

# **МЕХАНИКА ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ**

**В трех книгах**

Под редакцией К.В.Фролова, Е.И.Воробьева

# **3**

## **ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ**

Допущено Государственным комитетом СССР  
по народному образованию  
в качестве учебного пособия для студентов  
высших технических учебных заведений



Москва «Высшая школа» 1989

ББК 32.816  
М55  
УДК 62—52

Авторы:

Е. И. ВОРОБЬЕВ, А. В. БАБИЧ, К. П. ЖУКОВ, С. А. ПОПОВ,  
Ю. И. СЕМИН

Рецензенты: кафедра «Детали машин и теория механизмов и машин» Московского авиационного технологического института им. К. Э. Циолковского (зав. кафедрой — д-р техн. наук, проф. Е. И. Степанычев); д-р техн. наук, проф. В. С. Кулешов (Московский станкоинструментальный институт)

**Механика промышленных роботов: Учеб. пособие для втузов: В 3 кн./Под ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. Кн. 3: Основы конструирования/Е. И. Воробьев, А. В. Бабич, К. П. Жуков и др. — М.: Высш. шк., 1989. — 383 с.: ил.**

ISBN 5—06—001135—6

В книге изложены общие принципы и особенности конструирования универсальных, специальных промышленных роботов и роботов агрегатно-модульного типа. Приведены алгоритмы проектирования роботов, их узлов и агрегатов: несущей механической системы, механизмов вращения и поступательного перемещения, направляющих, схватов, демпферов, а также методы построения динамических моделей конструкций.

М 2702000000 (4309000000) — 156 161—88  
001(01) — 89

ББК 32.816  
6Ф0.1

ISBN 5—06—001135—6

© Издательство «Высшая школа»,  
1989

## Предисловие

Книга «Основы конструирования» представляет собой третью книгу серии «Механика промышленных роботов». В книге описаны типовые конструкции, изложены принципы определения основных параметров, порядок конструирования роботов и их узлов, агрегатов, модулей, а также вопросы построения динамических моделей конструкций роботов и их систем.

Введение, гл. 1, 6–8, § 2.3, 5.3, Заключение написаны Е. И. Воробьевым; гл. 3, § 2.1, 2.2, 4.1–4.5, 5.1 – А. В. Бабичем; § 4.6 – К. П. Жуковым, § 5.2 – С. А. Поповым; § 5.4 – Ю. И. Семиным; § 5.5 – А. В. Бабичем и К. П. Жуковым совместно.

Авторы выражают благодарность рецензентам – коллективу кафедры «Детали машин и теория механизмов и машин» Московского авиационного технологического института (зав. кафедрой – д-р техн. наук, проф. Е. И. Степанычев) и д-ру техн. наук, проф. В. С. Кулешову (Московский станкоинструментальный институт) – за критические замечания и полезные советы, которые были учтены при подготовке рукописи.

Замечания и пожелания по улучшению книги просим направлять по адресу: 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14, издательство «Высшая школа».

*Авторы*

## Введение

Конструкция промышленного робота (ПР) определяется большим числом факторов, зависящих от его назначения и условий применения.

В современной робототехнике развивается два основных направления конструирования роботов. Первое из них связано с разработкой *специализированных* роботов, предназначенных для оснащения технологического оборудования определенной группы и выполняющих технологические операции одного вида, и *специальных*, предназначенных для оснащения технологического оборудования конкретной модели и выполняющих определенные технологические операции. Такие роботы имеют, как известно, небольшое число степеней подвижности, высокие показатели быстродействия, точности и надежности. Однако возможности их применения при изменении параметров технологического процесса ограничены.

Второе направление состоит в разработке многофункциональных, *универсальных* промышленных роботов, которые могут применяться в широком диапазоне изменения параметров технологического процесса и в различных процессах. Эти роботы обладают большим числом степеней подвижности, но обеспечить в них высокую точность и надежность значительно труднее, а также они требуют больших затрат при изготовлении. Кроме того, часто на конкретных операциях используются для движения не все степени подвижности.

Эти противоречия могут быть разрешены, если применить *агрегатно-модульный* принцип построения роботов — конструирование из типовых узлов и модулей. Роботы этого типа не обладают избыточностью на конкретных операциях и в то же время универсальны. Недостатки агрегатно-модульных роботов по сравнению с универсальными при большом числе степеней подвижности — увеличение массы и снижение жесткости.

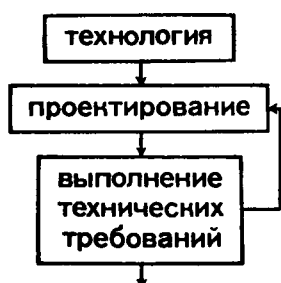
В связи с разработкой гибких производственных систем (ГПС) основное внимание в книге уделено проектированию универсальных промышленных роботов, обладающих гибкостью по отношению к номенклатуре обрабатываемых заготовок. Промышленные роботы агрегатно-модульного типа широко используются при создании гибких производственных модулей (ГПМ).

Если на начальном этапе развития робототехники роботы применялись для выполнения вспомогательных операций типа разгрузки-загрузки станков, транспортировки, то в современном производстве их функции значительно расширились. Появились роботы, выполняющие основные технологические операции — сборку, окраску, сварку и др.

Методы конструирования роботов основаны на результатах анализа кинематики, динамики, синтеза их механизмов, изложенных в первых двух книгах серии. В процессе конструирования эти результаты объединяются и дополняются опытом конструктора.

При конструировании робота приходится выделять отдельные узлы и агрегаты и решать вопросы конструирования, объединяя затем эти элементы в систему. Узлами и агрегатами являются рука, механизмы вращения и поступательного перемещения, схваты, демпферы, приводы.

В названиях агрегатов и модулей используются некоторые антропоморфные термины: рука, плечо, локоть, кисть, причем под *рукой* следует понимать часть манипулятора, совершающую движения, аналогичные движениям руки человека при перемещении объектов и рабочих органов в пространстве.



Раздел

# 1

## Конструкции и принципы проектирования промышленных роботов

### Глава 1

## Конструкции промышленных роботов

В мире выпускается уже несколько сотен моделей промышленных роботов и их число продолжает увеличиваться. Опыт конструирования и эксплуатации показал, что можно выделить некоторые типовые конструкции, которые оказываются наиболее рациональными в тех или иных условиях эксплуатации.

Рассмотрим основные типы конструкций промышленных роботов на примерах наиболее характерных моделей.

### 1.1. Напольные промышленные роботы с выдвижной рукой

Впервые были разработаны роботы именно такого типа, и сейчас они являются наиболее распространенными по общему объему выпуска. Конструктивная особенность манипуляторов таких роботов — наличие выдвижной руки, которая может вращаться вокруг вертикальной оси ( $y$  роботов, работающих в цилиндрической системе координат) или одновременно вращаться вокруг вертикальной оси и качаться вокруг горизонтальной оси ( $y$  роботов, работающих в сферической системе координат).

Характерным представителем напольных роботов с выдвижной рукой, работающих в сферической системе координат, является робот «Универсал-15» (рис. 1.1). Робот имеет



новлены приводы ориентирующих движений, осуществляющие поворот схвата через шестигранные валы.

Приводы робота — электрогидравлические: движение от электродвигателей передается через пару зубчатых колес, червячный редуктор и муфту на входной вал гидроусилителя, от которого через передаточный механизм — на выходные звенья. Выдвижение руки осуществляется зубчатым колесом, установленным на выходном валу гидроусилителя; через рейку, жестко связанную с корпусом б кисти. Выбор зазора осуществляется с помощью поджима рейки подпружиненным роликом. Привод ориентирующих движений кисти осуществляется от двух гидроусилителей через систему дифференциальных передач, зазоры в которых выбираются с помощью торсионов.

На всех приводах установлены датчики положения и скорости, позволяющие осуществлять обратную связь по этим параметрам.

#### *Технические характеристики робота «Универсал-15»*

Грузоподъемность, кг . . . . .	15
Число степеней подвижности . . . . .	6
Максимальный угол поворота вокруг вертикальной оси, град . . . . .	340
То же, вокруг горизонтальной оси, град . . . . .	50
Выдвижение руки, мм . . . . .	1000
Максимальная угловая скорость поворота вокруг вертикальной оси, град/с . . . . .	45
То же, вокруг горизонтальной оси, град/с . . . . .	10
Максимальная скорость выдвижения, м/с . . . . .	0,8

## **1.2. Напольные промышленные роботы с шарнирной рукой**

Кинематические пары основного механизма таких роботов являются вращательными, что позволяет выполнять сложные операции в ограниченном пространстве. Рука такого робота может складываться, при этом выдвигающиеся части отсутствуют. Промышленные роботы с шарнирной рукой обладают значительной компактностью при большой зоне обслуживания. Однако компактность достигается за счет усложнения конструкции исполнительного механизма и программирования.

Такие роботы, как правило, имеют электрический привод и оснащаются современными системами управления и очувствления.



Роботы с шарнирной рукой можно разделить на два типа: с горизонтальными осями шарниров руки и вертикальными осями шарниров робота.

**Напольные роботы с вертикальными осями шарниров.** Характерным представителем напольных роботов с вертикальными осями шарниров является робот М20К83 (рис. 1.2, а). Робот представляет собой напольную конструкцию; на литом чугунном основании 14 установлена колонна 12, по которой перемещается рука, состоящая из плеча 6 и локтя 3. На конце руки крепится головка (рис. 1.2, б).

Плечо 6 шарнирно связано с корпусом механизма вертикального перемещения руки 11 и от электродвигателя постоянного тока 8 через волновой редуктор 7 ( $i = 125$ ) приводится во вращение вокруг вертикальной оси.

Локоть 3 шарнирно встроен в корпус плеча 6 и от электродвигателя постоянного тока 5 через волновой редуктор 4 ( $i = 80$ ) приводится во вращение вокруг вертикальной оси.

Поворот инструмента или захватного устройства вокруг вертикальной оси осуществляется механизмом вращения, который приводится в движение электродвигателем постоянного тока 1 через волновой редуктор 2 ( $i = 80$ ), зубчатую цилиндрическую передачу ( $i = 1,5$ ) и передачу зубчатым ремнем ( $i = 1$ ).

Межосевое расстояние зубчатой передачи регулируется прокладкой, установленной между корпусом ре-

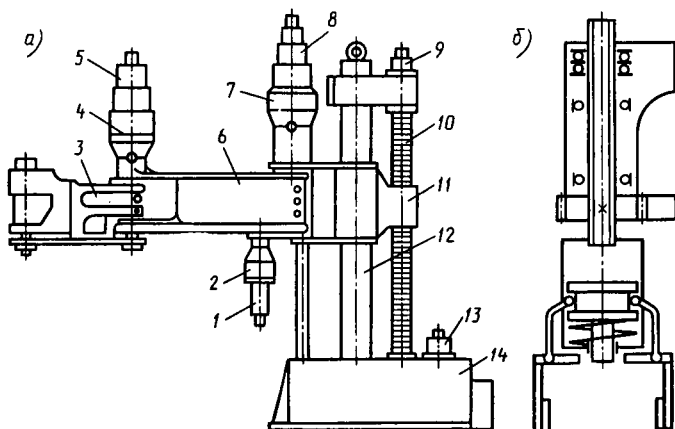


Рис. 1.2

дуктора и корпусом механизма вертикального перемещения.

Шестерня цилиндрической зубчатой передачи закреплена вместе со шкивом зубчато-ременной передачи на валу плеча. Через шкивы, расположенные на валу плеча, на валу локтя и валу головки передается вращение на инструмент.

Все движения робота ограничиваются бесконтактными конечными выключателями.

На конце локтя жестко крепится головка (рис. 1.2, б) для автоматической смены инструмента. Головка имеет шпиндель, в котором с помощью байонетного соединения закрепляется хвостовик инструмента или захватного устройства. Через трубчатый шпиндель подводится воздух для пневмопривода губок захватного устройства. Поворот захватного устройства производится с помощью зубчато-ременной передачи через шкив, закрепленный на нижнем конце шпинделя. Губки захватного устройства приводятся в движение с помощью кулачково-рычажного механизма от пневмоцилиндра одностороннего действия.

#### *Технические характеристики робота М20К83*

Грузоподъемность, кг . . . . .	20
Число степеней подвижности . . . . .	4
Максимальный вертикальный ход руки, мм	400
Максимальный угол поворота плеча, град	200
То же, локтя, град . . . . .	140
» рабочего органа, град . . . . .	± 180
Максимальная скорость вертикального перемещения руки, м/с . . . . .	0,5
Максимальная угловая скорость плеча, град/с	90
То же, локтя, град/с . . . . .	120
» поворота рабочего органа, град/с . . .	170
Точность позиционирования, мм . . . . .	± 0,05... ± 0,08

**Напольные роботы с горизонтальными осями шарниров руки.** Преимуществом таких роботов является их большая маневренность в пространстве, содержащем препятствия большой высоты, что делает их весьма удобными для выполнения сборки, сварки, окраски и других операций.

Характерным представителем является робот ТУР-10 (рис. 1.3). Этот универсальный робот предназначен для выполнения как основных, так и вспомогательных технологических операций. Основными узлами робота являются механизм поворота 3, рука 4, электромеханические приводы 1, механизм уравнивания 2.

Механизм поворота (рис. 1.4) содержит неподвижное основание 3 и поворотную платформу 7, установленную на подшипниках 2. Движение механизма поворота осуществляется от электродвигателя 14 ( $N = 250$  Вт,  $n = 3000$  об/мин) и волнового редуктора 11 ( $i = 102,5$ ). Измерение угла поворота осуществляется датчиком положения 9. Сигнал передается на разъем 17. Редуктор соединен с валом 8 поворотной платформы 7 компенсирующей муфтой 10. На датчик угла поворота вращение передается через пару зубчатых колес 4, 5, одно из которых выполнено разрезным со встроенной пружиной. Это сделано для устранения зазора в цепи передачи

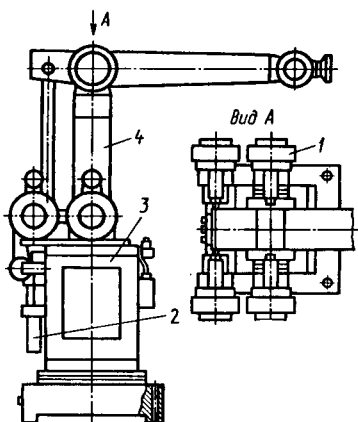


Рис. 1.3

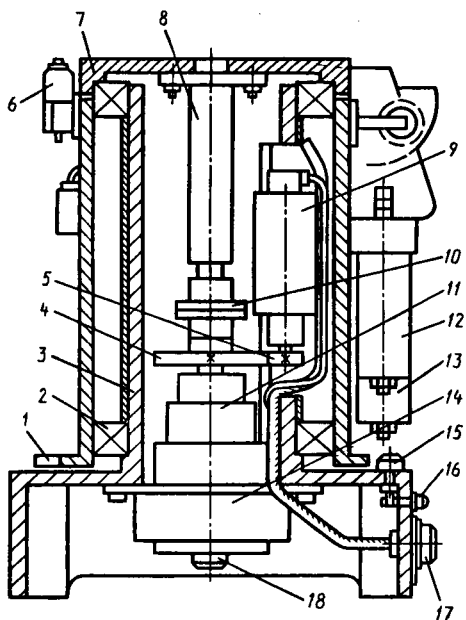


Рис. 1.4

движения к датчику. Датчик скорости механизма поворота 18 — тахогенератор — установлен соосно с валом двигателя и соединен с ним муфтой. Датчики положения и скорости осуществляют обратную связь по этим параметрам в системе управления приводами роботов.

Для управления схватом имеется два пневмораспределителя 6, соединенные трубками со штуцером 16. Силы тяжести звеньев руки уравниваются пружинными механизмами 12, 13.

Рука робота и электромеханические приводы установлены на поворотной платформе 7 механизма поворота. Для ограничения поворота платформы 7 на основании 3 имеется неподвижный упор 15, в который при повороте упирается флажок 1, закрепленный на стакане платформы 7.

Рука робота (рис. 1.5) позволяет осуществить движение захватного устройства в вертикальной плоскости и его ориентацию. Вместе с механизмом поворота обеспечивается пространственное перемещение объекта по пяти координатам: три — перемещения и две — ориентации. Основной

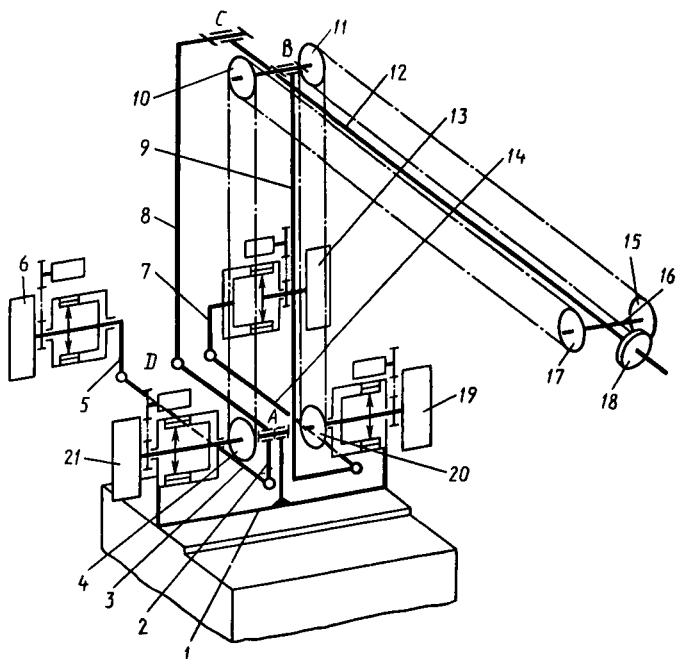


Рис. 1.5

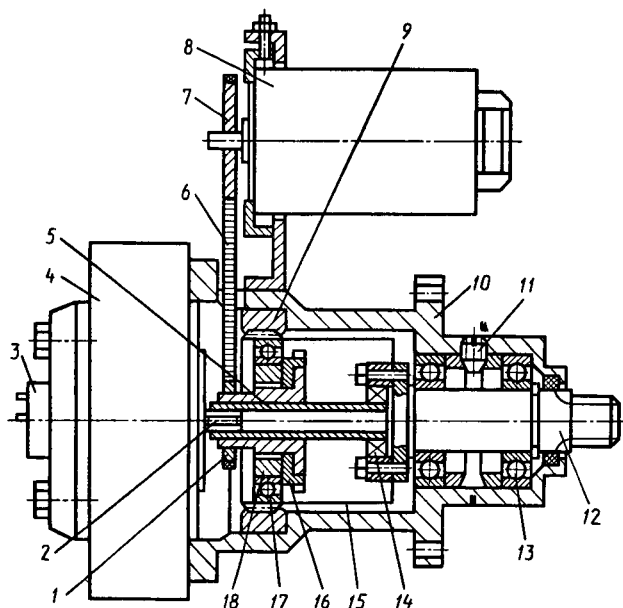


Рис. 1.6

механизм руки представляет собой четырехзвенный механизм *ABCD*. Первое основное качающееся звено 9 приводится в движение от двигателя 13 через волновой редуктор и систему тяг 7, 14. Второе основное звено 12 является шатуном четырехзвенного параллелограммного механизма и приводится в качательное движение относительно горизонтальной оси шарнира от привода 6 через систему тяг 5, 3, 2, 8. Передача движения к механизму ориентации (сгиб и вращение) осуществляется от приводов 19, 21. Звено 12 совершает поступательное движение, не изменяя своего угла наклона к горизонту. Движение на кисть передается с помощью цепных передач.

Обе цепные передачи содержат по два контура: от выходных валов редукторов 20 и 4 к звездочкам 11, 10 и от звездочек 11, 10 к звездочкам 17, 15. От последних звездочек осуществляется сгибание и вращение кисти через коническую передачу 16, 18 с  $i = 2$ .

Электромеханические приводы робота (рис. 1.6) содержат электродвигатель 4 (мощность 250 Вт,  $n = 3000$  об/мин, номинальный момент 0,8 Н·м), волновой редуктор 10, дат-

чик положения 8, датчик угловой скорости — тахогенератор 3. Вращение от вала 2 двигателя 4 к валу датчика положения 8 передается с помощью зубчато-ременной передачи со шкивами 1 и 7 через зубчатый ремень 6. Тахогенератор 3 установлен на крышке двигателя и соединен с его ротором муфтой. Волновые редукторы руки имеют передаточное отношение  $i = 102,5$  и номинальный момент 100 Н·м.

Выходной вал 2 двигателя соединен с входным валом 5 редуктора с помощью шпоночного соединения. Другим концом вал редуктора опирается на подшипник 14, встроенный в выходной вал редуктора 12. На входном валу волнового зубчатого редуктора закреплен волнообразователь в виде кулачка 18, соединенный с валом компенсирующей муфтой 16, обеспечивающей самоустановку генератора волн. На кулачке установлен подшипник 17, взаимодействующий с гибким зубчатым колесом 15, находящимся в зацеплении в двух зонах с жестким колесом 9, закрепленным в корпусе 10. Гибкое колесо 15 является ведомым, оно жестко соединено с выходным валом 12, установленным в корпусе 10 на подшипниках 13. Для регулирования осевого натяга между подшипниками 13 предусмотрен регулировочный винт 11.

Измерение относительного поворота звеньев робота осуществляется фотоимпульсными датчиками с дискретностью 1000 импульсов на один оборот. Остановка манипулятора осуществляется по сигналам от бесконтактных выключателей. Для фиксации руки при отключении питания используется электромагнитный тормоз.

#### *Технические характеристики робота ТУР-10*

Грузоподъемность, кг . . . . .	10
Число степеней подвижности . . . . .	5
Максимальный вертикальный ход руки, мм	400
Максимальный угол поворота плеча, град	200
То же, локтя, град . . . . .	140
» схвата, град . . . . .	± 180
Максимальная скорость вертикального перемещения руки, м/с . . . . .	0,5
То же, поворота плеча, град/с . . . . .	90
» поворота локтя, град/с . . . . .	120
Точность позиционирования, мм . . . . .	± 0,05... ± 0,08

### 1.3. Портальные подвесные промышленные роботы

Промышленные роботы такого типа построены по агрегатно-модульному принципу и предназначены для выполнения операций загрузки-разгрузки металлорежущих станков и другого оборудования, в том числе с числовым программным управлением (ЧПУ).

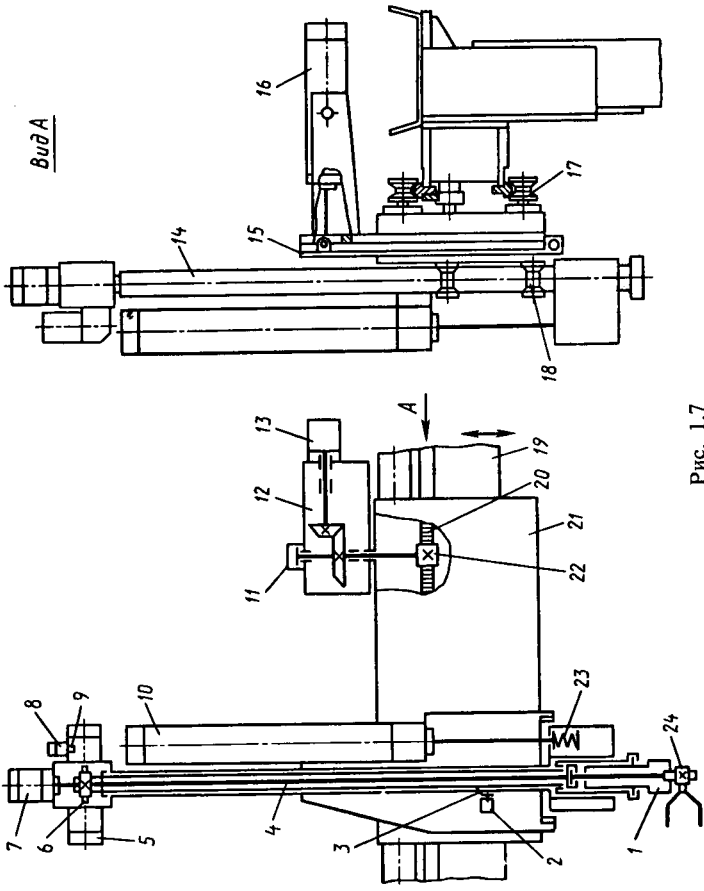
**Портальный робот с пневмоприводом.** В качестве примера рассмотрим роботы типа М20Ц (головная модель). В группе этих роботов предусмотрено восемь модификаций, приспособленных к компоновочным особенностям обслуживаемого оборудования, а также к характеру (серийности) производства, в котором они используются. Различие модификаций заключается в числе рук (одной или двух), в отсутствии или наличии движения наклона руки.

