

# НАВОЙСКИЙ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ

## НАВОЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ

«УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе:

\_\_\_\_\_ Н.А.Абдуазизов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2015 г.



*Бойбутаев С.Б.*

# УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО

УПРАВЛЕНИЯ»

НАВОИ 2015

Бойбутаев С.Б. Учебно-методический комплекс по дисциплине «Теория автоматического управления». – Навоий:.. НГГИ – 2015 г. \_\_\_\_ ст.

**Составитель:** \_\_\_\_\_ Бойбутаев С.Б.

В учебно-методическом комплексе по дисциплины «Теория автоматического управления» приведена типовая учебная программа, рабочая учебная программа, образовательная технология и технологическая карта лекционных материалов, слайды лекции, конспект лекции, образовательная технология и технологическая карта практических занятий, методическая указания для практических занятий, варианты вопросов по видам контроля, вопросы тестов, общие вопросы по дисциплины и глоссарий.

Настоящий учебно-методический комплекс предназначен для бакалавриантов специальности по 5311000 – «Автоматизация и управления технологических процессов и производств».

Учебно-методический комплекс могут быть полезен для докторантов и самостоятельных исследователей, а также для научных сотрудников изучающих этого курса.

Учебно-методический комплекс обсуждена на заседание кафедры «Автоматизация и управление» (протокол №1 от 25 августа ) и рекомендован на совет Энерго-механического факультета.

**Зав. кафедрой:** \_\_\_\_\_ доц. Жумаев О.А.

Учебно-методический комплекс рассмотрен обсужден на заседание Энерго-механического факультета(протокол №1 от 26 августа 2015 года) и (сдан) рекомендован на утверждения учебно-методический Совет института

**Председатель совета факультета:** \_\_\_\_\_ Базарова С.Ж.

Учебно-методический комплекс рекомендован на внедрения в учебный процесс учебно-методическим советом Навоийского государственного горного института (протокол №1 от «\_\_» \_\_\_\_\_ 2015 года )

**Секретарь учебно-методического Совета** \_\_\_\_\_ Норматова М.Ж.

## Содержания

<b>Типовая программа по дисциплине</b>	
<b>Рабочая программа по дисциплине</b>	
<b>Критерии оценивания</b>	
<b>Конспекты лекций (1-часть)</b>	
1 - лекция: Введение. Предмет теории автоматического управления. Основные понятия и определения. Примеры систем управления.	
2 - лекция: Принципы управления.	
3 - лекция: Структура АСУ.	
4 - лекция: Классификация систем автоматического управления.	
5 - лекция: Характеристики воздействий и сигналов в АСУ. Статические характеристики элементов.	
6 - лекция: Динамические характеристики элементов САУ.	
7 - лекция: Обыкновенное дифференциальное уравнение. Решение ДУ с помощью преобразования Лапласа.	
8 - лекция: Временные характеристики. Передаточная функция. Модальные характеристики.	
9 - лекция: Частотные характеристики. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ.	
10 - лекция: Элементарные звенья и их характеристики. Пропорциональное звено. Интегрирующее звено.	
11 - лекция: Элементарные звенья и их характеристики. Дифференцирующее звено. Апериодическое звено. Колебательное звено.	
12 - лекция: Обозначения в структурных схемах линейных систем. Структурные схемы и преобразование.	
13 - лекция: Использование графов для преобразования структурных схем.	
14 - лекция: Уравнения и передаточные функции элементов и систем управления.	
15 - лекция: Основные понятия и определения устойчивости линейных систем. Общая постановка задачи устойчивости.	
16 - лекция: Алгебраические критерии устойчивости. Критерий устойчивости Рауса. Критерий устойчивости Гурвица.	
17 - лекция: Частотные критерии устойчивости. Принцип аргумента. Критерий устойчивости Михайлова. Критерий устойчивости Найквиста.	
18 - лекция: Области и запасы устойчивости. Понятие о $D$ – разбиении.	
<b>Конспекты лекций (2-часть)</b>	
1 - лекция: Анализ переходных процессов. Показатели качества переходных процессов.	
2 - лекция: Анализ статических режимов. Статические, астатические и следящие системы.	
3 - лекция: Частотный метод анализа. Оценка качества переходного процесса по вещественной частотной характеристике.	
4 - лекция: Корневой метод анализа. Корневые оценки переходного процесса.	
5 - лекция: Постановка задачи синтеза одноканальных систем. Условия	

разрешимости задачи синтеза.	
6 - лекция: Частотный метод синтеза. Постановка задачи. Построение асимптотического и желаемого ЛАЧХ объекта.	
7 - лекция: Модальный метод синтеза. Основные понятия. Процедура синтеза метода модальным методом.	
8 - лекция: Случайные процессы. Стационарные случайные процессы.	
9 - лекция: Корреляционные функции. Спектральная плотность стационарных процессов.	
10 - лекция: Анализ линейных систем и синтез оптимальных параметров при случайных воздействиях.	
11 - лекция: Понятия о нелинейных системах. Блок-схема и граф нелинейной системы.	
12 - лекция: Типовые нелинейные элементы и их характеристики. Уравнения нелинейных систем.	
13 - лекция: Процессы в нелинейных системах. Вынужденные и свободные процессы. Общие свойства процессов.	
14 - лекция: Устойчивость нелинейных систем. Основные понятия.	
15 - лекция: Частотный способ анализа устойчивости. Теорема Попова об абсолютной устойчивости.	
16 - лекция: Синтез нелинейных систем. Условия разрешимости задачи синтеза. Метод локализации.	
17 - лекция: Импульсные и цифровые САУ.	
18 - лекция: Передаточные функции импульсных фильтров.	
<b>Методическое пособие по практическим занятиям</b>	
<b>Методическое пособие для выполнения лабораторных работ</b>	
<b>Темы для самостоятельных работ</b>	
<b>Вопросник для ТК, ПК и ИК</b>	
<b>Тестовые задания по дисциплине</b>	
<b>Глоссарий</b>	
<b>Рекомендуемая литература</b>	

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ  
ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

Рўйхатга олинди:

№ БД 5311000-3.11

2012 йил «26» 12

Ўзбекистон Республикаси  
Олий ва ўрта махсус таълим  
вазирининг

2012 йил «26» 12 даги

507-сонли буйруғи билан  
тасдиқланган



*С. Содиқов*

АВТОМАТИК БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИ  
фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси:	300 000 –	Ишлаб чиқариш техник соҳа
Таълим соҳаси:	310 000 –	Муҳандислик иши
Таълим йўналиши:	5311000 –	Технологик жараёнлар ва ишлаб чиқаришни автоматлаштириш ва бошқариш (тармоқлар бўйича)

Тошкент – 2012

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб-хунар таълими ўқув-услубий бирлашмалари фаолиятини Мувофиқлаштирувчи Кенгашнинг 2012 йил «25» 12 даги «4»-сонли мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури Тошкент давлат техника университетида ишлаб чиқилди.

**Тузувчи:**

Игамбердиев Х.З. – «Автоматлаштириш ва бошқарув» кафедраси mudiri, т.ф.д., проф.

**Такризчилар:**

Исмоилов М.А. – ЎзР ФА «Математика ва ахборот технологиялари» институти етакчи илмий ходими, т.ф.д., проф.

Сапаев М.С. – Тошкент ахборот технологиялари университети доценти, т.ф.н.

Фаннинг ўқув дастури Тошкент Давлат техника университети Илмий-услубий Кенгашида тасвир килинган (2012 йил «29 03» даги «4»-сонли баённома).

## Кириш

«Автоматик бошқариш назарияси» фани бўйича тузилган ушбу намунавий дастур қўйилган ДТС талаблари асосида тузилган. Республикамизда малакали кадрларни билим даражаларини такомиллаштиришда «Автоматик бошқариш назарияси» фани катта аҳамиятга эга. Шу сабабли ҳам ушбу фандан намунавий дастурни янада мукамалроқ тузилиши долзарблиги жиҳатидан муҳим ўрин тутди.

### Ўқув фанининг мақсади ва вазифалари

Фан ўқитилишидан мақсад – автоматик бошқарув асосларини чуқур билган ҳолда замонавий ҳисоблаш машинаси ёрдамида автоматик системаларни яратишда, жорий этишда, амалиётга тавсия этишда, илмий тадқиқотларда ва ҳисоблаш ишларини бажариш учун зарур бўлган ва йўналиш бўйича таълим стандарти талаб қилган билимлар, кўникмалар ва тажрибалар даражасини таъминлашдир.

Фанининг вазифаси – автоматик бошқарувнинг асосий тушунчалари, таърифлари, система таркибидаги элементларнинг математик моделлари, системаларнинг турғунлик мезонлари ҳамда сифат кўрсаткичларини аниқлашни талабалар ўзлаштиришидир.

### Фан бўйича талабаларнинг билимига, кўникма ва малакасига қўйиладиган талаблар

«Автоматик бошқариш назарияси» ўқув фанини ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида бакалавр:

– автоматик бошқариш назариясининг ривожланиш тенденцияларини; сановатда ва техник объектларни автоматлаштириш масалаларини; автоматик системанинг ўрни ва ролин; автоматик бошқаришнинг асосий принциплари ва схемаларини; автоматик бошқариш системаларининг асосий турлари, уларнинг математик ифодасини; бошқариш системасининг турғунлик ҳолатларини ҳамда сифат кўрсаткичларини баҳолаш усулларини *билиши керак*;

– автоматик бошқариш ва ростлашнинг умумназарияси бўйича чуқур тайёргарликка ҳамда автоматик системаларни қуришда, илмий текшириш ва ҳисоблашларни бажаришда амалий мустаҳкам *кўникмаларига эга бўлиши керак*;

– замонавий бошқариш системаларини, технологик жараёнларни ўрганишни, ишлаб чиқаришга жорий қилишни; автоматлаштириш ва бошқарув тизимларининг янги воситаларини йиғишда, ишга тушириш ва фойдаланишда, шунингдек, синаш, фойдаланиш учун топшириш ва техникавий хизмат кўрсатиш *малакасига эга бўлиши керак*;

### Фанининг ўқув режадаги бошқа фанлар билан ўзаро боғлиқлиги ва услубий жиҳатдан узвий кетма-кетлиги

«Автоматик бошқариш назарияси» умумқасбий фани ҳисобланиб, 5 – ва 6 – семестрларда ўқитилади. Дастурни амалга ошириш ўқув режасида режалаштирилган математик ва табиий (олий математика, физика, назарий механика) фанларидан етарли билим ва кўникмаларга эга бўлишлик талаб этилади.





## **Фаннинг ишлаб чиқаришдаги ўрни**

Ишлаб чиқаришда эришилган муваффақиятлар ҳамда ютуқлар мамлакатимизнинг иқтисодий ва маданиятини ривожлантириш, шунингдек, аҳолининг турмуш фаровонлигини ошириш учун аҳамиятга эга бўлган sanoatни яратиш учун асос бўлмоқда. Ўз навбатида автоматик бошқариш ишлаб чиқариш самарадорлигини мутассил ошириш, махсулот сифатини юкори даражага кўтариш, харажатларни камайтириш, меҳнат шароитларини яхшилаш ва ишлаб чиқаришда хавфсизлик техникасини таъминлаш учун хизмат килладиган асосий омил ҳисобланади.

Ишлаб чиқаришни автоматлаштиришдан кутилган мақсадга эришиш учун технологик жараёнлар ва технологик агрегатлар автоматлаштириш принциплари ва имкониятларига тўла амал килган ҳолда тайёрланган бўлиши керак. Шунинг учун ушбу фан умумқасбий фани ҳисобланиб, ишлаб чиқариш технологик тизимининг ажралмас бўғинидир.

## **Фани ўқитишда замонавий ахборот ва педагогик технологиялар**

Талабаларнинг автоматик бошқариш назарияси фанини ўзлаштиришлари учун ўқитишнинг илгор ва замонавий усулларида фойдаланиш, янги информацн-педагогик технологияларни талбик килиш муҳим аҳамиятга эгадир. Фани ўзлаштиришда дарслик, ўқув ва услубий қўлланмалар, маъруза матнлари, тарқатма материаллар, электрон материаллар, виртуал стендлар ҳамда ишчи ҳолатдаги машиналарнинг ишлаб чиқаришдаги намуналари ва макетларидан фойдаланилади. Маъруза, амалий ва лаборатория дарсларида мос равишдаги илгор педагогик технологиялардан фойдаланилади.

## **Асосий қисм**

### **Бошқаришнинг фундаментал принциплари**

Автоматик бошқариш тўғрисида тушунча, унинг тарихи ва ривожланиши. Автоматик бошқариш муаммосини моҳияти. Очик бошқариш принципи. Компенсациялаш (ғалаён бўйича бошқариш) принципи. Тесқари алоқа принципи. Оғиш бўйича ростлаш. Автоматик бошқаришнинг асосий кўринишлари. Стабиллаш. Программалн бошқариш. Кузатувчи системалар. Сифат кўрсаткичлари экстремумини кидирувчи системалар. Оптимал бошқариш. Адаптив системалар. Ростлашнинг асосий қонунлари.

### **Автоматик бошқариш системаларининг математик ифодаси**

Динамика ва статика тенгламалари. Чизиклантириш. Лаплас алмаштиришнинг асосий хоссалари. Чизикли дефференциал тенгламаларни ифодалаш усуллари. Узатиш функциялари. Чизикли дифференциал тенгламаларни стандарт кўринишда ёзилиши. Частотавий характеристикалар. Вақт характеристикалари. Элементар звенолар ва ударнинг характеристикалари. Стационар чизикли системаларнинг

структурали схемалари, графлари, тенгламалари ва частотавий характеристикалари. Кўп ўлчамли стационар чизикли системалар. Ностационар чизикли системалар.

#### **Чизикли автоматик бошқариш системаларининг турғунлиги**

Турғунлик тушунчаси. А.М.Ляпунов бўйича турғунлик масаласининг умумий қўйилиши. Биринчи яқинлашиш бўйича турғунлик ҳаракати ҳақидаги А.М.Ляпунов теоремаси. Чизикли автоматик бошқариш системасининг турғунлик шароитлари. Турғунликнинг алгебраик мезонлари. Раус турғунлик мезони. Гурвиц турғунлик мезони. Лъенар-Шипар турғунлик мезони. Турғунликнинг частотавий мезонлари. Аргументлар принципи. Михайлов турғунлик мезони. Найквист турғунлик мезони. Логарифмик частотавий характеристика бўйича турғунликнинг таҳлили. Система параметрлари текислигида турғунлик доирасини қуриш. Д – бўлиниш. Кечикишли ва иррационал звенони системаларнинг турғунлиги. Ностационар системалар турғунлиги.

#### **Чизикли системаларни ростлашнинг сифатини баҳолаш усуллари**

Умумий тушунчалар. Барқарор режимларда ростлаш сифатини баҳолаш. Хатолик коэффициентлари усули. Погонали сигналлар таъсири орқали ўтиш жараёни сифатини баҳолаш. Гармоник таъсирлар орқали ростлаш сифатини баҳолаш. Ростлаш сифатини баҳолашнинг илдизли усуллари. Илдизли годографлар. Ўтиш жараёни сифатининг интеграл баҳолари. Ростлаш сифатини баҳолашнинг частотали усуллари. Автоматик бошқариш системаси сезгирлиги.

#### **Турғунликни таъминлаш, ростлаш сифатини ошириш, чизикли автоматик системаларни синтез қилиш**

Умумий ҳоллар. Корректловчи қурилма. Ўзгартирувчи элементлар. Барқарор режимларда аниқликни ошириш. Турғунликни таъминлаш ва турғунлик захирасини ошириш. Илдиз годографи бўйича параметрларни танлаш ва корректловчи қурилмаларни синтез қилиш. Логарифмик амплитуда-частотавий характеристика бўйича корректловчи қурилмаларни синтез қилиш.

#### **Ночизикли автоматик бошқариш системалари**

Ночизикли системаларнинг асосий турлари ва характеристикалари. Фазо текислигида ҳаракатни тасвирлаш. Автотебраниш. Нуктали ўзгартириш усули. Ўзгарувчан структурали системалар. Чегара қийматларини «тинчиш» усуллари. Автотебранишни тақрибий текшириш. Эквивалент чизиклантириш усули. Гармоник баланс усули. Кичик, катта ва тўла турғунлик. Ляпуновнинг иккинчи (тўғри) усули. Мутлоқ турғунлик.

#### **Импульс ва рақамли автоматик бошқариш системалари**

Импульсли автоматик бошқариш системалари ҳақида тушунча. Амплитуда-импульсли модуляция орқали бошқариш системалари турғунлиги ва сифатини

текшириш. Кенглик-импульсли модуляциялаш оркали системани текшириш. Частота-импульсли модуляциялаш оркали системани текшириш. Ракамли автоматик бошқариш системалари. Ракамли автоматик бошқариш системаларининг асосий тавсифлари. Ракамли автоматик бошқариш системаларининг динамикасини текшириш. Логарифмик частотали тавсиф усулида дискрет коррекциялашни ҳисоблаш.

#### **Автоматик бошқариш системаларида тасодифий жараёнлар**

Тасодифий жараёнлар ва уларни асосий статистик характеристикалари. Тасодифий жараёнларнинг корреляцион функциялари. Тасодифий жараёнларнинг спектрал зичлиги. Чизикли системаларнинг кириш ва чиқишида тасодифий жараёнларнинг корреляцион функциялари ва спектрал зичликлари орасидаги алоқа. Тасодифий таъсирларда бўлган чизикли системаларни ҳисоблаш. Минимал ўртача квадратик хатоли чизикли системаларнинг синтези.

#### **Оптималь бошқариш системаларини назарияси усуллари**

Умумий ҳоллар. Масаланинг қўйилиши. Таснифланиши. Оптимал бошқариш масаласининг умумий қўйилиши. Оптимал бошқариш масаласининг таснифланиши. Классик вариацион ҳисоб усули. Логранж қўпатувчилари усули. Понтригиннинг максимум принципи. Нормаллик шarti.  $n$  та интерваллар хақида теорема. Махсус масалалар. Динамик программалаш усули. Оптималлик принципи. Беллман функцияси ва тенгламаси. Бошқарувчанлик ва кузатувчанлик. Кузатувчилар. Бошқарувчанлик. Кузатувчанлик ва тикловчанлик. Қамровчанлик. Кузатувчилар.

#### **Адаптив автоматик бошқариш системалари**

Адаптив системаларни синфланиши. Ҳз-Ҳзини соловчи системалар. Экстремумни кидиришни мунтазам усуллари. Изловчи Ҳз-Ҳзини соловчи системалар. Изловсиз Ҳз-Ҳзини соловчи системалар. Алоҳида фазо ҳолатларида мослашувчи системалар. Ҳқитиш системалари

#### **Интеллектуал автоматик бошқариш системалари**

Мураккаб динамик объектларни интеллектуал бошқаришни ташкил этишнинг концептуал асослари. Билимларни қайта ишлаш ва фойдаланишнинг янги ахборот технологиялари асосида динамик объектларни бошқариш. Бошқариш масаласида интеллектуал технологияларни қўллаш.

#### **Амалий машғулотларни ташкил этиш бўйича кўрсатма ва тавсиялар**

Амалий машғулотларда талабалар автоматик бошқариш системаларининг математик ифодаларини, турғунлигини таҳлил қилиш ва ростлаш сифатини баҳолаш усулларини ҳисоблашни ўрганишдир.

Амалий машғулотларнинг тахминий тавсия этиладиган мавзулари:

1. Чизикли, ночизикли ва импульсли автоматик бошқариш системаларининг математик инфодаларини ўрганиш.

2. Чизикли, ночизикли ва импульсли автоматик бошқариш системаларининг турғунлигини таҳлил қилиш ва ростлаш сифатини баҳолаш усулларини ўрганиш.

3. Автоматик бошқариш системаларида тасодифий жараёнлар бўлган системаларни ҳисоблаш.

4. Оптимал, адаптив ва интеллектуал бошқариш системаларини тузиш ва улардаги жараёнларни ҳисоблаш.

Амалий машғулотларини ташкил этиш бўйича кафедра профессор-ўқитувчилари томонидан кўрсатма ва тавсиялар ишлаб чиқилади. Унда талабалар асосий маъруза мавзулари бўйича олган билим ва кўникмаларини амалий масалалар орқали янада бойишди. Шунингдек, дарслик ва ўқув қўлланмалар асосида талабалар билимларини мустаҳкамлашга эришиш, тарқатма материаллардан фойдаланиш, илмий мақолалар ва тезисларни чоп этиш орқали талабалар билимини ошириш, масалалар ечиш, мавзулар бўйича тақдимотлар ва кўргазмали куруллар тайёрлаш, конун ва меъёрий ҳужжатлардан фойдалана билиш ва бошқалар тавсия этилади.

#### **Лаборатория ишларини ташкил этиш бўйича кўрсатмалар**

Лаборатория ишлари талабаларда автоматик бошқариш системаларининг турғунлигини таҳлил қилиш, ростлашнинг сифатини баҳолаш ва ошириш, системаларни текшириш бўйича амалий кўникма ва малака ҳосил қилади.

Лаборатория ишларининг тавсия этиладиган мавзулари:

1. Чизикли, ночизикли ва импульсли автоматик бошқариш системаларининг турғунлигини таҳлил қилиш.

2. Чизикли, ночизикли ва импульсли системаларни ростлашнинг сифатини баҳолаш усулларини тадқиқ этиш.

3. Чизикли, ночизикли ва импульсли системаларининг ростлаш сифатини ошириш усулларини текшириш.

4. Автоматик бошқариш системаларида тасодифий жараёнлар бўлган системаларни текшириш.

5. Оптимал, адаптив ва интеллектуал бошқариш системаларини текшириш.

#### **Курс ишини ташкил этиш бўйича кўрсатмалар**

Курс иши талабаларни мустақил ишлаш қобилиятини ривожлантириб, ушбу фандан олган тушунича ва таърифлар, чизикли, ночизикли, импульсли, тасодифий жараёнлар таъсирида бўлган автоматик бошқариш системаларининг математик инфодаси, турғунлиги, ростлашнинг сифатини баҳолаш ва ошириш усуллари, синтез қилиш муолажалари, оптимал, адаптив ва интеллектуал бошқариш системаларини куриш усуллари, хусусиятлари ҳамда уларнинг принциплари ҳақидаги билимларини мустаҳкамлайди.

#### **Мустақил ишни ташкил этишнинг шакли ва мазмуни**

Талаба мустақил ишни тайёрлашда муайян фаннинг хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда қуйидаги шакллардан фойдаланиш тавсия этилади:

- дарслик ва ўқув қўлланмалар бўйича фан боғлари ва мавзуларини ўрганиш;
- тарқатма материаллар бўйича маърузалар қисмини ўзлаштириш;

- автоматлаштирилган ўргатувчи ва назорат қилувчи тизимлар билан ишлаш;
  - махсус адабиётлар бўйича фанлар бўлимлари ва мактавлари устида ишлаш;
  - янги техникаларни, аппаратураларни, жараён ва технологияларни ўрганиш;
  - талабанинг ўқув-илмий-тадқиқот ишларини бажариш билан боғлиқ бўлган фанлар бўлимлари ва мактавлари чуқур ўрганиш;
  - фаол ва муаммоларни ўқитиш услубидан фойдаланиладиган ўқув машғулотлари;
  - масофавий (дистанцион) таълим.
- Тавсия этиладиган мустақил ишларнинг мавзулари:
1. Автоматик бошқаришнинг мамлакатимиздаги ривож ва тутган ўрни.
  2. Асосий автоматик бошқариш принциплари.
  3. Оптимал ва адаптив бошқариш системаларининг моҳияти.
  4. Автоматик бошқариш системаларининг математик кўринишлари ҳамда тавсифлари.
  5. Бошқариш системаларининг турғунлиги.
  6. Ростлашнинг сифатини баҳолаш усуллари.
  7. Турғунликни таъминлаш, ростлаш сифатини ошириш, автоматик системаларни синтез қилиш.
  8. Ночизикли автоматик бошқариш системалари.
  9. Тасодифий жараёнлар.
  10. Импульс ва рақамли автоматик бошқариш системалари.
  11. Оптимал бошқариш системалари.
  12. Адаптив автоматик бошқариш системалари.
  13. Интеллектуал автоматик бошқариш системалари.

#### **Дастурнинг информацион-услубий таъминоти**

Маъмур фанини ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, педагогик ва ахборот-коммуникация технологиялари қўлланилиши назарда тутилган.

- автоматик бошқариш назарияси бўлимига тегишли маъруза дарсларида замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва электрон-дидактик технологияларидан;

- автоматик бошқариш системаларининг математик инфодаси, турғунлиги, ростлашнинг сифатини баҳолаш ва ошириш усуллари, синтез қилиш муолажалари, оптимал, адаптив ва интеллектуал бошқариш системаларини параметрларини ҳисоблаш мавзуларида ўтказиладиган амалий машғулотларда ақлий ҳужум, гуруҳли фикрлаш педагогик технологияларидан;

- турли дастурий пакетлар ёрдамида системаларнинг турғунлигини таҳлил қилиш, ростлашнинг сифатини баҳолаш ва ошириш, системаларни текшириш мавзуларида ўтказиладиган тажриба машғулотларида кичик гуруҳлар мусобақалари, гуруҳли фикрлаш педагогик технологияларини қўллаш назарда тутилган.

Фойдаланиладиган асосий дарсликлар ва ўқув  
қўлланмалар рўйхати

Асосий дарсликлар ва ўқув қўлланмалар

1. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004 г.
2. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. -М.: Изд-во МЭИ. 2004. -400 с.
3. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. -СПб.: Профессия, 2004. - 752 с.
4. Воронов А.А., Ким Д.П., Лохин В.М. и др. Теория автоматического управления. Учебник. 1, 2 ч. -М.: Высш.шк., 1986.
5. Мирахмедов Д.А. Автоматик бошқариш назарияси. - Т.: Ўзбекистон, 1993. -287б.
6. Юсупбеков Н.Р., Мухамедов Б.Э., Гуломов Ш.М. Технологик жараёнларни назорат қилиш ва автоматлаштириш. - Тошкент: Ўқитувчи, 2011.
7. Юсупбеков Н.Р., Мухамедов Б.Э., Гуломов Ш.М. Технологик жараёнларни бошқариш системалари. -Тошкент: Ўқитувчи, 1997. .
8. Технологик жараёнларни автоматлаштириш асослари: Ўқув қўлланма. 1,2-қисм. Юсупбеков Н.Р, Игамбердиев Х.З., Маликов А.В. - Тошкент: ТошДТУ, 2007.
9. Основы автоматизации технологических процессов. Учебное пособие, Част I, II. Н.Р.Юсупбеков, Х.З.Игамбердиев, А.Маликов. -Ташкент: ТашГТУ, 2007.

Қўшимча адабиётлар

1. Андриющенко В.А. Теория систем автоматического управления: Учеб. пособие/ - Л.: СЗПИ, 1990. - 252 с.
2. Солодовников В.В., Плотников В.А., Яковлев А.В. Основы теории и элементы систем автоматического регулирования. -М.: Машиностроение, 1984. -535с.
3. Топчеев Ю.И. Атлас для проектирования систем автоматического регулирования: [Учеб. пособие для вузов]. - М.: Машиностроение, 1989. - 752 с.
4. Интернет маълумотлари: <http://www.toehelp.ru/theory/tau/contents.html>.  
<http://www.zdo.vstu.edu.ru/html/course.html>.

4. Савин М.Н., Елагин В.С., Пятин О.Н.  
Теор. авт. упр. Учебное пособие.  
- Ростов-на-Дону: Феникс, 2007

Министерство высшего среднего специального образования  
Республики Узбекистан  
Навоийский горно-металлургический комбинат  
Навоийский государственный горный институт

Энерго - механический факультет

Кафедра «Автоматизация и управление»

Регистрирован

№ \_\_\_\_\_

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016 г.

“УТВЕРЖДАЮ”

Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ Н.Абдуазизов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2016г.

## РАБОЧАЯ УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА

По курсу: ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Для бакалавров

Область знаний **300 000** – Производственно-техническая сфера  
Область образования **310 000** – Инженерное дело  
Направление образования **5311000** – Автоматизация и управление  
технологических процессов и  
производств (по отраслям)

Семестр	5	6	Итого
Общее количество часов	126	126	<b>252</b>
Из них:			
Лекция	36	36	<b>72</b>
Практические занятия	18	18	<b>36</b>
Лабораторные занятия	18	18	<b>36</b>
Самостоятельная работа	54	24	<b>78</b>
Курсовой работа		30	<b>30</b>

НАВОИЙ-2016

Составители:

Бойбутаев С.Б. – ассистент кафедры «Автоматизация и управление»,

Рабочая учебная программа обсуждена и одобрена на заседании кафедры «Автоматизация и управление» от «25» 08 2016 года. (Протокол № 1)

**Заведующий кафедрой**

\_\_\_\_\_

**Жумаев О.А.**

Рабочая учебная программа обсуждена и одобрена на Совете энергo-механического факультета «26» 08 2016 года (Протокол №1).

**Декан факультета**

\_\_\_\_\_

**Бозорова С.Ж.**

**Начальник учебно-**

**методического отдела**

\_\_\_\_\_

**Толипов Н.У.**



# ВВЕДЕНИЕ

## 1.1. Цель изучения курса

В этом курсе даются основные фундаментальные понятия, определения и принципы теории автоматического управления и на их основе с помощью современных математических методов изучаются типовые схемы и модели управления. На основе полученных знаний у студентов должно сложиться четкое представление об особенностях и законах управления техническими объектами, имеющих различную физическую природу.

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть методами формализованного описания линейных непрерывных систем автоматического управления в частотной области, методами структурного преобразования, построения переходных процессов, анализа устойчивости и качества САУ, принципами построения САУ различных классов, методами синтеза непрерывных линейных САУ.

Целью изучения дисциплины «Теория автоматического управления» является освоение принципов управления техническими объектами, математического аппарата описания объектов управления (ОУ), методов анализа свойств устойчивости и показателей качества систем автоматического управления (САУ), а также усвоение методов синтеза быстродействующих, высокоточных и с большим запасом устойчивости САУ.

В результате изучения дисциплины «Теория автоматического управления»

Студенты должны знать:

- элементы автоматики, их свойства, методы математического описания САУ и принципы автоматического управления; элементарные звенья и их характеристики, критерии оценки устойчивости и качества САУ; методы анализа САУ, методы синтеза САУ.

Студенты должны уметь:

- составлять математические модели объекта и систем управления, решать дифференциальные уравнения САУ, использовать методы теории управления в решении задачи синтеза современных САУ; проводить исследования САУ на цифровых вычислительных машинах; дать правильную интерпретацию полученным результатам.

Иметь навыки

- проектирования современных САУ (одно и двухконтурных систем).

Дисциплина связана с курсами: «Высшая математика», «Математические основы теории систем», разбираться в программировании и работе на компьютере, знать принципы работы основных элементов САУ. Материал дисциплины «Теория автоматического управления» используется в процессе курсового и дипломного проектирования, а так же при изучении последующих специализированных дисциплин.

# **СОДЕРЖАНИЕ КУРСА**

## **Основные понятия и определения. (8 часов)**

Введение. Предмет теории автоматического управления. Основные понятия и определения. Примеры систем управления. Принципы управления. Структура АСУ. Классификация систем автоматического управления.

## **Методы математического описания линейных элементов АСУ. (10 часов)**

Характеристики воздействий и сигналов в АСУ. Статические характеристики элементов. Динамические характеристики элементов САУ. Обыкновенное дифференциальное уравнение. Решение ДУ с помощью преобразования Лапласа. Временные характеристики. Передаточная функция. Модальные характеристики. Частотные характеристики. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ.

## **Типовые звенья линейных систем автоматического управления. Структурные схемы АСУ. (10 часов)**

Элементарные звенья и их характеристики. Пропорциональное звено. Интегрирующее звено. Элементарные звенья и их характеристики. Дифференцирующее звено. Аperiodическое звено. Колебательное звено, Обозначения в структурных схемах линейных систем. Структурные схемы и преобразование. Использование графов для преобразования структурных схем. Уравнения и передаточные функции элементов и систем управления

## **Устойчивость линейных систем автоматического управления. (12 часов)**

Основные понятия и определения устойчивости линейных систем. Общая постановка задачи устойчивости. Алгебраические критерии устойчивости. Критерий устойчивости Рауса. Критерий устойчивости Гурвица. Частотные критерии устойчивости. Принцип аргумента. Критерий устойчивости Михайлова. Критерий устойчивости Найквиста. Области и запасы устойчивости. Понятие о  $D$  – разбиении. Робастная устойчивость. Полиномы Харитонова. Понятие об управляемости системы и ее наблюдаемости.

## **Методы оценки качества регулирования линейных систем. (8 часов)**

Анализ переходных процессов. Показатели качества переходных процессов. Анализ статических режимов. Статические, астатические и следящие системы. Частотный метод анализа. Оценка качества переходного процесса по вещественной частотной характеристике. Корневой метод анализа. Корневые оценки переходного процесса.

### **Синтез линейных систем. (6 часов)**

Постановка задачи синтеза одноканальных систем. Условия разрешимости задачи синтеза. Частотный метод синтеза. Постановка задачи. Построение асимптотического и желаемого ЛАЧХ объекта. Модальный метод синтеза. Основные понятия. Процедура синтеза метода модальным методом.

### **Случайные процессы в автоматических системах управления. (6 часов)**

Случайные процессы. Стационарные случайные процессы. Корреляционные функции. Спектральная плотность стационарных процессов. Анализ линейных систем и синтез оптимальных параметров при случайных воздействиях.

### **Нелинейные системы автоматического управления. (12 часов)**

Понятия о нелинейных системах. Блок-схема и граф нелинейной системы. Типовые нелинейные элементы и их характеристики. Уравнения нелинейных систем. Процессы в нелинейных системах. Вынужденные и свободные процессы. Общие свойства процессов. Устойчивость нелинейных систем. Основные понятия. Частотный способ анализа устойчивости. Теорема Попова об абсолютной устойчивости. Синтез нелинейных систем. Условия разрешимости задачи синтеза. Метод локализации.

### **Дискретные системы. Импульсные системы автоматического управления. (18 часов)**

Виды дискретных систем. Квантование и его особенности. Виды импульсных и цифровых автоматических систем. Уравнения импульсных систем. Блок-схема и граф импульсных систем. Импульсный элемент и его уравнения. Свойства импульсного элемента. Уравнения импульсных автоматических систем. Уравнения импульсных автоматических систем. Основные характеристики импульсных систем. Законы управления.

Дискретные передаточные функции разомкнутых и типовых импульсных систем. Понятия о процессах в импульсных системах. Вынужденные процессы. Устойчивость импульсных автоматических систем. Условия устойчивости.

Алгебраический критерий устойчивости. Частотный критерий устойчивости. Синтез импульсных автоматических систем. Задача синтеза.

**Оптимальные системы автоматического управления.  
(10 часов)**

Постановка задачи оптимального управления. Определение и необходимость построения оптимальных систем автоматического управления. Критерии оптимальности. Ограничения управляющего воздействия и фазовых координат управляемого объекта. Методы решения задачи синтеза оптимального управления. Метод динамического программирования Беллмана. Методы решения задачи синтеза оптимального управления. Метод динамического программирования Беллмана. Методы решения задачи синтеза оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина.

**Адаптивные системы автоматического управления.  
(4 часов)**

Определения адаптивных САУ и их классификации. Самонастраивающиеся САУ со стабилизацией качества управления.

## **ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ (36 часа).**

1. Примеры САУ, их принципиальные и функциональные схемы (2 часа).
2. Свойства преобразования Лапласа (2 часа).
3. Дифференциальные уравнения. Пространство состояний (2 часа).
4. Динамические характеристики линейных систем (2 часа).
5. Операторные уравнения и определения передаточных функций (2 часа).
6. Структурный метод и характеристики типовых звеньев и САР (2 часа).
7. Частотных характеристики типовых звеньев и САР (4 часа).
8. Устойчивость линейных непрерывных систем. Алгебраические критерии устойчивости (4 часа).
9. Устойчивость линейных непрерывных систем. Частотные критерии устойчивости (4 часа).
10. Анализ устойчивости нелинейных систем с использованием метода Ляпунова (4 часа).
11. Расчет устойчивости нелинейных систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова (4 часа).
12. Анализ нелинейных систем автоматического управления методом гармонического баланса (2 часа).
13. Расчет нелинейных корректирующих устройств для улучшения качества процессов управления (2 часа).

## **ТЕМЫ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ (36 часов).**

1. Проектирования систем управления с помощью пакетов CST и Simulink программы MATLAB (4 часа).
2. Динамические характеристики типовых звеньев (4 часа).
3. Экспериментальное определение частотных характеристик линейного объекта (4 часа).
4. Исследование устойчивости динамических систем (4 часа).
5. Исследование качества переходных процессов линейной автоматической системы (4 часа).
6. Исследование точности линейных автоматических систем (4 часа).
7. Синтез корректирующих устройств по методу ЛАЧХ (4 часа).
8. Исследование системы автоматического управления с типовыми нелинейными элементами (4 часа).
9. Моделирование нелинейных систем управления (4 часа).

## **Темы для самостоятельных работ.**

1. Фундаментальные принципы управления
2. Структура систем управления

3. Комбинированные системы управления
4. Примеры уравнения состояний
5. Сравнения динамики и статики. Линеаризация.
6. Связь между передаточной функцией и временными функциями
7. Типовые звенья и САР.
8. Форсирующее звено. Звено второго порядка.
9. Структурные схемы, соответствующие дифференциальным уравнениям.
10. Различные типы звеньев и их характеристики. Построение логарифмических частотных характеристик.
11. Преобразование структурных схем. Вычисление передаточной функции одноконтурной и многоконтурной системы.
12. Датчики преобразователи. Усилители и корректирующие элементы.
13. Исполнительные устройства и объекты управления. Уравнения и передаточные функции систем управления.
14. Статистические и динамические стационарные режимы САУ.
15. Характеристическое уравнение.
16. Устойчивость систем с чистым запаздыванием.
17. Граничный коэффициент и условия граничной устойчивости.
18. Частотные и корневые оценки запаса устойчивости.
19. Корневые оценки переходного процесса.
20. Анализ процессов в системах низкого порядка.
21. Исследование типовых законов управления.
22. Синтез параметра регулятора по минимуму интегральных оценок.
23. Синтез системы управления по желаемой передаточной функции.
  
24. Комбинированное описание нелинейных систем. Изображение процессов на фазовой плоскости.
25. Проверка устойчивости одного класса нелинейных систем.
26. Методы исследования устойчивости Ляпунова.
27. Критерий абсолютной устойчивости Попова.
28. Метод малого параметра. Метод разделения движений
29. Анализ влияния малых инерционностей. Выбор параметров дифференцирующего фильтра.
30. Системы произвольного порядка. Процедура синтеза системы методом локализации.
31. Анализ нелинейных систем. Синтез систем с переменной структурой.
32. Случайные величины и их характеристики. Случайные процессы и их характеристики.
33. Анализ линейных систем и синтез оптимальных параметров при случайных воздействиях.
34. Синтез параметров системы по минимуму среднеквадратичной ошибки.
35. Вырожденная задача оптимального оценивания. Линеаризованный фильтр Калмана-Бьюси.
36. Стохастические оптимальные системы. Стохастическое оптимальное управление и уравнение Беллмана.

37. Постановка задачи синтеза оптимальных систем. Описание объекта управления.
38. Описание начальных и конечных состояний Критерий оптимальности.
39. Метод динамического программирования. Принцип оптимальности.
40. Основные и расчетные соотношения метода динамического программирования.
41. Функции и уравнения Беллмана. Достаточные условия оптимальности.
42. Методы исследования импульсных систем автоматического управления.
43. Методы исследования цифровых систем автоматического управления.
44. Адаптивное управление с идентификатором.

### **Курсовая работа**

Целью курсовой работы является закрепление изучаемых теоретических разделов курса «Теория автоматического управления», усвоение методов расчёта систем автоматического управления, приобретение навыков исследования систем управления на цифровых вычислительных машинах.

Содержание курсовой работы представляет собой расчёт и исследование линейных, импульсных и нелинейных систем автоматического управления с применением ЭВМ. САУ данных классов широко применяются при управлении технологическими процессами и объектами в различных отраслях народного хозяйства. Для повышения эффективности исследования САУ необходимо применять при расчетах современные вычислительные машины.

Конечной целью курсового проектирования является подготовка студентов к выполнению квалификационной выпускной работы.

Курсовая работа оценивается по 100 балльной системе. Из них отведено:

- для оформления курсовой работы – 40 баллов
- для защиты курсовой работы – 30 баллов
- для ответов на вопросы – 30 баллов.

**“Автоматик бошқариш назарияси” фанидан  
талабалар билимини рейтинг тизими асосида  
БАҲОЛАШ МЕЗОНЛАРИ**

Ушбу баҳолаш мезонлари Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2013 йил 13 декабрдаги 470-сонли буйруғи билан тасдиқланган ва Ўзбекистон Республикаси Адлия вазирлигида 2013 йил 13 декабрдаги 1981-2-сон билан давлат рўйхатидан қайта ўтказилган “Олий таълим муассасаларида талабалар билимини назорат қилиш ва баҳолашнинг рейтинг тизими тўғрисидаги Низом” талабларига мувофиқ ишлаб чиқилган.

“Автоматик бошқариш назарияси” фанидан тайёрланган ушбу баҳолаш мезони 5311000– “Технологик жараёнлар ва ишлаб чиқаришни автоматлаштириш ва бошқарув” бакалавриат таълим йўналишининг учинчи курс талабалари учун мўлжалланган.



## КИРИШ

Кадрлар тайёрлаш миллий дастурини амалга оширишнинг янги сифат босқичида олий таълим муассасаларида талабалар билимини баҳолаш ва назорат қилишнинг рейтинг тизимини жорий этишдан мақсад мамлакатимизда таълим сифатини ошириш орқали рақобатбардош юқори малакали мутахассисларни тайёрлашдан иборатдир. Олий ўқув юртларида талабаларнинг билим даражаси асосан рейтинг тизими бўйича баҳоланади. Талабалар билимини рейтинг тизими асосида баҳолаш – талабанинг бутун ўқиш жараёни давомида ўз билимини ошириши учун мунтазам ишлаши ҳамда ўз ижодий фаолиятини такомиллаштиришини рағбатлантиришга қаратилган.

Ушбу баҳолаш мезонлари **Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2013 йил 13 декабрдаги 470-сонли буйруғи билан тасдиқланган ва Ўзбекистон Республикаси Адлия вазирлигида 2013 йил 13 декабрдаги 1981-2-сон билан давлат рўйхатидан қайта ўтказилган** “Олий таълим муассасаларида талабалар билимини назорат қилиш ва баҳолашнинг рейтинг тизими тўғрисидаги Низом” талабларига мувофиқ, Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2009 йил 14 августдаги “Талабалар мустақил ишларини ташкил этиш” тўғрисидаги 286-сонли буйруғи иловасидаги йўриқнома ҳамда Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг 2012 йил 15 августдаги 332/1-сонли буйруғи билан тасдиқланган “Автоматик бошқариш назарияси” фанининг ўқув дастури ва ушбу фаннинг ишчи ўқув дастури асосида ишлаб чиқилган.

Ушбу баҳолаш мезони НДКИ “Автоматик бошқариш назарияси” фанидан талабалар билимини баҳолашда кенг фойдаланишга тавсия этилиб, айти пайтда талабалар учун ҳам мазкур фанни ўзлаштириш жараёнида қандай баллар тўплаш мумкинлиги ҳақида тасаввурга эга бўлиш имконини беради.

Рейтинг назорати жадваллари, назорат тури, шакли, сони ҳамда ҳар бир назоратга ажратилган максимал балл, шунингдек жорий ва оралик назоратларнинг саралаш баллари ҳақидаги маълумотлар фан бўйича биринчи машғулотда талабаларга эълон қилинади.

## 1. Назорат турлари ва баҳолаш тартиби

“Автоматик бошқариш назарияси” фани 5311600-Кончилик иши ва 5311000– “Технологик жараёнлар ва ишлаб чиқаришни автоматлаштириш ва бошқарув” бакалаврият таълим йўналишларининг ўқув режаси бўйича 3 курс 5 ва 6 семестрларда, бўлиб ўтиши мўлжалланган. Талабаларнинг билим савияси ва ўзлаштириш даражасининг Давлат таълим стандартларига мувофиқлигини таъминлаш учун қуйидаги назорат турларини ўтказиш назарда тутилади:

**жорий назорат** – талабанинг “Автоматик бошқариш назарияси” фани мавзулари бўйича билим ва амалий кўникма даражасини аниқлаш ва баҳолаш усули. Жорий назорат “Автоматик бошқариш назарияси” фанининг хусусиятидан келиб чиққан ҳолда, тайёрланган тажриба ишларини оғзаки сўров ва амалий ишлари берилган уй вазифаларини текшириш ва суҳбат ўтказиш орқали амалга оширилади;

**оралиқ назорат** – семестр давомида ўқув дастурининг тегишли (фаннинг бир неча мавзуларини ўз ичига олган) бўлими тугаллангандан кейин талабанинг билим ва амалий кўникма даражасини аниқлаш ва баҳолаш усули. Оралиқ назорат бир семестрда икки марта ўтказилади, унинг шакли ёзма иш шаклида ўтказилиб ўқув фанига ажратилган умумий соатлар ҳажмидан келиб чиққан ҳолда белгиланади;

**якуний назорат** – семестр якунида муайян фан бўйича назарий билим ва амалий кўникмаларни талабалар томонидан ўзлаштириш даражасини баҳолаш усули. Якуний назорат асосан таянч тушунча ва ибораларга асосланган “Ёзма иш” шаклида ўтказилади.

Талабаларнинг билим савияси, кўникма ва малакаларини назорат қилишнинг рейтинг тизими асосида талабанинг “Автоматик бошқариш назарияси” фани бўйича ўзлаштириш даражаси баллар орқали ифодаланади.

Ҳар бир фан бўйича талабанинг семестр давомидаги ўзлаштириш кўрсаткичи 100 баллик тизимда бутун сонлар билан баҳоланади.

Ушбу 100 балл назорат турлари бўйича жорий ва оралиқ назоратларга – 70 балл ва якуний назоратга – 30 балл қўйиш билан тақсимланади.

## 2. Фан бўйича рейтинг жадвали

Т/р	Курс	Семестр	Ҳафта сони	Семестрда фанга ажратилган умумий соат (рейтинг балли)	Маъруза	Тажриба ишлари	Амалий машғулотлар	Мустақил иш соати	Аб-аудитория баллари Мб-мустақил иш баллари	Назорат турлари											Ўзлаштириш кўрсаткичи	Курс лойиҳаси мавжуд фанларга
										Жами соат % хисобида	ЖН	ЖН – 1	ЖН – 2	ОН	ОН – 1	ОН – 2	ΣЖН+ОН	Саралаш балли	ЯН	ЯНни ўтказиш шакли		
1	3	5	18	126	36	18	18	54	Аб Мб	70 30	35	13 5	13 4	35	12 5	12 6	70	39	30	ёзма	100	
2	3	6	18	126	36	18	18	24	Аб	100	35	17	18	35	17	18	70	39	30	ёзма	100	

## 5-СЕМЕСТР

### 3. “АВТОМАТИК БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИ” ФАНИДАН РЕЙТИНГ ИШЛАНМАСИ ВА МЕЗОНЛАРИ

#### 3.1. Рейтинг ишланмаси (5-семестр учун)

Т/р	Назорат турлари	Сони	Балл ва сони	Жами балл
<b>1. ЖН умумий 35 балл</b>				
1.1.	Амалий машғулотларни бажариш	8	2x8	16
1.2.	Лаборатория ишини топшириш	5	2x5	10
1.3.	Мустақил иш– реферат тайёрлаш*	1	9	9
<b>2. ОН умумий 35 балл</b>				
2.1.	1 – оралиқ назорат, ёзма иш (3 та савол)	1	4x3	12
2.2.	2 – оралиқ назорат, ёзма иш (3 та савол)	1	4x3	12
2.3.	Мустақил иш – реферат тайёрлаш	2	5+6	11
<b>∑ЖН+ОН</b>				<b>70</b>
<b>3. ЯН</b>				
3.1.	Яқуний назорат, ёзма иш (3 та савол)	1	10x3=30	30
<b>Жами</b>				<b>100</b>

#### 3.2. Баҳолаш мезонлари (5-семестр учун)

1.1. Амалий иш топшириқларини тўла бажарган талабага 1,7 – 2 балл берилади, агар тўла сифатли бажарган лекин берилган саволларга жавоб бериш даражасига қараб 1,42 – 1,7 баллгача берилади, агар тўла бўлмаса бажариш даражасига қараб 1,1 – 1,42 баллгача берилади. Амалий иш мавзулари қуйидагича:

1. *Примеры САУ, их принципиальные и функциональные схемы.*
2. *Свойства преобразования Лапласа.*
3. *Дифференциальные уравнения. Пространство состояний.*
4. *Динамические характеристики линейных систем.*
5. *Операторные уравнения и определения передаточных функций.*
6. *Структурный метод и характеристики типовых звеньев и САР.*
7. *Частотных характеристики типовых звеньев и САР.*
8. *Устойчивость линейных непрерывных систем. Алгебраические критерии устойчивости.*

1.2. Лаборатория иши топшириқларини тўла мустақил бажарган ва амалда қўллай оладиган талабага 1,7 – 2 балл, тўла мустақил бажарган ва бажарилган иш ҳажмига ва сифатига қараб талабага 1,42 – 1,7 баллгача, тўла бажармаган талабага бажарилган иш ҳажмига ва сифатига қараб 1,1 – 1,42 баллгача берилади. Лаборатория ишлари мавзулари қуйидагича:

1. *Проектирования систем управления с помощью пакетов CST и Simulink программы MATLAB.*
2. *Динамические характеристики типовых звеньев.*

3. *Экспериментальное определение частотных характеристик линейного объекта.*

4. *Исследование устойчивости динамических систем.*

5. *Исследование качества переходных процессов линейной автоматической системы.*

1.3. \*Жорий назорат бўйича берилган талабанинг мустақил иши – куйида берилган мавзу бўйича реферат тайёрланади:

- рефератда мавзу тўлиқ очилган, тўғри хулоса чиқарилган ва ижодий фикрлари бўлса - 7,74 – 9 балл
- мавзу моҳияти очилган, фақат хулоса бор - 6,39 – 7,74 баллгача
- мавзу моҳияти ёритилган, аммо айрим камчиликлари бор бўлса – 4,95 – 6,39 баллгача берилади.

2.1. Оралик (1 – оралик) баҳолаш ёзма тартибда ўтказилиб, унда 3 та саволга жавоб бериш сўралади. Ҳар бир савол 4 баллгача баҳоланади.

- агар саволлар моҳияти тўла очилган бўлса, жавоблар тўлиқ ва аниқ ҳамда ижодий фикрлари бўлса – 3,4 – 4 балл
- саволларга умумий жавоб берилган, аммо айрим фактлар тўлиқ ёритилмаган бўлса - 2,8 – 3,4 баллгача
- саволларга жавоб беришга ҳаракат қилинган, чалкашликлар бўлса – 2,2 – 2,8 баллгача берилади.
- саволларга умуман жавоб ёзмаган ёки саволларда чалкашликлар бўлса – 0 – 2,2 баллгача берилади.

### ***1-Оралик назорат саволлари***

1. *D – бўлиниш тушунчаси*
2. *АБС ларнинг частотавий характеристикалари*
3. *АБСлардаги таъсирлар ва сигналлар характеристикалари.*
4. *Автоматик бошқариш системаларининг синфланиши*
5. *Автоматик бошқаришнинг асосий кўринишлари*
6. *Автоматлаштиришнинг мақсади*
7. *Биринчи тартибли инерциал (апериодик) звено.*
8. *Бошқариш тўғрисида тушунча ва унинг схемалари*
9. *Бошқаришнинг асосий принциплари*
10. *Вақт характеристикалари*
11. *Гурвиц мезони.*
12. *Динамик харатеристикалар.*
13. *Дифференциал тенгламалар.*
14. *Звеноларни параллел-карама-қарши уланиши (тесқари алоқа)*
15. *Идеал дифференциалловчи звено.*

2.2. Оралиқ (2 – оралиқ) баҳолаш ёзма тартибда ўтказилиб, унда 3 та саволга жавоб бериш сўралади. Ҳар бир савол 4 баллгача баҳоланади.

- агар саволлар моҳияти тўла очилган бўлса, жавоблар тўлиқ ва аниқ ҳамда ижодий фикрлари бўлса – 3,4 – 4 балл
- саволларга умумий жавоб берилган, аммо айрим фактлар тўлиқ ёритилмаган бўлса - 2,8 – 3,4 баллгача
- саволларга жавоб ёзишга ҳаракат қилинган, чалкашликлар бўлса – 2,2 – 2,8 баллгача берилади.
- саволларга умуман жавоб ёзмаган ёки саволларда чалкашликлар бўлса – 0 – 2,2 баллгача берилади.

### **2-Оралиқ назорат саволлари**

1. *Идеал интегралловчи звено.*
2. *Инерциясиз (пропорционал, кучайтирувчи) звено*
3. *Интергалловчи звено*
4. *Кетма кет уланиш(богланиш)*
5. *Кучайтирувчи (пропорционал) звено*
6. *Кучириш коидаси*
7. *Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари*
8. *Математик моделларни қуриш*
9. *Михайлов мезони.*
10. *Модал характеристикалар*
11. *Оддий автоматик бошқариш системаларининг функционал схемаси*
12. *Параллел уланиш*
13. *Структуравий схемаларни шаклини алмаштиришда графлар назарияси элементларидан фойдаланиш*
14. *Типик кириш сигналлари.*
15. *Турғунликнинг алгебраик мезонлари*

2.3. \*Оралиқ назорати бўйича берилган талабанинг мустақил иши учун берилган мавзу бўйича реферат тайёрланади:

- рефератда мавзу тўлиқ очилган, тўғри хулоса чиқарилган ва ижодий фикрлари бўлса-4,3–5 (5,2-6) балл
- мавзу моҳияти очилган, фақат хулоса бор-3,6–4,3 (4,3-5,2) баллгача
- мавзу моҳияти ёритилган, аммо айрим камчиликлари бор бўлса–2,8–3,5 (3,3-4,2) баллгача берилади.
- саволларга жавоб билмаган ёки мустақил иш бўйича қисман жавоб берганда–0–2,8 (0-3,3) баллгача берилади.

### **Оралиқ назоратлари учун мустақил иш саволлари қуйидагича:**

1. *Фундаментальные принципы управления*
2. *Структура систем управления*
3. *Комбинированные системы управления*
4. *Примеры уравнения состояний*
5. *Сравнения динамики и статики. Линеаризация.*

6. *Связь между передаточной функцией и временными функциями*
7. *Типовые звенья и САР.*
8. *Форсирующее звено. Звено второго порядка.*
9. *Структурные схемы, соответствующие дифференциальным уравнениям.*
10. *Различные типы звеньев и их характеристики. Построение логарифмических частотных характеристик.*
11. *Преобразование структурных схем. Вычисление передаточной функции одноконтурной и многоконтурной системы.*
12. *Датчики преобразователи. Усилители и корректирующие элементы.*
13. *Исполнительные устройства и объекты управления. Уравнения и передаточные функции систем управления.*
14. *Статистические и динамические стационарные режимы САУ.*
15. *Характеристическое уравнение.*

3.1. Якуний баҳолашда талаба 3 та саволга ёзма жавоб бериши лозим.

- ҳар бир ёзма саволга 10 балл ажратилади.
- агар саволларнинг моҳияти тўла очилган, асосий фактлар тўғри баён қилинган бўлса – 26 – 30 балл
- саволларга тўғри жавоб берилган, лекин айрим камчиликлари бор бўлса – 21 – 26 баллгача
- берилган саволларда жавоблар умумий ва камчиликлар кўпроқ бўлса – 16 – 21 баллгача берилади
- саволларга тўғри жавоблар бўлмаганда, камчиликлар кўп бўлганда ва тўлиқ бўлмаса – 0 – 16

**“Автоматик бошқариш назарияси” фанидан якуний назорат саволлари 5 – семестр учун**

1. *D – бўлиниши тушунчаси*
2. *АБС ларнинг частотавий характеристикалари*
3. *АБСлардаги таъсирлар ва сигналлар характеристикалари.*
4. *Автоматик бошқариш системаларининг синфланиши*
5. *Автоматик бошқаришнинг асосий кўринишлари*
6. *Автоматлаштиришнинг мақсади*
7. *Биринчи тартибли инерциал (апериодик) звено.*
8. *Бошқариш тўғрисида тушунча ва унинг схемалари*
9. *Бошқаришнинг асосий принциплари*
10. *Вақт характеристикалари*
11. *Гурвиц мезони.*
12. *Динамик харатеристикалар.*
13. *Дифференциал тенгламалар.*
14. *Звеноларни параллел-карама-қарши уланиши (тесқари алоқа)*
15. *Идеал дифференциалловчи звено.*
16. *Идеал интегралловчи звено.*
17. *Инерциясиз (пропорционал, кучайтирувчи) звено*

18. *Интергалловчи звено*
19. *Кетма кет уланиш(богланиш)*
20. *Кучайтирувчи (пропорционал) звено*
21. *Кучириш коидаси*
22. *Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари*
23. *Математик моделларни қуриш*
24. *Михайлов мезони.*
25. *Модал характеристикалар*
26. *Оддий автоматик бошқариш системаларининг функционал схемаси*
27. *Параллел уланиш*
28. *Структуравий схемаларни шаклини алмаштиришида графлар назарияси элементларидан фойдаланиш*
29. *Типик кириш сигналлари.*
30. *Турғунликнинг алгебраик мезонлари*
31. *Турғунликнинг захиралари ва соҳалари.*
32. *Турғунликнинг Найквист мезони*
33. *Турғунликнинг частотавий мезонлари.*
34. *Узатиш функциялари*
35. *Ҳолатнинг дифференциал тенгламалари*
36. *Частотавий характеристикалар*
37. *Чизиқлантириш*
38. *Чизиқли автоматик бошқариш системаларининг турғунлиги.*
39. *Чизикли системаларни структурали схемаларидаги белгилашлар*
40. *Элементар звенолар*
41. *Элементар звеноларнинг характеристикалари*

## 6-СЕМЕСТР

### 4. “АВТОМАТИК БОШҚАРИШ НАЗАРИЯСИ” ФАНИДАН РЕЙТИНГ ИШЛАНМАСИ ВА МЕЗОНЛАРИ

#### 1.1. Рейтинг ишланмаси (6-семестр учун)

Т/р	Назорат турлари	Сони	Балл ва сони	Жами балл
<b>1. ЖН умумий 35 балл</b>				
1.1.	Амалий машғулотларни бажариш	6	3x6	18
1.2.	Лаборатория ишини топшириш	5	3,4x5	17
<b>2. ОН умумий 35 балл</b>				
2.1.	1 – оралиқ назорат, ёзма иш (3 та савол)	1	5,7x3	17
2.2.	2 – оралиқ назорат, ёзма иш (3 та савол)	1	6x3	18
<b>∑ЖН+ОН</b>				<b>70</b>
<b>3. ЯН</b>				
3.1.	Яқуний назорат, ёзма иш (3 та савол)	1	10x3=30	30
<b>Жами</b>				<b>100</b>

#### 4.2.Баҳолаш мезонлари (6-семестр учун)

1.1. Амалий иш топшириқларини тўла бажарган талабага 2,55 – 3,0 балл берилади, агар тўла сифатли бажарган лекин берилган саволларга жавоб бериш даражасига қараб 2,1 – 2,55 баллгача берилади, агар тўла бўлмаса бажариш даражасига қараб 1,65 – 2,1 баллгача берилади. Амалий машғулотлар мавзулари куйидагича:

- 1. Устойчивость линейных непрерывных систем. Алгебраические критерии устойчивости*
- 2. Устойчивость линейных непрерывных систем. Частотные критерии устойчивости.*
- 3. Анализ устойчивости нелинейных систем с использованием метода Ляпунова.*
- 4. Расчет устойчивости нелинейных систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова.*
- 5. Анализ нелинейных систем автоматического управления методом гармонического баланса.*
- 6. Расчет нелинейных корректирующих устройств для улучшения качества процессов управления.*

1.2. Лаборатория иши топшириқларини тўла мустақил бажарган ва амалда қўллай оладиган талабага 2,89 – 3,4 балл, тўла мустақил бажарган ва бажарилган иш ҳажмига ва сифатига қараб талабага 2,38 – 2,89 баллгача, тўла бажармаган талабага бажарилган иш ҳажмига ва сифатига қараб 1,87 – 2,38 баллгача берилади. Лаборатория ишлари мавзулари куйидагича:

- 1. Исследование качества переходных процессов линейной автоматической системы.*



2. *Исследование точности линейных автоматических систем.*
3. *Синтез корректирующих устройств по методу ЛАЧХ.*
4. *Исследование системы автоматического управления с типовыми нелинейными элементами.*
5. *Моделирование нелинейных систем управления.*

2.1. Оралиқ (1 – оралиқ) баҳолаш ёзма тартибда ўтказилиб, унда 2 та саволга жавоб бериш сўралади. Ҳар бир савол 5 – 6 баллгача баҳоланади.

- агар саволлар моҳияти тўла очилган бўлса, жавоблар тўлиқ ва аниқ ҳамда ижодий фикрлари бўлса – 9,5 – 11 балл
- саволларга умумий жавоб берилган, аммо айрим фактлар тўлиқ ёритилмаган бўлса - 7,8 – 9,5 баллгача
- саволларга жавоб беришга ҳаракат қилинган, чалкашликлар бўлса - 6 – 7,8 баллгача берилади.
- саволларга умуман жавоб ёзмаган ёки саволларда чалкашликлар бўлса – 0 – 6 баллгача берилади.

### ***1-Оралиқ назорат саволлари***

1. *Абсолют турғунликни текшириш процедураси.*
2. *Гармоник баланс усули.*
3. *Оптималь бошқариш назарияси усули.*
4. *В.М. Попова теоремаси шартининг график интерпретацияси.*
5. *Ночизиқли системаларини сентизлаш.*
6. *Оптималь бошқариш масаласининг синфланиши.*
7. *Ночизиқли системаларда жараёнларни таҳлили.*
8. *Ҳал қилинадиган мувозанат ҳолати.*
9. *Импульсли ва рақамли АБС.*
10. *Фазовий текисликлар усули.*
11. *Ҳал қилинадиган зарурий тенглама.*
12. *Адаптив бошқариш системалари.*

2.1. Оралиқ (2 – оралиқ) баҳолаш ёзма тартибда ўтказилиб, унда 2 та саволга жавоб бериш сўралади. Ҳар бир савол 6 баллгача баҳоланади.

- агар саволлар моҳияти тўла очилган бўлса, жавоблар тўлиқ ва аниқ ҳамда ижодий фикрлари бўлса – 10,3 – 12 балл
- саволларга умумий жавоб берилган, аммо айрим фактлар тўлиқ ёритилмаган бўлса - 8,5 – 10,3 баллгача
- саволларга жавоб беришга ҳаракат қилинган, чалкашликлар бўлса – 6,6 – 8,5 баллгача берилади.
- саволларга умуман жавоб ёзмаган ёки саволларда чалкашликлар бўлса – 0 – 6,6 баллгача берилади.

## **2-Оралиқ назорат саволлари**

1. *Ҳал қилинадиган мувозанат ҳолати.*
2. *Импульсли ва рақамли АБС.*
3. *Фазовий текисликлар усули.*
4. *Ҳал қилинадиган зарурий тенглама.*
5. *Адаптив бошариш системалари.*
6. *Кучайтирувчи (пропорционал) звено*
7. *Кучириш коидаси*
8. *Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари*
9. *Математик моделларни қуриш*
10. *Михайлов мезони.*
11. *Модал характеристикалар*
12. *Оддий автоматик бошқариш системаларининг функционал схемаси*
13. *Параллел уланиш*
14. *Структуравий схемаларни шаклини алмаштиришида графлар назарияси элементларидан фойдаланиш*

3.1. Якуний баҳолашда талаба 3 та саволга ёзма жавоб бериши лозим.

- ҳар бир ёзма саволга 10 балл ажратилади.
- агар саволларнинг моҳияти тўла очилган, асосий фактлар тўғри баён қилинган бўлса – 26 – 30 балл
- саволларга тўғри жавоб берилган, лекин айрим камчиликлари бор бўлса – 21 – 26 баллгача
- берилган саволларда жавоблар умумий ва камчиликлар кўпроқ бўлса – 16 – 21 баллгача берилади
- саволларга тўғри жавоблар бўлмаганда, камчиликлар кўп бўлганда ва тўлиқ бўлмаса – 0 – 16

## **“Автоматик бошқариш назарияси” фанидан якуний назорат саволлари 6 – семестр учун**

1. *Ҳал қилинадиган мувозанат ҳолати.*
2. *Импульсли ва рақамли АБС.*
3. *Фазовий текисликлар усули.*
4. *Ҳал қилинадиган зарурий тенглама.*
5. *Адаптив бошариш системалари.*
6. *Кучайтирувчи (пропорционал) звено*
7. *Кучириш коидаси*
8. *Лаплас алмаштиришининг асосий хоссалари*
9. *Математик моделларни қуриш*
10. *Михайлов мезони.*
11. *Модал характеристикалар*

12. *Оддий автоматик бошқариш системаларининг функционал схемаси*
13. *Параллел уланиш*
14. *Структуравий схемаларни шаклини алмаштиришида графлар назарияси элементларидан фойдаланиш*
15. *Биринчи тартибли инерциал (апериодик) звено.*
16. *Бошқариш тўғрисида тушунча ва унинг схемалари*
17. *Бошқаришнинг асосий принциплари*
18. *Вақт характеристикалари*
19. *Гурвиц мезони.*
20. *Динамик характеристикалар.*
21. *Дифференциал тенгламалар.*
22. *Звеноларни параллел-карама-қарши уланиши (тесқари алоқа)*
23. *Идеал дифференциалловчи звено.*
24. *Идеал интегралловчи звено.*
25. *Инерциясиз (пропорционал, кучайтирувчи) звено*
26. *Типик қириш сигналлари.*
27. *Турғунликнинг алгебраик мезонлари*
28. *Турғунликнинг заҳиралари ва соҳалари.*
29. *Турғунликнинг Найквист мезони*
30. *Турғунликнинг частотавий мезонлари.*
31. *Узатиш функциялари*
32. *Ҳолатнинг дифференциал тенгламалари*
33. *Частотавий характеристикалар*
34. *Чизиқлантириш*
35. *Чизиқли автоматик бошқариш системаларининг турғунлиги.*
36. *Чизиқли системаларни структурали схемаларидаги белгилашлар*
37. *Элементар звенолар*
38. *Элементар звеноларнинг характеристикалари*

### **1. Якуний баҳолашда ёзма ишни ўтказиш тартиби**

Талабалар билимини рейтинг тизими бўйича баҳолашнинг ёзма иш усули, талабаларда мустақил фикрлаш ва ўз фикрини ёзма ифодалаш кўникмаларини ривожлантиради.

Фанлардан якуний назорат II семестрда ёзма иш шаклида ўтказилади. Ёзма иш саволлари ва вариантлари ҳар ўқув йилининг бошида кафедра профессор-ўқитувчилари томонидан янгидан тузилиб, кафедра мажлисида муҳокама этилади ва тасдиқланади.

Ёзма ишнинг ҳар бир варианты бўйича қўйилган саволларнинг мазмуни, қамров даражаси ва аҳамиятлиги даражаси кафедра мудири томонидан текширилиб, унинг имзоси билан тасдиқланади. Ёзма ишни ўтказиш асосан II семестрнинг сўнгги икки ўқув ҳафталарига мўлжалланган бўлиб, у белгиланган ҳафталардаги мазкур фан бўйича ўқув машғулоти чотида ўтказилади. Ёзма иш вариантыда 3 та савол таянч иборалари билан келтирилади. Ёзма ишларни баҳолаш мезонлари якуний баҳолашга ажратилган 30 баллдан келиб чиққан

ҳолда ишлаб чиқилади, яъни ҳар бир саволга максимум 10 баллдан тўғри келади. Ёзма иш ўтказилгандан кейин икки кун давомида профессор-ўқитувчилар уни текшириб баҳолайдилар ва талабалар эътиборига етказилади. Ёзма иш ҳажми талабанинг фан бўйича тасаввури, билими, амалий кўникмасини баҳолаш учун етарли бўлиши зарур.

#### **6. Рейтинг натижаларини қайд қилиш тартиби**

Фанлардан талабанинг билимини баҳолаш турлари орқали тўплаган баллари ҳар бир семестр якунида профессор-ўқитувчи томонидан рейтинг қайдномаси ва талабанинг рейтинг дафтарчасига бутун сонлар билан қайд қилинади.

## Литература

### Основная:

1. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004 г.
2. Востриков А.С. Французова Г.А. Теория автоматического регулирования. М.: «Высшая школа» 2004. -365 с.
3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Том 1-2. М.: «Высшая школа» 2003.
4. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. -СПб.: Профессия, 2004. - 752 с.
5. Основы автоматизации технологических процессов. Учебное пособие, Част I, II. Н.Р.Юсупбеков, Х.З.Игамбердиев, А.Маликов. Ташкент, ТашГТУ, 2007.
6. Юсупбеков Н.Р., Мухамедов Б.Э., Гуломов Ш.М. Технологик жараёнларни бошқариш системалари. «Ўқитувчи», Тошкент, 1997. -352б.
7. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления/ Под редакцией В.А. Бесекерского. - М.: Наука, 1978.
8. Французова Г.А., Шпилевая О.Я., Юркевич В.Д. Сборник задач по теории автоматического управления. Часть 1, 2. – Новосибирск. Изд. НГТУ - 2004.

### Дополнительная:

1. Юсуфбеков Н.Р., Маликов А. Автоматлаштирилган бошқариш назарияси 1, 2 қисм. Уқув қулланмаси. Тошкент, 1993.
2. Воронов А.А. Теория автоматического уравнения. Том 1-2. М.: «Высшая школа» 1986.
3. Юревич Е.И. Теория автоматического уравнения. М.: «Высшая школа».- 1986.
4. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Часть 1,2.-Санкт Петербург.СПб:СЗТУ.-2005.
5. Игамбердиев Х.З. Базаров М.Б. , Севинов Ж. У.Зарипов О.О. Методические указания к выполнению практических работ по курсу «Теория автоматического управления». Часть 1,2.-Навои.НавГГИ.-2008.
6. Базаров М.Б. Хамидов Б.Т. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Теория автоматического управления». Часть 1. Навои.НавГГИ.-2008.
7. Интернет маълумотлари:  
<http://www.toehelp.ru/theory/tau/contents.html>.  
<http://www.zdo.vstu.edu.ru/html/course.html>.  
<http://kiryushin.boom.ru/uts/plit.html>

**РЕСПУБЛИКА УЗБЕКИСТАН**  
**НАВОЙСКИЙ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ**  
**НАВОЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ**

**Кафедра «Автоматизация и управление»**

Конспект лекции  
по дисциплины  
**«Теория автоматического управления»**  
для направления «Автоматизация и управление технологических процессов и  
производств»  
(часть-1)

**НАВОИ – 2016**

Бойбутаев С.Б., \_\_\_\_\_ кафедры «АУ» НГГИ.  
Теория автоматического управления. Конспект лекции.  
НГГИ 20 \_\_\_\_\_ г. \_\_\_\_\_ стр.

Рецензенты: к.т.н, доц. Эшмуродов З.О.

Кафедра «Автоматизация и управление»

Рекомендовано к печати учебно-методическим Советом Навоийского государственного горного института

1 - лекция	Введение. Предмет теории автоматического управления.
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Введение.</li> <li>2. Предмет ТАУ.</li> <li>3. Системы управления. Основные термины и понятия</li> <li>4. Примеры СУ.</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о содержании курса «Теория автоматического управления», о ее предмете, методе, истории развития, задачах, связи с другими науками.		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием и сущностью теории автоматического управления;</li> <li>• рассказать о предмете, методах и задачах теории автоматического управления;</li> <li>• кратко охарактеризовать основные школы автоматизации;</li> <li>• раскрыть систему и механизм действия законов управления;</li> <li>• объяснить связь теории автоматического управления с другими техническими науками.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Студент должен:</li> <li>• назвать учебные разделы курса «Теория автоматического управления» и изложить последовательность их изучения;</li> <li>• назвать виды контроля;</li> <li>• перечислить конкретные задания по каждому виду контроля;</li> <li>• дать определение понятиям: управления, объект управления, системы автоматического управления, системы автоматизированного управления, классификация автоматических систем управления;</li> <li>• описать предмет Теория автоматического управления;</li> <li>• описать типовые элементарные звенья.</li> <li>• Объяснить понятие передаточная функция.</li> <li>• Назвать критерий устойчивости и его разновидности.</li> <li>• Раскрыть понятие анализ и синтез.</li> <li>• Рассказать разницу между линейными и нелинейными системами.</li> <li>• Понятие устойчивость нелинейных систем.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	



### Технологическая карта лекции (1-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия и план его проведения.	1.1. Слушают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. С целью актуализировать знания студентов задает фокусирующие вопросы: 1. Чем вызвана необходимость изучения ТАУ в направлении «АУ»? Для ответа на вопросы организует работу в парах. Проводит блиц-опрос. 2.2. Выводит на экран и предлагает ознакомиться со схемой «частота вращения паровой турбины» ( <i>приложение 1</i> , Слайд №1), комментирует содержание схемы. Делает обобщающий вывод ( <i>прилож 2</i> ). 2.3. Выводит на экран общую блок схему СУ (Слайд №2), знакомит с перечнем тем по курсу, кратко характеризует их. Знакомит с рейтингом предмета, показателями и критериями текущего, промежуточного и итогового контроля. Знакомит со списком литературы, требованиями к студентам.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Изучают содержание слайда №1, высказывают суждения о роли и значении курса. 2.3. Изучают содержание слайда №2, записывают требования.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Что такое управление? По 2 вопросу. Какие виды управления вы знаете? По 3 вопросу. Какие системы автоматизации вы можете назвать? По 4 вопросу. Что изучает ТАУ, каков ее предмет? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Обсуждают содержание схем, материалы, уточняют, задают вопросы. Записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Задает вопрос: «Почему исходными пунктами в изучении ТАУ является объект и СУ?» Проводит блиц-опрос. Делает итоговое заключение. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Объекты с простыми полуавтоматическими управлениями.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Слушают, записывают.

## ЛЕКЦИЯ 1.

### ВВЕДЕНИЕ. ПРЕДМЕТ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ. ПРИМЕРЫ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ.

#### *План:*

5. *Введение.*
6. *Предмет ТАУ.*
7. *Системы управления. Основные термины и понятия*
8. *Примеры СУ.*

#### 1. Введение.

С древних времен человек хотел использовать предметы и силы природы в своих целях, то есть управлять ими. Управлять можно неодушевленными предметами (например, перекачивая камень на другое место), животными (дрессировка), людьми (начальник – подчиненный).

Множество задач управления в современном мире связано с техническими системами – автомобилями, кораблями, самолетами, станками. Например, нужно поддерживать заданный курс корабля, высоту самолета, частоту вращения двигателя, температуру в холодильнике или в печи. Если эти задачи решаются без участия человека, говорят об автоматическом управлении.

#### **Предмет теории автоматического управления.**

Теория управления пытается ответить на вопрос «как нужно управлять?». До XIX века науки об управлении не существовало, хотя первые системы автоматического управления уже были (например, ветряные мельницы «научили» разворачиваться навстречу ветру). Развитие теории управления началось в период промышленной революции. Сначала это направление в науке разрабатывалось механиками для решения задач регулирования, то есть поддержания заданного значения частоты вращения, температуры, давления в технических устройствах (например, в паровых машинах). Отсюда происходит название «теория автоматического регулирования».

Позднее выяснилось, что принципы управления можно успешно применять не только в технике, но и в биологии, экономике, общественных науках. Процессы управления и обработки информации в системах любой природы изучает наука кибернетика. Один из ее разделов, связанный главным образом с техническими системами, называется теорией автоматического управления. Кроме классических задач регулирования, она занимается также оптимизацией законов управления, вопросами приспособляемости (адаптации).

Иногда названия «теория автоматического управления» и «теория автоматического регулирования» используются как синонимы. Например, в современной зарубежной литературе вы встретите только один термин – control theory.

Таким образом, **Теория автоматического управления(ТАУ)** – совокупность знаний, позволяющих создавать и вводить в действие автоматические системы управления технологическими процессами с заданными характеристиками.

### **Что является объектом, предметом и целью изучения ТАУ**

*Объект изучения ТАУ – автоматическая система управления (АСУ).*

*Предмет изучения ТАУ – процессы, протекающие в АСУ.*

*Цель изучения ТАУ – учет приобретенных знаний в практической деятельности при проектировании, производстве, монтаже, наладке и эксплуатации АСУ.*

**Основной метод исследования в ТАУ.** При изучении процессов управления в ТАУ вместо реальных АСУ рассматривают их адекватные математические модели. Поэтому основным методом исследования в ТАУ является математическое моделирование.

## **Системы управления. Основные термины и понятия**

*Из чего состоит система управления?* В задачах управления всегда есть два объекта – управляемый и управляющий. Управляемый объект обычно называют объектом управления или просто объектом, а управляющий объект – регулятором. Например, при управлении частотой вращения объект управления – это двигатель (электромотор, турбина); в задаче стабилизации курса корабля – корабль, погруженный в воду; в задаче поддержания уровня громкости – динамик.

*Целью управления* управляемым объектом является поддержание заданного режима.

Под заданным режимом понимают изменение какого-либо параметра, характеризующего состояние объекта управления, по определенному закону. Указанный параметр, который может быть векторной величиной, называется управляемой или выходной переменной (величиной) объекта управления. В частном случае заданным режимом может быть поддержание выходной переменной неизменной и равной некоторой заданной величине.

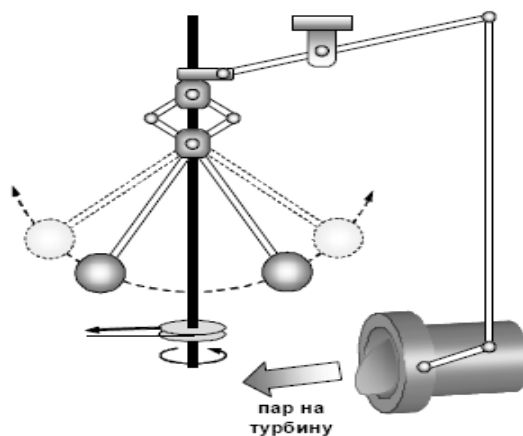


Рис.1

*Регуляторы* могут быть построены на разных принципах. Самый знаменитый из первых механических регуляторов – центробежный регулятор Уатта для стабилизации частоты вращения паровой турбины (Рис.1). Когда частота вращения увеличивается, шарики расходятся из-за увеличения центробежной силы. При этом через систему рычагов немного закрывается заслонка, уменьшая поток пара на турбину. Регулятор температуры в холодильнике или термостате – это электронная

схема, которая включает режим охлаждения (или нагрева), если температура поднимается выше (или ниже) заданной.

Во многих современных системах регуляторы – это микропроцессорные устройства, компьютеры. Они успешно управляют самолетами и космическими кораблями без участия человека.

Обычно регулятор действует на объект управления не прямо, а через исполнительные механизмы (приводы), которые могут усиливать и преобразовывать сигнал управления, например, электрический сигнал может «превращаться» в перемещение клапана, регулирующего расход топлива, или в поворот руля на некоторый угол.

Чтобы регулятор мог «видеть», что происходит с объектом, нужны датчики. С помощью датчиков чаще всего измеряются те характеристики объекта, которыми нужно управлять. Кроме того, качество управления можно улучшить, если получать дополнительную информацию – измерять внутренние параметры объекта.

Структура системы. Итак, в типичную систему управления входят объект, регулятор, привод и датчики. Однако, набор этих элементов – еще не система. Для превращения в систему нужны каналы связи, через них идет обмен информацией между элементами. Для передачи информации могут использоваться электрический ток, воздух (пневматические системы), жидкость (гидравлические системы), компьютерные сети.

Взаимосвязанные элементы – это уже система, которая обладает (за счет связей) особыми свойствами, которых нет у отдельных элементов и любой их комбинации. На объект действует окружающая среда – внешние возмущения, которые «мешают» регулятору выполнять поставленную задачу. Большинство возмущений заранее непредсказуемы, то есть носят случайный характер.

Кроме того, датчики измеряют параметры не точно, а с некоторой ошибкой, пусть и малой. В этом случае говорят о «шумах измерений» по аналогии с шумами в радиотехнике, которые искажают сигналы.

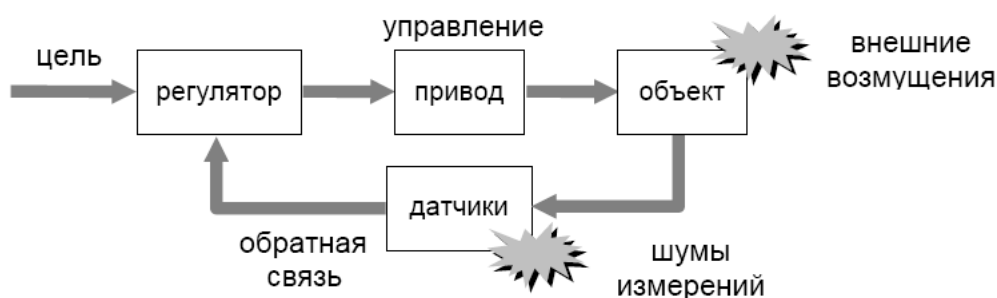


Рис. 2

Подводя итог, можно нарисовать структурную схему системы управления так:

Например, в системе управления курсом корабля

- объект управления – это сам корабль, погруженный в воду; для управления его курсом используется руль, изменяющий направление потока воды;
- регулятор – цифровая вычислительная машина;
- привод – рулевое устройство, которое усиливает управляющий электрический сигнал и преобразует его в поворот руля;
- датчики – гироскопическая система, определяющая фактический курс;
- внешние возмущения – это морское волнение и ветер, отклоняющие корабль от заданного курса;

- шумы измерений – это ошибки датчиков.

Информация в системе управления как бы «ходит по кругу»: регулятор выдает сигнал управления на привод, который воздействует непосредственно на объект; затем информация об объекте через датчики возвращается обратно к регулятору и все начинается заново. Говорят, что в системе есть обратная связь, то есть регулятор использует информацию о состоянии объекта для выработки управления.

Системы с обратной связью называют замкнутыми, поскольку информация передается по замкнутому контуру.

Блок-схему системы (автоматического) управления в общем случае можно представить так, как на рис. 3. Выходная переменная объекта управления является выходной (управляемой) переменной системы управления.

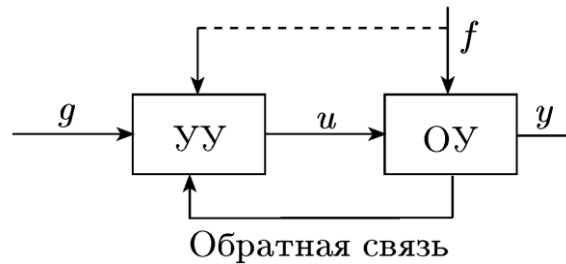


Рис.3. Общая блок-схема САУ

Канал связи, по которому информация о текущем состоянии объекта управления (ОУ) поступает в управляющее устройство (УУ), называется обратной связью.

Внешнее воздействие  $g$ , которое определяет требуемый (заданный) закон изменения выходной переменной, называется задающим воздействием. Здесь, как это часто делают, задающее воздействие выведено за пределы управляющего устройства, в то время как задающее воздействие вырабатывается задатчиком, входящим в состав УУ.

Как работает регулятор? Регулятор сравнивает задающий сигнал (цель или «уставку») с сигналами обратной связи от датчиков и определяет рассогласование (ошибку управления) – разницу между заданным и фактическим состоянием. Если оно равно нулю, никакого управления не требуется. Если разница есть, регулятор выдает управляющий сигнал, который стремится свести рассогласование к нулю. Поэтому схему регулятора во многих случаях можно нарисовать так (см. Рис.2): Эта схема показывает управление по ошибке (или по отклонению). Это значит, что для того, чтобы регулятор начал действовать, нужно, чтобы управляемая величина отклонилась от заданного значения. Блок, обозначенный знаком  $\neq$ , находит рассогласование. В простейшем случае в нем из заданного значения (цели) вычитается сигнал обратной связи (измеренное значение).

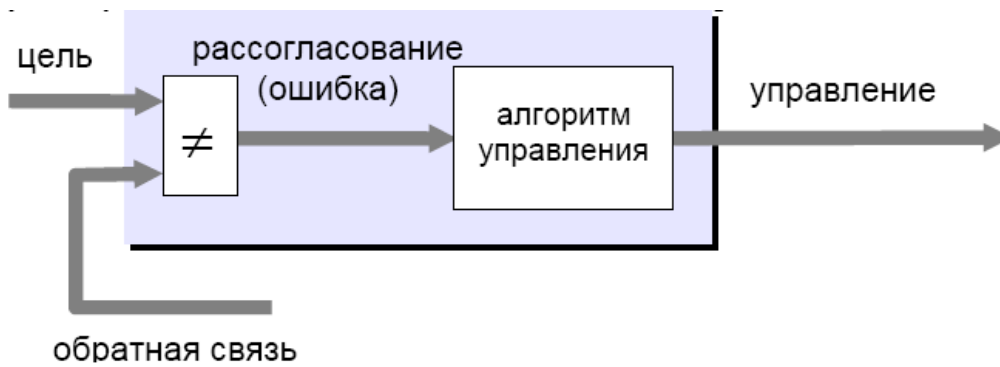


Рис.4

Можно ли управлять объектом так, чтобы не было ошибки? В реальных системах – нет.

Прежде всего, из-за внешних воздействий и шумов, которые заранее неизвестны. Кроме того, объекты управления обладают инерционностью, то есть, не могут мгновенно перейти из одного состояния в другое. Возможности регулятора и приводов (то есть мощность сигнала управления) всегда ограничены, поэтому быстродействие системы управления (скорость перехода на новый режим) также ограничена. Например, при управлении кораблем угол перекадки руля обычно не превышает  $30 - 35^\circ$ , это ограничивает скорость изменения курса.

**Разомкнутые системы.** Можно ли управлять, не используя датчики? В принципе, можно. В этом случае регулятор не получает никакой информации о реальном состоянии объекта, поэтому должно быть точно известно, как ведет себя объект. Только тогда можно заранее рассчитать, как им нужно управлять (построить нужную программу управления). Однако при этом нельзя гарантировать, что цель будет достигнута.

Такие системы называют системами программного управления или разомкнутыми системами, поскольку информация передается не по замкнутому контуру, а только в одном направлении.

Слепой и глухой водитель тоже может вести машину. Некоторое время. Пока он помнит дорогу и сможет правильно рассчитать свое место. Пока на пути не встретятся пешеходы или другие машины, о которых он заранее не может знать. Из этого простого примера ясно, что без датчиков невозможно учесть влияние неизвестных факторов, неполноту наших знаний.

Несмотря на эти недостатки, разомкнутые системы применяются на практике. Например, информационное табло на вокзале. Или простейшая система управления двигателем, в которой не требуется очень точно поддерживать частоту вращения. Однако с точки зрения теории управления разомкнутые системы малоинтересны

#### 4. Примеры системы управления

Примером объекта управления является генератор напряжения (рис. 5, а). Управляемой величиной является выходное напряжение  $u_{\text{н}}$ . Им можно управлять, изменяя напряжение возбуждения или воздействуя на переменное сопротивление  $R_{\text{в}}$ , включенное в цепь возбуждения генератора.

Часть объекта управления, на которую оказывают воздействие при управлении, называют управляющим (регулирующим) органом. В случае генератора таким органом является переменное сопротивление  $R_{\text{в}}$  или обмотка возбуждения.

Другим простым примером объекта управления является резервуар с жидкостью (рис. 5,б), в котором нужно поддерживать жидкость на заданном уровне. Управляемой переменной является уровень  $h$ , регулирующим органом — вентиль на входной трубе А.

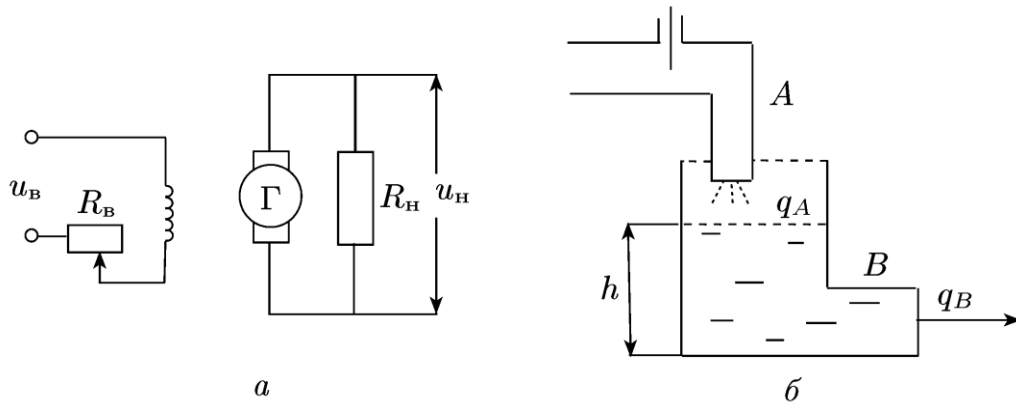


Рис. 5. Объекты управления: а — генератор напряжения; б - резервуар с жидкостью

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение понятия управления?
2. Какие алгоритмы работы объектов управления Вам известны?
3. Что называется вектором выходного состояния объекта управления?
4. Что называется ошибкой управления?
5. Назовите основные причины отклонения вектора выходного состояния от требуемого значения?
6. Для каких целей необходимы управляющие воздействия?
7. Что называется управляющим устройством?
8. Что называется системой автоматического управления?

2 - лекция	Принципы управления
------------	---------------------

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Принцип разомкнутого управления</li> <li>2. Принцип компенсации</li> <li>3. Принцип обратной связи</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о принципе управления и задачах систем управления.		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием принцип управления;</li> <li>• рассказать классификацию принципа управления;</li> <li>• раскрыть систему и механизм действия обратной связи;</li> </ul>	Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• классификацию принципов управления</li> <li>• перечислить конкретные задания по каждому виду контроля;</li> <li>• дать определение понятию обратная связь.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	



## Технологическая карта лекции (2-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что такое управление? 2. Что изучает ТАУ. 3. Что называется ошибкой управления? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какова роль ТАУ в производственных процессах?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Что такое принцип управления? По 2 вопросу. Что такое принцип разомкнутого управления? По 3 вопросу. Что такое принцип компенсации? По 4 вопросу. Что такое принцип отрицательной обратной связи? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Разница между отрицательной и положительной обратной связи.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 2.

### ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ

#### План:

1. *Принцип разомкнутого управления*
2. *Принцип компенсации*
3. *Принцип обратной связи*

Основной задачей автоматического управления является поддержание определенного закона изменения одной или нескольких физических величин, характеризующих процессы, протекающие в ОУ, без непосредственного участия человека. Эти величины называются управляемыми величинами. Если в качестве ОУ рассматривается хлебопекарная печь, то управляемой величиной будет температура, которая должна изменяться по заданной программе в соответствии с требованиями технологического процесса.

Принято различать три фундаментальных принципа управления: принцип разомкнутого управления, принцип компенсации, принцип обратной связи.

#### 1. Принцип разомкнутого управления

Рассмотрим САУ хлебопекарной печи (рис.1). Ее принципиальная схема показывает принцип действия данной конкретной САУ, состоящей из конкретных технических устройств. Принципиальные схемы могут быть электрическими, гидравлическими, кинематическими и т.п.

Технология выпечки требует изменения температуры в печи по заданной программе, в частном случае требуется поддержание постоянной температуры. Для этого надо реостатом регулировать напряжение на нагревательном элементе НЭ. Подобная часть ОУ, с помощью которой можно изменять параметры управляемого процесса называется управляющим органом объекта (УО). Это может быть реостат, вентиль, заслонка и т.п.

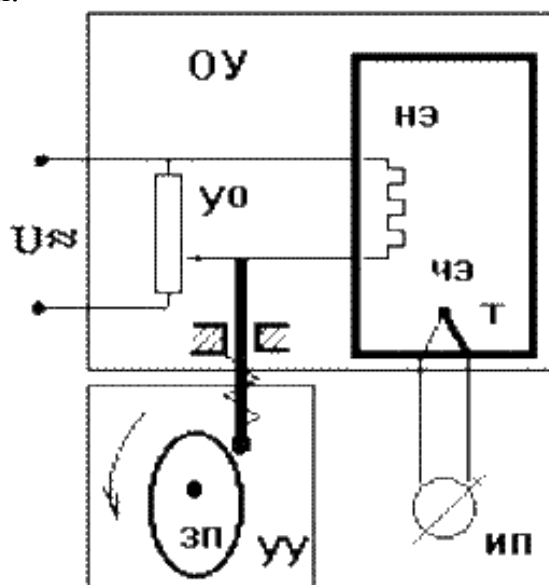
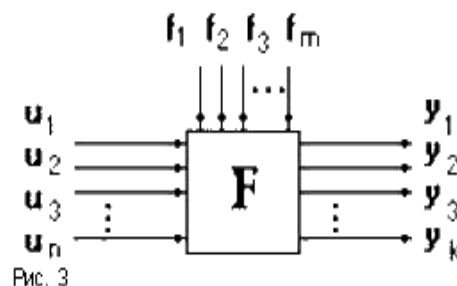
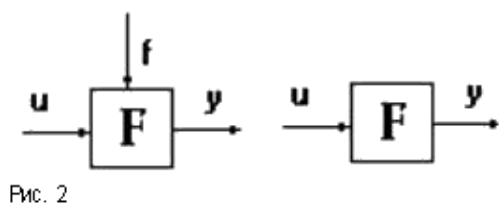


Рис 1

Часть ОУ, которая преобразует управляемую величину в пропорциональную ей величину, удобную для использования в САУ, называют чувствительным элементом (ЧЭ). Физическую величину на выходе ЧЭ называют выходной величиной ОУ. Как правило, это электрический сигнал (ток, напряжение) или механическое перемещение. В качестве ЧЭ могут использоваться термопары, тахометры, рычаги, электрические мосты, датчики давления, деформации, положения и т.п. В нашем случае это термопара, на выходе которой формируется напряжение, пропорциональное температуре в печи, подаваемое на измерительный прибор ИП для контроля. Физическую величину на входе управляющего органа ОУ называют входной величиной ОУ.



Управляющее воздействие  $u(t)$  - это воздействие, прикладываемое к УО объекта с целью поддержания требуемых значений управляемой величины. Оно формируется устройством управления (УУ). Ядром УУ является исполнительный элемент, в качестве которого может использоваться электрические или поршневые двигатели, мембраны, электромагниты и т.п.

Задающим устройством (ЗУ) называется устройство, задающее программу изменения управляющего воздействия, то есть формирующее задающий сигнал  $u_0(t)$ . В простейшем случае  $u_0(t) = \text{const}$ . ЗУ может быть выполнено в виде отдельного устройства, быть встроенным в УУ или же вообще отсутствовать. В качестве ЗУ может выступать кулачковый механизм, магнитофонная лента, маятник в часах, задающий профиль и т.п. Роль УУ и ЗУ может исполнять человек. Однако это уже не САУ. В нашем примере УУ является кулачковый механизм, перемещающий движок реостата согласно программе, которая задается профилем кулачка.

Рассмотренную САУ можно представить в виде функциональной схемы, элементы которой называются функциональными звеньями. Эти звенья изображаются прямоугольниками, в которых записывается функция преобразования входной величины в выходную (рис.2). Эти величины могут иметь одинаковую или различную природу, например, входное и выходное электрическое напряжение, или электрическое напряжение на входе и скорость механического перемещения на выходе и т.п.

Величина  $f(t)$ , подаваемая на второй вход звена, называется возмущением. Она отражает влияние на выходную величину  $y(t)$  изменений окружающей среды, нагрузки и т.п.

В общем случае функциональное звено может иметь несколько входов и выходов (рис.3). Здесь  $u_1, u_2, \dots, u_n$  - входные (управляющие) воздействия;  $f_1, f_2, \dots, f_m$  - возмущающие воздействия;  $y_1, y_2, \dots, y_k$  - выходные величины.

Принцип работы функциональных звеньев может быть различным, поэтому функциональная схема не дает представление о принципе действия конкретной САУ,

а показывает лишь пути прохождения и способы обработки и преобразования сигналов.

**Сигнал** - это информационное понятие, соответствующее на принципиальной схеме физическим величинам. Пути его прохождения указываются направленными отрезками (рис.4). Точки разветвления сигнала называются узлами. Сигнал определяется лишь формой изменения физической величины, он не имеет ни массы, ни энергии, поэтому в узлах он не делится, и по всем путям от узла идут одинаковые сигналы, равные сигналу, входящему в узел. Суммирование сигналов осуществляется в сумматоре, вычитание - в сравнивающем устройстве.

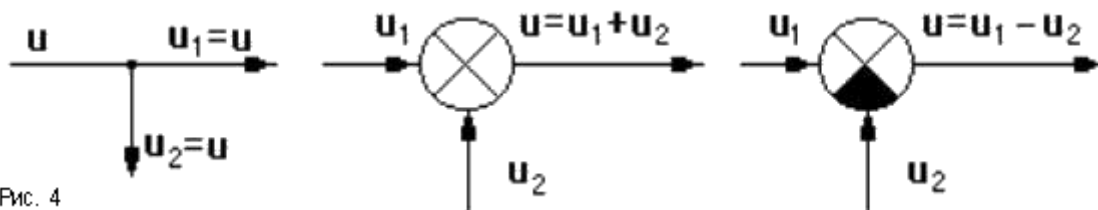


Рис. 4

Рассмотренную САУ хлебопекарной печи можно изобразить функциональной схемой (рис.5). В данной схеме заложен принцип разомкнутого управления, сущность которого состоит в том, что программа управления жестко задана ЗУ; управление не учитывает влияние возмущений на параметры процесса. Примерами систем, работающих по принципу разомкнутого управления, являются часы, магнитофон, компьютер и т.п.

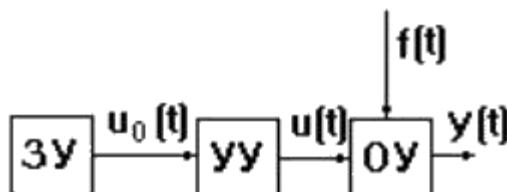


Рис. 5

## 2. Принцип компенсации

Если возмущающий фактор искажает выходную величину до недопустимых пределов, то применяют принцип компенсации (рис.6, КУ - корректирующее устройство).

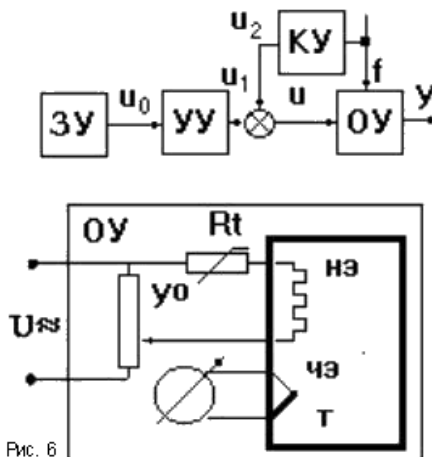


Рис. 6

Пусть  $y_0$  - значение выходной величины, которое требуется обеспечить согласно программе. На самом деле из-за возмущения  $f$  на выходе регистрируется значение  $y$ . Величина  $e = y_0 - y$  называется отклонением от заданной величины. Если каким-то образом удастся измерить величину  $f$ , то можно откорректировать управляющее воздействие  $u$  на входе ОУ, суммируя сигнал УУ с корректирующим воздействием, пропорциональным возмущению  $f$  и компенсирующим его влияние.

Примеры систем компенсации: биметаллический маятник в часах, компенсационная обмотка машины постоянного тока и т.п. На рис.6 в цепи НЭ стоит термосопротивление  $R_t$ , величина которого меняется в зависимости от колебаний температуры окружающей среды, корректируя напряжение на НЭ.

Достоинство принципа компенсации: быстрота реакции на возмущения. Он более точен, чем принцип разомкнутого управления. Недостаток: невозможность учета подобным образом всех возможных возмущений.

### 3. Принцип обратной связи

Наибольшее распространение в технике получил принцип обратной связи

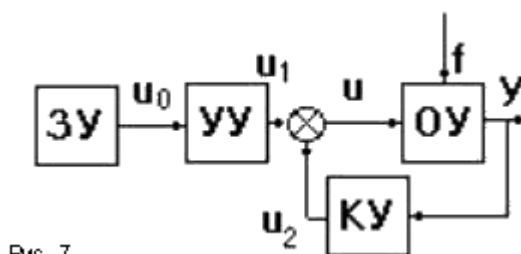


Рис. 7

(рис.7).

Здесь управляющее воздействие корректируется в зависимости от выходной величины  $y(t)$ . И уже не важно, какие возмущения действуют на ОУ. Если значение  $y(t)$  отклоняется от требуемого, то происходит корректировка сигнала  $u(t)$  с целью уменьшения данного отклонения. Связь выхода ОУ с его входом называется главной обратной связью (ОС).

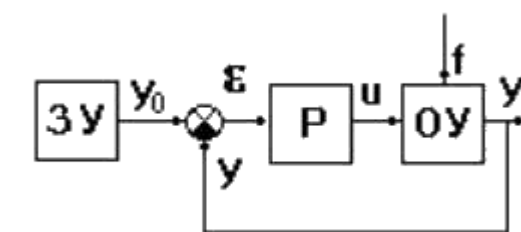


Рис. 8

В частном случае (рис.8) ЗУ формирует требуемое значение выходной величины  $y_0(t)$ , которое сравнивается с действительным значением на выходе САУ  $y(t)$ . Отклонение  $e = y_0 - y$  с выхода сравнивающего устройства подается на вход регулятора  $P$ , объединяющего в себе УУ, УО, ЧЭ. Если  $e \neq 0$ , то регулятор формирует управляющее воздействие  $u(t)$ , действующее до тех пор, пока не обеспечится равенство  $e = 0$ , или  $y = y_0$ . Так как на регулятор подается разность сигналов, то такая обратная связь называется отрицательной, в отличие от положительной обратной связи, когда сигналы складываются.

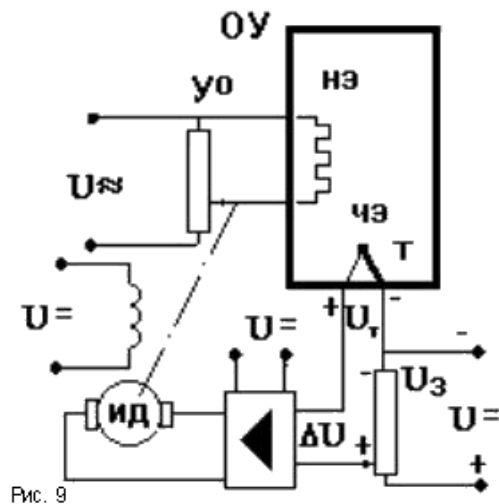


Рис. 9

Такое управление в функции отклонения называется регулированием, а подобную САУ называют системой автоматического регулирования (САР). Так на рис.9 изображена упрощенная схема САР хлебопечкарной печи. Роль ЗУ здесь выполняет потенциометр, напряжение на котором  $U_з$  сравнивается с напряжением на термопаре  $U_т$ . Их разность  $\Delta U$  через усилитель подается на исполнительный двигатель ИД, регулирующий через редуктор положение движка реостата в цепи НЭ. Наличие усилителя говорит о том, что данная САР является системой непрямого регулирования, так как энергия для функций управления берется от посторонних источников питания, в отличие от систем прямого регулирования, в которых энергия берется непосредственно от ОУ, как, например, в САР уровня воды в баке (рис.10).

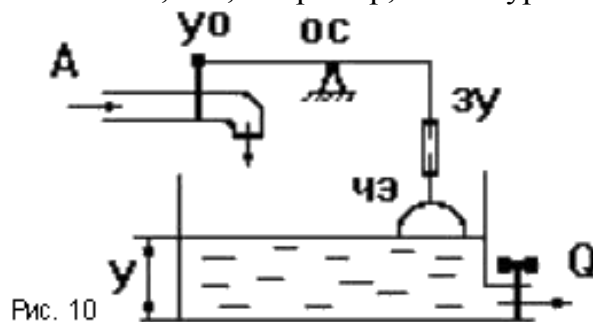


Рис. 10

Недостатком принципа обратной связи является инерционность системы. Поэтому часто применяют комбинацию данного принципа с принципом компенсации, что позволяет объединить достоинства обоих принципов: быстроту реакции на возмущение принципа компенсации и точность регулирования независимо от природы возмущений принципа обратной связи.

### Контрольные вопросы

1. Что является основной задачей автоматического управления?
2. Что называется объектом управления?
3. Что называется управляемой величиной?
4. Что называется управляющим органом?
5. Что называется чувствительным элементом?
6. Что такое входная и выходная величины?

3 - лекция	Структура автоматических систем управления.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Функциональная структура. Алгоритмическая структура.	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о структуре АСУ, видах структур и их особенностях.		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятием структура АСУ и структурные схемы АСУ; • рассказать классификацию структуры и структурных схем АСУ; • кратко охарактеризовать основные виды алгоритмических звеньев;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • перечислить конкретные задания по каждому виду контроля; • дать определение понятиям: структура, объект управления, системы автоматического управления, системы автоматизированного управления, функциональная схема; • описать типовые элементарные звенья.	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (3-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что такое принцип управление? 2. Что такое входное и выходные величины? 3. Что понимаете под отрицательной обратной связью? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Структура автоматических систем управления?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Что такое функциональная структура? По 2 вопросу. Что такое алгоритмическая структура? По 3 вопросу. Что такое управляющая устройство? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.



## ЛЕКЦИЯ 3.

### СТРУКТУРА АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

**План:**

1. *Функциональная структура.*
2. *Алгоритмическая структура.*

Изучение и математический анализ автоматических систем управления (АСУ) существенно облегчаются, если ее предварительно мысленно расчленить на типовые элементы, выявить физические взаимосвязи между ними и отобразить эти взаимосвязи схематично в какой-либо условной форме.

АСУ может быть разделена на части по различным признакам: назначению частей, алгоритмам преобразования информации, конструктивной обособленности.

**Соответственно различают следующие структуры и структурные схемы АСУ:**

функциональную;  
алгоритмическую;  
конструктивную.

**При этом будем понимать, что:**

структура – совокупность связанных между собой частей чего-либо целого;

структурная схема – графическое изображение структуры.

В теории автоматического управления чаще всего имеют дело с функциональной и алгоритмической структурами (схемами). Поэтому рассмотрим их более подробно.

#### 1. Функциональная структура.

Функциональные и алгоритмические схемы состоят из условных изображений элементов и звеньев (обычно в виде прямоугольников) и различных связей, изображаемых в виде линий со стрелками, показывающих направление передачи воздействий. Каждая линия соответствует обычно одному сигналу или одному воздействию. Около каждой линии указывают физическую величину, характеризующую данное воздействие.

Структурные схемы могут составляться с большей или меньшей степенью детализации. Схемы, на которых показаны лишь главные или укрупненные части АСУ, называются обобщенными (см. рис.1).

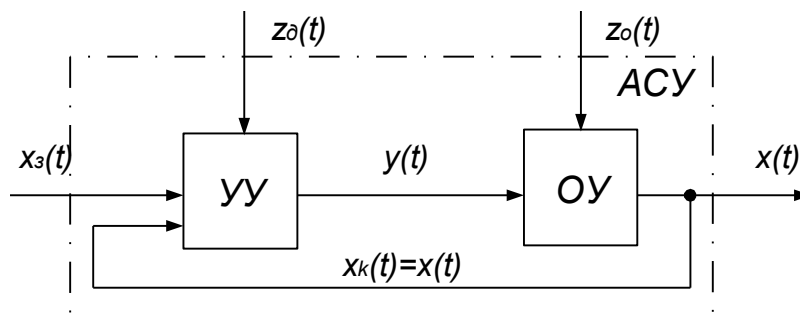


Рис. 1. Обобщенная структурная схема АСУ

Функциональная структура (схема) – структура (схема), отражающая функции (целевые назначения) отдельных частей АСУ. Такими функциями могут быть: получение информации о состоянии объекта управления; преобразование сигналов; сравнение сигналов и т.п.

В качестве частей функциональной структуры (схемы) АСУ рассматриваются функциональные устройства. Названия устройств указывают на выполнение определенной функции.

Например:

- датчик;
- усилитель;
- блок сравнения;
- управляющий блок;
- исполнительное устройство и т.п.

На рис.1 приведен пример функциональной схемы АСУ, где изображены следующие функциональные устройства:

**Д** – датчик – предназначен для получения сигнала, пропорционального определенному воздействию;

**ЭС** – элемент сравнения – служит для получения сигнала, пропорционального отклонению управляемой величины  $x(t)$  от задающего воздействия  $x_3(t)$ ;

**КУ** – корректирующее устройство – предназначено для улучшения качества управления;

**УПБ** – усилительно-преобразующий блок – служит для усиления сигнала и придания ему определенной формы;

**РО** – регулирующий орган – служит для непосредственного воздействия на регулируемую среду (примеры РО: клапан, задвижка, тиристор и т.п.);

**ИУ** – исполнительное устройство – предназначено для приведения в действие регулирующего органа (примеры ИУ: электродвигатель, электромагнит и т.п.).

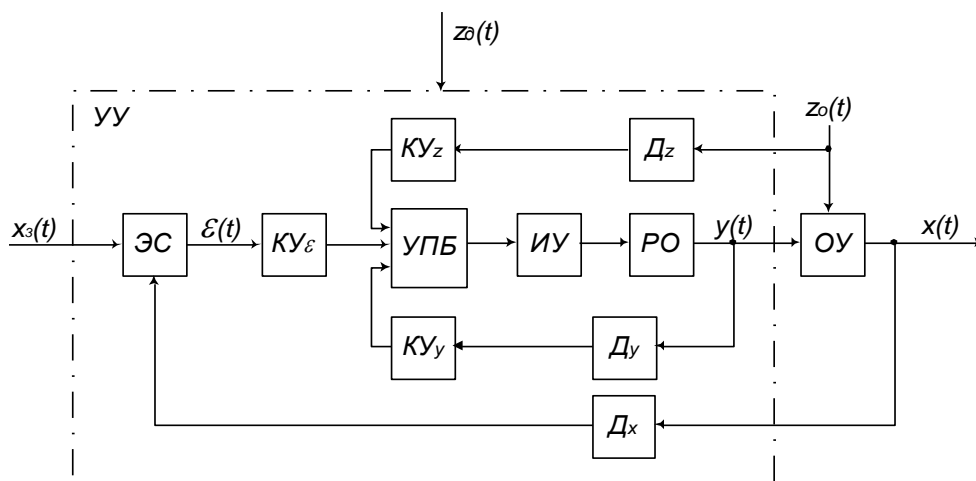


Рис. 2. Функциональная схема АСУ

### Алгоритмическая структура.

Алгоритмическая структура (схема) – структура (схема), представляющая собой совокупность взаимосвязанных алгоритмических звеньев и характеризующая алгоритмы преобразования информации в АСУ.

При этом, алгоритмическое звено - часть алгоритмической структуры АСУ, соответствующая определенному математическому или логическому алгоритму преобразования сигнала.

Если алгоритмическое звено выполняет одну простейшую математическую или логическую операцию, то его называют элементарным алгоритмическим звеном. На схемах алгоритмические звенья изображают прямоугольниками, внутри которых записывают соответствующие операторы преобразования сигналов. Иногда вместо операторов в формульном виде приводят графики зависимости выходной величины от входной или графики переходных функций.

**Различают следующие виды алгоритмических звеньев:**

- статическое;
- динамическое;
- арифметическое;
- логическое.

**Статическое звено** – звено, преобразующее входной сигнал в выходной мгновенно (без инерции).

Связь между входным и выходным сигналами статического звена описывается обычно алгебраической функцией. К статическим звеньям относятся различные безинерционные преобразователи, например, резистивный делитель напряжения. На рис.3,а показано условное изображение статического звена на алгоритмической схеме.

**Динамическое звено** – звено, преобразующее входной сигнал в выходной в соответствии с операциями интегрирования и дифференцирования во времени.

Связь между входным и выходным сигналами динамического звена описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями.

К классу динамических звеньев относятся элементы АСУ, обладающие способностью накапливать какой-либо вид энергии или вещества, например, интегратор на основе электрического конденсатора.

**Арифметическое звено** – звено, осуществляющее одну из арифметических операций: суммирование, вычитание, умножение, деление.

Наиболее часто встречающееся в автоматике арифметическое звено – звено, выполняющее алгебраическое суммирование сигналов, называют сумматором.

Логическое звено – звено, выполняющее какую-либо логическую операцию: логическое умножение («И»), логическое сложение («ИЛИ»), логическое отрицание («НЕ») и т.д.

Входной и выходной сигналы логического звена являются обычно дискретными и рассматриваются как логические переменные.

На рис. 3 показаны условные изображения элементарных алгоритмических звеньев.

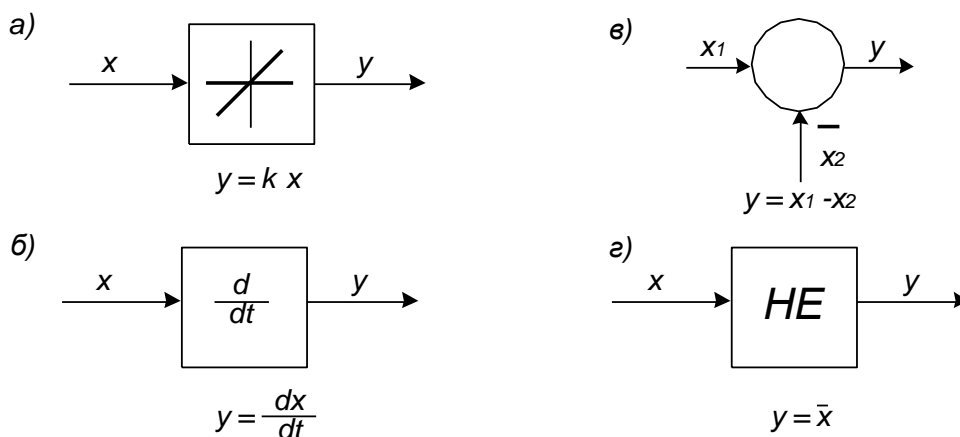


Рис 3. Условные изображения элементарных алгоритмических звеньев:  
а– статическое; б – динамическое; в – арифметическое; г – логическое

Конструктивная структура (схема) – структура (схема), отражающая конкретное схемное, конструктивное и прочее исполнение АСУ.

К конструктивным схемам относятся: кинематические схемы устройств, принципиальные и монтажные схемы электрические соединений и т. д. Так как ТАУ имеет дело с математическими моделями АСУ, то конструктивные схемы интересуют в значительно меньшей степени чем функциональные и алгоритмические.

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется структурной схемой САУ.
2. Из чего состоят функциональные и алгоритмические схемы АСУ?
3. Дайте определения алгоритмической структуры (схемы) АСУ.
4. Для чего предназначены алгоритмические звенья?

4 - лекция	Классификация АСУ
------------	-------------------

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<p>Классификация АСУ в зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени</p> <p>Классификация АСУ в зависимости от конфигурации цепи воздействий</p> <p>Классификация АСУ в зависимости от вида сигналов, действующих в системах</p> <p>Классификация АСУ по степени зависимости управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия</p>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о классификации АСУ, об их основных преимуществах и недостатках		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями АСУ и классификация АСУ ;</li> <li>• рассказать о об основных признаках классифицирования АСУ;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества и недостатки тех или иных АСУ;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• назвать основные принципы классификации АСУ</li> <li>• дать определение понятиям: сигнал, программная АСУ, следящая АСУ, разомкнутая и замкнутая АСУ, статическая и астатическая АСУ;</li> <li>• Назвать критерий по которым классифицируют АСУ</li> <li>• Раскрыть понятие возмущение и внешнее воздействие.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (4-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что такое функциональная структура ? 2. Что такое алгоритмическая структура? 3. Что такое управляющая устройство? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Классификация автоматическими системами управления?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Классификация АСУ в зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени? По 2 вопросу. Классификация АСУ в зависимости от конфигурации цепи воздействий? По 3 вопросу. Классификация АСУ в зависимости от вида сигналов, действующих в системах? По 4 вопросу. Классификация АСУ по степени зависимости управляемой величины в установившемся от величины возмущающего воздействия? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 4.

### КЛАССИФИКАЦИЯ АСУ

#### План:

5. Классификация АСУ в зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени
6. Классификация АСУ в зависимости от конфигурации цепи воздействий
7. Классификация АСУ в зависимости от вида сигналов, действующих в системах
8. Классификация АСУ по степени зависимости управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия

Классификация АСУ может быть осуществлена по различным принципам и признакам, характеризующим назначение и конструкцию систем, вид применяемой энергии, используемые алгоритмы управления и функционирования и т.д.

В качестве изучаемого объекта, рассмотрим автоматическую систему возбуждения синхронного генератора.

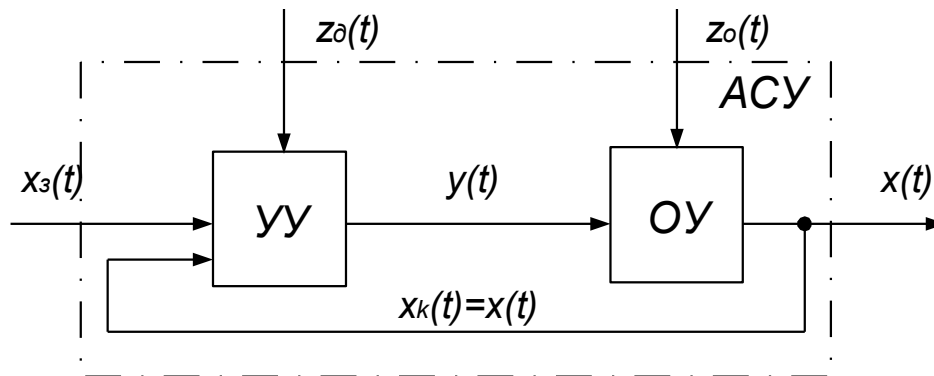


Рис. 1.1. Обобщенная структурная схема АСУ

В ней:

$\underline{x(t)}$  – управляемая величина – физическая величина, характеризующая состояние объекта.

Примерами управляемых величин в электрической системе являются: ток, напряжение, мощность, частота вращения и т.д.

$\underline{zо(t)}$ ,  $\underline{zд(t)}$  – соответственно основное (действующее на объект управления) и дополнительное (действующее на устройство управления) возмущающие воздействия.

Примерами основного возмущающего воздействия  $zо(t)$  являются изменение нагрузки синхронного генератора, температуры охлаждающей его среды и т.п., а дополнительного возмущающего воздействия  $zд(t)$  – изменение условий охлаждения УУ, нестабильность напряжения источников питания УУ и т.п.

$\underline{y(t)}$  – управляющее воздействие.

