

**МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ
УЗБЕКИСТАН**

**НАВОЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ
ИНСТИТУТ**



«Практическая занятия»

Тема-1: Определение напряженности, потенциала и разности потенциалов электрического поля. Вычисление ёмкости конденсатора.

План:

1. Взаимодействие электрических зарядов.
2. Потенциал и напряженность электрического поля.
3. Электрическая емкость. Конденсаторы
4. Электрическая прочность диэлектрика
5. Работа, мощность тока и К.П.Д
6. Тепловое действие тока
7. Химическое действие тока
8. Электрическое сопротивление

Взаимодействие электрических зарядов.

Взаимодействие электрических зарядов выражается в том, что одноименные заряды отталкиваются, а разноименные взаимно притягиваются. Сила взаимодействия электрических зарядов определяется законом Кулона, который в системе CGSE выражается формулой

$$F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon \cdot r^2} ,$$

где F – сила взаимодействия между зарядами в динах ($1\text{г}=981\text{дин}$);

Q_1 и Q_2 – количество электричества на взаимодействующих зарядах (в единицах CGSE);

r – расстояние между зарядами в см;

ε – диэлектрическая проницаемость среды.

Здесь $\varepsilon = \varepsilon_0 = \varepsilon_r$. В системе CGSE $\varepsilon_0 = 1$, поэтому

$$\varepsilon = \varepsilon_r .$$

Потенциал и напряженность электрического поля.

Электрическим полем называют пространство, в котором проявляется действие механических сил на всякий электрический заряд, внесенный в его пределы.

Потенциал φ в данной точке электрического поля измеряется работой, которую надо совершить, чтобы заряд в 1 к переместить из данной точки поля в бесконечность:

$$A = \varphi Q,$$

где A – работа в дж;

φ – потенциал в в;

Q – заряд в к.

Электрическая емкость. Конденсаторы.

Электрическая емкость C определяется отношением заряда Q , которым обладает тело, к его потенциалу φ .

$$\text{Следовательно, } C = \frac{Q}{\varphi} ,$$

где C – емкость в ф;

Q – количество электричества в к;

φ – потенциал в в.

Электрическая прочность диэлектрика.

1. Вычислить силу взаимодействия между двумя электрическими зарядами, если они находятся в воздухе на расстоянии 5 см и заряд $Q_1 = 150$ ед. CGSE, а другой $Q_2 = 75$ ед. CGSE.

Решение. Подставляя в формулу $F = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{\varepsilon \cdot r^2}$ значения известных нам величин, получим $F = \frac{150 \cdot 75}{1 \cdot 5^2} = 450 \text{ дн}$. Так как 1 г содержит 981 дн, то $F = 450 \text{ дн} = 458 \text{ мг}$.

2. Сила взаимодействия двух зарядов равна 10 дн. Между этими зарядами помещается слюда. Определить расстояние между ними, если на первом имеется 60 ед. CGSE, а на втором 25 ед. CGSE количества электричества.

3. Вычислить величину одного из электрических зарядов, находящихся в воздухе, если второй заряд содержит 40 ед. CGSE, а сила взаимодействия этих зарядов на расстоянии 8 см равна 160 дн.

4. Какой материал находится между двумя электрическим зарядами $Q_1 = 12$ ед. CGSE и $Q_2 = 15$ ед. CGSE, если они находятся на расстоянии $r = 6$ см и взаимодействуют с силой $F = 5$ дн?

5. Потенциал точки поля, в которую помещен электрический заряд $Q = 20$ к, равен 120 в. Определить работу, совершенную силами электрического поля при внесении этого заряда в данную точку поля из бесконечности.

Решение. Известно, что потенциал $\varphi = \frac{A}{Q}$, откуда $A = Q \cdot \varphi = 120 \cdot 20 = 2400 \text{ дж}$.

6. Какой электрический заряд был внесен в точку электрического поля, если потенциал в ней равен 400 в и при этом совершена работа в 8 дж?

7. Вычислить разность потенциалов между каждой парой точек электрического поля, если в точке А (рис. 1) потенциал $\varphi_a = 15$ в, в точке Б потенциал $\varphi_b = 10$ в, а в точке В потенциал $\varphi_v = -2$ в.

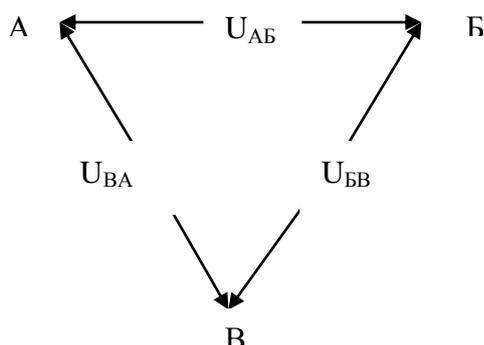


Рис. 1

8. Определить толщину куска мрамора, который оказался пробитым при напряжении 4000 в.

Решение. Электрическая прочность мрамора $E = 20\,000$ в/см. Из формулы $E_{np} = \frac{U}{d}$ следует, что толщина диэлектрика будет:

$$d = \frac{U}{E} = \frac{4000}{20000} = 0,2 \text{ см}.$$

9. Какова электрическая прочность кабельной бумаги, если образец толщиной в 0,01 см будет пробит при напряжении 700 в?

10. Конденсатор получил электрический заряд $Q = 4 \cdot 10^{-8} \text{ К}$. Потенциал на его пластинах равен 400 в. Вычислить емкость этого конденсатора.

11. Вычислить емкость конденсатора, который зарядили от напряжения 500 в. Заряд конденсатора оказался равным 0,005 К.

12. Определить электрический заряд конденсатора емкостью в 2 мкф, если потенциал на его пластинах равен 200 в.

13. Определить емкость одного из двух конденсаторов, соединенных параллельно, если емкость второго равна 500 пф при общей их емкости 1200 пф.

14. Сколько конденсаторов одинаковой емкости соединено параллельно, если емкость каждого из них равна 200 пф, а их общая емкость равна 1600 пф?

Решение. При параллельном соединении конденсаторов общая емкость

$$C_{\text{общ}} = C \cdot n,$$

отсюда

$$n = \frac{C_{\text{общ}}}{C} = \frac{1600}{200} = 8.$$

15. Как надо соединить конденсаторы $C=2$ мкф, $C=0,2$ мкф и $C=0,05$ мкф, чтобы получить емкость в 2,25 мкф?

16. Сколько конденсаторов надо соединить последовательно, чтобы получить общую емкость в 75 пф, если емкость каждого конденсатора равна 600 пф?

Решение. При последовательном соединении конденсаторов одинаковой емкости их общая емкость будет:

$$C_{\text{общ}} = \frac{C}{n},$$

отсюда

$$n = \frac{C}{C_{\text{общ}}} = \frac{600}{75} = 8 \text{ шт.}$$

17. Группа из двух конденсаторов, соединенных последовательно, была заряжена до напряжения 350 в. Емкость конденсатора $C_1=1000$ пф, напряжение на его зажимах равно 250 в. Определить емкость второго конденсатора и их общую емкость.

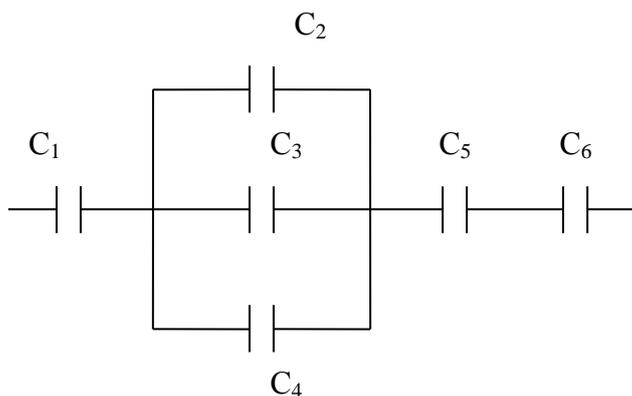


Рис. 2

Решение. На одном из двух конденсаторов, соединенных последовательно, напряжение равно 250 в. Следовательно, на другом конденсаторе

$$U_2 = U_{\text{общ}} - U_1 = 350 - 250 = 100 \text{ в} .$$

По формуле $\frac{C_1}{U_1} = \frac{U_2}{C_2}$ получим:

$$\frac{1000}{250} = \frac{100}{C_2} ,$$

отсюда

$$C_2 = \frac{250 \cdot 100}{1000} = 25 \text{ нф} .$$

$$\text{Общая емкость } C_{\text{общ}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{1000 \cdot 25}{1000 + 25} = \frac{25000}{1025} = 24,3 \text{ нф} .$$

18. Конденсатор, обладающий емкостью в 5700 пф, состоит из 20 пластин размером в 5 см². Между пластинами помещается диэлектрик толщиной в 0,1 см. Определить диэлектрическую проницаемость диэлектрика и материал, из которого он изготовлен.

Решение. Из формулы $C = \varepsilon \frac{S}{d} (n - 1)$ следует, что диэлектрическая проницаемость

$$\varepsilon = \frac{C \cdot d}{S(n - 1)} = \frac{5700 \cdot 0,1}{50 \cdot 19} = \frac{570}{95} = 6 . \text{ По табл. 1 находим, что диэлектриком является слюда.}$$

Электрическое сопротивление.

19. Вычислить сопротивление стального провода протяженностью 49 120 м, если его площадь поперечного сечения равна 12,56 мм².

Решение. Из таблицы видно, что удельное сопротивление стали равно 0,135. Из формулы $r = \rho \frac{l}{S}$ находим, что сопротивление провода $r = 0,135 \cdot \frac{49120}{12,56} = 289,1 \text{ ом} .$

20. Определить сопротивление и проводимость двухпроводной линии длиной в 1000 м и сечением медных проводов в 25 мм².

Решение. Сопротивление проводов $r = \rho \frac{l}{S} = 0,0175 \frac{2 \cdot 1000}{25} = 1,4 \text{ ом} .$

$$\text{Проводимость } g = \frac{1}{r} = \frac{1}{1,4} = 0,71 \frac{1}{\text{ом}} .$$

21. Вычислить сопротивление медного провода при температуре $t_2=35^{\circ}$, если сопротивление при температуре $t_1=5^{\circ}$ было равно 72 ом. Температурный коэффициент меди $\alpha=0,004$.

Решение. $r_2 = r_1[1 + \alpha(t_2 - t_1)] = 72[1 + 0,004(35 - 5)] = 80,64 \text{ ом}.$

Таким образом, сопротивление провода увеличилось на $80,64 - 72 = 8,64$ ом.

22. Общее сопротивление пяти одинаковых приемников электрической энергии, соединенных последовательно, равно 150 ом. Вычислить сопротивление каждого из приемников.

Решение. Общее сопротивление одинаковых приемников, соединенных последовательно,

$$r_{\text{общ}} = r \cdot n,$$

отсюда сопротивление каждого из них

$$r = \frac{r_{\text{общ}}}{n} = \frac{150}{5} = 30 \text{ ом}.$$

23. Сколько одинаковых сопротивлений было соединено последовательно, если каждое из них имело сопротивление, равное 100 ом, а их общее сопротивление составляло 700 ом?

24. Три сопротивления соединены параллельно. Одно из них имеет сопротивление $r_1=100$ ом, другое $r_2=400$ ом, а третье $r_3=800$ ом. Вычислить их общую проводимость.

Решение. Общая проводимость параллельно соединенных сопротивлений определяется по формуле

$$\frac{1}{r_{\text{общ}}} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \dots$$

Следовательно, $\frac{1}{r_{\text{общ}}} = \frac{1}{100} + \frac{1}{400} + \frac{1}{800} = \frac{11}{800} = 0,0137 \frac{1}{\text{ом}}.$

25. Определить общее сопротивление цепи, изображенной на рис. 3 (рис.19).

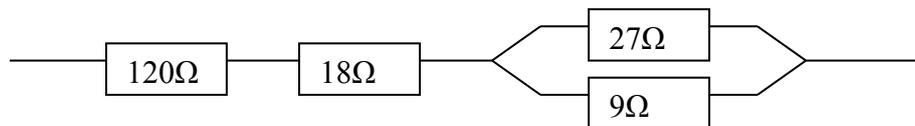


Рис. 3

Решение. Определим общее сопротивление участка ВГ, состоящего из сопротивлений r_3 и r_4 , соединенных параллельно, по формуле

$$r_{\text{ВГ}} = \frac{r_3 \cdot r_4}{r_3 + r_4}$$

и получим: $r_{\text{ВГ}} = \frac{27 \cdot 9}{27 + 9} = \frac{243}{36} = 6,75 \text{ ом}.$

Теперь эту цепь можно представить себе как состоящую из трех последовательно соединенных сопротивлений:

$$r_1=120 \text{ ом}, r_2=18 \text{ ом}, r_{3-4}=6,75 \text{ ом}.$$

Их общее сопротивление вычисляем по формуле

$$r_{\text{общ}} = r_1 + r_2 + r_{3-4} = 120 + 18 + 6,75 = 144,75 \text{ Ом}.$$

Химическое действие тока.

32. Сколько чистой меди выделится из раствора медного купороса, если через него в течение 150 сек. Протекал ток, равный 5 а?

Решение. В таблице находим величину электрохимического эквивалента меди $K=0,328$. Подставляя в формулу эти данные, получим:

$$q = K \cdot I \cdot t = 0,328 \cdot 5 \cdot 150 = 246 \text{ мг}.$$

33. Какой величины ток протекает в электрической цепи с сопротивлением $R=100$ ом, если источник электрической энергии, включенный в цепь, представляет собой батарею из 20 угольно-цинковых элементов, соединенных последовательно? Внутреннее сопротивление каждого элемента $r=0,3$ ом, а э.д.с. $E=1,5$ в.

Решение. Ток в цепи элементов, соединенных последовательно, определяется по формуле

$$I = \frac{E \cdot n}{R + r_0 \cdot n}.$$

Подставим в эту формулу известные нам величины и вычислим ток в цепи:

$$I = \frac{1,5 \cdot 20}{100 + 0,3 \cdot 20} = 0,283 \text{ а}.$$

Работа, мощность тока и К.П.Д.

37. Через электрическую установку проходил ток $I = 20 \text{ а}$ в течение 1 часа и при этом ток совершил работу $A=23,7$ квт-ч. Определить напряжение источника тока, к которому была присоединена установка.

38. Заряд аккумуляторной батареи длится 6 час. при токе в 0,8 а и напряжении 40 в. Сколько электроэнергии потребовалось для заряда аккумулятора?

39. Каким сопротивлением обладает электрическая цепь, если включенный в нее счетчик показывает 7,2 квт-ч, а установка работала 5 час. при напряжении $U=120$ в?

Решение. Работа тока $A = \frac{U^2}{r} t$, отсюда сопротивление $r = \frac{U^2 \cdot t}{A}$, находим:

$$r = \frac{120 \cdot 120 \cdot 5}{7200} = 10 \text{ Ом}.$$

40. Для питания радиостанции применен генератор мощностью 120 вт. Полезная мощность, используемая радиостанцией, равна 96 вт. Вычислить коэффициент полезного действия.

Решение. Коэффициент полезного действия в процентах будет:

$$\eta = \frac{P}{P_n} \cdot 100,$$

откуда

$$\eta = \frac{96}{120} \cdot 100 = 80 \text{ \%}.$$

Тепловое действие тока.

41. Обмотка электрического паяльника имеет сопротивление $r = 200 \text{ Ом}$ и через нее проходит ток $I = 0,6 \text{ а}$. Какое количество тепла выделится током за 2 часа (за 7200 сек.)?

Решение. Количество выделенного тепла

$$Q = 0,24I^2 \cdot r \cdot t = 0,24 \cdot 0,6^2 \cdot 200 \cdot 7200 = 124416 \text{ малых калорий.}$$

42. Какой величины ток необходим для электросварки линейных проводов, если сопротивление концов свариваемых проводов $r = 0,005 \text{ ом}$, их сварка длится 5 сек. И при этом выделяется 6000 малых калорий?

Решение. Согласно закону Джоуля – Ленца

$$Q = 0,24I^2 \cdot r \cdot t,$$

отсюда

$$I = \sqrt{\frac{Q}{0,24 \cdot r \cdot t}},$$

тогда

$$I = \sqrt{\frac{6000}{0,24 \cdot 0,005 \cdot 5}} = 1000 \text{ А.}$$

43. Через проводник проходит ток в 5 а в течение 10 мин. И за это время выделилось 1200 малых калорий тепла. Вычислить сопротивление проводника.

Решение. Из формулы $Q = 0,24I^2 \cdot r \cdot t$ находим, что

$$r = \frac{Q}{0,24 \cdot I^2 \cdot t}.$$

$$\text{Сопротивление проводника } r = \frac{1200}{0,24 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 60} \approx 0,33 \text{ ом.}$$

Электромагнетизм.

44. Определить силу притяжения одного полюса электромагнита, если площадь поперечного сечения сердечника $S = 8 \text{ см}^2$, а магнитная индукция $B = 2000 \text{ гс}$.

Решение. Подъемная сила одного полюса электромагнита определяется по формуле

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{8\pi \cdot 981} = \frac{2000 \cdot 2000 \cdot 8}{8 \cdot 3,14 \cdot 981} = 1299,3 \text{ г.}$$

45. Определить магнитное сопротивление магнит провода, если длина сердечника $l_1 = 30 \text{ м}$, длина якоря $l_2 = 0,12 \text{ м}$, расстояние между якорем и сердечником $l_3 = 0,003 \text{ м}$, а площадь поперечного сечения сердечника $S = 2,5 \text{ см}^2$. Магнитная проницаемость материала сердечника и якоря $\mu = 1000$.

Решение. Длина пути магнитопровода в железе $l_{жс} = 28 + 12 = 40 \text{ см}$. Длина пути магнитопровода в воздухе $l_г = 2l_3 = 2 \cdot 0,3 = 0,6 \text{ см}$. Магнитное сопротивление складывается из магнитного сопротивления сердечника и воздушных промежутков. Общее магнитное сопротивление магнитопровода

$$R = \frac{l_{жс}}{\mu \cdot S} + \frac{l_г}{\mu \cdot S} = \frac{40}{1000 \cdot 2,5} + \frac{0,6}{1 \cdot 2,5} = 0,256.$$

Электромагнитная индукция.

Индуктивность катушки зависит от числа ее витков, сечения катушки, ее длины и вычисляется по формуле

$$L = \frac{0,4\pi\omega^2 S}{l} \cdot 10^{-8},$$

где L – индуктивность в Гн;

ω – число витков катушки;
 S – сечение катушки в см^2 ;
 l – длина катушки в см.

Индуктивность соленоида может быть вычислена по формуле

$$L = \frac{\Phi \cdot \omega}{I},$$

где Φ – магнитный поток в вб;
 ω – число витков соленоида;
 I – ток в а.

Коэффициент взаимной индуктивности M зависит от индуктивности катушек, а также от коэффициента связи и измеряется в гн:

$$M = K \cdot \sqrt{L_1 \cdot L_2}.$$

Коэффициент связи K – число, показывающее, какая часть магнитного потока первой катушки пересекает витки второй катушки.

Катушка индуктивности можно соединить между собой последовательно. Если катушки соединены последовательно и между ними имеется магнитная связь, то общая индуктивность их вычисляется по формуле

$$L_0 = L_1 + L_2 \pm 2M.$$

46. Проводник, рабочая длина которого $l = 1,2 \text{ м}$, пересекает силовые линии магнитного поля под углом $\alpha = 90^\circ$. Магнитная индукция $B = 25 \text{ вб/м}^2$. Скорость движения $v = 0,5 \text{ м/сек}$. Вычислить величину э.д.с. индукции, возникающей в проводнике.

Решение. Э.д.с. индукции $E = B \cdot l \cdot v$; $E = 25 \cdot 1,2 \cdot 0,5 = 15 \text{ в}$.

47. Обмотка трансформатора с числом витков $\omega = 5$ имеет сердечник, площадь поперечного сечения которого $S = 0,06 \text{ см}^2$, а длина магнитопровода $l = 25 \text{ см}$. Магнитная проницаемость сердечника $\mu = 700$. вычислить индуктивность этой обмотки.

Решение. Индуктивность обмотки вычислим по формуле

$$L = \frac{\omega^2 \cdot S \mu}{l} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 0,06}{25} \cdot 700 = 42 \text{ гн}.$$

48. Какой индуктивностью обладает соленоид, если его обмотка имеет 150 витков, по которым протекает ток, равный 0,03 а, создающий магнитный поток $\Phi = 0,05 \text{ вб}$.

Решение. Индуктивность соленоида $L = \frac{\omega \Phi}{I}$.

$$L = \frac{150 \cdot 0,05}{0,03} = 250 \text{ гн}.$$

Домашнее задание:

1. Может ли внешняя характеристика источника проходить через начало координат? Какой режим (холостой ход или короткое замыкание) является аварийным для источника тока?

В чем заключаются эквивалентность и различие последовательной и параллельной схем замещения источника?

Определить индуктивность L и энергию магнитного поля W_M катушки, если при токе в ней $I = 20 \text{ А}$ потокосцепление $\Psi = 2 \text{ Вб}$.

Ответ: $L = 0,1 \text{ Гн}$; $W_M = 40 \text{ Дж}$.

Определить емкость C и энергию электрического поля W_E конденсатора, если при напряжении на его обкладках $U = 400 \text{ В}$ заряд конденсатора $q = 0,2 \cdot 10^{-3} \text{ Кл}$.

