсата олиш қобилияти.
2. Ташқи куч таъсиридан иншоот қисмини мувозанатда бўлиши.
3. Ташқи куч таъсиридан иншоот қисмида қолдиқ деформация ҳосил бўлмаслиги.
4. Конструкция ёки иншоот қисмини ташқи куч таъсирига қаршилик кўрсата олмаслиги.

3. Устуворлик деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Стерженларни ташқи куч таъсиридан тўғри чизиқли мувозанат ҳолатини сақлаб билиш қобилияти;
2. Ташқи куч таъсиридан стержень шаклининг ўзгариши;
3. Ташқи куч таъсиридан стержень ўқининг эгриланиши;
4. Ташқи куч таъсиридан стержень ўқининг тўғриланиши.

4. Куч деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Иккита жисмнинг ўзаро механик таъсирига.
2. Машинанинг ҳаракатига.
3. Конструкция мустаҳкамлигини таъминламайдиган факторга.
4. Конструкция бикрлигини таъминловчи факторга.

5. Кесиш усули нима учун керак?

Жавоб:

1. Ички кучларни кўриш ва аниқлаш учун.
2. Ташқи ва ички кучларни мувозанатлаштириш учун.
3. Стержень деформациясини аниқлаш учун.
4. Стержень кесимидаги кучланишни аниқлаш учун.

6. Деформация деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Ташқи куч таъсиридан стерженнинг шакли ёки ўлчамини ўзгаришига;
2. Стержень мустаҳкамлигининг йўқолишига;
3. Стерженни ташқи куч таъсиридан мувозанатини бузилишига;
4. Стерженни ташқи куч таъсиридан мувозанат ҳолатини сақланишига.

7. Текис кесим юзаларининг геометрик тавсифлари нима учун керак?

Жавоб:

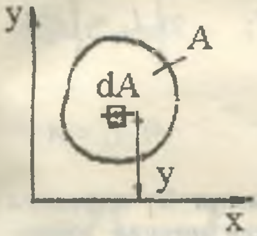
1. Кесим юзани аниқлаш учун.
2. Оддий ва мураккаб деформацияларда мустаҳкамликка ва бикрликка ҳисоблаш учун.
3. Куч моментини аниқлаш учун.
4. Кесимнинг ўлчамини танлаш учун.

8. Кесимнинг статик моменти деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа кўпайтмасининг интегралига айтилади.
2. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа бўлинмасининг интегралига айтилади.

3. Элементар юза билан қутб нуқтаси орасидаги масофа кўпайтмасининг интегралига айтилади.
4. Элементар юзани елкага кўпайтмасига айтилади.



9. Кесимни X ўқига нисбатан статик моменти формуласини кўрсатинг.
Жавоб:

1) $S_X = \int_0^A ydA$ 2) $S_x = F \cdot A$;

3) $S_x = F \cdot \ell$; 4) $S_X = \int_0^A y^2 dA$

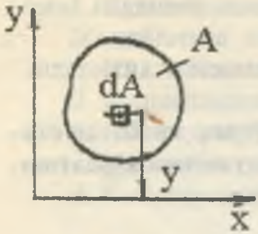
10. Мураккаб кесим юзаларининг оғирлик маркази қайси формула билан аниқланади?
Жавоб:

1. $X_c = \dfrac{x_1A_1 + x_2A_2 + x_3A_3 + \ldots}{A_1 + A_2 + A_3 + \ldots}$; $Y_c = \dfrac{y_1A_1 + y_2A_2 + y_3A_3 + \ldots}{A_1 + A_2 + A_3 + \ldots}$

2. Кесимнинг диагоналларини кесиштириш усули билан.

3. $X_c = \dfrac{S_x}{A}$; $Y_c = \dfrac{S_y}{A}$ 4) $-\sum S_x = y_0 \cdot \sum A$; $\sum S_y = x_0 \cdot \sum A$

11) Кесимни инерция моменти деб нимага айтилади?
Жавоб:
1. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа квадратига кўпайтмасининг интегралига айтилади.
2. Элементар юза билан тегишли ўқ орасидаги масофа квадратига бўлинмасининг интегралига айтилади.
3. Элементар юза билан қутб нуқтаси орасидаги масофа кўпайтмасининг интегралига айтилади.
4. Элементар юзани елкага кўпайтмасига айтилади.

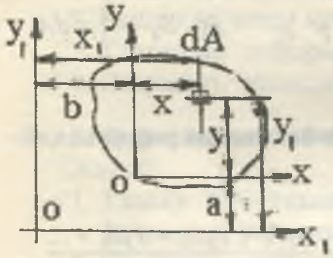


12. Кесимни X ўқига нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $I_x = \int_0^A y^2 dA$; 2) $I_x = \int_0^A \rho^2 dA$

3) $I_x = \int_0^A x^2 dA$ 4) $I_x = A \cdot \ell^2$



13. Кесимни X_1 параллел ўқига нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

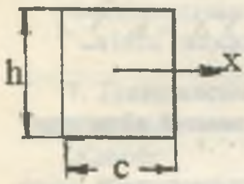
Жавоб:

1) $I_{x_1} = I_y + b^2 \cdot A$;

2) $I_{x_1} = I_x + a^2 \cdot A$

3) $I_{x_1} = I_{xy} + ab \cdot A$

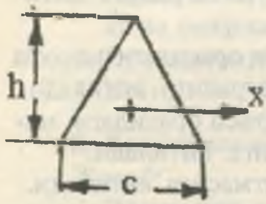
4) $I_{x_1} = I_x + a \cdot A$



14. Тўғри бурчакли кесим юзасини X ўқига нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $I_x = \frac{ch^3}{12}$ 2) $I_x = \frac{hc^3}{12}$

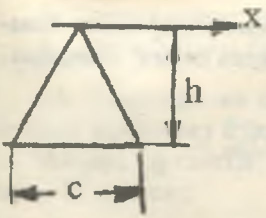
3) $I_x = \frac{ch^3}{3}$ 4) $I_x = \frac{c^2 h^2}{4}$



15. Учбурчаксимон кесимни X ўқига нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $I_x = \frac{ch^3}{12}$

2) $I_x = \frac{ch^3}{36}$; 3) $I_x = \frac{ch^3}{4}$ 4) $I_x = \frac{ch^3}{48}$

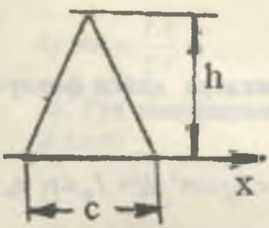


16. Учбурчаксимон кесимни X ўқига нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $I_{x_1} = \dfrac{ch^3}{12}$ 2) $I_{x_1} = \dfrac{ch^3}{36}$

3) $I_{x_1} = \dfrac{ch^3}{4}$ 4) $I_{x_1} = \dfrac{ch^3}{48}$

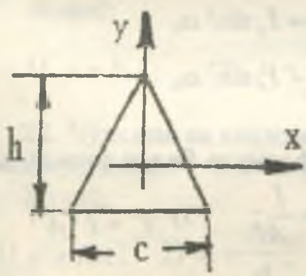


17. Учбурчаксимон кесимни X ўқига нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $I_{x2} = \dfrac{ch^3}{12}$ 2) $I_{x2} = \dfrac{ch^3}{36}$

3) $I_{x2} = \dfrac{ch^3}{4}$ 4) $I_{x2} = \dfrac{ch^3}{48}$



18. Учбурчаксимон кесимни У ўқига нисбатан инерция моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $I_y = \dfrac{hc^3}{48}$ 2) $I_y = \dfrac{ch^3}{12}$

3) $I_y = \dfrac{ch^3}{48}$ 4) $I_y = \dfrac{hc^3}{36}$

19. Бош инерция ўқлари деб нимага айтилади?

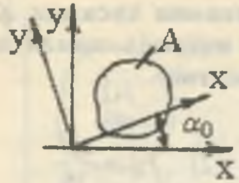
Жавоб:

1. Марказдан қочма инерция моментлари нолга тенг бўлган ҳолга тўғри келувчи ўқларга айтилади.

2. $\alpha = 0$, бурчак остида жойлашган ўққа.

3. Бош инерция моментлари нолга тенг бўлган ўқларга.

4. Кесимнинг оғирлик марказидан ўтувчи ўқларга.



20. Бош инерция ўқларининг йўналиши қайси формула билан аниқланади?

Жавоб: 1) $tg2\alpha_0 = -\dfrac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$;

2) $tg2\alpha_0 = -\dfrac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$ 3) $tg\alpha_0 = -\dfrac{\tau_{xy}}{\sigma_1 - \sigma_x}$;

4) $tg2\alpha_0 = -\dfrac{I_x - I_y}{2I_{xy}}$

21. Кесимнинг бош инерция моментлари қайси формула билан аниқланади?

Жавоб:

1) $I_{x0} = I_x \cos^2\alpha_0 + I_y \sin^2\alpha_0$; $I_{y0} = I_y \cos^2\alpha_0 + I_x \sin^2\alpha_0$

2) $I_{x0y0} = \dfrac{I_x - I_y}{2}\sin^2\alpha_0 + I_{xy}\cos^2\alpha_0$

3) $I_{x0} = I_x \cos^2\alpha_0 + I_{xy}\sin 2\alpha_0 + I_y \sin^2\alpha_0$

4) $I_{y0} = I_y \cos^2\alpha_0 - I_{xy}\sin 2\alpha_0 + I_x \sin^2\alpha_0$

22. Инерция радиуси қайси формула билан топилади?

Жавоб: 1) $i^2 = \rho^2 F$; 2) $i^2 = \dfrac{I}{A}$; 3) $i^2 = I \cdot A$;

4) $i^2 = \dfrac{A}{I}$

23. Марказий чўзилиш ёки сиқилиш деб нимага айтилади?

Жавоб:

1. Ўзаро тенг ва бўйлама ўқида қарама-қарши томонларга йўналган кучлар таъсиридаги стерженнинг деформациясига айтилади.

2. Стерженнинг ташқи куч таъсиридан емирилишига.

3. Стерженнинг эластик деформациясига.

4. Стерженнинг бикрлиги кичиклашишига.

24. Чўзилиш ва сиқилишда стерженни кесим юзасида қандай куч ҳосил бўлади?

Жавоб: 1) ташқи; 2) ички бўйлама куч; 3) кўндаланг куч; 4) момент.

25. Чўзилиш ва сиқилишда Гук қонунини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\Delta\ell = \ell_1 - \ell_0$; 2) $\Delta\ell = \dfrac{F\ell}{EA}$; 3) $\Delta\ell = \dfrac{EF}{\ell A}$;

4) $\Delta\ell = \dfrac{FA}{E\ell}$

26. Гук қонунининг иккинчи кўринишини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\varepsilon = \dfrac{\Delta\ell}{\ell}$; 2) $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{E}$; 3) $\varepsilon = \ell_1 - \ell_0$; 4) $\varepsilon = \dfrac{\sigma}{A}$

27. Пуассон коэффициенти қайси формула билан топилади.

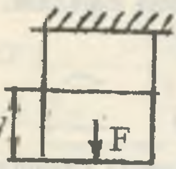
Жавоб:

1) $\mu = 0,3$; 2) $\mu = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon}$; 3) $\mu = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon}$; 4) $\mu = \dfrac{\Delta\ell}{\ell}$

28. Чўзилиш ва сиқилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\sigma = NA$; 2) $\sigma = \dfrac{N}{A}$; 3) $\sigma = \dfrac{A}{N}$; 4) $\sigma = \sqrt{\rho^2 - \tau^2}$



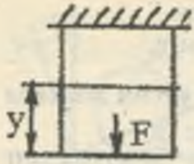
29. F куч ва хусусий оғирлиги таъсиридаги стерженнинг ички кучини аниқланг.

Жавоб:

1) $N_1 = F + \gamma \cdot y$ 2) $N_1 = F$

3) $N_1 = \gamma \cdot y$ 4) $N_1 = F - \gamma \cdot y$

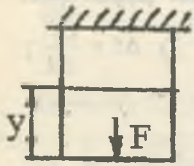
30. F куч ва хусусий оғирлик таъсиридаги стерженнинг деформациясини аниқланг.



Жавоб:

1) $\Delta\ell = \dfrac{F\ell}{EA}$; 2) $\Delta\ell = \dfrac{F\ell}{EA} + \dfrac{\gamma\ell^2}{2E}$;

3) $\Delta\ell = \dfrac{\gamma\ell^2}{2E}$; 4) $\Delta\ell = \dfrac{F\ell}{EA} - \dfrac{\gamma\ell^2}{2E}$



31. F куч ва хусусий оғирлик таъсиридаги стерженнинг кесимини танланг.

Жавоб: 1) $A \geq \dfrac{F}{[\sigma]}$; 2) $A = A_0 \ell^{\frac{\gamma}{[\sigma]}y}$;

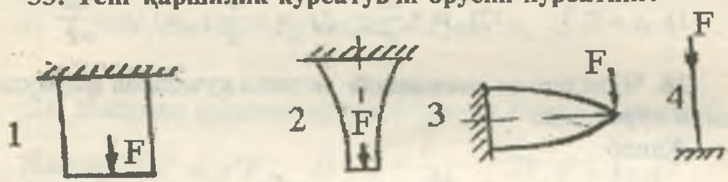
3) $A \geq F[\sigma]$; 4) $A = \dfrac{\pi d^2}{4}$

32. Тенг қаршилик кўрсатувчи брус кесимининг юзасини аниқланг.

Жавоб:

1) $A \geq \dfrac{F}{[\sigma]}$; 2) $A = A_0 \ell^{\frac{\gamma}{[\sigma]}y}$; 3) $A = F[\sigma]$ 4) $A = h\ell$

33. Тенг қаршилик кўрсатувчи брусни кўрсатинг.



34. Температура таъсирида деформацияни аниқланг.

Жавоб: 1) $\Delta\ell_t = \alpha \cdot \ell$; 2) $\Delta\ell_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell$;

3) $\Delta\ell_t = \Delta t \cdot \ell$; 4) $\Delta\ell_t = \dfrac{\Delta t \cdot \ell}{EA}$

35. Материалларни чўзилиш ёки сиқилишга синашдан мақсад нима?

Жавоб:

1) Намунани чўзилишда узиш.

2) Материални механик ва пластиклик хоссаларини аниқлаш.

3) Намуналарнинг шаклини ўзгартириш.

4) Материалларни Гук қонунига бўйсунишини текшириш.

36. Юмшоқ пўлат материали учун рухсат этилган кучланишни кўрсатинг.

Жавоб:

1) $[\sigma] = \frac{\sigma_{оқ}}{n}$; 2) $[\sigma] = \frac{\sigma_{э}}{n}$; 3) $[\sigma] = \frac{\sigma_{п}}{n}$; 4) $[\sigma] = \frac{\sigma_{в}}{n}$

37. Чўян материали учун рухсат этилган кучланишни аниқланг.

Жавоб:

1) $[\sigma] = \frac{\sigma_{э}}{n}$; 2) $[\sigma] = \frac{\sigma_{оқ}}{n}$; 3) $[\sigma] = \frac{\sigma_{в}}{n}$; 4) $[\sigma] = \frac{\sigma_{п}}{n}$

38. Мўртлик деб нимага айтилади?

Жавоб:

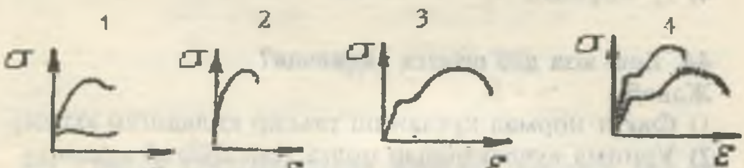
1) Катта деформация ҳосил қилиб емирилиш хусусиятига эга бўлган материал.

2) Кичик деформация ҳосил қилиб емириладиган материалнинг хоссасига.

3) Кичик деформация ҳосил қилиб емирилмайдиган материалнинг хоссасига.

4) Оқувчанлик чегараси бор бўлган материалга.

39. Юмшоқ пўлатни чўзилиш диаграммасини кўрсатинг.



40. Материалларни пропорционаллик чегараси, деб нимага айтилади?

Жавоб:

1) Материалларнинг қолдиқ деформацияси бошланишига.

2) Гук қонуни ишлатиладиган чегарадаги кучланишга.

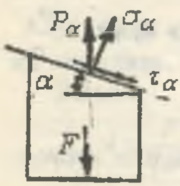
3) Диаграмманинг эгри чизиқли қисмини бошланишига.

4) Материални пластиклик хоссасига.