Управляющее воздействие вырабатывается в управляющем устройстве в соответствии с алгоритмом управления в зависимости от истинного и предписанного значений управляемой величины.

$\underline{xк(t)=x(t)}$  – контрольное воздействие – информация об истинном значении управляемой величины.

$xz(t)$  – задающее воздействие – предписанное (желаемое) значение управляемой величины.

Алгоритм управления (алгоритм функционирования управляющего устройства) – зависимость управляющего воздействия от задающего воздействия, управляемой величины и дополнительного возмущающего воздействия.

Для одномерной АСУ алгоритм управления можно записать следующим образом:

$$y(t) = Ay[ xz(t), x(t), zd(t)]. \quad (1.1)$$

Алгоритм функционирования объекта управления – зависимость управляемой величины от управляющего и основного возмущающего воздействий.

Для одномерной АСУ алгоритм функционирования объекта можно записать следующим образом:

$$x(t) = Ao[ y(t), zo(t)]. \quad (1.2)$$

Алгоритм функционирования объекта и алгоритм управления в совокупности образуют алгоритм функционирования АСУ.

Воздействия  $z(t)$  и  $xz(t)$  являются внешними для рассматриваемой системы, а воздействия  $xk(t)$  и  $y(t)$  – внутренними. Передача внешних и внутренних воздействий происходит через элементы АСУ, которые в совокупности образуют несколько цепей воздействий. На рис.1.1 можно указать, например, цепи воздействий от величины  $xz(t)$  к величине  $y(t)$  и далее к  $x(t)$ , от  $zo(t)$  к  $x(t)$ .

**Различают три стороны любого воздействия:**

энергетическая – сторона, проявляющаяся в процессах преобразования и передачи энергии;

метаболическая – сторона, проявляющаяся в процессах преобразования формы и состава вещества;

информационная – сторона, связанная с переносом каждым воздействием определенной информации.

Информационная сторона наиболее важна для изучения процессов, происходящих в АСУ. Эти процессы заключаются в преобразовании сигналов.

**Сигнал в автоматике** – определенная физическая величина, отображающая в соответствии с принятой условностью информацию, содержащуюся в воздействии.

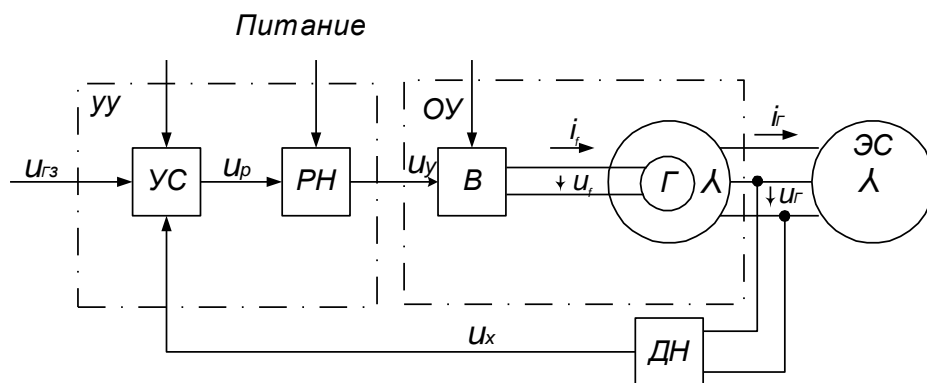


Рис. 1.2. Структура автоматической системы управления возбуждением синхронного генератора

Проиллюстрируем введенные понятия на примере конкретной АСУ.



На рис. 1.2 изображена структура автоматической системы управления возбуждением синхронного генератора.

**Назначение системы** – поддержание постоянным напряжения на выводах статорной обмотки генератора путем изменения тока в его обмотке возбуждения. Управляемой величиной  $x(t)$  в системе является напряжение  $u_{\Gamma}$  генератора. Сигнал  $ix$  (контрольное воздействие  $x_k(t)$ ), пропорциональный напряжению  $u_{\Gamma}$ , вырабатывается датчиком напряжения ДН и передается в устройство сравнения УС, где он сравнивается с заданием  $u_{\Gamma 3}$  (задающим воздействием  $x_3(t)$ ). В зависимости от знака и величины сигнала рассогласования  $ur$  регулятор напряжения РН формирует сигнал управления  $uy$  (управляющее воздействие  $y(t)$ ) на увеличение или уменьшение тока возбуждения  $if$  на выходе возбудителя В. Этот ток возбуждения и определяет напряжение  $u_{\Gamma}$  генератора. Основным возмущающим воздействием  $zo(t)$  является ток нагрузки  $i_{\Gamma}$  генератора в цепи связи с электрической системой ЭС.

В качестве объекта управления ОУ в данной системе можно рассматривать синхронный генератор СГ с возбудителем В. К управляющему устройству УУ относятся устройство сравнения УС и регулятор напряжения РН.

Рассмотрим первоначально классификацию АСУ по наиболее важным для теории управления признакам, которые характеризуют алгоритм функционирования и алгоритм управления АСУ.

В зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени АСУ разделяют на три класса:

стабилизирующие;

программные;

следающие.

Стабилизирующая АСУ – система, алгоритм функционирования которой содержит предписание поддерживать значение управляемой величины постоянным:

$$x(t) \approx x_3 = \text{const.} \quad (1.3)$$

Знак  $\approx$  означает, что управляемая величина поддерживается на заданном уровне с некоторой ошибкой.

Стабилизирующие АСУ самые распространенные в промышленной автоматике. Их применяют для стабилизации различных физических величин, характеризующих состояние технологических объектов. Примером стабилизирующей АСУ является система регулирования возбуждения синхронного генератора (см. рис. 1.2).

**Программная АСУ** – система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять управляемую величину в соответствии с заранее заданной функцией времени:

$$x(t) \approx x_3(t) = \text{fn}(t) \quad (1.4)$$

Примером программной АСУ является система управления активной мощностью нагрузки синхронного генератора на электрической станции в течение суток. Управляемой величиной в системе служит активная мощность нагрузки  $P$  генератора. Закон изменения задания активной мощности  $P_3$  (задающего воздействия) определен как функция времени  $t$  в течение суток (см. рис. 1.5).

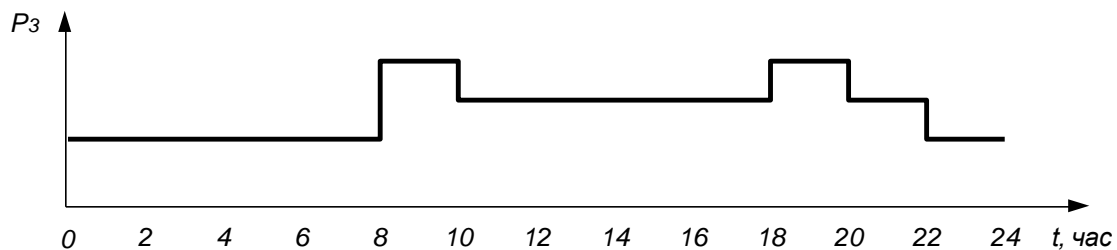


Рис. 1.5. Закон изменения задания активной мощности

**Следящая АСУ** – система, алгоритм функционирования которой содержит предписание изменять управляемую величину в соответствии с заранее неизвестной функцией времени:

$$x(t) \approx x_3(t) = f_c(t). \quad (1.5)$$

Примером следящей АСУ является система управления активной мощностью нагрузки синхронного генератора на электрической станции в течение суток. Управляемой величиной в системе служит активная мощность нагрузки  $P$  генератора. Закон изменения задания активной мощности  $P_3$  (задающего воздействия) определяется, например, диспетчером энергосистемы и имеет неопределенный характер в течение суток.

В стабилизирующих, программных и следящих АСУ цель управления заключается в обеспечении равенства или близости управляемой величины  $x(t)$  к ее заданному значению  $x_3(t)$ . Такое управление, осуществляемое с целью поддержания называется регулированием.

$$x(t) \approx x_3(t), \quad (1.6)$$

Управляющее устройство, осуществляющее регулирование, называется регулятором, а сама система – системой регулирования.

В зависимости от конфигурации цепи воздействий различают три вида АСУ:  
с разомкнутой цепью воздействий (разомкнутая система);  
с замкнутой цепью воздействий (замкнутая система);  
с комбинированной цепью воздействий (комбинированная система).

**Разомкнутая АСУ** – система, в которой не осуществляется контроль управляемой величины, т.е. входными воздействиями ее управляющего устройства являются только внешние (задающее и возмущающее) воздействия.

Разомкнутые АСУ можно разделить в свою очередь на два типа:  
осуществляющие управление в соответствии с изменением только задающего воздействия (рис. 1.6, а);  
осуществляющие управление в соответствии с изменением и задающего и возмущающего воздействий (рис. 1.6, б).

Алгоритм управления разомкнутой системы первого типа имеет вид

$$y(t) = Ay[ x_3(t) ] \quad (1.7)$$

Чаще всего оператор  $Ay$  устанавливает пропорциональную связь между задающим воздействием  $x_3(t)$  и управляющим воздействием  $y(t)$ , а сама система в этом случае осуществляет программное управление.

Системы первого типа работают с достаточной эффективностью лишь при условии, если влияние возмущений на управляемую величину невелико и все элементы разомкнутой цепи обладают достаточно стабильными характеристиками.

В системах управления по возмущению (рис. 1.6, б) управляющее воздействие зависит от возмущающего и задающего воздействий:

$$y(t) = Ay[x_3(t), z(t)] \quad (1.8)$$

В большинстве случаев разомкнутые системы управления по возмущению выполняют функции стабилизации управляемой величины.

Преимущество разомкнутых систем управления по возмущению – их быстродействие: они компенсируют влияние возмущения еще до того, как оно проявится на выходе объекта. Но применимы эти системы лишь в том случае, если на управляемую величину действуют одно или два возмущения и есть возможность измерения этих возмущений. Например, сравнительно легко можно измерять температуру, расход воды, ток нагрузки генератора. Поэтому если эти величины действуют на объект как возмущения, то обычно стремятся стабилизировать их при помощи дополнительной системы или ввести в основную систему управления данным объектом сигнал, пропорциональный такому воздействию.

Замкнутая АСУ (АСУ с обратной связью) – система, в которой входными

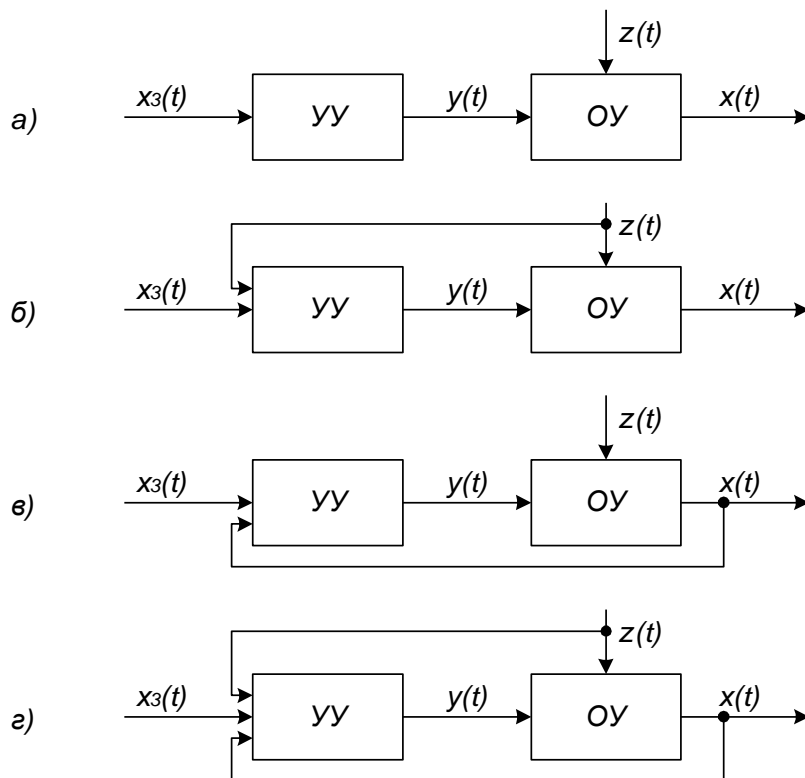


Рис. 1.6. Функциональные схемы АСУ с разомкнутой (а, б), замкнутой (в) и с комбинированной (г) цепями воздействий

воздействиями ее управляющего устройства являются как внешнее (задающее), так и внутреннее (контрольное) воздействия.

Управляющее воздействие в замкнутой системе (рис. 1.6, в) формируется в большинстве случаев в зависимости от величины и знака отклонения истинного значения управляемой величины от ее заданного значения:

$$y(t) = Ay[\varepsilon(t)], \quad (1.9)$$

где  $\varepsilon(t) = x_3(t) - x(t)$  – сигнал ошибки (сигнал рассогласования).

Замкнутую систему называют часто системой управления по отклонению.

В замкнутой системе контролируется непосредственно управляемая величина и тем самым при выработке управляющего воздействия учитывается действие всех возмущений, влияющих на управляемую величину. В этом заключается преимущество замкнутых систем. Но из-за наличия замкнутой цепи воздействий в этих системах могут возникать колебания, которые в некоторых случаях делают систему неработоспособной. Кроме того, сам принцип действия замкнутых систем (принцип управления по отклонению) допускает нежелательные изменения управляемой величины: вначале возмущение должно проявиться на выходе, система “почувствует” отклонение и лишь потом выработает управляющее воздействие, направленное на устранение этого отклонения. Такая “медлительность” снижает эффективность управления. Несмотря на наличие определенных недостатков, этот принцип управления широко применяется при создании АСУ.

Основное внимание в настоящем курсе будет уделено именно замкнутым системам управления.

**Комбинированная АСУ** – система, в которой входными воздействиями ее управляющего устройства являются как внешние (задающее и возмущающее), так и внутреннее (контрольное) воздействия.

В комбинированных системах (рис. 1.6, г) имеется две цепи воздействий – по заданию и по возмущению, и управляющее воздействие формируется согласно оператору

$$y(t) = Az[\varepsilon(t)] + Av[z(t)]. \quad (1.10)$$

Эффективность работы комбинированной АСУ всегда больше, чем у порознь функционирующих замкнутой или разомкнутой систем.

В зависимости от способа выработки управляющего воздействия замкнутые АСУ разделяют на:

беспоисковые;

поисковые.

**Беспоисковая АСУ** – АСУ, в которой управляющее воздействие вырабатывается в результате сравнения истинного значения управляемой величины с заданным значением.

Такие системы применяют для управления сравнительно несложными объектами, характеристики которых достаточно хорошо изучены и для которых заранее известно в каком направлении и на сколько нужно изменить управляющее воздействие при определенном отклонении управляемой величины от заданного значения. Таковой, например, является рассмотренная ранее АСУ возбуждением синхронного генератора (рис. 1.2).

**Поисковая АСУ** – АСУ, в которой управляющее воздействие формируется с помощью пробных управляющих воздействий и путем анализа результатов этих пробных воздействий.

Такую процедуру поиска правильного управляющего воздействия приходится применять в тех случаях, когда характеристики объекта управления меняются или

известны не полностью; например, известен вид зависимости управляемой величины от управляющего воздействия, но неизвестны числовые значения параметров этой зависимости. Поэтому поисковые системы называют еще системами с неполной информацией.

Особый класс АСУ образуют системы, которые способны автоматически приспосабливаться к изменению внешних условий и свойств объекта управления, обеспечивая при этом необходимое качество управления путем изменения структуры и параметров управляющего устройства. Они называются адаптивными системами. В составе адаптивной АСУ имеется дополнительное автоматическое устройство, которое меняет алгоритм управления основного управляющего устройства таким образом, чтобы АСУ в целом осуществляла заданный алгоритм функционирования. Алгоритм функционирования адаптивной АСУ предписывает обычно максимизацию показателя качества, который характеризует либо свойства процесса управления в АСУ в целом (быстродействие, точность и т.д.), либо свойства процессов, протекающих в объекте управления (производительность, достижение наивысшего коэффициента полезного действия, минимизация затрат и т. д.). Поэтому адаптивные АСУ являются, как правило, еще и оптимальными.

По некоторым дополнительным признакам АСУ классифицируются следующим образом.

В зависимости от вида сигналов, действующих в системах, АСУ разделяют на: непрерывные; дискретные.

**Непрерывная АСУ** – АСУ, в которой действуют непрерывные (аналоговые), определенные в каждый момент времени сигналы.

**Дискретная АСУ** – АСУ, в которой действует хотя бы один дискретный, определенный только в некоторые моменты времени сигнал.

К дискретным АСУ относятся, например, АСУ, имеющие в своем составе цифровые вычислительные устройства: микропроцессоры, контроллеры, электронные вычислительные машины.

По степени зависимости управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия АСУ делят на:

статические;

астатические.

**Статическая АСУ** – АСУ, в которой имеется зависимость управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия.

**Астатическая АСУ** – АСУ, в которой отсутствует зависимость управляемой величины в установившемся режиме от величины возмущающего воздействия.

По виду дифференциальных уравнений, описывающих элементы АСУ они делятся на: линейные; нелинейные.

## **Контрольные вопросы**

1. Укажите на основные принципы классификации систем автоматического управления?
2. В зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени на какие виды делятся АСУ?

5 - лекция	Характеристики воздействий и сигналов в АСУ. Статические характеристики элементов.
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Особенности передаточных свойств элементов АСУ</li> <li>2. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ</li> <li>3. Статические характеристики элементов</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об особенностях передаточных свойств элементов АСУ, о характеристиках элементов, воздействий и сигналов		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями элементов АСУ;</li> <li>• рассказать об основных характеристиках элементов АСУ, передаточные свойства элементов АСУ;</li> <li>• рассмотреть виды воздействий и сигналов;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• назвать характеристики воздействий и сигналов в АСУ</li> <li>• дать определение понятиям: сигнал, регулярный (детерминированный) сигнал, непрерывный (аналоговый) сигнал, нерегулярный сигнал, дискретный сигнал, импульсное и гармоническое воздействие;</li> <li>• Дать характеристику статического и динамического режимов работы системы;</li> <li>• Раскрыть понятие неустановившийся (переходный) и установившийся (квазиустановившийся) режимы</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (5-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Укажите на основные принципы классификации систем автоматического управления? 2. В зависимости от характера изменения задающего воздействия во времени на какие виды делятся АСУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Характеристики воздействий и сигналов в АСУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Особенности передаточных свойств элементов АСУ? По 2 вопросу. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ? По 3 вопросу. Статические характеристики элементов? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 5.

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЗДЕЙСТВИЙ И СИГНАЛОВ В АСУ. СТАТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ

#### **План:**

1. Особенности передаточных свойств элементов АСУ
2. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ
3. Статические характеристики элементов

При взаимодействии частей АСУ между собой, а также и при процессе функционирования самого объекта управления осуществляется преобразование энергии одного вида в энергию другого вида. Это обусловлено различной физической природой элементов, входящих в состав АСУ. Так одна и та же система может включать в себя, например, механические, электрические и гидравлические элементы. Но процессы преобразования и перераспределения энергии в АСУ, в отличие от многих других физических систем, строго ориентированы, т. е. энергия и воздействия передаются только в определенном направлении.

Направленность передачи воздействий в АСУ обеспечивается благодаря наличию у одного или нескольких конструктивных элементов системы так называемого детектирующего свойства. Это свойство заключается в том, что рассматриваемый элемент не оказывает обратного действия на предыдущий элемент, а его выходная величина не влияет на свою входную. Например, электрический четырехполюсник обладает однонаправленностью передачи воздействий, если он не нагружает предшествующий четырехполюсник, т. е. если выходное сопротивление предшествующего элемента существенно меньше входного сопротивления рассматриваемого четырехполюсника.

Обычно свойством однонаправленности обладают те элементы АСУ, которые передают информационные воздействия. К таким элементам относятся в первую очередь измерители и преобразователи сигналов. Конструктивные части системы, через которые передаются энергетические воздействия, этим свойством, как правило, не обладают.

Только вследствие наличия элементов направленного действия в АСУ создается замкнутый контур передачи воздействий, при помощи которого и осуществляется целенаправленный процесс управления. Без таких элементов АСУ были бы неработоспособны или малоэффективны.

#### **Характеристики воздействий и сигналов в АСУ**

Большое разнообразие конструкций и условий работы АСУ определяет многообразие воздействий и сигналов. Анализ конкретных АСУ существенно упрощается, если пользоваться разработанной в ТАУ типизацией воздействий и сигналов.

Рассмотрим основные типы сигналов и воздействий.

В зависимости от характера изменения во времени различают сигналы:

регулярный (детерминированный);  
нерегулярный.

**Регулярный (детерминированный) сигнал** – сигнал, который изменяется по определенному закону и может быть описан конкретной математической функцией времени.



Пример регулярного сигнала приведен на рис. 1, а.

**Нерегулярный сигнал** – сигнал, который изменяется во времени случайным образом и не может быть представлен конкретной математической функцией.

Характер изменения случайного сигнала во времени показан на рис. 1, б.

В зависимости от определенности во времени различают сигналы:

непрерывный (аналоговый);

дискретный.

**Непрерывный (аналоговый) сигнал** – сигнал, который определен в любой момент времени.

Примерами такого сигнала являются сигналы, приведенные на рис. 1, а,б.

**Дискретный сигнал** – сигнал, который определен лишь в некоторые моменты времени.

Пример дискретного сигнала приведен на рис. 1, в.

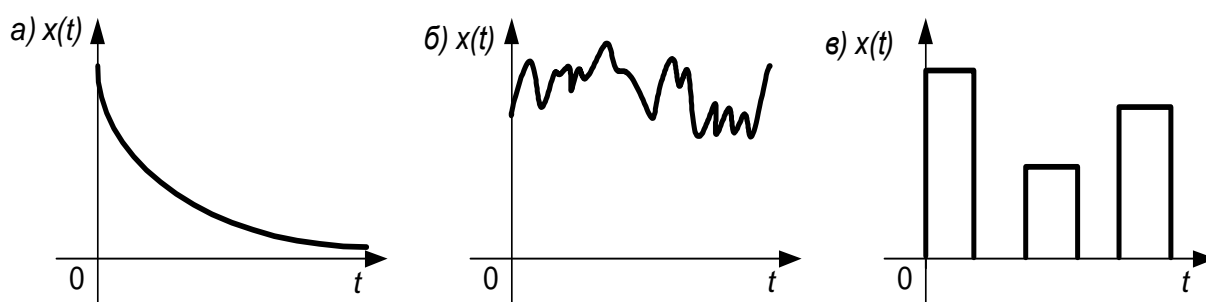


Рис. 1. Виды сигналов

При исследовании АСУ и их элементов используют ряд стандартных сигналов, называемых типовыми воздействиями. Эти воздействия описываются простыми математическими функциями и легко воспроизводятся при исследовании АСУ. Использование типовых воздействий позволяет унифицировать анализ различных систем и облегчает сравнение их передаточных свойств.

Наибольшее применение в ТАУ находят следующие типовые воздействия:

ступенчатое; импульсное; гармоническое; линейное.

**Ступенчатое воздействие** – воздействие, которое мгновенно возрастает от нуля до некоторого значения и далее остается постоянным (рис. 2, а).

Ступенчатому воздействию соответствует функция

$$x(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ a_0 & \text{при } t > 0. \end{cases} \quad (1)$$

При анализе и расчете систем удобно использовать ступенчатое воздействие, у которого величина  $a_0 = 1$ . Его называют единичным ступенчатым воздействием и обозначают  $1(t)$ . Математическое выражение, описывающее единичное ступенчатое воздействие, имеет вид

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ 1 & \text{при } t > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Любое неединичное ступенчатое воздействие можно обозначить  $a_0 1(t)$ . Единичное ступенчатое воздействие, возникающее в момент времени  $t - t_1$ , обозначают  $1(t - t_1)$ .

Ступенчатое воздействие чаще всего используют при исследованиях систем стабилизации параметров, так как эти воздействия наиболее близки к реальным входным (задающим и возмущающим) воздействиям систем стабилизации.

**Импульсное воздействие** – одиночный импульс прямоугольной формы (рис. 2, б), имеющий достаточно большую высоту и малую длительность (по сравнению с инерционностью испытываемой системы) с площадью  $a_0$ .

При математическом анализе АСУ используют единичное импульсное воздействие, описываемое так называемой дельта-функцией

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0; \\ \infty & \text{при } t > 0, \end{cases} \quad (3)$$

причем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1. \quad (4)$$

Последние два выражения позволяют рассматривать дельта-функцию, как импульс, имеющий бесконечно большую высоту, бесконечно малую длительность и единичную площадь. Дельта-функцию можно определить также как производную единичного ступенчатого воздействия:

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}. \quad (5)$$

Неединичное импульсное ступенчатое воздействие с площадью  $a_0$  обозначается

$$x(t) = a_0 \delta(t). \quad (6)$$

**Гармоническое воздействие** – сигнал синусоидальной формы, описываемый функцией (рис. 2, в)

$$x(t) = x_m \sin \omega t, \quad (-\infty < t < \infty), \quad (7)$$

где  $x_m$  – амплитуда сигнала;  $\omega = 2\pi / T$  – круговая частота;  $T$  – период сигнала.

Гармонический сигнал, начинающий действовать в момент времени  $t = 0$ , описывают при помощи единичной ступенчатой функции:

$$x(t) = 1(t) x_m \sin \omega t, \quad (0 \leq t < \infty). \quad (8)$$

Линейное воздействие – воздействие, описываемое функцией (рис. 2, г)

$$x(t) = 1(t) a_1 t, \quad (0 \leq t < \infty). \quad (9)$$

Коэффициент  $a_1$  характеризует скорость нарастания воздействия  $x(t)$ .

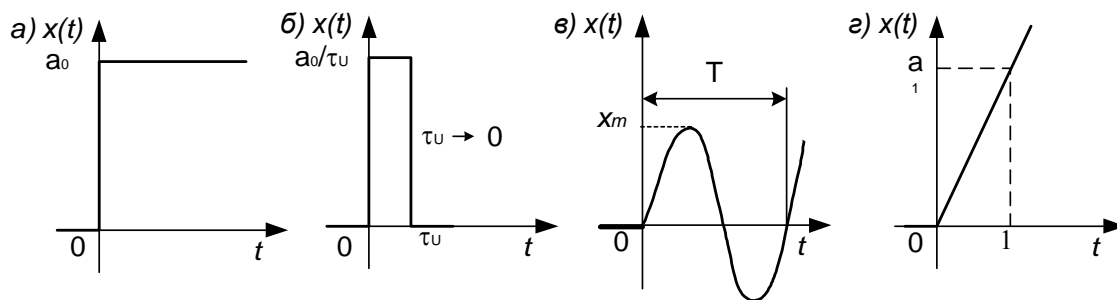


Рис. 2. Виды типовых воздействий

По характеру изменения выходной величины во времени различают следующие режимы элемента АСУ:

статический;  
динамический.

**Статический режим** – состояние элемента АСУ, при котором выходная величина не изменяется во времени, т. е.  $y(t) = \text{const}$ .

Очевидно, что статический режим (или состояние равновесия) может иметь место лишь тогда, когда входные воздействия постоянны во времени. Связь между входными и выходными величинами в статическом режиме описывают алгебраическими уравнениями.

**Динамический режим** – состояние элемента АСУ, при котором входная величина непрерывно изменяется во времени, т. е.  $y(t) = \text{var}$ .

Динамический режим имеет место, когда в элементе после приложения входного воздействия происходят процессы установления заданного состояния или заданного изменения выходной величины. Эти процессы описываются в общем случае дифференциальными уравнениями.

**Динамические режимы в свою очередь разделяются на:**

неустановившийся (переходный);

установившийся (квазиустановившийся).

**Неустановившийся (переходный) режим** – режим, существующий от момента начала изменения входного воздействия до момента, когда выходная величина начинает изменяться по закону этого воздействия.

**Установившийся режим** – режим, наступающий после того, когда выходная величина начинает изменяться по такому же закону, что и входное воздействие, т. е. наступающий после окончания переходного процесса.

В установившемся режиме элемент совершает вынужденное движение. Очевидно, что статический режим является частным случаем установившегося (вынужденного) режима при  $x(t) = \text{const}$ .

Понятия «переходный режим» и «установившийся режим» иллюстрируются графиками изменения выходной величины  $y(t)$  при двух типовых входных воздействиях  $x(t)$  (рис. 3). Граница между переходным и установившимся режимами показана вертикальной пунктирной линией.

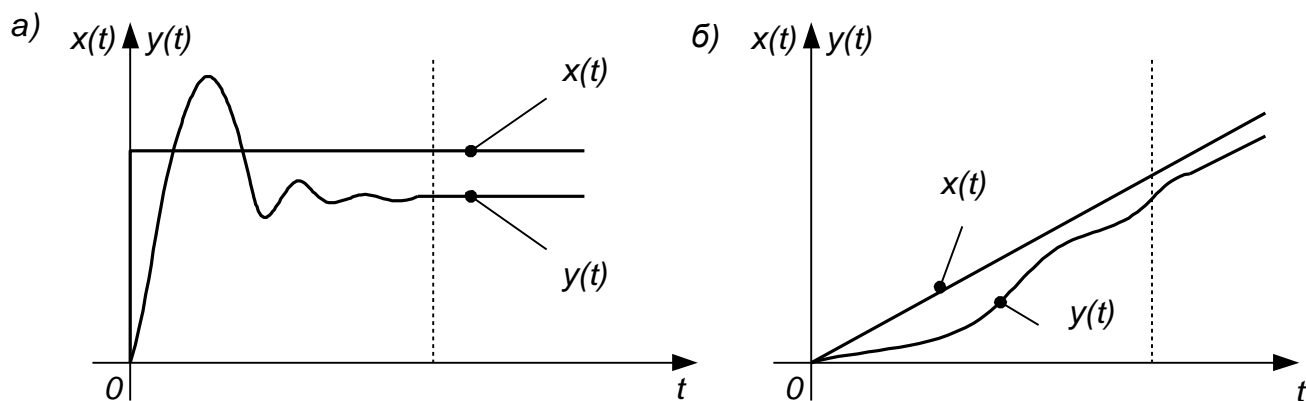


Рис. 3. Переходные и установившиеся режимы при типовых воздействиях

## Статические характеристики элементов

Передаточные свойства элементов и АСУ в статическом режиме описывают с помощью статических характеристик.

Статическая характеристика элемента – зависимость выходной величины  $y$  элемента от входной  $x$

$$y = f(x) = y(x) \quad (10)$$

в установившемся статическом режиме.

Статическая характеристика конкретного элемента может быть задана в аналитическом виде (например,  $y = kx^2$ ) или в виде графика (рис. 4).

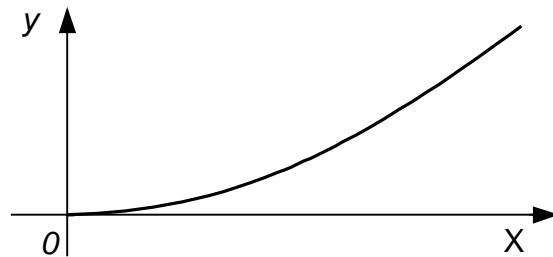


Рис. 4. Статическая характеристика элемента

Как правило, связь между входной и выходной величинами – однозначная. Элемент с такой связью называют статическим (позиционным) (рис. 5, а). Элемент с неоднозначной связью – астатическим (рис.5, б).

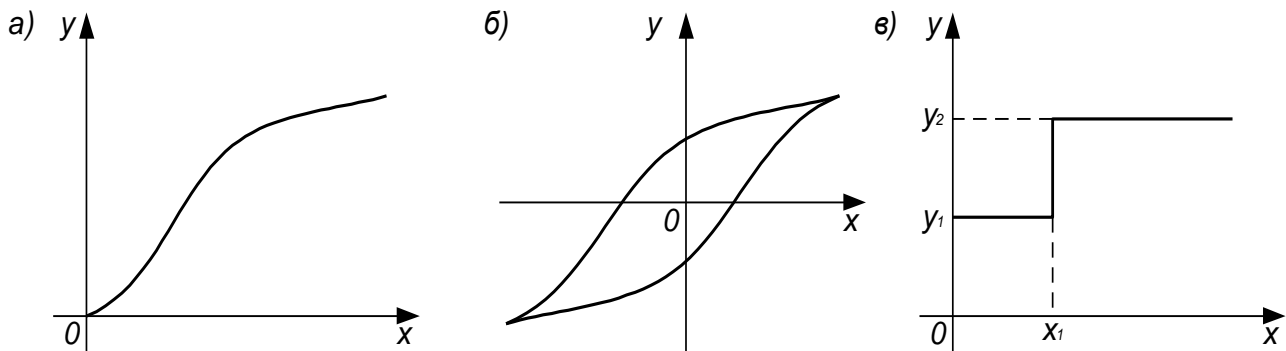


Рис. 5. Виды статических характеристик

По виду статических характеристик элементы разделяют на:  
линейные;  
нелинейные.

**Линейный элемент** – элемент, имеющий статическую характеристику в виде линейной функции (рис. 6):

$$y = b + ax. \quad (11)$$

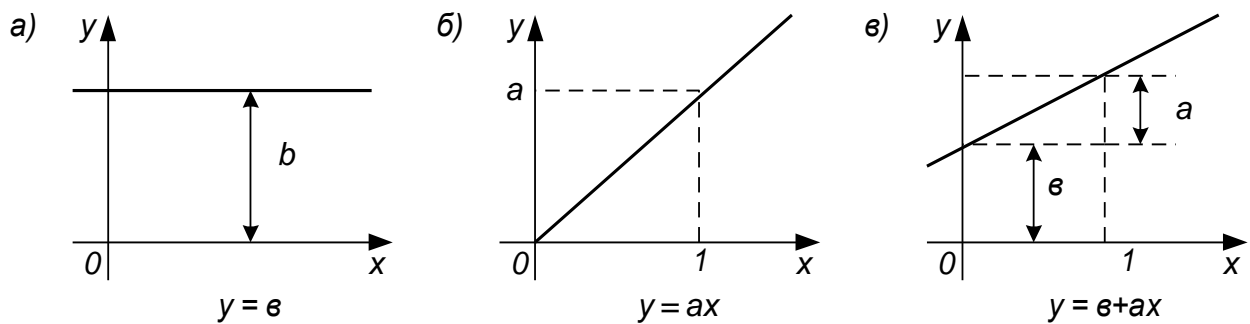


Рис. 6. Виды линейной функции

**Нелинейный элемент** – элемент, имеющий нелинейную статическую характеристику.

Нелинейная статическая характеристика аналитически обычно выражается в виде степенных функций, степенных полиномов, дробных рациональных функций и более сложных функций (рис. 7).

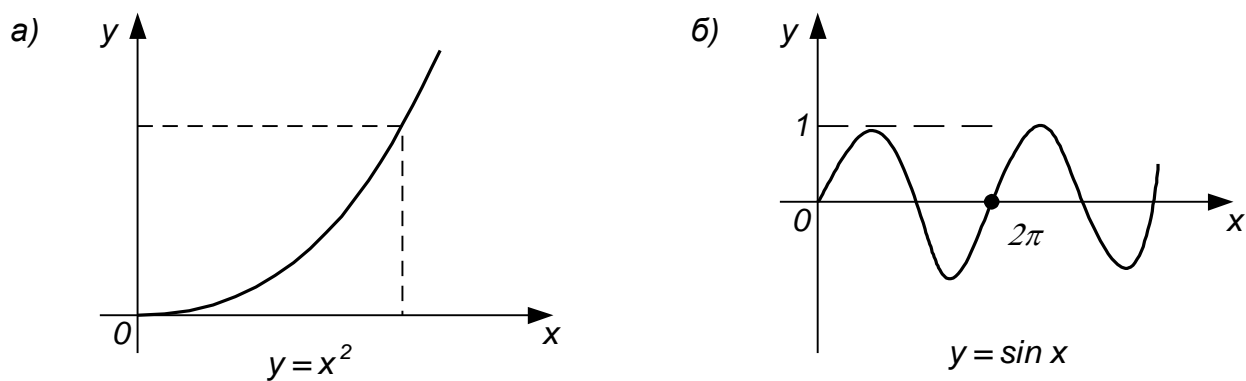


Рис. 7. Виды нелинейных функций

6 - лекция	Динамические характеристики элементов САУ. Обыкновенное дифференциальное уравнение
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Формы динамических характеристик АСУ Обыкновенное дифференциальное уравнение	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о формах динамических характеристик АСУ, а также об использовании обыкновенных дифференциальных уравнений		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями динамические характеристики и обыкновенное дифференциальное уравнение;</li> <li>• рассказать об основных характеристиках элементов САУ;</li> <li>• рассмотреть основные формы динамических характеристик АСУ;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• назвать динамические характеристики элементов САУ;</li> <li>• дать определение понятиям: САУ, ОДУ, временные характеристики системы, динамические характеристики, передаточные свойства элементов АСУ;</li> <li>• Перечислить формы динамических характеристик САУ;</li> <li>• Раскрыть понятие частотные и временные характеристики.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (6-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Особенности передаточных свойств элементов АСУ? 2. Характеристики воздействий и сигналов в АСУ? 3. Статические характеристики элементов? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Динамические характеристики элементов АСУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Формы динамических характеристик АСУ? По 2 вопросу. Обыкновенное дифференциальное уравнение? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 6.

### ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ АСУ. ОБЫКНОВЕННОЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ.

#### План:

3. *Формы динамических характеристик АСУ*
4. *Обыкновенное дифференциальное уравнение*

Передаточные свойства элементов АСУ в динамическом режиме описывают с помощью динамических характеристик.

Различают следующие формы динамических характеристик:  
обыкновенное дифференциальное уравнение;  
временные характеристики;  
передаточная функция;  
частотные характеристики.

#### Обыкновенное дифференциальное уравнение

Обыкновенное дифференциальное уравнение является наиболее общей и полной формой описания передаточных свойств элементов АСУ.

Классическим оператором преобразования, связывающим входной и выходной сигналы линейной системы, является линейное ДУ с постоянными коэффициентами (рис.1).

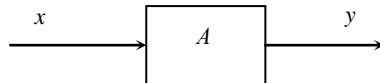


Рис..1

$y = A\{x\}$ ;  $A$  – оператор преобразования

Переменная, стоящая в правой части уравнения, является входным воздействием, а в левой – выходной величиной.

В общем случае линейное неоднородное ДУ записывается в виде

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 x^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x. \quad (1)$$

Из теории ДУ известно, что интегрирование уравнения (1), т.е. определение  $y(t)$  при заданном  $x(t)$ , сводится к нахождению общего интеграла однородного ДУ (без правой части) и частного решения неоднородного ДУ (с правой частью). Тогда общее решение неоднородного ДУ

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t),$$



где  $y_1(t)$  – общее решение однородного ДУ, характеризует свободное движение системы (без внешних воздействий);  $y_2(t)$  – частное решение неоднородного ДУ, характеризует вынужденное движение системы.

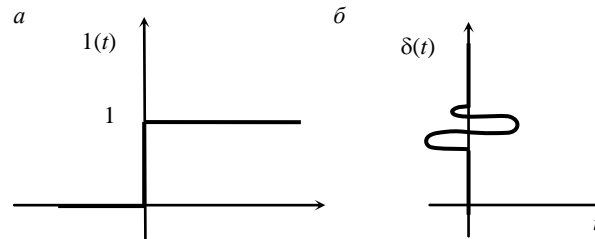


Рис.2

Общее решение однородного ДУ обычно отыскивается в виде экспоненты

$$y_1(t) = C e^{pt} . \quad (2)$$

Взяв от (2) производные и подставив в (1), получим

$$a_0 p^n C e^{pt} + \dots + a_n C e^{pt} = 0 ,$$

или, сократив на  $e^{-pt}$ , имеем

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0 . \quad (3)$$

Уравнение (3) является характеристическим уравнением ДУ (1), имеющим  $n$  корней и, следовательно,  $n$  независимых решений. Известно, что если имеется  $n$  независимых решений уравнения, то их сумма также является решением этого уравнения, т.е.

$$y_1(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t} ,$$

где  $p_i$  – корни характеристического уравнения;  $C_i$  – постоянные интегрирования, определяемые из начальных условий.

Частное решение неоднородного ДУ обычно отыскивается в том же виде, в каком дана правая часть, т.е. зависит от вида функции  $x(t)$  на входе.

В реальных системах входной сигнал чаще всего бывает случайной функцией времени. Поэтому, чтобы сопоставить переходные процессы в различных системах, рассматривают динамику систем при так называемых типовых входных воздействиях, в качестве которых чаще всего применяются единичные ступенчатая и импульсная функции.

Единичная ступенчатая функция (рис.2, а) описывает мгновенное изменение входного сигнала и обозначается  $x(t) = 1(t)$  ,

$$1(t) = \begin{cases} 0 & \forall t < 0; \\ 1 & \forall t \geq 0. \end{cases}$$

Единичная импульсная функция (рис.3.2, б) описывается выражением

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \forall t = 0; \\ 0 & \forall t \neq 0; \end{cases}$$

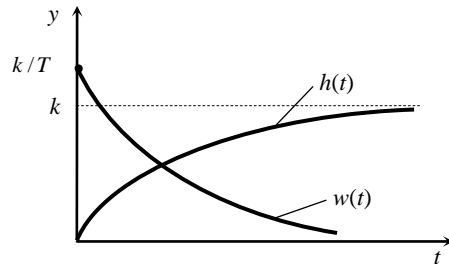


Рис. 3

Очевидно, что функции  $1(t)$  и  $\delta(t)$  связаны между собой соотношением  $\delta(t) = 1'(t)$ . При подаче на вход системы типового входного воздействия вида  $1(t)$  или  $\delta(t)$  выходная величина системы будет изменяться во времени тем или иным образом. Это изменение и является реакцией системы на определенное воздействие.

Если  $x(t) = 1(t)$  и начальные условия нулевые, то реакция системы называется переходной функцией или переходной характеристикой  $h(t)$ .

Если  $x(t) = \delta(t)$  и начальные условия нулевые, то реакция системы называется импульсной переходной характеристикой или функцией веса  $w(t)$ .

Функции  $h(t)$  и  $w(t)$  называются временными характеристиками системы или кривыми разгона, и для линейных звеньев связаны соотношением

$$w(t) = h'(t)$$

**Пример 2.** Пусть система управления описывается ДУ первого порядка  $T\dot{y} + y = kx$ ,  
**Найти временные характеристики системы.**

Характеристическое уравнение  $Tp + 1 = 0$  имеет корень  $p_1 = -1/T$ . Общее решение однородного ДУ имеет вид  $y_1(t) = C_1 e^{-t/T}$ . Предположим, что  $x(t) = 1(t)$ , тогда частное решение  $x(t) = 1(t)$ , тогда частное решение ДУ  $y_2(t) = C_2 = \text{const}$ . Подставив его в ДУ, получим  $C_2 = k$ . Тогда общее решение неоднородного ДУ  $y(t) = C_1 e^{-t/T} + k$ .

Из начальных условий  $y(0) = 0$  находим постоянную интегрирования  $C_1$ :  $0 = C_1 + k$ , откуда  $C_1 = -k$ . Тогда  $y(t) = h(t) = k(1 - e^{-t/T})$  и  $w(t) = h'(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T}$  (рис.3.3).

**Пример 3.** Если на вход системы (пример 2) подается линейно изменяющийся сигнал (рис. 4, а), имеем

$$T\dot{y} + y = kt,$$

при этом  $y_1(t) = C_1 e^{-t/T}$ ;  $y_2(t) = C_2 t + C_3$ .

Подставив  $y_2(t)$  в ДУ, получим  $C_2 T + C_2 t + C_3 = kt$ , откуда, приравняв коэффициенты при одинаковых степенях переменной  $t$ , имеем  $C_2 = k$ ,  $C_2 T + C_3 = 0$ , и, следовательно,  $C_3 = -kT$ . Тогда общее решение неоднородного

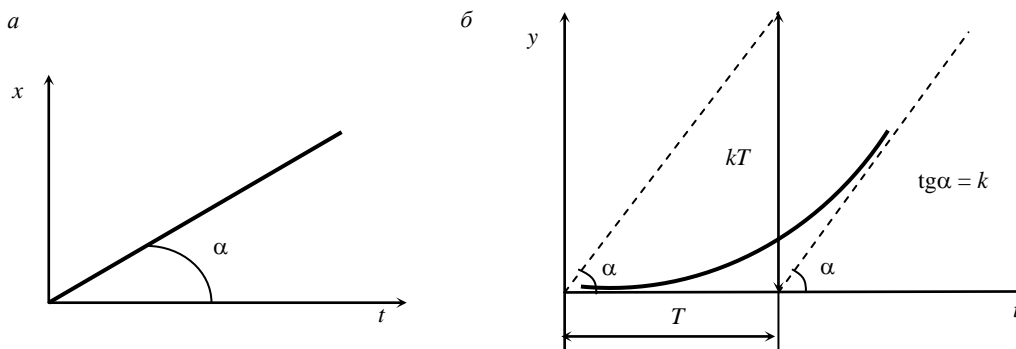


Рис. 4

ДУ (рис. 4, б)  $y(t) = C_1 e^{-t/T} + kt - kT$

При начальных условиях  $y(0) = 0$  найдем  $C_1 = Tk$ .

Окончательно получим

$$y(t) = k \left[ t - T(1 - e^{-t/T}) \right].$$

### Контрольные вопросы.

1. Перечислите форм динамических характеристик АСУ
2. Какое место занимает понятие «Обыкновенное дифференциальное уравнение» в математическом моделирование

7 - лекция	Решение ДУ с помощью преобразования Лапласа.
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Введение Основные свойства преобразования Лапласа.	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об основных свойствах преобразования Лапласа		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с преобразованием Лапласа;</li> <li>• рассказать об основных принципах применения преобразования Лапласа;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества применения преобразования Лапласа для решения ДУ;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Студент должен:</li> <li>• назвать основные свойства преобразования Лапласа;</li> <li>• дать определение понятиям: свойства линейности, оригинал, изображение по Лапласу, преобразование Лапласа;</li> <li>• уметь решать ДУ с помощью преобразования Лапласа;</li> <li>• Раскрыть понятие оригинал и изображение по Лапласу.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (7-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Перечислите форм динамических характеристик АСУ? 2. Какое место занимает понятие «Обыкновенное дифференциальное уравнение» в математическом моделирование? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Решение дифференциальному уравнения с помощью преобразования Лапласа?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Основные свойства преобразования Лапласа? По 2 вопросу. Изображение интеграла по преобразования Лапласа? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 7. РЕШЕНИЕ ДУ С ПОМОЩЬЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

### План:

3. Введение
4. Основные свойства преобразования Лапласа.

### 1. Введение

Применение преобразования Лапласа позволяет перейти от решения системы ДУ к решению системы алгебраических уравнений. Кроме того, исключается необходимость определения постоянных интегрирования, т.к. их учитывают при применении преобразования Лапласа, а общее решение неоднородного ДУ при любой правой части определяется сразу, т.е. исключается раздельное нахождение  $y_1(t)$  и  $y_2(t)$ .

Пусть  $f(t)$  – действительная функция действительного переменного  $t$ , удовлетворяющая условиям Дирихле (непрерывна и дифференцируема на рассматриваемом интервале) и равная нулю при  $t < 0$ . Будем называть эту функцию оригиналом. Каждому оригиналу  $f(t)$  всегда можно поставить в соответствие функцию  $F(p)$  комплексного переменного  $p = \alpha \pm j\omega$ , определенную как интеграл вида

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \quad (1)$$

или

$$F(p) = L\{f(t)\},$$

где  $L$  – преобразование Лапласа.

Правая часть (1) называется прямым преобразованием Лапласа функции  $f(t)$ , а функция  $F(p)$  – изображением Лапласа.

В таблице представлены Лапласовы изображения некоторых функций.

Оригинал	Изображение по Лапласу
$f(t) = A$	$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} A e^{-pt} dt = A \frac{-1}{p} e^{-pt} \Big _0^{\infty} = \frac{A}{p}$
$f(t) = 1(t)$	$L\{1(t)\} = \frac{1}{p}$
$f(t) = \delta(t)$	$L\{\delta(t)\} = \lim_{\substack{a \rightarrow 0 \\ b \rightarrow \infty}} \int_a^b \delta(t) e^{-pt} dt = \int_{-0}^{+0} \delta(t) dt = 1$

### 2. Основные свойства преобразования Лапласа.

**1. Свойство линейности.** Изображение алгебраической суммы нескольких функций равно сумме изображений этих функций:

$$L\left\{\sum_{i=1}^n a_i f_i(t)\right\} = \sum_{i=1}^n a_i L\{f_i(t)\} \quad (2)$$

Справедливость выражения (2) вытекает из определения (1), в соответствии с которым преобразование Лапласа представляет собой линейную операцию.

**2. Дифференцирование оригиналов.** Производной от функции  $f(t)$  соответствует разность изображений этой функции  $F(p)$ , умноженной на  $p$ , и ее начального значения  $f(0)$ :

$$L\{f'(t)\} = pF(p) - f(0) . \quad (2)$$

Действительно, умножив (1) на  $p$ , получим

$$\begin{aligned} pF(p) &= p \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt = \left| \begin{array}{l} u = f(t), \quad du = f'(t) dt \\ dv = p e^{-pt} dt, \quad v = -e^{-pt} \end{array} \right| = \\ &= -f(t) e^{-pt} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} -e^{-pt} f'(t) dt = f(0) + L\{f'(t)\} . \end{aligned}$$

Выполнив этот прием  $n$  раз, получим

$$L\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p) - \sum_{k=1}^n p^{n-k} f^{(k-1)}(0) . \quad (3)$$

Выражение (3) является математической записью теоремы дифференцирования. При нулевых начальных условиях выражение (3) принимает вид

$$L\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p) .$$

**3. Изображение интеграла.** Можно показать, что

$$L\left\{ \int_0^t f(t) dt \right\} = \frac{F(p)}{p} .$$

Рассмотрим методику интегрирования линейных ДУ с постоянными коэффициентами. В соответствии со свойствами 1 и 2, ДУ в области вещественного переменного  $t$  преобразуются в области комплексного переменного  $p$  в алгебраическое выражение. При этом автоматически учитываются начальные условия и определяются постоянные интегрирования. Имеем

$$a_0 y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \dots + a_{n-1} \dot{y} + a_n y = b_0 x^{(m)} + b_1 y^{(m-1)} + \dots + b_{m-1} \dot{x} + b_m x . \quad (4)$$

Умножив (4) на  $e^{-pt}$  после интегрирования его по  $t$  в пределах от 0 до  $\infty$  при нулевых начальных условиях, получим это уравнение, преобразованное по Лапласу:

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n) Y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m) X(p) .$$

Отсюда

$$Y(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} X(p) = \frac{B(p)}{A(p)} X(p) \quad (5)$$

Обозначим  $B(p)/A(p) = W(p)$ .

Тогда (5) переписывается в виде  $Y(p) = W(p)X(p)$ , откуда

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} \quad (6)$$

Выражение (6), т.е. отношение изображения выходной переменной системы  $Y(p)$  к изображению входной переменной  $X(p)$  при нулевых начальных условиях, называется передаточной функцией системы.

Поскольку при исследовании динамических свойств системы требуется определить зависимость переменных в функции действительного аргумента  $t$ , возникает обратная задача: как от изображения переменной перейти к ее оригиналу.

Наиболее общим способом нахождения оригинала  $y(t)$  по известному изображению  $Y(p)$  является применение обратного преобразования Лапласа:

$$y(t) = L^{-1}\{Y(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\alpha-j\infty}^{\alpha+j\infty} Y(p) e^{pt} dp \quad (7)$$

Для большинства типовых изображений обратное преобразование Лапласа табулировано, поэтому наиболее простым способом нахождения оригинала по изображению является использование таблиц, в которых для наиболее распространенных функций  $y(t)$  приведены соответствующие изображения  $Y(p)$ .

Представим  $Y(p)$  дробно-рациональной функцией вида

$$Y(p) = \frac{B(p)}{A(p)},$$

где  $B(p)$  и  $A(p)$  – полином соответственно  $m$ -й и  $n$ -й степени, причем  $m < n$ . Тогда оригинал  $y(t)$  находим по теореме разложения Хевисайда – Карсона:

$$y(t) = \sum_{k=1}^n \frac{B(p_k)}{A'(p_k)} e^{p_k t}, \quad (8)$$

где  $p_k$  – корни уравнения  $A(p) = 0$ ;  $A'(p) = dA(p)/dp$ .

**Пример 1.** Пусть ДУ системы имеет вид

$$a_0 \ddot{y} + a_1 \dot{y} + a_2 y = kx$$

Требуется найти  $W(p)$ ,  $w(t)$ ,  $h(t)$ .



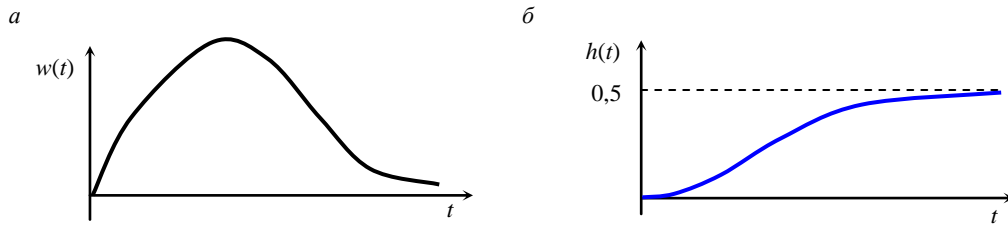


Рис.1

Преобразуем ДУ системы по Лапласу при нулевых начальных условиях. Получим  $(a_0p^2 + a_1p + a_2)Y(p) = kX(p)$ . Откуда передаточная функция будет

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{a_0p^2 + a_1p + a_2}$$

Пусть  $k = 1$ ,  $a_0 = 1$ ,  $a_1 = 3$ ,  $a_2 = 2$ . Для нахождения функции веса  $w(t)$  воспользуемся теоремой разложения. При этом учтем, что  $L\{\delta(t)\} = 1$ . Тогда

$$w(t) = L^{-1}\{W(p)\} = \sum_{k=1}^2 \frac{B(p_k)}{A'(p_k)} e^{p_k t} \quad (9)$$

Имеем  $A(p) = a_0p^2 + a_1p + a_2 = p^2 + 3p + 2 = 0$ ;  $p_1 = -1$ ;  $p_2 = -2$ ;  $A'(p) = 2p + 3$ ;  $B(p) = k = 1$ . Тогда, подставив  $B(p)$ ,  $A'(p)$ ,  $p_1$  и  $p_2$  в выражение (9), получим (рис.1, а)

$$w(t) = \frac{1}{2(-1) + 3} e^{-t} + \frac{1}{2(-2) + 3} e^{-2t} = e^{-t} - e^{-2t}$$

Аналогичным образом находим переходную характеристику (рис.1 б), при этом учитываем, что  $L\{1(t)\} = 1/p$ , тогда  $A(p) = (p^2 + 3p + 2)p = 0$ ;  $p_1 = -1$ ;  $p_2 = 2$ ;  $p_3 = 0$ ;  $A'(p) = 3p^2 + 2p + 2$ . Воспользовавшись (8), найдем  $h(t) = 0,5 + 0,5e^{-2t} - e^{-t}$ .

### Контрольные вопросы.

1. Приведите основных свойств преобразования Лапласа.

8 - лекция	Временные характеристики. Передаточная функция. Модальные характеристики.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Временные характеристики</li> <li>2. Передаточная функция.</li> <li>3. Модальные характеристики.</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о временных характеристиках, передаточной функции и модальных характеристиках		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями временные характеристики, передаточная функция;</li> <li>• рассказать об операционном методе описания и анализа АСУ;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества и недостатки использования передаточных функций;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• уметь составлять передаточную функцию объекта или системы;</li> <li>• дать определение понятиям: характеристическое уравнение, переходная функция, передаточная функция, модальные характеристики;</li> <li>• Назвать основные модальные характеристики;</li> <li>• Раскрыть понятие переходная и передаточная функция.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (8-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Приведите основных свойств преобразования Лапласа? 2. Основные роль преобразования Лапласа в ТАУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Временные характеристики, передаточная функция, модальные характеристики линейной части в ТАУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Временные характеристики? По 2 вопросу. Изображение интеграла по преобразования Лапласа? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

**ЛЕКЦИЯ 8.**  
**ВРЕМЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ.**  
**МОДАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ.**

**План:**

1. Временные характеристики
2. Передаточная функция.
3. Модальные характеристики.

**Временные характеристики**

Дифференциальное уравнение не дает наглядного представления о динамических свойствах элемента, но такое представление дает функция  $y(t)$ , т. е. решение этого уравнения.

Однако одно и то же дифференциальное уравнение может иметь множество решений, зависящих от начальных условий и характера входного воздействия  $x(t)$ , что неудобно при сопоставлении динамических свойств различных элементов. Поэтому было решено характеризовать эти свойства элемента только одним решением дифференциального уравнения, полученным при нулевых начальных условиях и одном из типовых воздействий: единичном ступенчатом, дельта-функции, гармоническом, линейном. Наиболее наглядное представление о динамических свойствах элемента дает его переходная функция  $h(t)$ .

Переходная функция  $h(t)$  элемента – изменение во времени выходной величины  $y(t)$  элемента при единичном ступенчатом воздействии и нулевых начальных условиях.

Переходная функция может быть задана:  
в виде графика;  
в аналитическом виде.

Переходная функция, как и любое решение неоднородного (с правой частью) дифференциального уравнения

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x(t). \quad (1)$$

имеет две составляющие:

вынужденную  $h_v(t)$  (равна установившемуся значению выходной величины);  
свободную  $h_c(t)$  (решение однородного уравнения).

Вынужденную составляющую можно получить решая уравнение (1) при нулевых производных и  $x(t) = 1$

$$h_v(t) = y(\infty) = \frac{b_m}{a_n}. \quad (2)$$

Свободную составляющую получаем решая уравнение (1) при нулевой правой части

$$h_c(t) = \sum_{k=1}^n C_k e^{p_k t}, \quad (3)$$

где  $p_k$  –  $k$ -й корень характеристического уравнения (в общем случае комплексное число);  $S_k$  –  $k$ -я постоянная интегрирования (зависит от начальных условий).

**Характеристическое уравнение** – алгебраическое уравнение, степень и коэффициенты которого совпадают с порядком и коэффициентами левой части линейного дифференциального уравнения вида (1)

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0.$$

### Передаточная функция

Наиболее распространенным методом описания и анализа АСУ является операционный метод (метод операционного исчисления), в основе которого лежит прямое интегральное преобразование Лапласа для непрерывных функций

$$F(p) = Z \{ f(t) \} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt. \quad (4)$$

Это преобразование устанавливает соответствие между функцией действительной переменной  $t$  и функцией комплексной переменной  $p = \alpha + j\beta$ . Функцию  $f(t)$ , входящую в интеграл Лапласа (4), называют оригиналом, а результат интегрирования – функцию  $F(p)$  – изображением функции  $f(t)$  по Лапласу.

Преобразование выполнимо лишь для функций, которые равны нулю при  $t < 0$ . Формально это условие в ТАУ обеспечивается умножением функции  $f(t)$  на единичную ступенчатую функцию  $1(t)$  или выбором начала отсчета времени с момента, до которого  $f(t) = 0$ .

Операционный метод в ТАУ получил широкое распространение, так как с его помощью определяют так называемую передаточную функцию, которая является самой компактной формой описания динамических свойств элементов и систем.

Применяя прямое преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению с использованием свойства получим алгебраическое уравнение

$$D(p)Y(p) = K(p)X(p), \quad (5)$$

где

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n \text{ - собственный оператор;} \quad (6)$$

$$K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m \text{ - входной оператор.} \quad (7)$$

**Введем понятие передаточной функции.**

**Передаточная функция** – отношение изображения выходной величины к изображению входной величины при нулевых начальных условиях:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}. \quad (8)$$

Тогда с учетом уравнения (5) и обозначений (6)- (7) выражение для передаточной функции принимает вид:

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}. \quad (9)$$

Значение переменной  $p$ , при которой передаточная функция  $W(p)$  обращается в бесконечность, называется полюсом передаточной функции. Очевидно, что полюсами являются корни собственного оператора  $D(p)$ .

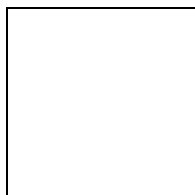
Значение переменной  $p$ , при которой передаточная функция  $W(p)$  обращается в нуль, называется нулем передаточной функции. Очевидно, что нулями являются корни входного оператора  $K(p)$ .

Если коэффициент  $a_0 \neq 0$ , то передаточная функция не имеет нулевого полюса ( $p = 0$ ), характеризуемый ей элемент называют астатическим и передаточная функция этого элемента при  $p = 0$  ( $t = \infty$ ) равна передаточному коэффициенту

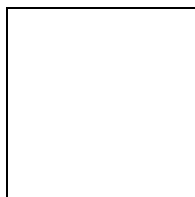
$$k = W(0) = \frac{b_m}{a_n}. \quad (10)$$

### Пример 1

Определить передаточную функцию объекта, дифференциальное уравнение которого имеет вид



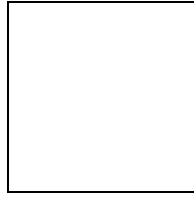
Используя оператор дифференцирования  $d/dt = p$ , запишем уравнение объекта в символической форме



или



на основании которого определим искомую передаточную функцию объекта

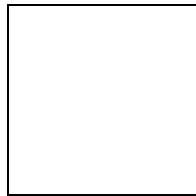


### Модальные характеристики

Модальные характеристики соответствуют свободной составляющей движения системы

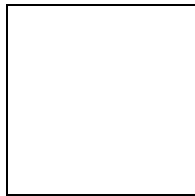
$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^n, \\ y = Cx, & (u, y) \in R^m, \quad n \geq m. \end{cases} \quad (11)$$

или, другими словами, отражают свойства автономной системы типа



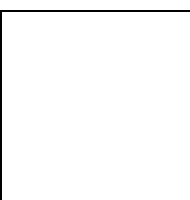

(12)

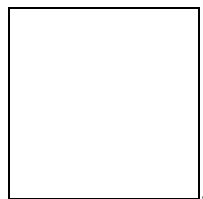
Будем искать ее решение в виде экспоненты



(13)



Где  скалярная экспонента,  - вектор начальных условий. Подставляя решение (13) в исходное уравнение (12), после преобразований получим



(14)

Система уравнений (14) будет иметь ненулевое решение относительно  $\mathbf{x}$ , если

$$\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (14)$$

(15)

Уравнение (15) называется характеристическим и имеет  $n$ -корней, которые называются собственными значениями матрицы  $\mathbf{A}$ . При подстановке собственных значений в (15) получим

$$(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) \mathbf{v} = \mathbf{0} \quad (15)$$

где  $\mathbf{v}$  - собственные векторы,

Совокупность собственных значений и собственных векторов представляет собой модальные характеристики системы.

Для (12) могут существовать лишь следующие экспоненциальные решения

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{v} e^{\lambda t} \quad (16)$$

(16)

которые называют модами.

Для получения характеристического уравнения системы достаточно общий знаменатель передаточной матрицы (передаточной функции) приравнять нулю.

### Контрольные вопросы.

1. Что называется переходной функцией?
2. Что называется характеристическим уравнением?
3. Что называется передаточной функцией?
4. Что называется модальными характеристиками?



9 - лекция	Частотные характеристики. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Частотные характеристики Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о частотных характеристиках линейных систем, а также рассмотреть пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятиями частотные характеристики; рассмотреть основные виды частотных характеристик: АЧХ, ЛЧХ, ФЧХ, АФЧХ ; • рассмотреть примеры определения статических и динамических характеристик элемента АСУ.	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • назвать основные частотные характеристики АСУ; • дать определение понятиям: АСУ, статические и динамические характеристики, частотные характеристики, АЧХ, ЛЧХ, ФЧХ, АФЧХ; • основные виды частотных характеристик • уметь определять статические и динамические характеристики элемента АСУ.	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (9-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Временные характеристики? 2. Основные роль преобразования Лапласа в ТАУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Частотные характеристики? По 2 вопросу. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

# ЛЕКЦИЯ 9

## ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ПРИМЕР ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКИХ И ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЭЛЕМЕНТА АСУ

**План:**

1. Частотные характеристики
2. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ

### 1. Частотные характеристики

Частотные характеристики описывают передаточные свойства элементов и АСУ в режиме установившихся гармонических колебаний, вызванных внешним гармоническим воздействием. Они находят применение в ТАУ, так как реальные возмущения, а следовательно и реакции на них элемента или АСУ могут быть представлены как сумма гармонических(периодических) сигналов.

Взаимосвязь между параметрами периодических сигналов на входе и выходе объекта определяют частотные характеристики. Рассмотрим сущность и разновидности частотных характеристик. Пусть на вход линейного элемента (рис. 1, а) в момент времени  $t = 0$  подано гармоническое воздействие с частотой  $\omega$

$$x(t) = x_m \sin \omega t. \quad (1)$$

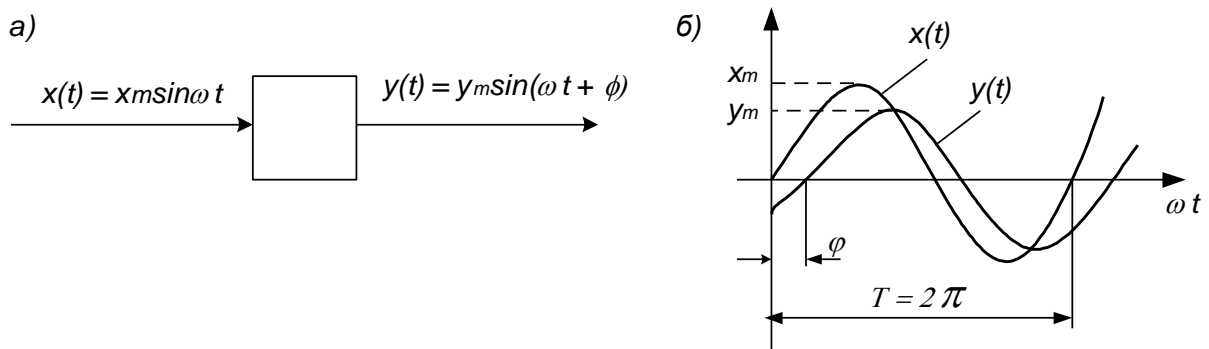


Рис. 1. Схема и кривые, поясняющие сущность частотных характеристик

По завершении переходного процесса установится режим вынужденных колебаний и выходная величина  $y(t)$  будет изменяться по тому же закону, что и входная  $x(t)$ , но в общем случае с другой амплитудой  $y_m$  и с фазовым сдвигом  $\phi$  по оси времени относительно входного сигнала (рис. 1, б):

$$y(t) = y_m \sin(\omega t + \phi). \quad (2)$$

Проведя аналогичный опыт, но при другой частоте  $\omega$ , можно увидеть, что амплитуда  $y_m$  и фазовый сдвиг  $\phi$  изменились, т. е. они зависят от частоты. Можно убедиться также, что для другого элемента зависимости параметров  $y_m$  и  $\phi$  от частоты  $\omega$  иные. Поэтому такие зависимости могут служить характеристиками динамических свойств элементов.

В ТАУ наиболее часто используют следующие частотные характеристики:  
 амплитудная частотная характеристика (АЧХ);  
 фазовая частотная характеристика (ФЧХ);  
 амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ).

**Амплитудная частотная характеристика (АЧХ)** – зависимость отношения амплитуд выходного и входного сигналов от частоты

$$A(\omega) = \frac{y_m}{x_m} \quad (3)$$

АЧХ показывает, как элемент пропускает сигналы различной частоты. Пример АЧХ приведен на рис. 2, а.

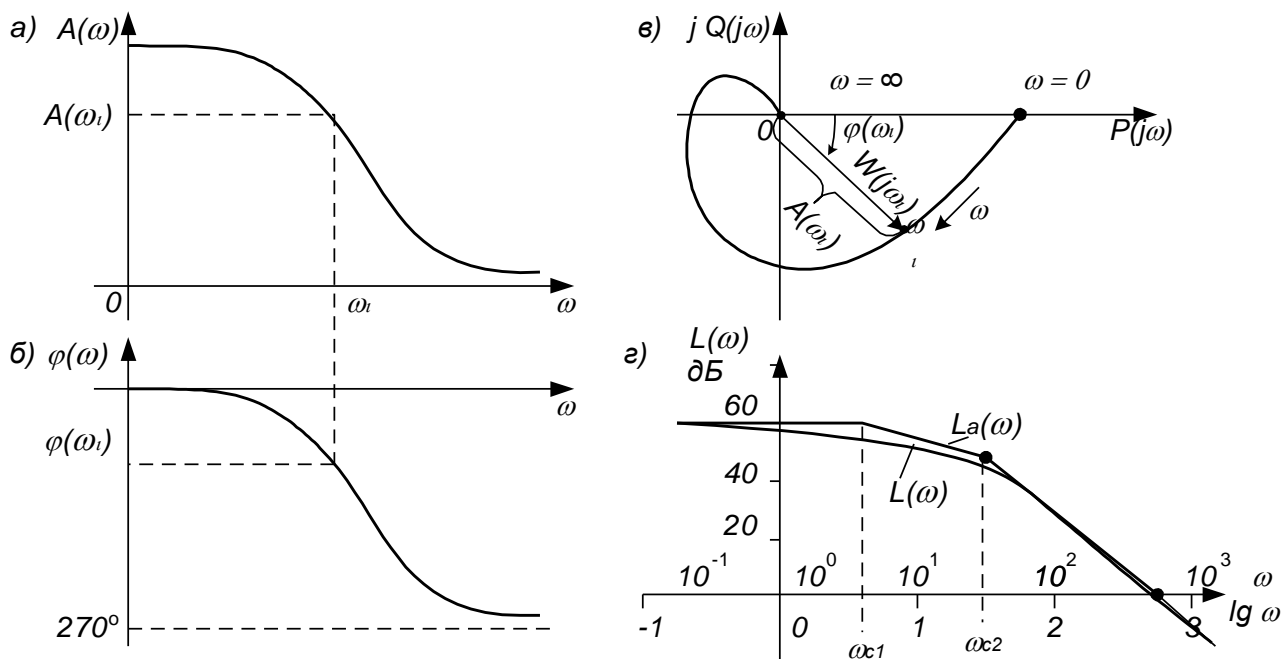


Рис. 2. Частотные характеристики:

а – амплитудная; б – фазовая; в – амплитудно-фазовая; г – логарифмическая

**Фазовая частотная характеристика ФЧХ** – зависимость фазового сдвига между входным и выходным сигналами от частоты.

ФЧХ показывает, какое отставание или опережение выходного сигнала по фазе создает элемент при различных частотах. Пример ФЧХ приведен на рис. 2, б.

Амплитудную и фазовую характеристики можно объединить в одну общую – амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ). АФЧХ представляет собой функцию комплексного переменного  $j\omega$  :

$$W(j\omega) = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} \quad (\text{показательная форма}), \quad (4)$$

где  $A(\omega)$  – модуль функции;  $\varphi(\omega)$  – аргумент функции.

Каждому фиксированному значению частоты  $\omega_i$  соответствует комплексное число  $W(j\omega)$ , которое на комплексной плоскости можно изобразить вектором, имеющим длину  $A(\omega_i)$  и угол поворота  $\varphi(\omega_i)$  (рис. 2., в). Отрицательные значения  $\varphi$

$(\omega)$ , соответствующие отставанию выходного сигнала от входного, принято отсчитывать по часовой стрелке от положительного направления действительной оси.

При изменении частоты от нуля до бесконечности вектор  $W(j\omega)$  поворачивается вокруг начала координат, при этом одновременно изменяется длина вектора. Кривая, которую при этом опишет конец вектора, и есть АФЧХ. Каждой точке характеристики соответствует определенное значение частоты.

Проекции вектора  $W(j\omega)$  на действительную и мнимую оси называют соответственно действительной и мнимой частотными характеристиками и обозначают  $P(\omega)$ ,  $Q(\omega)$ . Это позволяет записать АФЧХ в алгебраической форме:

$$W(j\omega) = P(\omega) + j Q(\omega) \quad (5)$$

АФЧХ, как и любую комплексную величину, можно также представить в тригонометрической форме

$$W(j\omega) = A(\omega) \cos \varphi(\omega) + j A(\omega) \sin \varphi(\omega). \quad (6)$$

Аналитическое выражение для АФЧХ конкретного элемента можно получить из его передаточной функции путем подстановки  $p = j\omega$ :

$$W(j\omega) = W(p) \Big|_{p = j\omega}. \quad (7)$$

Связь между различными частотными характеристиками следующая:

$$A(\omega) = | W(j\omega) | = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}, \quad (8)$$

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}. \quad (9)$$

При практических расчетах АСУ (без применения электронных вычислительных машин) удобно использовать частотные характеристики, построенные в логарифмической системе координат. Такие характеристики называют логарифмическими. Они имеют меньшую кривизну и поэтому могут быть приближенно заменены ломаными линиями, составленными из нескольких прямолинейных отрезков. Причем, эти отрезки в большинстве случаев удастся построить без громоздких вычислений при помощи некоторых простых правил. Кроме того, в логарифмической системе координат легко находить характеристики различных соединений элементов, так как умножению и делению обычных характеристик соответствует сложение и вычитание ординат логарифмических характеристик.

За единицу длины по оси частот логарифмических характеристик принимают декаду.

Декада – интервал частот, заключенный между произвольным значением частоты  $\omega_i$  и его десятикратным значением  $10\omega_i$ .

Отрезок логарифмической оси частот, соответствующий одной декаде, равен 1.

Обычно в расчетах используют логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ)

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega), \quad (10)$$

ординаты которой измеряют в логарифмических единицах – беллах (Б) или децибеллах (дБ).

Белл – единица измерения мощностей двух сигналов.

Если мощность одного сигнала больше (меньше) мощности другого сигнала в 10 раз, то эти мощности отличаются на 1 Б, ( $\lg 10 = 1$ ). Так как мощность гармонического сигнала пропорциональна квадрату его амплитуды, то при применении этой единицы для измерения отношения амплитуд перед логарифмом появляется множитель 2. Например, если на некоторой частоте  $A(\omega) = 100$ , то это означает, что мощности входного и выходного сигналов отличаются в 1002 раз, т.е. на  $2\lg 100 = 4$  Б или на 40 дБ, соответственно и  $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 40$  дБ.

При построении фазовой частотной характеристики логарифмический масштаб применяют только для оси абсцисс (оси частоты).

На рис. 2, г показаны ЛАЧХ  $L(\omega)$  (толстая линия) и соответствующая ей приближенная (асимптотическая) характеристика  $L_a(\omega)$  в виде прямолинейных отрезков (тонкая линия). Частоты, соответствующие точкам стыковки отрезков, называют сопрягающими и обозначают  $\omega_c$ .

По виду частотных характеристик все элементы делятся на две группы:

минимально-фазовые;

неминимально-фазовые.

**Минимально-фазовый элемент** – элемент, у которого все полюсы и нули передаточной функции  $W(p)$  имеют отрицательные действительные части.

Минимально-фазовые элементы дают минимальный фазовый сдвиг  $\varphi(\omega)$  по сравнению с любыми другими элементами, имеющими такую же амплитудную характеристику  $A(\omega)$ , но у которой действительная часть хотя бы одного полюса или нуля положительна.

Минимально-фазовые элементы обладают важным для практических расчетов свойством: их частотная передаточная функция полностью определяется одной из трех составляющих -  $A(\omega)$ ,  $P(\omega)$  и  $Q(\omega)$ . Это существенно упрощает задачи анализа и синтеза минимально-фазовых систем.

## 2. Пример определения статических и динамических характеристик элемента АСУ

Для элемента АСУ (четыреполюсника), схема и параметры которого приведены на рис. 3, найдем следующие статические и динамические характеристики:

дифференциальное уравнение;

переходную функцию;

передаточную функцию;

передаточный коэффициент;

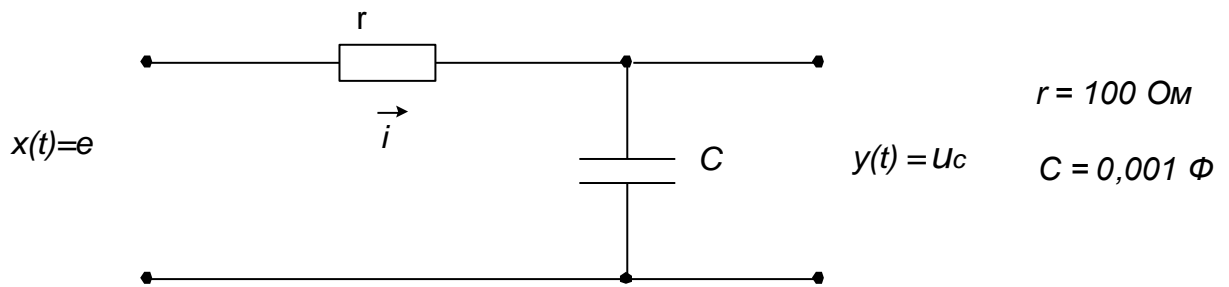


Рис. 3. Схема и параметры элемента

### Составление дифференциального уравнения элемента

В соответствии с законами линейных электрических цепей записываем следующие уравнения:

$$r i + u_c = e ; \quad (11)$$

$$i = c \frac{du_c}{dt}. \quad (12)$$

Подставляя значение тока  $i$  из выражения (12) в уравнение (11) получаем дифференциальное уравнение

$$rc \frac{du_c}{dt} + u_c = e. \quad (13)$$

Подставляя параметры  $r$  и  $c$  четырехполюсника (рис. 4) в уравнение (13) получаем искомое дифференциальное уравнение элемента

$$0,1 \frac{du_c}{dt} + u_c = e. \quad (14)$$

### Нахождение переходной функции элемента

Полагаем входной сигнал четырехполюсника равным единичному ступенчатому воздействию  $e = 1(t)$ . Тогда его выходной сигнал будет равен переходной функции  $u_c = h(t)$ .

Учитывая сказанное в уравнении (14), приводим его к виду:

$$0,1 \frac{dh(t)}{dt} + h(t) = 1(t). \quad (15)$$

Вынужденную составляющую переходной функции находим из уравнения (15), полагая в нем производную  $dh(t)/dt = 0$ ,

$$h(t) = 1. \quad (16)$$

Составляем характеристическое уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению (15)

$$0,1p + 1 = 0. \quad (17)$$

Корень характеристического уравнения  $p = -10$ .

Свободную составляющую переходной функции находим по выражению

$$h_c(t) = \sum_{k=1}^n C_k e^{p_k t}, \quad \text{при } n=1 \text{ и } p_1=-10$$

$$h_c(t) = C_1 e^{-10t} \quad (18)$$

Находим переходную функцию, суммируя ее вынужденную (16) и свободную (18) составляющие,

$$h(t) = h_v(t) + h_c(t) = 1 + C_1 e^{-10t}. \quad (19)$$

Из уравнения (19) при нулевых начальных условиях ( $h(0) = 0$ ) определяем коэффициент  $C_1 = -1$ .

Подставляя значение этого коэффициента в выражение (19), находим искомую переходную функцию элемента

$$h(t) = 1 - e^{-10t}. \quad (20)$$

График переходной функции элемента приведен на рис. 4.

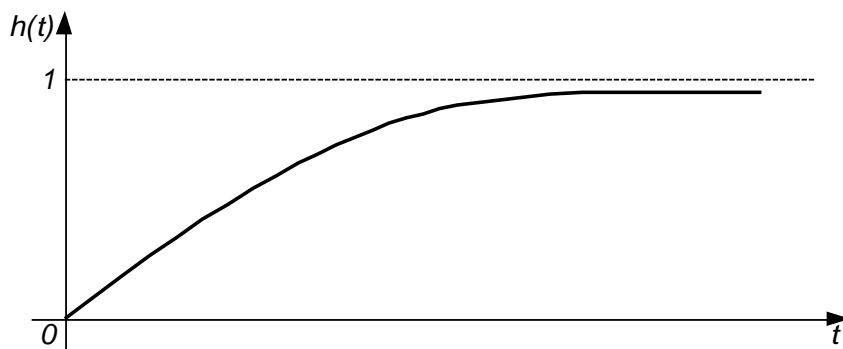


Рис. 4. График переходной функции элемента

### Нахождение передаточной функции элемента

В дифференциальном уравнении (14) степени полиномов правой и левой частей соответственно  $m = 0$  и  $n = 1$ . Тогда коэффициенты этого уравнения  $b_0 = 1$ ;  $a_0 = 0,1$ ;  $a_1 = 1$ .

При этих коэффициентах по выражению

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n}.$$



находим искомую передаточную функцию элемента

$$W(p) = \frac{1}{0,1p+1}. \quad (21)$$

Нахождение передаточного коэффициента элемента

Искомый передаточный коэффициент элемента находим по выражению

$$k = W(0) = \frac{b_m}{a_n} \quad \text{при } b_0 = 1 \text{ и } a_1 = 1$$
$$K = \frac{1}{1} = 1. \quad (22)$$

или из выражения (21) при  $p=0$

$$K = W(0) = \frac{1}{0+1} = 1. \quad (23)$$

Определение частотных характеристик элемента

Амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ) элемента находим из выражения  $W(j\omega) = W(p) \big|_{p=j\omega}$  путем подстановки в него передаточной функции (21) при  $p=j\omega$ :

$$W(j\omega) = \frac{1}{0,1j\omega+1} = \frac{1-0,1j\omega}{1+(0,1\omega)^2} = \frac{1}{1+0,01\omega^2} - j \frac{0,1\omega}{1+0,01\omega^2}. \quad (24)$$

Вид АФЧХ на комплексной плоскости приведен на рис. 5, а.

Из выражения (24) находим действительную и мнимую частотные характеристики

$$P(\omega) = \frac{1}{1+0,01\omega^2}; \quad (25)$$

$$Q(\omega) = -\frac{0,1\omega}{1+0,01\omega^2}. \quad (26)$$

Подставляя значения этих характеристик в выражения

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)},$$

и

$$\varphi(\omega) = \arg W(j\omega) = \operatorname{arctg} \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}.$$

находим искомые выражения соответственно для амплитудной и фазовой частотных характеристик:

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,01\omega^2}}; \quad (27)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg(-0,1\omega). \quad (28)$$

Графики амплитудной и фазовой частотных характеристик приведены на рис. 5, а, б, в.

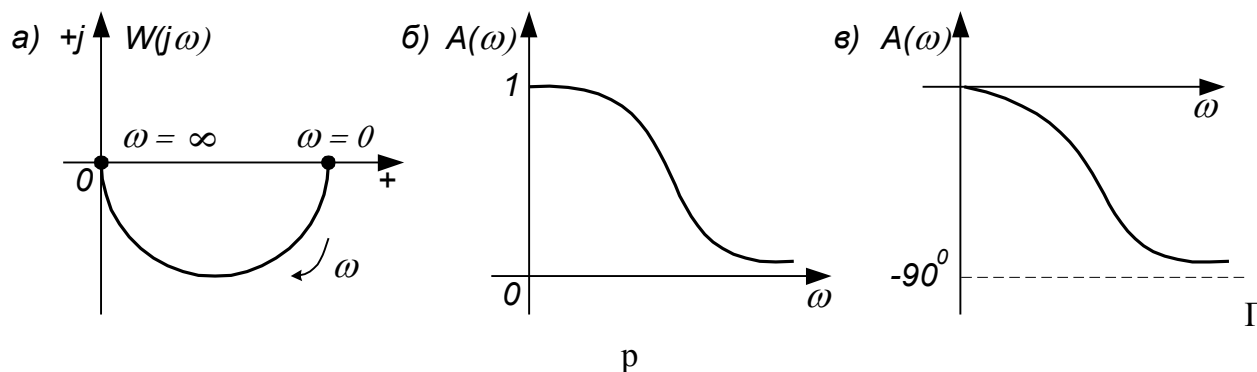


Рис. 5. Частотные характеристики элемента  
а – амплитудно – фазовая, б – амплитудная, в – фазовая.

### Контрольные вопросы:

1. Что называется частотными характеристиками?
2. Как получить частотные характеристики опытным путем?
3. Как получить частотные характеристики теоретическим путем по известной передаточной функции звена?
4. Что такое и как получить АФЧХ?
5. Что такое и как получить ВЧХ?
6. Что такое и как получить МЧХ?
7. Что такое и как получить АЧХ?
8. Что такое и как получить ФЧХ?
9. Что такое и как получить ЛАЧХ?
10. Что такое и как получить ЛФЧХ?
11. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ безынерционного звена.
12. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ интегрирующего звена.
13. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ апериодического звена.
14. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ колебательного звена.
15. Постройте АФЧХ, ЛАЧХ и ЛФЧХ консервативного звена.
16. Постройте ЛАЧХ и ЛФЧХ идеального дифференцирующего звена.
17. Как изменятся ЛАЧХ и ЛФЧХ звена, если коэффициент усиления возрастет в 100 раз?

10 - лекция	Элементарные звенья и их характеристики. Пропорциональное звено. Интегрирующее звено.
-------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Элементарные звенья. Пропорциональное звено. 2. Интегрирующее звено.	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об элементарных звеньях и их характеристиках, рассмотреть пропорциональное и интегрирующее звенья		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятиями элементарное звено – пропорциональное и интегрирующее; • рассказать об основных различиях пропорционального и интегрирующего звеньев; • рассмотреть основные характеристики элементарных звеньев;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • назвать элементарные звенья САУ; • дать определение понятиям: звено, пропорциональное и интегрирующее звенья; • назвать основные характеристики элементарных звеньев; • Раскрыть понятие пропорциональное и интегрирующее звенья.	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (10-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется частотными характеристиками? 2. Что такое и как получить ЛАЧХ? 3. Что такое и как получить ЛФЧХ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Элементарные звенья и их характеристики?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Элементарные звенья? По 2 вопросу. Пропорциональное звено? По 3 вопросу. Интегрирующее звено? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

**ЛЕКЦИЯ 10.**  
**ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ.**  
**ПРОПОРЦИОНАЛЬНОЕ ЗВЕНО. ИНТЕГРИРУЮЩЕЕ ЗВЕНО**

**План:**

1. Элементарные звенья. Пропорциональное звено.
2. Интегрирующее звено.

Для расчета различных систем автоматического управления их обычно разбивают на отдельные элементы, динамическими характеристиками которых являются дифференциальные уравнения не выше второго порядка. Причем различные по своей физической природе элементы могут описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями, поэтому их относят к определенным классам, называемым типовыми звеньями.

Изображение системы в виде совокупности типовых звеньев с указанием связей между ними называется структурной схемой. Она может быть получена как на основе дифференциальных уравнений, так и передаточных функций. Данный способ и составляет суть структурного метода.

Предварительно рассмотрим подробнее типовые звенья, из которых состоят системы автоматического управления.

Пропорциональное звено. (усилительное, безынерционное). Пропорциональным называется звено, которое описывается уравнением

$$y=ku . \quad (1)$$

Передаточная функция звена следующая:

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = k , \quad (2)$$

а соответствующая ей структурная схема приведена на рис. 1.

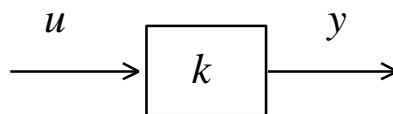


Рис. 1. Структурная схема пропорционального звена

Переходная характеристика (реакция звена на скачкообразное входное воздействие) имеет вид:

$$h(t)=k1(t) .$$

Импульсная переходная функция (реакция на входное воздействие типа дельта - функции):

$$g(t)=k \delta (t) .$$

Модальные характеристики (собственные значения и собственные векторы) для пропорционального звена отсутствуют.

Заменяя в передаточной функции  $p$  на  $j\omega$ , получим следующие частотные характеристики:

амплитудно - фазовую,  $W(j\omega)=k$ ,  
 вещественную частотную характеристику  $R(\omega)=k$   
 мнимую частотную характеристику,  $I(\omega)=0$ .

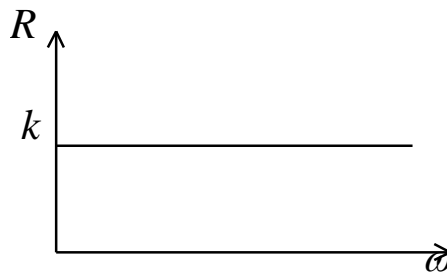


Рис. 2. ВЧХ пропорционального звена

Амплитудная частотная характеристика (АЧХ) определяется соотношением:

$$A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = R(\omega) = k \quad (3)$$

и имеет тот же вид, что и ВЧХ.

Выражение для ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = \text{arctg}[I(\omega)/R(\omega)] = 0 \quad (4)$$

Это означает, что амплитуда периодического входного сигнала усиливается в  $k$  - раз, а фазовый сдвиг отсутствует.

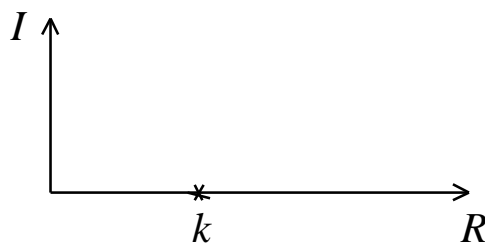


Рис. 3. АФХ пропорционального звена

АФХ звена имеет вид точки на комплексной плоскости (рис. 3).

ЛАЧХ звена представляет собой прямую, параллельную оси абсцисс:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k \quad (5)$$

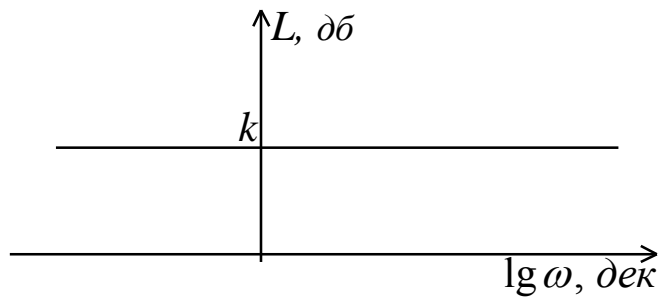


Рис. 4. ЛАЧХ пропорционального звена

Как видим (3),(4), пропорциональное звено пропускает входные сигналы без искажений.

**Интегрирующее звено.** Это звено, уравнение которого имеет вид:

$$y = k \int_0^t u(\tau) d\tau + y(0) , \quad (10)$$

От интегрального перейдем к дифференциальному уравнению звена

$$\dot{y} = k u , \quad (11)$$

а затем к его передаточной функции

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{k}{p} \quad (12)$$

Переходная характеристика звена имеет вид:

$$h(t) = k \int_0^t 1(\tau) d\tau = k t \quad 1(t) , \quad (13)$$

а импульсная переходная функция -

$$g(t) = k \int_0^t \delta(\tau) d\tau = k \quad (14)$$

Определим частотные характеристики интегрирующего звена.

АФХ:  $W(j\omega) = \frac{k}{j\omega} = -j \frac{k}{\omega} ;$

ВЧХ:  $R(\omega) = 0 ;$

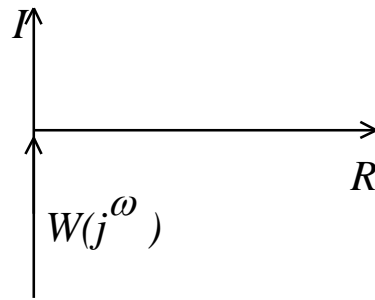


Рис. 8. АФХ звена

МЧХ:  $I(\omega) = -\frac{k}{\omega}$  ;

АЧХ:  $A(\omega) = \frac{k}{\omega}$  ;

ФЧХ :  $\varphi(\omega) = -90^\circ$  .

Звено имеет постоянный фазовый сдвиг, который не зависит от частоты.

АФХ интегрирующего звена изображается на комплексной плоскости и имеет вид, представленный на рис. 8.

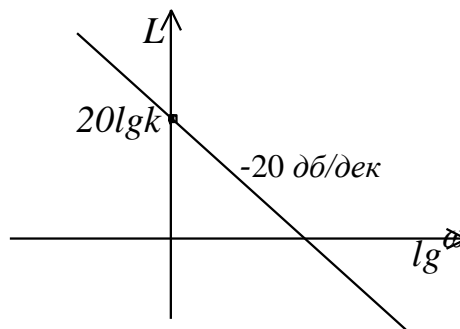


Рис. 9. ЛАЧХ интегрирующего звена

Получим логарифмическую амплитудно-частотную характеристику:

$$\begin{aligned} L(\omega) &= 20\lg \frac{k}{\omega} = \\ &= 20\lg k - 20\lg \omega; \end{aligned} \quad (16)$$

она имеет вид прямой на плоскости (рис. 9).

Характеристическое уравнение

$$A(p) = p = 0$$

имеет единственный корень,  $\lambda_1 = 0$ , который представляет собой модальную характеристику интегрирующего звена.

### Контрольные вопросы

1. Что называется звеном?
2. Как построить статическую характеристику нескольких звеньев?
3. В чем отличие астатических звеньев от статических?
4. Какие виды звеньев существует?
5. Динамические и статические характеристики звеньев?



11 - лекция	Элементарные звенья и их характеристики. Дифференцирующее звено. Апериодическое звено. Колебательное звено.
-------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Элементарные звенья. Дифференцирующее звено. 2. Апериодическое звено. 3. Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об элементарных звеньях и их характеристиках, рассмотреть дифференцирующее звено, аperiодическое звено, колебательное звено		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями элементарное звено: дифференцирующее, аperiодическое и форсирующее;</li> <li>• рассказать об основных различиях дифференцирующего, аperiодического и форсирующего звеньев;</li> <li>• рассмотреть основные характеристики элементарных звеньев;</li> </ul>	Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• назвать элементарные звенья САУ;</li> <li>• дать определение понятиям: звено, пропорциональное и интегрирующее звенья, дифференцирующее звено, аperiодическое звено, колебательное звено;</li> <li>• назвать основные характеристики элементарных звеньев;</li> <li>• раскрыть понятие дифференцирующее звено, аperiодическое звено, колебательное звено и привести примеры передаточных функций таких звеньев.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (11-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется звеном? 2. Как построить статическую характеристику нескольких звеньев? 3. В чем отличие астатических звеньев от статических? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Мнимая характеристика интегрирующего звенья?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Дифференцирующее звено? По 2 вопросу. Апериодическое звено? По 3 вопросу. Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 11

### ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЗВЕНЬЯ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. ДИФФЕРЕНЦИРУЮЩЕЕ ЗВЕНО. АПЕРИОДИЧЕСКОЕ ЗВЕНО. ФОРСИРУЮЩЕЕ ЗВЕНО

#### План:

1. Элементарные звенья. Дифференцирующее звено.
2. Аперiodическое звено.
3. Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)

**Дифференцирующее звено.** Дифференцирующим называется звено, которое описывается дифференциальным уравнением:

$$y = k \dot{u} . \quad (1)$$

Его передаточная функция имеет вид:

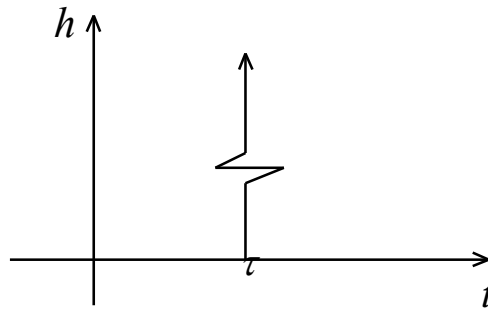


Рис. 1. Переходная характеристика звена

$$W(p) = y(p)/u(p) = kp . \quad (2)$$

Переходная характеристика дифференцирующего звена:

$$h(t) = k \delta(t) .$$

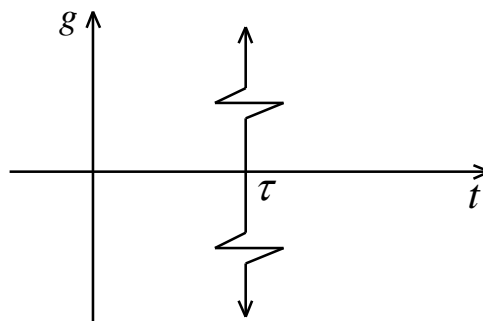


Рис. 2 . Импульсная переходная характеристика

Импульсная переходная функция представляет собой «дуплет»  $\delta$ -функций

$$g(t) = k \dot{\delta}(t) . \quad (3)$$

Получим теперь частотные характеристики звена.

АФХ :  $W(j\omega) = jk\omega$ , совпадает с положительной мнимой полуосью на комплексной плоскости;

ВЧХ :  $R(\omega) = 0$ ,

МЧХ :  $I(\omega) = k\omega$ ,

АЧХ :  $A(\omega) = \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = I(\omega) = k\omega$ ,

ФЧХ :  $\varphi(\omega) = \arctg[I(\omega)/R(\omega)] = 90^\circ$ , т. е. на всех частотах звено имеет постоянный фазовый сдвиг;

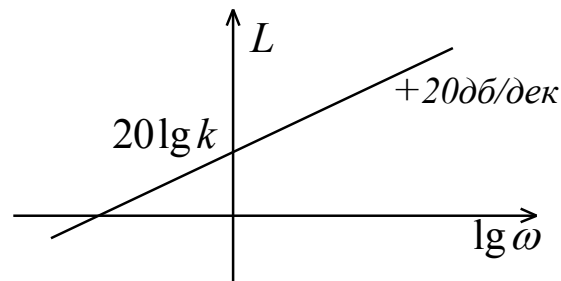


Рис. 3. ЛАЧХ дифференцирующего звена

ЛАЧХ :

$$L(\omega) = 20 \lg k \omega = 20 \lg k + 20 \lg \omega . \quad (3)$$

Как видно из графика рис. 3, дифференцирующее звено усиливает высокочастотные сигналы.

**Апериодическое звено.** Апериодическим называется звено, дифференциальное уравнение которого имеет вид

$$a_1 \dot{y} + a_0 y = bu . \quad (4)$$

Перейдем к его стандартному описанию, для чего разделим обе части (4) на коэффициент  $a_0$ ,

$$T \dot{y} + y = ku , \quad (5)$$

где  $T = \frac{a_1}{a_0}$  - постоянная времени,  $k = \frac{b}{a_0}$  - коэффициент передачи звена.

Заменяя в (5)  $d/dt$  на  $p$ , перейдем к символической записи дифференциального уравнения,

$$(Tp+1)y = ku, \quad (6)$$

и определим передаточную функцию апериодического звена:

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{k}{Tp+1}. \quad (7)$$

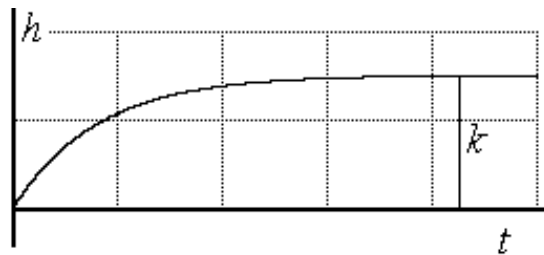


Рис. 4. Переходная характеристика

Его переходную характеристику можно найти как решение уравнения (5) при  $u=1(t)$  и  $y(0)=0$ ,

$$h(t) = k(1 - e^{-t/T})1(t). \quad (8)$$

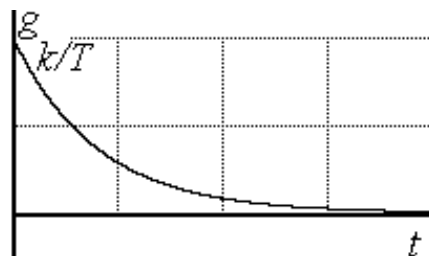


Рис. 5 . Импульсная переходная функция

Импульсную переходную функцию вычислим по соотношению:

$$g(t) = \dot{h}(t) = \frac{k}{T} e^{-t/T}. \quad (9)$$

Для определения модальных характеристик запишем характеристическое уравнение звена

$$A(p) = Tp+1=0 \quad (10)$$

и вычислим его корень,  $p = -1/T$ .

Выражение, соответствующее АФХ апериодического звена, имеет вид:

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 + Tj\omega} = \frac{(1 - Tj\omega)k}{1 + T^2\omega^2} = \frac{k}{1 + T^2\omega^2} - j \frac{T\omega k}{1 + T^2\omega^2} \quad (11)$$

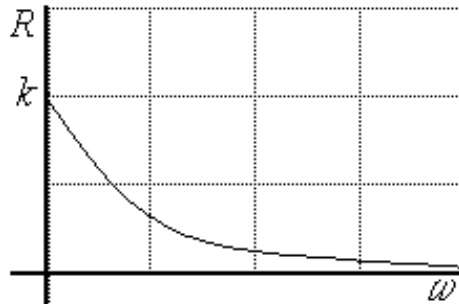


Рис.5. ВЧХ апериодического звена

Построим отдельно вещественную частотную характеристику по выражению

$$R(\omega) = \frac{k}{1 + T^2\omega^2} \quad (12)$$

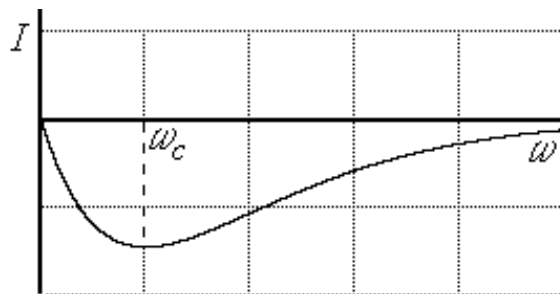


Рис. 6. МЧХ звена

Мнимую частотную характеристику апериодического звена строим по соотношению

$$I(\omega) = -\frac{T\omega k}{1 + T^2\omega^2} \quad (13)$$

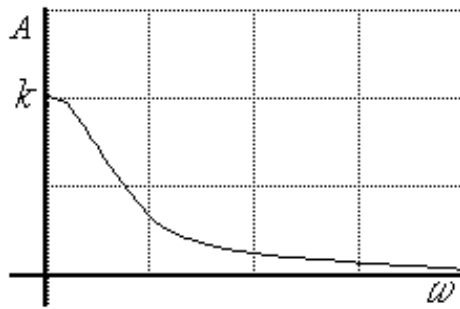


Рис. 7. АЧХ аperiodического звена

Построим амплитудную частотную характеристику по выражению:

$$\begin{aligned}
 A(\omega) &= \sqrt{R^2(\omega) + I^2(\omega)} = \\
 &= \frac{k}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}. \quad (14)
 \end{aligned}$$

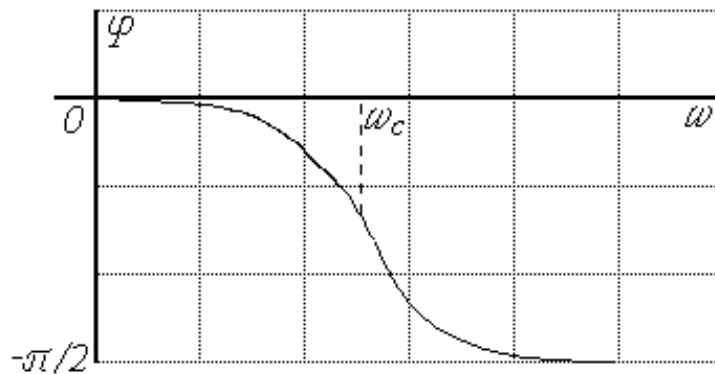


Рис. ФЧХ аperiodического звена

ФЧХ звена определяется соотношением

$$\begin{aligned}
 \varphi(\omega) &= \operatorname{arctg} \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \\
 &= \operatorname{arctg}(-\omega T). \quad (15)
 \end{aligned}$$

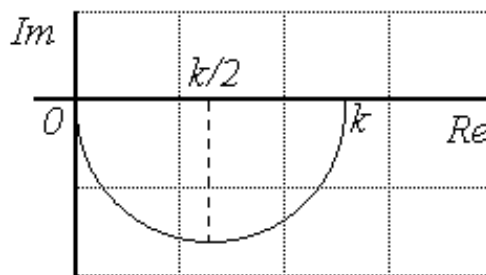


Рис. 9. АФХ аperiodического звена

На комплексной плоскости строим АФХ апериодического звена по выражению (11), которая имеет вид полуокружности и приведена на рис. 9.

Определим теперь логарифмическую амплитудную частотную характеристику в виде:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg k - 10 \lg(1 + T^2 \omega^2) \quad (16)$$

Наиболее просто можно построить асимптотическую ЛАЧХ. В этом случае рассматривают отдельно области высоких (ОВЧ) и низких частот (ОНЧ) и для каждой определяют свою асимптоту:

$$1) \text{ ОНЧ: } \omega \ll 1/T, \quad L(\omega) = 20 \lg k. \quad (17)$$

$$2) \text{ ОВЧ: } \omega \gg 1/T, \quad L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg(T \omega). \quad (18)$$

Частота  $\omega = 1/T$  называется собственной частотой апериодического звена.

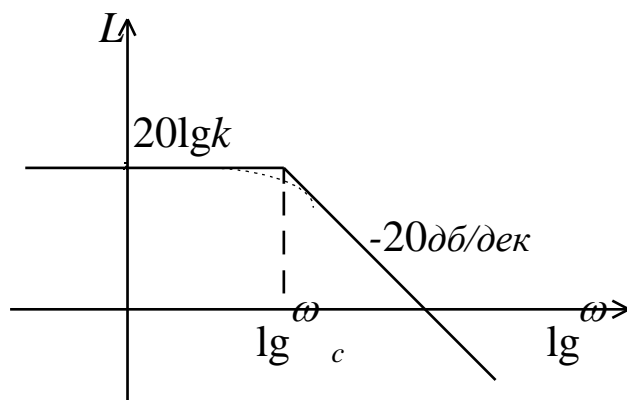


Рис. 10. ЛАЧХ апериодического звена

На рис. 10 действительная ЛАЧХ показана пунктирной линией и несколько отличается от асимптотической, причем наибольшая погрешность будет на собственной частоте звена.

Форсирующее звено (пропорционально - дифференцирующее)

Форсирующим называется звено, дифференциальное уравнение которого имеет вид

$$y = k_1 u + k_2 \dot{u}. \quad (19)$$

Как видим, его можно представить как сумму пропорционального и дифференцирующего звеньев.

Передаточная функция форсирующего звена,

$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = k_1 + k_2 p,$$

записывается в стандартной форме

$$W(p) = k(1 + T p), \quad (20)$$



где  $k = k_1$  - коэффициент усиления,  $T = \frac{k_2}{k_1}$  - постоянная времени звена.

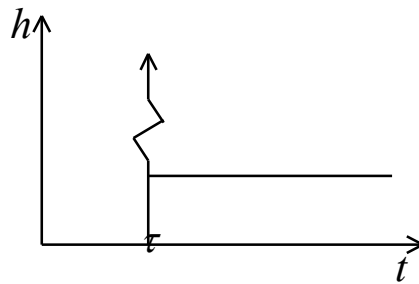


Рис. 11. Переходная характеристика форсирующего звена

Вычислим его переходную характеристику

$$h(t - \tau) = k_1 1(t - \tau) + k_2 \delta(t - \tau) \quad (21)$$

и импульсную переходную функцию

$$g(t) = \dot{h}(t) = k_1 \delta(t) + k_2 \delta(t). \quad (22)$$

Запишем выражения для частотных характеристик.

АФХ:  $W(j\omega) = k(1 + jT\omega); \quad (23)$

ВЧХ:  $R(\omega) = k;$

МЧХ:  $I(\omega) = kT\omega;$

АЧХ:  $A(\omega) = k\sqrt{1 + \omega^2 T^2};$

ФЧХ:  $\varphi(\omega) = \text{arctg} \omega T; \quad \varphi(\infty) = \pi/2; \quad (24)$

ЛАЧХ:  $L(\omega) = 20 \lg k + 10 \lg(1 + T\omega). \quad (25)$

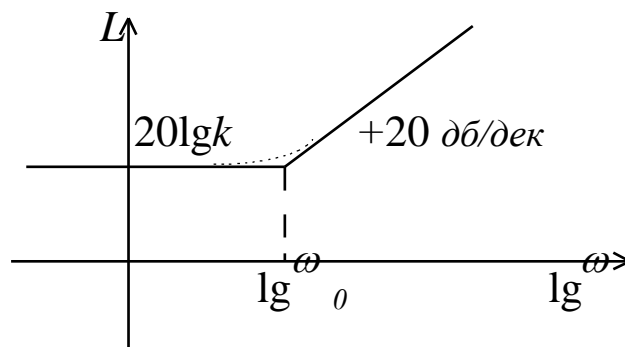


Рис. 12. ЛАЧХ форсирующего звена

Асимптотическую ЛАЧХ форсирующего звена можно получить, рассматривая отдельно области низких и высоких частот, как в случае апериодического звена, или суммируя ЛАЧХ пропорционального и дифференцирующего звеньев.

Здесь  $\omega_0 = 1/T$  - собственная частота звена.

АФХ форсирующего звена строится по выражению (23) и имеет вид, представленный на рис. 13.

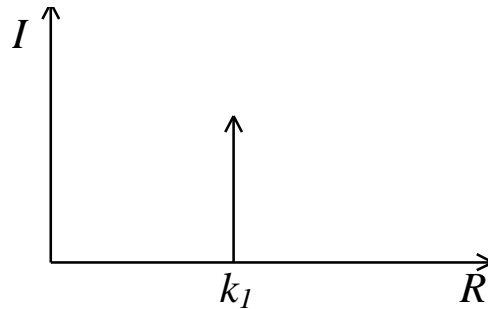


Рис. 13 АФХ форсирующего звена

### Контрольные вопросы

1. Что называется звеном?
2. Что называется элементарными и типовыми динамическими звеньями?
3. Как построить статическую характеристику нескольких звеньев?
4. В чем отличие астатических звеньев от статических?
5. Какие виды звеньев существует?
6. Динамические и статические характеристики звеньев?
7. Что называется динамическим коэффициентом усиления звена?

12 - лекция	Обозначения в структурных схемах линейных систем. Структурные схемы и преобразование.
-------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Обозначения в структурных схемах линейных систем. Структурные схемы и преобразование.	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об обозначениях в структурных схемах линейных систем, а также структурных схемах и преобразованиях в них		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятиями структурная схема и преобразование структурных схем ; • рассказать об обозначения в структурных схемах линейных систем; • рассмотреть основные структурные схемы и преобразование, принцип суперпозиции;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • назвать основные структурные схемы и преобразование; • дать определение понятиям: линия передачи сигнала; динамическое звено; узел или разветвление; сумматор; устройство сравнения; • знать основные обозначения в структурных схемах линейных систем; • раскрыть понятие принцип суперпозиции.	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (12-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Какие виды звеньев существует? 2. Динамические и статические характеристики звеньев? 3. Что называется динамическим коэффициентом усиления звена? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Обозначения в структурных схемах линейных систем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Обозначения в структурных схемах линейных систем? По 2 вопросу. Область применимости структурного метода? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 12. ОБОЗНАЧЕНИЯ В СТРУКТУРНЫХ СХЕМАХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ. СТРУКТУРНЫЕ СХЕМЫ И ПРЕОБРАЗОВАНИЕ.

Часто АСУ можно рассматривать как комбинацию динамических звеньев с определенными передаточными функциями. Графическое изображение АСУ в виде совокупности динамических звеньев с указанием их передаточных функций и связей между звеньями называется структурной схемой. По существу эта схема представляет собой графическое изображение системы уравнений, записанных в виде передаточных функций, и может рассматриваться как схема прохождения и преобразования сигналов в АСУ. В этой связи она часто называется алгоритмической.

### Обозначения в структурных схемах линейных систем

В структурных схемах используют следующие обозначения:

1. Линия передачи сигнала (рис. 1).
2. Динамическое звено с одним входом и выходом направленного действия (рис. 2).
3. Динамическое звено с двумя входами (рис. 3).
4. Узел или разветвление. В месте разветвления сигнал не делится (рис. 4).
5. Сумматор  $y = x_1 + x_2$  (рис. 5).
6. Устройство сравнения  $y = x_2 - x_1$  (рис. 6).

**Рассмотрим основные виды соединения звеньев**

#### 1. Последовательное соединение (рис. 7).

Имеем  $X_1(p) = W_1(p)X(p)$ ;  $Y(p) = W_2(p)X_1(p) = W_1(p)W_2(p)X(p) = W_{\text{экв}}(p)X(p)$ , где  $W_{\text{экв}}(p) = W_1(p)W_2(p)$ .

В общем случае  $W_{\text{экв}}(p) = \prod_{i=1}^N W_i(p)$ , где  $W_{\text{экв}}(p)$  – эквивалентная передаточная функция;  $N$  – число последовательно включенных звеньев.

Таким образом, передаточная функция последовательно включенных звеньев равна произведению передаточных функций каждого звена.

#### 2. Параллельное соединение (рис. 8).

Имеем  $Y(p) = Y_1(p) + Y_2(p) = W_1(p)X(p) + W_2(p)X(p) = [W_1(p) + W_2(p)]X(p) = W_{\text{экв}}(p)X(p)$ .

В общем случае  $W_{\text{экв}}(p) = \sum_{i=1}^N W_i(p)$ , т.е. передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме их передаточных функций.

➤ **Пример.** Запишем эквивалентную передаточную функцию системы, структурная схема которой приведена на рис. 9.

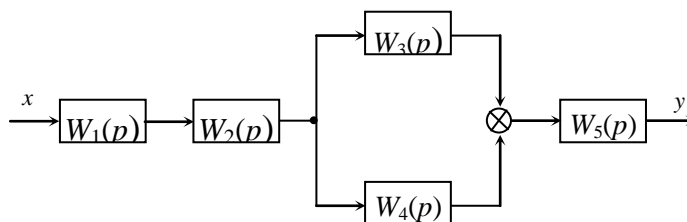


Рис. 9

Воспользовавшись приведенными выше правилами объединения передаточных функций последовательно и параллельно соединенных звеньев, запишем  $W_{\text{экв}}(p) = W_1(p)W_2(p)[W_3(p) + W_4(p)]W_5(p)$ .

### 3. Параллельно-встречное включение звеньев (обратная связь) (рис.10).

Здесь  $\Delta = x - y_1$  – отклонение текущего значения управляемой величины от заданного.

Найдем передаточную функцию по каналу  $x \rightarrow y$ :  $W_{xy}(p)$ .

Имеем

$$\Delta(p) = X(p) - Y_1(p) = X(p) - W_{OC}(p)Y(p). \quad (1)$$

С другой стороны,

$$\Delta(p) = \frac{Y(p)}{W_1(p)}. \quad (2)$$

Приравняв левые и правые части уравнений (1) и (2), окончательно получим

$$W_{xy}(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_{OC}(p)} = W_{\text{экв}}(p)$$

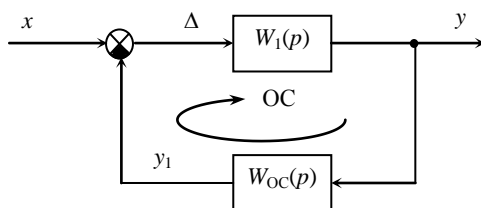


Рис. 10

### 4. Правило переноса

Иногда при структурных преобразованиях для получения общей передаточной функции системы удобнее переносить точку приложения сигнала через звено.

Рассмотрим, как изменится структура системы, если перенести точку приложения сигнала на выход.

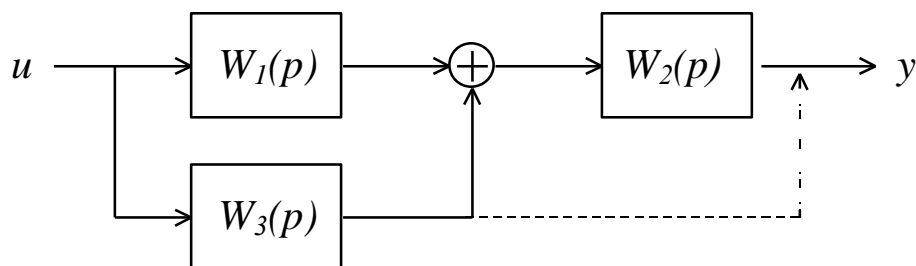


Рис. 11. Структурная схема исходной системы

Ее передаточная функция имеет вид

$$W(p) = W_2(p)[W_1(p) + W_3(p)] \quad (5)$$

При переносе точки приложения сигнала необходимо придерживаться правила: передаточная функция системы должна оставаться неизменной. Поэтому преобразованная система будет иметь вид:

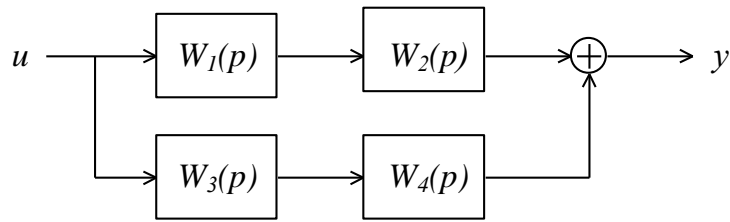


Рис. 12. Структурная схема преобразованной системы  
Передаточная функция системы, представленной на рис. 12, следующая:

$$W(p) = W_1(p)W_2(p) + W_3(p)W_4(p) \quad (6)$$

Приравнивая передаточную функцию (5) к функции (6), определим  $W_4(p)$ , которую необходимо ввести в систему,

$$W_4(p) = W_2(p) \quad (7)$$

Того же правила следует придерживаться при обратном переносе точки отбора сигнала.

### Область применимости структурного метода

Структурный метод является удобным способом работы при расчете линейных автоматических систем, но имеет свои ограничения. Метод предполагает использование передаточных функций, поэтому может применяться только при нулевых начальных условиях.

Если в реальной системе начальные условия ненулевые, то при пользовании структурным методом необходимо придерживаться следующего правила: при любом преобразовании системы ее порядок не должен уменьшаться, то есть недопустимо сокращение одинаковых множителей в числителе и знаменателе передаточной функции.

Сокращая одинаковые множители, мы тем самым выбрасываем из системы реально существующие звенья. Проиллюстрируем это утверждение примером.

Пример

Рассмотрим систему, состоящую из двух последовательно соединенных звеньев: интегрирующего и дифференцирующего.

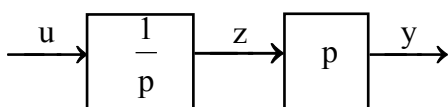


Рис. 13. Структурная схема системы

Используя структурные преобразования, найдем передаточную функцию системы:

$$W(p) = 1/p * p = 1 .$$

Отсюда следует вывод, что пара рассматриваемых звеньев является безынерционным звеном, то есть сигнал на выходе повторяет сигнал на входе. Докажем это, рассматривая промежуточный сигнал

$$z(t) = z(0) + \int_0^t u(\tau) d\tau ,$$

где  $z(0)$  - начальные условия. Получим сигнал на выходе

$$y(t) = \dot{z}(t) = u(t)$$

Поменяем звенья местами и рассмотрим систему

$$\xrightarrow{u} \quad p \quad \xrightarrow{z} \quad \frac{1}{p} \quad \xrightarrow{y}$$

Передаточная функция ее та же:

$$W(p) = p * 1/p = 1 .$$

Очевидно, что в этой системе выход не повторяет вход. Покажем это, рассматривая промежуточный сигнал

$$z(t) = \dot{u}(t) .$$

Выходной сигнал определяется соотношением:

$$y(t) = y(0) + \int_0^t z(\tau) d\tau = y(0) + u(t) ,$$

Как видим, сигнал на выходе второй системы отличается от сигнала на выходе первой на величину начальных условий, хотя обе имеют одну передаточную функцию.