Ответ: $C = 0,5 \text{ мкФ}$; $W_E = 0,04 \text{ Дж}$.

У генератора постоянного тока при токе в нагрузке $I_1=50$ А напряжение на зажимах $U_1=210$ В, а при токе, равном $I_2=100$ А, оно снижается до $U_2=190$ В.

Определить параметры последовательной схемы замещения источника и ток короткого замыкания.

Ответ: $E = 230$ В; $R_{вн} = 0,4$ Ом; $I_{кз} = 575$ А.

Вывести соотношения (3) и (4) и определить максимальную мощность, отдаваемую нагрузке, по условиям предыдущей задачи.

Ответ: нагрузке, по условиям предыдущей задачи.

Ответ: $P_{\max} \approx 330$ кВт.

Тема-2: Расчет электрических цепей постоянного тока. Законы Ома и Кирхгофа. Метод контурных токов

План:

1. Закон Ома.
2. Законы Кирхгофа
3. Метод контурных токов

Согласно закону Ома ток в замкнутой цепи прямо пропорционален электродвижущей силе источника электрической энергии, включенного в цепь, и обратно пропорционален полному сопротивлению цепи.

Это определение выражается формулой

$$I = \frac{E}{R + r_0},$$

где I – ток в цепи в а;

E – электродвижущая сила источника электрической энергии в в;

R – сопротивление внешнего участка цепи в Ом;

r_0 – внутреннее сопротивление источника энергии в Ом.

Ток, протекающий по участку цепи, прямо пропорционален напряжению на его зажимах и обратно пропорционален сопротивлению участка цепи:

$$I = \frac{U}{R},$$

где I – ток, протекающий по участку цепи;

U – напряжение на зажимах участка цепи;

R – сопротивление участка цепи.

1. Найти токи в ветвях схемы рис. 1.11 в которой $E_1=80$ В, $E_2=64$ В, $R_1=6$ Ом, $R_2=4$ Ом, $R_3=3$ Ом, $R_4=1$ Ом.

Решение: Произвольно выбираем положительные направления токов в ветвях. В схеме $v=3$, $v_{ит}=0$, $y=2$. Следовательно, по первому закону Кирхгофа можно составить одно уравнение $I_1+I_2=I_3$ (а)

Нетрудно убедиться, что для второго узла получили бы аналогичное уравнение. По второму закону Кирхгофа составим в- $v_{ит}$ - $y-1=3-0-(2-1)=2$ уравнения. Положительные направления обхода контуров выбираем по часовой стрелке.

Для первого контура $I_1R_1-I_2R_2=E_1+E_2$ (б)

Для второго контура $I_2R_2+I_3(R_3+R_4)=-E_2$ (в)

Совместное решение уравнений (а), (б), (в), даёт $I_1=14$ А, $I_2=-15$ А, $I_3=-1$ А

2 В телефонном аппарате системы МБ питание микрофона М (рис. 4(рис.24)) при сопротивлении в 50 ом осуществляется от батареи, э.д.с. которой равен 3 в, а внутреннее сопротивление 6 ом. Последовательно с микрофоном включена первичная обмотка трансформатора, имеющая сопротивление $r = 4$ ом. Вычислить величину тока в цепи микрофона.

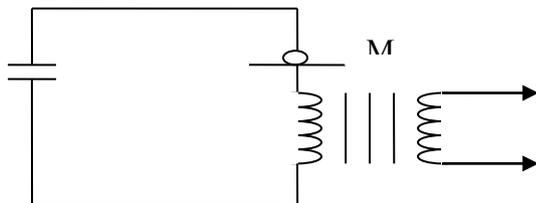


Рис. 4

Решение. Сопротивление внешнего участка цепи складывается из сопротивления микрофона r_m и сопротивления первичной обмотки трансформатора $r_{тпр}$, соединенных последовательно:

$$R = r_m + r_{mp}; \quad R = 50 + 4 = 54 \text{ ом}.$$

Ток в цепи определяется по формуле для закона Ома:

$$I = \frac{E}{R + r_0}; \quad I = \frac{3}{54 + 6} = \frac{3}{60} = 0,05 \text{ а}.$$

3. Какое напряжение покажет вольтметр, присоединенный к зажимам источника тока, обладающему большим внутренним сопротивлением $r_0=40$ ом, если напряжение источника тока равно 15 в, а сопротивление вольтметра $r_v=1460$ ом? Каково будет показание вольтметра, обладающего сопротивлением $r_v=4460$ ом?

Решение. а) Сопротивление цепи составляет внутреннее сопротивление источника электрической энергии и сопротивление вольтметра (сопротивление проводов считаем равным нулю), следовательно,

$$r_{цены} = r_0 + r_v = 40 + 1460 = 1500 \Omega.$$

Ток, протекающий в этой цепи, определяем по закону Ома:

$$I = \frac{E}{r_{цены}} = \frac{15}{1500} = 0,01 \text{ а}.$$

Показание вольтметра $U_v = I \cdot r_v = 0,01 \cdot 1460 = 14,6 \text{ в}$. Остальная часть э.д.с. источника тока $U = 15 - 14,6 = 0,4 \text{ в}$ затрачивается на его внутреннее сопротивление.

б) Если вольтметр будет иметь сопротивление $r_v=4460$ ом, то сопротивление цепи будет:

$$r_{цены} = r_0 + r_v = 40 + 4460 = 4500 \text{ ом};$$

$$\text{ток в цепи } I = \frac{E}{r_{цены}} = \frac{15}{4500} = 0,003 \text{ а}.$$

Показание вольтметра:

$$U_v = I \cdot r_v = 0,003 \cdot 4460 = 14,83 \text{ в}.$$

Таким образом, напряжение источника электрической энергии можно измерить более точно вольтметром с большим сопротивлением.

4. Какое сопротивление следует включить в цепь, по которой протекает ток $I = 0,025 \text{ а}$, если на нем должно быть падение напряжения $U = 2 \text{ в}$?

Решение. Сопротивление, которое следует включить в цепь, будет:

$$r = \frac{U}{I} = \frac{2}{0,025} = 30 \text{ ом}.$$

5. На втором из четырех сопротивлений, соединенных последовательно: $r_1=5$ ом; $r_2=15$ ом; $r_3=20$ ом; $r_4=10$ ом, вольтметром измерили напряжение, и он показал 24 в. Вычислить напряжение на концах остальных сопротивлений и общее напряжение источника тока, присоединенного к ним.

Решение. Вольтметр, подключенный ко второму сопротивлению $r_2=15$ ом, показал напряжение $U=24$ в. Ток, протекающий через это сопротивление, $I = \frac{U}{r_2} = \frac{24}{15} = 1,6 \text{ а}$. Так

как сопротивления соединены последовательно, то через них проходит одинаковый ток $I=1,6$ а. На концах первого сопротивления ($r_1=5$ ом) напряжение $U_1 = I \cdot r_1 = 1,6 \cdot 5 = 8 \text{ в}$; на концах третьего сопротивления ($r_3=20$ ом) напряжение $U_3 = I \cdot r_3 = 1,6 \cdot 20 = 32 \text{ в}$; на концах четвертого сопротивления ($r_4=10$ ом) напряжение $U_4 = I \cdot r_4 = 1,6 \cdot 10 = 16 \text{ в}$.

Общее напряжение источника электрической энергии, включенного в цепь с последовательно соединенными сопротивлениями, равно сумме падений напряжения на этих сопротивлениях:

$$U_{\text{общ}} = U_1 + U_2 + U_3 + U_4 = 24 + 8 + 32 + 16 = 80 \text{ в.}$$

6. К концам участка цепи, сопротивление которого равно 200 ом, включен вольтметр, показывающий 25 в. Чему равно показание миллиамперметра, включенного последовательно с сопротивлением этого участка цепи? (Сопротивлением прибора пренебречь).

Решение. Величину тока в цепи определяем по закону Ома:

$$I = \frac{U}{r} = \frac{25}{200} = 0,125 \text{ а.}$$

Показание миллиамперметра будет равно 125 ма.

7. Какую площадь поперечного сечения должен иметь медный провод длиной в 200 м, чтобы при токе в 2,4 а напряжение на его концах было равно 4,8 в?

Законы Кирхгофа.

8. Определить величину тока, притекающего в точку М цепи (рис. 5(рис.48)), если через каждое из четырех сопротивлений, соединенных параллельно, протекает ток, равный 0,2 а.

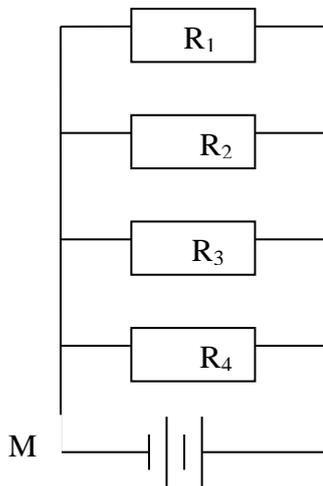


Рис.5

Решение. Общий ток, притекающий в точку М, можно вычислить по формуле первого закона Кирхгофа:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + I_4,$$

тогда $I_0 = 0,2 + 0,2 + 0,2 + 0,2 = 0,8 \text{ а.}$

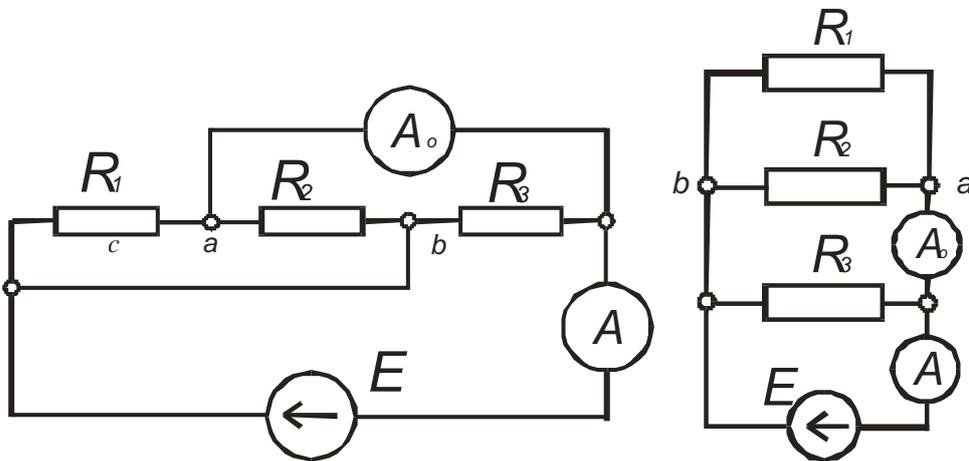
9. Два сопротивления $r_1=60$ ом и $r_2=20$ ом соединены параллельно. Через сопротивление r_1 протекает ток $I_1=0,66$ а. Какой ток протекает через второе сопротивление?

Решение. Из формулы $\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2}{r_1}$ имеем, что $I_2 = \frac{I_1 \cdot r_1}{r_2} = \frac{0,66 \cdot 60}{20} = 1,98 \text{ а.}$

10. В электрической цепи (рис. 6(рис.51)) включено три источника тока с электродвижущей силой $E_1=12$ в, $E_2=18$ в, $E_3=14$ в. Внутреннее сопротивление каждого из них $r_1=4$ ом, $r_2=5$ ом, $r_3=6$ ом. В эту цепь включены последовательно сопротивления $r_4=50$ ом и $r_5=35$ ом. Вычислить величину тока в этой цепи и определить его направление.

Решение. За положительное направление э.д.с. примем направление э.д.с. батарей E_2 и E_3 . По второму закону Кирхгофа для этой цепи получаем:
 $E_2 + E_3 - E_1 = I \cdot r_1 + I \cdot r_2 + I \cdot r_3 + I \cdot r_4 + I \cdot r_5$;
 $18 + 14 - 12 = I \cdot 4 + I \cdot 6 + I \cdot 50 + I \cdot 35$;
 $20 = 100I$, отсюда $I = \frac{20}{100} = +0,2a$. (Знак + показывает, что ток течет по направлению действия э.д.с. батарей E_2 и E_3).

11



$R_1 = 50 \text{ ом}$
 $R_2 = 100 \text{ ом}$
 $R_3 = 25 \text{ ом}$

$I_0 = ? I = ?$

Решение

Перечертим схему:

$$\frac{1}{R_{bx}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{50} + \frac{1}{100} + \frac{1}{25} = \frac{7}{100} \text{ Ом}^{-1};$$

$$\frac{1}{R_{bx}} = \frac{7}{100} \text{ Ом}^{-1};$$

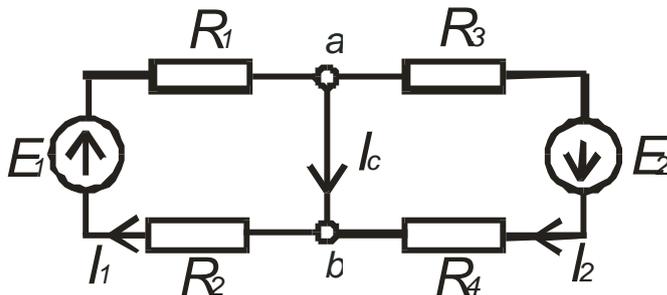
$$I = \frac{E}{R_{bx}} = \frac{100}{\frac{100}{7}} = 7 \text{ A};$$

$$R_{12} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50 * 100}{50 + 100} = \frac{100}{3} \text{ Ом}$$

$$I_0 = I * \frac{R_3}{R_{12} + R_3} = 7 * \frac{25}{\frac{100}{3} + 25} = 3 \text{ A}$$

ОТВЕТ : $I_0 = 3 \text{ A}; I = 7 \text{ A}$

12.



$$\begin{aligned} E_1 &= 20 \text{ В}; & E_2 &= 60 \\ R_1 &= 6 \text{ Ом}; & R_2 &= 4 \text{ Ом} \\ R_3 &= 8 \text{ Ом}; & R_4 &= 12 \text{ Ом} \end{aligned}$$

$I_0 - ?$

Решение:

По схеме: $U_{ab} = 0$

$$I_1 = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{20}{6 + 4} = 2 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E_2}{R_3 + R_4} = \frac{60}{8 + 12} = 3 \text{ A}$$

$$I_0 = I_1 - I_2 = 2 - 3 = -1 \text{ A}$$

$$\hat{I} \hat{O} \hat{A} \hat{A} \hat{O} : I_0 = -1 \text{ A}$$

В данном разделе приведены примеры расчета линейных цепей постоянного тока, подробное решение каждого примера с подстановкой числовых значений и получения конечного результата решения.

13.

В неразветвленной цепи (рис.1) ЭДС

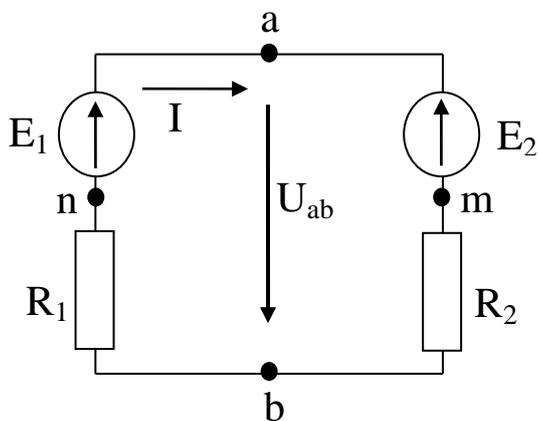


Рис.1

$E_1=120$ В, $E_2=40$ В, сопротивления $R_1=12$ Ом, $R_2=8$ Ом.

Определить ток в замкнутом контуре и напряжение между

точками а и б.

Решение. 1. Задаемся условно-положительным направлением тока I (по часовой стрелке).

2. По закону Ома рассчитываем ток:

$$I = \frac{E_1 - E_2}{R_1 + R_2} = \frac{120 - 40}{12 + 8} = 4 \text{ А.}$$

Так как результат оказался положительным, то истинное направление тока совпадает с выбранным.

3. Напряжение можно определить для участка amb, используя второй закон Кирхгофа $U_{ab}=E_2+R_2I=40+4 \cdot 8=72$ В, либо для участка bna $U_{ba}=R_1I-E_1=12 \cdot 4-120=-72$ В, следовательно $U_{ab} = -U_{ba}=72$ В.

14. Определить токи в ветвях цепи (рис.2.), показания вольтметра и амперметра, включенных между точками с и d, сопротивление амперметра считать равным нулю, вольтметра- бесконечности.

Дано: $U=120$ В, $R_1=10$ Ом,
 $R_2=R_3=R_4= 25$ Ом, $R_5=50$ Ом.

Решение. Расчет показания вольтметра. Его включение не оказывает влияния на распределение токов в цепи.

1. Укажем положительные направления токов I_1, I_2, I_3 для схемы 2.14, а.

2. Определим эквивалентное сопротивление всей цепи

$$R = R_1 + \frac{(R_2 + R_4)(R_3 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 10 + \frac{75 \cdot 50}{125} = 40 \text{ Ом.}$$

3. Ток в неразветвленной части $I_1=U/R=120/40=3$ А.

4. Токи в параллельных ветвях можно определить двумя методами.

4.1. Найдем напряжение на зажимах параллельных ветвей

$$U_{ab} = I_1 \frac{(R_2 + R_4)(R_3 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 3 \cdot \frac{75 \cdot 50}{125} = 90 \text{ В.}$$

Токи в ветвях acb и adb соответственно будут

$$I_2 = U_{ab}/(R_2+R_4) = 90/50 = 1,8 \text{ А};$$

$$I_3 = U_{ab}/(R_3+R_5) = 90/75 = 1,2 \text{ А.}$$

4.2 Токи в ветвях обратно пропорциональны их сопротивлениям

$$I_2 = I_1 \frac{R_3 + R_5}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 3 \cdot \frac{75}{125} = 1,8 \text{ А};$$

$$I_3 = I_1 \frac{R_2 + R_4}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = 3 \cdot \frac{50}{125} = 1,2 \text{ А.}$$

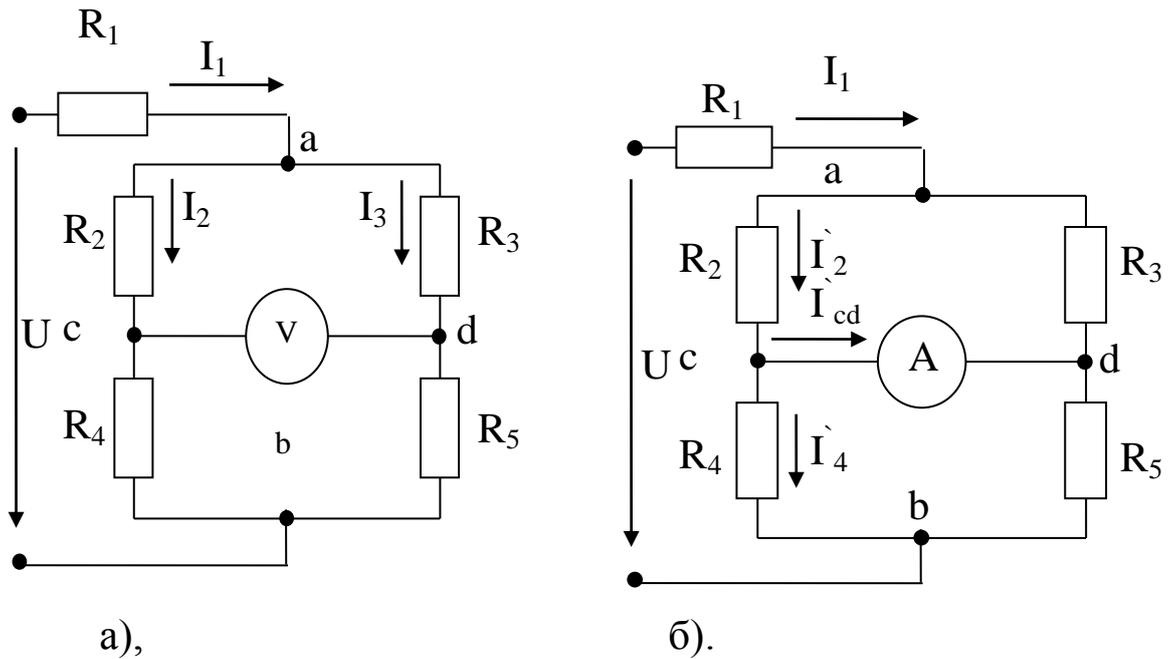


Рис.2.

5. Найдем показание вольтметра, равное напряжению между точками с и d:
 $U_v = U_{cd} = -R_2 I_2 + R_3 I_3 = -1,2 \cdot 25 + 1,8 \cdot 25 = 15 \text{ В.}$

Расчет показания амперметра. Ток, проходящий через амперметр, равен току короткого замыкания в ветви cd I_{cd}^1 .

6. Укажем положительные направления токов $I'_1, I'_2, I'_4, I'_{cd}$ для схемы рис. 2., б).