Каждая рука робота имеет четыре степени подвижности: две транспортные — движение каретки по порталу и выдвигание руки — и два ориентирующих поворота схвата. Все движения исполнительных элементов могут осуществляться в любой последовательности независимо друг от друга. Очередность их выполнения задается набором программы на пульте управления роботом.

Типовые объекты манипулирования: фланцы диаметром 40...200 мм, высотой до 100 мм и валы диаметром 20...60 мм и длиной свыше 150 мм. Для работы с деталями типа фланцев предусмотрены модификации с двумя руками и одноместными захватными устройствами, для работы с деталями типа валов — модификации с одной рукой и двухместным захватным устройством. Допускается иное применение модификаций. Роботы приспособлены для работы с накопителем при укладке фланцев стопками переменной высоты.

Конструкция промышленного робота М20Ц следующая. *Опорная система* робота представляет собой траверсу с монорельсом 19 (рис. 1.7), установленную на колоннах, по которому на роликах 17 перемещается каретка 21 с помощью реечно-зубчатой передачи 20—22. С задней стороны монорельса закреплены кронштейны, поддерживающие энергетические и информационные коммуникации, с передней стороны монорельса устанавливаются упоры крайнего положения каретки и блок упоров, взаимодействующих с блоком конечных микровыключателей, расположенных на каретке.

*Каретка* представляет собой сварную конструкцию корыччатой формы с базовыми поверхностями для крепления



*BuDA*

Рис. 1.7

с. 4



опорных роликов 18, а также ряда узлов робота. Опорные ролики, выполненные в форме катушек, контактируют с цилиндрическими опорными поверхностями рельс траверсы. Оси роликов установлены эксцентрично, что позволяет в некоторых пределах регулировать зазор в направляющих. Привод каретки осуществляется электродвигателем 13 через зубчатый редуктор 12. Выходной вал редуктора несет реечную шестерню 22, которая зацепляется с зубчатой рейкой 20. С другим концом вала связан электромагнитный тормоз 11.

На каретке закреплены (в зависимости от исполнения может и отсутствовать) одна или две одинаковые поворотные плиты 15, к которым крепятся корпуса выдвижных рук (также одинаковых). Если в модификации не предусмотрены поворотные плиты, то руки крепятся непосредственно к каретке. С поворотной плитой шарнирно соединен пневматический цилиндр 16, при срабатывании которого плита вместе с рукой отклоняется на угол до  $27^\circ$  от вертикали. Плита 15 фиксируется защелкой, открываемой пневмоцилиндром.

Рука представляет собой трубу, в верхней части которой в зависимости от исполнения руки помещены пневмоцилиндры привода поворота шпинделя и привода толкателя, а в нижней на подшипниках смонтирован шпиндель.

Вертикальное перемещение руки 14 осуществляется на роликовых направляющих 18. В нижней части руки установлен шпиндель 1, в котором закрепляется захватное устройство 24. Шпиндель имеет возможность вращаться относительно своей оси.

Поворот шпинделя 1 осуществляется пневмоцилиндром 5 через реечную передачу 6. Выдвижной упор 9, приводимый в движение пневмоцилиндром 8, останавливает рейку в среднем положении при необходимости повернуть шпиндель на  $90^\circ$ . Внутри трубы 3 проходит толкатель 4, который приводится в движение пневмоцилиндром 7; толкатель связан с механизмом захватного устройства. Рука 14 при отсутствии избыточного давления в пневмосети фиксируется защелкой 2. Перемещение руки в вертикальном направлении обеспечивается пневмоцилиндром 10 через пружину 23. При работе с накопителем деталей в момент упора схвата в верхнюю деталь рука 14 останавливается, а шток цилиндра 10 продолжает двигаться, сжимая пружину 23.

Для смягчения ударных нагрузок служат демпферные устройства. На роботе установлено четыре одинаковых демпферных устройства, ввернутых в резьбовые отверстия

кронштейна, с помощью которого крепится к руке пневмоцилиндр, приводящий ее в движение.

При подходе руки к крайнему положению установленный на ней упор давит на шток, вытесняя масло из полости через узкие пазы в штоке, — в результате происходит торможение руки. При отводе руки из крайнего положения усилие, втягивающее шток в гильзу, снимается — шток автоматически выдвигается вследствие разжатия пружины и возвращения масла через обратный клапан.

*Пневматическая система робота* содержит три панели, соединенные с исполнительными механизмами (пневмоцилиндрами) медными трубами, резинотканевыми рукавами и пластмассовыми трубками. Имеются пневмопанели разгрузочной руки, загрузочной руки и блока подготовки сжатого воздуха.

Сжатый воздух из сети поступает в пневмопанели рук через блок подготовки сжатого воздуха, состоящий из следующих аппаратов: ручного запорного вентиля, фильтра-влагоотделителя, редукционного клапана, маслораспылителя, реле давления, блокирующего пневмораспределителя и глушителя. Очистка, регулирование давления и внесение в сжатый воздух распыленной смазки осуществляются блоком подготовки воздуха.

Исполнительная часть содержит девять пневмоцилиндров: перемещения толкателя, поворота шпинделя, перемещения руки, качания плиты, привода схвата, привода выдвигного упора среднего положения шпинделя, привода защелки перемещения руки, привода защелки качания плиты.

Реле давления выдает электрический сигнал на прекращение работы промышленного робота в случае уменьшения давления в сети ниже установленного техническими требованиями. Блокирующий пневмораспределитель по команде от электрической системы управления в случае окончания работы или аварийного состояния перекрывает проход сжатого воздуха из сети в пневмосистему робота, а из пневмосистемы направляет воздух через глушитель шума в атмосферу.

В аварийном состоянии или при отключении сжатого воздуха в конце смены самопроизвольное опускание подвижных частей руки вместе с заготовкой или без нее, а также самопроизвольное качание поворотной плиты исключается автоматически (от пружины) срабатыванием защелок перемещения руки и качания плит. Во время работы робота защелки отводятся из паза с помощью пневмоцилиндров. Нижняя (штоковая) полость пневмоцилиндра руки во время

работы находится под давлением сжатого воздуха. Это обеспечивает постоянное стремление руки поднять заготовку при условии, если верхняя (поршневая) полость цилиндра сообщается с атмосферой.

Опускание заготовки осуществляется лишь в том случае, когда верхняя полость цилиндра оказывается под давлением сжатого воздуха. Разница в активных площадях поршневой и штоковой полостей обеспечивает примерное равенство скоростей подъема и опускания руки. Настройка скоростей подъема и опускания осуществляется с помощью дросселей с обратным клапаном, размещенных на нижней крышке цилиндра.

В роботах, предназначенных для работы с деталями типа фланцев, укладываемых стопками, необходимо снижение скорости перед касанием рук стопки заготовок. Это осуществляется переключением распределителя (от электрического сигнала) в такую позицию, что воздух из штоковой полости вытесняется через канал с дросселем. Кроме того, эти модификации обеспечивают захват заготовки из стопки переменной высоты. Это осуществляется с помощью электрического датчика, сигнал с которого преобразуется в пневматический. Полученный пневмосигнал переключает дистанционно управляемый регулятор давления на низкий уровень, что обеспечивает сброс давления в поршневой полости цилиндра и, как следствие, снятие усилия при касании стопки деталей. Низкий уровень давления предварительно настраивается таким образом, чтобы сила прижима схвата руки к стопке была минимально необходимой.

Для смягчения удара в крайних положениях цилиндра перемещения руки предусмотрены гидравлические амортизаторы. Для остальных цилиндров предусмотрены жиклеры, встроенные в линии подвода воздуха.

Назначение привода толкателя может меняться в зависимости от конструкции съемного захватного устройства. Например, в схвате для фланцев он служит для поворота детали, взятой из стопки, в положение, при котором ось детали горизонтальна, а в схвате для валов — для разжима губок.

#### *Технические характеристики робота М20Ц*

Грузоподъемность, кг . . . . .	10
Степень подвижности одной руки без учета движения губок схвата . . . . .	4
Максимальный горизонтальный ход руки, мм . . . . .	3500
Максимальный вертикальный ход руки, мм . . . . .	630
Угол поворота руки, град . . . . .	27

Угол поворота шпинделя руки, град . . . . .	$\pm 90$
» схвата, град . . . . .	90
Максимальная скорость горизонтального перемещения руки, м/с . . . . .	1,2
То же, вертикального перемещения руки, м/с . . . . .	0,5
Максимальная скорость углового перемещения руки, град/с . . . . .	27
То же, шпинделя, град/с . . . . .	90
Точность позиционирования, мм . . . . .	$\pm 1,0$

**Портальный робот с гидроприводом.** В качестве примера рассмотрим роботы типа М40П (головная модель).

*Опорная система* робота представляет собой траверсу, состоящую из секций монорельсов 5 (рис. 1.8, б), установленных на колоннах. На траверсе крепятся рельсы, по которым перемещается каретка 6 с установленной на ней рукой 11. На верхнем рельсе закреплена зубчатая рейка (состоящая из секций). С задней стороны траверсы имеются

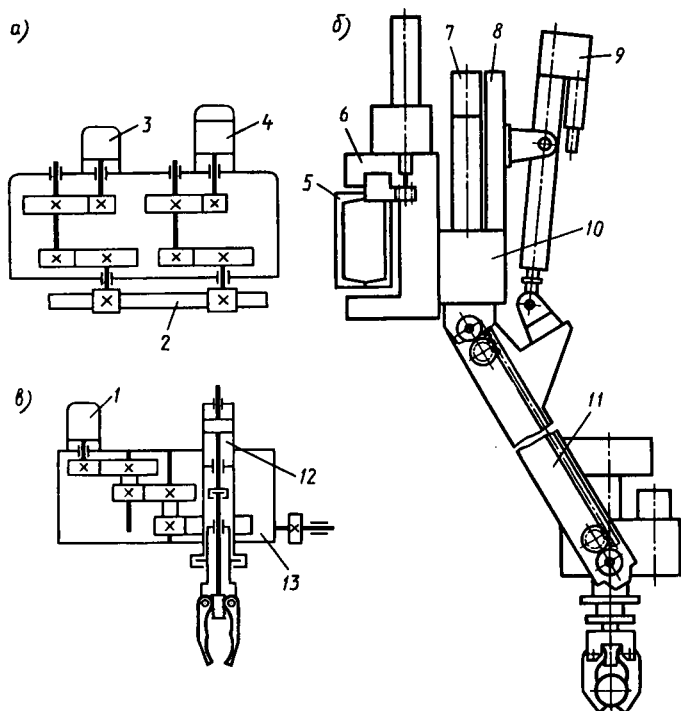


Рис. 1.8

кронштейны для крепления энергетических и информационных коммуникаций, а также кронштейны крепления линеек зон. Линейки зон взаимодействуют с бесконтактными выключателями, установленными на каретке, и подают команды, определяющие местоположение каретки вдоль зоны обслуживания. Опорная система разбита на ряд небольших узлов, что позволяет создавать различные модификации, отличающиеся друг от друга общей длиной (одно-, двух- и трехпролетные). В состав робота входит также система ЧПУ. Кинематическая схема механизма перемещения каретки робота приведена на рис. 1.8, а.

*Каретка* представляет собой сварной корпус, имеющий в сечении П-образную форму с двумя группами роликов по 3 шт., охватывающих верхний рельс, и парой роликов, опирающихся с боков на нижний рельс. На верхней плоскости каретки устанавливается привод ее перемещения. На передней вертикальной плоскости крепится ползун. На задней части каретки установлены аварийные выключатели, выключатели зон и жесткий упор.

*Привод каретки* осуществляется электрогидравлическим шаговым двигателем 4, который через зубчатый редуктор соединен с шестерней и рейкой 2. Для выборки люфтов в цепи привода предусмотрен гидродвигатель 3, соединенный через зубчатый редуктор со второй реечной шестерней.

На каретке 6 закреплен корпус 10 ползуна, по которому перемещается на опорах качения ползун 8, соединенный со штоком линейного электрогидравлического шагового привода 7 (рис. 1.8, б). На конце ползуна на оси закреплена рука 11, выполненная в виде двуплечего рычага. Качательные движения руки осуществляются от линейного электрогидравлического привода 9, установленного на кронштейне, закрепленном на ползуне 8. На нижнем конце руки закреплена головка 13, в которой устанавливается схват. Для обеспечения постоянного углового положения в пространстве оси головки при качании руки 11 предусмотрен соответствующий механизм (в другой модификации робота этот же механизм используется для поворота головки).

Внутри головки 13 размещается привод поворота шпинделя (рис. 1.8, в), в котором устанавливаются схват и привод 12 перемещения губок схвата. Поворот шпинделя осуществляется от гидродвигателя 1 через редуктор. Привод 12 губок схвата представляет собой цилиндр, шток которого соединяется с тягой схвата. Шпиндель головки может поворачиваться на 90 и 180°. Управление этими дви-

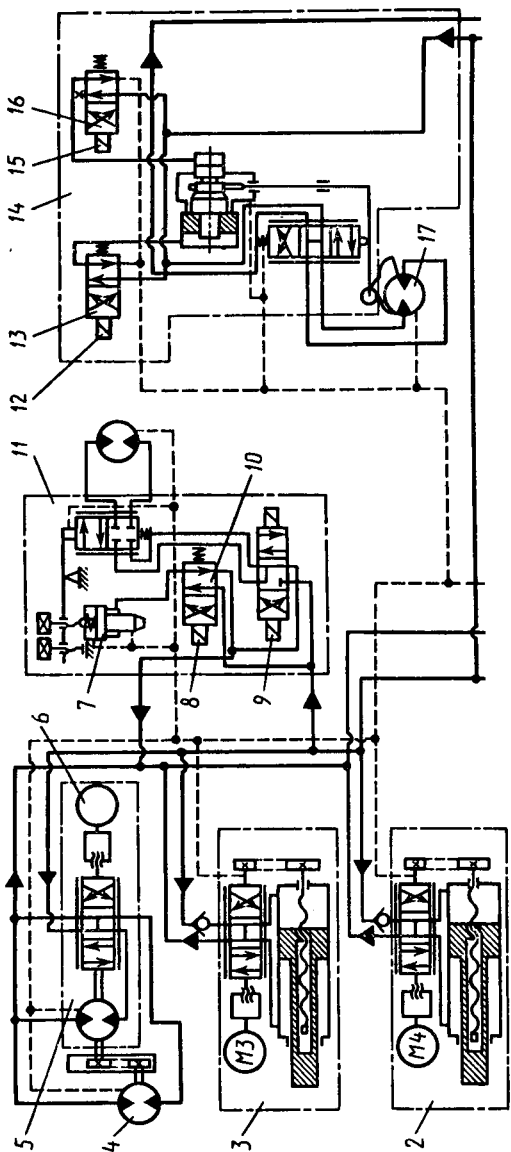


Рис. 1.9

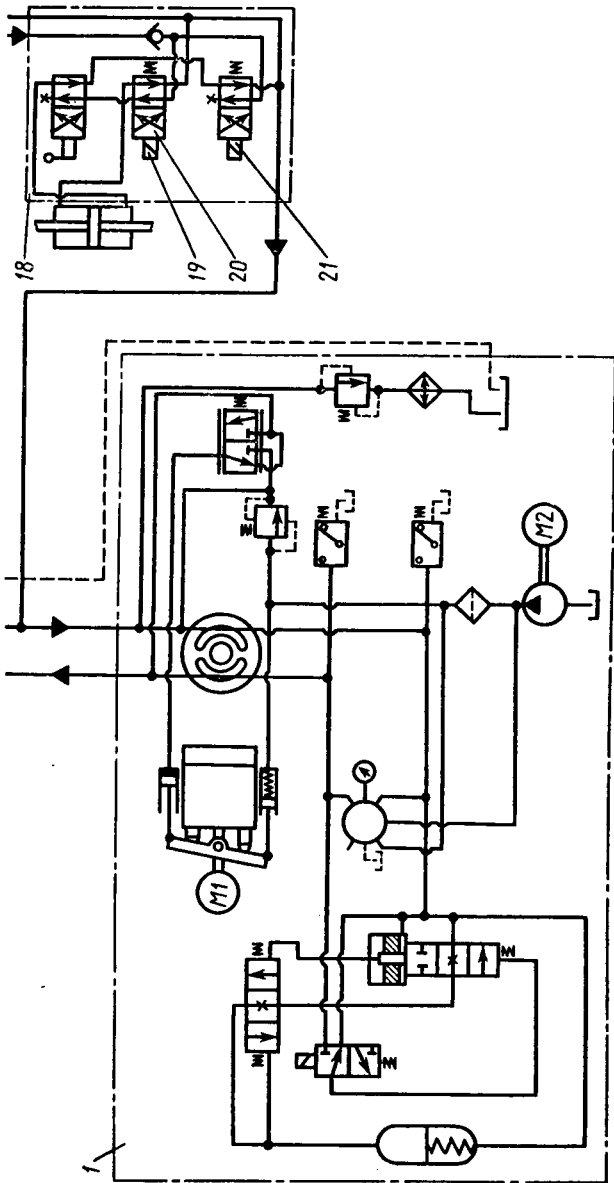


Рис. 1.9. Продолжение

жениями осуществляется гидрошупом и торцовыми кулачками, установленными на фланце шпинделя головки. В зависимости от требуемого положения выбирается положение оси подвески шупа.

*Захватные устройства* и другие механизмы, устанавливаемые в шпинделе, оснащаются хвостовиком, опорным фланцем, имеющим клиновое гнездо под ролик фиксатора, а также центрирующий фланец для базирования устройства в магазине. На опорном фланце может закрепляться кронштейн с элементами пневмо- и электроразъемов. Через хвостовик проходит тяга, передающая движение механизму схвата.

*Гидравлическая система робота* (рис. 1.9) включает в себя гидростанцию, гидроцилиндры, линейные электрогидравлические шаговые приводы (ЭГШП) ползуна, руки и каретки, а также гидропанели и гидрораспределители.

Для питания ЭГШП, а также приводов механизмов поворота схвата, поворота головки и зажима детали применяется гидростанция 1, которая позволяет автоматически изменять производительность насоса М1 при постоянном давлении в напорной и сливной магистралях. Гидростанция выполняет также функции охлаждения масла и предотвращения слива масла из гидросистемы при останове.

Привод 5 каретки состоит из двух гидромоторов 4, следящей пары и маломощного шагового электродвигателя 6 и работает следующим образом. При подаче сигнала на шаговый двигатель М5 его вал через винтовую передачу смещает золотник гидрораспределителя, соединяя напорную и сливную магистрали с соответствующими полостями гидромоторов. Валы гидромоторов через редуктор соединены с реечной передачей, перемещающей каретку по монорельсу. Гидромоторы 4, 17 соединены таким образом, что моменты на их валах направлены навстречу друг другу, чем и обеспечивается постоянный поджим зубьев шестерен к зубьям рейки, т. е. выбор люфта в реечной передаче. При вращении гидромотора его вал, жестко связанный с золотником следящей пары, стремится возвратит золотник в исходное положение, осуществляя, таким образом, обратную связь по положению.

Приводы 2 и 3 перемещения каретки и руки состоят из шаговых электродвигателей М3 и М4, следящей пары и гидроцилиндра, в шток которого встроена винтовая механизм обратной связи. При подаче сигнала на шаговый двигатель его вал через винтовую передачу смещает золотник гидрораспределителя, открывая проход масла в полости гидроци-



линдра. Поступательное движение поршня гидроцилиндра через винтовую передачу преобразуется во вращение винта и через зубчатую передачу и винтовую пару — в осевое перемещение золотника, образуя обратную связь по положению.

Для предотвращения произвольного сползания узлов при отключении гидросистемы предусмотрены обратные клапаны.

Поворот головки робота на  $90^\circ$  осуществляется гидроцилиндром 7 через зубчато-реечную передачу с торможением в конце хода. Гидроцилиндр управляется гидропанелью 11. При включении электромагнита 8 гидрораспределителя 10 головка поворачивается в вертикальное положение, при включении электромагнита 9 — в горизонтальное.

На головке робота расположены гидропанели 14 и 18 управления поворотом схвата и зажимом детали. Поворот осуществляется гидромотором 17 при подаче команд на гидрораспределители 13 и 16 с электрическим управлением. При включении электромагнита 12 масло под давлением поступает в левую полость управляющего гидроцилиндра. Если при этом электромагнит 15 отключен, правая полость гидроцилиндра соединяется со сливом и его поршень перемещается в крайнее правое положение, перемещая с помощью рычага золотник дросселирующего гидрораспределителя и открывая проход масла в полости гидромотора. Другой конец рычага постоянно соприкасается с кулачками, установленными на головке робота таким образом, что при повороте головки на нужный угол, в данном случае в крайнее правое положение, рычаг возвращает золотник дросселирующего гидрораспределителя в среднее положение и гидромотор останавливается. При включении электромагнита 15 и отключении электромагнита 12 жидкость под давлением поступает в правую полость управляющего гидроцилиндра, левая его полость соединяется со сливом, поршень становится в левое положение и гидромотор повернет головку влево до соответствующего кулачка. При включении обоих электромагнитов 12 и 15 обе полости управляющего гидроцилиндра соединяются с напорной магистралью и благодаря разности площадей поршень станет в среднее положение, определяемое упором втулки. Гидромотор повернет головку до среднего кулачка.

Привод схватов рассчитан на работу с двойным и одинарным схватом. В зависимости от типа схвата крановый распределитель 18 на гидропанели вручную устанавливается в положение 1 или 2. При работе с одинарным схватом управление осуществляется с помощью гидрораспредели-

теля 20. При включении электромагнита 19 схват разжимается, при его выключении происходит зажим заготовки схватом. Обратный клапан встроен в гидропанель для предотвращения резкого зажима схвата при аварийном падении давления в системе. При работе с двойным схватом команда на разжим каждого схвата подается включением электромагнита 19 или 21. Когда оба электромагнита включены (или выключены), схваты сжимаются пружинами.

*Технические характеристики робота М40П*

Грузоподъемность, кг . . . . .	40
Число рук . . . . .	1
» схватов . . . . .	1...2
» обслуживаемых станков . . . . .	1...4
Число степеней подвижности без учета движения губок схвата . . . . .	5
Максимальный ход каретки, мм . . . . .	10 800
То же, ползуна, мм . . . . .	500
Угол поворота руки, град . . . . .	200
То же, шпинделя головки, град . . . . .	180
Угол качания головки, град . . . . .	90
Максимальная скорость перемещения каретки, м/с	0,8
То же, ползуна, м/с . . . . .	0,4
» руки, м/с . . . . .	0,8
» углового перемещения руки, град/с . . . . .	90
» шпинделя, град/с . . . . .	45
Точность позиционирования, мм . . . . .	± 1

#### 1.4. Промышленные роботы мостового типа

Характерным признаком этой группы роботов является наличие подвижного моста, по которому перемещается каретка с рукой. По такой схеме выполнен ряд роботов, предназначенных для автоматизации сборочных, сварочных или транспортно-складских операций.

Роботы мостового типа более жесткие и динамически устойчивые по сравнению с другими типами роботов. Однако они более громоздки, у них велики массы опорной системы и перемещающихся частей.

Роботы Sigma фирмы «Olivetti» (Италия) включают в себя несколько модификаций и предназначены для автоматизации сборочных операций при изготовлении узлов пишущих машинок, печатных плат и других приборных узлов и сборочных единиц (рис. 1.10).