### Контрольные вопросы

1. Перечислите типичные схемы соединения звеньев САУ?
2. Как определяется передаточная функция последовательно соединенных звеньев?
3. Как преобразовать цепь последовательно соединенных звеньев к одному звену?
4. Как преобразовать цепь параллельно соединенных звеньев к одному звену?
5. Как преобразовать обратную связь к одному звену?
6. Что называется прямой цепью САУ?
7. Что называется разомкнутой цепью САУ?



13 - лекция	Использование графов для преобразования структурных схем
-------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Формула Мезона. Преобразование структурных схем. Роль обратной связи при преобразования структурных схем.	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о роли обратной связи при преобразования структурных схем, преобразованиях структурных схем, формуле Мезона		
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>ознакомить с понятием графов для преобразования структурных схем;</li> <li>рассказать об обозначения в структурных схемах линейных систем;</li> <li>рассмотреть основные структурные схемы и преобразование, принцип суперпозиции;</li> </ul>	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>назвать основные структурные схемы и преобразование;</li> <li>дать определение понятиям: формула Мезона, граф, линия передачи сигнала; динамическое звено; узел или разветвление; сумматор; устройство сравнения;</li> <li>знать основные обозначения в структурных схемах линейных систем;</li> <li>раскрыть понятие обратной связи и графа.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (13-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Как преобразовать цепь последовательно соединенных звеньев к одному звену? 2. Как преобразовать цепь параллельно соединенных звеньев к одному звену? 3. Как преобразовать обратную связь к одному звену? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Использование графов для преобразования структурных схем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Обозначения в структурных схемах линейных систем? По 2 вопросу. Область применимости структурного метода? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 13 ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГРАФОВ ДЛЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУРНЫХ СХЕМ

План:

4. Формула Мезона.
5. Преобразование структурных схем.
6. Роль обратной связи при преобразования структурных схем.

Для наглядного изображения прохождения и преобразования сигнала в АСУ помимо структурных схем используют графы, которые, как и структурные схемы, представляют собой запись системы уравнений АСУ в виде рисунка.

Граф состоит из точек (узлов) и линий (ветвей), соединяющих эти точки.

Узлам и ветвям могут быть сопоставлены некоторые величины и операторы. Если ветви графа имеют стрелки, соответствующие направлению распространения сигнала, то граф называется направленным. Рассмотрим его свойства.

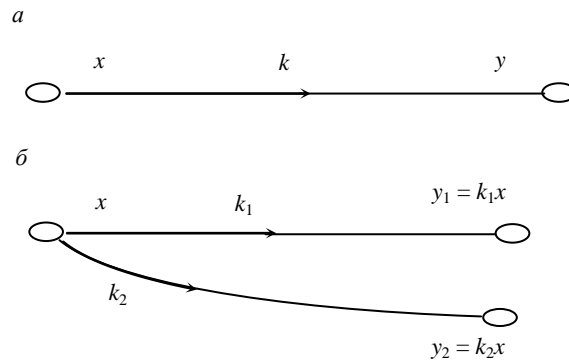
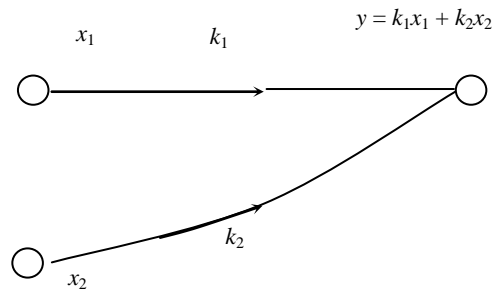


Рис. 1

Каждому узлу (вершине), отмеченному на графе точкой или кружочком, соответствует некоторая переменная рассматриваемой системы.



2. Каждая ветвь (ребро) графа, изображенная в виде линии со стрелкой, имеет узел-начало  $x$  – входная величина и узел-конец  $y$  – выходная величина (рис.1, а). Выходная переменная ветви получается как результат преобразования входной величины, осуществляемый оператором передачи ветви:  $y = kx$ , где  $k$  – оператор (передача) графа.

3. Если из узла выходят несколько ветвей, то все они имеют одинаковую входную величину (рис.1, б).

4. Если к одному узлу подходит несколько ветвей, то переменная, соответствующая этому узлу, получается алгебраическим суммированием выходных переменных ветвей (рис.2).

Между структурной схемой и графом прохождения сигнала имеется прямое соответствие. Прямоугольник структурной схемы соответствует ветви, а линия передачи сигнала соответствует узлу.

➤ **Пример 1.** Пусть имеем две параллельно соединенные ветви. (рис.3, а) Тогда получим  $y = (k_1 + k_2)x = k_{\text{экв}}x$ .

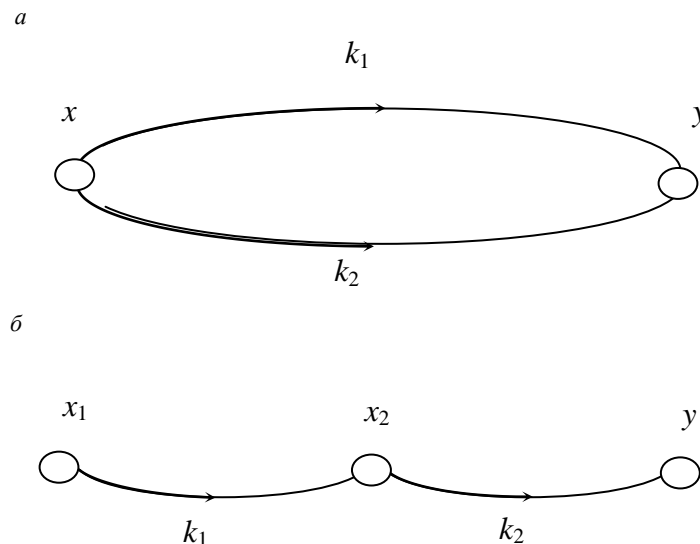
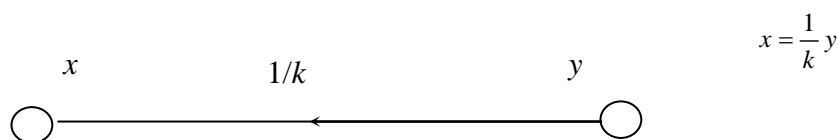


Рис. 3



В общем случае совокупность параллельных одинаково направленных ветвей может быть заменена одной ветвью, передача которой равна сумме передач параллельных ветвей (см. рис.1, а).

Пусть имеем две последовательно соединенные ветви (рис.3, б). Тогда  $y = k_1 k_2 x = k_{\text{экв}} x$ .

### Формула Мезона

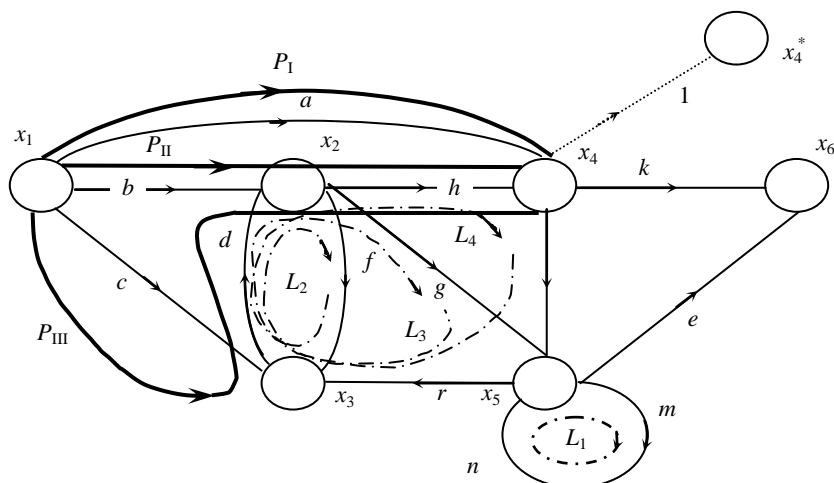
Эта формула позволяет отыскать любую переменную величину графа, если известны передачи всех ветвей. Пусть имеем граф, показанный на рис.5.

Введем некоторые определения.

Узлы подразделяются на:

- а) обычные узлы, имеющие как отходящие, так и подходящие ветви ( $x_2$ );
- б) источники, имеющие только отходящие ветви ( $x_1$ );
- в) стоки, имеющие только подходящие ветви ( $x_6$ ).

Любой узел можно превратить в сток с помощью ветви с передачей 1 ( $x_4 = x_4^*$ ). Сигнал, который находится в источнике, является независимой переменной ( $x_1$ ).



Путем между любыми двумя узлами графа называется непересекающаяся последовательность ветвей между этими узлами с одним и тем же направлением стрелки.

Например, между узлами  $x_1$  и  $x_4$  имеется три пути:

I	II	III
$x_1 a x_4$	$x_1 b h x_4$	$x_1 c d h x_4$

Передачей пути  $P_{ij}$  – называется произведение передач ветвей, входящих в путь между узлами  $i$  и  $j$ . В нашем примере передача путей  $P_{14}$  будет следующей:  $P_I = a$ ,  $P_{II} = bh$ ,  $P_{III} = cdh$ .

Контуром называется замкнутая непересекающаяся последовательность ветвей, ориентированная в одном и том же направлении.

Передачей контура  $L_i$  называется произведение передач ветвей, образующих контур. Для нашего примера  $L_1 = m$ ,  $L_2 = fd$ ,  $L_3 = dgr$ ,  $L_4 = dhnr$ .

Передачей графа  $T_{ij}$  – называется отношение выходной величины  $x_j$  к входной величине  $x_i$ , причем  $x_i$  есть источник, т.е. величина независимая,

$$T_{ij} = x_j / x_i$$

Для нашего случая при  $j = 4$ ,  $i = 1$  получим  $x_4 = T_{14} x_1$ .

Передача графа находится по формуле Мезона

$$T_{ij} = \frac{\sum_s P_s \Delta_s}{\Delta} = \frac{\{(P_1 + P_2 + \dots + P_v) [(1 - L_1)(1 - L_2) \dots (1 - L_u)]\}^*}{[(1 - L_1)(1 - L_2) \dots (1 - L_u)]^*}, \quad (1)$$

здесь  $v$  – количество путей;  $u$  – количество контуров;  $\Delta$  – определитель графа; \* – знак звездочки обозначает, что учитываются произведения только некасающихся (даже в точке) контуров, число которых равно  $u$ ;  $P_s$  – передача  $s$ -го пути, число путей равно  $v$ ;  $\Delta_s$  – алгебраическое дополнение  $s$ -го пути, представляющее собой определитель графа  $\Delta$ , из которого исключены все контуры, которых касается  $s$ -й

путь; именно поэтому в числителе стоит знак \*. Если s-й путь касается всех контуров, то  $\Delta_s = 1$ .

Для графа рис. 5 определитель

$$\Delta = (1 - L_1)(1 - L_2)(1 - L_3)(1 - L_4) = 1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + (L_1L_2 + L_1L_3 + L_1L_4 + L_2L_3 + L_2L_4 + L_3L_4) - (L_1L_2L_3 + L_1L_2L_4 + L_2L_3L_4 + L_1L_3L_4) + L_1L_2L_3L_4.$$

Поскольку должны учитываться произведения только непересекающихся контуров, имеем  $\Delta^* = [1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1L_2]$  (не касаются друг друга только контуры 1 и 2).

Алгебраические дополнения, полученные из определителя графа  $\Delta^*$ :  $\Delta_I = 1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_2$ ;  $\Delta_{II} = 1 - L_1$ ;  $\Delta_{III} = 1 - L_1$ .

Тогда в соответствии с (1) передача графа

$$T_{14} = \frac{P_I[1 - (L_1 + L_2 + L_3) + L_1L_2] + P_{II}(1 - L_1) + P_{III}(1 - L_1)}{1 - (L_1 + L_2 + L_3 + L_4) + L_1L_2}$$

При рассмотрении АСУ передачи ветвей, входящих в передачи путей и передачи контуров, представляют собой передаточную функцию.

➤ **Пример 2.** Пусть имеем структурную схему, показанную на рис.6, а. Соответствующий граф имеет вид, показанный на рис.6, б. Здесь  $L_1 = -W_1W_2$ ;  $P_I = 1W_1 = W_1$ ;  $\Delta_I = 1$ . Тогда

$$T_{xy} = W_{xy}(p) = \frac{P_I \Delta_I}{1 - L_1} = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}$$

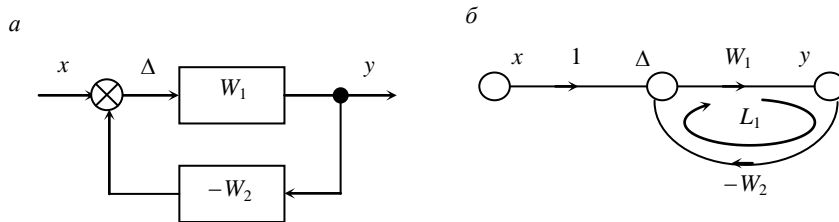


Рис.6

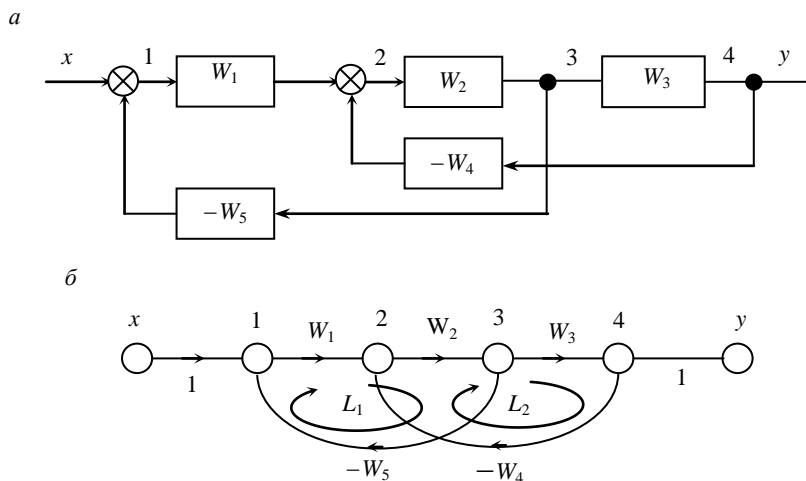


Рис.7

14 - лекция	Электромеханические преобразователи, используемые в САУ
-------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Электродвигатель постоянного тока</li> <li>2. Асинхронный электродвигатель</li> <li>3. Бесконтактный электродвигатель</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об электромеханических преобразователях, используемых в САУ, электродвигателях ПТ, асинхронных и бесконтактных электродвигателях		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием электромеханический преобразователь;</li> <li>• рассказать об основных качественных характеристиках электродвигателей ПТ, асинхронных и бесконтактных электродвигателей;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества и недостатки использования того или иного электродвигателя;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать общее понятие об электромеханических преобразователях;</li> <li>• дать определение понятиям: ток нагрузки, якорной ток; модель, полюсный наконечник, электромеханический преобразователь, электродвигателях ПТ, асинхронных и бесконтактных электродвигателях;</li> <li>• Назвать преимущества и недостатки использования того или иного электродвигателя;</li> <li>• Раскрыть понятие асинхронный и бесконтактный электродвигателях.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	



### Технологическая карта лекции (14-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. С какой целью помимо структурных схем используют графы? 2. Проведите соответствие между структурной схемой и графом. 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Роль обратной связи при преобразования структурных схем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Какие основные условия устойчивости существует? По 2 вопросу: Как определяется устойчивость системы? По 3 вопросу: Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Элементы сравнения.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 14

### ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛИ ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В САУ

#### **План:**

1. Электродвигатель постоянного тока
2. Асинхронный электродвигатель
3. Бесконтактный электродвигатель

В САУ используются различные исполнительные устройства, предназначенные для выполнения необходимых технологических операций. В качестве исполнительных преобразователей могут использоваться устройства, такие как электрические машины, гидравлические и пневматические преобразователи, нагревательные и акустические приборы. В технологическом оборудовании, используемом в механообработке, наиболее часто используются электромеханические преобразователи, в качестве которых используются электрические машины. Наиболее часто применяются электродвигатели постоянного тока, асинхронные электродвигатели и синхронные электрические машины, работающие в режиме бесконтактного двигателя. Рассмотрим их основные характеристики, которые необходимы для их рассмотрения, как объектов теории автоматического управления.

#### **1. Электродвигатель постоянного тока**

Двигатель постоянного тока, как элемент САУ, описывается дифференциальными уравнениями якорной цепи и механической части двигателя:

$$\begin{cases} U = i_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} + C_e \omega \\ C_M (i_{\text{я}} - i_{\text{с}}) = J \frac{d\omega}{dt} \end{cases}, \quad (4)$$

где  $L_{\text{я}}$ ,  $R_{\text{я}}$  – соответственно индуктивность и активное сопротивление якорной цепи;

$i_{\text{я}}$ ,  $i_{\text{с}}$  – соответственно ток якорной цепи и ток нагрузки;

$C_e$ ,  $C_m$  – конструктивные постоянные двигателя;

$J$  – момент инерции двигателя.

При изменении напряжения на входе двигателя на некоторую величину  $\Delta U$  изменяются ток двигателя  $\Delta i_{\text{я}}$  и частота вращения двигателя  $\Delta \omega$ , пренебрегая обратной связью по противоЭДС двигателя ( $C_e \cdot \omega = 0$ ), получаем уравнения якорной цепи и механической части двигателя в приращениях:

$$\begin{cases} \Delta U = \Delta i_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{d\Delta i_{\text{я}}}{dt} \\ C_{\text{М}}(\Delta i_{\text{я}} - \Delta i_{\text{с}}) = J \frac{d\Delta \omega}{dt} \end{cases} \quad (5)$$

Преобразуя уравнения (5) и, считая  $i_{\text{с}} = 0$ , переходим к операторной форме записи данных уравнений:

$$\begin{cases} \Delta U(s) = \Delta i_{\text{я}}(s) R_{\text{я}} + L_{\text{я}} s \Delta i_{\text{я}}(s) \\ C_{\text{М}} \Delta i_{\text{я}}(s) = J s \Delta \omega(s) \end{cases} \quad (6)$$

Из уравнений (6) получаем выражения для передаточных функций якорной цепи и механической части двигателя:

$$\begin{cases} W_{\text{яц}}(s) = \frac{\Delta i_{\text{я}}(s)}{\Delta U(s)} = \frac{1/R_{\text{я}}}{T_{\text{э}} s + 1} \\ W_{\text{мех.ч.}}(s) = \frac{\Delta \omega}{\Delta i_{\text{я}}} = \frac{C_{\text{М}}}{J s} = \frac{R_{\text{я}}/C_{\text{е}}}{T_{\text{М}} s} \end{cases}$$

где  $T_{\text{э}} = \frac{L_{\text{я}}}{R_{\text{я}}}$  — электромагнитная постоянная двигателя,  
 $T_{\text{М}} = \frac{J R_{\text{я}}}{C_{\text{е}} C_{\text{М}}}$  — электромеханическая постоянная двигателя.

Согласно этой системе получаем, что развернутая структурная схема двигателя принимает вид, показанный на рис. 1.

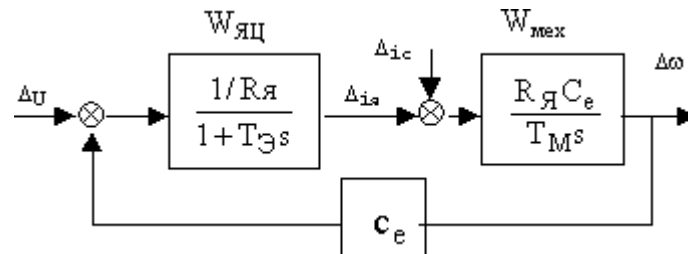


Рис. 1. Развернутая структурная схема двигателя

Свертывая развернутую схему, двигатель можно представить одним колебательным звеном (рис. 2):

$$W_{\text{двиг}}(s) = \frac{\Delta \omega}{\Delta U} = \frac{K_{\text{ДВИГ}}}{T_{\text{э}} T_{\text{М}} s^2 + T_{\text{М}} s + 1},$$

где  $K_{\text{ДВИГ}} = \frac{1}{C_{\text{е}}}$ .

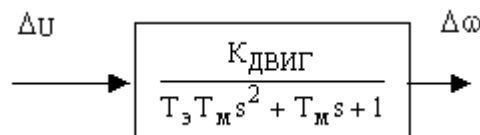


Рис. 2. Свернутая структурная схема двигателя

## 2. Асинхронный электродвигатель

Асинхронный электродвигатель является наиболее широко используемой электрической машиной. Это объясняется простотой его конструкции и достаточно жесткими механическими характеристиками. Механическая характеристика имеет вид, представленный на рис. 3.

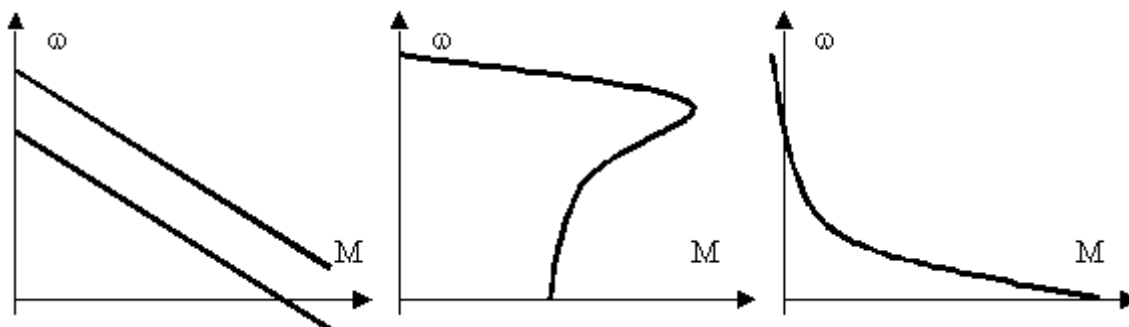


Рис. 3. Сравнительные механические характеристики электродвигателей.

Конструктивно асинхронный двигатель состоит из ротора, на котором расположена короткозамкнутая обмотка типа "белчья клетка", и статора. На статоре расположены обмотки управления, число которых определяется числом фаз питающего напряжения. Синхронная частота вращения вала двигателя определяется как

$$n_c = \frac{60f}{p},$$

где  $f$  – частота питающего напряжения

$p$  – число пар полюсов статорной обмотки.

Для управления асинхронными двигателями используются частотные и амплитудные методы. В первом случае регулирование частоты вращения осуществляется путем изменения частоты питающего напряжения. Во втором случае для изменения частоты вращения вала асинхронного двигателя изменяется напряжение, подаваемое на статорные обмотки двигателя.

Точное математическое описание процессов, происходящих в асинхронном двигателе, представляется системой уравнений Парка-Горева. Оно используется при детальном рассмотрении систем автоматического управления с такими двигателями. Но так как, электромагнитные процессы, протекающие в асинхронных двигателях достаточно быстротечны, при их рассмотрении в большинстве приложений рассматривают только электромеханическую их составляющую. Поэтому передаточная функция асинхронного двигателя в большинстве приложений представляется как

$$W(s) = \frac{\Delta\omega(s)}{\Delta U(s)} = \frac{k}{T_m s + 1},$$

где  $K$  – коэффициент пропорциональности между угловой скоростью вала и управляющим сигналом,

$T_M$  – электромеханическая постоянная времени двигателя и исполнительного механизма.

### 3. Бесконтактный электродвигатель

В приводах подачи металлообрабатывающих станков широкое применение находят бесконтактные (бесколлекторные) двигатели (БКД). Такие электромеханические преобразователи состоят из синхронного двигателя, с ротором которого связан датчик положения ротора. Этот датчик обеспечивает коммутацию обмоток управления, расположенный на статоре электрической машины. На ее роторе располагаются постоянные магниты. Функциональная схема такого электромеханического преобразователя представлена на рис. 4.

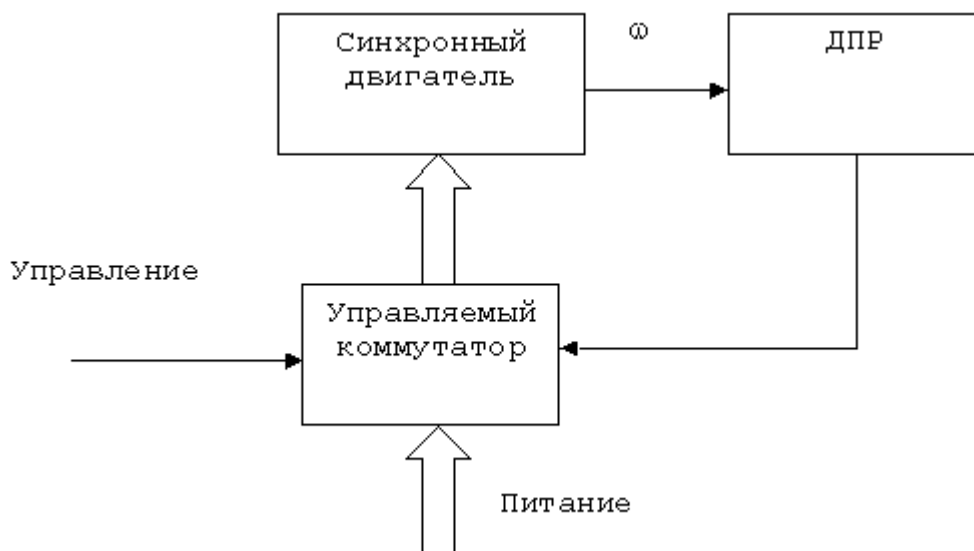


Рис. 4. Функциональная схема БКД.

Момент, развиваемый БКД определяется как:

$$M = \frac{m p c_e [U_c (R_a \cos \varphi + p \omega L_q \sin \varphi) - c_e \omega R_a]}{(p \omega)^2 L_q^2 + R_a^2},$$

где

$\omega$  – угловая скорость вала,

$U_c$  – напряжение управления двигателем,

$R_a, L_q$  – сопротивление и индуктивность фазной обмотки двигателя,

$c_e$  – коэффициент пропорциональности между напряжением на фазных обмотках двигателя и угловой скоростью его вала,

$p$  – число пар полюсов двигателя,

$m$  – число фаз обмотки управления,

$\varphi$  – угол сдвига между основной гармоникой ЭДС фазы и фазовым напряжением.

При малой индуктивности фазных обмоток двигателя и величине угла сдвига между основной гармоникой ЭДС и фазовым напряжением, близким к 90 градусов, величина момента, развиваемого БКД, определяется как

$$M = \frac{m p c_e [U_c - c_e \omega]}{R_a}$$

Таким образом, вид механической характеристики БКД достаточно близок к аналогичным характеристикам двигателя постоянного тока. Поэтому, для исследования САУ, содержащих бесконтактные двигатели, используются передаточные функции, полученные для двигателей постоянного тока.

### **Контрольные вопросы.**

1. Какие основные элементы используются в системах автоматического управления?
2. Для чего используются исполнительные двигатели?
3. Какая передаточная функция характеризует двигатель постоянного тока?
4. Что называется бесколлекторным двигателем? Какая передаточная функция используется для его представления?
5. Какая передаточная функция характеризует асинхронный двигатель?
6. Какая математическая модель используется при представлении динамических свойств силовых преобразователей?
7. Какая математическая модель используется при представлении динамических свойств исполнительных механизмов?
8. Что называется упругостью механизма? Какие его свойства характеризует упругость механизма?
9. Какие математические модели используются при представлении измерительных преобразователей?
10. Как получить математическое описание регулятора, построенного на базе операционного усилителя?
11. Как определить передаточную функцию многомассовой системы?
12. Как динамически представляется процесс резания.
13. Какой вид имеет структурная схема многомассовой системы?
14. Какой вид имеет структурная схема двигателя постоянного тока?

15 - лекция	Основные понятия и определения устойчивости линейных систем. Общая постановка задачи устойчивости.
----------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<p>Что такое устойчивость АСУ. Общее математическое условие устойчивости. Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ.</p>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об основных понятиях и определении устойчивости линейных систем, общую постановку задачи устойчивости		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями устойчивости линейных систем, общей постановку задачи устойчивости;</li> <li>• рассказать об основных методах определения устойчивости линейных систем;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества и недостатки методов определения устойчивости линейных систем;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать общее понятие об устойчивости линейных систем;</li> <li>• дать определение понятиям: входной и собственной операторы, мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости;</li> <li>• Назвать основные преимущества и недостатки методов определения устойчивости линейных систем;</li> <li>• Раскрыть понятие разомкнутой и типовой замкнутой схемы.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (15-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что является одной из важнейших характеристик АСУ? 2. Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем различие между устойчивой и неустойчивой АСУ, каково общее математическое условие устойчивости?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Что такое устойчивость АСУ. По 2 вопросу: Общее математическое условие устойчивости? По 3 вопросу: Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Критерии устойчивости.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.



## ЛЕКЦИЯ 15.

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ. ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ УСТОЙЧИВОСТИ.

#### План:

1. Что такое устойчивость АСУ.
2. Общее математическое условие устойчивости.
3. Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ.

#### 1. Что такое устойчивость АСУ

Одной из важнейших характеристик АСУ является ее устойчивость.

**Устойчивость АСУ** – свойство системы возвращаться в состояние равновесия после прекращения изменения воздействия, выведшего систему из этого состояния.

**Неустойчивая АСУ** не возвращается в состояние равновесия, а непрерывно удаляется от него

От устойчивости АСУ зависит ее работоспособность. Система, не обладающая устойчивостью, вообще не способна выполнять функции управления и имеет нулевую или даже отрицательную эффективность. Неустойчивая система может привести управляемый объект в аварийное состояние. Поэтому проблема устойчивости систем является одной из центральных в теории автоматического управления.

Проявлением, по которому можно судить об устойчивости или неустойчивости системы, является характер изменения ее сигналов во времени, например, управляемой величины  $x(t)$ . Если управляемая величина  $x(t)$  после прекращения изменения, например, задающего воздействия  $x_3(t)$  становится с течением времени постоянной (рис. 1, а), то система ведет себя устойчиво. Если же управляемая величина  $x(t)$  – возрастает, то система ведет себя неустойчиво.

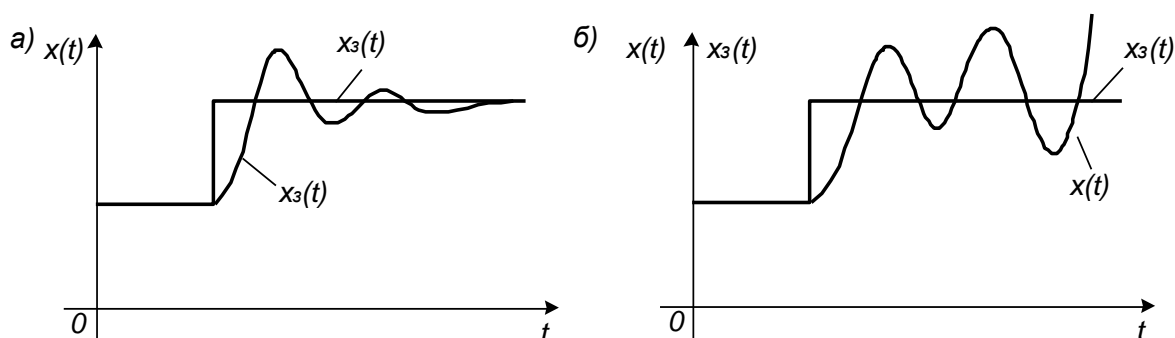


Рис.1. Графики изменения сигналов АСУ во времени – устойчивая АСУ; б – неустойчивая АСУ

#### Вскроем причины неустойчивости АСУ.

Неустойчивость АСУ возникает, как правило, из-за неправильного (положительного) или очень сильного действия главной обратной связи. В результате

чего в систему в режиме гармонических колебаний непрерывно поступает (закачивается) энергия. Энергия системы увеличивается. Увеличиваются и связанные с ней режимные параметры, например, регулируемая величина. Такое явление в технике получило название резонанса.

Задачами анализа устойчивости АСУ обычно являются:

определение устойчивости или неустойчивости системы при заданных параметрах;  
определение допустимого по условиям устойчивости диапазона изменения некоторых заданных параметров системы;  
выяснение принципиальной возможности устойчивости системы при заданной ее структуре.

## 2. Общее математическое условие устойчивости.

Согласно данному выше физическому определению устойчивость определяется характером движения системы, когда воздействия, выведшие ее из состояния равновесия, прекратили действовать или изменяться во времени. Такое движение системы называют свободным. Оно происходит за счет внутренней энергии самой системы и зависит только от ее свойств (параметров).

Свободное движение линейной или линеаризованной АСУ описывается однородным дифференциальным уравнением

$$a_0 \frac{d^n x(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n x(t) = 0, \quad (1)$$

где  $x(t)$  – свободная составляющая выходной (управляемой) величины системы.

Вынужденная составляющая выходной величины, зависящая от вида внешнего воздействия и соответственно от правой части уравнения на устойчивость системы не влияет.

**С математической точки зрения:**

система устойчива, если свободная составляющая  $x(t)$  переходного процесса с течением времени стремится к нулю;

система неустойчива, если свободная составляющая  $x(t)$  переходного процесса с течением времени неограниченно возрастает;

система находится на границе устойчивости, если свободная составляющая  $x(t)$  переходного процесса с течением времени не стремится ни к нулю, ни к бесконечности.

Решение уравнения (1) равно сумме

$$x(t) = \sum_{k=1}^n C_k \exp(p_k t), \quad (2)$$

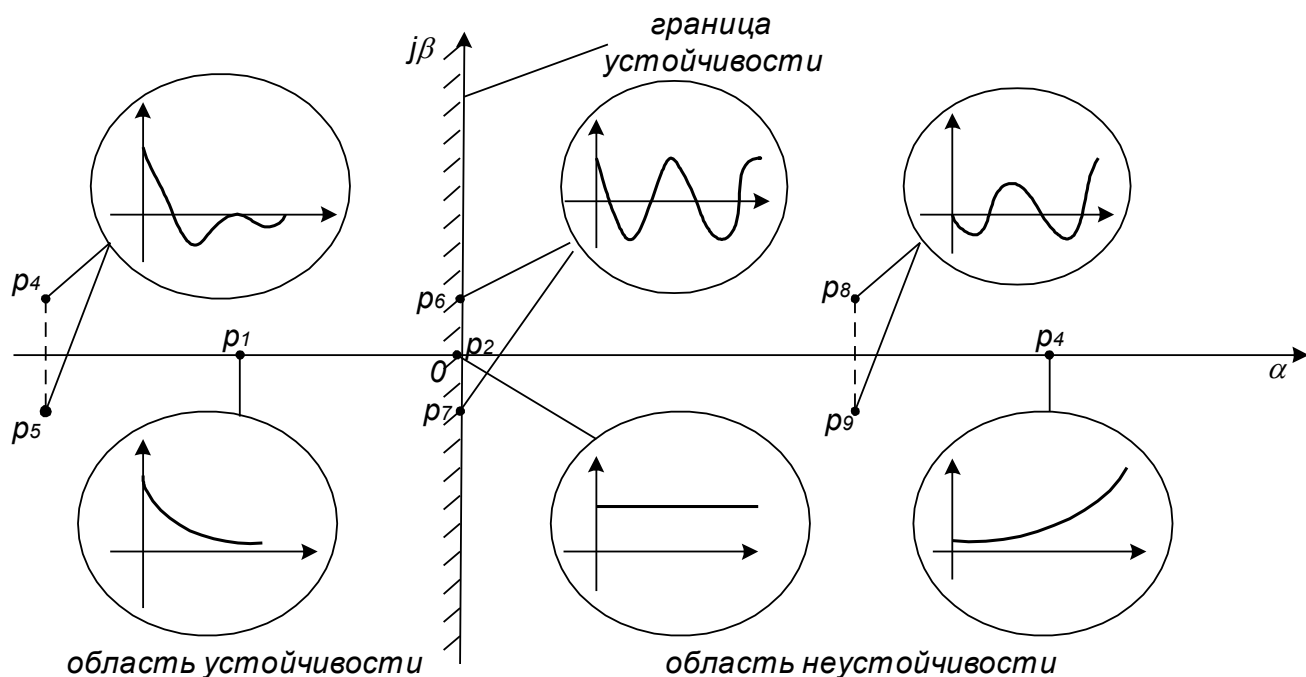
где  $C_k$  – постоянные, зависящие от начальных условий;  $p_k$  – корни характеристического уравнения

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (3)$$

Корни характеристического уравнения могут быть действительными ( $p_k = \alpha_k$ ), мнимыми ( $p_k = j\beta_k$ ) и комплексными ( $p_k = \alpha_k \pm j\beta_k$ ). При этом комплексные корни

всегда попарно сопряжены между собой: если есть корень с положительной мнимой частью, то обязательно существует корень с такой же по модулю, но отрицательной мнимой частью.

Переходная составляющая (2) при времени  $t \rightarrow \infty$  стремится к нулю лишь в том случае, если каждое слагаемое вида  $C_k \exp(p_k t) \rightarrow 0$ . Характер этой функции времени зависит от вида корня  $p_k$ . На рис. 2 изображены возможные случаи расположения



корней  $p_k$  на комплексной плоскости и соответствующие им функции  $x_k(t)$ , которые показаны внутри окружностей.

Рис. 2. Влияние корней характеристического уравнения АСУ на составляющие ее свободного движения

Анализ рис.2 позволяет сформулировать общее математическое условие устойчивости: для устойчивости линейной АСУ необходимо и достаточно, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения системы были отрицательными (или чтобы все корни характеристического уравнения системы располагались в левой части комплексной плоскости).

Устойчивость системы зависит только от вида корней характеристического уравнения и не зависит от характера внешних воздействий на систему, т. е. устойчивость есть внутреннее свойство системы, присущее ей вне зависимости от внешних условий.

Мнимая ось  $j\beta$  является границей устойчивости в плоскости корней. Если характеристическое уравнение имеет пару чисто мнимых корней ( $p_k = +j\beta_k$ ,  $p_{k+1} = -j\beta_k$ ), а все остальные корни находятся в левой части комплексной плоскости, то в системе устанавливаются незатухающие гармонические колебания с круговой

частотой  $\omega = |\beta k|$ . В этом случае говорят, что система находится на колебательной границе устойчивости.

Если характеристическое уравнение имеет нулевой корень ( $\beta = 0$ ), то система находится на аperiodической границе устойчивости. Если таких корней два, то система неустойчива.

Применяя сформулированное выше условие для оценки устойчивости реальных АСУ, не следует забывать, что линейные уравнения вида (1), как правило, получаются в результате упрощений и линеаризации исходных нелинейных уравнений. Возникает вопрос: в какой мере оценка устойчивости по линеаризованному уравнению будет справедлива для реальной системы, и не окажут ли существенное влияние на результат анализа отброшенные при линеаризации члены разложения? Ответ на него был дан русским математиком А. М. Ляпуновым в 1892 г. в работе «Общая задача об устойчивости движения». Он сформулировал и доказал следующую теорему: если характеристическое уравнение линеаризованной системы имеет хотя бы один нулевой корень или одну пару мнимых корней, то судить об устойчивости реальной системы по линеаризованному уравнению нельзя. Отброшенные при линеаризации малые члены могут сделать систему неустойчивой, и поэтому устойчивость реальной системы необходимо оценивать по исходному нелинейному уравнению. Характеристическое уравнение АСУ можно составлять не только по дифференциальному уравнению (1) ее свободного движения, но и по ее алгоритмической схеме с известными передаточными функциями звеньев.

Получим характеристическое уравнение разомкнутой АСУ, алгоритмическая схема которой приведена на рис.3, а.

Ее уравнение движения

$$X(p) = W(p)X_3(p), \quad (4)$$

или представляя передаточную функцию системы в виде

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)}, \quad (5)$$

где  $K(p)$  и  $D(p)$  – входной и собственный операторы, уравнение движения приводим к виду

$$X(p) = \frac{K(p)}{D(p)} X_3(p). \quad (6)$$

Полагая в уравнении (6) задающее воздействие  $X_3(p) = 0$  записываем уравнение свободного движения АСУ

$$D(p)X(p) = 0. \quad (7)$$

Откуда искомое характеристическое уравнение разомкнутой АСУ

$$D(p) = 0. \quad (8)$$

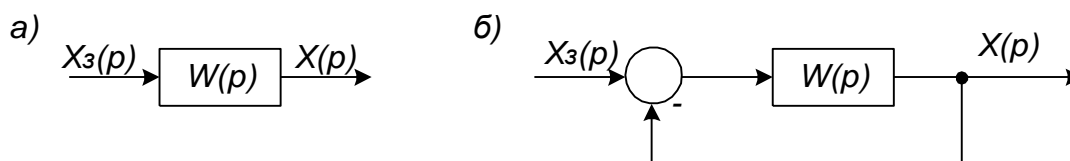


Рис.3. Алгоритмические схемы АСУ  
а – разомкнутой; б – типовой замкнутой

Получим характеристическое уравнение типовой замкнутой АСУ, алгоритмическая схема которой приведена на рис.3, б.

Ее уравнение движения

$$X(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} X_3(p), \quad (9)$$

или с учетом обозначения (5.5)

$$X(p) = \frac{K(p)}{D(p)+K(p)} X_3(p). \quad (10)$$

Полагая в уравнении (5.10)  $X_3(p) = 0$ , записываем уравнение свободного движения АСУ

$$[D(p)+K(p)]X(p) = 0. \quad (11)$$

Тогда искомое характеристическое уравнение типовой замкнутой АСУ

$$D(p)+K(p) = 0. \quad (12)$$

### **Какие критерии применяют при анализе устойчивости АСУ.**

Как было показано выше, для суждения об устойчивости линейной АСУ достаточно определить лишь знаки действительных частей корней характеристического уравнения.

В ТАУ разработан ряд правил, с помощью которых можно судить о знаках действительных частей корней, не решая характеристическое уравнение и не находя числовые значения самих корней. Эти правила получили название критериев устойчивости.

### **Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости.**

Алгебраические критерии устанавливают необходимые и достаточные условия отрицательности вещественных частей корней в форме ограничений, накладываемых на определенные комбинации коэффициентов характеристического уравнения системы.

Частотные критерии определяют связь между устойчивостью системы и формой ее частотных характеристик.

### **Контрольные вопросы**

1. Как определяется устойчивость системы?
2. Какие основные условия устойчивости существуют?

16 - лекция	Алгебраические критерии устойчивости. Критерий устойчивости Рауса. Критерий устойчивости Гурвица.
-------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Критерий устойчивости Гурвица Критерий устойчивости Рауса	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об алгебраических критериях устойчивости, критерии устойчивости Рауса, критерии устойчивости Гурвица.		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями устойчивости линейных систем, общей постановку задачи устойчивости;</li> <li>• рассказать об алгебраических критериях устойчивости;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Гурвица и Рауса;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать общее понятие об устойчивости линейных систем;</li> <li>• дать определение понятиям: критериев устойчивости Гурвица и Рауса; входной и собственной операторы, мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости;</li> <li>• Назвать основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Гурвица и Рауса;</li> <li>• Знать формулировку критериев устойчивости Гурвица и Рауса.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (16-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Как определяется устойчивость системы? 2. Какие основные условия устойчивости существует? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какие критерии устойчивости вы знаете? В чем отличие между алгебраическими и частотными критериями?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Критерий устойчивости Гурвица. По 2 вопросу. Критерий устойчивости Рауса. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Алгебраические критерии устойчивости.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 16.

### АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

#### *План:*

3. *Критерий устойчивости Гурвица*
4. *Критерий устойчивости Рауса*

Как было показано в предыдущей лекции, для суждения об устойчивости линейной АСУ достаточно определить лишь знаки действительных частей корней характеристического уравнения.

В ТАУ разработан ряд правил, с помощью которых можно судить о знаках действительных частей корней, не решая характеристическое уравнение и не находя числовые значения самих корней. Эти правила получили название критериев устойчивости.

Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости.

Алгебраические критерии устанавливают необходимые и достаточные условия отрицательности вещественных частей корней в форме ограничений, накладываемых на определенные комбинации коэффициентов характеристического уравнения системы.

Наибольшее распространение в инженерной практике нашли алгебраические критерии Гурвица и Рауса.

Другими словами, точно вычислить корни можно лишь для систем не выше 4-го порядка, поэтому были разработаны критерии, которые позволяют оценить устойчивость (то есть отрицательность вещественной части корней) по характеристическому уравнению или частотной характеристике. Их называют критериями устойчивости.

#### **1. Критерий устойчивости Гурвица**

Это алгебраический критерий, который предполагает рассмотрение характеристического уравнения в стандартной форме:

$$A(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_2 p + a_1 = 0.$$

Из его коэффициентов по следующему правилу составляется матрица Гурвица: на главной диагонали сверху вниз выписываются по порядку коэффициенты характеристического уравнения от  $a_n$  до  $a_1$  включительно. В каждом столбце вниз от диагонали записывают коэффициенты при возрастающих степенях оператора  $p$ , вверх - при убывающих степенях  $p$ . Недостающие элементы в столбце дополняются нулями.



$$H = \begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} & \dots & 0 & 0 \\ 1 & a_{n-1} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_n & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & a_3 & a_1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

$\dim H = n \times n$ . Приведем без доказательства критерий Гурвица.

**Формулировка критерия.** Для устойчивости линейной системы необходимо и достаточно, чтобы все  $n$  определителей, получаемых из матрицы Гурвица  $H$  были положительны.

$$\Delta_i > 0, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Здесь  $\Delta_1 = a_n > 0$ ;

$$\Delta_2 = \det \begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} \\ 1 & a_{n-1} \end{bmatrix} > 0;$$

$$\Delta_3 = \det \begin{bmatrix} a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 1 & a_{n-1} & a_{n-3} \\ 0 & a_n & a_{n-2} \end{bmatrix} > 0;$$

$$\dots$$

$$\Delta_n = \det H = a_1 \Delta_{n-1} > 0.$$

Условие границы устойчивости согласно критерию Гурвица имеет вид:

$$\begin{cases} \Delta_n = \det H = a_1 \Delta_{n-1} = 0, \\ \Delta_i > 0, \quad i = \overline{1, n-1}. \end{cases} \quad (3-4.15)$$

Рассмотрим примеры применения критерия Гурвица:

1)  $n = 1 \Rightarrow$  уравнение динамики:  $a_0 p + a_1 = 0$ . Определитель Гурвица:  $\Delta = \Delta_1 = a_1 > 0$  при  $a_0 > 0$ , то есть условие устойчивости:  $a_0 > 0, a_1 > 0$ ;

2)  $n = 2 \Rightarrow$  уравнение динамики:  $a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ . Определители Гурвица:  $\Delta_1 = a_1 > 0, \Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 = a_1 a_2 > 0$ , так как  $a_3 = 0$ , то есть условие устойчивости:  $a_0 > 0, a_1 > 0, a_2 > 0$ ;

3)  $n = 3 \Rightarrow$  уравнение динамики:  $a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$ . Определители Гурвица:  $\Delta_1 = a_1 > 0$ ,  $\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ ,  $\Delta_3 = a_3 \Delta_2 > 0$ , условие устойчивости:  $a_0 > 0$ ,  $a_1 > 0$ ,  $a_2 > 0$ ,  $a_3 > 0$ ,  $a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0$ ;

Таким образом, при  $n \leq 2$  положительность коэффициентов характеристического уравнения является необходимым и достаточным условием устойчивости САУ. При  $n > 2$  появляются дополнительные условия.

Критерий Гурвица применяют при  $n \leq 4$ . При больших порядках возрастает число определителей и процесс становится трудоемким. Имеется ряд модификаций данного критерия, расширяющие его возможности.

### Недостаток критерия Гурвица - малая наглядность.

**Достоинство** - удобен для реализации на ЭВМ. Его часто используют для определения влияния одного из параметров САУ на ее устойчивость. Так равенство нулю главного определителя  $\Delta_n = a_n \Delta_{n-1} = 0$  говорит о том, что система находится на границе устойчивости. При этом либо  $a_n = 0$  - при выполнении остальных условий система находится на границе аperiodической устойчивости, либо предпоследний минор  $\Delta_{n-1} = 0$  - при положительности всех остальных миноров система находится на границе колебательной устойчивости. Параметры САУ определяют значения коэффициентов уравнения динамики, следовательно изменение любого параметра  $K_i$  влияет на значение определителя  $\Delta_{n-1}$ . Исследуя это влияние можно найти, при каком значении  $K_i$  определитель  $\Delta_{n-1}$  станет равен нулю, а потом - отрицательным. Это и будет предельное значение исследуемого параметра, после которого система становится неустойчивой.

## 2. Критерий Рауса

Раус предложил критерий устойчивости САУ в виде алгоритма, по которому заполняется специальная таблица с использованием коэффициентов характеристического уравнения:

- 1) в первой строке записываются коэффициенты уравнения с четными индексами в порядке их возрастания;
- 2) во второй строке - с нечетными;
- 3) остальные элементы таблицы определяется по формуле:  $c_{k,i} = c_{k+1,i-2} - r_i \cdot c_{k+1,i-1}$ , где  $r_i = c_{1,i-2}/c_{1,i-1}$ ,  $i \geq 3$  - номер строки,  $k$  - номер столбца.
- 4) Число строк таблицы Рауса на единицу больше порядка характеристического уравнения.

Ri	i \ k	1	2	3	4
-	1	$c_{11} = a_0$	$c_{21} = a_2$	$c_{31} = a_4$	...
-	2	$c_{12} = a_1$	$c_{22} = a_3$	$c_{32} = a_5$	...
$r_3$	=3	$c_{13} =$	$c_{21} - c_{23} =$	$c_{31} - c_{33} =$	$c_{41} - \dots$
$c_{11}/c_{12}$		$r_3 c_{22}$	$r_3 c_{32}$	$r_3 c_{42}$	
$r_3$	=4	$c_{14} =$	$c_{22} - c_{24} =$	$c_{32} - c_{34} =$	$c_{42} - \dots$
$c_{11}/c_{12}$		$r_3 c_{23}$	$r_4 c_{33}$	$r_4 c_{43}$	
...	...	...	...	...	...

Критерий Рауса: для того, чтобы САУ была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца таблицы Рауса  $c_{11}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{13}, \dots$  были

положительными. Если это не выполняется, то система неустойчива, а количество правых корней равно числу перемен знака в первом столбце.

**Достоинство** - критерий прост в использовании независимо от порядка характеристического уравнения. Он удобен для использования на ЭВМ.

**Его недостаток** - малая наглядность, трудно судить о степени устойчивости системы, на сколько далеко отстоит она от границы устойчивости.

Пример 1. Оценить устойчивость системы 3-го порядка, дифференциальное уравнение которой имеет вид:

$$\ddot{y} + a_3 \dot{y} + a_2 y + a_1 y = bu$$

Запишем характеристическое уравнение

$$p^3 + a_3 p^2 + a_2 p + a_1 = 0$$

и составим матрицу Гурвица для этой системы:

$$H = \begin{bmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{bmatrix}.$$

Условия устойчивости системы в соответствии с критерием Гурвица следующие:

- 1)  $\Delta_1 = a_3 > 0$ ,
- 2)  $\Delta_2 = a_3 a_2 > a_1$ ,
- 3)  $\Delta_3 = \det H = a_1 \Delta_2 > 0$  или  $a_1 > 0$ .

Поскольку положительность всех коэффициентов характеристического уравнения следует из необходимого условия, то условие устойчивости системы 3-го порядка принимает вид:

$$a_3 a_2 > a_1.$$

### Контрольные вопросы

1. Что такое критерии устойчивости?
2. Сформулируйте необходимое условие устойчивости САУ?
3. Сформулируйте критерий Рауса?
4. Сформулируйте критерий Гурвица?
5. В чем достоинства и недостатки алгебраических критериев устойчивости?
6. Что называется частотными критериями устойчивости САУ?
7. В чем преимущество частотных критериев устойчивости перед алгебраическими?
8. Сформулируйте принцип аргумента.

17 - лекция	Частотные критерии устойчивости
----------------	---------------------------------

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Критерий устойчивости Михайлова 2. Критерий устойчивости Найквиста	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о частотных критериях устойчивости, критериях устойчивости Михайлова и Найквиста.		
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятиями устойчивости линейных систем, общей постановку задачи устойчивости;</li> <li>• рассказать о частотных критериях;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Михайлова и Найквиста;</li> </ul>	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать общее понятие об устойчивости линейных систем;</li> <li>• дать определение понятиям: критериев устойчивости Михайлова и Найквиста; входной и собственный операторы, мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости;</li> <li>• Назвать основные преимущества и недостатки критериев устойчивости Михайлова и Найквиста;</li> <li>• Знать формулировку критериев устойчивости Михайлова и Найквиста.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (17-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Критерий устойчивости Гурвица? 2. Критерий устойчивости Рауса? 3. В чем преимущества и недостатки алгебраических методов определения устойчивости? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем преимущества и недостатки частотных методов определения устойчивости, в чем их отличие от алгебраических методов?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Критерий устойчивости Михайлова? По 2 вопросу. Критерий устойчивости Найквиста? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Частотные методы определения устойчивости замкнутых систем.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 17

### ЧАСТОТНЫЕ КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ

#### План:

1. Критерий устойчивости Михайлова
2. Критерий устойчивости Найквиста

Как было показано в предыдущей лекции в ТАУ разработан ряд правил, с помощью которых можно судить о знаках действительных частей корней, не решая характеристическое уравнение и не находя числовые значения самих корней. Эти правила получили название критериев устойчивости.

Различают алгебраические и частотные критерии устойчивости.

Алгебраические критерии устанавливают необходимые и достаточные условия отрицательности вещественных частей корней в форме ограничений, накладываемых на определенные комбинации коэффициентов характеристического уравнения системы.

Частотные критерии определяют связь между устойчивостью системы и формой ее частотных характеристик. Это графоаналитические методы, позволяющие по виду частотных характеристик САУ судить об их устойчивости. Их общее достоинство в простой геометрической интерпретации, наглядности и в отсутствии ограничений на порядок дифференциального уравнения.

#### Критерий устойчивости Михайлова

Он был сформулирован А. В. Михайловым в 1936 году и базируется на принципе аргумента. При этом для анализа устойчивости рассматривается характеристический комплекс системы  $F(j\omega)$ , который получается из характеристического полинома

$$F(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_2 p + a_1 \quad (1)$$

заменой  $p$  на  $j\omega$  и имеет вид:

$$F(j\omega) = (j\omega)^n + a_n (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1, \quad (2)$$

где можно выделить вещественную и мнимую часть, а также амплитуду и фазу:

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = A_F(\omega)e^{j\varphi_F(\omega)}. \quad (3)$$

Для конкретного численного значения  $\omega = \omega_1$  характеристический комплекс представляет собой комплексное число  $F(j\omega_1)$ , которое можно изобразить на

плоскости в виде вектора, соединяющего начало координат с точкой  $\{R_F(\omega); jI_F(\omega)\}$ .

При изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  конец вектора  $F(j\omega)$  выписывает на комплексной плоскости некоторую кривую, которую называют годографом Михайлова. Причем начинается годограф, как следует из соотношения (2), в точке с координатами  $\{a_1; j0\}$ .

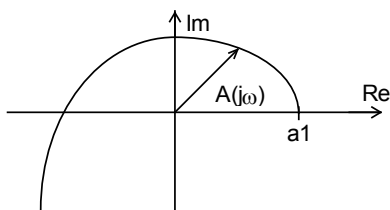


Рис. 1. Вид годографа Михайлова.

**Формулировка критерия.** Для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы годограф Михайлова при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  начинался на вещественной оси в точке  $a_1$  и проходил последовательно против часовой стрелки по квадрантам, не обращаясь в ноль и стремясь к  $\infty$  в  $n$ -ом квадранте.

**Доказательство.** Утверждение основано на расположении годографа Михайлова на комплексной плоскости, поэтому проанализируем, как связаны корни характеристического уравнения  $\lambda_i$  с видом  $F(j\omega)$ . Поскольку полином (1) можно представить как произведение простейших сомножителей

$$F(p) = (p - \lambda_1) \cdot \dots \cdot (p - \lambda_n), \quad (4)$$

характеристический комплекс (2) также принимает вид:

$$F(j\omega) = (j\omega - \lambda_1) \cdot \dots \cdot (j\omega - \lambda_n). \quad (5)$$

Его можно представить в форме

$$F(j\omega) = A_1(\omega) e^{j\varphi_1(\omega)} \cdot \dots \cdot A_n(\omega) e^{j\varphi_n(\omega)}. \quad (6)$$

Из выражений (3) и (1) следует, что

$$A_F(\omega) = \prod_{i=1}^n A_i(\omega). \quad (7)$$

$$\varphi_F(\omega) = \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega). \quad (8)$$

Если характеристическое уравнение системы содержит чисто мнимые корни, то, как следует из (7),  $A_F(\omega) = 0$  при определенном значении частоты  $\omega = \omega_0$ , так

как при этом один из сомножителей обратится в ноль. В случае устойчивой системы корни расположены только в левой полуплоскости плоскости корней и не могут быть чисто мнимыми, следовательно, в ноль годограф Михайлова не обращается.

Определим теперь угол поворота вектора  $F(\omega)$  при изменении частоты от 0 до  $\infty$ . Поскольку  $\varphi_F(\omega)$ , в соответствии с (8), есть сумма отдельных  $\varphi_i(\omega)$ , то рассмотрим угол поворота каждого сомножителя выражения (5).

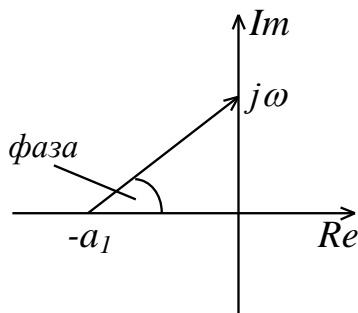


Рис. 2. Элементарный вектор, соответствующий устойчивому вещественному корню

1). Корень характеристического уравнения вещественный отрицательный;  $\lambda_i = -\alpha_i$ ,  $\alpha_i > 0$ . Соответствующий сомножитель в (5) имеет вид:  $(j\omega + \alpha_i)$ . Изобразим этот элементарный вектор на комплексной плоскости; при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  его вещественная часть остается неизменной и равна  $\alpha_i$ , а мнимая часть возрастает до бесконечности.

Как видим, угол поворота элементарного вектора, соответствующего устойчивому вещественному корню, равен  $\varphi_i = +\pi / 2$ .

Если корень характеристического уравнения вещественный положительный,  $\lambda_i = +\alpha_i$ , то угол поворота элементарного вектора  $(j\omega - \alpha_i)$  равен  $-\pi / 2$ .

2). Рассмотрим теперь пару устойчивых комплексно - сопряженных корней  $\lambda_{i,j+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i$  и соответствующий им угол поворота произведения  $(\alpha_i + j\beta_i + j\omega)(\alpha_i - j\beta_i + j\omega)$ .

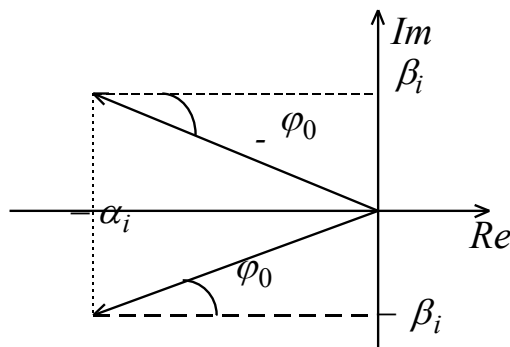


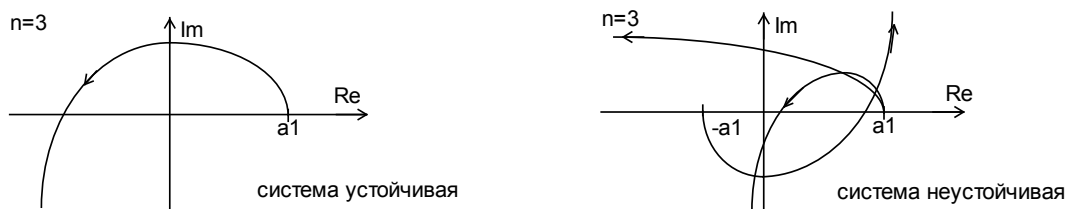
Рис. 3. Векторы, соответствующие устойчивым комплексно - сопряженным корням



У этих двух векторов начальные фазы одинаковы по модулю ( $\varphi_0$ ), но имеют противоположные знаки. При изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  один вектор поворачивается на угол, равный  $\varphi_0 = +\pi/2$ , а второй - на угол  $\varphi_{i+1} = -\varphi_0 + \pi/2$ . Суммарный угол поворота для пары устойчивых комплексно - сопряженных корней равен  $+\pi$ .

Если комплексно - сопряженные корни имеют положительную вещественную часть, то суммарный угол поворота равен  $-\pi$ .

Таким образом, в устойчивой системе каждый из  $n$  корней даст приращение фазы  $\varphi_i = +\pi/2$ , а общий угол поворота  $F(\omega)$  согласно (8) равен  $+(\pi/2)n$ , что и требовалось доказать. Вид годографа Михайлова для устойчивых и неустойчивых систем третьего порядка приведен на рис. 4.11.



**Рис. 4. Годограф Михайлова устойчивой и неустойчивой систем**

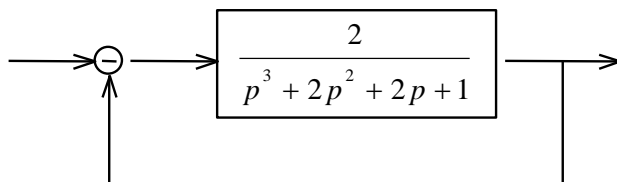
Система будет находиться на границе устойчивости, если годограф Михайлова при некотором значении частоты  $\omega = \omega_0$  обращается в ноль, то есть при выполнении условия:

$$\begin{cases} R_F(\omega_0) = 0, \\ I_F(\omega_0) = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Здесь частота  $\omega_0$  - есть частота незатухающих колебаний системы.

### Пример 1

Оценить устойчивость системы, структурная схема которой имеет вид:



Определим передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2}{p^3 + 2p^2 + 2p + 3}$$

и запишем ее характеристический полином

$$F(p) = p^3 + 2p^2 + 2p + 3$$

Заменой  $p$  на  $j\omega$  перейдем к выражению для годографа Михайлова

$$F(j\omega) = -j\omega^3 - 2\omega^2 + 2j\omega + 3,$$

которое представим в форме

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = (3 - 2\omega^2) + j(2\omega - \omega^3).$$

С целью построения годографа Михайлова вычислим значения вещественной и мнимой части при конкретных значениях частоты и занесем их в таблицу.

$\omega$	0	1	1,22	1,41	...	$\infty$
$R_F(\omega)$	3	1	0	-1	...	$-\infty$
$I_F(\omega)$	0	1	0,61	0	...	$-\infty$

По данным таблицы построим годограф Михайлова.

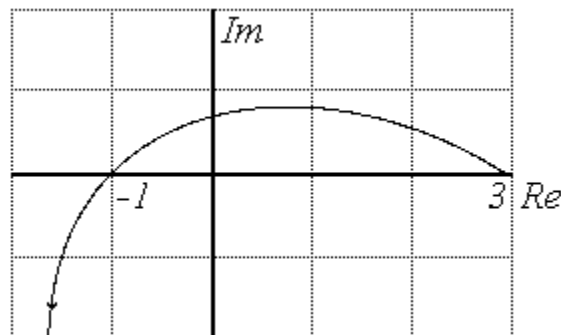


Рис. 5. Годограф Михайлова для исследуемой системы

Как видим, он проходит последовательно три квадранта, не обращаясь в ноль и стремясь к бесконечности в третьем квадранте. Следовательно, исследуемая система устойчива.

## 2. Критерий устойчивости Найквиста

Этот критерий был получен Н. Найквистом в 1932 году для проверки усилителей с отрицательной обратной связью, затем обобщен на системы автоматического управления.

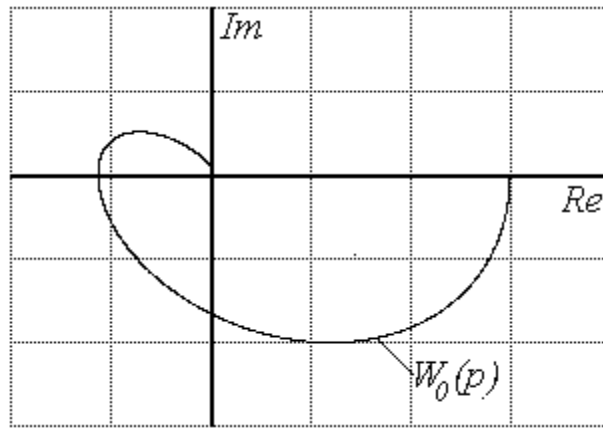


Рис. 6. АФХ разомкнутой системы

Критерий Найквиста позволяет определить устойчивость системы с обратной связью (замкнутой системы) по экспериментально снятой или полученной на основе передаточной функции амплитудно - фазовой частотной характеристике разомкнутой системы.

Будем полагать, что известна передаточная функция разомкнутой системы

$$W_0(p) = \frac{B_0(p)}{A_0(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1}, \quad m \leq n. \quad (10)$$

Здесь  $A_0(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1$  - ее характеристический полином.

Структурная схема замкнутой имеет вид:

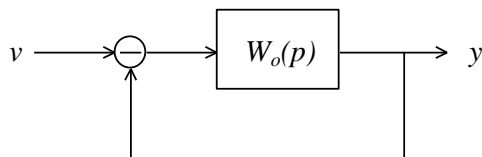


Рис. 7. Структурная схема замкнутой системы

Передаточная функция замкнутой системы следующая:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{W_0(p)}{1 + W_0(p)} = \frac{B_0(p)}{A_0(p) + B_0(p)}, \quad (11)$$

где  $A(p) = A_0(p) + B_0(p)$  - характеристический полином замкнутой системы. Для получения критерия устойчивости вводится вспомогательная функция:

$$\tilde{W}(p) = 1 + W_0(p) = \frac{A_0(p) + B_0(p)}{A_0(p)} = \frac{A(p)}{A_0(p)}. \quad (12)$$

Как видим, числитель вспомогательной передаточной функции представляет собой характеристический полином замкнутой системы, а знаменатель - характеристический полином разомкнутой системы. Так как  $\dim B_0(p) \leq \dim A_0(p)$ , то в выражении для  $A(p)$  порядок суммы полиномов равен  $\dim A_0(p) = n$ . Следовательно, во вспомогательной передаточной функции  $\tilde{W}(p)$  полиномы числителя и знаменателя имеют одинаковый порядок (n).

В выражении (12) заменим  $p$  на  $j\omega$  и получим:

$$\tilde{W}(j\omega) = \frac{A(j\omega)}{A_0(j\omega)}. \quad (13)$$

Рассмотрим результирующий угол поворота вектора  $\tilde{W}(j\omega)$  при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$ , используя те же соотношения, что и при доказательстве критерия Михайлова.

Если замкнутая система устойчивая, то общее приращение фазы числителя (13) будет равно

$$\varphi(\omega) = n(\pi / 2). \quad (14)$$

При устойчивой разомкнутой системе фаза знаменателя

$$\varphi_0(\omega) = n(\pi / 2). \quad (15)$$

Результирующий угол поворота вектора  $\tilde{W}(j\omega)$  равен разности (14) и (15)

$$\tilde{\varphi}(\omega) = \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega) = 0. \quad (16)$$

Таким образом, для устойчивости замкнутой системы при устойчивой разомкнутой должно выполняться соотношение (16). Это свойство имеет простую геометрическую интерпретацию: вспомогательная частотная характеристика не должна охватывать начало координат. Так как  $\tilde{W}(j\omega)$  отличается от  $W_0(j\omega)$  на единицу, то можно строить амплитудно - фазовую характеристику разомкнутой системы, что значительно проще.

Формулировка критерия Найквиста: для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно чтобы амплитудно - фазовая характеристика устойчивой разомкнутой системы при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  не охватывала точку с координатами  $\{-1, j0\}$ .

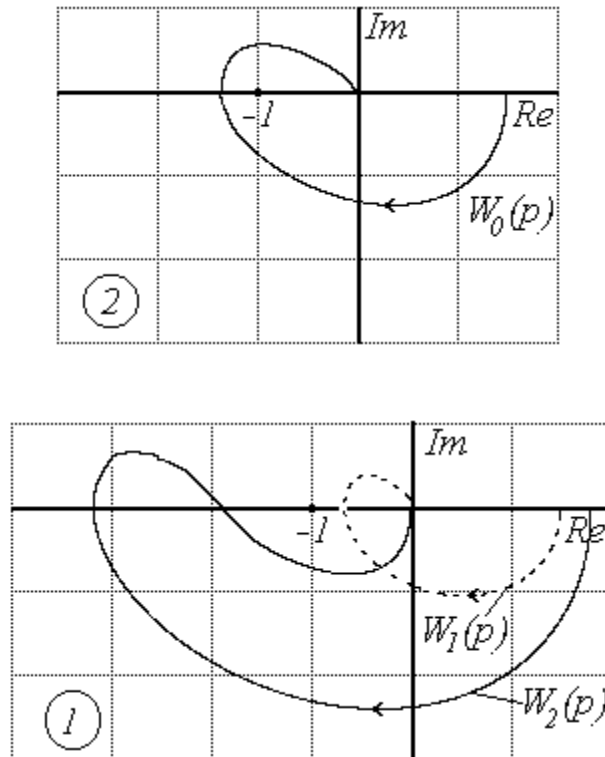


Рис. 8. Частотные характеристики, иллюстрирующие критерий Найквиста  
 1 - устойчивая система;                      2 - неустойчивая система

Разомкнутая система может быть неустойчива, но это не означает, что неустойчивой будет и замкнутая. В этом случае меняется формулировка критерия Найквиста: для устойчивости замкнутой системы необходимо и достаточно, чтобы амплитудно - фазовая характеристика неустойчивой разомкнутой системы при изменении  $\omega$  от 0 до  $\infty$  охватывала точку с координатами  $\{-1, j0\}$  в положительном направлении  $\pi/2$  раз, где  $\pi$  число корней характеристического уравнения разомкнутой системы с положительной вещественной частью.

Критерий Найквиста можно также применять, если разомкнутая система имеет в своем составе интегратор, то есть ее передаточная функция следующая:

$$W_0(p) = \frac{B_0(p)}{pA_0(p)}. \quad (17)$$

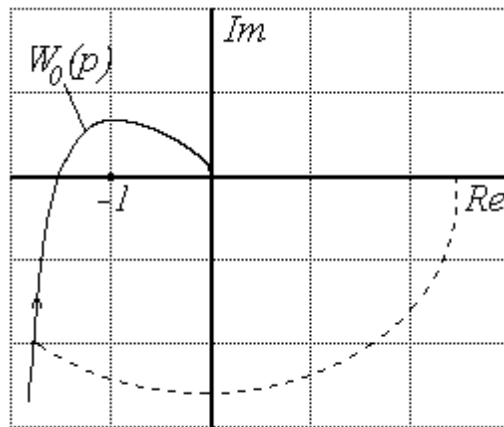


Рис. 9. АФХ разомкнутой системы с интегратором

Полученная в результате замены  $p$  на  $j\omega$  в выражении (17) амплитудно - фазовая характеристика будет иметь неопределенность в точке  $\omega = 0$ . Поэтому при ее построении делают аппроксимацию: характеристику дополняют полуокружностью бесконечно большого радиуса так, чтобы она начиналась на положительной вещественной полуоси.

Замкнутая система будет находиться на границе устойчивости, если при некоторой частоте  $\omega = \omega_0$  АФХ разомкнутой системы пересекает точку с координатами  $\{-1, j0\}$ . Аналитически условие границы устойчивости записывается в виде

$$1 + W_0(j\omega_0) = 0. \quad (18)$$

### Контрольные вопросы

1. Сформулируйте критерий устойчивости Михайлова?
2. Сформулируйте критерий устойчивости Найквиста.
3. В чем особенность использования критерия Найквиста для астатических САУ?
4. Какие САУ считаются структурно устойчивыми и структурно неустойчивыми?
5. В каком квадранте уходит в бесконечность АФЧХ разомкнутой САУ если порядок астатизма равен трем? Является ли такая САУ структурно устойчивой в замкнутом состоянии?
6. Как сделать устойчивой структурно неустойчивую САУ?
7. Что называется запасом устойчивости по модулю?
8. Что называется запасом устойчивости по фазе?

18 - лекция	Области и запасы устойчивости. Понятие о D – разбиении.
-------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Основные понятия и определения 2. Частотные оценки запаса 3. Корневые оценки 4. Метод D-разбиения	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об области и запасах устойчивости, понятие о D – разбиении, а также частотных и корневых оценках запаса.		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием область и запасы устойчивости;</li> <li>• рассказать о частотных и корневых оценках запаса;</li> <li>• рассмотреть основные преимущества и недостатки использования метода D -разбиения;</li> </ul>	Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать общее понятие об устойчивости линейных систем;</li> <li>• дать определение понятиям: D-разбиение, частотные и корневые оценки запаса; входной и собственный операторы, мнимая ось, вещественная ось, устойчивая и неустойчивая АСУ, область устойчивости;</li> <li>• Назвать основные преимущества и недостатки использования метода D -разбиения;</li> <li>• уметь определять устойчивость системы методом D-разбиения.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (18-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Формулировка критерия устойчивости Михайлова? 2. Дайте формулировку критерия устойчивости Найквиста? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем особенность использования критерия Найквиста для астатических САУ? Какие САУ считаются структурно устойчивыми и структурно неустойчивыми?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Частотные оценки запаса. Корневые оценки? По 2 вопросу. Метод D-разбиения, для чего служит метод D – разбиения? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Метод D-разбиения – преимущества и недостатки.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.



## ЛЕКЦИЯ 18. ОБЛАСТИ И ЗАПАСЫ УСТОЙЧИВОСТИ. ПОНЯТИЕ О D – РАЗБИЕНИИ

### План:

1. Основные понятия и определения
2. Частотные оценки запаса
3. Корневые оценки
4. Метод D-разбиения

### 1. Основные понятия и определения

Поскольку при составлении математической модели делается ряд допущений, то параметры реальной системы несколько отличаются от расчетных (номинальных). Кроме того, с течением времени они могут изменяться в некотором диапазоне, но при этом свойство устойчивости должно сохраняться. Поэтому для нормальной работы система должна обладать определенным запасом устойчивости. Рассмотрим линейную стационарную систему общего вида

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu, & x &\in R^n, \\ y &= Cx, & (u, y) &\in R^m, \quad n \geq m, \end{aligned}$$

и соответствующее ей характеристическое уравнение

$$\det(pI - A) = 0,$$

которое имеет  $n$  корней  $\lambda_i = \lambda_i(A)$ .

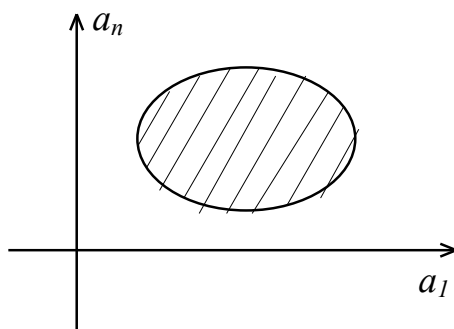


Рис. 1. Область устойчивости системы

**Определение:** областью устойчивости по параметрам будем называть множество матриц  $A$ , для которых выполняется общее условие устойчивости,  $\text{Re } \lambda(A) < 0$ .

На практике обычно речь идет об изменении одного - двух параметров системы.

**Определение:** критическими (граничными) будем называть такие значения матриц  $A$ , при которых система находится на границе устойчивости,  $\text{Re } \lambda(A) = 0$ .

**Определение:** запасом устойчивости называется диапазон значений параметра от номинального до граничного.

## 2. Частотные оценки запаса

Частотные запасы устойчивости характеризуют, в соответствии с критерием Найквиста, удаление амплитудно - фазовой характеристики разомкнутой системы от критической точки с координатами  $\{-1, j0\}$ .

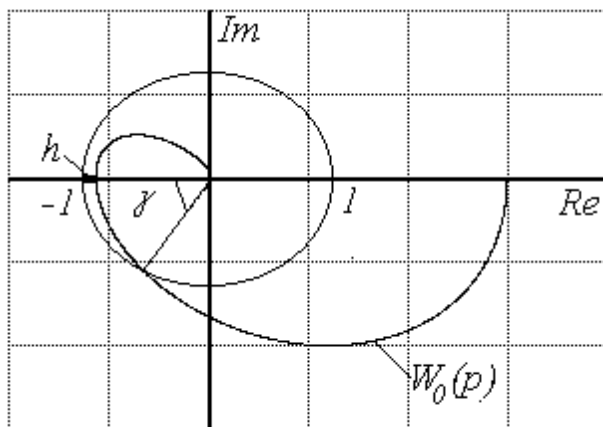


Рис. 2. Определение запасов устойчивости по АФХ

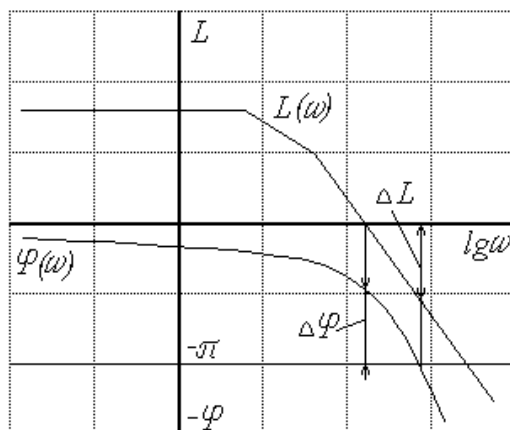
Запас устойчивости по амплитуде ( $h$ ) показывает, насколько можно увеличить амплитуду без потери устойчивости системы.

Запас устойчивости по фазе ( $\gamma$ ) показывает, насколько можно изменить фазу системы без потери ею устойчивости.

Опытным путем установлено, что для нормальной работы система должна обладать следующими запасами устойчивости:

$$h = 50-80\% , \quad \gamma = 50-80\% . \quad (1)$$

Аналогичные запасы устойчивости можно определить и по логарифмическим характеристикам системы.



Здесь запас устойчивости по модулю обозначают как  $\Delta L$  и измеряют в децибеллах [дБ]. Он определяется на частоте, где фазовая частотная характеристика достигает значения  $-\pi$ .

Запас устойчивости по фазе обозначают как  $\Delta\varphi$ , он определяется на частоте  $\omega_c$ , где  $\Delta L = 0$ ,

$$\Delta\varphi(\omega_c) = \pi - \varphi(\omega_c). \quad (2)$$

Экспериментально установлено, что имея следующий запас устойчивости:

$$\Delta L \geq (10 - 15) \text{ дБ}; \quad \Delta\varphi \geq (30 - 60)^\circ, \quad (3)$$

система будет работать удовлетворительно.

### 3. Корневые оценки

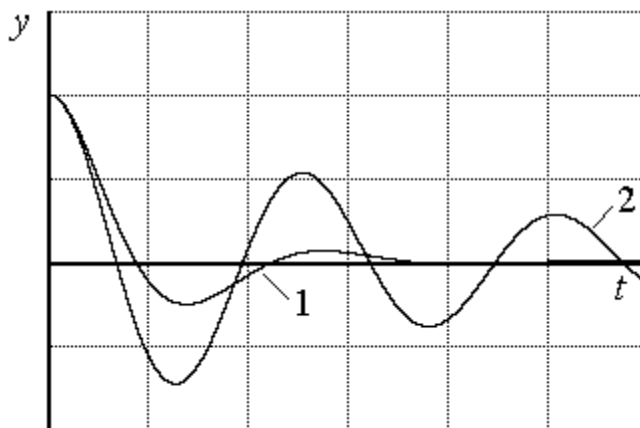


Рис. 4. Процессы в системах с разным запасом устойчивости

Склонность системы к неустойчивости выражается в большой колебательности процессов в ней, следовательно, процесс 2 на рис.4 соответствует системе с меньшим запасом устойчивости.

Вид процессов в системе определяется корнями характеристического уравнения согласно выражения (4), причем колебательный характер придают комплексно - сопряженные корни:

$$\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i,$$

где вещественная часть ( $\alpha_i$ ) определяет скорость затухания, а мнимая часть корней ( $\beta_i$ ) - частоту затухания.

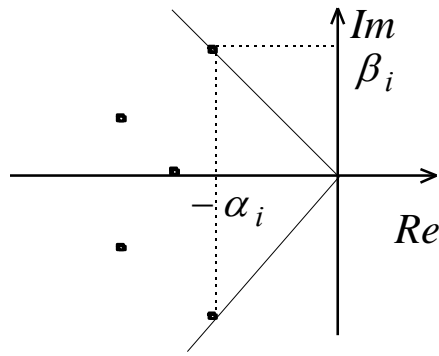


Рис. 5. Распределение корней в системе

Пара корней с самым широким сектором будет давать составляющую процесса с наибольшими колебаниями, поэтому в качестве оценки устойчивости используем величину:

$$\gamma = \frac{\alpha_i}{\beta_i}, \quad (4)$$

которая может изменяться в диапазоне  $\gamma \in [0, \infty]$ . Чем меньше  $\gamma$  (то есть больше мнимая часть корня, тем ближе система к границе устойчивости. При  $\gamma = 0$  она находится на границе устойчивости, если же  $\gamma = \infty$ , система будет абсолютно устойчива.

Таким образом, корневая оценка запаса устойчивости  $\gamma$  характеризует, насколько можно изменять корни характеристического уравнения без потери системой устойчивости.

Обычно такая оценка используется на этапе проектирования, так как ее трудно связать с параметрами реальной САУ (коэффициентом усиления, постоянными времени, коэффициентом демпфирования).

#### 4. Метод D-разбиения

На практике бывает необходимо знать не только запас, который можно оценить с помощью какого-либо критерия устойчивости, но и всю область устойчивости по параметрам. Этой цели служит метод D-разбиения, позволяющий построить такую область в плоскости одного или двух параметров.

Рассмотрим сначала этот метод для одного параметра D, который входит в характеристическое уравнение системы линейно:

$$A(p) = N(p) + D M(p) = 0. \quad (5)$$

В (5) заменим  $p$  на  $j\omega$  и получим уравнение

$$A(j\omega) = N(j\omega) + DM(j\omega) = 0, \quad (6)$$

соответствующее границе устойчивости согласно критерия Михайлова .. Разрешим его относительно D

$$D(j\omega) = -\frac{N(j\omega)}{M(j\omega)} = R_D(\omega) + jI_D(\omega). \quad (7)$$

Полученное комплексное представление параметра D позволяет изобразить его в виде вектора на плоскости  $\{R_D(\omega); I_D(\omega)\}$ . Конкретное численное значение  $D(j\omega)$  зависит от частоты, и при изменении  $\omega$  в диапазоне от  $-\infty$  до  $+\infty$  конец вектора выписывает на комплексной плоскости кривую D - разбиения, представляющую собой границу устойчивости (ее можно рассматривать также как отображение мнимой оси плоскости корней).

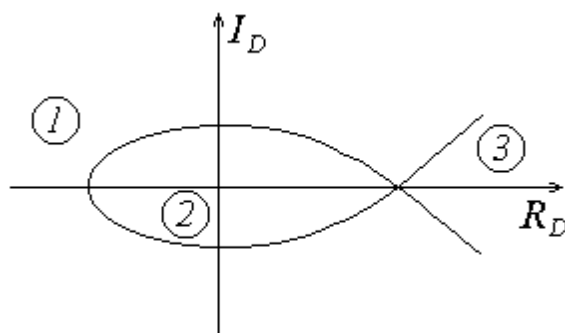


Рис. 6. Иллюстрация построения кривой D - разбиения

Эта кривая симметрична относительно вещественной оси, поэтому достаточно построить ее часть, соответствующую положительным значениям частоты, а вторую часть получить зеркальным отображением относительно вещественной оси.

Кривая D разбивает плоскость параметра на несколько областей с различным условием устойчивости, для определения которого необходимо выбрать по одному значению D в каждой из них и проверить устойчивость с помощью какого-либо критерия. Если система устойчива при выбранном D, то она будет устойчива и при других значениях из этой области.

Обычно в качестве параметра D фигурирует реальный параметр системы (коэффициент усиления, постоянная времени, момент инерции и так далее, который может иметь только вещественные значения. Представление его комплексным выражением  $D(j\omega)$  носит формальный характер, а область устойчивости ограничивается отрезком вещественной оси.

Метод D - разбиения применим и в случае построения области устойчивости для двух параметров  $D_1$  и  $D_2$ , которые входят линейно в характеристическое уравнение

$$A(p, D_1, D_2) = 0. \quad (8)$$

В этом случае уравнение границы устойчивости

$$A(j\omega, D_1, D_2) = 0 \quad (9)$$

распадается на два независимых уравнения, соответствующих равенству нулю вещественной и мнимой части (9)

$$\begin{cases} R(\omega, D_1, D_2) = 0, \\ I(\omega, D_1, D_2) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Эти два уравнения параметрически задают кривую D - разбиения. Область устойчивости определяется аналогично случая одного параметра D.

### Пример 1.

Определить область устойчивости системы по коэффициенту усиления.

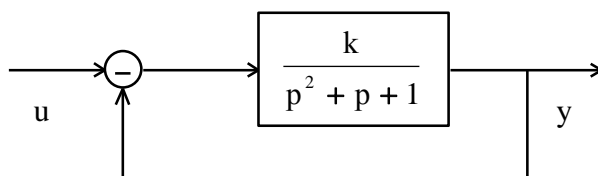


Рис. 7. Структурная схема системы

Определим передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{k}{p^2 + p + 1 + k}.$$

и запишем ее характеристическое уравнение

$$F(p) = p^2 + p + 1 + k = 0.$$

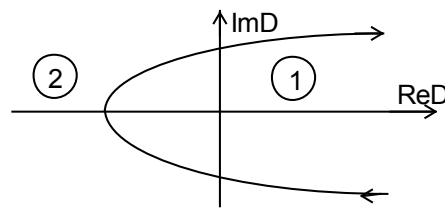
Здесь k - параметр, по которому строится область устойчивости, поэтому обозначим его через D. Разрешим характеристическое уравнение относительно D и сделаем замену  $p \rightarrow j\omega$ . В результате получим уравнение для кривой D - разбиения:

$$D(j\omega) = \omega^2 - j\omega - 1 = (\omega^2 - 1) - j\omega.$$

Вычислим значения вещественной и мнимой части  $D(j\omega)$  при конкретных положительных значениях частоты и занесем их в таблицу.

$\omega$	0	1	2	...	$\infty$
$R_D(\omega)$	-1	0	3	...	$\infty$
$I_D(\omega)$	0	1	2	...	$\infty$

Для построения кривой D - разбиения при отрицательных значениях частоты полученную половину  $D(j\omega)$  зеркально отобразим относительно оси абсцисс.



**Рис. 8- Кривая D - разбиения для исследуемой системы**

Как видим, кривая D - разбиения разделила плоскость параметра на две области. Выбираем по одному вещественному значению D в каждой из них и оцениваем устойчивость системы второго порядка, необходимым и достаточным условием устойчивости которой является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Следовательно, первая область - есть область устойчивости ( $-1 < k < \infty$ ).

**Контрольные вопросы:**

1. Что называется запасом устойчивости?
2. Что показывает запас устойчивости по амплитуде (h) ?
3. Какими запасами устойчивости система должна обладать для нормальной работы ?
4. По каким характеристикам системы можно определить запасы устойчивости ?
5. Что характеризует корневая оценка запаса устойчивости ?
6. Для чего служит метод D – разбиения?
7. Для какой кривой достаточно построить ее часть, соответствующую положительным значениям частоты, а вторую часть получить зеркальным отображением относительно вещественной оси?
8. Где применим метод D – разбиения?
9. Какие уравнения параметрически задают кривую D – разбиения?
10. Что обычно фигурирует в качестве параметра D ?

**РЕСПУБЛИКА УЗБЕКИСТАН**  
**НАВОЙСКИЙ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ**  
**НАВОЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ**

**Кафедра «Автоматизация и управление»**

Конспект лекции  
по дисциплины  
**«Теория автоматического управления»**  
для направления «Автоматизация и управление технологических процессов и  
производств»  
(часть-2)

**НАВОИ – 2016**



Бойбутаев С.Б., ассистент кафедры «АУ» НГГИ.  
Теория автоматического управления. Конспект лекции.  
НГГИ 20\_\_\_\_\_ г. \_\_\_\_\_ стр.

Рецензенты: к.т.н, доц. Эшмуродов З.О.

Кафедра «Автоматизация и управление»

Рекомендовано к печати учебно-методическим Советом Навоийского  
государственного горного института

1 - лекция	Анализ переходных процессов. Показатели качества переходных процессов.
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Показатели качества Получение графика переходного процесса Показатель колебательности Интегральные оценки качества	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об анализе переходных процессов и показателях качества переходных процессов		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием переходного процесса;</li> <li>• рассказать о показателях качества переходных процессов;</li> <li>• раскрыть систему и механизм действия обратной связи;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• уметь получать график переходного процесса</li> <li>• дать определение понятиям: качество, переходной процесс, сигнал, показатели качества, показатели колебательности, оценки качества;</li> <li>• Назвать основные показатели качества переходных процессов;</li> <li>• дать определение понятию качество системы.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (1-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: Дайте определение управляемости САУ. Как определить управляемость САУ? Что понимается под наблюдаемостью САУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Приведите физический пример интерпретации управляемости САУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Показатели качества По 2 вопросу. Показатель колебательности По 3 вопросу: Интегральные оценки качества Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Показатели качества переходных процессов.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

# ЛЕКЦИЯ 1

## АНАЛИЗ ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ. ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ

### План:

1. Показатели качества
2. Получение графика переходного процесса
3. Показатель колебательности
4. Интегральные оценки качества

### 1. Показатели качества

**Качество** – свойство системы удовлетворять поставленным техническим требованиям с заданной эффективностью. Количественные оценки эффективности системы называются показателями качества.

Так АСУ можно характеризовать такими показателями качества, как вес системы, ее габариты, стоимость, надежность, долговечность и т. п. Эти показатели характеризуют качество АСУ в широком смысле.

В ТАУ же показатели качества рассматривают, как правило, в более узком смысле: рассматривают только статические и динамические свойства системы, характеризующие точность поддержания управляемой величины  $x(t)$  на заданном уровне  $x_z(t)$  соответственно в установившихся и переходных режимах, т. е. характеризующие эффективность процесса управления.

Точность системы в динамическом режиме определяется величиной и длительностью отклонения управляемой переменной  $y(t)$  от заданного значения  $r(t)$ , в установившемся режиме – только величиной отклонения  $\delta(t)$  (или ошибки регулирования  $\varepsilon(t)$ ).

Величина и длительность отклонений определяются видом входного воздействия, местом его приложения и собственными свойствами системы.

Все переходные процессы можно отнести к одной из групп:

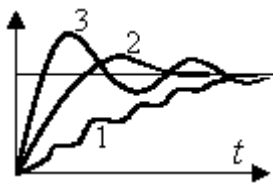


Рисунок 1

1 – монотонные процессы (рисунок 1); 2 – апериодические процессы, имеющие один или два экстремума; 3 – колебательные процессы.

Оптимальным является апериодический процесс, обеспечивающий быстрый выход на заданный уровень при незначительных колебаниях.

Показатели качества, определяемые непосредственно по переходным характеристикам, называют прямыми оценками качества, а сам метод их вычисления называется прямым.

Менее точные методы оценки качества называются косвенными. К косвенным методам оценки качества относятся корневые, частотные и интегральные методы. Обычно качество исследуют при типовых входных воздействиях:  $1(t)$  – скачок положения;  $t \cdot 1(t)$  – скачок скорости;  $t^2 \cdot 1(t)$  – скачок ускорения;  $A \cdot \sin \omega t \cdot 1(t)$  – скачок качания.

Требования к качеству процесса управления в каждом конкретном случае могут быть различными, но как правило, оценивается характер переходного процесса при единичном ступенчатом воздействии (рис. 2).

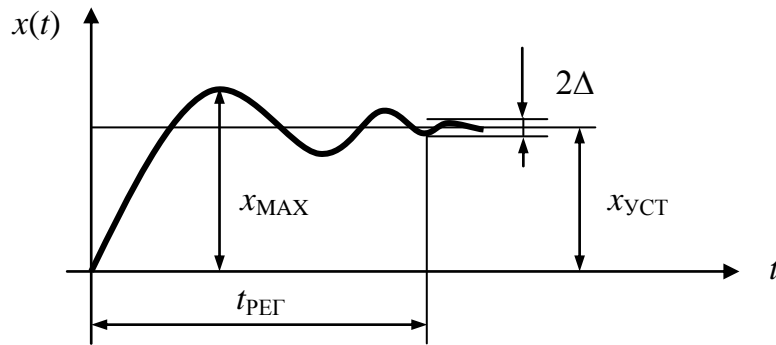


Рис. 2. Показатели качества переходного процесса

Используются следующие показатели качества переходного процесса.

**1.  $t_{РЕГ}$**  – время регулирования (длительность переходного процесса), время, в течение которого, начиная с момента приложения входного воздействия, отклонение выходной величины от ее установившегося значения, становится меньше наперед заданного значения  $\Delta$ . Обычно выбирается  $\Delta = 5\%$  от  $x_{УСТ}$ .

В первую очередь нас интересует, насколько быстро заканчивается переход на другой режим (время переходного процесса  $t_n$ ). Оно определяется как время, через которое регулируемая величина «входит в коридор» шириной  $2\Delta$  вокруг установившегося значения  $y_\infty$ . Это значит, что при  $t > t_n$  значение выхода отличается от установившегося не более, чем на  $\Delta$ . Обычно величина  $\Delta$  задается в процентах от установившегося значения, чаще всего 2% или 5%.

**2. Перерегулирование** -  $\sigma$  (показывает, на сколько процентов максимальное значение выхода  $x_{МАХ}$  превышает установившееся значение  $x_{УСТ}$ ):

$$\sigma = \frac{x_{МАХ} - x_{УСТ}}{x_{УСТ}} \cdot 100\%$$

**3. Колебательность** – число полных колебаний выходной величины за время регулирования.

**4. Установившаяся ошибка** – это разность между задающим воздействием и установившимся значением выходной величины.

## 2. Получение графика переходного процесса

Переходный процесс можно получить несколькими способами:

решение дифференциального уравнения;

использование передаточных функций и прямого и обратного преобразования Лапласа или Фурье;

использование вещественной части частотной характеристики замкнутой системы.

## 3. Показатель колебательности

Этот параметр используется для определения запаса устойчивости. Его можно вычислить по значению модуля частотной передаточной функции замкнутой системы

$$|\Phi(j\omega)| = M$$

Показатель колебательности равен отношению  $M_K = \frac{M_{MAX}}{M(0)}$  и представлен на рис. 3.

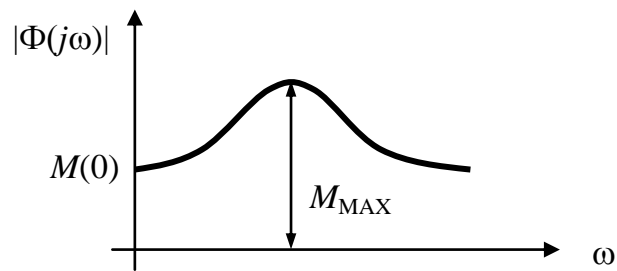


Рис. 3. Модуль частотной передаточной функции замкнутой системы

Это относительная высота резонансного пика. Для упрощения расчетов считается, что  $M(0) = 1$ . При этом  $M_K = M_{MAX}$ .

Физически показатель колебательности — это отношение максимальных значений выходного и входного сигналов САУ.

Чем меньше запас устойчивости САУ, тем больше склонность системы к колебаниям, тем выше резонансный пик. Обычно показатель колебательности лежит в диапазоне 1,1 ... 1,5.

#### 4. Интегральные оценки качества

Это такие оценки, которые одним числом (величиной, параметром) позволяют оценить несколько показателей качества (см. рис. 2).

Например, при помощи соответствующей интегральной оценки можно оценить время переходного процесса и перерегулирование. Эта величина позволяет узнать динамическую ошибку САУ.

В простейшем случае оценку можно получить по формуле:

$$I_0 = \int_0^{+\infty} x(t) dt$$

Известна формула преобразования Лапласа:

$$X(p) = \int_0^{+\infty} x(t) \cdot e^{-pt} dt$$

В результате сравнения этих двух уравнений можно получить удобную формулу, позволяющую не вычислять выходной сигнал:

$$I_0 = \lim_{p \rightarrow 0} X(p)$$

Однако данное соотношение имеет ограниченное применение: оно подходит только для монотонных процессов. Для колебательных процессов используется квадратичная оценка:

$$I_1 = \int_0^{+\infty} x^2(t)dt$$

Применяют и другие виды оценок качества, учитывающие изменение скорости, ускорения выходного сигнала. При этом в соответствующих выражениях используются зависимости от производных сигнала.

**Контрольные вопросы:**

1. к формулируется задача анализа?
2. По каким признакам можно судить о качестве работы САУ ?
3. Что является основными показателями качества автоматической систему стабилизации?
4. Что называется динамической ошибкой?
5. Какие величины можно использовать в качестве оценок быстродействия?
6. Что называется временем переходного процесса?
7. Какая количественная оценка характеризует колебательные свойства системы ?

2 - лекция	Анализ статических режимов. Статические, астатические и следящие системы.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Статические системы Астатические системы Следящие системы	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об анализе статических режимов, а также о статических, астатических и следящих системах		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием анализа статических режимов;</li> <li>• рассказать об основных отличиях и свойствах статических, астатических и следящих системы;</li> <li>• рассказать о принципах определения полной ошибки регулирования;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать постановку задачи анализа статических режимов;</li> <li>• знать о принципах определения полной ошибки регулирования;</li> <li>• дать определение понятиям: статические, астатические и следящие системы, оценки качества, статические режимы</li> <li>• дать определение понятию установившийся режим работы.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	



## Технологическая карта лекции (2-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	<p>2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: По каким признакам можно судить о качестве работы САУ? Что является основными показателями качества автоматической системы стабилизации? Что называется временем переходного процесса?</p> <p>2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какая количественная оценка характеризует колебательные свойства системы? Что является основными показателями качества автоматической системы стабилизации?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.</p>	<p>2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.</p>
3 этап Информационный (45 мин.)	<p>3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Статические системы По 2 вопросу. Астатические системы По 3 вопросу: Следящие системы Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.</p>	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	<p>4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Анализ статических режимов.</p>	<p>4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.</p>

## ЛЕКЦИЯ 2. АНАЛИЗ СТАТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ. СТАТИЧЕСКИЕ, АСТАТИЧЕСКИЕ И СЛЕДЯЩИЕ СИСТЕМЫ.

### План:

1. Статические системы
2. Астатические системы
3. Следящие системы

Статическим (установившимся) называют такой режим работы, при котором переменные системы с течением времени не изменяются. Величина статической ошибки  $\Delta^0$ , характеризующей данный режим, позволяет разделить все системы на несколько типов.

### 1. Статические системы

Статической будем называть такую систему управления, функционирование которой возможно только при наличии статической ошибки  $\Delta^0 \neq 0$ . Рассмотрим работу системы со следующей структурной схемой:

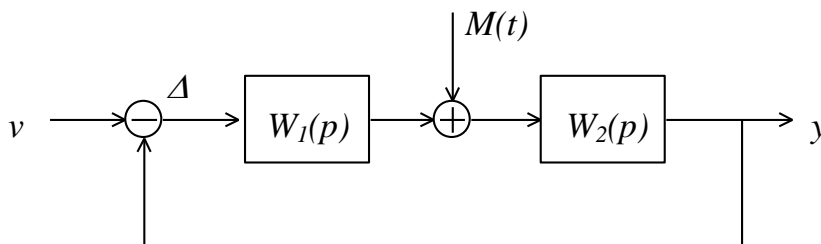


Рис. 1 Структурная схема статической системы

Здесь  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$  - передаточные функции, не содержащие в своем составе интегрирующих звеньев, поэтому в статике они принимают вид:  $W_1(p) = k_1$ ;  $W_2(p) = k_2$ . Обычно первый блок представляет собой регулятор ( $W_1(p)$ ), а второй - объект управления ( $W_2(p)$ ).

Запишем выражение для ошибки в операторной форме,

$$\Delta(p) = v - y = v - W_2(p)[M + W_1(p)\Delta(p)],$$

или после преобразований

$$\Delta(p) = \frac{1}{1 + W_1(p)W_2(p)} v - \frac{W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)} M. \quad (1)$$

Полная ошибка регулирования складывается из двух составляющих: ошибки по входному воздействию и по возмущению. Полагая в выражении (1)  $p=0$ , получим статическую ошибку

$$\Delta^0 = \frac{1}{1+k_1k_2} v - \frac{k_2}{1+k_1k_2} M. \quad (2)$$

Здесь  $k = k_1 \cdot k_2$  -общий коэффициент усиления, характеризующий глубину обратной связи.

Особое значение статическая ошибка имеет в системах стабилизации, когда требуется обеспечить выполнение свойства (3), то есть  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = v$ . Для этих систем входное воздействие постоянно ( $v = \text{const}$ ), а возмущение меняется произвольным образом ( $M = \text{var}$ ). Составляющая ошибки, порожденная входным воздействием, может быть уменьшена путем масштабирования, поэтому важной является зависимость ошибки от возмущения.

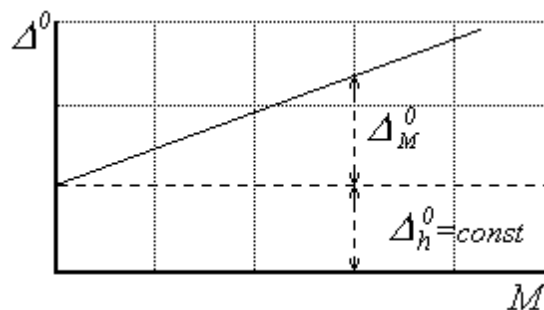


Рис. 2. Зависимость статической ошибки от возмущения

Если ошибка увеличивается незначительно, то систему называют жесткой, в противном случае она является мягкой.

Согласно выражению (2), статическая ошибка по входному воздействию определяется величиной  $k$ , а ошибка по возмущению зависит только от  $k_1$ .

Следовательно, для уменьшения полной ошибки  $\Delta^0$  необходимо увеличивать коэффициент усиления, прежде всего  $k_1$ . Однако, его чрезмерное увеличение может привести к неустойчивости системы.

## 2. Астатические системы

Астатическими называются системы, в которых отсутствует составляющая статической ошибки, порожденная входным воздействием. Астатизм обычно достигается введением перед регулятором интегрирующего звена (рис. 3).

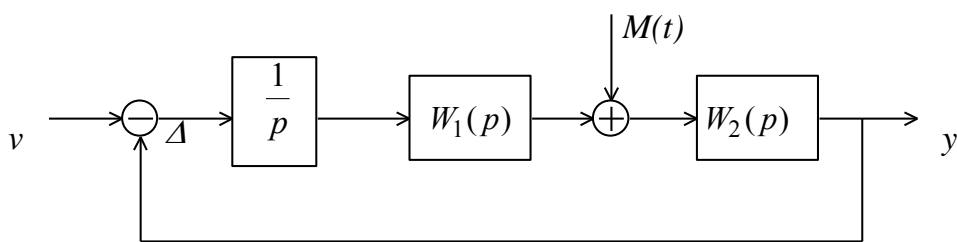


Рис. 3. Структурная схема астатической системы

Полагая, что  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$  - передаточные функции, не содержащие в своем составе интегрирующих звеньев, определим ошибку в системе

$$\Delta(p) = v - y = v - W_2(p) \left[ M + \frac{W_1(p)}{p} \Delta(p) \right],$$

которая после преобразований принимает вид

$$\Delta(p) = \frac{1}{1 + \frac{W_1(p)W_2(p)}{p}} v - \frac{W_2(p)}{1 + \frac{W_1(p)W_2(p)}{p}} M,$$

или окончательно

$$\Delta(p) = \frac{p}{p + W_1(p)W_2(p)} v - \frac{pW_2(p)}{p + W_1(p)W_2(p)} M. \quad (3)$$

Как следует из (3), в статике будет равна нулю не только ошибка по входному воздействию, но и ошибка по возмущению, то есть

$$\Delta^0 = \Delta(0) = 0. \quad (4)$$

Для астатических систем представляет интерес режим линейной заводки, при котором входной сигнал  $v$  есть линейная функция времени

$$v(t) = v(0) + \int_0^t \eta d\tau,$$

или в операторной форме

$$v(p) = \frac{1}{p} \eta, \quad (5)$$

где  $\eta = \text{const}$ .

Подставим  $v(p)$  в выражение для ошибки (5.16)

$$\Delta(p) = \frac{p}{p + W_1(p)W_2(p)} \frac{1}{p} \eta - \frac{pW_2(p)}{p + W_1(p)W_2(p)} M,$$

откуда в статике (при  $p = 0$ ) получим скоростную ошибку

$$\Delta^0 = \frac{1}{k_1 k_2} \eta \quad (6)$$

Для уменьшения  $\Delta^0$  можно масштабировать входное воздействие  $\eta$  или увеличивать общий коэффициент усиления системы  $k$ .

### 3. Следящие (позиционные) системы

Этим термином обозначают класс систем, в которых выходная переменная объекта должна отслеживать (повторять) изменения входной величины.

Структурным признаком таких систем является наличие интегратора на выходе.

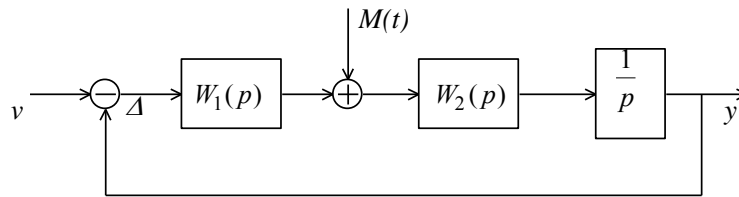


Рис. 4. Структурная схема следящей системы

Выражение для ошибки в такой системе имеет вид:

$$\Delta(p) = \frac{p}{p + W_1(p)W_2(p)} v - \frac{W_2(p)}{p + W_1(p)W_2(p)} M. \quad (7)$$

Как видим, в статике (при  $p = 0$ ) первая составляющая статической ошибки обращается в ноль, но остается вторая составляющая, порожденная возмущением:

$$\Delta^0 = -\frac{1}{k_1} M \quad (8)$$

Таким образом, следящие системы также являются астатическими по входному воздействию, однако они всегда имеют статическую ошибку по возмущению, зависящую от коэффициента  $k_1$ .

Рассмотрим режим линейной заводки, когда  $v(p) = \frac{1}{p} \eta$ . В этом случае статическая ошибка представляет собой сумму двух составляющих

$$\Delta^0 = \frac{1}{k_1 k_2} \eta - \frac{1}{k_1} M \quad (9)$$

Режим линейной заводки используется для оценки точности астатических систем, в первую очередь следящих, для которых он является характерным режимом работы.

#### Контрольные вопросы:

1. Какой называют режим работы статическим (установившимся)?
2. Какую систему управления называют статической?
3. Из каких двух составляющих складывается полная ошибка регулирования?
4. В каких системах особое значение имеет статическая ошибка?

3 - лекция	Частотный метод анализа. Оценка качества переходного процесса по вещественной частотной характеристике.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией</li> <li>2. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками</li> <li>3. О начальном участке переходной характеристики</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о частотном методе анализа, об оценках качества переходного процесса по вещественной частотной характеристике		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием частотный метода анализа;</li> <li>• рассмотреть взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией;</li> <li>• рассмотреть взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать постановку задачи синтеза статических режимов;</li> <li>• знать о методах оценки качества процессов для вычисления переходной характеристики системы;</li> <li>• дать определение понятиям: частотный метод, переходной процесс, переходная функция, импульсная характеристика, частотная характеристика.</li> <li>• знать какова взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (3-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: Какой называют режим работы статическим (установившимся)? Какую систему управления называют статической? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Из каких двух составляющих складывается полная ошибка регулирования? В каких системах особое значение имеет статическая ошибка?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией По 2 вопросу. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками По 3 вопросу: О начальном участке переходной характеристики Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Частотный метод анализа.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

### ЛЕКЦИЯ 3.

## ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД АНАЛИЗА. ОЦЕНКА КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА ПО ВЕЩЕСТВЕННОЙ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКЕ

#### **План:**

1. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией
2. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками
3. О начальном участке переходной характеристики

В большинстве случаев аналитическое вычисление переходной характеристики системы является трудоемкой задачей, поэтому используют косвенные методы оценки качества процессов.

Известно, что между переходными и частотными характеристиками системы, которые легко вычисляются, а также могут быть получены экспериментальным путем, существует однозначное соответствие. Поэтому качество переходных процессов можно исследовать непосредственно по ее частотным характеристикам.

Отметим, что частотный метод анализа позволяет оценить реакцию системы на входное воздействие  $v(t)$  при нулевых начальных условиях.

### 1. Взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией

Будем рассматривать линейную систему с известной передаточной функцией

$$W(p) = \frac{y(p)}{v(p)},$$

от которой с помощью замены  $p$  на  $j\omega$  перейдем к ее частотной характеристике  $W(j\omega)$ .

Соответствие между импульсной переходной функцией и частотной характеристикой устанавливает обратное преобразование Фурье

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (1)$$

Представим частотную характеристику  $W(j\omega)$  следующим образом:

$$W(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega), \quad (2)$$

а экспоненту  $e^{j\omega t}$  на основе формулы Эйлера запишем в виде:

$$e^{j\omega t} = \cos \omega t + j \sin \omega t \quad (3)$$

В результате подстановки (2) и (3) в выражение (1) получим



$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{R(\omega) \cos \omega t - I(\omega) \sin \omega t\} - j \{I(\omega) \cos \omega t + R(\omega) \sin \omega t\} d\omega$$

Импульсная переходная функция является вещественной, поэтому в последнем выражении мнимая часть должна быть равна нулю. Это нетрудно показать.

Здесь  $\cos \omega t$  есть четная функция частоты, а  $\sin \omega t$  - нечетная. Вещественная часть  $R(\omega)$  содержит четные степени частоты,  $R(\omega) = R(\omega^2, \omega^4, \dots)$ , и является четной функцией; мнимая часть,  $I(\omega) = I(\omega, \omega^3, \dots)$  - нечетная. Следовательно, произведения  $R(\omega) \sin \omega t$  и  $I(\omega) \cos \omega t$  представляют собой нечетные функции, а интегрирование их суммы во всем диапазоне частот дает

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [I(\omega) \cos \omega t + R(\omega) \sin \omega t] d\omega = 0$$

Таким образом, выражение для импульсной переходной функции принимает вид:

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [R(\omega) \cos \omega t - I(\omega) \sin \omega t] d\omega \quad (4)$$

В (4) подынтегральная функция четная, поэтому можно перейти к интегрированию по положительным частотам и удвоить результат, что дает

$$g(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [R(\omega) \cos \omega t - I(\omega) \sin \omega t] d\omega \quad (5)$$

Здесь время  $t$  является параметром, так как интегрирование осуществляется по  $\omega$ . В то же время известно, что импульсная переходная функция при  $t < 0$  отсутствует, то есть  $g(-t) = 0$ . Это свойство используем для упрощения выражения (5), где в результате замены  $t$  на  $-t$  получим:

$$g(-t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [R(\omega) \cos \omega t + I(\omega) \sin \omega t] d\omega = 0$$

Отсюда следует

$$\int_0^{\infty} R(\omega) \cos \omega t d\omega = - \int_0^{\infty} I(\omega) \sin \omega t d\omega \quad (6)$$

После подстановки (6) в (5) получим два соотношения для импульсной переходной функции:

$$g(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \cos \omega t d\omega \quad (7)$$

$$g(t) = - \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} I(\omega) \sin \omega t d\omega \quad (8)$$

В расчетной практике чаще используется вещественная частотная характеристика и соотношение (7).

Обычно для анализа бывает необходима переходная характеристика, поэтому установим ее связь с вещественной частотной характеристикой.

## 2. Взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками

Поскольку переходная характеристика связана с импульсной переходной функцией соотношением

$$h(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau,$$

то после подстановки в него (5) получим

$$h(t) = \int_0^t \left[ \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \cos \omega \tau d\omega \right] d\tau.$$

Здесь произведение  $R(\omega) \cos \omega \tau$  - функция двух переменных, поэтому изменим порядок интегрирования и запишем

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \left[ \int_0^t R(\omega) \cos \omega \tau d\tau \right] d\omega.$$

В результате получим следующее соотношение, связывающее переходную и вещественную частотную характеристику:

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} R(\omega) \frac{\sin \omega t}{\omega} d\omega \quad (9)$$

Типичный вид вещественной частотной характеристики, которая может быть получена экспериментально, представлен на рис. 1.

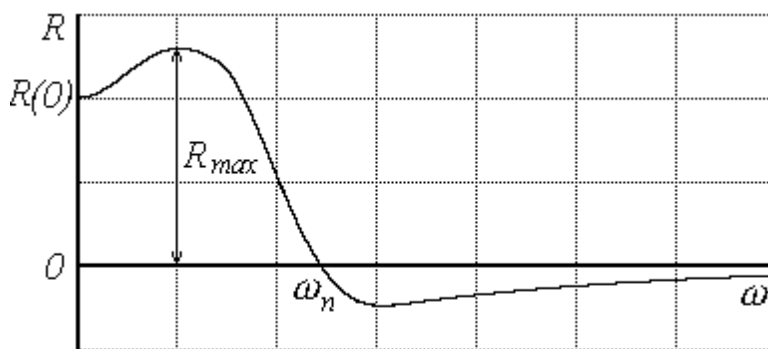


Рис. 1. Вещественная частотная характеристика системы

В теории управления были разработаны различные способы вычисления переходной характеристики при аппроксимации  $R(\omega)$  различными функциями, например, метод трапеций и треугольников.

В настоящее время необходимость в них отпала, так как с помощью средств вычислительной техники можно с достаточной степенью точности построить характеристики  $h(t)$ .

Однако, выражение (9) используется для оценки вида переходного процесса без построения всей кривой  $h(t)$ .

## 3. О начальном участке переходной характеристики

Используя частотный метод, можно оценить не только начальное значение переходного процесса, но и его вид на начальном участке. Рассмотрим систему с передаточной функцией общего вида:

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1} .$$

Заменяя  $p$  на  $j\omega$ , перейдем к ее частотной характеристике

$$W(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m + b_{m-1} (j\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{(j\omega)^n + a_n (j\omega)^{n-1} + \dots + a_1} .$$

Известно, что начальное значение переходного процесса определяет конец частотной характеристики, поэтому в (10) устремим  $\omega \rightarrow \infty$ . При этом доминирующими слагаемыми в числителе и знаменателе будут  $(j\omega)^m$  в старшей степени, и (10) вырождается в

$$W(j\omega) = \frac{b_m (j\omega)^m}{(j\omega)^n} .$$

Частотную характеристику (11) имеет интегратор  $(n-m)$  порядка, следовательно, и начальный участок переходного процесса соответствует интегратору  $(n-m)$  порядка.

В случае, когда передаточная функция системы  $n$ -го порядка содержит в числителе просто коэффициент, начальный участок переходного процесса соответствует кривой  $n$ -го порядка.

### Контрольные вопросы:

1. Какие используют методы оценки качества процессов для вычисления переходной характеристики системы?
2. По каким характеристикам можно исследовать качество переходных процессов?
3. Что позволяет анализ частотного метода оценить?
4. Какова взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией?
5. Какая переходная функция является вещественной?
6. Какова взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками?
7. Какие оценки качества переходного процесса вы знаете?
8. Что можно определить используя частотный метод?

4 - лекция	Корневой метод анализа. Корневые оценки переходного процесса.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Корневые оценки переходного процесса 2. Анализ систем низкого порядка	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о корневом методе анализа, корневых оценках переходного процесса.		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятием корневого метода анализа; • рассказать об основных корневых оценках переходного процесса; • рассказать о принципах определения коэффициента демпфирования $d$ ;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • знать постановку задачи корневого метода анализа; • знать о принципах определения основных корневых оценках переходного процесса; • дать определение понятиям: частотный метод, колебательность, корневой метод, переходной процесс, корневая оценка, коэффициент демпфирования; • дать определение понятию колебательности системы.	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (4-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	<p>2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: Какие используют методы оценки качества процессов для вычисления переходной характеристики системы? По каким характеристикам можно исследовать качество переходных процессов? Что позволяет анализ частотного метода оценить?</p> <p>2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какова взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией? Какая переходная функция является вещественной?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.</p>	<p>2.1. Отвечают на вопросы.</p> <p>2.2. Обсуждают и предлагают ответы.</p>
3 этап Информационный (45 мин.)	<p>3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Корневые оценки переходного процесса? По 2 вопросу. Анализ систем низкого порядка? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.</p>	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	<p>4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции.</p> <p>4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Анализ систем низкого порядка.</p>	<p>4.1. Отвечают на вопрос.</p> <p>4.2. Записывают задание.</p>

## ЛЕКЦИЯ 4

### КОРНЕВОЙ МЕТОД АНАЛИЗА. КОРНЕВЫЕ ОЦЕНКИ ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА. АНАЛИЗ СИСТЕМ НИЗКОГО ПОРЯДКА

#### **План:**

1. Корневые оценки переходного процесса
2. Анализ систем низкого порядка

Корневой метод анализа, в отличие от частотного, позволяет исследовать реакцию системы на начальные условия и может применяться как для одноканальных, так и для многоканальных систем.

Так для одноканальных систем типа

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^n \\ y = Cx, & (y, u) \in R^1 \end{cases}, \quad (1)$$

общая реакция на входной сигнал при ненулевых начальных условиях описывается соотношением

$$y(t) = C e^{At} x(0) + C \int_0^t e^{A(t-\tau)} Bu(\tau) d\tau,$$

Нас интересует первая составляющая, представляющая собой линейную комбинацию мод :

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{\lambda_i t} \gamma_i,$$

где  $\lambda_i$  - корни характеристического уравнения.

Каждая мода эквивалентна решению системы первого или второго (если корни комплексно - сопряженные) порядка, причем скорость затухания соответствующей экспоненты зависит от численного значения  $\lambda_i$ . Поэтому на основе корней характеристического уравнения можно оценить граничные составляющие переходного процесса: самую быструю, самую колебательную моду и т.п.

#### **1. Корневые оценки переходного процесса**

Будем рассматривать характеристическое уравнение системы

$$A(p) = p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1 = 0$$

с корнями  $\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}$ , которые изобразим на комплексной плоскости.

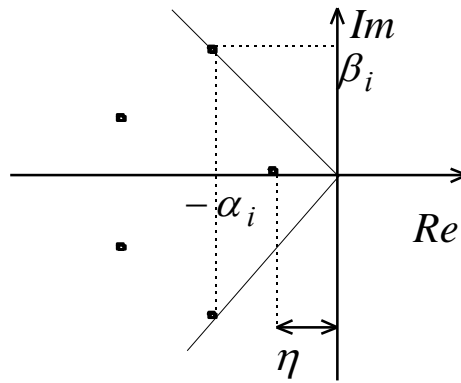


Рис. 1. Корневой портрет системы

Наиболее удаленные от мнимой оси корни (имеющие  $\max |\operatorname{Re} \lambda_i|$ ) определяют моды, затухающие быстрее всего. Корни характеристического уравнения, расположенные ближе всего к мнимой оси (с  $\min |\operatorname{Re} \lambda_i|$ ), дают наиболее медленно затухающие моды, которые и определяют длительность переходного процесса.