7. Эквивалентное сопротивление для этой схемы

$$R' = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} + \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} = 10 + \frac{625}{50} + \frac{1250}{75} = 10 + 12,5 + 16,6 = 39,1 \text{ Ом}$$

8. Ток в неразветвленной части $I'_1 = U / R = 120 / 39,1 \text{ А.}$

9. Ток в резисторе $R_2 : I'_2 = I'_1 \frac{R_3}{R_2 + R_3} = 3,07 \cdot \frac{25}{50} = 1,535 \text{ А.}$

10. Ток в резисторе $R_4 : I'_4 = I'_1 \frac{R_5}{R_4 + R_5} = 3,07 \cdot \frac{25}{75} = 1,02 \text{ А.}$

11. Ток через амперметр по первому закону Кирхгофа

$$I_A = I'_{cd} = I'_2 - I'_4 = 1,535 - 1,02 = 0,515 \text{ А.}$$

15. Для цепи схемы рис. 2.15ю. Пользуясь законами Кирхгофа, найти токи и проверить баланс мощностей, если ЭДС $E_{B_1} = 15 \text{ В}, E_{B_2} = 70 \text{ В}, E_{B_3} = 5 \text{ В}$, сопротивления $R_{B_1} = 60 \text{ Ом}, R_{B_2} = 50 \text{ Ом}, R_{B_3} = 100 \text{ Ом}, R_{B_4} = 2,50 \text{ Ом}, R_{B_5} = 150 \text{ Ом}.$

Решение .1. Топологический анализ-схема содержит ветвей $n=5$ и узлов $k=3$, значит необходимо составить по 1 закону Кирхгофа уравнений $n_1 = k - 1 = 3 - 1 = 2$ по 2 закону Кирхгофа уравнений $n_2 = 5 - n_1 = 5 - 2 = 3$, всего уравнений $n = n_1 + n_2 = 5$. Зададим условно – положительные направления токов ветвей.

2. Выберем и обозначим стрелками направления обхода трех независимых контуров k_1, k_2, k_3 .

3. Составим систему уравнений Кирхгофа

для узла а $-I_{B_1} + I_{B_2} - I_{B_3} - I_{B_5} = 0$;

для узла б $I_{B_1} + I_{B_3} + I_{B_4} = 0$;

для контура к₁ $R_{B_1} I_{B_1} - R_{B_3} I_{B_3} = E_{B_1} + E_{B_3}$;

для контура к₂ $R_{B_3} I_{B_3} - R_{B_4} I_{B_4} - R_{B_5} I_{B_5} = -E_{B_3}$;

для контура к₃ $R_{B_2} I_{B_2} + R_{B_5} I_{B_5} = E_{B_2}$.

Уравнения после постановки в них числовых значений примут вид:

$$-I_{B_1} + I_{B_2} - I_{B_3} - I_{B_5} = 0; I_{B_1} + I_{B_3} + I_{B_4} = 0; 6I_{B_1} - 10I_{B_3} = 20;$$

$$10I_{B_3} - 2,5I_{B_4} - 15I_{B_5} = -5; 5I_{B_2} + 15I_{B_5} = 70.$$

4. Решив эту систему уравнений, получим:

$$I_{B_1} = 5A; I_{B_2} = 8A; I_{B_3} = 1A; I_{B_4} = -6A; I_{B_5} = 2A.$$

Отрицательный знак для тока I_{B_4} означает, что истинное направление тока в резисторе R_4 противоположно выбранному.

5. Баланс мощностей для рассматриваемой цепи

$$E_{B_1} I_{B_1} + E_{B_2} I_{B_2} - E_{B_3} I_{B_3} = R_{B_1} I_{B_1}^2 + R_{B_2} I_{B_2}^2 + R_{B_3} I_{B_3}^2 + R_{B_4} I_{B_4}^2 + R_{B_5} I_{B_5}^2$$

Или $15 \cdot 5 + 70 \cdot 8 - 5 \cdot 1 = 6 \cdot 5^2 + 5 \cdot 8^2 + 10 \cdot 1^2 + 2,5 \cdot (-6)^2 + 15 \cdot 2^2$, таким образом, получим тождество $630 = 630$ [Вт].

При проверке баланса мощностей надо иметь в виду, что в тех ветвях цепи, где направления тока и ЭДС совпадают, источник ЭДС - источник электромагнитной энергии, где направления ЭДС и тока противоположны, источник ЭДС - потребитель энергии.

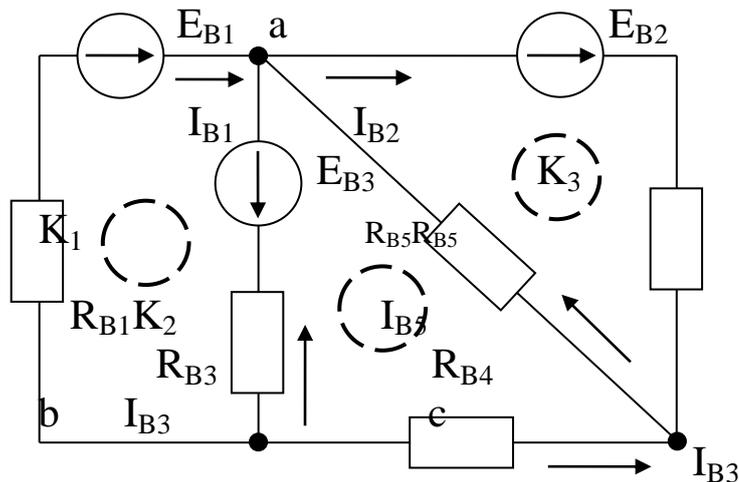
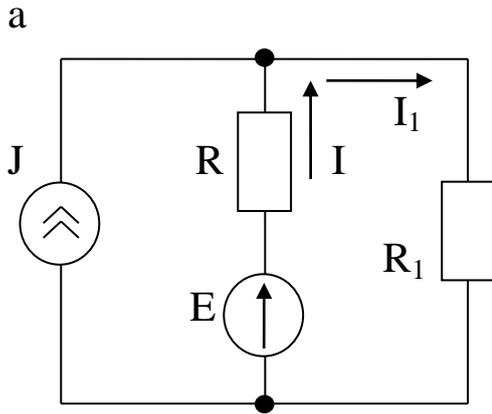


Рис. 3



b Рис.4

Пример 4. Для цепи (рис.2.4) определить токи. Дано: $E=20$ В; $J=2$ А; $R=15$ Ом; $R_1=85$ Ом. Проверить баланс мощностей.

Решение:

1. Условно- положительные направления токов ветвей указаны на схеме.

2. Составим уравнения Кирхгофа

$$I_1 - I - J = 0; \quad RI + R_1 I_1 = E,$$

независимый контур не должен включать ветви и источники тока.

Подставим числовые значения в уравнение по второму закону Кирхгофа $15I + 85I_1 = 20$.

3. Решив систему уравнений, получим $I = -1,5$ А; $I_1 = 0,5$ А.

4. Для определения мощности источника тока необходимо знать напряжение на его зажимах $U_{ab} = R_1 I_1 = 85 \cdot 0,5 = 42,5$ В.

5. Составим баланс мощностей $U_{ab} J + EI = RI^2 + R_1 I_1^2$, подставим численные значения: $42,5 \cdot 2 + 20 \cdot (-1,5)^2 + 85 \cdot (0,5)^2$. Получим тождество $55 = 55$ [Вт].

Пример 5. Рассмотрим цепь (рис.3) по методу контурных токов. Введем независимые контуры с токами $I_{11} = I_{B_1}$, $I_{22} = I_{B_4}$, $I_{33} = I_{B_2}$.

Решение. 1. Определим собственные сопротивления контуров

$$R_{11} = R_{B_1} + R_{B_3} = 6 + 10 = 16 \text{ Ом};$$

$$R_{22} = R_{B_3} + R_{B_4} + R_{B_5} = 10 + 2,5 + 15 \text{ Ом};$$

$$R_{33} = R_{B_2} + R_{B_5} = 5 + 15 = 20 \text{ Ом}.$$

2. Определим взаимные сопротивления контуров

$$R_{12} = R_{21} = R_{B_3} = 10 \text{ Ом}; \quad R_{13} = R_{31} = 0; \quad R_{23} = R_{32} = R_{B_5} = 15 \text{ Ом};$$

3. Контурные ЭДС $E_{11} = E_{B_1} + E_{B_3} = 15 + 5 = 20$ В; $E_{22} = E_{B_3} = 5$ В; $E_{33} = E_{B_2} = 70$ В.

4. Система уравнений в контурах токах и уравнения с учетом числовых значений:

$$R_{11} I_{11} + R_{12} I_{22} + R_{13} I_{33} = E_{11}; \quad 16 \cdot I_{11} + 10 \cdot I_{22} + 0 \cdot I_{33} = 20;$$

$$R_{21} I_{11} + R_{22} I_{22} + R_{23} I_{33} = E_{22}; \quad 10 \cdot I_{11} + 27,5 \cdot I_{22} + 15 \cdot I_{33} = 5;$$

$$R_{31} I_{11} + R_{32} I_{22} + R_{33} I_{33} = E_{33}; \quad 0 \cdot I_{11} + 15 \cdot I_{22} + 20 \cdot I_{33} = 70.$$

5. Решив эту систему, получим значения контурных токов:

$$I_{11} = 5 \text{ А}; \quad I_{22} = -6 \text{ А}; \quad I_{33} = 8 \text{ А}.$$

$$6. \text{ Токи ветвей } I_{B_1} = I_{11} = 5 \text{ А}; \quad I_{B_2} = I_{33} = 8 \text{ А}; \quad I_{B_3} = -I_{11} - I_{22} = -5 - (-6) = 1 \text{ А};$$

$$I_{B_4} = I_{22} = -6 \text{ А}; \quad I_{B_5} = I_{22} + I_{33} = -6 + 8 = 2 \text{ А}. \text{ Результаты расчета аналогичны Примеру 3.}$$

Пример 6. Цепь (рис. 2.5) содержит источник тока $J = 50$ мА, источник ЭДС $E = 60$ В и резисторы, сопротивления которых $R_{B_1} = 5$ кОм, $R_{B_2} = 4$ кОм, $R_{B_3} = 16$ кОм, $R_{B_4} = 2$ кОм, $R_{B_5} = 8$ кОм. Вычислить все токи методом контурных токов. Проверить баланс мощностей.

Решение. 1. Контурные токи I_{11}, I_{22}, I_{33} , причем контурный ток $I_{33} = J$, т.к. контур 3 источника тока.

2. Уравнения по методу контурных токов

$$(R_{B_1} + R_{B_2} + R_{B_5})I_{11} + R_{B_5}I_{22} + R_{B_1}J = E;$$

$$R_{B_5}I_{11} + (R_{B_3} + R_{B_4} + R_{B_5})I_{22} + R_{B_3}J = 0.$$

Подставляя числовые значения, имеем:

$$17I_{11} + 8I_{22} - 250 = 60; \quad 8I_{11} + 26I_{22} - 800 = 0.$$

3. Решая эти уравнения, определим контурные токи: $I_{11} = -30$ А; $I_{22} = 40$ мА.

4. Токи ветвей цепи:

$$I_{B_1} = I_{11} + J = -30 + 50 = 20 \text{ мА}; \quad I_{B_2} = -I_{11} = 30 \text{ мА};$$

$$I_{B_3} = -I_{22} + J = -40 + 50 = 10 \text{ мА}; \quad I_{B_4} = I_{22} = 40 \text{ мА};$$

$$I_{B_5} = I_{22} + I_{11} = -30 + 40 = 10 \text{ мА}.$$

6. Баланс мощностей:

$$-EI_{B_2} + U_{cd}J = EI_{B_2} + (R_{B_1}I_{B_1} + R_{B_3}I_{B_3})J = R_{B_1}I_{B_1}^2 + R_{B_2}I_{B_2}^2 + R_{B_3}I_{B_3}^2 + R_{B_4}I_{B_4}^2 + R_{B_5}I_{B_5}^2,$$

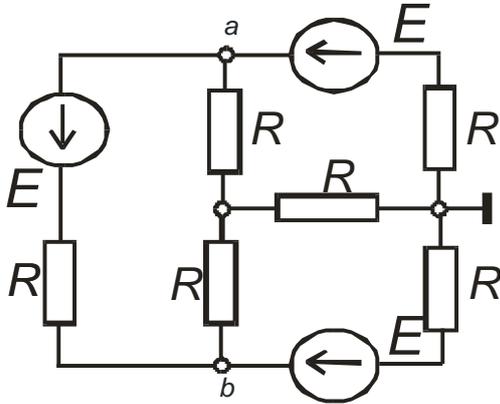
подставляя числовые значения, получим тождество $11,2 \text{ Вт} = 11,2 \text{ Вт}$.

Тема-3. Расчет сложных электрических цепей постоянного тока с помощью метода узловых потенциалов и топологических методов.

План:

1. Метод узловых потенциалов
2. Топологический метод.

1. Дано: E, R
 $\varphi_a - ?$



Решение

Составим уравнения по методу узловых потенциалов:

$$\left\{ \begin{array}{lll} \varphi_a(G+G+G) - \varphi_b G & - \varphi_c G & = -E + E \\ \varphi_a G & + \varphi_b(G+G+G) - \varphi_c G & = E + E \\ \varphi_a G & + \varphi_b G & + \varphi_c(G+G+G) = 0 \end{array} \right\}$$

Отсюда получаем:

$$\alpha = \frac{\begin{vmatrix} 3G & -G & 0 \\ -G & 3G & 2E \\ -G & -G & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3G & -G & -G \\ -G & 3G & -G \\ -G & -G & +3G \end{vmatrix}} = \frac{2EG^2 + 6EG^2}{27G^3 - G^3 - G^3 - 3G^3 - 3G^3 - 3G^3} = \frac{8EG^2}{16G^3} = \frac{1}{2E}$$

ОТВЕТ: $\varphi_d = \frac{1}{2}E$

2. Рассмотрим цепь (рис.2.15) по методу узловых потенциалов. Замаркируем узлы схемы а-У1, б-У2, с-У3 и примем за опорный узел У3, его потенциал $V_3 = 0$. Необходимо определить потенциалы V_1 и V_2 для узлов У1 и У2.

Решение. 1. Собственные узловые проводимости

$$G_{Y_{11}} = G_{B_1} + G_{B_2} + G_{B_3} + G_{B_5} = 1/6 + 1/5 + 1/10 + 1/15 = 0,533 \text{ См},$$

$$G_{Y_{22}} = G_{B_1} + G_{B_3} + G_{B_4} = 1/6 + 1/10 + 1/2,5 = 0,666 \text{ См}.$$

2. Межузловые проводимости

$$G_{Y_{12}} = G_{Y_{21}} = -(G_{B_1} + G_{B_3}) = -(1/6 + 1/10) = -0,266 \text{ См}$$

3. Узловые токи.

$$J_1 = -G_{B_1} E_{B_1} + G_{B_2} E_{B_2} + G_{B_3} E_{B_3} = -0,166 \cdot 15 + 0,2 \cdot 70 + 0,1 \cdot 5 = 12 \text{ А};$$

$$J_2 = G_{B_1} E_{B_1} - G_{B_3} E_{B_3} = -0,166 \cdot 15 - 0,1 \cdot 5 = 2A.$$

4. Система уравнений для узловых потенциалов и подстановка числовых значений:

$$G_{Y_{11}} V_1 + G_{Y_{12}} V_2 = -J_1; \quad 0,533V_1 - 0,266V_2 = -12;$$

$$G_{Y_{21}} V_1 + G_{Y_{22}} V_2 = -J_2; \quad -0,266V_1 + 0,666V_2 = -2.$$

5. Решив эту систему, определим значения потенциалов $V_1 = -30$ В, $V_2 = -15$ В.

6. Токи в ветвях цепи

$$I_{B_1} = G_{B_1} (V_2 - V_1 + E_{B_1}) = 0,166(-15 - (-30) + 15) = 5A;$$

$$I_{B_2} = G_{B_2} (V_1 - V_3 + E_{B_2}) = 0,2(-30 - 0 + 70) = 8A;$$

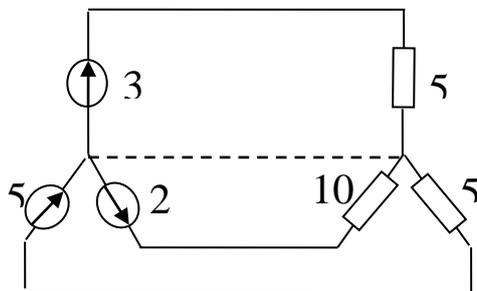
$$I_{B_3} = G_{B_3} (V_2 - V_1 + E_{B_3}) = 0,1(-15 - (-30) - 5) = 1A;$$

$$I_{B_4} = G_{B_4} (V_2 - V_3) = 0,4(-15 - 0) = -6A;$$

$$I_{B_5} = G_{B_5} (V_3 - V_1) = 0,066(0 - (-30)) = 2A.$$

Результаты расчета аналогичны примеру 3.

3.



$$U_{Nn} = \frac{30 \cdot \frac{1}{5} + 21 \cdot \frac{1}{10} + 5 \cdot \frac{1}{50}}{\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{50}} = \frac{6 + 2,1 - 0,1}{\frac{16}{50}} = 25B$$

$$I_1 = (-U_{Nn} + E_1) = (-25 + 30) = 1A$$

$$I_2 = (U_{Nn} + E_2) = (-25 + 21) \frac{1}{10} = -0,4A$$

$$I_3 = (U_{Nn} + E_3) = (-25 - 5) = \frac{1}{50} = -\frac{3}{5} = 0,6A$$

$$I_1 + I_2 + I_3 = 1 - 0,4 - 0,6 = 0$$

$$E_1 I_1 + E_2 I_2 - E_3 I_3 = 30 \cdot 1 + (-0,4)21 + (-0,6) - 5 = 30 - 8,4 + 3 = -18,6$$

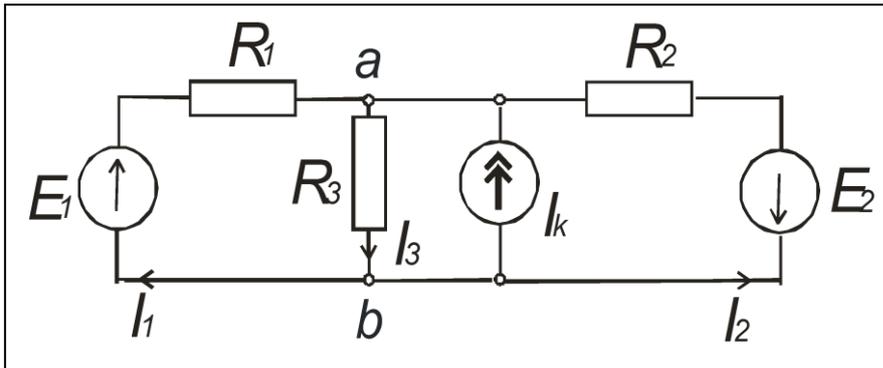
$$I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 1 \cdot 5 + 16 \cdot 10 + 0,36 \cdot 50 = 5 + 1,6 + 18 = 24,6$$

Тема-4: Расчет сложных электрических цепей постоянного тока с помощью метода эквивалентного генератора и метода наложения.

План:

1. Метода эквивалентного генератора.
2. Метода наложения.

1. 6 – балл



Дано:

$$E_1 = 6 \text{ В}; \quad E_2 = 3 \text{ В}$$

$$I_k = 3 \text{ А}; \quad R_1 = R_2 = R_3 = 1 \text{ ом}$$

В каком режиме работают источники ЭДС?

Решение:

По методу двух узлов:

$$U_{ab} = \frac{E_1 * \frac{1}{R_1} + E_2 * \frac{1}{R_2} + I_k}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = \frac{6 + 3 + 3}{1 + 1 + 1} = 4 \text{ В}$$

По закону Ома для участка цепи:

$$I_1 = (U_{ba} + E_1) * \frac{1}{R_1} = \frac{-U_{ba} + E_1}{R_1} = \frac{-4 + 6}{1} = 2 \text{ А}$$

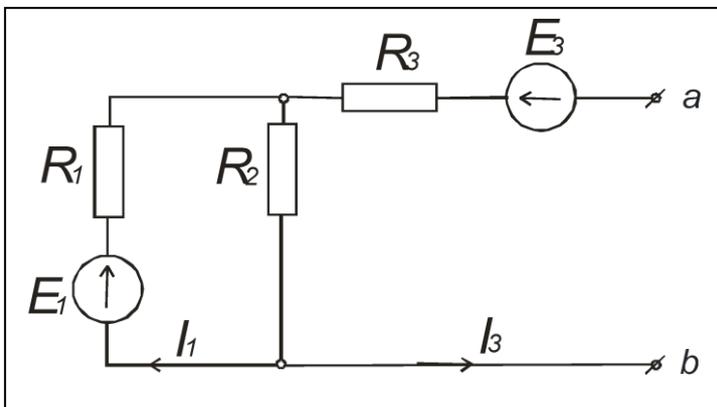
$$E_1 I_1 = 6 * 2 = 12 \text{ Вт} > 0 \Rightarrow E_1 - \text{генератор}$$

$$I_{21} = (-U_{ba} + E_2) * \frac{1}{R_2} = \frac{-4 + 3}{1} = -1 \text{ А}$$

$$E_2 I_2 = 3 * (-1) = -3 \text{ Вт} < 0 \Rightarrow E_2 - \text{аккумулятор}$$

ОТВЕТ: E_1 – генератор, E_2 – аккумулятор

2. 6 – балл



Дано:

$$E_1 = 54 \text{ В}; \quad E_3 = 12 \text{ В}$$

$$R_1 = 9 \text{ Ом}; \quad R_2 = 18 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 5 \text{ Ом}$$

Решение

В режиме х.х. ($I_3 = 0$) имеем:

$$I_{1x} = \frac{E_1}{R_1 + R_2} = \frac{54}{9 + 18} = 2 \text{ А}$$

$$U_{cbx} = I_{1x} R_2 = 2 * 18 = 36 \text{ В}$$

$$U_{abx} = U_{acx} + U_{cbx} = -E_3 + U_{cbx} = -12 + 36 = 24 \text{ В}$$

$$E_2 = U_{abx} = 24 \text{ В}$$

ОТВЕТ: $E_2 = 24 \text{ В}$

3.