На сварном основании 12 закреплен рабочий стол 11. Над ним на специальных стойках установлены цилиндриче-

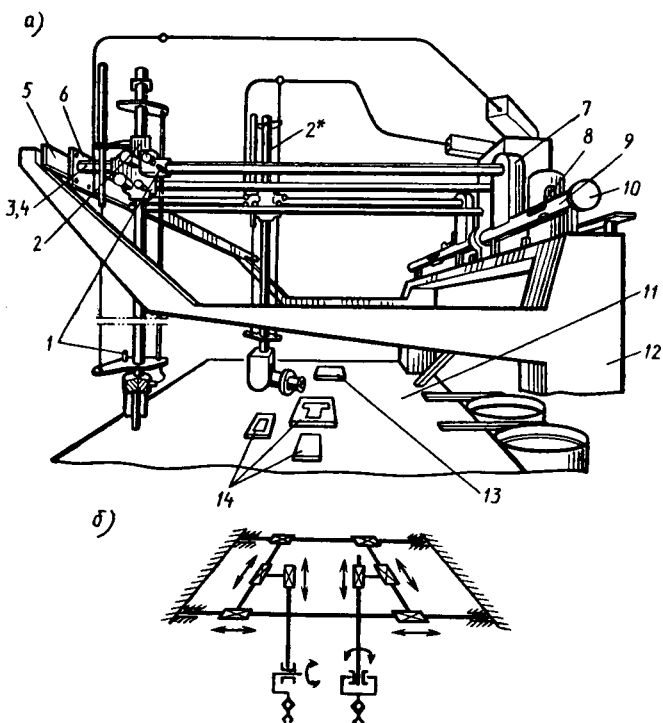


Рис. 1.10

ская 4 и прямоугольная 8 направляющие, по которым перемещаются тележки 6 и 7 моста (рис. 1.10, а). Тележки соединены направляющими 9 и 10, по которым перемещается каретка, несущая выдвижную руку с захватным устройством. Рука вместе с кареткой и мостом представляет собой отдельный манипулятор. Робот оснащен двумя манипуляторами 2 и 2\*, каждый из которых имеет четыре степени подвижности (рис. 1.10, б). Приводы (электромеханические) всех степеней подвижны. В механизмах вертикального выдвижения рук для уравновешивания силы тяжести применены пневмоцилиндры. Упоры 5 установлены на направляющих мостов и предназначены для определения крайних (нулевых) точек по первой степени подвижности (движение моста). При выходе в крайнее положение расстояния между фланцами 3, закрепленными на торцах направляющей 4, и упором соответствующей тележки должны быть равны  $\sim 15$  мм.

Крайние положения по второй и третьей степеням подвижности ограничиваются упорами 1 по такому же принципу.

На рабочем столе 11 устанавливаются различные вспомогательные приспособления 13 для обеспечения сборочных работ. Там же закреплен магазин 14 для хранения отдельных деталей. В зависимости от назначения робот оснащается различного рода питателями, вибробункерами и т. д.

Система управления ПР – позиционная, числовая со встроенным компьютером и телетайпом. Телетайп предназначен для набора программы и содержит клавиатуру ввода символов, печатающее устройство, устройство ввода и вывода на перфоленту. Управление двумя манипуляторами осуществляется одновременно. Руки робота оснащены датчиками измерения усилий в продольном (вдоль руки) и двух поперечных направлениях. Для этой цели применены магнитоуправляемые резисторы. Смещения захватного устройства относительно руки по трем координатным осям контролируются датчиками усилий с диапазоном измерения от 0 до 1 Н, сигналы от которых передаются в систему управления, корректирующую движения руки. Например, при выполнении операции завинчивания винта вся операция делится на три фазы, в каждой из которых последовательно контролируется взаимное положение и пригодность деталей. В первой фазе винт входит в отверстие детали и в случае отсутствия сигнала датчика усилий система управления дает команду приступить к выполнению следующей фазы. Если при выполнении первой фазы с датчика поступает сигнал, то корректируется положение руки относительно резьбового отверстия или заменяется деталь. Аналогичным образом контролируются действия при выполнении двух последующих фаз, где осуществляется отбраковка деталей по следующим причинам: во-первых, отверстие в детали большего диаметра, или потерян винт, во-вторых, в детали отверстие меньшего диаметра, или усилие завинчивания превышает допустимое.

Захватное устройство соединяется с рукой электромагнитной муфтой, у которой в зазор между фланцами подается сжатый воздух. Благодаря этому при рабочем напряжении 8 В захватное устройство может смещаться относительно руки под действием внешних усилий. В этом случае в зависимости от смещения формируется соответствующий сигнал рассогласования, корректирующий управляющую программу. При управляющем напряжении 24 В муфта жестко присоединяет к руке захватное устройство и осуществляется требуемая операция.

## 1.5. Промышленные роботы агрегатно-модульного типа

Агрегатно-модульный принцип предполагает создание роботов на базе группы унифицированных узлов, или модулей. Этот метод имеет следующие преимущества:

- возможность построения специальных и специализированных роботов для конкретной технологической операции, не обладающих избыточностью функций и потому более дешевых по сравнению с универсальными роботами;

- сокращение времени и трудоемкости проектирования специальных роботов, так как они создаются на базе унифицированных узлов, номенклатура которых может пополняться;

- повышение надежности вследствие отработанности входящих в него унифицированных узлов и отсутствия избыточности;

- удешевление производства роботов вследствие ограниченности номенклатуры деталей и узлов и, следовательно, повышение серийности выпуска;

- улучшение условий эксплуатации и ремонта роботов вследствие уменьшения разнообразия конструкций узлов и деталей;

- сокращение сроков подготовки обслуживающего персонала.

Вместе с тем агрегатно-модульный принцип имеет определенные недостатки: отказ в некоторых случаях от более выгодных конструктивных решений в пользу менее выгодных, но соответствующих принципу агрегатного построения; увеличение габаритов и массы конструкции; увеличение числа стыков, что повышает трудоемкость сборки роботов, снижает жесткость и точность.

Разновидностью агрегатно-модульного принципа построения роботов является модульный принцип. В этом случае роботы проектируют на базе функциональных модулей, включающих все необходимые механизмы, приводы, датчики обратной связи, энергетические и информационные коммуникации, необходимые для работы модуля.

Модульный принцип построения ПР имеет некоторые преимущества по сравнению с агрегатно-модульным, так как можно более удобно создавать ПР для конкретных технологических условий. Возможно сокращение числа узлов, входящих в конкретный ПР. Вместе с тем модульный принцип имеет недостатки, обусловленные увеличением номенклатуры деталей и узлов за счет включения в модуль при-

вода и датчиков обратной связи, сложностью конструкции и в ряде случаев избыточностью функций модуля, сложностью функционирования модулей на обслуживаемом технологическом оборудовании при различных системах управления.

**Модульные промышленные роботы с электроприводом.** Гамма агрегатно-модульных роботов модели РПМ-25 имеет 95 модификаций, которые получают комбинацией унифицированных модулей без их повторения в одной конструкции. В состав группы модулей входят напольное и подвесное стационарное и подвижное основания, блоки сдвига, подъема, радиального хода, одинарного и двойного качания, три модификации рук.

Особенности конструкции этих роботов рассмотрим на примере модульной системы РПМ-25 (рис. 1.11), которая включает в себя два модуля межпозиционных перемещений, шесть модулей движений переноса и три модуля ориентирующих движений.

Межпозиционные перемещения робота обеспечивают два модуля подвижного основания: в *напольном (Т)* и *подвесном (ТМ)* исполнении (рис. 1.11). Движения переноса обеспечивают три однокоординатных модуля прямолинейных перемещений, два однокоординатных модуля вращательных перемещений и один двухкоординатный модуль — модуль двойного качания.

Модуль *поперечного сдвига (С)* может устанавливаться либо на модуль поворота (*В*), либо на модуль неподвижного основания (*Н*). Модуль *подъема (П)* может устанавливаться на модули неподвижного (*Н*) и подвижного (*Т*) (напольный вариант) основания, на модули поперечного сдвига (*С*) и поворота (*В*). Модуль *радиального хода (РХ)* служит для прямолинейного перемещения руки робота. Модуль *РХ* может устанавливаться на все упомянутые ранее модули. Комбинация из трех модулей прямолинейного перемещения позволяет получить компоновку робота РПМ-25, работающую в декартовой системе координат.

Однокоординатные модули вращательных движений включают в себя: модуль *поворота (В)*, осуществляющий поворот относительно вертикальной оси, может устанавливаться на модули неподвижного (*Н*) и подвижного (*Т*) оснований и модуль *С*; модуль *качания (К)*, осуществляющий поворот относительно горизонтальной оси, может устанавливаться на модули подвижного (*Т*) и неподвижного (*Н*) оснований (оба варианта), модули *С, В, ТМ, П*.

Двухкоординатный модуль *двойного качания (Д)* пред-

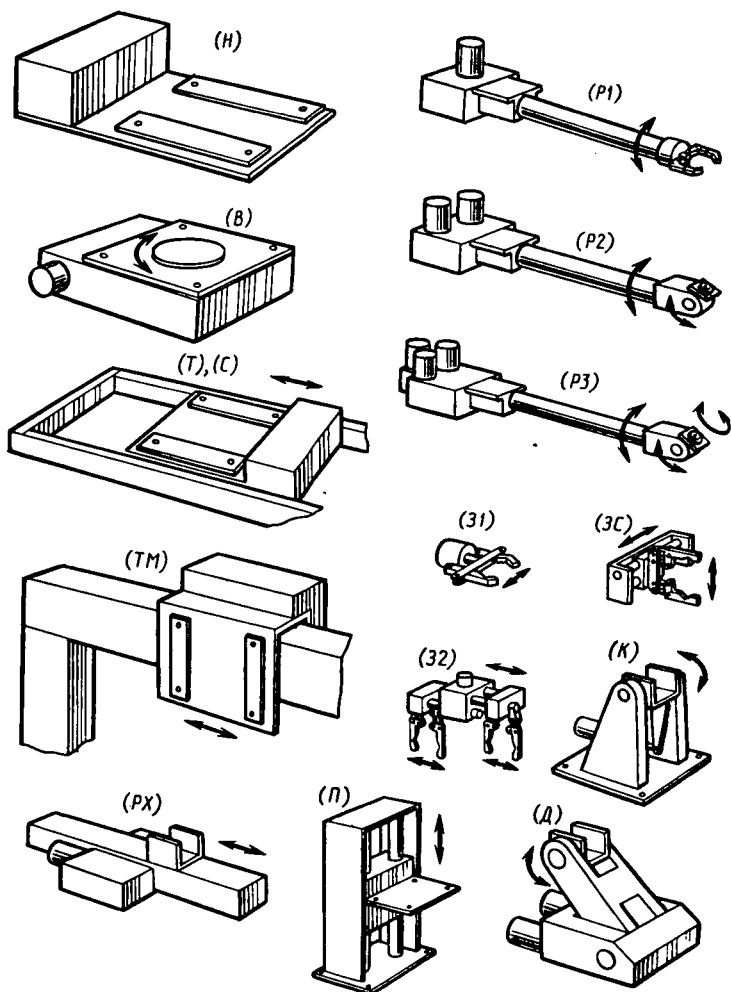


Рис. 1.11

назначен для создания компоновок робота с шарнирной структурой. Он может устанавливаться на модули неподвижного (H) и подвижного (T) оснований, модули C, B, TM, П.

Модули *ориентирующих движений* представлены тремя модификациями рук: с одной (P1), двумя (P2) и тремя (P3) степенями подвижности. Все три руки имеют унифициро-

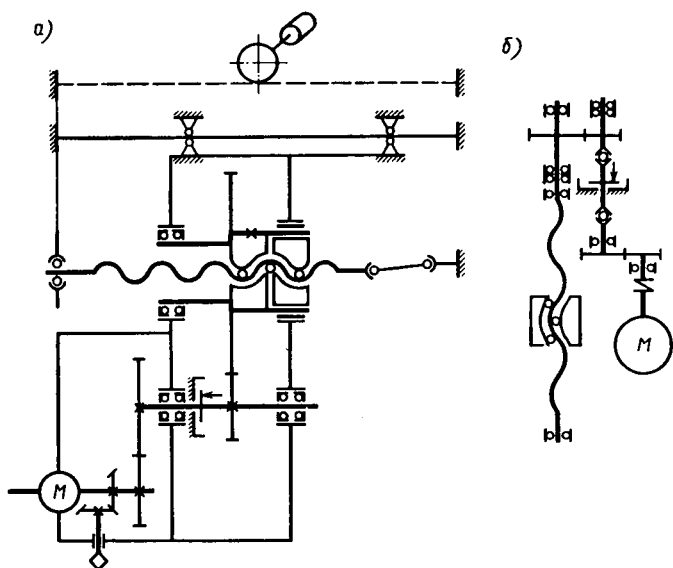


Рис. 1.12

ванные посадочные места, которые стыкуются с модулями *Д* и *РХ*. Кроме того, модули *Р1*, *Р2*, *Р3* посредством специальных переходников могут устанавливаться на модули *К*, *В*, *П*, *С*, *Т* и *ТМ*.

Кроме перечисленных выше одиннадцати основных модулей в системе имеются *вспомогательные модули*, к которым относятся неподвижное основание с системой подготовки воздуха (*Н*) и три модуля захватных устройств, включающих в себя одинарный (*31*) и двойной (*32*) схваты, а также хват с поперечным сдвигом (*3С*). Модули захватных устройств стыкуются непосредственно с конечными звеньями модулей *Р1*, *Р2*, *Р3*.

**Конструктивные особенности модулей.** Прямолинейные перемещения в модулях *С*, *П* и *РХ* осуществляются ролико-винтовыми передачами качения. Эти передачи по сравнению с шариковинтовыми имеют более высокую жесткость и несущую способность, а также возможность работы с более высокой частотой вращения, что существенно для роботов с электроприводом. В качестве направляющих в модулях *С* и *П* применяются цилиндрические направляющие с шариковыми сепараторами, в модуле *РХ* (рис. 1.12, *а*) — ролики, закрепленные в базовом корпусе, по которым перемещается подвижное звено модуля, выполненное из стандартного про-



катного уголка. Этим достигается компактность и легкость конструкции. В модуле *П* (рис. 1.12, б) для частичного уравновешивания нагрузки используется установленный вертикально телескопический пневмоцилиндр. В целях предотвращения аварийных ситуаций при отключении привода, а также для облегчения процесса обучения робота в модулях *П* и *РХ* применены самотормозящие дисковые муфты.

В модулях вращательных движений *В*, а также в модулях *Т* и *ТМ* (рис. 1.13) используется червячно-цилиндрический редуктор. Первая ступень редуктора (червячная) обеспечивает бесшумность работы при высокой частоте вращения двигателя, самоторможение в случаях, когда это необходимо, а также возможность получения модификаций роботов для специального применения (например, для дуговой сварки) с большим передаточным числом за счет изменения числа заходов червяка. Так, например, в основном исполнении модули *В* и *Р* имеют четырехзаходные червяки. Те же модули в роботах для дуговой сварки имеют однозаходные червяки, что в четыре раза повышает передаточное число без каких-либо изменений конструкции модуля и тем самым позволяет значительно повысить точность отработки траектории исполнительным механизмом робота.

Вторая ступень редуктора (цилиндрическая) выполняется безлюфтовой, при этом используется принцип замкнутого

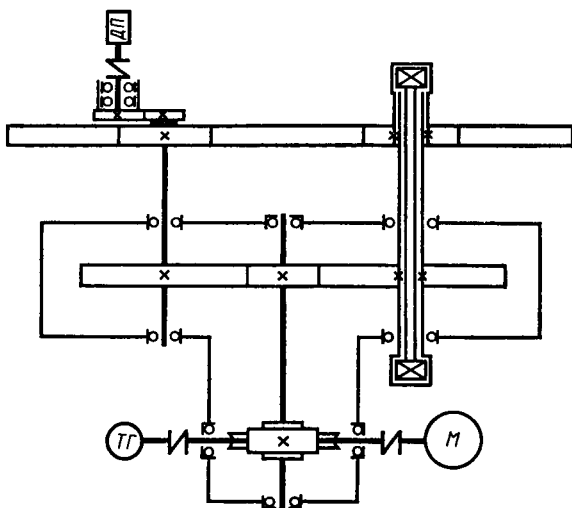


Рис. 1.13

энергетического потока. Передаточное число редуктора выбирается таким, чтобы максимальный люфт в червячной передаче, приведенный к исполнительному звену, не превышал величины, соответствующей одной дискрете датчика обратной связи, и, таким образом, не влиял существенно на точность робота. Замокнутый цилиндрический редуктор модуля *B* принципиально не отличается от используемого в механизме поворота робота «Универсал-15М» (рис. 1.14, *a*). Червячно-цилиндрический редуктор модуля *B* использован также в модулях *T* и *ТМ*. В этом случае его выходным зве-

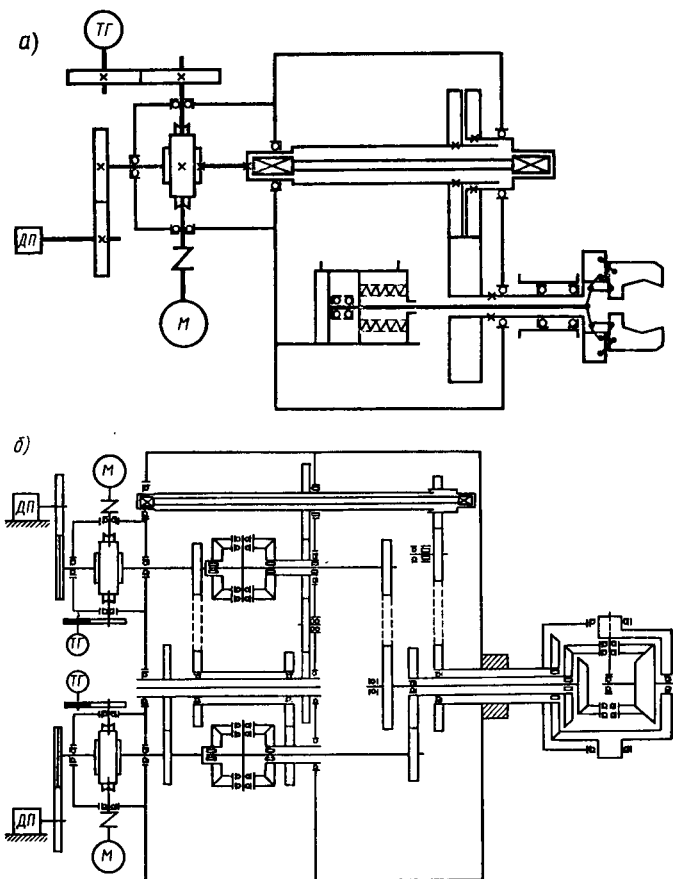


Рис. 1.14

ном является не зубчатое колесо большого диаметра (как в модуле В), а рейка длиной до 10 м, закрепленная на неподвижных направляющих.

Две степени подвижности модуля двойного качания К имеют индивидуальный привод от двигателей, непосредственно связанных с червяками червячных передач, обеспечивающих самоторможение привода (рис. 1.14, б). Вторая ступень редуктора представляет собой дифференциальную зубчатую передачу с замкнутым энергетическим потоком с двумя степенями подвижности. Выбор люфта осуществляется путем создания предварительного натяга в передаче с помощью торсиона и муфты.

Кинематические связи в модуле Д подобраны таким образом, что при работе двигателя качания первого исполнительного звена (второй двигатель заторможен) второе исполнительное звено совершает поступательное движение (схват не меняет своей ориентации).

Для того чтобы разгрузить привод качания первого исполнительного звена от действия больших статических моментов, возникающих от массы перемещаемых звеньев, применен торсион, позволяющий с достаточной точностью уравновесить статические моменты на оси вращения звена. Для уменьшения длины торсиона (и тем самым уменьшения размера модуля) применена понижающая передача, связывающая торсион с исполнительным звеном. На рис. 1.14, б показаны кинематические схемы модулей с двумя и тремя степенями подвижности P2 и P3. Модуль P3 представляет собой механизм руки с тремя степенями подвижности. Привод каждой из них осуществляется с помощью двигателя, жестко связанного с четырехзаходным червяком червячной передачи.

Связь червячных шестерен с исполнительными звеньями модуля осуществляется с помощью сложной дифференциальной передачи с тремя степенями подвижности с замкнутым энергетическим потоком. Этот механизм обеспечивает не только безлюфтовую передачу движения, но и кинематическую развязку движений, благодаря которой каждый двигатель осуществляет перемещение только соответствующего ему исполнительного звена.

Компоновка модульного робота содержит от одного до шести основных модулей. В такой компоновке может быть до восьми независимых приводов. В соответствии с этим каждый модуль имеет входные и выходные элементы электрических разъемов, в каждом из которых находится восемь условных групп контактов (по одной группе на каждый при-

вод робота). Приводам даны порядковые номера, и они соединяются с соответствующими номерами группами контактов входного элемента электрического разъема. Номера приводов модуля двойного качания дублируют номера приводов модуля качания и модуля радиального хода. Это означает, что модуль двойного качания не может быть применен в одной компоновке с модулями качания и радиального хода. Дублируются также номера приводов модулей *T1*, *TM* и *C*.

В каждом модуле контакты входного элемента разъема, не связанные с приводами данного модуля, связаны с помощью гибкого электрического кабеля с соответствующими контактами выходного элемента разъема и, таким образом, служат для передачи энергии и информации к последующим модулям. Такая система разъемов позволяет подключать к системе управления любой из десяти основных модулей одним и тем же соединительным кабелем, а также соединять между собой модули в любом порядке без проведения каких-либо дополнительных работ.

Набор модулей поворота, двойного качания, руки с тремя степенями подвижности, подвижного основания (напольная тележка), захватного устройства и неподвижного основания позволяет собирать шарнирную компоновку манипулятора, установленную стационарно или на подвижном основании с рабочим ходом до 10 м. Набор модулей поперечного сдвига, подъема, радиального хода, тележки на монорельсе, рук с одной и двумя степенями подвижности позволяет собирать компоновки роботов с перемещениями в прямоугольной, цилиндрической и других системах координат.

На рис. 1.15 показана схема образования различных компоновок робота РПМ-25. Очевидно, что число различных компоновок робота достаточно велико, а их функциональные возможности различны. На рис. 1.16, *a–в* показаны примеры различных компоновок робота РПМ-25, обладающих несколькими степенями подвижности (1, 2, 3, 4) и разными функциональными возможностями роботов, работающих в цилиндрической, сферической, декартовой системах координат, а также имеющих руку шарнирного типа.

На рис. 1.16, *a, б* показаны компоновки шагающего робота, обеспечивающего горизонтальное перемещение согласованным использованием подвижностей по стрелкам 1 и 2. На рис. 1.16, *г–ж* приведены более сложные компоновки модульных роботов с электромеханическими приводами, обслуживающих конкретные ГПМ.

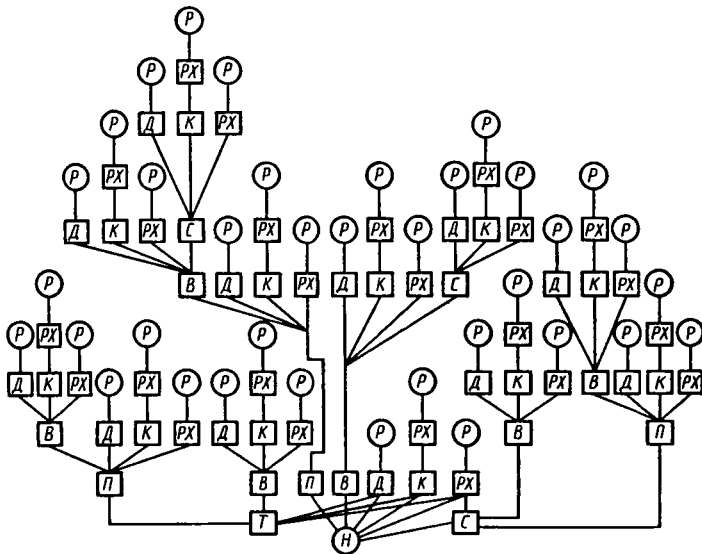


Рис. 1.15

**Модульные промышленные роботы с пневмоприводом.** Рассмотрим конструкции модульных промышленных роботов с пневмоприводом малой грузоподъемности на примере промышленных роботов ИМ-1 и РФ-202.