Поэтому корневой оценкой быстродействия служит расстояние до мнимой оси ближайшего к ней корня, то есть

$$\eta = \min |\operatorname{Re} \lambda_i|. \quad (2)$$

В случае, когда статическая ошибка  $\Delta \cong 5\%$ , можно приближенно оценивать время переходного процесса (время попадания в 5% зону) по соотношению:

$$t_n \cong \frac{3}{\eta}. \quad (3)$$

Колебания в системе будут наблюдаться только в том случае, когда характеристическое уравнение содержит комплексно - сопряженные корни  $\lambda_{i,i+1} = -\alpha_i \pm j\beta_i$ . Склонность системы к колебаниям характеризует величина

$$\mu = \frac{\beta_i}{\alpha_i}, \quad (4)$$

которая называется колебательностью. Чем больше  $\mu$ , тем более колебательными будут переходные процессы системы и наоборот. При  $\mu = 0$  колебания отсутствуют, процессы будут носить апериодический характер. Обычно допустимая колебательность системы  $\mu = 1.57$

## 2. Анализ систем низкого порядка

### 1) Система 1-го порядка

Качество процессов в системе 1-го порядка, которая описывается с помощью стандартной передаточной функции,

$$W(p) = \frac{y(p)}{v(p)} = \frac{k}{Tp + 1}, \quad (5)$$

зависит от коэффициента усиления  $k$  и постоянной времени  $T$ .

Реакция системы на входное воздействие типа  $v = \text{const}$  представляет собой экспоненту, скорость затухания которой определяется параметром  $T$ , а установившееся значение (статика) для выходной переменной соответствует выражению

$$y^0 = W(0) v = kv. \quad (8)$$

Процесс считают закончившимся, когда выходная переменная достигает установившегося значения с точностью не менее 5%.

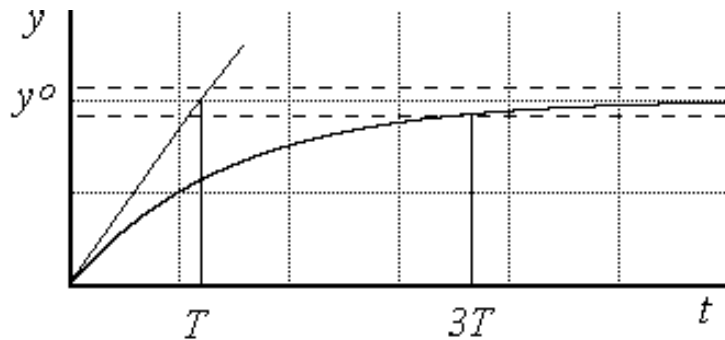


Рис. 2. Переходный процесс в системе 1-го порядка

Система (7) имеет только один корень характеристического уравнения, поэтому  $\eta = 1/T$ , а время переходного процесса в соответствии с (3)

$$t_n \approx 3T, \quad (9)$$

## 2) Система 2-го порядка

Стандартное описание такой системы следующее:

$$W(p) = \frac{y(p)}{v(p)} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2dTp + 1}. \quad (10)$$

Переходные процессы в ней зависят от трех параметров: коэффициента усиления  $k$ , который определяет установившееся значение для выходной переменной в соответствии с выражением (?); постоянной времени  $T$  и коэффициента демпфирования  $d$ .

В литературе приводятся нормированные переходные характеристики в зависимости от  $d$ . Качественный вид их представлен на рис. 3.



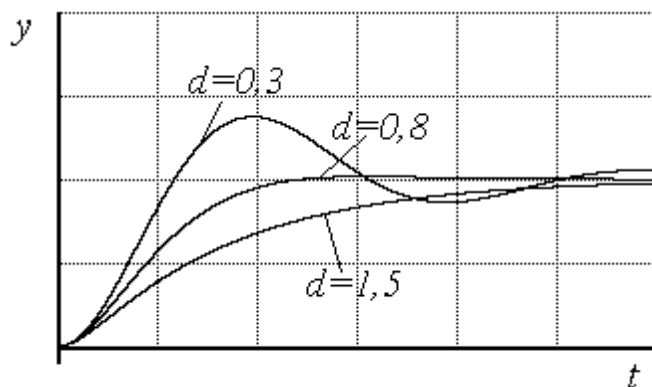


Рис. 3. Переходные процессы в системе 2-го порядка

В системе 2-го порядка время переходного процесса зависит не только от постоянной времени  $T$ , но и от коэффициента демпфирования  $d$ , поэтому для его приближенной оценки можно пользоваться соотношением (9), если  $d$  изменяется в диапазоне  $0,5 \leq d \leq 1$ .

Корни характеристического уравнения системы следующие:

$$\lambda_{1,2} = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 - 1}}{T}$$

что позволяет определить колебательность (при  $d < 1$ ) в виде

$$\mu = \frac{\sqrt{1 - d^2}}{d} = \mu(d)$$

Таким образом, коэффициент демпфирования  $d$  определяет колебательность системы, а следовательно, и ее перерегулирование.

### 3) Система 3-го порядка

Стандартная передаточная функция системы имеет вид:

$$W(p) = \frac{y(p)}{v(p)} = \frac{k}{T^3 p^3 + AT^2 p^2 + BTp + 1} \quad (11)$$

Таким образом, переходные процессы в ней определяют уже четыре параметра:  $k$ ,  $T$ ,  $A$  и  $B$ .

Установившееся значение для выходной переменной соответствует выражению (8), то есть зависит только от коэффициента усиления  $k$ , инерционность процессов зависит от  $T$ , а колебательные свойства системы определяются параметрами  $A$  и  $B$ .

Для исследования этой зависимости используется диаграмма Вышнеградского, полученная им в 1876 году на основе характеристического уравнения

$$T^3 p^3 + AT^2 p^2 + BTp + 1 \quad (12)$$

Поскольку при оценке колебательности быстродействие нас не интересует, перейдем к нормированному характеристическому уравнению заменой в (12)  $Tp$  оператором  $q$ :

$$q^3 + Aq^2 + Bq + 1 = 0, \quad (13)$$

где  $A$  и  $B$  - параметры Вышнеградского.

Введем в рассмотрение область значений параметров  $A$  и  $B$  и нанесем границу устойчивости, соответствующую условию:

$$AB = 1. \quad (14)$$

Разобьем ее на подобласти с различным распределением корней характеристического уравнения (13), а значит и видом переходных процессов (рис. 4).

Чтобы оценить вид переходного процесса, необходимо отметить точку с соответствующими значениями параметров  $A$  и  $B$  на диаграмме Вышнеградского.

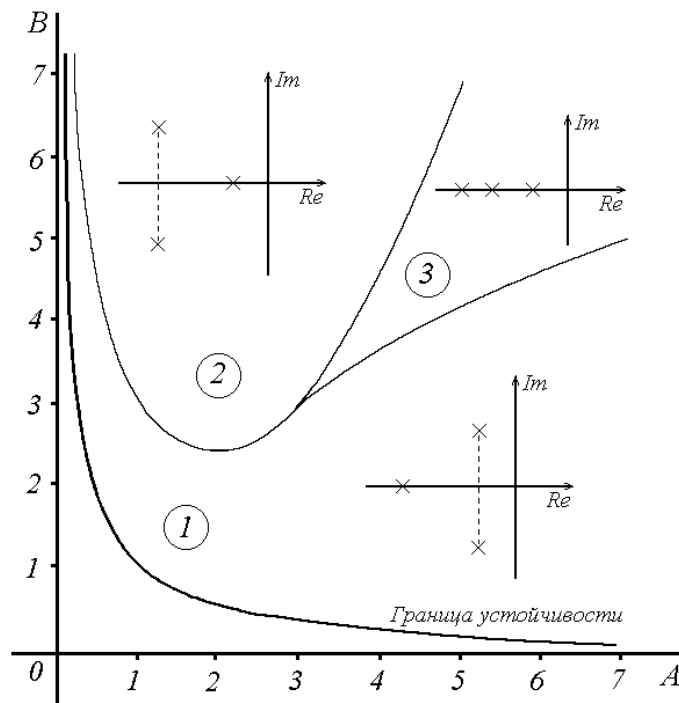


Рис. 4. Диаграмма Вышнеградского

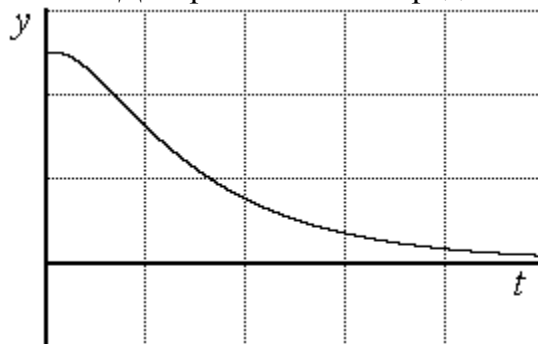


Рис. 5. Переходные процессы в системе с вещественными корнями

Если она попала в область, где все корни вещественные (область 3), процесс будет иметь аperiodический характер (рис.5.23).

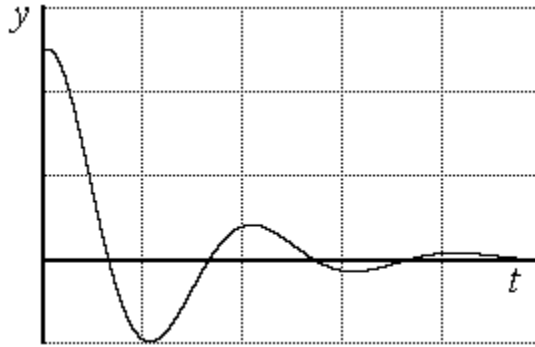


Рис. 6. Колебательные процессы

Если точка соответствует области 1, где ближайшей к мнимой оси будет пара комплексно - сопряженных корней, то это - область колебательных процессов (рис.6.).

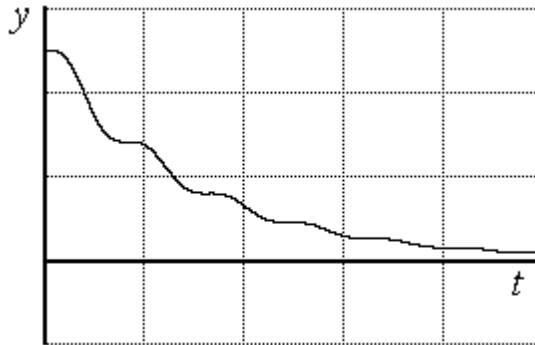


Рис. 7. Монотонные процессы

В случае, когда вещественный корень располагается ближе к мнимой оси, чем пара комплексно - сопряженных (область 2), колебательная составляющая затухает быстрее, и процессы будут носить монотонный характер.

### Контрольные вопросы:

1. Что позволяет исследовать в отличие от частотного метода корневой метод ?
2. Что можно оценить на основе корней характеристического уравнения ?
3. Какие корневые оценки переходного процесса вы знаете?
4. Что называется колебательностью?
5. С помощью какой стандартной передаточной функции описывается качество процессов в системе 1-го порядка?
6. От каких трех параметров зависят переходные процессы системы 2-го порядка?
7. Что определяет коэффициент демпфирования  $d$  ?
8. Какова стандартная передаточная функция системы 3-го порядка?

5 - лекция	Основные понятия синтеза АСУ. Постановка задачи синтеза одноканальных систем.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основные понятия синтеза САУ.</li> <li>2. Постановка задачи синтеза одноканальных систем</li> <li>3. Условия разрешимости задачи синтеза</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об основных понятиях синтеза АСУ. Рассмотреть постановку задачи синтеза одноканальных систем		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием синтеза АСУ;</li> <li>• рассмотреть постановку задачи синтеза одноканальных систем;</li> <li>• рассмотреть условия разрешимости задачи синтеза;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать постановку задачи синтеза одноканальных систем</li> <li>• знать условия разрешимости задачи синтеза;</li> <li>• дать определение понятию вырожденностью передаточной функции.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (5-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: Что позволяет исследовать в отличие от частотного метода корневой метод? Какие корневые оценки переходного процесса вы знаете? Что называется колебательностью? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «С помощью какой стандартной передаточной функции описывается качество процессов в системе 1-го порядка? От каких трех параметров зависят переходные процессы системы 2-го порядка?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Основные понятия синтеза САУ. По 2 вопросу. Постановка задачи синтеза одноканальных систем По 3 вопросу. Условия разрешимости задачи синтеза Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Понятие синтеза САУ.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 5.

### ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ СИНТЕЗА АСУ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ СИНТЕЗА ОДНОКАНАЛЬНЫХ СИСТЕМ.

#### **План:**

1. Основные понятия синтеза САУ.
2. Постановка задачи синтеза одноканальных систем
3. Условия разрешимости задачи синтеза

#### **1. Основные понятия синтеза САУ.**

Все математические задачи, решаемые в теории автоматического управления, можно объединить в два больших класса:

задачи анализа;

задачи синтеза.

В задачах анализа полностью известна структура системы, заданы все (как правило) параметры системы, и требуется оценить какое-либо ее статическое или динамическое свойство. К задачам анализа относятся определение устойчивости и оценка качества управления системы.

Задачи синтеза можно рассматривать как обратные задачам анализа: в них требуется определить структуру и параметры системы по заданным показателям качества управления. Простейшими задачами синтеза являются, например, задачи определения передаточного коэффициента разомкнутой АСУ по заданной ошибке или условию минимума интегральной оценки.

**Синтез АСУ** – процедура определения структуры и параметров системы по заданным показателям качества управления.

В общем случае при проектировании системы необходимо определить алгоритмическую и функциональную структуры системы, т. е. решить задачу полного синтеза.

Определение алгоритмической структуры (теоретический синтез) производится с помощью математических методов и на основании требований, записанных в четкой математической форме.

Определение функциональной структуры (технический синтез) заключается в выборе конкретных физических элементов и согласования их между собой по статическим и энергетическим характеристикам. Эта процедура не имеет пока строгой математической основы (т. е. не формализована) и поэтому относится к области инженерного творчества.

С учетом того, что не любой элемент алгоритмической структуры может иметь отображение в виде физического блока функциональной структуры, т. е. просто не может быть реализован, задачу синтеза в большинстве случаев невозможно решать определяя сначала алгоритмическую структуру АСУ, а затем по ней – функциональную структуру. Поэтому задачу синтеза в большинстве случаев решают следующим образом.

Сначала, исходя из известности объекта управления ОУ, требований к назначению и условиям работы АСУ, по каталогам серийного оборудования выбирают функционально необходимые элементы системы:

регулирующий орган РО;

исполнительное устройство ИУ;

датчики Д.

Эти элементы АСУ вместе с объектом управления ОУ образуют неизменяемую часть функциональной структуры системы (рис. 7.1).

Затем, на основании требований к статическим и динамическим свойствам АСУ определяют изменяемую часть функциональной структуры системы, в которую входят:

усилительно-преобразующий блок УПБ;

корректирующие устройства КУ.

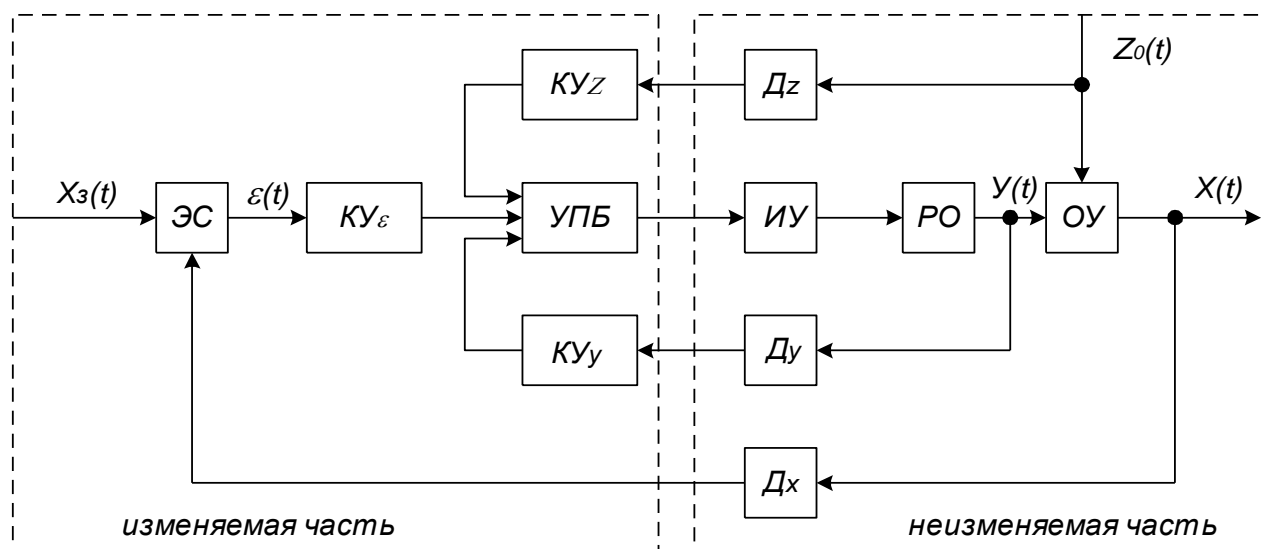


Рис. 1. Функциональная структура синтезируемой системы

Таким образом, процедуры определения алгоритмической и функциональной структур тесно переплетаются друг с другом. Окончательное решение о структуре АСУ принимается на основе компромисса между качеством управления, с одной стороны, и простотой и надежностью, с другой.

Заключительным этапом проектирования АСУ является параметрическая оптимизация – определение настроечных параметров выбранного регулятора.

После решения задачи синтеза обычно выполняют анализ синтезированной системы, т. е. методами, изложенными в гл. 5, 6, проверяют, обладает ли система необходимыми показателями устойчивости и качества управления.

Применение на всех этапах синтеза и анализа АСУ цифровых вычислительных машин позволяет рассмотреть большое количество вариантов структур и параметров и тем самым существенно ускорить решение задачи синтеза.

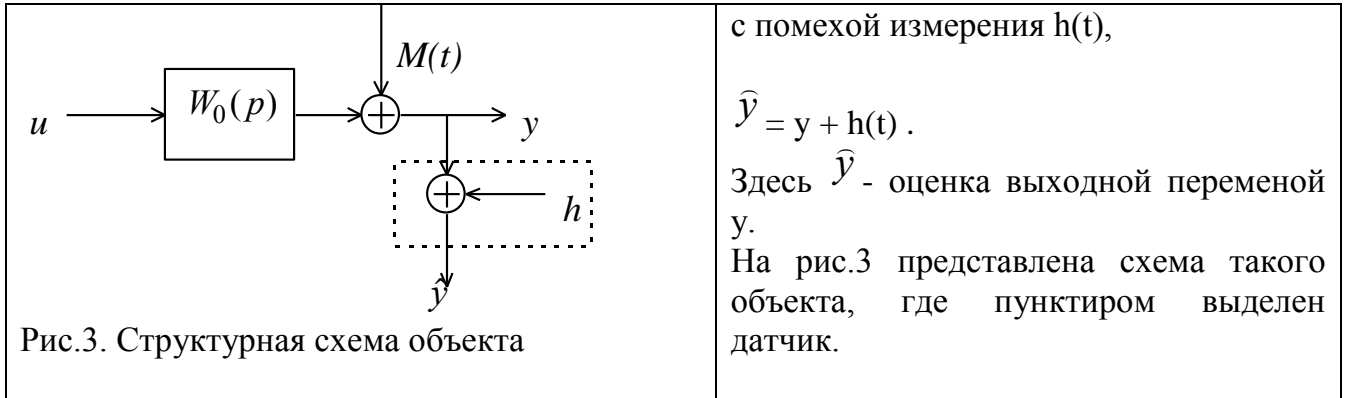
## 2. Постановка задачи синтеза одноканальных систем

Обсудим содержание задачи синтеза для объекта, поведение которого описывается передаточной функцией

$$W_0(p) = \frac{y}{u} = \frac{B(p)}{A(p)}, \quad (3)$$

с ограниченным ресурсом управления,  $u \leq \bar{u}$ . Влияние окружающей среды отражает возмущение  $M(t)$ , а выходная переменная измеряется датчиком

(первичным измерительным преобразователем, сенсором)



Целью функционирования замкнутой системы регулирования является организация свойства:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = v \quad \text{при} \quad t \rightarrow \infty \quad (4)$$

с заданной точностью  $\Delta^0 \leq \Delta^0_*$ .

Наряду с условием статики (4) предъявляются требования и к динамике, то есть к характеру переходных процессов, в виде оценок

$$t_n \leq t_n^* \quad \text{и} \quad \delta_{\%} \leq \delta_{\%}^*. \quad (5)$$

что представляет собой основную сложность расчета.

Необходимо определить структуру и параметры регулятора, обеспечивающего выполнение требований (4) и (5) в условиях действия возмущений и помехи измерения.

Заметим, что единственной величиной, которую можно использовать для организации управляющего воздействия  $u$ , является полученная с помощью датчика оценка выходной величины  $\hat{y}$ . Поэтому в лучшем случае в системе с заданной точностью  $\Delta^0_*$  можно обеспечить выполнение свойства  $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{y}(t) = v$  при  $t \rightarrow \infty$ , а не условия (4). Таким образом, при выборе измерительного устройства следует придерживаться рекомендаций:

- 1) датчик должен обладать точностью не меньшей, чем требуемая точность системы в целом;
- 2) нужно отфильтровывать помеху, частотный состав которой отличается от рабочих частот системы.

Ошибка регулирования представляет собой сумму трех составляющих

$$\Delta = v - y = \Delta_v + \Delta_h + \Delta_M,$$



одна из которых  $(\Delta_v)$ , порожденная входным воздействием, может быть легко скомпенсирована с помощью масштабирования. Помеха  $h(t)$  высокочастотная, поэтому она проявляется в динамике, а в статике ее можно не учитывать ( $\Delta_h^0 \approx 0$ ). Следовательно, при синтезе необходимо обеспечить не более заданной статическую ошибку, порожденную возмущением,  $\Delta_M^0 < \Delta_*^0$ .

### 3. Условия разрешимости задачи синтеза

Выбрав подходящий метод, необходимо убедиться в том, что задача синтеза будет разрешима. С этой целью предварительно исследуем свойства объекта управления и требования, предъявляемые к качеству работы системы в целом, на основе которых можно сформировать желаемую передаточную функцию

$$W_*(p) = \frac{y}{v} . \quad (6)$$

Определим условия разрешимости задачи синтеза.

Рассмотрим объект управления (3), полагая, что помеху измерения удалось отфильтровать. В этом случае его операторное уравнение имеет вид:

$$y(p) = M(p) + W_0(p)u(p) . \quad (7)$$

Желаемое уравнение для замкнутой системы соответствует (6)

$$y(p) = W_*(p)v(p) . \quad (8)$$

Приравнивая правые части выражений (7) и (8) определим управляющее воздействие

$$u(p) = W_0^{-1}(p)W_*(p)v - W_0^{-1}(p)M(p) . \quad (9)$$

Поскольку ресурс управления объекта ограничен, задача синтеза будет разрешима при выполнении условия

$$\bar{u} \geq W_0^{-1}(p)W_*(p) - W_0^{-1}(p)M(p) , \quad (10)$$

которое и называется ресурсным ограничением.

К сожалению, на практике реализовать управление (9) невозможно, так как закон изменения возмущения  $M(t)$  неизвестен, кроме границ его изменения, которые и следует подставить для проверки в соотношение (10).

Устойчивость “обратного” объекта. Это условие также связано со свойствами объекта. Для его получения представим структурно выражение для управляющего воздействия (9), позволяющее точно обеспечить в замкнутой системе желаемую

передаточную функцию. Как видим (рис. 4), управление является выходом обратной модели объекта.

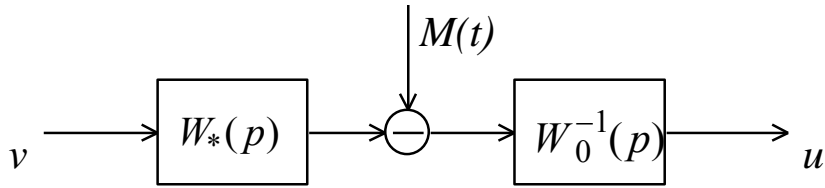


Рис. 4. Структурная интерпретация управления

Отсюда следует второе условие разрешимости: обратная модель объекта  $W_0^{-1}(p)$  должна быть устойчивой, то есть необходимо, чтобы корни полинома  $B(p)$  располагались в левой полуплоскости плоскости корней:

$$\operatorname{Re} \Delta \{B(p) = 0\} < 0. \quad (11)$$

#### Контрольные вопросы:

1. Что понимается под синтезом?
2. От чего зависит метод синтеза?
3. Какова постановка задачи синтеза одноканальных систем?
4. Что является целью функционирования замкнутой системы регулирования?
5. Какую единственную величину можно использовать для организации управляющего воздействия  $u$ ?
6. Какую статическую ошибку при синтезе необходимо обеспечить ?
7. Каковы условия разрешимости задачи синтеза?
8. Каково второе условие разрешимости?
9. Что понимается под вырожденностью передаточной функции?

6 - лекция	Частотный метод синтеза. Постановка задачи. Построение асимптотического и желаемого ЛАЧХ объекта.
------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Постановка задачи Влияние частотной характеристики разомкнутой системы на свойства замкнутой Основные соотношения и методика расчета	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о частотном методе синтеза, постановке задачи, построении асимптотического и желаемого ЛАЧХ объекта.		
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием частотного метода синтеза;</li> <li>• рассмотреть постановку задачи частотного метода синтеза;</li> <li>• примеры построения асимптотического и желаемого ЛАЧХ объекта;</li> </ul>	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать постановку задачи частотного метода синтеза</li> <li>• знать условия разрешимости задачи синтеза;</li> <li>• уметь строить асимптотическое и желаемое ЛАЧХ объекта</li> <li>• дать определение понятию зона частот.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (6-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: <ul style="list-style-type: none"> <li>· Что понимается под синтезом, от чего зависит метод синтеза?</li> <li>· Какова постановка задачи синтеза одноканальных систем?</li> <li>· Каковы условия разрешимости задачи синтеза?</li> </ul> 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какую единственную величину можно использовать для организации управляющего воздействия $u$ ? Какую статическую ошибку при синтезе необходимо обеспечить?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Влияние частотной характеристики разомкнутой системы на свойства замкнутой По 2 вопросу. Основные соотношения и методика расчета Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Частотный метод синтеза.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 6. ЧАСТОТНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ПОСТРОЕНИЕ АСИМПТОТИЧЕСКОГО И ЖЕЛАЕМОГО ЛАЧХ ОБЪЕКТА

### План:

1. *Постановка задачи*
2. *Влияние частотной характеристики разомкнутой системы на свойства замкнутой*
3. *Основные соотношения и методика расчета*

### 1. Постановка задачи

Рассматривается объект управления, поведение которого описывается передаточной функцией  $W_0(p)$ , а выходная переменная измеряется с помехой  $h(t)$ . Влияние окружающей среды отражает возмущение  $M(t)$ .

Требования к поведению системы задаются в виде оценок переходного процесса, в качестве которых используются статическая ошибка ( $\Delta^*$ ), перерегулирование и быстродействие ( $\delta\%$  и  $t^*$ ).

Необходимо определить передаточную функцию корректирующего звена (регулятора)  $W_k(p)$ , включение которой в систему обеспечит заданное качество работы.

Метод предназначен для синтеза одноканальных систем, работающих в режиме слежения или отработки входа, и предполагает использование асимптотических ЛАЧХ. При этом расчетная структурная схема имеет вид:

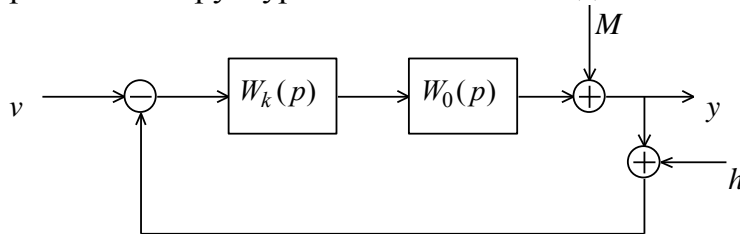


Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы

Первоначально будем рассматривать реакцию только на входное воздействие, полагая возмущение и помеху равными нулю ( $M=0$ ,  $h=0$ ). Их влияние на свойства системы учтем в дальнейшем.

Вычислим передаточную функцию разомкнутой системы,

$$W_p(p) = W_k(p)W_0(p), \quad (1)$$

а затем замкнутой:

$$W(p) = \frac{W_p(p)}{1 + W_p(p)}. \quad (2)$$

Как видим, ее однозначно определяет  $W_p(p)$ .

Следовательно, если удастся сформировать заданную передаточную функцию или частотную характеристику разомкнутой системы, то тем самым можно обеспечить требуемые свойства для замкнутой системы.

## 2. Влияние частотной характеристики разомкнутой системы на свойства замкнутой

От передаточной функции разомкнутой системы (1) перейдем к ее частотной характеристике заменой  $p \rightarrow j\omega$ ,

$$W_p(j\omega) = W_k(j\omega)W_0(j\omega), \quad (3)$$

которую рассмотрим подробнее в различных областях частот, введя предварительно несколько определений.

Зоной низких частот будем называть область изменения  $\omega \rightarrow 0$ . В ней по условию статики выполняется соотношение:

$$W_0(0) = k_0 \gg 1,$$

где  $k_0$  - коэффициент усиления объекта. Для разомкнутой системы в соответствии с (3) получим

$$W_p(j\omega) \gg 1. \quad (4)$$

Областью высоких частот будем называть совокупность частот  $\omega \rightarrow \infty$ . Здесь справедливы соотношения:

$$W_0(j\omega) \approx 0, \quad W_p(j\omega) \approx 0. \quad (5)$$

Зона средних частот - это область изменения  $\omega$ , где выполняются соотношения:

$$W_0(j\omega) \approx 1, \quad W_p(j\omega) \approx 1. \quad (6)$$

Поскольку частотные характеристики разомкнутой и замкнутой системы связаны соотношением, аналогичным (2), то с учетом (4) в области низких частот (НЧ) получим

$$W(j\omega) = \frac{W_p(j\omega)}{1 + W_p(j\omega)} \approx 1,$$

то есть вид частотной характеристики разомкнутой системы мало влияет на систему в целом.

В области высоких частот (ВЧ) с учетом (5) имеем

$$W(j\omega) = \frac{W_p(j\omega)}{1 + W_p(j\omega)} \approx 0,$$

а значит вид частотной характеристики разомкнутой системы не влияет на свойства замкнутой.

Таким образом, наибольшее влияние  $W_p(j\omega)$  оказывает на свойства замкнутой системы в области средних частот (СЧ), где наиболее тщательно следует выбирать желаемую характеристику.

### 3. Основные соотношения и методика расчета

Частотную характеристику разомкнутой системы (3) представим в форме

$$W_p(j\omega) = A_p(\omega) e^{j\varphi(\omega)}.$$

Отсюда следует соотношение для амплитудных частотных характеристик

$$A_p(\omega) = A_k(\omega) A_0(\omega),$$

которое в логарифмическом масштабе принимает вид

$$L_p(\omega) = L_k(\omega) + L_0(\omega). \quad (7)$$

Формируя желаемым образом характеристику разомкнутой системы  $L^*(p)$ , соотношение (7) приобретает форму

$$L^*(\omega) = L_k(\omega) + L_0(\omega). \quad (8)$$

Из уравнения (8) получим расчетное соотношение для логарифмической характеристики корректирующего звена, являющееся основным в частотном методе синтеза

$$L_k(\omega) = L^*(\omega) - L_0(\omega). \quad (9)$$

Таким образом, расчет корректирующего звена состоит из следующих этапов:

- 1). Построение асимптотической ЛАЧХ объекта  $L_0(\omega)$ .
- 2). Формирование желаемой ЛАЧХ разомкнутой системы  $L^*(\omega)$  по требованиям к качеству замкнутой.
- 3). Определение ЛАЧХ корректирующего звена в соответствии с соотношением (9) и восстановление на основе  $L_k(\omega)$  передаточной функции  $W_k(p)$ .
- 4). Оценка влияния помехи и возмущающего воздействия.

Рассмотрим эти этапы подробнее.

#### 3.1. Построение ЛАЧХ объекта

Обычно объект управления представляет собой последовательную цепочку типовых звеньев, поэтому  $L_0(\omega)$  можно построить, суммируя ЛАЧХ отдельных

звеньев. Такое суммирование позволяет предложить следующую процедуру построения  $L_0(\omega)$ :

На частоте  $\omega = 1$  фиксируется точка с амплитудой  $20 \lg k_0$ .

Отмечаются частоты сопряжения  $\omega_i = T_i^{-1}$ .

До первой частоты сопряжения строится НЧ асимптота с наклоном  $-20\gamma$  дц/дек, если передаточная функция объекта содержит интегрирующие звенья, а  $\gamma$  - число таких звеньев. Наклон будет равен  $+20\gamma$  дц/дек, если  $W_0(p)$  содержит дифференцирующие звенья,  $\gamma$  - число таких звеньев. НЧ асимптота или ее продолжение должна пересекать точку  $20 \lg k_0$ .

На частоте сопряжения происходит излом асимптотической ЛАЧХ объекта. Он будет равен  $-20\gamma$  дц/дек, если соответствующая постоянная времени находится в знаменателе передаточной функции объекта,  $\gamma$  - число таких звеньев. Наклон будет равен  $+20\gamma$  дц/дек, если постоянная времени находится в числителе передаточной функции,  $\gamma$  - число таких звеньев. Асимптота проводится до следующей частоты сопряжения, где также происходит ее излом.

### 3.2. Построение желаемой ЛАЧХ

Желаемая ЛАЧХ строится по требованиям к качеству работы замкнутой системы в статике и динамике.

Предварительно из условия заданной статической ошибки выбирается коэффициент усиления разомкнутой системы  $k$ , равный произведению коэффициентов усиления объекта и регулятора

$$k_p = k_0 k_k. \quad (10-6.36)$$

Поскольку статическая ошибка, в основном, определяется возмущением, рассмотрим эту составляющую для статической системы, соответствующую выражению

$$\Delta_M^0 = -\frac{1}{1 + k_0 k_k} M.$$

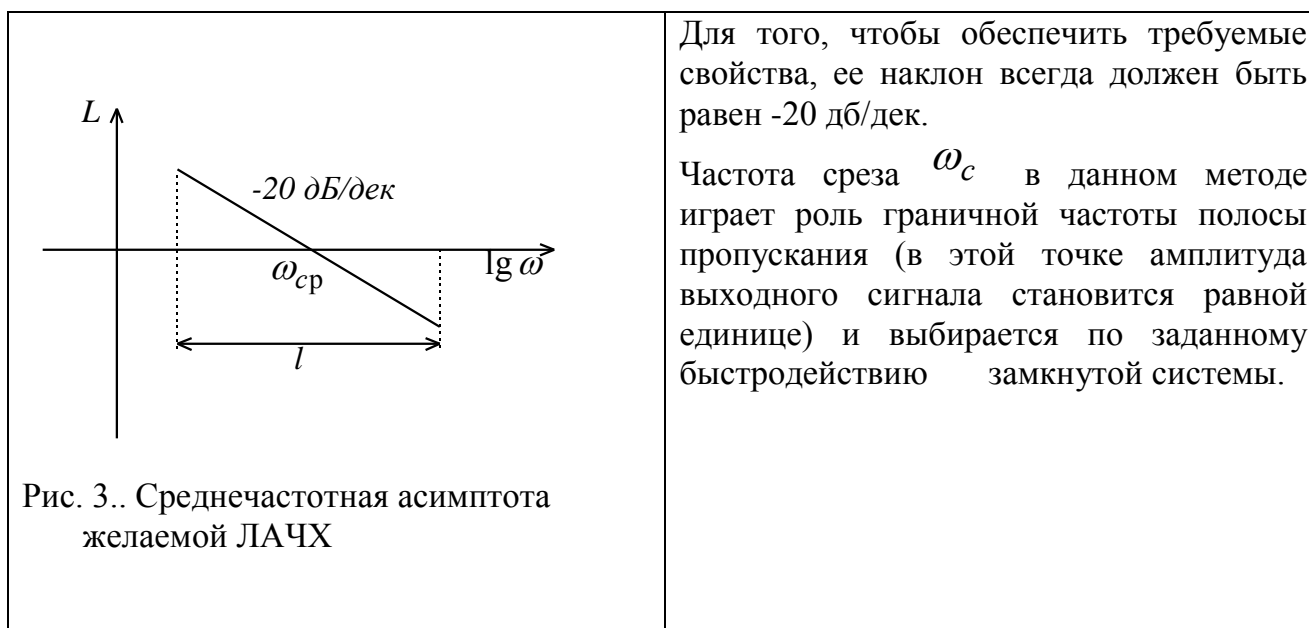
При заданной ошибке  $\Delta_*^0 = \delta_* M_H$  расчетное соотношение для  $k_p$  принимает вид:

$$\frac{1}{1 + k_p} \leq \delta_* \quad (11)$$

При синтезе систем частотным методом удобно выровнять ЛАЧХ объекта и ЛАЧХ разомкнутой системы, полагая что на этапе расчета  $k_k = 1$ , а найденный коэффициент усиления отнесен к объекту,  $k_0 = k_p$ , и учтен при построении  $L_0(\omega)$ .



Наибольшее влияние на свойства замкнутой системы оказывает среднечастотная асимптота желаемой ЛАЧХ, которую выбирают по условиям динамики (рис. 3).



Соотношение между  $t_n$  и  $\omega_c$  устанавливают номограммы, приводимые в справочной литературе. Для предварительных расчетов можно пользоваться формулой:

$$\omega_c \cong \frac{k\pi}{t_n}, \quad \text{где } k=2 \div 4 \quad (12)$$

Длина среднечастотного участка желаемой ЛАЧХ решающим образом определяет динамику и ограничивается запасом устойчивости по модулю  $\Delta L$ , который откладывается вверх и вниз по оси ординат. В свою очередь,  $\Delta L$  находится по номограммам в зависимости от требуемого перерегулирования  $\sigma\%*$ .

Приблизительно длину среднечастотного участка можно выбирать следующим образом:  $l = (1 \div 1,5)$  декады, вправо и влево от  $\omega_c$  длина асимптоты примерно 0,5l. В этом случае будет обеспечено перерегулирование  $\sigma \% \cong (20 \div 30)\%$ .

Поскольку  $k_k$  отнесен к объекту, то в области низких частот желаемая ЛАЧХ должна совпадать с ЛАЧХ объекта; в области высоких частот эти две характеристики могут совпадать или быть параллельными. Таким образом, остается выбрать только участки сопряжения желаемой ЛАЧХ. Их следует проводить под наклоном -40 или -60 дБ/дек так, чтобы получить наиболее простое корректирующее звено.

### 3.2. Расчет корректирующего звена

Асимптотическая ЛАЧХ корректирующего звена определяется в соответствии с основным соотношением частотного метода (9):

$$L_k(\omega) = L_*(\omega) - L_0(\omega) \quad .$$

Затем по  $L_k(\omega)$  находится передаточная функция  $W_k(p)_c$  помощью процедуры, обратной по отношению к порядку построения ЛАЧХ объекта, и

предлагается схемная реализация корректирующего звена на активных или пассивных элементах.

Влияние возмущения и помехи измерения на свойства замкнутой системы. Обсудим теперь влияние возмущения и помехозащищенность системы, вернувшись к ее исходной структуре

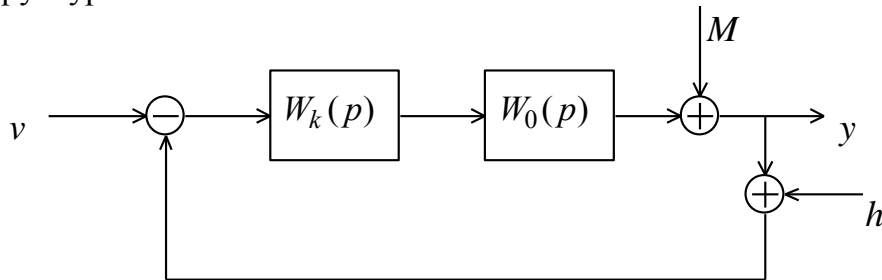


Рис. 5. Структурная схема замкнутой системы

Рассмотрим сначала случай, когда  $h = 0$ . Выходная переменная системы определяется выражением

$$y(p) = \frac{W_k(p)W_0(p)}{1 + W_k(p)W_0(p)} v - \frac{1}{1 + W_k(p)W_0(p)} M \quad (13)$$

Необходимо, чтобы выход  $y$  повторял входной сигнал  $v$  независимо от влияния возмущения  $M$ . С этой целью исследуем поведение системы на различных частотах.

1) В области НЧ, в соответствии с (4), справедливо условие  $W_k(j\omega)W_0(j\omega) \gg 1$ , поэтому вторая составляющая (13) при замене  $p$  на  $j\omega$  обращается в ноль, а  $y = v$ , то есть система выполняет свою функцию.

2) В районе частоты среза (область СЧ), где выполняется (6.32), составляющие выхода следующие:  $y = 0,5v$  и  $y_M = 0,5M$ . Здесь система плохо воспроизводит вход и плохо подавляет возмущение, то есть работает частично.

3) В области ВЧ, где справедливо условие (5), выражение (13) дает  $y_v \approx 0$  и  $y_M \approx M$ . Следовательно, система не выполняет свои функции.

Вывод: чем шире полоса пропускания системы (чем больше  $\omega_c$ ), тем лучше она выполняет свое назначение. Таким образом, необходимо стремиться увеличивать  $\omega_c$ .

Рассмотрим теперь случай, когда присутствует помеха  $h$ , а входное воздействие  $v$  и возмущение  $M$  равны нулю. Поскольку объект, как правило, отфильтровывает высокочастотную помеху, не пропуская ее на выход системы, запишем операторное выражение для управляющего воздействия:

$$u = -\frac{W_k(p)}{1 + W_k(p)W_0(p)} h, \quad (14)$$

которое также исследуем на различных частотах.

В области НЧ имеем:

$$u \cong -\frac{1}{k_0} h.$$

В области СЧ  $u \cong -0,5h$ , то есть влияние помехи повышается.

В области ВЧ  $u \cong W_k(j\omega)h$ , то есть прохождение помехи полностью определяется свойствами корректирующего звена.

**Вывод.** Для уменьшения влияния помехи на низких и средних частотах нужно улучшать качество датчика, а на высоких частотах ее можно подавить корректирующим звеном, которое имеет интегрирующий эффект (степень полинома числителя должна быть меньше степени полинома знаменателя). С этой целью на высоких частотах в корректор необходимо включать дополнительно апериодическое звено.

### Контрольные вопросы:

1. Для каких систем предназначен частотный метод синтеза?
2. Когда можно обеспечить требуемые свойства для замкнутой системы?
3. Какое оказывает влияние частотная характеристика разомкнутой системы на свойства замкнутой?
4. Какие существуют зоны частот?
5. Каковы основные соотношения частотных характеристик?
6. Каким образом производится расчет корректирующего звена?
7. Как осуществляется построение ЛАЧХ объекта?
8. Какое оказывает влияние возмущения и помехи измерения на свойства замкнутой системы?

7 - лекция	Модальный метод синтеза. Основные понятия. Процедура синтеза метода модальным методом.
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Введение Постановка задачи синтеза для одноканального объекта Обеспечение заданной статики Расчет корректора динамики	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о модальном методе синтеза, об основных понятиях, а также процедуре синтеза метода модальным методом.		
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием модального метода синтеза;</li> <li>• рассмотреть процедуру синтеза метода модальным методом;</li> <li>• примеры расчета корректора динамики;</li> </ul>	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать процедуру синтеза метода модальным методом</li> <li>• знать схема реализации регулятора;</li> <li>• уметь рассчитывать корректора динамики</li> <li>• дать определение понятию корректора динамики.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (7-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: Для каких систем предназначен частотный метод синтеза? Какие существуют зоны частот? Как осуществляется построение ЛАЧХ объекта? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какое оказывает влияние возмущения и помехи измерения на свойства замкнутой системы? Когда можно обеспечить требуемые свойства для замкнутой системы?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Постановка задачи синтеза для одноканального объекта По 2 вопросу. Обеспечение заданной статике По 3 вопросу. Расчет корректора динамики Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Понятие о модальном методе синтеза.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

# ЛЕКЦИЯ 7. МОДАЛЬНЫЙ МЕТОД СИНТЕЗА. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ. ПРОЦЕДУРА СИНТЕЗА МЕТОДА МОДАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

## План:

1. Введение
2. Постановка задачи синтеза для одноканального объекта
3. Обеспечение заданной статике
4. Расчет корректора динамики

## 1. Введение

Метод применяется для расчета систем, работающих в режиме отработки начальных условий. При этом математическая модель объекта управления записывается в форме:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + M(t) & , & x \in R^n, \\ y = Cx & , & (u, y) \in R^m. \end{cases} \quad (1)$$

Требования к поведению замкнутой системы формулируются в виде условия статике:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = v \quad \text{с точностью } \Delta^0 \leq \Delta^{0*},$$

и оценок переходных процессов типа:  $t_n \leq t_n^*$  и  $\delta\% \leq \delta\%*$ , от которых переходят к желаемому распределению корней на комплексной плоскости. Так как корни являются модальными характеристиками системы, то и метод синтеза называется “модальным”.

Структура регулятора предполагается известной, он описывается уравнением:

$$u = Kx, \quad (2)$$

где  $K$  - матрица неизвестных коэффициентов. Их необходимо определить таким образом, чтобы качество работы замкнутой системы, уравнения которой получают в результате подстановки (2) в (3),

$$\begin{cases} \dot{x} = (A + BK)x + M(t), \\ y = Cx, \end{cases} \quad (3)$$

соответствовало заданному. С этой целью записывают ее характеристическое уравнение,

$$\det[pI - (A + BK)] = p^n + a_n(K)p^{n-1} + \dots + a_2(K)p + a_1(K) = 0. \quad (4-6.44)$$

От заданного распределения корней переходят к желаемому характеристическому уравнению замкнутой системы:

$$p^n + c_n p^{n-1} + \dots + c_2 p + c_1 = 0. \quad (5)$$

Приравнивая коэффициенты при соответствующих степенях  $p$  уравнений (4) и (5), получают соотношения для расчета элементов матрицы  $K$  в виде:

$$a_i = c_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (6)$$

В общем случае зависимость  $a_i(K)$  может быть нелинейной, поэтому найти  $K$  по выражению (6) не всегда удастся даже для одноканального объекта, уравнения которого предварительно записывают в канонической форме.

Поскольку одноканальный объект удобнее описывать с помощью передаточной функции, обсудим соответствующую методику модального метода синтеза.

## 2. Постановка задачи синтеза для одноканального объекта

Рассматривается объект управления, передаточная функция которого имеет вид:

$$W_0 = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{b_{m+1}p^m + b_m p^{m-1} + \dots + b_1}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1}, \quad (7-6.47)$$

где  $m \leq n$ . Влияние окружающей среды отражает возмущение  $M(t)$ .

Модальный метод синтеза предполагает формирование заданной реакции системы на отработку начальных условий, которая определяется корнями характеристического уравнения. Если они выбраны на основе требований, предъявляемых к динамике, то соответствующее характеристическое уравнение называют желаемым.

Таким образом, задача синтеза заключается в обеспечении в замкнутой системе желаемого характеристического уравнения.

Для ее решения предлагается использовать в качестве регулятора последовательное звено  $W_s(p)$  и звено с передаточной функцией  $W_d(p)$  в обратной связи, то есть структура системы задана и имеет вид, приведенный на рис. 1.

Звено прямого канала с передаточной функцией  $W_s(p)$  будем называть корректором статики, а звено с передаточной функцией  $W_d(p)$  - корректором динамики. При синтезе структура их известна, требуется определить параметры.

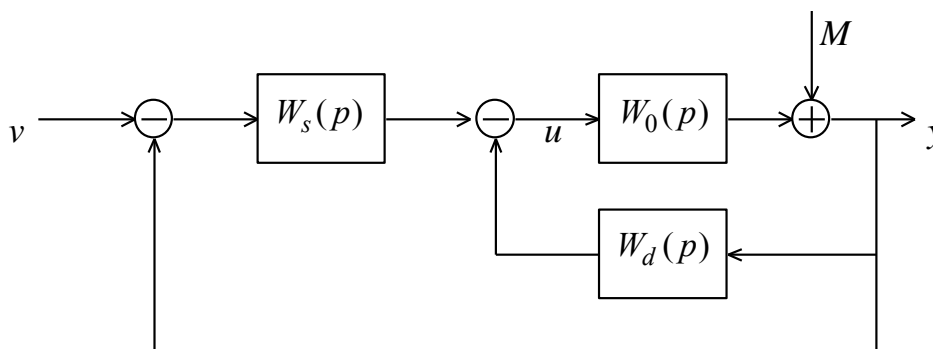


Рис. 1. Расчетная структурная схема замкнутой системы

Рассмотрим последовательно этапы модального метода синтеза.

### 3. Обеспечение заданной статики

С целью выполнения условия статики,  $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = v$ , при произвольном возмущении М предлагается в качестве звена с передаточной функцией  $W_s(p)$  использовать интегратор,

$$W_s(p) = \frac{k_s}{p}, \quad (8)$$

то есть сделать систему астатической. Здесь  $k_s$  - неизвестный пока коэффициент усиления регулятора.

Полагая, что объект и корректор динамики не содержат интегрирующих звеньев, запишем операторное выражение для выходной величины

$$y(p) = \frac{pM + W_0(p)k_s v}{p + pW_0(p)W_d(p) + W_0(p)k_s}. \quad (9)$$

Отсюда в статике, при  $p=0$ , когда передаточные функции вырождаются в коэффициенты усиления, получим  $y(p) = v$ .

Как видим, с помощью выбранного корректора статики  $W_s(p)$  можно обеспечить выполнение условия с ошибкой  $\Delta^0 = 0$ .

### 5. Расчет корректора динамики

#### 6.

Рассмотрим теперь характеристическое уравнение системы, приведенной на рис. 1.:

$$1 + W_0(p)W_d(p) + W_0(p)W_s(p) = 0. \quad (10)$$

В качестве корректора динамики предлагается выбирать следующую передаточную функцию:

$$W_d(p) = \frac{D(p)}{B(p)} = \frac{d_n p^{n-1} + \dots + d_1}{b_{m+1} p^m + b_m p^{m-1} + \dots + b_1}, \quad (11)$$

где  $B(p)$  - полином числителя  $W_0(p)$ , а  $D(p)$  - введенный расчетный полином с неизвестными коэффициентами  $d_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

С учетом (11) характеристическое уравнение (10) замкнутой системы принимает вид:

$$pA(p) + pD(p) + k_s B(p) = 0, \quad (12)$$



причем его порядок равен  $(n+1)$ .  
 Подставляя вместо  $A(p)$ ,  $D(p)$  и  $B(p)$  их значения, получим

$$p^{n+1} + (a_n + d_n)p^n + \dots + (a_1 + d_1 + k_s b_2)p + k_s b_1 = 0.$$

На основе требований к качеству переходных процессов (заданного перерегулирования  $\delta\%^*$  и быстродействия  $t_*$ ) сформируем желаемое характеристическое уравнение того же порядка, что и (12):

$$C(p) = p^{n+1} + C_{n+1}p^n + \dots + C_1 = 0. \quad (13)$$

Для конструирования  $C(p)$  используем корневые оценки переходных процессов, с помощью которых получим эталонное распределение корней на комплексной плоскости.

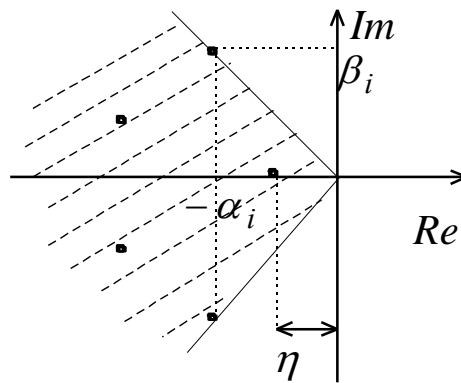


Рис. 2. Желаемое расположение корней

Так расстояние, ближе которого не могут располагаться корни уравнения (13), зависит от  $t_*$  и приближенно может быть найдено по соотношению:

$$\eta \geq 3 / t_* \quad (14)$$

Сектор, внутри которого находятся корни, определяется на основе зависящего от  $\delta\%^*$  значения колебательности  $\mu^*$ .

Вычисляется значение мнимой части корней с “максимальным” размахом:

$$\beta = \mu^* \eta \quad (15)$$

Эталонные корни  $\lambda_1^*, \dots, \lambda_{n+1}^*$  выбираются внутри заштрихованной области (рис. 2.), а затем следующим образом формируется желаемое уравнение (13):

$$C(p) = (p - \lambda_1^*) \cdot \dots \cdot (p - \lambda_{n+1}^*) = 0 \quad (16)$$

Приравнивая коэффициенты при соответствующих степенях желаемого (13) и действительного (12) характеристических уравнений, получим (n+1) расчетное соотношение для определения неизвестных коэффициентов регулятора,

$$\begin{aligned} c_1 &= k_s b_1, \\ c_2 &= a_1 + d_1 + b_2 k_s, \\ &\dots \\ c_{n+1} &= a_n + d_n. \end{aligned} \quad (17)$$

Они легко вычисляются из (17) и имеют вид:

$$\begin{aligned} k_s &= c_1 / b_1, \\ d_i &= c_{i+1} - a_i - k_s b_i, \quad i = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (18)$$

Таким образом, мы определили параметры передаточных функций регулятора, обеспечивающего в системе требуемые свойства. Рассмотрим теперь возможности его реализации.

### Схема реализации регулятора

Реализация регулятора с передаточной функцией  $W_s(p)$ , представляющей собой обычный интегратор, не вызывает затруднений. Остановимся подробнее на реализации звена обратной связи с передаточной функцией  $W_d(p)$ .

Для реальных объектов степень полинома числителя передаточной функции  $W_0(p)$  обычно меньше степени полинома ее знаменателя, поэтому корректор динамики, как правило, имеет форсирующий характер, то есть  $\deg D(p) > \deg B(p)$ .

Это означает, что необходимо реализовать дифференцирующие звенья, которые подчеркивают высокочастотную помеху.

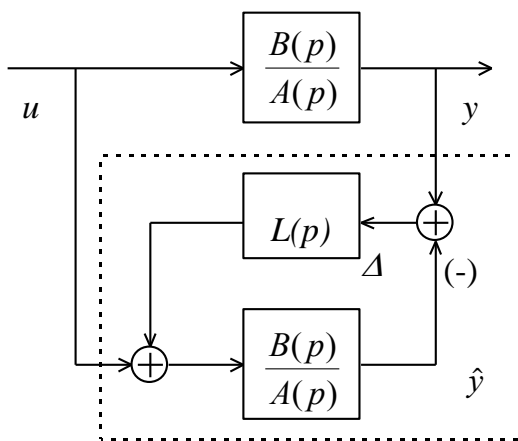


Рис. 3. Схемная реализация фильтра

С целью уменьшения этого влияния используем специальный фильтр, который подключается параллельно объекту и состоит из модели (с выходом  $\hat{y}$ ) и стабилизирующей добавки  $L(p)$ . Его называют фильтром Калмана-Бьюсси или параллельным фильтром.

Здесь блок  $L(p)$  сводит к нулю разницу между выходом объекта  $y$  и выходом модели  $\hat{y}$ .

Рассмотрим работу фильтра, для чего запишем выражение для ошибки  $\Delta$ :

$$\Delta = \frac{B(p)}{A(p)}u - \frac{B(p)}{A(p)}[u + L(p)\Delta]$$

или после преобразований

$$[A(p) + B(p)L(p)]\Delta = 0. \quad (19)$$

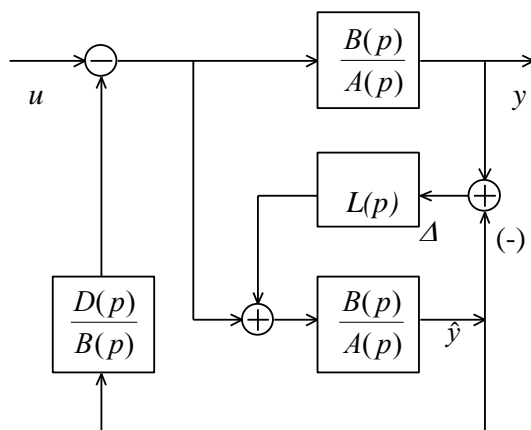


Рис. 4. Схемная реализация корректора динамики

Как видим, если корни полинома  $[A(p) + B(p)L(p)]$  имеют отрицательную вещественную часть, то ошибка  $\Delta \rightarrow 0$  при  $t \rightarrow \infty$ , и начиная с некоторого момента времени, выход модели  $\hat{y}$  будет повторять выход объекта  $y$  как угодно точно.

Используя такой фильтр, получим следующую схему реализации корректора динамики

Эту схему можно упростить, если представить передаточную функцию объекта в виде

$$W_0(p) = \frac{1}{A(p)} B(p) \quad (20)$$

Структурная схема замкнутой системы принимает вид:

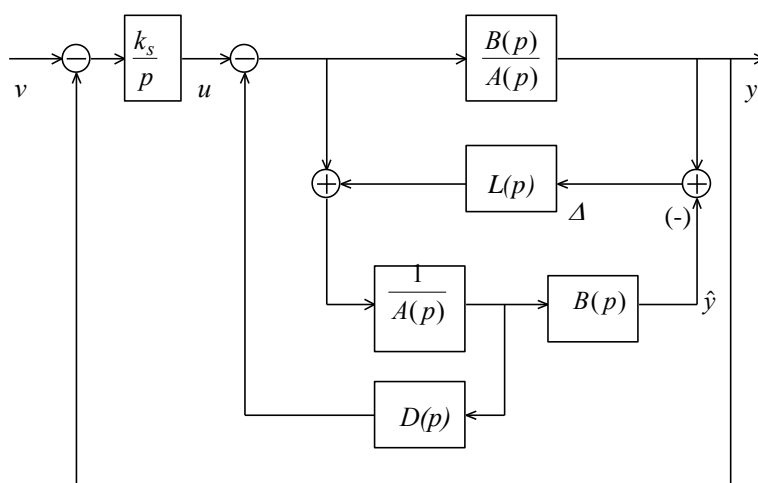


Рис. 5. Полная структурная схема системы, рассчитанной модальным методом

Блоки фильтра и регулятора реализуются на активных элементах.

**Контрольные вопросы:**

1. Для расчета систем каких систем применяется модальный метод синтеза?
2. Какова постановка задачи синтеза для одноканального объекта?
3. Как осуществляется обеспечение заданной статике?
4. Как производится расчет корректора динамики?
5. Какова схема реализации регулятора?
6. На чем реализуются блоки фильтра и регулятора ?

8 - лекция	Случайные процессы. Стационарные случайные процессы.
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Вводные замечания Характеристики случайных величин и процессов Случайные процессы Стационарные случайные процессы	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о случайных процессах и стационарных случайные процессы		
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием случайного процесса;</li> <li>• рассмотреть основные характеристики случайных величин и процессов;</li> <li>• рассмотреть случайные процессы и стационарные случайные процессы;</li> </ul>	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• дать общее понятие о случайном процессе;</li> <li>• особенности случайного процесса;</li> <li>• перечислить основные характеристики случайных величин и процессов;</li> <li>• дать определение понятию случайный процесс.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (8-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: Для расчета систем каких систем применяется модальный метод синтеза? Как производится расчет корректора динамики? Какова схема реализации регулятора? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какова постановка задачи синтеза для одноканального объекта? Как осуществляется обеспечение заданной статичности?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Характеристики случайных величин и процессов По 2 вопросу. Случайные процессы По 3 вопросу. Стационарные случайные процессы Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Случайные процессы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 8.

### СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ. СТАЦИОНАРНЫЕ СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ.

#### План:

1. *Вводные замечания*
2. *Характеристики случайных величин и процессов*
3. *Случайные процессы*
4. *Стационарные случайные процессы*

#### 1. Вводные замечания

До сих пор поведение систем автоматического управления исследовалось при определенных, заданных во времени задающих и возмущающих воздействиях (ступенчатая функция, импульсная функция, гармоническое воздействие и т. д.) Однако во многих случаях характер воздействия бывает таким, что его нельзя считать определенной функцией времени. Оно может принимать с течением времени самые разнообразные случайные значения. В таких случаях мы можем оценить только вероятность появления той или иной формы воздействия в тот или иной момент времени. Это происходит не потому, что оно неизвестно заранее, а потому, что сама природа реального задающего или возмущающего воздействия такова, что величина его в каждый момент времени и процесс его изменения с течением времени зависят от множества разнообразных величин, которые случайным образом могут комбинироваться друг с другом, появляться одновременно или с любым сдвигом во времени и т. д.

**Возьмем, например,** систему автоматической стабилизации напряжения электрического генератора. Возмущающее воздействие здесь является результатом изменения нагрузки в сети, зависящей от включения, выключения и изменения режима работы множества потребителей электрической энергии.

**Другой пример** автопилот. На него действуют обычно возмущающие воздействия случайного характера: порывы ветра и изменения других атмосферных факторов, изменение тяги, изменения напряжения питания усилителей и рулевых машинок и т. д.

**Третий пример** — следящие системы, на вход которых попадают вместе с полезным сигналом помехи. Например, в радиолокационной системе сопровождения отраженный от цели сигнал содержит в себе помехи в виде многочисленных флуктуации, происходящих от вибраций и поворотов цели, замирания сигнала и т. п. Аналогичные помехи случайной природы имеют место в других автоматических устройствах.

В следящих системах не только возмущающие воздействия и помехи являются случайными, но и сам полезный сигнал, который должен воспроизводиться (задающее воздействие), как правило, носит случайный характер.

Прежде чем рассматривать поведение автоматических систем при случайных воздействиях, напомним некоторые сведения о случайных величинах, случайных процессах и об их вероятностных характеристиках.

#### 2. Характеристики случайных величин и процессов

Кратко остановимся на основных характеристиках случайных величин и процессов.

Случайная величина может быть непрерывной и дискретной. Случайным процессом называется изменение случайной величины во времени. Важное значение при описании случайных величин и процессов имеет понятие вероятности.

Вероятность – это предельное значение частоты появления события

$$P = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{n}{N}$$

где  $n$  – число появлений события в испытаниях;  $N$  – общее число испытаний.

Полное описание случайной величины дает закон распределения вероятности  $P(x)$  для дискретной величины и закон распределения плотности вероятности  $W(x)$  для непрерывной величины. Соотношение между этими параметрами представлено на рис. 1.

Часто при анализе случайных величин и процессов ограничиваются частными характеристиками. Как правило, это математическое ожидание  $\bar{x}$  и дисперсия  $D$ .

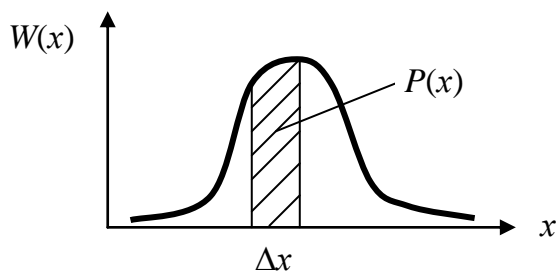


Рис. 1. Плотность вероятности и вероятность для непрерывной величины

Математическое ожидание можно определить как среднее значение, а дисперсию – как средний разброс значений случайной величины относительно ее математического ожидания. Для непрерывной величины справедливы выражения

$$\bar{x} = \int_{-\infty}^{\infty} xW(x)dx$$

– математическое ожидание;

$$D = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot W(x)dx$$

– дисперсия.

### 3. Случайные процессы

Случайная величина  $x$ , изменяющаяся во времени  $t$ , называется случайным или стохастическим процессом. Случайный процесс не есть определенная кривая  $x(t)$ , а является множеством возможных кривых  $x(t)$ , так же как случайная величина не имеет определенного значения, а является совокупностью (множеством) возможных значений.

Можно еще сказать, что случайный процесс есть такая функция времени, значение которой в каждый момент времени является случайной величиной.



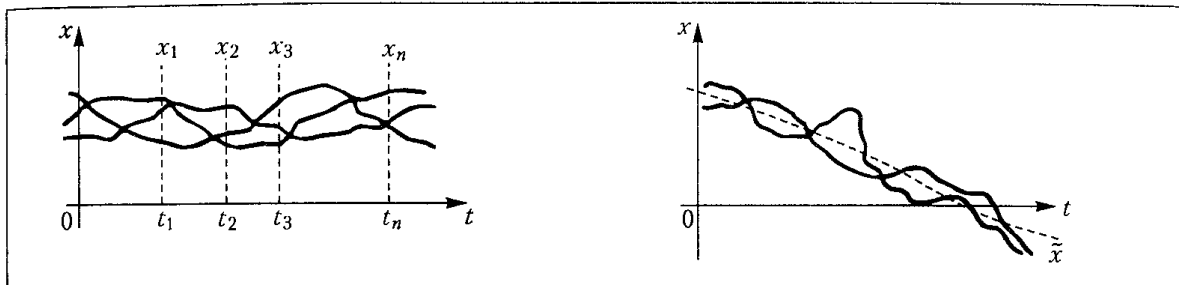


Рис. 2.

Рис.3.

Примерами случайных процессов могут, например, являться: координаты самолета, замеры радиолокационной станцией; угол визирования движущейся цели головкой самонаведения; помехи в системе телеуправления; нагрузка электрической сети и т. п.

Итак, в случайном процессе нет определенной зависимости  $x(t)$ . Каждая кривая множества (рис. 2) является лишь отдельной реализацией случайного процесса. Никогда нельзя сказать заранее, по какой кривой пойдет процесс. Однако случайный процесс может быть оценен некоторыми вероятностными характеристиками.

В каждый отдельный момент времени  $t_1, t_2, t_3, \dots$ ; (рис. 2) наблюдаются случайные величины  $x_1 = x(t_1)$ ,  $x_2 = x(t_2)$ , каждая из которых имеет свой закон распределения. Поскольку это — непрерывная случайная величина, то надо пользоваться понятием плотности вероятности.

Обозначим  $w(x, t)$  закон распределения для всех этих отдельных случайных величин. В общем случае он меняется с течением времени. Для каждого данного  $t$  в отдельности  $(t_1, t_2, t_3, \dots)$  будет свой закон распределения:

$$w(x_1, t_1), w(x_2, t_2), w(x_3, t_3), \dots, \text{ причем} \\ \int_{-\infty}^{+\infty} w(x, t) dx = 1.$$

Для каждого заданного момента времени можно найти характеристики случайных величин. В результате будем иметь среднее по множеству (математическое ожидание)

$$\tilde{x}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x w(x, t) dx \quad (1)$$

и дисперсию

$$D(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \tilde{x})^2 w(x, t) dx = \overline{x^2(t)} - [\tilde{x}(t)]^2. \quad (2)$$

Среднее значение случайного процесса представляет собой некоторую среднюю кривую (рис. 3), около которой группируются всевозможные отдельные реализации этого процесса, а дисперсия  $D(t)$  или среднее квадратичное отклонение  $\sigma(t)$  характеризуют рассеяние отдельных возможных реализаций процесса около этой средней кривой.

Кроме этих осредненных характеристик  $\bar{x}(t)$  и  $D(t)$ , которые для каждого данного момента времени являются средними по множеству, введем понятие среднего значения случайной величины  $\tilde{x}$  для отдельной реализации случайного процесса  $x(t)$ , которое определяется из выражения

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} x(t) dt. \quad (4)$$

Переход к пределу здесь необходим для того, чтобы характеризовать не какой-нибудь отдельный участок кривой, а всю возможную кривую  $x(t)$  в целом.

Так, например, если речь идет о слежении за самолетом, то он не может как угодно быстро менять свое положение и скорость. Поэтому если он в момент времени  $t_1$  занял положение  $x_1$  то этим самым его возможное положение  $x_2$  в следующий момент  $t_2$  ограничено, т. е. события  $(x_2, t_2)$  и  $(x_1, t_1)$  не будут независимыми. Чем более инерционен изучаемый объект, тем больше эта взаимозависимость, или корреляция.

В таких случаях необходимо записать

$$w_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = w(x_1, t_1) w_{2,1}(x_2, t_2), \quad (5)$$

где  $w_{2,1}(x_2, t_2) dx$  — условная вероятность того, что случайный процесс пройдет вблизи точки  $(x_2, t_2)$ , если он уже прошел через точку  $(x_1, t_1)$ .

Следовательно, зная плотности вероятности  $w(x_1, t_1)$  и  $w_2(x_1, t_1; x_2, t_2)$  можно найти также и условную плотность вероятности

$$w_{2,1}(x_2, t_2) = \frac{w_2(x_1, t_1; x_2, t_2)}{w(x_1, t_1)}. \quad (6)$$

Кроме того, имеет место следующая связь между основными плотностями вероятности:

$$w(x_1, t_1) = \int_{-\infty}^{+\infty} w_2(x_1, t_1; x_2, t_2) dx_2, \quad (7)$$

так как  $\omega(x_1, t_1)$  есть плотность вероятности случайной величины  $(x_1, t_1)$  безотносительно к тому, какое потом будет значение  $(x_2, t_2)$  т. е. допускается  $-\infty < x_2 < +\infty$ .

Аналогичным образом любая плотность вероятности низшего порядка всегда может быть получена из высшей, т. е. высшие плотности вероятностей содержат наибольшее количество информации о случайном процессе (о взаимосвязях между возможными значениями случайной величины  $x$  в различные моменты времени). Написанные соотношения справедливы для случайных процессов любых типов. В зависимости же от того, до какого порядка принимаются во внимание плотности вероятности, а также от разных дополнительных гипотез о формах связи между  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  рассматриваются разные типы случайных процессов в отличие от чисто случайных.

Другая классификация всех случайных процессов состоит в разделении их на стационарные и нестационарные. Теория стационарных случайных процессов наиболее разработана и чаще всего применяется на практике.

#### 4 Стационарные случайные процессы

Стационарным случайным процессом называется такой процесс, вероятностные характеристики которого не зависят от времени. Все плотности вероятностей  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$  не меняются при любом сдвиге рассматриваемого участка процесса во времени, т. е. при сохранении постоянной разности.

Можно сказать, что стационарный случайный процесс в какой-то мере аналогичен обычным стационарным или установившимся процессам в автоматических системах. Например, при рассмотрении обычных установившихся периодических колебаний ничего не изменится, если перенести начало отсчета на какую-нибудь величину. При этом сохраняют свои значения такие характеристики, как частота, амплитуда, среднеквадратичное значение и т. п.

В стационарном случайном процессе закон распределения один и тот же для каждого момента времени, т. е. плотность вероятности не зависит от времени:  $\omega(x, t) = \omega(x)$ .

Отсюда получаем  $\tilde{x} = const$  и  $\sigma = const$  вдоль всего случайного процесса. Следовательно, в стационарном случайном процессе средняя линия, в отличие от общего случая (см. рис. 3), будет прямой  $\tilde{x} = const$ , подобно постоянному смещению средней линии обычных периодических колебаний. Рассеяние значений переменной  $x$  в стационарном случайном процессе, также будет все время одинаковым, подобно постоянному значению среднеквадратичного отклонения обычных установившихся колебаний от средней линии. Аналогичным образом и двумерная плотность вероятности также будет одна и та же для одного и того же промежутка времени  $\tau = t_2 - t_1$ , между любыми  $t_1$  и  $t_2$ , т. е.

$$\omega_2(x_1, t_1; x_2, t_2) = \omega_2(x_1, x_2, t),$$

и также для  $n$ -мерной плотности вероятности.

В самом деле, поскольку вероятностные характеристики стационарного случайного процесса с течением времени не меняются (например,  $\tilde{x} = const$ ), то длительное наблюдение случайного процесса на одном объекте (среднее по времени)

дает в среднем такую же картину, как и большое число наблюдений, сделанное в один и тот же момент времени на большом числе одинаковых объектов (среднее по множеству).

Таким образом, важное свойство стационарного случайного процесса состоит в том, что отдельная его реализация на бесконечном промежутке времени полностью определяет собой весь случайный процесс со всеми бесчисленными возможными его реализациями. Этим свойством не обладает никакой другой тип случайного процесса.

9 - лекция	Корреляционные функции. Спектральная плотность стационарных процессов.
------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Корреляционная функция 2. Спектральная плотность	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о корреляционных функциях, спектральной плотности стационарных процессов		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятием корреляционные функции; • рассказать спектральной плотности стационарных процессов; • раскрыть систему и механизм действия обратной связи;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • знать понятие о корреляционных функциях; • определять спектральную плотность стационарных процессов; • дать определение понятию дисперсия и спектральная плотность.	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (9-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называют случайным процессом? Дайте характеристику случайных процессов. 2. Стационарные случайные процессы? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Важное свойство стационарного случайного процесса, которым не обладает никакой другой тип случайного процесса?» Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Корреляционная функция По 2 вопросу. Спектральная плотность Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Корреляционные функции и спектральная плотность.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 9. КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ. СПЕКТРАЛЬНАЯ ПЛОТНОСТЬ СТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ.

**План:**

1. Корреляционная функция
2. Спектральная плотность

### 1. Корреляционная функция

Важное значение в теории случайных процессов имеет понятие корреляционной функции  $R$ . Она показывает степень влияния друг на друга или двух случайных процессов, или различных значений одного случайного процесса. В последнем случае для моментов времени  $t_1$  и  $t_2$  имеем

$$R(t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x_{t_1} - \bar{x}_{t_1})(x_{t_2} - \bar{x}_{t_2}) W_2(x_1, x_2) dx_1 dx_2, \quad (1)$$

где  $W_2$  – это двумерная плотность распределения вероятности для процессов  $x_1$  и  $x_2$ . Существует широкий класс стационарных случайных процессов. У этих процессов постоянные вероятностные параметры.

Поэтому корреляционная функция в данном случае будет зависеть только от расстояния между отсчетами  $\tau = t_1 - t_2$ . Она обычно обозначается как  $R(\tau)$ .

Иногда под корреляционной функцией понимают центральный корреляционный момент  $x(t)$  и  $x(t_1)$ , т. е.

$$R^0(t, t_1) = M[\{x(t) - \bar{x}(t)\}\{x(t_1) - \bar{x}(t_1)\}] = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - \bar{x}(t)][x(t_1) - \bar{x}(t_1)] w_2(x, t; x_1, t_1) dx dx_1. \quad (2)$$

В этом случае корреляционная функция (1) может быть представлена в виде суммы

$$R(t, t_1) = \bar{x}(t)\bar{x}(t_1) + R^0(t, t_1). \quad (3)$$

Корреляционная функция является весьма универсальной характеристикой для случайного процесса. Она определяет зависимость случайной величины в последующий момент времени  $x(t_1)$  от предшествующего значения  $x(t)$  в момент времени  $t$ .

Это есть мера связи между ними.

Рассмотрим основные свойства корреляционных функций.

1. Из определения корреляционной функции (1) и (2) следует свойство симметрии:

$$R(t, t_1) = R(t_1, t) \text{ и } R^0(t, t_1) = R^0(t_1, t) \quad (4)$$

2. При  $t = t_1$ , корреляционная функция  $R(t, t_1)$  дает средний квадрат случайной величины, а  $R^0(t, t_1)$  — дисперсию:

$$R(t, t) = M[x^2(t)] = \widetilde{x^2}(t), \quad R^0(t, t) = M[\{x(t) - \bar{x}(t)\}^2] = D(t). \quad (5)$$

3. Можно показать, что прибавление к случайным величинам произвольных неслучайных величин не меняет их корреляционных моментов и дисперсии. Поэтому корреляционная функция  $R^0(t, t_1)$  не изменится, если к случайной функции добавить произвольную неслучайную функцию. Это свойство не относится к функции  $R(t, t_1)$ , так как добавление неслучайных величин к случайным изменяет начальные моменты. В этом случае корреляционная функция будет равна сумме корреляционных функций случайной и неслучайной функций.

В случае стационарности процесса корреляционные функции  $R(t, t_1)$  и  $R^0(t, t_1)$  не будут зависеть от текущего значения времени  $t$  и будут определяться только временным сдвигом  $\tau = t_1 - t$

С учетом эргодичности стационарного процесса корреляционной функцией можно назвать среднее по времени от произведения  $x(t)$  или  $x(t + \tau)$

$$\left. \begin{aligned} R(\tau) &= \overline{x(t)x(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t+\tau) dt, \\ R^0(\tau) &= \overline{[x(t) - \bar{x}][x(t+\tau) - \bar{x}]} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \bar{x}][x(t+\tau) - \bar{x}] dt. \end{aligned} \right\}$$

Для стационарного процесса корреляционная функция определяет зависимость, случайной величины  $x$  в последующий момент времени  $t + \tau$  от предшествующего значения в момент  $t$ .

Приведем основные свойства корреляционной функции стационарного процесса применительно к величине  $R(\tau)$ .

1. Корреляционная функция является четной функцией, т. е.  $R(-\tau) = R(\tau)$ . Это вытекает из самого определения корреляционной функции.

2. При  $\tau = 0$  корреляционная функция дает средний квадрат случайной величины:

$$R(0) = \overline{x(t)x(t)} = \overline{x^2}.$$

3. При  $\tau \rightarrow \infty$  корреляционная функция дает квадрат среднего значения случайной величины. Докажем это. На основании эргодической гипотезы

$$R(\tau) = \overline{x(t)x(t+\tau)} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 w_2(x_1, x_2, \tau) dx_1 dx_2.$$

При  $\tau \rightarrow \infty$  величины  $x_1$  и  $x_2$  можно считать независимыми. Отсюда, получим



$$R(\infty) = \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 w(x_1) dx_1 \int_{-\infty}^{+\infty} x_2 w(x_2) dx_2 = (\tilde{x})^2 = (\bar{x})^2.$$

4. Значение корреляционной функции при  $\tau = 0$  является ее наибольшим значением, т. е. имеет место неравенство  $R(0) \geq R(\tau)$ .

5. Значение корреляционной функции чаще всего будет тем меньше, чем больше промежутки времени  $\tau$ , так как связь между далеко отстоящими друг от друга значениями  $x$  будет обычно слабее.

6. Чем менее инерционен (более подвижен) объект наблюдения, тем быстрее убывает  $R(\tau)$  с увеличением  $\tau$ . Например, у самолета, как подвижной цели, связь между последующими и предыдущими положениями (при заданном  $\tau$ ) будет тем меньше, чем он легче и маневреннее. Отсюда следует, что чем быстрее убывает корреляционная функция, тем более высокие частоты будут присутствовать в случайном процессе.

На рис. 1 в качестве примера приведены две корреляционные функции и две соответствующие им реализации процесса при одинаковых среднеквадратичных значениях случайной величины. Второй процесс по сравнению с первым имеет более тонкую структуру, т. е. в нем присутствуют более высокие частоты.

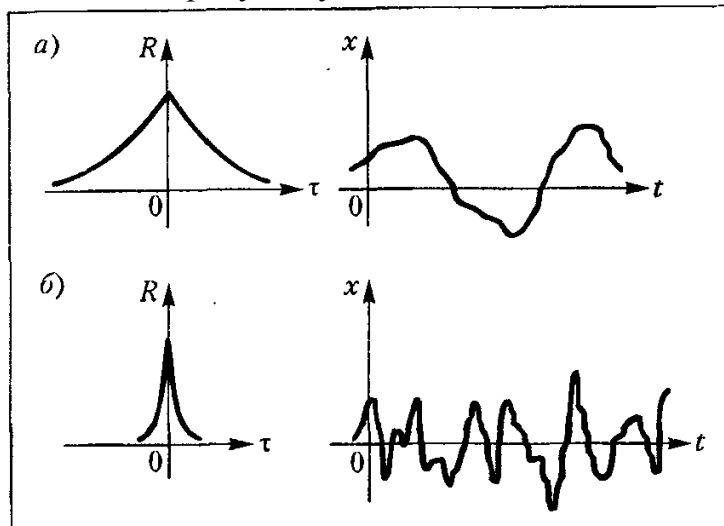


Рис. 1.

Таким образом, при известной корреляционной функции легко определяются следующие вероятностные характеристики:

а) среднее значение (момент первого порядка)

$$\tilde{x} = \bar{x} = \sqrt{R(\infty)};$$

б) среднеквадратичное значение (момент второго порядка)

$$\tilde{x}^2 = \overline{x^2} = R(0);$$

в) дисперсия

$$D = R(0) - R(\infty);$$

г) среднеквадратичное отклонение

$$\sigma = \sqrt{R(0) - R(\infty)}.$$

Корреляционную функцию можно найти на основании экспериментально снятой кривой случайного процесса при наличии достаточно длительной записи (рис. 2.). Обработка имеющейся осциллограммы производится следующим образом. Весь интервал записи осциллограммы  $T$  делится на  $N$  равных частей, длительность которых составляет

$$\Delta t = T/N.$$

Затем для различных значений  $\tau = m\Delta t$  находятся средние значения произведений ординат:

$$R(m) = \frac{1}{N-m} \sum_{n=1}^{N-m} x_n x_{n+m}.$$

По этим значениям строится график корреляционной функции в зависимости от интервала  $\tau$  или времени  $\tau = m\Delta t$ . Корреляционную функцию можно найти по результатам эксперимента также при помощи специальных приборов — корреляторов, которые автоматически вычисляют среднее произведение двух ординат осциллограммы, отстоящих друг от друга на расстояние  $\tau$ .

Если найденная корреляционная функция  $R(\tau)$  содержит постоянную составляющую  $\bar{x} = \sqrt{R(\infty)}$ , то, выделив ее, можно перейти к корреляционной функции  $R^0(\tau)$  в соответствии с (3), т. е.  $R^0(\tau) = R(\tau) - (\bar{x})^2$

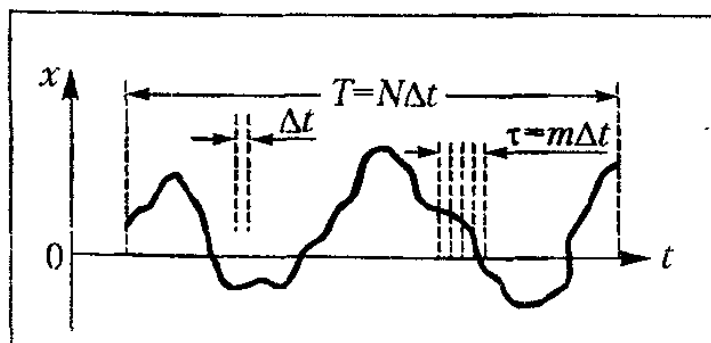


Рис. 2.

## 2. Спектральная плотность

В теории случайных процессов широко используется понятие спектральной плотности. Существует простая связь между спектральной плотностью и корреляционной функцией через преобразование Фурье:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad ;$$

$$R(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad .$$

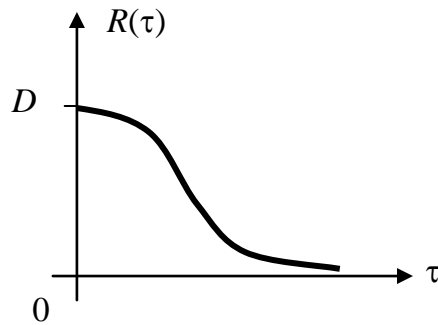


Рис. 3. Корреляционная функция

Если корреляционная функция и спектральная плотность – вещественные четные функции, то

$$S(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau \quad ;$$

$$R(\tau) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S(\omega) \cos(\omega\tau) d\omega \quad .$$

Чем шире спектр случайного сигнала (сигнал быстрее изменяется), тем уже корреляционная функция (слабее влияние соседних значений сигнала друг на друга) и наоборот. Предельное соотношение для сигнала типа шум – соседние значения сигнала не зависят друг от друга.

10 - лекция	Анализ линейных систем и синтез оптимальных параметров при случайных воздействиях.
----------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Расчеты во временной области.</li> <li>2. Расчеты в частотной области.</li> <li>3. Расчет установившейся ошибки САУ</li> <li>4. Расчеты по минимуму ошибки</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление об анализе линейных систем и синтезе оптимальных параметров при случайных воздействиях.		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием анализ линейных систем;</li> <li>• ознакомить с понятием синтез оптимальных параметров при случайных воздействиях;</li> <li>• примеры расчета установившейся ошибки САУ;</li> <li>• рассмотреть примеры расчета по минимуму ошибки</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать понятие об анализе линейных систем;</li> <li>• знать понятие о синтезе оптимальных параметров при случайных воздействиях;</li> <li>• уметь рассчитывать установившуюся ошибку САУ;</li> <li>• уметь рассчитывать по минимуму ошибки</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (10-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Дайте понятие о корреляционной функции. Ее значение в теории случайных процессов? 2. Спектральная плотность случайных процессов? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Какие вероятностные характеристики легко определяются при известной корреляционной функции?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Расчеты во временной области. Расчеты в частотной области. По 2 вопросу. Расчет установившейся ошибки САУ По 3 вопросу. Расчеты по минимуму ошибки Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Расчет установившейся ошибки.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

**ЛЕКЦИЯ 10.**  
**АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ И СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ**  
**ПАРАМЕТРОВ ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ.**

**План:**

1. Расчеты во временной области.
2. Расчеты в частотной области.
3. Расчет установившейся ошибки САУ
4. Расчеты по минимуму ошибки

**Постановка задачи.**

Структурная схема САУ имеет вид (рис. 1).

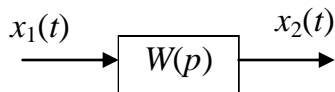


Рис. 1. Структура САУ

Задачу можно сформулировать следующим образом: зная вероятностные характеристики входного сигнала  $x_1(t)$  (матожидание  $\bar{x}_1$  и дисперсию  $D_1$ ), надо определить вероятностные характеристики выходного сигнала  $x_2(t)$  (матожидание  $\bar{x}_2$  и дисперсию  $D_2$ ).

Существует два метода решения этой задачи:

- 1) расчеты во временной области;
- 2) расчеты в частотной области.

**1. Расчеты во временной области.**

Рассмотрим математические соотношения для каждого метода.

Для определения математического ожидания используется формула свертки, в которую вместо значений сигналов нужно подставить значения их математических ожиданий.

$$\bar{x}_2 = \int_0^t \omega(\tau) \bar{x}_1(t - \tau) d\tau = \int_0^t \omega(t - \tau) \bar{x}_1(\tau) d\tau,$$

где  $\omega(t)$  – весовая функция.

Для нахождения дисперсии на выходе предварительно необходимо найти корреляционную функцию. Корреляционная функция на выходе:

$$R_2(t, t_1) = \int_0^t \omega(\eta) d\eta \int_0^t \omega(\lambda) R_1(t - \eta, t_1 - \lambda) d\lambda$$

где  $\eta$  и  $\lambda$  – переменные интегрирования

При подстановке  $t = t_1$  получим выражение для дисперсии.

Если САУ устойчива, то корреляционная функция и дисперсия стремятся к некоторым пределам, определяющим стационарный процесс на выходе.

Рассмотрим пример.

Имеется интегрирующее звено с передаточной функцией  $W(p) = \frac{k}{p}$  и весовой функцией  $\omega(t) = k$ ;

На вход подается белый гауссовский шум (БГШ) с характеристиками (рис. 2). «Белый» шум означает равномерное распределение спектральной плотности НШ во всем диапазоне частот. «Гауссовский» – плотность распределения вероятности имеет нормальный закон. Корреляционная функция шума  $R_1(\tau) = N \cdot \delta(\tau)$ , матожидание шума  $\bar{x}_1 = 0$ .

В результате матожидание на выходе  $\bar{x}_2 = 0$ , а дисперсия

$$D_2(t) = \int_0^t k d\eta \int_0^t k \cdot N \cdot \delta(\lambda - \eta) d\eta = k^2 N t$$

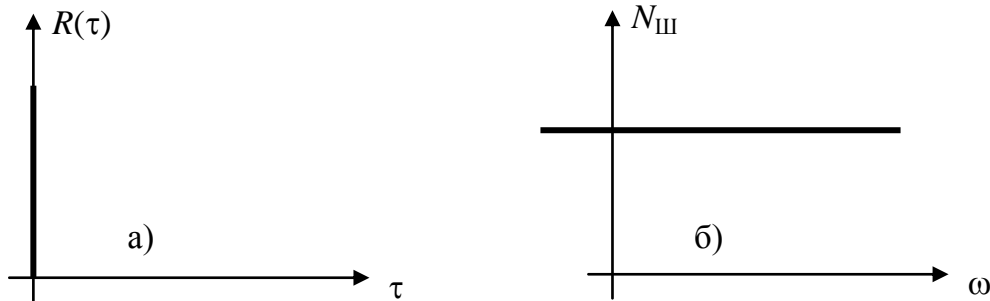


Рис. 2. Характеристики БГШ а) корреляционная функция; б) спектральная плотность

Анализ последнего выражения показывает, что дисперсия на выходе растет пропорционально времени и стремится к бесконечности. Это легко объяснить, если вспомнить, что данное звено является неустойчивым.

## 2. Расчеты в частотной области.

### 3.

Более удобно для расчета параметров случайного сигнала на выходе пользоваться спектральными характеристиками.

Спектральную плотность на входе и выходе САУ можно определить через изображение Фурье входного  $S_1(\omega)$  и выходного  $S_2(\omega)$  сигналов

$$S_1(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_1(j\omega)|^2;$$

$$S_2(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_2(j\omega)|^2.$$

С другой стороны, для линейной САУ известно соотношение через частотную передаточную функцию:

$$X_2(j\omega) = W(j\omega) \cdot X_1(j\omega).$$

Отсюда:

$$S_2(\omega) = |W(j\omega)|^2 S_1(\omega),$$

$$\bar{x}_2^2 = D_2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_2(\omega) d\omega$$

Строго говоря, такой подход справедлив, если закон распределения случайной величины при прохождении через систему не меняется. Это выполняется в случае нормального закона распределения случайной величины. Плотность распределения вероятности этого закона

$$W(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right],$$

где  $\sigma$  – среднеквадратичное отклонение, а график представлен на рис. 3.

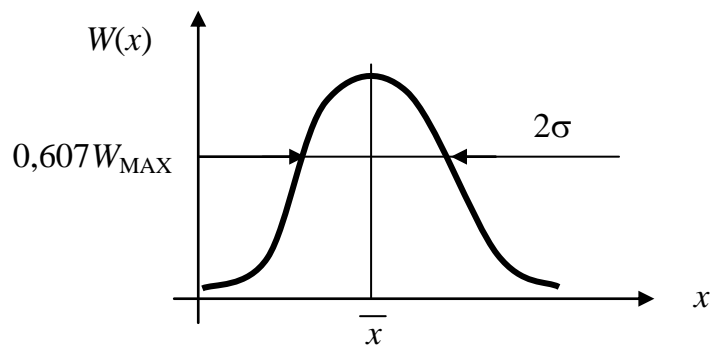


Рис. 3. Нормальный закон распределения случайной величины

### 3. Расчет установившейся ошибки САУ

Замкнутая система может находиться под воздействием случайного задающего сигнала  $g(t)$ , и случайной помехи  $f(t)$ , приложенной в произвольной точке системы (рис. 4).

Корреляционные функции и спектральные плотности и полезного сигнала и помехи известны. Конечная цель – нахождение корреляционной функции и спектральной плотности ошибки  $x(t)$  и выходного сигнала  $y(t)$ .

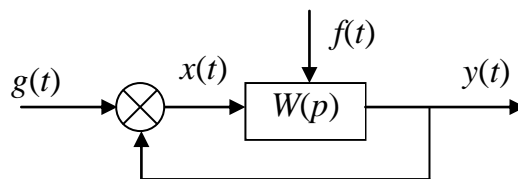


Рис. 4. Случайный задающий сигнал и случайная помеха в САУ

Обычно ограничиваются более узкой задачей: нахождением среднеквадратичной ошибки (СКО) системы управления.

Возможны следующие случаи.

1. Имеется входной сигнал  $g(t)$  – случайный стационарный процесс. Помеха  $f(t) = 0$ . Тогда спектральная плотность ошибки

$$S_x(\omega) = |\Phi_x(j\omega)|^2 S_g(\omega),$$



$$\Phi_x(j\omega) = \frac{1}{1+W(j\omega)}$$
 где  $W(j\omega)$  – передаточная функция замкнутой системы по ошибке.  
 СКО будет равно

$$x_{\text{СК}} = \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) d\omega}$$

2. Имеется помеха  $f(t)$ , задающее воздействие  $g(t) = 0$ . Справедливы соотношения

$$S_x(\omega) = |\Phi_f(j\omega)|^2 S_f(\omega);$$

$$\Phi_f(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)}$$

Если же помеха действует на входе системы, то расчет СКО аналогичен первому случаю.

3. Имеется и сигнал и помеха.

Общее выражение для спектральной плотности ошибки

$$S_x(\omega) = |\Phi_x(j\omega)|^2 S_g(\omega) + |\Phi_f(j\omega)|^2 S_f(\omega) + \Phi_x(j\omega) S_{fg}(\omega) \Phi_f^*(j\omega) + \Phi_x^*(j\omega) S_{gf}(\omega) \Phi_f(j\omega),$$

где  $S_{fg}(\omega)$  и  $S_{gf}(\omega)$  – взаимные спектральные плотности сигнала и помехи; знак «\*» показывает сопряженную комплексную величину.

Если корреляции между сигналом и помехой нет, третье и четвертое слагаемые в выражении равны нулю.

Аналогичным образом можно найти и параметры для выходного сигнала  $y(t)$ . При этом необходимо использовать частотную передаточную функцию замкнутой системы

$$\Phi(j\omega) = 1 - \Phi_x(j\omega)$$

#### 4. Расчеты по минимуму ошибки

Если на систему одновременно действует полезный сигнал и помеха, то может быть решена задача оптимального расчета системы с тем, чтобы обеспечить наименьшую результирующую ошибку системы.

Критерием является минимальное значение результирующей ошибки системы, определяемой сигналом и помехой. Для случайных процессов обычно ограничиваются оценкой среднеквадратической ошибки. Необходимо обеспечить минимум среднеквадратической ошибки при одновременном действии сигнала и помехи.

Критерий выглядит следующим образом:

$$\bar{x}_2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt$$

Нежелательность ошибки пропорциональна квадрату ее величины.

Возможны две формулировки данной задачи.

1. Имеется САУ заданной структуры. Необходимо так выбрать ее параметры, чтобы обеспечить минимум СКО при заданных статистических параметрах сигнала и ошибки.

Решение ищется следующим образом: зная спектральную плотность ошибки, теоретически находится выражение для расчета дисперсии и СКО. Это выражение зависит от параметров системы, полезного сигнала и помехи. Ищутся условия на параметры системы для обеспечения минимума дисперсии. В простых случаях можно применить известные методы нахождения экстремума функции путем дифференцирования и приравнивания к нулю частных производных.

2. Ставится вопрос о нахождении оптимальной структуры системы и параметров звеньев для получения теоретически минимальной среднеквадратической ошибки при заданных вероятностных характеристиках полезного сигнала и помехи.

Решение следующее: находится теоретическая передаточная функция замкнутой системы, и к ней стремятся при проектировании. Возможна ситуация, что реализация САУ с такой оптимальной передаточной функцией будет сопряжена со значительными трудностями.

11 - лекция	Понятия о нелинейных системах. Блок-схема и граф нелинейной системы.
-------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Понятие о нелинейных системах 2. Блок-схема и граф нелинейной системы	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием нелинейные системы;</li> <li>• ознакомить с понятием блок-схема и граф нелинейной системы;</li> <li>• примеры преобразования и упрощения структурных схем САУ;</li> <li>• рассмотреть примеры по приведению к простейшей блок-схеме нелинейные САУ</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• дать определение нелинейной системы;</li> <li>• знать понятие о блок-схемах и графах нелинейной системы;</li> <li>• уметь преобразовывать и упрощать структурные схемы САУ;</li> <li>• уметь приводить к простейшей блок-схеме нелинейные САУ</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

## Технологическая карта лекции (11-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Как осуществляется расчет установившейся ошибки САУ? 2. Как осуществляется расчет по минимуму ошибки? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Нахождении оптимальной структуры системы и параметров звеньев для получения теоретически минимальной среднеквадратической ошибки при заданных вероятностных характеристиках полезного сигнала и помехи?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Понятие о нелинейных системах По 2 вопросу. Блок-схема и граф нелинейной системы Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Понятие о нелинейных системах.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

# ЛЕКЦИЯ 11.

## ПОНЯТИЯ О НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ. БЛОК-СХЕМА И ГРАФ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ.

### *План:*

- 1. Понятие о нелинейных системах*
- 2. Блок-схема и граф нелинейной системы*

### 1. Понятие о нелинейных системах

Линейные автоматические системы, свойства и особенности которых излагались в предыдущих занятиях, являются, как правило, идеализированными моделями реальных автоматических систем. Поэтому теория линейных систем часто представляет собой лишь первый этап исследования реальных автоматических систем. При рассмотрении реальных систем мы неизбежно сталкиваемся с необходимостью учета всякого рода нелинейностей, как присущих системе вследствие ограниченных энергетических ресурсов, погрешностей в изготовлении отдельных элементов, так и преднамеренно вводимых с целью улучшения динамических свойств системы в целом. Все эти нелинейности можно подразделить на несущественные, которыми при определенных условиях можно пренебречь, и существенные, пренебрежение которыми невозможно без искажений качественных явлений и свойств.

Важная особенность нелинейностей состоит в том, что для элементов, содержащих нелинейности, принцип суперпозиции, которым мы так широко ранее пользовались, несправедлив. Это обстоятельство ограничивает возможности применения основного математического аппарата теории линейных систем — преобразований Лапласа и Фурье.

Нелинейные системы значительно разнообразнее и сложнее, чем линейные, и, естественно, они содержат в себе линейные системы как частный, довольно узкий подкласс. Образно выражаясь, линейные системы — это небольшой островок в безбрежном океане нелинейных систем. При изучении нелинейных автоматических систем мы сталкиваемся с новыми явлениями, которые не наблюдались в линейных системах. Выяснение этих явлений, использование их для улучшения свойств нелинейных систем, установление характерных особенностей нелинейных систем и составляет предмет теории нелинейных систем.

Излагаемая в этом разделе теория нелинейных систем существенно использует основные понятия и методы теории линейных систем и линеаризацию нелинейных элементов.

### 2. Блок-схема и граф нелинейной системы

Рассмотрим нелинейную систему автоматического регулирования, содержащую один нелинейный элемент.

Блок-схема такой системы изображена на рис. 1. Ее можно представить в виде соединения нелинейного элемента НЭ и линейной части ЛЧ.

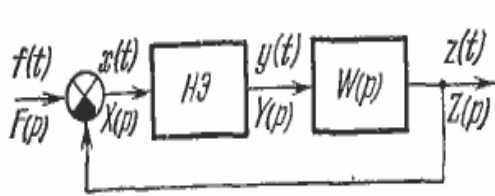


Рис. 1.

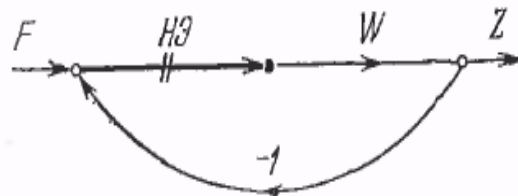
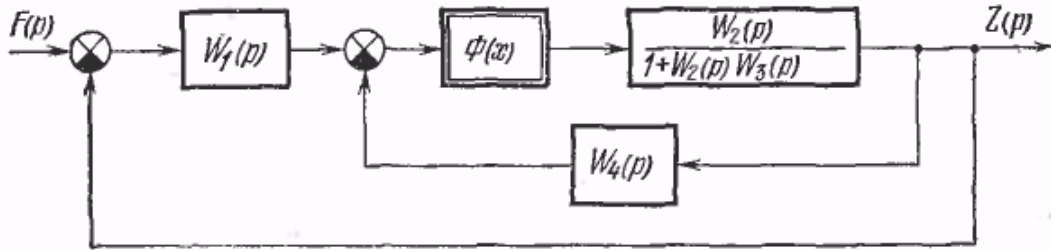
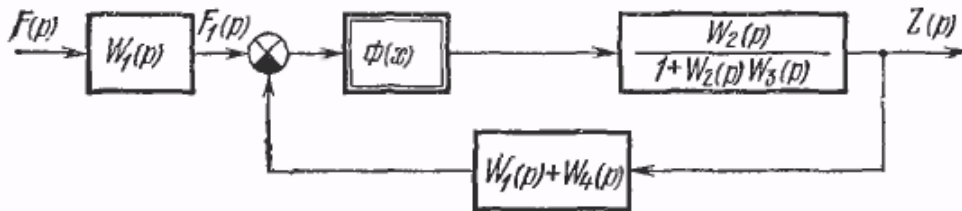


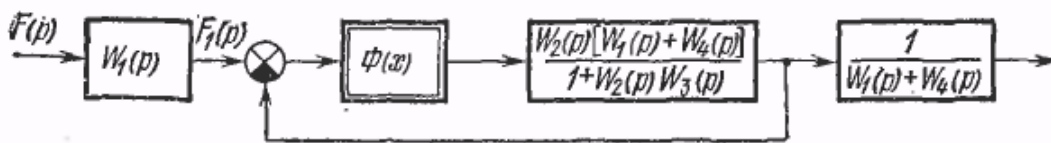
Рис. 2.



а)



б)



в)

Рис. 3.

Внешние воздействия приведены ко входу нелинейного элемента. Граф, соответствующий этой блок-схеме, приведен на рис. 2. Утолщенная ветвь на графе соответствует нелинейному элементу. К подобной простейшей блок-схеме могут быть приведены блок-схемы любых замкнутых систем, содержащих один нелинейный элемент. Действительно, рассмотрим нелинейную систему автоматического регулирования, блок-схема которой представлена на рис. 3, а. После преобразования блок-схемы на основе правил алгебры передаточных функций получим простейшие блок-схемы на рис. 3, б, в. Более сложная блок-схема неодаконтурной системы, изображенная на рис. 4, а, приводится к простейшей (рис. 4, г) путем переноса первого узла вправо и преобразования выходного соединения с обратной связью к одному

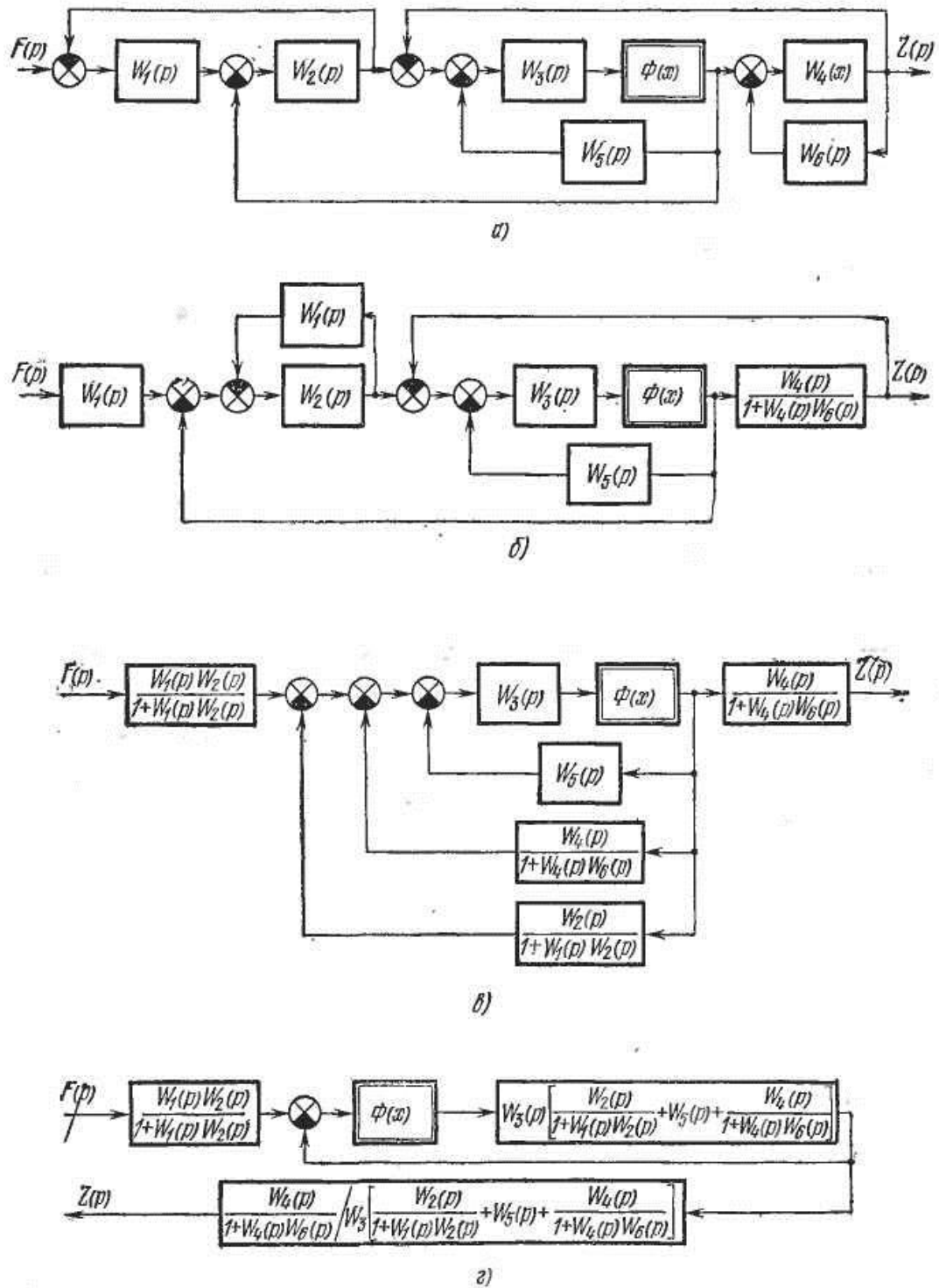


Рис. 4

элементу (рис. 4,б), выноса элементов внутренних обратных связей за пределы замкнутого контура (рис. 4, в), объединения параллельно соединенных элементов в цепях внутренней и основной обратных связей и выноса элемента общей обратной связи за пределы контура (рис. 4, г). На входе и выходе этой преобразованной блок-схемы присутствуют две дополнительные линейные части. Однако эти линейные части не влияют на устойчивость основного контура, включающего нелинейный элемент, т.е. на устойчивость простейшей блок-схемы. Результаты исследования простейшей блок-схемы легко использовать для исследования процессов в дополнительных линейных частях, а значит, и в исходной блок-схеме.

Отметим, что первая дополнительная часть изменяет лишь внешнее воздействие простейшей блок-схемы, тогда как вторая дополнительная линейная часть изменяет ее выходную величину.

Таким образом, любую автоматическую систему, содержащую один нелинейный элемент, можно привести к простейшей блок-схеме. Эта блок-схема состоит из нелинейного элемента и линейной части, включающей в себя линейные элементы исходной системы.



12 - лекция	Типовые нелинейные элементы и их характеристики. Уравнения нелинейных систем.
-------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	1. Типовые нелинейные элементы и их характеристики 2. Уравнения нелинейных систем	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием типовых нелинейных элементов;</li> <li>• рассмотреть характеристики типовых нелинейных элементов;</li> <li>• примеры расчета уравнений нелинейных систем;</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• дать определение понятию типовых нелинейных элементов;</li> <li>• знать разницу между типовыми линейными и нелинейными элементами;</li> <li>• уметь решать уравнений нелинейных систем;</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

## Технологическая карта лекции (12-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Дайте понятие о нелинейных системах? 2. Что представляют собой блок-схема и граф нелинейной системы? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Любую автоматическую систему, содержащую один нелинейный элемент, можно привести к простейшей блок-схеме? Из чего будет состоять эта блок-схема?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Типовые нелинейные элементы и их характеристики? По 2 вопросу. Уравнения нелинейных систем? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Характеристики типовых нелинейных элементов.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 12. ТИПОВЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ И ИХ ХАРАКТЕРИСТИКИ. УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ.

### План:

1. Типовые нелинейные элементы и их характеристики
2. Уравнения нелинейных систем

### 1. Типовые нелинейные элементы и их характеристики

Нелинейные элементы в автоматических системах могут быть подразделены на две группы: 1) неизбежно присутствующие в системах, или естественные, 2) преднамеренно вводимые в систему для придания ей нужных свойств, или искусственные.

К первой группе относятся нелинейные элементы, обладающие насыщением, зоной нечувствительности, гистерезисом. Характеристика типа насыщения изображена на рис. 1. Такой характеристикой обладают разнообразные усилители. При малых значениях входных сигналов  $x$  выходная величина  $y$  пропорциональна  $x$ . При больших значениях входных сигналов  $x$  из-за ограничений мощности источников энергии, питающих усилители, эта пропорциональность нарушается. Характеристика типа зоны нечувствительности изображена на рис. 2. Она также присуща многим усилителям, не реагирующим на слишком малые значения входных сигналов. Наглядной механической моделью зоны нечувствительности может служить механическое сочленение, состоящее из входной оси с пальцем и выходной оси с вилкой, удерживаемой в вертикальном положении пружиной

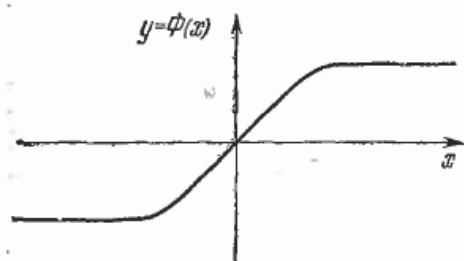


Рис. 1.

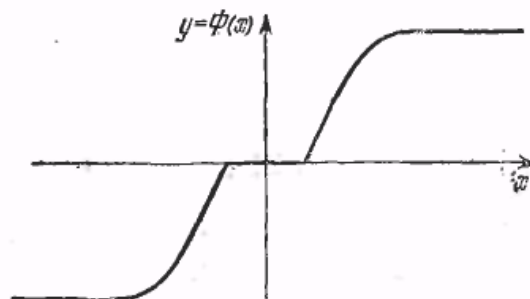


Рис. 2.

(рис. 3). При повороте входной оси на угол  $\varphi$  выходная ось остается неподвижной до тех пор, пока палец не придет в соприкосновение с вилкой. При дальнейшем увеличении угла выходная ось будет поворачиваться одновременно с входной осью. При повороте входной оси в обратную сторону из-за наличия

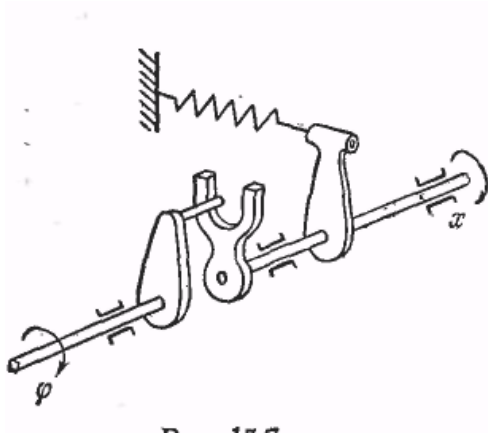


Рис. 3.

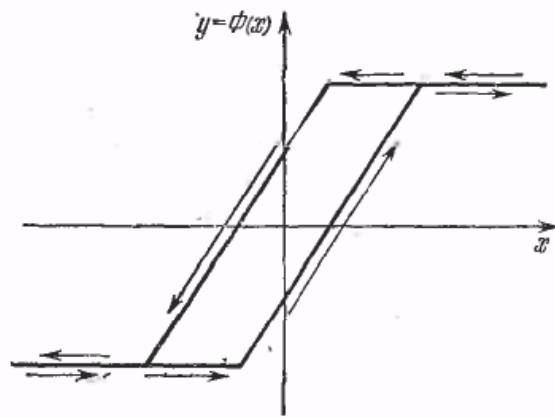


Рис. 4.

пружины выходная ось будет следить за движением входной оси до тех пор, пока вилка не займет вертикальное положение. Характеристика типа гистерезиса приведена на рис. 4. Механическая модель гистерезиса (рис. 5) отличается от модели зоны нечувствительности отсутствием пружины и тем, что теперь выходная ось вращается с трением. Движение до зацепления пальца и вилки аналогично описанному выше. При повороте же входной оси в обратную сторону выходная ось теперь из-за наличия трения будет неподвижна до тех пор, пока палец не придет снова в соприкосновение с вилкой. При наличии всех этих нелинейностей получается более сложная характеристика, например, изображенная на рис. 6.

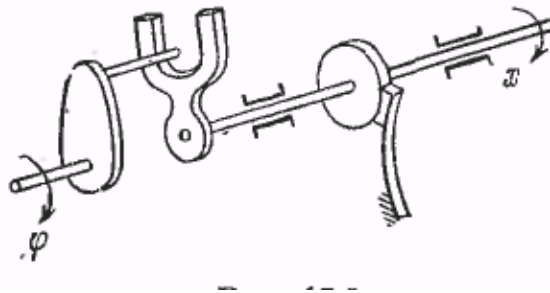


Рис. 5.

Характеристики на рис. 1, 2 однозначны. В этом случае выходная величина нелинейного элемента зависит только от значений входного сигнала  $x$  и уравнение нелинейного элемента может быть представлено в виде

$$y = \Phi(x). \quad (1)$$

Характеристики на рис. 3,4 неоднозначны. В этом случае выходная величина нелинейного элемента зависит не только от

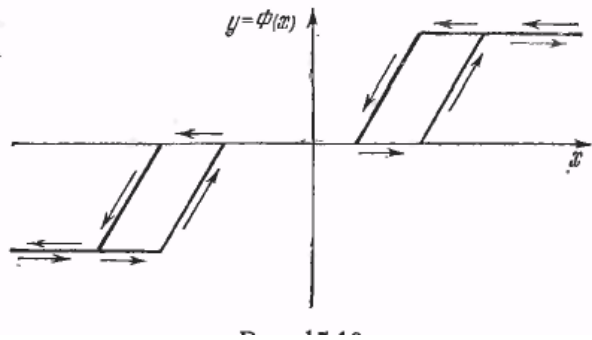


Рис. 6

значений входного сигнала  $x(t)$  в данный момент времени  $t$ , но и от предшествующего этому моменту времени характера его изменения. Поэтому, строго говоря, уравнение нелинейного элемента с неоднозначной характеристикой представляет собой не

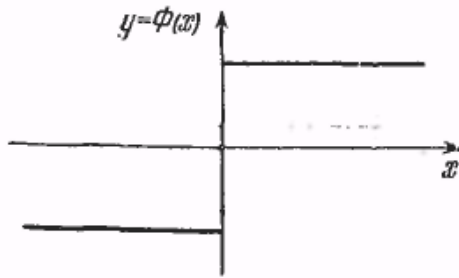


Рис. 7.

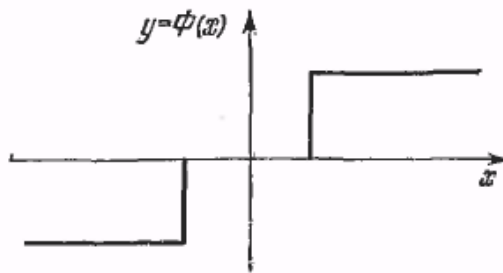


Рис. 8.

функцию, а функционал, т. е. функцию от функции, который устанавливает соответствие между значениями выходной величины  $y(t)$  в момент времени  $t$  и входного сигнала  $x(t)$ , определенным в интервале от 0 до  $t$ . Уравнение нелинейного элемента с неоднозначной характеристикой, строго говоря, нужно записывать в виде

$$y(t) = \Phi(x(t) | t_0) \quad (2)$$

или

$$y(t) = \Phi_t(x(t)). \quad (3)$$

Ко второй группе нелинейностей относятся различного рода релейные характеристики, а также дополнительные нелинейности, включаемые в системы для той или иной цели. К ним относятся характеристики релейного типа: идеальная характеристика

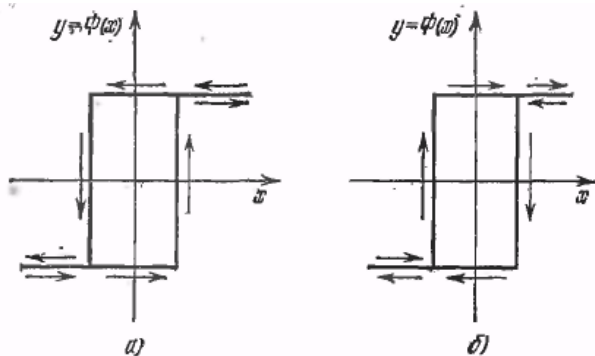


Рис. 9.

реле (рис. 7), характеристика реле с зоной нечувствительности (рис. 8), с гистерезисом положительным или отрицательным (рис. 9, а, б), характеристика реле с зоной нечувствительности и с гистерезисом (рис. 10). Часто в качестве

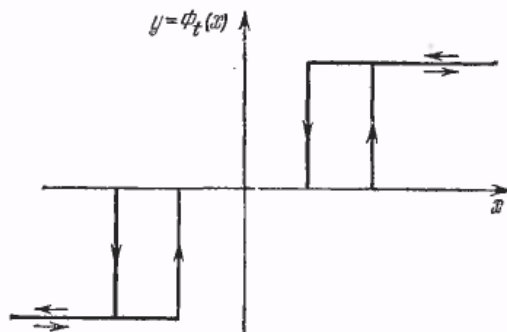


Рис. 10.

нелинейных внутренних связей используются нелинейные элементы с параболическими характеристиками, подобные изображенным на рис. 11, 12.

Характеристики нелинейных элементов обычно задаются в графической форме. Аппроксимация их теми или иными аналитическими формулами приводит к соответствующим

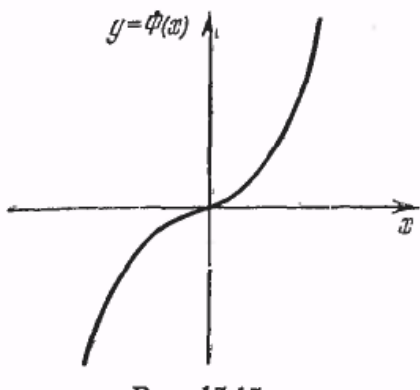


Рис. 11

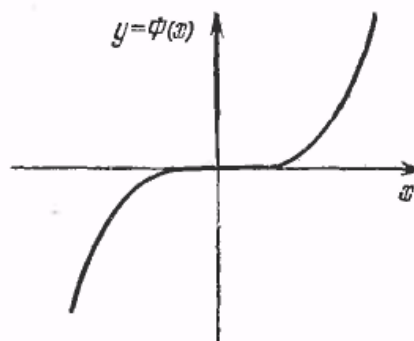


Рис. 12.

аналитическим, формульным выражениям. Часто используется кусочно-линейная или полиномиальная аппроксимация.