4 – балл

Дано:

$U_{ab} = 2,5 \text{ В};$

$I_1 = 1 \text{ мА};$

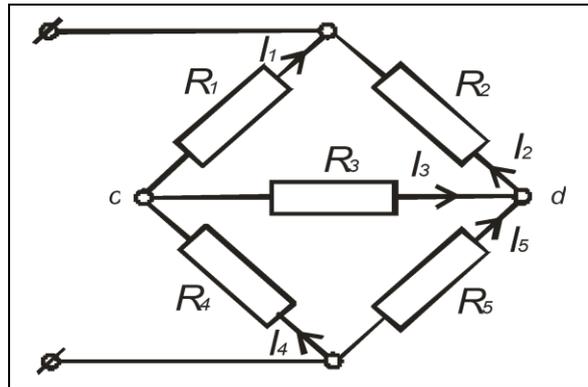
$R_1 = 1300 \text{ Ом};$

$R_2 = 400 \text{ Ом}$

$R_3 = 600 \text{ Ом};$

$R_4 = 800 \text{ Ом}$

$R_5 - ?$



Решение :

$bcab : I_4 = \frac{U_{ab} - I_1 R_1}{R_4} = \frac{2,5 - 10^{-3} * 1300}{800} = 1,5 \text{ мА}$

$c : I_3 = I_4 - I_1 = 1,5 - 1 = 0,5 \text{ мА}$

$adc : I_2 = \frac{I_1 R_1 - I_3 R_3}{R_2} = \frac{10^{-3} * 1300 - 0,5 * 10^{-3} * 600}{400} = 2,5 \text{ мА}$

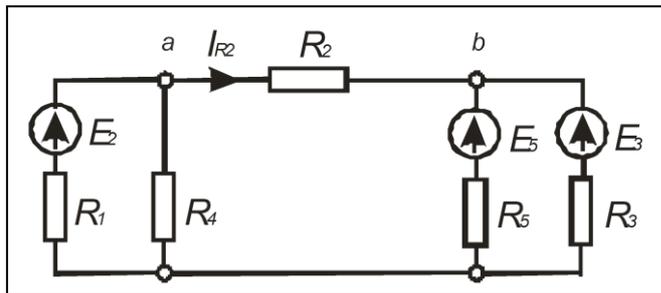
$: I_5 = I_2 - I_3 = 2,5 - 0,5 = 2 \text{ мА}$

$dcb : R_5 = \frac{I_3 R_3 + I_4 R_4}{I_5} = \frac{0,5 * 10^{-3} * 600 + 1,5 * 10^{-3} * 800}{2} = 750 \text{ Ом}$

ОТВЕТ : $R_5 = 750 \text{ Ом}$

4.

5 – балл



Дано:

$E_1 = 120 \text{ В};$

$E_3 = 150 \text{ В};$

$E_5 = 80 \text{ В};$

$R_1 = 10 \text{ Ом}$

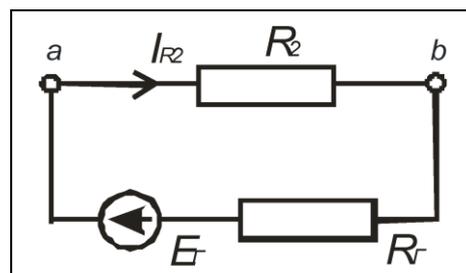
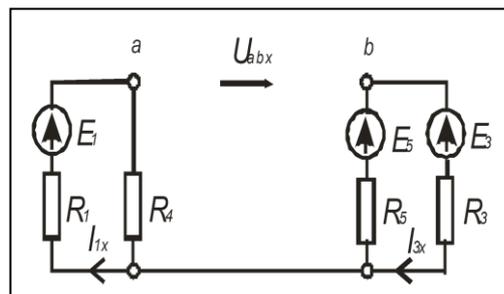
$R_2 = 16 \text{ Ом};$

$R_3 = 60 \text{ Ом}$

$R_4 = R_5 = 40 \text{ Ом}$

$I_{R2} - ?$

Решение: МЭГ



1) Пусть $I_{R_{2I_x R_4}} = 0$ (X.X.)

$$I_{1x} = \frac{E_1}{R_1 + R_4} = \frac{120}{10 + 40} = 2,4 \text{ A}$$

$$I_{3x} = \frac{E_5 - E_3}{R_5 + R_3} = \frac{80 - 150}{40 + 60} = -0,7 \text{ A}$$

$$U_{abx} = I_{1x}R_4 + I_{3x}R_5 - E_5 = 2,4 \cdot 40 - 0,7 \cdot 40 - 80 = -12 \text{ B}$$

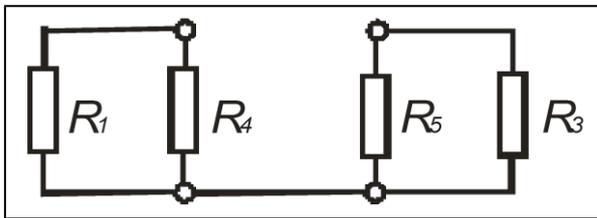
$$E_r = -12 \text{ B}$$

2) Находим $R_r = R_{ab}$

$$R_r = R_{ab} = \frac{R_1 R_4}{R_1 + R_4} + \frac{R_5 R_3}{R_5 + R_3} = \frac{10 \cdot 40}{50} + \frac{40 \cdot 60}{100} = 32 \text{ Ом}$$

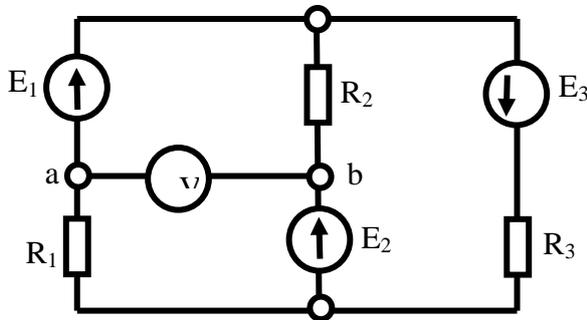
$$I_{R_2} = \frac{E_r}{R_r + R_2} = \frac{-12}{32 + 16} = -0,25 \text{ A}$$

ОТВЕТ : $I_{R_2} = -0,25 \text{ A}$



5. 12-балл

Дано: $E_1=40 \text{ B}$; $E_2=5 \text{ B}$; $E_3=25 \text{ B}$;



$R_1=5 \text{ ом}$; $R_2=R_3=10 \text{ ом}$;

V-?

Жавоб: а) 70 В; б) 20 В;

(Ответ) с) 30 В; д) 10 В;

е) 15 В

1)Решение:

По методу 2^x узлов:

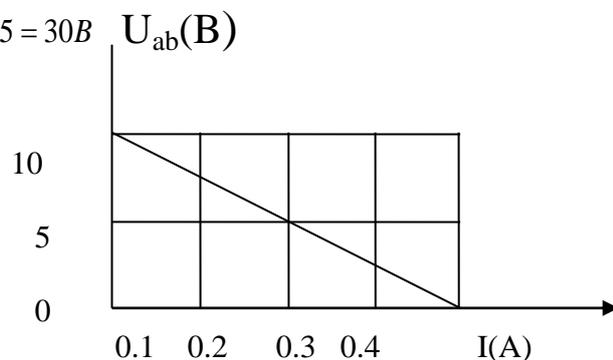
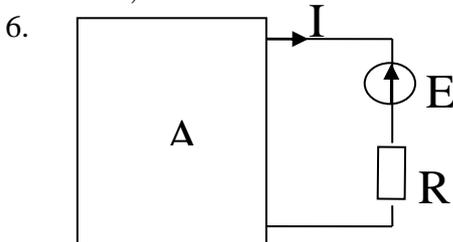
$$U_{dc} = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E}{R_2} - \frac{E_3}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 15 \text{ B};$$

$$I_1 = \frac{-U_{dc} + E_1}{R_1} = 5 \text{ A};$$

$$U_{ca} + U_{ab} + U_{bc} = 0 \Rightarrow$$

$$-U_{ab} = U_{ba} = U_{ca} + U_{bc} = I_1 R_1 + E_2 = 5 \cdot 5 + 5 = 30 \text{ B}$$

Ответ : с) $V = 30 \text{ B}$



$$E = 4B$$

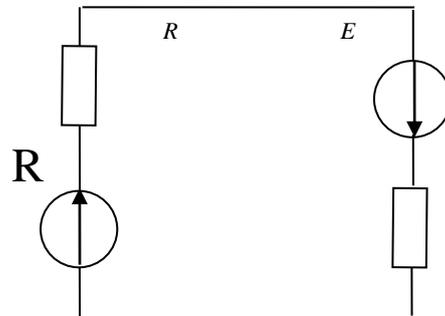
$$R = 5OM$$

$$I = ?$$

$$R = \frac{5}{0.2} = 25OM$$

$$E = 10B$$

$$I = \frac{10 - 4}{25 + 5} = \frac{6}{30} = 0.2A$$



7. Для схемы цепи (рис. 1, а) методом эквивалентного источника ЭДС найти ток в ветви резистора, сопротивление которого R_1 , если $E_1=18$ В, $E_2=21$ В, $R_1=3$ Ом, $R_2=9$ Ом, $R_3=6$ Ом.

Решение. 1. Укажем положительное направление искомого тока I_1 .

2. Рассмотрим часть схемы, подключенную к исследуемой первой ветви, которая обведена пунктирной линией. Заменим ее эквивалентным источником ЭДС E_3 с сопротивлением R_3 (рис. 1, г) и определим его параметры.

3. Определим напряжение U_{ab_x} (рис. 1, б).

$$\text{Ток холостого хода: } I_x = \frac{E_2}{R_2 + R_3} = \frac{21}{9 + 6} = 1,4A;$$

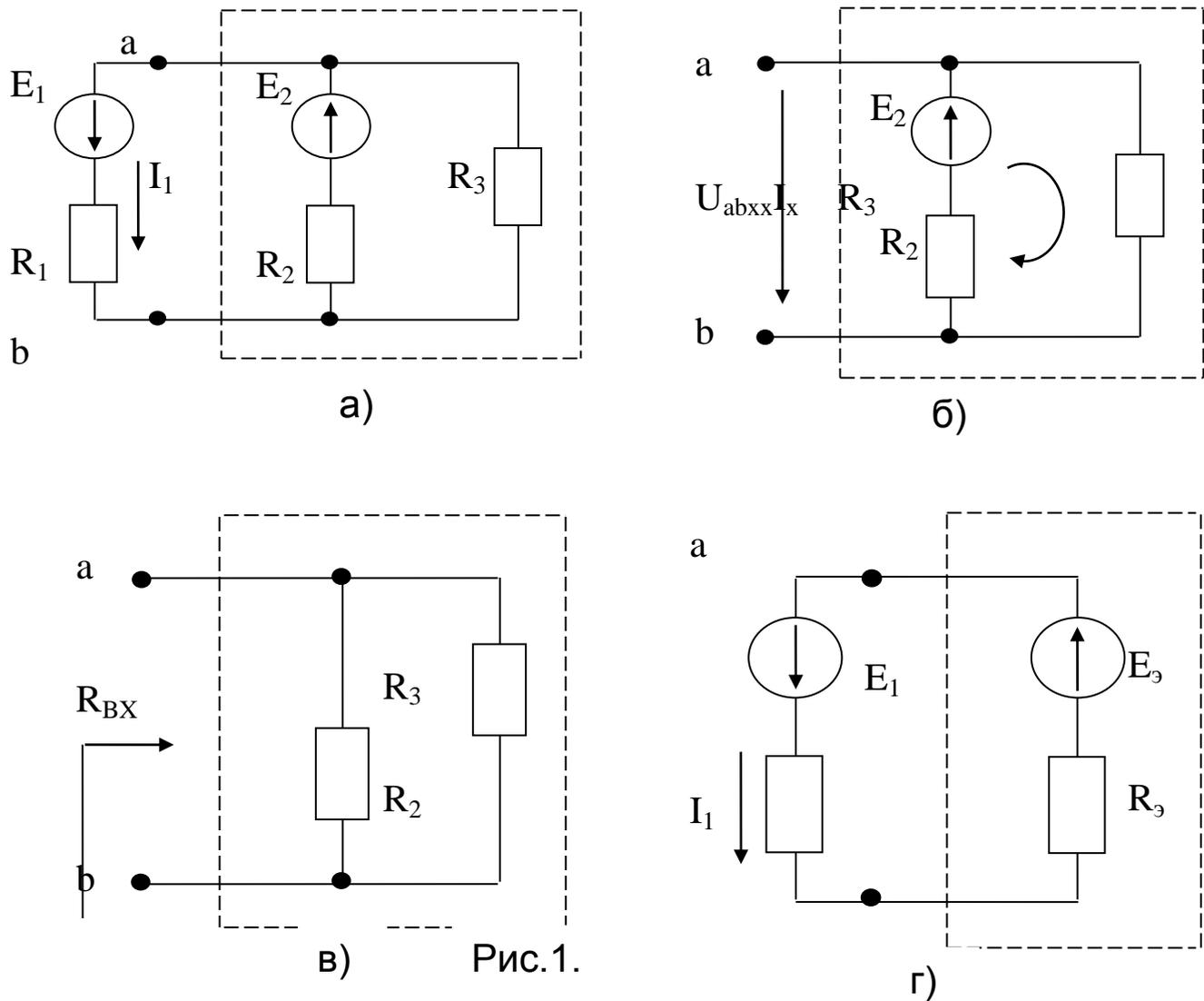
ЭДС эквивалентного источника : $E_3 = U_{ab_x} = R_3 I_x = 6 * 1,4 = 8,4$ В.

4. Определим входное сопротивление $R_{ВХ}$ (рис. 1, в).

$$R_3 = R_{вх} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{9 \cdot 6}{9 + 6} = 3,6 Ом.$$

5. По закону Ома найдем искомый ток (рис. 1, г).

$$I_1 = \frac{E_3 + E_1}{R_3 + R_1} = \frac{8,4 + 18}{3,6 + 3} = \frac{26,4}{6,6} = 4A.$$



8.

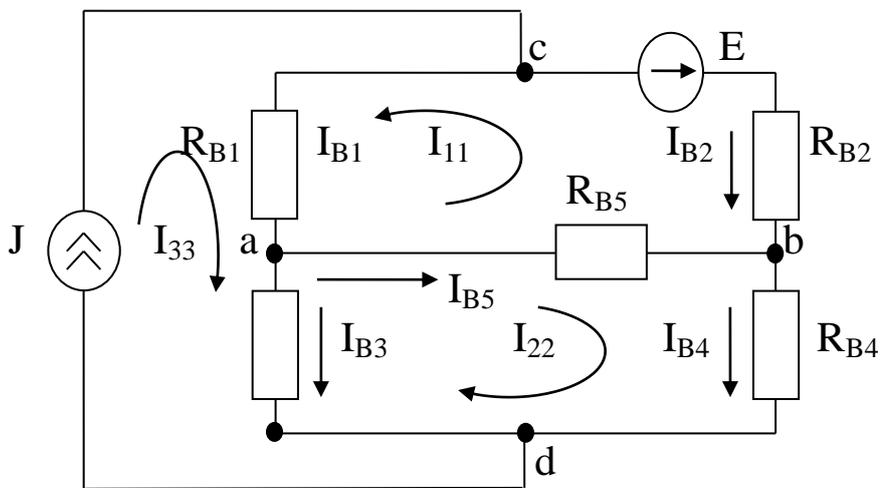


Рис.2а

Пример 8. В схеме цепи (а), используя принцип наложения, найти все токи. Дано :
 $E_{B_1} = 96B, E_{B_2} = 75B, R_4 = 15 \text{ Ом}, R_5 = 10 \text{ Ом}, R_6 = 6 \text{ Ом}.$

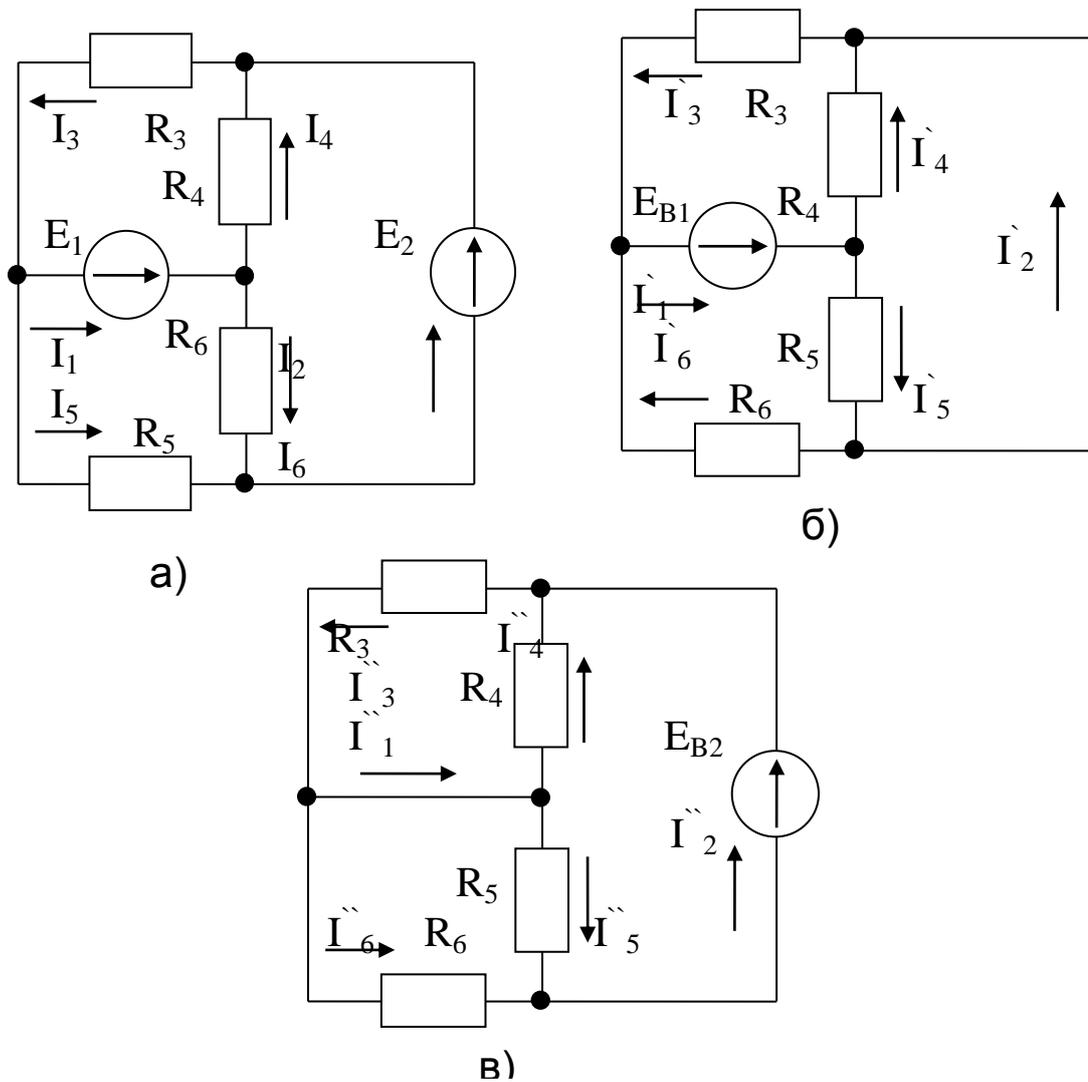


Рис.3

Решение. 1. Выберем условно- положительные направления токов ветвей(рис.3,а).
 2. Исклучим источник ЭДС E_2 и рассчитаем токи от действия ЭДС E_1 (схема рис.3,б).
 Цепь с одним источником- применим метод свертывания и определим эквивалентное сопротивление

$$R'_9 = R_{45} + R_{36} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5} + \frac{R_3 R_6}{R_3 + R_6} = \frac{15 \cdot 10}{25} + \frac{3 \cdot 6}{9} = 8 \text{ Ом.}$$

Токи от действия этой ЭДС

$$\begin{aligned} I_1 &= E_1 / R'_9 = 96 / 8 = 12 \text{ А;} & U_{45} &= R_{45} I'_1 = 6 \cdot 12 = 72 \text{ В;} \\ U_{36} &= R_{36} I'_1 = 2 \cdot 12 = 24 \text{ В;} & I_4 &= U_{45} / R_4 = 72 / 15 = 4,8 \text{ А;} \\ I_5 &= U_{45} / R_5 = 72 / 10 = 7,2 \text{ А;} & I_3 &= U_{36} / R_3 = 24 / 15 = 4,8 \text{ А;} \\ I_6 &= U_{36} / R_6 = 24 / 6 = 4 \text{ А;} & I_2 &= I_5 - I_6 = 7,2 - 4 = 3,2 \text{ А.} \end{aligned}$$

3. Исклучим источник ЭДС E_1 и рассчитаем токи от действия ЭДС E_2 (схема рис.2.18,в). Определим эквивалентное сопротивление

$$R_9'' = R_{34} + R_{56} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6} = \frac{3 \cdot 15}{18} + \frac{10 \cdot 6}{16} = 6,25 \text{ Ом.}$$

Токи от действия второй ЭДС

$$I_2'' = E_2 / R_9'' = 75 / 6,25 = 12 \text{ А; } I_1'' = I_3'' - I_6'' = 10 - 7,5 = 2,5 \text{ А;}$$

$$I_3'' = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \cdot I_2'' = \frac{15}{18} \cdot 12 = 10 \text{ А; } I_4'' = \frac{R_3}{R_3 + R_4} \cdot I_2'' = \frac{3}{18} \cdot 12 = 2 \text{ А;}$$

$$I_5'' = \frac{R_6}{R_5 + R_6} \cdot I_2'' = \frac{6}{16} \cdot 12 = 4,5 \text{ А; } I_6'' = \frac{R_5}{R_5 + R_6} \cdot I_2'' = \frac{10}{16} \cdot 12 = 7,5 \text{ А.}$$

4. Проведем наложение режимов, определим токи в ветвях :

$$I_1 = I_1' + I_1'' = 12 + 2,5 = 14,5 \text{ А; } I_2 = I_2' + I_2'' = 3,2 + 12 = 15,2 \text{ А;}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 8 + 10 = 18 \text{ А; } I_4 = I_4' + I_4'' = 4,8 - 2 = 2,8 \text{ А;}$$

$$I_5 = I_5' + I_5'' = 7,2 + 4,5 = 11,7 \text{ А; } I_6 = -I_6' + I_6'' = -4 + 7,5 = 3,5 \text{ А.}$$

При наложении тока частичные токи со знаком «+» если они совпадают условно-положительными направлениями исходной схемы, иначе- со знаком «-».