41. Чўзилиш ва сиқилиш деформациясининг потенциал энергияси қайси формула билан топилади?

Жавоб:

1) $U = \dfrac{2E}{\sigma^2}$; 2) $U = \dfrac{\sigma^2}{2E}$; 3) $U = \dfrac{2\sigma}{\varepsilon}$; 4) $U = \dfrac{2}{\sigma\varepsilon}$



42. Чизиқли кучланганлик ҳолатида қия кесимни нормал кучланиши қайси формула билан топилади?

Жавоб:

1) $\sigma_\alpha = P_\alpha \sin\alpha$; 2) $\sigma_\alpha = \sigma_0 \cos^2\alpha$;

3) $\sigma_\alpha = \dfrac{\sigma_0}{2}\sin 2\alpha$; 4) $\sigma_\alpha = \dfrac{F}{A}$

43. Чизиқли кучланганлик ҳолатида қия кесимни уринма кучланиши қайси формула билан топилади?

Жавоб:

1) $\tau_\alpha = \dfrac{F}{A}$; 2) $\tau_\alpha = P_\alpha \cos\alpha$; 3) $\tau_\alpha = \dfrac{\sigma_0}{2}\sin 2\alpha$;

4) $\tau_\alpha = \sigma_0 \cos\alpha$

44. Бош юза деб нимага айтилади?

Жавоб:

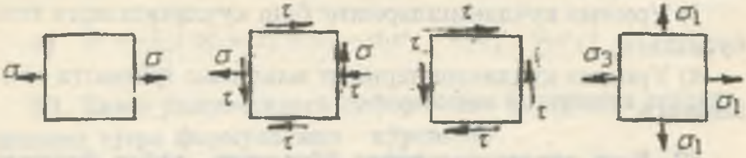
1) Фақат нормал кучланиш таъсир қиладиган юзалар.

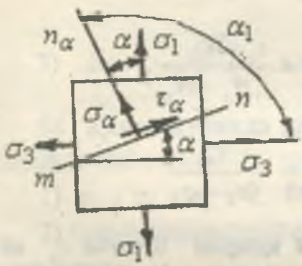
2) Уринма кучланишлар нолга тенг бўлган юзалар.

3) Нормал кучланишлар нолга тенг бўлган юзалар.

4) Фақат уринма кучланишлар таъсир қиладиган юзалар.

45. Қайси кубик чизиқли кучланганлик ҳолатида?





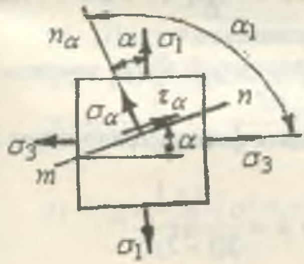
46. Текис кучланганлик ҳолатида қия кесимни нормал кучланишини аниқланг.

Жавоб: 1) $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha$;

2) $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \cos^2 \alpha_1$;

3) $\sigma_\alpha = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin^2 \alpha$;

4) $\sigma_\alpha = \sigma_3 \cos^2 \alpha$



47. Текис кучланганлик ҳолатида қия кесимни нормал кучланишини аниқланг.

Жавоб: 1) $\tau_\alpha = \dfrac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha$;

2) $\tau_\alpha = \dfrac{\sigma_3}{2} \sin 2\alpha$;

3) $\tau_\alpha = \dfrac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$;

4) $\tau_\alpha = \dfrac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$

48. Уринма кучланишларни жуфтлик аломати деб нимага айтилади?

Жавоб:

1) Ўзаро перпендикуляр жойлашган қия кесимлардаги уринма кучланишларнинг тенглигига.

2) Ўзаро перпендикуляр қия кесимлардаги уринма кучланишларнинг тенгсизлигига.

3) Уринма кучланишларнинг бош кучланишларга тенг бўлишига.

4) Уринма кучланишларнинг максимал қийматга эришишига.

49. Бош кучланишларнинг йўналиши қайси формула билан топилади?

Жавоб:

1) $tg2\alpha_0 = -\dfrac{2I_{xy}}{I_x - I_y}$; 2) $tg2\alpha_0 = -\dfrac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$;

3) $tg2\alpha_0 = -\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2I_{xy}}$; 4) $tg\alpha_0 = -\dfrac{\tau_{xy}}{\sigma_1 - \sigma_3}$

50. Ҳажмий деформацияда Гук қонуни бўйича $\varepsilon_в$ ни аниқлайдиган тўғри формуласини кўрсатинг?

Жавоб: 1) $\varepsilon_1 = 2E\left[\sigma_1 - \mu\sigma_3\right]$; 2) $\varepsilon_1 = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3\right]$;

3) $\varepsilon_1 = \dfrac{\sigma_1}{E}$; 4) $\varepsilon_1 = \sigma_1 - \dfrac{\mu}{E}(\sigma_2 + \sigma_3)$

51. Ҳажмий эластиклик модулининг формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\dfrac{E}{1 - 2\mu} = k$; 2) $k = \dfrac{E}{3(1 - 2\mu)}$;

3) $k = \dfrac{E}{3 - 2\mu}$; 4) $k = \dfrac{E}{3\mu}$

52. Ҳажмий деформацияни тўлиқ потенциал энергияси формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $U = U_x - U_ш$;

2) $U = \dfrac{1}{E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2 - 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)\right]$

3) $U = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)\right]$

4) $U = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3\right]$.

53. Ҳажм ўзгаришидаги деформация потенциал энергиясининг тўғри формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $U_x = \frac{3\sigma_1\varepsilon_1}{2}$; 2) $U_x = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$;

3) $U_x = \frac{1-2\mu}{6E}\left(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2\right)$; 4) $U_x = U + U_ш$

54. Қачон кубикда ҳажм ўзгариши бўлади?

Жавоб:

1) $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$ бўлса;

2) барча қирраларига $\sigma_{ур} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$ кучланиш таъсир қилса;

3) кубик деформацияси эластик бўлса;

4) $U_ш = U - U_x$ энергия сарфланса.

55. Шакл ўзгаришидаги деформация потенциал энергиясининг тўғри формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $U_ш = \frac{3\sigma_{ур}\varepsilon_{ур}}{2}$; 2) $U_ш = \frac{1+\mu}{3E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$;

3) $U_ш = \frac{1+\mu}{3E}\left[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3\right]$;

4) $U_ш = -\frac{1+\mu}{3E}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_2\sigma_3)$

56. Мустаҳкамлик назарияларининг вазифаларини тўғри таърифланг.

Жавоб:

1) Турли кучланганлик ҳолатида кубикни деформациясини аниқлаш.

2) Мор доирасини қуриш.

3) Турли кучланганлик ҳолатида кубикни мустаҳкамлик шартини тузиш.

4) Кесимни танлаш.

57. Энг катта бош нормал кучланиш назарияси бўйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_1 \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$;

3) $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$; 4) $\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2\right] \leq 2\sigma_0$

58. Энг катта нисбий деформация назарияси бўйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_1 \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$;

3) $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$; 4) $\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2\right] \leq 2\sigma_0$

59. Энг катта уринма кучланишлар назарияси бўйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_1 \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) \leq [\sigma]$;

3) $\sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma]$; 4) $\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2\right] \leq 2\sigma_0$

60. Соф силжиш деб нимага айтилади?

Жавоб:

1) Фақат нормал кучланиш таъсиридаги кубикнинг деформацияси.

2) Фақат уринма кучланиш таъсиридаги кубикнинг деформацияси.

3) Уринма кучланишлар нолга тенг бўлган юзага.

4) Нормал кучланиш нолга тенг бўлган юзага.

61. Силжишда Гук қонунини ифодаловчи формулани кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\tau = \dfrac{F}{A}$; 2) $\tau = \gamma G$; 3) $\tau = \dfrac{\gamma}{G}$; 4) $\tau_\alpha = \sigma_1$

62. Силжиш модулини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $k = \dfrac{E}{2(1-\mu)}$; 2) $G = \dfrac{E}{2(1+\mu)}$; 3) $k = \dfrac{\sigma_{yp}}{\varepsilon_{yp}}$; 4) $G = \dfrac{(\mu+1)2}{E}$

63. Силжишда рухсат этилган кучланишни танланг.

Жавоб: (I-назария) 1) $[\tau]=\frac{[\sigma]_r}{1+\mu}$; 2) $[\tau]=[\sigma]_r$;

3) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{2}$; 4) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

64. Силжишда рухсат этилган кучланишни танланг.
Жавоб: (II назария)

1) $[\tau]=\frac{[\sigma]_r}{1+\mu}$; 2) $[\tau]=[\sigma]_r$; 3) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{2}$; 4) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

65. Силжишда рухсат этилган кучланишни танланг.

Жавоб: (III-назария) 1) $[\tau]=[\sigma]_4$; 2) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{1+\mu}$;

3) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{2}$; 4) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

66. Силжишда рухсат этилган кучланишни танланг.

Жавоб: (IV-назария) 1) $[\tau]=[\sigma]_4$; 2) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{1+\mu}$;

3) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{2}$; 4) $[\tau]=\frac{[\sigma]}{\sqrt{3}}$

67. Бир қирқимли парчин михли бирикмани қирқилишга мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\tau=\frac{F}{n\pi\cdot d^2}\le[\tau]$; 2) $\tau=\frac{F}{nA}\le[\tau]$;

3) $\tau=\frac{F2}{n\pi\cdot d^2}\le[\tau]$; 4) $\tau=\frac{\pi d^2}{4Fn}\le[\tau]$

68. Бир қирқимли парчин михли бирикмада парчин михлар сонини топинг.

Жавоб: 1) $n=n_1+n_2+n_3+....$; 2) $n>\frac{4F}{\pi d^2[\tau]}$;

3) $n\ge\frac{F2}{\pi d^2[\tau]}$; 4) $n\ge\frac{F}{[\tau]\pi d^2}$

69. Парчин михли бирикмани эзилишга мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma_э = \frac{F}{tb} \le [\sigma]_э$; 2) $\sigma_э = \frac{F}{ntd} \le [\sigma]_э$ 4

3) $\sigma_э = \frac{F}{2tb} \le [\sigma]_э$; 4) $\tau = \frac{F}{A}$

70. Парчин михли бирикмани эзилишда парчин михлар сонини топинг.

Жавоб: 1) $n = 1, 2, 3 ...$; 2) $n \ge \frac{F}{td[\sigma]_э}$;

3) $n \ge \frac{F}{\pi d[\tau]}$; 4) $n \ge \frac{4F}{\pi d[\tau]}$

71. Парчин михли бирикмани чўзилиш ва сиқилишга мустаҳкамлик шарти.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F \cdot 4}{\pi d^2} \le [\sigma]$; 2) $\sigma = \frac{F \cdot 4}{t(b - md)} \le [\sigma]$;

3) $\tau = \frac{F}{A} \le [\tau]$; 4) $\sigma = \frac{F}{td} \le [\sigma]$

72. Буровчи момент деб нимага айтилади.

Жавоб:

1) Куч моментига.

2) Express Вални ўрганилаётган қисмидаги ташқи кучларни кесим марказига нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндисига.

3) Вални ўрганилаётган қисмидаги ташқи моментларни алгебраик йиғиндисига.

4) $M_1 = TR_1 - t_1 R_1 = t_1 R_1$ – моменти.

73. Доиравий кесимли стерженнинг буралишида кучланиш формуласи?

Жавоб: 1) $\tau = \frac{F}{A}$; 2) $\tau = \frac{M_z}{I_\rho}\rho$; 3) $\tau = \frac{QS_y^0}{I_y d}$; 4) $\tau = \frac{M}{W}$

74. Буралиш бурчаги формуласини кўрсатинг.

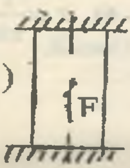
Жавоб: 1) $\varphi = \dfrac{F\ell}{EA}$; 2) $\varphi = \dfrac{M_k \ell}{GI_\rho}$; 3) $\varphi = \dfrac{4FR^3 n}{Gr^4}$; 4) $\varphi = \dfrac{M_k}{EA}$

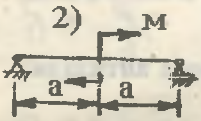
75. Буралишда мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

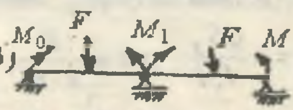
Жавоб: 1) $\tau = \dfrac{F}{A} \le [\tau]$; 2) $\tau = \dfrac{M_k}{W_\rho} \le [\tau]$;

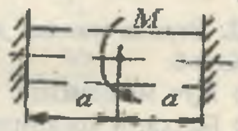
3) $\tau = \dfrac{QS_y}{I_y d} \le [\tau]$; 4) $\sigma = \dfrac{M}{W} \le [\sigma]$

76. Буралишда статик ноаниқ системани кўрсатинг.

1) 

2) 

3) 

4) 

77. Буралишда мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб валнинг диаметрини аниқланг.

Жавоб: 1) $d = \sqrt{\dfrac{4F}{\pi[\sigma]}}$; 2) $d = \sqrt[3]{\dfrac{16M_k}{\pi[\tau]}}$;

3) $d = \sqrt[3]{\dfrac{32M}{\pi[\sigma]}}$; 4) $d = \sqrt[4]{\dfrac{32M_k\ell}{\pi[\varphi]G}}$

78. Буралишда бикрлик шарти асосида валнинг диаметрини аниқланг.

Жавоб: 1) $d = \sqrt{\dfrac{4F}{\pi[\sigma]}}$; 2) $d = \sqrt[3]{\dfrac{16M_k}{\pi[\tau]}}$;

3) $d = \sqrt[3]{\dfrac{32M}{\pi[\sigma]}}$; 4) $d = \sqrt[4]{\dfrac{32M_k\ell}{\pi[\varphi]G}}$

79. Винтсимон пружинанинг деформациясини аниқланг.

1) $\lambda = \dfrac{F\ell}{EA}$; 2) $\lambda = \dfrac{M_k \ell}{GI_\rho}$; 3) $\lambda = \dfrac{4FR^3 n}{G \cdot r^4}$; 4) $\lambda = \dfrac{M_c}{EI}$

80. Буралиш деформациясининг потенциал энергиясини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $U = \dfrac{F^2 \ell}{2EA}$; 2) $U = \dfrac{M_k^2 \ell}{2GI_\rho}$; 3) $U = \dfrac{M_n^2 \ell}{2EI}$; 4) $U = \dfrac{Q^2 \ell}{2GA}$

81. Винтсимон пружина ўрамининг кесим юзасидаги кучланиш:

Жавоб:

1) $\tau = \dfrac{QS_y}{I_y d}$; 2) $\sigma = \dfrac{F}{\pi \cdot r^2}$; 3) $\tau = \dfrac{F}{\pi \cdot r^2} + \dfrac{2FR}{\pi \cdot r^3}$; 4) $\sigma = \dfrac{F}{ntd}$

82. Эгувчи момент деб нимага айтилади?

Жавоб:

1) Куч моментига.

2) Балкани ўрганилаётган қисмидаги ташқи кучларни кесим марказига нисбатан моментларининг алгебраик йиғиндисига.

3) Кучни елкага бўлинмасига.

4) Балкани ўрганилаётган қисмидаги ташқи ва ички кучлар мувозанатига.

83. Эгувчи момент ва кўндаланг куч орасидаги дифференциал боғланишни кўрсатинг.

1) $Q = \dfrac{dM}{dx}$; 2) $Q = dM \cdot dX$; 3) $Q = \int M_x dx$; 4) $Q = \int M^2 dx$

84. Ёйилган куч интенсивлиги ва кўндаланг куч орасидаги дифференциал боғланишни кўрсатинг.

Жавоб: 1) $q = Q \cdot dx$ 2) $q = \dfrac{dQ}{dx}$ 3) $q = \int Q \cdot dx$ 4) $q = \dfrac{dx}{dQ}$

85. Ёйилган куч интенсивлиги ва эгувчи момент орасидаги дифференциал боғланишни кўрсатинг.

Жавоб: 1) $q = d^2M \cdot d^2x$ 2) $q = \frac{d^2M}{d^2x}$ 3) $q = \int M^2 dx$ 4) $q = \frac{dM}{dx}$

86. Соф эгилиш деб нимага айтилади?

1) Фақат уринма кучланиш таъсиридаги балканинг деформациясига.

2) Уринма ва нормал кучланишлар таъсиридаги балканинг деформациясига.

3) Фақат нормал кучланиш таъсиридаги балканинг деформациясига.

4) Бош кучланишлар таъсиридаги балкани деформациясига.

87. Эгилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A}$; 2) $\sigma = \frac{Mz}{I_x}$;

3) $\sigma = \frac{Q \cdot S}{I \cdot b}$; 4) $\sigma = \frac{Mz}{S\rho}$

88. Эгилишда уринма кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{Mz}{I_x}$; 2) $\tau = \frac{Mz}{I}$;

3) $\tau = \frac{Q \cdot S_y}{I_y \cdot b}$; 4) $\tau = \frac{F}{A}$

89. Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A} \le [\sigma]$; 2) $\sigma = \frac{Mz_y}{S_y\rho} \le [\sigma]$;

3) $\sigma = \frac{M}{W_x} \le [\sigma]$; 4) $\sigma = \frac{Q \cdot S_y}{I_y \cdot d} \le [\sigma]$

90. Доиравий кесимнинг қаршилик моменти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $W_x = \frac{\pi \cdot r^3}{16}$; 2) $W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$; 3) $W_x = \pi \cdot r^3$; 4) $W_x = \frac{I_x}{A}$

91. Эгилишда нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартидан рухсат этилган юкни аниқланг.

Жавоб:

1) $F = W[\sigma]$; 2) $M = W[\sigma]$; 3) $F = W[\sigma]$; 4) $Q = A[\tau]$

92. Эгилишда нормал кучланиш бўйича муста ҳкамлик шартидан фойдаланиб кесимни танланг.

Жавоб:

1) $W \geq \frac{F}{[\sigma]}$; 2) $A \geq \frac{F}{[\sigma]}$; 3) $W \geq \frac{M}{[\sigma]}$; 4) $\frac{I_y}{S_y} \geq \frac{Q}{b[\tau]}$

93. Эгилишда уринма кучланиш бўйича мустаҳкамлик шартни кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\tau = \frac{F}{A} \leq [\tau]$; 2) $\tau = \frac{Q \cdot S_y}{I_y \cdot d} \leq [\tau]$;

3) $\tau = \frac{M}{W_x} \leq [\tau]$; 4) $\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau]$

94. Эгилишда бош нормал кучланишлар формуласини кўрсатинг.

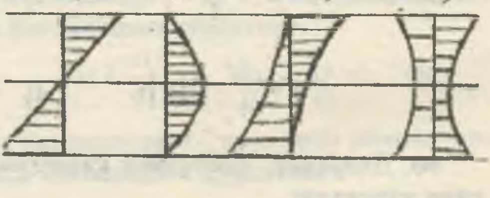
Жавоб: 1) $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_3 \sin^2 \alpha$;

2) $\sigma_{1,3} = \frac{1}{2}\left[\sigma \pm \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}\right]$; 3) $\sigma = \tau$; $\tau = -\sigma_3$;

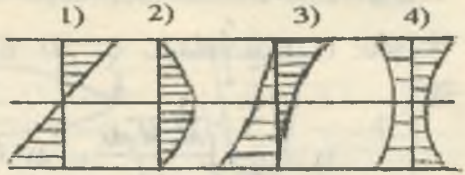
4) $\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$

95. Эгилишда нормал кучланиш эпюрасини кўрсатинг.

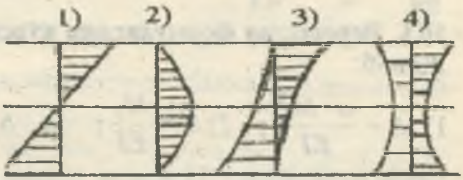
1) 2) 3) 4)



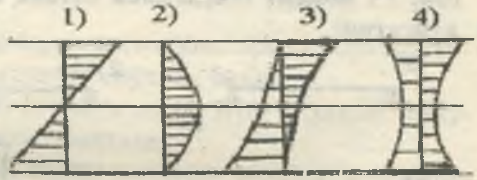
96. Эгилишда уринма кучланиш эпюрасини кўрсатинг.



97. Эгилишда бош нормал кучланиш эпюрасини кўрсатинг.



98. Эгилишда бош уринма кучланиш эпюрасини кўрсатинг.



99. Балка эгилган ўқининг тақрибий дифференциал тенгламаси қани?

Жавоб: 1) $y = \dfrac{M_c}{EI}$; 2) $EIy'' = M_x$; 3) $\theta = \dfrac{Q_c}{EI}$;

4) $y = \int \dfrac{\overline{M}\,\overline{M}_1 dx}{EI}$

100. Эгилишда салқиликни графоаналитик усул билан аниқланг.

Жавоб:

1) $y = \dfrac{M_c}{EI}$; 2) $EIy'' = M_x$; 3) $y = \int \dfrac{MM_1 dx}{EI}$; 4) $y = \dfrac{M \cdot \omega}{EI}$

101. Эгилиш деформациясининг потенциал энергиясини кўрсатинг?

Жавоб:

1) $U = \dfrac{F\Delta\ell}{2}$; 2) $U = \dfrac{M_s^2 \ell}{2GI_\rho}$; 3) $U = \dfrac{M\ \ell}{2EI}$; 4) $U = \dfrac{\sigma\varepsilon}{2}$

102. Мор интегралини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $I_x = \int\limits_0^A y^2 dA$; 2) $EI\theta = \int\limits_0^\ell M_x dx + C$

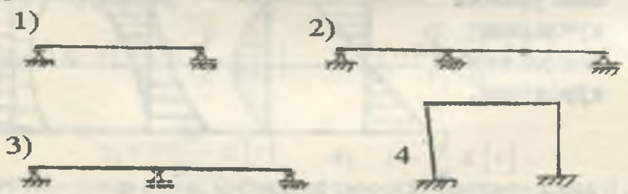
3) $\Delta_{12} = \int\limits_0^\ell \frac{\overline{M_1 M_2} dx}{EI}$; 4) $U = \int\limits_0^\ell \frac{M^2 dx}{2EI}$

103. Верещагин формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\Delta = \frac{\omega \cdot M_c^0}{EI}$; 2) $\Delta = \frac{M_c}{EI}$; 3) $\Delta = \frac{Q_c}{EI}$; 4) $\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI}$

104. Уч момент тенгламаси татбиқ қилинадиган балкани кўрсатинг.



105. Уч момент тенгламасини кўрсатинг.

Жавоб:

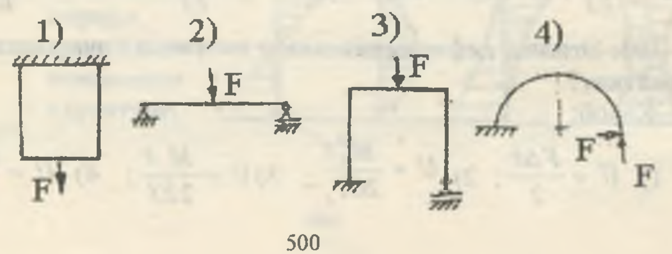
1) $\sum M = M_1 + M_2 + M_3$;

2) $M_0\ell_n + 2M_1(\ell_n + \ell_{n+1}) + M_2 \cdot \ell_{n+1} = -6\left(\frac{\omega_1 a_1}{\ell_n} + \frac{\omega_2 a_2}{\ell_{n+1}}\right)$

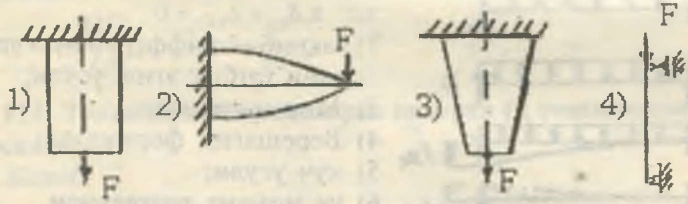
3) $M = F_1\ell_1 + F_2\ell_2 + F_3\ell_3$; 4) $0 = M_1 + M_2 + M_3$

106. Куч усули билан ечиладиган масаланинг схемасини кўрсатинг.

Жавоб:



107. Тенг қаршилик кўрсатувчи балкани кўрсатинг.



108. Тенг қаршилик кўрсатувчи балка деб нимага айтилади?

Жавоб:

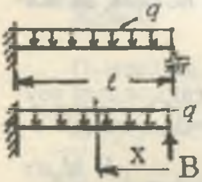
1. Узунлиги бўйлаб кесим юзаси ўзгармайдиган балкага.

2. Узунлиги бўйлаб барча кесим юзаларида нормал кучланиш бир хил қийматга эга бўлган балкага.

3. Узунлиги бўйлаб кесим юзаси тўғри чизиқли қонуният асосида танланган балкага.

4. Узунлиги бўйлаб кесим юзасида нормал кучланиш бир хил қийматга эга бўлмаган балкага.

109. Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балканинг реакция кучи топилган?



Жавоб:

1)Деформацияни таққослаш усули $f_B = f_{BB} + f_{Bq}$

2) Тақрибий дифференциал тенгламани татбиқ этиш усули:

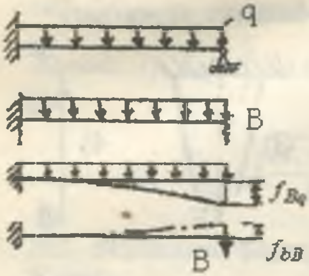
$$EIy^{''} = Bx - q\frac{x^2}{2}$$

3) Верещагин формуласи $\Delta = \dfrac{\varpi \cdot M^0}{EI}$

4) Куч усули $x_1\delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$

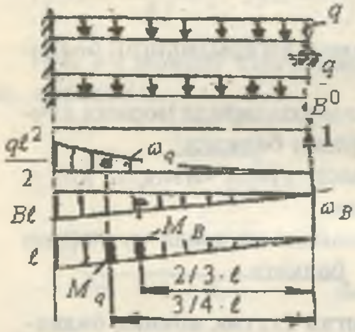
110) Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балканинг реакция кучи топилган

Жавоб:



1) деформацияни таққослаш усули; $x_1\delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$
2) тақрибий дифференциал тенгламани татбиқ этиш усули;
3) Мор интеграли;
4) Верещагин формуласи;
5) куч усули;
6) уч момент тенгламаси.

111. Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балканинг реакция кучи топилган?



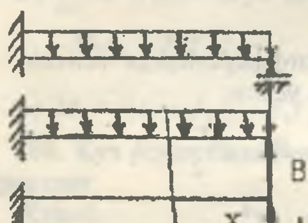
Жавоб:

1) Уч момент теоремасини та тбиқ этиш.
2) Мор интегралини татбиқ этиш.
3) Куч усули: $x_1\delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$.
4) Верещагин формуласи.

$$\Delta = \frac{\varpi \cdot M^0}{EI}$$

112. Қандай усул билан берилган статик ноаниқ балканинг реакция кучи топилган?

Жавоб:



1) Деформацияни таққослаш усули: $f_B = f_{BB} + f_{Bq} = 0$
2) Мор интеграли: $\Delta = \int \frac{M\overline{M_0}dx}{EI}$
3) Куч усули: $x_1\delta_{11} + \Delta_{1F} = 0$
4) Верещагин формуласи: $\Delta = \frac{\varpi \cdot M^0}{EI}$

113. Текис эгри стерженларда нормал кучланишни аниқланг?

Жавоб:

1) $\tau = \dfrac{QS_y^0}{I_y b}$; 2) $\sigma = \dfrac{4F}{\pi d^2}$; 3) $\sigma = \dfrac{N}{A} \pm \dfrac{M \cdot Z}{S_y^0 \cdot \rho}$; 4) $\sigma = \dfrac{MZ}{I_y}$

114. Текис эгри стерженларда нейтрал ўқ тенгламасини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1$; 2) $r = \dfrac{A}{\int_0^A \dfrac{dA}{\rho}}$

3) $1 + \dfrac{x_0 x_p}{i_y^2} + \dfrac{y_0 y_p}{i_x^2} = 0$; 4) $\dfrac{\cos\varphi \cdot Z_0}{I_y} + \dfrac{\sin\varphi \cdot y_0}{I_z} = 0$

115. Эгри стерженларда нормал кучланишни $\sigma = \dfrac{M \cdot Z_{1,2}}{S_y \cdot R_{1,2}}$ **формуладан аниқлаш учун қандай эгрилик бўлиши керак?**

Жавоб:

1) $\dfrac{R_0}{h} = 0$; 2) $R_0 > 5h$; 3) $R_0 < 5h$; 4) $R_0 = 5h$

116. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида вални кесим юзасида қандай кучланишлар ҳосил бўлади?

Жавоб:

1) нормал кучланиш: $\sigma_э = \dfrac{M_э}{N}$

2) нормал ва уринма кучланишлар.

3) уринма кучланиш: $\tau = \dfrac{M_б}{W_\rho}$

4) $\sigma = 0$ ва $\tau = 0$

117. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида вал кесимининг четки нуқтаси қандай кучланганлик ҳола - тида бўлади?

Жавоб: 1) чизиқли; 2) текис; 3) ҳажмий; 4) тўғри.

120. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги [illegible] **кўрсатинг.**

III назария 1) $\frac{1}{2}\left[\sigma_э + \sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2}\right] \le [\sigma]$;

2) $\sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2} \le [\sigma]$; 3) $\sqrt{\sigma_э^2 + 3\tau_б^2} \le [\sigma]$;

4) $\left[0{,}35\sigma_э + 0{,}65\sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2}\right] \le [\sigma]$

121. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шарти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

IV назария 1) $\sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2} \le [\sigma]$; 2) $\sqrt{\sigma_э^2 + 3\tau_б^2} \le [\sigma]$;

118. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шарти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

I назария. 1) $\frac{\sqrt{M_э^2 + M_б^2}}{W} \leq [\sigma]$;

2) $\frac{1}{W}\left[0,35M_э + 0,65\sqrt{M_э^2 + M_б^2}\right] \leq [\sigma]$

3) $\frac{1}{W}\sqrt{M_э^2 + 0,75M_б^2} \leq [\sigma]$ 4) $\frac{1}{2W}[M_э + \sqrt{M_э^2 + M_б^2} \leq [\sigma]$

119. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шарти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

II назария. 1) $\frac{\sqrt{M_э^2 + M_б^2}}{W} \leq [\sigma]$;

2) $\frac{1}{W}[M_э + \sqrt{M_э^2 + M_б^2} \leq [\sigma]$

3) $\frac{1}{W}\left[0,35M_э + 0,65\sqrt{M_э^2 + M_б^2}\right] \leq [\sigma]$;

4) $\frac{1}{2W}\sqrt{M_э^2 + 0,75M_б^2} \leq [\sigma]$

120. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шарти формуласини кўрсатинг.

III назария 1) $\frac{1}{2}\left[\sigma_э + \sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2}\right] \leq [\sigma]$;

2) $\sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2} \leq [\sigma]$; 3) $\sqrt{\sigma_э^2 + 3\tau_б^2} \leq [\sigma]$;

4) $\left[0,35\sigma_э + 0,65\sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2}\right] \leq [\sigma]$

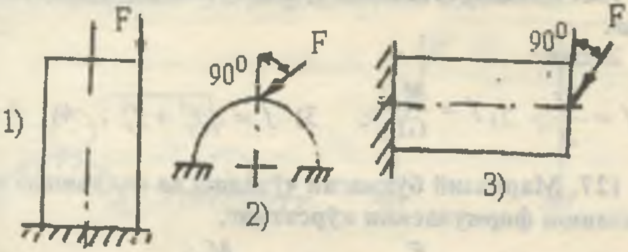
121. Эгилиш билан буралишни биргаликдаги таъсирида валнинг мустаҳкамлик шарти формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

IV назария 1) $\sqrt{\sigma_э^2 + 4\tau_б^2} \leq [\sigma]$; 2) $\sqrt{\sigma_э^2 + 3\tau_б^2} \leq [\sigma]$;

3) $\frac{1}{2}\left[\sigma_{\text{э}} + \sqrt{\sigma_{\text{э}}^2 + 4\tau_{\text{б}}^2}\right] \le [\sigma]$; 4) $\left[0,35\sigma_{\text{э}} + 0,65\sqrt{\sigma_{\text{э}}^2 + 4\tau_{\text{б}}^2}\right] \le [\sigma]$

122. Қийшиқ эгилиш схемасини кўрсатинг.