## 2. Уравнения нелинейных систем

Блок-схема простейшей нелинейной системы, к которой путем структурных преобразований может быть сведена любая система, содержащая один нелинейный элемент, изображена на рис. 13. Здесь предполагается, что внешнее воздействие  $f(t)$  приложено ко входу нелинейного элемента. Уравнение нелинейного элемента примем в виде (1), т. е.

$$y(t) = \Phi(x(t)) \quad (4)$$

или относительно изображений

$$Y(p) = L\{\Phi(x(t))\} = \int_0^{\infty} \Phi(x(t)) e^{-pt} dt. \quad (5)$$

Уравнение же линейной части относительно изображений имеет вид

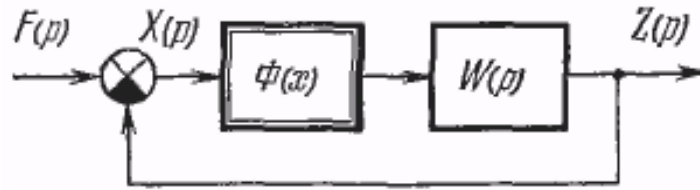


Рис. 13.

$$Z(p) = W(p) Y(p), \quad (6)$$

где

$$W(p) = \frac{P(p)}{Q(p)} \quad (7)$$

— передаточная функция линейной части. Условие замыкания системы имеет вид

$$x(t) = f(t) - z(t) \quad (8)$$

или относительно изображений

$$X(p) = F(p) - Z(p). \quad (9)$$

Заменяя в (6)  $Y(p)$  его значением из (5) и учитывая условие замыкания (9), получаем уравнение нелинейной системы в изображениях относительно выходной величины:

$$Z(p) = W(p) L \{ \Phi(f(t) - z(t)) \}. \quad (10)$$

Если же в (6) заменить  $Y(p)$  его значением из (5) и подставить значение  $Z(p)$  в (9), то мы получим уравнение нелинейной системы в изображениях относительно ошибки:

$$X(p) = F(p) - W(p) L \{ \Phi(x(t)) \}. \quad (11)$$

Это уравнение нелинейно, поскольку в него входят изображения  $x(t)$  и нелинейной функции  $\Phi(x(t))$ . Если перейти в (11) и (10) от изображений к оригиналам, а для этого достаточно воспользоваться теоремой линейности и теоремой свертывания, то мы получим уравнение в оригиналах относительно выходной величины:

$$z(t) = \int_0^t w(t - \tau) \Phi(f(\tau) - z(\tau)) d\tau, \quad (12)$$

и относительно ошибки:

$$x(t) = f(t) - \int_0^t w(t - \tau) \Phi(x(\tau)) d\tau. \quad (13)$$

Интегральные уравнения (12) и (13) представляют собой нелинейные интегральные уравнения. К сожалению, не существует общих методов решения нелинейных уравнений (12) или (13). Однако, учитывая специфику нелинейных

элементов или линейных частей, можно точно или приближенно исследовать процессы в нелинейных системах. Разумеется, решения подобных нелинейных интегральных уравнений могут быть получены различными численными или алгоритмическими методами с помощью ЦВМ. Нас далее будут в основном интересовать такие методы исследования нелинейных систем, которые позволяют установить их свойства и особенности, не находя непосредственно решения описывающего их уравнения.

Рассматриваемые нелинейные автоматические системы полностью определяются заданием характеристики нелинейного элемента и передаточной функцией или временной характеристикой линейной части системы. Если к нелинейной системе приложено несколько воздействий, например, кроме задающего воздействия еще и возмущающие, то, как было показано ранее, все возмущающие воздействия могут быть приведены к точке приложения задающего воздействия. При этом уравнения относительно ошибки (11), (13) останутся без изменений, только  $F(p)$  и  $f(t)$  будут включать в свой состав изображения и оригиналы реакций линейной части системы на эти воздействия. Поэтому при исследовании нелинейных систем мы ограничимся уравнением ошибки с одним приведенным воздействием  $f(t)$ .



13 - лекция	Процессы в нелинейных системах. Вынужденные и свободные процессы. Общие свойства процессов.
-------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Вынужденные и свободные процессы</li> <li>2. Понятия состояний равновесия и автоколебаний</li> <li>3. Возможные режимы нелинейных систем</li> </ol>	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием вынужденные и свободные процессы;</li> <li>• рассмотреть процессы, происходящие в нелинейных системах;</li> <li>• ознакомить с понятием состояний равновесия и автоколебаний;</li> <li>• рассмотреть примеры возможных режимов нелинейных систем</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• дать определение понятиям вынужденные и свободные процессы;</li> <li>• уметь охарактеризовать процессы, происходящие в нелинейных системах;</li> <li>• дать определение понятию состояние равновесия и автоколебаний;</li> <li>• знать возможные режимы нелинейных систем</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (13-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Типовые нелинейные элементы и их характеристики? 2. Уравнения нелинейных систем? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «На какие группы подразделяются нелинейные элементы в автоматических системах? Характеристики типовых нелинейных элементов». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Вынужденные и свободные процессы По 2 вопросу. Понятия состояний равновесия и автоколебаний По 3 вопросу. Возможные режимы нелинейных систем Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Вынужденные и свободные процессы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## ЛЕКЦИЯ 13. ПРОЦЕССЫ В НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМАХ. ВЫНУЖДЕННЫЕ И СВОБОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ.

### План:

1. Вынужденные и свободные процессы
2. Понятия состояний равновесия и автоколебаний
3. Возможные режимы нелинейных систем

### 1. Вынужденные и свободные процессы

Процессы в нелинейных автоматических системах отличаются от процессов в линейных системах весьма большим разнообразием. Несмотря на это, целесообразно для нелинейных систем ввести понятия вынужденного и свободного процессов, которые позволили бы выяснить свойства и особенности этих процессов, а для линейных систем совпадали бы с известными аналогичными понятиями.

Уравнение нелинейной системы, полученное в предыдущей главе, имеет вид

$$x(t) = f(t) - \int_0^t w(t-\tau) \Phi(x(\tau)) d\tau. \quad (1)$$

Здесь предполагается, что внешнее воздействие приложено ко входу нелинейной автоматической системы в момент  $t = 0$ , а до этого момента система находилась в покое. Для введения понятия вынужденного процесса рассмотрим произвольное ограниченное не исчезающее внешнее воздействие  $f(t) = f^*(t)$  и предположим, что оно прикладывается ко входу нелинейной автоматической системы в некий произвольный момент времени  $t = t_0$ . Тогда уравнение нелинейной системы вместо (1) принимает вид

$$x(t) = f^*(t) - \int_{t_0}^t w(t-\tau) \Phi(x(\tau)) d\tau. \quad (2)$$

В этом уравнении  $t_0$  — момент возмущения системы, а  $t$  — момент наблюдения процесса в ней. Под вынужденным процессом  $x^B(t)$  естественно подразумевать процесс, вызванный внешним ограниченным воздействием, приложенным в момент времени  $t_0 = -\infty$ , отстоящий от момента наблюдения на бесконечно большой интервал времени. Полагая в (16.2)  $t_0 = -\infty$ , получим уравнение вынужденного процесса

$$x^B(t) = f^*(t) - \int_{-\infty}^t w(t-\tau) \Phi(x^B(\tau)) d\tau \quad (3)$$

или, после замены переменных в интеграле (3)  $t - \tau$  на  $\tau$  и  $\tau$  на

$$t - \tau, \quad x^B(t) = f^*(t) - \int_0^{\infty} w(\tau) \Phi(x^B(t - \tau)) d\tau. \quad (4)$$

Уравнения (3), (4) являются уравнениями вынужденного процесса.

Под свободным процессом  $x^c(t)$  естественно понимать разность между общим  $x(t)$  и вынужденным  $x^B(t)$  процессами, т.е.

$$x^c(t) = x(t) - x^B(t), \quad t \geq 0. \quad (5)$$

Полагая в уравнении (1)  $f(t) = \tilde{f}(t)$  и вычитая из него уравнение (3), получаем, после очевидных преобразований, уравнение свободного процесса

$$x^c(t) = f_{\downarrow}(t) - \int_0^t w(t-\tau) [\Phi(x^B(\tau) + x^c(\tau)) - \Phi(x^B(\tau))] d\tau. \quad (6)$$

Здесь функцию

$$f_{\downarrow}(t) = \int_{-\infty}^0 w(t-\tau) \Phi(x^B(\tau)) d\tau = \int_t^{\infty} w(\tau) \Phi(x^B(t-\tau)) d\tau, \quad (7)$$

как нетрудно понять, можно рассматривать как причину, вызывающую свободный процесс, которая связана с приложением внешнего воздействия к нелинейной системе, находящейся до момента его приложения в покое. Если же, кроме приложения внешнего воздействия, в этот момент начальные значения координат состояния не нулевые, то в уравнения общего процесса (1) при  $f(t) = \tilde{f}(t)$  и свободного процесса (7) следует добавить воздействие  $f^0(t)$ , представляющее собой реакцию линейной части системы на эти ненулевые начальные состояния.

Таким образом, в общем случае при ненулевом начальном состоянии уравнения общего и свободного процессов будут иметь вид

$$x(t) = \tilde{f}(t) + f_{\downarrow}^0(t) - \int_0^t w(t-\tau) \Phi(x(\tau)) d\tau \quad (8)$$

и

$$x^c(t) = f_{\downarrow}(t) + f_{\downarrow}^0(t) - \int_0^t w(t-\tau) [\Phi(x^B(\tau) + x^c(\tau)) - \Phi(x^B(\tau))] d\tau. \quad (9)$$

Что же касается уравнений вынужденного процесса (16.3) или (16.4), то они остаются без изменений. Вынужденные процессы не зависят от начального состояния системы. Как видно из (9), свободный процесс в нелинейных системах существенно зависит от вынужденного процесса  $x^B(t)$ , а значит, в конечном итоге и от внешнего воздействия  $\tilde{f}(t)$

В общем случае при произвольной характеристике нелинейного элемента невозможно аналитически решить уравнения (4), (9) или (8) и, значит, невозможно в явном виде получить выражения вынужденного  $x^B(t)$ , свободного  $x^c(t)$  и полного  $x(t)$  процессов. В линейном случае, т.е. при

$$y = \Phi(x) = x, \quad (10)$$

из уравнений (4), (9) и (8) получаем

$$\begin{aligned}x^a(t) &= f_{\sim}(t) - \int_0^{\infty} w(\tau) x^a(t-\tau) d\tau, \\x^c(t) &= f_{\downarrow}(t) + f_{\downarrow}^0(t) - \int_0^t w(t-\tau) x^c(\tau) d\tau\end{aligned}\quad (11, 12)$$

и

$$x(t) = f_{\sim}(t) + f_{\downarrow}^0(t) - \int_0^t w(t-\tau) x(\tau) d\tau. \quad (13)$$

Эти уравнения сравнительно просто решаются, и их решения совпадают с решениями, полученными иным путем для линейных систем.

## 2. Понятия состояний равновесия и автоколебаний

Если в уравнении вынужденного процесса (4) положить

$$f_{\sim}(t) \equiv 0,$$

что соответствует устранению внешнего ограниченного воздействия, то мы получим уравнение, определяющее автономные стационарные состояния  $x^a(t)$  нелинейной системы:

$$x^a(t) = - \int_0^{\infty} w(\tau) \Phi(x^a(t-\tau)) d\tau. \quad (14)$$

Для линейной системы, в силу (10), это уравнение принимает особенно простой вид:

$$x^a(t) = - \int_0^{\infty} w(\tau) x^a(t-\tau) d\tau. \quad (15)$$

Уравнение (15) имеет единственное решение

$$x^a(t) = x^a = 0, \quad (16)$$

соответствующее состоянию равновесия.

В нелинейных системах возможны, вообще говоря, несколько состояний равновесия. Полагая в (14)  $x^a(t) \equiv x^a = \text{const}$ , получим

$$x^a = - \Phi(x^a) \int_0^{\infty} w(\tau) d\tau. \quad (17)$$

Передаточная функция  $W(p)$  линейной части системы связана с ее импульсной характеристикой преобразованием Лапласа

$$W(p) = \int_0^{\infty} w(\tau) e^{-p\tau} d\tau, \quad (18)$$

и, значит, при  $p=0$

$$W(0) = \int_0^{\infty} w(\tau) d\tau. \quad (19)$$

Из уравнения (17) получаем

$$\Phi(x^a) = -\frac{1}{W(0)} x^a. \quad (20)$$

Используя обозначение статического коэффициента линеаризации (6)

$$\Phi(x^a) = k^{(c)}(x^a) x^a, \quad (x^a \neq 0) \quad (21)$$

перепишем (16.20) в виде

$$k^{(c)}(x^a) = -\frac{1}{W(0)}.$$

Для определения состояний равновесия воспользуемся уравнением (20). Проведем на графике нелинейной характеристики  $y = \Phi(x^a)$  прямую  $y = -\frac{1}{W(0)} x^a$  (рис. 1). Абсциссы точек их пересечения определяют значения возможных состояний равновесия. Так, при  $W(0) > 0$  состояние равновесия системы единственное  $x^a \equiv 0$ , при  $W(0) < 0$  (что соответствует не отрицательной, а положительной обратной связи) в системе возможны также и состояния равновесия, отличные от нулевого.

Помимо состояний равновесия в нелинейной системе возможны периодические процессы. Эти автономные периодические процессы, соответствующие периодическим решениям уравнения (16.4), называются автоколебаниями. Автоколебания порождаются не внешними периодическими воздействиями, а «внутренними силами» нелинейной системы. Таким образом, в отличие от линейных систем, в нелинейных системах возможно наличие нескольких состояний равновесия и специфических автономных периодических процессов — автоколебаний.

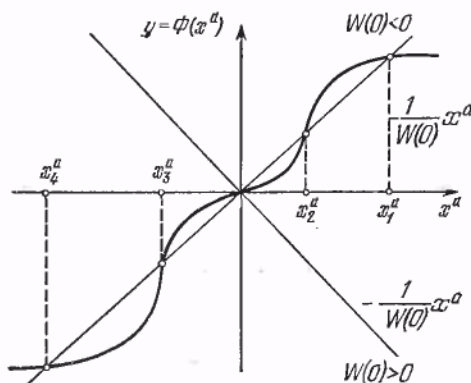


Рис. 1.

### 3. Возможные режимы нелинейных систем

Приложение внешних воздействий к нелинейным системам может вызвать в них разнообразные и сложные режимы. Помимо вынужденных процессов, которые «по образу и подобию» напоминают внешние воздействия в линейных системах, возможны и иные виды вынужденных процессов. Так, постоянное внешнее воздействие может вызвать изменение состояний равновесия. Действительно, если в уравнении (16.4) положить

$$\tilde{f}(t) = c = \text{const} \quad (21)$$

и обозначить  $x^B(t) = x^a(t) = x^a$ , то, учитывая, как и ранее, (19), получим

$$x^a = c - \Phi(x^a) W(0), \quad (22)$$

или

$$\Phi(x^a) = \frac{c - x^a}{W(0)}. \quad (23)$$

Графическое решение уравнения (24) изображено на рис. 2. Если нелинейная система статическая, т. е.  $W(0) < \infty$ , то при изменении величины внешнего воздействия изменяется состояние равновесия, а при  $W(0) < 0$  возможно также изменение и числа состояний равновесия.

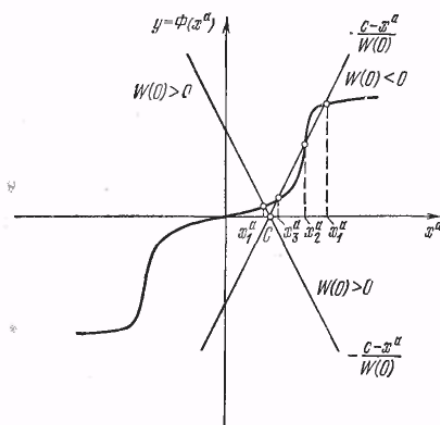


Рис. 2

Если линейная система астатическая, т. е.  $W(0) = \infty$ , то из (24) следует  $\Phi(x^a) = 0$ , и, значит, для однозначных функций  $y = \Phi(x)$   $x^a = 0$ , откуда следует, что в нелинейной астатической системе нулевое состояние равновесия при изменении постоянного воздействия не изменяется.

Изменение постоянного воздействия может привести к изменению частоты и амплитуды либо к смене автоколебаний. Периодическое воздействие при определенных условиях подавляет автоколебания и навязывает нелинейной системе свою частоту либо частоту, меньшую этой в целое число раз.

Такие режимы называются режимами принудительной синхронизации на основной частоте либо, соответственно, на частоте субгармоник.

Возможен и режим совместного существования вынужденных колебаний и автоколебаний, т. е. режим биений. Исследование всех возможных режимов нелинейной системы с произвольной линейной частью представляет собой в настоящее время неразрешимую задачу.

14 - лекция	Устойчивость нелинейных систем. Основные понятия.
----------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Устойчивость нелинейных систем. Основные понятия Исследования устойчивости по линейному приближению	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятием устойчивости нелинейных систем; • рассмотреть критерии устойчивости нелинейных систем; • примеры исследования устойчивости по линейному приближению;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • дать определение понятию устойчивость; • уметь определять устойчивость нелинейных систем; • проводить сравнительный анализ определения устойчивости линейных и нелинейных систем; • дать определение понятию асимптотически устойчивая система;	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	



### Технологическая карта лекции (14-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что представляют собой вынужденные процессы? 2. Дайте понятие о свободных процессах? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Понятия состояний равновесия и автоколебаний, возможные режимы нелинейных систем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Устойчивость нелинейных систем. Основные понятия. По 2 вопросу. Исследования устойчивости по линейному приближению? Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Устойчивость нелинейных систем.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

# ЛЕКЦИЯ 14.

## УСТОЙЧИВОСТЬ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ.

### *План:*

4. *Устойчивость нелинейных систем.*
5. *Основные понятия*
6. *Исследования устойчивости по линейному приближению*

### 1. Устойчивость нелинейных систем.

В этой лекции мы рассмотрим основные методы исследования устойчивости нелинейных систем, которые существенно отличаются от способов анализа линейных систем. В первую очередь, это связано с тем, что свойство устойчивости нелинейной системы зависит от начальных условий и внешних воздействий: при одних входных сигналах система будет устойчивой, а при других она становится неустойчивой. Следовательно, для их анализа нельзя применять разработанные в линейной теории критерии устойчивости.

Устойчивость нелинейной системы автоматического управления означает, что малые изменения входного сигнала или возмущений, начальных условий или параметров объекта не выведут; выходную переменную за пределы достаточно малой окрестности точки равновесия или предельного цикла. Поскольку для нелинейной системы могут существовать несколько положений равновесия, анализировать устойчивость следует в окрестности каждого из них.

Проблема устойчивости нелинейных систем имеет сравнительно давнюю и очень интересную историю развития. Следует отметить, что основная тематика исследований формировалась вокруг идей русского ученого А.М. Ляпунова, которые в дальнейшем были развиты в работах. Однако способы анализа устойчивости нелинейных систем дают, как правило, достаточные условия, поэтому для них невозможно ввести понятие запаса устойчивости, применяемое в линейном случае.

### 2. Основные понятия

Поскольку поведение нелинейной системы существенно зависит от величины внешних воздействий, их численное значение всегда оговаривается при анализе ее свойств. Исследуем понятие устойчивости для автономной стационарной системы, уравнение состояния которой имеет вид

$$\dot{z} = \varphi(z), z \in R^n \quad (1)$$

Обычно нас интересует устойчивость относительно равновесного режима  $z^0$ . Задачу анализа можно свести к проверке устойчивости системы относительно начала координат в пространстве новых переменных.

С этой целью введем вектор переменных  $x$ , в качестве которых выберем отклонение от состояния равновесия

$$x = z - z^0 \quad (2)$$

Дифференцируя (2) по времени, получим уравнения состояния для новых переменных

$$\dot{x} = \dot{z} - \dot{z}^0 = \varphi(x + z^0),$$

которые запишем в виде

$$\dot{x} = f(x). \quad (3)$$

В пространстве состояний  $x$  согласно (2) и (3) точка равновесия совпадает с началом координат, т. е.

$$f(0) = 0. \quad (4)$$

Рассмотрим теперь условия устойчивости автономной системы (3) относительно точки  $x = 0$ .

Положение равновесия системы называется асимптотически устойчивым, если при движении из начальных условий выполняется условие

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad \forall x(0) \in R^n. \quad (5)$$

Условие (5) означает, что с течением времени фазовые траектории системы «стягиваются» к началу координат (рис. 1). При неустойчивом движении фазовая траектория удаляется от точки равновесия или вырождается в предельный цикл.

В зависимости от значений  $x(0)$ , для которых выполняется условие (5), различают устойчивость «в малом» и «в большом».

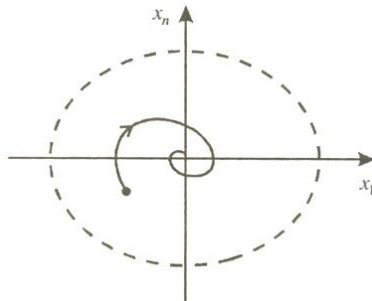


Рис. 1. Иллюстрация асимптотически устойчивого состояния равновесия

Состояние равновесия системы называется асимптотически устойчивым «в малом», если это свойство выполняется для малой окрестности положения равновесия.

Состояние равновесия систем мы называется асимптотически устойчивым «в большом», если условие (5) выполняется для любых начальных условий из рабочей области пространства состояний.

Состояние равновесия системы называется экспоненциально устойчивым, если оно устойчиво асимптотически и выполняется условие

$$\|x(t)\| \leq c \|x(0)\| e^{-\alpha t} \quad (6)$$

где  $c = \text{const} > 0$   $\alpha = \text{const} > 0$ .

В зависимости от начальных условий также можно выделить экспоненциальную устойчивость «в малом» и «в большом».

Отметим, что для систем автоматики важно наличие именно экспоненциальной устойчивости, которая гарантирует и скорость переходных процессов (с показателем  $\alpha$ ). Свойства асимптотической устойчивости недостаточно для работы реальных систем.

### 3. Исследования устойчивости по линейному приближению

В некоторых случаях устойчивость состояния равновесия нелинейной системы можно исследовать по уравнениям первого приближения, полученным в результате линеаризации уравнений состояния в малой окрестности точки равновесия. Данный способ был предложен А.М. Ляпуновым.

Рассмотрим этот подход для нелинейной автономной стационарной системы

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in R^n, \quad f(0) = 0. \quad (7)$$

Разложим  $f(x)$  в ряд Тейлора в малой окрестности состояния равновесия:

$$\dot{x} = \left. \frac{df}{dx^T} \right|_{x=0} x + R(x). \quad (8)$$

где  $R(x)$  - члены ряда разложения выше первой степени; матрица частных производных  $df/dx^T$  имеет вид

$$\frac{df}{dx^T} = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \dots & \frac{df_1}{dx_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{df_n}{dx_1} & \dots & \frac{df_n}{dx_n} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Отбрасывая члены ряда разложения  $R(x)$ , вместо (8) получим

$$\dot{x} = \left. \frac{df}{dx^T} \right|_{x=0} x \quad (10)$$

Матрица частных производных (8.9) рассматривается в точке равновесия, поэтому представляет собой числовую матрицу коэффициентов, для которой введем обозначение

$$A = \left. \frac{df}{dx^T} \right|_{x=0} = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \dots & \frac{df_1}{dx_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{df_n}{dx_1} & \dots & \frac{df_n}{dx_n} \end{bmatrix}_{x=0}. \quad (11)$$

учетом (11) окончательно уравнение первого приближения системы (10) принимает вид

$$\dot{x} = Ax, \quad (12).$$

т.е. соответствует описанию линейной автономной системы.

Согласно теореме, доказанной А.М. Ляпуновым, устойчивость исходной системы (7) связана с устойчивостью линеаризованной системы (12).

**Теорема.** Если линеаризованная система устойчива, то исходная нелинейная система будет асимптотически устойчивой «в малом» относительно исследуемого состояния равновесия. Доказательство приводится, например, при неустойчивой линеаризованной системе процессы в исходной нелинейной системе будут также неустойчивыми. Если линеаризованная система находится на границе устойчивости (корни нулевые или мнимые), то об устойчивости нелинейной системы ничего нельзя сказать. Это критический случай, и нужны дополнительные исследования для окончательного суждения об устойчивости нелинейной системы (7), которую определяют члены высшего порядка ряда разложения  $R(x)$ .

**Пример 1** По линейному приближению оценить устойчивость относительно одного из положений равновесия системы, математическая модель которой имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1^2 - 2x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1x_2 - x_2 - 2u, \quad u = 0 \end{cases}.$$

Запишем уравнения равновесия системы

$$\begin{cases} 0 = x_1^2 - 2x_2, \\ 0 = x_1x_2 - x_2, \end{cases}$$

откуда определим одну из точек равновесия:  $\{x_1^0 = 0, x_2^0 = 0\}$ . В ее малой окрестности линеаризуем исходную систему

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{df_1}{dx_1}\Big|_{x^0} x_1 + \frac{df_1}{dx_2}\Big|_{x^0} x_2 = 2x_1\Big|_{x^0} x_1 - 2x_2, \\ \dot{x} = \frac{df_2}{dx_1}\Big|_{x^0} x_1 + \frac{df_2}{dx_2}\Big|_{x^0} x_2 = (x_2 - 1)\Big|_{x^0} x_1 + x_1\Big|_{x^0} x_2. \end{cases}$$

которая принимает вид

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x_2, \\ \dot{x} = -x_1. \end{cases}$$

Матрица линеаризованной системы следующая:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Запишем для нее характеристическое уравнение

$$\det(pI - A) = \det \begin{bmatrix} p & 2 \\ 1 & p \end{bmatrix} = p^2 - 2$$

Как видим, линеаризованная система неустойчива, следовательно, исходная система также неустойчива.

15 - лекция	Частотный способ анализа устойчивости. Теорема Попова об абсолютной устойчивости.
----------------	---

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Введение Графическая интерпретация условий теоремы Процедура проверки абсолютной устойчивости	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить с понятием устойчивости нелинейных систем; • рассмотреть частотный способ устойчивости; • примеры исследования устойчивости по теореме Попова; • рассмотреть процедуру проверки абсолютной устойчивости	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • дать определение понятию устойчивость; • уметь определять устойчивость нелинейных систем частотным способом устойчивости; • проводить сравнительный анализ определения устойчивости линейных и нелинейных систем; • дать формулировку теоремы Попова об абсолютной устойчивости;	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (15-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Дайте общее понятие об устойчивости нелинейных систем? 2. Принципы исследования устойчивости по линейному приближению? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем отличия способов анализа нелинейных систем от анализа устойчивости линейных систем?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Графическая интерпретация условий теоремы По 2 вопросу. Процедура проверки абсолютной устойчивости Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Теорема Попова об абсолютной устойчивости.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.



## ЛЕКЦИЯ 15. ЧАСТОТНЫЙ СПОСОБ АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ. ТЕОРЕМА ПОПОВА ОБ АБСОЛЮТНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ.

**План:**

4. Введение
5. Графическая интерпретация условий теоремы
6. Процедура проверки абсолютной устойчивости

Для исследования устойчивости систем со статической нелинейной характеристикой, удовлетворяющей определенным ограничениям, В.М. Поповым был предложен простой способ аналогичный частотным методам анализа устойчивости линейных систем.

Этот способ позволяет оценить так называемую абсолютную устойчивость, т. е. экспоненциальную устойчивость «в малом» при любой форме нелинейности из ограниченного диапазона.

Обсудим суть метода для системы, структурная схема которого изображена на рис. 1 при условии, что  $v = 0$ .

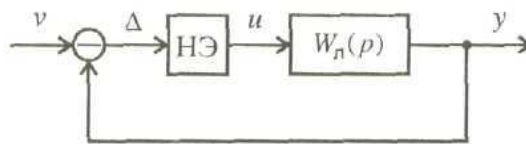


Рис. 1. Структурная схема комбинированной системы

Нелинейный элемент (НЭ) представляет собой однозначную статическую характеристику произвольного вида, удовлетворяющую ограничениям

$$0 < f(\Delta) < k\Delta, \quad (1)$$

что соответствует заштрихованным секторам на рис. 2.

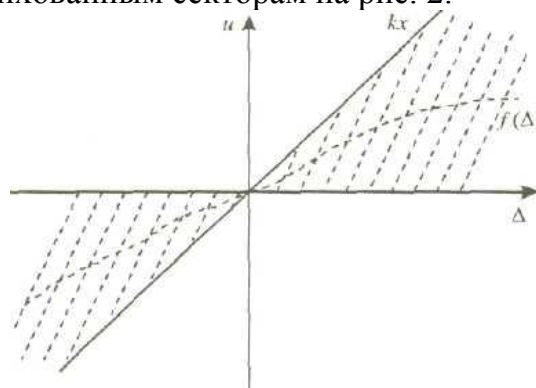


Рис. 2. Пример ограничений на нелинейность

Все линейные звенья системы объединены в одно с передаточной функцией  $W_n(p) = \frac{B(p)}{A(p)}$ , причем линейная часть должна быть устойчива, т. е.  $\text{Re } \Lambda \{A(p)=0\} < 0$ .

Приведем без доказательства формулировку теоремы. Нелинейная система будет абсолютно устойчива, если можно подобрать такое конечное вещественное число  $h$ , при котором будет выполняться неравенство

$$\operatorname{Re} \left[ (1 + jwh)W_n(jw) + \frac{1}{k} \right] > 0 \quad (2)$$

где  $W_n(jw) = R(w) + jI(w)$  - амплитудно-фазовая характеристика линейной части системы.

## 2. Графическая интерпретация условий теоремы

На практике вместо условия (2) удобно использовать его графическую интерпретацию. С этой целью подставим в неравенство значение  $W_n(jw)$ :

$$\operatorname{Re} \left\{ [R(w) - whI(w)] + j[I(w) + whR(w)] + \frac{1}{k} \right\} > 0.$$

В результате преобразований получим

$$R(w) - whI(w) + \frac{1}{k} > 0 \quad (3)$$

Введем видоизмененную амплитудно-фазовую частотную характеристику

$$W^*(jw) = R^*(w) + jI^*(w), \quad (4)$$

где  $R^*(w) = R(w)$ ;  $I^*(w) = wT_0 I(w)$ ,  $T_0 = 1c$  - нормирующий множитель. Это позволяет записать неравенство (3) в виде

$$R^*(w) - hI^*(w) > -\frac{1}{k}. \quad (5)$$

Если теперь вместо (5) записать равенство

$$R^*(w) - hI^*(w) = -\frac{1}{k}, \quad (6)$$

то получим уравнение прямой на комплексной плоскости, которая проходит через точку с координатами  $(-1/k, j0)$ . Ее наклон зависит от численного значения  $h$ .

С учетом (6) можно предложить следующую формулировку графической интерпретации условий теоремы В.М. Попова.

Нелинейная система будет абсолютно устойчивой, если можно подобрать хотя бы одну прямую, проходящую через точку комплексной плоскости с координатами  $(-1/k, j0)$  так, чтобы видоизмененная амплитудно-фазовая характеристика линейной части  $W^*(jw)$  находилась справа от этой прямой.

На рис. 3,а приведен пример расположения  $W^*(jw)$ , соответствующего абсолютной устойчивости системы.

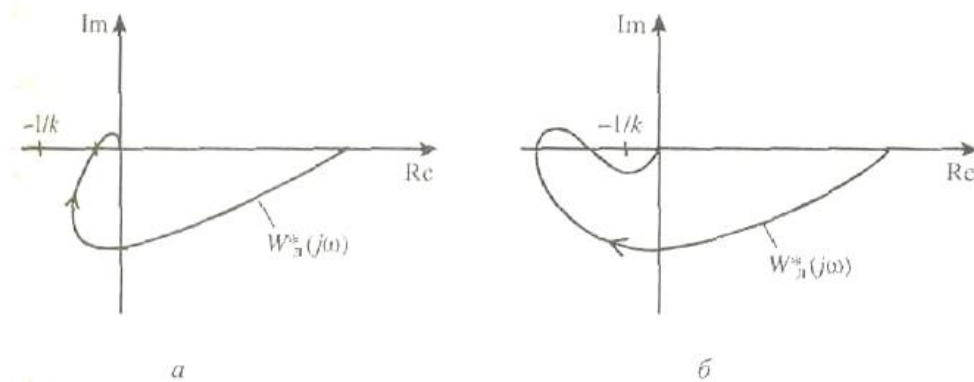


Рис. 3. Пример выполнения (а) и невыполнения (б) условий абсолютной устойчивости

Отметим, что в этом случае нелинейная система будет устойчива при любой нелинейной характеристике, удовлетворяющей условию (1).

Если не выполняется условие (5), то видоизмененная амплитудно-фазовая характеристика линейной части  $W^*(j\omega)$  может иметь вид, показанный на рис. 3,б. В этом случае через характерную точку  $(-1/k, j0)$  невозможно провести прямую, соответствующую графической интерпретации теоремы.

Таким образом, нелинейная система не будет абсолютно устойчивой, однако может быть асимптотически устойчивой при конкретной нелинейной характеристике. Для проверки этого условия следует воспользоваться, например, вторым методом Ляпунова.

### 3. Процедура проверки абсолютной устойчивости

Процедура проверки абсолютной устойчивости включает следующие этапы:

Оценивается диапазон изменения однозначной статической нелинейной характеристики комбинированной системы, определяется значение коэффициента  $k$ .

Проверяется устойчивость линейной части системы, записывается выражение для ее амплитудно-фазовой характеристики

$$W_{\lambda}(j\omega) = R(\omega) + jI(\omega).$$

3. Определяется выражение для видоизмененной амплитудно-фазовой характеристики  $W^*(j\omega)$  согласно соотношениям

$$\begin{cases} R^*(\omega) = R(\omega), \\ I^*(\omega) = \omega T_0 I(\omega), \quad T_0 = 1\text{с}. \end{cases}$$

На комплексной плоскости строится видоизмененная амплитудно-фазовая характеристика линейной части системы  $W^*(j\omega)$  и выделяется характерная точка с координатами  $(-1/k, j0)$ .

Исследуется возможность построения прямой, проходящей через эту точку, правее которой должна располагаться  $W^*(j\omega)$ . Делается вывод об абсолютной устойчивости нелинейной системы.

16 - лекция	Синтез нелинейных систем. Условия разрешимости задачи синтеза. Метод локализации.
-------------	--

### Технология обучения на лекции

<b>Количество студентов: 38-44 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Вводно-тематическая лекция	
План лекции	Введение Реализуемое состояние равновесия Реализуемые желаемые уравнения Метод локализации.	
<i>Цель учебного занятия: сформировать целостное представление о</i>		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить с понятием синтеза нелинейных систем;</li> <li>• ознакомить с условиями разрешимости задачи синтеза;</li> <li>• ознакомить с понятием реализуемое состояние равновесия;</li> <li>• рассмотреть метод локализации</li> </ul>	<p>Студент должен:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• знать понятие о синтезе нелинейных систем;</li> <li>• знать понятие о синтезе оптимальных параметров при случайных воздействиях;</li> <li>• дать определение понятию реализуемое состояние равновесия;</li> <li>• уметь использовать метод локализации при синтезе нелинейных систем;</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Лекция – визуализация, фокусирующие вопросы.	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

### Технологическая карта лекции (16-е занятие)

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на предыдущем занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Графическая интерпретация условий теоремы 2. Процедура проверки абсолютной устойчивости 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Частотный способ анализа устойчивости. Теорема Попова об абсолютной устойчивости?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Информационный (45 мин.)	3.1. Последовательно излагает материал лекции по вопросам плана, использует визуальные материалы и систему фокусирующих вопросов: По 1 вопросу. Реализуемое состояние равновесия По 2 вопросу Реализуемые желаемые уравнения По 3 вопросу. Метод локализации. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное.
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги лекции. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы: Синтез нелинейных систем.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

# ЛЕКЦИЯ 16.

## СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ. УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА. МЕТОД ЛОКАЛИЗАЦИИ.

### План:

5. Введение
6. Реализуемое состояние равновесия
7. Реализуемые желаемые уравнения
8. Метод локализации.

### 1. Введение

В этой лекции мы обсудим центральную для теории управления задачу - синтез автоматических систем, которая становится исключительно сложной в случае нелинейных объектов. Несмотря на большое число работ, посвященных данной проблеме, общих алгоритмов синтеза практически нет. Как правило, предлагаются частные способы коррекции динамики нелинейных систем.

Тем не менее можно выделить три подхода, на основе которых могут быть разработаны процедуры расчета регулятора. К ним относятся (в порядке возникновения): метод больших коэффициентов, скользящих режимов и метод локализации. Все они предполагают организацию двухэтапных процессов, когда на первом этапе возникают быстрые движения, а на втором - медленные рабочие, которым различными способами придают желаемые свойства. При определенных условиях процессы в системах будут инвариантны по отношению к нелинейным характеристикам и внешним возмущениям.

В данном разделе мы рассмотрим метод локализации, который содержит ясную и регулярную процедуру расчета для широкого класса нелинейных объектов. Основной предварительной работой, которую необходимо проводить перед синтезом, является формализация технической задачи создания регулятора. При этом исследуются свойства объекта управления, оговариваются условия работы системы и технологические требования к ее поведению.

### 2. Условия разрешимости задачи синтеза. Реализуемое состояние равновесия

Реализуемым будем называть такое состояние равновесия, в которое можно перевести систему с помощью конечного управляющего воздействия.

Рассмотрим, какие состояния равновесия будут реализуемыми для объекта (1). Для этого исходное уравнение представим в форме

$$\begin{cases} \dot{x}^1 = f^1(\cdot) + B^1(\cdot)u, \\ \dot{x}_n = f_n(\cdot) + b_n(\cdot)u. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь  $x^1 = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_{n-1}]^T$  - усеченный вектор состояния (без последней координаты);  $f^1(\cdot) = [f_1(\cdot) \ f_2(\cdot) \ \dots \ f_{n-1}(\cdot)]^T$  / - усеченный вектор-функция;  $B^1(\cdot) = [b_1(\cdot) \ b_2(\cdot) \ \dots \ b_{n-1}(\cdot)]^T$  - усеченный вектор-функция,  $b_n(t, x) \neq 0 \ \forall (x \in \Omega_x, t)$ ;  $\Omega_x$  - область допустимых значений переменных состояния. Запишем для объекта (10.6) уравнения равновесного режима

$$\begin{cases} 0 = f^1(\cdot) + B^1(\cdot)u, \\ 0 = f_n(\cdot) + b_n(\cdot)u. \end{cases} \quad (2)$$

Из второго уравнения (2) определим управляющее воздействие

$$u = -\frac{f_n(\cdot)}{b_n(\cdot)}$$

и подставим в первое. Получим уравнение

$$\varphi(\cdot) = f^1(\cdot) - B^1(\cdot)\frac{f_n(\cdot)}{b_n(\cdot)} = 0, \quad (3)$$

которое и описывает реализуемые равновесные состояния объекта. Отметим, что (3) задает в пространстве состояний поверхность  $(n - 1)$ -го порядка (рис. 1).

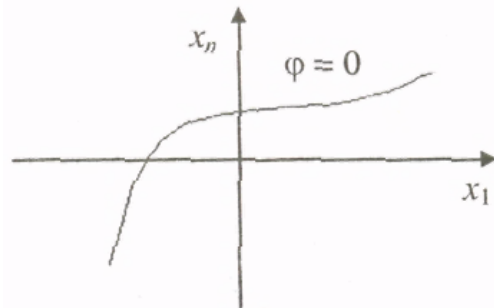


Рис. 1. Иллюстрация реализуемых равновесных состояний.

Реализуемым состоянием равновесия для данного объекта будет лишь то состояние, которое находится на этой поверхности. В другой точке пространства состояний его стабилизировать нельзя. Этот факт следует учитывать при формировании уравнений.

**Пример 1** Определить множество реализуемых равновесных состояний для объекта, математическая модель которого имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 3u. \end{cases}$$

Запишем уравнения статики

$$\begin{cases} -x_1^0 + x_2^0 + u = 0, \\ -2x_1^0 - x_2^0 + 3u = 0. \end{cases}$$

Определим управляющее воздействие из первого уравнения

$$u = x_1 - x_2$$

и подставим во второе. После преобразования получим уравнение множества реализуемых равновесных состояний в виде

$$x_2^0 = 0,25x_1^0.$$

Как видим, графической интерпретацией этого множества в пространстве состояний является прямая. Стабилизировать объект управления в других состояниях нельзя.

### 3. Реализуемые желаемые уравнения

Реализуемыми будем называть такие желаемые дифференциальные уравнения, которым можно подчинить поведение замкнутой системы с помощью конечных управляющих воздействий.

Так как желаемые уравнения могут быть сформированы в соответствии с требованиями к качеству процессов относительно различных переменных, для каждой из этих ситуаций получим условия реализуемости.

1. Рассмотрим случай, когда в замкнутой системе требуется обеспечить желаемые свойства по переменным состояния. Представим уравнения объекта в форме (1):

$$\begin{cases} \dot{x}^1 = f^1(\cdot) + B^1(\cdot)u, \\ \dot{x}_n = f_n(\cdot) + b_n(\cdot)u. \end{cases} \quad (4)$$

Аналогичным образом запишем желаемое уравнение

$$\begin{cases} \dot{x}^1 = F_{x^1}(\cdot), \\ \dot{x}_n = F_{x_n}(\cdot). \end{cases} \quad (5)$$

Приравняв правые части соответствующих уравнений (4) и (5), проверим, существует ли конечное управление, обеспечивающее выполнение этого условия. В результате имеем

$$\begin{cases} f^1(\cdot) + B^1(\cdot)u = F_{x^1}(\cdot), \\ f_n(\cdot) + b_n(\cdot)u = F_{x_n}(\cdot). \end{cases} \quad (6)$$

Так как  $b_n \neq 0$ , из (6) можно определить в явном виде

$$u = \frac{1}{b_n(\cdot)} [F_{x_n}(\cdot) - f_n(\cdot)] \quad (7)$$

И подставить (7) в первое уравнение (6). Оно представляет собой тождество только в том случае, когда желаемое уравнение для переменных  $x$  задано в виде

$$F_{x^1}(\cdot) = f^1(\cdot) + B^1(\cdot) \frac{1}{b_n(\cdot)} [F_{x_n}(\cdot) - f_n(\cdot)].$$

Следовательно, произвольным образом формировать уравнения в рассматриваемой ситуации нельзя. Реализуемыми желаемыми уравнениями будут следующие:

$$\begin{cases} \dot{x}^1 = f^1(\cdot) + B^1(\cdot) \frac{1}{b_n(\cdot)} [F_{x_n}(\cdot) - f_n(\cdot)], \\ \dot{x}_n = F_{x_n}(\cdot). \end{cases} \quad (8)$$

Отметим здесь важный факт. Мы показали, что существует закон управления (7), который обеспечивает точное решение поставленной задачи синтеза. Однако реализовать его на практике невозможно, так как полностью функции  $f_0(\cdot)$  и  $b_0(\cdot)$  неизвестны, кроме границ их изменения. Следовательно, алгоритм управления (7)



является асимптотическим, к нему необходимо стремиться при проектировании реального регулятора.

### Пример 2

Проверить, являются ли реализуемыми желаемые уравнения

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(x_1, x_2, v) = -2x_1 + x_2 + v, \\ \dot{x}_2 = F_2(x_1, x_2, v) = -x_1 - 4x_2 + v \end{cases}$$

для объекта со следующей математической моделью:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -5x_1 + x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - 3x_2 + u. \end{cases}$$

Приравняем правые части желаемого уравнения и объекта для переменной  $x_2$

$$-x_1 - 4x_2 + v = -2x_1 - 3x_2 + u$$

и определим управление

$$u = x_1 - x_2 + v.$$

Приравняв правые части желаемого уравнения и объекта для переменной  $x_1$  с учетом найденного управления, получим

$$-2x_1 + x_2 + v \neq -3x_1 - x_2 + v.$$

Следовательно, желаемые уравнения являются нереализуемыми для заданного объекта.

Реализуемыми для него будут, например, следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = F_1(x_1, x_2, v) = -3x_1 - x_2 + v, \\ \dot{x}_2 = F_2(x_1, x_2, v) = -x_1 - 4x_2 + v. \end{cases}$$

2. Обсудим теперь условия реализуемости для ситуации, когда желаемое уравнение задано относительно выходных переменных.

В этом случае будем последовательно  $n$  раз дифференцировать  $y$  и перейдем от описания объекта в переменных состояния к уравнению

$$y^{(n)} = f(t, y, \dots, y^{(n-1)}) + b(t, y, \dots, y^{(n-1)})u, \quad (9)$$

где для функций  $f(\cdot)$  и  $b(\cdot)$  известен только диапазон их изменения

$$: |f(\cdot)| \leq f_{\max}, |b(\cdot)| \leq b_{\max}.$$

Приравняем правые части уравнений (1) и (9)

$$F(\cdot) = f(\cdot) + b(\cdot)u$$

и при условии

$$b(t, y, \dots, y^{(n-1)}) \neq 0 \quad \forall (y \in \Omega_y, t \in [0; \infty)) \quad (10)$$

определим управляющее воздействие

$$u = b^{-1}(\cdot)[F(\cdot) - f(\cdot)]. \quad (11)$$

Как и в предыдущем случае, управление (11) является асимптотическим и обеспечивает точное решение задачи синтеза, но не может быть реализовано на практике из-за неизвестных функций  $f(\cdot)$  и  $b(\cdot)$ .

Отметим, что условие (10) есть условие реализуемости желаемого дифференциального уравнения.

## 9. Метод локализации.

Метод локализации как метод синтеза нелинейных нестационарных систем разрабатывается научной школой при кафедре автоматике Новосибирского государственного технического университета около 30 лет. Его основная идея заключается в использовании в обратной связи вектора скорости изменения переменных состояния  $x$  в случае описания объекта (1) или старшей производной выходной переменной для объектов (9). Таким образом, предлагается формировать алгоритм управления в виде функции

$$u = u(x, \dot{x}, v) . \quad (12)$$

Использование в нем вектора скорости (старшей производной) позволяет иметь косвенную оценку правой части дифференциального уравнения объекта, т. е. получать текущую информацию о нелинейных характеристиках и внешних возмущениях.

Достаточно простым законом управления типа (12) является следующий:

$$u = K [F_x(x, v) - \dot{x}] , \quad (13)$$

где  $K$  - матрица коэффициентов усиления регулятора.

Предварительно на примере систем первого порядка обсудим возможности алгоритма управления (13), а затем рассмотрим процедуру синтеза для одноканальных объектов произвольного, порядка.

## ЛЕКЦИЯ 17

### ИМПУЛЬСНЫЕ И ЦИФРОВЫЕ САУ

План:

1. Линейные системы импульсного регулирования.
2. Описание импульсных систем

Дискретной линейной системой автоматического регулирования называется система, в которую помимо звеньев, описываемых обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями, входят одно или несколько звеньев, производящих квантование непрерывного сигнала в дискретный с помощью или импульсного элемента, или цифрового устройства. В импульсных системах производится квантование сигнала по времени, в цифровых - по времени и по уровню.

Линейной системой импульсного регулирования называется такая САУ, которая кроме непрерывной части, содержащей типовые динамические звенья, состоит из импульсных элементов (одного или нескольких), преобразующих непрерывное входное воздействие в равноотстоящие друг от друга по времени импульсы. Варианты выходных последовательностей импульсных звеньев приведены на рис. 1.

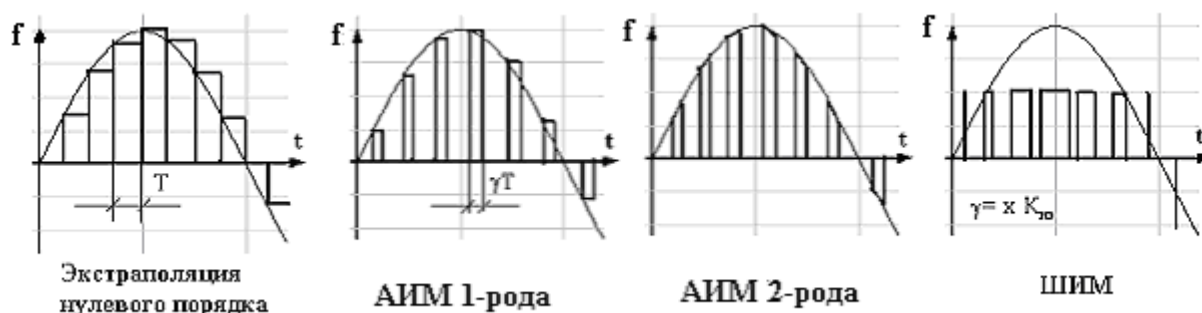


Рис.1. Линейные импульсные последовательности

Основным достоинством применения импульсных систем является то, что квантование (прерывание) сигнала по времени, позволяет получать весьма большие коэффициенты усиления по мощности. Кроме того, при импульсном режиме уменьшается расход потребляемой энергии системы, увеличивается помехозащищенность.

Цифровые системы строятся на базе комплекса средств вычислительной техники, основными элементами которого являются:

- ЦВМ,
- устройства ввода,
- устройства вывода.

Устройствами ввода и вывода в случае состыковки с аналоговыми сигналами являются АЦП и ЦАП-ы, а в случае состыковки с цифровыми сигналами - порты и интерфейсы. В системах с ЦВМ, последние могут выполнять роли: регулятора, регулятора и устройства сравнения,

корректирующего устройства или самого объекта. Во всех случаях ЦВМ предоставляет легко доступные информационные потоки, позволяющие кроме прямого управления осуществлять функции: контроля, оптимизации, координации и организации всех процессов.

В общем случае импульсная (цифровая) система состоит из импульсного элемента (ИЭ) и преобразованной непрерывной части (НЧ), приведенная функциональная схема которой представлена на рис.2.

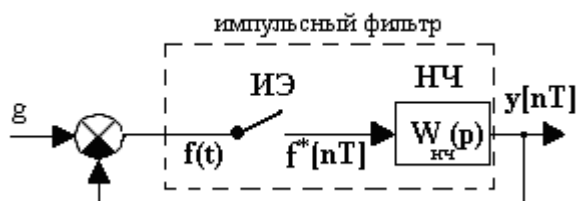


Рис. 2. Функциональная схема импульсной системы

Процесс импульсной модуляции состоит в изменении по определенному временному закону какого-либо параметра периодически повторяющихся импульсов, как показано на рис.1. для линейных импульсных систем, где в зависимости от того, какой из параметров последовательности импульсов изменяется по закону изменения модулирующей величины представлена классификация только линейных импульсных систем:

- амплитудно-импульсную модуляцию - АИМ (амплитуда импульса пропорциональна входному сигналу:  $A=f(x)$ );
- широтно-импульсную модуляцию - ШИМ (длительность импульса пропорциональна входному сигналу:  $T_{имп}=f(x)$  при  $A=const$ );

Кроме того, различают два рода импульсной модуляции. Если параметры последовательности импульсов изменяются в зависимости от значений модулирующей величины в фиксированные равноотстоящие друг от друга моменты времени, то такой вид модуляции называется импульсной модуляцией первого рода - АИМ 1-рода. Если же параметры последовательности импульсов изменяются в соответствии с текущим значением модулирующей величины, то такой вид модуляции называется импульсной модуляцией второго рода - АИМ 2-го рода (но эта классификация не ухудшает погрешностей расчетов). В нелинейных импульсных системах параметры импульсного элемента или непрерывной части системы зависят не только от внешнего воздействия, но и величин, характеризующих состояние системы (импульсные системы с переменными параметрами).

### Описание импульсных систем

Расчет импульсных и цифровых систем ведется с применением решетчатых функций и разностных уравнений. Решетчатые функции рис.3,б определяются только в дискретные моменты времени  $[nT]$  (сокращенно  $[n]$ ), и формируются из непрерывных функций рис.3,а  $f[nT]=f(t)$  при  $t=nT$ .

Рассматриваются так же смещенные решетчатые функции (последовательность рис.8.3,в)  $f[n, \varepsilon] = f(t)$  при  $t = (n + \varepsilon)T$ , где  $\varepsilon$  - относительное смещение,  $0 < \varepsilon < 1$ .

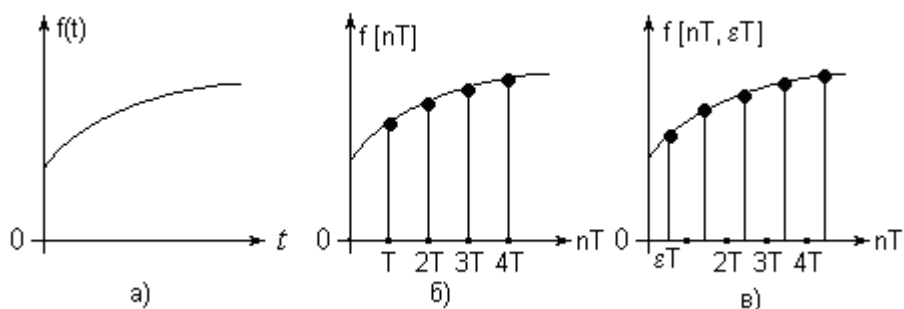


Рис.3. Типы решетчатых функций

При определении решетчатых функций необходимо пользоваться теоремой Котельникова-Шеннона : непрерывный сигнал  $f(t)$ , частотный спектр которого ограничен полосой  $0 < f < f_n$ , полностью определяется последовательностью своих дискретных значений, если период повторения  $T$  этих значений удовлетворяет условию

$$T < \frac{1}{2f_n} \text{ или } T < \frac{\pi}{\omega_n}, \text{ где } f_n [\text{Гц}], \omega_n [\text{с}^{-1}] - \text{частота пропускания.} \quad (1)$$

Непрерывные функции, проходящие через дискреты рассматриваемой решетчатой функции, называют *огibaющими*. Их может быть проведено бесчисленное множество. В дальнейших расчетах используется только одна - основная. *Основная огibaющая* это такая кривая, которая может быть описана уравнением наименьшего порядка и должна содержать гармоники наименьшей частоты (рис.4).

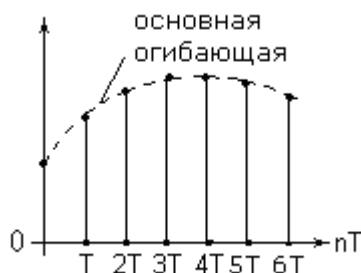


Рис. 4. Синтез основной огibaющей функции

Аналогом первой производной для решетчатой функции является:

$$\text{первая прямая разность } \Delta f[n] = f[n+1] - f[n];$$

$$\text{первая обратная разность: } \nabla f[n] = f[n] - f[n-1].$$

Аналогов второй производной являются вторые разности:

$$\text{прямая } \Delta^2 f[n] = \Delta f[n+1] - \Delta f[n] = (f[n+2] - f[n+1]) - (f[n+1] - f[n]) = f[n+2] - 2f[n+1] + f[n];$$

$$\text{обратная } \nabla^2 f[n] = \nabla f[n] - \nabla f[n-1] = f[n] - 2f[n-1] + f[n-2].$$

По аналогии можно определить разности высшего порядка с использованием рекуррентных соотношений:

$$\Delta^k f[n] = \sum_{v=0}^k (-1)^v C_k^v f[n+k-v] \quad \nabla^k f[n] = \sum_{v=0}^k (-1)^v C_k^v f[n-v]$$

где

$$C_k^v = k! / (v!(k-v)!)$$

Аналогами интеграла непрерывной функции в пределах от 0 до t для решетчатой функции являются:

$$f_{\Sigma} [n, \varepsilon] = \sum_{m=0}^{n-1} f[m, \varepsilon]$$

неполная сумма ;

$$f_{\Sigma} [n, \sigma] = \sum_{m=0}^n f[m, \varepsilon]$$

полная сумма

Отличие этих сумм заключается в том, что значение  $f[n, \varepsilon]$  в момент времени  $t=nT+\varepsilon T$  также участвует в формировании результата. Аналогом дифференциальных уравнений для импульсной системы является уравнение в конечных разностях или разностное уравнение (РУ):

$$b_0 \Delta^m y[n] + b_1 \Delta^{m-1} y[n] + \dots + b_m y[n] = f[n].$$

Если раскрыть разности, то уравнение будет иметь вид:

$$a_0 y[n] + a_1 y[n-1] + \dots + a_m y[n-m] = f[n], \quad (8.2)$$

$$a_{m-k} = \sum_{n=0}^k (-1)^{m-k} b_n C_{m-n}^{k-n}, \quad C_{m-n}^{k-n} = (m-n)! / ((k-n)!(m-k)!).$$

Представим  $y[n]$ ,  $y[n-1]$ , ...,  $y[n-m]$ , применяя операцию сдвига (свертки) и учитывая запаздывание оператором  $e^{-pT}$ , в операторной форме и, вынося изображение дискретной последовательности  $y[n]$  в уравнении (2) за скобку, получим

$$(a_0 + a_1 e^{-Tp} + \dots + a_m e^{-mTp}) Y^\#(p) = F^\#(p). \quad (8.3)$$

Введем обозначение  $z = e^{Tp}$  и перепишем уравнение (3)

$$(a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}) Y[z] = F[z].$$

Для решетчатых функций времени введено понятие дискретного преобразования Лапласа

$$F^*(p) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] e^{-nTp}, \quad F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f[n] z^{-n}, \quad (4)$$

которое называется  $z$ -преобразованием при подстановке  $z=e^{Tp}$ , и связывает изображение с оригиналом. Для нахождения  $z$ -изображений решетчатых функций по заданному оригиналу, и наоборот, имеются специальные таблицы .

Определены правила и теоремы для математических действий с ними. Необходимо отметить, что все функции времени, имеющие одинаковые значения в дискретные моменты времени, обладают одинаковыми  $z$ -преобразованиями и поэтому связь между функцией времени и ее  $z$ -изображением не является взаимно однозначной.

Для обобщенной импульсной системы, представленной на рис.2, приведем некоторые понятия и соотношения:

1. Если время замкнутого состояния ключа мало, то сигнал на его выходе можно заменить последовательностью  $f^*[nT]$  дельта-функций, с площадью  $f[nT]$ :  $f^*[nT] = f[nT] \sigma(t-nT)$ ;

2. Реакция непрерывной части  $W_{нч}(p)$  - это суперпозиция весовых функций  $w(t)$ , которую можно рассматривать и как непрерывный сигнал  $y(t)$ , и как дискретную последовательность  $y[nT]$ ;

3. *Импульсным фильтром* считают импульсный элемент (ключ) с непрерывной частью  $W_{нч}(p)$  на выходе. За истинный сигнал фильтра принимают выходную последовательность только в дискретные моменты времени  $y[nT]$ , где  $n=..., -2, -1, 0, 1, 2, ...$

### Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте определение дискретных систем.
2. Какова структура и классификация импульсных систем?
3. Расскажите о математическом аппарате исследования импульсных систем

## ЛЕКЦИЯ 18. ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ ФИЛЬТРОВ

План:

1. Описание импульсного фильтра
2. Дискретные передаточные функции для различных экстраполяторов.

В общем случае импульсная (цифровая) система состоит из импульсного элемента (ИЭ) и преобразованной непрерывной части (НЧ), приведенная функциональная схема которой представлена на рис.1.

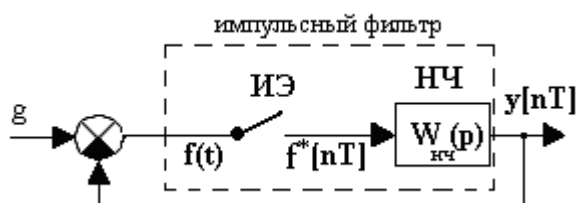


Рис. 1. Функциональная схема импульсной системы

На рис.2. представлена модель импульсного элемента ИЭ из рис.1.

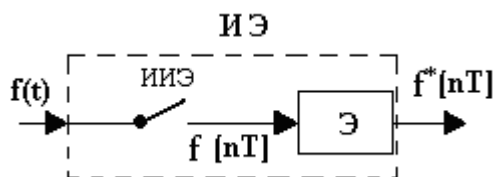


Рис.2. Модель импульсного элемента

Задача идеального импульсного элемента (ИИЭ) в модели - сформировать для дальнейшего математического описания системы либо последовательность импульсов типа  $\sigma$ -функций с площадью  $f(t)$ , либо решетчатую функцию, в основе которой единичная импульсная функция  $\sigma_0(t) = \{1 \text{ при } t \text{ равно } 0; 0 \text{ при } t \text{ не равно } 0\}$  с амплитудой  $f(t)$ .

Задача экстраполятора (Э)- математически описать выходную последовательность реального импульсного звена (экстраполяция - это прогнозирование (синтез) сигнала между значениями решетчатой функции). Коэффициент передачи квантователя (ИИЭ) обратно пропорционален периоду квантования, а коэффициент передачи экстраполятора нулевого порядка равен периоду. Таким образом, общий коэффициент передачи квантующей и восстанавливающей цепи, т.е. ИЭ обычно равен единице. Если ИИЭ выдает решетчатую функцию, то можно ввести понятие "приведенной весовой функции"  $-w_n$ . Это реакция на единичный импульс, поданной на вход экстраполятора. Если ИИЭ выдает последовательность типа  $\sigma$ -функций, то для



непрерывной части совместно с экстраполятором можно вывести понятие приведенной непрерывной передаточной функции:

$$W_{\pi}(p) = W_{\varepsilon}(p)W_{\text{нч}}(p), \text{ при этом } W_{\pi}(p) = L\{w_{\pi}(t)\}.$$

Тогда для исследования импульсной системы ее структура приводится к расчетной схеме, как показано на рис.3.

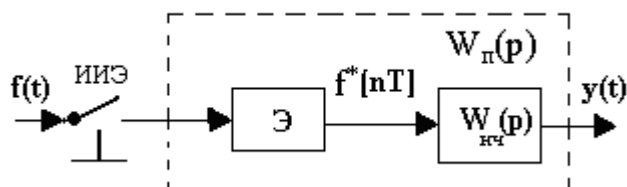


Рис.3. Расчетная функциональная схема разомкнутой импульсной системы

Идеальный импульсный элемент преобразует непрерывный сигнал в мгновенные импульсы в виде  $\sigma$ -функций, модулированные по площади, а экстраполятор формирует импульсы заданной формы из  $\sigma$ -функций, соответствующие форме выходного импульса реального импульсного элемента. Реальные импульсы, проходя через линейную часть, вновь образуют непрерывный сигнал  $y(p)$ .

Пользуясь дискретным преобразованием Лапласа можно найти дискретную приведенную передаточную функцию экстраполятора и непрерывной части

$$W(z) = \frac{Y(z)}{F(z)} = \sum_{n=0}^{\infty} w_{\pi}[n]z^{-n} = Z\{w_{\pi}[n]\} = Z\{W_{\pi}(p)\} \quad (1)$$

Структурные преобразования импульсных систем несколько отличаются от структурных преобразований линейных непрерывных САУ. В случае, когда приведенная непрерывная часть состоит из параллельно включенных звеньев и на входе имеется общее импульсное звено, то дискретная передаточная функция может быть определена суммированием дискретных передаточных функций, определенных для каждого звена в отдельности.

$$W(z) = \sum_{i=1}^k W_i(z) \quad (2)$$

Если непрерывные звенья включены последовательно и имеется одно импульсное звено на входе, то дискретная передаточная функция такого соединения

$$W(z) = \prod_{i=1}^k W_i(z)$$

В этом случае дискретная передаточная функция  $W(z)$  должна определяться  $z$ -преобразованием от произведения передаточных функций непрерывной части системы

$$W(z) = Z\{W_1(p) \dots W_i(p)\}.$$

Нельзя переносить сумматор или любое непрерывное звено через импульсный элемент. Непрерывную часть можно преобразовывать по известным правилам преобразования структурных схем непрерывных САУ. Для схем, состоящих из импульсных фильтров, когда на входе каждого непрерывного звена стоит свой импульсный элемент, справедливы все правила преобразования структурных схем непрерывных систем. Для нахождения дискретных передаточных функций можно пользоваться таблицами соответствий между функциями времени, их изображениями по Лапласу и их  $z$ -изображениями.

Найдем дискретные передаточные функции для различных экстраполяторов. Для экстраполятора нулевого порядка изображение импульса

$$F_{\text{имп}}(p) = \int_0^T 1 \cdot e^{-pt} dt = \frac{-e^{-pt}}{p} \Big|_0^T = \frac{1 - e^{-pT}}{p} = \frac{1 - z^{-1}}{p} = \frac{z-1}{zp}.$$

Тогда  $z$ -изображение экстраполятора и непрерывной части:

$$W(z) = Z\left\{\frac{z-1}{zp} W_{\text{нч}}(p)\right\} = \frac{z-1}{z} \cdot Z\left\{\frac{W_{\text{нч}}(p)}{p}\right\}. \quad (3)$$

Если учесть наличие в непрерывной части звена чистого запаздывания  $e^{-p\tau}$ , то дискретная передаточная функция в общем виде будет:

$$W(z) = Z\left\{\frac{z-1}{zp} W_{\text{нч}}(p) e^{-p\tau}\right\} = \frac{z-1}{z^2} \cdot Z_{\varepsilon}\left\{\frac{W_{\text{нч}}(p)}{p}\right\}, \quad (4)$$

где  $\varepsilon$ - относительное смещение, отсчитываемое от начала предыдущего такта  $\varepsilon = 1 - \tau/T$ ;  $0 < \tau < T$ .

Для импульсной системы с экстраполятором, осуществляющим АИМ-первого или второго рода изображение прямоугольного импульса единичной высоты и длительности  $\gamma T$  можно представить как

$$F_{\text{имп}}(p) = \int_0^{\gamma T} 1 \cdot e^{-pt} dt = \frac{-e^{-pt}}{p} \Big|_0^{\gamma T} = \frac{1 - e^{-\gamma p T}}{p}.$$

Тогда  $z$ -изображение экстраполятора и непрерывной части:

$$W(z) = Z\{F_{\text{воит}}(p) \cdot W_{\text{нч}}(p)\} = Z\left\{\frac{W_{\text{нч}}(p)}{p}\right\} - z^{-1} \cdot Z_{\varepsilon}\left\{\frac{W_{\text{нч}}(p)}{p}\right\}, \quad (5)$$

где  $\varepsilon=1-\gamma$

Если импульсный элемент генерирует короткие по сравнению с периодом дискретности прямоугольные импульсы, т.е.  $\gamma \ll 1$ , то можно приближенно принять  $e^{-\gamma T p} = 1 - \gamma T p$ . Тогда получим

$$W(z) \cong \gamma T \cdot Z\{W_{\text{нч}}(p)\} \quad (6)$$

Формула (6) справедлива, если пренебречь влиянием конечной длительности импульса. В большинстве случаев для выполнения этого достаточно, чтобы постоянные времени непрерывной части системы были больше длительности импульса, т.е.  $T_i \gg \gamma T$  ( $i=1,2,3, \dots$ ).

**Пример.** Определить дискретную передаточную функцию системы, непрерывная часть которой состоит из ПИ - регулятора и нейтрального объекта

$$W_{\text{нч}}(p) = \frac{k(1 + \tau p)}{p^2},$$

а в качестве импульсного элемента используется экстраполятор нулевого порядка и экстраполятор с АИМ 1-го рода. Принять период дискретности  $T_0=2c$ , общий коэффициент усиления  $K=20c^{-2}$ , постоянную времени  $\tau=5c$ , импульсы длительности  $\gamma=0,2 c$ .

**Решение.** В соответствии с формулой (3) передаточная функция цифровой системы (экстраполятор нулевого порядка)

$$W(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{W_{\text{нч}}(p)}{p}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{k}{p^3} + \frac{k\tau}{p^2}\right\}.$$

В соответствии с таблицами  $z$  - преобразований находим

$$W(z) = \left(\frac{z-1}{z}\right) \cdot \left(\frac{kT_0^2 z(z+1)}{2(z-1)^3} + \frac{kT_0 \tau z}{(z-1)^2}\right) = \frac{40(z+1)}{(z-1)^2} + \frac{200}{(z-1)}.$$

В соответствии с формулой (6) передаточная функция импульсной системы (экстраполятор с АИМ 1-го рода)

$$W(z) \cong \gamma T_0 \cdot Z\{W_{\text{нч}}(p)\} = \gamma T_0 \cdot Z\left\{\frac{k}{p^2} + \frac{k\tau}{p}\right\}.$$

В соответствии с таблицами  $z$  - преобразований находим

$$W(z) = \gamma T_0 \cdot \left(\frac{kT_0 z}{(z-1)^2} + \frac{k\tau z}{(z-1)}\right) = \frac{16z}{(z-1)^2} + \frac{40z}{(z-1)}.$$

Как видим, передаточные функции импульсной системы в значительной степени зависят от вида и параметров экстраполяторов, что необходимо учитывать при синтезе дискретных систем.

Отметим некоторые особенности определения передаточных функций замкнутых импульсных систем. На рис.4 приведена структурная схема замкнутой системы, которая содержит один импульсный элемент ИЭ, одно управляющее воздействие  $g(t)$  и одно возмущающее  $f(t)$ . При этом  $f(t)$  приложено ко входу непрерывной части  $W_2(p)$ .

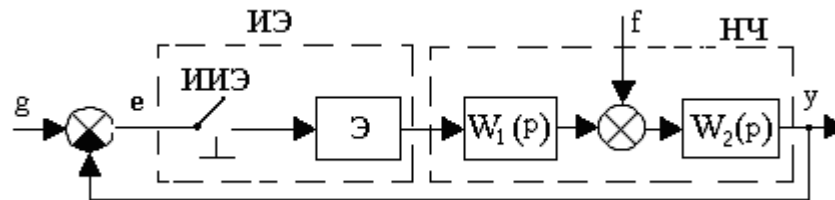


Рис. 4. Структурная схема замкнутой импульсной системы

Для получения передаточных функций замкнутых систем по управляющему и возмущающему воздействиям а также по ошибкам от этих воздействий, целесообразно сначала привести возмущающее воздействие ко входу импульсной системы, чтобы в дальнейшем исключить ошибки определения  $z$  - преобразования от различных воздействий (рис.5).

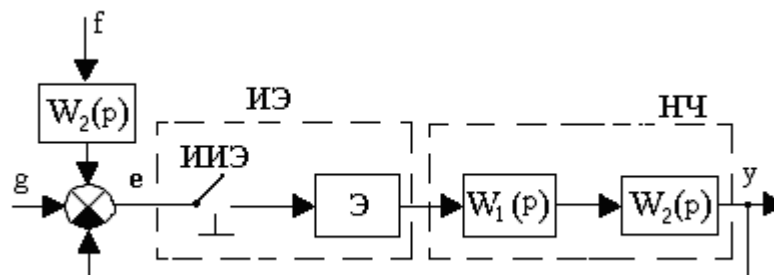


Рис. 5. Приведенная структурная схема замкнутой импульсной системы

Тогда значения выходной величины  $Y(z)$  и ошибки  $E(z)$  определяются выражениями:

$$Y_f(z) = -E_f(z) = \frac{Z\{W_2(p)F(p)\}}{1 + W(z)} \quad \text{- от возмущающего воздействия;}$$

$$Y_g(z) = \frac{G(z)W(z)}{1 + W(z)} \quad \text{- от управляющего воздействия;}$$

$$E_g(z) = \frac{G(z)}{1 + W(z)} \quad \text{- от управляющего воздействия;}$$

$$W(z) = Z\{W_3(p)W_1(p)W_2(p)\} -$$

$z$ - изображение разомкнутой системы.

**Контрольные вопросы:**

1. Сформулируйте определение дискретных систем.
2. Расскажите дискретных передаточных функциях для различных экстраполяторов.

**РЕСПУБЛИКА УЗБЕКИСТАН  
ИЙ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ  
ИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ**

---

---

**Методическое пособие**  
для практических занятий  
по предмету

**«АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ»**



**НАВОИ**

**Бойбутаев С.Б., Саттаров О.У.** Методическое пособие для практических занятий по предмету «Теория автоматического управления». - Навои, НГГИ, 2016, - 84 стр.

Практические занятия по предмету «Теория автоматического управления», изучаемой студентами направления «Автоматизация и управление технологических процессов и производств» имеют целью повысить навыки решения типовых задач.

Кафедра «Автоматизация и управление»

Печатается по решению учебно-методического Совета Навоийского государственного горного института.

**Рецензенты:** Эшмуродов З.О., к.т.н., доц., каф. «АУ» НГГИ

## ВВЕДЕНИЕ

*Теория автоматического управления* - это научная дисциплина, которая возникла сравнительно недавно, хотя отдельные устройства, работавшие без участия человека, известны с глубокой древности.

Появившиеся в результате первого промышленного переворота в Европе в конце XVIII века регуляторы (1765 г. – регулятор уровня И.И.Ползунова, а в 1784 г. – регулятор скорости паровой машины Д. Уатта) были предназначены стабилизировать работу технических устройств, на которые действуют внешние факторы из окружающей среды. Очень эффективным способом оказалось использование отрицательной обратной связи, которую в XIX веке вводили еще полуинтуитивно, и без соответствующих расчетов это не всегда давало нужный эффект. Часто вместо предполагаемого улучшения работы применение регуляторов с отрицательной обратной связью приводило к неожиданным техническим явлениям: неустойчивости и генерации новых движений. Для изучения этих явлений потребовались соответствующие методы, которые не только могли бы объяснить необычные свойства, но и позволили усмотреть общие закономерности поведения регуляторов. Их основы были изложены в появившихся в конце XIX века первых работах «о регуляторах» английского математика-механика Д.Максвелла (1866 г.) и русского механика И.А. Вышнеградского (1876, 1877 гг.). Активное развитие новой теории началось с появлением электротехнических систем, в частности электромашинных, и систем радиоавтоматики. До сих пор классическим примером систем автоматического управления является система регулирования скорости электрической машины. Впоследствии оказалось, что методы теории автоматического управления позволяют объяснить работу объектов различной физической природы: в механике, энергетике, радио- и электротехнике, т. е. везде, где можно усмотреть обратную связь. Все методы объединяет одна общая задача: обеспечить необходимую точность и удовлетворительное качество переходных процессов. Таким образом, теория автоматического управления является по существу теорией процессов в системах с отрицательной обратной связью. К настоящему времени теория автоматического управления является сложившейся научной дисциплиной со своим аналитическим аппаратом.

Предметом изучения теории автоматического управления являются свойства, методы расчета и конструирования систем автоматики с обратными связями. При нынешнем уровне развития науки и техники для составления моделей обычно используется аппарат дифференциальных уравнений, на языке которых сформулированы основные законы механики и физики макромира. Итак, предметом теории автоматического управления являются свойства моделей систем автоматики, которые представлены дифференциальными уравнениями, а также их различными преобразованиями и интерпретациями.



Практическая работа №1	Примеры САУ, их принципиальные и функциональные схемы
------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	Пример 1 - Функциональная схема системы стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока. Пример 2 - Функциональная схема системы стабилизации	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о САУ, их принципиальных и функциональных схемах, рассмотреть примеры различных САУ		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ознакомить САУ;</li> <li>• рассказать об основных различиях принципиальных и функциональных схем САУ;</li> <li>• рассмотреть примеры САУ;</li> </ul>	Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• дать определение САУ;</li> <li>• уметь различать принципиальные и функциональные схемы САУ;</li> <li>• уметь решать примеры.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (1-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Что называется САУ?</li> <li>2. Что такое принципиальная схема САУ?</li> <li>3. Что такое функциональная схема САУ?</li> </ol> 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем отличие между функциональной и принципиальной схемой САУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример1: Функциональная схема системы стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока. Пример 2: Функциональная схема системы стабилизации Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## Практическое занятие № 1. Примеры САУ, их принципиальные и функциональные схемы.

При обсуждении свойств автоматических устройств очень полезно обращаться к реальным примерам, которые достаточно распространены, и по ним можно представить себе поведение технической системы.

Рассмотрим несколько характерных примеров систем автоматического управления.

### ПРИМЕРЫ

#### Пример 1

Одна из самых распространенных систем автоматики – *система стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока с независимым возбуждением*. Цель ее работы заключается в поддержании заданной скорости вращения двигателя при действии «нагрузки» на валу. Системы подобного типа используют, например, в металлорежущих станках, где независимо от глубины резания металла нужно выдерживать заданную скорость вращения. На рис. 1.1 представлена упрощенная схема реализации такой системы.

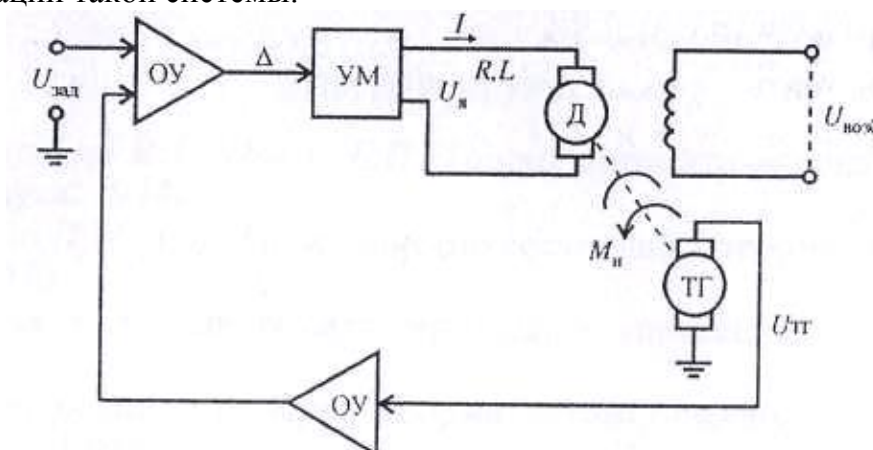


Рис. 1.1. Функциональная схема системы стабилизации скорости вращения двигателя постоянного тока

Здесь введены следующие обозначения:

$U_{\text{зад}}$  - задающее воздействие на систему (напряжение задания);

ОУ - операционные усилители для согласования электрических цепей на входе и выходе;

$\Delta$  - разница между напряжением задания и напряжением тахогенератора (сигнал рассогласования);

УМ - усилитель мощности для преобразования маломощного сигнала  $\Delta$  в силовое напряжение (напряжение на якоре двигателя);

Д - электродвигатель;

$I$  - ток в цепи электродвигателя;

$R, L$  - сопротивление и индуктивность в якорной цепи;

$U_{\text{я}}$  - напряжение на обмотке якоря электродвигателя;

$U_{\text{возб}}$  - напряжение возбуждения;

ТГ - тахогенератор (маломощный генератор электрического напряжения), используется в качестве датчика скорости вращения двигателя;

$U_{\text{ТГ}}$  - напряжение тахогенератора;

$M_{\text{н}}$  - момент нагрузки.

В этой системе организована отрицательная обратная связь, при которой

$$\Delta = U_{\text{зад}} - U_{\text{ТГ}}.$$

Если нагрузка  $M_n$  возрастает, то падает  $U_{\text{ТГ}}$  и, как следствие, возрастает  $U_{\text{я}}$  что позволяет «удержать» обороты двигателя при увеличенной нагрузке на двигатель. Если  $M_n$  уменьшается, происходит обратный процесс, который не дает возможности двигателю слишком увеличить скорость вращения.

При описании этого классического примера введены переменные, которые используются для описания динамических систем: вход - ( $U_{\text{зад}}$ , выход -  $U_{\text{ТГ}}$ , возмущение -  $M_n$ , состояние -  $I, U_{\text{я}}$ , параметры -  $L, R$ .

### Пример 2

Рассмотрим теперь общеизвестный пример из области бытовой техники - систему стабилизации температуры в холодильнике. В каждом холодильнике применяется достаточно простая система автоматического регулирования, цель функционирования которой состоит в стабилизации температуры в камере холодильника при изменении массы и температуры закладываемых продуктов или при открывании дверей. На рис. 1.2 приведена упрощенная схема системы стабилизации температуры.

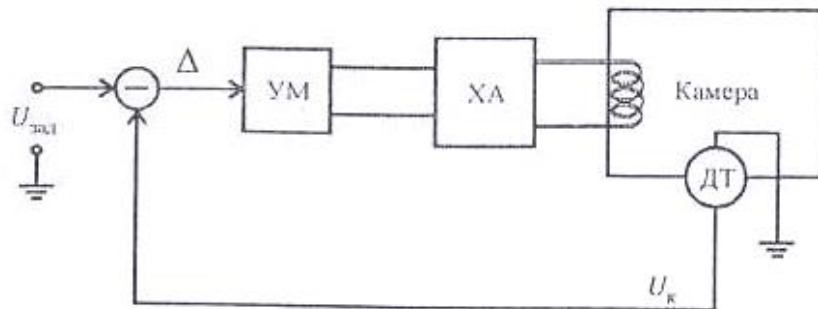


Рис. 1.2. Функциональная схема системы стабилизации

Здесь  $U_{\text{зад}}$  - сигнал, соответствующий заданной температуре; УМ - усилитель мощности с релейной характеристикой, который используется в качестве управляющего устройства, он включает или отключает холодильный агрегат (ХА), «прокачивающий» хладагент через трубки камеры; ДТ - датчик температуры, выходной сигнал  $U_{\text{к}}$  которого пропорционален температуре камеры. Как правило, в холодильнике не применяются операционные усилители; сравнение заданной и действительной температур происходит непосредственно. На схеме это показано соответствующим элементом.

Система работает следующим образом: если открыть камеру и положить некоторую массу теплых продуктов, то сразу повышается температура в камере и возрастает разница  $\Delta$  между заданной (низкой) и повышенной действительной температурами, включается УМ с релейной характеристикой и работает холодильный агрегат. Через некоторое время разница  $\Delta$  становится меньше порогового значения и реле отключается. Такая система работает только в «одну сторону» – на охлаждение. Ее поведение характеризуют величины: вход -  $U_{\text{зад}}$ , выход - напряжение с датчика температуры; состояние - температура внутри камеры, возмущение - количество тепла в закладываемом продукте.

Практическая работа №2	Свойства преобразования Лапласа
------------------------	---------------------------------

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	Свойства преобразования Лапласа. Математический аппарат. Преобразование Лапласа.	
<i>Цель учебного занятия:</i> сформировать целостное представление о преобразовании Лапласа, на практике уметь применять теоретические знания, рассмотреть математический аппарат преобразования Лапласа		
<i>Задачи преподавателя:</i> • ознакомить САУ; • рассказать об основных различиях принципиальных и функциональных схем САУ; • рассмотреть примеры САУ;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • дать определение преобразованию Лапласа; • уметь определять оригинал и изображение по Лапласу; • уметь использовать свойства преобразования Лапласа.	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (1-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что преобразованием Лапласа? 2. Что такое передаточная функция? 3. Основные свойства преобразования Лапласа? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем преимущества использования преобразования Лапласа?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Свойства преобразования Лапласа. Математический аппарат. Преобразование Лапласа Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## Практическое занятие № 2. Свойства преобразования Лапласа.

### Математический аппарат. Преобразование Лапласа.

Известно, что многие системы автоматического управления при малых отклонениях координат от начального стационарного состояния могут быть описаны системой линейных дифференциальных уравнений и, следовательно, для их исследования можно применить все методы, разработанные в теории линейных дифференциальных уравнений. Одним из таких методов является преобразование Лапласа.

Формула прямого преобразования Лапласа:

$$L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt = F(p) \quad (1)$$

о

Здесь функции  $F(p)$  называется изображением функции  $f(t)$  в комплексной плоскости;  $f(t)$  называется оригиналом функции  $F(p)$ .

Обратное преобразование Лапласа имеет вид:

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\delta-j\infty}^{\delta+j\infty} F(p)e^{pt} dp \quad (2)$$

Основные свойства преобразования Лапласа.

1. Линейность. Изображение линейной комбинации функций равно линейной комбинации этих функций

$$L\left\{\sum_{i=1}^n a_i f_i(t)\right\} = \sum_{i=1}^n a_i L\{f_i(t)\} \quad (3)$$

2. Изображение производной от функции имеет вид:

$$L\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p) \quad (4)$$

5. Изображение интеграла от функции

$$L\left\{\int_0^t f(t) dt\right\} = \frac{1}{p} F(p) \quad (5)$$

4. Изображение от функции с запаздывающим или опережающим аргументом

$$L\{f(t \pm \varepsilon)\} = e^{\pm p\varepsilon} F(p) \quad (6)$$

5. Изменение масштаба времени

$$L\{f(Tt)\} = \frac{1}{T} F\left(\frac{p}{T}\right) \quad (7)$$

6. Нахождение предельного значения функции в вещественной области

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pL\{f(t)\} \quad (8)$$

7. Связь начального значения функции и её изображения

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pL\{f(t)\} \quad (9)$$

Практическая работа №3	Дифференциальные уравнения. Пространство состояний
------------------------	--

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	Составление передаточной функции по математической модели системы; Дифференциальные уравнения состояния	
<i>Цель учебного занятия:</i> уметь составлять передаточную функцию по математической модели объекта и принципиальной схеме, составлять дифференциальные уравнения состояния.		
<i>Задачи преподавателя:</i> • рассмотреть примеры определения ПФ по ММ объекта; • рассмотреть примеры определения ПФ по принципиальной схеме; • рассмотреть примеры составления дифференциальных уравнений состояния;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • уметь определять ПФ по ММ объекта; • уметь определять ПФ по принципиальной схеме; • уметь составлять дифференциальные уравнения состояния.	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (3-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называют передаточной функцией? 2. Что такое принципиальная схема САУ? 3. Что такое функциональная схема САУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем отличие между функциональной и принципиальной схемой САУ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример1: определение ПФ по ММ объекта; Пример2: определение ПФ по принципиальной схеме; Пример3: уметь составлять дифференциальные уравнения состояния. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

### Практическое занятие № 3. Дифференциальные уравнения. Пространство состояний.

**Пример 1.1.** Модель объекта управления имеет вид  $\ddot{y} + 5\dot{y} + 7y = 10u$ .  
Записать уравнения состояния объекта.

**Решение.** Выбираем переменные состояния  $x_1 = y$ ,  $x_2 = \dot{y}$ . Для каждой из переменных состояния записываем дифференциальное уравнение первого порядка с учетом исходного уравнения объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -7x_1 - 5x_2 + 10u. \end{cases}$$

#### Задачи

1. Для объекта, заданного принципиальной схемой (рис.1), записать уравнения состояния.

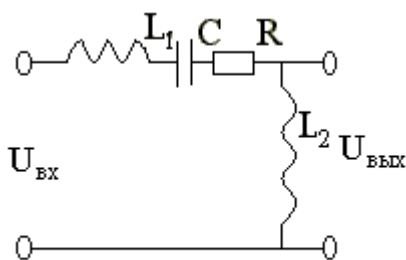


Рис. 1.1.

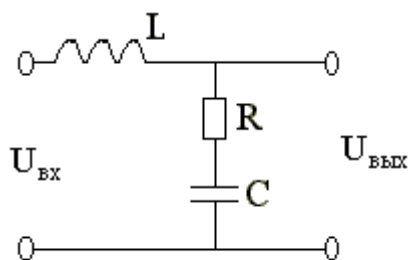


Рис. 1.2.

2. Для электрической цепочки (рис 2), где  $R=400$  Ом,  $C=2 \cdot 10^{-3}$  ф,  $L=100$  гн, составить математическую модель относительно входной и выходной переменных, определить коэффициенты модели.

3. Дана R-C цепочка (рис.3). Требуется составить математическую модель относительно входной и выходной переменной, определить коэффициенты дифференциального уравнения для исходных данных табл. 1.

Таблица.1

Знач \ Вар	1	2	3	4	5
$R_1$ , Ом	400	100	25	80	160
$R_2$ , Ом	400	50	50	100	200
$C_1$ , ф	$5 \cdot 10^{-6}$	$2 \cdot 10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-6}$	$4 \cdot 10^{-8}$

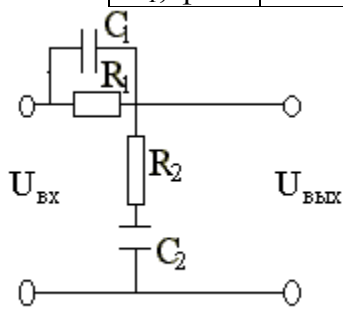


Рис. 1.3.

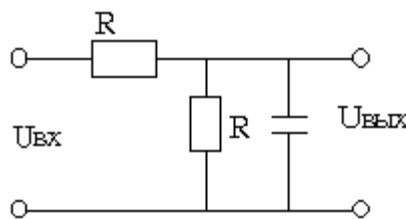


Рис. 1.4.

4. Дана электрическая цепочка (рис.4), записать дифференциальное уравнение относительно входных и выходных переменных.

5. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис.5), где  $R_1=R_2=2$  кОм;  $C=1$  мкф.

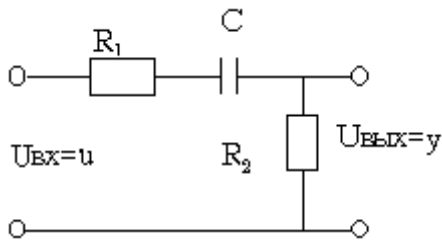


Рис. 1.5

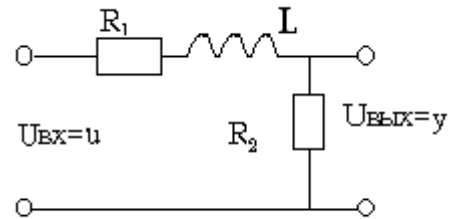


Рис. 1.6.

6. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис.6) , где  $R_1=R_2=2$  кОм;  $L=0,02$  гн.

7. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис.7), где  $R_1=1$  кОм;  $R_2=2$  кОм;  $C_1=C_2=1$  мкф.

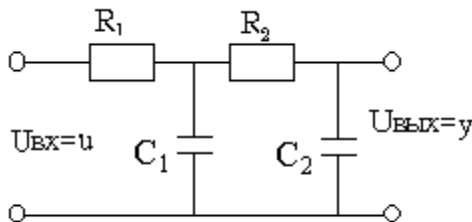


Рис. 1.7.

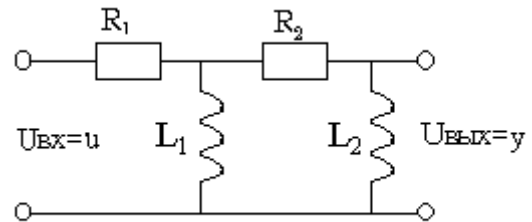
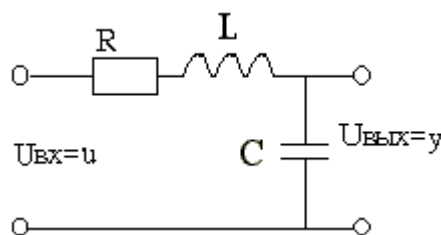


Рис. 1.8.

8. Записать уравнения математической модели для динамической системы, которая задана принципиальной схемой (рис.8), где  $L_1=1$  Гн,  $L_2=1$  гн,  $R_1=1$  кОм,  $R_2=2$  кОм.

9. Для электрической цепочки (рис.9) записать математическую модель в пространстве состояний, введя координаты состояния следующим образом  $x_1 = y, \quad x_2 = a_1 \cdot \dot{y} + x_1.$



10. Модель

объекта управления (ОУ)

имеет вид  $4y^{(2)} + 2y^{(1)} + 3y = 3u.$

Записать это уравнение в форме Коши.

11. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид

$\ddot{y} + 5\dot{y} + y + 2y = 3u.$  Записать дифференциальные уравнения состояния.

12. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид  $\ddot{y} - 3\dot{y} + y = 10u.$

Записать дифференциальные уравнения состояния.

13. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид  $\ddot{y} + \dot{y} + 7y = 2u.$



Определить матрицы  $A, B, C$ .

14. Дано описание системы в виде дифференциального уравнения относительно входной и выходной переменных  $0.5 \cdot y^{(3)} + 4 \cdot y^{(2)} + 3 \cdot y^{(1)} + 2 \cdot y = 1.5 \cdot u$ .

Требуется записать модель в пространстве состояний, определить матрицы  $A, B, C$ .

15. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид

$$\begin{cases} 2\ddot{x} + 7\dot{x} - 6x = 8u, \\ y = 3x - \dot{x}. \end{cases}$$

Записать дифференциальные уравнения состояния.

16. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид

$$\begin{cases} \ddot{x} + 4\dot{x} - \dot{x} = 5u, \\ y = x + 3\dot{x} + \ddot{x}. \end{cases}$$

Определить матрицы  $A, B, C$ .

17. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид  $\ddot{y} + 3\dot{y} + y = 2\dot{u} + u$ .

Определить матрицы  $A, B, C$ .

18. Модель объекта управления имеет вид  $4\ddot{y} + 2\dot{y} + y = 3\dot{u} + 2u$ .

Записать уравнение ОУ в форме Коши.

19. Дифференциальное уравнение ОУ имеет вид

$$\ddot{y} + 3\ddot{y} - \dot{y} + y = \ddot{u} + 2\dot{u} + 5u.$$

Определить матрицы  $A, B, C$ .

20. Модель объекта управления имеет вид

$$2y^{(3)} + 4y^{(2)} + 5y^{(1)} + 3y = 4u^{(2)} + 3u^{(1)} + 2u.$$

Записать уравнение ОУ в форме Коши.

21. Модель объекта управления имеет вид

$$2y^{(3)} + 5y^{(1)} + 3y = 4u^{(2)} + 5u^{(1)} + u.$$

Записать уравнение ОУ в форме Коши.

22. Известна математическая модель объекта

$$\begin{cases} x^{(4)} + 5x^{(3)} + 2x^{(2)} - x = 7u, \\ y = 2x - x^{(1)} + 3x^{(2)}. \end{cases}$$

Определить матрицы  $A, B, C$ .

23. Известна математическая модель объекта

$$\begin{cases} x^{(4)} + 7x^{(3)} + 2x^{(2)} + x^{(1)} + x = 2u, \\ y = 5x - x^{(2)}. \end{cases}$$

Определить матрицы  $A, B, C$ .

24. Дифференциальные уравнения состояния имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = x_1 - 5x_2 - u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Определить матрицы  $A, B, C$ .

25. Известна математическая модель объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -2x_1 - x_2 + 7u, \\ y = x_1 + 3x_2. \end{cases}$$

Определить матрицы  $A, B, C$ .

**26.** Для системы вида

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 + 0.5 \cdot u_1, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 4 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3, \\ \dot{x}_3 = -2 \cdot x_1 - x_2 - x_3 + u_1 + 2 \cdot u_2, \\ y_1 = x_1 + x_2, \\ y_2 = x_3. \end{cases}$$

Требуется записать матрицы коэффициентов  $A, B, C$ .

**27.** Известны матрицы коэффициентов системы

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & 2 \\ -1 & -2.5 & -5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ 2.5 \\ 0.8 \end{pmatrix}, \quad C = (0.7 \quad 1).$$

Записать математическую модель системы в пространстве состояний.

**28.** Дифференциальные уравнения состояния ОУ имеет вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - 5x_2 - x_3 + 7u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Записать скалярное уравнение относительно переменных  $y, u$ .

**29.** Известны матрицы  $A, B, C$ .

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0]$$

Записать скалярное уравнение относительно переменных  $y, u$ .

**30.** Известны матрицы  $A, B, C$ .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -3 & 5 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Записать скалярное уравнение относительно переменных  $y, u$ .

Практическая работа №4	Динамические характеристики линейных систем
------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	1. Пример 1 – По модели одноканального объекта записать его уравнения состояния 2. Пример 2 - Определить математическую модель электрической цепи	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить составлять передаточную функцию по математической модели объекта и принципиальной схеме, составлять дифференциальные уравнения состояния.		
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>рассмотреть примеры определения ПФ по ММ объекта;</li> <li>рассмотреть примеры определения ПФ по принципиальной схеме;</li> <li>рассмотреть примеры составления ДУ состояния;</li> </ul>	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>уметь определять ПФ по ММ объекта;</li> <li>уметь определять ПФ по принципиальной схеме;</li> <li>уметь составлять дифференциальные уравнения состояния.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (4-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется ЛС? 2. Что такое ММ? 3. В чем отличие между динамическими и статическими характеристиками? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Что называют динамической характеристикой ЛС?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 – По модели одноканального объекта записать его уравнения состояния Пример 2 - Определить математическую модель электрической цепи Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## Практическое занятие № 4. Динамические характеристики линейных систем.

Прежде чем изучать поведение реальных систем и их моделей, необходимо определить формальный язык, на котором будут обсуждаться их свойства. Основным элементом такого формального языка является понятие динамических характеристик, под которыми интуитивно понимают какие-либо соотношения, характеризующие свойства систем в статике и динамике (при изменении состояния).

Дадим следующее определение. Динамической характеристикой (математической моделью) системы будем называть любое соотношение, заданное аналитически, графически или в виде таблицы, которое позволяет оценить ее поведение во времени.

В этом разделе будем рассматривать различные способы описания линейных динамических систем, их взаимосвязь и приведение к принятой в теории автоматического управления форме записи математической модели.

Отметим, что динамическая характеристика дает возможность исследовать поведение системы, т. е. рассчитать для нее переходные процессы.

### ПРИМЕРЫ

#### *Пример.1*

Записать уравнения состояния одноканального объекта, модель которого имеет вид:

$$\ddot{y} + 3\dot{y} + y = u.$$

Рассмотрим два варианта переменных состояния.

1. Если в качестве переменных состояния выбрать выходную величину и её производную ( $x_1 = y, x_2 = \dot{y}$ ), то получим канонические уравнения состояния и матрицы объекта типа

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dots \\ \dot{x}_n = -a_1x_1 - a_2x_2 - \dots - a_nx_n + bu, \\ y = x_1, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 3x_2 + u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0].$$

2. Выбирая новые переменные ( $x_1 = y, x_2 = \dot{y} + 3y$ ), получим уравнения состояния и матрицы объекта

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -3x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0]$$

#### *Пример.2*

Записать уравнения состояния объекта с математической моделью вида

$$\ddot{y} + \dot{y} + 3y = 2\dot{u} + u.$$

Разрешим это уравнение относительно разности

$$\ddot{y} - 2\dot{u} = -\dot{y} - 3y + u,$$

Выберем в качестве переменных состояния  $x_1 = y, x_2 = \dot{y} - 2u$  и получим следующие уравнения состояния и матрицы объекта:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = -3x_1 - x_2 - u, \\ y = x_1, \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0]$$

### Пример.3

Определить математическую модель электрической цепи (рис.4.1.), записать для неё уравнения состояния.

Физическими законами, в силу которых развиваются процессы в объекте, являются законы Кирхгофа

$$U_1 = L \frac{dl}{dt} + RI, \quad U_2 = RI.$$

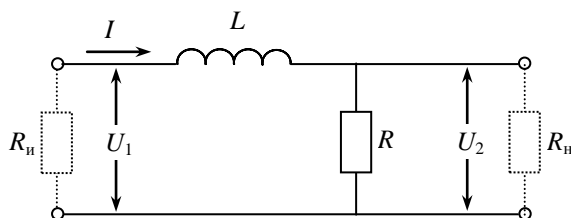


Рис.4.1. Эквивалентная схема объекта.

Перейдём к удобному с точки зрения теории управления описанию объекта. При этом выходной величиной будем считать напряжение на выходе цепи, т.е.  $y=U_2$ , управляющим воздействием – напряжение на её входе ( $u=U_1$ ), а переменной состояния – ток, протекающий по цепи ( $x=I$ ). С учётом введённых обозначений запишем исходное уравнение объекта в следующем виде

$$\begin{cases} L\dot{x} + Rx = u, \\ y = Rx, \end{cases}$$

а за тем перейдём к принятому описанию в переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx, \end{cases}$$

где  $A = R/L, B = 1/L, C = R$ .

### Пример.4

Рассмотрим в качестве ещё одного примера составление математической модели двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (рис.4.2.), который часто используется в системах математического управления. Здесь  $U_я$  - напряжение, подаваемое на якорь двигателя, которое будем считать входным воздействием;  $I$  – ток цепи якоря, представляющий собой внутреннюю переменную объекта;  $R, L$  – сопротивление и индуктивность цепи якоря;  $E$  – противоЭДС, т.е. напряжение, возникающее в обмотке якоря в результате его вращения в магнитном поле;  $\omega$  – скорость вращения двигателя, которую будем считать выходной переменной; ОВД – обмотка возбуждения двигателя.

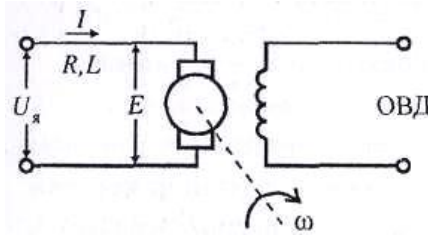


Рис.4.2. Схема двигателя постоянного тока

Запишем основные уравнения, характеризующие процессы двигателя. Уравнение электрического равновесия якорной цепи имеют вид

$$L \frac{dI}{dt} + RI + E = U_{\text{я}}.$$

Уравнение равновесия моментов на валу двигателя следующие:

$$J \frac{d\omega}{dt} = \dot{I}_{\text{д}} - \dot{I}_{\text{н}},$$

где  $J$  – приведённый момент инерции;  $M_{\text{д}}$  – вращающий момент;  $M_{\text{с}}$  – момент сопротивления на валу двигателя, который является возмущающим воздействием.

С достаточной степенью точности во многих случаях можно считать, что  $E = c_1 \omega$ ,  $\dot{I}_{\text{д}} = c_2 I$ ,  $M_{\text{с}} = M_{\text{с}}(t)$ , где  $c_i = \text{const}$ ,  $i = 1, 2$ . В результате уравнения двигателя имеют вид

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} + RI + c_1 \omega = U_{\text{я}}, \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_2 I - M_{\text{с}}. \end{cases}$$

Введём следующие обозначения:  $u = U_{\text{я}}$  – управление;  $x_1 = \omega, x_2 = I$  – переменные состояния;  $M = M_{\text{с}}$  – возмущение. Запишем уравнения двигателя в переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -a_{12}x_2 + hM, \\ \dot{x}_2 = -a_{21}x_1 - a_{22}x_2 + bu, \\ y = x_1, \end{cases}$$

где  $a_{12} = \frac{c_2}{J}$ ,  $h = \frac{1}{J}$ ,  $a_{21} = \frac{c_1}{L}$ ,  $a_{22} = \frac{R}{L}$ ,  $b = \frac{1}{L}$ .

Часто модель двигателя представляют в виде одного дифференциального уравнения

$$T_{\text{я}} \ddot{y} + T_{\text{м}} \dot{y} + y = ku - k_{\text{м}} (\dot{y} p + 1)M$$

Здесь  $T_{\text{м}} = RL / c_1 c_2$  – электромеханическая постоянная времени двигателя;  $T_{\text{я}} = L/R$  – электромагнитная постоянная якорной цепи;  $k = 1/c_1$  – коэффициент усиления;  $k_{\text{м}} = R/c_1 c_2$

### Пример.5

Рассмотрим перевёрнутый маятник, ось которого монтируется на тележке (каретке), перемещающейся в горизонтальном направлении [2]. В совокупности такое устройство представляет собой объект управления, называемый «кареткой-маятником». Его схематичная модель изображена на рис.4.3.

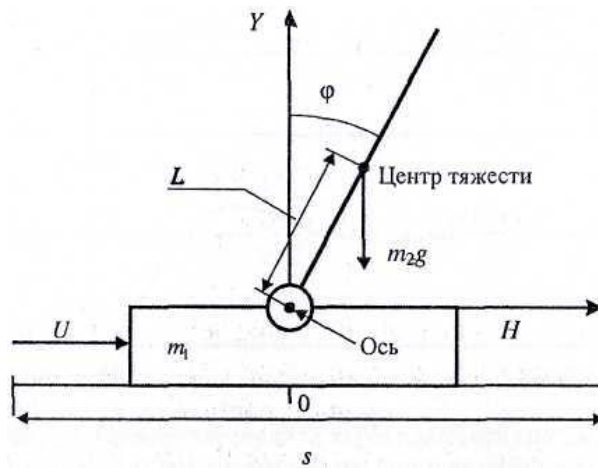


Рис.4.3. Объект управления «каретка-маятник».

Здесь  $\varphi$  – угол отклонения маятника (выходная переменная);  $U$  – прикладываемая управляющим двигателем сила (входная переменная);  $s$  – перемещение каретки;  $m_1$  – масса каретки;  $L$  – расстояние между осью и центром тяжести маятника;  $g$  – ускорение силы тяжести;  $H$  и  $V$  – горизонтальная и вертикальная силы реакции оси маятника.

Упрощённая модель объекта «каретка-маятник» может быть представлена системой дифференциальных уравнений [2]

$$\begin{cases} \ddot{\varphi} - a_4 c \varphi + c \ddot{s} = 0, \\ \ddot{s} = -a_2 \dot{s} + b_2 U, \end{cases}$$

где  $a_2 = \frac{F}{m_2}$ ,  $b_2 = \frac{1}{m_2}$ ,  $a_4 = g$ ,  $c^{-1} = \frac{J + m_1 L^2}{m_1 L}$  – эффективная длина маятника.

Перейдём к описанию модели объекта в переменных состояния вида  $\dot{x} = Ax + Bu$ . В качестве компонент вектора состояния выберем следующие величины

$$x_1 = s, x_2 = \dot{s}, x_3 = s + c^{-1} \varphi,$$

$$x_4(t) = \dot{s}(t) + c^{-1} \dot{\varphi}(t),$$

а выходной переменной объекта является угол отклонения маятника ( $y = \varphi$ ). В результате уравнения состояния принимают вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = a_2 x_2 + b_2 U, \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = a_4 c (x_3 - x_1), \\ y = c(x_3 - x_1). \end{cases}$$

Теперь определим матрицы объекта:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -a_4 c & 0 & a_4 c & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [-c \quad 0 \quad c \quad 0]$$

**Пример.6**

Определить передаточную матрицу для объекта

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, & x \in R^2, u \in R^2, \\ y = Cx, & y \in R^2 \end{cases}$$

где  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ .

Воспользуемся выражением для передаточной матрицы  $W(p) = C(pI - A)^{-1}B$  и найдём предварительно обратную матрицу  $(pI - A)^{-1} = \frac{(pI - A)^*}{\det(pI - A)}$ . Здесь

$$pI - A = \begin{bmatrix} p & -1 \\ 1 & (p-2) \end{bmatrix}.$$

Присоединённая матрица имеет вид

$$(pI - A)^* = \begin{bmatrix} p & 1 \\ -1 & (p-2) \end{bmatrix},$$

$$\det(pI - A) = p^2 - 2p + 1$$

В результате получим обратную матрицу

$$(pI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{p}{p^2 - 2p + 1} & \frac{1}{p^2 - 2p + 1} \\ \frac{-1}{p^2 - 2p + 1} & \frac{p-2}{p^2 - 2p + 1} \end{bmatrix}$$

и передаточную матрицу объекта

$$W(p) = C(pI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} \frac{2(p-1)}{p^2 - 2p + 1} & \frac{p-1}{p^2 - 2p + 1} \\ \frac{4}{p^2 - 2p + 1} & \frac{-2(p-2)}{p^2 - 2p + 1} \end{bmatrix}$$

Как видим, все скалярные передаточные функции из этой матрицы имеют одинаковый знаменатель, который представляет собой характеристический полином объекта.

### **Пример.7**

Определить передаточную функцию, нули и полюса для объекта, модель которого задана уравнением

$$\ddot{y} + 6\dot{y} + 5y = 2\dot{u} + 12u$$

Запишем исходное уравнение объекта в операторной форме с помощью оператора дифференцирования  $p$

$$(p^2 + 6p + 5)y = (2p + 12)u$$

Определим теперь передаточную функцию

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2p + 12}{p^2 + 6p + 5}$$

Характеристическое уравнение объекта имеет вид

$$A(p) = p^2 + 6p + 5 = 0.$$

Передаточная функция содержит два полюса ( $p_1 = -5, p_2 = -1$ ) и один нуль ( $n_1 = -6$ ).



### Пример.8

Определить передаточную функцию двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (см. рис. 4.2).

Дифференциальное уравнение двигателя получено в примере 2.4 и имеет вид

$$T_{\text{я}}T_{\text{м}}\ddot{y} + T_{\text{м}}\dot{y} + y = ku - k_{\text{м}}(T_{\text{я}}p + 1)M.$$

Будем полагать, что возмущающее воздействие отсутствует, т.е.  $M=0$ . Запишем это уравнение в символической форме с помощью оператора дифференцирования  $p$

$$T_{\text{я}}T_{\text{м}}p^2y + T_{\text{м}}py + y = ku$$

или, рассматривая его как алгебраическое,

$$(T_{\text{я}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1)y = ku$$

Определим теперь передаточную функцию двигателя постоянного тока с независимым возбуждением

$$W(p) = \frac{k}{T_{\text{я}}T_{\text{м}}p^2 + T_{\text{м}}p + 1}$$

Как видим, она не содержит нулей и имеет два полюса, которые в зависимости от численных значений параметров  $T_{\text{я}}$  и  $T_{\text{м}}$  могут быть вещественными или комплексно-сопряженными.

### Пример.9

Изобразить корневой портрет объекта, поведение которого описывают следующие уравнения:

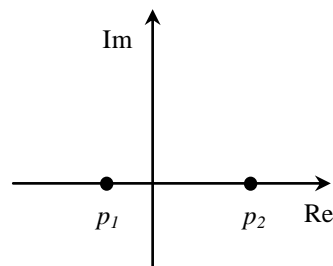


Рис.4.4. Корневой портрет объекта.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = 4x_1 + x_2 + 2u, \\ y = x_1 \end{cases}$$

Определим матрицу объекта  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$  и запишем характеристическое уравнение

$$A(p) = \det(pI - A) = p^2 - 2p - 3 = 0.$$

Собственные значения матрицы  $A$  следующие:  $p_1 = -1, p_2 = 3$ . Они изображены на комплексной плоскости корнями в виде точек (рис. 4.4)

### Пример.10

Для объекта с заданной передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10p}{p+1}$$

построить амплитудно-фазовую (АФХ), вещественную частотную и фазовую частотную характеристики (ВЧХ, ФЧХ).

Запишем выражение для обобщённой частотной характеристики, сделав замену в передаточной функции  $p \rightarrow j\omega$ :

$$W(j\omega) = \frac{10j\omega}{j\omega+1} = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1} + j\frac{10\omega}{\omega^2+1}.$$

Выражения для ВЧХ и ФЧХ имеют вид

$$R(\omega) = \frac{10\omega^2}{\omega^2+1}, \quad \varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{I(\omega)}{R(\omega)} = \operatorname{arctg} \frac{1}{\omega}.$$

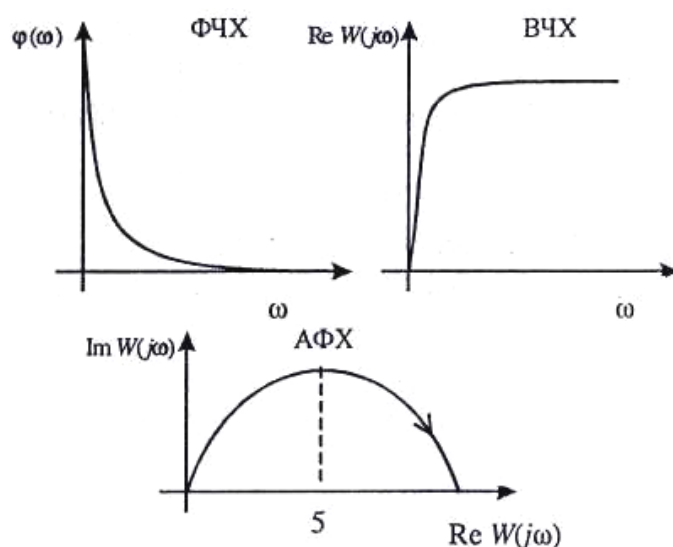


Рис.4.5. Частотные характеристики для примера 10

Соответствующие частотные характеристики, построенные при изменении частоты от 0 до  $\infty$ , представлены на рис 4.5.

## ЗАДАЧИ

1. Для схемы, изображенной на рис. 4.6, записать дифференциальное уравнение относительно входной и выходной переменных, если  $R = 400$  Ом,  $C = 2 \cdot 10^{-3}$  Ф,  $L = 100$  Гн.

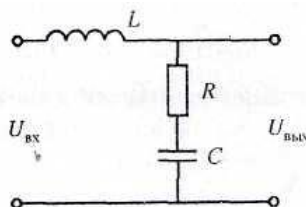


Рис.4.6. Схема к задаче 1.

2. Записать уравнения математической модели, определить передаточную функцию, нули и полюса для объекта, схема которого приведена на рис. 2.7:

а) на рис. 4.7,а, где  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм,  $C_1 = C_2 = 1$  мкФ;

б) на рис. 4.7,б, где  $L_1 = 1$  Гн,  $L_2 = 1$  Гн,  $R_1 = 1$  кОм,  $R_2 = 2$  кОм.

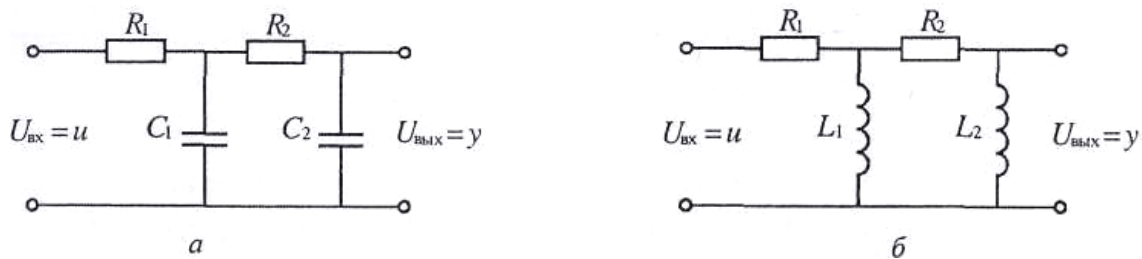


Рис. 4.7. Схемы к задаче 2.

3. Известно описание объекта в виде дифференциального уравнения относительно входной и выходной переменных

$$0,5\ddot{y} + 4\dot{y} + 2y = 1,5u.$$

Записать модель в переменных состояния и определить матрицы объекта  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

4. Дифференциальное уравнение объекта имеет вид

$$\ddot{y} + 3\dot{y} - \dot{y} + y = \ddot{u} + 2\dot{u} + 5u.$$

Записать модель в переменных состояния и определить матрицы объекта  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .

5. Известно описание объекта в переменных состояния

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2, \\ \dot{x}_2 = 5x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 2x_2 - x_3 + 5u, \\ y = 0,1x_1. \end{cases}$$

Определить матрицы коэффициентов  $A$ ,  $B$  и  $C$ . Записать дифференциальное уравнение объекта относительно  $y$ ,  $u$ .

6. Найти передаточную функцию, полюса и нули объекта, математическая модель которого имеет вид

а)  $2\ddot{y} + 4\dot{y} + 2y = u$ ;

б)  $\ddot{y} + 2\dot{y} + \dot{y} = 2\ddot{u} + 3\dot{u} + u$ ;

в)  $\ddot{y} + 7\dot{y} - 5y = \dot{u} + 5u$ .

7. Определить передаточную функцию  $W(p) = y(p)/u(p)$ , если известны дифференциальные уравнения состояния объекта:

а) 
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - x_2 - x_3 + 6u, \\ y = x_1 + 2x_2 - x_3. \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -5x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_1 - 2x_2 - x_3 + 4u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

$$в) \begin{cases} \dot{x}_1 = 3x_1 + 2x_2 + u, \\ \dot{x}_2 = x_2 + 4x_1 + 2u, \\ y = x_1 + 2x_2. \end{cases}$$

**8.** Известна модель объекта в переменных состояниях

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 - 0,5x_2 + 4u_1, \\ \dot{x}_2 = -0,1x_1 - x_2 + 0,4u_2, \\ y_1 = 2x_1, \\ y_2 = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Определить матричную передаточную функцию.

**9.** Известны матрицы объекта  $A$ ,  $B$  и  $C$

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Найти его матричную передаточную функцию.

**10.** Перейти от передаточной функции к модели объекта в переменных состояниях:

$$а) W(p) = \frac{5}{(p^2 + 7p + 3)};$$

$$б) W(p) = \frac{4p + 3}{4p^3 + 8p^2 + 8p + 3};$$

$$в) W(p) = \frac{4}{(2p^3 + 0,8p^2 + 6p + 0,4)}.$$

**11.** Записать аналитические выражения для всех частотных характеристик, если известна передаточная функция объекта:

$$а) W(p) = \frac{4}{(2p^2 + p)};$$

$$б) W(p) = \frac{8p}{(4p^2 + 4p + 1)};$$

$$в) W(p) = \frac{10}{(p+1)(0,1p+1)}.$$

**12.** Построить амплитудно-фазовую характеристику объекта, поведение которого описывает следующая модель в переменных состояниях:

$$а) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 + 2u, \\ y = x_1 + 5x_2. \end{cases} \quad б) \begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 5x_2 + u, \\ y = x_1 - x_2. \end{cases}$$

**13.** Построить ЛАЧХ объекта, если его АЧХ имеет следующий вид:

$$а) A(\omega) = \frac{100}{\sqrt{\omega^2 + 1}}; \quad б) A(\omega) = \frac{10\sqrt{\omega^2 + 1}}{\omega^2 \sqrt{0,01\omega^2 + 1}}.$$

**14.** Построить ВЧХ и МЧХ для объекта со следующей передаточной функцией:

$$W(p) = \frac{4}{(4p^2 + p + 1)}.$$

Практическая работа №5	Операторные уравнения и определения передаточных функций.
------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	1.Пример 1 - Составить дифференциальное уравнение и определить передаточную функцию генератора постоянного тока с независимым возбуждением. Пример 2 - Составить уравнение и найти ПФ по принципиальной схеме двигателя постоянного тока с независимым возбуждением	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить составлять передаточную функцию по математической модели объекта и принципиальной схеме, составлять ДУ состояния.		
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• рассмотреть примеры определения ПФ по ММ объекта;</li> <li>• рассмотреть примеры определения ПФ по принципиальной схеме;</li> <li>• рассмотреть примеры составления ДУ состояния;</li> </ul>	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>• уметь определять ПФ по ММ объекта;</li> <li>• уметь определять ПФ по принципиальной схеме;</li> <li>• уметь составлять дифференциальные уравнения состояния.</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (5-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется ЛС? 2. Что такое ММ? 3. В чем отличие между динамическими и статическими характеристиками? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Что называют динамической характеристикой ЛС?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 – По модели одноканального объекта записать его уравнения состояния Пример 2 - Определить ММ электрической цепи. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## Практическое занятие № 5. Операторные уравнения и определения передаточных функций.

Составление уравнений и определение передаточных функций объектов и элементов систем автоматического управления производится на основе физических законов, характеризующих их эксплуатационные режимы (например, законы электромеханики для электромеханических систем). Однако, здесь необходимо уметь инженеру определить ту допустимую степень идеализации и упрощения, которая позволила бы выделить главное в объектах или элементах системы автоматического управления и опустить второстепенные явления, процессы связи и т.д. Необходимо также уметь правильно представлять и преобразовывать полученные уравнения к виду, наиболее удобному для расчетов.