Тема-5: Расчет электрических цепей однофазного переменного тока. Построение векторных диаграмм.

План:

1. Однофазный переменный ток.
2. Построение векторных диаграмм.

1 Амплитуда переменного тока $I_m=20$ ма, частота $f=1000$ гц. Определить мгновенное значение тока через 0,0001 сек. от его нулевого значения.

Решение. $i = I_m \sin \omega t = I_m \sin 2\pi f t$;
 $i = 20 \sin(2\pi \cdot 1000 \cdot 0,0001)$.

Подставив вместо π его значение в градусах, получим:

$$i = 20 \sin(2 \cdot 180 \cdot 1000 \cdot 0,0001) = 20 \sin 36^\circ ;$$
$$i = 20 \cdot 0,587 = 11,7 \text{ ма} .$$

2 По цепи проходит переменный ток, частота которого равна 2000000 гц. Определить, через какое время после прохождения через нулевое значение ток достигает 25 ма, если его амплитуда I_m равна 100 ма.

Решение. $25 = 100 \sin(2\pi f t) = 100 \sin(2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 t) = 100 \sin(72 \cdot 10^7 t)$;
 $\sin(72 \cdot 10^7 t) = \frac{25}{100} = 0,25$.

По таблицам эта величина соответствует углу $14,5^\circ$, поэтому $72 \cdot 10^7 t = 14,5^\circ$;

$$t = \frac{14,5}{72 \cdot 10^7} = 20 \cdot 10^{-9} \text{ сек} .$$

3 По медному проводнику длиной $l=40$ м с площадью поперечного сечения $S=12,56 \text{ мм}^2$ проходит ток, частота которого $f=10^6$ гц. Определить:

- а) сопротивление проводника R_f ;
- б) глубину погружения тока в провод d .

Решение.

$$\text{а) } R_f = \frac{261 \cdot 10^{-7} \sqrt{f} \cdot l}{P} ,$$

где f – частота в гц;
 l – длина проводника в м;
 P – периметр сечения в см.

Для определения периметра сечения провода P предварительно определяется диаметр:

$$D = \sqrt{\frac{S \cdot 4}{\pi}} = \sqrt{\frac{12,56 \cdot 4}{3,14}} = 4 \text{ мм} ,$$

тогда периметр $P = \pi D = 3,14 \cdot 4 = 12,56 \text{ мм} = 1,256 \text{ см}$;

$$R_f = \frac{261 \cdot 10^{-7} \sqrt{10^6}}{1,256} = 0,83 \text{ ом} ;$$

$$\text{б) } d = \frac{6,62}{\sqrt{f}} = \frac{6,62}{\sqrt{10^6}} = 0,00662 \text{ см} = 0,0662 \text{ мм} .$$

4. Через катушку, обладающую индуктивностью $L=0,3$ гн, протекает ток, частота которого $f=3000$ гц. Определить индуктивное сопротивление X_L .

Решение. $X_L = 2\pi f L = 6,28 \cdot 3000 \cdot 0,3 = 5652 \text{ ом}$.

5. Определить частоту f переменного тока, проходящего через катушку, обладающую индуктивностью $L=0,15$ гц, если сопротивление ее $X_L=942$ ом.

6. Катушка обладает активным сопротивлением $R=20$ ом и индуктивностью $L=0,06$ гн. Определить:

- полное сопротивление Z ;
- приложенное напряжение U ;
- $\cos\varphi$ угла сдвига фаз, если через катушку проходит ток $I=0,5$ а при частоте $f=50$ гц.

7. Определить индуктивность катушки с активным сопротивлением $R=3$ ом, если она подключена к источнику переменного тока с частотой $f=50$ гц и напряжением $U=48$ в, а величина протекающего тока I равна 6 а.

8. Катушка, обладающая активным сопротивлением $R=10$ ом и индуктивным сопротивлением $X_L=15,7$ ом, подключена к источнику переменного тока с частотой $f=50$ гц.

Величина проходящего через катушку тока I равна 6 а. Определить:

- полное сопротивление Z ;
- напряжение на концах катушки U ;
- индуктивное падение напряжения U_L ;
- индуктивность катушки L ;
- $\cos\varphi$ угла сдвига фаз между током и напряжением.

Решение.

$$а) Z = \sqrt{10^2 + (15,7)^2} = 18,6 \text{ ом};$$

$$б) U = IZ = 6 \cdot 18,6 = 111,6 \text{ в};$$

$$в) U_L = IX_L = 6 \cdot 15,7 = 94,2 \text{ в};$$

$$г) X_L = \pi f L; L = \frac{X_L}{2\pi f} = \frac{15,7}{6,28 \cdot 50} = 0,05 \text{ гн};$$

$$д) \cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{18,6} = 0,538.$$

9 При подключении катушки индуктивности со стальным сердечником к сети с напряжением $U=120$ в амперметр фиксирует ток в обмотке $I_1=0,5$ а. После удаления сердечника ток в обмотке возрастает до величины $I_2=8$ а. Определить индуктивности, считая, что потери в сердечнике равны нулю:

- L_1 катушки с сердечником;
- L_2 катушки без сердечника, если частота переменного тока $f=100$ гц и активное сопротивление катушки $R=4$ ом.

Решение. а) для нахождения L_1 предварительно определяются Z_1 и X_{L_1} :

$$Z_1 = \frac{U}{I_1} = \frac{120}{0,5} = 240 \text{ ом};$$

$$X_{L_1} = \sqrt{Z_1^2 - R^2} = \sqrt{57600 - 16} = 240 \text{ ом};$$

$$L_1 = \frac{X_{L_1}}{2\pi f} = \frac{240}{6,28 \cdot 100} = 0,328 \text{ гн} = 328 \text{ мГн};$$

б) для нахождения L_2 предварительно определяются Z_2 и X_{L_2} :

$$Z_2 = \frac{U}{I_2} = \frac{120}{8} = 15 \text{ ом};$$

$$X_{L_2} = \sqrt{Z_2^2 - R^2} = \sqrt{225 - 16} = 14,4 \text{ ом};$$

$$L_2 = \frac{X_{L_2}}{2\pi f} = \frac{14,4}{6,28 \cdot 100} = 0,023 \text{ гн} = 23 \text{ мГн}.$$

10. Конденсатор емкостью $C=10\text{мкф}$ включен последовательно с активным сопротивлением $R=800\text{ом}$ под напряжение $U=120\text{в}$ при частоте $f=50\text{гц}$. Определить:

- полное сопротивление цепи Z ;
- ток I в цепи;
- угол сдвига фаз между током и напряжением;
- падение напряжения в активном сопротивлении U_a ;
- падение напряжения в емкостном сопротивлении U_C ;
- построить треугольник напряжений.

Решение. Угловая частота

$$\omega=2\pi f; \quad \omega = 6,28 \cdot 50 = 314.$$

Емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{314 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = \frac{1000000}{314 \cdot 10} = 318\text{ом}.$$

а) Полное сопротивление

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{800^2 + 318^2} = 860\text{ом}.$$

б) Ток в цепи

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{120}{860} = 0,14\text{а}.$$

в) Косинус угла сдвига фаз между током и напряжением

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{800}{860} = 0,93. \quad \text{Угол } \varphi=22^\circ.$$

г) Падение напряжения в активном сопротивлении

$$U_a = IR_a = 0,14 \cdot 800 = 112\text{в}.$$

д) Падение напряжения в емкостном сопротивлении:

$$U_C = IX_C = 0,14 \cdot 318 = 44,5\text{в}.$$

Для построения треугольника напряжений (рис. 1) из точки O откладываем в масштабе для ампер ток $I=0,14\text{а}$ в виде вектора oa . В том же направлении откладываем в масштабе для вольт напряжение $U_a=112\text{в}$ в виде вектора $об$. Под углом 90° по часовой стрелке из точки $б$ откладываем в масштабе для вольт напряжение $U_C=44,5\text{в}$ в виде вектора $бв$. Гипотенузу $ов$ прямоугольного треугольника $обв$ в масштабе для вольт численно равна напряжению U , т.е. 120в . Угол φ между током I и напряжением U будет равен 22° .

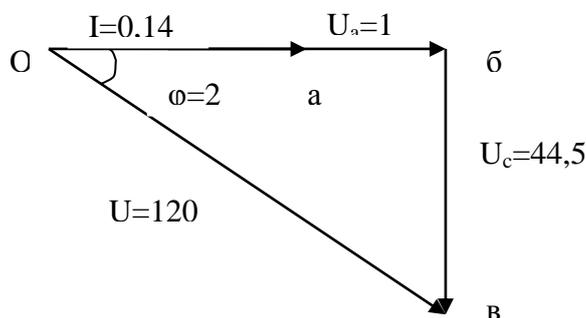


Рис. 1

11. Дроссель, обладающий активным сопротивлением $R=10\text{ом}$ и индуктивностью $L=0,05\text{гн}$, включен последовательно с конденсатором, обладающим емкостью $C=2\text{мкф}$, под напряжением $U=100\text{в}$ при частоте тока $f=500\text{гц}$. Определить:

- емкостное сопротивление X_C ;
- индуктивное сопротивление X_L ;
- полное сопротивление цепи Z ;
- ток I ;

д) построить треугольник сопротивлений и определить угол сдвига между током I и напряжением U.

Решение. а) Емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1000000}{6,28 \cdot 500 \cdot 2} = 160 \text{ ом}.$$

б) Индуктивное сопротивление

$$X_L = 2\pi f L = 6,28 \cdot 500 \cdot 0,05 = 157 \text{ ом}.$$

в) Полное сопротивление цепи

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2} = \sqrt{10^2 + (160 - 157)^2} = 10,4 \text{ ом}.$$

г) Ток

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{10,4} = 9,6 \text{ а}.$$

Выбираем масштаб в миллиметрах для омов (рис.2).

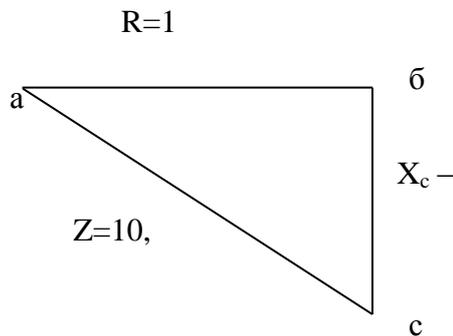


Рис.2

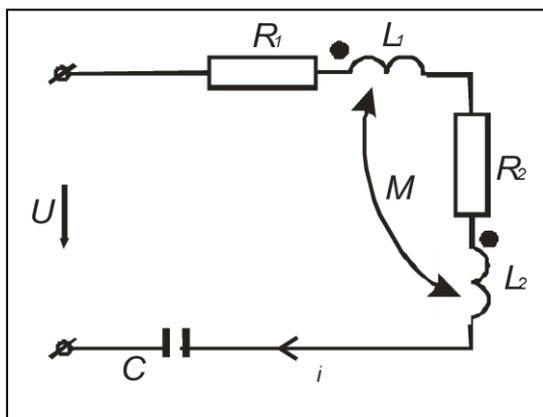
По горизонтальной оси откладываем отрезок аб, равный R. Из точки б вниз по вертикали откладываем отрезок бс, равный $X_C - X_L$. Соединив точки а и с, получим численное значение полного сопротивления Z.

Косинус угла сдвига фаз между током и напряжением будет равен:

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{10}{10,4} = 0,962. \quad \text{Угол } \varphi = 16^\circ.$$

12.

5 – балл



$U = 85 \text{ мВ}$	$I = 1,7 \text{ мА}$	
$R_1 = 16 \text{ Ом}$	$R_2 = 14 \text{ Ом}$	
$X_{L1} = 26 \text{ Ом}$	$X_{L2} = 26 \text{ Ом}$	$X_C = 20 \text{ Ом}$
$K_M - ?$		

Решение :

$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L1} + X_{L2} - X_c + 2X_M)^2}$$

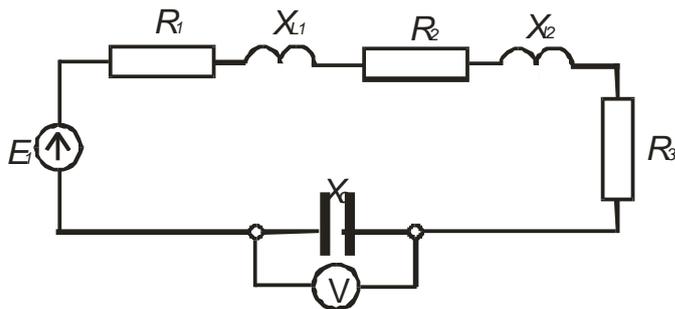
$$50 = \sqrt{30^2 + X_M^2} \Rightarrow X_M = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ Ом}$$

$$X_M = \frac{X_M - X_{L1} + X_{L2} - X_c}{2} = \frac{40 - 26 - 28 + 20}{2} = 3 \text{ Ом}$$

$$K_M = \frac{X_M}{\sqrt{X_{L1} * X_{L2}}} = \frac{3}{\sqrt{26 * 28}} = \frac{1}{9} = 0,111$$

ОТВЕТ : $K_M = 0,111$

13. 3 – балл



$E_1 = 200 \text{ В};$ $R_1 = 8,66 \text{ Ом};$
 $R_2 = 10 \text{ Ом};$ $R_3 = 1,34 \text{ Ом};$
 $X_{L1} = 5 \text{ Ом};$ $X_{L2} = 17,32 \text{ Ом};$
 $X_c = 7,32 \text{ Ом};$

$U_c - ?$

Решение :

$$Z = \sqrt{(R_1 + R_2 + R_3)^2 + (X_{L1} + X_{L2} + X_c)^2} = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25 \text{ Ом}$$

$$I = \frac{E_1}{Z} = \frac{200}{25} = 8 \text{ А}$$

$$U_c = I * X_c = 8 * 7,32 = 58,56 \text{ В}$$

ОТВЕТ : $U_c = 58,56 \text{ В}$

14. Дано: $u = 160 \sin(314t + \frac{\pi}{4})$. $r = 20 \text{ Ом}$, $L = 0,1 \text{ Г}$ $C = 48,4 \text{ мкФ}$;

$u_r - ?$ $u_L - ?$ $u_c - ?$, $i - ?$

Решение:

$$X_L = \omega L = 314 * 0,1 = 31,4 \text{ Ом}$$

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{10^6}{314 * 48,4} = 66 \text{ Ом}$$

$$z = \sqrt{r^2 + (x_L - x_c)^2} = \sqrt{20^2 + (31,4 - 66)^2} = 40 \text{ Ом}$$

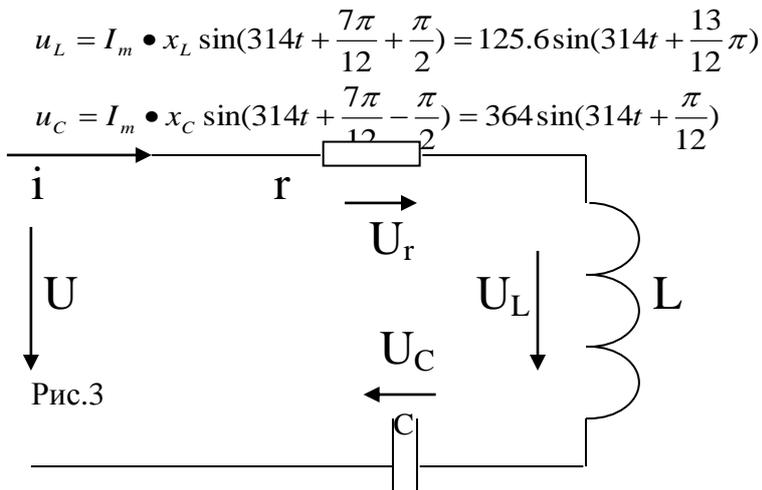
Сдвиг фаз

$$\varphi = \arctg \frac{x_L - x_c}{r} = \arctg \frac{-34,6}{20} = \arctg(-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{Ток } i = \frac{U_m}{z} \sin(314t + \frac{\pi}{4} - \varphi) = 4 \sin(314t + \frac{7}{12} \pi)$$

Напряжении

$$u_r = ri = 80 \sin(314t + \frac{7\pi}{12})$$



15. Дано: $u=141 \sin 314t$.

Параметры $g = 0,04 \text{ 1/Ом}$, $L = 0,04 \text{ Гва}$ $C = 159 \text{ мкф}$ I_g -?, I_L -?ва I_C -?

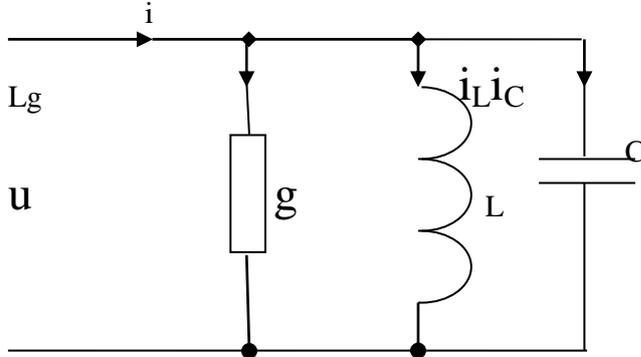


Рис.4

Решение: b_L и b_C разные

$$b_L = \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{314 \cdot 0,04} = 0,08 \text{ 1/Ом}$$

$$b_C = \omega C = 314 \cdot 159 \cdot 10^{-6} = 0,05 \text{ 1/Ом}$$

Эффективные значение напряжение

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{1,41} = 100 \text{ В}$$

Эффективные токи

$$I_g = gU = 0,04 \cdot 100 = 4 \text{ А,}$$

$$I_L = b_L U = 0,08 \cdot 100 = 8 \text{ А,}$$

$$I_C = b_C U = 0,05 \cdot 100 = 5 \text{ А.}$$

Полные ток

$$I = \sqrt{4^2 + (8 - 5)^2} = 5 \text{ А}$$

Сдвиг между U и I

$$\varphi = \arctg \frac{b}{g} = \arctg \frac{0,08 - 0,05}{0,04} = \arctg \frac{3}{4} = 36^\circ 50'$$

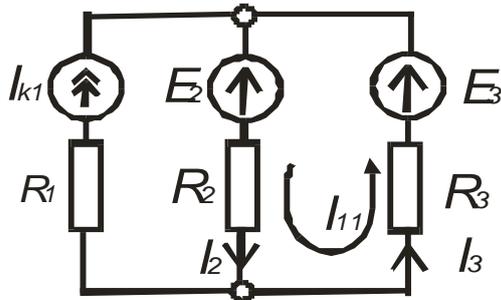
Мгновенные значение токов

$$i = I_m \sin(314t - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 5 \cdot \sin(314t - 36^\circ 50') = 7,07 \sin(314t - 36^\circ 50')$$

6 - Тема Активные мощности однофазного переменного тока. Расчёт последовательное, параллельное и смешенное соединенных цепей. Построение векторных диаграмм.

- План: **1. Расчет активные, реактивные и полные мощности.**
2. Мгновенная мощность и энергия
3. Баланс мощностей.