123. Қийшиқ эгилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\sigma = \frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_0 y_F}{i_x^2} + \frac{x_0 x_F}{i_y^2}\right)$; 2) $\sigma = \pm M\left(\frac{\cos\varphi}{W_y} + \frac{\sin\varphi}{W_z}\right)$

3) $\sigma = \frac{M_y \cdot y_c}{I_y} + \frac{M_z \cdot z_c}{I_z}$; 4) $\sigma = \frac{F_z}{A} + \frac{F_y}{A}$

124. Қийшиқ эгилишда нейтрал ўқ тенгламасини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$; 2) $1 + \frac{y_0 y_F}{i_x^2} + \frac{x_0 x_F}{i_y^2} = 0$;

3) $\frac{\cos\varphi \cdot z_0}{I_y} + \frac{\sin\varphi \cdot y_0}{I_z} = 0$; 4) $r = \frac{A}{\int_0^A \frac{dA}{\rho}}$

125. Қийшиқ эгилишда мустаҳкамлик шартини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\sigma = \frac{M_y \cdot y_c}{I_y} + \frac{M_z \cdot y_z}{I_z} \le [\sigma]$; 2) $\sigma = \frac{F_z}{A} + \frac{F_y}{A} \le [\sigma]$

3) $\sigma = \frac{M}{W_y}(\cos\varphi + \frac{W_z}{W_z}\sin\varphi) \le [\sigma]$;   4) $\frac{F}{A}\left(1 + \frac{y_0 y_F}{i_x^2} + \frac{x_0 x_F}{i_y^2}\right) \le [\sigma]$

126. Қийшиқ эгилишда тўлиқ кўчиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $f = \frac{F\ell}{A}$; 2) $f = \frac{M_\delta \ell}{GI_\rho}$;   3) $f = \sqrt{f_z^2 + f_y^2}$; 4) $f = \frac{M_c}{EI}$

127. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A}$;   2) $\sigma = \frac{M_x y}{I_x}$

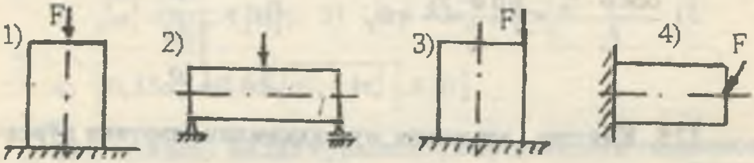
3) $\sigma = \pm\frac{F_z x \cdot z_c}{I_y} \pm \frac{F_y x \cdot y_c}{I_z}$; 4) $\sigma = \pm\frac{F}{A} + \frac{F \cdot y_F \cdot y}{I_x} \pm \frac{F \cdot x_F \cdot x}{I_y}$;

128. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилишда нейтрал ўқ тенгламаси?

Жавоб: 1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;   2) $1 + \frac{y_0 y_F}{i_x^2} + \frac{x_0 x_F}{i_y^2} = 0$;

3) $r = \frac{A}{\int_0^A \frac{dA}{\rho}}$;   4) $tg\alpha = tg\varphi \frac{I_y}{I_z}$

129. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилиш схемасини кўрсатинг.



130. Кесим ядроси нима?

Жавоб:

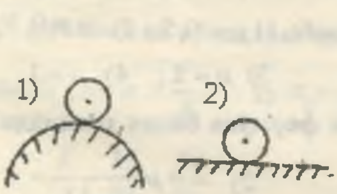
1) Стержен кесим юзасининг оғирлик маркази.

2) Стерженнинг кўндаланг кесим юзаси.

3) Кесим юзанинг маркази атрофида ҳосил бўлган эгри чизиқли соҳа.

4) Кесим юзанинг сиртида жойлашган элементар юза.

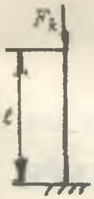
131. Стерженнинг устувор ҳолатини кўрсатинг?



132. Эйлер формуласини кўрсатинг.

1) $F_k = [\sigma] A$; 2) $F_k = [\tau] A$; 3) $F_k = a - b\lambda$;

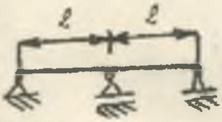
4) $F_k = \dfrac{n^2 \pi^2 E I_{min}}{(\mu \ell)^2}$



133. Стержени тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;

3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$



134. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;

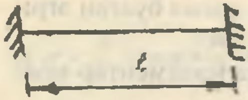
3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$

135. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0,5$; 2) $\mu = 0,7$;

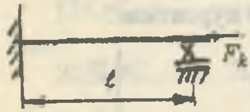
3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$

136. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?



Жавоб: 1) $\mu = 0{,}5$; 2) $\mu = 0{,}7$;

3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$



137. Стерженнинг тиралиш шартига кўра μ нинг қайси қиймати тўғри?

Жавоб: 1) $\mu = 0{,}5$; 2) $\mu = 0{,}7$;

3) $\mu = 2$; 4) $\mu = 1$

138. Эгилувчанлик қайси формула билан топилади?

Жавоб: 1) $\lambda = \dfrac{4FR^3 n}{Gr^4}$; 2) $\lambda = \mu \dfrac{\ell}{i_{\min}}$;

3) $\lambda = \dfrac{F\ell}{EI}$; 4) $\lambda = \dfrac{M_c}{EI}$

139. $\lambda \geq 100$ **стерженларда критик кучланиш қайси формула билан топилади?**

Жавоб: 1) $\sigma = \dfrac{F_k}{A}$; 2) $\sigma_k = a - b\lambda$;

3) $\sigma_k = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}$; 4) $\sigma_k = \sigma_{ok}$

140. $40 \leq \lambda \leq 100$ **стерженларда критик кучланиш қайси формула билан топилади?**

Жавоб: 1) $\sigma = \dfrac{F_k}{A}$; 2) $\sigma_k = a - b\lambda$;

3) $\sigma_k = \dfrac{\pi^2 E}{\lambda^2}$; 4) $\sigma_k = \sigma_{ok}$

141. Сиқилган стерженларнинг устуворлик шартини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\sigma_k = \dfrac{F_k}{A} \leq [\sigma]$; 2) $\sigma_k = \dfrac{F_k}{A \cdot \varphi} \leq [\sigma]$; 3) $\sigma_k = \dfrac{\varphi \cdot F_k}{A \cdot \varphi} \leq [\sigma]$

142. Эгилиш билан чўзилишнинг биргаликдаги таъсирида кучланиш формуласи?

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A}$; 2) $\sigma = \frac{M}{W_x}$; 3) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W_x}$

4) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} + \frac{Ft}{W}$

143. Бўйлама ва кўндаланг эгилишда нормал кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma = \frac{F}{A}$; 2) $\sigma = \frac{M}{W_x}$; 3) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W_x}$

4) $\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W} + \frac{Ft}{W}$

144. Бўйлама ва кўндаланг эгилишда салқилик формуласи?

Жавоб: 1) $f = \frac{M_c}{EI}$; 2) $f = f_0 \frac{1}{1 - \frac{F}{F_k}}$;

3) $f = \frac{4FR^3 n}{Gr^4}$; 4) $f = \frac{5q\ell^4}{384EI}$

145.Текис тезланишли ҳаракатда динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \sigma_{ct}(1 + \frac{a}{g})$; 2) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$;

3) $\sigma_g = \frac{\gamma\varpi^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_g = \frac{\gamma F \varpi^2 r \ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

146. Труба ёки бетон плитани кўтаришда ҳосил бўлган динамик кучланишни аниқланг?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \sigma_{ct}(1 + \frac{a}{g})$; 2) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$;

3) $\sigma_g = \frac{\gamma\varpi^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_g = \frac{\gamma F \varpi^2 r \ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

147. Айланувчан ҳалқасимон элементдаги динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \sigma_{ct}(1 + \frac{a}{g})$; 2) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$;

3) $\sigma_g = \frac{\gamma\varpi^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_g = \frac{\gamma F \varpi^2 r \ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

148. Шатунда ҳосил бўладиган динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \sigma_{ct}(1 + \frac{a}{g})$; 2) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$;

3) $\sigma_g = \frac{\gamma\varpi^2 D^2}{4g}$; 4) $\sigma_g = \frac{\gamma F \varpi^2 r \ell^2}{9g\sqrt{3} \cdot W}$

149. Тебранма ҳаракатда ҳосил бўлган динамик кучланиш?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \sigma_{ct}(1 + \frac{a}{g})$; 2) $\sigma_g = \sigma_{ct}(1 + \frac{A}{\delta_c})$;

3) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$; 4) $\sigma_g = \sigma_c \sqrt{\frac{T_0}{U_c}}$

150. Тебранма ҳаракатда динамик коэффициент қандай формула билан топилади?

Жавоб: 1) $K_g = 1 + \frac{a}{g}$; 2) $K_g = 1 + \frac{A}{\delta_c}$;

3) $K_g = \sqrt{\frac{T_0}{U_c}}$; 4) $K_g = 1 + \frac{\omega^2 r}{g}$

151. Зарб таъсирида динамик коэффициент формуласи?

Жавоб: 1) $K_g = 1 + \frac{\delta_n}{\delta_c}\beta$; 2) $K_g = 1 + \frac{\omega^2 r}{g}$;

3) $K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}}$; 4) $K_g = 1 + \frac{a}{g}$

152. Текис тезланишли ҳаракатда динамик коэффициент?

Жавоб: 1) $K_g = 1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\delta_c}}$; 2) $K_g = 1 + \frac{\delta_н}{\delta_c}$;

3) $K_g = 1 + \frac{a}{g}$; 4) $K_g = 1 + \frac{\omega^2 r}{\delta}$

153. Зарб таъсирида кучланиш формуласи?

Жавоб: 1) $\sigma_g = \frac{Q}{A} K_g$; 2) $\sigma_g = \sigma_c \left(1 + \frac{A}{\delta_c}\right)$;

3) $\sigma_g = \frac{Q}{A}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_c}}\right)$; 4) $\sigma_g = K_g \frac{q\ell^2}{8W}$

154. Зарб таъсирида чўзилиш ва сиқилиш. Кучланиш фомуласи?

Жавоб:

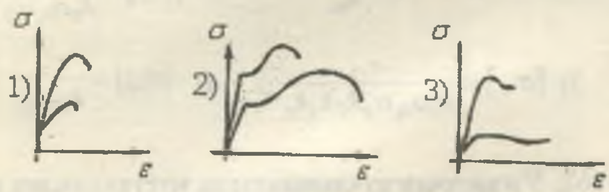
1) $\sigma_g = \sqrt{\frac{2T_0 E}{A\ell}}$; 2) $\sigma_g = \frac{I_{max}}{i}\sqrt{\frac{6T_0 E}{A\ell}}$; 3) $\tau_g = \sqrt{\frac{4T_0 E}{A\ell}}$

155. Зарб таъсиридаги динамик узайиш?

Жавоб:

1) $\Delta\ell_g = K_g \frac{Q\ell}{EA}$; 2) $f_g = K_g \frac{Q\ell^3}{48EI}$; 3) $\varphi_g = \sqrt{\frac{T_0\ell}{GI_p}}$

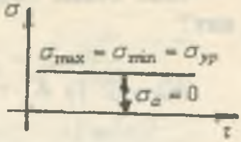
156. Зарб таъсирида чўзилиш диаграммасини кўрсатинг.



157. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

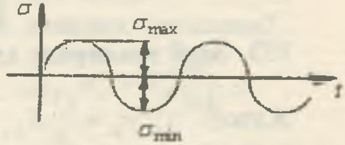
Жавоб: 1) симметрик

2) ўзгармас
3) носимметрик
4) пулсацияли



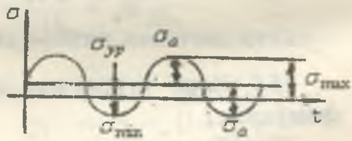
158. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

Жавоб: 1) симметрик
2) ўзгармас
3) носимметрик
4) пулсацияли



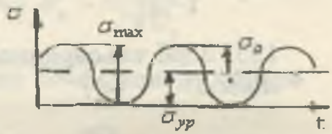
159. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

Жавоб: 1) симметрик
2) ўзгармас
3) носимметрик
4) пулсацияли



160. Ўзгарувчан кучланишнинг тўғри турини кўрсатинг.

Жавоб: 1) симметрик
2) ўзгармас
3) носимметрик
4) пулсацияли



161. Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамлик шартини (пластик материал учун) кўрсатинг.

Жавоб: 1) $[\sigma_{+1}] = \dfrac{\sigma_{ok}}{k_{01}}$; 2) $[\sigma_{+1}] = \dfrac{\sigma_{-1}}{k_0 \alpha_{kg} \alpha_м}$;

3) $[\sigma_{+1}] = \dfrac{\sigma_{-1}}{k_0 \alpha_{kg} \alpha_м k_T k_э k_g}$; 4) $[\sigma_{+1}] = \dfrac{\sigma_b}{k_{02} \alpha_{kg}}$

162. Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамлик шартини (мўрт материал) кўрсатинг.

Жавоб: 1) $[\sigma_{+1}] = \dfrac{\sigma_{ok}}{k_{01}}$; 2) $[\sigma_{-1}] = \dfrac{\sigma_{-1}}{k_0 \alpha_{kg} \alpha_м}$

3) $\left[\sigma_{-1}\right] = \dfrac{\sigma_b}{k_{02}\alpha_{kg}}$; 4) $\left[\sigma_{-1}\right] = \dfrac{\sigma_{-1}}{k_0\alpha_{kg}\alpha_м k_T k_з k_g}$

163. Материали Гук қонунига бўйсунмайдиган балкаларда нормал кучланиш формуласини кўрсатинг.

Жавоб:

1) $\sigma_{-1}^{э} = 0,4\sigma_в$; 2) $\sigma_r = \dfrac{3M}{bh^2}\left(1 + \dfrac{\sqrt{E_ч}}{\sqrt{E_c}}\right)$; 3) $\sigma_м = \alpha_в \dfrac{F\ell}{W}$

164. Материали Гук қонунига бўйсунмайдиган балкаларда нейтрал ўқ тенгламасини кўрсатинг?

Жавоб: 1) $r = \dfrac{A}{\int_0^A \dfrac{dA}{\rho}}$; 2) $h_1 = \dfrac{h\sqrt{E_c}}{\sqrt{E_ч} + \sqrt{E_c}}$

3) $tg\alpha = tg\varphi \dfrac{I_y}{I_z}$

ТАЯНЧ ИБОРАЛАРНИНГ ЛУҒАВИЙ МАЪНОСИ ВА ЎҚУВ МАҚСАДЛАРИНИНГ ТОИФАЛАРИНИ БЕЛГИЛАШ

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Материал	Механик ва пластиклик хоссасига, ишлов берилиш хусусиятига эга бўлган конструкция ва иншоот қисмларини тайёрлаш мумкин бўлган нарса.	+	+	
Қаршилик	Ҳар қандай ташқи таъсирга ички акс таъсирини кўрсата олишлик	+		
Мустаҳкамлик	Ташқи таъсирга емирилмасдан қаршилик кўрсатиш қобилияти	+		
Бикрлик	Жисмнинг ўлчами ва шаклининг ўзгаришига қаршилик кўрсатиш қобилияти. Бикр-ўлчам ва шаклнинг ўзгаришига мойилмас дегани.	+		
Устуворлик	Лойиҳа асосида берилган тўғри чизиқли мувозанатлашган шаклни сақлаш қобилияти.	+		
Куч	Иккита жисмнинг механик таъсири	+	+	
Тўпланма куч	Иккита жисмнинг ўзаро таъсирлашуви нуқта воситасида амалга оширилади, яъни юкни қўйилиш юзасининг ўлчами конструкция элементларининг ўлчамларидан жуда кичик.	+		

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Тақсимланган куч	Иккита жисмнинг ўзаро таъсирлашуви юза ёки узунлик бўйича амалга оширилади.	+		
Кесиш методи	Жисмни *m— n* текислик билан фикран икки қисмга ажратиш	+	+	+
Ташқи куч	Тинч - ҳаракатсиз ҳолатда бўлган жисмга иккинчи жисмнинг таъсири	+		
Ички куч	Ташқи куч таъсирида жисм материали заррачаларининг ўзаро тортишиш кучларининг активлашиши	+		
Деформация	Ташқи куч таъсиридан жисмда ўлчам ёки шакл ўзгариши	+	+	
Оддий деформация	Ташқи куч йўналишида жисмнинг ўлчам ёки шакли ўзгариши	+		
Мураккаб деформация	Бир вақтда иккита ва ундан кўпроқ оддий деформацияларнинг ҳосил бўлиши	+		
Эластик деформация	Ташқи куч таъсири йўқотилгандан кейин жисмнинг бошланғич ўлчам ва шаклини тикланиши	+		