Робот ИМ-1 предназначен для автоматизации установки, контроля базирования, снятия, передачи и кантования заготовок при обслуживании основного и вспомогательного оборудования (рис. 1.17). Возможно применение робота ИМ-1 для операций холодной штамповки, переработки пластмасс, механической обработки, а также для простых сборочных операций.

Манипулятор робота состоит из следующих основных модулей: базового, линейных перемещений, поворота, ротации, подъема и схвата.

*Базовый модуль* (рис. 1.18) является основанием робота. В корпусе 2 размещены узел распределения воздуха и вся электро- и пневморазводка. Корпус имеет три съемные крышки. На задней стенке корпуса размещены штуцер 4 для подвода воздуха к узлу распределения и два разъема 3, 5 для подсоединения кабелей от устройства управления. На переднем торце корпуса находится кронштейн 1, на котором монтируются модули манипулятора.

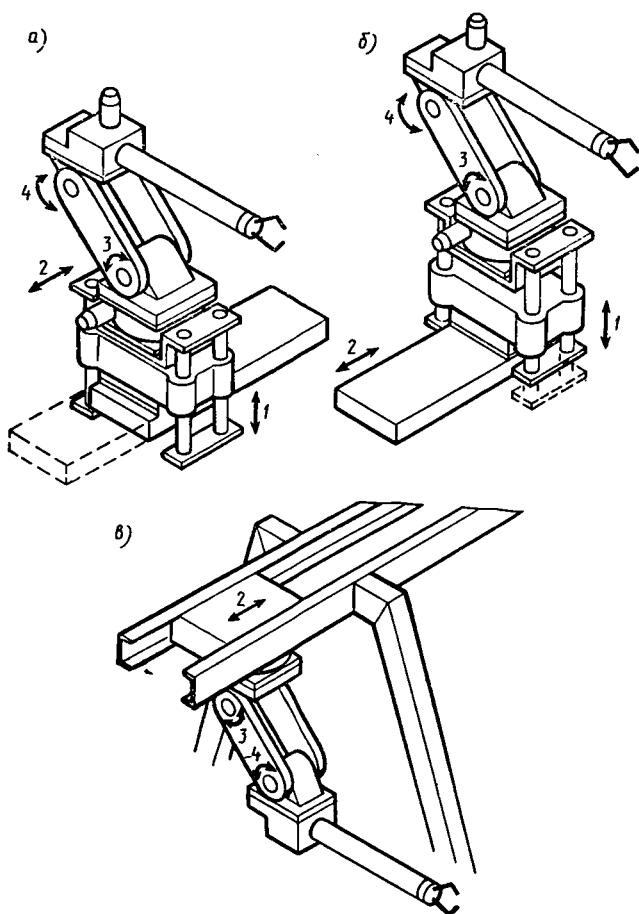


Рис. 1.16

*Модуль поворота* (рис. 1.19) предназначен для поворота руки манипулятора вокруг вертикальной оси и представляет собой тороидальную конструкцию с подвижным внутренним сектором 5, прикрепленным винтами 4 к верхней крышке 3, которая вращается в подшипниках 8, 10. Сектор 2 закреплен в корпусе и совместно с сектором 5 делит объем, заключенный между корпусом 6 и крышкой 3, на две полости. Поворот происходит при подаче воздуха через штуцера 7 в одну из полостей. На крышке крепятся регулируемые упоры 1, с помощью которых устанавливается требуемое

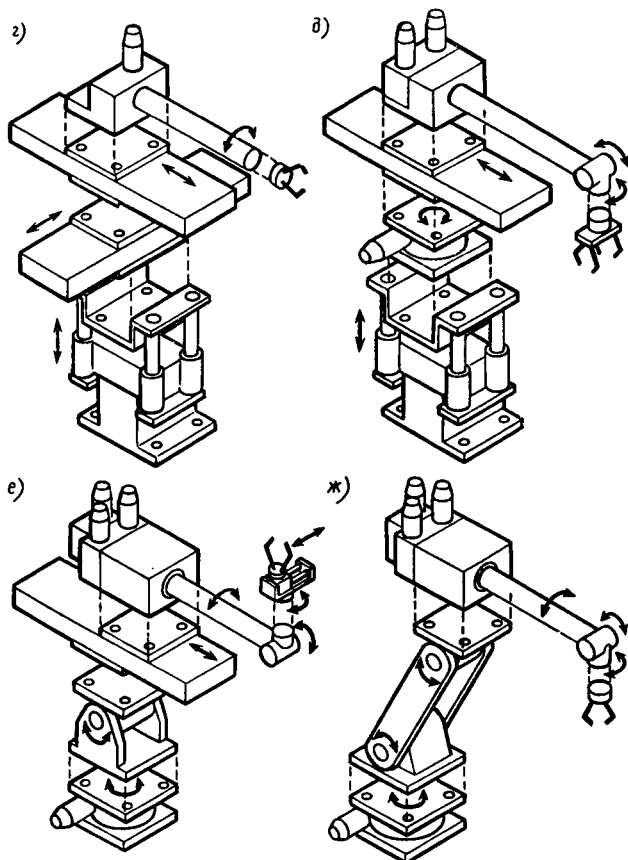


Рис. 1.16. Продолжение

значение угла поворота. Для демпфирования применен гидродемпфер 9.

Модуль подъема (рис. 1.20) предназначен для подъема (опускания) руки. Модуль подъема представляет собой подвижный глухой цилиндр 6, внутри которого находится неподвижный шток 2, состоящий из поршня 4 и уплотнительной манжеты 5, имеющий штуцер 1 для подачи воздуха. Цилиндр движется в двух бронзовых подшипниках скольжения: наружном (верхнем) 9 и внутреннем (нижнем) 4. Перемещение цилиндра ограничивается упорами. Нижний упор

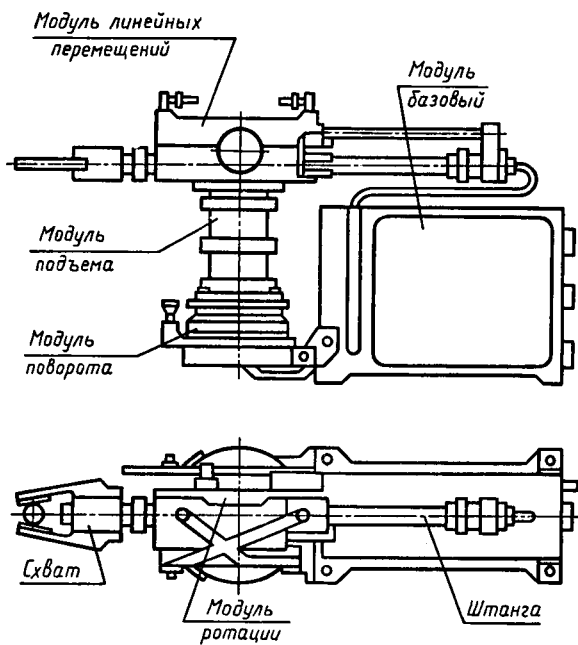


Рис. 1.17

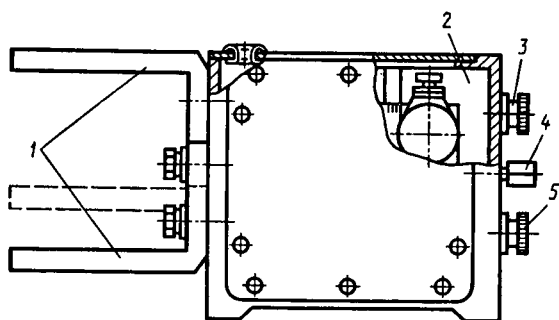


Рис. 1.18



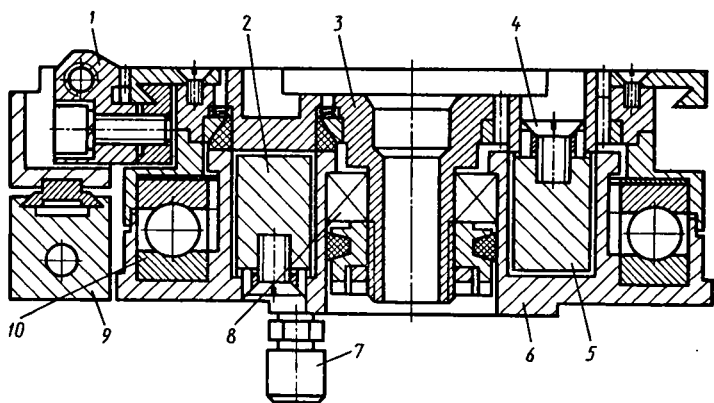


Рис. 1.19

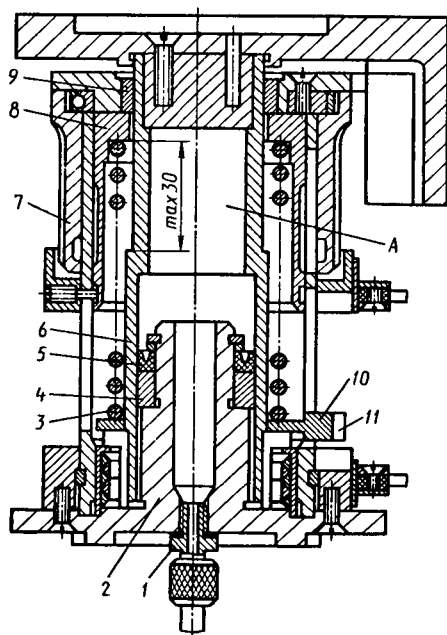


Рис. 1.20

не регулируется, верхний упор 8 регулируется гайкой 7. Движение вверх происходит при подаче воздуха в полость А, вниз — за счет веса подвижных частей и возвратной пружины 3. Вместе с цилиндром на кольце 10 движется постоянный магнит 11, который замыкает электромагнитные клапаны и сигнализирует о выполнении запланированного движения модуля подъема.

*Модуль ротации* (рис. 1.21) предназначен для поворота «руки» со схватом вокруг горизонтальной оси. Он состоит из корпуса 3, являющегося цилиндром, внутри которого перемещается поршень 2. В поршне 2 имеется сквозной винтовой паз, в который входит палец 5, установленный в подшипниках, закрепленных в корпусе 3. При движении вдоль оси поршень совершает поворот вокруг этой же оси. В результате его движение является винтовым. На наружной поверхности поршня смонтирован палец 4, который входит в винтовой паз, выполненный в трубе 6, расположенной коаксиально поршню. При ходе поршня вдоль оси труба совершает вращательные движения. Корпус с двух сторон закрыт крышками 1, 7. На трубе 6 смонтирован хомут 8, ограничивающий ее угол поворота. Номинальное рабочее давление воздуха 0,3 МПа.

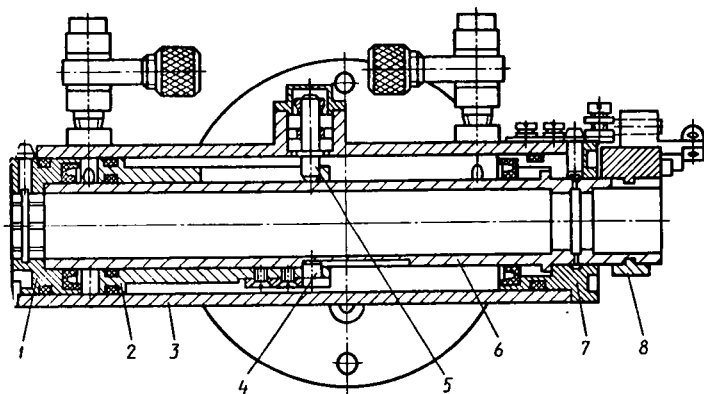
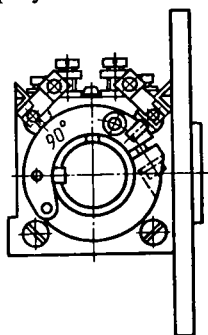


Рис. 1.21

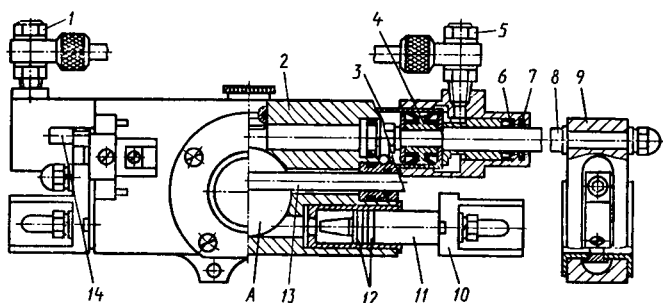


Рис. 1.22

*Модуль линейных перемещений* (рис. 1.22) предназначен для выдвигания (втягивания) руки манипулятора. Он состоит из корпуса 2, цилиндра 3, поршня 4 со штоком 8, уплотнительных манжет 6, 7 и штуцеров 1, 5 для подачи воздуха в полости. На конце штока имеется хомут 9, с помощью которого он крепится к штанге и передает ей поступательное движение. В этом же корпусе 2 смонтирован демпфер, предназначенный для обеспечения плавного торможения подвижных элементов руки при выходе на упор. Он содержит два симметрично расположенных штока 11, уплотняющие кольца 12, упоры 10, направляющие стержни 13, 14. Внутри корпуса имеется заполненный маслом подпиточный резервуар. При перемещении штока 11 происходит постепенное перекрытие отверстия, соединяющего подпиточный резервуар со штоковой полостью.

Робот РФ-202 (рис. 1.23) предназначен для автоматизации процессов загрузки-разгрузки технологического оборудования (металлорежущих станков, конвейерных линий, литейных машин, прессов). Грузоподъемность робота 0,2 кг. Робот представляет собой модульную конструкцию и состоит из модуля подъема 2, модуля поворота 1, двух модулей горизонтального перемещения 3 и модуля ротации 4.

*Модуль подъема* (рис. 1.24) представляет собой пневмоцилиндр двустороннего действия. Цилиндр 6 выполнен заодно с нижним фланцем. Внутри цилиндра движется поршень 7. В поршне стоят две уплотняющие манжеты. Шток поршня 8 соединен с верхним фланцем 9, к нижней части которого приварена направляющая квадратной формы, которая охватывает наружную поверхность цилиндра с некоторым зазором. В зазоре находятся тела качения 10. Перемещение

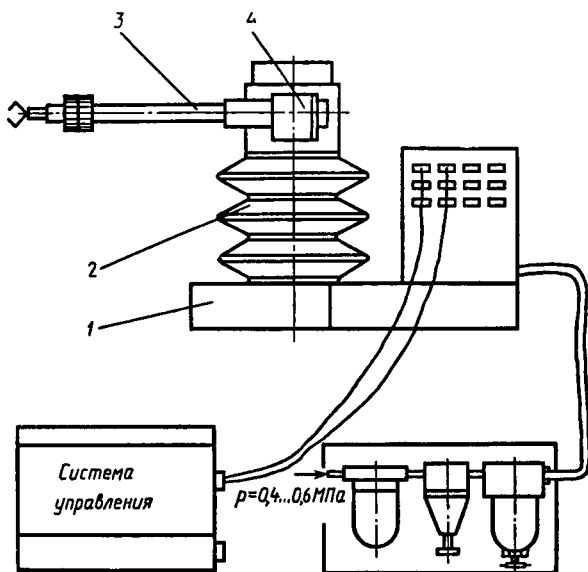


Рис. 1.23

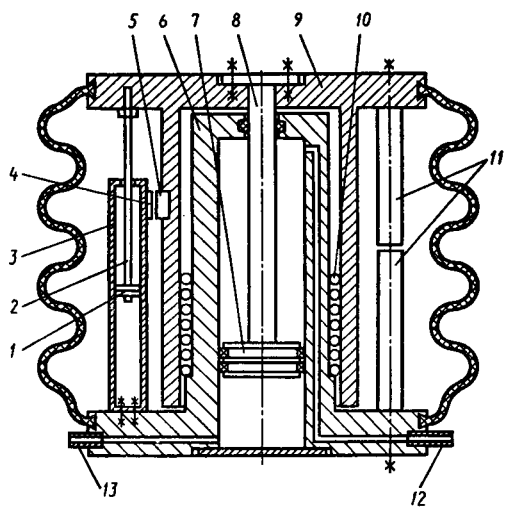


Рис. 1.24

поршня осуществляется вверх при подводе воздуха в нижний штуцер 13 и вниз при подводе воздуха в верхний штуцер 12. Модуль подъема имеет две регулируемые точки позиционирования. Упор при подъеме осуществляется упорной гайкой 1, связанной с верхним фланцем шпилькой 2. В верхнем положении поршня гайка 1 упирается в колодку 3. Останов в нижнем положении осуществляется с помощью упорных втулок 11, закрепленных на противоположных фланцах.

Максимальное перемещение 30 мм. На платах 4 установлены датчики положения, которые при подходе к магнитам 5 подтверждают приход движущегося звена к точке позиционирования.

Модуль поворота (рис. 1.25) является основанием манипулятора и состоит из следующих узлов и деталей. На основа-

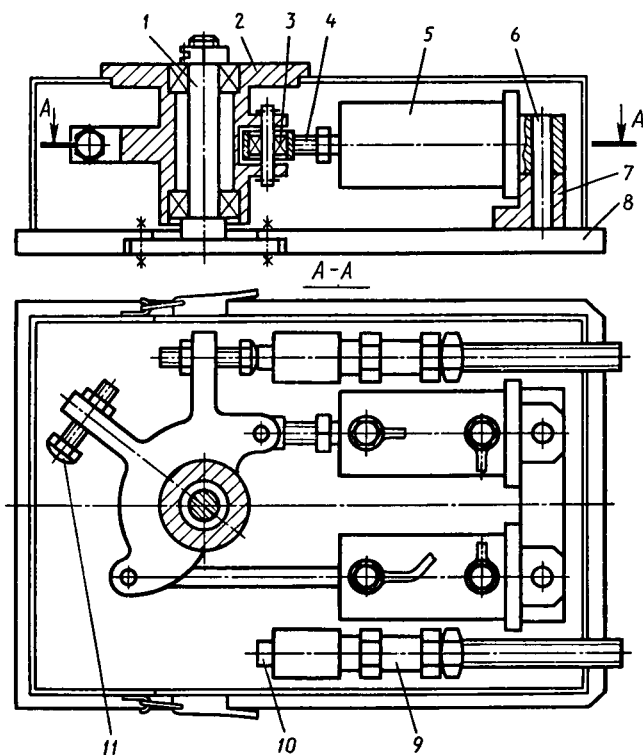


Рис. 1.25

нии 8 с помощью кронштейна 7 и оси 6 шарнирно закреплены два пневмоцилиндра двустороннего действия 5, штоки 4 пневмоцилиндров связаны через подшипники 3 с корпусом 2. Последний установлен в роликовых подшипниках на оси 1. Оси 10 демпфера поворота 9 контактируют с электромагнитом. На корпусе 2 имеются регулируемые упоры 11.

Модуль поворота работает следующим образом: воздух подается одновременно в бесштоковую одного и штоковую другого области цилиндров 5, поршни которых совершают возвратно-поступательные движения и поворачивают корпус 2 на определенный угол. Цилиндры поршней поворачиваются вокруг оси 6. При подходе к конечному положению при повороте упор 11 утапливает ось 10 в корпус демпфера. Возможные удары устраняются с помощью демпферов 9, степень демпфирования можно регулировать.

Модуль поворота оснащен магнитоуправляемыми электрическими контактами, срабатывающими под действием магнитного поля магнита и выдающими в устройство управления сигнал, подтверждающий завершение поворота.

*Модуль горизонтального перемещения* (рис. 1.26). Этот модуль состоит из двух узлов: модуля ротации 1 (см. ниже) и цилиндра 2 с валом 3. Цилиндр с валом и поршнем

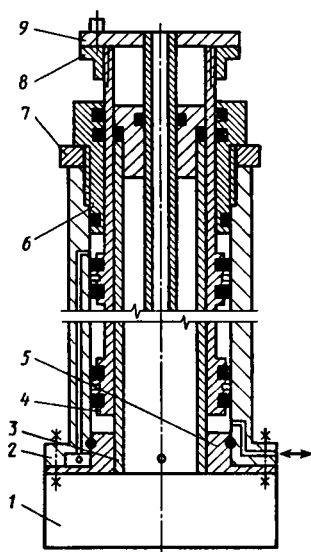


Рис. 1.26

с манжетами на двух концах 4 является пневмоцилиндром двустороннего действия. В цилиндре 2 установлены две втулки: слева — втулка 5 с уплотнением, которая крепится винтами, а справа — втулка 6 с резьбой и с контргайкой 7, которая имеет манжеты и уплотнительное кольцо. К правому торцу поршня присоединен фланец 8 с втулкой 9, к которым крепится захватное устройство. Детали 3 и 4 зафиксированы с помощью подвижных шпонок, допускающих осевое перемещение этих деталей.

Для перемещения поршня в цилиндре 2 установлены штуцера для подвода или вывода воздуха в его левую или пра-

вую полость и штуцер для вывода проводов от датчиков положения. Имеются также два штуцера для подвода воздуха к захватному устройству. Цилиндр 2 имеет две регулируемые точки позиционирования в крайних положениях поршня 4, в которых установлены электромагниты. Максимальное перемещение модуля 200 мм; величина регулировки 5 мм.

*Модуль ротации* (рис. 1.27) состоит из двух фланцев 1, 10, стянутых шпильками 3. Между фланцами зажат цилиндр 9, внутри которого движется колодка 8 с уплотнительными манжетами 7. Колодка устанавливается в паз вала 6, входящего торцами в отверстия фланцев. Зазоры между колодкой и фланцами регулируются с помощью винтов 2, ввинчивающихся с обоих торцов вала. Внутри цилиндра установлен с помощью винтов и штифтов держатель 5 с уплотни-

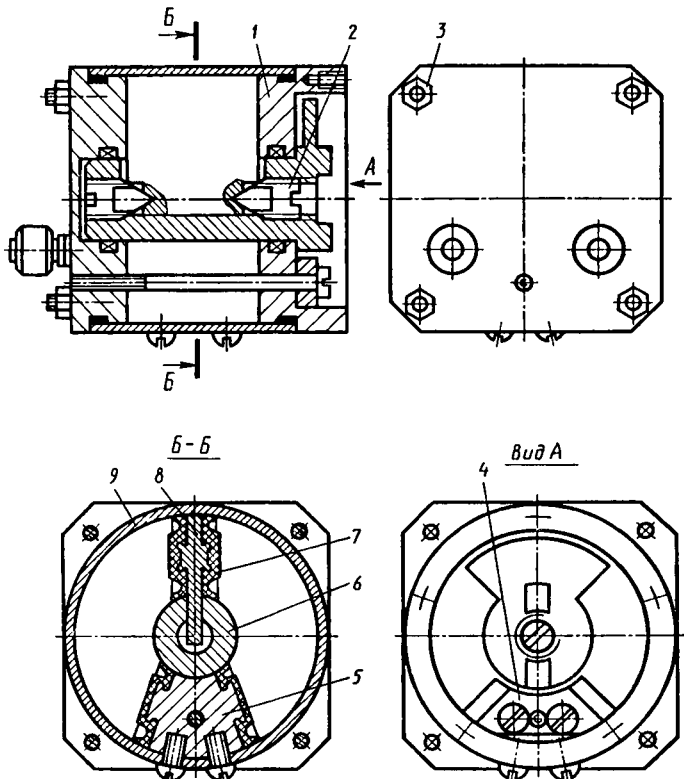


Рис. 1.27

тельными манжетами 7. Держатель и колодка делят внутреннюю полость цилиндра на два объема, в которые воздух подается через штуцера. При подводе воздуха в одну из полостей цилиндра колодка с валом вращается до упора 4, закрепленного на правом фланце винтами. Ограничение ротации вала ( $0 \dots 90^\circ$ ;  $0 \dots 180^\circ$ ) осуществляется с помощью секторного уступа, которым заканчивается вал с одной стороны. Этот уступ при вращении вала подходит к упору.