1.



$$I_{K1} = 1 \text{ A}; \quad E_2 = 16 \text{ B}$$

$$E_3 = 4 \text{ B}; \quad R_1 = 5 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 8 \text{ Ом} \quad R_3 = 2 \text{ Ом}$$

$\Sigma P - ?$

Решение:

$$\tau_0 \text{ MKT:} \quad I_{11}(R_2 + R_3) + I_{K1} R_2 = E_2 + E_3 \Rightarrow$$

$$I_{11} = \frac{16 + 4 - 1 \cdot 8}{8 + 2} = 1,2 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{K1} + I_{11} = 1 + 1,2 = 2,2 \text{ A}$$

$$I_3 = I_{11} = 1,2 \text{ A}$$

$$\Sigma P = I_{K1}^2 \cdot R_1 + I_2^2 R_2 + I_3^2 R_3 = 1^2 \cdot 5 + 2,2^2 \cdot 8 + 1,2^2 \cdot 2 = 46,6 \text{ Вт}$$

ОТВЕТ: $\Sigma P = 46,6 \text{ Вт}$

2. Конденсатор, имеющий емкость $C=8$ мкф, соединен параллельно с активным сопротивлением $R=500$ ом и к цепи приложено напряжение $U=125$ в, частота тока в цепи $f=50$ гц. Определить:

- а) ток, проходящий через активное сопротивление;
- б) емкостное сопротивление;
- в) ток, проходящий через конденсатор;
- г) ток в неразветвленной части цепи;
- д) коэффициент мощности;
- е) мощность, потребляемую цепью.

Решение.

$$а) I_R = \frac{U}{R} = \frac{125}{500} = 0,25 \text{ а};$$

$$б) X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{10^6}{6,28 \cdot 50 \cdot 8} = 398 \text{ ом};$$

$$в) I_C = \frac{125}{398} = 0,314 \text{ а};$$

$$г) I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = \sqrt{0,25^2 + 0,314^2} = 0,4 \text{ а};$$

$$\frac{1}{X_{L(1)}} = \frac{1}{X_{C(1)}} = 0.25 \text{ OM}^{-1}$$

$$Y_{ab(1)} = 0, Z_{ab(1)} = \infty$$

$$i_{(1)} = 0; I_{(1)} = 0$$

$$Z_{(2)} = R + \frac{j2X_{L(1)} \cdot \left(-j \frac{X_{C(1)}}{2}\right)}{j2X_{L(1)} - j \frac{X_{C(1)}}{2}} = 2.67 - j2.67 =$$

$$= \sqrt{2} \cdot 2.67 e^{-j45^\circ} \text{ OM}$$

$$i_{(2)} = \frac{2.67\sqrt{2} \sin(2\omega t + 180^\circ + 45^\circ)}{2.67\sqrt{2}} = 10 \sin(2\omega t + 225^\circ) \text{ A}$$

$$I_{(2)} = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ A}$$

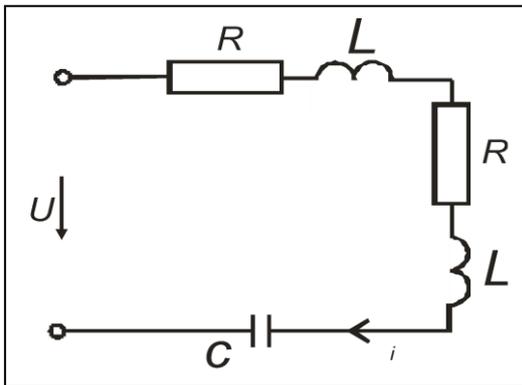
$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(2)}^2} = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ A}$$

$$P = I_{(1)}^2 R + I_{(2)}^2 R = I^2 R = \left(\frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 \cdot 2.67 = 133.5 \text{ Bm}$$

Отвеч : d) 133.5 Bm

6.

5- балл



$$U = 110 \text{ B};$$

$$I = 8 \text{ A}$$

$$P = 530 \text{ Bm};$$

$$X_L = X_C$$

S - ?

Решение:

$$P = I^2 \cdot 2R \Rightarrow R = \frac{P}{2I^2} = \frac{530}{2 \cdot 8^2} = 4.14 \text{ Ом}$$

$$Z = \sqrt{(2R)^2 + (2x_L - x_C)^2} = \frac{U}{I} = \frac{110}{8} = 13.75 \text{ Ом}$$

$$X_L = X_C = \sqrt{Z^2 - (2R)^2} = \sqrt{13.75^2 - 8.28^2} = 11 \text{ Ом}$$

$$Q = I^2 X = I^2 (2X_L - X_C) = 8^2 \cdot 11 = 704 \text{ BAP}$$

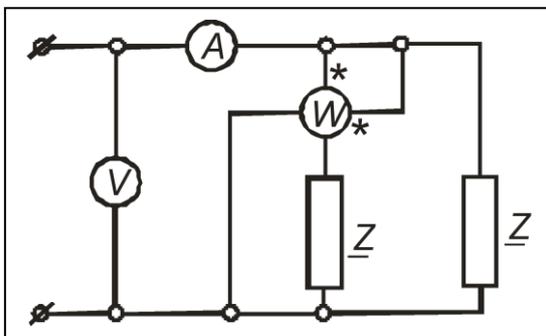
$$S = P + jQ = (530 + j704) \text{ BA}$$

ОТВЕТ :

$$S = (530 + j704) \text{ BA}$$

7.

3- балл



$$U = 200 \text{ B};$$

$$I = 10 \text{ A}$$

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$R = X$$

P - ?

Решение:

$$I_Z = \frac{I}{2} = 5 \text{ A}$$

$$\text{tg } \varphi_Z = \frac{X}{R} = 1 \Rightarrow \varphi_Z = 45^\circ$$

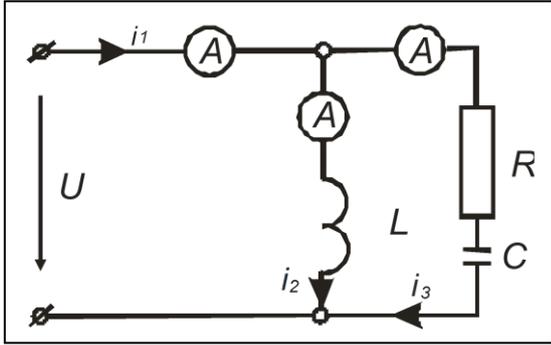
$$P = U \cdot I_Z \cos \varphi_Z = 200 \cdot 5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 705 \text{ Bm}$$

ОТВЕТ :

$$P = 705 \text{ Bm}$$

8.

10 – балл

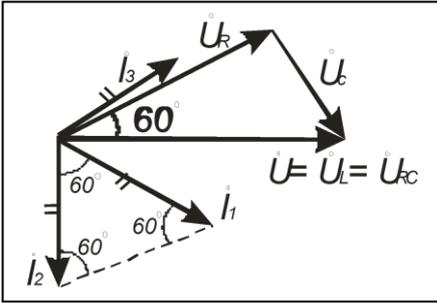


$U = 100 \text{ В}$
 $I_1 = I_2 = I_3 = 10 \text{ А}$

$P - ?$

Решение:

Строим векторную диаграмму:



Здесь $\dot{U} = \dot{U}_L = \dot{U}_{RC} = 100 e^{j\theta}$, в

$\dot{I}_2 = 10 e^{-j90^\circ} \text{ А}$

$\dot{I}_3 = 10 e^{j30^\circ} \text{ А}$

$\dot{I}_1 = 10 e^{-j30^\circ} \text{ А}$

По \dot{I}_3 и \dot{U}_{RC} строим треугольник напряжений, откуда получаем:

$U_R = U_{RC} \cos 30^\circ = 100 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 85 \text{ В}$

$U_C = U_{RC} \sin 30^\circ = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50 \text{ В}$

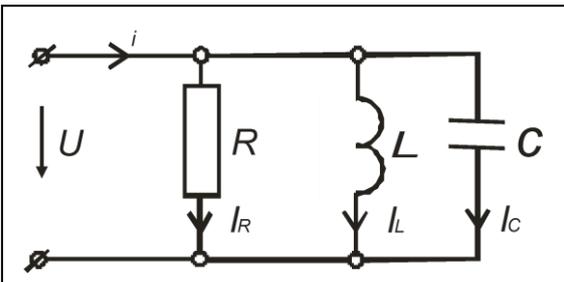
$R = \frac{U_R}{I_3} \approx 8,5 \text{ Ом}$

$P = I_3^2 R = 10^2 \cdot 8,5 = 850 \text{ Вт}$

ОТВЕТ: $P = 850 \text{ Вт}$

9.

3 – балл



$U = 220 \text{ В}; \quad I_R = 120 \text{ А}$

$I_L = 150 \text{ А}; \quad I_C = 40 \text{ А}$

$\cos \varphi - ? \quad S - ?$

Решение:

$I = \sqrt{I_R^2 + (I_L - I_C)^2} = \sqrt{120^2 + (150 - 40)^2} = 162,8 \text{ А}$

$\cos \varphi = \frac{I_R}{I} = \frac{120}{162,8} = 0,74$

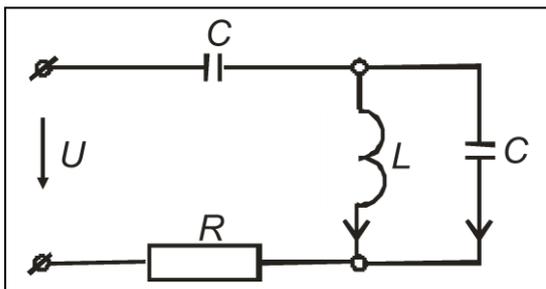
$S = U \cdot I = 220 \cdot 162,8 = 35816 \text{ ВА} = 35,816 \text{ кВА}$

ОТВЕТ: $\cos \varphi = 0,74$

$S = 35,816 \text{ кВА}$

10.

8 – балл



$U = 100 + 100 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ В};$

$R = 10 \text{ Ом}; \quad L = 1 \text{ Гн}; \quad C = 100 \text{ мкФ}$

Резонанс напряжений на 1 гармонике

$P - ?$

Решение:

Из – за резонанса напряжений на 1

гармонике комплексное сопротивление

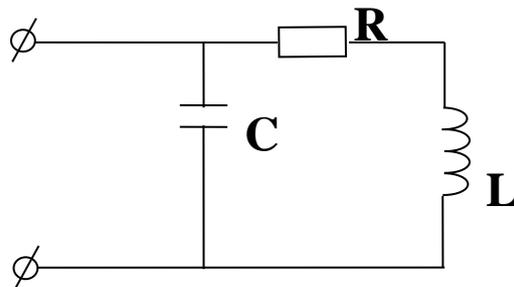
$Z_{(1)} = R = 10 \text{ Ом}$ (чисто активное):

$$I_{(1)} = \frac{U_{(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{100/\sqrt{2}}{10} = 7,09 \text{ A}$$

$I_{(0)} = 0$ (из-за C в неразветвленной части цепи)

$$P = P_{(0)} + P_{(1)} = I_{(0)}^2 R + I_{(1)}^2 R = 7,09^2 \cdot 10 = 500 \text{ Вт}$$

11.



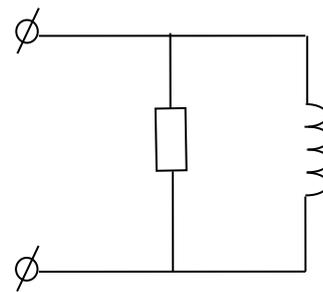
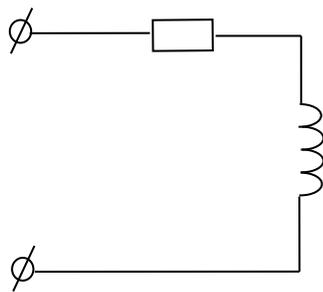
$$W_0 = 10^3 \text{ с}^{-1}$$

$$z(w_0) = 500 \text{ Ом}$$

$$R = 100 \text{ Ом}$$

$$L = ?$$

Решение.



$$C_{Lz} = \frac{R}{R^2 + (W_0 L)^2}$$

$$B_{Lz} = \frac{W_0 L}{R^2 + (W_0 L)^2}$$

$$Y_{(W_0 L)} = C_z - \rho \left(\frac{W_0 L}{R^2 + (W_0 L)^2} \right) - W_0 C = C_z - \rho B_z = C_z + n$$

$$B_z = 0$$

$$z(W_0) = \frac{1}{Y(W_0)} = \frac{1}{C_z} = \frac{R^2 + W_0^2 L^2}{R} = 500$$

$$R^2 + W_0^2 L^2 = 500R \Rightarrow L = \sqrt{\frac{500R - R^2}{W_0^2}} = \sqrt{\frac{500 \cdot 100 - 10^4}{10^6}} =$$

$$= \sqrt{4 \cdot 10^{-2}} = 0.2$$

Контрольные вопросы

1. Расчет активные, реактивные и полные мощности.
2. Мгновенная мощность и энергия
3. Составте баланс мощностей.

7 - Тема Реактивные и полные мощности однофазного переменного тока.
Расчёт последовательное, параллельное и смешенное соединенных цепей.

Построение векторных диаграмм.

- План: **1. Расчёт последовательно соединенных цепей.**
2. Расчёт параллельно соединенных цепей.
3. Расчёт смешанно соединенных цепей.

1)

$$U = \rho 200B$$

$$R = x_L = x_C = 100\Omega$$

$$I_L = ?$$

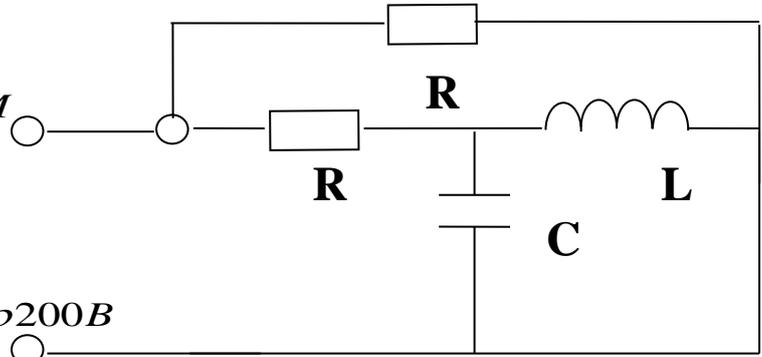
$$\cos \varphi = ?$$

$$U_1 = I_1 R = 0$$

$$U = U_2 = U_C = U_1 = \rho 200B$$

$$I_L = \frac{U_L}{\rho x_L} = \frac{\rho 200}{\rho 100} = 2A$$

$$I_2 = I = \frac{U}{R} = \frac{\rho 200}{100} = \rho 2A$$



2 Две катушки соединены параллельно и подключены к источнику переменного тока. Индуктивное сопротивление первой катушки $X_{L_1} = 50\Omega$ и второй $X_{L_2} = 10\Omega$ и соответственно активные сопротивления: $R_1 = 20\Omega$ и $R_2 = 45\Omega$.

Величина тока I_1 протекающего по первой катушке, - $2a$. Определить:

- полное сопротивление Z_1 первой катушки;
- полное сопротивление Z_2 второй катушки;
- напряжение U , приложенное к катушкам;
- ток I_2 во второй катушке;
- угол φ_{1-2} сдвига фаз между токами I_1 и I_2 ;
- величину общего тока I всей цепи и угол сдвига фаз между напряжением U и током I .

Решение.

$$a) Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} = \sqrt{20^2 + 50^2} = 53,8\Omega;$$

$$б) Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{L_2}^2} = \sqrt{45^2 + 10^2} = 46\Omega;$$

$$в) U = I_1 \cdot Z_1 = 2 \cdot 53,8 = 107,6B;$$

$$г) U = I_1 \cdot Z_1, \quad \text{откуда}$$

$$I_2 = \frac{U}{Z_2} = \frac{107,6}{46} = 2,3a;$$

д) для определения угла φ_{1-2} сдвига фаз между токами I_1 и I_2 надо предварительно определить сдвиги фаз между токами I_1 и I_2 и напряжением U ;

$$\cos \varphi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{20}{53,8} = 0,371, \quad \text{откуда } \varphi_1 = 68^\circ;$$

$$\cos \varphi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{45}{56} = 0,978, \quad \text{тогда } \varphi_2 = 12^\circ; \varphi_{1-2} = \varphi_1 - \varphi_2 = 56^\circ;$$

е) находим активные и реактивные составляющие токов:

$$I_{1a} = I_1 \cos \varphi_1 = 2 \cdot 0,371 = 0,742a;$$

$$I_{2a} = I_2 \cos \varphi_2 = 2,3 \cdot 0,978 = 2,24a;$$

$$I_{1p} = I_1 \sin \varphi_1 = 2 \cdot 0,927 = 1,85a;$$

$$I_{2p} = I_2 \sin \varphi_2 = 2,3 \cdot 0,208 = 0,478$$

откуда

$$I_a = I_{1a} + I_{2a} = 0,742 + 2,24 = 2,98a;$$

$$I_p = I_{1p} + I_{2p} = 1,85 + 0,478 = 2,32a.$$

Ток I в неразветвленной части цепи определяется по формуле

$$I = \sqrt{I_a^2 + I_p^2} = \sqrt{(2,98)^2 + (2,32)^2} = 3,78a;$$

$$\cos \varphi = \frac{I_a}{I} = \frac{2,98}{3,78} = 0,788; \varphi = 38^\circ.$$

Ток I можно определить графически – путем построения векторной диаграммы. Складывая геометрически токи I_1 и I_2 , определяем ток I как диагональ параллелограмма.

3. В параллельном колебательном контуре индуктивность катушки $L=8$ мГн, емкость конденсатора $C=80$ мкФ и активное сопротивление $R=50$ Ом. От генератора с напряжением 100 В идет ток с частотой. Равной частоте собственных колебаний контура, благодаря чему имеет место резонанс токов. Определить:

- сопротивление контура;
- ток генератора;
- ток в контуре;
- реактивную мощность колебаний в контуре;
- активную мощность, расходуемую генератором;
- построить векторную диаграмму резонанса токов.

Решение. а) Сопротивление контура определяется по формуле

$$Z = \frac{L}{CR} = \frac{8 \cdot 10^{-2}}{80 \cdot 10^{-6} \cdot 50} = 2000000 \text{ Ом}.$$

б) Ток генератора

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{100}{2000000} = 0,00005a = 0,05 \text{ мА}.$$

в) Ток в контуре находится по формуле

$$I_K = \frac{U}{X_L} \quad \text{или} \quad I_K = \frac{U}{X_C}.$$

Для определения X_L и X_C предварительно определяем f :

$$f = \frac{1}{6,28\sqrt{LC}} = \frac{1}{6,28\sqrt{0,008 \cdot 80 \cdot 10^{-12}}} = 200000 \text{ Гц};$$

$$X_L = 2\pi fL = 6,28 \cdot 200000 \cdot 0,008 \approx 10000 \text{ Ом};$$

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC} = \frac{10^{12}}{6,28 \cdot 200000 \cdot 80} \approx 10000 \text{ Ом},$$

откуда

$$I_K = \frac{100}{10000} = 0,01a = 10 \text{ мА}.$$

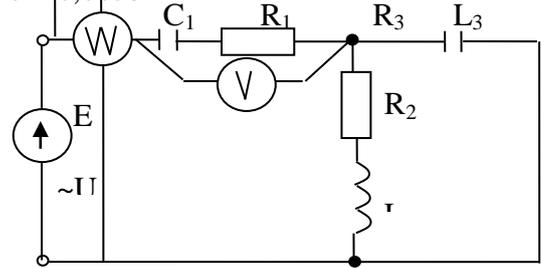
г) Реактивная мощность колебаний в контуре

$$P_p = UI_K = 100 \cdot 0,01 = 1 \text{ вА}.$$

д) Активная мощность, расходуемая генератором,

$$P_a = I_k^2 R = 0,01^2 \cdot 50 = 0,005 \text{ в}$$

3. Дано: $U=100 \text{ В};$
 $C_1=637 \text{ мкФ};$
 $R_2=10 \text{ Ом};$
 $L_2=15,7 \text{ мГн};$
 $R_3=8 \text{ Ом};$
 $C_3=100 \text{ мкФ};$
 $F=50 \text{ Гц}.$



Решение. Определить токи I_1, I_2, I_3 в ветвях цепи, напряжения на участках цепи, активную, реактивную и полную мощности и построить векторную диаграмму на комплексной плоскости.

Запишем входное напряжение в комплексной форме:

$$\dot{U} = 100e^{j0} = 100 \angle 0^\circ \text{ В};$$

(вектор совпадает с положительным направлением действительной оси).