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Пластик деформация	Қолдиқ деформация, яъни ташқи куч таъсири йўқотилгандан кейин жисмнинг бошланғич ўлчам ва шаклининг тикланмаслиги	+		
Кучланиш	Ички кучни кесим юзада тарқалиш қонуниятини ифодалайди, яъни бир бирлик юзага тўғри келувчи куч	+	+	
Нормал кучланиш	Кесим юзага тик йўналадиган кучланиш	+	+	
Уринма кучланиш	Кесим юзага уринма йўналадиган кучланиш	+	+	
Тўлиқ кучланиш	Нормал ва уринма кучланишларни геометрик йиғиндиси	+		
Контактли кучланиш	Иккита жисмни тегишиш (контактлашиш) юзасидаги кучланиш	+	+	
Кучланишлар концентрацияси	Кучланишлар тўплами	+	+	
Қаттиқлик	Сиртига сингдирилган деталга қаршилик кўрсата олиш қобилияти	+		

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўкув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Конструкция	Деталь, механизм, машина, қурилма, иншоот	+		
Иншоот	Плотина, бир ёки кўп қаватли иморатлар	+	+	
Брус	Узунлиги қолган ўлчамларидан катта бўлган жисм	+	+	
Стержень	Ингичка брус	+	+	
Балка	Эгилишга қаршилик кўрсатадиган брус	+	+	
Рама	Синиқ чизиқли брус	+	+	
Геометрик тавсиф	Геометрик боғланиш назарияси	+	+	
Пластинка	Қалинлиги қолган ўлчамларидан кичик бўлган жисм	+	+	
Қобиқ	Эгри шаклли пластинка	+	+	
Статик момент	Кесим юза билан ўқ орасидаги масофа кўпайтмасининг интеграли	+	+	+
Оғирлик маркази	Кесим юзадан ҳисоблаб топилган шундай нуқтаки, бу нуқта атрофида айланган кесим юзаси нуқталарининг чизган траекторияси айлана бўлади	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Инерция моменти	Кесим юза билан ўқ орасидаги масофа квадратининг кўпайтмаси	+	+	+
Ўқларга нисбатан инерция моменти	Кесим юзани бирор ўққа нисбатан инерция моменти	+	+	+
Марказдан қочма инерция моменти	Кесим юза билан иккита ўқ орасидаги масофа кўпайтмасининг интеграли	+	+	+
Қутб инерция моменти	Кесим юза билан қутб нуқтаси орасидаги масофа квадратининг кўпайтмаси	+	+	+
Қаршилик моменти	Кесим ўлчамларининг боғланиши бўлиб, мустаҳкамликни ифодалайдиган геометрик тавсиф	+	+	+
Бош инерция ўқи	Бош инерция ўқларига нисбатан кесимнинг марказдан қочма инерция моменти нолга тенг	+	+	+
Бош инерция моменти	Бош инерция ўқларига нисбатан кесимнинг инерция моменти	+	+	+
Инерция радиуси	Кесимнинг бирор ўққа нисбатан инерция моментини кесим юзасига нисбати билан топилади	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Чўзилиш	Ташқи куч таъсирида брус узунлигининг ортиши (узайиши) ва кўндаланг ўлчамининг қисқариши	+	+	+
Сиқилиш	Ташқи куч таъсирида брус узунлигининг қисқариши ва кўндаланг ўлчамининг ортиши	+	+	+
Марказий чўзилиш ва сиқилиш	Ташқи куч таъсиридан бруснинг кесим юзасидаги материал заррачалари бир хил масофага кўчади, яъни бруснинг кесим юзаси ўқ бўйлаб чизиқли қисқаради ёки ортади	+	+	
Бўйлама деформация	Ташқи куч таъсиридан брус узунлигини ўқ бўйлаб чизиқли узайишининг нисбий (абсолют) миқдори	+	+	
Кўндаланг деформация	Ташқи куч таъсиридан брус кўндаланг кесим юзасининг ўзгаришини абсолют (нисбий) миқдори	+	+	
Эластиклик модули	Физик константа, материалнинг турига боғлиқ	+	+	
Пуассон коэффициенти	Брус кўндаланг кесим юзасининг қисқаришини тавсифлайди	+		
Хусусий оғирлик	Жисмнинг оғирлиги	+		

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Тенг қаршилик кўрсатувчи брус	Узунлиги бўйлаб ўзгарувчан кесим юзаларида нормал кучланиш бир хил қийматга эга	+	+	
Хавфли кесим	Энг катта кучланиш таъсиридан кесим юзада емирилиш содир бўлиши мумкин	+	+	
Мустаҳкамлик шарти	Хавфли кесимдаги емирилишни чеклайдиган математик ифода	+	+	
Рухсат этилган кучланиш	Эластик деформация ва мустаҳкамликни таъминлаш учун брус материалига хос бўлган чекланган кучланиш	+	+	
Температурали кучланиш	Температура (қиздириш) таъсирида ҳосил бўлган кучланиш	+	+	
Температурали деформация	Металларнинг иссиқликдан кенгайиши	+	+	
Диаграмма	Куч билан деформация боғланишини координата ўқларида графикавий усулда ифодаланиши	+	+	
Пропорционаллик чегара	Куч билан деформация боғланишининг графикаси тўғри чизиқ, яъни Гук қонуниятига бўйсунади	+	+	
Эластиклик чегара	Брус материалининг эластиклик хоссасида - деформация сўнувчан бўлади	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Оқувчанлик чегара	Тахминан ўзгармас кучланиш таъсирида бруснинг узайиши тез ўсади	+	+	
Мустаҳкамлик чегара	Энг катта кучга тўғри келувчи кучланиш	+	+	
Маҳаллий узайиш	Брус узайишининг маълум бир оралиқда тўпланиши ёки содир бўлиши	+	+	
Пухталаниш	Бирламчи узайиш эвазига пропорционаллик чегарани ўсиши	+	+	
Абсолют деформация	Бир бирлик узунликка тўғри келувчи узайиш	+	+	
Нисбий деформация	Бир бирлик узунликка тўғри келувчи абсолют узайиш	+	+	
Пластиклик	Брусни чўзилиш (сиқилиш) га, эгилишга ва ҳ.к.ларга мойиллиги, катта қолдиқ деформация ҳосил қилиш хусусияти	+	+	
Мўртлик	Материалнинг пластикликка тескари хоссаси	+	+	
Гук қонуни	Куч билан деформация боғланишининг графикаси тўғри чизиқ қонуниятга бўйсунишини тавсифловчи назария	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Статик ноаниқ масала	Номаълум кучларнинг сони мувозанат тенгламалари сонидан кўп бўлган масала	+	+	+
Статик ноаниқлик даража	Статик ноаниқ масала неча маротаба ноаниқ эканлигини ифодалайди	+	+	+
Деформацияларнинг боғланиши	1.Брус таянч нуқтасининг кўчиши ташқи ва реакция кучлари таъсиридан нолга тенг бўлиши	+	+	+
	2.Бикр қаттиқ жисм воситасида боғланишда бўлган стерженларни деформацияланишида ҳосил бўлган шаклларни геометрик боғланиши	+	+	+
Кучланганлик ҳолат	Кубик томонларида ва қия кесим юзаларида кучланишларнинг хилма-хиллиги ва ўзгаришини таҳлили	+	+	
Чизиқли кучланганлик ҳолати	Чизиқ бўйлаб кубикни кўндаланг ва қия кесим юзаларида кучланишларни таҳлили	+	+	
Ҳажмий кучланганлик ҳолат	1. Кубикнинг ҳажми бўйича кучланишларнингтаҳлили	+	+	
	2. Кубикнинг деформацияланишида шакл ёки ҳажм ўзгаришининг таҳлили	+	+	
Бош юза	Уринма кучланишлар таъсири нолга тенг бўлган юзалар	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Бош кучланишлар	Бош юзаларга қўйилган кучланишлар	+	+	+
Бош кучланиш-ларнинг йўналиши	Чўзувчи ва сиқувчи кучланишлар йўналишини аниқлаш	+	+	+
Мор доираси	1. Кучланишлар доираси	+	+	+
	2.Кўндаланг ва қия кесимлардаги кучланишлар ўзгаришини ифодаловчи графикавий усули	+	+	+
Ҳажмий деформация	Кубикни ўзаро перпендикуляр учта қирраларининг бир вақтда чўзилиш ва сиқилишининг таҳлили	+	+	
Деформацияни потенциал энергияси	Кубикни деформацияланишида бажарилган ишни тавсифловчи сарфланган энергия	+	+	
Ҳажм ўзгариши	Кубикни деформацияланишида барча қирраларини бир хил миқдорга узайиши ёки қисқариши, яъни кубик кубиклигича қолади	+	+	
Шакл ўзгариши	Кубикнинг деформацияланишида унинг қирраларининг ўлчамлари бир хил ўзгармайди, кубик параллелограмм шаклини эгаллайди	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Гук ҳажмий қонуни	Эластик ҳажмий деформацияни тавсифловчи қонуниятнинг математик ифодаси	+	+	
Ҳажмий эластиклик модул	Эластик ҳажмий деформациядаги физик константа	+		
Мустаҳкамлик назария	Конструкциялар мустаҳкамлиги тўғрисидаги турли назарий ва тажрибавий мулоҳаза ва ғояларни мужассамлаштан ҳолатини математик ифодаси	+		
Мўрт емирилиш	Материалларни эластиклик хоссасидан ташқарида дарз ёрилиши	+		
Пластик емирилиш	Материалларни эластиклик хоссасидан ташқарида қолдиқ деформация ҳосил қилиши	+		
Силжиш	Ташқи куч таъсиридан брус кесим юзаларини бир-бирига нисбатан кўчиши (ҳаракати)	+		
Абсолют силжиш	Бир бирлик ўлчамга тўғри келувчи силжиш	+		
Нисбий силжиш	Бир-бирлик ўлчамга тўғри келувчи абсолют силжиш	+		
Қирқилиш	Хавфли силжиш кесимида кесилишга қаршилик кўрсатиш қобилияти	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Эзилиш	Силжиш текислигига перпендикуляр юзада материал заррачаларининг кўчиши	+	+	
Силжиш модули	Силжиш деформациясидаги физик константа	+	+	
Бирикма	Иккита жисмни туташтириш юзаси ва усули	+	+	
Пайванд бирикма	Иккита элемент материалларини суюқ ҳолатда бириктириш усули	+	+	
Парчин михли бирикма	Иккита элементни парчин мих воситасида бириктириш усули	+	+	
Буралиш	Параллел жойлашган иккита доиравий кесимларни бир ўқ атрофида ва бир-бирига нисбатан айланиши	+	+	
Вал	Айланма ҳаракат ва қувватни узатадиган поғонали доиравий кесимли брус	+	+	
Ўқ	Айланувчи ғилдираклар билан ҳаракатни узатишда қатнашадиган доиравий кесимли брус	+	+	
Буровчи момент	Ташқи айлантирувчи моментларнинг алгебравик йиғиндисига тенг бўлиб, валнинг кесим юзасидаги материал заррачаларини буралишга қаршилик кўрсатувчи кучларининг кесим марказига нисбатан куч моментларининг тенг таъсир қилувчиси	+	+	

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Буралиш бурчаги	Вал кўндаланг кесим юзасини ўқ атрофида айланиш вазиятини (бурчагини) белгилайди	+	+	
Эпюра	Ички куч факторларини бруснинг ўқи бўйлаб ўзгаришини ифодаловчи маълум қонуният асосида қурилган графикаси	+	+	
Бикрлик шарти	Брус деформациясининг чекланган қийматини белгиловчи математик ифода	+	+	
Деплонация	Мажбурий буралиш	+		
Эгувчи момент	Балканинг кесим юзасидаги чўзувчи ва сиқувчи ички бўйлама кучларни нейтрал ўққа нисбатан куч моментларининг тенг таъсир қилувчиси бўлиб, балкани танланган кесим марказига нисбатан бир томонда жойлашган ташқи кучларнинг шу кесим марказига нисбатан куч моментларининг алгебравик йиғиндиси	+	+	+
Нейтрал қатлам	Балканинг эгилишида қатнашиб чўзилмайдиган ва сиқилмайдиган материал қатлами	+	+	+
Кўчиш	Нуқтанинг ташқи куч таъсирида шу куч йўналишида бир чизиқ бўйлаб кўчиши	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Дифференциал боғланиш	Балка кесимининг айланиш бурчаги билан салқилик орасидаги боғланиш	+	+	+
Дифференциал тенглама	Балка эгилган ўқини ташқи куч ва бикрлик билан боғланишининг математик ифодаси	+	+	+
Универсиал формула	Балка ихтиёрий кесимининг айланиш бурчаги ва салқилигини аниқлаш формуласи	+	+	+
Графоаналитик усул	Балка танланган кесимининг айланиш бурчаги ва салқилигини аниқлашни аналитик ва графика усулларини мужассамланган кўриниши	+	+	+
Эгилиш маркази	Балка кесимидан ташқарида жойлашган шундай нуқтаки, бу нуқтага мувозанатловчи куч қўйилиб, кесимдаги уринма кучларни кесимнинг оғирлик марказига нисбатан моменти мувозанатланади ва балка кесимининг буралиши чекланади	+	+	+
Ишлар орасидаги боғланиш	Иккита кетма-кет қўйилган кучлар таъсирида бўлган нуқталарнинг шу кучлар йўналишидаги кўчишида бажарилган ишларнинг ўзаро тенглиги	+		
Кўчишлар орасидаги боғланиш	Иккита кетма-кет қўйилган кучлар таъсирида бўлган нуқталарнинг шу кучлар йўналишидаги кўчишларининг ўзаро тенглигини ифодалайди	+		

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Мор интеграли	Ташқи ва бирлик кучлар таъсирида бўлган нуқтанинг шу кучлар йўналишидаги кўчишида бажарилган ишларнинг ўзаро тенглигига асосланган тенглама бўлиб, бу тенгламадан балканинг кўчиши ҳисобланади	+	+	+
Верешагин усули	Балка нуқтасининг кўчишини аниқлашда ташқи ва бирлик куч моментлари эпюраларини қуриш ва уларни ўзаро кўпайтиришга асосланган усул	+	+	+
Деформацияларни таққослаш	Нуқтанинг салқилиги ташқи ва таянч кучлари таъсиридаги салқиликларнинг йиғиндиси сифатида нолга тенг бўлади	+		
Узлуксиз балка	Таянчлар сони 3 та ва ундан кўп бўлган балкалар	+	+	+
Уч момент теоремаси	Учта номаълум реактив моментларни аниқлаш учун татбиқ этилган назария	+	+	+
Статик ноаниқ рама	Номаълум реакция кучларининг сони мувозанат тенгламалари сонидан кўп бўлган рама	+	+	+
Куч усули	Номаълум реакция кучларининг бирлик кучлар билан алмаштирилиши	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Каноник тенглама	Бирлик кучлар бажарган ишларининг йиғиндисини ташқи кучни бирлик куч йўналишида бажарган иши билан мувозанатлашуви	+	+	+
Эгри стержень	Бўйлама ўқи текис эгри чизиқ бўлган стержень	+	+	+
Мураккаб қаршилик	Конструкциянинг иккита ва ундан ортиқ оддий деформациялар таъсирида бўлиши	+	+	+
Қийшиқ эгилиш	Симметрия ўқлари жойлашган текисликлардан ташқарида бруснинг эгилиши	+	+	+
Марказлашмаган сиқилиш	Бруснинг сиқилиш билан эгилиш деформацияларининг биргаликдаги таъсирида бўлиши	+	+	+
Буралиш ва эгилиш	Валнинг кесим юзасида буровчи ва эгувчи моментларнинг ҳосил бўлиши, яъни express валнинг буралиш билан эгилиш деформацияларининг биргаликдаги таъсирида бўлиши	+	+	+
Келтирилган момент	Турли мустаҳкамлик назариялари асосида ҳисобланган буровчи ва эгувчи моментларнинг йиғиндиси	+	+	+

Таянч иборалар	Луғавий маъноси	Ўқув мақсадининг тоифалари		
		билиш	тушуниш	қўллаш
Ноустуворлик	Сиқувчи куч таъсирида стерженнинг тўғри чизиқли шаклини сақлаб қола олмаслиги	+	+	+
Критик куч	Стержень устуворлигининг йўқолишига сабаб бўлувчи куч	+	+	+
Эгилувчанлик	Турли узунлик ва ўлчамдаги стерженларни тўғри чизиқли шаклини эластик ўзгартириш хусусиятини ифодаловчи константа	+	+	+
Динамик куч	Бир-бирлик вақт оралиғида қийматини ва йўналишини ўзгартирувчи куч	+	+	
Динамик деформация	Динамик куч таъсиридаги бруснинг шакл ёки ўлчамларининг ўзгариши	+	+	
Зарб таъсири	Маълум баландликдан тушган юкнинг жисмга таъсири	+	+	
Зарбга синаш	Зарб таъсирида материал хоссаларини ўрганиш	+	+	
Ўзгарувчан кучланиш	Вақт оралиғида қиймати ва ишорасини ўзгартирадиган кучланиш	+	+	
Материаллар-нинг толиқиши	Ўзгарувчан кучланиш таъсирида материални дарз ёрилиши	+	+	
Чидамлилик чегара	Материалларнинг толиқишини чеклайдиган чегара	+	+	