Крепление модуля с цилиндром осуществляется винтами, а крепление вала модуля ротации с валом модуля горизонтального перемещения — шпоночное.

**Классификация агрегатно-модульных конструкций.** Существуют различные формы реализации принципа агрегатного построения роботов из унифицированных узлов, выполняющих определенные функции. Можно выделить следующие основные признаки классификации при построении групп роботов: вид системы координат, способ установки робота в роботизированном технологическом комплексе, специализация, число степеней подвижности, грузоподъемность, компоновка, вид системы управления. Следует отметить, что на практике эти признаки встречаются в самых различных сочетаниях, а границы между группами весьма условны.

По специализации и компоновке агрегатно-модульные роботы условно могут быть разделены на две группы:

агрегатирование на базе одной принципиальной компоновочной схемы (однотипные роботы): конкретные исполнения роботов различаются размерами и грузоподъемностью, а также характером комплектаций (системами управления, дополнительными кинематическими модулями, расширяющими подвижность базовой модели, различными типами приводов, изменяющих энергетические показатели конструкции);

агрегатирование, дающее возможность получать несколько различных компоновочных схем (разнотипные роботы), в том числе различающиеся видом системы координат, формой и размерами рабочих зон, грузоподъемностью и другими признаками.

По характеру и числу технических показателей агрегатно-модульные роботы могут быть разделены на три группы: с неизменными значениями основных технических показателей (например, грузоподъемности, скорости, перемещения исполнительных звеньев, числа степеней подвижности и т. п.), с ограниченным диапазоном основных технических показателей, с широким диапазоном основных технических показателей.



По типу системы управления различают роботы, комплектуемые системами управления одного типа, комплектуемые системами управления различных типов, комплектуемые системами управления, входящими в некоторый унифицированный ряд, связанный с модификациями унифицированных конструктивных модулей.

Поясним некоторые термины, применяемые при описании агрегатно-модульных промышленных роботов.

*Унифицированный узел* робота — сборочная единица робота с унифицированными присоединительными размерами и параметрами внешнего сопряжения (например, порталы, каретки с размещенными на них приводами или без них).

*Агрегат* робота — совокупность деталей и узлов, образующая механизм, предназначенный для выполнения движений по одной степени подвижности, реализуемых с помощью присоединяемого к нему привода, с унифицированными местами крепления, в том числе крепления приводов (например, монорельс и каретка, корпус с направляющими и ползун). В некоторых случаях агрегат может включать в себя редуктор, передаточный механизм или его часть.

*Исполнительный модуль* робота реализует движение робота по одной степени подвижности, включает в себя агрегат, двигатель, редуктор, датчики обратной связи, унифицированные присоединительные размеры и параметры внешнего сопряжения с цепями энергопитания и управления (например, модуль линейного перемещения, модуль вращения и т. п.). В технически обоснованных случаях исполнительный модуль может включать в себя элементы и узлы для реализации движений по другим степеням подвижности.

*Модуль-привод* преобразует команды, поступающие от устройства управления, в необходимые усилия или крутящий момент. Модуль-привод включает в себя двигатель, редуктор, датчики обратной связи и устройство управления приводом (усилитель и т. д.), обеспечивающие требуемые движения звеньев механизмов.

*Модуль устройства управления* — сборочная единица с унифицированными присоединительными размерами, подключаемая в общую схему через унифицированные интерфейсы и выполняющая какие-либо заданные функции (например, процессор, плата управления скоростью по степени подвижности, плата или группа плат сопряжения с каналом внешней информации).

Все модули имеют унифицированные присоединительные размеры и параметры внешнего сопряжения.

## Глава 2

# Принципы проектирования промышленных роботов

Проектирование промышленных роботов является сложной системной задачей, для решения которой необходимо, чтобы принципы и подходы соответствовали требованиям, предъявляемым к роботу, как к техническому средству гибкой производственной системы.

Основными техническими требованиями являются:

обеспечение функций и параметров гибкой производственной системы (ГПМ);

гибкость, т. е. простота переналадки при переходе на другое изделие;

устойчивая работа в автоматическом режиме;

экономичность, которая обеспечивается низкой стоимостью, наименьшими эксплуатационными расходами, соответствием конструктивного исполнения сложности выполняемых работ;

надежность работы, а также включения и выключения в интервале температур от 0 до 50 °С;

соответствие удельных показателей по материало- и энергоемкости лучшим мировым образцам.

Исходя из перечисленных требований целесообразно руководствоваться следующими принципами.

*Параметры робота* выбирают на основе функционального анализа технологических факторов. Исходя из экономических требований необходимо при этом минимизировать число степеней подвижности, а также перемещения при максимально допустимой погрешности позиционирования. При выборе рациональной кинематической схемы и компоновки самого робота целесообразно совмещать рабочие зоны технологического оборудования и уменьшать число вариантов подхода в эти зоны рабочего органа.

*Компоновку робота и кинематическую структуру* определяют методом многокритериальной оценки. При этом необходимо учитывать:

относительный объем и форму рабочей зоны;

соответствие траекторий рабочего органа требованиям технологического процесса;

возможности систем управления по реализации одновременного движения нескольких степеней подвижности с заданными параметрами;

площадь, занимаемую ГПМ;  
простоту конструкции.

*Динамические параметры робота* необходимо определять исходя из производительности ГПМ, значений перемещений рабочего органа за цикл. Производительность и объем выпуска ГПМ должны обеспечивать заданную норму рентабельности его внедрения в производство.

*Погрешность позиционирования* определяется исходя из технологических требований с введением коэффициента запаса  $K_{\Delta} = 1,2 \dots 1,3$ . Распределение погрешности позиционирования между степенями подвижности робота необходимо проводить с учетом ее векторного представления, значений перемещений по степеням подвижности, разрешающей способности датчиков положения и технологии изготовления элементов конструкции.

*Проектирование механической системы* проводят с учетом того, что она состоит из двух систем: несущей механической системы (НМС) и исполнительной системы (ИС), взаимосвязанных между собой, но различающихся функциональным назначением. Несущая механическая система обеспечивает форму и объем рабочей зоны, служит для размещения узлов исполнительной системы и представляет собой незамкнутую кинематическую цепь. Исполнительная система служит для обеспечения динамических и точностных параметров робота и представляет собой систему механизмов, приводящих в движение звенья несущей механической системы.

*Перемещения ориентирующего механизма* определяют исходя из анализа изменений положений объекта манипулирования или рабочего органа в процессе производства относительно положения выходного звена несущей механической системы.

*Жесткость механической системы* определяют с учетом допустимых смещений рабочего органа при позиционировании под воздействием инерционных сил. Деформацией от действия сил тяжести пренебрегают, так как она учитывается при программировании. Перед началом расчета распределяют допустимые деформации между несущей и исполнительной системами. Деформация несущей механической системы составляет 85...95% от суммарной деформации, деформация исполнительной системы – 5...15% и зависит от применяемого передаточного механизма. При использовании шариковинтовых механизмов деформация составляет 3...5%, зубчатых передач – 5...8%, волновых – 10...15%.

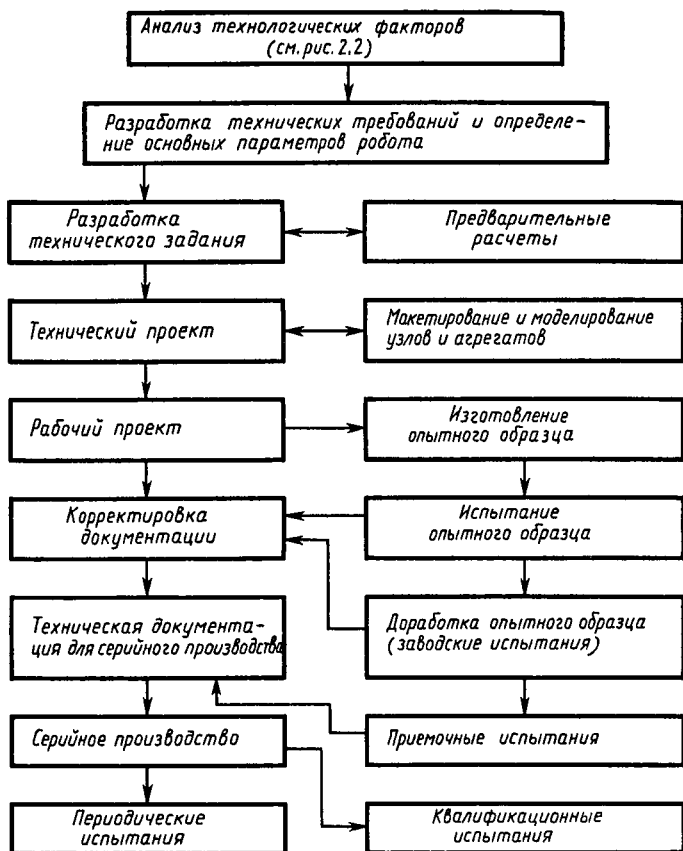


Рис. 2.1

При расчете жесткости несущей механической системы расчетная модель должна учитывать:

массу и расположение груза и рабочего органа, ориентирующего механизма, передаточных механизмов и звеньев; контактную податливость узлов соединения звеньев.

Уравновешивание перемещающихся узлов проводят, встраивая устройства на базе пневмо- или пневмогидропривода.

Проектирование роботов следует проводить в соответствии с этапами и последовательностью, показанными на рис. 2.1. Требования к объему и содержанию указанных этапов должны соответствовать ГОСТ 15.001 – 73.

## 2.1. Технические требования и параметры

*Номинальная грузоподъемность*  $m_n$  [кг (т)] представляет собой наибольшую массу объекта манипулирования вместе со схватом, которая гарантирует захватывание и удержание объекта и обеспечивает установленные эксплуатационные характеристики робота.

Кроме того, для роботов, работающих в угловой системе координат, необходимо указывать номинальный момент нагрузки  $T_i$  для соответствующей степени подвижности относительно оси ее перемещения. Это связано с тем, что для рассчитанной грузоподъемности длина схвата потребителем может быть увеличена, что без дополнительных ограничений может привести к выходу из строя соответствующего привода.

В некоторых случаях в технической характеристике указывают кроме номинальной грузоподъемности и момента нагрузки максимальные их значения при уменьшенных динамических параметрах (ускорении, скорости). Это связано с тем, что при одном и том же моменте привода, уменьшая ускорения, а следовательно, инерционную нагрузку, можно перемещать большую массу. В этом случае указывают максимальную грузоподъемность для скорости, равной половине номинальной.

*Число степеней подвижности робота*  $n$ , под которым подразумевается число степеней свободы рабочего органа относительно звена, принятого за неподвижное, без учета движения губок схвата.

*Диапазоны перемещений по степеням подвижности:*  $S_i$  [м (мм)],  $\varphi_i$  [рад (град)].

*Скорости перемещения по степеням подвижности:* максимальные скорости  $V_{\max}$  (м/с),  $\omega_{\max}$  [1/с (град/с)]. Средняя (цикловая) скорость  $v_{ц}$  ( $\omega_{ц}$ ) характеризует производительность робота и равна значению перемещения, деленному на время движения между позициями.

*Максимальные ускорения по степеням подвижности:*  $a_{\max}$  (м/с<sup>2</sup>),  $\varepsilon_{\max}$  [1/с<sup>2</sup> (град/с<sup>2</sup>)].

*Погрешность позиционирования рабочего органа*  $\Delta$  (мм) — отклонение фактического положения схвата от заданного программой.

Различают роботы с малой точностью позиционирования ( $\Delta > \pm 1,0$  мм), способные выполнять транспортные и некоторые основные технологические операции (окраску, зачистку заусенцев и др.), не требующие высокой точности; роботы со средней точностью позиционирования ( $0,1 \text{ мм} \leq$

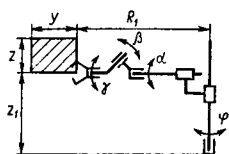


Рис. 1

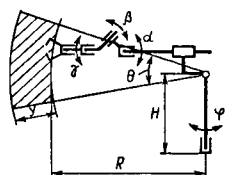
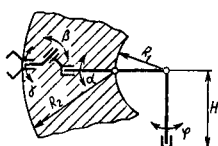


Рис. 2

Исполнение I



Исполнение II

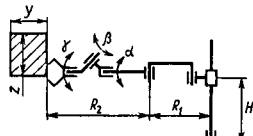


Рис. 3

Модель робота	$m_H$ , кг	$\Delta$ , мм	Исполнение	Перемещение, Скорость,		
				$\frac{\varphi}{\dot{\varphi}}$	$\frac{\theta(\theta_1)}{\dot{\theta}(\dot{\theta}_1)}$	$\frac{x}{\dot{x}}$
<i>Роботы, работающие в цилиндрической</i>						
РГШ 40.03 (СССР)	40	0,5	—	$\frac{340}{45}$	—	—
Универсал-5.03 (СССР)	5	0,5	—	$\frac{340}{84}$	—	—
М20П.40.01 (СССР)	20	1,0	—	$\frac{300}{60}$	—	—
Versatran E (США)	55	1,0	—	$\frac{240}{90}$	—	—
Факус-3 (Япония)	50	1,0	—	$\frac{300}{60}$	—	—
Soma Mast RH (Италия)	10	0,08	—	$\frac{270}{150}$	—	—
<i>Роботы, работающие в сферической</i>						
Универсал-15 (СССР)	15(40)	1,0	—	$\frac{340}{90}$	$\frac{50}{40}$	—
Универсал-60 (СССР)	60(100)	1,0	—	$\frac{340}{90}$	$\frac{50}{40}$	—
Unimate 2000 (США)	35(50)	1,27	—	$\frac{240}{110}$	$\frac{57}{36}$	—

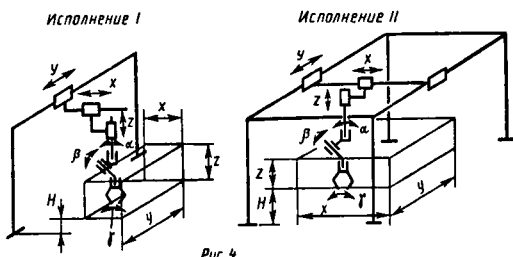


Рис. 4

Таблица 2.1

м (град) м/с (град/с)					Объем памяти, число кадров	H, м	R <sub>1</sub> (R <sub>2</sub> ), м
$\frac{y}{y'}$	$\frac{z}{z'}$	$\frac{\alpha}{\alpha'}$	$\frac{\beta}{\beta'}$	$\frac{\gamma}{\dot{\gamma}}$			
<i>системе координат (рис. 1)</i>							
1,5(2,0)	0,8	270	—	—	800	0,7	1,5
0,7	0,65	90	—	—	100	0,84	0,6
0,6	0,4	180	180	—	100	0,8	0,95
1,0	0,3	130	130	—	1600	0,7	0,7
0,8	0,5	180	180	—	6000	0,8	0,8
0,5	0,5	60	30	—	6000	0,5	0,5
0,76	0,76	300	270	—	100	1,3	1,1
0,9	0,9	90	90	—	800	1,3	1,1
1,0	1,2	300	90	—	1024	1,2	1,3
0,5	0,5	270	180	—	110	1,10	1,10
0,4	0,3	400	180	270	110	1,10	1,10
0,8	0,8	360	200	200	110	1,10	1,10
<i>системе координат (рис. 2)</i>							
1,0	—	—	220	360	100	1,3	1,1
0,8	—	—	90	140	800	1,3	1,1
1,0	—	—	200	360	1024	1,2	1,3
0,6	—	—	90	140	110	1,10	1,10
0,9	—	360	220	360	110	1,10	1,10
0,75	—	110	110	110	110	1,10	1,10

Модель робота	$m_H$ , кг	$\Delta$ , мм	Ис- пол- нение	Перемещение, Скорость,		
				$\frac{\varphi}{\dot{\varphi}}$	$\frac{\theta(\theta_1)}{\dot{\theta}(\theta_1)}$	$\frac{x}{\dot{x}}$
<i>Роботы, работающие в угловой</i>						
РПМ-25.01 (СССР)	25	1,0	I	$\frac{350}{40}$	$\frac{90(75)}{30(30)}$	—
ТУР-10 (СССР)	10	1,0	I	$\frac{300}{90}$	$\frac{75(75)}{90(90)}$	—
Колер М3 (СССР)	3	3,0	I	$\frac{90}{45}$	$\frac{120(125)}{45(45)}$	—
Asea JRb 6/2 (Швеция)	4	0,2	I	$\frac{340}{114}$	$\frac{80(65)}{50(50)}$	—
Renault H80 (Франция)	80	0,5	II	$\frac{270}{57}$	$\frac{270(270)}{660(57)}$	—
Cincinnati T3746 (США)	32	0,25	I	$\frac{270}{110}$	$\frac{87(60)}{90(90)}$	—
Skila SR-3* (Япо- ния)	1(6)	0,05	II	$\frac{200}{-}$	$\frac{160(360)}{-}$	—
Unimate Puma** 700 (США)	10	0,2	I	$\frac{320}{-}$	$\frac{300(300)}{-}$	—
<i>Роботы, работающие в декартовой</i>						
РПМ-25.02 (СССР)	25	1,0	I	—	—	$\frac{10,0}{0,7}$
РПМ-25.03 (СССР)	25	1,0	II	—	—	$\frac{10,0}{0,7}$
СМ-160Ф2.05.01 (СССР)	320	0,5	I	—	—	$\frac{8,9}{0,8}$
РПКСМ (СССР)	100	1,0	II	—	—	$\frac{4,0}{1,0}$
Cybotech G80 (США)	810	0,2	II	—	—	$\frac{7,5}{1,0}$
Comau Mast CG1.25S1D (Италия)	25	0,08	II	—	—	$\frac{2,5}{1,0}$
Comau Mast СН1.16 (Италия)	16	0,05	I	—	—	$\frac{1,6}{1,0}$

\* Скорость выходного звена 1,450 м/с

\*\* Скорость выходного звена 1,0 м/с.



Продолжение табл. 2.1

м, (град) м/с (град/с)					Объем памяти, число кадров	H, м	R <sub>1</sub> (R <sub>2</sub> ) м
$\frac{y}{y'}$	$\frac{z}{z'}$	$\frac{\alpha}{\alpha'}$	$\frac{\beta}{\beta'}$	$\frac{\gamma}{\gamma'}$			
<i>системе координат (рис. 3)</i>							
—	—	$\frac{360}{90}$	$\frac{190}{90}$	$\frac{360}{90}$	800	0,8	0,7(1,3)
—	—	—	$\frac{180}{90}$	$\frac{360}{90}$	1600	0,8	0,7(0,75)
—	—	—	$\frac{210}{90}$	$\frac{210}{90}$	800	0,8	0,8(0,8)
—	—	$\frac{180}{130}$	$\frac{180}{200}$	$\frac{340}{240}$	2400	0,6	0,7(0,7)
—	$\frac{1,6}{0,66}$	$\frac{330}{170}$	$\frac{210}{170}$	$\frac{340}{170}$	1200	1,0	1,0(1,0)
—	—	$\frac{360}{95}$	$\frac{230}{95}$	$\frac{360}{95}$	3000	0,9	1,1(1,3)
—	—	—	—	—	—	1,15	0,4(0,25)
—	—	$\frac{360}{—}$	$\frac{270}{—}$	$\frac{360}{—}$	—	1,12	0,35(0,35)
<i>системе координат (рис. 4)</i>							
$\frac{0,8}{0,25}$	$\frac{1,0}{0,3}$	—	$\frac{300}{50}$	$\frac{300}{50}$	800	0,735	—
$\frac{3,0}{0,7}$	$\frac{1,0}{0,3}$	$\frac{360}{50}$	$\frac{180}{50}$	$\frac{300}{50}$	800	0,10	—
—	$\frac{0,97}{0,3}$	$\frac{60}{15}$	—	—	100	1,0	—
$\frac{2,0}{1,0}$	$\frac{1,2}{1,0}$	$\frac{360}{90}$	$\frac{220}{90}$	—	800	0,7	—
$\frac{5,0}{1,0}$	$\frac{1,5}{0,5}$	$\frac{330}{170}$	$\frac{210}{170}$	$\frac{340}{170}$	1024	1,0	—
$\frac{1,0}{1,0}$	$\frac{0,63}{0,8}$	$\frac{400}{300}$	$\frac{180}{210}$	$\frac{270}{210}$	2048	0,5	—
$\frac{1,0}{0,4}$	$\frac{0,63}{0,8}$	$\frac{400}{300}$	$\frac{180}{210}$	$\frac{270}{210}$	2048	0,5	—

$\leq \Delta \leq 1,0$  мм), которые находят самое широкое применение (установка детали в центры, сборка с зазорами, завинчивание гаек, сварка и т. д.); роботы с высокой точностью позиционирования ( $\Delta < 0,1$  мм), применяемые для прецизионной сборки, измерений и т. д.

*Кинематическая структура манипулятора* определяет число звеньев и тип кинематических пар их соединения.

*Рабочая зона робота* — пространство, в котором может находиться его рабочий орган.

*Объем рабочей зоны*  $V_{pz}$  ( $m^3$ ) — объем, заключенный внутри границ рабочей зоны.

*Тип системы координат* определяется сочетанием кинематических пар.

*Тип системы программного управления* (СПУ) определяется способом позиционирования (цикловой, позиционный и контурный) и типом применяемых аппаратных средств (аналоговый, цифровой, микропроцессорный).

*Объем памяти СПУ* представляет собой число кадров программы. Под кадром понимают минимальный элемент программы, состоящей из определенной группы команд и адресов, по которым выполняются команды и обеспечивается проверка их исполнения. В цикловой СПУ в состав кадра входят команды на перемещение степеней подвижности робота, управления технологическим оборудованием и вспомогательные команды. В позиционную СПУ дополнительно входят данные о положении и скоростях перемещений степеней подвижности, точности позиционирования объекта манипулирования. Малым объемом памяти (до 100 кадров) характеризуются цикловые СПУ. Средним объемом памяти (от 100 до 800 кадров) характеризуются позиционные СПУ и большим (свыше 800 кадров) — контурные СПУ. Данные об объеме памяти некоторых роботов приведены в табл. 2.1.

*Габаритные размеры*  $L, B, H$  [м (мм)].

*Масса робота, манипулятора, СПУ* соответственно  $m_p, m_m, m_{СПУ}$  (кг).

*Средняя наработка на отказ*  $t$  (ч) — показатель безотказности; вычисляется как среднее значение наработки между устойчивыми отказами при работе робота.

*Среднее время восстановления*  $t_v$  (ч) — показатель ремонтопригодности, равный среднему значению времени, затрачиваемому на отыскание и устранение одного устойчивого отказа при работе робота. В перспективе следует закладывать конструктивные решения, обеспечивающие среднее время восстановления не более 4,0 ч при средних наработ-

ках на отказ  $t \geq 1000$  ч и 8,0 ч при средних наработках на отказ  $t \geq 3000$  ч.

*Средний срок сохраняемости*  $t_{\text{сохр}}$  (ч) – показатель, равный среднему значению календарной продолжительности хранения робота.

*Средний ресурс*  $t_p$  (ч) – показатель долговечности; рассчитывается как среднее значение времени использования до принятого предельного состояния (капитального ремонта, списания). Чаще всего значение среднего ресурса устанавливают до капитального ремонта. Ресурс большинства отечественных машин составляет 8000...9000 ч, иногда 10000 ч.

Параметры современных промышленных роботов приведены в табл. 2.1.

## 2.2. Определение параметров роботов

Определение указанных выше параметров проводят исходя из функционального анализа технологических факторов (рис. 2.2).

**Грузоподъемность.** Номинальная грузоподъемность равна сумме масс объекта манипулирования и схвата для транспортных роботов и массе рабочего органа (клещей, пульверизатора, сварочной горелки) для технологических роботов.