Определим сопротивление элементов схемы:

$$x_{C_1} = \frac{1}{\omega \cdot c_1} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 637 \cdot 10^{-6}} = 5 \text{ Ом},$$

$$x_{L_2} = \omega L_2 = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 15,7 \cdot 10^{-3} = 4,93 \text{ Ом}$$

$$x_{C_3} = \frac{1}{\omega \cdot c_3} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot c_3} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 31,85 \text{ Ом}$$

Выразим сопротивления ветвей в комплексной форме

$$\underline{z}_1 = -jx_{C_1} = -j \cdot 5 = 5 \angle -90^\circ \text{ Ом}$$

$$\underline{z}_2 = R_2 + jx_{L_2} = 10 + j \cdot 4,93 = 11,15 \angle 26^\circ 15' \text{ Ом}$$

$$\underline{z}_3 = R_3 - jx_{C_3} = 8 - j \cdot 31,85 = 32,84 \angle -75^\circ 54' \text{ Ом}.$$

Заменяем параллельные ветви одной эквивалентной ветвью с сопротивлением

$$\underline{Z}_{bc} = \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{(10 + j4,93) \cdot (8 - j31,85)}{18 - j26,92} = \frac{11,15 \angle 26^\circ 15' \cdot 32,84 \angle -75^\circ 54'}{32,38 \angle -56^\circ 14'} = \underline{\text{Ом}}.$$

$$11,31 \angle 6^\circ 35' = 11,24 + j1,3$$

Комплексное значение полного сопротивления всей цепи:

$$\underline{z} = \underline{z}_1 + \underline{z}_{bc} = -j5 + 11,24 + j1,3 = 11,24 - j3,7 = 11,83 \angle -18^\circ 13' \text{ Ом}$$

Ток \dot{I}_1 в неразветвленной части цепи

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}}{\underline{z}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{11,83 \angle -18^\circ 13'} = 8,45 \angle 18^\circ 13' \text{ А}$$

Комплексное напряжение на участке «в-с»;

$$\dot{U}_1 = \dot{I} \underline{Z}_{bc} = 8,45 \angle 18^\circ 13' \cdot 11,31 \angle 6^\circ 35' = 95,57 \angle 24^\circ 48' \text{ В}$$

Комплексные токи в параллельных ветвях:

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_2} = \frac{95,57 \angle 24^{\circ} 48'}{11,15 \angle 26^{\circ} 15'} = 8,57 \angle -1^{\circ} 27' A$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z_3} = \frac{95,57 \angle 24^{\circ} 48'}{32,84 \angle -75^{\circ} 54'} = 2,91 \angle 100^{\circ} 42' A$$

Комплексное напряжение на участке «а-в»

$$U_{ab} = i_1 Z_1 = 8,45 \angle 18^{\circ} 13' - 5 \angle -90^{\circ} = 42,25 \angle -71^{\circ} 47' B$$

Комплексные напряжения на всех элементах цепи:

$$\dot{U}_{R2} = \dot{I}_2 R_2 = 8,57 \angle -1^{\circ} 27' \cdot 10 = 85,7 \angle -1^{\circ} 27' B$$

$$\dot{U}_{L2} = \dot{I}_2 jx_{L2} = 8,57 \angle -1^{\circ} 27' \cdot 4,93 \angle 90^{\circ} = 42,25 \angle 88^{\circ} 33' B$$

$$\bar{U}_{C3} = I_3 \cdot (-jx_{C3}) = 2,91 \angle 100^{\circ} 42' \cdot 31,85 \angle -90^{\circ} = 92,68 \angle 10^{\circ} 42' B$$

$$\bar{U}_{R3} = \dot{I}_3 \cdot R_3 = 2,91 \angle 100^{\circ} 42' \cdot 8 = 23,28 \angle 100^{\circ} 42' B$$

$$\dot{U}_{c1} = \dot{U}_{ab} = 42,25 \angle 71^{\circ} 47' B$$

Полная мощность цепи:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= \dot{U} \dot{I}_1^* = 100 \angle 0^{\circ} \cdot 8,45 \angle -18^{\circ} 13' = 844 \angle -18^{\circ} 13' = 844 \cdot \cos(-18^{\circ} 13') + j844 \cdot \sin(-18^{\circ} 13') = \\ &= 801,7 - j263,84 B \cdot A \end{aligned}$$

Активная мощность всех участков цепи:

$$P = I_2^2 \cdot R_2 + I_3^2 \cdot R_3 = 8,57^2 \cdot 10 + 2,91^2 \cdot 8 = 802,2 Bm$$

Реактивная мощность всех участков цепи:

$$Q = -I_1^2 \cdot x_{C1} + I_2^2 \cdot x_{L2} - I_3^2 \cdot x_{C3} = -8,45^2 \cdot 5 + 8,57^2 \cdot 4,93 - 2,91^2 \cdot 31,85 = -264,64 \text{ Вар}$$

Относительная

ошибка вычислений:

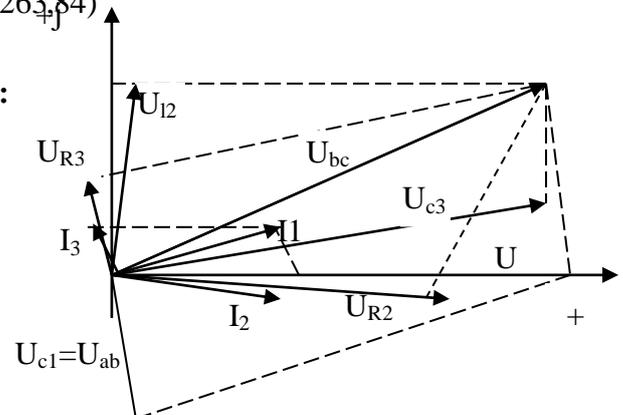
$$\delta_p \% = \frac{802,2 - 801,7}{0,5(802,2 + 801,7)} \cdot 100\% = 0,06\%;$$

$$\delta_Q \% = \frac{264,64 - 263,84}{0,5(264,64 + 263,84)} \cdot 100\% = 0,3\%.$$

Векторная диаграмма токов и напряжений:

$$m_U = 10 \text{ B} \backslash \text{см}$$

$$m_I = 2 \text{ A} \backslash \text{см}$$



Контрольная вопросы

1. Расчёт последовательно соединенных цепей.
2. Расчёт параллельно соединенных цепей.
3. Расчёт смешанно соединенных цепей.

8- Тема Расчёт электрических цепей методом комплексных числах. Изучение вычислений комплексными числами.

План:

1. Понятие о комплексных числах.
2. Изучение вычислений комплексными числами.

1. Дано:

$$\dot{I} = -j10e^{j90^\circ} \text{ A}$$

$i(t)$ - ?

Решение :

$$\dot{I} = -j10e^{j90^\circ} = e^{-j90^\circ} * 10e^{j90^\circ} = 10e^{j0^\circ} = 10 \text{ A}$$

$$i(t) = 10\sqrt{2} \sin \omega t, \text{ A}$$

ОТВЕТ : $i(t) = 10\sqrt{2} \sin \omega t, \text{ A}$

2 Дано:

$$Z = \left(\frac{5}{4 + j3} = j2 \right) \text{ Ом}; \quad f = 100 \text{ кГц}$$

$R_{\text{э}} - ?$

$L_{\text{э}} - ?$

РЕШЕНИЕ :

$$Z = \frac{5}{4 + j3} + j2 = \frac{5(4 - j3)}{4^2 + 3^2} + j2 = \frac{20}{25} - j \frac{15}{25} + j2 = (0,8 + j1,4) \text{ Ом} \Rightarrow$$

$$R_{\text{э}} = 0,8 \text{ Ом}$$

$$X_{\text{э}} = 1,4 \text{ Ом} \Rightarrow L_{\text{э}} = \frac{X_{\text{э}}}{\omega} = \frac{X_{\text{э}}}{2\pi f} = \frac{1,4}{2 * 3,14 * 100 * 10^3} = 2,23 \text{ мкГн}$$

ОТВЕТ : $R_{\text{э}} = 0,8 \text{ Ом} \quad L_{\text{э}} = 2,23 \text{ мкГн}$

3. Дано:

$$U_1 = 48 \text{ В}; \quad U_2 = 64 \text{ В}$$

$U - ?$

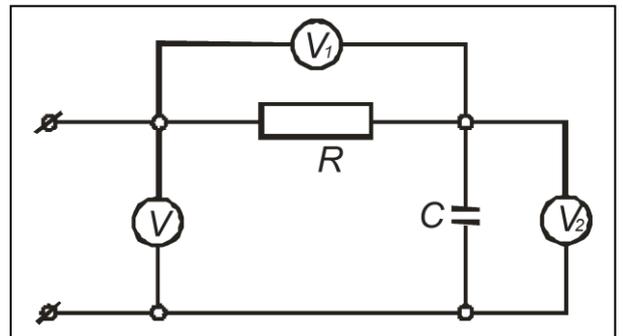
$$\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C} = Ze^{j\varphi}, \text{ где } Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{\omega C R}$$

Решение: $\dot{U} = \dot{I} * \underline{Z} = I e^{j\psi_i} * Z e^{j\varphi} = I Z e^{j(\psi_i + \varphi)} = \left(I e^{j(\psi_i + \varphi)} \right), \text{ где}$

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2} = \sqrt{48^2 + 64^2} = 80 \text{ В}$$

ОТВЕТ : $U = 80 \text{ В}$



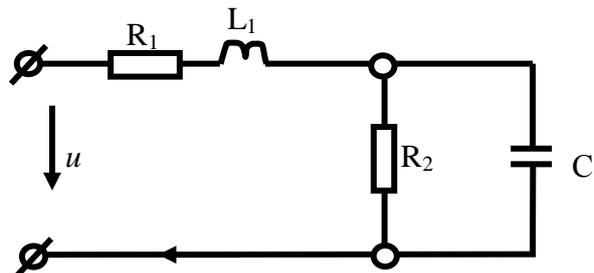
4. Дано:

$$U = 30 \text{ В}; \quad R_1 = 2,7 \text{ ом}; \quad x_{L1} = 0,9 \text{ ом};$$

$$X_C = 1 \text{ ом}; \quad \psi_U - \psi_{i_1} = 0;$$

$R_2 - ? \quad P - ?$

2) Решение:



$$Z = R_1 + jx_{L1} + \frac{R_2 \cdot (-jx_c)}{R_2 - jx_c} = 2.7 + j0.9 + \frac{R_2(-j1)}{R_2 - j1} =$$

$$= 2.7 + j0.9 + \frac{-jR_2(R_2 + j1)}{R^2 + 1^2} =$$

$$= \left(2.7 + \frac{R_2}{R^2 + 1^2} \right) + j \left(0.9 - \frac{R_2^2}{R^2 + 1} \right) = R_{\text{э}} + jx_{\text{э}}$$

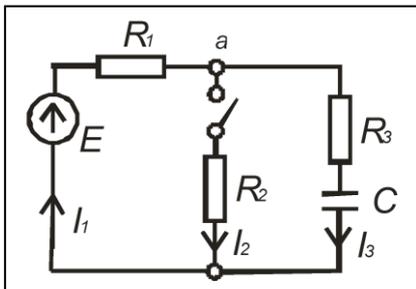
По условию $\psi_u - \psi_{i1} = 0$ (резонанс), след.

$$Z = R_{\text{э}} + jx_{\text{э}} : 0.9 - \frac{R_2^2}{R^2 + 1} = 0 \Rightarrow R_2 = 30 \text{ Ом};$$

$$R_{\text{э}} = 2.7 + \frac{R_2^2}{R^2 + 1} = 30 \text{ Ом}$$

$$P = \frac{U^2}{R_{\text{э}}} = \frac{30^2}{3} = 300 \text{ Вт}$$

Ответ : а) $R_2 = 30 \text{ Ом}; P = 300 \text{ Вт}$



5. Дано:

$$E = 24 \text{ В}; \quad R_1 = 50 \text{ Ом}; \quad R_2 = 100 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 20 \text{ Ом}; \quad C = 3 \text{ мкФ}$$

$i_2(t)$ -?

Решение:

$$U_c(0) = U_{cv}(0-) = 24 \text{ В} = E$$

$$U_{cv}(t) = i_2(t) \cdot R_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = \frac{24}{50 + 100} \cdot 100 = 16 \text{ В}$$

$$U_{cv}(0) = 16 \text{ В}$$

$$Z(p) = 0 \quad R_1 + \frac{R_2 \cdot \left(R_3 + \frac{1}{pc} \right)}{R_2 + R_3 + \frac{1}{pc}} = 0 \quad 50 + \frac{100 \left(20 + \frac{10^6}{3p} \right)}{100 + 20 + \frac{10^6}{3p}} = 0$$

$$p = -6250 \text{ с}^{-1} \quad U_{ccb}(t) = A e^{-6250t} \quad U_{ccb}(0) = A$$

$$U_c(0) = U_{cv}(0) + U_{ccb}(0) \Rightarrow U_{ccb}(0) = A = 24 - 16 \Rightarrow U_{ccb}(t) = 8 e^{-6250t} \text{ В}$$

$$U_c(t) = 16 + 8 e^{-6250t} \text{ В}$$

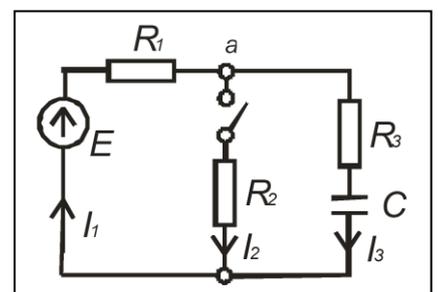
$$i_3(t) = c \frac{duc}{dt} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot (-6250) e^{-6250t} = -0,15 e^{-6250t} \text{ А}$$

$$i_2(t) = \frac{U_{R_2}(t)}{R_2} = \frac{U_{R_3}(t) + U_c(t)}{R_2} = \frac{20(-0,15 e^{-6250t}) + 16 + 8 e^{-6250t}}{100} = 0,16 + 0,05 e^{-6250t} \text{ А}$$

ОТВЕТ : $i_2(t) = 0,16 + 0,05 e^{-6250t} \text{ А}$

6. Дано:

$$E = 24 \text{ В}; \quad R_1 = 50 \text{ Ом};$$



$$R_2 = 100 \text{ Ом};$$

$$R_3 = 20 \text{ Ом}; \quad C = 3 \text{ мкФ}$$

$i_2(t)$ -?

Решение:

$$U_c(0) = U_{cV}(0-) = 24 \text{ В} = E$$

$$U_{cV}(t) = i_2(t) \cdot R_2 = \frac{E}{R_1 + R_2} \cdot R_2 = \frac{24}{50 + 100} \cdot 100 = 16 \text{ В}$$

$$U_{cV}(0) = 16 \text{ В}$$

$$Z(p) = 0 \quad R_1 + \frac{R_2 \cdot \left(R_3 + \frac{1}{pc} \right)}{R_2 + R_3 + \frac{1}{pc}} = 0 \quad 50 + \frac{100 \left(20 + \frac{10^6}{3p} \right)}{100 + 20 + \frac{10^6}{3p}} = 0$$

$$p = -6250c^{-1} \quad U_{ccb}(t) = Ae^{-6250t} \quad U_{ccb}(0) = A$$

$$U_c(0) = U_{cV}(0) + U_{ccb}(0) \Rightarrow U_{ccb}(0) = A = 24 - 16 \Rightarrow U_{ccb}(t) = 8e^{-6250t} \text{ В}$$

$$U_c(t) = 16 + 8e^{-6250t} \text{ В}$$

$$i_3(t) = c \frac{duc}{dt} = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 8 \cdot (-6250)e^{-6250t} = -0,15e^{-6250t} \text{ А}$$

$$i_2(t) = \frac{U_{R_2}(t)}{R_2} = \frac{U_{R_3}(t) + U_c(t)}{R_2} = \frac{20(-0,15e^{-6250t}) + 16 + 8e^{-6250t}}{100} = 0,16 + 0,05e^{-6250t} \text{ А}$$

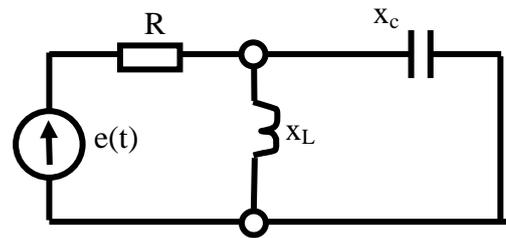
$$\text{ОТВЕТ: } i_2(t) = 0,16 + 0,05e^{-6250t} \text{ А}$$

7. Дано:

$$e(t) = 200\sqrt{2} \sin \omega t - 26,7\sqrt{2} \sin 2\omega t, \text{ В};$$

$$R = 2,67 \text{ Ом}; \quad x_{L(1)} = x_{C(1)} = 4 \text{ Ом}.$$

P-?



Решение:

$$\frac{1}{X_{L(1)}} = \frac{1}{X_{C(1)}} = 0,25 \text{ Ом}^{-1}$$

$$Y_{ab(1)} = 0, Z_{ab(1)} = \infty$$

$$i_{(1)} = 0; I_{(1)} = 0$$

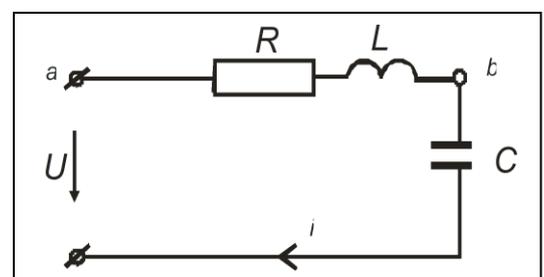
$$Z_{(2)} = R + \frac{j2X_{L(1)} \cdot \left(-j \frac{X_{C(1)}}{2} \right)}{j2X_{L(1)} - j \frac{X_{C(1)}}{2}} = 2,67 - j2,67 = \sqrt{2} \cdot 2,67 e^{-j45^\circ} \text{ Ом}$$

$$i_{(2)} = \frac{2,67\sqrt{2} \sin(2\omega t + 180^\circ + 45^\circ)}{2,67\sqrt{2}} = 10 \sin(2\omega t + 225^\circ) \text{ А} \quad I_{(2)} = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ А}$$

$$I = \sqrt{I_{(1)}^2 + I_{(2)}^2} = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ А} \quad P = I_{(1)}^2 R + I_{(2)}^2 R = I^2 R = \left(\frac{10}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot 2,67 = 133,5 \text{ Вт}$$

Ответ: d) 133,5 Вт

8. Дано:



$$\dot{U}_{ab} = 315 \text{ B} \quad f = 500 \text{ \AA} \ddot{o}$$

$$\varphi = \psi_{\hat{a}} - \psi_{\hat{o}} = 45^\circ$$

$$R = 50 \hat{\text{H}} \quad C = 3,18 \text{ \AA} \hat{\text{e}}^{-9}$$

$$\dot{U} - ?$$

Ðàðàíèä

$$\tilde{O}\tilde{n} = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f * C} = \frac{1}{2 * 3,14 * 500 * 3,18 * 10^{-6}} = 100 \hat{\text{H}}$$

$$\varphi = 45^\circ \Rightarrow \operatorname{tg} \varphi = \frac{X_L - X_C}{R} = 1 \Rightarrow X_L = X_C + R = 15 \text{ C}$$

$$\underline{Z}_{ab} = R + jX_L = (50 + j150) \hat{\text{H}}$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}_{ab}}{\underline{Z}_{ab}} = \frac{315 e^{j0^\circ}}{50 + j150} = 2 e^{-j71^\circ 30'} \text{ A}$$

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = 50 + j50 = 50\sqrt{2} e^{j45^\circ} \hat{\text{H}}$$

$$\dot{U} = \dot{I} * \underline{Z} = 2 e^{-j71^\circ 30'} * 50\sqrt{2} e^{j45^\circ} = 100\sqrt{2} e^{-j26^\circ 30'}$$

$$\hat{I} \hat{O} \hat{A} \hat{A} \hat{O} : \quad \dot{U} = 100\sqrt{2} e^{-j26^\circ 30'} \hat{\text{A}}$$

$$U_c = 50 \sin 314 t, \text{ B}$$

$$R = 10 \text{ O}\text{M}$$

$$C = 318 \text{ \AA} \text{K}\Phi$$

$$U - ?$$

Ðåøåíå:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{314 * 318 * 10^{-6}} = 10 \text{ O}\text{M}$$

$$\dot{I}_m = \frac{\dot{U}_{cm}}{-jX_c} = \frac{50 e^{j0^\circ}}{10 e^{-j90^\circ}} = 5 e^{j90^\circ} \text{ A}$$

$$\dot{U}_m = \dot{I}_m (R - jX_c) = 5 e^{j90^\circ} * (10 - j10) = 5 e^{j90^\circ} * 10\sqrt{2} e^{-j45^\circ} = 50\sqrt{2} e^{j45^\circ} \text{ B}$$

$$U = 50\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ) \text{ B}$$

$$\text{OTBET :} \quad U = 50\sqrt{2} \sin(314t + 45^\circ) \text{ B}$$

10. Ðàíå:

$$U = 85 \text{ mB}$$

$$I = 1,7 \text{ mA}$$

$$R_1 = 16 \text{ O}\text{M}$$

$$R_2 = 14 \text{ O}\text{M}$$

$$X_{L1} = 26 \text{ O}\text{M}$$

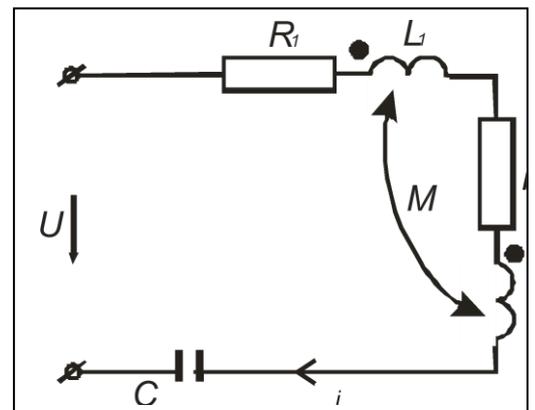
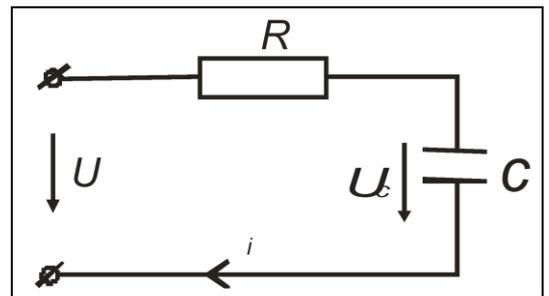
$$X_{L2} = 26 \text{ O}\text{M}$$

$$\underline{X}_C = 20 \text{ O}\text{M}$$

$$\text{K}_M - ?$$

Ðåøåíå :