ЎҚУВ ВА УСЛУБИЙ (технологик) КАРТА

Т/р	Мавзулар номи	Фойдаланиладиган ЎТВ ва услубий қўлланмалар	Ўқув дарси ва назорат тури	Таянч иборалар ва билимни ўзлаштириш даражаси (билиш, тушуниш ва қўллаш)
1	Фаннинг вазифалари. Куч турлари. Кесиш методи. Кучланиш ва деформация. Фанда қабул қилинган гепотезалар	П-10-01 П-102 Д-1 ТС	М, Т	Материал, қаршилик, мустаҳкамлик, бикрлик, устуворлик, куч, тўпланма куч, тарқалган куч, статик куч, линамик куч, кесиш методи, кучланиш, контактли кучланиш; кучланишлар концентрацияси, қаттиқлик; деформация, оддий деформация; мураккаб деформация; эластик деформация, пластик деформация; кўчиш; брус, стержень, балка, рама, қобиқ, конструкция; иншоот — (билиш, тушуниш)
2	**Текис юзаларининг геометрик тавсифлари.** Статик ва инерция моментлари. Параллел ўқларга нисбатан инерция моментлари. Оддий кесим юзаларининг инерция моментлари. Координата ўқларини айлантирганда инерция моментларининг ўзгариши. Бош инерция ўқлари ва бош инерция моментлари. Қаршилик моментлар тушунчаси.	ТС	М, МЕ Т ХТИ	Геометрик тавсиф, статик момент, оғирлик маркази, инерция моменти, қутб инерция моменти, марказдан қочма инерция моменти, бош инерция ўқи, бош инерция моменти қаршилик моменти, инерция радиуси **(билиш, тушуниш ва қўллаш)**

3	Чўзилиш ва сиқилиш. Кучланиш ва деформация. Гук қонуни. Эластиклик модули. Мустаҳкамлик шарти. Кесимни танлаш. Хусусий оғирлик таъсирида чўзилиш ва сиқилиш. Тенг қаршилик кўрсатувчи бруслар. Температура таъсирида кучланиш ва деформация. Статик аниқ ва ноаниқ масалалар. Материалларнинг хоссаларини тажрибаларда ўрганиш. Юмшоқ пўлатни чўзилиш ва сиқилиш диаграммалари. Турли материалларни чўзилиш ва сиқилиш диаграммалари. Пластиклик ва мўртлик. Рухсат этилган кучланишни танлаш. Деформацияни потенциал энергияси	П-19-03 П-19-13 П-19-04 П-19-05, П-19-06 П-19-07 П-19-08 П-19-09 П-19-11 П -19-13 ТС	М МЕ ТМ Т ХГИ	Марказий чўзилиш ва сиқилиш; чўзилиш; сиқилиш; бўйлама куч; абсолют узайиш; нисбий узайиш; Гук қонуни; эластиклик модули, бўйлама деформация; кўндаланг деформация; Пуассон коэффициенти; диаграмма; пропорционаллик чегара, эластиклик чегара, пухталаниш; мўртлик, кесимнинг нисбий қисқариши; тенг қаршилик кўрсатувчи брус; ҳароратли кучланиш; ҳароратли деформация; мустаҳкамлик шарти; рухсат этилган кучланиш; эҳтиётлик коэффициенти; статик ноаниқ масала; статик ноаниқлик даражаси; деформацияларнинг боғланиши **(билиш, тушуниш ва қўллаш)**

4	**Кучланганлик ҳолатлари.** Чизиқли ва текис кучланганлик ҳолатлари. Бош юзалар ва бош кучланишлар. Кучланишлар доираси. Ҳажмий кучланганлик ҳолати. Ҳажмий деформация. Гук қонуни. Эластик деформациянинг энергияси	П-19-14 П-19-14 П-19-14 ТС	М МЕ ХГИ Т	Чизиқли кучланганлик ҳолати; қия кесимнинг нормал кучланиши; тўлиқ кучланиш; қия кесимни уринма кучланиши; уринма кучланишларни жуфтлик аломати; бош юза; бош нормал кучланиш; текис кучланганлик; Мор доираси; ҳажмий кучланганлик; Гукнинг ҳажмий қонуни; ҳажм ўзгариши; шакл ўзгариши. **(билиш, тушуниш)**
5	**Мустаҳкамлик назариялари.** Мўрт ва пластик емирилиш. Классик ва янги мустаҳкамлик назариялари.	П-19-21 П-19-22	М Т	Энг катта бош нормал кучланишлар; энг катта нисбий деформация; энг катта уринма кучланиш; энергетик назария; Мор назарияси; мўрт емирилиш; пластик емирилиш; хавфли ҳолат; чегаравий қиймат; хавфлилик даража **(билиш, тушуниш)**
6	**Силжиш**. Гук қонуни. Кучланиш. Деформациянинг потенциал энергияси. Парчин михли ва пайванд бирикмаларни ҳисоблаш	Д-2 ТС	М МЕ Т МТ	Соф силжиш; силжиш модули; абсолют силжиш; нисбий силжиш; бирикма; қирқилиш; эзилиш; заифлашган юза **(билиш, тушуниш)**
7	**Буралиш**. Буровчи моментни аниқлаш. Доиравий кесимли стерженда кучланишни аниқлаш. Мустаҳкамлик ва бикрлик шартлар. Винтсимон пружинани ҳисоблаш. Статик ноаниқ масалалар.	П-19-15 П-19-16 ТС	М МЕ ТМ Т ХГИ	Тасма, шкив, таранглик кучи, буровчи момент; буралиш бурчаги; қувват, айланишлар сони; бикрлик шарти; вал; ўқ **(билиш, тушуниш ва қўллаш)**

8	**Эгилиш.** Ички куч факторларини аниқлаш. Эгувчи момент, кўндаланг куч ва ёйилган куч интенсивлиги орасидаги дифференциал боғланишлар. Нормал кучланишнинг аниқлаш. Нормал кучланиш бўйича мустаҳкамлик шарти. Кесимни танлаш. Уринма кучланишни аниқлаш. Мустаҳкамлик шарти. Журавский формуласини турли кесимларга татбиқ этиш. Эгилиш маркази. Балкани мустаҳкамлигини бош кучланишлар бўйича текшириш. Тенг қаршилик кўрсатувчи балкалар.	П-19-18 Д-3 П-19-20 П-19-19 Д-3 ТС	М МЕ ТМ Т ХГИ	Кўндаланг куч; эгувчи момент; таянч; таянч кучи; материал қатлами сиқилади; материал қатлами чўзилади; нейтрал қатлам; рационал кесим; рухсат этилган юк; тенг қаршилик кўрсатувчи балка; эгилиш маркази **(билиш, тушуниш ва қўллаш)**
	Эгилишда кўчишни аниқлаш. Эластик чизиқни дифференциал тенгламаси. Бошланғич параметрлар усули. Кўчишни аниқлашни графоаналитик усули. Деформациянинг потенциал энергияси. Ишлар орасидаги боғланишлар теоремаси, кўчишлар орасидаги боғланишлар теоремаси. Мор интеграли. Верещагин формуласи. Оддий статик ноаниқ масалалар. Уч момент теоремаси. Статик ноаниқ рамалар.	ТС	М МЕ ТМ Т ХГИ	Салқилик; кесимнинг айланиш бурчаги; тақрибий дифференциал тенглама; универсал формула; Мор интеграли; Верещагин усули; графоаналитик усул; бирлик куч; ишлар орасидаги боғланиш; кўчишлар орасидаги боғланиш; уч момент тенгламаси; куч усули; каноник тенглама; узлуксиз балка; бирлик куч йўналишидаги кўчиш **(билиш, тушуниш ва қўллаш)**

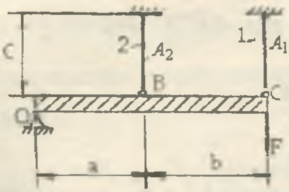
9	Эгри стерженлар. Кучланиш ва деформация. Нейтрал ўқ тенгламаси.	ТС	М, Т	Эгри стержень; эгрилик радиуси; қобиқ, моментсиз назария; Лаплас тенгламаси **(билиш, тушуниш)**
10	**Мураккаб қаршиликлар.** Буралиш билан эгилишни биргаликдаги таъсири. Қийшиқ эгилиш. Марказий бўлмаган чўзилиш ва сиқилиш. Кучланиш ва нейтрал ўқ тенгламаси.	Д-3 ТС	М МЕ Т ХГИ	Мураккаб қаршилик; келтирилган момент; қийшиқ эгилиш; марказлашмаган сиқилиш; кесим ядроси; бўйлама ва кўндаланг эгилиш **(билиш, тушуниш ва қўллаш)**
11	**Устуворлик.** Критик кучни аниқлаш. Эйлер формуласи. Критик кучланиш. Эйлер формуласини қўллаш чегарасини аниқлаш. Устуворлик шарти. Бўйлама ва кўндаланг эгилиш	П-19-24 Д-3 П-19-25 П-19-26 ТС	М МЕ Т ХГИ	Критик куч; критик кучланиш; синусоида; ноустувор, эгилувчанлик; устуворлик шарти; мустаҳкамликка рухсат этилган кучланишни камайтириш коэффициентни; интерполяция усули **(билиш, тушуниш ва қўллаш)**
12	**Динамик кучлар.** Текис тезланишли айланма ва тебранма ҳаракатларда динамик кучланишлар. Зарб таъсири. Зарбнинг хусусий ҳоллари. Зарбга синаш.	ТС	М МЕ Т	Инерция кучи; динамик кучланиш; статик кучланиш; динамик коэффициент; динамик деформация; тебраниш амплитудаси; зарб таъсири; зарбга синаш **(билиш, тушуниш)**

13	**Ўзгарувчан кучланишлар.** Материалларнинг толиқиши. Ўзгарувчан кучланишлар цикл турлари. Толиқиш диаграммаси. Носимметрик циклларда толиқиш чегарасини аниқлаш. Ўзгарувчан кучланишларда мустаҳкамликка ҳисоблаш.	ТС	М МЕ Т	Ўзгарувчан кучланиш; толиқиш, дарз ёрилиш; ўзгарувчан кучланиш амплитудаси; ўзгарувчан кучланиш даври; ўзгарувчан кучланиш турлари; симметрик ўзгарувчан кучланиш; носимметрик ўзгарувчан кучланиш; пульсацияли кучланиш; чидамлилик чегара; материалларни кучланишларга сезгирлиги **(билиш, тушуниш)**
14	Материали Гук қонунига бўйсунмайдиган материалларда кучланиш		М Т	**(билиш)**
15	Янги материаллар. Кучланиш ва деформацияни аниқлашнинг янги усуллари		М Т	**Тензометрия усул; лак қоплама; Муар полосаси (билиш)**

ЭСЛАТМА: 1. Ўқув дарсининг тури - **М** — маъруза; **МЕ** — масала ечиш; **ТМ** — тажриба машғулоти
2. Назорат тури - **Т** — тест синовлари; **ҲГИ** — ҳисоблаш график ишлари
3. Фойдаланиладиган ўқитиш техник воситалари ва услубий қўлланмалар:
П — плакат; **Д** — диафильм; **ТС** — таянч сигналлари

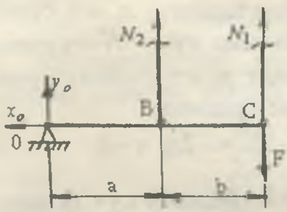
Мор интеграли татбиқ этиладиган масалалар

Чўзилиш ва сиқилиш: **1-масала**. Берилган ОС бикр брус О нуқтада қўзғалмас шарнирли таянчга тиралади ва 1 ва 2-стерженларга осилган. Стерженлардаги кучланишлар ва уларга қўйилган кучнинг рухсат этилган қиймати топилсин. Стерженларнинг материали пўлат.



1-расм.

Ечиш. Конструкцияни барча ўлчамлари, реакция ва ички кучлари кўрсатилган ҳисоблаш схемасини чизамиз (2-расм). Масаланинг шартига кўра N_1 ва N_2 ички кучлар ёрдамида F кучни рухсат этилган қиймати топилиши керак. N_1 ва N_2 кучларни аниқлашда шарнирдаги x_0 ва y_0 реакция кучларини топиш шарт эмас.



2-расм.

Шунинг учун учта мувозанат тенгламасидан биттасини: $\sum M_o = 0$

$$\sum M_o = -N_2 \cdot 1 - N_1 \cdot 2 + F \cdot 2 = 0$$

Ҳосил бўлган тенгламада номаълумлар сони мувозанат тенгламасидан ортиқча. Демак, масала статик ноаниқ. N_1 ва N_2 кучларни топиш учун масалани аниқмаслик даражасини очиш керак. Бунинг учун куч усулидан фойдаланамиз.

Куч усули — системани аниқмаслик даражасини очишнинг умумий усули бўлиб, қуйидаги тартибда амалга оширилади:

3-расм 7

1) асосий системани танлаш — статик ноаниқ системадаги битта ортиқча боғланишнинг таъсирини $x_1 = 1$ бирлик куч таъсири билан алмаштиришдир.

Системани каноник тенгламасини тузамиз. Каноник тенгламаларнинг сони системадаги йўқотилган ортиқча боғланишлар сонига тенг бўлади. $\delta_{11} X_1 + \Delta_{1F} = 0$

Каноник тенгламадаги δ_{11} ва Δ_{1F} кўчишларни Мор интеграли ёрдамида топамиз:

$$\delta = \sum \int_0^{\ell} \frac{N \cdot N dx}{AE}$$

$\delta_{11} = \int \frac{\overline{N} \cdot \overline{N} dx}{2AE}$ – биринчи стерженни $x_1 = 1$ бирлик кучи таъсиридан шу куч йўналишидаги кўчиши.

$\overline{N}$ – биринчи ва иккинчи стерженлардаги $x_1 = 1$ бирлик кучидан ҳосил бўлган ички бўйлама куч. $\overline{N}$ – кучни аниқлаш учун, асосий системани фақат $x_1 = 1$ бирлик кучи таъсиридан мувозанат тенгламасини тузамиз.

$\sum M_o = -\overline{R}_2 \cdot 1 - x_1 \cdot 2 = 0$, бу ерда $\overline{R}_2 = -2x_1 = -2$

$\overline{R}_2$ – иккинчи стержендаги $x_1 = 1$ бирлик куч таъсиридан ҳосил бўлган бўйлама куч.

Унда:

$$\delta_{11} = \frac{\overline{R}_2 \cdot \overline{R}_2 \cdot \ell_2}{A_2 E} + \frac{x_1 \cdot x_1 \cdot \ell_1}{A_1 E} = \frac{(-2)(-2) \cdot 1}{AE} + \frac{1}{2AE} = 1,125 \cdot 10^{-4} м$$

$\Delta_{1F} = \int \frac{N \cdot \overline{N} dx}{AE}$ – биринчи стерженни ташқи F куч таъсиридан $x_1 = 1$ бирлик куч йўналишидаги кўчиши.

Бу ерда N— биринчи ва иккинчи стерженлардаги F куч таъсиридан ҳосил бўлган бўйлама куч.

N— кучни топиш учун системани фақат F куч таъсиридан мувозанат тенгламасини тузамиз.

$\overline{N}$ – биринчи ва иккинчи стерженлардаги $x_1 = 1$ бирлик кучидан ҳосил бўлган бўйлама кучи $\left(\overline{N} = -2\right)$.