Для транспортных роботов номинальная грузоподъемность определяется по формуле

$$m_n = K_c K_n m,$$

где  $K_c$  – коэффициент, учитывающий массу схвата; принимается по табл. 2.2;  $K_n$  – коэффициент, учитывающий тип

Таблица 2.2

Масса груза, кг	$K_c$ для оборудования			
	станки	кузнечно-прессовое	термическое	литейное
0,1	1,35	–	–	–
0,1...0,5	1,32	1,4	1,42	1,4
0,5...1	1,3	1,4	1,42	1,4
1...5	1,3	1,4	1,42	1,4
5...15	1,25	1,35	1,40	1,35
15...40	1,20	1,30	1,35	1,30
40...60	1,15	1,25	1,30	1,25
60	1,1	1,2	1,25	1,2

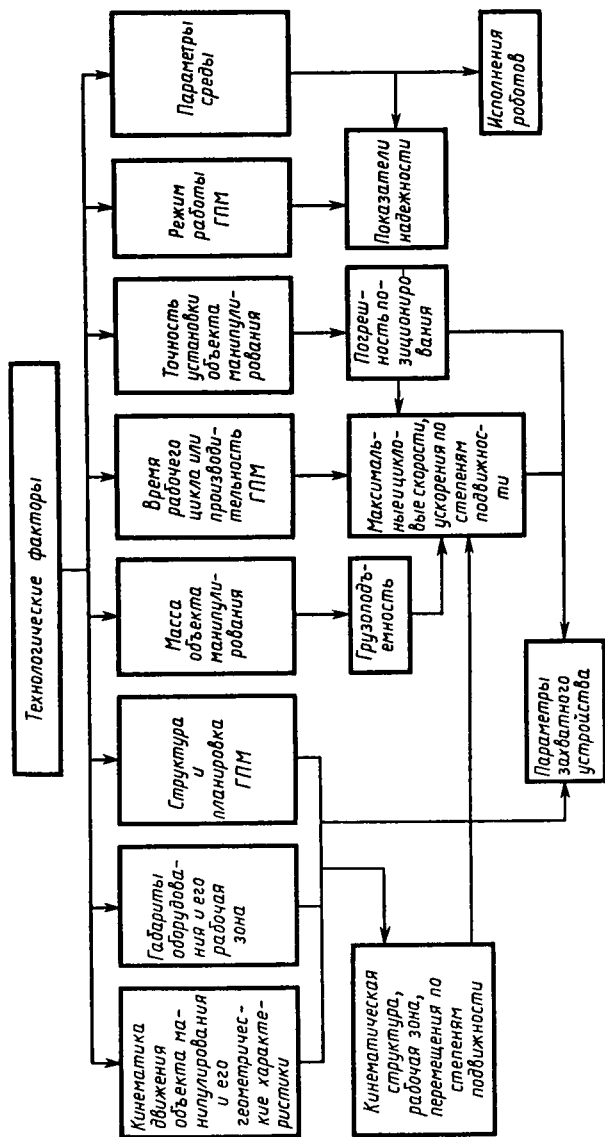


Рис. 2.2

привода (значение принимают для пневматического привода равным 1,3, для гидравлического — 1,1, для вакуумного и магнитного — 1,15);  $m$  — масса объекта манипулирования.

Для технологических роботов номинальную массу рабочего органа принимают исходя из статистических данных. Средние значения массы клещей для контактной сварки следующие:

Толщина свариваемых деталей, мм	1 + 1	2 + 2	3 + 3
Масса клещей со встроенным трансформатором, кг . . . . .	30	50	80
То же, с вынесенным трансформатором, кг . . . . .	15	30	40

Массы горелок для дуговой сварки и пульверизаторов для окраски составляют 7...12 кг.

Полученную грузоподъемность (кг) округляют до ближайшего значения из предпочтительного ряда (ГОСТ 25204 — 82): 0,08; 0,16; 0,32; 0,4; 0,5; 0,63; 1,0; 1,25; 1,6; 2,0; 2,5; 3,2; 4,0; 5,0; 6,3; 8,0; 10; 12,5; 16; 20; 25; 32; 40; 50; 63; 80; 100; 125; 160; 200; 250; 320; 400; 500; 630; 800; 1000.

**Размеры рабочей зоны, основные размеры робота и перемещения по степеням подвижности.** Основные размеры рабочей зоны робота определяются из анализа взаимного расположения робота, основного технологического оборудования, расположения баз и рабочих зон технологического оборудования, кинематики движения детали или инструмента в пространстве, подходов исполнительного органа робота в рабочую зону оборудования и кинематического анализа компоновки робота.

Анализ проводится в такой последовательности:

выбирается тип основного и вспомогательного оборудования;

рассматриваются рабочий объем технологического оборудования, кинематика движения объекта манипулирования и необходимые (рациональные) подходы в рабочую зону исполнительного органа робота;

выбирается компоновка робота;

разрабатывается планировка ГПМ с использованием робота;

проводится кинематический анализ компоновки робота;

определяются размеры рабочей зоны робота и перемещения по степеням подвижности.

Тип оборудования определяется тем технологическим процессом, который предполагается автоматизировать. Вспомогательное оборудование (накопители, транспортеры,

лотки и т. д.) определяется исходя из структуры ГПМ. Следует отметить, что уже на этой стадии необходимо стремиться к меньшему числу типов оборудования и выбору рациональной структуры с целью уменьшения рабочей зоны робота, что в итоге позволит минимизировать удельную мощность и массогабаритные показатели робота.

Структуру ГПМ и взаимное положение оборудования выбирают с учетом предполагаемой кинематической структуры робота. На рис. 2.3, а показан гибкий производственный модуль с использованием напольного робота 2, состоящий из токарного станка 1, фрезерного станка 3, магазинов с заготовками и готовыми деталями 4, 5. Напольная компо-

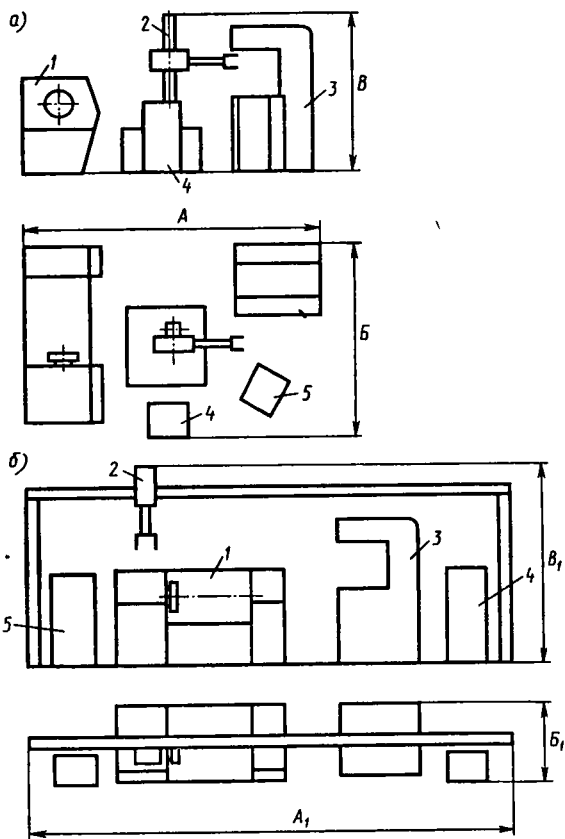


Рис. 2.3

новка робота определяет круговое расположение оборудования и габариты ГПМ — А, Б, В. На рис. 2.3, б показан ГПМ с использованием робота портальной компоновки, что определяет линейное расположение оборудования и габариты ГПМ. С другой стороны, выбранная структура ГПМ и зоны обслуживания оборудования определяют размеры и структуру робота.

Под рабочим объемом технологического оборудования понимают часть рабочего пространства станка, прессы, накопительного устройства и т. д., куда схват робота вводит, устанавливает, снимает с установочных баз, выводит заготовку или деталь. Для проведения анализа рабочую зону технологического оборудования представляют в системе координат *Oxuz*.

При определении рабочей зоны технологического оборудования в первую очередь определяют направления подхода исполнительного органа робота. На рис. 2.4, а показаны варианты подходов к токарному станку и его рабочей зоне, на рис. 2.4, б — варианты подхода к рабочей зоне фрезерного станка, на рис. 2.4, в, г, д — характерные рабочие зоны (заштрихованные участки).

Положение детали в процессе ее изготовления и положение баз детали относительно рабочей зоны станка и выходного звена робота являются определяющими при выборе структуры ориентирующего механизма и перемещений его степеней подвижности. Как показывает анализ рабочей зоны оборудования (рис. 2.4), размерные характеристики робота зависят в основном от размеров оборудования и взаимного расположения оборудования и робота.

Положения баз детали изображают в виде схемы в координатах рабочей зоны станка последовательно по операциям [19]. Эту схему называют кинематикой движения детали. На рис. 2.5, а показан пример кинематики движения деталей типа тел вращения, на рис. 2.5, б — фланцев, на рис. 2.5, в — корпусных деталей, на рис. 2.5, г — рычагов. Стрелками указаны направления подхода схвата робота.

**Определение суммарной погрешности позиционирования и погрешности по степеням подвижности робота.** Графически погрешность позиционирования робота представляет собой многогранник, подобный форме рабочей зоны, с максимальной стороной, равной величине, указываемой в технической характеристике. Это связано с тем, что в роботе каждая степень подвижности имеет автономный привод, обеспечивающий определенную точность позиционирования. Погрешность позиционирования по степени подвижности опреде-

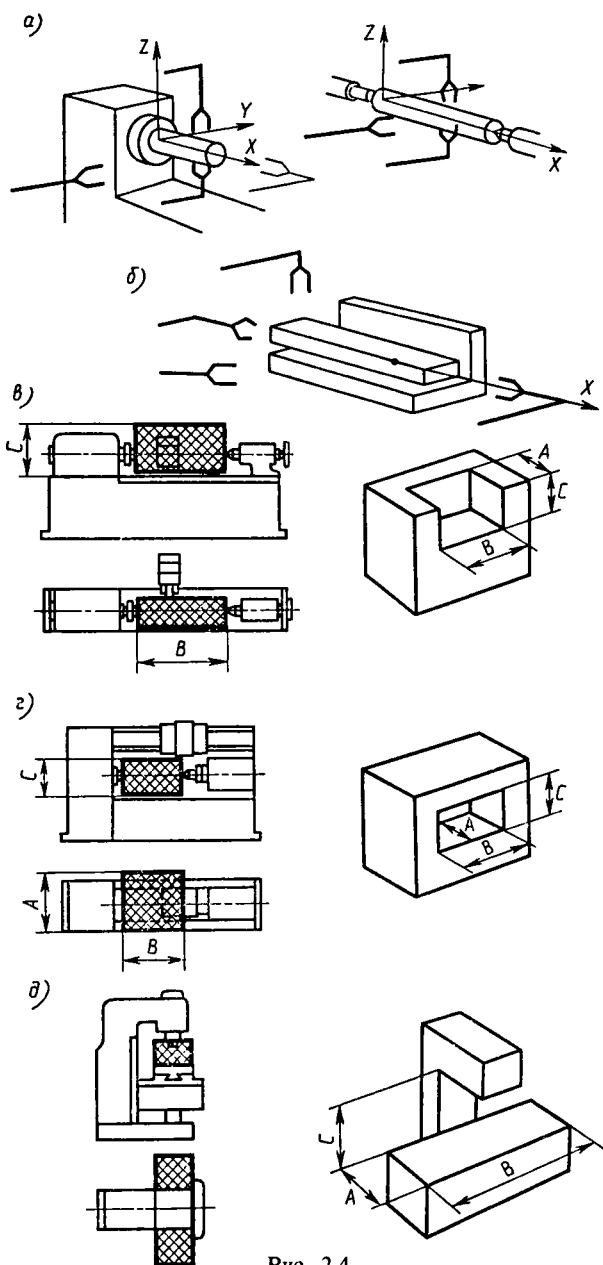


Рис. 2.4



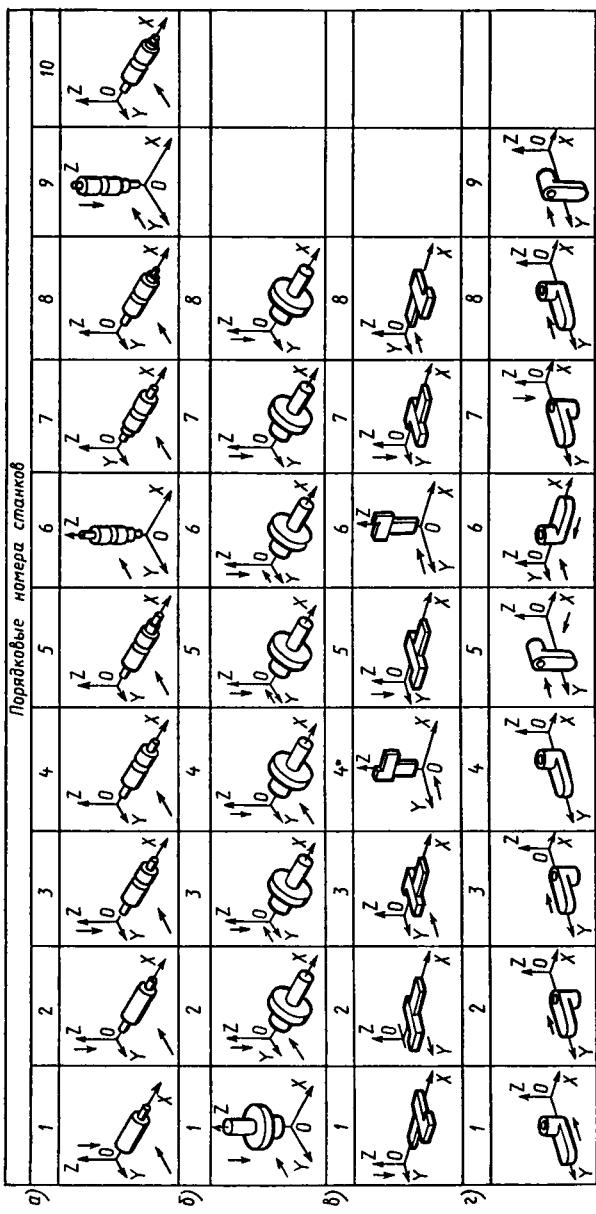


Рис. 2.5

ляется выражением  $K_n S_i / D_i$ , где  $S_i$  — перемещение  $i$ -й степени подвижности;  $D_i$  — число дискрет датчика положения для осуществления  $S_i$ ;  $K_n$  — коэффициент, характеризующий качество измерительной системы. В современных измерительных системах роботов  $K_n = 1,5 \dots 2,0$ .

Ввиду того что в позиционировании участвуют степени подвижности, осуществляющие как прямолинейное, так и вращательное перемещения, суммарная погрешность робота имеет вид

$$\Delta_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n \Delta S + \sum_{i=1}^n \Delta \varphi \leq [\Delta], \quad (2.1)$$

где  $\Delta S$  — составляющая погрешности от степеней подвижности, осуществляющих прямолинейное движение;  $\Delta \varphi$  — составляющая погрешности от степеней подвижности, осуществляющих вращательное движение  $[\Delta] = \Delta_{\Sigma} / K_{\Delta}$  ( $K_{\Delta}$  — коэффициент запаса, равный 1,2...1,3). Величину  $\Delta_{\Sigma}$  определяют исходя из требований к точности установки объекта манипулирования, а величины  $\Delta S$  и  $\Delta \varphi$  — исходя из взаимосвязи линейных и угловых погрешностей робота и их значений, приведенных к объекту манипулирования:

$$\Delta S_i = K_{\Delta} S_i \cos \beta_{ni} / D_i;$$

$$\Delta \varphi_i = K_{\Delta} 2\pi \varphi_i l_i \cos \beta_{vi} / (D_i \cdot 360),$$

где  $\beta_{ni}$  — угол между направлением перемещения  $i$ -й степени подвижности и направлением, в котором задана допустимая погрешность позиционирования,  $\varphi_i$  — перемещение по вращательной степени подвижности, град;  $l_i$  — расстояние от оси вращения до объекта манипулирования, мм;  $\beta_{vi}$  — угол между касательной к траектории и направлением, в котором задаются погрешности;  $D_i$  — число дискрет датчика, используемых на перемещениях. Величины  $\beta_{ni}$ ,  $\beta_{vi}$ ,  $l_i$  определяются из геометрических зависимостей взаимного положения схвата и звеньев робота при позиционировании.

Пусть погрешность  $\Delta_{\Sigma}$  образуется за счет погрешностей  $\Delta S_1, \Delta S_2, \Delta \varphi_3, \Delta \varphi_4, \dots, \Delta S_i, \Delta \varphi_{i+1}$ , тогда  $\Delta_{\Sigma} = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta \varphi_3 + \Delta \varphi_4 + \dots + \Delta S_i + \Delta \varphi_{i+1}$ .

Обозначим

$$K_{12} = \frac{\Delta S_2}{\Delta S_1} = K_{\Delta} \frac{S_2 \cos \beta_2 D_1}{D_2 S_1 \cos \beta_1}; \quad (2.2)$$

$$K_{13} = \frac{\Delta S_3}{\Delta S_1} = K_{\Delta} \frac{S_3 \cos \beta_3 D_1}{D_3 S_1 \cos \beta_1};$$

$$\begin{aligned}
 K_{14} &= \frac{\Delta\varphi_3}{\Delta S_1} = K_{\Delta} \frac{2\pi\varphi_3 l_3 \cos \beta_3 D_1}{D_4 360 S_1 \cos \beta_1}; \\
 K_{15} &= \frac{\Delta\varphi_4}{\Delta S_1} = K_{\Delta} \frac{2\pi\varphi_4 l_4 \cos \beta_4 D_1}{D_5 360 S_1 \cos \beta_1}; \\
 K_{1i} &= \frac{\Delta S_i}{\Delta S_1} = K_{\Delta} \frac{S_i \cos \beta_i D_1}{D_i S_i \cos \beta_1}; \\
 K_{1(i+1)} &= \frac{\Delta\varphi_{i+1}}{\Delta S_1} = K_{\Delta} \frac{2\pi\varphi_{i+1} l_{i+1} \cos \beta_{i+1} D_1}{D_{i+1} 360 S_1 \cos \beta_1}.
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Подставив в уравнение (2.1) выражения (2.2), получим

$$\Delta S_1 = \frac{[\Delta]}{1 + K_{12} + K_{13} + K_{14} + K_{1i} + K_{1(i+1)}}.$$

По формулам (2.2) находим

$$\Delta S_2 = \Delta S_1 K_{12}; \quad \Delta S_3 = \Delta S_1 K_{13}; \quad \dots; \quad \Delta\varphi_{i+1} = \Delta S_1 K_{1(i+1)}.$$

Для степеней подвижности, осуществляющих вращательное перемещение, определяют допустимую угловую погрешность:

$$\Delta\varphi_i = [\Delta S_{\varphi_i}] / l_i.$$

*Определение погрешности позиционирования робота, обслуживающего станки.* На рис. 2.6 представлены типовые схемы базирования деталей в станках. При базировании в центрах (рис. 2.6, а) погрешность

$$\Delta x = \Delta z = d_0 / (2K_{\Delta}); \quad \Delta y = (L_1 - l_n) / (2K_{\Delta});$$

при базировании в патроне (рис. 2.6, б)

$$\Delta x = \Delta z = (D - d_n) / (2K_{\Delta}); \quad \Delta y = l_1 / K_{\Delta};$$

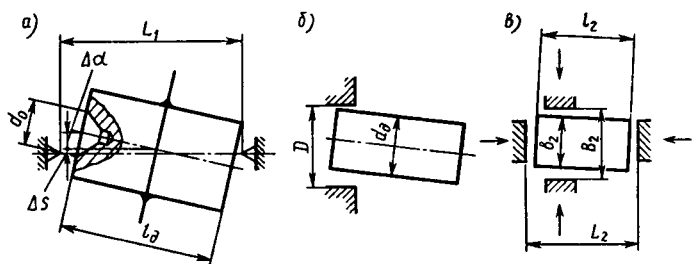


Рис. 2.6

при базировании в тисках (рис. 2.6, в)

$$\Delta x = (B_2 - b_2)/(2K_{\Delta}); \quad \Delta y = (L_2 - l_2)/(2K_{\Delta}),$$

где  $d_0$ ,  $D$ ,  $d_d$  — диаметры центрального отверстия, патрона и детали;  $L_1$  — расстояние между центрами;  $l_d$  — длина детали;  $l_1$  — максимальный зазор от базы;  $B_2 - b_2$  — зазор между поверхностями тисков и деталью.

**Пример.** Определить погрешность позиционирования в радиальном направлении по степеням подвижности робота (рис. 2.7), устанавливающего деталь диаметром 100 мм и длиной 200 мм в центры станка. Даны перемещения, расстояния до схвата и число дискрет датчика по степеням подвижности:

поворот руки:  $\varphi_1 = 300^\circ$ ,  $l_1 = 2000$  мм,  $D_1 = 32000$ ;

выдвижение кисти:  $S_2 = 1000$  мм,  $D_2 = 8000$ ;

качание кисти:  $\varphi_3 = 200^\circ$ ,  $l_3 = 500$  мм,  $D_3 = 8000$ ;

качание руки:  $\varphi_4 = 180^\circ$ ,  $l_4 = 2000$  мм,  $D_4 = 8000$ ;

вращение схвата:  $\varphi_5 = 360^\circ$ ,  $l_5 = 200$  мм,  $D_5 = 8000$ .

**Решение.** Для заготовки  $d = 100$  мм максимальный диаметр центрального отверстия равен 12 мм. Определяем суммарную допустимую погрешность в направлении  $x$ :

$$[\Delta x] = d/(2K_{\Delta}) = 12/(2 \cdot 1,2) = 5 \text{ мм.}$$

Определяем значения  $\Delta S_i$  по степеням подвижности. В направлении  $x$  погрешность складывается из погрешностей степеней подвижности — выдвижения кисти, качания кисти, вращения схвата:

$$\Delta S_2 = K_2 \frac{S_2 \cos \beta_2}{D_2} = K_2 \frac{1000 \cdot \cos 30^\circ}{8000} = 0,108 K_2;$$

$$\Delta S_3 = K_2 \frac{\varphi_3 l_3 \cos \beta_3}{D_3 360} = K_2 \frac{180 \cdot 500 \cdot \cos 15^\circ}{8000 \cdot 360} = 0,03 K_2;$$

$$\Delta S_4 = K_2 \frac{\varphi_4 l_4 \cos \beta_4}{D_4 360} = K_2 \frac{360 \cdot 200 \cdot \cos 30^\circ}{8000 \cdot 360} = 0,022 K_2.$$

Составляем уравнение погрешностей:

$$\Delta x = \Delta S_2 + \Delta S_3 + \Delta S_4.$$

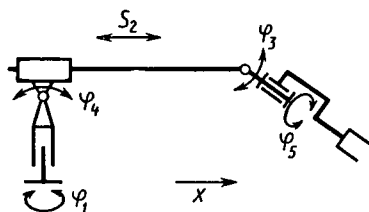


Рис. 2.7

Находим значения

$$K_3 = \Delta S_3 / \Delta S_2 = 0,03K_2 / (0,108K_2) = 0,28;$$

$$K_4 = \Delta S_4 / \Delta S_2 = 0,022 / 0,108 = 0,2.$$

Тогда

$$\Delta S_2 = \Delta x / (1 + K_3 + K_4) = 5,0 / (1 + 0,28 + 0,2) = 3,38 \text{ мм};$$

$$\Delta S_3 = \Delta S_2 K_3 = 3,38 \cdot 0,28 = 0,95 \text{ мм};$$

$$\Delta S_4 = \Delta S_2 K_4 = 3,38 \cdot 0,2 = 0,68 \text{ мм}.$$

Для третьей и четвертой степеней подвижности определяем допустимую погрешность:

$$\Delta \phi_3 = \Delta S_3 / l_3 = 0,95 / 500 = 1,9 \cdot 10^{-3} \text{ рад};$$

$$\Delta \phi_4 = \Delta S_4 / l_4 = 0,68 / 200 = 3,4 \cdot 10^{-3} \text{ рад}.$$

*Определение погрешности позиционирования при штамповке.* Суммарная допустимая погрешность позиционирования

$$\Delta = \frac{c}{2} + r(3 \operatorname{tg} \alpha_y + 0,12) - 0,25P,$$

где  $c$  — минимальный допустимый зазор между поверхностью поковки и прессформой;  $r$  — радиус закруглений поковки;  $\alpha_y$  — угол штамповочного уклона;  $P$  — положительный допуск.