Строго говоря, любая реальная динамическая система является нелинейной, но большинство непрерывных систем управления могут быть линеаризованы, т.е. заменены приближённо эквивалентными системами, переходные процессы в которых описываются обыкновенными линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Линеаризация исходных систем основывается на методе малых отклонений. Сущность этого метода заключается в том, что динамические свойства системы управления исследуются не во всём возможном диапазоне изменения переменных систем, а вблизи их некоторых значений, соответствующих характерным режимам работы (например, номинальный установившийся режим).

При составлении дифференциальных уравнений первоначально, выявляют вектор  $Y$  (координату),

который характеризует выход системы регулирования; затем управляющее ( $\bar{U}$ ) и возмущающее ( $\bar{f}$ ) воздействия, характеризующие векторы (координаты) входных величин и составляют уравнения вида

$$\bar{y} = f(\bar{u}, \bar{f}) \quad (1)$$

затем уравнение (1) выражают в операторной форме

$$K(p)X(p) = D(p)Y(p), \quad (2)$$

где  $p \equiv \frac{d}{dt}$  – символ дифференцирования.

Уравнения (2) может быть представлена в виде передаточной функции

$$w(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{K(p)}{D(p)}, \quad (3)$$

Где  $K(p) = \sum_{i=0}^m K_i p^i$        $D(p) = \sum_{i=0}^n d_i p^i$

Таким образом, любое линейное звено системы, обладающее направленным действием, т.е. передающее сигнал только в одном направлении - от входа к выходу, может описываться уравнением

$$Y(p) = W(p) X(p) \quad (4) \quad \text{и изображаться}$$

структурной схемой (рис.5.1.).

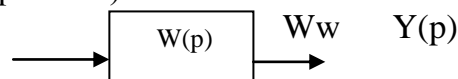


Рис.5.1.

### Примеры определения передаточных функций отдельных элементов.

**Пример 1.** Составить дифференциальное уравнение и определить передаточную функцию генератора постоянного тока с независимым возбуждением (рис. 5.2.).

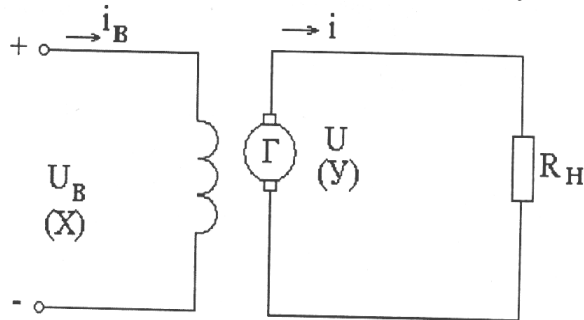


Рис. 5.2. Генератор постоянного тока с независимым возбуждением.

**Решение.** Входной величиной генератора постоянного тока (ГПТ) является напряжение на его обмотке возбуждения  $U_B(x)$  а выходной регулируемой напряжением на якоре  $U(y)$ . Составим уравнения равновесия напряжения цепи возбуждения:

$$U_B = i_B \Gamma_B + L_B \frac{di_B}{dt} \quad (1)$$

где  $i_B, \Gamma_B, L_B$  – ток, сопротивление и индуктивность обмотки возбуждения генератора. Разделив уравнение (1.3.1) на  $\Gamma_B$  и преобразовав его по Лапласу получим:

$$q_B U_B(p) = (T_B p + 1) i_B(p) \quad (2)$$

где  $U_B(p), i_B(p)$  – операторные изображения напряжения и тока возбуждения;

$q_B = \frac{1}{\Gamma_B}$  – проводимость обмотки возбуждения;

$T_B = \frac{L_B}{\Gamma_B}$  – электромагнитная постоянная времени обмотки возбуждения.

Операторное уравнение главной цепи якоря при пренебрежении индуктивностью якоря

$$U(p) = e(p) - i(p)R \quad (3)$$

где  $U(p), e(p), i(p)$  – операторные изображения напряжения, Э.Д.С. и тока генератора;

$R$  – сопротивление цепи якоря генератора..

Считая характеристику холостого хода генератора линейной, можем записать

$$e(p) = K_B i_B(p) \quad (4)$$

где  $K_B$  – коэффициент пропорциональности между Э.Д.С. и током возбуждения генератора. Учитывая, что  $i = U/R_H$  и решив совместно соотношения (2), (3) и (4), получим операторное уравнение генератора в виде:

$$q_B U_B(p) = (T_B p + 1) \left(1 + \frac{R}{R_H}\right) \frac{U(p)}{K_B} \quad \text{или}$$

$$T_B p + 1) U(p) = \alpha \beta U_B(p) \quad (5)$$

Где  $\alpha = \frac{R_H}{R_H + R}, \beta = K_B q_B = \frac{E}{U_B}(p).$



Из (5) следует передаточная функция генератора

$$w(p) = Y(p)/X(p) = U(p)/U_B(p) = \alpha\beta / (T_{вp} + 1) \quad (6)$$

**Пример 2.** На рис. 5.3. представлена принципиальная схема двигателя постоянного тока с независимым возбуждением (ДПТ с НВ). Требуется составить уравнение и найти передаточную функцию ( $U_B = \text{const}$ ).

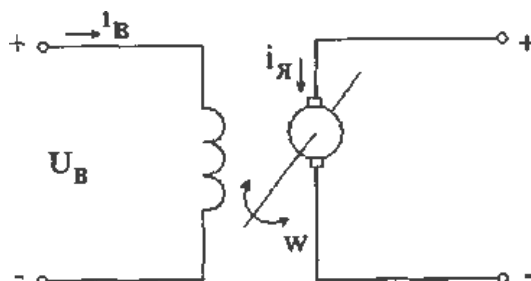


Рис. 5.3.. Принципиальная схема двигателя постоянного тока с независимым возбуждением.

**Решение.** Вращающий момент  $M_{вp}$  определяется как

$$M_{вp} = c_1 \Phi i_я \quad (7)$$

Так как  $U_B = \text{const}$  то дифференциальные уравнения для ДПТ составляется со стороны якорной цепи. Уравнения равновесия напряжений для якорной цепи имеет вид

$$U_я = R_я i_я + L_я \frac{di_я}{dt} + e \quad (8)$$

где  $R_я$  и  $L_я$  - активное и индуктивное сопротивление якорной цепи;  
 $e$  - Э.Д.С., наводимая в обмотке якоря при его вращении, т.е.  $e = c_2 w$   
 Уравнение (8) с учетом (9) можно преобразовать к виду

$$\frac{1}{R_я} U_я = T_я \frac{di_я}{dt} + i_я + \frac{c_2}{R_я} w \quad (10)$$

или в операторной форме

$$\frac{1}{R_я} U_я = (p) = (T_я p + 1) i_я(p) + \frac{c_я}{R_я} w(p) \quad (10a)$$

Где

$T_я = \frac{L_я}{R_я}$  - электромагнитная постоянная времени двигателя.

На основе законов механики можно записать уравнение для моментов

$$I \frac{dw}{dt} = M_{вp} - M_c \quad (11)$$

или в операторной форме  $I p w(p) = M_{вp} - M_c$  (5.3.)

где  $I$  - момент инерции вала двигателя (с учётом нагрузки);

$M_c$  - момент сопротивления.

Вращающий момент с учётом  $U_B = \text{const}$  пропорционален току якоря, тогда уравнение (7) примет вид:

$$M_{вp} = c_3 i_я \quad (7a)$$

Значение постоянной  $c_3$  зависит от тока возбуждения и конструкции двигателя.

Подставляя (1.3.7a) в (1.3. 11a) получим

$$I p w(p) = c_3 i_я(p) - M_c(p) \quad (12)$$

Исключив из (10а) и (12) ток  $i_{я}$  получим

$$\frac{1}{R_{я}} U_{я} = (1 + T_{я} p) \left[ \frac{I}{c_3} p w(p) + \frac{1}{c_3} M_c(p) \right] + \frac{c_2}{R_{я}} w(p)$$

Это уравнение можно преобразовать к виду

$$K_{\partial 1} U_{я}(p) - K_{\partial 2} (1 + T_{я} p) M_c(p) = (T_{я} T_{эм} p^2 + T_{эм} p + 1) w(p) \quad (13)$$

где  $T_{эм} = IR_{я} / c_2 c_3$  – электромеханическая постоянная времени.

$$K_{\partial 1} = \frac{I}{c_2}; K_{\partial 2} = \frac{R_{я}}{c_2 c_3} \text{ – передаточные коэффициенты.}$$

Полагая, что управляющей входной величиной является напряжение якорной цепи  $U_{я}(p)$ , выходной – скорость вращения вала  $w(p)$ , получим передаточную функцию двигателя: по управляющему воздействию

$$W_U(p) = \frac{K_{\partial 1}}{(T_{я} T_{эм} p^2 + T_{эм} p + 1)} \quad (14)$$

по возмущению (моменту сопротивления  $M_c / p$ )

$$W_M(p) = \frac{K_{\partial 2} (1 + T_{я} p)}{(T_{я} T_{эм} p^2 + T_{эм} p + 1)} \quad (15)$$

**Пример 3.** На рис.5.4. представлен транзисторный усилитель постоянного тока, который является самым простым звеном. Выходная величина его прямо пропорциональна входной величине. Надо найти передаточную функцию.

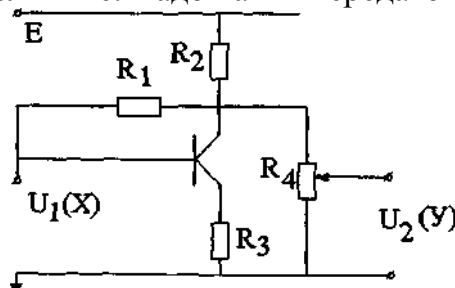


Рис.5.4. Транзисторный усилитель постоянного тока.

**Решение.** Уравнение такого звена имеет вид  $y = K_v x$ , (16)

где  $K_v$  – коэффициент передачи (усиления) электронного усилителя. Передаточная функция электронного усилителя имеет вид

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = K_v \quad (16)$$

**Пример 4.** Составить дифференциальное уравнение и определить передаточную функцию магнитного усилителя (рис. 5.5).

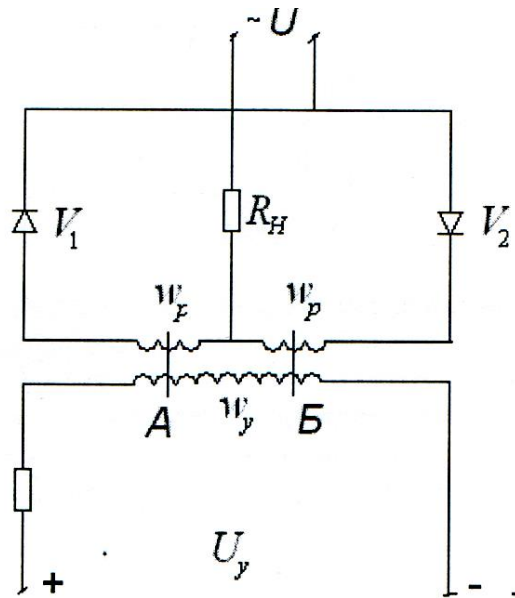


Рис.5.5. Магнитный усилитель.

**Решение.** Уравнение для цепи управления МУ однотактного может быть представлен в виде

$$U_y = (R_y + R_\partial) i_y + w_y S^* 10^{-8} \left( \frac{dB_A}{dt} - \frac{dB_B}{dt} \right) \quad (18)$$

где  $U_y, i_y$  – напряжение и ток в цепи управления;

$R_y, R_\partial$  – сопротивление обмотки управления и добавочное сопротивление в цепи управления;

$S$ - площадь сечения;

$B_A, B_B$ - магнитная индукция в сердечниках А и Б. Второй член уравнения (18) представляет

Э.Д.С., индуцируемого в цепи управления. Учитывая, что  $B_A = B_0 + 2B_m$ , получим

$$U_y = (R_y + R_\partial) i_y + 2w_y S^* 10^{-8} \frac{dB_0}{dt} \quad (18a)$$

где  $B_0$  - постоянная составляющая магнитной индукции в каждом сердечнике

$$B_0 = B_s - B_m + \frac{R w_y i_y}{8 f w_p^2 S^* 10^{-8}} \quad (19)$$

$B_m$  - амплитуда переменной составляющей индукции;

$B_s$  - амплитуда значения индукции насыщения;

$f$ - частота питающего напряжения;

$R = R_u + R_v + R_p$  – сопротивление цепи нагрузки, равное сумме сопротивлений нагрузки, вентилей и рабочих обмоток.

Подставив  $B_0$  из уравнения (19) в уравнение (18a), после дифференцирования и преобразован получим

$$T_y \frac{1}{1 + R_\partial / R_y} \frac{di_y}{dt} + i_y = \frac{U_y}{R_y + R_\partial} \quad (20)$$

$$T_y = \frac{R w_y^2}{R_y w_p^2} \cdot \frac{1}{4f} - \text{постоянная времени обмотки управления}$$

Введём обозначения:

$$T_M = T_y \frac{R_y}{R_y + R_\theta}; \quad K_M = K_u \frac{R_u}{R_y + R_\theta}; \quad u_n = K_u i_y R_y;$$

Учитывая последнее уравнение (20) в операторной форме представится

$$(T_M p + 1)U_n(p) = K_m U_y(p)$$

где  $T_M, K_M$  - постоянная времени и коэффициент усиления МУ. Передаточная функция МУ имеет вид

$$W(p) = \frac{U_n(p)}{U_y(p)} = \frac{K_m}{(1 + T_M p)} \quad (21)$$

**Пример 1.5.** Составит дифференциальное уравнение, и определить передаточную функцию стабилизирующего трансформатора (рис.5.6)

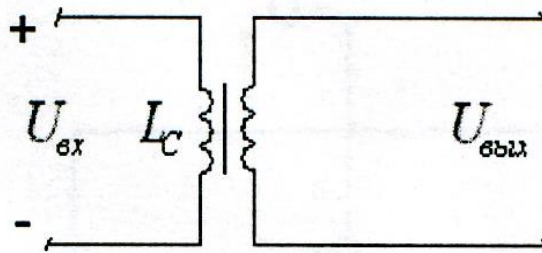


Рис.5.6. Стабилизирующий трансформатор.

**Решение.** Трансформатор стабилизирующий представляет однофазный трансформатор напряжения, индуктивность которого может регулироваться путём изменения воздушного зазора магнитной цепи Трансформатор, кроме того, позволяет установить требуемый коэффициент усиления путём изменения отношения числа витков первичной и вторичной обмоток. Для входной и выходной цепей стабилизирующего трансформатора, работающего в режиме, близком к холостому ходу (при относительно большом сопротивлении нагрузки), справедливы уравнения:

$$U_{вх} = iR_c + L_c \frac{di}{dt} \quad (22)$$

$$U_{вых} = M \frac{di}{dt}, \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{M} U_{вых} \quad (23)$$

Из (23) можно найти

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = \frac{1}{M} \frac{dU_{вых}}{dt}$$

Где  $M$ -взаимная индукция

Продифференцировав уравнение (22) и подставив в него значения  $\frac{di}{dt}$  и  $\frac{d^2 i}{dt^2}$  найденные из выражений (23), получим

$$T_c \frac{dU_{вых}}{dt} + U_{вых} = K_c T_c \frac{dU_{вх}}{dt} \quad (24)$$

где  $T_c = \frac{L_c}{R_c}$  -электрическая постоянная времени трансформатора;

$$K_c = \frac{M}{L_c} = \frac{w_2}{w_1} - \text{коэффициент передачи трансформатора}$$

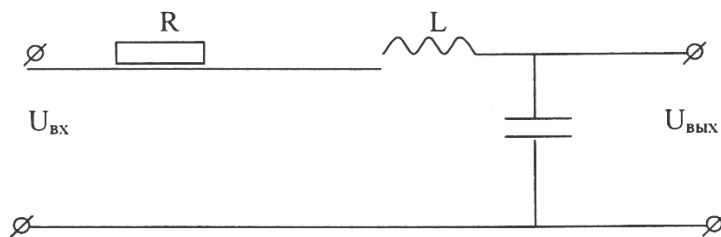
Уравнение (24) в операторной форме имеет вид

$$U_{\text{вых}}(p)(1 + T_c p) = U_{\text{вх}}(p)K_c T_c p \quad (25)$$

Откуда передаточная функция стабилизирующего трансформатора

$$W_{TC}(p) = \frac{K_c T_c p}{1 + T_c p} \quad (26)$$

**Пример 1.6.** Для четырехполюсника (5.7.) составить уравнение и определить передаточную функцию.



**Решение.** Для четырехполюсника составим уравнения входа и выхода

$$U_{\text{вх}} = iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt \quad (27)$$

$$U_{\text{вых}} = \frac{1}{C} \int idt \quad (28)$$

Продифференцируем выражение (28)

$$\frac{dU_{\text{вых}}}{dt} = \frac{1}{C} i \Rightarrow i = C \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C \frac{d^2 U_{\text{вых}}}{dt^2}$$

Подставим уравнение (28) и последние полученные выражения в (27), тогда имеем

$$U_{\text{вх}} = LC \frac{d^2 U_{\text{вых}}}{dt^2} + RC \frac{dU_{\text{вых}}}{dt} + U_{\text{вых}} \quad (29)$$

обозначим  $RC = T_1$ ;  $T_2 = L/R$  – постоянные времени четырехполюсника и уравнение (1.3.29) запишем в операторной форме

$$U_{\text{вх}}(p) = U_{\text{вых}}(p)(T_1 T_2 p^2 + T_1 p + 1) \quad (30)$$

Откуда передаточная функция четырёхполюсника имеет вид

$$W(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = \frac{1}{T_1 T_2 p^2 + T_1 p + 1} \quad (31)$$

Практическая работа №6	Структурный метод и характеристики типовых звеньев и САР.
------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>	
<b>Форма учебного занятия</b>		<b>Практические занятия</b>	
План занятия:		1. Пример 1 - Определить общую передаточную функцию разомкнутой системы по ее СС. 2. Пример 2 - Определить общую передаточную функцию замкнутой системы по ее структурной схеме.	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить составлять передаточную функцию по ММ объекта и принципиальной схеме, составлять ДУ состояния, определять ПФ по структурной схеме.			
<i>Задачи преподавателя:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>рассмотреть примеры определения ПФ по ММ объекта;</li> <li>рассмотреть примеры определения ПФ по принципиальной схеме;</li> <li>рассмотреть примеры определения ПФ по структурной схеме;</li> </ul>		<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>уметь определять ПФ по ММ объекта;</li> <li>уметь определять ПФ по принципиальной схеме;</li> <li>уметь составлять передаточную функцию по структурной схеме.</li> </ul>	
Методы и техники обучения		Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения		Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения		Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (6-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называют типовыми звеньями? 2. В чем заключается структурный метод представления САУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Основные характеристики типовых звеньев». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 - Определить общую передаточную функцию разомкнутой системы по ее структурной схеме. Пример 2 - Определить общую передаточную функцию замкнутой системы по ее структурной схеме Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают

		задание.
--	--	----------

## Практическое занятие № 6. Структурный метод и характеристики типовых звеньев и САУ.

Для расчета различных систем автоматического управления их обычно разбивают на отдельные элементы, динамическими характеристиками которых являются дифференциальные уравнения не выше второго порядка. Причем различные по своей физической природе элементы могут описываться одинаковыми дифференциальными уравнениями, поэтому их относят к определенным классам, называемым *типовыми звеньями*.

Изображение системы в виде совокупности типовых звеньев с указанием связей между ними называется структурной схемой. Она может быть получена на основе, как дифференциальных уравнений, так и передаточных функций. Данный способ и составляет суть *структурного метода*, т. е. метода представления систем автоматического управления различной физической природы.

Хотя структурный метод не предлагает новых способов расчета, он позволяет наглядно представить взаимосвязь элементов системы и оценить при наличии соответствующего опыта отдельные свойства переходных и статических процессов. Он настолько широко используется в практике проектирования, что, по существу, может считаться одним из «языков», на котором обсуждаются свойства систем автоматического управления.

Рассмотрим подробнее отдельные типовые звенья и их различные динамические характеристики.

### ПРИМЕРЫ

#### Пример.1

Определить общую передаточную функцию системы, структурная схема которой приведена на рис.6.1.

Предварительно определим передаточные функции типовых соединений звеньев: передаточная функция параллельного соединения звеньев

$$\bar{W}_1(p) = W_1(p) + W_2(p),$$

а передаточная функция последовательно соединенных звеньев

$$\bar{W}_2(p) = \bar{W}_1(p)W_3(p).$$

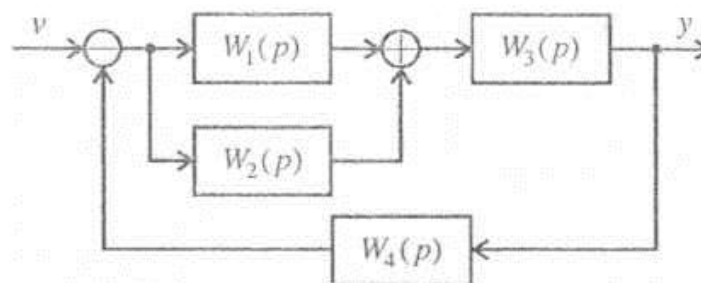


Рис.6.1. Структурная схема системы

С учетом введенных обозначений структуру системы можно привести к виду, изображенному на рис.6.2.



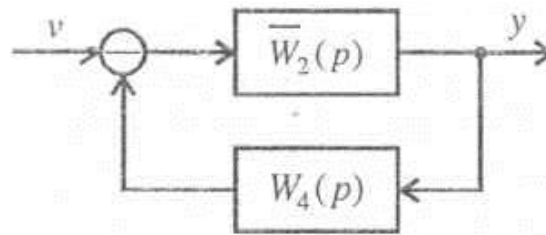


Рис.6.2. Структурная схема эквивалентной системы

Используя структурные преобразования, запишем общую передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{\bar{W}_2(p)}{1 + \bar{W}_2(p) W_4(p)}.$$

Подставляя вместо  $\bar{W}_1(p)$  и  $\bar{W}_2(p)$  их значения, получим окончательно

$$W(p) = \frac{[W_1(p) + W_2(p)] W_3(p)}{1 + [W_1(p) + W_2(p)] W_3(p) W_4(p)}.$$

### Пример.2

Определить передаточную функцию системы автоматического сопровождения цели радиолокационной станции [5], структурная схема которой представлена на рис.6.3.

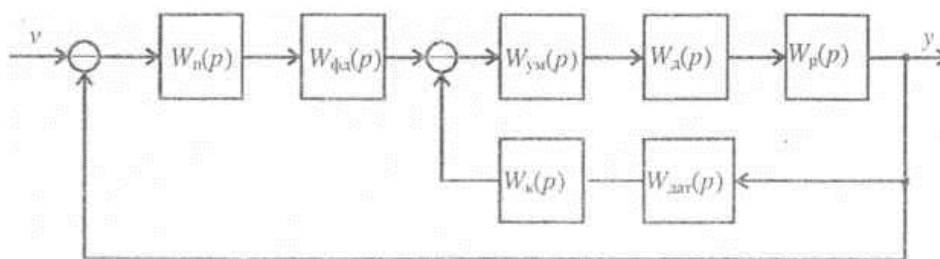


Рис.6.3. Структурная схема системы автоматического сопровождения цели

Здесь  $W_n(p)$  – передаточная функция приемника системы;  $W_{фд}(p)$  – передаточная функция фазового детектора;  $W_{ум}(p)$  – передаточная функция усилителя мощности;  $W_d(p)$  – передаточная функция двигателя;  $W_p(p)$  – передаточная функция редуктора;  $W_{дат}(p)$  – передаточная функция датчика частоты вращения антенны;  $W_k(p)$  – передаточная функция корректирующего устройства.

Используя правила структурных преобразований, запишем

$$W_1(p) = W_{ум}(p) W_d(p) W_p(p),$$

передаточную функцию

$$W_2(p) = W_{дат}(p) W_k(p)$$

и

$$W_3(p) = W_n(p) W_{фд}(p).$$

Определим передаточную функцию внутреннего контура

$$W_4(p) = \frac{W_1(p)}{1 + W_1(p) W_2(p)}$$

и прямого канала системы

$$W_5(p) = W_3(p) W_4(p).$$

Определим полную передаточную функцию системы

$$W(p) = \frac{y}{v} = \frac{W_5(p)}{1 + W_5(p)}.$$

Подставляя вместо промежуточных передаточных функций  $W_i(p), i = \overline{1,5}$ , исходные значения, получим окончательно

$$W(p) = \frac{y}{v} = \frac{W_n(p)W_{\phi\delta}(p)W_{ym}(p)W_o(p)W_p(p)}{1 + W_{ym}(p)W_o(p)W_p(p)W_{\delta am}(p)W_k(p) + W_n(p)W_{\phi\delta}(p)}.$$

### Пример.3

Изобразить структурную схему объекта, модель которого задана следующей системой дифференциальных уравнений.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + 2x_2, \\ \dot{x}_2 = -3x_1 - 5x_2 + 2u, \\ y = x_1 + x_2. \end{cases}$$

Предварительно проинтегрируем уравнения состояния

$$x_1(t) = x_1(0) + \int_0^t (-x_1 + 2x_2) dt,$$

$$x_2(t) = x_2(0) + \int_0^t (-3x_1 - 5x_2 + 2u) dt,$$

$$y = x_1 + x_2.$$

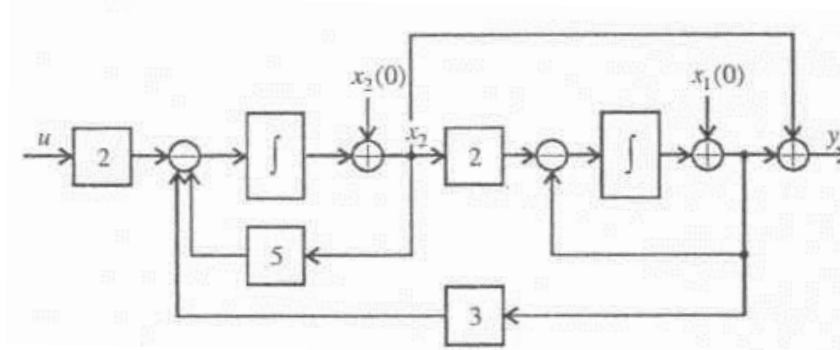


Рис.6.4. Иллюстрация составления структурной схемы по уравнениям состояния

В соответствии с интегральными уравнениями на рис. 6.4. изобразим структурную схему системы.

### Пример.4

Получить два варианта канонического описания и соответствующих структурных схем для системы, модель которой имеет вид

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{5p^2 + 2p + 7}{p^3 + 3p^2 + 4p + 1}.$$

Используем представление передаточной функции в виде

$$W(p) = \left( \frac{1}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1} \right) (b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0)$$

и запишем для нее операторные уравнения

$$\begin{cases} (p^3 + 3p^2 + 4p + 1)z = u, \\ (5p^2 + 2p + 7)z = y, \end{cases}$$

от которых перейдем к структурной схеме, приведенной на рис.6.5.

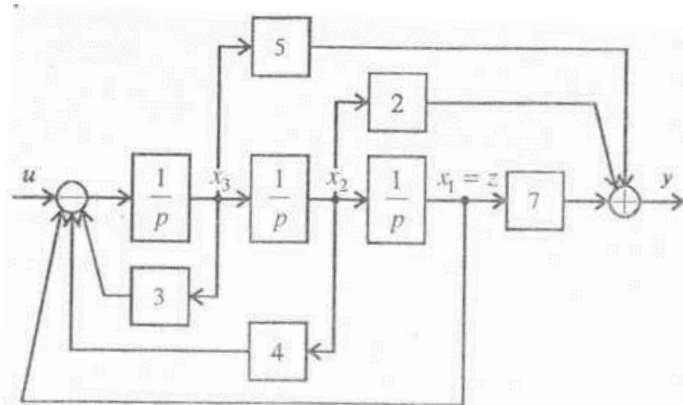


Рис.6.5. Структурная схема, соответствующая первой канонической форме

На основании этой структурной схемы запишем уравнения первой канонической формы в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 4x_2 - 3x_3 + u, \\ y = 7x_1 + 2x_2 + 5x_3. \end{cases}$$

Для перехода ко второй канонической форме представим передаточную функцию системы в виде

$$W(p) = (b_m p^m + \dots + b_1 p + b_0) \left( \frac{1}{p^n + a_n p^{n-1} + \dots + a_1} \right)$$

и запишем для нее следующие операторные уравнения:

$$\begin{cases} (p^3 + 3p^2 + 4p + 1)y = z, \\ (5p^2 + 2p + 7)u = z, \end{cases}$$

которым соответствует структурная схема, приведенная на рис.6.

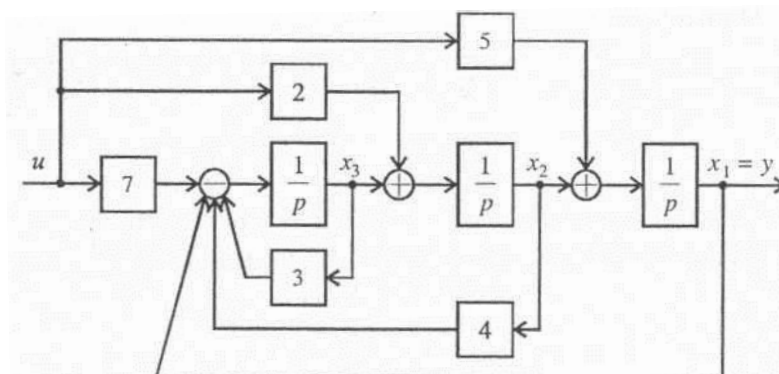


Рис.6.6. Структурная схема, соответствующая второй канонической форме

Запишем теперь модель системы в виде второй канонической формы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 5u, \\ \dot{x}_2 = x_3 + 2u, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 4x_2 - 3x_3 + 7u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

### Пример.5

Рассмотрим систему, состоящую из интегрирующего и дифференцирующего звеньев, которые соединены последовательно.

Первый вариант соединения звеньев показан на рис.6.7.

Используя структурные преобразования, найдем общую передаточную функцию

$$W(p) = \frac{1}{p} p = 1$$

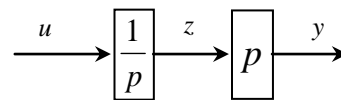


Рис.6.7. Первый вариант соединения звеньев

Отсюда следует вывод, что подобное соединение звеньев эквивалентно безынерционному звену, т. е. сигнал на выходе системы повторяет сигнал на ее входе. Покажем это, рассматривая уравнения отдельных звеньев. Выходной сигнал интегрирующего звена определяется соотношением

$$z(t) = z(0) + \int_0^t u(t) dt ,$$

где  $z(0)$  – начальное условие на интеграторе. Сигнал на выходе дифференцирующего звена, а следовательно, и всей системы имеет вид

$$y(t) = \dot{z}(t) = u(t) ,$$

что соответствует выводу, сделанному на основе анализа общей передаточной функции звеньев.

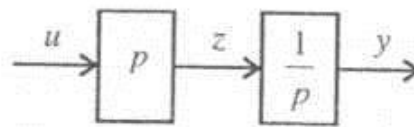


Рис.6.8. Второй вариант соединения звеньев

Второй вариант соединения звеньев показан на рис.6.8, т. е. звенья поменяли местами. Передаточная функция системы та же, что и в первом случае,

$$W(p) = p \frac{1}{p} = 1$$

Однако теперь выход системы не повторяет входной сигнал. В этом можно убедиться, рассматривая уравнения звеньев. Сигнал на выходе дифференцирующего звена соответствует уравнению

$$z(t) = \dot{u}(t) ,$$

а на выходе системы определяется соотношением

$$y(t) = y(0) + \int_0^t z(\tau) d\tau = y(0) + u(t) .$$

Как видим, во втором случае выходной сигнал отличается от сигнала на выходе первой системы на величину начального значения, несмотря на то, что обе системы имеют одну и ту же передаточную функцию.

### ЗАДАЧИ

1. Изобразить структурную схему системы, дифференциальное уравнение которой имеет вид:

а)  $2\ddot{y} + 0,5\dot{y} + y = 6u$  ;

б)  $\ddot{y} + 0,2\dot{y} + 0,3y = 5u$  ;

в)  $0,5\ddot{y} + 3\dot{y} + 6y = 7u$  .

2. Изобразить структурную схему системы, модель которой представлена в переменных состояния:

а) 
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 3x_2 - 7x_3 + u, \\ y = 2x_1 + x_2 - x_3; \end{cases}$$

б) 
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = x_3 + u, \\ \dot{x}_3 = -4x_1 - 0,5x_2 - 0,2x_3 + 3u, \\ y = x_1; \end{cases}$$

в) 
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 6x_1 + x_2 + 2u, \\ \dot{x}_2 = 2x_1 - 5x_2 - 3u, \\ y = x_1 + x_2; \end{cases}$$

г) 
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = 2x_2 - x_3, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - x_2 - 3x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_1 - 2x_2 - x_3 + u, \\ y = 2x_1 + x_2; \end{cases}$$

3. Определить передаточные функции систем, если их структурные схемы имеют вид, представленный на рис.6.9.

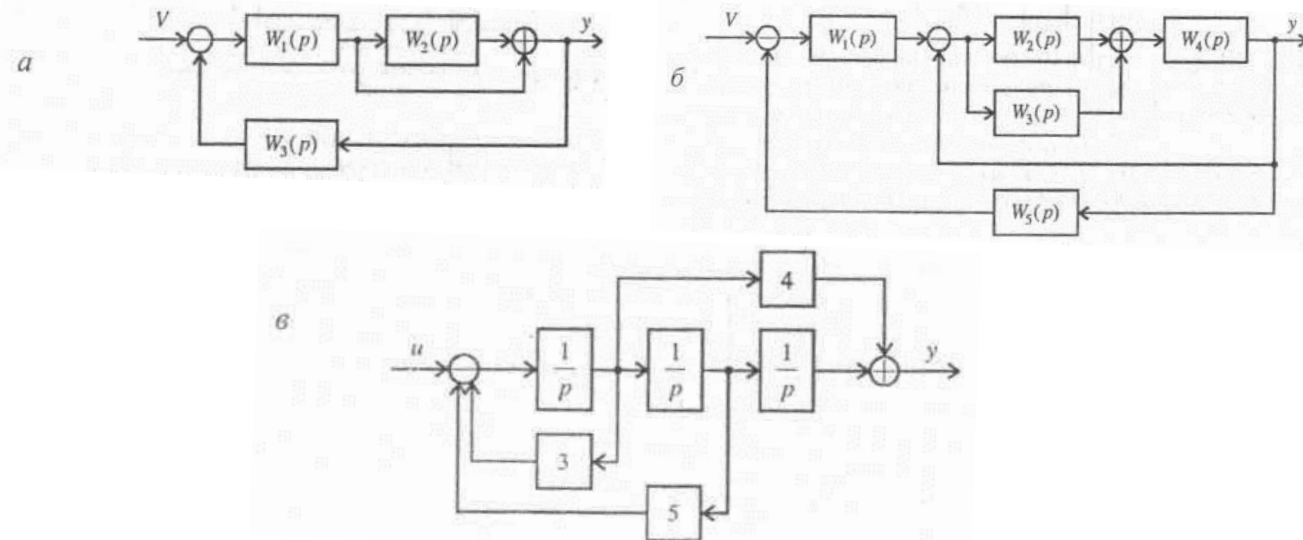


Рис.6.9. Структурные схемы к задаче.3

4. Известны структурные схемы системы (рис.6.10). Записать их модели в переменных состояния.

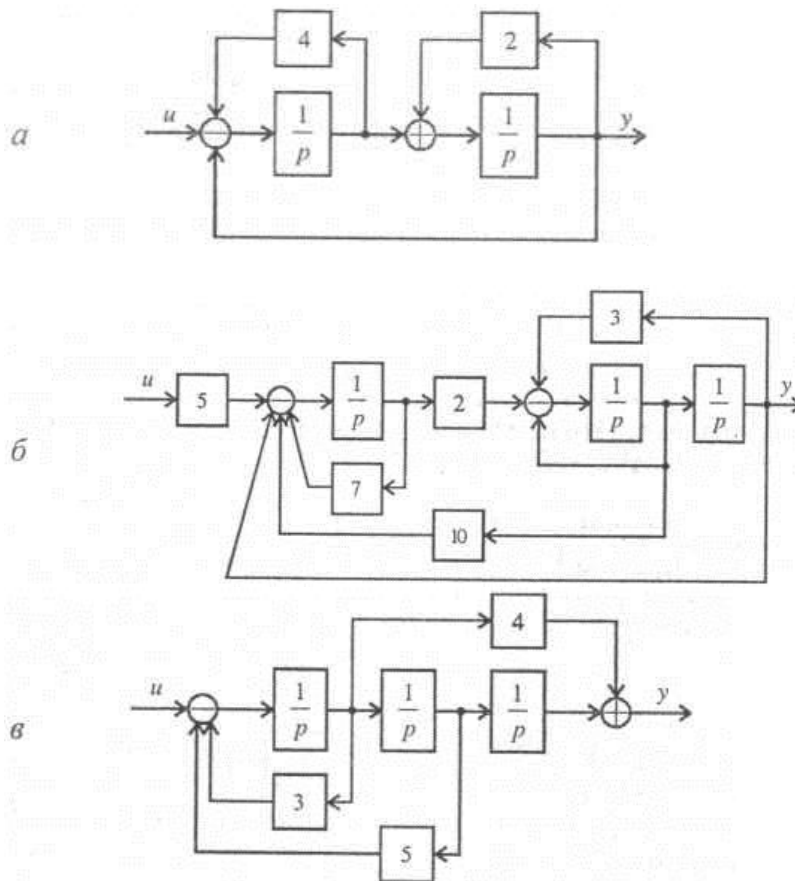


Рис.6.10. Структурная схема к задаче 5

5. Известна структурная схема системы (рис 6.11).

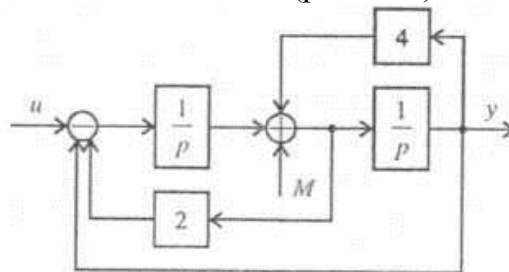


Рис.6.11. Структурные схемы к задаче 4

1. Определить передаточную функцию  $W_u(p) = \frac{y(p)}{u(p)}$  в предположении, что  $M = 0$ .
2. Определить передаточную функцию  $W_M(p) = \frac{y(p)}{M(p)}$ , полагая  $u = 0$ .
3. Записать модель системы в переменных состояния.
4. Повторить пп. 1 и 2 для системы, структурная схема которой приведена на рис.6.12.

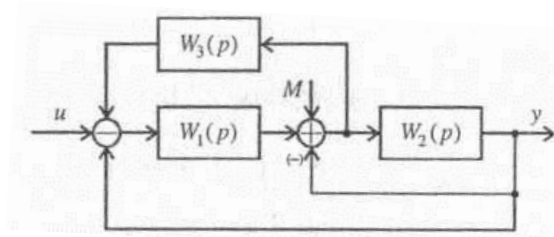


Рис.6.12. Структурная схема к задаче 5

6. Изобразить структурную схему, соответствующую первой канонической форме описания системы, имеющей передаточную функцию

$$W(p) = \frac{6p + 3}{5p^2 + 8p + 2}.$$

1. Записать первую каноническую форму.
2. Изобразить структурную схему, соответствующую второй канонической форме описания системы.
3. Записать вторую каноническую форму.

7. Изобразить структурную схему, соответствующую первой канонической форме описания системы, имеющей передаточную функцию

$$W(p) = \frac{4p + 5}{p^3 + p^2 + 3p + 2}.$$

1. Записать первую каноническую форму.
2. Изобразить структурную схему, соответствующую второй канонической форме описания системы.
3. Записать вторую каноническую форму.

8. Изобразить структурную схему, соответствующую первой канонической форме описания системы, имеющей передаточную функцию

$$W(p) = \frac{10p^2 + 3p + 1}{0,5p^3 + 0,4p^2 + p + 2}.$$

1. Записать первую каноническую форму.
2. Изобразить структурную схему, соответствующую второй канонической форме описания системы.
3. Записать вторую каноническую форму.

Практическая работа №7	Частотных характеристики типовых звеньев и САР.
------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	1. Пример 1 – Построение ЛЧХ 2. Пример 2 – Построение ФЧХ 3. Пример 3 – Построение ЛАЧХ	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить определять частотные характеристики типовых звеньев, составлять передаточную функцию по ММ объекта, определять ПФ по структурной схеме.		
<i>Задачи преподавателя:</i> • рассмотреть примеры определения ПФ по ММ объекта; • рассмотреть примеры определения частотных характеристик типовых звеньев; • рассмотреть примеры определения ПФ по структурной схеме;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • определять частотные характеристики типовых звеньев; • уметь определять ПФ по ММ объекта; • уметь составлять передаточную функцию по структурной схеме.	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (7-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется частотной характеристикой? 2. какие типовые звенья вы знаете? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Что такое ЛЧХ, ЛАЧХ, ФЧХ, АФЧХ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 – Построение ЛЧХ Пример 2 – Построение ФЧХ Пример 3 – Построение ЛАЧХ Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.



## Практическое занятие № 7. Частотных характеристики типовых звеньев и САР.

Для анализа и синтеза систем автоматического управления используются различные методы, основанные на частотных характеристиках. Как известно, имея в своём распоряжении частотные характеристики разомкнутой системы, легко определить свойства замкнутой системы.

Частотная характеристика разомкнутой системы или отдельных элементов  $W(j\omega)$  может быть получена заменой «р» на  $j\omega$  в выражении передаточной функции. График функции  $W(j\omega)$  называется амплитудно-фазочастотной или просто амплитудно-фазовой характеристикой. Выделим в выражении частотной характеристики вещественную  $P(\omega)$  и мнимую  $Q(\omega)$  составляющие:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (1)$$

Графики  $P(\omega)$  и  $Q(\omega)$  называются амплитудно-фазочастотной характеристикой, соответственно вещественной и мнимой частотной характеристикой. Амплитудная частотная характеристика или модуль амплитудно-фазовой характеристики определяется из выражения

$$A(j\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (2)$$

Фазово-частотная характеристика или аргумент амплитудно-фазовой характеристики определяется из выражения

$$y(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \quad (3)$$

**Логарифмически частотные характеристики (ЛЧХ)** используются при исследовании систем автоматического управления с помощью частотных методов и представляют собой амплитудную и фазовую частотные характеристики замкнутых или разомкнутых систем или элементов, построенные в полуграфическом масштабе.

**Логарифмической амплитудной частотной характеристикой (ЛАЧХ)** системы или элементов называется кривая, соответствующая 20 десятичным логарифмам модуля частотной характеристики системы или элементов, построенная в десятичном логарифмическом масштабе частот

$$L(\omega) = 20 \lg |A(j\omega)|, \quad (2a)$$

где  $L(\omega)$  - логарифмическая амплитудная частотная характеристика системы или элементов.

**Логарифмической Фазовой частотной характеристикой (ФЧХ)** системы или элементов называется фазовая характеристика  $y(\omega)$  построенная в десятичном логарифмическом масштабе частот. При построении ЛЧХ на оси абсцисс откладывают десятичные логарифмы частоты  $\omega$  или значения самой частоты в логарифмическом масштабе (рис.7.1.а). На практике наиболее распространёнными является второй способ, при котором шкала в отношении  $\omega$  будет неравномерной (логарифмическая шкала). Отрезок этой шкалы, соответствующий изменению  $\omega$  в десять раз, называется **декадой** а отрезок, соответствующий изменению  $\omega$  в два раза - **октавой** (см.рис. 7.1.а).

Построение логарифмической шкалы производят с помощью шаблона (рис.7.1.б), рассчитываемого по формуле

$$l = m_g \lg k$$

где  $m_g$  - масштаб декады, выбираемый с точки зрения удобства построения и требуемой

относительной погрешности;

$k$ - числа от 1 до 10;

$e$  - величина отрезка шкалы между точкой, соответствующей  $k=1$ , и последующими точками.

На оси ординат при построении ЛАХ значения амплитудной частотной характеристики откладывают в

децибелах. Перевод чисел в децибелы производится по формуле

$$L(B) \text{ дБ} = 20 \lg B$$

где  $B$  - число;

$L(B)$  - число  $B$ , измеренное в децибелах.

**Пример 1.** Построить амплитудно-фазовую характеристику системы с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{35}{p(0.15p + 1)(0.04p + 1)}$$

**Решение. Первый способ построения**

Подставим вместо  $p=j\omega$ , получим

$$W(j\omega) = \frac{35}{j\omega(0.15j\omega + 1)(0.04j\omega + 1)} \quad (4)$$

Выделим в (2.1.4) вещественную и мнимую части. Для этого сначала раскроем скобки в знаменателе (2.1.4)

$$W(j\omega) = \frac{35}{(-j0.006\omega^3 - 0.15\omega^2 - 0.04\omega^2 + j\omega)} = \frac{35}{0.19\omega^2 + j(0.006\omega^3 - \omega)} \quad (5)$$

Умножим числитель и знаменатель выражения (5) на комплексно-сопряжённое число  $0.19\omega^2 + j(0.006\omega^3 - \omega)$ , тогда и получим

$$W(j\omega) = -\frac{6,65\omega^2}{0,036\omega^4 + (0,006\omega^3 - \omega)^2} + \frac{35(0.006\omega^3 - \omega)}{0.036\omega^4 + (0.006\omega^3 - \omega)^2} = P(\omega) + jQ(\omega),$$

где

$$P(\omega) = -\frac{6,65\omega^2}{0.036\omega^4 + (0.006\omega^3 - \omega)^2} - \text{вещественная часть}$$

$$Q(\omega) = \frac{35(0.006\omega^3 - \omega)}{0.036\omega^4 + (0.006\omega^3 - \omega)^2} - \text{мнимая часть}$$

Учитывая выражение (2) и (3), найдем:

$$A(\omega) = \sqrt{\left[ \frac{-6,65\omega^2}{0,036\omega^4 + (0,006\omega^3 - \omega)^2} + \frac{35(0.006\omega^3 - \omega)}{0.036\omega^4 + (0.006\omega^3 - \omega)^2} \right]^2} - \text{амплитудная}$$

частотная характеристика;

$$Y(\omega) = \arctg \frac{35(0.006\omega^3 - \omega)}{-6.65\omega^2} = -\arctg \frac{5.26}{\omega} (0.006\omega^3 - 1) - \text{фаза-частотная}$$

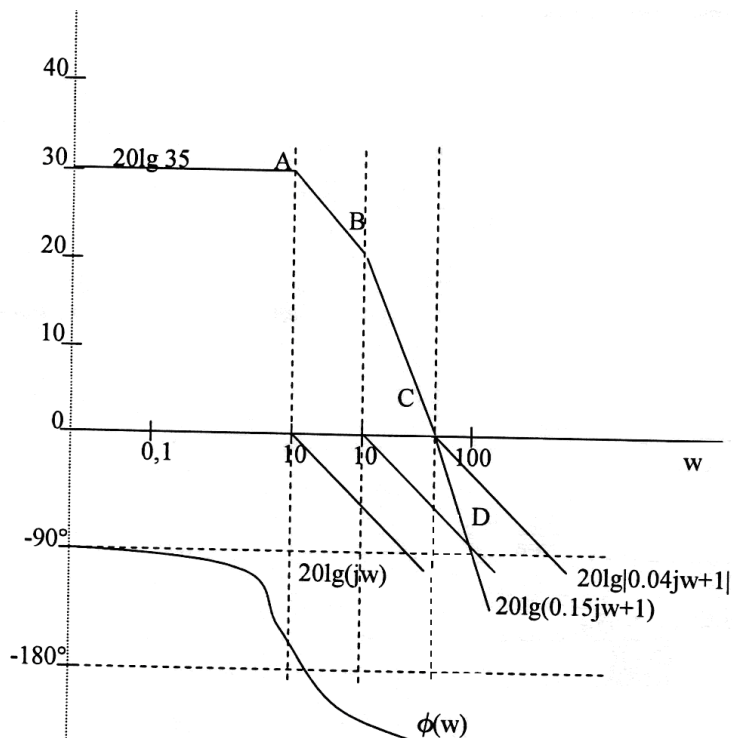
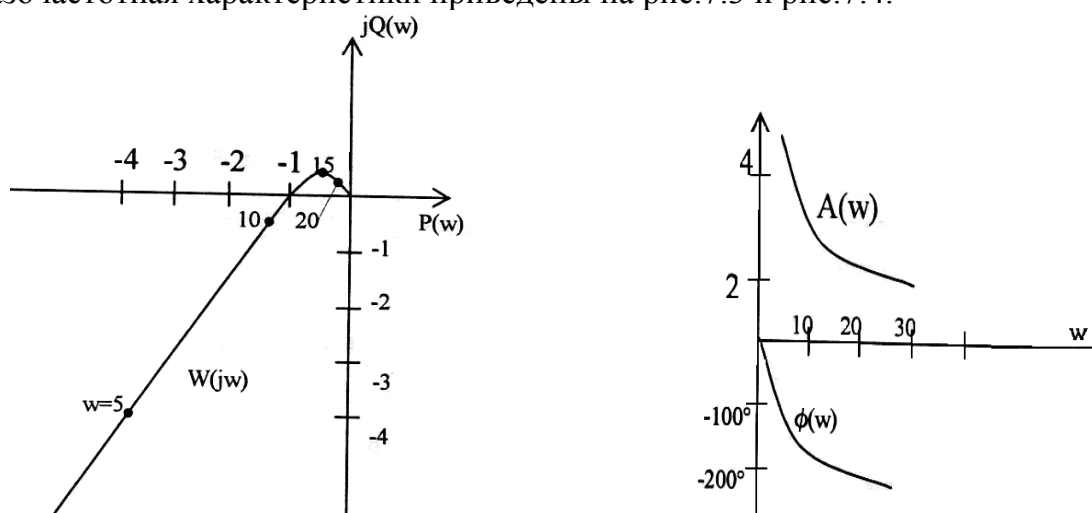
характеристика.

Подставляя значения частоты в интервале  $0 < \omega < \infty$ , получим таблицу 1

Таблица 1.

W	5	10	15	20
P(w)	-4	-1.8	-0.66	-0.3
Q(w)	-3.7	-0.38	0.11	0.12
A(w)	5.5	1.8	0.67	0.3
Y(w)	-135°	-170°	-189°	-198°

Построенные по данным таблицы 1 амплитудно-фазовая, амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики приведены на рис.7.3 и рис.7.4.



**Второй способ.** Амплитудно-фазовая характеристика системы может быть построена по амплитудно-фазовым характеристикам отдельных звеньев. Выражение 5 можно представить как произведение трёх частотных характеристик, т.е.

$$W(jw) = W_1(jw) \cdot W_2(jw) \cdot W_3(jw)K \quad (6)$$

$$\text{где } W_1(j\omega) = \frac{1}{j\omega}; \quad W_2(j\omega) = \frac{1}{0.15\omega + 1}; \quad W_3(j\omega) = \frac{1}{0.04\omega + 1};$$

Амплитудно-фазовая характеристика  $W_1(j\omega)$  интегрирующего звена совпадает с отрицательной мнимой осью (рис. 5а). амплитудно-фазовые характеристики  $W_2(j\omega)$ ,  $W_3(j\omega)$  апериодических звеньев представляют собой полуокружности с диаметром, равным единице (рис.2.1.56 и рис.2.1.5в).

Задаваясь различными величинами  $\omega$ , определим значения модуля  $A(\omega)$  и  $Y(\omega)$  для каждого звена. Далее, вычисляя произведение  $KA_1(\omega)A_2(\omega)A_3(\omega)$  и сумму  $Y_1+Y_2+Y_3$  найдем вектор полной амплитудно-фазовой характеристики, после чего легко получим показанную ранее амплитудно-фазовую характеристику  $W(j\omega)$  (рис.7.3.). Значения модулей и фаз для трёх амплитудно-фазовых характеристик приведены в таблице 2, В этой же таблице помещены суммарные значения фазы  $Y(\omega)$  и модуля  $A(\omega)$ .

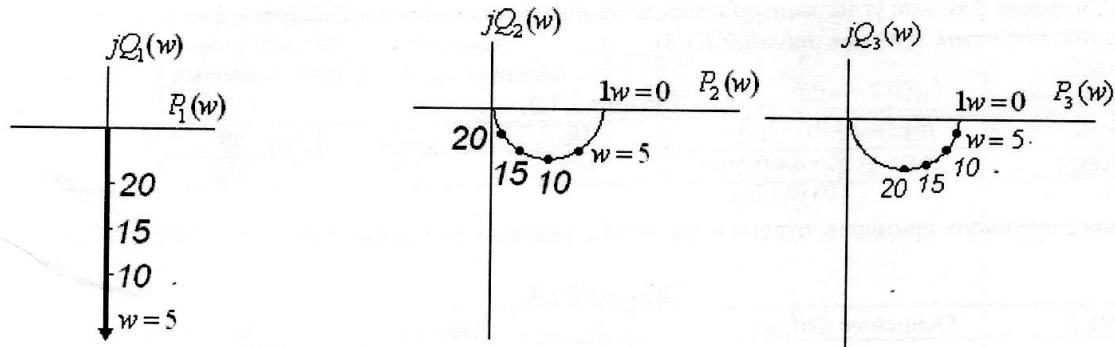


Таблица.2

$\omega$	5	10	15	20
$A_1(\omega)$	0,2	0,1	0,67	0,05
$A_2(\omega)$	0,78	0,52	0,37	0,28
$A_3(\omega)$	0,99	0,93	0,86	0,78
$Y_1(\omega)$	$-90^\circ$	$-90^\circ$	$-90^\circ$	$-90^\circ$
$Y_2(\omega)$	$-37^\circ$	$-57^\circ$	$-66^\circ$	$-72^\circ$
$Y_3(\omega)$	$-11^\circ$	$-22^\circ$	$-31^\circ$	$-39^\circ$
$A(\omega)$	5,4	1,7	0,74	0,37
$Y(\omega)$	$-138^\circ$	$-169^\circ$	$-187^\circ$	$-201^\circ$

Как видно из таблицы 2 значения фазы и полного модуля.  $A(\omega)$  совпадают с соответствующими значениями, помещенными в таблице 1.

**Пример 2.** Построить логарифмические амплитудно и фазовую частотные характеристики для систем, передаточная функция которой

$$W(p) = \frac{35}{p(0.15p + 1)(0.04p + 1)} \quad (7)$$

Подставим  $p=j\omega$  получим:

$$W(p) = \frac{35}{j\omega(0.15j\omega + 1)(0.04j\omega + 1)} \quad (8)$$

откуда

$$20\lg|W(j\omega)| = 20\lg 35 - 20\lg|j\omega| - 20\lg|0.15j\omega + 1| - 20\lg|0.04j\omega + 1| \quad (9)$$

В практических расчетах целесообразно пользоваться асимптотическими логарифмическими характеристиками, которые представляют собой отрезки прямых

линий, сопрягающихся при  $\omega = 1/T$ ,  $T$ - постоянная времени звена. Рассматриваемая система состоит из одного интегрирующего звена и двух апериодических звеньев первого порядка. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика интегрирующего звена при  $k = 1$  - прямая с наклоном - 20 дБ/дек, проходящая через точку  $\omega = 1$  на оси частот. Логарифмические амплитудно-частотные характеристики апериодических звеньев при  $k = 1$  состоят из двух прямых - одной, совпадающей с осью частот, и второй, проходящей с наклоном - 20 дБ/дек коси частот. Обе прямые сопрягаются на оси частот в точке  $\omega = 1/T$ . Сопрягающие частоты равны:  $\omega_1 = 1/0.15 = 6.6 \text{ сек}^{-1}$ ;  $\omega_2 = 1/0.04 = 25 \text{ сек}^{-1}$

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика, соответствующая усилительному звену с коэффициентом передачи  $k = 35$ , представляет собой прямую, параллельную оси частот и отстоящую от неё на расстоянии  $20 \lg 35 = 29.7 \text{ дБ}$ .

Складывая характеристики звеньев, получим искомую логарифмическую амплитудно-частотную характеристику системы (ломаная линия А-В-С-Д на рис.2.1.6).

Чтобы построить логарифмические фазовые частотные характеристики звеньев, следует определить фазовый угол  $\varphi$  для каждого звена по формуле

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \left[ \frac{Q_i(\omega)}{P_i(\omega)} \right] \quad (10)$$

Просуммировав фазовые углы звеньев в определённом диапазоне частот получим фазовую характеристику системы  $\varphi$  (см. таблицу 3).

Таблица 3.

$\omega$	0.1	1,0	10	20	60	100
$\varphi^0(\omega)$	91	101	167	205	230	245

Практическая работа №8	Устойчивость линейных непрерывных систем. Алгебраические критерии устойчивости.
------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	1. Пример 1 - Проверить устойчивость системы первого порядка 2. Пример 2 - Проверить устойчивость системы второго порядка	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить определять частотные характеристики типовых звеньев, составлять передаточную функцию по ММ объекта, определять ПФ по структурной схеме.		
<i>Задачи преподавателя:</i> • рассмотреть примеры определения устойчивости систем первого порядка; • рассмотреть примеры определения устойчивости систем высшего порядка ; • рассмотреть примеры определения устойчивости систем с помощью Критериев Гурвица и Раусса;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • уметь определять устойчивость систем первого порядка; • уметь определять устойчивость систем высшего порядка ; • уметь определять устойчивость систем с помощью Критериев Гурвица и Раусса;	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (8-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется устойчивостью САУ? 2. По каким критериям определяется устойчивость САУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Алгебраические критерии устойчивости?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 - Проверить устойчивость системы первого порядка. Пример 2 - Проверить устойчивость системы второго порядка. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают

		задание.
--	--	----------

## Практическое занятие № 8. Устойчивость линейных непрерывных систем. Алгебраические критерии устойчивости.

В этом разделе начинаем исследование свойств процессов, происходящих в системах автоматики. Важнейшим из них является устойчивость – основное качественное свойство системы автоматического управления, без которого она неработоспособна.

Физически устойчивость означает, что при ограниченном входном воздействии выходной сигнал также является ограниченным и процессы в системе стремятся к определенному значению при любых начальных условиях.

Отметим, что в случае линейной системы устойчивость определяется только ее структурой и параметрами и не зависит от величины внешних воздействий и начальных условий.

### ПРИМЕРЫ

#### *Пример.1*

Проверить устойчивость системы первого порядка, передаточная функция которой имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}.$$

Ее характеристическое уравнение следующее:

$$Tp+1=0.$$

Оно имеет только один корень  $\lambda = -1/T$ , который при  $T > 0$  будет вещественным отрицательным.

Следовательно, положительность коэффициентов характеристического уравнения для системы первого порядка является необходимым и достаточным условием устойчивости.

#### *Пример.2*

Проверить устойчивость следующей системы второго порядка

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2dTp + 1}.$$

Запишем ее характеристическое уравнение

$$T^2 p^2 + 2dTp + 1 = 0$$

и найдем корни

$$\lambda_{1,2} = \frac{-d}{T} \pm \frac{\sqrt{d^2 - 1}}{T}.$$

Они будут иметь отрицательную вещественную часть, если одновременно выполняются условия

$$T > 0, d > 0.$$

Таким образом, положительность коэффициентов характеристического уравнения для системы второго порядка также является необходимым и достаточным условием устойчивости.



### Пример.3

Проверить с помощью критерия Гурвица устойчивость системы третьего порядка, дифференциальное уравнение которой имеет вид

$$\ddot{y} + a_3\dot{y} + a_2y + a_1y = bu.$$

Запишем ее характеристическое уравнение

$$p^3 + a_3p^2 + a_2p + a_1 = 0$$

и составим из коэффициентов матрицу Гурвица

$$H = \begin{bmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ 1 & a_2 & 0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{bmatrix}.$$

Получим следующие условия устойчивости системы:

- 1)  $\Delta_1 = a_3 > 0$ ;
- 2)  $\Delta_2 = a_3a_2 > a_1$ ;
- 3)  $\Delta_3 = \det H = a_1\Delta_2 > 0$  или  $a_1 > 0$ .

Поскольку положительность всех коэффициентов характеристического уравнения следует из необходимого условия, условие устойчивости системы третьего порядка принимает вид

$$a_3a_2 > a_1.$$

Данное условие можно рассматривать как частный случай критерия Гурвица, т. е. оно является необходимым и достаточным условием устойчивости для систем третьего порядка.

### Пример.4

Проверить с помощью критерия Гурвица устойчивость двигателя постоянного тока с независимым возбуждением, полагая в качестве выходной переменной угол поворота двигателя  $\alpha$ , который связан с угловой скоростью вращения соотношением

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}.$$

Добавим к основным уравнениям двигателя, приведенным в примере 2.4, выражение для угловой скорости вращения и получим модель объекта

$$\begin{cases} L \frac{dI}{dt} + RI + c_1\omega = U_{я}, \\ J \frac{d\omega}{dt} = c_2I - M_c, \\ \omega = \frac{d\alpha}{dt}. \end{cases}$$

Запишем ее в виде одного дифференциального уравнения относительно переменной  $\alpha$ :

$$T_{я}T_{м}\ddot{\alpha} + T_{м}\dot{\alpha} + \alpha = ku - k_{м}(T_{я}p + 1)M,$$

все параметры которого приведены в примере 2.4. Определим передаточную функцию двигателя по управлению, полагая  $M = 0$ ,

$$W(p) = \frac{\alpha}{u} = \frac{k}{T_{я}T_{м}p^3 + T_{м}p^2 + p}.$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$T_{я}T_{м}p^3 + T_{м}p^2 + p = 0.$$

Предварительно запишем это уравнение в стандартной форме

$$p^3 + \frac{1}{T_я} p^2 + \frac{1}{T_я T_м} p = 0.$$

и составим матрицу Гурвица

$$H = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_я} & 0 & 0 \\ 1 & \frac{1}{T_я T_м} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Как видим,  $\det H = 0$ . Следовательно, двигатель постоянного тока с независимым возбуждением, выходной переменной которого является угол поворота, находится на границе устойчивости.

**Пример.5**

Проверить устойчивость системы, структурная схема которой приведена на рис.8.1. Здесь

$$W_0(p) = \frac{2}{p^3 + 2p^2 + 2p + 1}.$$

Определим передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{2}{p^3 + 2p^2 + 2p + 3}$$

и запишем ее характеристический полином

$$F(p) = p^3 + 2p^2 + 2p + 3.$$

Перейдем к выражению для годографа Михайлова

$$F(j\omega) = -j\omega^3 - 2\omega^2 + 2j\omega + 3$$

и представим его в форме

$$F(j\omega) = R_F(\omega) + jI_F(\omega) = (3 - 2\omega^2) + j(2\omega - \omega^3).$$

С целью построения годографа Михайлова вычислим значения вещественной и мнимой частей при конкретных значениях частоты и занесем их в табл.1.

Таблица 1

$\omega$	0	1	1,22	1,41	...	$\infty$
$R_F(\omega)$	3	1	0	-1	...	$-\infty$
$I_F(\omega)$	0	1	0,61	0	...	$-\infty$

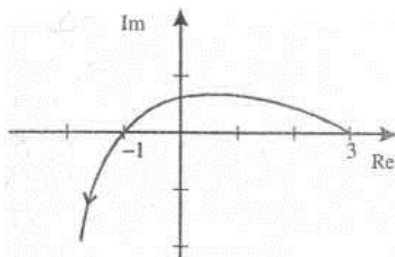


Рис. 8.2. Годограф Михайлова для примера 5

По данным таблицы построим годограф Михайлова.

Как видим из рис.8.2., он проходит последовательно три квадранта, не обращаясь в нуль и стремясь к бесконечности в третьем квадранте. Следовательно, система устойчива.

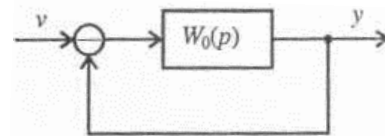


Рис.8.1. Структурная схема исследуемой системы

### Пример 6

Проверить устойчивость системы, структурная схема которой приведена на рис.3. Данная система представляет собой упрощенную модель одного из сочленений руки робота-манипулятора. Исполнительным механизмом является двигатель постоянного тока (см. пример 4), а соединение с рукой осуществляется через редуктор.

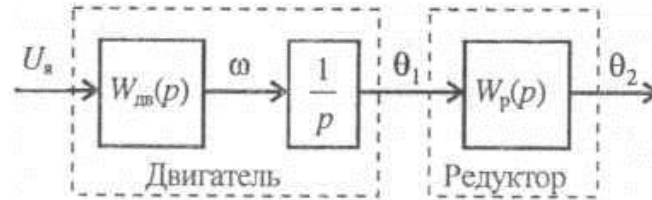


Рис.8.3. Структурная схема руки робота

Здесь  $U_я$  – напряжение, подаваемое на якорь двигателя;  $\omega$  – угловая скорость вращения двигателя;  $\theta_1$  – угол поворота вала двигателя;  $\theta_2$  – угол поворота руки. При отсутствии возмущений взаимосвязь между скоростью вращения двигателя  $\omega$  и входным напряжением  $U_я$  определяет передаточная функция (пример 8)

$$W_{ос}(p) = \frac{k}{T_я T_м p^2 + T_м p + 1},$$

а угол поворота вала двигателя  $\theta_1$  связан с его угловой скоростью вращения зависимостью  $\omega = \dot{\theta}_1$ . Ей соответствует на схеме вторая передаточная функция  $1/p$ . Редуктор представляет собой безынерционное звено с передаточной функцией  $W_p(p) = \frac{1}{r}$ , где  $r$  – передаточное отношение редуктора.

Проверим устойчивость системы при следующих значениях параметров передаточных функций:  $W_{ос}(p) = \frac{0,6}{0,13p^2 + 1,43p + 1}$ ,  $W_p(p) = \frac{1}{30}$ . Определим общую передаточную функцию сочленения руки робота

$$W(p) = \frac{k/r}{(T_я T_м p^2 + T_м p + 1)p} = \frac{0,02}{(0,13p^2 + 1,43p + 1)p}$$

и запишем характеристический полином

$$F(p) = (0,13p^2 + 1,43p + 1)p.$$

Выражение для годографа Михайлова

$$F(j\omega) = -j0,13\omega^3 - 1,43\omega^2 + j\omega,$$

представим в форме

$$F(j\omega) = -1,43\omega^2 + j(\omega - 0,13\omega^3).$$

Поскольку при  $\omega = 0$  вещественная и мнимая части  $F(j\omega)$  одновременно обращаются в нуль, годограф Михайлова начинается в начале координат. Это означает, что система находится на границе устойчивости.

### Пример.6

Проверить устойчивость системы управления (рис.8.4) с помощью критерия Найквиста

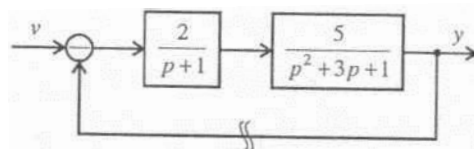


Рис.8.4. Структурная схема системы управления

Разорвем обратную связь и определим передаточную функцию разомкнутой системы

$$W_0(p) = \frac{2}{p+1} \cdot \frac{5}{p^2+3p+1} = \frac{10}{p^3+4p^2+4p+1}$$

Согласно критерию Гурвица, разомкнутая система устойчива. Перейдем теперь к выражению для амплитудно-фазовой частотной характеристики

$$W_0(j\omega) = \frac{10}{(1-4\omega^2) + j(4\omega - \omega^3)}$$

и выделим ее вещественную и мнимую части

$$W_0(j\omega) = \frac{10(1-4\omega^2)}{(1-4\omega^2)^2 + (4\omega - \omega^3)^2} - j \frac{10(4\omega - \omega^3)}{(1-4\omega^2)^2 + (4\omega - \omega^3)^2}$$

Построим амплитудно-фазовую частотную характеристику разомкнутой системы, изменяя  $\omega$  от 0 до  $\infty$ . Ниже приведены значения вещественной и мнимой частей для отдельных точек (табл.2.).

Таблица 2.

$\omega$	0	0,5	2	$\infty$
$\text{Im}[W_0(j\omega)]$	0	-16/3	0	0
$\text{Re}[W_0(j\omega)]$	10	0	-2/3	0

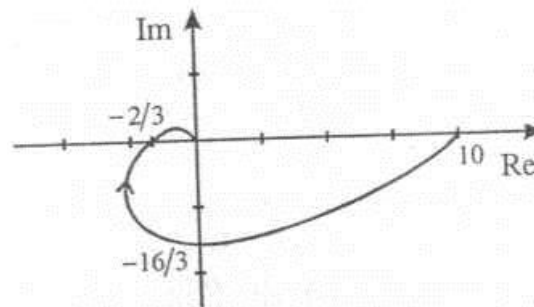


Рис.8.5. Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы

Амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы представлена на рис.8.5. Она не охватывает точку с координатами  $\{-1; j0\}$ . Следовательно, замкнутая система устойчива.

**Пример.7**

Проверить с помощью критерия Найквиста устойчивость системы фазовой автоподстройки частоты, упрощенная структурная схема которой приведена на рис.6.

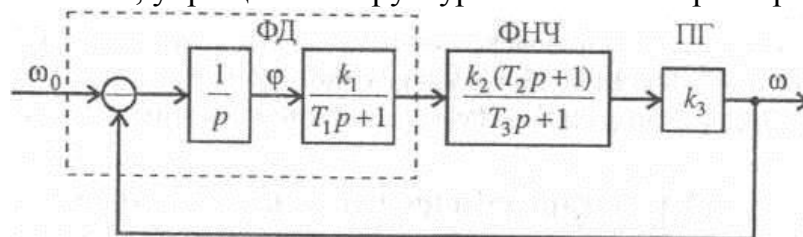


Рис.8.6. Структурная схема системы фазовой автоподстройки частоты

Здесь ПГ – подстраиваемый генератор, частоту которого ( $\omega$ ) нужно стабилизировать; ФНЧ – фильтр нижних частот; ФД – фазовый детектор;  $\omega_0$  – эталонная частота;  $\varphi$  – разность фаз. Параметры передаточных функций соответствующих устройств следующие:  $T_1 = 0,1$  с,  $T_2 = 0,04$  с,  $T_3 = 0,005$  с,  $k = k_1 k_2 k_3 = 200$  с<sup>-1</sup>.

Разорвем обратную связь и определим передаточную функцию разомкнутой системы

$$W_p(p) = \frac{k(T_2 p + 1)}{p(T_1 p + 1)(T_3 p + 1)}.$$

Подставляя вместо параметров их численные значения, получим

$$W_p(p) = \frac{200(0,04 p + 1)}{0,0005 p^3 + 0,105 p^2 + p}.$$

Перейдем теперь к частотной характеристике

$$W_p(j\omega) = \frac{200(0,04 j\omega + 1)}{-0,105\omega^2 + j\omega(1 - 0,0005\omega^2)}$$

$$W_p(j\omega) = \frac{200[(-0,065\omega^2 + 0,00002\omega^4) - j(\omega + 0,00475\omega^3)]}{0,011025\omega^4 + \omega^2(1 - 0,0005\omega^2)^2}.$$

и фазовой частотной характеристик

$$\varphi_p(\omega) = \text{arctg} \frac{-1 - 0,00475\omega^2}{-0,065\omega + 0,00002\omega^3}.$$

В логарифмическом масштабе амплитудно-частотная характеристика имеет вид

$$L_p(\omega) = 20 \lg 200 - 20 \lg \omega + 20 \lg [(-0,065\omega + 0,00002\omega^3)^2 + (1 + 0,00475\omega^2)^2] -$$

$$- 20 \lg [0,011025\omega^3 + \omega(1 - 0,0005\omega^2)^2].$$

На рис.8.7 представлены логарифмические амплитудно-частотная и фазовая частотные характеристики разомкнутой системы.

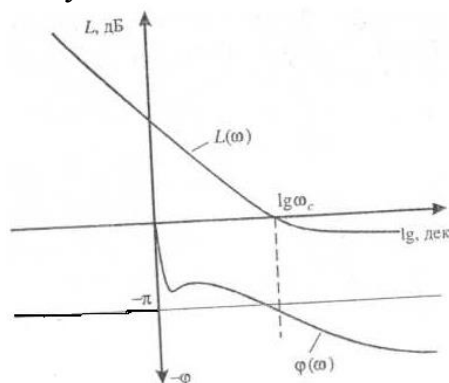


Рис.8.7. Логарифмические характеристики разомкнутой системы

Поскольку логарифмическая амплитудно-частотная характеристика пересекает ось абсцисс позже, чем фазовая частотная характеристика достигает значения  $\varphi(\omega)_p = -\pi$ , то замкнутая система будет неустойчива.

### Пример.8

Определить область устойчивости системы (рис.8.8.) по коэффициенту усиления.

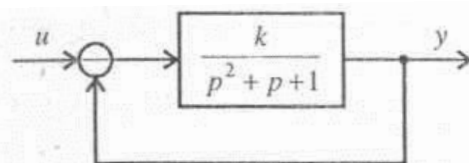


Рис.8.8. Структурная схема системы

Определим передаточную функцию замкнутой системы

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{k}{p^2 + p + 1 + k}$$

и запишем ее характеристическое уравнение

$$A(p) = p^2 + p + 1 + k = 0.$$

Здесь  $k$  – параметр, по которому строится область устойчивости, поэтому обозначим его через  $D$ . Решим характеристическое уравнение относительно  $D$  и заменим  $p \rightarrow j\omega$ . В результате получим уравнение для кривой  $D$ -разбиения

$$D(j\omega) = \omega^2 - j\omega - 1 = (\omega^2 - 1) - j\omega.$$

Вычислим значения вещественной и мнимой частей  $D(j\omega)$  при положительных значениях частоты и занесем их в табл. 4.3.

Таблица 3.

$\omega$	0	1	2	...	$\infty$
$R_D(\omega)$	-1	0	3	...	$\infty$
$I_D(\omega)$	0	-1	-2	...	$-\infty$

Для построения всей кривой  $D$ -разбиения полученную половину  $D(j\omega)$  отобразим относительно оси абсцисс (рис.8.9.).

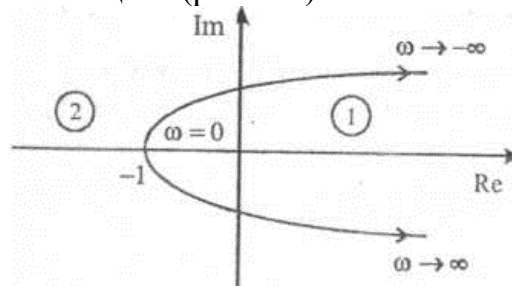


Рис.8.9. Кривая  $D$ -разбиения для исследуемой системы

Как видим, кривая  $D$ -разбиения разделила плоскость параметра на две подобласти (1 и 2). Выбираем по одному вещественному значению  $D$  в каждой из них и оцениваем устойчивость. Исследуемая система имеет второй порядок, поэтому необходимым и достаточным условием ее устойчивости является положительность всех коэффициентов характеристического уравнения. Следовательно, первая область есть область устойчивости ( $-1 < k < \infty$ ), а вторая - неустойчивости.

### ЗАДАЧИ

1. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы, передаточная функция которой имеет вид

$$W(p) = \frac{10(2p+1)}{p(p+1)(3p+1)}.$$

2. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.4.10), если  $W_1(p) = \frac{1}{p+2}$ ,  $W_2(p) = \frac{5}{p^2+3p+1}$ .

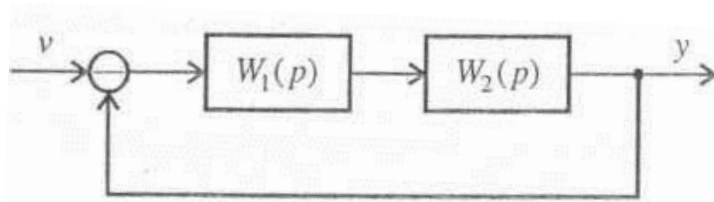


Рис.8.10. Структурная схема системы к задаче 2

3. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.11), если  $k_1 = k_2 = 1$ ,  $k_3 = 2$ ,  $k_4 = 5$ ,  $T_1 = 1$  с,  $T_2 = 0,5$  с.

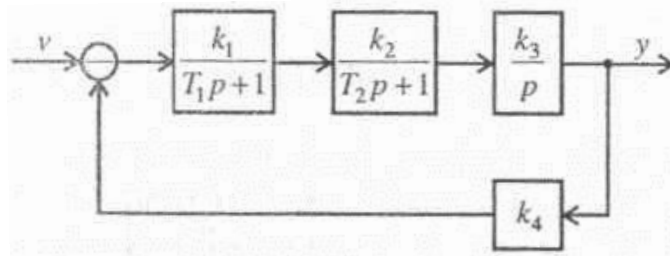


Рис. 8.11. Структурная схема системы к задаче 3

4. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость замкнутой системы, если уравнения состояния разомкнутой системы имеют вид

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -3x_2 - 5x_3 + 10u, \\ y = x_1 + 2x_2. \end{cases}$$

5. С помощью критерия Гурвица проверить устойчивость системы (рис.12), если  $W_1(p) = \frac{1}{p+1}$ ,  $W_2(p) = \frac{2}{0,5p+1}$ ,  $W_3(p) = \frac{4}{p}$ .

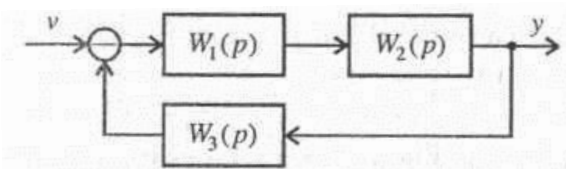


Рис. 8.12. Структурная схема системы к задаче 5

6. Используя критерий Михайлова, проверить устойчивость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -x_1 + x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - 3x_2 - 5x_3 + u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

7. Используя критерий Михайлова, проверить устойчивость системы с передаточной функцией

$$W(p) = \frac{10}{p^3 + 3p^2 + 2p + 6}.$$

8. С помощью критерия Михайлова проверить устойчивость системы (см. рис.8.10.), если  $W_1(p) = \frac{10}{p}$ ,  $W_2(p) = \frac{1}{2p^2 + 3p + 1}$ .

9. С помощью критерия Михайлова проверить устойчивость системы (см. рис.8.12.), если  $W_1(p) = \frac{20}{0,01p+1}$ ,  $W_2(p) = \frac{3}{0,25p^2+0,5p+1}$ ,  $W_3(p) = \frac{1}{0,2p+1}$ .

10. С помощью критерия Михайлова проверить устойчивость системы (рис.8.13).

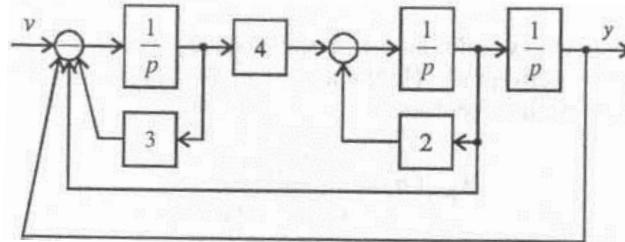


Рис.8.13. Структурная схема системы к задаче 10

11. Проверить устойчивость замкнутой системы с отрицательной обратной связью, используя критерий Найквиста, если передаточная функция разомкнутой имеет вид

$$W_{раз}(p) = \frac{2(p+1)}{p(0,1p^2+0,1p+1)}.$$

12. С помощью критерия Найквиста проверить устойчивость системы (см. рис.8.10.), если  $W_1(p) = \frac{15}{4p+1}$ ,  $W_2(p) = \frac{2}{3p^2+p+1}$ .

13. С помощью критерия Найквиста проверить устойчивость системы (рис.8.14.).

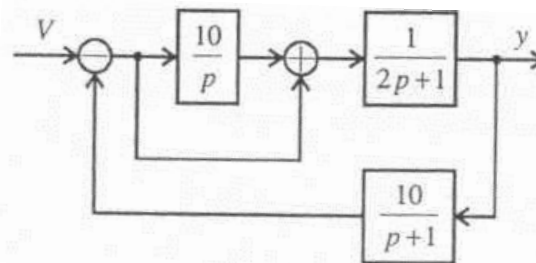


Рис.8.14. Структурная схема системы к задаче 13

14. С помощью критерия Найквиста проверить устойчивость системы (рис.8.15) при  $k = 4$ ,  $T = 1$ .

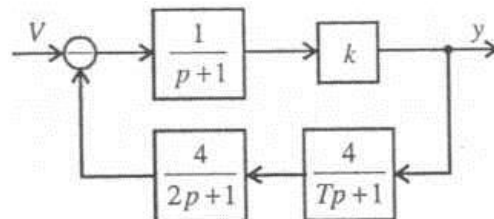


Рис.8.15. Структурная схема системы к задаче 14

15. Проверить устойчивость замкнутой системы с помощью логарифмического критерия Найквиста, если передаточная функция разомкнутой системы имеет вид



$$W_{раз}(p) = \frac{12(p+1)}{p(4p^2 + 2p + 1)}.$$

**16.** С помощью критерия Гурвица определить значение  $T_{гр}$  для системы (см. рис. 8.10), если  $W_1(p) = \frac{1}{Tp+1}$ ,  $W_2(p) = \frac{2,5}{0,5p^2 + 0,2p + 1}$ .

**17.** С помощью критерия Гурвица определить область допустимых значений коэффициента  $k$  для системы (см. рис.8.12), где  $W_1(p) = \frac{k}{5p+1}$ ,  $W_2(p) = \frac{10}{2p+1}$ ,  $W_3(p) = \frac{1}{0,1p+1}$ .

**18.** С помощью критерия Михайлова определить значение  $d_{гр}$  для системы (см. рис.8.10), если  $W_1(p) = \frac{15}{2p+1}$ ,  $W_2(p) = \frac{2}{0,25p^2 + dp + 1}$ .

**19.** С помощью критерия Михайлова определить область допустимых значений коэффициента  $k$  для системы (см. рис.8.12), где

$$W_1(p) = \frac{2}{0,1p+1}, W_2(p) = \frac{k}{0,2p+1}, W_3(p) = \frac{1}{0,01p+1}.$$

**20.** С помощью критерия Найквиста определить значение  $T_{гр}$  для системы (см. рис.8.10.), если  $W_1(p) = \frac{5}{Tp+1}$ ,  $W_2(p) = \frac{1}{p(4p+1)}$ .

**21.** С помощью критерия Найквиста определить область допустимых значений коэффициента  $k$  для системы (см. рис.8.12), где

$$W_1(p) = \frac{k}{3p+1}, W_2(p) = \frac{10}{2p+1}, W_3(p) = \frac{1}{0,4p+1}.$$

**22.** Методом  $D$ -разбиения определить область допустимых значений параметра  $\alpha$  для системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -2x_1 - \alpha x_2 - 5x_3 + 4u, \\ y = 2x_1 - x_2. \end{cases}$$

**23.** Методом  $D$ -разбиения определить область допустимых значений коэффициента усиления  $k$  для системы (см. рис.8.12), где

$$W_1(p) = \frac{k}{0,5p+1}, W_2(p) = \frac{4}{0,2p+1}, W_3(p) = \frac{1}{0,5p+1}.$$

**24.** Методом  $D$ -разбиения определить область допустимых значений параметра  $T$  для системы (см. рис.8.15), где  $k = 15$ .

Практическая работа №9	Устойчивость линейных непрерывных систем. Частотные критерии устойчивости.
------------------------	--

**Технология обучения на практическом занятии**

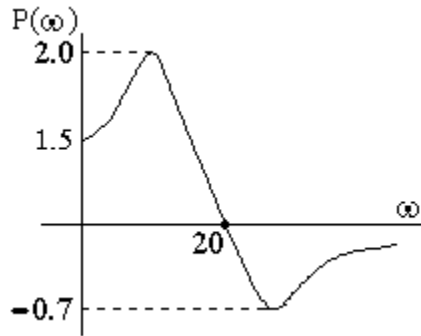
<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	1. Пример 1 - Проверить устойчивость замкнутой системы с помощью критерия Михайлова 2. Пример 2 - Проверить устойчивость ЗС с помощью логарифмического критерия Найквиста	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить определять устойчивость линейных непрерывных систем первого, второго и высших порядков, рассмотреть частотные критерии устойчивости		
<i>Задачи преподавателя:</i>	<i>Результаты учебной деятельности:</i>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>рассмотреть примеры определения устойчивости систем первого и второго порядка;</li> <li>рассмотреть примеры определения устойчивости систем с помощью критериев Михайлова и Найквиста;</li> </ul>	Студент должен: <ul style="list-style-type: none"> <li>уметь определять устойчивость систем первого и второго порядка;</li> <li>уметь определять устойчивость систем с помощью Михайлова и Найквиста;</li> </ul>	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (9-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется устойчивостью САУ? 2. По каким критериям определяется устойчивость САУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Частотные критерии устойчивости Михайлова и Найквиста?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 - Проверить устойчивость замкнутой системы с помощью критерия Михайлова. Пример 2 - Проверить устойчивость замкнутой системы с помощью логарифмического критерия Найквиста Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают

**Практическое занятие № 9 Устойчивость линейных непрерывных систем.  
Частотные критерии устойчивости.**

**Пример 1.** Найти оценки для показателей качества переходного процесса ( $\sigma$ ,  $t_n$ ) по виду вещественной частотной характеристики  $P(\omega)$ .



*Рис.9.1.*

**Решение.** Найдем начальное значение переходной функции  $h(0) = P(\infty) = 0$  и установившееся значение переходной функции  $h(\infty) = P(0) = 1.5$ . Вычислим оценку для перерегулирования в системе по формуле

$$\sigma = \frac{1.27 \cdot P_{\max} + 0.3 \cdot |P_{\min}| - P(0)}{P(0)} \cdot 100\%.$$

Так как  $P_{\max} = 2.0$  и  $P_{\min} = -0.7$  соответственно получаем

$$\sigma = \frac{1.27 \cdot 2.0 + 0.3 \cdot 0.7 - 1.5}{1.5} \cdot 100\% = 83.3\%.$$

Найдем оценку для времени переходного процесса в системе по соотношению

**Задачи.**

**1.** Вычислить показатели качества переходного процесса и нарисовать вид переходной характеристики системы, вещественная частотная характеристика которой представлена на рис.1.

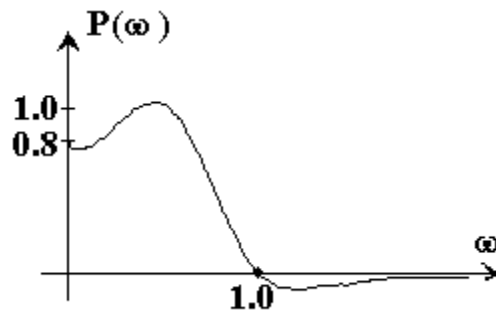


Рис.9.2.

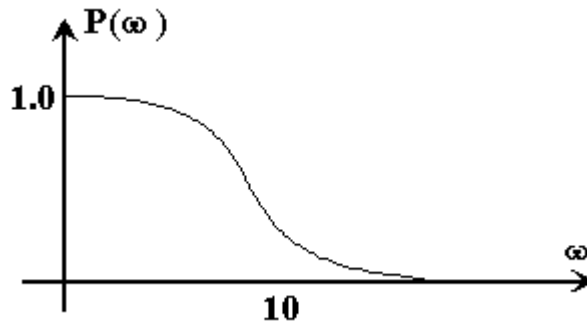


Рис.9.3.

2. Найти оценки для показателей качества переходного процесса ( $\sigma$ ,  $t_n$ ) по виду вещественной частотной характеристики  $P(\omega)$  на рис.9.2.

3. Найти оценки для показателей качества переходного процесса ( $\sigma$ ,  $t_n$ ) по виду вещественной частотной характеристики  $P(\omega)$  на рис.9.3.

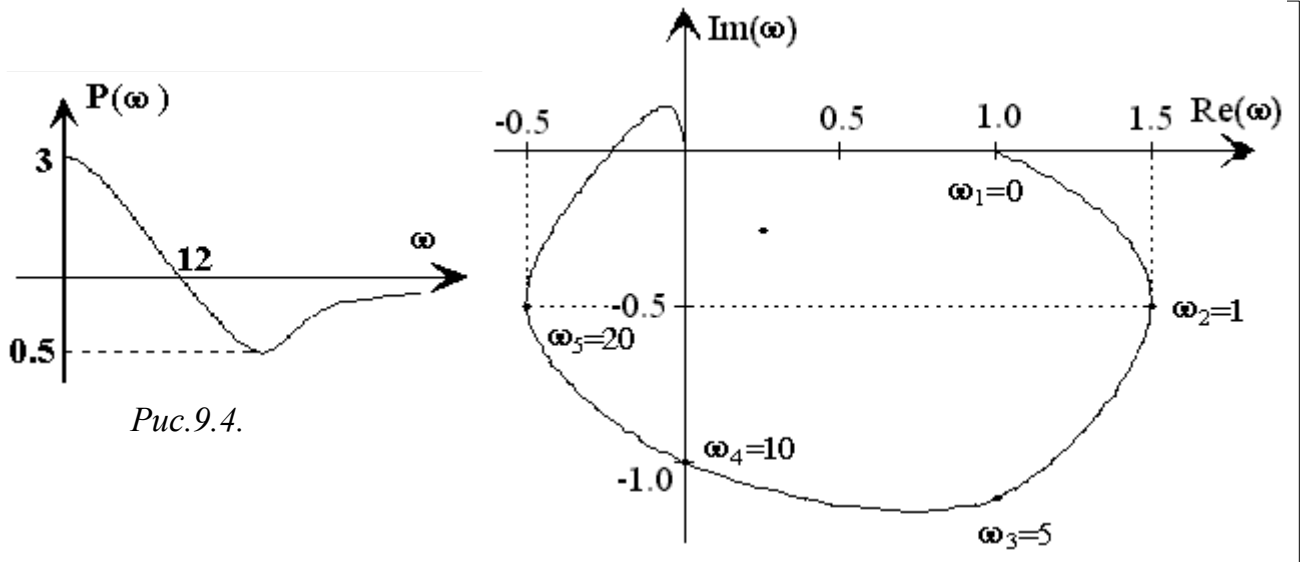


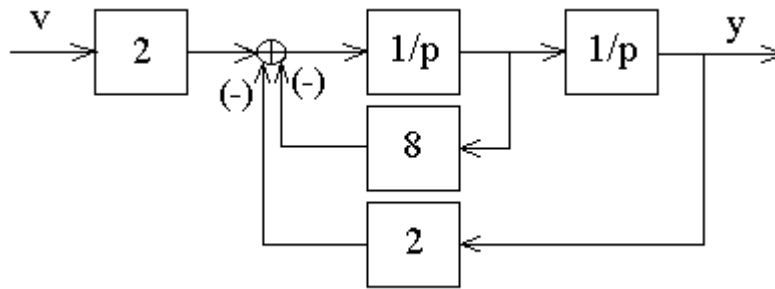
Рис.9.4.

Рис.9.5.

4. По виду АФХ замкнутой системы (рис.4) определить оценки для  $\Delta(t = \infty)$ ,  $\sigma$  и  $t_n$  в этой системе.

5. Оценить показатели качества переходного процесса  $\sigma$  и  $t_n$ , если известна передаточная функция системы  $W(p) = 16/(p^2 + 0.8p + 1)$ .

6. Найти оценки для показателей качества переходного процесса  $\sigma$  и  $t_{п}$  в системе, структурная схема которой имеет вид



7. Определить показатели качества переходного процесса  $\sigma$  и  $t_{п}$ , если известна модель системы в виде дифференциального уравнения

$$\ddot{y} + 5\dot{y} + 4y = 0.8u.$$

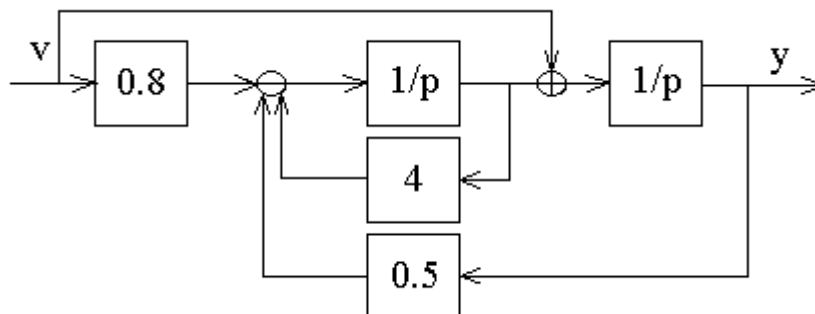
8. Определить показатели качества переходного процесса  $\sigma$  и  $t_{п}$ , если известна модель системы в пространстве состояний

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -0.5x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 4u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

9. Определить показатели качества переходного процесса  $\sigma$  и  $t_{п}$ , если известна модель системы в пространстве состояний

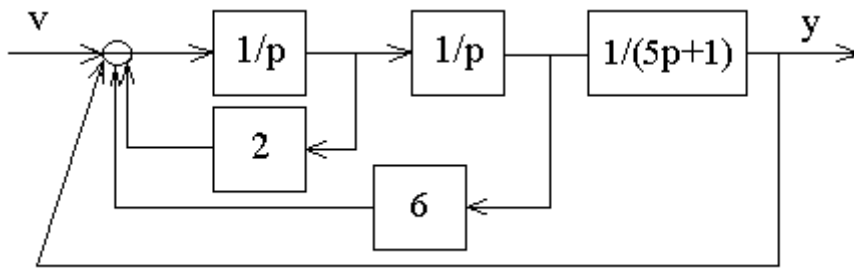
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - 0.2x_1 + 0.1u, \\ \dot{x}_2 = -x_1 - 3x_2 + 1.5u, \\ y = x_1. \end{cases}$$

10. Определить показатели качества переходного процесса  $\sigma$  и  $t_{п}$  в системе, структурная схема которой имеет вид



11.

Определить показатели качества переходного процесса  $\sigma$  и  $t_{п}$  в системе, структурная схема которой имеет вид



12. Используя частотный метод, оценить величины  $\Delta(t=\infty)$ ,  $\sigma$ ,  $t_n$  в замкнутой системе, где модель объекта управления задана передаточной функцией .

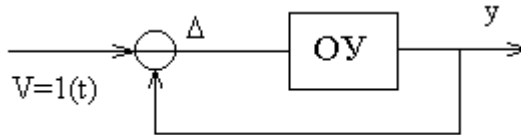


Рис.9.6.

13. Найти величину коэффициента  $k$ , для которого величина относительной ошибки по входному воздействию  $V$  не превышает 10%, а по возмущению  $M$  не превышает 5% (рис.2). Используя частотный метод анализа показателей качества переходных процессов, вычислить  $t_n$  и  $\sigma$  для найденного значения  $k$ .

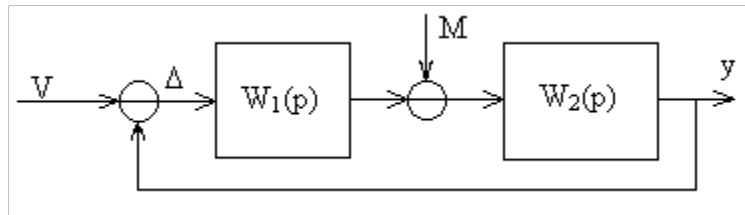
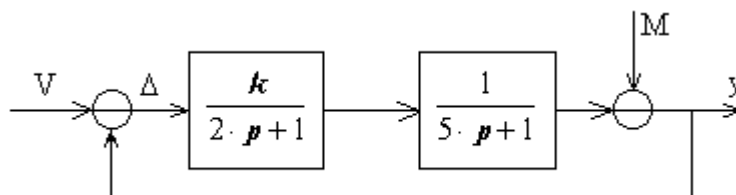
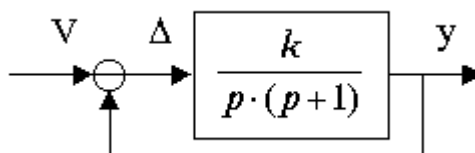


Рис.9.7.

14. Найти величину коэффициента  $k$ , для которого величина относительной ошибки в равновесном режиме по входному воздействию  $V$  не превышает 1%. Используя частотный метод анализа показателей качества переходных процессов, вычислить  $t_n$  и  $\sigma$  для найденного значения  $k$ . Вычислить величину относительной ошибки в равновесном режиме по возмущению  $M$ .



15. Найти величину коэффициента  $k$ , для которого величина скоростной ошибки по входному воздействию меньше 10% от  $V$ . Вычислить  $t_n$  и  $\sigma$  для найденного значения  $k$ . Использовать частотный метод анализа показателей качества переходных процессов.



Практическая работа №10	Анализ устойчивости нелинейных систем с использованием метода Ляпунова.
-------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия		Практические занятия
План занятия:		1. Пример 1 - Проверить устойчивость динамической системы 2. Пример 2 - Проверить устойчивость системы вторым методом Ляпунова
<i>Цель учебного занятия:</i> научить определять устойчивость нелинейных непрерывных систем первого, второго и высших порядков, рассмотреть критерии устойчивости, анализ устойчивости нелинейных систем с использованием метода Ляпунова.		
<i>Задачи преподавателя:</i> • рассмотреть примеры определения устойчивости нелинейных систем; • рассмотреть примеры определения устойчивости систем с использованием метода Ляпунова;		<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • уметь определять устойчивость НС; • уметь определять устойчивость систем с использованием метода Ляпунова;
Методы и техники обучения		Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения		Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения		Аудитория.

**Технологическая карта практического занятия (10-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется динамической системой? 2. Критерии определения устойчивости нелинейных систем? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем преимущества использования метода Ляпунова?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли теории автоматического управления в технологическом процессе.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 - Проверить устойчивость динамической системы Пример 2 - Проверить устойчивость системы вторым методом Ляпунова Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

**Практическое занятие №10. Анализ устойчивости нелинейных систем с использованием метода Ляпунова.**

**Пример 1.** Проверить устойчивость динамической системы вида  $\dot{x} = 2e^{-x} - 3x + 10u$  при  $u = 0$ .

*Решение.* Функция  $f(x) = (2e^{-x} - 3x)$  является взаимнооднозначной, поэтому переходим к новой переменной  $Z$ , для которой

$$\dot{Z} = (-2e^{-x} - 3)\dot{x} = (-2e^{-x} - 3)Z.$$

Формируем функцию Ляпунова в виде  $V(z) = \frac{1}{2}z^2$ , тогда ее производная

$$\dot{V}(Z) = Z \cdot \dot{Z} = (-2e^{-x} - 3)Z^2 < 0.$$

Следовательно, система асимптотически устойчива в целом.

**Пример 2.** Дана математическая модель системы в виде

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x + x_1x_2 - x_1^3 - 0.5x_1x_2^2, \\ \dot{x}_2 = -3x_2 + x_1x_2 + x_1^2x_2 - 0.5x_1x_2^2, \\ y = x_1. \end{cases}$$

Требуется проверить устойчивость системы вторым методом Ляпунова с помощью функции

$$V(x) = \frac{1}{2}(3x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2).$$

*Решение.* Определим производную в силу уравнений системы

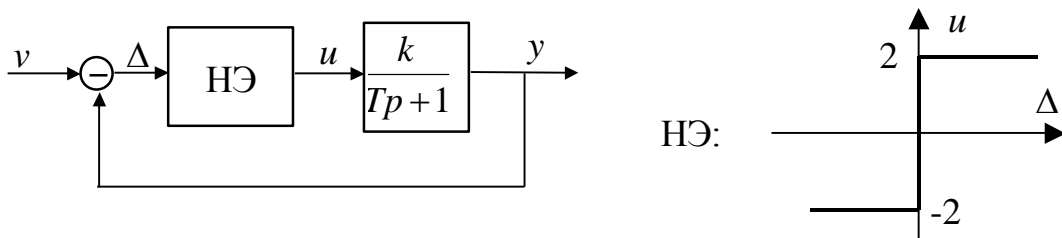
$$\dot{V}(x) = (3x_1 - x_2)\dot{x}_1 + (x_2 - x_1)\dot{x}_2 = \dots = -3x_1^4 + 2x_1^2x_2 - 2x_2^2.$$

Получим квадратичную форму относительно переменных  $x_1^2$  и  $x_2$ .

$$\dot{V}(x) = \begin{bmatrix} x_1^2 & x_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1^2 \\ x_2 \end{bmatrix}, \text{ где } \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} < 0.$$

Таким образом, система асимптотически устойчива в целом.

**Пример 3.** Проверить устойчивость системы, структурная схема и характеристика нелинейного элемента которой имеют вид



*Решение.* Полагаем  $u = 0$  и запишем уравнения системы

$$T\dot{y} + y = ku$$

$$u = 2 \cdot \text{sign}\Delta$$

$$\text{или } \dot{\Delta} = -\frac{1}{T}\Delta - \frac{2k}{T}\text{sign}\Delta.$$



Для анализа устойчивости выберем функцию вида  $V(\Delta) = \frac{1}{2}\Delta^2$ .

Соответственно получим  $\dot{V}(\Delta) = \Delta \cdot \dot{\Delta} = -\left(\frac{1}{T}\Delta^2 + \frac{2k}{T}\Delta \cdot \text{sign}\Delta\right) < 0$  для всех  $\Delta \neq 0$ .

Следовательно, система асимптотически устойчива в целом.

### Задачи

1. Проверить устойчивость динамической системы  $\dot{x} = -x_1 + 5x_1^3$ .

2. Проверить устойчивость динамической системы  $\dot{x} = e^{-x} - x^3$ .

3. Проверить устойчивость динамической системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 + e^{-5x_1} - x_1x_2, \\ \dot{x}_2 = x_1x_2 - x_2^3. \end{cases}$$

4. Проверить устойчивость точки равновесия  $X = [0 \ 0]^T$  системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + x_1x_2 - x_3^3 - 0.5x_1x_2^2, \\ \dot{x}_2 = -3x_2 + x_1x_2 - x_1^2x_2 - 0.5x_1^2x_2. \end{cases}$$

Использовать функцию Ляпунова вида  $V(x) = x_1^2 + x_2^2$

5. Найти область устойчивости системы по параметру  $a$ :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_1 + ax_2^2, \\ \dot{x}_2 = -x_1x_2 - x_2^3. \end{cases}$$

Использовать функцию Ляпунова вида  $V(x) = x_1^2 + x_2^2$

6. Проверить устойчивость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -5x_1^3 - x_2, \\ \dot{x}_2 = e^{-x_1} - x_2 + u. \end{cases}$$

7. Проверить устойчивость системы

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 5e^{-x_1} - 3x_2 + 2u. \end{cases}$$

Практическая работа №11	Расчет устойчивости нелинейных систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова.
-------------------------	--

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>	
Форма учебного занятия		Практические занятия	
План занятия:		1. Пример 1 - Проверить условие абсолютной устойчивости системы 2. Пример 2 - Проверить условие абсолютной устойчивости системы с НЭ вида "реле с зоной нечувствительности"	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить определять устойчивость нелинейных непрерывных систем 1го, 2го и высших порядков, рассмотреть критерии устойчивости, анализ устойчивости нелинейных на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова			
<i>Задачи преподавателя:</i> • рассмотреть примеры определения устойчивости НС; • рассмотреть примеры определения устойчивости систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова;		<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • уметь определять устойчивость нелинейных систем; • уметь определять устойчивость систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова;	
Методы и техники обучения		Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения		Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения		Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (11-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется динамической системой? 2. Критерии определения устойчивости НС? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем сущность критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 - Проверить условие абсолютной устойчивости системы Пример 2 - Проверить условие абсолютной устойчивости системы с НЭ вида "реле с зоной нечувствительности". Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

## Практическое занятие № 11.

### Практическое занятие № 11. Расчет устойчивости нелинейных систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова.

**Пример 1.** Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис. 1),

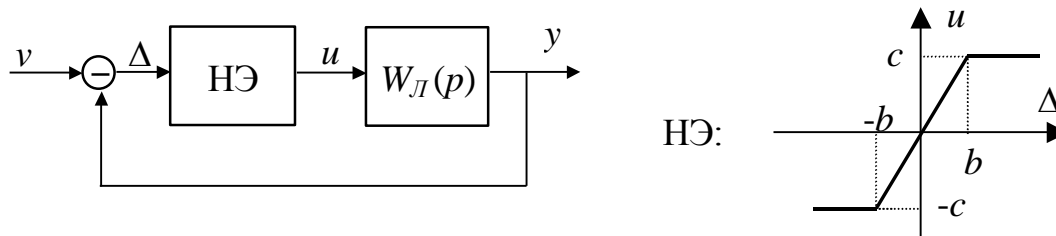


Рис.11.1.

где  $W_L(p) = \frac{6}{(2p+1)(p^2+2p+1)}$ ,  $b=1$ ,  $c=2$ .

*Решение.* Определим частотную характеристику линейной части

$$W_L(j\omega) = \frac{6(-5\omega^2 + 1) - j6\omega(4 - 2\omega^2)}{(-5\omega^2 + 1)^2 + \omega^2(4 - 2\omega^2)^2}.$$

Запишем выражение для вещественной и мнимой частей модифицированной частотной характеристики:

$$\operatorname{Re} W_L^*(j\omega) = \operatorname{Re} W_L(j\omega) = \frac{6(-5\omega^2 + 1)}{(-5\omega^2 + 1)^2 + \omega^2(4 - 2\omega^2)^2},$$

$$\operatorname{Im} W_L^*(j\omega) = \omega \operatorname{Im} W_L(j\omega) = \frac{-6\omega^2(4 - 2\omega^2)}{(-5\omega^2 + 1)^2 + \omega^2(4 - 2\omega^2)^2}.$$

Рассчитаем несколько значений  $W_L^*(j\omega)$  для построения графиков:

Таблица 1

$\omega$	0	$1/\sqrt{5}$	$1/\sqrt{2}$	$\infty$
$Re$	6	0	-3	0
$Im$	0	-5/3	0	0

Так как нелинейная характеристика расположена внутри сектора, ограниченного осью абсцисс и прямой  $u = c\Delta$ , то на комплексной плоскости выделим точку  $(-1/c; j0) = (-0.5; j0)$ . Можно провести такую прямую, относительно которой годограф  $W_L^*(j\omega)$  будет располагаться левее, поэтому система будет абсолютно устойчива.

### Задачи

1. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1) с нелинейным элементом вида "реле с зоной нечувствительности", где

$$W_{Л}(p) = \frac{10}{p(p+1)}, \quad b = 1, c = 10.$$

2. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1) с заданной нелинейной характеристикой (рис.11.2.),

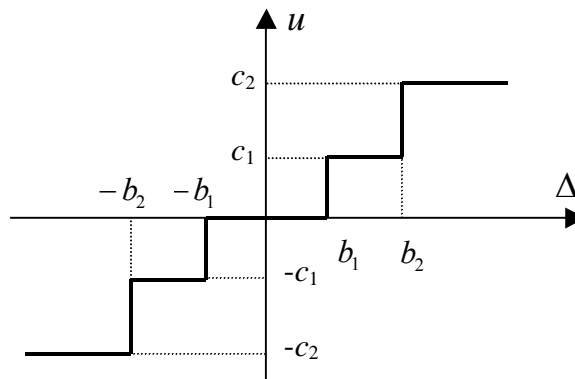


Рис.11.2.

где  $W_{Л}(p) = \frac{5}{p(p^2 + 2p + 1)}$ ,  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 2$ ,  $c_1 = 1$ ,  $c_2 = 10$ .

3. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.) с заданной нелинейной характеристикой (рис.11.2.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{2}{(p+1)^3}, \quad b_1 = 1, b_2 = 2, c_1 = 1, c_2 = 5.$$

4. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.) с нелинейным элементом вида "реле с зоной нечувствительности", где

$$W_{Л}(p) = \frac{5}{(2p+1)^2 p}, \quad b = 1, c = 2.$$

5. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{6}{(p+2)(p+10)(p+1)}, \quad b = 1, c = 0.1.$$

6. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{5}{p(p^2 + 2p + 1)}, \quad b = 1, c = 3.$$

7. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{2}{p^3 + 5p^2 + 3p + 1}, \quad b = 1, c = 0.5.$$

8. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{10}{(p+1)(p^2 + 5p + 4)}, \quad b = 1, c = 1.$$

9. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{2p+1}{p(p^2 + 5p + 1)}, \quad b = 1, c = 2.$$

10. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{2}{p(p^2 + 5p + 6)}, \quad b = 2, \quad c = 10.$$

11. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{10(p+1)}{(p+1)(p^2 + 6p + 1)}, \quad b = 1, \quad c = 2.$$

12. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{2}{(p+2)(p^2 + 5p + 1)}, \quad b = 0.2, \quad c = 0.5.$$

13. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{5}{(p+3)(p^2 + p + 10)}, \quad b = c = 1.$$

14. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.1.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{10}{p(p^2 + 3p + 2)}, \quad b = c = 2.$$

15. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.3.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{0.5}{p(p^2 + 0.4p + 1)}, \quad \alpha = 45^\circ.$$

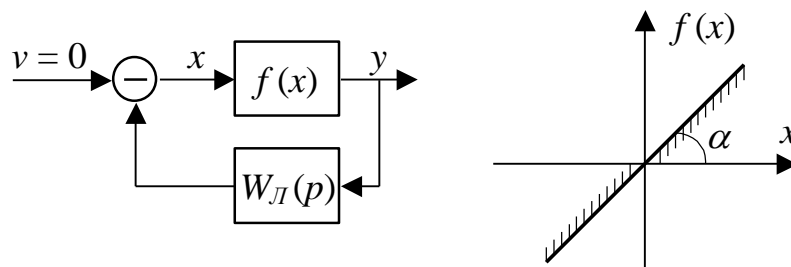


Рис.11.3.

16. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.3.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{12}{0.4p^2 + 2p + 1}, \quad \alpha = 30^\circ.$$

17. Проверить условие абсолютной устойчивости системы (рис.11.3.),

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{0.8}{p(0.25p + 1)(0.46p + 1)}, \quad \alpha = 45^\circ.$$

Практическая работа №12	Анализ нелинейных систем автоматического управления методом гармонического баланса.
-------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
Форма учебного занятия	Практические занятия	
План занятия:	1. Пример 1 - Определить методом Коченбургера параметры автоколебаний в системе. 2. Пример 2 - Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба.	
<i>Цель учебного занятия:</i> научить проводить анализ нелинейных систем автоматического управления методом гармонического баланса, определять параметры автоколебаний методом Коченбургера и Гольдфарба		
<i>Задачи преподавателя:</i> • рассмотреть процедуру анализа НС; • рассмотреть примеры определения параметров автоколебательного режима методом Гольдфарба и Коченбургера параметры автоколебаний в системе;	<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • иметь понятие о процедуре анализа НС; • уметь определять параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба; • уметь определять методом Коченбургера параметры автоколебаний в системе;	
Методы и техники обучения	Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».	
Средства обучения	Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.	
Условия обучения	Аудитория.	

**Технологическая карта практического занятия (12-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется НС ? 2. В чем сущность метода гармонического баланса? 3. Что такое функциональная схема САУ? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «В чем отличие между методом Коченбургера и методом Гольдфарба ?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 - Определить методом Коченбургера параметры автоколебаний в системе Пример 2 - Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

**Практическое занятие № 12. Анализ нелинейных систем автоматического управления методом гармонического баланса.**

**Пример 1.** Определить методом Коченбургера параметры автоколебаний в системе (рис. 3.1), где

$$W_L(p) = \frac{12}{(5p+1)(3p^2+2p+1)}, \quad c = \pi.$$

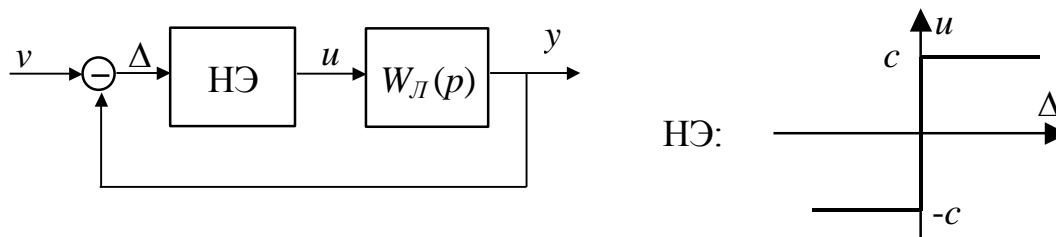


Рис.12.1

*Решение.* Определим эквивалентную передаточную функцию реле

$$W_{HЭ}(j\omega, A) = \frac{4c}{\pi A} = \frac{4}{A}.$$

Запишем основное соотношение для определения параметров автоколебаний методом Коченбургера:

$$W_{HЭ}(j\omega, A) = -\frac{1}{W_L(j\omega)}.$$

Так как  $-\frac{1}{W_L(p)} = -\frac{15p^3 + 13p^2 + 7p + 1}{12}$ , получим

$$-\frac{1}{W_L(j\omega)} = \frac{3\omega^2 - 1}{12} + j\frac{15\omega^3 - 7\omega}{12}.$$

Несколько значений частоты и амплитуды для построения графиков  $W_{HЭ}(A)$  и  $-\frac{1}{W_L(j\omega)}$  приведены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

$\omega$	0	$1/\sqrt{3}$	1	$\infty$
$\text{Re}\left(-\frac{1}{W_L(j\omega)}\right)$	-0.083	0	0.2	$\infty$
$\text{Im}\left(-\frac{1}{W_L(j\omega)}\right)$	0	-0.096	0.06	$\infty$

Таблица 2

A	0	4	$\infty$
$W_{HЭ}$	$\infty$	1	0

На рис.2 приведены соответствующие графики.

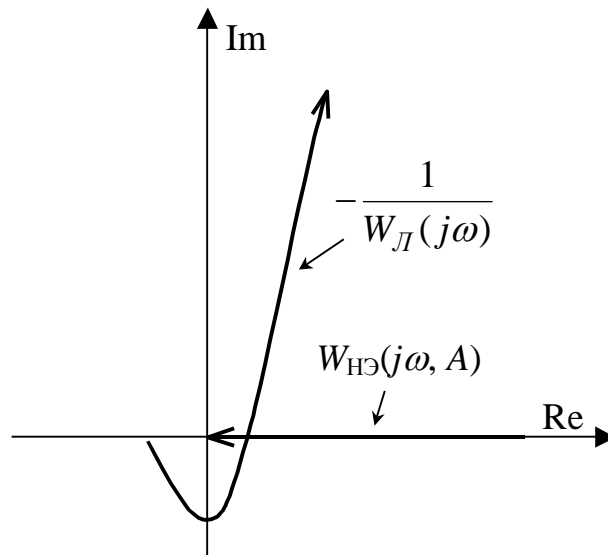


Рис.12.2

По координатам точки пересечения графиков находим параметры автоколебательного режима:  $\omega = 0.03$ ,  $A = 133$ .

### Задачи

1. Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис. 6.1), где

$$W_L(p) = \frac{6}{(p+3)(p+5)}, \quad q_1(A) = \frac{4c}{\pi A}, \quad q_2 = 0, \quad c = 10.$$

2. Определить параметры автоколебательного режима для системы (рис.12.1), где

$$W_L(p) = \frac{2}{p(p^2 + p + 1)}, \quad c = 0.$$

3. Определить параметры автоколебательного режима методом Коченбургера для системы (рис.12.1.) с нелинейным элементом типа "реле с зоной нечувствительности" (рис.12.3), где

$$W_L(p) = \frac{5}{p^3 + 2p^2 + 4p + 3}, \quad q_1(A) = \frac{4c}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}}, \quad A > b, \quad q_2 = 0, \quad b = 1, \quad c = \pi.$$

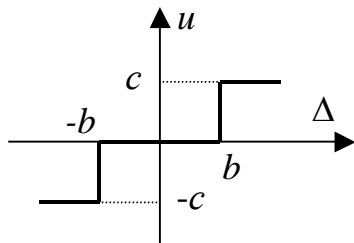


Рис. 12.3

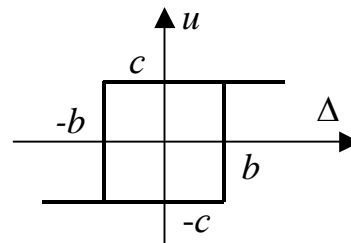


Рис. 12.4

4. Определить параметры автоколебательного режима методом Коченбургера для системы (рис.12.1.) с нелинейным элементом типа "реле с гистерезисом" (рис.12.4.), где

$$W_L(p) = \frac{10}{p(p^2 + 2p + 1)}, \quad q_1(A) = \frac{4c}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}},$$



$$A > b, q_2(A) = -\frac{4cb}{\pi A^2}, b = 1, c = \pi.$$

5. Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{5}{(p+3)(p+1)(p+2)}, c = 2.$$

6. Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{20}{p(p^2 + p + 1)}, q_1(A) = \frac{4c}{\pi A}, q_2 = 0, c = 3.$$

7. Определить параметры автоколебательного режима методом Коченбургера для системы (рис.12.1.) с нелинейным элементом типа "реле с гистерезисом" где

$$W_{Л}(p) = \frac{5}{p^3 + 5p^2 + 4p + 3},$$

$$q_1(A) = \frac{4c}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}}, A > b, q_2 = 0, b = 1, c = \pi.$$

8. Определить параметры автоколебательного режима методом Коченбургера для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{2}{(p+1)(p^2 + 5p + 3)}, c = 2.$$

9. Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{2p+1}{p(p^2 + 5p + 1)}, c = 5.$$

10. Определить параметры автоколебательного режима методом Коченбургера для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{p+2}{p(p^2 + 5p + 1)}, c = 1.$$

11. Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{10(p+1)}{(2p+1)(p^2 + 6p - 1)}, c = 3.$$

12. Определить параметры автоколебательного режима методом Коченбургера для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{25p}{(p+1)^2(p^2 + 5p + 3)}, c = \pi.$$

13. Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_{Л}(p) = \frac{10}{p(2p^2 + 5p + 1)}, c = 2.$$

**14.** Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_L(p) = \frac{5}{p^3 + 2p^2 + 3p}, W_{HЭ}(A) = \frac{20}{\pi A}.$$

**15.** Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_L(p) = \frac{2}{p(p^2 + 4p + 1)}, W_{HЭ}(A) = \frac{4}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{1}{A^2}}, A \geq 1.$$

**16.** Определить параметры автоколебательного режима методом Гольдфарба для системы (рис.12.1.), где

$$W_L(p) = \frac{2}{p(5p^2 + p + 1) + 1}, W_{HЭ}(A) = \frac{4}{\pi A}.$$

Практическая работа №13	Способ Попова, влияние параметров системы на автоколебания.
-------------------------	---

**Технология обучения на практическом занятии**

<b>Количество студентов: 19-22 чел.</b>		<b>Время - 2 часа</b>
<b>Форма учебного занятия</b>		<b>Практические занятия</b>
План занятия:		1. Пример 1 - Определить параметры автоколебательного режима методом Попова 2. Пример 2 - Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы с НЭ.
<i>Цель учебного занятия:</i> научить определять параметры автоколебательного режима методом Попова систем 1го, 2го и высших порядков, рассмотреть критерии устойчивости, анализ устойчивости НЛ на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова		
<i>Задачи преподавателя:</i> • рассмотреть примеры определения устойчивости систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова; • рассмотреть примеры определения параметров автоколебательного режима методом Попова		<i>Результаты учебной деятельности:</i> Студент должен: • уметь определять устойчивость систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова; • уметь определять параметры автоколебательного режима методом Попова
Методы и техники обучения		Решение примеров, построение графиков, техники: блиц-опрос, фокусирующие вопросы, «думай – работай в паре – делись», техника «да- нет».
Средства обучения		Видеопроектор, визуальные материалы, информационное обеспечение.
Условия обучения		Аудитория.