$\sum M_o = -R_2 \cdot 1 + 2F = 0$ ва $R_2 = 2F$

Унда: $\Delta_{1F} = \frac{R_2 \cdot \overline{N} \cdot \ell_2}{A_2 E} = \frac{2F(-2) \cdot 1}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{8}} = -F \cdot 10^{-4}$

δ_{11} ва Δ_{1F} кўчишларни каноник тенгламага келтириб қўямиз.

$$1{,}125\cdot 10^{-4}\cdot x_1 - F\cdot 10^{-4} = 0 \quad \text{ва} \quad x_1 = \frac{F}{1{,}125}kH$$

Шундай қилиб, $N_1 = x_1 = \frac{F}{1{,}125}, kH$ кучни мувозанат системани тенгламасига келтириб қўйиб N_2 кучни топамиз.

$$-N_2\cdot 1 - 2\frac{F}{1{,}125} + 2F = 0 \text{ ёки } N_2\cdot 1 - 2\frac{F}{1{,}125} + 2F = 0$$

$$\text{ва } N_2 = \frac{0{,}25F}{1{,}125}$$

Стерженларни мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб рухсат этилган кучни топамиз:

$$\sigma^{I} = \frac{N_1}{2A} = \frac{F}{2{,}25A} = \frac{F}{4{,}5\cdot 10^{-4}} \le [\sigma]$$

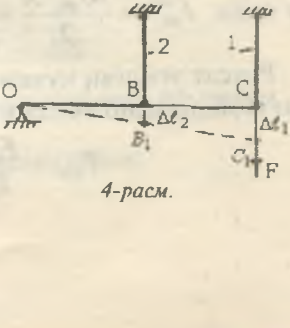
Бу ерда: $F_{рух} = 4{,}5\cdot 10^{-4}\cdot 160\cdot 10^3 = 72kH;$

$$\sigma^{II} = \frac{N_2}{A} = \frac{0{,}25\cdot F}{2{,}25\cdot 10^{-4}} \le [\sigma]$$

Бу ерда:
$F_{рух} = \frac{2{,}25\cdot 10^{-4}\cdot 160\cdot 10^3}{0{,}25} = 144kH,$ $F_{рух} = 72kH$ кучни қабул қиламиз.

Статик ноаниқликни очишни — системани деформация тенгламасини тузиш усули. Қўшимча — деформация тенгламани тузиш учун системанинг деформациясини ўрганамиз. F куч таъсирида биринчи ва иккинчи стерженларда N_1 ва N_2 бўйлама кучлар ҳосил бўлади. N_1 ва N_2 кучлар таъсирида биринчи стержень $\Delta\ell_1$ ва иккинчи стержень $\Delta\ell_2$ миқдорга узаяди. Натижада OBC брус O нуқта атрофида айланади. B нуқта B_1 ҳолатга ва C нуқта C_1 ҳолатга кўчади.

Схемада $\Delta OBB_1 \infty \Delta OCC_1$ ҳосил бўлади. Унда: $\frac{BB_1}{OB} = \frac{CC_1}{OC}$



4-расм.

Бу ерда: $BB_1 = \Delta\ell_2 = \dfrac{N_2\ell_2}{E_2A_2}$; $OB = 1м$; $CC_1 = \Delta\ell_1 = \dfrac{N_1\ell_1}{E_1A_1}$

ва $OC = 2м$

$$\frac{N_2\ell_2}{E_2A_2} = \frac{N_1\ell_1}{2\cdot E_1A_1} \text{ ва } \frac{N_2\cdot 1}{EA} = \frac{N_1\cdot 1}{2E2A}, \text{ бу ерда: } N_2 = \frac{N_1}{4}$$

Системани деформациясини ўрганиш натижасида $N_2 = N_1\frac{1}{4}$ тенгламани ҳосил қилдик. Бу тенгликни системани мувозанат тенгламаси билан биргаликда ечиб N_1 ва N_2 кучларни топамиз:

$-N_2 - 2N_1 + 2F = 0$ ва $-\dfrac{N_1}{4} - 2N_1 + 2F = 0$. Унда $N_1 = \dfrac{8F}{9}$

Стерженлардаги бўйлама кучлар ҳар хил бўлса ҳам улардаги кучланишлар бир хил ва ўзаро тенг: $\sigma^I = \sigma = 0{,}2\cdot 10^4 F$.

Стерженлардаги қўйилиши мумкин бўлган чекли юк $F_{ok}^{чек}$ таъсирида энг аввал иккинчи стерженда оқувчанлик чегараси бошланади (пластик деформация ҳосил бўлади). Унда иккинчи стержендаги бўйлама куч $N_2 = \sigma_{ok}\cdot 2A$ га тенг бўлади.

Конструкцияни тўлиқ юк кўтариш қобилияти йўқолиши учун биринчи стерженда ҳам оқувчанлик чегараси бошланиши ёки пластик деформация ҳосил бўлиши керак. Унда биринчи стержендаги бўйлама куч $N_1 = \sigma_{ok}\cdot A$ га тенг бўлади. Чекли юк $F_{ok}^{чек}$ ни топиш учун $\sum M_0 = 0$ мувозанат тенгламасидан фойдаланамиз:

$$\sum M_0 = -N_1\cdot 1 - N_2\cdot 2 + 2F_{ok} = 0$$

Бу ерда: $F_{ok}^{чек} = \dfrac{5\sigma_{ok}\cdot A}{2} = \dfrac{5\cdot 240\cdot 10^3\cdot 2\cdot 10^{-4}}{2} = 120кН$

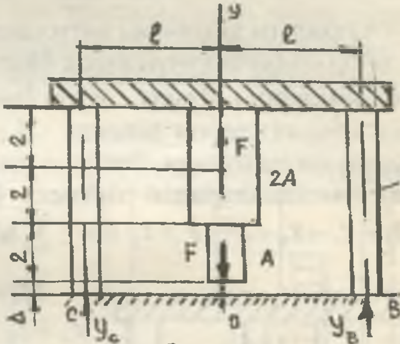
Рухсат этилган кучни эҳтиётлик коэффициенти $K = 1{,}5$ дан фойдаланиб топамиз:

$$F_{рух} = \frac{F_{ok}}{K} = \frac{120}{1{,}5} \approx 80{,}0кН$$

Демак, системани мустаҳкамлик шарти ва чекли кучланиши бўйича рухсат этилган кучлари бир хил экан.

2 - масала.

Қўзғалмас таянчга тиралувчи иккита стерженларга ўрнатилган бруснинг ўртасига поғонали стержень осилган. Четки стерженларни кўндаланг кесим юзаси $A = 20 \cdot 10^{-4}$ м²; поғонали брус қўзғалмас таянчга $\Delta = 3 \cdot 10^{-5}$ м масофа етишмайди. Поғонали стерженнинг хусусий оғирлигини ҳисобга олмасдан, F кучни қийматида $\Delta -$ зазор ёпилиши топилсин. Берилган F куч таъсиридан поғонали стерженни пастки асосида ва ўрта поғонали стержень учун бўйлама куч эпюраси қурилсин. Берилган F куч таъсиридан поғонали стерженни пастки асосида ҳосил бўлган реакция нолга тенг бўлиши учун ўртача поғонали стерженни неча градусга совутилиши аниқлансин.



5-расм.

Берилган $E = 2 \cdot 10^8 \dfrac{kH}{м^2}$, $F = 19кH$

Ечиш: С ва В нуқталардаги реакция кучларини топамиз:

$$\sum Y = Y_A - F + F + Y_B = 0\ ;\ \sum M_c = F\ell - F\ell - Y_B 2\ell = 0$$

Иккита тенгламадан $Y_A = Y_B = 0$ ҳосил бўлади. Четки стерженлар деформацияга учрамайди. $\Delta -$ зазор фақат поғонали стерженнинг деформацияси натижасида ёпилади. $\Delta -$зазор ёпилиш шартидан фойдаланиб F кучни топамиз:

$$\Delta = \frac{-F \cdot 2}{E2A} + \frac{F \cdot 4}{E2A} + \frac{F \cdot 2}{EA} = \frac{F}{EA}$$

Бу ерда: $\dfrac{-F \cdot 2}{E2A}$ – поғонали стерженни юқорига йўналган F куч таъсиридан ҳосил бўлган деформацияси.

$\frac{F\cdot 4}{E2A}+\frac{F\cdot 2}{E2A}-$ поғонали стерженни пастга йўналган F куч таъсиридан ҳосил бўлган деформацияси.

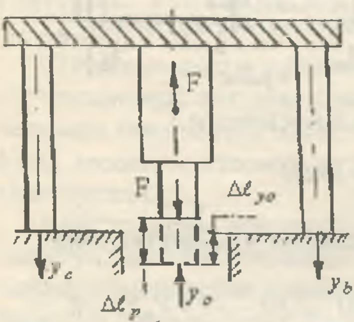
Унда $F=\Delta EA=3\cdot 10^{-5}\cdot 2\cdot 10^{8}\cdot 20\cdot 10^{-4}=12$ кН

Агар, F кучлар бир томонга, масалан, пастга йўналса С ва В нуқталардаги реакциялар $Y_c=Y_b=F$ бўлади. F кучни қуйидаги тенгламадан топамиз:

$$\Delta=\frac{F\cdot 2}{E2A}+\frac{F\cdot 4}{E2A}+\frac{F\cdot 2}{EA}=\frac{5F}{EA}$$

Юқоридаги ҳисоблаш натижасига кўра берилган F куч $\Delta-$зазор ёпилиши учун керак бўлган F кучдан катта эканлиги аниқланди. Демак, зазор ёпилади, натижада ўрта ва четки стерженларни асосида Y_c, Y_0 ва Y_b — реакция кучлари ҳосил бўлади. Реакция кучларни системани мувозанат тенгламаларидан топамиз (6-расм).

$$\sum Y=Y_c-Y_0+F-F+Y_B=0;\quad \sum M_c=F\ell-F\ell+Y_0\ell-Y_B2\ell=0$$



6-расм.

Мувозанат тенгламаларидан $Y_c=Y_b=\frac{Y_0}{2}$ ни ҳосил қиламиз.

Демак, мувозанат шартларидан реакция кучларини топиш мумкин эмас. Масала статик ноаниқ.

I. Статик ноаниқликни очишни — **системани деформация тенгламасини тузиш усули**.

Поғонали стерженни берилган F куч таъсиридаги деформациясидан поғонали стерженларни Y_0- реакция таъсиридаги деформациясини айирмасини $\Delta-$ зазорга тенглаштирамиз (6-расм), яъни $\Delta\ell_H-\Delta\ell_{y_0}=\Delta$

Бу ерда: $\Delta\ell_H=\frac{F\cdot 2}{EA}+\frac{F\cdot 4}{E2A}+\frac{F\cdot 2}{EA}=\frac{3F}{EA}$ ва

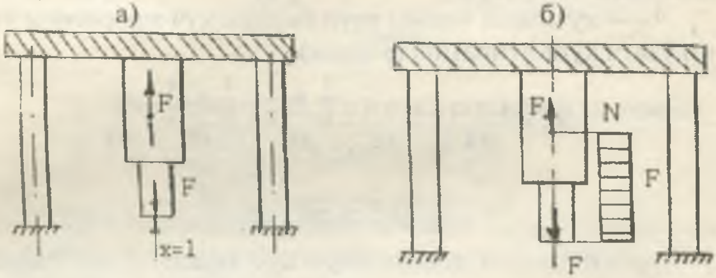
$$\Delta\ell_{Y_0}=\frac{Y_0\cdot 2}{EA}+\frac{Y_0\cdot 4}{E2A}+\frac{Y_0\cdot 6}{EA}=\frac{7Y_0}{EA}$$

Унда: $\frac{3F}{EA}-\frac{7Y_0}{EA}=\Delta$ тенгламадан $Y_0=\frac{3F-\Delta EA}{7}=6{,}43кН$

$$Y_c = Y_b = \frac{Y_0}{2} = \frac{6,43}{2} = 3,215кH \quad кН$$

II. Статик ноаниқликни очишни — куч усули

Асосий системани ҳосил қилиш учун статик ноаниқ системасидан ортиқча боғланишни йўқотамиз (7-а расм). Берилган схемада О кесимни таянчдан озод этиб, таянч таъсирини $X=1$ бирлик куч таъсири билан алмаштирамиз. Асосий система — учун берилган куч ва бирлик кучлар таъсиридан бўйлама куч эпюраларини қурамиз (7-б расм)



7-расм.

Агар, F кучлар бир томонга — пастга йўналса, бўйлама куч эпюраси№ четки стерженларда ҳам қурилади (7-б расм), чунки пастга йўналган F кучлар четки стерженларни сиқади. Натижада четки стерженларда ҳам ички зўриқиш кучлари ҳосил бўлади.

Каноник тенгламани тузамиз: $\delta_{11}x_1 + \Delta_{1H} = -\Delta$

Каноник тенгламанинг ўнг томонига зазор $\Delta -$ киритилди, чунки поғонали брусни пастки кесимидаги кўчиш нолга тенг эмас, балки зазор $\Delta -$ га тенг.

Каноник тенгламада $\Delta -$ зазорни олдинги томонига минус ишора қўйилди, $X_1 = 1$ кучни йўналиши поғонали стерженни пастки қисми кўчишининг йўналишига тескари.

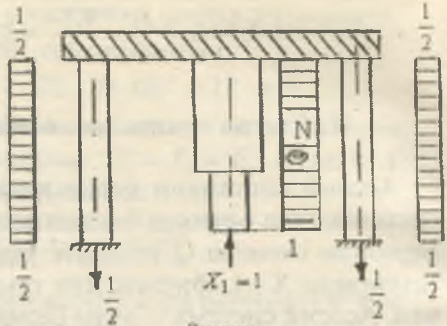
δ_{II} ва Δ_{IF} кўчишларини топишда Верещагин усулидан фойдаланамиз:

$$\delta = \sum \frac{\omega \cdot y}{AE}$$

Бу ерда: ω – бўйлама куч эпюрасининг юзаси;

y — бўйлама куч эпюрасининг юзаси-ω – ни оғирлик марказига тўғри келувчи, бирлик куч эпюрасининг ординатаси;

AE — стерженни ўрганилаётган участкасининг бикрлиги;



8-расм.

δ_{II} — кўчишни топиш учун бирлик куч эпюрасини ўзини ўзига кўпайтирамиз (8-расм).

$$\delta_{II} = \frac{1\cdot 2\cdot 1}{AE} + \frac{1\cdot 4\cdot 1}{2AE} + \frac{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot \frac{1}{2}}{AE} + \frac{\frac{1}{2}\cdot 6\cdot \frac{1}{2}}{AE} = \frac{7}{AE}$$

$$\delta_{II} = \frac{7}{20\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{8}} = \frac{7}{40}\cdot 10^{-4}\, м$$

Δ_{IF} – кўчишни топиш учун куч юзаси ω ни бирлик куч эпюрасига кўпайтирамиз:

$$\Delta_{IF} = \frac{F\cdot 2(-1)}{AE} + \frac{F\cdot 2(-1)}{2AE} = -\frac{3F}{AE} = -\frac{3\cdot 19}{20\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 10^{8}} = \frac{-57}{40}\cdot 10^{-4}\, м$$

Топилган δ_{II} ва Δ_{IF} – кўчишларни қийматларини каноник тенгламага келтириб қўямиз:

$$\frac{7}{40}\cdot 10^{-4}\cdot x - \frac{57}{40}\cdot 10^{-4} = -3\cdot 10^{-5}$$

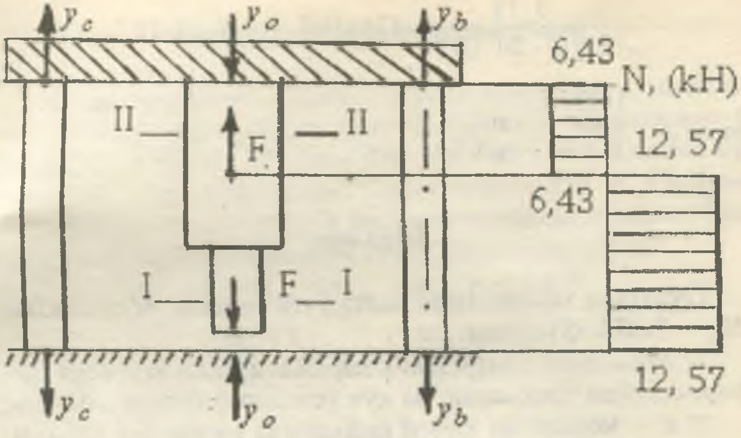
Бу ерда: $x = 6{,}43kH$; демак, $x = y_o = 6{,}43kH$

ва $y_c = y_B = \frac{y_o}{2} = \frac{6{,}43}{2} = 3{,}215kH$

Поғонали стержендаги бўйлама кучни топамиз:

I—I участка $N_1 = F - y_o = 19 - 6{,}43 = 12{,}57kH$ (чўзувчи)

II—II участка $N_2 = F - F - y_o = -6{,}43kH$ (сиқувчи)



9-расм.