*Определение погрешности позиционирования при дуговой сварке.* Допустимая погрешность позиционирования (рис. 2.8, а)

$$\Delta = d_s / (2 \cos \alpha),$$

где  $d_s$  — диаметр электрода сварочной горелки;  $\alpha$  — угол наклона при сварке.

*Определение погрешности позиционирования при контактной точечной сварке.* Погрешность позиционирования при

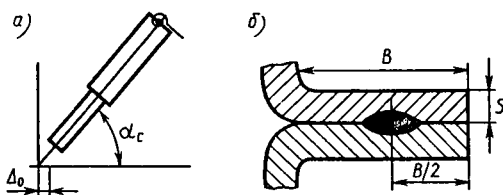


Рис. 2.8

контактной точечной сварке определяется требованиями ГОСТ 15878—79. Отклонение положения сварочной точки от номинального положения определяется отклонением размера  $B/2$  по качеству  $j_s17$ , где  $B$  — размер нахлестки (рис. 2.8, б). Значения  $B$  и отклонения размера  $B/2$  в зависимости от свариваемых толщин  $s$  приведены в табл. 2.3.

Таблица 2.3

Толщина свариваемых листов $s$ , мм	$B$ , мм	Отклонение $B/2$ по $j_s17$ , мм
0,3	6,0	± 0,6
0,4	7,0	
0,4...0,6	8,0	
0,6...0,7	9,0	
0,7...0,8	10,0	
0,8...1,0	11,0	± 0,75
1,0...1,3	13,0	
1,8...2,2	17	
2,2...2,7	19	
2,7...3,2	21	± 0,9
3,2...3,7	24	

**Определение кинематической структуры и типа компоновки.** Кинематическую структуру и компоновку робота определяют исходя из анализа следующих параметров: форма рабочей зоны, точность позиционирования, быстродействие, энергетические параметры, площадь, занимаемая ГПМ, удобство обслуживания оборудования, простота конструкции, соответствие траектории рабочего органа требованиям технологического процесса.

В связи с этим выбор структуры и компоновки робота будем рассматривать как некоторый итеративный процесс, содержащий различные этапы: структурный и кинематический анализ и синтез компоновок, динамический анализ компоновок, выбор компоновок по точности позиционирования, быстродействию и экономическим показателям. Этап, связанный с проведением кинематических и геометрических расчетов и выбором структуры робота, будем называть этапом структурного и кинематического синтеза.

Схема структурного и кинематического синтеза промышленного робота представлена на рис. 2.9. В блоке 3 из множества возможных структур и компоновок выбирается несколько структур для последующего анализа объемов их

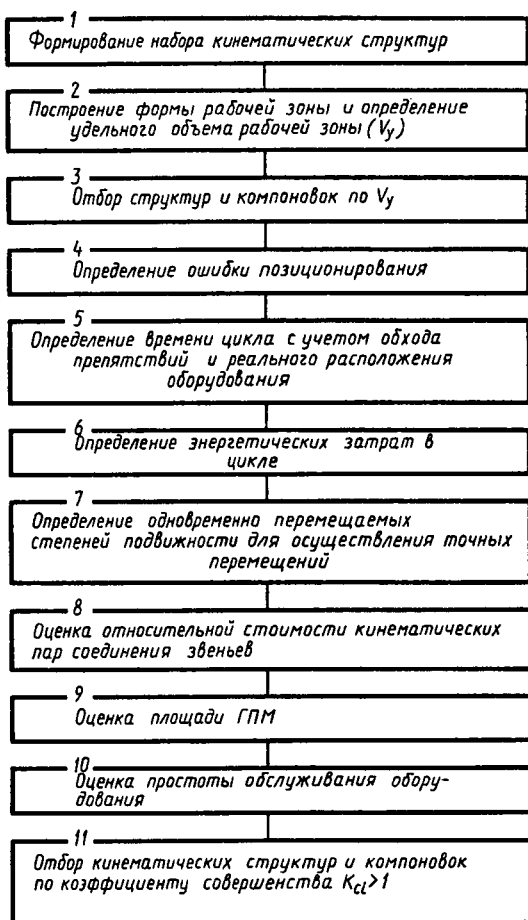


Рис. 2.9

рабочих зон. Для сравнения различных структур приняты следующие параметры: линейное перемещение пары  $a$ , угловое перемещение  $\pi/2$ , длина звеньев  $a$ , длина заделок звеньев  $a/3$ . Удельный объем  $V_y$  представляет собой отношение рабочего объема к числу кинематических элементов (на рис. 2.10,  $a-t$ , показаны структуры, формы и объемы их рабочих зон).

В блоке 4 решаются задачи о положениях манипулятора (см. § 2.2 кн. 1). В этом случае заданными считаются обобщенные координаты, найденные при решении обратной

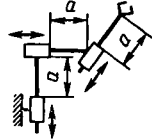
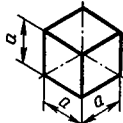
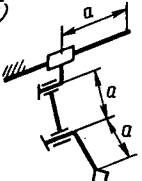
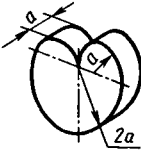
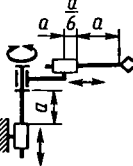
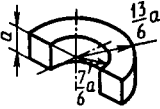
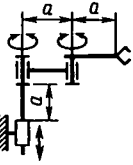
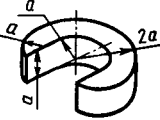
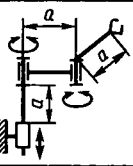
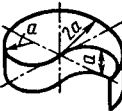
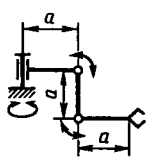
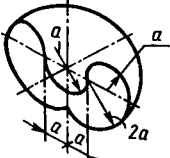
Кинематическая схема	Форма рабочей зоны	Рабочий объем	$V_y$
а) 		$a^3$	0,33
б) 		$9a^3$	4,5
в) 		$5a^3$	1,67
г) 		$6a^3$	2
д) 		$6a^3$	2
е) 		$30a^3$	10

Рис. 2.10



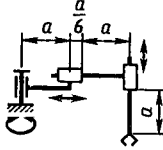
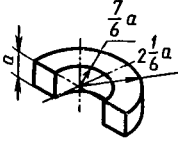
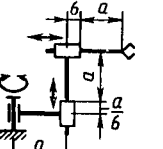
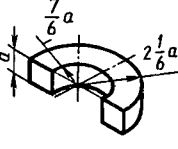
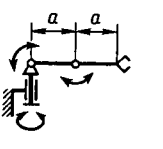
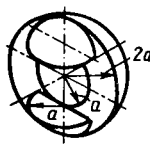
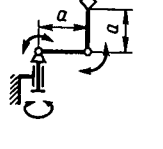
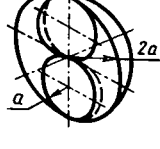
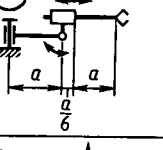
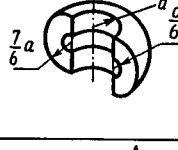
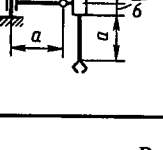
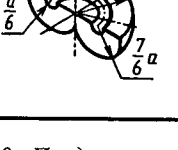
Кинематическая схема	Форма рабочей зоны	Рабочий объем	$V_y$
ж) 		$5a^3$	1,67
з) 		$5a^3$	1,67
у) 		$18a^3$	9
к) 		$16a^3$	8
л) 		$9a^3$	4,5
м) 		$6,6a^3$	3,3

Рис. 2.10. Продолжение

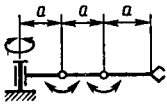
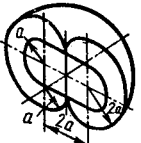
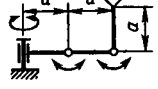
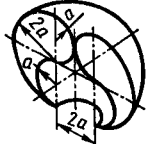
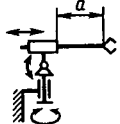

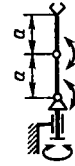

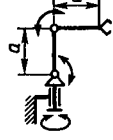
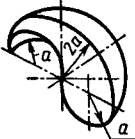
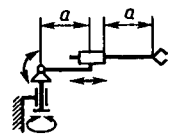
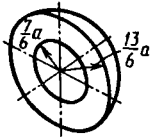
Кинематическая схема	Форма рабочей зоны	Рабочий объем	$V_y$
и) 		$30a^3$	10
о) 		$30a^3$	10
п) 		$3,5a^3$	3,5
р) 		$22a^3$	11
с) 		$16a^3$	8
т) 		$17a^3$	8,5

Рис. 2.10. Продолжение

задачи о положениях. Вычисляются линейная и угловая ошибки робота.

При кинематическом синтезе компоновки принимается, что скорость по обобщенным координатам робота постоянна и поэтому в блоке 5 вычисляется время цикла.

В блоке 6 выбранные компоновки оцениваются по энергетическим затратам на выполнение перемещений в цикле. Для этого перемножаются перемещения на силы, выраженные произведением относительных масс звеньев на единичное ускорение. При этом масса первого звена берется равной единице, а каждого последующего — в 1,3 раза меньшей.

В блоке 7 рассматривается требование технологических процессов по выполнению точных движений (например, установка в патрон) и определяется число степеней подвижности, необходимых для их осуществления.

В блоке 8 оценивается простота конструкции узлов соединения звеньев. Предпочтение отдается вращательным парам.

В блоках 9, 10 оцениваются площадь, занимаемая ГПМ, и удобство обслуживания оборудования путем анализа планировок с различными компоновками роботов. Для количественной оценки таких параметров, как удобство обслуживания оборудования и простота конструкции узлов соединения звеньев, применяют метод экспертных оценок, т. е. указанные показатели оценивают в баллах. Например, для портальной компоновки можно принять  $K_y = 3$ , порталной компоновки  $K_y = 5$ . Коэффициент простоты конструкции определяют исходя из сравнительной стоимости поступательных и вращательных пар. Например, принимают для поступательной пары  $K_{\text{пв}} = 0,5$ , для вращательной пары  $K_{\text{пв}} = 1$ . Коэффициент простоты конструкции робота определяют как сумму коэффициентов  $K_{\text{пв}}$  и  $K_{\text{пв}}$ :

$$K_{\text{пр}} = \sum_{i=1}^n K_{\text{пв}} + \sum_{i=1}^n K_{\text{пв}}$$

В блоке 11 окончательно выбираются кинематическая структура и компоновка робота по коэффициенту совершенства

$$K_{c12} = K_{31} \frac{P_{11}}{P_{12}} K_{32} \frac{P_{21}}{P_{22}} \dots K_{3i} \frac{P_{i1}}{P_{i2}},$$

где  $K_{31}, K_{32}, K_{3i}$  — коэффициенты значимости первого, второго,  $i$ -го параметров;  $P_{11}, P_{21}, P_{i1}$  — первый, второй,  $i$ -й

параметры первого робота;  $\Pi_{12}$ ,  $\Pi_{22}$ ,  $\Pi_{i2}$  – первый, второй,  $i$ -й параметры второго робота.

При  $K_{c12} > 1$  предпочтительной компоновкой и кинематической структурой обладает первый робот. В качестве параметров используются значения, полученные в блоках 7, 9, 11, 12, 13, 14.

Рассмотрим пример выбора структуры и компоновки промышленного робота для участка механической обработки, состоящего из двух станков (см. рис. 2.3).

Из рис. 2.10 выбираем структуры, имеющие наибольший удельный объем и принципиально различную компоновку. Из компоновок роботов, работающих в сферической системе координат, выбираем компоновку  $\tau$  ( $V_y = 8,5$ ), из компоновок роботов, работающих в угловой системе координат, – компоновку  $p$  ( $V_y = 11$ ), из компоновок порталных роботов – компоновку  $b$  ( $V_y = 4,5$ ).

На рис. 2.11,  $a$ – $в$  показано расположение рабочих зон станков № 1 и № 2 в вертикальной плоскости относительно робота со сферической (а) и угловой (б) структурой и порталной компоновки (в). На рис. 2.11,  $г$  показано расположение рабочих зон оборудования в горизонтальной плоскости.

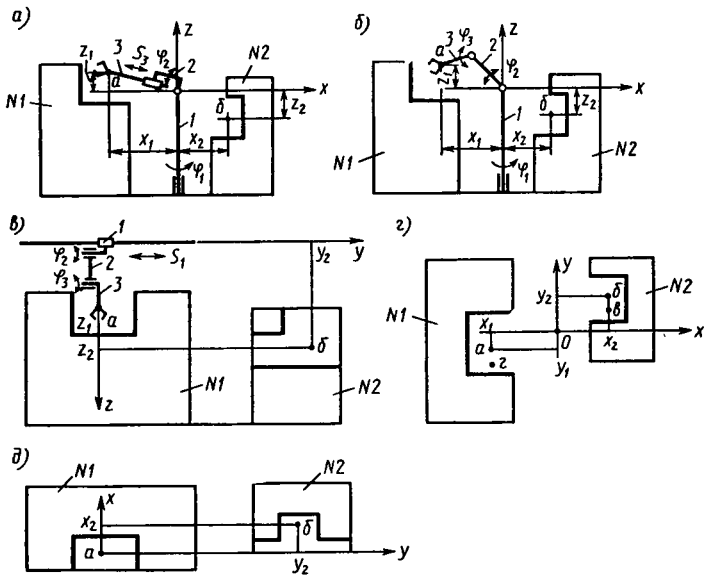


Рис. 2.11

сти относительно робота с напольной компоновкой, на рис. 2.11, д — относительно робота портальной компоновки.

Запишем выражения для координат схвата через координаты точек позиционирования и обобщенные координаты для компоновки  $r$  (рис. 2.11, а, з):

$$x = \sqrt{x^2 + y^2} \sin \varphi_1;$$

$$y = \sqrt{x^2 + y^2} \cos \varphi_1;$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2} \operatorname{tg} \varphi_2.$$

Ошибки позиционирования в приращениях обобщенных координат:

$$\Delta x = \sqrt{x^2 + y^2} \Delta \varphi_1 \sin \varphi_1 + \Delta S_3 \cos \varphi_1 + \sqrt{x^2 + y^2} \Delta \varphi_2 \cos \varphi_1;$$

$$\Delta y = \sqrt{x^2 + y^2} \Delta \varphi_1 \cos \varphi_1 + \Delta S_3 \sin \varphi_1 + \sqrt{x^2 + y^2} \Delta \varphi_2 \sin \varphi_2;$$

$$\Delta z = \sqrt{x^2 + y^2} \Delta \varphi_2 \sin \varphi_2,$$

где  $\Delta \varphi_1 = \varphi_1/D$ ;  $\Delta \varphi_2 = \varphi_2/D$  — угловые погрешности позиционирования звеньев 1 и 2;  $\Delta S_3 = S_3/D$  — линейная погрешность звена 3;

$$\varphi_1 = 180^\circ - \operatorname{arctg}(y_1/x_1) + \operatorname{arctg}(y_2/x_2);$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg}(z_1/\sqrt{x_1^2 + y_1^2}) + \operatorname{arctg}(z_2/\sqrt{x_2^2 + y_2^2});$$

$$S_3 = x_{\max}/\cos \varphi_1 - x_{\min}/\cos \varphi_2$$

— значения обобщенных координат;  $D$  — число дискрет датчика положения.

Имеем:

для станка № 1  $x_a = 1500$ ,  $y_a = 500$ ,  $z_a = 200$ ;

для станка № 2  $x_b = 1700$ ,  $y_b = 700$ ,  $z_b = 700$ ;  $D = 5000$ ;

$$\varphi_1 = 180^\circ - \operatorname{arctg}(500/1500) + \operatorname{arctg}(700/1700) = 183^\circ 55',$$

принимаем с учетом запаса хода для установки углов

$$\varphi_1 = 220^\circ;$$

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg}(200/\sqrt{1500^2 + 500^2}) + \operatorname{arctg}(700/\sqrt{1700^2 + 700^2}) =$$

$$= 28^\circ 54',$$

принимаем  $\varphi_2 = 45^\circ$ ;

$$S_3 = 1700/\cos \varphi_1 - 900/\cos \varphi_2 = 880 \text{ мм},$$

принимаем  $S_3 = 1000 \text{ мм}$ .

Тогда

$$\Delta\varphi_1 = 220/(57 \cdot 5000) = 7,7 \cdot 10^{-4};$$

$$\Delta\varphi_2 = 45/(57 \cdot 5000) = 1,5 \cdot 10^{-4};$$

$$\Delta S_3 = 1000/500 = 0,2 \text{ мм};$$

$$\Delta x_a = \sqrt{1500^2 + 500^2} \cdot 7,7 \cdot 10^{-4} \sin 18^\circ 43' + 0,2 \cos 18^\circ 43' + \\ + \sqrt{1500^2 + 500^2} \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} \cos 18^\circ 43' = 0,79 \text{ мм};$$

$$\Delta y_a = \sqrt{1500^2 + 500^2} \cdot 7,7 \cdot 10^{-4} \cos 18^\circ 43' + 0,2 \sin 18^\circ 43' + \\ + \sqrt{1500^2 + 500^2} \cdot 1,5 \cdot 10^{-4} \sin 18^\circ 43' = 1,283 \text{ мм};$$

$$\Delta z_a = \sqrt{1500^2 + 500^2} \cdot 7,7 \cdot 10^{-4} \sin 7^\circ 21' = 0,15 \text{ мм};$$

аналогично,

$$\Delta x_6 = 0,96 \text{ мм}; \quad \Delta y_6 = 1,47 \text{ мм}; \quad \Delta z_6 = 0,53 \text{ мм}.$$

Модуль максимальной ошибки

$$\Delta = \sqrt{\Delta x_6^2 + \Delta y_6^2 + \Delta z_6^2} = \sqrt{0,96^2 + 1,47^2 + 0,53^2} = 1,81 \text{ мм}.$$

Решая аналогичные уравнения для компоновки (рис. 2.10, г и 2.11, б), получаем:

$$\Delta x = 1,13 \text{ мм}; \quad \Delta y = 1,6 \text{ мм}; \quad \Delta z = 1,3 \text{ мм}.$$

Для порталной компоновки (рис. 2.10, б и 2.11, в, д)

$$\Delta x = 0,65 \text{ мм}; \quad \Delta y = 1,2 \text{ мм}; \quad \Delta z = 0,8 \text{ мм}; \quad \Delta = 1,58 \text{ мм}.$$

Таким образом, порталная компоновка по погрешности позиционирования имеет преимущество. Определяем время перемещения детали со станка № 1 на станок № 2:

$$t = \sum_{i=1}^n S_i / \dot{S}_i + \sum_{i=1}^n \varphi_i l_i / \dot{S}_i,$$

где  $S_i$  — суммарное линейное перемещение в цикле;  $\varphi_i$  — суммарное угловое перемещение;  $\dot{S}_i$  — линейная скорость;  $l_i$  — максимальное расстояние от оси вращения до схвата.

Робот со сферической системой координат должен последовательно выполнить перемещение  $S_3 = 800$  мм для выхода из станка, поворот вокруг оси  $\varphi_1 = 3,21$  рад,  $l_1 = 1030$  мм и перемещение  $S_3 = 900$  мм; перемещение  $\varphi_2 = 0,47$  рад совмещается с перемещением  $\varphi_1$  и в расчете времени не учитывается, тогда

$$t_1 = 800/\dot{S}_1 + 3,21 \cdot 1030/\dot{S}_1 + 900/\dot{S}_1 = 5006\dot{S}_1^{-1}.$$

Робот с угловой системой координат может выполнить перемещение двумя способами.

Первый способ: перемещения звеньев 2 и 3 на углы  $\varphi_2 = \varphi_3 = 0,7$  рад для выхода из станка; поворот вокруг оси  $z$  на угол  $\varphi_1 = 3,21$  рад,  $l_1 = 1030$  мм и в радиальном направлении за счет движений звеньев  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  на угол, равный  $0,75$  рад,  $l_2 = l_3 = 1050$  мм, тогда

$$t_2' = 0,7 \cdot 1050/\dot{S} + 3,21 \cdot 1030/\dot{S} + 0,75 \cdot 1050/\dot{S} = 4828\dot{S}^{-1}.$$

Второй способ: перемещения звеньев 2 и 3 одновременно на углы  $\varphi_2 = \varphi_3 = 2,36$  рад и поворот вокруг оси  $z$  на угол, равный  $0,22$  рад:

$$t_2'' = 2,36 \cdot 1050/\dot{S} + 0,22 \cdot 1830/\dot{S} = 2880\dot{S}^{-1}.$$

Робот порталной компоновки должен выполнить поворот звеньев 2 и 3 на угол  $\varphi_2 = \varphi_3 = 0,7$  рад, перемещение по оси  $y$   $S_1 = 5000$  мм и поворотом звеньев  $\varphi_2 = \varphi_3 = 0,75$  рад по осям  $z$ ,  $x$  ввести схват в рабочую зону второго станка:

$$t_3 = 0,7 \cdot 1050/\dot{S} + 5000/\dot{S} + 0,75 \cdot 1050/\dot{S} = 6522\dot{S}^{-1}.$$

По быстрдействию имеет преимущество робот с угловой системой координат при втором способе перемещения звеньев 2 и 3.

Сравним компоновки по энергетическим затратам, используя произведения перемещений на относительные силы, равные произведению относительных масс на единичные ускорения. Относительную массу первого звена принимаем равной единице, второго звена —  $0,76$ , третьего звена —  $0,53$ . Для компоновки на рис. 2.11, *a*

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n S_i F_{i0} &= S_3' m_3 1 + \varphi_1 l_1 m_1 1 + \varphi_2 m_2 1 + S_3'' m_3 1 = \\ &= 800 \cdot 0,53 + 3,21 \cdot 1030 + 0,47 \cdot 1030 \cdot 0,76 + 900 \cdot 0,53 \cdot 1 = 4575. \end{aligned}$$

Для компоновки на рис. 2.11, *б*

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n S_i F_{i0} &= 2,36 \cdot 1050 \cdot 0,53 + 2,36 \cdot 1050 \cdot 0,76 + 0,22 \cdot 1030 \cdot 1 = \\ &= 3422. \end{aligned}$$

Для компоновки на рис. 2.11, *в*

$$\sum_{i=1}^n S_i F_{i0} = 0,7 \cdot 1050 \cdot 0,53 + 5000 \cdot 1 \cdot 1 + 0,75 \cdot 1050 \cdot 0,53 = 5778.$$

По энергетическим затратам имеет преимущество компоновка робота с угловой системой координат.

Проведем оценку числа необходимых одновременно работающих степеней подвижности для загрузки детали в патрон станка (точки  $v$ ,  $z$ ). Робот на рис. 2.11,  $a$  перемещается в точки  $v$ ,  $z$  из точек  $a$  и  $b$  за счет одновременного движения первой и третьей степеней подвижности, робот на рис. 2.11,  $b$  производит это перемещение за счет одновременного движения всех трех степеней подвижности, робот с компоновкой (рис. 2.11,  $в$ ) – за счет одной первой степени подвижности, т. е. робот портальной компоновки имеет преимущество.

Сопоставление компоновок по занимаемой площади и удобству обслуживания проводят из анализа планировки (см. рис. 2.3). Преимущество имеет портальная компоновка.

Площадь, занимаемая портальной компоновкой (см. рис. 2.3),  $A_1 \times B_1 = 30 \text{ м}^2$ , напольной  $A \times B = 60 \text{ м}^2$ .

Коэффициент простоты конструкции:

рис. 2.11,  $a$ :  $K_{\text{пр}3} = 0,5 + 1,0 + 1,0 = 2,5$ ;

рис. 2.11,  $b$ :  $K_{\text{пр}2} = 3,0$ ;

рис. 2.11,  $в$ :  $K_{\text{пр}1} = 2,5$ .

Коэффициент удобства обслуживания напольной компоновки  $K = 3$ , портальной компоновки  $K = 6$ .