**Технологическая карта практического занятия (13-е занятие)**

Этапы, время	Деятельность	
	преподавателя	Студентов
1 этап. Введение (5 мин.)	1.1. Сообщает, тему, цель, планируемые результаты учебного занятия.	1.1. Слушают и записывают
2 этап. Актуализация знаний (20 мин.)	2.1. Для проверки уровня знаний полученных на лекционном занятии задает ряд вопросов и проводит опрос: 1. Что называется ДС? 2. Что называют автоколебательным режимом? 2.2. С целью актуализации знаний, даёт задание подумать самостоятельно, обсудить и ответить на вопрос: «Как определяются параметры автоколебательного режима методом Попова?». Обобщает высказанные идеи, подводит итог о роли ТАУ в ТП.	2.1. Отвечают на вопросы. 2.2. Обсуждают и предлагают ответы.
3 этап Практический (45 мин.)	3.1. Последовательно рассматривает практические примеры по теме: Пример 1 - Определить параметры автоколебательного режима методом Попова. Пример 2 - Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы с НЭ. Акцентирует внимание на ключевых моментах темы, предлагает их записать.	3.1. Высказывают мнение и записывают главное. 3.2 Решают примеры
4 этап. Заключительный (10 мин.)	4.1. Делает обобщающие выводы и подводит итоги практического занятия. 4.2. Дает задание для самостоятельной работы.	4.1. Отвечают на вопрос. 4.2. Записывают задание.

**Практическое занятие №13 Способ Попова, влияние параметров системы на автоколебания.**

**Пример 1.** Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис. 13.1), где

$$W_L(p) = \frac{3(p+1)}{p(p+4)(5p+1)}, c = 10.$$

*Решение.* Передаточная функция гармонически линеаризованного элемента следующая:

$$W_{НЭ}(A, \omega, p) = \frac{4c}{\pi A} = \frac{40}{\pi A}.$$

Уравнение гармонического баланса имеет вид

$$W_{НЭ}(A, j\omega) \cdot W_L(j\omega) + 1 = \frac{40 \cdot 3(j\omega + 1)}{\pi A \cdot j\omega(j\omega + 4)(5j\omega + 1)} + 1 = 0,$$

откуда получим

$$C(A, j\omega) = 120(j\omega + 1) + \pi A \cdot j\omega(j\omega + 4)(5j\omega + 1) = 0.$$

$$\text{Из условия } \begin{cases} \text{Im}(C(A, j\omega)) = 0, \\ \text{Re}(C(A, j\omega)) = 0 \end{cases}$$

определим параметры автоколебаний  $\omega^2 = \frac{4\pi A + 120}{5\pi A}$ ,  $A = -\frac{160}{7\pi}$ .

Так как  $\omega^2 = \frac{4\pi(-\frac{160}{7\pi}) + 120}{5\pi(-\frac{160}{7\pi})} < 0$  и  $A < 0$ , то автоколебаний в системе не

возникает.

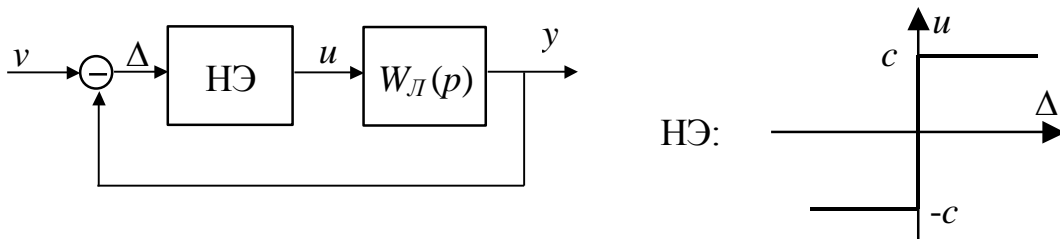


Рис 13.1

## Задачи

1. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.), где

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{5p+1}{(p+1)(p^2+p+1)}, \quad c = \pi.$$

2. Оценить влияние  $k$  на параметры автоколебательного режима для системы (рис.13.1.), где

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{k}{p^3+3p^2+p+1}, \quad c = \pi.$$

3. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.), где

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{6}{p(p+1)(5p+1)}, \quad c = 5.$$

4. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.), где

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{2}{p(p^2+5p+3)}, \quad c = \pi.$$

5. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.), где

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{7}{p^3+6p^2+2p+10}, \quad c = \pi.$$

6. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.), где

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{5p+1}{p(p^2+3p+2)}, \quad c = 4.$$

7. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.) с нелинейным элементом, где

$$W_{\mathcal{L}}(p) = \frac{20p+1}{p(p+3)(p+5)}, \quad b=1, \quad c=4.$$

8. Оценить влияние  $k$  на параметры автоколебательного режима для системы (рис.13.1.), где

$$W_L(p) = \frac{k}{p^3 + 5p^2 + p + 3}, \quad b=1, \quad c=2.$$

9. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.) с нелинейным элементом, где

$$W_L(p) = \frac{2}{p^3 + 3p^2 + p + 8},$$

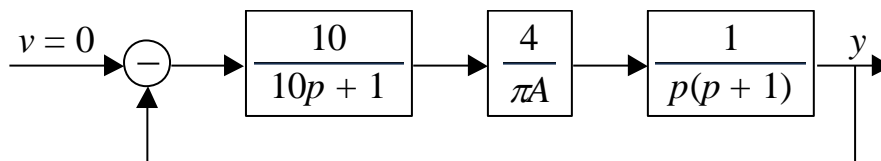
$$q_1(A) = \frac{4c}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}}, \quad q_2(A) = -\frac{4cb}{\pi A^2}, \quad c = \pi.$$

10. Определить значение  $k$ , при котором существуют автоколебания, для системы (рис.13.1.), где

$$W_L(p) = \frac{k}{p(p^2 + 4p + 1)},$$

$$W_{HЭ}(A) = 1 - \frac{2\alpha + \sin(2\alpha)}{\pi}, \quad \alpha = \arcsin(2/A), \quad A \geq 2.$$

11. Определить параметры автоколебаний способом Попова для системы, структурная схема которой имеет вид



12. Определить параметры автоколебательного режима методом Попова для системы (рис.13.1.), где

$$W_L(p) = \frac{2}{p(10p^2 + 3p + 1)},$$

$$W_{HЭ}(A) = 1 - \frac{2\alpha + \sin(2\alpha)}{\pi}, \quad \alpha = \arcsin(2/A), \quad A \geq 1.$$

13. Оценить влияние  $a$  на параметры автоколебательного режима для системы (рис.13.1.), где

$$W_L(p) = \frac{20(p+a)}{p(5p+1)(p+1)}, \quad c=5.$$

14. Оценить влияние  $a$  на параметры автоколебательного режима для системы (рис.13.1.), где

$$W_L(p) = \frac{5ap}{(2p+1)^2(3p+1)(p+1)}, \quad c=5.$$

## Литература

1. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004 г.
2. Востриков А.С. Французова Г.А. Теория автоматического регулирования. М.: «Высшая школа» 2004. -365 с.
3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Том 1-2. М.: «Высшая школа» 2003.
4. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. - СПб.: Профессия, 2004. - 752 с.
5. Основы автоматизации технологических процессов. Учебное пособие, Част I, II. Н.Р.Юсупбеков, Х.З.Игамбердиев, А.Маликов. Ташкент, ТашГТУ, 2007.
6. Юсупбеков Н.Р., Мухамедов Б.Э., Гуломов Ш.М. Технологик жараёнларни бошқариш системалари. «Ўқитувчи», Тошкент, 1997. -352б.
7. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления/ Под редакцией В. А. Бесекерского. - М.: Наука, 1978.
8. Французова Г.А., Шпилевая О.Я., Юркевич В.Д. Сборник задач по теории автоматического управления. Часть 1, 2. – Новосибирск. Изд. НГТУ -2004.
9. Юсуфбеков Н.Р., Маликов А. Автоматлаштирилган бошқариш назарияси 1, 2 қисм. Уқув қулланмаси. Тошкент, 1993.
10. Воронов А.А. Теория автоматического уравнения. Том 1-2. М.: «Высшая школа» 1986.
11. Юревич Е.И. Теория автоматического уравнения. М.: «Высшая школа».- 1986.
12. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Часть 1,2.-Санкт Петербург.СПб:СЗТУ.-2005.
13. Игамбердиев Х.З. Базаров М.Б. , Севинов Ж. У..Зарипов О.О. Методические указания к выполнению практических работ по курсу «Теория автоматического управления». Часть 1,2.-Навои.НавГГИ.-2008.
14. Базаров М.Б. Хамидов Б.Т. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Теория автоматического управления». Часть 1. Навои.НавГГИ.-2008.
15. Интернет маълумотлари: <http://www.toehelp.ru/theory/tau/contents.html>.  
<http://www.zdo.vstu.edu.ru/html/course.html>. <http://kiryushin.boom.ru/uts/plit.htm>

## СОДЕРЖАНИЕ

**ВВЕДЕНИЕ** 266

**Практическое занятие № 1. Примеры САУ, их принципиальные и функциональные схемы.**

**Практическое занятие № 2. Свойства преобразования Лапласа.**

**Практическое занятие № 3. Дифференциальные уравнения. Пространство состояний.**

**Практическое занятие № 4. Динамические характеристики линейных систем.**

**Практическое занятие № 5. Операторные уравнения и определения передаточных функций.**

**Практическое занятие № 6. Структурный метод и характеристики типовых звеньев и САР.**

**Практическое занятие № 7. Частотных характеристики типовых звеньев и САР.**

**Практическое занятие № 8. Устойчивость линейных непрерывных систем.**

**Алгебраические критерии устойчивости.**

**Практическое занятие № 9 Устойчивость линейных непрерывных систем. Частотные критерии устойчивости.**

**Практическое занятие №10. Анализ устойчивости нелинейных систем с использованием метода Ляпунова.**

**Практическое занятие № 11. Расчет устойчивости нелинейных систем на основе критерия абсолютной устойчивости В.М.Попова.**

**Практическое занятие № 12. Анализ нелинейных систем автоматического управления методом гармонического баланса.**

**Практическое занятие №13 Способ Попова, влияние параметров системы на автоколебания.**

**Литература**



Навоийский горно - металлургический комбинат  
Навоийский государственный горный институт

**Методическое пособие**  
для выполнения лабораторных работ по курсу  
«Теория автоматического управления»



НАВОИЙ 2016

**Методическое пособие для выполнения лабораторных работ по курсу «Теория автоматического управления»/С.Б. Бойбутаев, О.У. Саттаров – Навои: НГГИ.- 2016. - 80с.**

В данной работе приведены описания лабораторных работ, указания по их организации, общие сведения о теоретических основах изучаемых технических средств по курсу «Теория автоматического управления».

Методическое пособие для выполнения лабораторных работ по курсу теория автоматического управления предназначены для студентов направления 5311000 - «Автоматизация и управление технологических процессов и производств»

Печатается по решению учебно-методического Совета Навоийского государственного горного института.

**Рецензенты:**

к.т.н., доцент Эшмуродов З.О.(НГГИ)

## ВВЕДЕНИЕ

Лабораторный практикум играет важную роль при изучении курса «Теория автоматического управления». Лабораторные занятия облегчают усвоение понятий передаточной функции и связанного с ним аппарата описания и исследования структур систем автоматического управления, дают наглядное представление о свойствах частотных характеристик звеньев и базирующихся на них критериях устойчивости и качества систем автоматического управления. В процессе лабораторных занятий студенты приобретают навыки преобразования структурных схем, анализа ожидаемых характеристик систем автоматического управления и расчета регулирующей части систем автоматического управления для целенаправленного формирования желаемых динамических характеристик линейных и нелинейных систем. Кроме того, заложенная в практикум постановка активного эксперимента стимулирует студентов в плане организации проведения опытов с самостоятельной оценкой результатов.

В этом методическом пособии даны начальные сведения о пакетах *Simulink* и *Control System Toolbox* системы *MATLAB* 6.5. Приведены задания и методические указания для лабораторных работ по дисциплины «Теория автоматического управления».

Общие задачи лабораторного практикума:

- углубленное изучение теоретического материала прослушанного на лекциях;
- развитие практических навыков построения и исследования систем автоматического управления;
- приобретение опыта обработки и оценки полученных результатов, оформления отчетной документации;
- развитие навыков и умений использования стандартного программного обеспечения для исследования и проектирования систем автоматического управления – пакет *MATLAB* и приложений *Simulink* и *Control System Toolbox*.

В процессе подготовки к лабораторной работе студент должен уяснить конечную цель лабораторного исследования, способы описания исследуемых объектов, способы задания внешних управляющих и возмущающих сигналов, методику регистрации и обработки выходных сигналов систем автоматического управления.

Общий порядок выполнения лабораторных работ:

1. Студент допускается к выполнению очередной лабораторной работы после сдачи коллоквиума на знание теоретического материала, цели и методики выполнения лабораторной работы.

2. После разрешения выполнять исследования студент собирает схему системы автоматического управления в пакете *MATLAB* на компьютере и самостоятельно ее настраивает. В случае если схема не работает или работает неправильно, он обязан найти причину неисправности и устранить ее.

3. Настроив схему и проверив правильность ее функционирования с помощью блоков наблюдения, студент приглашает преподавателя.

4. После этого выполняются необходимые измерения и расчеты, результаты которых предъявляются преподавателю. По разрешению преподавателя схема сохраняется в рабочем каталоге (...\*MATLAB*\work), сдается методическое

руководство к лабораторным работам, рабочее место (на компьютере и физический рабочий стол) приводится в порядок.

5. К последующей работе окончательно оформляется отчет и производится его защита преподавателю.

Отчет о лабораторной работе должен содержать: титульный лист; цель работы и план исследований; исследуемые схемы систем автоматического управления; необходимые расчеты и временные диаграммы сигналов; выводы и сопоставление полученных результатов с теоретически ожидаемыми. Если временные диаграммы связаны (например, входной и выходной сигналы звена), необходимо располагать их в проекционной связи, чтобы они находились одна под другой, были синхронизированы и являлись иллюстрацией процессов, протекающих в схеме устройства. Допустимо оформлять отчеты в редакторах различных назначений, в частности, путем импорта рисунков из системы *MATLAB*.

# ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

## Работа с командным окном MATLAB

**Цель работы.** Получить начальные сведения о системе *MATLAB* и навыки работы с ними.

**Порядок выполнения работы.** Работа содержит описательную часть и несколько заданий для самостоятельного выполнения. Студенты выполняют задания непосредственно в ходе прочтения содержания. Отчет по работе не выполняется.

### 1. Работа с командным окном MATLAB.

Запуск системы *MATLAB*.

Запустите *MATLAB*. Значок *MATLAB* находится на рабочем столе *Windows*. После запуска на экране появляется командное окно *MATLAB*. Команды вводятся с клавиатуры в командной строке (после знака приглашения  $\gg$ ). Нажатие клавиши *Enter* приводит к выполнению введенной команды.

Использование *MATLAB* как калькулятора.

Командное окно можно использовать как калькулятор. Для этого в командной строке вводится математическое выражение. После нажатия *Enter* будет выведен результат. В системе *MATLAB* используются традиционные арифметические операции  $+$ ,  $-$ ,  $*$ ,  $/$ , а также операция возведения в степень  $^$ . Для определения приоритета выполнения операций в выражении можно использовать круглые скобки. При вводе дробных чисел используется десятичная точка (не запятая).

### Таблица 1

#### Встроенные функции системы MATLAB

Обозначение	Название функции	Обозначение	Название функции
<i>sin</i>	синус	<i>log</i>	натуральный логарифм
<i>cos</i>	косинус	<i>log10</i>	десятичный логарифм
<i>tan</i>	тангенс	<i>exp</i>	натуральная экспонента (возведение $e=2,72$ в степень)
<i>asin</i>	арксинус		
<i>acos</i>	арккосинус	<i>sqrt</i>	квадратный корень
<i>atan</i>	арктангенс	<i>pi</i>	число $\pi=3,14$

Кроме того, в выражении можно использовать встроенные функции системы *MATLAB* (табл.1.1). Аргумент функции задается в круглых скобках после имени функции (кроме функции *pi*, которая не имеет аргументов). Если аргументов у функции несколько, они разделяются запятой. Аргументы тригонометрических функций *sin*, *cos*, *tan* следует задавать в радианах (не в градусах). Функции *asin*, *acos*, *atan* дают результат в радианах.

Использование *MATLAB* как калькулятора иллюстрирует пример 1.

## Пример 1. Использование *MATLAB* как калькулятора.

```
>> (4.5+7)^3-37/5*log10((2+92)*sqrt(25/3-1)) ← 1
2 → ans =
      1.5031e+003 ← 3
```

Комментарии к примеру.

1 → Нажатие клавиши *Enter*.

2 → Результат присваивается переменной с именем

3 → Результат выводится в формате с плавающей запятой.

Такая запись означает  $1.5031 \cdot 10^3$ .

**Задание 1.** Вычислите несколько произвольно заданных числовых выражений, используя *MATLAB*.

### Использование переменных.

Результат вычислений можно присвоить любой, переменной определенной пользователем. Имя переменной должно начинаться с буквы и может состоять из букв, цифр и символа подчеркивания. Система *MATLAB* различает строчные и прописные буквы в именах переменных (*A* и *a* – это разные переменные). Знак = соответствует операции присваивания. Значения переменных, вычисленные в течение текущего сеанса работы, сохраняются в специально зарезервированной области памяти компьютера, называемой рабочим пространством (*Workspace*). Использование переменных рассмотрено в примере 2.

Переменные в примере 2 имеют только одно числовое значение. В системе *MATLAB* также используются массивы. Использование массивов рассмотрено в примере 3.

**Задание 2.** Создайте несколько массивов различными способами (см. комментарии к примеру 3) и выполните с ними произвольные действия.

## Пример 2. Использование переменных.

```
>> a=3; ← 1
>> b=4;
>> c=a^b+b^a-a*b ← 2

c =

      133

>> d=a+c-b^3; ← 1
>> d ← 3

d =

      72
```

1 → Если в конце строки ставится точка с запятой, то результат не будет выведен после нажатия *Enter*.

2 → Здесь нет точки с запятой, и после нажатия *Enter* результат будет выведен.

3 → Для того чтобы узнать значение переменной достаточно ввести ее имя в командную строку и нажать *Enter*.

### Пример 3. Использование массивов.

```
>> a1=[1 3 12 0.5 6] ← 1
a1 =
    1.0000    3.0000   12.0000    0.5000    6.0000
>> b=[3 2 8 0.2 3]; ← 1
>> c2=2:0.5:4; ← 2
>> d=a1+c2; ← 3
>> e3=b-c2; ← 3
>> s=d.*e3; ← 4
>> w=sqrt(b); ← 5
>> t=s./e3; ← 4
>> u=2+s(1)-b(2)+c2(3)*d(5); ← 6
>> r=b+1; ← 7
>> p=u*7; ← 7
```

- 1 ⇨ Элементы массива задаются в квадратных скобках через пробел.
- 2 ⇨ Другой способ задать массив в виде  $x:y:z$ , где  $x$  – первый элемент массива,  $z$  – последний элемент массива,  $y$  – приращение каждого следующего элемента над предыдущим. Здесь элементами массива будут 2 2,5 3 3,5 4.
- 3 ⇨ Сложение и вычитание массивов осуществляется поэлементно.
- 4 ⇨ Операции поэлементного умножения и деления массивов обозначаются:  $.*$  и  $./$
- 5 ⇨ Взятие функции от каждого элемента массива. В результате получится массив той же размерности.
- 6 ⇨ Использование отдельных элементов массива. Номер элемента указывается после имени переменной массива в круглых скобках. Нумерация элементов начинается с единицы.
- 7 ⇨ Сложение и умножение всех элементов массива на число.

### Действия с рабочим пространством *MATLAB*.

Рассмотрим следующий пример.

### Пример 4. Использование рабочего пространства *MATLAB*.

```
>> who ← 1
Your variables are:
a1 b c2 d e3 p r s
>> clear b ← 2
>> save mywork ← 3
>> clear ← 4
>> load mywork ← 5
>> clc ← 6
```

- 1 ⇨ Команда вывода имен всех переменных рабочего пространства.
- 2 ⇨ Команда удаления переменной из рабочего пространства.
- 3 ⇨ Команда сохранения рабочего пространства в дисковом файле.
- 4 ⇨ Команда очистки рабочего пространства.

- 5 ⇨ Команда загрузки рабочего пространства из ранее сохраненного файла.
- 6 ⇨ Команда очистки командного окна (рабочее пространство не изменяется).

В результате сохранения рабочего пространства на диске создается файл с заданным именем (может быть произвольным) и расширением *mat*. Сохранение рабочего пространства можно выполнить через меню командного окна *File* пункт *Save workspace as ...*

В командном окне есть возможность вернуть в командную строку ранее введенные команды, они запоминаются в специальной области памяти, называемой стеком команд. Для этого используются клавиши «стрелка вверх» и «стрелка вниз». Клавиша «стрелка вверх» позволяет вывести предыдущие команды в порядке обратном их вводу. Клавиша «стрелка вниз» осуществляет прокрутку команд в противоположном направлении.

**Задание 3.** Выведите на экран список переменных рабочего пространства и сохраните рабочее пространство в файле с произвольным именем; затем удалите все переменные из рабочего пространства и убедитесь, что оно очищено; снова загрузите сохраненное рабочее пространство.



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### Работа с пакетом CONTROL SYSTEM TOOLBOX

**Цель работы.** Работа с пакетом *Control System Toolbox* и навыки работы с ними.

**Порядок выполнения работы.** Работа содержит описательную часть и несколько заданий для самостоятельного выполнения. Студенты выполняют задания непосредственно в ходе прочтения содержания. Отчет по работе не выполняется.

#### 1. Работа с пакетом *Control System Toolbox*.

Пакет *Control System Toolbox* позволяет создавать линейные модели систем автоматического управления и решать задачи анализа и синтеза линейных систем. Основной программной единицей пакета *Control System Toolbox* является линейный стационарный объект (далее просто объект), который представляет собой линейное звено, описанное передаточной функцией с постоянными параметрами. Объект может являться моделью всей системы, ее части или отдельного элемента системы. Создание объекта.

Пусть требуется создать объект с передаточной функцией вида

$$W(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_{m-1} s + b_m}{a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n}.$$

**Примечание:** переменная передаточной функции в *MATLAB* обозначается буквой *s*; в отечественной литературе по теории автоматического управления ее чаще обозначают буквой *p*.

Для создания объекта используется функция *tf* (*Transfer Function*). Командная строка, создающая объект с именем *name*, имеет следующий вид.

$$Name=tf([b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m],[a_0 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n])$$

Имя объекта задается произвольно по тем же правилам, что имена обычных переменных. В качестве аргументов функции *tf* задаются массив коэффициентов числителя  $b_0, b_1, \dots, b_m$  и массив коэффициентов знаменателя передаточной функции  $a_0, a_1, \dots, a_n$ . Коэффициенты задаются в квадратных скобках через пробел или запятую. Массив коэффициентов числителя содержит  $m+1$  коэффициент, а массив коэффициентов знаменателя  $n+1$  коэффициент. На месте отсутствующих коэффициентов записывается 0.

Рассмотрим пример создания объектов.

**Пример 1. Создание объектов с помощью функции *tf*.**

```
>> w1=tf([1 2],[0.6 1 10])
Transfer function:
      s + 2
-----
0.6 s^2 + s + 10

>> w2=tf(1,[1 0 3])
Transfer function:
      1
-----
s^2 + 3

>> w3=tf([1 1.5],[2 0])
Transfer function:
      s + 1.5
-----
      2 s
```

- 1 ⇒ Если в конце строки не поставлена точка с запятой, то будет выведен результат – передаточная функция.
- 2 ⇒ Здесь второй порядок знаменателя и равен нулю коэффициент  $a_1$ .
- 3 ⇒ Если порядок числителя или знаменателя нулевой, квадратные скобки можно опустить.
- 4 ⇒ Здесь первый порядок знаменателя и равен нулю коэффициент  $a_1$ .

**Задание 1. Создайте объекты с передаточными функциями:**

$$\frac{0.8s + 5}{s^3 + s^2 + 6s + 4}, \frac{2s}{3s + 5}, \frac{10}{s^2}$$

**Операции над объектами.**

Данные операции представляют собой объединение нескольких объектов в один объект. Таким образом, можно получить передаточную функцию системы по известным передаточным функциям ее элементов.

Последовательное соединение объектов (рис.2.1) реализуется с помощью операции умножения.

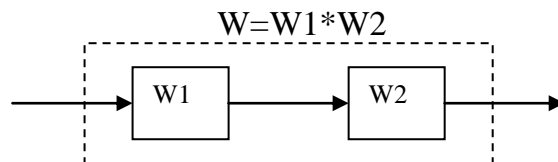


Рис.2.1. Последовательное соединение объектов.

Параллельное соединение объектов (рис.2.2) реализуется с помощью операции сложения.

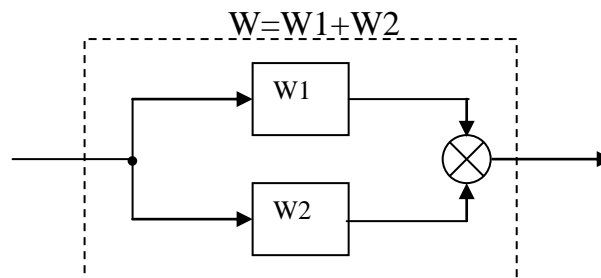


Рис.2.2. Параллельное соединение объектов.

Охват объекта отрицательной обратной связью (рис.2.3) выполняется с помощью функции *feedback*.

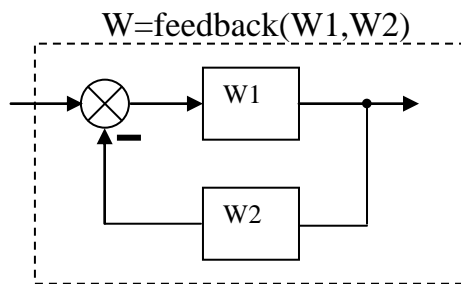


Рис.2.3. Охват объекта отрицательной обратной связью.

Рассмотрим пример. Дана структурная схема автоматической системы (рис.2.4). Необходимо создать ее модель в *Control System Toolbox*. Решение данной задачи показывает пример 6.

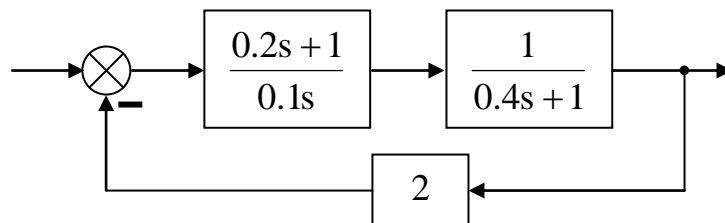


Рис.2.4. Структурная схема автоматической системы.

### Пример 6. Создание модели автоматической системы.

```
>> w1=tf([0.2 1],[0.1 0]); ← 1
>> w2=tf(1,[0.4 1]); ← 1
>> w3=tf(2,1); ← 1
>> sys=feedback(w1*w2,w3) ← 2

Transfer function:
    0.2 s + 1
----- ← 3
 0.04 s^2 + 0.5 s + 2
```

- 1 ⇨ Создаем объекты для каждого звена.
- 2 ⇨ Формируем объект *sys* – модель всей системы.
- 3 ⇨ Передаточная функция системы выводится в командное окно.

**Задание 2.** Создайте модель системы, структурная схема которой показана на рис.2.5.

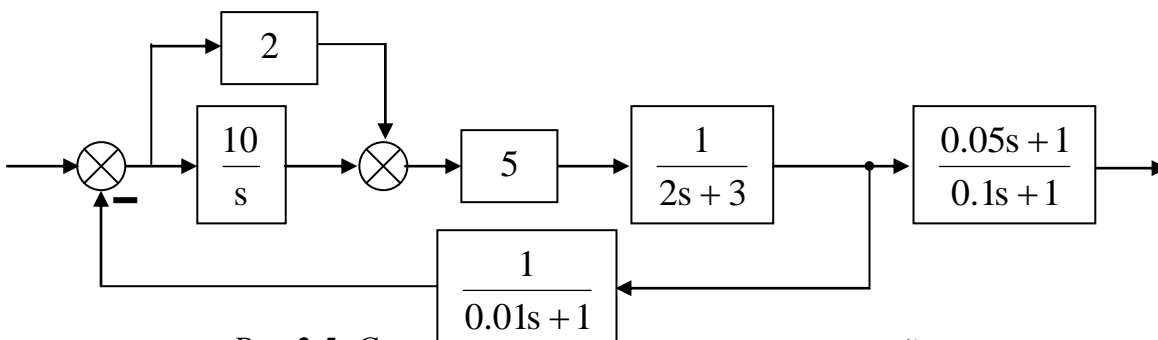


Рис.2.5. Структурная схема автоматической системы.

### а. Построение основных характеристик объекта.

Создав объект с определенной структурой и параметрами, можно исследовать

различные характеристики объекта. Графики характеристик строятся в специальных графических окнах. Рассмотрим способы получения основных временных и частотных характеристик (табл.2.1 – 2.4).

**Таблица 2.1**

Исследование переходной функции и весовой функции

Команда	Комментарий
$step(w)$ $impulse(w)$	Построение переходной функции ( $step$ ) и весовой функции ( $impulse$ ) функции объекта $w$ . Время моделирования определяется автоматически.
$step(w,t)$ $impulse(w,t)$	Построение переходной (весовой) функции объекта $w$ <u>на заданном</u> отрезке времени от $0$ до $t$ (где $t$ – это константа или переменная). $t$ также можно задавать как массив вида $0:dt:tmax$ , где $tmax$ – время окончания моделирования, $dt$ – шаг расчета переходной функции (должен быть достаточно мал).
$step(w1,w2,...,wn)$ $impulse(w1,w2,...,wn)$	Построение переходной (весовой) функции нескольких объектов <u>на одной</u> координатной плоскости.
$step(w1,w2,...,wn,t)$ $impulse(w1,w2,...,wn,t)$	То же с заданием времени моделирования.

**Таблица 2.2**

Исследование реакции на произвольно заданное воздействие

Команда	Комментарий
$lsim(w,u,t)$	Построение реакции объекта $w$ на воздействие заданное двумя массивами. Массив $t$ – это массив значений времени. Задается в виде $0:dt:tmax$ , где $tmax$ – время окончания моделирования, $dt$ – шаг расчета (должен быть достаточно мал). Массив $u$ – это массив значений входного воздействия того же размера, что и массив $t$ .
$lsim(w1,w2,...,wn,u,t)$	То же для нескольких объектов (графики выводятся на одну координатную плоскость).

**Примечание.** Обозначение координатных осей графического окна при выводе временных характеристик:

*Amplitude* – ось значений выходной величины объекта;

*Time (sec)* – ось времени (единицы – секунды).

**Таблица 2.3**

Исследование АФЧХ – амплитудно-фазовой частотной характеристики  
(*Nyquist diagram*)

Команда	Комментарий
$nyquist(w)$	Построение АФЧХ объекта $w$ .
$nyquist(w,\{omin,omax\})$	То же с заданием диапазона частот, для которого строится АФЧХ (в фигурных скобках). Частота $omin$ должна быть больше нуля.
$nyquist(w1,w2,...,wn)$	Построение АФЧХ нескольких объектов на одной комплексной плоскости.

$nyquist(w1, \dots, wn, \{omin, omax\})$	То же с заданием диапазона частот.
--	------------------------------------

**Примечание.** АФЧХ строится в виде годографа на комплексной плоскости для диапазона частот  $-\infty \dots \infty$  и представляет собой две симметричные относительно действительной оси кривые: одна для положительных частот, другая для отрицательных частот. В отечественной литературе принято строить АФЧХ только для положительных частот. Обозначение осей комплексной плоскости в графическом окне: *Real Axis* – действительная ось, *Imaginary Axis* – мнимая ось.

**Таблица 2.4.**

**Исследование ЛЧХ – логарифмических частотных характеристик  
(Bode diagram)**

Команда	Комментарий
$bode(w)$	Построение ЛЧХ объекта $w$ .
$bode(w, \{omin, omax\})$	То же с заданием диапазона частот. Частота $omin$ должна быть больше нуля.
$bode(w1, w2, \dots, wn)$	Построение ЛЧХ нескольких объектов в одном окне.
$bode(w1, w2, \dots, wn, \{omin, omax\})$	То же с заданием диапазона частот.
$margin(w)$	Построение ЛЧХ объекта $w$ с выводом информации о запасах устойчивости автоматической системы по амплитуде и по фазе. Объект $w$ должен описывать разомкнутую систему.

**Примечание.** Команды *bode* и *margin* всегда строят 2 логарифмические частотные характеристики в одном окне друг под другом в одном масштабе частоты: ЛАЧХ – логарифмическую амплитудную частотную характеристику и ЛФЧХ – логарифмическую фазовую частотную характеристику. Обозначение координатных осей: *Magnitude (dB)* – ось значений ЛАЧХ в децибелах, *Phase (deg)* – ось значений ЛФЧХ в градусах, *Frequency (rad/sec)* – ось частоты (в радианах в секунду).

Для того чтобы построить новую характеристику в другом графическом окне (при сохранении на экране уже имеющегося графического окна) необходимо ввести команду *figure* (создается новое пустое графическое окно); после запуска следующей команды вывода графиков они появятся в новом окне. При построении нескольких характеристик на одной координатной плоскости каждый график строится своим цветом в зависимости от порядка построения. Стандартным для *MATLAB* является следующий порядок цветов графиков: синий, зеленый, красный, голубой, фиолетовый.

**Задание 3.** Создайте объект с передаточной функцией  $\frac{1}{s^2 + 0.5s + 1}$ .

Получите для него переходную функцию, АФЧХ, ЛЧХ (в трех различных графических окнах). Эти окна не удаляйте, они понадобятся для последующих заданий.

**в. Действия с графическими окнами.**

Команды работы с графическим окном находятся в главном меню окна и во всплывающем меню (щелчок правой кнопкой мыши в координатной плоскости).

### Нанесение координатной сетки.

Для нанесения (удаления) сетки используется пункт всплывающего меню *Grid* (рис.2.6,а).



Рис.2.6. Всплывающее меню координатной плоскости.

### Вывод информации об отдельных точках графика.

Для вывода координат некоторой точки графика выполняется наведение курсора мыши на данную точку и нажатие левой кнопки (не отпуская). Например, для временного графика будет выведена информация о текущем значении сигнала и о текущем времени (рис.2.7). Информационная надпись исчезает при отпускании кнопки мыши. Аналогично выводится информационная надпись о текущем значении и текущей частоте для частотных характеристик.

### Масштабирование и удаление графиков.

Существует несколько способов изменения масштаба графика (как временной, так и частотной характеристики).

Первый способ – использование подменю *Zoom* всплывающего меню. Пунктами подменю *Zoom* являются:

*In-X* – масштабирование по горизонтали;

*In-Y* – масштабирование по вертикали;

*X-Y* – масштабирование по вертикали и по горизонтали (выделение прямоугольного фрагмента);

*Out* – возврат исходного масштаба.

Масштабирование выполняется мышью, удерживая левую кнопку, путем проведения горизонтальной линии (*In-X*), вертикальной линии (*In-Y*) или прямоугольника (*X-Y*).

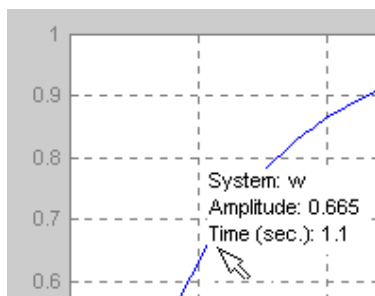


Рис.2.7. Информация о координатах точки графика.

Второй способ изменения масштаба – использование окна параметров координатной плоскости. Для вывода окна параметров необходимо сначала войти в режим редактирования графического окна, нажав мышью кнопку с изображением стрелки в меню окна (рис.2.8), а затем выполнить двойной щелчок по координатной плоскости (но не по самому графику). В результате появится окно параметров

(рис.2.9).

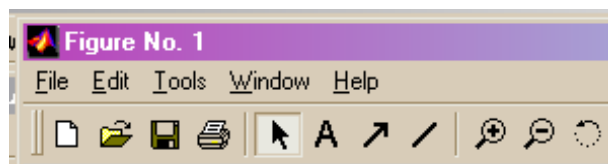


Рис.2.8. Меню графического окна.

Максимальное и минимальное значения по оси  $X$  и оси  $Y$  (для разных характеристик эти оси имеют разный смысл) задаются в строках ввода напротив надписи *Limits*. При этом должен быть установлен флажок ручного ввода пределов *Manual*.

Иногда требуется скрыть некоторые графики (если на одной координатной плоскости их несколько). Для того чтобы скрыть графики (с возможностью последующего восстановления) используется всплывающее меню графического окна (режим редактирования выключен). В подменю *Systems* перечислены имена всех объектов, характеристики которых были выведены в окно. Для того чтобы скрыть график, необходимо снять флажок напротив имени объекта.

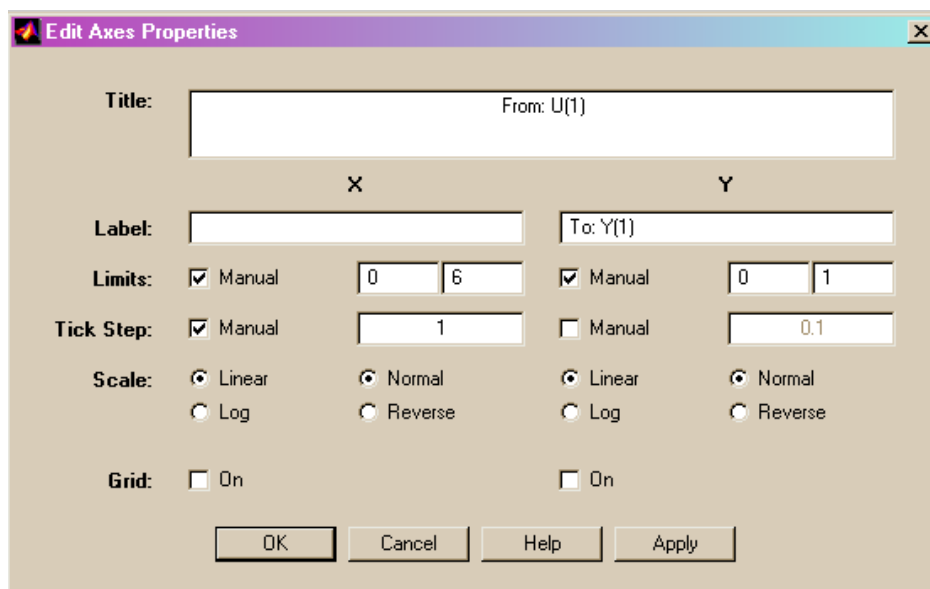


Рис.2.9. Окно параметров графического окна.

### Изменение параметров графиков.

Для изменения параметров графика можно использовать всплывающее меню графика (рис.2.10). Для его вывода необходимо в режиме редактирования графического окна выполнить щелчок правой кнопкой мыши при наведении курсора на сам график.



Рис.2.10. Всплывающее меню графика.

Для изменения толщины линии используется подменю *Line Width*, для изменения стиля линии (сплошная, пунктирная и т.д.) – подменю *Line Style*. При выборе пункта *Color...* появляется окно установки цвета линии. Те же действия можно выполнить, используя окно установки параметров графика (пункт *Properties...*).

#### **Оформление графического окна.**

Для добавления текстовых комментариев нажмите мышью кнопку меню графического окна с изображением буквы А. Затем выполните щелчок мыши в нужном месте координатной плоскости, введите текст и выполните щелчок мыши в любом другом месте координатной плоскости. В режиме редактирования графического окна можно перетаскивать текстовую надпись с помощью мыши на любое место координатной плоскости.

Для введения заголовка над координатной плоскостью заполните строку *Title* в окне параметров (см. рис.2.9). Для введения поясняющих надписей для осей – строки *Label* для оси *X* и для оси *Y*.

#### **Сохранение графического окна.**

Для сохранения координатной плоскости и ее содержимого в графическом файле используется пункт *Export...* в подменю *File...* главного меню графического окна. В окне сохранения файла задается тип файла (например, *Bitmap files \*.bmp*) и имя файла. Файлы типа *Bitmap* могут быть открыты графическим редактором *Paint*.

**Задание 4.** Определите для созданного ранее колебательного звена:

- 1) значения переходной функции в точке ее максимума и в точке первого минимума после наступления максимума, а также значения времени в этих точках;
- 2) значения действительной и мнимой части АФЧХ на частоте 1.09 рад/с;
- 3) частоту, на которой ЛАЧХ имеет максимум;
- 4) значение ЛФЧХ на этой частоте.

Установите сетку на координатную плоскость и сохраните любую из характеристик в файле типа *Bitmap*. Откройте этот файл в редакторе *Paint*.



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

### Работа с пакетом SIMULINK

**Цель работы.** Работа с пакетом Simulink и навыки работы с ними.

**Порядок выполнения работы.** Работа содержит описательную часть и несколько заданий для самостоятельного выполнения. Студенты выполняют задания непосредственно в ходе прочтения содержания. Отчет по работе не выполняется.

#### 1. Работа с пакетом *Simulink*.

Пакет *Simulink* позволяет моделировать процессы, как в линейных, так и в нелинейных системах. Для создания моделей используются специальные окна, в которых из блоков различного назначения собирается структурная схема системы. Пакет *Simulink* далее рассматривается в той части, которая необходима для выполнения лабораторных работ по курсу «Теория автоматического управления», относящихся к разделу линейных систем.

##### а. Подготовка к работе.

Запустите в командном окне *MATLAB* команду загрузки рабочего пространства: *load labospace*. Рабочее пространство в файле *labospace.mat* специально подготовлено для лабораторных работ. Его загрузку следует выполнять один раз за сеанс работы.

В подменю *File* главного меню запустите команду *Open...* и откройте файл *Lab1Libr*. На экране появляется окно библиотеки блоков, из которых собирается модель.

Таким же образом откройте файл *Lab1Window*. На экране появляется пустое окно. В этом окне будет собираться схема модели.

##### б. Библиотека блоков.

Рассмотрим блоки, входящие в состав библиотеки *Lab1Libr* (рис.3.1). Каждый блок имеет определенное число входов и выходов для связи с другими блоками модели. Некоторые блоки имеют только входы или только выходы. Свойства блоков определяются параметрами, задаваемыми пользователем. Эти параметры вводятся в окне параметров, для раскрытия которого выполняется двойной щелчок левой кнопкой мыши по изображению блока.

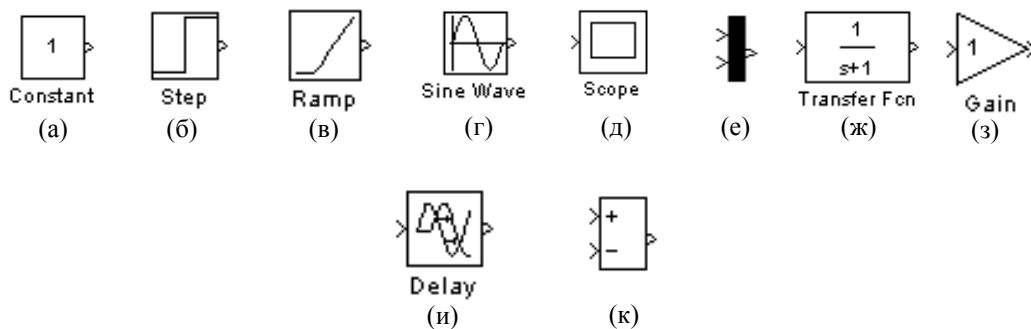


Рис.3.1. Основные блоки *Simulink*, используемые в лабораторных работах.

Первые четыре блока (рис.3.1,а–г) представляют собой настраиваемые источники сигнала. Они имеют один выход и не имеют входов.

**Источник постоянного сигнала (константа), рис.3.1, а.**

Блок формирует постоянный сигнал заданной величины.

Параметр блока: *Constant Value* – значение константы.

**Источник ступенчатого сигнала (*Step*), рис.3.1, б.**

Блок формирует ступенчатый сигнал (рис.3.2).

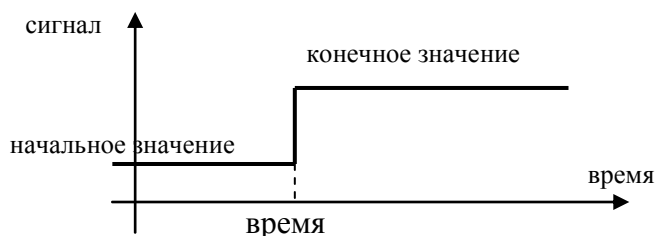


Рис.3.2. Ступенчатый сигнал.

Параметры блока:

*Step time* – время скачка сигнала.

*Initial value* – начальное значение.

*Final value* – конечное значение.

**Источник линейно изменяющегося сигнала (*Ramp*), рис.3.1, в.**

Блок формирует сигнал, возрастающий или убывающий с постоянной скоростью (рис.3.3.).

Параметры блока:

*Slope* – наклон (значение производной по времени).

*Start time* – время начала действия сигнала.

**Источник синусоидального сигнала, рис.3.1, г.**

Блок формирует синусоидальный сигнал с заданной частотой, амплитудой и начальной фазой.

Параметры блока:

*Amplitude* – амплитуда.

*Frequency (rad/sec)* – частота в рад/с.

*Phase (rad)* – начальная фаза в радианах.

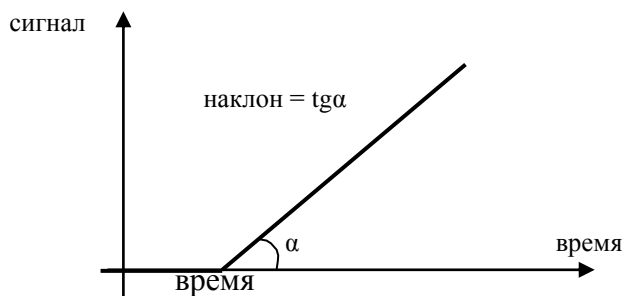


Рис.3.3. Линейно изменяющийся сигнал.

**Графический индикатор сигналов, рис.3.1, д.**

Индикатор предназначен для наблюдения результатов моделирования – временных графиков величин модели. Блок имеет один вход, куда подается исследуемый сигнал модели, и не имеет выходов. В модели можно использовать только один индикатор. Наблюдение нескольких графиков в одном окне осуществляется с помощью мультимплектора (см. пункт 3.2.6). После того как расчет модели произведен компьютером, можно посмотреть результат, для чего необходимо выполнить двойной щелчок по значку индикатора. В результате раскрывается графическое окно с графиком сигнала в функции времени.

#### **Мультимплексор, рис.3.1,е.**

Мультимплексор имеет несколько входов, число которых определяется пользователем, и один выход. Мультимплексор объединяет несколько сигналов в один векторный сигнал, который передается в модели по одной линии. Использование мультимплектора позволяет подать на индикатор несколько сигналов и наблюдать их графики на одной координатной плоскости.

Параметр блока: *Number of inputs* – число входов.

Остальные блоки (рис.3.1, ж–к) представляют собой преобразователи сигналов.

#### **Линейное динамическое звено, рис.3.1, ж.**

Параметры блока:

*Numerator* – массив коэффициентов числителя передаточной функции.

*Denominator* – массив коэффициентов знаменателя передаточной функции.

Коэффициенты числителя и знаменателя передаточной функции задаются по тем же правилам, как в *Control System Toolbox* (см. пункт 2.1). После ввода параметров передаточная функция показывается внутри значка блока.

#### **Пропорциональное звено, рис.3.1, з.**

Параметр блока: *Gain* – коэффициент передачи. Блок умножает сигнал на величину *Gain*.

#### **Звено запаздывания, рис.3.1, и.**

Параметр блока: *Time delay* – время задержки. Сигнал на выходе блока повторяет по форме сигнал на входе, но запаздывает во времени на величину *Time delay*.

#### **Сумматор, рис.3.1, к.**

Выполняет алгебраическое суммирование (сложение или вычитание) заданного числа входных сигналов. Параметр блока: *List of signs* – список знаков. В список знаков записываются плюсы и минусы без пробелов (например +-++). Тем самым определяется число входов сумматора, и знак каждого слагаемого.

с.

d.

е.

#### **Действия с блоками.**

1.

##### **Перетаскивание блока из окна библиотеки в окно модели.**

Перетаскивание блока выполняется с помощью мыши (удерживая левую кнопку).

2.

##### **Выделение блоков.**

Блок может быть выделенным или невыделенным. Для выделения блока выполняется однократный щелчок левой кнопкой мыши по значку блока. Выделение показывается четырьмя квадратными метками по углам значка блока (рис.1.14,а). Для выделения нескольких блоков выполняется однократный щелчок мышью по значкам

блоков с удержанием клавиши *Shift* или путем обведения прямоугольного участка окна рамкой.

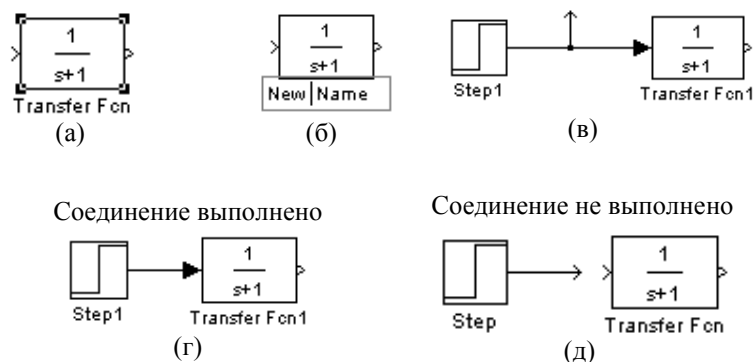


Рис.3.2 Основные действия с блоками Simulink.

**3. Удаление блоков.**

Нажатие клавиши *Delete* приводит к удалению всех выделенных блоков.

**4. Изменение размеров блока.**

Значок блока можно растягивать, захватив мышью за квадратные угловые метки.

**5. Изменение имени блока.**

Чтобы ввести новое имя блока выполняется однократный щелчок левой кнопкой мыши по старому имени. Имя блока обводится рамкой и появляется курсор (рис.3.3,б). После этого можно редактировать имя. Не допускается отсутствие имени блока (пустая строка) и наличие в одном окне блоков с одинаковыми именами.

**6. Вращение блока.**

При выполнении щелчка правой кнопкой мыши по значку блока появляется всплывающее меню блока, где находится подменю *Format*. В подменю *Format* содержатся команды: *Rotate block* – вращение блока на 90° по часовой стрелке, *Flip block* – разворот блока на 180°, *Flip name* – переброска имени на другую сторону блока.

**7. Создание копии блока.**

Для создания копии необходимо захватить блок, удерживая правую кнопку мыши и перетащить на свободное место окна.

**8. Проведение соединительных линий.**

Для соединения выхода одного блока с входом другого указатель мыши наводится на исходную точку и затем проводится линия (удерживая левую кнопку мыши). Когда линия доведена до конечной точки, кнопка мыши отпускается. Жирный конец стрелки означает, что соединение выполнено (рис.3.4,г). Если линия осталась не подключенной, конец стрелки будет тонким (рис.3.4,д). Неподключенную стрелку затем можно продолжить. Линии можно захватывать мышью и изменять их конфигурацию.

**9. Отделение блока от линии.**

Для отделения блока он захватывается мышью с удержанием клавиши *Shift* и перетаскивается на другое место.

**10. Удаление линий.**

Линии, как и сами блоки, можно выделять. После нажатия клавиши *Delete* выделенные линии удаляются.

- 11. Создание узлов.**  
 Для создания узла на линии новая линия тянется от выбранной точки с удержанием правой кнопки мыши (рис.3.4,в).
- f. Управление моделированием.**
- 1. Установка параметров моделирования.**  
 В главном меню окна модели в подменю *Simulation* (рис.3.5, указатель 3) находится пункт *Simulation parameters...*. Его запуск приводит к появлению окна параметров моделирования. Основные параметры находятся на вкладке *Solver* (рис.3.5).  
 В области *Simulation time* (время моделирования) задаются параметры *Start time* – время начала моделирования и *Stop time* – время окончания моделирования. Параметр *Start time* обычно всегда задается равным нулю, а параметр *Stop time* выбирается исходя из предположительного времени исследуемого процесса в системе. В области *Solver options* задается способ моделирования (переключатель *Type*) и метод расчета (второй переключатель). Во всех лабораторных работах состояние этих переключателей остается неизменным: *Fixed Step* (постоянный шаг) и *ode5*; изменять эти режимы не следует. Параметр *Fixed step size* – это величина шага расчета (по времени). Шаг должен задаваться достаточно малым, для того чтобы модель могла рассчитывать быстрые изменения величин в переходных процессах. Величина шага расчета для каждой работы будет задана преподавателем. Из всех параметров студент будет изменять по собственному усмотрению только параметр *Stop time*.

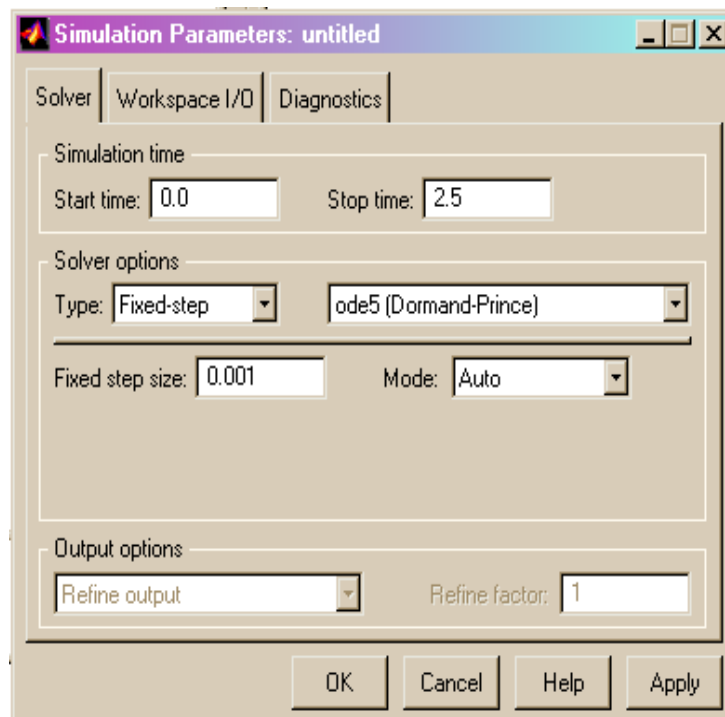


Рис.3.4. Окно параметров моделирования.

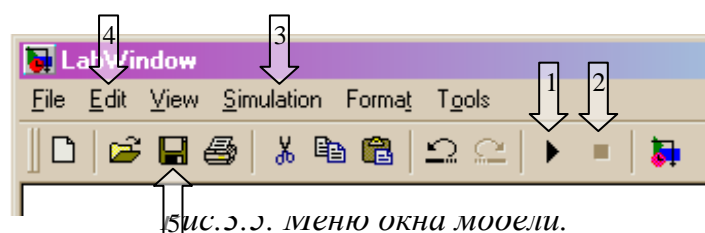


Рис.3.5. Меню окна модели.

2.

### Запуск и остановка моделирования.

После того, как схема модели собрана, заданы все параметры блоков и параметры моделирования, можно запустить компьютерный расчет модели. Для запуска удобно использовать кнопку *Start* (рис.3.5, указатель 1) на панели кнопок окна модели. Ход процесса моделирования показывает индикатор в строке состояния окна модели. Расчет останавливается, когда время моделирования достигнет заданного параметра *Stop Time*. Если необходимо досрочно прекратить расчет, то используется кнопка *Stop* (рис.3.5, указатель 2). Когда расчет уже идет, кнопка *Start* превращается в кнопку *Pause* (пауза). Режим паузы позволяет возобновить расчет с того места, где он был остановлен. Когда расчет окончен, можно открыть индикатор и работать с графиками процессов.

### Сохранение модели.

Модель сохраняется на диске в файле с расширением *mdl*. Для сохранения модели используйте кнопку *Save*. Для сохранения графического изображения схемы модели используйте команду *Copy model* из подменю *Edit* главного меню. Данная команда копирует изображение модели в буфер обмена. Затем изображение можно вставить, например, в редактор *Paint*.

**Задание 1.** Создайте в окне *Lab1Window* модель системы, структурная схема которой показана на рис.3.6 Установите параметры задающего сигнала *x*, как показано на рис.3.7. Установите время моделирования 0...2 секунды и шаг расчета 0,002 с. Запустите моделирование и раскройте окно индикатора. Определите максимальные значения величин *y* и *z*. Сохраните файл модели. Закройте окно модели, а затем снова загрузите его из файла. Сохраните изображение модели в графическом файле.

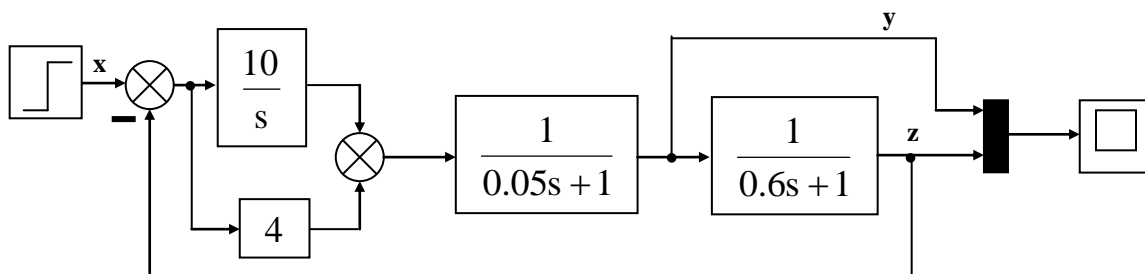


Рис.3.6. Структурная схема системы автоматического управления.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

### Динамические характеристики типовых звеньев

**Цель работы.** Изучение временных и частотных характеристик основных типов динамических звеньев (апериодическое звено 1-го порядка и колебательное звено); освоение способа экспериментального определения неизвестных параметров этих звеньев по их временным характеристикам.

#### **Подготовка к работе**

В командном окне *MATLAB* загрузите рабочую среду *labspace*. Откройте библиотеку блоков *Lab2Libr* и пустое рабочее окно *Lab2Window*. В работе исследуется одно из апериодических звеньев 1-го порядка (блоки *A1...A6*) и одно из колебательных звеньев (блоки *K1...K6*) в соответствии с номером варианта. Параметры этих блоков скрыты от студента; они будут экспериментально определяться в ходе лабораторной работы. Номер варианта указывается преподавателем. Перенесите звенья с заданным номером из библиотеки в рабочее окно.

#### **Теоретические сведения**

Апериодическое звено имеет передаточную функцию вида:

$$W(p) = \frac{K}{Tp + 1},$$

где  $K$  – коэффициент передачи,  $T$  – постоянная времени.

Для экспериментального определения этих параметров можно использовать следующие свойства переходной и весовой функций апериодического звена (рис.4.1).

1) Установившееся значение переходной функции равно коэффициенту передачи звена  $K$ .

2) Начальное значение весовой функции равно отношению коэффициента передачи звена к постоянной времени  $K/T$ .

3) Касательная к переходной функции в точке начала координат отсекает на линии установившегося значения отрезок равный постоянной времени  $T$ .

4) Линия  $t=T$  пересекает график переходной функции на уровне 0,63 от ее установившегося значения.

Данные утверждения поясняются на рис.4.1.

Колебательное звено имеет передаточную функцию вида:

$$W(p) = \frac{K}{T^2 p^2 + 2T\mu p + 1},$$

где  $K$  – коэффициент передачи,  $T$  – постоянная времени,  $\mu$  – коэффициент демпфирования. Передаточная функция колебательного звена имеет два комплексных полюса:

$$p_{1,2} = -\gamma \pm j\lambda.$$

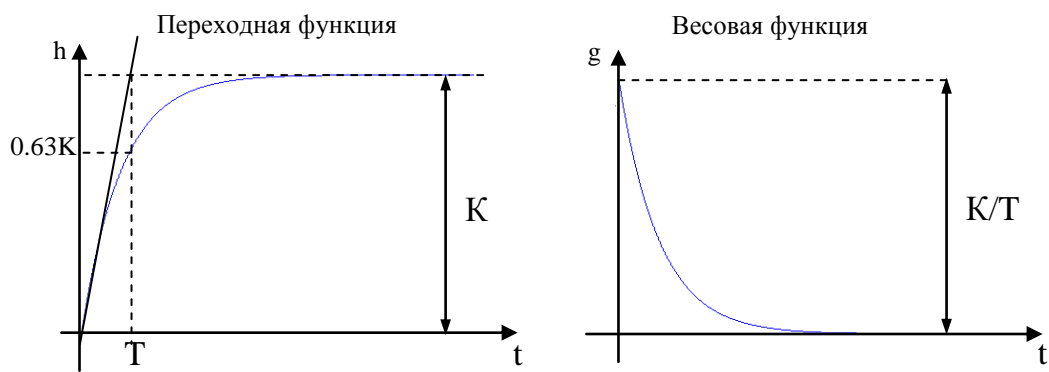


Рис.4.1. Свойства переходной и весовой функций аperiodического звена.

Постоянная времени и коэффициент демпфирования колебательного звена связаны с действительной и мнимой частями полюсов передаточной функции формулами

$$T = \frac{1}{\sqrt{\gamma^2 + \lambda^2}}; \mu = \gamma T.$$

Для экспериментального определения параметров колебательного звена можно использовать следующие свойства его переходной функции (рис.4.2).

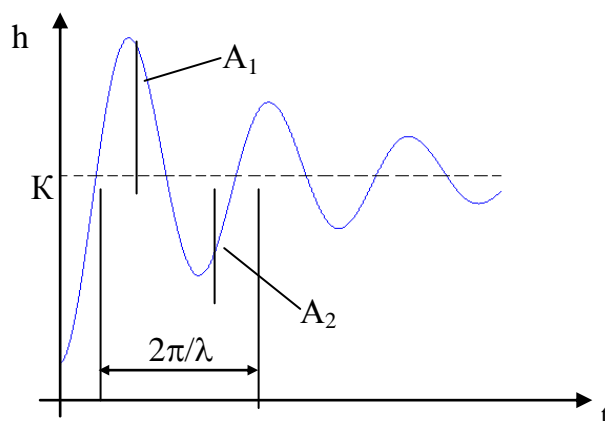
- 1) Период колебаний переходной функции равен  $2\pi/\lambda$ , где  $\lambda$  – мнимая часть полюсов передаточной функции.
- 2) Действительная часть полюсов передаточной функции  $\gamma$  находится по формуле:

$$\gamma = \frac{\lambda}{\pi} \ln \frac{A_1}{A_2},$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды соседних положительной и отрицательной полуволн колебаний переходной функции относительно установившегося значения.

- 3) Установившееся значение переходной функции равно коэффициенту передачи, т.к. сигнал на входе равен единице.

Данные утверждения поясняются на рис.4.2.



**Задания к работе и указания по ее выполнению**

Рис.4.2. Свойства переходной функции колебательного звена.



### Экспериментальное определение параметров аperiodического звена

Задание 1. Определить коэффициент передачи и постоянную времени аperiodического звена с заданным номером.

1) Снятие переходной функции аperiodического звена.

Схема для экспериментального определения переходной функции, которая должна быть собрана в окне *Lab2Window*, показана на рис.4.3. На вход исследуемого звена подается ступенчатый единичный сигнал от блока *Step*. На индикаторе будут наблюдаться входной и выходной сигналы звена, объединенные с помощью мультиплексора.

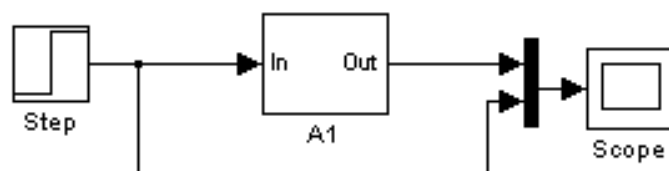


Рис.4.3. Схема определения переходной функции.

Время моделирования необходимо подобрать так, чтобы видеть установившееся значение переходной функции. Определите установившееся значение переходной функции. Сохраните переходную функцию для отчета.

2) Снятие весовой функции аperiodического звена.

Схема для экспериментального определения весовой функции показана на рис.4.4. Для определения весовой функции используется тот факт, что весовая функция является производной переходной функции. Для вычисления производной в библиотеку *Lab2Libr* включен блок *Derivative* (дифференцирующее звено).

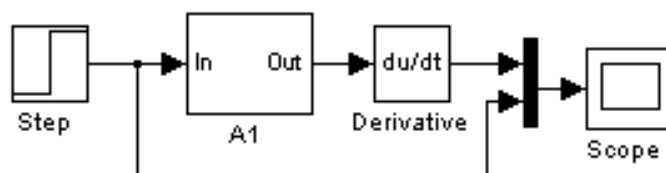


Рис.4.4. Схема определения весовой функции.

Определите начальное значение весовой функции. Сохраните весовую функцию для отчета.

3) Определение параметров аperiodического звена.

Определите коэффициент передачи и постоянную времени аperiodического звена по экспериментальным данным (см. теоретические сведения).

4) Проверка полученного результата.

Поместите в окно *Lab2Window* блок динамического звена *Transfer Fsn* и установите в нем передаточную функцию аperiodического звена с найденными параметрами. Подайте на вход исследуемого звена с неизвестными параметрами и звена с найденными параметрами одновременно один и тот же ступенчатый сигнал и наблюдайте на индикаторе (в одном окне) выходные величины этих звеньев. Графики должны совпасть.

### **Экспериментальное определение параметров колебательного звена**

Задание 2. Определить коэффициент передачи, постоянную времени и коэффициент демпфирования колебательного звена с заданным номером.

1) Снятие переходной функции колебательного звена.

Выполняется аналогично снятию переходной функции апериодического звена. Время моделирования необходимо подобрать так, чтобы видеть установившееся значение переходной функции. Определите установившееся значение переходной функции, период колебаний, амплитуды  $A_1$  и  $A_2$ . Сохраните переходную функцию колебательного звена для отчета.

2) Определение параметров колебательного звена.

Определите коэффициент передачи, постоянную времени и коэффициент демпфирования колебательного звена по экспериментальным данным (см. теоретические сведения).

3) Проверка полученного результата.

Поместите в окно *Lab2Window* блок динамического звена *Transfer Fsn* и установите в нем передаточную функцию колебательного звена с найденными параметрами. Подайте на вход исследуемого звена с неизвестными параметрами и звена с найденными параметрами одновременно один и тот же ступенчатый сигнал и наблюдайте на индикаторе (в одном окне) выходные величины этих звеньев. Графики должны совпасть.

### **Исследование частотных характеристик апериодического звена**

Задание 3. Получите частотные характеристики (АФЧХ и ЛЧХ) апериодического звена с найденными значениями параметров, используя функции *Control System Toolbox*, описанные в лабораторной работе №1. Сохраните частотные характеристики апериодического звена для отчета. Проверьте следующие утверждения на частотных характеристиках апериодического звена.

1) Начало АФЧХ ( $\omega=0$ ) находится на действительной оси в точке  $(K,0)$ .

2) Значение ЛАЧХ в области низких частот ( $\omega \ll 1/T$ ) практически постоянно и равно  $20\lg(K)$ .

3) Наклон ЛАЧХ в области высоких частот ( $\omega \gg 1/T$ ) равен  $-20$  дБ/дек.

4) Значение ЛФЧХ на частоте  $\omega=1/T$  равно  $-45^\circ$ .

5) Изменение коэффициента передачи не влияет на ЛФЧХ.

Для проверки последнего утверждения следует построить в одном окне логарифмические частотные характеристики двух звеньев с одинаковыми постоянными времени и различными коэффициентами передачи.

### **Исследование частотных характеристик колебательного звена**

Задание 4. Получите частотные характеристики (АФЧХ и ЛЧХ) колебательного звена с найденными значениями параметров, используя функции *Control System Toolbox*. Сохраните частотные характеристики колебательного звена для отчета. Проверьте следующие утверждения на частотных характеристиках колебательного звена.

1) Начало АФЧХ ( $\omega=0$ ) находится на действительной оси в точке  $(K,0)$ .

2) Значение ЛАЧХ в области низких частот ( $\omega \ll 1/T$ ) практически постоянно и равно  $20\lg(K)$ .

3) Наклон ЛАЧХ в области высоких частот ( $\omega \gg 1/T$ ) равен  $-40$  дБ/дек.

- 4) Значение ЛФЧХ на частоте  $\omega=1/T$  равно  $-90^\circ$ .
- 5) Максимальное значение ЛАЧХ равно  $20 \lg \frac{K}{2\mu\sqrt{1-\mu^2}}$ .
- 6) Максимум ЛАЧХ находится на частоте  $\omega = \frac{\sqrt{1-2\mu^2}}{T}$ .

Расчет координат точки максимума ЛАЧХ приведите в отчете. Отметьте эту точку на графике ЛАЧХ в отчете.

### ***Требования к отчету***

Отчет по работе должен содержать:

- 1) название и цель работы;
- 2) схемы экспериментов с описанием плана действий;
- 3) графики временных характеристик исследуемых звеньев;
- 4) графики частотных характеристик исследуемых звеньев;
- 5) расчет параметров звеньев по экспериментальным данным.

На графиках характеристик необходимо выделить их особенности, обсуждаемые в руководстве.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### Экспериментальное определение частотных характеристик линейного объекта

**Цель работы.** Освоить методику экспериментального определения частотных характеристик линейного объекта.

#### Содержание работы

Работа выполняется в среде пакета *Simulink*. Дан объект (в виде блока *Simulink*) с одним входом и одним выходом, структура и параметры которого неизвестны (скрыты от студента), но известно, что объект является линейным. Требуется экспериментально определить частотные характеристики данного объекта:

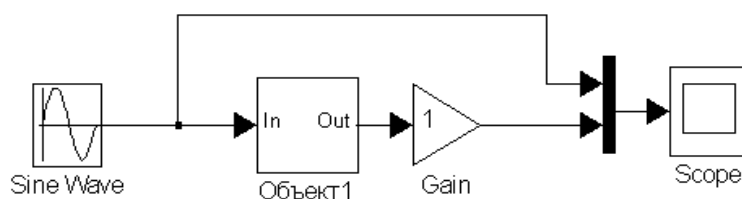
- 1) амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ);
- 2) логарифмическую амплитудную частотную характеристику (ЛАЧХ);
- 3) логарифмическую фазовую частотную характеристику (ЛФЧХ).

Частотные характеристики определяются путем экспериментального снятия их отдельных точек. Для получения точки характеристики, соответствующей определенной частоте, на вход объекта подается синусоидальный сигнал данной частоты с единичной амплитудой и нулевой начальной фазой. На выходе звена, в режиме установившихся гармонических колебаний, измеряется амплитуда выходного сигнала, и сдвиг во времени между выходным и входным сигналами. По результатам этих измерений рассчитываются значения частотных характеристик.

По виду полученных характеристик требуется определить, к какому типу динамических звеньев относится исследуемый объект.

#### Подготовка к работе

В командном окне *MATLAB* загрузите рабочую среду *labspace*. Откройте библиотеку *Lab3Libr* и пустое рабочее окно *Lab3Window*. Скопируйте блок линейного объекта с номером вашего варианта, из окна библиотеки в рабочее окно. Соберите в рабочем окне схему эксперимента (рис.5.1). Задайте в источнике синусоидального сигнала единичную амплитуду и нулевую начальную фазу. Коэффициент усиления блока *Gain* исходно равен единице.



Заготовьте таблицу для записи экспериментальных и расчетных данных (табл.3.1). В первую строку таблицы запишите значения частот: 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8; 0,9; 1; 1,2; 1,6; 2; 2,3; 3; 4; 5; 8; 10.

Таблица 5.1

1	$\omega$ , рад/с	0,1	0,2	...	8	10
2	T, с					
3	$Y_m$					
4	$\Delta t$ , с					
5	$\varphi$ , °					

6	L, дБ					
7	U					
8	V					

В таблицу будут записываться:

- 1) угловая частота сигналов  $\omega$ ;
- 2) период колебаний T;
- 3) амплитуда выходного сигнала  $Y_m$ ;
- 4) временной сдвиг между выходным и входным сигналами  $\Delta t$ ;
- 5) фазовый сдвиг между выходным и входным сигналами  $\varphi$  (значение ФЧХ);
- 6) значение ЛАЧХ L;
- 7) значение действительной части АФЧХ U;
- 8) значение мнимой части АФЧХ V.

### **Порядок проведения эксперимента и расчетов**

Для каждого значения частоты (см. табл.5.1) выполните следующие действия.

- 1) Задайте значение частоты в источнике входного сигнала.
- 2) Рассчитайте период входного сигнала и запишите в таблицу:

$$T=2\pi/\omega.$$

3) Установите в окне параметров моделирования время моделирования, чтобы наблюдать несколько периодов колебаний.

4) Установите в окне параметров моделирования шаг расчета по времени (рекомендуется задавать как минимум в 100 раз меньше периода).

5) Запустите расчет модели. По его окончании откройте индикатор. Убедитесь, что выбранного времени моделирования достаточно для того, чтобы наблюдать режим установившихся колебаний выходной величины. Выделите крупным планом фрагмент установившегося режима. Признаком установившегося режима является то, что амплитуда выходного сигнала практически не меняется от периода к периоду, определяемая как по точкам минимума, так и по точкам максимума синусоиды. Если режим не установился, увеличьте время моделирования и повторите моделирование. Если амплитуда выходного сигнала оказывается много меньше амплитуды входного сигнала, то для удобства наблюдения выходной сигнал можно усилить (с помощью блока *Gain*) и повторить расчет.

*Примечание:* перед повторным запуском моделирования закройте индикатор. Если индикатор не закрывать, графики автоматически не обновляются.

6) Определите амплитуду выходного сигнала с помощью метки. Если был задан неединичный коэффициент усиления блока *Gain*, то для определения реальной амплитуды следует поделить измеренную амплитуду на введенный коэффициент. Результат запишите в таблицу.

*Примечание:* Амплитуда выходного сигнала является значением АЧХ, т.к. амплитуда входного сигнала единична (АЧХ – это отношение этих амплитуд).

7) Определите временной сдвиг между выходным и входным сигналами. Его можно определять как временной отрезок между пересечениями выходной и входной синусоидой уровня нуля (в одном направлении) или между точками их максимумов (рис.5.2):

$$\Delta t=t_1-t_2.$$

Использование меток при определении временного сдвига может дать неточный результат. Здесь рекомендуется использовать увеличение масштаба графиков для точного определения времен  $t_1$  и  $t_2$ .

*Примечание.* Для исследуемого в работе объекта выходной сигнал всегда будет отставать по фазе от входного сигнала. Поэтому все значения временного и фазового сдвига будут отрицательны. Для проверки правильности определения временного сдвига мысленно сместите график выходного сигнала на величину  $|\Delta t|$  влево. При этом выходной сигнал должен оказаться в фазе с входным сигналом (пересечения уровня нуля и точки максимума будут совпадать по времени).

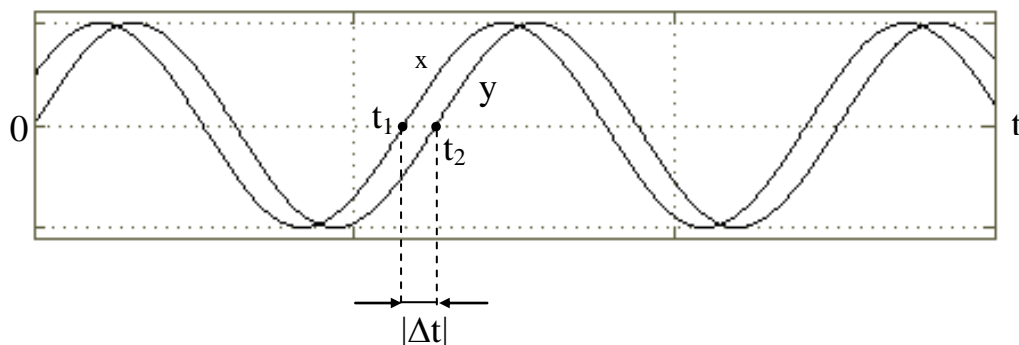


Рис.5.2. Определение временного сдвига:  
x – входной сигнал; y – выходной сигнал.

- 8) Рассчитайте фазовый сдвиг (значение ФЧХ) в радианах:

$$\varphi = \Delta t \cdot \omega.$$

Переведите полученный результат в градусы и запишите в таблицу.

- 9) Рассчитайте и запишите в таблицу значение ЛАЧХ (в дБ):

$$L = 20 \cdot \lg(Y_m).$$

- 10) Рассчитайте и запишите в таблицу значение действительной части АФЧХ:

$$U = Y_m \cdot \cos(\varphi).$$

- 11) Рассчитайте и запишите в таблицу значение мнимой части АФЧХ:

$$V = Y_m \cdot \sin(\varphi).$$

Выполнив пункты 1-11 для одной частоты, повторите их для другой частоты и далее для всех частот в таблице. Пункты 8-11 можно выполнить после того, как закончена вся экспериментальная часть.

Для частоты 2 рад/с сохраните временные графики входной и выходной синусоидальных величин для отчета.

### Требования к отчету

Отчет по работе должен содержать:

- 1) название и цель работы;
- 2) схему эксперимента;
- 3) таблицу экспериментальных и расчетных данных (см. табл.3.1);
- 4) временные графики входной и выходной синусоидальных величин для частоты 2 рад/с (на графиках должны быть отмечены экспериментально определяемые параметры);
- 5) три графика частотных характеристик (ЛАЧХ, ЛФЧХ, АФЧХ), построенных по экспериментально снятым точкам;

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

### Исследование устойчивости линейной автоматической системы

**Цель работы.** Практически освоить способы оценки устойчивости линейной автоматической системы и исследовать влияние параметров системы на ее устойчивость.

#### Подготовка к работе

В командном окне *MATLAB* загрузите рабочую среду *labspace*. Откройте библиотеку блоков *Lab4Libr* и пустое рабочее окно *Lab4Window*.

#### Задания к работе и указания по ее выполнению

##### Создание модели исследуемой системы

Структурная схема системы, исследуемой в лабораторной работе, представлена на рис.6.1. Параметры регулятора  $K$  и  $T$  будут изменяться в ходе выполнения работы с целью исследования их влияния на устойчивость системы. Исходные значения параметров регулятора:

$$K=10; T=2.$$

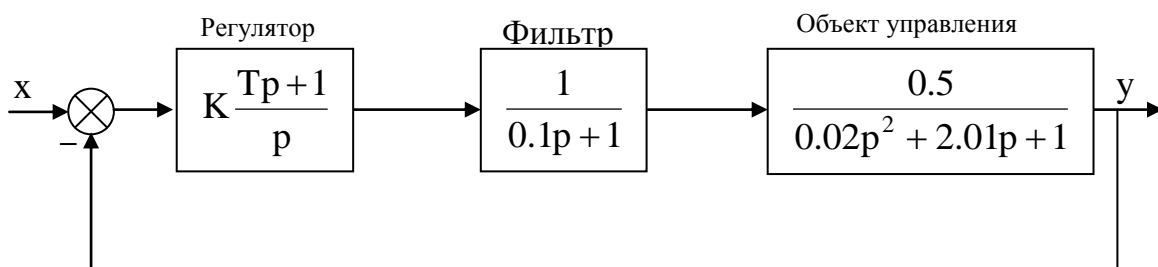


Рис.6.1. Структурная схема исследуемой системы.

**Задание 1.** Создайте модель системы средствами *Control System Toolbox*, используя функцию *tf*. Для этого сначала создайте в командном окне *MATLAB* с помощью функции *tf* объекты, которые описывают каждое звено системы. Затем создайте объект, описывающий разомкнутую систему и объект, описывающий замкнутую систему. Имена объектов задайте произвольно.

**Задание 2.** Создайте модель системы средствами *Simulink* путем сборки схемы в окне *Lab4Window*. На вход системы подключите источник ступенчатого единичного сигнала, а на выход – индикатор.

Для того чтобы в дальнейшем отличать модели, созданные средствами *Control System Toolbox* и *Simulink*, будем называть их CST-моделью и S-моделью соответственно.

#### Исследование устойчивости системы во временной области

Если линейная система устойчива, то ее переходная функция будет с течением времени стремиться к постоянному значению, а весовая функция – к нулю. Используем это для доказательства устойчивости исследуемой системы.

**Задание 3.** Получите переходную функцию системы с помощью S-модели, а весовую функцию системы с помощью CST-модели и сделайте вывод об

устойчивости системы. Сохраните графики переходной и весовой функций системы для отчета.

### **Исследование устойчивости системы в частотной области**

Для исследования устойчивости системы в частотной области используется критерий Найквиста. Следует помнить, что при использовании критерия Найквиста рассматриваются частотные характеристики разомкнутой системы, но вывод об устойчивости делается для замкнутой системы.

Задание 4. Используя CST-модель, с помощью функции *bode*, получите логарифмические частотные характеристики (ЛЧХ) разомкнутой системы. Сделайте вывод об устойчивости замкнутой системы по критерию Найквиста (вариант формулировки критерия для ЛЧХ). Определите по ЛЧХ запасы устойчивости по амплитуде  $\Delta L$  и по фазе  $\Delta \varphi$ . Сохраните ЛЧХ разомкнутой системы для отчета.

Для проверки найденных запасов устойчивости постройте ЛЧХ разомкнутой системы с помощью функции *margin*, которая автоматически вычисляет запасы устойчивости и выводит их значения в заголовке над графиками ЛЧХ<sup>1</sup>.

### **Определение критических значений параметров регулятора**

Под критическим значением параметра регулятора ( $K$  или  $T$ ) понимается такое значение ( $K_{кр}$  или  $T_{кр}$ ), при котором система оказывается на границе устойчивости.

Задание 5. Определите путем подбора критическое значение  $K_{кр}$  при  $T=2$ , используя S-модель или CST-модель во временной области.

Для определения  $K_{кр}$  подберите такое значение параметра  $K$ , при котором переходная (или весовая) функция системы будет представлять собой незатухающие колебания с постоянной амплитудой. Сохраните график переходной (или весовой) функции системы при  $K=K_{кр}$  для отчета.

Задание 6. Определите путем подбора критическое значение  $T_{кр}$  при  $K=10$ , используя CST-модель разомкнутой системы в частотной области.

Для определения  $T_{кр}$  используйте функцию *margin*, автоматически определяющую запасы устойчивости. Критическим будет то значение параметра  $T$ , при котором оба запаса устойчивости (по амплитуде и по фазе) будут равны нулю. Сохраните графики ЛЧХ разомкнутой системы при  $T=T_{кр}$  для отчета.

*Рекомендации по выполнению задания 6.* Изменение параметра регулятора, создание новой CST-модели и построение ЛЧХ рекомендуется выполнять в одной командной строке. Используйте составную командную строку вида

```
T=2; K=10; Open=tf(...)*tf(...)*tf(...); margin(Open);
```

В данной строке  $K$  и  $T$  – это переменные *MATLAB*, которым присваивается определенное значение, *Open* – это имя объекта, описывающего разомкнутую систему. Для создания объекта *Open* используется 3 функции *tf* (по числу звеньев разомкнутой системы). В функцию *tf* параметры регулятора следует записать именно как переменные  $K$  и  $T$ , а не числовые значения. Тогда при изменении значения параметра ( $K$  или  $T$ ) в начале командной строки автоматически будет обновляться и объект *Open*. Для получения ЛЧХ разомкнутой системы с новым значением параметра  $T$  достаточно вызвать командную строку из стека команд *MATLAB* путем нажатия клавиши «стрелка вниз», изменить в ней значение  $T$  и нажать *Enter*.

---



### **Определение области устойчивости на плоскости параметров (Т,К)**

Плоскостью параметров (Т,К) будем называть координатную плоскость, где по оси абсцисс откладываются значения параметра Т, а по оси ординат – значения параметра К. Областью устойчивости на данной плоскости называется такая область, в которой координаты любой точки – это такие значения параметров, при которых система устойчива. Вне области устойчивости находится область неустойчивости, в которой значения Т и К таковы, что система будет неустойчива. Области устойчивости и неустойчивости разделяет граничная линия, в точках которой значения Т и К таковы, что система находится на границе устойчивости.

Задание 7. Определить область устойчивости в диапазоне изменения параметра Т от 0 до 1.

Для определения области устойчивости необходимо провести на плоскости (Т,К) граничную линию. Разбейте отрезок  $T=0\dots 1$  на равные части с шагом 0,1. Для каждого значения Т найдите такое значение К, при котором система оказывается на границе устойчивости. Таким образом, будут получены точки граничной линии. Отметьте эти точки на плоскости (Т,К) и соедините плавной кривой. Область устойчивости находится ниже граничной линии.

Задание 8. Выберите произвольную точку в области устойчивости и в области неустойчивости. Убедитесь, что с параметрами Т и К, соответствующим этим точкам, система действительно в первом случае устойчива, во втором – неустойчива. Для доказательства устойчивости и неустойчивости используйте переходную или весовую функцию системы. Сохраните графики переходных (или весовых) функций системы для этих двух точек.

### **Требования к отчету**

Отчет по работе должен содержать:

- 1) название и цель работы;
- 2) структурную схему исследуемой системы;
- 3) переходную и весовую функции системы при исходных значениях параметров регулятора; вывод по устойчивости системы;
- 4) правило определения устойчивости замкнутой системы по ЛЧХ разомкнутой системы и правило определения запасов устойчивости по амплитуде и по фазе (записать словами);
- 5) графики ЛЧХ разомкнутой системы (при исходных значениях параметров регулятора) с отмеченными на них запасами устойчивости по амплитуде и по фазе; вывод об устойчивости замкнутой системы;
- 6) переходную (весовую) функцию системы при  $K=K_{кр}$  и  $T=2$  (записать найденное значение  $K_{кр}$ );
- 7) ЛЧХ разомкнутой системы при  $T=T_{кр}$  и  $K=10$  (записать найденное значение  $T_{кр}$ );
- 8) плоскость параметров (Т,К) с заштрихованной областью устойчивости и выбранными точками в области устойчивости и области неустойчивости (записать значения параметров К и Т в выбранных точках);

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

### Исследование качества переходных процессов линейной автоматической системы

**Цель работы.** Освоить экспериментальное определение показателей качества системы по ее переходной функции; исследовать влияние параметров системы на показатели качества.

#### Подготовка к работе

В командном окне *MATLAB* загрузите рабочую среду *labspace*. Откройте библиотеку блоков *Lab5Libr* и пустое рабочее окно *Lab5Window*. Соберите в окне *Lab5Window* модель исследуемой системы (рис.7.1). Для введения в систему звена чистого запаздывания используйте блок *Delay* (см. описание блоков *Simulink* в работе №1). На вход модели подключите источник ступенчатого единичного сигнала, на выход – индикатор.

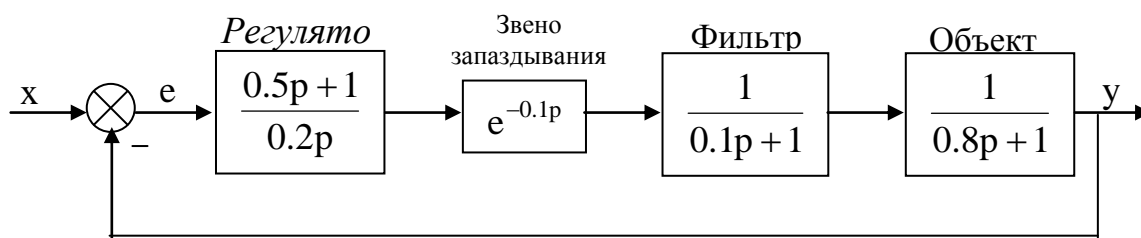


Рис.7.1. Структурная схема исследуемой системы.

#### Задания к работе и указания по ее выполнению

Задание 1. Определите следующие показатели качества системы по ее переходной функции:

- время первого согласования  $t_1$ ;
- время достижения максимума  $t_m$ ;
- время переходного процесса  $t_{\text{пн}}$  (по входу переходной функции в зону  $\pm 5\%$  от ее установившегося значения);
- перерегулирование  $\sigma$ ;
- декремент затухания колебаний  $\lambda$ .

Сохраните график переходной функции для отчета.

*Примечание:* переходный процесс начинается не в момент  $t=0$ , а позднее, т.к. в системе есть запаздывание. При определении первых трех показателей время следует отсчитывать от начала процесса, а не от нуля.

Задание 2. Исследуйте, как изменятся показатели качества при увеличении и при уменьшении в 2 раза одного из параметров системы. Эксперимент проводится для следующих параметров:

- постоянная времени фильтра  $T_f$ ;
- постоянная времени интегрального звена в регуляторе  $T_{\text{рег(и)}}$ ;
- постоянная времени форсирующего звена в регуляторе  $T_{\text{рег(ф)}}$ ;
- время запаздывания  $T_{\text{зап}}$ .

При изменении одного из параметров остальные параметры следует установить равными исходным значениям (см. рис.7.1). При переходе к изменению следующего параметра не забывайте восстанавливать исходное значение предыдущего параметра.

При каждом изменении параметров определите показатели качества (см. п.1 задания) и сделайте вывод о том, как изменилось быстродействие системы и ее колебательность. Результаты исследования запишите в таблицу (табл.7.1).

Таблица 7.1

	$t_1$	$t_m$	$t_{пп}$	$\sigma$	$\lambda$	Вывод
Исходная система						
$T_\phi \uparrow$						
$T_\phi \downarrow$						
$T_{рег(и)} \uparrow$						
$T_{рег(и)} \downarrow$						
$T_{рег(ф)} \uparrow$						
$T_{рег(ф)} \downarrow$						
$T_{зап} \uparrow$						
$T_{зап} \downarrow$						

*Примечание:* символ  $\uparrow$  обозначает увеличение параметра в два раза по сравнению с исходным значением; символ  $\downarrow$  обозначает уменьшение параметра в два раза по сравнению с исходным значением.

**Задание 3.** Задайте исходные значения параметров системы. Найдите параметр системы (см. п.2 задания), изменяя который (при исходных значениях других параметров) можно добиться монотонного переходного процесса (перерегулирование равно нулю). Сохраните график полученной переходной функции (без перерегулирования) для отчета.

**Задание 4.** Удалите из модели звено запаздывания, а для остальных звеньев задайте исходные значения параметров. Найдите такое значение постоянной времени форсирующего звена регулятора, при котором обеспечивается минимум интегральной оценки качества:

$$J = \int_0^{\infty} e^2(t)dt + 0.1 \int_0^{\infty} \left[ \frac{d}{dt} [e(t)] \right]^2 dt, \quad (7.1)$$

где  $J$  – функционал качества,  $e$  – ошибка регулирования (разность задания и регулируемой величины:  $e=x-y$ ).

Если система устойчива, то с течением времени ошибка  $e(t)$  стремится к нулю. Поэтому интеграл ошибки стремится к постоянной величине. Интеграл квадрата ошибки (первое слагаемое функционала) также стремится к постоянной величине и является комплексной оценкой быстродействия и скорости затухания переходного процесса. Второе слагаемое функционала представляет собой интеграл квадрата производной ошибки и введено для ограничения быстродействия системы.

Для выполнения задания, в дополнение к модели системы, соберите в рабочем окне модель функционала качества в соответствии с формулой (7.1). Структурная схема модели функционала качества показана на рис.7.2. Данная модель является нелинейной, т.к. содержит нелинейные звенья возведения в квадрат. На вход модели

функционала качества подается ошибка  $e(t)$  из модели исследуемой системы. Процесс на выходе модели функционала качества представляет собой текущее значение интеграла в формуле (7.1). Функционал качества определяется как установившееся значение этого процесса.

Переключите индикатор для наблюдения значения функционала качества. Изменяя постоянную времени форсирующего звена в регуляторе, необходимо добиться, чтобы значение функционала было минимально возможным. В этом случае в системе имеет место оптимальный переходный процесс в соответствии с выбранным критерием оптимальности.

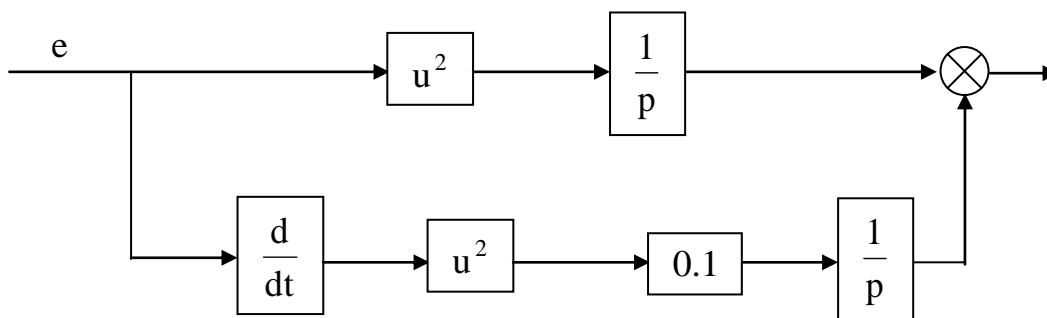


Рис.7.2. Модель вычисления функционала качества системы.

Сохраните оптимальный процесс для отчета. Определите показатели качества оптимального процесса.

### ***Требования к отчету***

Отчет по работе должен содержать:

- 1) название и цель работы;
- 2) структурную схему исследуемой системы;
- 3) переходную функцию системы при исходных значениях параметров с отмеченными на ней значениями показателей качества;
- 4) таблицу с результатами исследования влияния параметров системы на показатели качества (см. табл.7.1);
- 5) переходную функцию системы при отсутствии перерегулирования (значение параметра, при котором она получена);
- 6) формулу функционала качества и структурную схему его модели; найденное минимальное значение функционала; переходную функцию оптимальной системы (и ее показатели качества).

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

### Исследование точности линейных автоматических систем

**Цель работы.** Освоить методику определения коэффициентов ошибок и порядка астатизма линейной автоматической системы путем расчета и моделирования.

#### Подготовка к работе

В командном окне *MATLAB* загрузите рабочую среду *labspace*. Откройте библиотеки блоков *Lab6Libr* и пустое рабочее окно *Lab6Window*.

#### Задания к работе

В работе исследуются пять систем автоматического регулирования. Модель каждой системы находится в окне *Lab6Window* в виде единого блока, внутренняя структура и параметры которого скрыта от студента. Известно, что структурная схема каждой системы может быть приведена к виду, показанному на рис.8.1. На систему действуют два внешних воздействия: задающее воздействие  $x$  (второй вход блока) и возмущающее воздействие  $f$  (первый вход блока). На выходе блока – регулируемая величина системы  $y$ . Передаточные функции  $W_1(p)$  и  $W_2(p)$  не заданы.

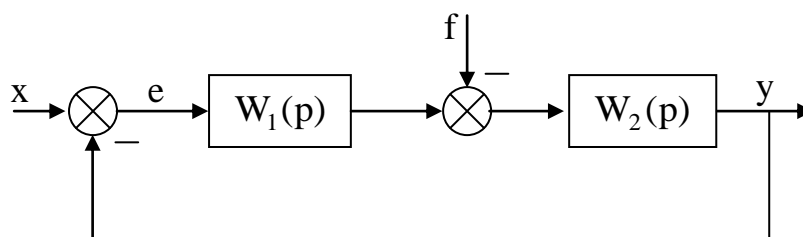


Рис.8.1. Структурная схема исследуемой системы.

В работе требуется выполнить два задания.

**Задание 1.** Для каждой из пяти систем из библиотеки *Lab6Libr* определите экспериментальным путем порядок астатизма и коэффициенты ошибок по задающему воздействию и по возмущающему воздействию. Известно, что порядок астатизма систем не превышает двух. Достаточно определить только те коэффициенты ошибок, номер которых не превышает порядка астатизма.

**Задание 2.** Используя найденные коэффициенты ошибок, рассчитайте установившиеся ошибки при воздействиях, заданных в табл.8.1. Проведите эксперимент на модели, подав на каждую систему воздействия, данные в табл.8.1. Совпадение экспериментальных и расчетных результатов свидетельствует о том, что коэффициенты ошибок определены правильно.

Таблица 8.1

Данные к заданию 2

С истема	x	f
1	$0.62t + 0.9$	1.25
2	$0.8t + 2$	$1.3t + 1$
3	$2t^2 + 0.6t$	$0.4t + 1$
4	$1.5t + 5$	$4t - 3$
5	1.75	0.72

### Теоретические сведения

Установившаяся ошибка автоматической системы (рис.8.1) при условии, что порядок астатизма не превышает двух, вычисляется по следующей формуле:

$$e_{уст} = C_{x0}x + C_{x1} \frac{dx}{dt} + \frac{C_{x2}}{2} \frac{d^2x}{dt^2} + C_{f0}f + C_{f1} \frac{df}{dt} + \frac{C_{f2}}{2} \frac{d^2f}{dt^2}, \quad (8.1)$$

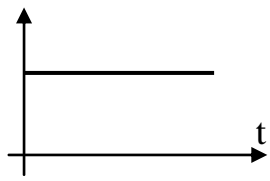
где  $x$  – задающее воздействие,  $f$  – возмущающее воздействие,  $C_{x0}$ ,  $C_{x1}$ ,  $C_{x2}$  – коэффициенты ошибок по задающему воздействию,  $C_{f0}$ ,  $C_{f1}$ ,  $C_{f2}$  – коэффициенты ошибок по возмущающему воздействию.

Первые три слагаемых в формуле (8.1) представляют собой соответственно статическую ошибку, скоростную ошибку и ошибку от ускорения по задающему воздействию. Остальные три слагаемых в формуле (8.1) представляют собой соответственно статическую ошибку, скоростную ошибку и ошибку от ускорения по возмущающему воздействию.

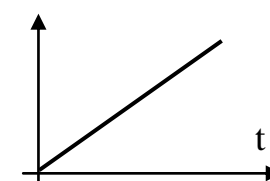
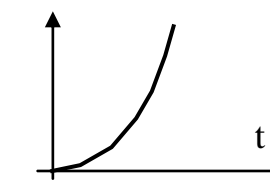
Пусть одно из воздействий равно нулю. Рассмотрим определение порядка астатизма по второму воздействию. Пусть известны установившиеся ошибки в трех режимах: при постоянном воздействии (статическая ошибка), при линейно-возрастающем во времени воздействии (скоростная ошибка) и при параболически-возрастающем во времени воздействии (ошибка от ускорения). Установившаяся ошибка может оказаться равной нулю, постоянной и не равной нулю или стремиться к бесконечности. Табл.8.2 поясняет, как по поведению установившихся ошибок можно сделать вывод о порядке астатизма.

Таблица 8.2

Правило определения порядка астатизма

Воздействие	Установившаяся ошибка	Порядок астатизма		
		0	1	2
Постоянное 	Статическая ошибка	$const \neq 0$	0	0

Окончание табл.8.2

Линейное 	Скоростная ошибка	$\rightarrow \infty$	$const \neq 0$	0
Параболическое 	Ошибка от ускорения	$\rightarrow \infty$	$\rightarrow \infty$	$const \neq 0$

Связь порядка астатизма с коэффициентами ошибок показана в табл.8.3.

Принципиальное значение имеют только те коэффициенты ошибок, номер которых не превышает порядка астатизма.

Таблица 8.3

Коэффициенты ошибок	Порядок астатизма		
	0	1	2
$C_0$	$\neq 0$	$= 0$	$= 0$
$C_1$		$\neq 0$	$= 0$
$C_2$			$\neq 0$

**Указания по выполнению работы**

Схема эксперимента по определению коэффициентов ошибок показана на рис.8.2. На индикатор подается ошибка, как разность задания и регулируемой величины. На каждый вход могут подаваться три составляющие воздействия: константа (блоки  $x_0$  и  $f_0$ ), линейное воздействие (блоки  $x_1$  и  $f_1$ ) и параболическое воздействие (блоки  $x_2$  и  $f_2$ ). Блок линейного воздействия (*Ramp* в библиотеке *Lab6Libr*) формирует сигнал вида  $y=at$ ; значение  $a$  задается в строке *Slope* окна параметров данного блока. Блок параболического воздействия (*Parabol* в библиотеке *Lab6Libr*) формирует сигнал вида  $y=at^2$ ; значение  $a$  – вводится в окне параметров данного блока (это единственный параметр блока *Parabol*). Каждую составляющую можно отключить, задав соответствующий параметр равным нулю.

Выберите один из входов, а воздействие по второму входу установите равным нулю. Последовательно подайте на вход

- постоянное воздействие равное 1;
- линейное воздействие  $1 \cdot t$ ;
- параболическое воздействие  $1 \cdot t^2$ .

По характеру установившейся ошибки можно сделать вывод о порядке астатизма системы, а по ее значению – рассчитать соответствующий коэффициент ошибки, используя формулу (6.1). Аналогичный эксперимент повторите для второго воздействия.

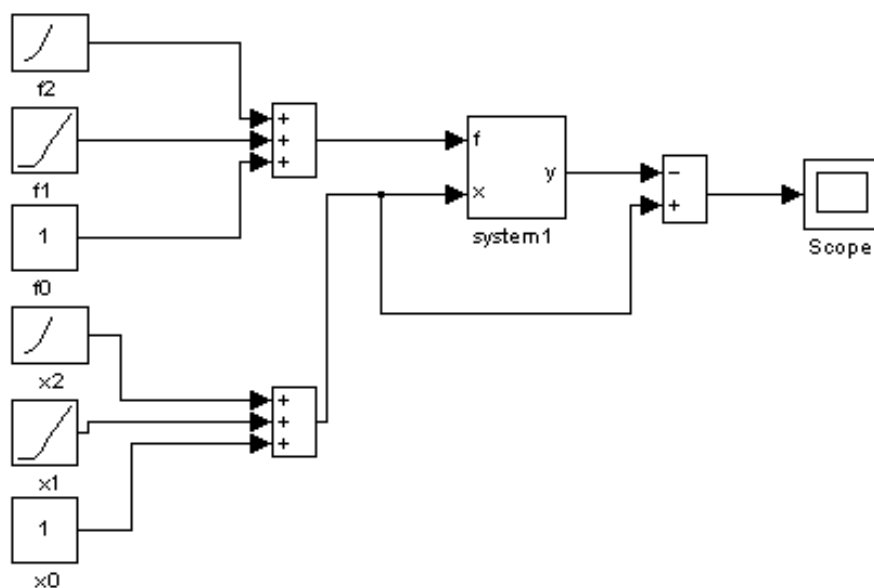


Рис.8.2. Схема эксперимента.

Результаты эксперимента. Таблица 8.4

Система	Порядок	$C_{x0}$	$C_{x1}$	$C_{x2}$	Порядок	$C_{f0}$	$C_{f1}$	$C_{f2}$
---------	---------	----------	----------	----------	---------	----------	----------	----------

	астатизма по x				астатизма по f			
1								
.....								
5								

При выполнении второго задания используется та же схема эксперимента (рис.6.2). Для каждой системы эксперимент проводится со своими параметрами воздействий (см. табл.6.1). Расчет установившихся ошибок желательно провести до проведения экспериментов по их определению на модели. Значения ошибок запишите в таблицу: в одной колонке расчетное значение, в другой – найденное из эксперимента.

***Требования к отчету***

Отчет по лабораторной работе должен содержать

- 1) название и цель работы;
- 2) формулировку заданий к работе и исходные данные;
- 3) структурную схему исследуемой системы;
- 4) схему и план эксперимента;
- 5) таблицу результатов определения коэффициентов ошибок и порядка астатизма (см. табл.8.4);
- 7) расчеты установившихся ошибок при воздействиях, заданных в табл. 8.1;
- 8) сравнительную таблицу расчетных и экспериментальных значений установившихся ошибок.



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9

### Синтез корректирующих устройств по методу ЛАЧХ

**Цель работы.** Практически освоить методику синтеза последовательного корректирующего устройства по методу ЛАЧХ.

#### Подготовка к работе

В командном окне *MATLAB* загрузите рабочую среду *labspace*. Откройте библиотеку блоков *Lab1Libr* и пустое рабочее окно *Lab1Window*.

#### Исходные данные к работе

Структура автоматической системы, для которой выполняется синтез корректирующего устройства, показана на рис.9.1. Для каждого варианта (табл.7.1) задана передаточная функция объекта управления  $W_o(p)$ .

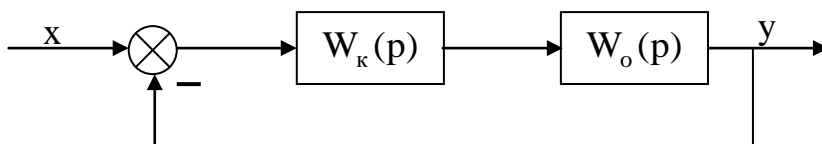


Рис.9.1. Структурная схема автоматической системы с последовательным корректирующим устройством.

Желаемыми показателями качества системы для всех вариантов являются первый порядок астатизма и перерегулирование не более 5%. Желаемое время максимума  $t_m$  различно для каждого варианта (см. табл.9.1). Необходимо найти такую передаточную функцию корректирующего устройства  $W_k(p)$ , при которой обеспечивались бы заданные показатели качества.

Таблица 9.1

Исходные данные к работе

Вариант	$W_o(p)$	$t_m, c$
1	$\frac{0.5}{(0.5p + 1)(0.01p + 1)}$	0.1
2	$\frac{0.1}{(p + 1)p}$	0.5
3	$\frac{2}{(1.5p + 1)p}$	0.3
4	$\frac{5}{(2p + 1)(0.5p + 1)}$	0.4
5	$\frac{0.02}{(0.8p + 1)^2}$	0.2

**Указания к построению желаемой ЛАЧХ**

Желаемая асимптотическая ЛАЧХ разомкнутой системы  $L_{ж}(\omega)$ , которая обеспечивает выполнение предъявляемых к системе требований, представлена на рис.9.2.

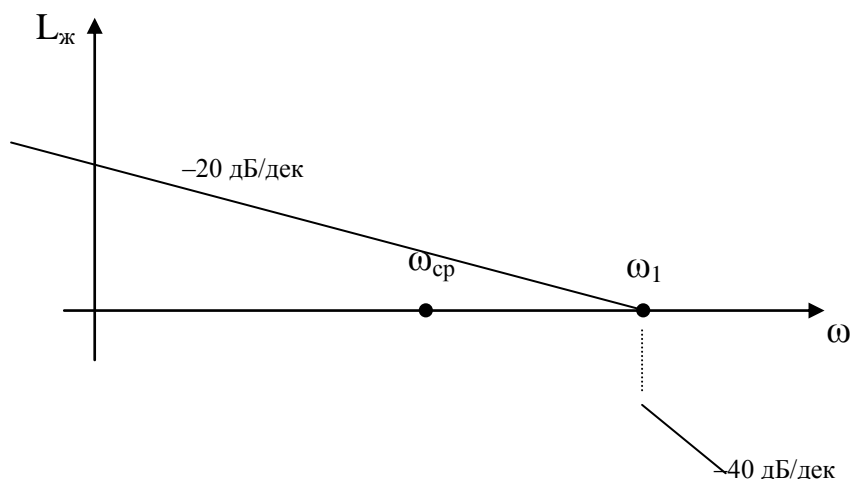


Рис.9.2. Желаемая ЛАЧХ разомкнутой системы.

Наклон низкочастотного участка ЛАЧХ « $-20$  дБ/дек» обеспечивает первый порядок астатизма. Небольшое перерегулирование (не более 5%) обеспечивается определенным удалением сопрягающей частоты  $\omega_1$  от частоты среза  $\omega_{ср}$ . Рекомендуется принять  $\omega_1 = 2\omega_{ср}$  (т.н. настройка на модульный оптимум). Выбор частоты среза определяет время максимума переходной функции в соответствии с формулой

$$\omega_{ср} = \frac{\pi}{t_m}.$$

### **Расчетная часть работы**

В расчетной части выполняется синтез корректирующего устройства ручным способом (без использования компьютера).

- 1) Постройте желаемую ЛАЧХ разомкнутой системы  $L_{ж}(\omega)$ .
- 2) Постройте ЛАЧХ объекта управления  $L_o(\omega)$  на одной координатной плоскости с  $L_{ж}(\omega)$ .
- 3) Путем вычитания графиков определите ЛАЧХ корректирующего устройства:

$$L_p(\omega) = L_{ж}(\omega) - L_o(\omega).$$

- 4) По полученной ЛАЧХ корректирующего устройства определите его передаточную функцию  $W_k(p)$ . Она должна получиться физически реализуемой (порядок числителя не превышает порядка знаменателя).

### **Экспериментальная часть работы**

В экспериментальной части выполняется проверка результата, полученного в расчетной части, путем моделирования. Соберите в рабочем окне схему модели системы с найденной передаточной функцией корректирующего устройства. Подключите источник ступенчатого сигнала на вход системы и индикатор на выход

системы. Установите время моделирования равным  $3t_m$ . Получите путем моделирования переходную функцию системы и убедитесь, что требования к качеству выполнены. Если это не так, проверьте правильность выполнения предыдущих этапов. Сохраните график переходной функции и схему модели для отчета.

### ***Требования к отчету***

Отчет по работе должен содержать

- 1) название и цель работы;
- 2) постановку задачи синтеза и исходные данные;
- 3) графики ЛАЧХ (процесс синтеза);
- 4) найденную передаточную функцию корректирующего устройства (результат синтеза);
- 5) схему модели системы;
- 6) график переходной функции, полученной путем моделирования;
- 7) выводы о качестве полученной системы.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

### Исследование системы автоматического управления с типовыми нелинейными элементами

**Цель работы:** Экспериментальное исследование системы автоматического управления с типовыми нелинейными элементами.

#### 1. Теоретическая часть

*Нелинейной системой* называется такая система, в состав которой входит хотя бы один элемент, линеаризация которого невозможна без потери существенных свойств системы управления в целом. Существенными признаками нелинейности являются: если некоторые координаты или их производные по времени входят в уравнение в виде произведений или степени, отличной от первой; если коэффициенты уравнения являются функциями некоторых координат или их производных. При составлении дифференциальных уравнений нелинейных систем сначала составляют дифференциальные уравнения для каждого устройства системы. При этом характеристики устройств, допускающих линеаризацию, линеаризуются. Элементы, не допускающие линеаризации, называются *существенно нелинейными*. В результате получают систему дифференциальных уравнений, в которой одно или несколько уравнений нелинейные. Устройства, допускающие линеаризацию, образуют линейную часть системы, а устройства, которые не могут быть линеаризованы, составляют нелинейную часть. В простейшем случае структурная схема САУ нелинейной системы представляет собой последовательное соединение безынерционного нелинейного элемента и линейной части, охваченное обратной связью (рис.10.1.). Так как для нелинейных систем не применим принцип суперпозиции, то, проводя структурные преобразования нелинейных систем, единственным ограничением по сравнению со структурными преобразованиями линейных систем, является то, что нельзя переносить нелинейные элементы через линейные и наоборот.

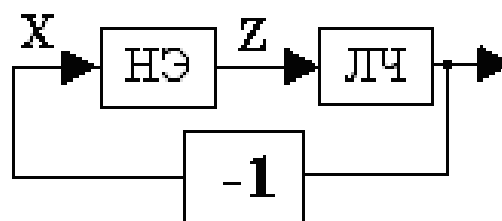


Рис. 10.1. Функциональная схема нелинейной системы:

НЭ - нелинейный элемент; ЛЧ - линейная часть;  $Z(t)$  и  $X(t)$  соответственно выход и вход нелинейного элемента.

Классификация нелинейных звеньев возможна по различным признакам. Наибольшее распространение получила классификация по статическим и динамическим характеристикам. Первые представляются в виде нелинейных статических характеристик, а вторые - в виде нелинейных дифференциальных уравнений. На рис.10.2. приведены примеры однозначных (без памяти) и многозначных (с памятью) нелинейных характеристик. В этом случае учитывается направление (знак) скорости сигнала на входе.

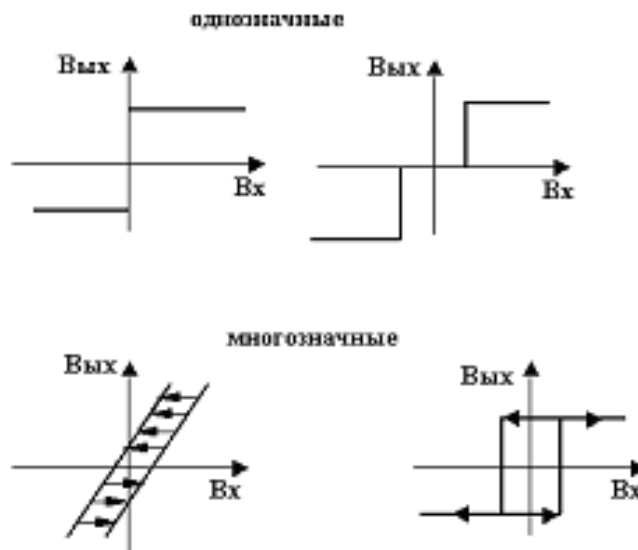


Рис.10.2. Статические характеристики нелинейных элементов

Поведение нелинейных систем при наличии существенных нелинейностей имеет ряд особенностей, отличных от поведения линейных САУ:

1. Выходная величина нелинейной системы непропорциональна входному воздействию, т.е. параметры нелинейных звеньев зависят от величины входного воздействия;

2. Переходные процессы в нелинейных системах зависят от начальных условий (отклонений). В связи с этим, для нелинейных систем введены понятия устойчивости "в малом", "в большом", "в целом". Система устойчива "в малом", если она устойчива при малых (бесконечно малых) начальных отклонениях. Система устойчива "в большом", если она устойчива при больших (конечных по величине) начальных отклонениях. Система устойчива "в целом", если она устойчива при любых больших (неограниченных по величине) начальных отклонениях.

На рис.10.3. приведены фазовые траектории систем: устойчивой "в целом" (а) и системы устойчивой "в большом" и неустойчивой "в малом" (б);

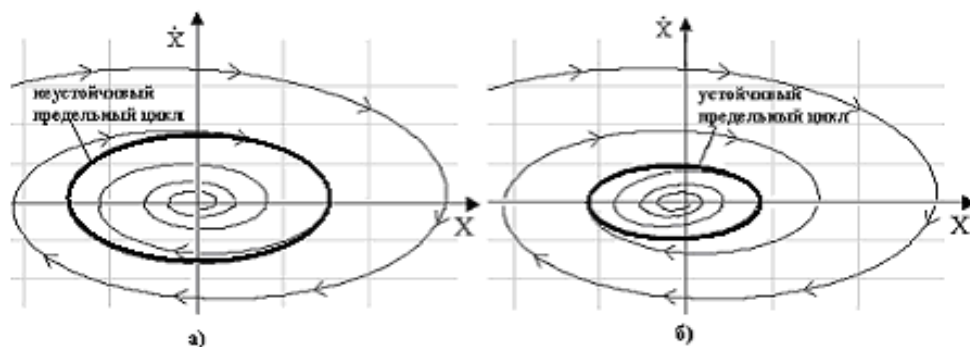


Рис.10.3. Фазовые траектории нелинейных систем

3. Для нелинейных систем характерен режим незатухающих периодических колебаний с постоянной амплитудой и частотой (автоколебаний), возникающий в системах при отсутствии периодических внешних воздействий;

4. При затухающих колебаниях переходного процесса в нелинейных системах возможно изменение периода колебаний.

Эти особенности обусловили отсутствие общих подходов при анализе и синтезе нелинейных систем.

## 2. Порядок выполнения работы

1. Загрузить лабораторную работу. Схема соответствует линейной системе (рис.10.4.).

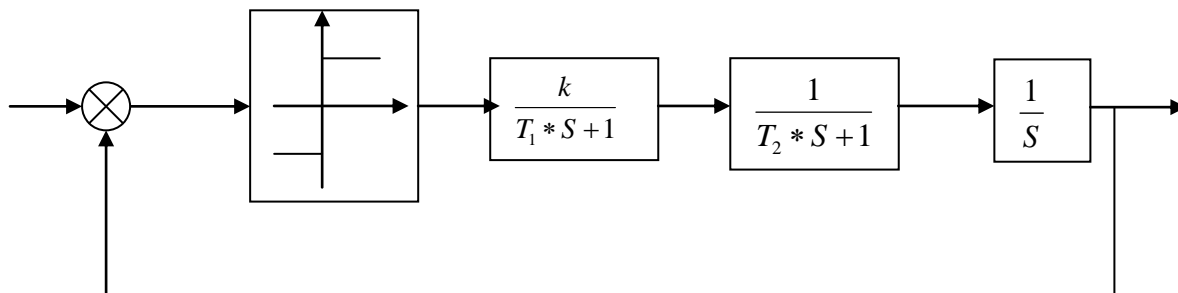


Рис 10.4. Структурная схема нелинейной системы

2. Запустить программы Matlab – Simulink – Nonlinear – Relay.
3. Установить исходные параметры:

*Switch on point:0*

*Switch off point:0*

*Output when on (c):1*

*Output when off (-c): -1*

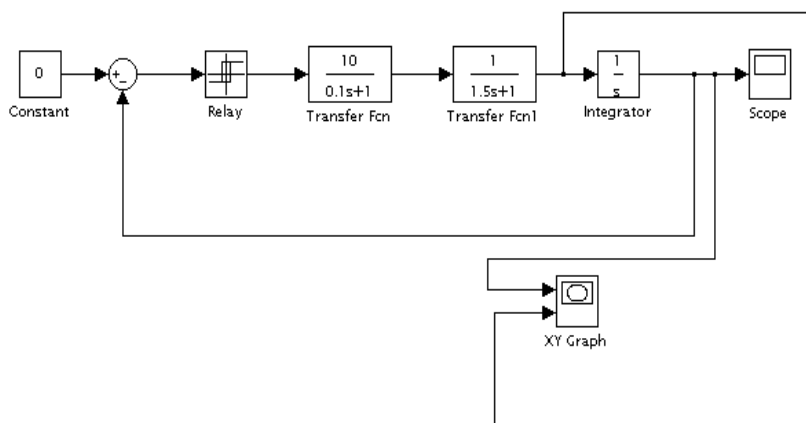


Рис.10.5. Структурная схема нелинейной системы в MatLAB.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 11

### Анализ абсолютной устойчивости нелинейных систем методом В.М. ПОПОВА.

**Цель работы:** Изучение анализа абсолютного устойчивостью нелинейных систем методом Попова.

#### 1. Теоретическая часть

Частотный метод В.М. Попова, решает задачу об абсолютной устойчивости системы с одной однозначной нелинейностью, заданной предельным значением коэффициента передачи  $k$  нелинейного элемента. Если в системе управления имеется лишь одна однозначная нелинейность  $z=f(x)$ , то, объединив вместе все остальные звенья системы в линейную часть, можно получить ее передаточную функцию  $W_{лч}(p)$ , т.е. получить расчетную схему рис.11.1.