Четки стерженлардаги кучланишларни топамиз.

$$\sigma = \frac{y_c}{A} = \frac{3,215}{20 \cdot 10^{-4}} = 0,16075 \cdot 10^4 \frac{kH}{м^2}$$

Ўрта поғонали стерженни қанча даражага совутилганда пастки О кесимдаги реакция кучи y_0 берилган F кучи таъсирида нолга тенг бўлади.

$$\Delta\ell_F - \Delta\ell_t = \Delta \quad \text{ёки} \quad \frac{3F}{EA} - \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell = \Delta$$

Бу ерда $\Delta\ell_F = \dfrac{3F}{EA}$ – поғонали стерженни F кучлари таъсиридан деформацияси;

$\Delta\ell_t = \alpha \cdot \Delta t \cdot \ell$ – поғонали стерженни температура таъсиридан деформацияси;

α — стержень материалини температура таъсиридан чизиқли кенгайиш коэффициенти;

Δt – температуралар фарқи;

$\ell = 6м$; поғонали стерженнинг узунлиги.

Поғонали стержень совутилса — қисқаради (сиқилади). Шунинг учун формулада $\Delta\ell_t$ – деформация минус ишора билан ёзилган:

$$\frac{3\cdot 19}{2\cdot 10^{8}\cdot 20\cdot 10^{-4}}-125\cdot 10^{-7}\cdot \Delta t\cdot 6=3\cdot 10^{-5}$$

ва $\Delta t=\dfrac{\left(\dfrac{570}{40}-3\right)}{7,5}\cdot\dfrac{10^{-5}}{10^{-5}}=1,5^{0}$

Буралиш

Пўлатдан тайёрланган валга учта момент $M_1 = 13 кНм$; $M_2 = 7 кНм$ қўйилган:

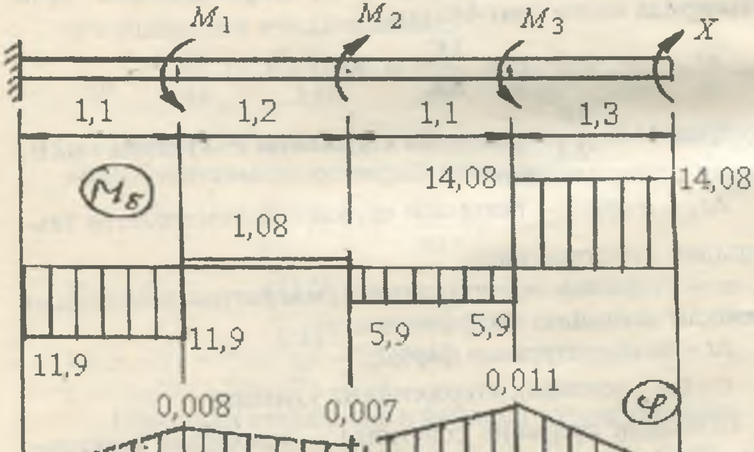
1) Масалани аниқмаслик даражаси икки хил усул (деформацияни таққослаш ва куч усуллари) билан очилсин;

2) x — моментни қайси қийматида вални ўнг кесимининг буралиш бурчаги нолга тенг бўлади;

3) x — моментни топилган қийматида буровчи моментни эпюраси қурилсин;

4) вал материалини буралишга мустаҳкамлик шартидан фойдаланиб, вални диаметрини танланг $([\tau] = 50 мПа)$;

5) буралиш бурчаги эпюраси қурилсин.



10-расм.

Деформацияни таққослаш усули

Ечиш. Масалани шартига асосан номаълум x моментни қиймати шундай танланиши керакки, К кесимни О кесимга нисбатан буралиш бурчаги нолга тенг бўлсин. Бунинг учун валга қўйилган барча моментлар ва x момент таъсиридан К кесимни О кесимга нисбатан буралиш бурчагларининг йиғиндисини нолга тенглаштирамиз:

$$\varphi_k = \varphi_{км_1} + \varphi_{км_2} + \varphi_{км_3} + \varphi_{кх} = 0$$

Бу ерда: $\varphi_{км_1} = \dfrac{-M_1 \cdot 1,1}{GI_\rho}$; $\varphi_{км_2} = \dfrac{M_2 \cdot 2,3}{GI_\rho}$

$\varphi_{км_3} = \dfrac{-M_3 \cdot 3,4}{GI_\rho}$; $\varphi_{кх} = \dfrac{x \cdot 4,7}{GI_\rho}$ Унда:

$$\frac{-M_1 \cdot 1,1}{GI_\rho} + \frac{M_2 \cdot 2,3}{GI_\rho} - \frac{M_3 \cdot 3,4}{GI_\rho} + \frac{x \cdot 4,7}{GI_\rho} = 0 \text{ ва } x = 14,085 kHм$$

Статик аниқмасликни очишни куч усули

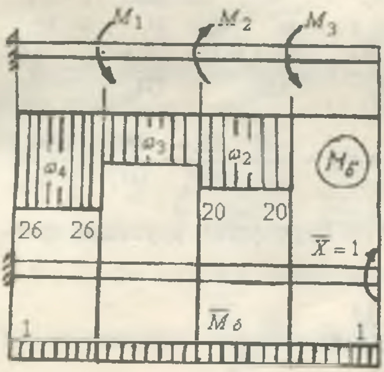
Валдан ортиқча боғланишни ташлаб юборамиз ва асосий системани ҳосил қиламиз. Express Валнi ортиқча боғланиши деб, К — кесимни буралишига ҳақиқий бераётган x моментни қабул қиламиз.

Масалани шартига асосан К кесимни буралиш бур чаги нолга тенг бўлиши керак. Ана шу шартни каноник тенглама кўринишида ёзамиз:

$$\delta_{11} x + \Delta_{1M} = 0 .$$

Асосий системада ташқи моментлардан буровчи моментни аниқлаймиз ва эпюрасини қурамиз (11-расм).

I—I участок $M_{1б} = 0$



11-расм.

II—II участка $M_{2\delta} = -M_3 = -20kHм$
III—III участка $M_{3\delta} = -M_3 + M_2 = -20 + 7 = -13kHм$
IV—IV участка $M_{4\delta} = -M_3 + M_2 - M_1 = -26kHм$

Вални узунлиги бўйлаб $\bar{x} = 1$ бирлик куч таъсиридан ҳосил бўлган $\overline{M}_\delta = 1$ бирлик момент эпюрасини қурамиз (11-расм).

Каноник тенгламадаги коэффициентларни ҳар бир оралиқ учун Мор интегралини Верещагин усули билан топамиз.

I—I участка $\varphi_I = \int\limits_0^{1,3} \frac{M_{1\delta} \cdot \overline{M}_\delta}{GI_\rho} dx = 0$

II—II участка $\varphi_{II} = \int\limits_0^{1,1} \frac{M_{2\delta} \cdot \overline{M}_\delta}{GI_\rho} = \frac{\omega_2 \cdot \overline{M}_\delta}{GI_\rho}$

Бу ерда $\omega_2 = 20 \cdot 1,1 = 22kHм^2$ – вални иккинчи участкасидаги куч юзаси (11-расм).

$\overline{M}_\delta$ – иккинчи участка куч юзасининг оғирлик маркази остида жойлашган бирлик момент эпюрасининг ординатаси, $\overline{M}_\delta = 1$.

Унда $\varphi_{II} = \frac{22 \cdot 1}{GI_\rho} = -\frac{22}{GI_\rho}$

III—III участка $\varphi_{III} = \frac{\omega_3 \cdot \overline{M}_\delta}{GI_\rho} = \frac{-13 \cdot 1,2 \cdot 1}{GI_\rho} = -\frac{15,6}{GI_\rho}$

IV—IV участка $\varphi_{IV} = \frac{\omega_4 \cdot \overline{M}_\delta}{GI_\rho} = \frac{-26 \cdot 1,1 \cdot 1}{GI_\rho} = -\frac{28,6}{GI_\rho}$

Унда: $\Delta_{1M} = \varphi_I + \varphi_{II} + \varphi_{III} + \varphi_{IV} = \frac{-22}{GI_\rho} - \frac{15,6}{GI_\rho} - \frac{28,6}{GI_\rho} = -\frac{66,2}{GI_\rho}$

δ_{II} – кўчишни топиш учун Верешагин усулидан фойдаланамиз (11-расм).

I—I участка $\varphi^1 = \int\limits_0^{1,3} \frac{\overline{M} \cdot \overline{M}}{GI_\rho} dx = \frac{\omega \cdot \overline{M}}{GI_p}$

Бу ерда ω —бирлик момент эпюрасини биринчи участкадаги юзаси:

$$\omega = 1 \cdot 1,3 = 1,3 \text{ ва } \overline{M} = 1. \text{ Унда: } \varphi^{I} = \frac{1,3}{GI_p}$$

II—II участка $\varphi^{II} = \dfrac{1,1}{GI_p}$

III—III участка $\varphi^{III} = \dfrac{1,2}{GI_p}$

IV—IV участка $\varphi^{IV} = \dfrac{1,1}{GI_p}$

Унда $\delta_{II} = \varphi^{I} + \varphi^{II} + \varphi^{III} + \varphi^{IV} = \dfrac{1,3}{GI_p} + \dfrac{1,1}{GJ_p} + \dfrac{1,2}{GJ_p} + \dfrac{1,1}{GJ_p} = \dfrac{4,7}{GJ_p}$

Топилган коэффициентларни каноник тенгламага келтириб қўямиз:

$$\frac{4,7}{GI_\rho} \cdot x - \frac{66,2}{GI_\rho} = 0, \text{ бу ердан } x = -\frac{\Delta_{IM}}{\delta_{II}} = \frac{66,2}{4,7} = 14,085kHм$$

Энди берилган система учун (10-расм) буровчи момент эпюрасини қурамиз:

I—I участка $M_\delta = x = 14,085kHм$

II—II участка $M_\delta = x - M_3 = 14,085 - 20 = -5,915kHм$

III—III участка

$M_\delta = x - M_3 + M_2 = 14,085 - 20 + 7 = 1,085kHм$

IV—IV участка

$M_\delta = x - M_3 + M_2 - M_1 = 14,085 - 20 + 7 - 13 = -11,915kHм$

Буровчи момент эпюрасидан вални энг хавфли кесимини танлаймиз: $M_{\delta\max} = 14,085kHм$. Валнинг диаметрини топамиз:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16M_{\delta\max}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 14,085}{3,14 \cdot 50 \cdot 10^3}} = 0,113м$$

$d = 0,12м = 120мм$ қабул қиламиз. Буралиш бурчагини

Гук қонунига асосан топамиз. $\varphi = \dfrac{M_\delta \cdot \ell}{GI_p}$, бу ерда

$G = 8 \cdot 10^7 \dfrac{kH}{м^2}$ – вал материалининг силжиш модули;

$I_\rho = \dfrac{\pi d^4}{32}$ – вал кесимини қутб инерция моменти.

Унда, $GI_\rho = 8 \cdot 10^7 \cdot \dfrac{3,14 \cdot (0,12)^4}{32} = 1627,8 kHм^2$

I—I участка $\varphi_I = \dfrac{14,085 x_1}{1627,8}$; $\quad 0 \le x_1 \le 1,3м$

$x_1 = 0$ бўлса, $\varphi_I = \varphi_k = 0$. $x_1 = 1,3м$ бўлса, $\varphi_I = \varphi_B = 0,01125$ рад

II—II участка $0 \le x_2 \le 1,1м \quad \varphi_{II} = 0,01125 - \dfrac{5,915 \cdot x_2}{1627,8}$

$x_2 = 0$ бўлса, $\varphi_{II} = \varphi_B = 0,01125$ рад

$x_2 = 1,1м$ бўлса, $\varphi_{II} = \varphi_C = 7,25 \cdot 10^{-3}$ рад

III—III участка $0 \le x_3 \le 1,2м \quad \varphi_{III} = 0,00725 + \dfrac{1,085 \cdot x_3}{1627,8}$

$x_3 = 0$ бўлса, $\varphi_{III} = \varphi_C = 0,00725$ рад

$x_3 = 1,2м$ бўлса, $\varphi_{III} = \varphi_D = 0,00805$ рад

IV—IV участка $0 \le x_4 \le 1,1м \quad \varphi_{IV} = 0,00805 - \dfrac{11,915 \cdot x_4}{1627,8}$

$x_4 = 0$ бўлса, $\varphi_{IV} = \varphi_D = 0,00805$ рад

$x_4 = 1,1м$ бўлса, $\varphi_{IV} = \varphi_O = 0,00805 - 0,00805 = 0$ рад

АДАБИЁТЛАР

1. *М.Т. Ўрозбоев.* Материаллар қаршилиги курси. Т.,1973 й.
2. *К.М. Мансуров.* Материаллар қаршилиги. Т., 1983 й.
3. *С.А. Йўлдошбеков.* Материаллар қаршилиги. Т., 1983 й.
4. *С.Смирнов.* Материаллар қаршилиги. Т., 1998 й.
5. *Г.С. Писаренко.* Сопротивление материалов. Киев, 1988 г.
6. *Н.Н. Беляев.* Сопротивление материалов. М.,1973 г.
7. *В.К. Качурин.* Материаллар қаршилигидан масалалар тўплами. Т., 1998 й.
8. *Г.С. Писаренко и другие.* Справочник по сопротивлению материалов, Киев, 1975 г.
9. *В.А. Гастев.* Краткий курс сопротивления материалов. М., 1977 г.
10. *Н.К. Снитко.* Сопротивление материалов. Л., 1975 г.
11. *М.В. Рубинин.* Руководство и практические занятия по сопротивлению материалов. М., 1957 г.
12. *А.С. Вольмир.* Сборник задач по сопротивлению материалов. М., 1984 г.
13. *Г.М. Ицкович и другие.* Руководство к решению задач по сопротивлению материалов. Р., 1963 г.
14. *А.В. Дарков, Г.С. Шпиро.* Сопротивление материалов. М., 1989 г.
15. *В.И. Федосьев.* Сопротивление материалов. М., 1989 г.
16. *М.М. Фалоненко-Бородин и другие.* Курс сопротивления материалов. Том-1. М., 1956 г.
17. *П.А. Степин.* Сопротивление материалов. М., 1988 г.
18. *А.В. Александров.* Сборник задач по сопротивлению материалов. М., 1977 г.

МУНДАРИЖА

I БОБ. ТЕКИС КЕСИМ ЮЗАЛАРИНИНГ ГЕОМЕТРИК ТАВСИФЛАРИ

II БОБ. ЧЎЗИЛИШ ВА СИҚИЛИШ

III БОБ. КУЧЛАНГАНЛИК ҲОЛАТЛАРИ ВА МУСТАҲКАМЛИК НАЗАРИЯЛАРИ

IV БОБ. СИЛЖИШ

V БОБ. БУРАЛИШ

VI БОБ. ЭГИЛИШ

VII БОБ. ЭГИЛИШДА БАЛКАЛАРНИНГ КЎЧИШИНИ АНИҚЛАШ

VIII БОБ. ЭГРИ СТЕРЖЕНЛАР

IX БОБ. МАТЕРИАЛИ ГУК ҚОНУНИГА БЎЙСУНМАЙДИГАН БАЛКАЛАРНИНГ ЭГИЛИШИ

X БОБ. МУРАККАБ ҚАРШИЛИКЛАР

XI БОБ. СИҚИЛГАН СТЕРЖЕНЛАРНИ УСТУВОРЛИККА ҲИСОБЛАШ

XII БОБ. ДИНАМИК КУЧЛАР

XIII БОБ. ЎЗГАРУВЧАН КУЧЛАНИШЛАР

XIV БОБ. ДЕФОРМАЦИЯ ВА КУЧЛАНИШЛАРНИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛ ТЕКШИРИШ

Нарзулла Бибутов

МАТЕРИАЛЛАР ҚАРШИЛИГИ АСОСЛАРИ

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги томонидан олий ўқув юртлари талабалари учун дарслик сифатида тавсия этилган

Нашриёт муҳаррир *М. Йўлдошева*
Техник муҳаррир *Б. Ашуров*
Мусаҳҳиҳ *Н. Фозилова*
Компьютерда тайёрловчи *Т. Каримов*

Босишга 20.05.03 й.да рухсат этилди. Қоғоз формати $84 \times 108^1/_{32}$.
Шартли б.т. 33,6. Нашр табоғи 34,3. Адади 1000 нусха.
Буюртма № 52
Баҳоси шартнома асосида.

«Минҳож» нашриёти. Тошкент, Буюк Турон кўчаси, 41.

Фан ва технологиялар маркази босмахонасида чоп этилди. Тошкент, Олмазор кўчаси, 171.

Б 66 **Бибутов Н.С.** Материаллар қаршилиги асослари: Олий ўқув юртларининг талабалари учун дарслик.—Т.: «Минҳож» нашр., 2003.— 560 б.