9. Ðàíå:



$$Z = \frac{U}{I} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (X_{L_1} + X_{L_2} - X_C + 2X_M)^2}$$

$$50 = \sqrt{30^2 + X_3^2} \Rightarrow X_3 = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ Ом}$$

$$X_M = \frac{X_3 - X_{L_1} + X_{L_2} - X_C}{2} = \frac{40 - 26 - 28 + 20}{2} = 3 \text{ Ом}$$

$$K_M = \frac{X_M}{\sqrt{X_{L_1} * X_{L_2}}} = \frac{3}{\sqrt{26 * 28}} = \frac{1}{9} = 0,111$$

ОТВЕТ : $K_M = 0,111$

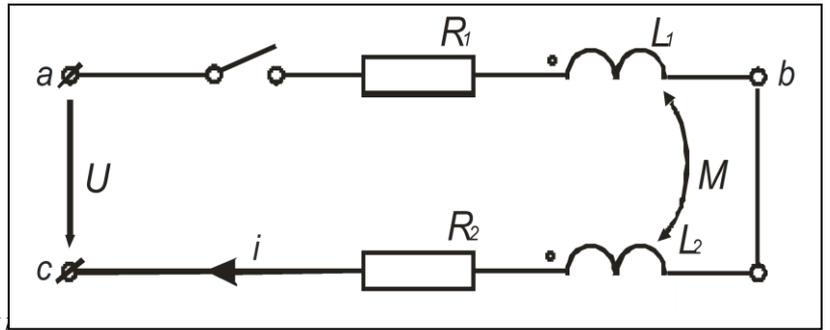
11. Дано:

$$U = 100 \text{ В} \quad R_1 = 40 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 10 \text{ Ом} \quad L_1 = 0,2 \text{ Гн}$$

$$L_2 = 0,1 \text{ Гн} \quad M = 0,1 \text{ Гн}$$

$U_{ab} - ?$ (класс, метод)



Решение :

$$i(0) = 0 \quad i_{\text{уст}}(0) = \frac{U}{R_1 + R_2} = 2 \text{ А}$$

Дифференциальное уравнение цепи :

$$(R_1 + R_2) \cdot i + L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} - 2M \frac{di}{dt} = U$$

Характеристическое уравнение :

$$(L_1 + L_2 - 2M)p + (R_1 + R_2) = 0$$

$$p = -\frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2 - 2M} = -500 \text{ с}^{-1}$$

$$i_{cb}(t) = Ae^{-500t}; \quad A;$$

$$i_{cb}(0) = A = i(0) - i_{\text{уст}}(0) \Rightarrow A = 0 - 2 \Rightarrow i_{cb}(t) = -2e^{-500t}; \quad A;$$

$$U_{ab}(t) = R_1 i_1 + L_1 \frac{di}{dt} - M \frac{di}{dt};$$

$$U_{ab}(t) = 80 - 80e^{-500t} + 0,2(-500) \cdot (-2)e^{-500t} - 0,1(-500)(-2)e^{-500t} = 80 + 20,0e^{-500t}, \text{ В}$$

ОТВЕТ : $U_{ab}(t) = 80 + 20,0e^{-500t}, \text{ В}$

9. Дано:

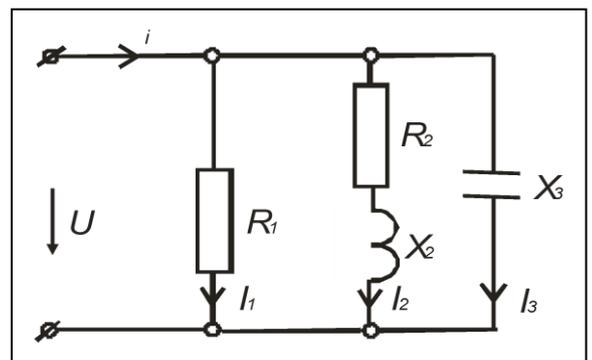
$$U = 220 \text{ В}; \quad R_1 = 55 \text{ Ом};$$

$$R_2 = 7 \text{ Ом}; \quad X_2 = 24 \text{ Ом};$$

$$\underline{X_3 = 44 \text{ Ом}}$$

$I - ?$

Решение:



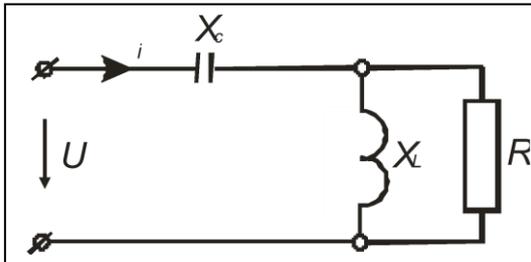
$$\underline{Y} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2 + jX_2} + \frac{1}{-jX_3} =$$

$$\frac{1}{55} + \frac{1}{7 + j24} + \frac{1}{-j44} = 0,0294 - j0,0157 = 0,0332e^{-j28^\circ} \text{ Ом}^{-1} \quad \dot{I} = \dot{U} * \underline{Y} = 220e^{j0^\circ} * 0,0332e^{-j28^\circ} = 7,3e^{-j28^\circ} \text{ А}$$

ОТВЕТ : $\dot{I} = 7,3e^{-j28^\circ} \text{ А}$

8.

Дано:



$$X_c = 10,92 \text{ Ом};$$

$$X_L = 8 \text{ Ом};$$

$$R = 8 \text{ Ом};$$

$$\Phi = \psi_u - \psi_i - ?$$

Решение:

$$\underline{Z} = -jX_c + \frac{jX_L * R}{jX_L + R} = -j10,92 + \frac{j64}{j8 + 8} = (4 - j6,92) \text{ Ом}$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{-6,92}{4} = -1,73 = -\sqrt{3}$$

$$\varphi = -60^\circ$$

ОТВЕТ : $\varphi = -60^\circ$

Контрольные вопросы

1. Понятие о комплексных числах.

2. Изучение вычислений комплексными числами.

Тема-9: Явленные резонанса. Расчет электрических цепей в состоянии напряжения резонанса

1. Явленные резонанса
2. Резонанс напряжения

1. В сеть переменного тока с напряжением $U=120$ в и частотой $f=50$ гц включен автотрансформатор, потребляющий ток $I_1=5$ а. Параллельно автотрансформатору подключена конденсаторная батарея емкостью $C=60$ мкф.

Определить угол фаз между током I_1 и напряжением U , если угол φ сдвига фаз между общим током I и напряжением U равен нулю.

Решение. При уменьшении угла φ до нуля наступает резонанс токов, который может быть выражен равенством:

$$U2\pi fC = I_1 \sin \varphi_1,$$

откуда

$$\sin \varphi_1 = \frac{U2\pi fC}{I_1} = \frac{120 \cdot 6,28 \cdot 50 \cdot 60}{5 \cdot 1000000} = 0,453,$$

тогда $\varphi_1=27^\circ$.

2. В сеть переменного тока с напряжением $U=120$ в и частотой $f=50$ гц включен трансформатор, потребляющий ток $I=100$ а; угол сдвига фаз между током и напряжением $\varphi=30^\circ$. Определить:

а) емкость конденсаторной батареи, которая будучи подключенной к сети, снизит угол φ до нуля;

б) построить векторную диаграмму для этого случая.

Решение. Для условия резонанса токов необходимо, чтобы $U2\pi fC = I \sin \varphi$, откуда

$$C = \frac{I \sin \varphi}{U2\pi f} = \frac{100 \cdot 0,5 \cdot 10^6}{120 \cdot 6,28 \cdot 50} = 1323 \text{ мкф}.$$

По горизонтальной оси (рис.8(рис.97)) откладываем напряжение U .

Из точки o под углом $\varphi=30^\circ$ откладываем ток $I=100$ а, а из точки s опускаем перпендикуляр sv на вектор напряжения U . Из точки o восстанавливается перпендикуляр, величина которого $ob=vs$.

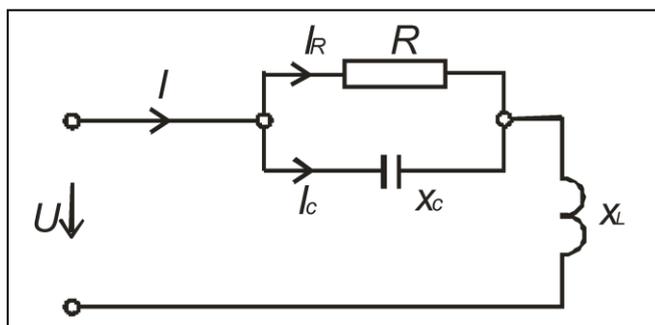
На данной векторной диаграмме активная составляющая тока в обмотке трансформатора I_a совпадает по фазе с напряжением U и является геометрической суммой тока I_c в конденсаторе и тока I , потребляемого трансформатором. Реактивная составляющая тока представлена током I_p .

3. Дано:

$$U = U_L = U_C = 100 \text{ В}$$

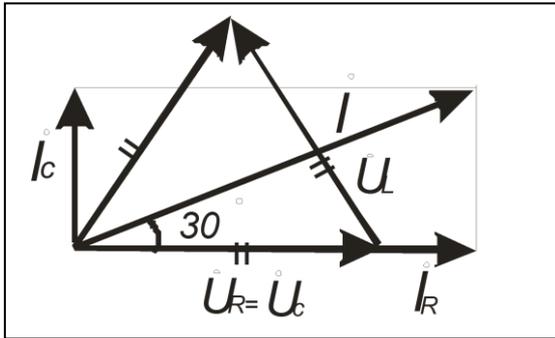
$$I = 10 \text{ А}$$

$R, X_C - ?$



Решение:

Строим векторную диаграмму:



4 Дано:

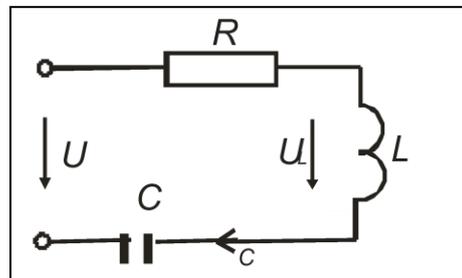
$$u = 100 \sin 10^3 t, \text{ В};$$

$$R = 20 \text{ Ом};$$

$$L = 20 \text{ мГн}$$

$$C = 50 \text{ мкФ}$$

u_L - ? Решение :



$$X_L = \omega L = 10^3 * 20 * 10^{-3} = 20 \text{ Ом}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{10^3 * 50 * 10^{-6}} = 20 \text{ Ом} \quad \text{т.е. } X_L = X_C$$

u в цепи наблюдается резонанс напряжений :

$$\underline{Z} = R + j(X_L - X_C) = R = 20 \text{ Ом}$$

$$i = \frac{u}{R} = \frac{100 \sin 10^3 t}{20} = 5 \sin 10^3 t \text{ А}$$

Напряжение u_L опережает i на 90°

$$u_L = X_L * 5 \sin(10^3 t + 90^\circ) = 100 \sin(10^3 t + 90^\circ) \text{ В}$$

$$\text{ОТВЕТ :} \quad u_L = 100 \sin(10^3 t + 90^\circ) \text{ В}$$

Контрольные вопросы

1. Явление резонанса
2. Резонанс напряжения

Тема-10: Расчет электрических цепей в состоянии резонанс токов.

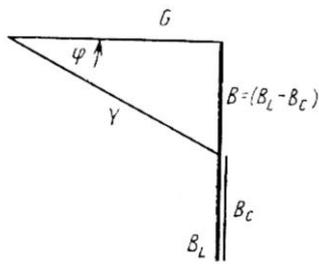


Рис. 3

В электрических цепях переменного тока при параллельном соединении реактивных сопротивлений может возникать резонанс токов. Это происходит в том случае, когда в одних ветвях преобладает реактивное индуктивное сопротивление, а в других - реактивное емкостное сопротивление. Резонанс токов (явление резонанса на участке электрической цепи, содержащей параллельно соединенные индуктивный и емкостный элементы) - особое состояние цепи переменного тока при параллельном соединении сопротивлений, при котором реактивная индуктивная проводимость оказывается равной реактивной емкостной проводимости этой цепи, т. е. при условии, что $B_L = B_C$.

Простейшей электрической цепью, в которой может наблюдаться резонанс токов, является цепь с параллельным соединением катушки индуктивности и конденсатора.

Полная проводимость рассматриваемой цепи

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}.$$

Условие резонанса токов ($B_L = B_C$) можно записать через соответствующие параметры электрической цепи. Так как реактивная проводимость катушки, имеющей активное сопротивление R_K , определяется выражением $B_L = X_L / Z_K^2 = \omega L / (R^2 + \omega^2 L^2)$, а проводимость конденсатора без учета его активного сопротивления ($R_C = 0$)

$$B_C = X_C / Z_C^2 = 1 / X_C = \omega C,$$

то условие резонанса может быть записано в виде $\omega L / (R^2 + \omega^2 L^2) = \omega C$.

Из этого выражения следует, что резонанс токов можно получить при изменении одного из параметров R, L, C и ω при постоянстве других. При некоторых условиях в подобных цепях резонанс может возникать и при одновременном изменении указанных параметров.

Простейшие резонансные цепи, состоящие из параллельно соединенных между собой катушки индуктивности и конденсатора, широко применяются в радиоэлектронике в качестве колебательных контуров, в которых резонанс токов достигается при некоторой определенной частоте поступающего на вход соответствующего устройства сигнала.

В лабораторных условиях наиболее часто резонанс токов достигается при неизменной индуктивности L катушки, путем изменения емкости C батареи конденсаторов. С изменением емкостной проводимости $B_C = \omega C$, пропорциональной емкости конденсатора, происходит изменение полной проводимости Y , общего тока I и коэффициента мощности $\cos \varphi$.

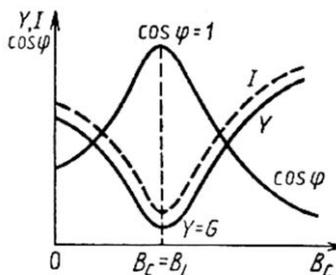


Рис. 4

Указанные зависимости называются резонансными кривыми (рис.4). Анализ этих зависимостей показывает, что при увеличении емкости от нуля полная проводимость электрической цепи сначала уменьшается, достигает при $B_C = B_L$ своего минимума, а затем возрастает с увеличением C , в пределе стремясь к бесконечности. Общий ток $I = YU$, потребляемый цепью, пропорционален полной проводимости. Поэтому характер его изменения подобен характеру

изменения проводимости. Коэффициент мощности $\cos\varphi$ с увеличением емкости сначала возрастает, а затем уменьшается, в пределе стремясь к нулю, так как $\cos\varphi = G/B$. В результате анализа указанных зависимостей можно установить, что резонанс токов характеризуется следующими явлениями.

1. При резонансе токов полная проводимость всей электрической цепи приобретает минимальное значение и становится равной активной ее составляющей:

$$Y = \sqrt{G^2 + (B_L - B_C)^2}$$

2. Минимальное значение проводимости обуславливает и минимальное значение тока цепи:

$$I = YU = GU.$$

3. Емкостный ток I_C и индуктивная составляющая I_L тока катушки I_K оказываются при этом равными по величине, а активная составляющая тока катушки I_R становится равной току I , потребляемому из сети:

$$I_L = B_L U = B_C U = I_C; I_R = GU - YU = I.$$

При этом реактивные составляющие тока I_L и I_C (в зависимости от значения реактивных проводимостей) могут приобретать теоретически весьма большие значения и намного превышать ток I , потребляемый электрической цепью из сети.

4. Реактивная составляющая полной мощности, потребляемой цепью, при $B_C = B_L$ оказывается равной нулю:

$$Q = B_L U^2 - B_C U^2 = Q_L - Q_C = 0.$$

При этом индуктивная и емкостная составляющие реактивной мощности также могут приобретать весьма большие значения, оставаясь равными друг другу.

5. Полная мощность цепи при резонансе равна ее активной составляющей

$$S = YU^2 = GU^2 = P.$$

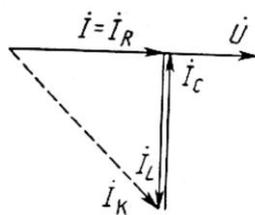


Рис. 5

6. Коэффициент мощности всей цепи при резонансе:

$$\cos\varphi = P/S = GU^2 / YU^2 = 1.$$

Напряжение и ток электрической цепи при резонансе токов совпадают по фазе. Векторная диаграмма, построенная для условия резонанса токов применительно к рассматриваемой цепи, представлена на рис.5.

Резонанс токов находит широкое применение в силовых электрических цепях для повышения коэффициента мощности ($\cos\varphi$), так как он имеет большое технико-экономическое значение. Повышение коэффициента мощности обеспечивается подключением конденсаторов (или других источников реактивной емкостной мощности) параллельно потребителям электрической энергии, которые вследствие наличия собственной им индуктивности имеют низкий коэффициент мощности.

Задача №1. В сеть переменного тока с напряжением $U=120$ в и частотой $f=50$ гц включен автотрансформатор, потребляющий ток $I_1=5$ а. Параллельно

автотрансформатору подключена конденсаторная батарея емкостью $C=60\text{мкф}$.

Определить угол фаз между током I_1 и напряжением U , если угол φ сдвига фаз между общим током I и напряжением U равен нулю.

Решение. При уменьшении угла φ до нуля наступает резонанс токов, который может быть выражен равенством:

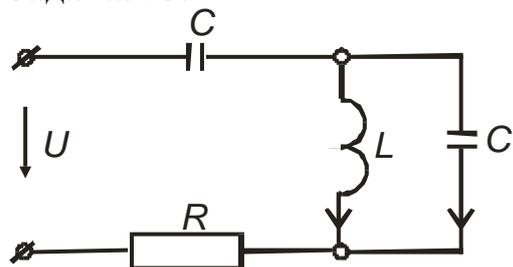
$$U2\pi fC = I_1 \sin \varphi_1,$$

откуда

$$\sin \varphi_1 = \frac{U2\pi fC}{I_1} = \frac{120 \cdot 6,28 \cdot 50 \cdot 60}{5 \cdot 1000000} = 0,453,$$

тогда $\varphi_1 = 27^\circ$.

Задача №5.



$$U = 100 + 100 \sin (\omega t + 45^\circ) \text{ В};$$

$$R = 10 \text{ Ом}; \quad L = 1 \text{ Гн}; \quad C = 100 \text{ мкФ}$$

Резонанс напряжений на 1 гармонике

P - ?

Решение:

Из – за резонанса напряжений на 1 гармонике комплексное сопротивление

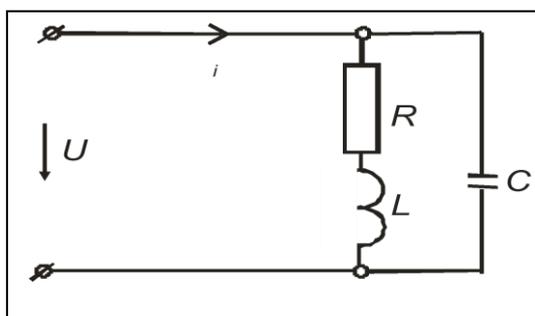
$$Z_{(1)} = R = 10 \text{ Ом} \text{ (чисто активное):}$$

$$I_{(1)} = \frac{U_{(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{100/\sqrt{2}}{10} = 7,09 \text{ А}$$

$$I_{(0)} = 0 \text{ (из – за } C \text{ в неразветвленной части цепи)}$$

$$P = P_{(0)} + P_{(1)} = I_{(0)}^2 R + I_{(1)}^2 R = 7,09^2 \cdot 10 = 500 \text{ Вт}$$

Задача №6.



$$\begin{array}{ll} U = 200 \text{ В} & L/C = 2,5 R^2 \\ L = 0,1 \text{ Гн} & C = 100 \text{ мкФ} \\ \hline W_{\text{рез}} - ? & I_{\text{рез}} - ? \end{array}$$

Решение:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \qquad \omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{\frac{\rho^2 - R^2}{\rho^2}} = \frac{1}{\sqrt{0,1 * 100 * 10^{-6}}} \sqrt{\frac{2,5R^2 - R^2}{2,5R^2}} = 245,2 c^{-1}$$

$$X_{Lpp3} = Wpp3 * L = 24,52 \text{ Ом}$$

$$R = \sqrt{\frac{L}{2,5C}} = 20 \text{ Ом}$$

При резонансе токов комплексная проводимость цепи является чисто активной:

$$Y_{рез} = G_{ppe} = \frac{R}{R^2 + X_{Lppe}^2} = \frac{20}{20^2 + 24,52^2} = 0,02 \text{ Ом}^{-1}$$

$$I_{pp3} = Uy = U * G_{ppe} = 200 * 0,02 = 4 \text{ А}$$

ОТВЕТ : $I_{pp3} = 4 \text{ А}$ $\omega_{рез} = 245,2 c^{-1}$