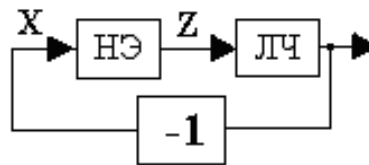


Рис. 11.1. Функциональная схема нелинейной системы: НЭ - нелинейный элемент; ЛЧ - линейная часть;  $Z(t)$  и  $X(t)$  соответственно выход и вход нелинейного элемента

Ограничений на порядок линейной части не накладывается, т.е. линейная часть может быть любой. Очертание нелинейности может быть неизвестным, но она должна быть обязательно однозначной. Необходимо лишь знать, в пределах, какого угла  $\arctg k$  (рис.11.2.) она расположена, где  $k$  - предельный (наибольший) коэффициент передачи нелинейного элемента.

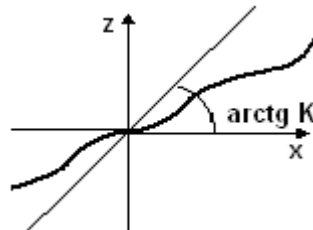


Рис.11.2. Характеристика нелинейного элемента

Графическая интерпретация критерия В.М.Попова связана с построением а.ф.х. видоизмененной частотной характеристики линейной части системы  $W^*(j\omega)$ , которая определяется следующим образом:

$$W^*(j\omega) = \operatorname{Re} W_{лч}(j\omega) + j \operatorname{Im} W_{лч}(j\omega),$$

где  $\operatorname{Re} W_{лч}(j\omega)$  и  $\operatorname{Im} W_{лч}(j\omega)$  - соответственно действительная и мнимая части линейной системы.

Критерий В.М.Попова может быть представлен или в алгебраической, или частотной форме, а также для случаев устойчивой и неустойчивой линейной части. Чаще используется частотная форма.

Формулировка критерия В.М.Попова в случае устойчивой линейной части: для установления абсолютной устойчивости нелинейной системы достаточно подобрать такую прямую на комплексной плоскости  $W^*(j\omega)$ , проходящую через точку  $(1/k, j0)$ ,

чтобы вся кривая  $W^*(j\omega)$  лежала справа от этой прямой. Условия выполнения теоремы показаны на рис.11.3.

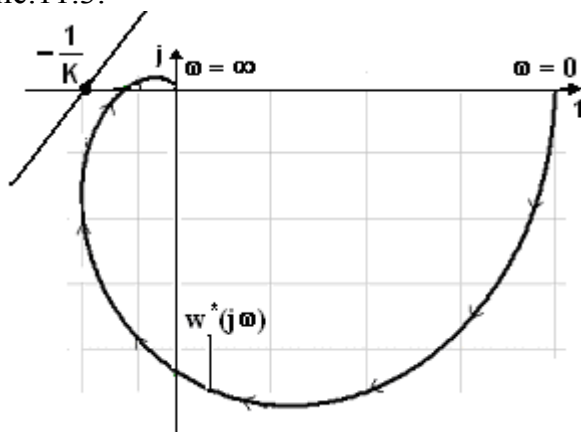


Рис.11.3. Графическая интерпретация критерия В.М. Попова для абсолютно устойчивой нелинейной системы

На рис.11.3. приведен случай абсолютной устойчивости нелинейной системы при любой форме однозначной нелинейности. Таким образом, для определения абсолютной устойчивости нелинейной системы по методу В.М. Попова необходимо построить видоизмененную частотную характеристику линейной части системы  $W^*(j\omega)$ . Определить предельное значение коэффициента передачи  $k$  нелинейного элемента из условия и через  $0 \leq \frac{F(x)}{x} \leq k$  точку  $(-1/k)$  на вещественной оси комплексной плоскости провести некоторую прямую так, чтобы характеристика  $W^*(j\omega)$  лежала справа от этой прямой. Если такую прямую провести нельзя, то это значит, что абсолютная устойчивость для данной системы невозможна. Очертание нелинейности может быть неизвестным. Критерий целесообразно применять в случаях, когда нелинейность может в процессе работы САУ изменяться, или ее математическое описание неизвестно.

## 2. Порядок выполнения работы

Определить предельное значение коэффициента передачи  $k$  нелинейного элемента из условия обеспечения абсолютной устойчивости нелинейной системы, передаточная функция линейной части которой

$$W_{лч}(p) = \frac{10(0.1p+1)}{p(p^2+p+1)}.$$

Амплитудно-фазовая характеристика линейной части

$$W_{лч}(jw) = \frac{10(jw+1)}{jw((jw)^2+jw+1)} = -\frac{10+(w^2+1)}{w^2+(w^2+1)^2} - j \frac{10(w^2+1)-w^2}{w(w^2+(w^2+1)^2)}.$$

Тогда видоизмененная частотная характеристика

$$W_{лч}^*(jw) = -\frac{10+(w^2+1)}{w^2+(w^2+1)^2} - j \frac{10(w^2+1)-w^2}{w^2+(w^2+1)^2}.$$

Изменяя частоту от 0 до  $\infty$  построим видоизмененную частотную характеристику (рис.11.4).



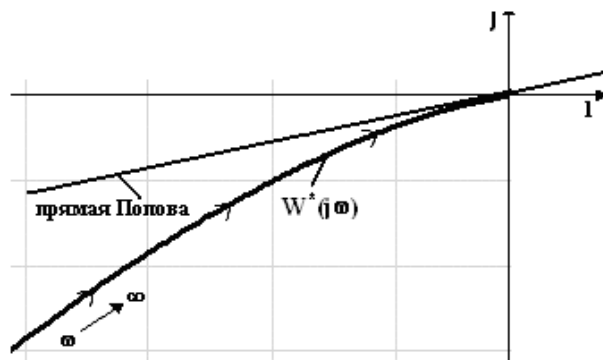


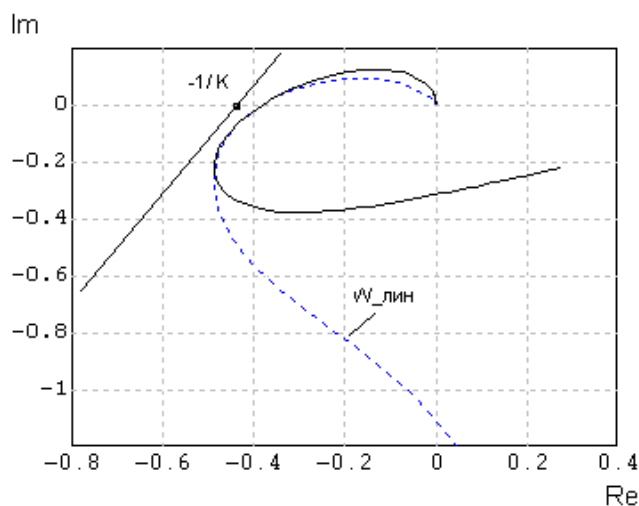
Рис.11.4. Видоизмененная частотная характеристика

Вся характеристика  $W_{лч}^*(j\omega)$  располагается во втором квадранте, поэтому линию (прямую) Попова предельную (наиболее близко подходящую к началу координат) можно провести через начало координат. В этом случае будет выполняться условие, что вся видоизмененная а.ф.х.  $W^*(j\omega)$  будет находится справа от прямой Попова. И предельный коэффициент нелинейного элемента  $K=\infty$  находится из условия  $(1/K)=0$ , т.е. нелинейность для обеспечения абсолютной устойчивости может располагаться в угле  $\arctg K=90^\circ$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ:



### Годографы Найквиста и Попова



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 12

### Исследование комбинированных систем

**Цель работы:** Исследование принципов построения комбинированных систем, инвариантных к возмущающим и управляющим воздействиям.

#### 1. Теоретическая часть

Комбинированной называется система, в которой кроме принципа управления по отклонению применяется принцип управления по возмущению или управляющему воздействию. Это предполагает введение в систему дополнительных цепей, предназначенных для компенсации динамических ошибок, обусловленных возмущающими или управляющими воздействиями и открывает дополнительные возможности повышения точности.

Если ошибка от возмущения или управляющего воздействия при введении цепи компенсации обращается в нуль, то говорят, что система называется инвариантной по возмущению (или управляющему воздействию).

Рассмотрим один из возможных путей осуществления инвариантности. Изображение ошибки в системе имеет вид:

$$E(p) = E_f(p) + E_g(p) = \Phi_{ef}(p)F(p) + \Phi_{eg}(p)G(p),$$

$$\text{где } \Phi_{eg}(p) = \frac{E_g(p)}{G(p)} = \frac{N_{eg}(p)}{D_g(p)}, \quad \Phi_{ef}(p) = \frac{E_f(p)}{G(p)} = \frac{N_{ef}(p)}{D_f(p)}.$$

В последних выражениях  $E_g(p)$  и  $E_f(p)$  – изображения ошибок вызванных соответственно задающим и возмущающим воздействиями,  $\Phi_{eg}(p)$  и  $\Phi_{ef}(p)$  – передаточные функции системы по задающему и возмущающему воздействию, характеризующие инвариантную систему управления.

Очевидно, что если  $\Phi_{ef}(p) = 0$ , то  $E_f(p) = 0$  и система инвариантна относительно возмущения  $f$ .

Если  $\Phi_{eg}(p) = 0$ , то  $E_g(p) = 0$  и система инвариантна относительно задающего воздействия  $g$ .

Для выполнения этих условий необходимо, чтобы полиномы в числителях передаточных функций обращались в нуль.

Таким образом, если  $N_{ef}(p) = 0$ , то  $E_f(p) = 0$ , и если  $N_{eg}(p) = 0$ , то  $E_g(p) = 0$ .

Для вычисления этих условий необходимо ввести дополнительные компенсирующие каналы передачи  $f$  или  $g$ .

В качестве примера комбинированной системы рассмотрим структурную схему рис.1.

Компенсирующая цепь с передаточной функцией  $W_k(p) = \frac{X_k(p)}{F(p)}$  предназначена для измерения и компенсации возмущения  $f$ .

Передаточная функция системы относительно  $f$  будет:

$$\Phi_{ef} = \frac{(W_1(p)W_k(p) - 1)W_2(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}.$$

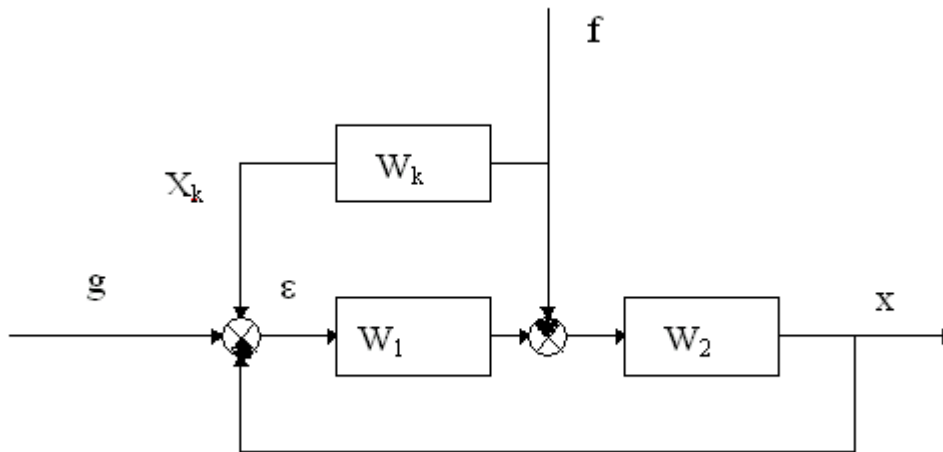


Рис.12.1.

Полная инвариантность относительно  $f$  достигается, если

$$W_k(p)W_1(p)-1=0, \text{ или } W_k(p)=\frac{1}{W_1(p)}.$$

Рассмотрим пример комбинированной следящей системы, инвариантной относительно задающего воздействия  $g$  (рис.12.2.).

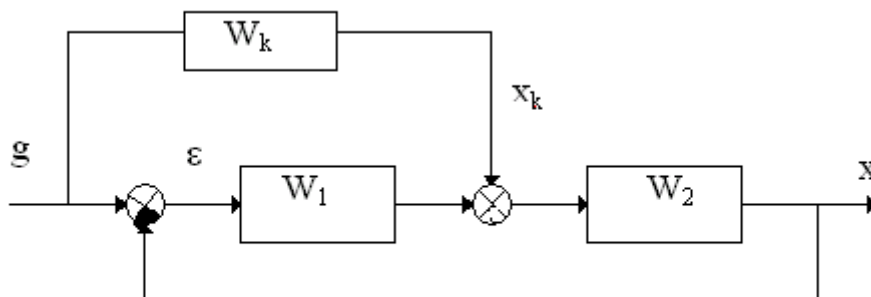


Рис.12.2.

Передаточная функция системы относительно ошибки от задающего воздействия  $g$  будет:

$$\Phi_{\varepsilon g} = \frac{1 - W_2(p)W_k(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)}.$$

Полная инвариантность выполняется при условии

$$W_k(p)W_2(p)-1=0, \text{ или } W_k(p)=\frac{1}{W_2(p)}.$$

Полная инвариантность в обоих случаях обычно не выполняется из-за физической не реализуемости компенсирующих цепей  $W_k(p)$ . Однако применение этих принципов позволяет достигнуть хорошей компенсации возмущающего или задающего воздействий.

## 2. Порядок выполнения работы

1. Загрузить лабораторную работу (схема 12.1.). Схема идентична рис.12.1., причем:

$$W_1(p) = 10, W_2(p) = \frac{1}{p+1}, W_k(p) = 0.1, g = 0, f = 1(t).$$

2. Получить и зарисовать  $x(t)$  при включенной и выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$ .

3. Повторить п.2 при  $f = \sin \omega t$  ( $\omega = 2\pi f$ ,  $f = 0.1$  Гц).

4. Повторить п.п.2-3, приняв

$$W_1(p) = \frac{1}{p+1}, W_2(p) = 10, W_k(p) = \frac{p+1}{0.1p+1}.$$

5. Загрузить лабораторную работу (схема 12.2.). Схема идентична рис.12.2., причем:

$$W_1(p) = \frac{1}{p+1}, W_2(p) = 10, W_k(p) = 0.1, g(t) = \sin \omega t.$$

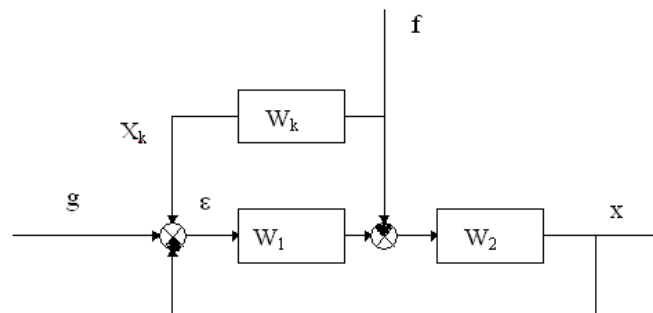
6. Получить и зарисовать  $\varepsilon(t)$  при включенной и выключенной цепи  $W_k(p)$ .

7. Повторить п.6, приняв

$$W_1(p) = 10, W_2(p) = \frac{1}{p+1}, W_k(p) = \frac{p+1}{0.1p+1}.$$

## Результаты:

Лабораторная работа №1.

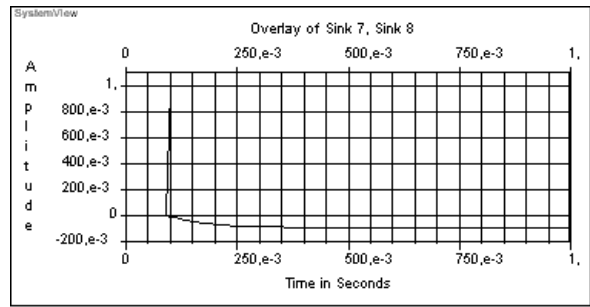
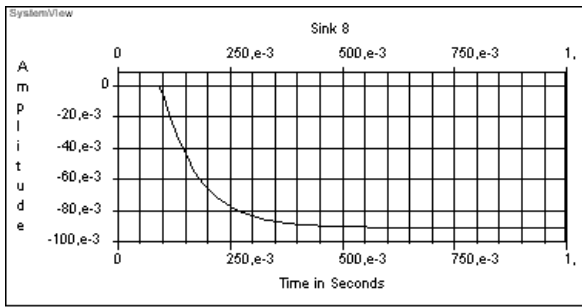


причем:

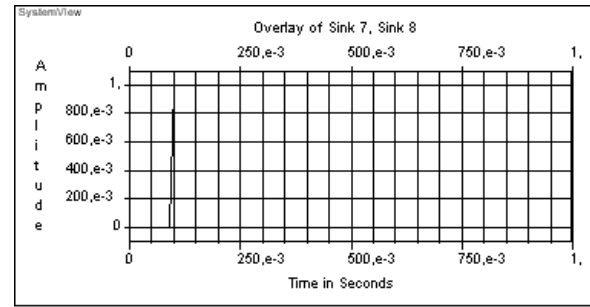
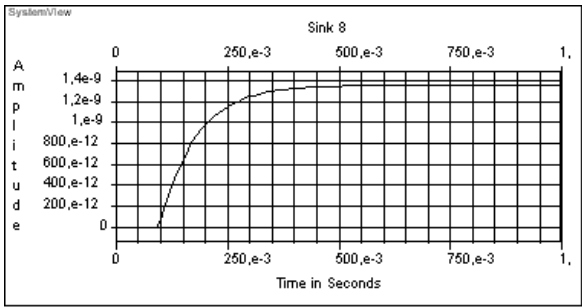
$$W_1(p) = 10, W_2(p) = \frac{1}{p+1}, W_k(p) = 0.1, g = 0, f = 1(t).$$

8. Получили и зарисовали  $x(t)$  при включенной и выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$ .

$x(t)$  при выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$

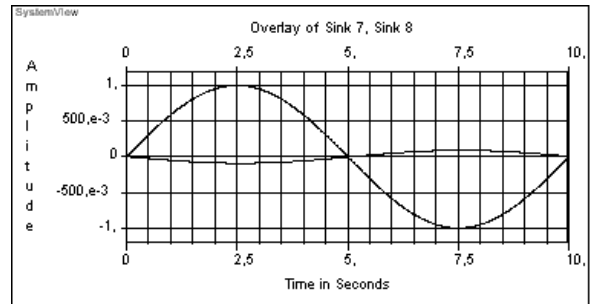
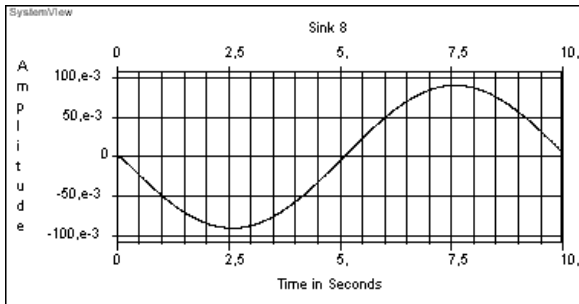


$x(t)$  при включенной цепи компенсации  $W_k(p)$

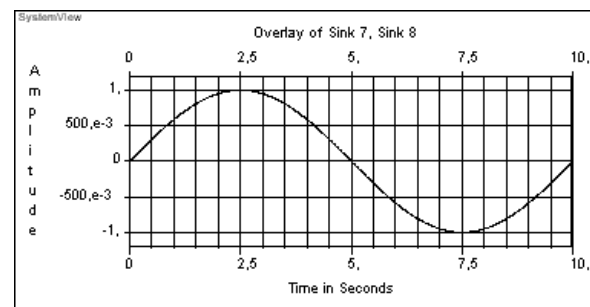
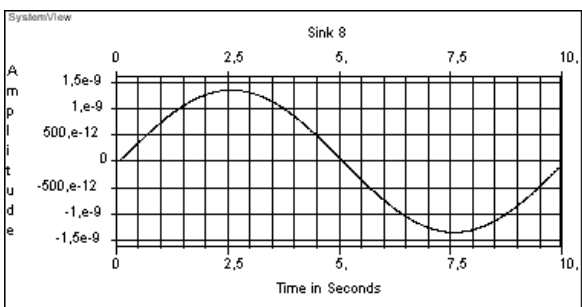


9. Повторить п.2 при  $f = \sin \omega t$  ( $\omega = 2\pi f$ ,  $f = 0.1$  Гц).

$x(t)$  при выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$



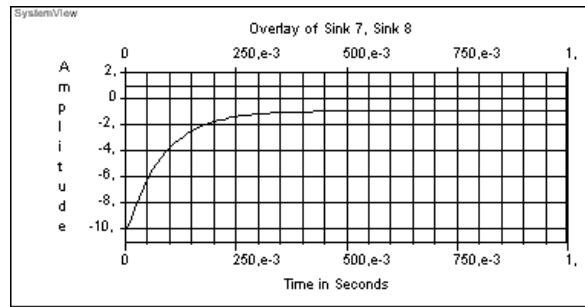
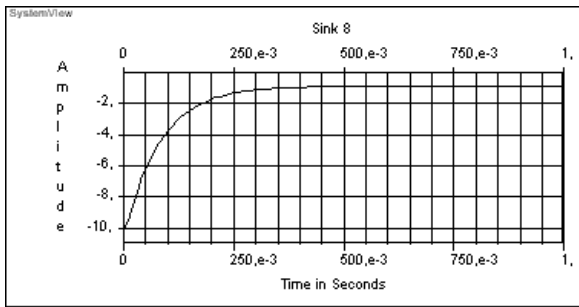
$x(t)$  при включенной цепи компенсации  $W_k(p)$



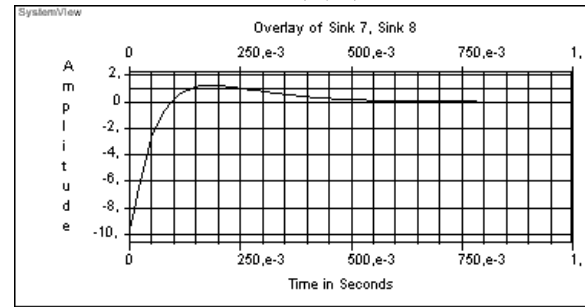
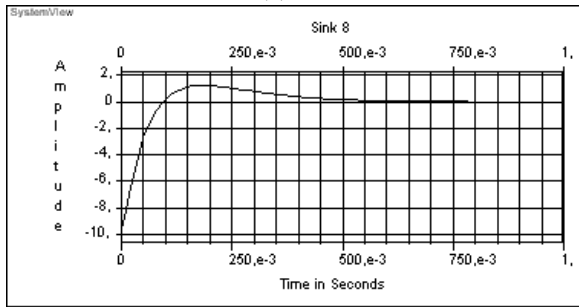
10. Повторить п.п.2-3, приняв

$$W_1(p) = \frac{1}{p+1}, W_2(p) = 10, W_k(p) = \frac{p+1}{0.1p+1}$$

Единичное воздействие:  $x(t)$  при выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$

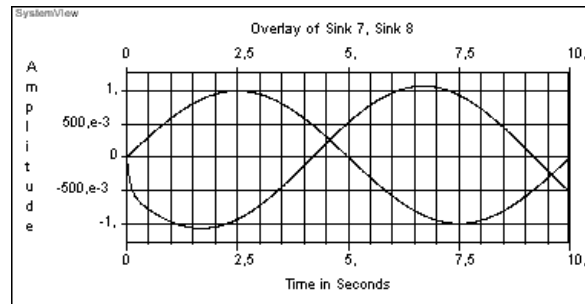
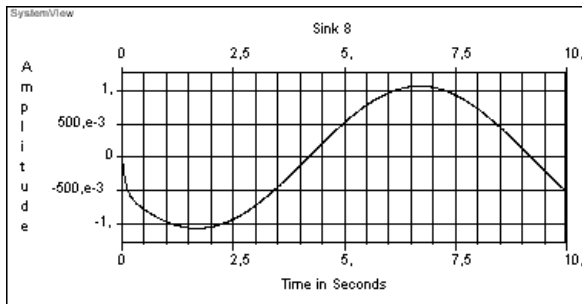


$x(t)$  при включенной цепи компенсации  $W_k(p)$

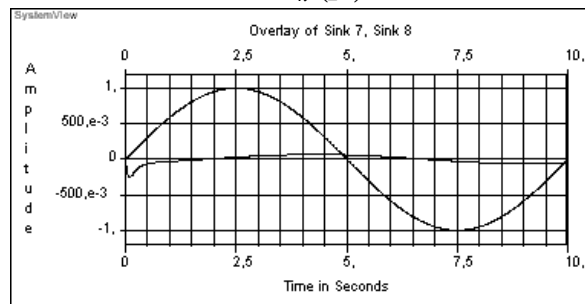
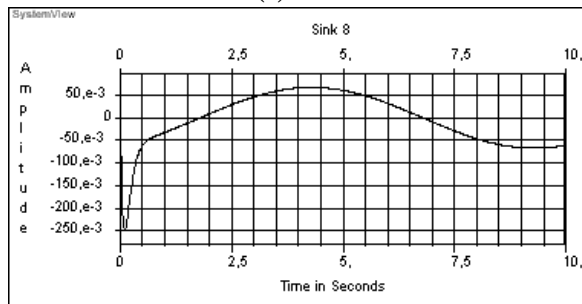


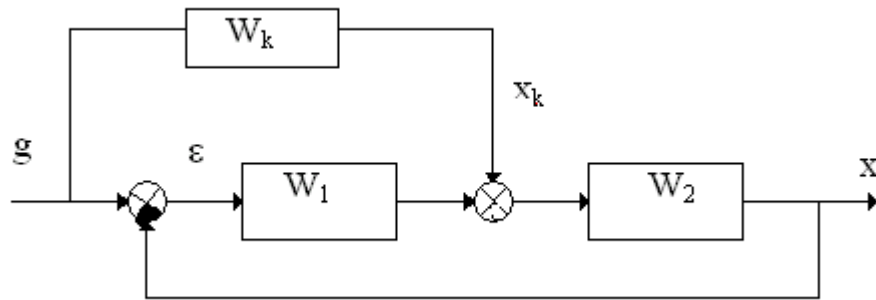
при  $f = \sin \omega t$  ( $\omega = 2\pi f$ ,  $f = 0.1$  Гц):

$x(t)$  при выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$



$x(t)$  при включенной цепи компенсации  $W_k(p)$



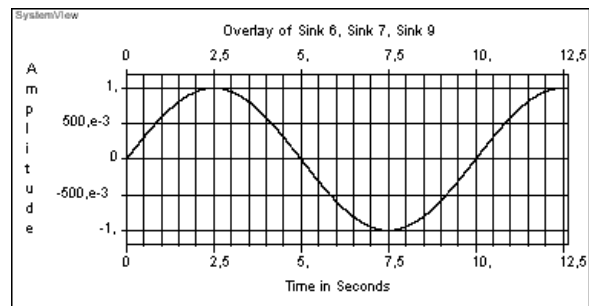
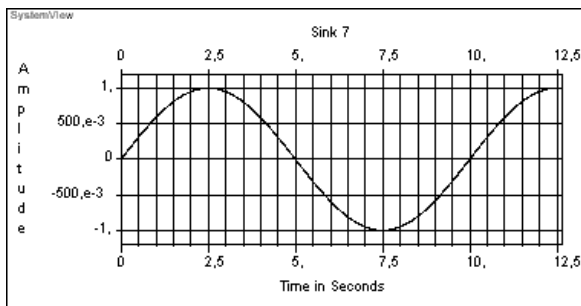


причем:

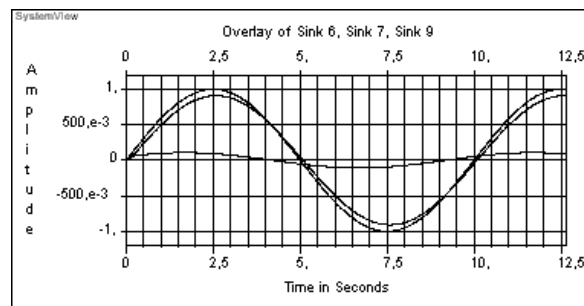
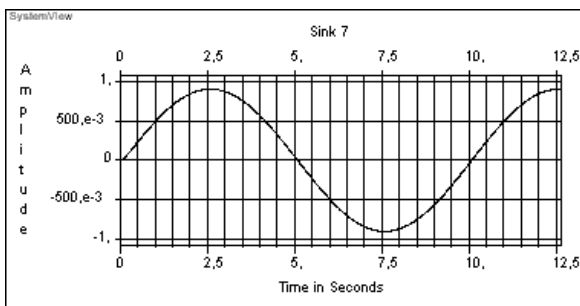
$$W_1(p) = \frac{1}{p+1}, W_2(p) = 10, W_k(p) = 0.1, g(t) = \sin \omega t.$$

12. Получили и зарисовали  $\varepsilon(t)$  при включенной и выключенной цепи  $W_k(p)$ .

$x(t)$  при выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$



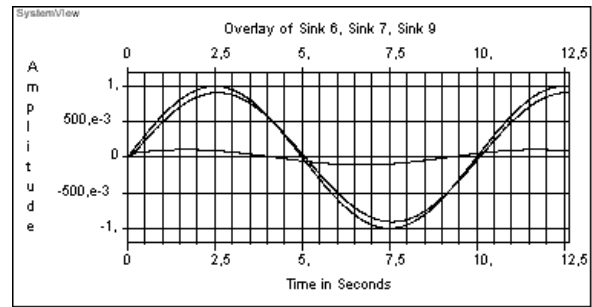
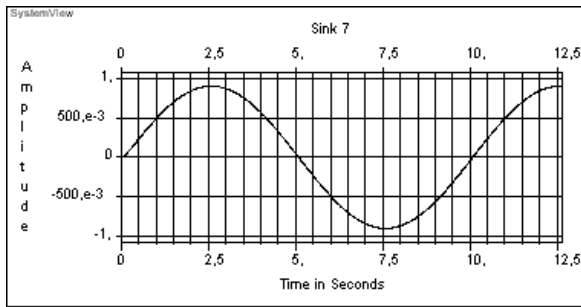
$x(t)$  при включенной цепи компенсации  $W_k(p)$



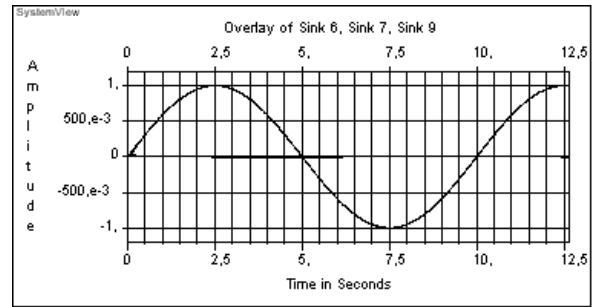
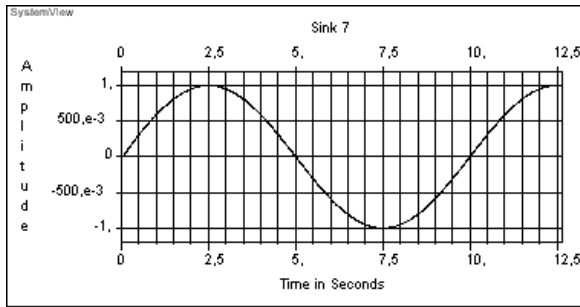
13. Повторили п.6, приняв

$$W_1(p) = 10, W_2(p) = \frac{1}{p+1}, W_k(p) = \frac{p+1}{0.1p+1}.$$

$x(t)$  при выключенной цепи компенсации  $W_k(p)$



$x(t)$  при включенной цепи компенсации  $W_k(p)$



В результате проведённой лабораторной работы мы изучили принципы построения комбинированных схем, инвариантных к возмущающим и управляющим воздействиям. А также получили экспериментальные графики переходных процессов  $x(t)$  и  $\varepsilon(t)$  при включенной и выключенной цепи  $W_k(p)$ .



## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 13

### Исследование адаптивной системы управления

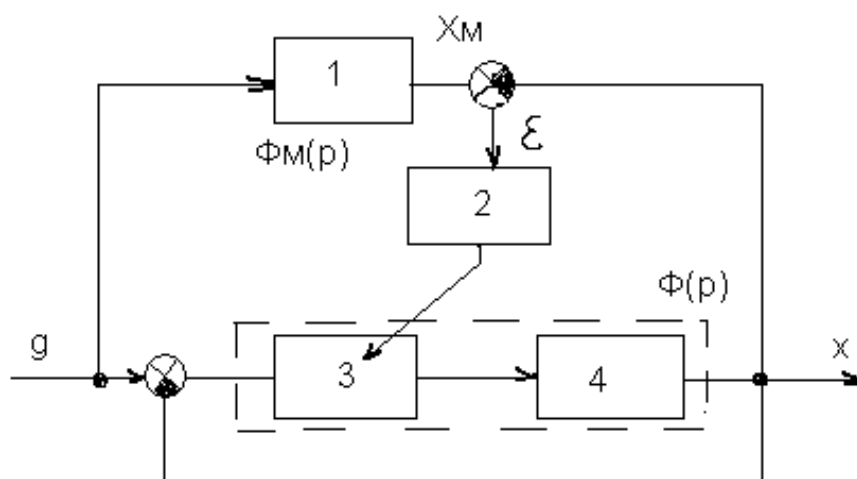
**Цель работы:** Изучение принципов построения адаптивных систем управления с эталонной моделью и исследование их динамических свойств.

#### 1. Теоретическая часть

Для нестационарных объектов, параметры которых в процессе работы могут меняться непредвиденным образом, применение обычных систем управления может не обеспечить требуемого качества управления, а иногда и устойчивости. В силу этого желательно создать такую систему, в которой организовано дополнительное получение информации об изменении динамических свойств в процессе работы и использование этой информации для надлежащего управления.

Именно это и является отличительной чертой адаптивных систем.

Адаптивные системы классифицируются в соответствии с различными принципами их построения. Одним из принципов является использование эталонной модели, которая реализует желаемые динамические характеристики основной системы и включается параллельно адаптивному контуру (рис.13.1.).



- 1 – эталонная модель
- 2 – цепь настройки
- 3 – изменение параметров основного контура
- 4 – нестационарный объект управления

Рис.13.1.

Основной задачей синтеза системы является получение структуры цепи настройки, обеспечивающей выполнение задачи адаптации.

В теории адаптивных систем можно выделить два основных метода решения задачи:

1. градиентный метод, базирующийся на основе теории чувствительности;
2. прямой метод Ляпунова, обеспечивающий априорно устойчивость процессов адаптации.

Рассмотрим градиентный метод на примере системы управления первого порядка (рис.13.2.).

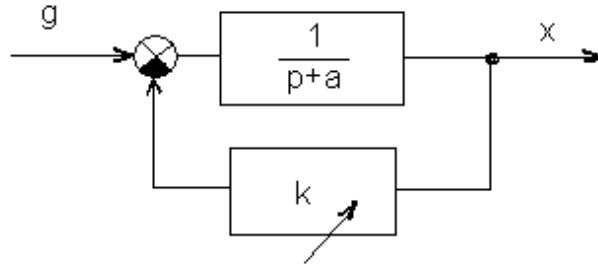


Рис.13.2.

Пусть для компенсации изменения  $a = a(t)$  коэффициент  $k$  сделан перестраиваемым. Передаточная функция замкнутой системы имеет вид:

$$\Phi(p, a, k) = \frac{X(p)}{G(p)} = \frac{1}{p + a + k}.$$

В качестве модели выберем звено с передаточной функцией

$$\Phi_m(p) = \frac{1}{p + a_0 + k_0} = \frac{X_m(p)}{G(p)},$$

где  $X_m$  – выходная координата модели,  $a_0, k_0$  – жесткие желаемые значения коэффициентов.

Мерой рассогласования движения системы и модели выберем функцию от ошибки  $\varepsilon = x - x_m$  в виде

$$I = F(\varepsilon) = \varepsilon^2.$$

Величина  $I$  называется критерием качества, и зависит от входного воздействия  $g(t)$ , начального рассогласования координат системы и модели, а также от изменяющегося  $a$  и перестраиваемого  $k$ .

Сущность метода заключается в организации такого алгоритма перестройки  $k$ , чтобы в каждый момент времени его изменение было направлено на уменьшение  $I$  как функции  $k$ , т.е. в соответствии с выражением

$$\frac{dk}{dt} = -\lambda \frac{\partial I}{\partial k}.$$

В свою очередь

$$\frac{\partial I}{\partial k} = \frac{\partial I}{\partial \varepsilon} \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = 2\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial k}.$$

Величина  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial k}$  может быть получена из следующих выражений:

$$\varepsilon = [\Phi_m(p) - \Phi(p)]g,$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = \frac{\partial(x_m - x)}{\partial k} = -\frac{\partial x}{\partial k}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = -\frac{\partial \Phi(p)}{\partial k} g.$$

Величина  $\frac{\partial x}{\partial k}$  называется функцией чувствительности координаты  $x$  по коэффициенту  $k$

$$\frac{\partial x}{\partial k} = \frac{\partial \Phi(p)}{\partial k} g.$$

Из предыдущего уравнения видно, что величину  $\frac{\partial \varepsilon}{\partial k}$  можно получить как выход некоторого фильтра с передаточной функцией  $\Phi_\phi(p) = -\frac{\partial \Phi(p)}{\partial k}$  при подаче на его вход выходной величины системы и модели  $g$ .

Для рассматриваемой системы имеем

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = -\frac{\partial \Phi(p)}{\partial k} = \frac{1}{(p+a+k)^2} g.$$

Передаточная функция  $\Phi_\phi(p)$  упрощается, если фильтр работает не от входного, а от выходного сигнала  $x$ .

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial k} = \frac{1}{p+a+k} x.$$

Строго говоря, параметры фильтра должны изменяться в соответствии с изменениями параметров системы  $a$  и  $k$ . Однако, в целях упрощения параметры фильтра можно сделать постоянными  $a_0$  и  $k_0$ , соответствующим параметрам модели

$$\Phi_\phi(p) = \frac{1}{p+a_0+k_0}.$$

В итоге алгоритм подстройки коэффициента  $k$  имеет следующий вид

$$\frac{\partial k}{\partial t} = -\lambda 2\varepsilon \Phi_\phi(p)x.$$

При этом структура адаптивной системы будет иметь следующий вид (рис.13.3.):

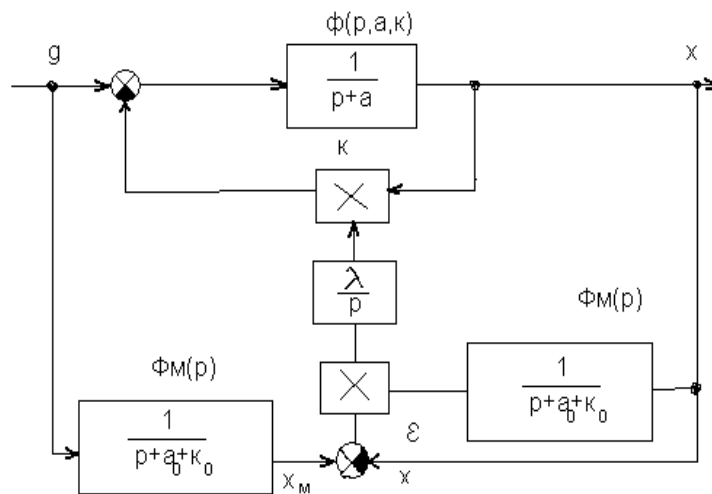


Рис.13.3.

Перестройка  $k$  осуществляется блоком умножения в цепи обратной связи основного контура.

## 2. Порядок выполнения работы

1. Запустить лабораторную работу (схема 13.1.).
2. В работе исследуются процессы стабилизации динамических характеристик системы при изменении ее параметров.

Основными параметрами будем считать:

- время настройки параметров (при скачкообразном их изменении),
- диапазон допустимых отклонений параметров,
- устойчивость процессов настройки,

- устойчивость процессов настройки при разных входных сигналах,
- точность системы, которая оценивается по степени отклонения  $x$  от  $x_m$ ,

т.е.  $\varepsilon = x - x_m$ .

При выполнении работы необходимо оценить указанные показатели при подаче на вход сигналов  $g(t)=1(t)$ ,  $g(t)=A\sin\omega t$  (при различных  $\omega$ ,  $A$ ) по построенным графикам переходных процессов в системе.

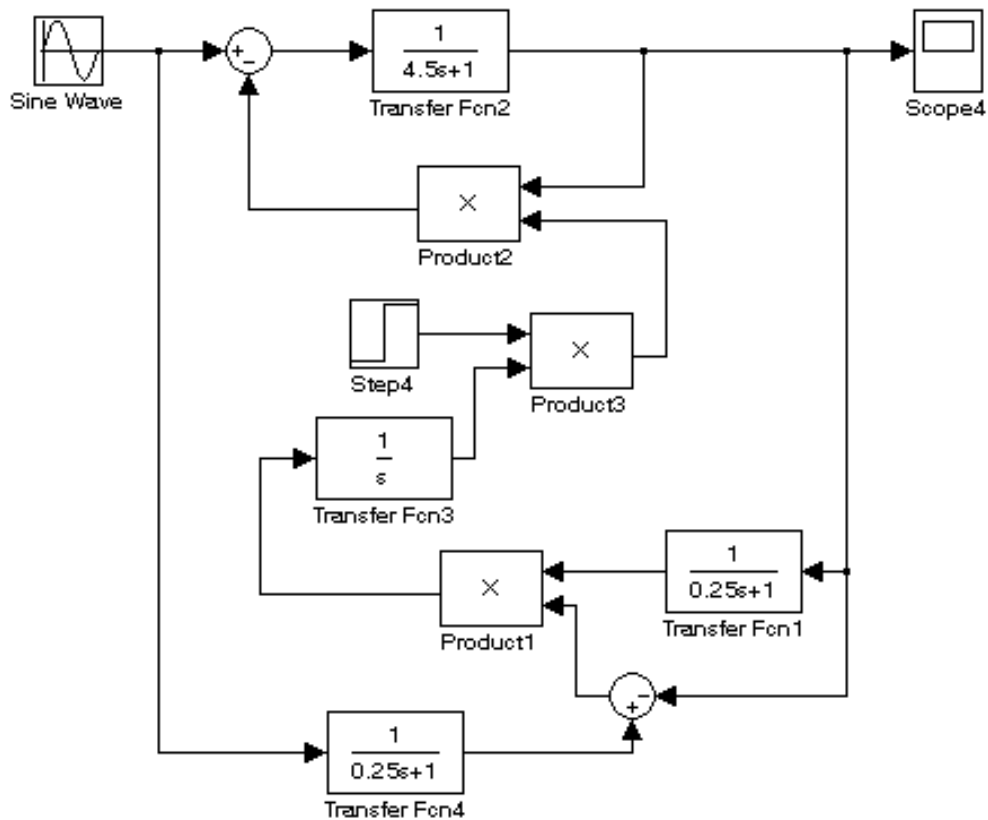
При этом параметры  $a_0$ ,  $k_0$ , диапазон изменения  $a$ ,  $\lambda$ ,  $\omega$  задаются преподавателем.

3. Запустить лабораторную работу (схема 13.2.).

4. Повторить п.2.

### Результаты:

$a = 1$ ,  $\lambda = 2$ ,  $a_0 = 1$ ,  $k_0 = 3$



## Темы для самостоятельных работ

1. Фундаментальные принципы управления
2. Структура систем управления
3. Комбинированные системы управления
4. Примеры уравнения состояний
5. Сравнения динамики и статики. Линеаризация.
6. Связь между передаточной функцией и временными функциями
7. Типовые звенья и САУ.
8. Форсирующее звено. Звено второго порядка.
9. Структурные схемы, соответствующие дифференциальным уравнениям.
10. Различные типы звеньев и их характеристики.
11. Построение логарифмических частотных характеристик.
12. Преобразование структурных схем.
13. Вычисление передаточной функции одноконтурной и многоконтурной системы. Датчики преобразователи.
14. Усилители и корректирующие элементы.
15. Исполнительные устройства и объекты управления.
16. Уравнения и передаточные функции систем управления.
17. Статистические и динамические стационарные режимы САУ.
18. Характеристическое уравнение.
19. Устойчивость систем с чистым запаздыванием.
20. Граничный коэффициент и условия граничной устойчивости.
21. Частотные и корневые оценки запаса устойчивости.
22. Корневые оценки переходного процесса.
23. Анализ процессов в системах низкого порядка.
24. Исследование типовых законов управления.
25. Синтез параметра регулятора по минимуму интегральных оценок.
26. Синтез системы управления по желаемой передаточной функции.
27. Комбинированное описание нелинейных систем.
28. Изображение процессов на фазовой плоскости.
29. Проверка устойчивости одного класса нелинейных систем.
30. Методы исследования устойчивости Ляпунова.
31. Критерий абсолютной устойчивости Попова.
32. Метод малого параметра. Метод разделения движений
33. Анализ влияния малых инерционностей.
34. Выбор параметров дифференцирующего фильтра.
35. Системы произвольного порядка.
36. Процедура синтеза системы методом локализации.
37. Анализ нелинейных систем.
38. Синтез систем с переменной структурой.
39. Случайные величины и их характеристики.
40. Случайные процессы и их характеристики.
41. Анализ линейных систем и синтез оптимальных параметров при случайных воздействиях.
42. Синтез параметров системы по минимуму среднеквадратичной ошибки.
43. Вырожденная задача оптимального оценивания.
44. Линеаризованный фильтр Калмана-Бьюси.
45. Стохастические оптимальные системы.

46. Стохастическое оптимальное управление и уравнение Беллмана.
47. Постановка задачи синтеза оптимальных систем.
48. Описание объекта управления.
49. Описание начальных и конечных состояний Критерий оптимальности.
50. Метод динамического программирования.
51. Принцип оптимальности.
52. Основные и расчетные соотношения метода динамического программирования.
53. Функции и уравнения Беллмана.
54. Достаточные условия оптимальности.
55. Методы исследования импульсных систем автоматического управления.
56. Методы исследования цифровых систем автоматического управления.
57. Адаптивное управление с идентификатором.

**НАВОЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ  
КАФЕДРА «АВТОМАТИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ»**

**Типовые вопросы итогового контроля по предмету  
«Теория автоматического управления»**

1. Что называется управлением? Что называется автоматическим управлением? Что называется системой автоматического управления? Приведите примеры.
2. Что является основной задачей автоматического управления? Что называется объектом управления? Что называется управляющим органом?
3. Что такое входная и выходная величины? Что называется управляющим воздействием? Что называется возмущением? Приведите примеры.
4. Что называется управляющим устройством? Что называется задающим устройством? Приведите примеры.
5. Что называется функциональной схемой и из чего она состоит? В чем отличие сигнала от физической величины?
6. В чем суть принципа разомкнутого управления? В чем суть принципа обратной связи?
7. Перечислите достоинства и недостатки принципов управления?
8. Какой частный случай управления называется регулированием?
9. Перечислите и дайте краткую характеристику основных видов САУ?
10. Что называется статическим режимом САУ? Что называется статическими характеристиками САУ? Что называется уравнением статики САУ?
11. Как построить статическую характеристику нескольких звеньев? В чем отличие астатических звеньев от статических? В чем отличие астатического регулирования от статического?
12. Назовите достоинства и недостатки статического и астатического регулирования
13. Какой режим САУ называется динамическим? Что называется регулированием?
14. Назовите возможные виды переходных процессов в САУ?
15. Что называется уравнением динамики? Каков его вид?
16. Как провести теоретическое исследование динамики САУ? Что называется линеаризацией?
17. Почему уравнение динамики САУ называется уравнением в отклонениях?
18. Что называется передаточной функцией звена? Запишите линеаризованное уравнение динамики с использованием передаточной функции. Справедлива ли эта запись при ненулевых начальных условиях?
19. Напишите выражение для передаточной функции звена по известному линеаризованному уравнению динамики:  
$$(0.1p + 1)py(t) = 100u(t).$$
20. Что называется динамическим коэффициентом усиления звена? Что называется характеристическим полиномом звена?
21. Что называется нулями и полюсами передаточной функции? Приведите примеры.
22. Что называется динамическим звеном? Что называется структурной схемой САУ?
23. Что называется элементарными и типовыми динамическими звеньями?
24. Перечислите типичные схемы соединения звеньев САУ? Как преобразовать цепь последовательно соединенных звеньев к одному звену?

25. Как преобразовать цепь параллельно соединенных звеньев к одному звену? Как преобразовать обратную связь к одному звену?
26. Что называется прямой цепью САУ? Что называется разомкнутой цепью САУ?
27. Что называется и какие Вы знаете типовые входные воздействия? Для чего они нужны?
28. Что называется переходной характеристикой? Что называется импульсной переходной характеристикой?
29. Что называется временными характеристиками? Для чего служит формула Хевисайда?
30. Что называется безынерционным звеном, его уравнение динамики, передаточная функция, вид переходной характеристики?
31. Что называется интегрирующим звеном, его уравнение динамики, передаточная функция, вид переходной характеристики?
32. Что называется апериодическим звеном, его уравнение динамики, передаточная функция, вид переходной характеристики?
33. Что называется колебательным звеном, его уравнение динамики, передаточная функция, вид переходной характеристики?
34. Что называется реальным дифференцирующим звеном, его уравнение динамики, передаточная функция, вид переходной характеристики?
35. Что представляет собой разомкнутая одноконтурная САУ?
36. Почему для построения ЧХ разомкнутых одноконтурных САУ удобно пользоваться логарифмическими характеристиками?
37. Как изменится ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой одноконтурной САУ, если коэффициент усиления увеличить в 10 раз? Чем отличается реальная ЛАЧХ от асимптотической?
38. Что называется законом регулирования? Как реализовать пропорциональный закон регулирования?
39. Зачем в регулятор добавляют дифференцирующие и форсирующие звенья? Зачем в регулятор добавляют интегрирующие звенья?
40. Что такое характеристическое уравнение?
41. Сформулируйте условие устойчивости систем по Ляпунову?
42. Что такое граница устойчивости? Что такое критерии устойчивости?
43. Сформулируйте необходимое условие устойчивости САУ?
44. Сформулируйте критерий Рауса?
45. Сформулируйте критерий Гурвица?
46. В чем достоинства и недостатки алгебраических критериев устойчивости?
47. Что называется частотными критериями устойчивости САУ?
48. В чем преимущество частотных критериев устойчивости перед алгебраическими?
49. Сформулируйте критерий устойчивости Михайлова.
50. Сформулируйте критерий устойчивости Найквиста.
51. В чем особенность использования критерия Найквиста для астатических САУ?
52. Какие САУ считаются структурно устойчивыми и структурно неустойчивыми?
53. Что называется запасом устойчивости по модулю?
54. В чем особенность определения запасов устойчивости для клювообразных САУ?
55. Как влияет коэффициент усиления САУ на запасы устойчивости?
56. Как параметры САУ влияют на вид уравнения динамики?
57. Что такое пространство коэффициентов и плоскость корней?
58. Что такое граница D-разбиений? Как найти ее уравнение? Как ее построить?



59. Что такое D-области и как они нумеруются? Что такое область устойчивости?
60. Как формулируется правило штриховки в случае D-разбиения по одному параметру?
61. Как пронумеровать D-области в случае D-разбиения по одному параметру?
62. Что называется полиномом ?
63. Когда система называется робастно устойчивой?
64. Как можно получить характеристические полиномы?
65. О чем гласит теорема Харитонова?
66. Как определить линейную и квадратичную оценки качества управления?
67. Как формулируется задача анализа?
68. По каким признакам можно судить о качестве работы САУ?
69. Что является основными показателями качества автоматической системы стабилизации?
70. Что называется статической ошибкой? Что называется динамической ошибкой?
71. Какие величины можно использовать в качестве оценок быстродействия?
72. Что называется временем переходного процесса?
73. Какая количественная оценка характеризует колебательные свойства системы?
74. Что представляют собой интегральные оценки?
75. От чего зависит применение конкретной интегральной оценки?
76. Какой называют режим работы статическим (установившимся)?
77. Какую систему управления называют статической?
78. Из каких двух составляющих складывается полная ошибка регулирования?
79. В каких системах особое значение имеет статическая ошибка?
80. В каких случаях систему называют жесткой и мягкой?
81. Какие системы называются астатическими?
82. Какие системы называют следящими? Что является структурным признаком следящей системы?
83. По каким характеристикам можно исследовать качество переходных процессов?
84. Что позволяет анализ частотного метода оценить?
85. Какова взаимосвязь между частотной характеристикой и импульсной переходной функцией?
86. Какая переходная функция является вещественной?
87. Какова взаимосвязь между частотной и переходной характеристиками?
88. Какие оценки качества переходного процесса вы знаете?
89. Что можно определить используя частотный метод?
90. Что позволяет исследовать в отличие от частотного метода корневой метод?
91. Что можно оценить на основе корней характеристического уравнения?
92. Какие корневые оценки переходного процесса вы знаете?
93. С помощью, какой стандартной передаточной функции описывается качество процессов в системе 1-го порядка?
94. От каких трех параметров зависят переходные процессы системы 2-го порядка?
95. Что понимается под синтезом? От чего зависит метод синтеза?
96. Какова постановка задачи синтеза одноканальных систем?
97. Какую статическую ошибку при синтезе необходимо обеспечить?
98. Каковы условия разрешимости задачи синтеза?
99. Что понимается под вырожденностью передаточной функции?
100. Какое значение имеют понятия управляемости и наблюдаемости для линейных многоканальных систем?

101. Для каких систем предназначен частотный метод синтеза?
102. Когда можно обеспечить требуемые свойства для замкнутой системы?
103. Какое оказывает влияние частотная характеристика разомкнутой системы на свойства замкнутой?
104. Каковы основные соотношения частотных характеристик?
105. Каким образом производится расчет корректирующего звена?
106. Как осуществляется Построение ЛАЧХ объекта?
107. Какое оказывает влияние возмущения и помехи измерения на свойства замкнутой системы?
108. Для расчета систем каких систем применяется модальный метод синтеза?
109. Какова постановка задачи синтеза для одноканального объекта?
110. Как осуществляется обеспечение заданной статистики?

**Данный вопросник обсужден и одобрен на заседании кафедры «Автоматизация и управление»**

**№ \_ от « \_ » \_\_\_\_\_ 2016г.**

**Зав. кафедрой: Жумаев О.А.**

**Составитель:**

**Бойбугаев С.Б.**

## ТЕСТЫ

для контроля знаний студентов специальности 5311000 по дисциплине  
«Теория автоматического управления»

**1. Системой автоматического управления называется система**

- A) осуществляющая основной процесс без участия человека
- B) выполняющая функции контроля объектов управления
- C) в которой функции управления делят поровну машина и человек
- D) осуществляющая управление наилучшим образом
- E) реагирующая на возмущающие воздействия

**2. Какая система называется системой автоматизированного управления?**

- A) в которой функции управления делятся между машиной и человеком
- B) выполняющая функции контроля объектов управления
- C) осуществляющая основной процесс без участия человека
- D) осуществляющая управление наилучшим образом
- E) реагирующая на возмущающие воздействия

**3. Управление, осуществляемое в условиях имеющихся ограничений наилучшим образом, называется**

- A) оптимальным
- B) робастным
- C) автономным
- D) многомерным
- E) стационарным

**4. Частная задача управления, состоящая в отработке задающего воздействия без выбора характера этого воздействия, называется**

- A) регулирование
- B) измерение
- C) контроль
- D) компенсация
- E) D-разбиение

**5. Функция  $r(t)$  называется**

- A) задающим воздействием
- B) управляющим воздействием
- C) возмущающим воздействием
- D) ошибкой регулирования
- E) управляемой величиной

**6. Функция  $e(t)$  называется**

- A) ошибкой регулирования
- B) задающим воздействием
- C) возмущающим воздействием
- D) управляющим воздействием
- E) управляемой величиной

**7. Функция  $u(t)$  называется**

- A) управляющим воздействием
- B) задающим воздействием
- C) возмущающим воздействием
- D) ошибкой регулирования
- E) управляемой величиной

**8. Функция  $y(t)$  называется**

- A) управляемой величиной
- B) задающим воздействием
- C) возмущающим воздействием
- D) ошибкой регулирования
- E) управляющим воздействием

**9. Функция  $f(t)$  называется**

- A) возмущающим воздействием
- B) задающим воздействием
- C) управляющим воздействием
- D) ошибкой регулирования
- E) управляемой величиной

**10. Система, задающее воздействие которой не изменяется во времени, называется**

- A) стабилизирующей
- B) следящей
- C) программной
- D) оптимальной
- E) разомкнутой

**11. Система, задающее воздействие которой является известной функцией времени, называется**

- A) программной
- B) следящей
- C) стабилизирующей
- D) оптимальной
- E) замкнутой

**12. Система, задающее воздействие которой является произвольной функцией времени, называется**

- A) следящей
- B) стабилизирующей
- C) программной
- D) оптимальной
- E) робастной

**13. Функция передачи последовательно соединенных звеньев равна**

- A) произведению функций звеньев по прямому пути
- B) дроби, знаменатель которой равен произведению функций по контуру

- С) сумме функций звеньев по прямому пути
- Д) сумме функций звеньев по контуру
- Е) дроби, знаменатель которой равен сумме функций звеньев по контуру

**14. Как называется типовое воздействие, имеющее изображение по Лапласу  $1/s$ ?**

- А) единичный скачок
- В) кривая разгона
- С) единичная гармоника
- Д) единичный импульс
- Е) линейная функция

**15. Как называется реакция на типовое воздействие  $1(t)$ ?**

- А) переходная функция
- В) кривая разгона
- С) передаточная функция
- Д) частотная функция
- Е) импульсная функция

**16. Как называется реакция на типовое воздействие  $\delta(t)$ ?**

- А) весовая функция
- В) переходная функция
- С) передаточная функция
- Д) частотная функция
- Е) кривая разгона

**17. Чему равна функция передачи параллельно соединенных звеньев?**

- А) сумме функций звеньев по прямому пути
- В) произведению функций звеньев по прямому пути
- С) дроби, знаменатель которой равен произведению функций по контуру
- Д) сумме функций звеньев по контуру
- Е) дроби, знаменатель которой равен сумме функций звеньев по контуру

**18. Декадой называется**

- А) отрезок, равный изменению частоты в десять раз
- В) единица измерения ЛАЧХ, соответствующая ее изменению в десять раз
- С) отрезок, равный десяти делениям по оси ординат ЛАЧХ
- Д) отрезок, равный десяти делениям по оси абсцисс ЛАЧХ
- Е) частота, на которой усиление или ослабление системы отсутствует

**19. Звено  $\frac{1}{2s+1}$  называется**

- А) инерционным
- В) астатическим
- С) пропорциональным
- Д) колебательным
- Е) консервативным

**20. Звено  $\frac{1}{2s^2+1}$  называется**

- A) консервативным
- B) астатическим
- C) инерционным
- D) колебательным
- E) пропорциональным

**21. Звено, у которого скорость изменения выходной величины пропорциональна входной величине, называется**

- A) нейтральным
- B) пропорциональным
- C) инерционным
- D) колебательным
- E) консервативным

**22. Звено, которое на всех частотах создает отставание выходного сигнала относительно входного по фазе на  $-90^\circ$ , называется**

- A) интегрирующим
- B) пропорциональным
- C) инерционным
- D) дифференциальным
- E) запаздывающим

**23. Звено, выходная величина которого в каждый момент времени пропорциональна входной величине, называется**

- A) усилительным
- B) астатическим
- C) апериодическим первого порядка
- D) дифференциальным
- E) форсирующим

**24. Звено, реакция которого на скачок является экспоненциальной функцией, называется**

- A) апериодическим первого порядка
- B) астатическим
- C) усилительным
- D) дифференциальным
- E) форсирующим

**25. Значение времени, отсекаемое на линии установившегося значения касательной к переходной характеристике инерционного звена, восстановленной из начала координат, называется**

- A) постоянной времени
- B) временем регулирования
- C) временем установления
- D) временем нарастания
- E) временем запаздывания

**26. АФЧХ консервативного звена представляет собой**

- A) прямую линию
- B) эллипс
- C) треугольник
- D) многоугольник
- E) круг

**27. АФЧХ дифференцирующего звена представляет собой**

- A) прямую линию
- B) эллипс
- C) треугольник
- D) многоугольник
- E) круг

**28. АФЧХ интегрирующего звена представляет собой**

- A) прямую линию
- B) эллипс
- C) точку
- D) многоугольник
- E) круг

**29. АФЧХ безинерционного звена представляет собой**

- A) точку
- B) эллипс
- C) круг
- D) многоугольник
- E) прямую линию

**30. Весовой функцией называется**

- A) реакция на единичный импульс при нулевых начальных условиях
- B) реакция на единичный импульс
- C) реакция на единичный скачок при нулевых начальных условиях
- D) реакция на единичный скачок
- E) реакция на входное воздействие  $\delta(t)$

**31. Функция  $\varphi(\omega)$  равна**

- A) разности фаз выходной и входной гармонических величин
- B) отношению фаз выходной и входной гармонических величин
- C) отношению амплитуд выходной и входной гармонических величин
- D) сумме фаз выходной и входной гармонических величин
- E) произведению фаз выходной и входной гармонических величин

**32. Функция  $A(\omega)$  равна**

- A) отношению амплитуд выходной и входной гармонических величин
- B) отношению фаз выходной и входной гармонических величин
- C) сумме фаз выходной и входной гармонических величин
- D) разности фаз выходной и входной гармонических величин
- E) произведению фаз выходной и входной гармонических величин

**33. Зависимость от частоты кратности изменения модуля гармонического сигнала при прохождении его через линейную систему называется**

- A) АЧХ
- B) АФЧХ
- C) ФЧХ
- D) ВЧХ
- E) МЧХ

**34. Звено является консервативным при условии**

- A)  $\xi = 0$
- B)  $0 < \xi < 1$
- C)  $\xi = 1$
- D)  $\xi > 1$
- E)  $\xi \rightarrow \infty$

**35. Если на всех частотах от 0 до бесконечности  $A(\omega) = 1$ , этому соответствует звено**

- A) запаздывающее
- B) интегрирующее
- C) дифференцирующее
- D) пропорциональное
- E) консервативное

**36. Единицы измерения функции  $L(\omega)$  по оси ординат ЛАЧХ?**

- A) децибелы
- B) ангстремы
- C) октавы
- D) градусы
- E) декады

**37. Единицы измерения частоты по оси абсцисс ЛЧХ?**

- A) декады
- B) децибелы
- C) градусы
- D) ангстремы
- E) правильного ответа нет

**38. По разомкнутой системе судят об устойчивости замкнутой в критерии**

- A) Найквиста
- B) Гурвица
- C) Михайлова
- D) Рауса
- E) никогда



**39. В каких единицах откладывается по оси ординат ЛФЧХ?**

- A) в градусах
- B) в ангстремах
- C) в октавах
- D) в декадах
- E) в децибелах

**40. Критерий Гурвица является**

- A) алгебраическим
- B) интегральным
- C) частотным
- D) корневым
- E) характеристическим

**41. Кривая Михайлова строится**

- A) по характеристическому уравнению системы
- B) по комплексному коэффициенту передачи системы
- C) по передаточной функции системы
- D) по нулям и полюсам передаточной функции
- E) по изображению импульсной функции

**42. Условия, позволяющие оценить положение полюсов системы на комплексной плоскости без вычисления их значений, это**

- A) критерии устойчивости
- B) степень устойчивости
- C) показатели качества
- D) запасы устойчивости
- E) способы нормирования

**43. Число строк таблицы Рауса равно**

- A)  $n+1$
- B)  $n-1$
- C) порядку системы  $n$
- D) произвольной величине
- E) не равно порядку системы  $n$

**44. По критерию Рауса число правых корней характеристического уравнения системы равно**

- A) числу перемен знака в первом столбце таблицы
- B) числу отрицательных элементов таблицы
- C) числу нулевых элементов в таблице
- D) числу элементов, стремящихся к бесконечности
- E) по таблице Рауса число правых корней не определяется

**45. Для анализа устойчивости системы по критерию Найквиста используется**

- A) АФЧХ
- B) ФЧХ
- C) МЧХ

- D) ВЧХ
- E) АЧХ

**46. Прямые оценки качества определяют по**

- A) переходным характеристикам
- B) траекториям корней
- C) частотным характеристикам
- D) импульсным характеристикам
- E) разности площадей реального и образцового переходного процессов

**47. Система называется статической, если**

- A) установившаяся ошибка не равна нулю
- B) установившаяся ошибка равна нулю
- C) коэффициент позиционной ошибки равен нулю
- D) система имеет ошибку по скорости
- E) система имеет ошибку по ускорению

**48. Лучшее качество регулирования обеспечивает переходный процесс**

- A) апериодический с одним-двумя экстремумами
- B) монотонный
- C) колебательный
- D) астатический
- E) статический

**49. Прямыми оценками качества называются показатели качества, определяемые**

- A) по переходной характеристике
- B) по передаточной функции
- C) по импульсной характеристике
- D) по весовой характеристике
- E) по частотной характеристике

**50. Время от начала процесса до момента пересечения переходной характеристикой линии установившегося значения называется**

- A) временем нарастания
- B) временем максимума
- C) временем регулирования
- D) временем успокоения
- E) временем разгона

**51. У статической системы**

- A)  $e(\infty) \neq 0$
- B)  $e(\infty) = 0$
- C)  $e(0) = 0$
- D)  $e(0) \neq 0$
- E)  $h(t) = 0$

**52. Частота  $\omega_{\tilde{n}\tilde{o}i}$**

- A) ограничивает полосу частот, вне которой значением  $P(\omega)$  можно пренебречь
- B) ограничивает полосу задерживания фильтра
- C) соответствует собственной частоте колебаний системы
- D) ограничивает полосу пропускания фильтра
- E) ограничивает интервал положительных значений ВЧХ

**53. Частота  $\omega_+$**

- A) ограничивает интервал положительных значений ВЧХ
- B) ограничивает полосу задерживания фильтра
- C) соответствует собственной частоте колебаний системы
- D) ограничивает полосу частот, вне которой значением  $P(\omega)$  можно пренебречь
- E) ограничивает полосу пропускания фильтра

**54. Частота  $\omega_0$**

- A) соответствует собственной частоте колебаний системы
- B) ограничивает полосу задерживания фильтра
- C) ограничивает полосу пропускания фильтра
- D) ограничивает полосу частот, вне которой значением  $P(\omega)$  можно пренебречь
- E) ограничивает интервал положительных значений ВЧХ

**55. В прямом методе оценки качества колебательность равна**

- A) числу динамических забросов переходной характеристики за линию установившегося значения в течение времени регулирования
- B) числу экстремумов переходной характеристики в течение времени регулирования
- C) отношению амплитуд соседних максимумов переходной характеристики
- D) половине отношения амплитуд соседних максимумов переходной характеристики
- E) показателю затухания системы

**56. Расстояние от мнимой оси до ближайшего левого полюса называется**

- A) степенью устойчивости
- B) запасом устойчивости по амплитуде
- C) запасом устойчивости по фазе
- D) колебательностью
- E) показателем затухания

**57. Максимальное отношение мнимой части корня к действительной в корневом методе оценки качества называется**

- A) степенью колебательности
- B) запасом устойчивости по амплитуде
- C) степенью устойчивости
- D) запасом устойчивости по фазе
- E) показателем затухания

**58. Какой линейный регулятор называется изодромом?**

- A) ПИ
- B) И
- C) ПИД
- D) П
- E) ПД

**59. Сколько траекторий имеет корневой годограф?**

- A)  $n$
- B)  $m$
- C)  $n-m$
- D)  $m-n$
- E)  $m+n$

**60. Свойство объекта регулирования при изменении нагрузки переходить к новому установившемуся состоянию без помощи регулятора называется**

- A) самовыравниванием
- B) статизмом
- C) неравномерностью
- D) запаздыванием
- E) емкостью

**61. Обратной связью называется**

- A) путь от выхода ко входу системы
- B) путь, на котором сигналу присваивается обратный знак
- C) непрерывная последовательность направленных звеньев
- D) последовательность звеньев, образующая замкнутый контур
- E) любой путь, если его сигнал вычитается из входного сигнала

**62. Система, имеющая главную обратную связь, называется**

- A) замкнутой
- B) следящей
- C) программной
- D) оптимальной
- E) стабилизирующей

**63. Обратная связь, не создающая задержку или опережение сигнала во времени, называется**

- A) жесткой обратной связью
- B) гибкой обратной связью
- C) положительной обратной связью
- D) отрицательной обратной связью
- E) паразитной обратной связью

**64. Главная обратная связь отсутствует в системах с управлением**

- A) по возмущению
- B) по отклонению
- C) по отклонению и производным отклонения
- D) по отклонению и интегралу отклонения
- E) комбинированным

**65. К адаптивным САР не относятся**

- A) поисковые системы
- B) самоорганизующиеся системы

- C) самопрограммирующиеся системы
- D) самонастраивающиеся системы
- E) экстремальные системы

**66. Реакцию объекта на пробные воздействия оценивают**

- A) экстремальные регуляторы
- B) регуляторы с интегрирующей составляющей
- C) регуляторы с предварением
- D) релейные регуляторы
- E) импульсные регуляторы

**67. Назначение преобразования Лапласа?**

- A) это способ решения дифференциального уравнения
- B) это способ описания структурной схемы системы
- C) это способ записи дифференциального уравнения
- D) это способ перехода от частотного описания к временному
- E) это способ перехода от временного описания к частотному

**68. Что называется полюсами передаточной функции?**

- A) корни полинома знаменателя передаточной функции
- B) корни полинома числителя передаточной функции
- C) корни, обозначаемые на комплексной плоскости крестиком
- D) корни, обозначаемые на комплексной плоскости кружком
- E) значения переменной, обращающие полином в ноль

**69. Чему равен коэффициент усиления системы в установившемся режиме при стандартной форме записи дифференциального уравнения и ступенчатом входном воздействии?**

- A)  $b_m / a_n$
- B)  $a_0 / b_0$
- C)  $b_m / b_0$
- D)  $a_n / a_0$
- E)  $b_0 / a_0$

**70. Что называется нулями передаточной функции?**

- A) корни полинома числителя передаточной функции
- B) точки, обозначаемые на комплексной плоскости крестиком
- C) корни полинома знаменателя передаточной функции
- D) точки, обозначаемые на комплексной плоскости кружком
- E) правильного ответа нет

**71. Чему равно начальное значение переходной функции при  $m < n$ ?**

- A) 0
- B)  $a_0 / b_0$
- C)  $b_m / b_0$
- D)  $b_0 / a_0$

Е)  $b_m / a_n$

**72. Как называется реакция на воздействие  $K \cdot 1(t)$ ?**

- А) кривая разгона
- В) переходная функция
- С) передаточная функция
- Д) частотная функция
- Е) импульсная функция

**73. Чему равно начальное значение переходной функции при  $m = n$ ?**

- А)  $b_0 / a_0$
- В)  $a_0 / b_0$
- С)  $b_m / b_0$
- Д)  $a_n / a_0$
- Е)  $b_m / a_n$

**74. Что является оригиналом передаточной функции?**

- А) импульсная функция
- В) переходная функция
- С) реакция на начальные условия
- Д) частотная функция
- Е) кривая разгона

**75. Как называется реакция на гармоническое воздействие в установившемся режиме?**

- А) частотная функция
- В) переходная функция
- С) передаточная функция
- Д) кривая разгона
- Е) импульсная функция

**76. Отношение преобразований Лапласа выходной и входной величин системы при нулевых начальных условиях называется**

- А) передаточной функцией
- В) переходной функцией
- С) системной функцией
- Д) импульсной функцией
- Е) весовой функцией

**77. Изображение по Лапласу  $1/s^2$  соответствует типовому воздействию**

- А)  $t$
- В)  $\delta(t)$
- С)  $\sin(t)$
- Д)  $1(t)$
- Е)  $t^2$

**78. Изображение по Лапласу  $1$  соответствует типовому воздействию**

- A)  $\delta(t)$
- B)  $1(t)$
- C)  $\sin(t)$
- D)  $t$
- E)  $t^2$

**79. Звено с комплексным коэффициентом передачи  $W(j\omega) = -j\frac{k}{\omega}$  называется**

- A) астатическим
- B) пропорциональным
- C) инерционным
- D) колебательным
- E) консервативным

**80. Если показатель затухания колебательного звена уменьшается, его АФЧХ**

- A) увеличивается
- B) не изменяется
- C) уменьшается
- D) переходит в другой квадрант
- E) правильный ответ отсутствует

**81. АФЧХ интегрирующего, дифференцирующего, консервативного, форсирующего, безинерционного звеньев – это прямая линия**

- A) да, да, да, да, нет
- B) нет, нет, нет, нет, да
- C) да, да, да, нет, нет
- D) да, нет, да, нет, да
- E) нет, да, нет, да, нет

**82. Переходная функция представляет собой импульс**

- A) у дифференцирующего звена
- B) у интегрирующего звена
- C) у безинерционного звена
- D) у запаздывающего звена
- E) у консервативного звена

**83. По формуле  $\lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$  вычисляется**

- A) конечное значение оригинала
- B) конечное значение изображения
- C) начальное значение оригинала
- D) начальное значение изображения
- E) правильного ответа нет

**84. Запаздывание оригинала во времени на  $\tau > 0$  соответствует**

- A) правильный ответ отсутствует
- B) делению оригинала на функцию  $e^{s\tau}$
- C) делению оригинала на функцию  $e^{-\tau}$

- D) умножению оригинала на функцию  $e^{\tau}$
- E) умножению оригинала на функцию  $e^{-s\tau}$

**85. Какие частоты не используются при построении АФЧХ?**

- A) частоты сопряжения
- B) частоты пересечения с осями
- C) частоты разрыва
- D) нулевая частота
- E) частота, равная бесконечности

**86. Если у инерционного звена уменьшить постоянную времени  $T$  до нуля, звено преобразуется в**

- A) пропорциональное
- B) интегрирующее
- C) дифференцирующее
- D) апериодическое первого порядка
- E) консервативное

**87. Если у инерционного звена увеличивать постоянную времени  $T$  до бесконечности, звено преобразуется в**

- A) интегрирующее
- B) пропорциональное
- C) дифференцирующее
- D) апериодическое первого порядка
- E) консервативное

**88. Звено не является колебательным, если**

- A) правильного ответа нет
- B) выполняется условие  $a_1^2 < 4a_0$
- C) выполняется условие  $dP(\omega)/d\omega \geq 0$  при  $0 < \omega < \omega_{\text{нóи}}$
- D) выполняется условие  $0 < \xi < 1$
- E) имеет комплексные сопряженные корни характеристического уравнения

**89. Если АФЧХ звена проходит только по действительной оси и терпит разрыв, то это звено**

- A) консервативное
- B) интегрирующее
- C) дифференцирующее
- D) апериодическое второго порядка
- E) колебательное

**90. Если ЛАЧХ и ЛФЧХ звена представляют собой горизонтальные прямые, то это звено**

- A) пропорциональное
- B) интегрирующее
- C) дифференцирующее
- D) апериодическое первого порядка



Е) консервативное

**91. Звено, ЛАЧХ которого представляет собой одиночную асимптоту с наклоном +20 дБ/дек**

- А) дифференцирующее
- В) интегрирующее
- С) пропорциональное
- Д) апериодическое первого порядка
- Е) консервативное

**92. Звено, ЛАЧХ которого представляет собой одиночную асимптоту с наклоном -20 дБ/дек**

- А) интегрирующее
- В) пропорциональное
- С) дифференцирующее
- Д) апериодическое первого порядка
- Е) консервативное

**93. Какое утверждение не соответствует требованиям к типовому динамическому звену**

- А) типовое звено должно иметь положительный коэффициент усиления
- В) типовое звено должно характеризоваться одной независимой переменной
- С) типовое звено не должно изменять характеристик при подключении других звеньев
- Д) типовое звено должно описываться дифференциальным уравнением не выше второго порядка
- Е) типовое звено должно быть однонаправленным

**94. Минимально-фазовым называется звено**

- А) все нули и полюса которого левые
- В) все нули которого левые
- С) все полюса которого левые
- Д) у которого все корни характеристического уравнения имеют отрицательную действительную часть
- Е) у которого при левых полюсах имеются правые нули

**95. Система устойчива, если**

- А) все корни знаменателя передаточной функции лежат слева от мнимой оси
- В) все корни числителя передаточной функции лежат слева от мнимой оси
- С) все корни числителя передаточной функции лежат справа от мнимой оси
- Д) все корни знаменателя передаточной функции лежат справа от мнимой оси
- Е) ни один корень передаточной функции не лежит на мнимой оси

**96. Система устойчива, если**

- А) свободная составляющая переходного процесса сходится
- В) свободная составляющая переходного процесса расходится
- С) вынужденная составляющая переходного процесса сходится
- Д) совокупный переходный процесс является сходящимся

Е) свободная составляющая всегда равна нулю

**97. Система находится на периодической границе устойчивости, если в первом столбце таблицы Рауса**

- А) не последний элемент равен нулю при остальных положительных
- В) отсутствует нулевой элемент
- С) последний элемент равен нулю при остальных положительных
- Д) отсутствует отрицательный элемент
- Е) хотя бы один элемент равен нулю

**98. Система устойчива, если**

- А) при свободном движении система возвращается в исходное состояние равновесия
- В) при свободном движении ее переходный процесс не имеет колебательной составляющей
- С) при свободном движении система не возвращается к исходному состоянию равновесия
- Д) при свободном движении система стремится к новому состоянию равновесия
- Е) при свободном движении ее переходный процесс имеет колебательный характер

**99. Условие положительности всех коэффициентов характеристического уравнения является необходимым и достаточным для устойчивости систем**

- А) не выше второго порядка
- В) первого порядка
- С) второго порядка
- Д) выше второго порядка
- Е) нулевого порядка

**100. По критерию Гурвица система находится на аperiodической границе устойчивости, если**

- А) правильный ответ отсутствует
- В)  $\Delta_n = 0$  при остальных отрицательных минорах
- С) отсутствуют отрицательные миноры
- Д) все миноры положительны
- Е)  $\Delta_{n-1} = 0$  при остальных положительных минорах

**101. По свойству устойчивости система будет нейтральной, если**

- А) она имеет нулевой полюс при остальных левых
- В) все ее полюса левые
- С) она имеет нулевой полюс при остальных правых
- Д) она не имеет нулевых полюсов
- Е) все ее полюса правые

**102. Система находится на аperiodической границе устойчивости, если в первом столбце таблицы Рауса**

- А) последний элемент равен нулю при остальных положительных
- В) отсутствует нулевой элемент
- С) отсутствует отрицательный элемент

- D) не последний элемент равен нулю при остальных положительных
- E) хотя бы один элемент равен нулю

**103. Критическим (предельным) называется значение параметра, при котором система**

- A) находится на границе устойчивости
- B) становится замкнутой
- C) имеет перерегулирование более 30 %
- D) имеет запас устойчивости менее 30 %
- E) находится вне области-претендента на устойчивость

**104. При каждом переходе границы D-области навстречу штриховке**

- A) один полюс системы становится правым
- B) один нуль системы становится левым
- C) один нуль системы становится правым
- D) один полюс системы становится левым
- E) один корень системы становится нулевым

**105. При изменении частоты  $\omega$  от нуля до бесконечности кривая Михайлова устойчивой системы n-го порядка проходит**

- A) последовательно против часовой стрелки n квадрантов комплексной плоскости
- B) против часовой стрелки n квадрантов комплексной плоскости
- C) последовательно по часовой стрелке n квадрантов комплексной плоскости
- D) по часовой стрелке n квадрантов комплексной плоскости
- E) через начало координат

**106. Система n-го порядка находится на периодической границе устойчивости, если при изменении частоты  $\omega$  от нуля до бесконечности кривая Михайлова проходит**

- A) через начало координат
- B) против часовой стрелки n квадрантов комплексной плоскости
- C) последовательно по часовой стрелке n квадрантов
- D) последовательно против часовой стрелки n квадрантов
- E) по часовой стрелке n квадрантов комплексной плоскости

**107. Система n-го порядка находится на аperiodической границе устойчивости по критерию Михайлова, если графики четной и нечетной функций**

- A) начинаются в одной точке
- B) пересекаются при одинаковой частоте  $\omega \neq 0$
- C) пересекают ось частот поочередно
- D) не пересекают ось частот
- E) имеют n пересечений с осью частот

**108. Система находится на периодической границе устойчивости по критерию Михайлова, если графики четной и нечетной функций**

- A) пересекаются при одинаковой частоте  $\omega \neq 0$
- B) начинаются в одной точке
- C) пересекают ось частот поочередно

- D) не пересекают ось частот
- E) имеют  $n$  пересечений с осью частот

**109. Система устойчива по критерию Михайлова, если графики четной и нечетной функций**

- A) пересекают ось частот поочередно
- B) пересекаются при одинаковой частоте  $\omega \neq 0$
- C) начинаются в одной точке
- D) не пересекают ось частот
- E) имеют  $n$  пересечений оси частот

**110. Если корни четной и нечетной функций перемежаются при изменении частоты  $\omega$  от нуля до бесконечности, то по критерию Михайлова система**

- A) устойчива
- B) неустойчива
- C) находится на периодической границе устойчивости
- D) находится на аperiodической границе устойчивости
- E) устойчива в замкнутом состоянии

**111. Для анализа устойчивости замкнутой системы по критерию Найквиста строят на комплексной плоскости при изменении частоты  $\omega$  от 0 до  $\infty$  годограф**

- A) комплексного коэффициента передачи разомкнутой системы
- B) передаточной функции разомкнутой системы
- C) знаменателя передаточной функции разомкнутой системы
- D) комплексного коэффициента передачи системы
- E) правильная формулировка отсутствует

**112. АФЧХ называется характеристикой II-го рода, если**

- A) имеет более одного пересечения отрезка действительной оси  $[-1, -\infty]$
- B) проходит два квадранта комплексной плоскости
- C) имеет погрешность второго порядка
- D) строится для систем второго порядка
- E) имеет более одного пересечения отрезка действительной оси  $[-1, 0]$

**113. Если годограф комплексного коэффициента передачи не охватывает точку на комплексной плоскости с координатами  $[-1, j0]$ , система**

- A) устойчива в замкнутом состоянии
- B) устойчива
- C) неустойчива
- D) устойчива в разомкнутом состоянии
- E) находится на границе устойчивости

**114. Если АФЧХ разомкнутой системы начинается в точке на комплексной плоскости с координатами  $[-1, j0]$ , замкнутая система**

- A) находится на аperiodической границе устойчивости
- B) устойчива
- C) находится на периодической границе устойчивости
- D) указанный случай невозможен
- E) неустойчива

**115. Если АФЧХ разомкнутой системы проходит через точку на комплексной плоскости с координатами  $[-1, j0]$ , замкнутая система**

- А) находится на периодической границе устойчивости
- В) устойчива
- С) неустойчива
- Д) указанный случай невозможен
- Е) находится на апериодической границе устойчивости

**116. Разница между значением минус  $180^\circ$  и значением ЛФЧХ на частоте среза называется**

- А) запасом устойчивости
- В) фазовой характеристикой
- С) степенью устойчивости
- Д) перерегулированием
- Е) колебательностью  $N$

**117. Запас устойчивости системы по амплитуде определяется**

- А) на частоте пересечения ЛФЧХ и линии минус  $180^\circ$
- В) на частоте сопряжения
- С) на частоте среза
- Д) на частоте  $\lg \omega = 0$
- Е) на частоте  $\omega = 0$

**118. При анализе устойчивости по обратной АФЧХ разомкнутой системы замкнутая система будет устойчива, если**

- А) обратная АФЧХ охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$
- В) при штриховке справа от кривой точка  $(-1, j0)$  не попадает в заштрихованную область
- С) обратная АФЧХ не охватывает точку с координатами  $(-1, j0)$
- Д) обратная АФЧХ проходит через точку с координатами  $(-1, j0)$
- Е) обратная АФЧХ не проходит через точку  $(-1, j0)$

**119. Качество системы в установившемся режиме определяется**

- А) величиной отклонения от заданного значения
- В) длительностью отклонения от заданного значения
- С) устойчивостью системы
- Д) колебательностью системы
- Е) начальным значением ошибки регулирования

**120. Для исследования качества систем регулирования не используют воздействие типа**

- А) единичный импульс
- В) скачок ускорения
- С) скачок скорости
- Д) скачок положения
- Е) гармонические колебания

**121. По максимальному относительному забросу переходной характеристики за линию установившегося значения определяют**

- A) перерегулирование
- B) время установления
- C) колебательность
- D) время регулирования
- E) установившуюся ошибку

**122. Согласно частотным оценкам качества перерегулирование системы не превышает 18 %, если**

- A)  $dP(\omega)/d\omega \leq 0$
- B)  $dP(\omega)/d\omega \neq 0$
- C)  $dP(\omega)/d\omega \geq 0$
- D)  $dP(\omega)/d\omega = 0$
- E) ВЧХ везде положительна

**123. При корневых оценках качества с ошибкой 5 % время регулирования близко к**

- A)  $3/\alpha_{\min}$
- B)  $4\pi/\omega_+$
- C)  $\pi/\omega_+$
- D)  $\pi/\omega_{\text{нóи}}$
- E)  $4\pi/\omega_{\text{нóи}}$

**124. Колебательный процесс регулирования при ступенчатом образцовом процессе целесообразно оценивать с помощью**

- A) интегральной квадратичной оценки
- B) интегральной линейной оценки
- C) **улучшенной интегральной квадратичной оценки**
- D) прямого интегрального преобразования Лапласа
- E) обратного интегрального преобразования Лапласа

**125. Доминирующим называется корень (пара корней)**

- A) лежащий слева от мнимой оси и ближайший к ней
- B) лежащий справа от мнимой оси и ближайший к ней
- C) имеющий наибольшее абсолютное значение действительной части
- D) имеющий наименьшее абсолютное значение действительной части
- E) лежащий на мнимой оси

**126. Степень устойчивости системы характеризует**

- A) время регулирования
- B) запас устойчивости по фазе
- C) перерегулирование
- D) запас устойчивости по амплитуде
- E) запаздывание

**127. В корневом методе оценки качества степень колебательности позволяет найти**

- A) перерегулирование
- B) запас устойчивости по фазе
- C) запас устойчивости по амплитуде
- D) время регулирования
- E) запаздывание

128. В теории оптимальных систем регулирования применяют оценки качества

- A) интегральные
- B) корневые
- C) частотные
- D) прямые
- E) любые

**129. Какой закон линейного регулирования не используется в САР?**

- A) Д
- B) И
- C) П
- D) ПИ
- E) ПД

**130. Какой из перечисленных регуляторов имеет остаточную неравномерность (статизм)?**

- A) П
- B) И
- C) ПИД
- D) ПИ
- E) любой из перечисленных

**131. Какой из перечисленных регуляторов работает с предварением?**

- A) ПД
- B) И
- C) Д
- D) ПИ
- E) П

**132. Установившаяся ошибка по заданию возрастает**

- A) при уменьшении общего коэффициента усиления системы
- B) при уменьшении входного воздействия  $r(t)$
- C) при уменьшении коэффициента передачи по каналу ошибки
- D) при уменьшении разности между  $y(t)$  и  $r(t)$
- E) при уменьшении коэффициента статизма

**133. АФЧХ звена чистого запаздывания представляет собой**

- A) круг
- B) эллипс
- C) точку
- D) многоугольник
- E) прямую линию

**134. Частота среза – это частота**

- A) пересечения ЛАЧХ оси абсцисс
- B) пересечения ЛФЧХ линии минус 180 градусов
- C) левой границы полосы пропускания
- D) правой границы полосы пропускания
- E) перелома асимптотической ЛАЧХ

**135. Порядок астатизма при построении низкочастотной асимптоты ЛАЧХ это**

- A) разность числа нулевых корней знаменателя и числителя передаточной функции
- B) число корней знаменателя передаточной функции
- C) число нулевых корней знаменателя передаточной функции
- D) число нулевых корней числителя передаточной функции
- E) разность числа нулевых корней числителя и знаменателя передаточной функции

**136. Комбинированное управление осуществляется по**

- A) отклонению регулируемой величины от задания и возмущению
- B) возмущению
- C) отклонению регулируемой величины от задания
- D) заданию без контроля регулируемой величины
- E) возмущению и заданию без контроля регулируемой величины

**137. Частотой сопряжения называется частота**

- A) соответствующая перелому асимптотической ЛАЧХ
- B) соответствующая началу координат при построении ЛАЧХ
- C) на которой усиление или ослабление системы отсутствует
- D) соответствующая началу низкочастотной асимптоты
- E) соответствующая концу низкочастотной асимптоты

**138. Общий наклон ЛАЧХ в конце равен**

- A)  $(n - m)(-20 \text{ дБ/дек})$
- B)  $(n + m)(-20 \text{ дБ/дек})$
- C)  $(n + m)(20 \text{ дБ/дек})$
- D)  $(n - m)(20 \text{ дБ/дек})$
- E)  $\pm 20 \text{ дБ/дек}$

**139. Точке пересечения комплексных ветвей корневого годографа с действительной осью соответствуют**

- A) кратные корни
- B) правые корни
- C) левые корни
- D) нули системы
- E) полюса системы

**140. Относительное значение установившейся ошибки регулирования называется**

- A) статизмом
- B) запасом по амплитуде



- С) запасом по фазе
- Д) степенью устойчивости
- Е) перерегулированием

**141. Общим дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами не описываются во времени**

- А) импульсные системы
- В) стационарные системы
- С) одномерные системы
- Д) сосредоточенные системы
- Е) линейные системы

**142. Главная обратная связь используется в системах**

- А) с управлением по отклонению
- В) детерминированных
- С) безрефлексных
- Д) циклических
- Е) с управлением по возмущению

**143. Преимущество преобразования Лапласа состоит в том, что оно**

- А) заменяет операцию дифференцирования алгебраическим умножением
- В) заменяет графическое сложение алгебраическим умножением
- С) заменяет алгебраическое умножение графическим сложением
- Д) заменяет алгебраическое сложение графическим умножением
- Е) заменяет операцию интегрирования алгебраическим сложением

**144. По формуле  $\lim_{s \rightarrow 0} Y(s)$  вычисляется**

- А) правильного ответа нет
- В) конечное значение изображения
- С) конечное значение оригинала
- Д) начальное значение изображения
- Е) начальное значение оригинала

**145. Замкнуть аналитически систему единичной отрицательной обратной связью можно**

- А) добавив к знаменателю передаточной функции ее числитель
- В) разделив знаменатель передаточной функции на ее числитель
- С) вычтя из знаменателя передаточной функции ее числитель
- Д) сложив числитель и знаменатель передаточной функции
- Е) перемножив числитель и знаменатель передаточной функции

**146. Начало координат ЛАЧХ соответствует значению**

- А)  $20 \lg A(\omega) = 0$
- В)  $\lg \omega = 0$
- С)  $\lg A(\omega) = 0$
- Д) по всем осям начало координат выбирается произвольно
- Е)  $\omega = 0$

**147. При каком условии звено  $a_0 y'' + a_1 y' + y = kx$  не является аperiodическим звеном второго порядка?**

- A) показатель затухания  $\xi = 0$
- B) показатель затухания  $\xi \geq 1$
- C) оба корня квадратного уравнения действительны
- D) правильный ответ отсутствует
- E)  $a_1^2 \geq 4a_0$

**148. При каком условии звено  $a_0 y'' + a_1 y' + y = kx$  является колебательным звеном?**

- A) показатель затухания  $0 < \xi < 1$
- B) показатель затухания  $\xi \geq 1$
- C) оба корня квадратного уравнения действительны
- D)  $a_1^2 \geq 4a_0$
- E) показатель затухания  $\xi = 0$

**149. При каком условии звено  $a_0 y'' + a_1 y' + y = kx$  является консервативным звеном?**

- A) показатель затухания  $\xi = 0$
- B) показатель затухания  $\xi \geq 1$
- C) оба корня квадратного уравнения действительны
- D) показатель затухания  $0 < \xi < 1$
- E)  $a_1^2 \geq 4a_0$

**150. Функция  $g(t)$  равна**

- A) производной от  $h(t)$
- B) интегралу от  $h(t)$
- C) свободной составляющей переходного процесса
- D) вынужденной составляющей переходного процесса
- E) оригиналу частотной передаточной функции

**151. Если дифференциальное уравнение системы равно  $y'' + 2y' + 3y = 4x$ , то начальное значение при  $t=0_-$  соответствует изображению по Лапласу**

- A)  $-sy(0_-) - y'(0_-) - 2y(0_-)$
- B)  $sy(0_-) + y'(0_-) + 2y(0_-)$
- C)  $-sx(0_-) - x'(0_-)$
- D)  $-sx(0_-) - 2x(0_-)$
- E)  $-x'(0_-) - 2x(0_-)$

**152. Если  $\text{Re}(\omega) = -5$ , а  $\text{Im}(\omega) = 0$ , то АЧХ и ФЧХ системы равны соответственно**

- A) 5,  $-180^\circ$
- B) 1,  $90^\circ$

- C) 5, -90°
- D) 0, 0°
- E) -5, -180°

**153. Если входной и выходной гармонические сигналы линейной системы равны соответственно  $x(t)=\sin(t+90^\circ)$  и  $y(t)=2\sin(t-90^\circ)$ , то значения АЧХ и ФЧХ равны**

- A) 2, -180°
- B) 2, 180°
- C) 1, 90°
- D) 0,5, -180°
- E) 0,5, -90°

**154. Если передаточная функция фильтра равна  $W(s) = \frac{s^2 + 2s + 3}{3s^2 + 2s + 1}$ , то точки начала и конца АФЧХ имеют действительные координаты соответственно**

- A) 3 и 0,33
- B) 0,33 и 3
- C) 1 и 2
- D) 2 и 3
- E) 0,66 и 1,5

**155. Если по измерениям на выходе регулирования системы  $h(\infty) = 0.9$ , то система является**

- A) статической
- B) астатической
- C) нейтральной
- D) критической
- E) оптимальной

**156. Коэффициент при постоянной составляющей оригинала реакции**

$\frac{2}{s^3 + 2s^2 + 4s}$  равен

- A) 0,5
- B) 2
- C) бесконечности
- D) 0,25
- E) 1

**157. По каким параметрам строится низкочастотная асимптота ЛАЧХ?**

- A) по значениям добротности и степени астатизма
- B) по корням числителя передаточной функции
- C) по корням знаменателя передаточной функции
- D) по величине коэффициента затухания
- E) по нулям и полюсам передаточной функции

**158. Если все коэффициенты характеристического уравнения системы положительны, то система**

- A) ещё не может быть оценена по устойчивости

- В) неустойчива
- С) находится на апериодической границе устойчивости
- Д) находится на периодической границе устойчивости
- Е) устойчива

**159. Построение в пространстве изменяемых параметров областей с разным числом правых корней характеристического уравнения соответствует**

- А) методу D-разбиения
- В) методу смещенного уравнения
- С) методу корневого годографа
- Д) математическому признаку устойчивости системы
- Е) разложению на простые дроби

**160. Граница области D-разбиения является**

- А) отображением нахождения хотя бы одного полюса на мнимой оси плоскости корней
- В) отображением мнимой оси плоскости корней
- С) указателем направления движения к области-претенденту
- Д) линией обхода при нанесении штриховки
- Е) отображением критического значения параметра (коэффициента)

**161. Значения параметра, соответствующие устойчивости системы, по методу D-разбиения выбираются**

- А) в любой точке на отрезке действительной оси внутри области-претендента
- В) в любой точке области-претендента на устойчивость
- С) в точке пересечения границы области-претендента с действительной осью
- Д) в точке пересечения границ нескольких D-областей
- Е) на границе области-претендента на устойчивость

**162. Частотную характеристику при изменении частоты  $\omega$  от минус бесконечности до нуля используют**

- А) в методе D-разбиения
- В) при построении АЧХ
- С) при построении ЛЧХ
- Д) при построении кривой Михайлова
- Е) при построении АФЧХ

**163. По правилу штриховки АФЧХ в критерии Найквиста система будет устойчивой в замкнутом состоянии, если**

- А) точка с координатами  $(-1, j0)$  не попадает в заштрихованную область
- В) точка с координатами  $(-1, j0)$  попадает в заштрихованную область
- С) точка с координатами  $(-1, j0)$  совпадает с кривой АФЧХ
- Д) кривая АФЧХ начинается в точке с координатами  $(-1, j0)$
- Е) положение заштрихованной области относительно точки  $(-1, j0)$  безразлично

**164. Если в момент изменения знака главной обратной связи с минуса на плюс общий коэффициент усиления замкнутой системы больше единицы, система**

- А) неустойчива

- В) устойчива
- С) находится на периодической границе устойчивости
- Д) находится на аperiodической границе устойчивости
- Е) отсутствует правильная формулировка

**165. Дугой  $\nu(-\pi/2)$  бесконечного радиуса дополняется для анализа по критерию Найквиста годограф**

- А) нейтральной в разомкнутом состоянии системы
- В) неустойчивой в разомкнутом состоянии системы
- С) устойчивой в разомкнутом состоянии системы
- Д) нейтральной в замкнутом состоянии системы
- Е) любой системы

**166. Если система замкнута, то для анализа её устойчивости в этом состоянии по критерию Найквиста перед построением АФЧХ систему нужно**

- А) разомкнуть
- В) замкнуть
- С) оставить в нынешнем состоянии
- Д) найти число правых корней характеристического уравнения
- Е) найти число левых корней характеристического уравнения

**167. По критерию Михайлова число правых корней характеристического уравнения системы равно**

- А) числу неправильных пересечений кривой Михайлова с осями координат
- В) числу пересечений кривой Михайлова с действительной осью
- С) числу пересечений кривой Михайлова с мнимой осью
- Д) числу пересечений кривой Михайлова с осями координат
- Е) правильная формулировка отсутствует

**168. Величина, показывающая, насколько коэффициент усиления системы при  $\varphi(\omega) = -180^\circ$  меньше единицы, называется**

- А) запасом устойчивости
- В) частотой среза
- С) степенью устойчивости
- Д) перерегулированием
- Е) колебательностью

**169. Запас устойчивости по фазе системы  $W(s) = \frac{1}{s^2 + 3s + 2}$  после замыкания составит (в процентах)**

- А) 100
- В) 50**
- С) 0
- Д) не рассчитывается
- Е) правильный ответ отсутствует

**170. От чего не зависит характер переходного процесса системы?**

- А) от величины зоны  $\Delta$

- В) от места приложения входного воздействия
- С) от собственных свойств системы
- Д) от степени устойчивости системы
- Е) от вида входного воздействия

**171. Система регулирования называется статической, если**

- А) коэффициент позиционной ошибки не равен нулю
- В) статическая ошибка равна нулю
- С) коэффициент ошибки по положению равен нулю
- Д) коэффициент позиционной ошибки равен нулю
- Е) установившаяся ошибка равна нулю

**172. По отклонению переходной характеристики выхода системы от 1 в установившемся режиме определяют**

- А) установившуюся ошибку
- В) время установления
- С) колебательность
- Д) перерегулирование
- Е) время регулирования

**173. При частотных оценках качества время регулирования не превышает**

- А)  $4\pi/\omega_+$
- В)  $\pi/\omega_+$
- С)  $3/\alpha_{\text{дт}}$
- Д)  $\pi/\omega_{\text{нбд}}$
- Е)  $4\pi/\omega_{\text{нбд}}$

**174. Степень достижения апериодического процесса регулирования целесообразно оценивать с помощью**

- А) улучшенной интегральной квадратичной оценки
- В) интегральной квадратичной оценки
- С) интегральной линейной оценки
- Д) прямого интегрального преобразования Лапласа
- Е) обратного интегрального преобразования Лапласа

**175. Для нейтральной системы время регулирования равно**

- А) бесконечности
- В) нулю
- С)  $4\pi/\omega_+$
- Д)  $\pi/\omega_{\text{нбд}}$
- Е)  $4\pi/\omega_{\text{нбд}}$

**176. Сближение полюсов на комплексной плоскости**

- А) увеличивает размах переходного процесса
- В) уменьшает размах переходного процесса
- С) не изменяет размах переходного процесса

- D) исключает из переходного процесса соответствующую составляющую
- E) уменьшает длительность переходного процесса

**177. Совпадение полюса и нуля на комплексной плоскости**

- A) исключает из переходного процесса соответствующую составляющую
- B) увеличивает размах переходного процесса
- C) не изменяет размах переходного процесса
- D) уменьшает размах переходного процесса
- E) увеличивает длительность переходного процесса

**178. Метод коэффициентов ошибок применяется для оценки качества регулирования**

- A) при полиномиальном входном воздействии
- B) при импульсном входном воздействии
- C) при ступенчатом входном воздействии
- D) при гармоническом входном воздействии
- E) при оптимальном управлении

**179. По формуле  $\frac{1}{a_n}(b_{m-1} - C_0 a_{n-1})$  вычисляется**

- A) коэффициент ошибки по скорости
- B) коэффициент статической ошибки
- C) коэффициент позиционной ошибки
- D) коэффициент ошибки по ускорению
- E) коэффициент ошибки по положению

**180. Для системы  $W(s) = \frac{10}{(s+1)(2s+1)(10s+1)}$  время  $t_{\max}$  равно**

- A) не определяется
- B) 30
- C) 10
- D) бесконечности
- E) 0

**181. Для системы  $W(s) = \frac{10}{(s+1)(2s+1)(10s+1)}$  колебательность  $N$  равна**

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 4
- E) 10

**182. По каким параметрам строятся средне- и высокочастотные части ЛАЧХ?**

- A) по нулям и полюсам передаточной функции
- B) по корням числителя передаточной функции
- C) по значениям добротности и степени астатизма
- D) по величине коэффициента затухания

Е) по корням знаменателя передаточной функции

**183. Наклон ЛАЧХ в начале равен ( $r$  – число нулевых корней знаменателя,  $l$  – числителя)**

- А)  $(r - l)(-20$  дБ/дек)
- В)  $(n - m)(-20$  дБ/дек)
- С)  $(n + m)(-20$  дБ/дек)
- Д)  $(r + l)(20$  дБ/дек)
- Е)  $\pm 20$  дБ/дек

**184. Частотой среза называется частота**

- А) на которой усиление или ослабление системы отсутствует
- В) соответствующая началу координат при построении ЛАЧХ
- С) соответствующая перелому асимптотической ЛАЧХ
- Д) соответствующая началу низкочастотной асимптоты
- Е) соответствующая концу низкочастотной асимптоты

**185. Отклонение действительной ЛАЧХ от асимптотической на частоте резонанса**

- А) обратно пропорционально показателю затухания  $\xi$
- В) пропорционально показателю затухания  $\xi$
- С) не связано с показателем затухания  $\xi$
- Д) пропорционально мнимой части комплексных корней
- Е) обратно пропорционально мнимой части комплексных корней

**186. Сколько ветвей корневого годографа закончатся в нулях системы?**

- А)  $m$
- В)  $n$
- С)  $n-m$
- Д)  $m-n$
- Е)  $m+n$

**187. Сколько траекторий корневого годографа системы уйдут в бесконечность?**

- А)  $n-m$
- В)  $n$
- С)  $m$
- Д)  $m-n$
- Е)  $m+n$

**188. Сколько траекторий корневого годографа начнутся в нулях разомкнутой системы?**

- А) правильный ответ отсутствует
- В)  $n$
- С)  $n-m$
- Д)  $m-n$
- Е)  $m$



**189. Запас устойчивости по амплитуде системы  $W(s) = \frac{10}{s^2 + s + 1}$  после замыкания**

**составит (в процентах)**

- A) 100
- B) 50
- C) 0
- D) не рассчитывается
- E) правильный ответ отсутствует

**190. Нечувствительность системы к изменению внутренних или внешних параметров это**

- A) инвариантность
- B) статизм
- C) неравномерность
- D) самовыравнивание
- E) устойчивость

**191. Для коррекции характеристик САР не применяют**

- A) запаздывающие устройства
- B) параллельные устройства
- C) инвариантные устройства
- D) неединичную обратную связь
- E) последовательные устройства

**192. Не ухудшает устойчивость и качество переходного процесса системы коррекция**

- A) по внешнему воздействию
- B) с помощью местных обратных связей
- C) с помощью неединичной обратной связи
- D) с помощью последовательных фильтров
- E) правильный ответ отсутствует

**193. Каким должен быть общий коэффициент усиления системы, чтобы относительное значение ошибки регулирования относительно задания не превышало 10 %?**

- A) 9
- B) бесконечность
- C) 10
- D) 5
- E) ноль

**194. Если задающее воздействие равно  $t$ , то для исключения ошибки по скорости от задания необходимо**

- A) ввести в систему два интегратора
- B) ввести в систему интегрирующее звено
- C) ввести в систему дифференцирующее звено
- D) ввести в систему инерционное звено
- E) ввести в систему два инерционных звена

**195. Величина статической ошибки пропорциональна (укажите неверный ответ)**

- А) величине коэффициента усиления системы
- В) величине коэффициента статизма
- С) величине входного воздействия
- Д) величине коэффициента передачи по каналу ошибки
- Е) величине статизма системы

**196. Если увеличивать коэффициент усиления разомкнутой системы, то величина статической ошибки астатической системы будет**

- А) равна нулю
- В) уменьшаться
- С) увеличиваться
- Д) останется отрицательной
- Е) останется положительной

**197. Чему равен младший коэффициент знаменателя передаточной функции замкнутой системы, если разомкнутая система описана нулем 10 и полюсом -10 с точностью до  $k = 5$**

- А) -40
- В) -50
- С) 40
- Д) 50
- Е) 10

**198. Чему равен старший коэффициент знаменателя передаточной функции замкнутой системы, если разомкнутая система описана нулем 10 и полюсами -10, -1, -0,1 с точностью до  $k = 2$**

- А) 1
- В) 0
- С) 10
- Д) 40
- Е) 50

**199. Чему равна частота среза ЛАЧХ системы  $\frac{1}{s + 2}$ , рад/с**

- А) отсутствует
- В) бесконечности
- С) 0,5
- Д) 2
- Е) 0

**200. Чему равна частота сопряжения ЛАЧХ системы  $\frac{1}{s^2 + 2s}$ , рад/с**

- А) 2
- В) бесконечности
- С) 0,5
- Д) 0
- Е) отсутствует

# ГЛОССАРИЙ

## **СИСТЕМА [system]**

В *широком значении термина* — образующая единое целое совокупность материальных и/или нематериальных объектов, объединенная некоторыми общими признаками, свойствами, назначением или условиями существования, жизнедеятельности функционирования и т. п.

## **АВТОМАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА [automatic system]**

Совокупность управляемого объекта и автоматических управляющих устройств, функционирующая самостоятельно, без участия человека.

## **АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА (АС) [automated system]**

Совокупность управляемого объекта и автоматических управляющих устройств, в которых часть функций управления выполняет человек-оператор. Комплекс технических, программных, других средств и персонала, предназначенный для **автоматизации** различных процессов. В отличие от **автоматической системы** не может функционировать без участия человека.

## **ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА [computer system]**

Совокупность ЭВМ и средств программного обеспечения, предназначенная для выполнения вычислительных процессов, а также любая **автоматизированная система**, основанная на использовании ЭВМ.

### *Различают:*

**Гибридная вычислительная система [hibrid computer system]** — **вычислимая система**, в состав которой входят как **цифровые**, так и **аналоговые ЭВМ** их компоненты.

**Дуплексная система, система с дублированием [duplex(ed) system]** — **система** с двумя идентичными комплектами технических средств, из которых один является резервным и может быть использован для замены другого (при неисправностях, проведении профилактических работ и т. п.). Резервируемая часть дуплексной системы может находиться в одном из двух состояний — отключенном (**холодного резервирования**) или включенном (**горячего резервирования**).

**3) Система коллективного пользования (доступа) [multi-user (multiaccess) system]** — **вычислительная система**, обеспечивающая одновременную работу нескольких (определенного множества) пользователей.

**Однопользовательская система [single-user system]** — **вычислительная система**, обеспечивающая работу только одного пользователя.

**Многопроцессорная (мультипроцессорная) система [multiprocessor system]** — вычислительная система, имеющая два или более взаимосвязанных процессоров, использующих общую память и управляемых единой операционной системой или обслуживающих общий поток заданий.

**Многотерминальная система [multiterminal system]** — вычислительная система, состоящая из ЭВМ и некоторого множества подключенных к ней терминалов (оконечных устройств).

**Децентрализованная система [decentralized system]** — многопроцессорная система или вычислительная сеть, в которой управление распределено по различным ее узлам.

**Распределенная система, система с распределенными функциями [distributed (function) system]**

— Автоматизированная система, в которой отдельные функции и операции реализуются ее распределенными в пространстве технологическими узлами или подсистемами, в том числе и автономными.

— Любая вычислительная система, позволяющая организовать взаимодействие, вне независимых, но связанных между собой машин (см. "Распределенная обработка данных").

**Автономная система [offline (isolated, stand-alone) system]**

— Система, не входящая в состав какой-либо другой системы или не находящаяся под ее управлением.

— В вычислительной технике — подсистема, не находящаяся под управлением центрального процессора.

**Локальная (изолированная) система [stand-alone system]**

— Автоматизированная (в том числе информационная) система предприятия или организации, работающая в автономном режиме.

— Вычислительная система, управляемая с одного терминала.

**Адаптивная (адаптируемая) система [adaptive system]** — автоматизированная система, которая может приспособляться (адаптироваться) к изменениям внешних и внутренних условий путем изменения своей структуры и/или значений параметров.

**ОТКРЫТАЯ СИСТЕМА [open system]**

**Вычислительная система, отвечающая стандартам OSI (Open Systems Interconnection).**

Основные принципы построения открытых систем:

- **переносимость [portability]**, позволяющая легко переносить данные и программное обеспечение между различными платформами;
- **взаимодействие [interoperability]**, обеспечивающее совместную работу устройств разных производителей;
- **масштабируемость [scalability]**, гарантирующая сохранение инвестиций в

информацию и программное обеспечение при переходе на более мощную аппаратную платформу .

В основе открытых систем по этому признаку изначально лежала **операционная система Unix**, которая используется в большинстве открытых систем и в настоящее время.

Применительно к сетевым технологиям модель OSI предполагает обеспечение совместимости работающего оборудования и процессов по семи уровням: 1) физическому, 2) канальному, 3) сетевому, 4) транспортному, 5) сеансовому, 6) представительскому и 7) прикладному.

Вычислительная система, обеспечивающая свободный **доступ** пользователей к своим ресурсам.

### **Термины, логически связанные с открытыми системами:**

**OSI reference model (Open Systems Interconnection reference model)** — модель взаимодействия открытых систем.

**Закрытая система [closed system]** — автоматизированная система, не отвечающая признакам **открытых систем**.

**Гибкая система [flexibility system]** — система, которая может быть относительно легко и быстро перенастроена на новый состав решаемых задач.

**Развивающаяся (расширяющаяся) система [evolutionary system]** — автоматизированная система, ориентированная на введение в ее состав новых программных, технических, лингвистических, информационных и других средств для расширения ее возможностей (в том числе круга решаемых задач, видов услуг и т. п.).

**Самообучающаяся система [self-learning (self-adapting) system]** — автоматизированная система, обладающая способностью улучшать свое функционирование на основе накопления данных о предшествующей работе.

**Самоорганизующаяся система [self-organizing system]** — автоматизированная система, обладающая способностью расширять имеющуюся информацию и совершенствовать структуру на основе предъявляемых ей данных.

### **По другим признакам также различают следующие виды систем**

**Сложная (большая) система [complicated system]** — автоматизированная система, представляющая собой совокупность значительного числа взаимосвязанных и объединенных общими целями функционирования **подсистем**. Сложная система характеризуется наличием следующих отличительных признаков: широко развитая структура, многоцелевой характер, сложный алгоритм управления, высокий уровень автоматизации, большой состав персонала и/или пользователей, значительные периоды времени создания и жизни системы.

**Замкнутая система [closed (self-contained) system]** — автоматизированная система, не допускающая расширений, или система с обратной связью.

**Защищенная система [protected system]**

— **Автоматизированная система**, которая в целях ограничения доступа к своим техническим, программным и/или информационным средствам требует ввода пароля.

— Система, снабженная средствами защиты данных от несанкционированного доступа, в том числе использования, разрушения и/или искажения.

**Восстанавливаемая система [recovery system]** — вычислительная система, допускающая возврат к нормальной работе после ее сбоя или отказа.

**Система восстановления (данных) [purification (data) system]** — комплекс программных средств, предназначенных для поддержания целостности данных. Используется в банках данных и других автоматизированных системах.

**Прикладная система [application system]** — вычислительная система, предназначенная для решения определенной задачи или класса задач или для предоставления пользователям определенных видов услуг.

**Специализированная система [dedicated system]** — вычислительная система, предназначенная для решения узкого класса задач.

**Типовая автоматизированная система [typical automated system]** — автоматизированная система, в которой используются типовые для данного или определенного класса систем технические, программные и другие средства.

**Универсальная автоматизированная система [general-purpose system]** - автоматизированная система, обеспечивающая решение разнородных задач - вычислительных, информационных, управленческих, моделирования и т. п.

**Система реального времени [real-time system]** — автоматизированная система, работающая в режиме реального времени, который характеризуется тем, что скорость выполнения полного цикла внутрисистемных процессов и операций выше скорости процессов, протекающих во внешней среде, с которой система взаимодействует.

**Система управления [control system]** — совокупность аппаратных (технических) и программных средств, предназначенных для поддержания или улучшения работы объекта управления.

**Диалоговая (интерактивная, онлайн) система [online system]** — автоматизированная человеко-машинная система, работающая в режиме диалога, при котором она отвечает на каждую команду пользователя и обращается за информацией к нему по мере надобности.

**Резервная система [backup system]** — вычислительная система, которая принимает на себя управление в случае нарушения работы основной. Является частью системы с дублированием.

**Система, сдаваемая "под ключ" [turnkey system]** — вычислительная система, для работы с которой пользователю требуется только включить компьютер. При этом он получает доступ к прикладному программному обеспечению. Такие системы реализуются, в частности, на домашних ПЭВМ.

**Человеко-машинная система, система "человек—машина" [man-machine system]** — любая система, включающая человека (оператора) и техническое устройство, с которым он взаимодействует.

## **ЭКСПЕРТНАЯ СИСТЕМА [expert system]**

**Автоматизированная система**, реализующая признаки и средства **искусственного интеллекта**, содержащая **базу знаний** с набором правил решения определенного круга задач и программно-технические средства, позволяющие на основании вводимых в нее данных о текущем состоянии объекта управления или анализируемой ситуации поставить диагноз и сформулировать предложение или варианты альтернативных предложений (рекомендаций) для выбора решения пользователя системы.

**Система**, способная получать, накапливать, корректировать **знания**, предоставляемые преимущественно экспертами, из некоторой **предметной области**, выводить новые знания, решать на основе этих знаний практические задачи и объяснять их ход решения.

*Экспертные системы нашли применение в самых разных областях человеческой деятельности: в управлении, экономике, проектировании сложных технических объектов, медицине (например, диагностика и лечение заболеваний), метеорологии, машиностроении, образовании, военном деле, робототехнике и др.*

## **ПОДСИСТЕМА [subsystem]**

*В широком значении термина* — часть любой **системы**, объединенная по родовидовому признаку, назначению, условиям жизнедеятельности, взаимодействия или функционирования (в частности, выполняющая одну или несколько ее основных или вспомогательных функций).

*Подсистема по своим основным признакам может являться системой, входящей в состав другой — более сложной системы. Декомпозиция* (расчленение) *систем на подсистемы и методы их исследования рассматриваются в* **теории сложных систем управления**.

Совокупность технических, программных, организационных, технологических и/или других средств, которые при взаимодействии реализуют определенную функцию, необходимую для реализации назначения системы в целом.

**Функциональная подсистема [functional subsystem]** — составная часть **автоматизированной системы**, реализующая одну или несколько взаимосвязанных функций. При создании или исследовании сложных систем практикуется их декомпозиция (расчленение) на функциональные подсистемы. ное целое — систему.

## **АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ РАБОЧЕЕ МЕСТО, РАБОЧАЯ СТАНЦИЯ (АРМ) [workstation]**

Индивидуальный комплекс технических и программных средств, предназначенный для автоматизации профессионального труда специалиста и обеспечивающий подготовку, редактирование, поиск и выдачу (на экран и печать) необходимых ему документов и данных. АРМ может быть реализован в виде **автономной автоматизированной системы** на ПЭВМ или являться терминалом автоматизированной системы.

**Узел локальной вычислительной сети**, пригодный для работы пользователя в **диалоговом** (интерактивном) режиме.

## **ТЕРМИНАЛ [terminal]**

Устройство, предназначенное для взаимодействия пользователя или оператора с ЭВМ или **автоматизированной системой**, включающее в свой состав средства **ввода** (например, клавиатуру) и **вывода** (экран монитора, печатающее устройство и др.) данных.

*В сетях ЭВМ* — устройство, являющееся источником или получателем пересылаемых в сети данных.

*В системах связи* — оконечное устройство сети приема-передачи данных.

*В кабельных системах* — главный распределительный пункт зданий, соединенных магистральными каналами, промежуточный распределительный пункт (распределительный пункт так называемой вертикальной системы).

Терминалы классифицируются по назначению (**терминал пользователя, редакторский терминал, игровой терминал**), по принципу действия (**интерактивный терминал, акустический терминал**), по способу использования (**групповой терминал, индивидуальный терминал**), по месту расположения (**локальный терминал**, напрямую подсоединенный к ЭВМ, и **удаленный терминал** — терминал, связанный с ЭВМ через каналы связи и модем) и т. д.



## Литература

1. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ 1-4. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004 г.
2. Востриков А.С. Французова Г.А. Теория автоматического регулирования. М.: «Высшая школа» 2004. -365 с.
3. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Том 1-2. М.: «Высшая школа» 2003.
4. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. -СПб.: Профессия, 2004. - 752 с.
5. Основы автоматизации технологических процессов. Учебное пособие, Часть I, II. Н.Р.Юсупбеков, Х.З.Игамбердиев, А.Маликов. Ташкент, ТашГТУ, 2007.
6. Юсупбеков Н.Р., Мухамедов Б.Э., Гуломов Ш.М. Технологик жараёнларни бошқариш системалари. «Ўқитувчи», Тошкент, 1997. -352б.
7. Сборник задач по теории автоматического регулирования и управления/ Под редакцией В. А. Бесекерского. - М.: Наука, 1978.
8. Французова Г.А., Шпилева О.Я., Юркевич В.Д. Сборник задач по теории автоматического управления. Часть 1, 2. – Новосибирск. Изд. НГТУ - 2004.
9. Юсуфбеков Н.Р., Маликов А. Автоматлаштирилган бошқариш назарияси 1, 2 қисм. Уқув қулланмаси. Тошкент, 1993.
10. Воронов А.А. Теория автоматического уравнения. Том 1-2. М.: «Высшая школа» 1986.
11. Юревич Е.И. Теория автоматического уравнения. М.: «Высшая школа».- 1986.
12. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Часть 1,2.-Санкт Петербург.СПб:СЗТУ.-2005.
13. Игамбердиев Х.З. Базаров М.Б. , Севинов Ж. У..Зарипов О.О. Методические указания к выполнению практических работ по курсу «Теория автоматического управления». Часть 1,2.-Навои.НавГГИ.-2008.
14. Базаров М.Б. Хамидов Б.Т. Методические указания к выполнению лабораторных работ по курсу «Теория автоматического управления». Часть 1. Навои.НавГГИ.-2008.
15. Интернет маълумотлари:  
<http://www.toehelp.ru/theory/tau/contents.html>.  
<http://www.zdo.vstu.edu.ru/html/course.html>. <http://kiryushin.boom.ru/uts/plit.html>