Коэффициенты значимости параметров точности и быстродействия примем равными 1, остальные – 0,75. Определим коэффициенты совершенства  $K_{c12}$  и  $K_{c13}$  портальной компоновки по сравнению с угловой и сферической компоновками:

$$K_{c12} = 1,0 \frac{2,34}{1,58} 1,0 \frac{2880}{6522} 0,75 \frac{3422}{5778} 0,75 \frac{3}{1} 0,75 \frac{60}{30} 0,75 \frac{6}{3} \times \\ \times 0,75 \frac{2,5}{3,0} = 1,40;$$

$$K_{c13} = 1,0 \frac{1,81}{1,58} 1,0 \frac{5006}{6522} 0,75 \frac{4575}{5778} 0,75 \frac{2}{1} 0,75 \frac{60}{30} 0,75 \frac{6}{3} \times \\ \times 0,75 \frac{3,0}{3,0} = 2,93.$$

Параметры точности и быстродействия определяются как обратные величины погрешности позиционирования и времени движения.

Таким образом, портальная компоновка является предпочтительной.



Размеры рабочей зоны, кинематическая структура и перемещения ориентирующих степеней подвижности. Кинематическая структура, перемещения и рабочая зона ориентирующих степеней подвижности определяются исходя из кинестатического анализа движений объекта манипулирования в процессе производства, кинематической структуры НМС и положения руки относительно объекта манипулирования. Расчет проводят в такой последовательности.

1. Объект манипулирования простой формы (деталь вращения) формализуют в виде одного вектора  $\vec{r}_1$  (рис. 2.12, а), сложной формы — в виде двух векторов  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  (рис. 2.12, б, в). Векторы направляют по осям, характеризующим положение объекта манипулирования в технологической оснастке.

2. С рукой робота связывают подвижную систему координат  $Oxuz$  (рис. 2.12, д). Ось  $x$  направляют по оси выходного звена руки, а точку  $O$  начала координат совмещают с концом выходного звена руки.

3. Точку  $O$  соединяют вектором  $\vec{r}_3$  с точкой вектора  $\vec{r}_1$ , где предполагается осуществить захват объекта манипулирования.

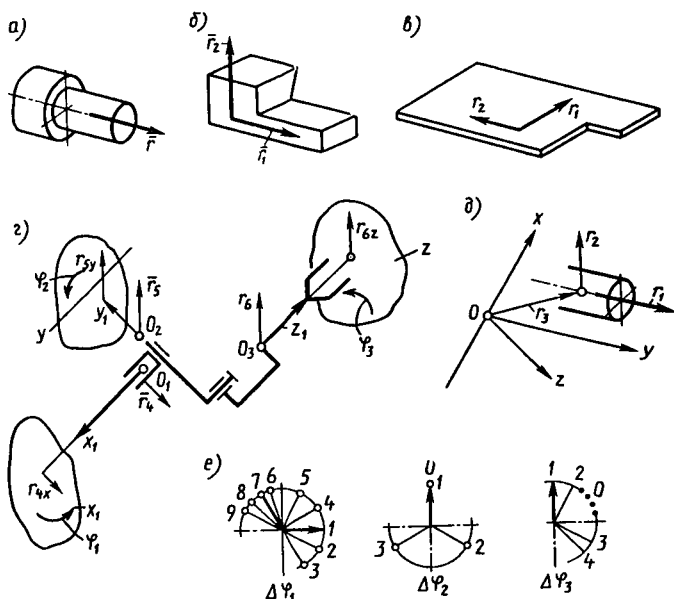


Рис. 2.12

4. Определяют проекции  $r_{jxi}$ ,  $r_{jyi}$ ,  $r_{jzi}$  векторов  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$ ,  $\vec{r}_3$  на плоскости координат  $Oxyz$  в случае изменения взаимного положения руки и объекта манипулирования в процессе производства, где  $j = 1, 2, 3$  — номер вектора;  $i$  — номер характерного положения объекта манипулирования в процессе производства.

5. Проводят анализ изменения углов наклона проекций  $r_{jxi}$ ,  $r_{jyi}$ ,  $r_{jzi}$  к осям координат  $Oxyz$ . На основе анализа разрабатывают структурную кинематическую схему ориентирующих степеней подвижности. При наличии изменения углов ( $\Delta\varphi_{jx}$ ,  $\Delta\varphi_{jy}$ ,  $\Delta\varphi_{jz} \neq 0$ ) необходимо предусматривать при построении структурной схемы вращательную пару с осью, перпендикулярной соответствующей плоскости координат  $Oxyz$ .

6. С неподвижными осями вращательных пар ориентирующего механизма связывают подвижную систему координат  $O_1x_1$ ,  $O_2y_2$ ,  $O_3z_3$ . С подвижными осями вращательных пар перпендикулярно им связывают векторы  $\vec{r}_4$ , ...,  $\vec{r}_6$  (рис. 2.12, з). Для робота, работающего в угловой системе координат, задают размеры звеньев ориентирующего механизма, так как его перемещения зависят от этих размеров и взаимного расположения робота и оборудования.

7. Во всех характерных точках рабочего цикла робота, в которых имеется изменение взаимного расположения звеньев ориентирующего механизма и руки робота, строят диаграммы проекций векторов  $\vec{r}_4$ , ...,  $\vec{r}_6$  на плоскости, перпендикулярные осям  $O_1x_1$ ,  $O_2y_1$ ,  $O_3z_1$ , которые называют диаграммами изменения углов перемещения звеньев ориентирующего механизма  $\Delta\varphi_1$ , ...,  $\Delta\varphi_3$ . Каждое положение проекций векторов обозначают порядковым номером точки в цикле робота. Диаграммы  $\Delta\varphi_1$ , ...,  $\Delta\varphi_3$  приведены на рис. 2.12, е.

8. В зоне наибольшей дисперсии точек на диаграммах  $\Delta\varphi_1$ , ...,  $\Delta\varphi_3$  выбирают нулевое положение степени подвижности и обозначают его нулем (рис. 2.12, е).

9. Определяют максимальное отклонение углов  $\Delta\varphi_1$ , ...,  $\Delta\varphi_3$  от выбранного нулевого положения. Найденные значения  $\varphi_1$ ,  $-\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ ,  $-\varphi_2$  определяют необходимую рабочую зону ориентирующих степеней подвижности. При установке жестких упоров на степени подвижности полученные значения углов увеличивают на  $5...7^\circ$ .

10. При разработке конструкции ориентирующего механизма из конструктивных соображений (компактность, особые условия работы) иногда бывает выгодно изменить

структурную схему ориентирующего механизма (например, углы между вращающимися парами), тогда этапы 6...8 повторяют.

**Пример 1.** Определить кинематическую структуру и рабочую зону ориентирующего механизма кисти робота напольного типа, работающего в сферической системе координат и обслуживающего два токарных станка. Планировка гибкого производственного модуля приведена на рис. 2.13, а, эскиз детали — на рис. 2.12, а, а положение детали относительно рабочей зоны станков — на рис. 2.13, в, г.

**Решение.** Так как деталь представляет собой тело вращения, то формализуем ее в виде вектора  $\vec{r}_1$  (см. рис. 2.12, а).

2. С рукой робота связываем подвижную систему координат  $Ox_1y_1z_1$  (рис. 2.13, в, г). Учитывая, что захватывание осуществляется перпендикулярно оси детали, вектор  $\vec{r}_3$  направляем перпендикулярно оси вектора  $\vec{r}_1$ .

3. В цикле имеются две характерные точки: загрузка первого и второго станков. Определяем проекции векторов на плоскости  $Ox_1y_1$  в этих характерных точках (рис. 2.13, а, в, г). Анализ проекций векторов показывает, что изменения положения векторов происходят в плоскостях  $Oyz$  и  $Oxz$ . Следовательно, для ориентации

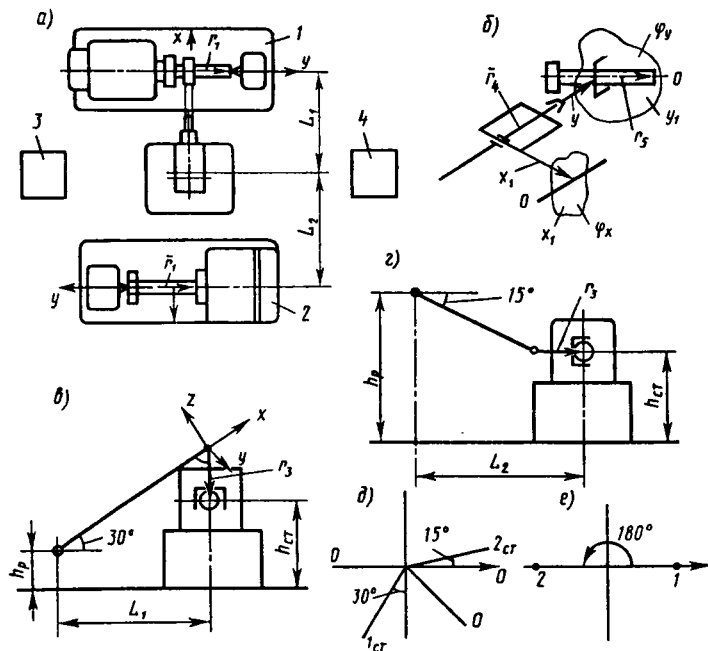


Рис. 2.13

заготовки нужен двухступенной ориентирующий механизм, оси которого перпендикулярны плоскостям  $Oyz$  и  $Oxz$ . Структурная кинематическая схема изображена на рис. 2.13, б.

4. Вводим подвижную систему координат: ось  $O_1x_1$  совпадает с осью первой вращательной пары, ось  $O_2y_2$  — с осью второй вращательной пары; вектор  $\vec{r}_4$  направляем по оси звена 1, а вектор  $\vec{r}_5$  — по оси заготовки (рис. 2.13, б). Задаемся значением вектора  $\vec{r}_4$ , равным  $r_k$ .

5. В характерных точках находим проекции векторов  $\vec{r}_4$ ,  $\vec{r}_5$  на плоскости  $x_1, y_1$ . Диаграммы углов  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$  показаны на рис. 2.13, д, е.

6. По диаграммам  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$  определяем  $+\Delta\varphi_1 = 15^\circ$ ;  $-\Delta\varphi_1 = 120^\circ$  и  $\Delta\varphi_1 = 135^\circ$ . Запас хода выбираем  $\pm 5^\circ$  и  $\Delta\varphi'_1 = 135^\circ + 10^\circ = 145^\circ$ . Нулевое положение принимаем равным  $45^\circ$ , так как ярко выраженная дисперсия точек отсутствует. Аналогично,  $+\Delta\varphi_2 = 0$ ;  $-\Delta\varphi_2 = 180^\circ$ . Нулевое положение принимаем совпадающим с вертикальной осью руки.

**Пример 2.** Определить кинематическую структуру и рабочие зоны ориентирующих степеней подвижности робота, предназначенного для контактной сварки дверных проемов автомобилей, крыла колеса, проемов заднего и переднего стекла. Расположение точек показано на рис. 2.14, а.

**Решение.** По требованиям технологического процесса ось электродов должна располагаться перпендикулярно свариваемым листам. Инструмент формализуем векторами  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$  (рис. 2.14, б). На рис. 2.14, в, г, е изображены проекции векторов  $\vec{r}_1$ ,  $\vec{r}_2$  на плоскости  $Oxy$ ,  $Oxz$ ,  $Oyz$  подвижной системы координат. Анализ рис. 2.14, в, г, е показывает, что имеется изменение углов наклона проекций векторов  $\vec{r}_1$  и  $\vec{r}_2$ . Таким условиям может удовлетворять ориентирующий механизм (рис. 2.14, д) с тремя взаимно перпендикулярными степенями подвижности. Связываем с его осями подвижную систему координат и векторы  $\vec{r}_4, \dots, \vec{r}_6$ . Так как робот работает в декартовой системе координат, то значения  $r_4, \dots, r_6$  можно не задавать. На рис. 2.14, ж — и показаны диаграммы изменения углов  $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, \Delta\varphi_3$ .

Сварка замкнутых контуров дверных проемов и проемов колес производится за счет изменения углов  $\Delta\varphi_1$  и  $\Delta\varphi_2$ . Сварка проемов заднего окна производится за счет изменения углов  $\Delta\varphi_2, \Delta\varphi_3$ . По диаграмме за нулевую принимаю точку, расположенную в нижней части диаграммы по вертикали. Тогда  $+\Delta\varphi_1 = 180^\circ$ ,  $-\Delta\varphi_1 = 180^\circ$ ,  $-\Delta\varphi_2 = 45^\circ$ ,  $+\Delta\varphi_2 = +45^\circ$ ,  $+\Delta\varphi_3 = +90^\circ$ ,  $-\Delta\varphi_3 = -90^\circ$ . С учетом запаса хода для установки жестких упоров  $\Delta\varphi_1 = 390^\circ$ ,  $\Delta\varphi_2 = 100^\circ$ ,  $\Delta\varphi_3 = 180^\circ$ .

**Размеры робота.** Для различных компоновок размеры робота определяются путем наложения проекций рабочих зон оборудования и рук робота в вертикальной и горизонтальной плоскостях (рис. 2.15, а — ж). Размеры рабочих зон оборудования (на рисунке заштрихованы) обозначены  $a_i, b_i, c_i$ , а положения рабочих зон относительно робота —  $h_m, l_i, r_i$ .

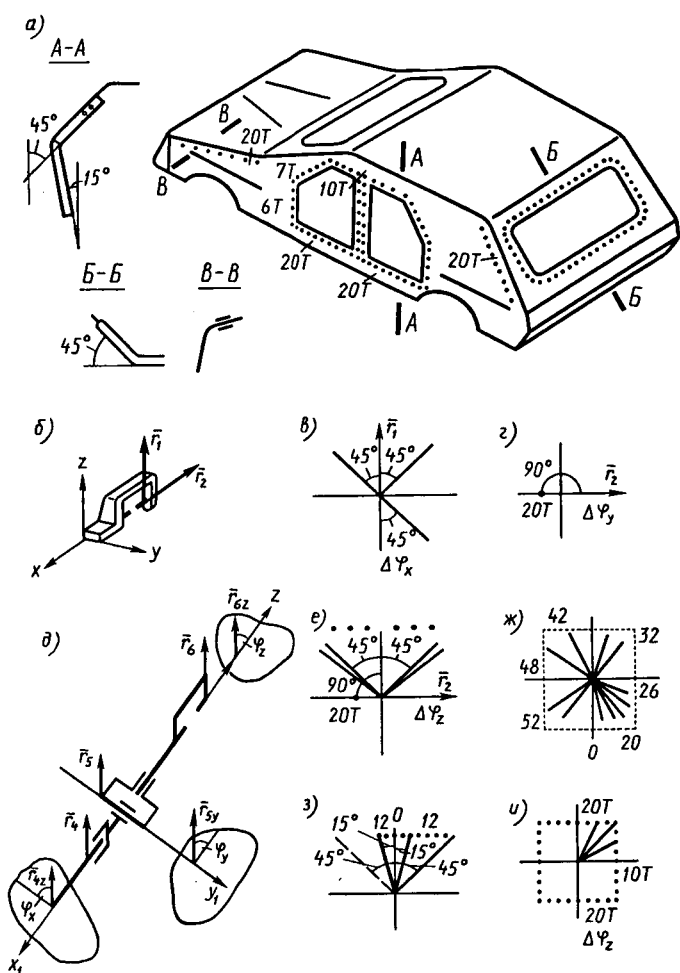


Рис. 2.14

Определим перемещения в вертикальной плоскости звеньев НМС робота, работающего в сферической системе координат (рис. 2.15, а). Угол качания руки

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2,$$

где  $\varphi_1 = \arctg \frac{(h_{01} + b_1 + r_k \cos \alpha) - h_m}{l_1 - r_k \sin \alpha}$  — максимальный угол перемещения руки вверх от горизонтали;  $\varphi_2 =$

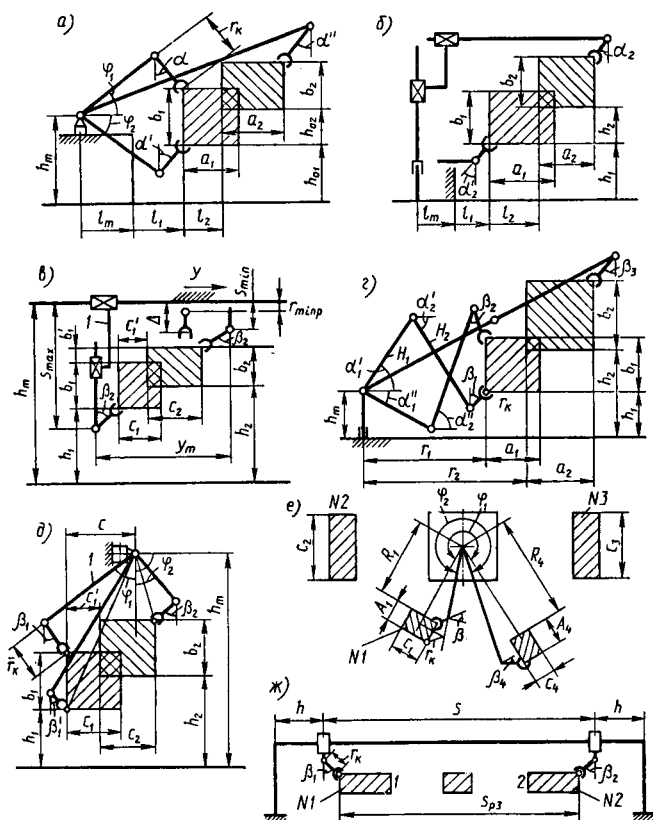


Рис. 2.15

$$= \operatorname{arctg} \frac{h_m - (h_{01} - r_k \cos \alpha')}{l_1 - r_k \sin \alpha'} - \text{максимальный угол перемещения руки вниз по горизонтали; } r_k - \text{расстояние от детали до оси качания кисти.}$$

Радиальное перемещение

Радиальное перемещение

$$S = R_{\max} - R_{\min},$$

где

$$R_{\max} = (l_2 + a_2 + r_k \sin \alpha'') / \cos \left( \operatorname{arctg} \frac{h_{02} + b_2 + r_k \cos \alpha''}{l_2 + a_2 + r_k \sin \alpha''} \right)$$

— расстояние от оси робота до максимально удаленной точки рабочей зоны оборудования;

$$R_{\min} = (l_1 - r_k \sin \alpha') / \cos (\operatorname{arctg} \varphi_2)$$

— расстояние от оси робота до минимально удаленной точки рабочей зоны оборудования.

Определим перемещения звеньев НМС роботов, работающих в *цилиндрической системе координат* (рис. 2.15, б). Перемещение руки в вертикальном направлении

$$S_n = h_2 + b_2 - h_1 + r_k (\cos \alpha_2 + \cos \alpha_2').$$

Перемещение руки в горизонтальном направлении

$$S_r = l_2 + a_2 - l_1 + r_k (\sin \alpha_2 + \sin \alpha_2').$$

Определим перемещения звеньев НМС роботов *портальной компоновки*. Роботы портальной компоновки в основном обслуживают рабочую зону в поперечном направлении за счет прямолинейного (рис. 2.15, в) и углового перемещений звена 1 (рис. 2.15, д), т. е.

$$h_m = h_2 + r_{\min p} + \Delta_3 + b_2,$$

где  $r_{\min p}$  — минимальный размер от оси монорельса до конца кисти, который выбирается из конструктивных соображений;  $\Delta_3$  — минимальный зазор между верхней точкой оборудования, над которым перемещается робот, и схватом; обычно принимают  $\Delta_3 = 100 \dots 150$  мм и в этом зазоре устанавливают ограждение, которое предохраняет оборудование при аварийном падении груза;  $h_0$  — максимальная высота оборудования, над которым перемещается робот.

Для случая, когда робот имеет возможность выхода из рабочей зоны с согнутой на  $90^\circ$  кистью,

$$h_m = h_2 - r_{\min p} + \Delta_3 + b_2.$$

Перемещения в поперечном направлении зависят от положения кисти при подходе в рабочую зону робота:

$$y_m = c_1' + c_2 + r_k (\sin \beta_1 + \sin \beta_2).$$

При обеспечении перемещения в направлении  $y$  за счет качания звена 1 (рис. 2.15, д)

$$\varphi_2 = \operatorname{arctg} [(c_1' + c_2 + r_k \sin \beta_2 - c) / (h_m - h_2 - b_2 - r_k \cos \beta_2)];$$

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg} [(c + r_k \sin \beta_1) / (h_m - h_1 - b_1 - r_k \cos \beta_1)].$$

Вертикальное перемещение руки при работе в декартовой системе координат (рис. 2.15, в)

$$z_d = h_2 + b_2 + r_k (\cos \beta_2 + \cos \beta_1) - h_1;$$

в угловой системе координат (рис. 2.15, з)

$$z_y = \frac{h_m - h_1 - r_k \cos \beta_1}{\cos \varphi'_1} - \frac{h_m - h_2 - b_2 - r_k \cos \beta_2}{\cos \varphi_2},$$

где  $\cos \varphi'_1 = (c + r_k \sin \beta'_1) / (h_m - h_1 - r_k \cos \beta'_1)$ .

Определим размерные характеристики робота, работающего в угловой системе координат (рис. 2.15, з). При выборе длины звеньев и предельных углов их поворота необходимо руководствоваться следующими соотношениями:  $H_1 = (0,7 \dots 1,3)h_2$ ;  $\alpha_1 = 90 \dots 120^\circ$ ;  $\alpha_2 = 90 \dots 270^\circ$ . Следует отметить, что наибольшие значения  $H_1$  и  $\alpha_1$  по сравнению с  $H_2$  характерны для роботов, рабочая зона которых в радиальном направлении имеет большие размеры. Это характерно для роботов, обслуживающих кузнечно-прессовое и другое подобное оборудование. Наибольшие значения  $H_2$  по сравнению с  $H_1$  у роботов, зона которых в вертикальном направлении больше, чем в радиальном. Это характерно для технологических роботов, выполняющих окраску, сварку и транспортно-складские работы.

Угол  $\alpha_2$  имеет наибольшее значение у роботов, перемещение кисти которых на  $180^\circ$  в горизонтальной плоскости осуществляется за счет вращения звеньев  $H_1$  и  $H_2$  в вертикальной плоскости. Значения  $H_1$  и  $H_2$  определяют по положению звеньев для максимально удаленной точки рабочей зоны:

$$(H_1 + H_2)^2 = (r_2 + a_2 + r_k \sin \beta_3)^2 + (h_2 + b_2 - h_m + r_k \cos \beta_2)^2.$$

Подставив  $H_1 = KH_2$ , получим

$$H_2 = \sqrt{\frac{(r_2 + a_2 + r_k \sin \beta_2)^2 + (h_2 + b_2 + r_k \cos \beta_2)^2}{(1 + K)^2}}.$$

Выбранные углы  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  и их составляющие  $\alpha'_1$ ,  $\alpha''_1$ ,  $\alpha'_2$ ,  $\alpha''_2$  проверяют в крайних точках необходимой рабочей зоны, подставляя их значения в уравнения:

$$r_1 - r_k \sin \beta_1 = H_1 \cos \alpha'_1 + H_2 \cos \alpha'_2;$$

$$h_1 - r_k \cos \beta_1 = h_m + H_1 \sin \alpha'_1 + H_2 \sin \alpha'_2;$$

$$r_1 - r_k \sin \beta_2 = H_1 \cos \alpha''_1 + H_2 \cos \alpha''_2;$$

$$h_1 + b_1 = h_m - H_1 \sin \alpha''_1 + H_2 \sin \alpha''_2;$$

$$r_2 + a_2 + r_k \sin \beta_2 = \sqrt{(H_1 + H_2)^2 - (h_2 + b_2 + r_k \cos \beta)^2};$$

$$\alpha_1 = \alpha'_1 + \alpha''_1;$$

$$\alpha_2 = \alpha'_2 + \alpha''_2.$$



В случае перемещения кисти на  $180^\circ$  в горизонтальной плоскости за счет вращения звеньев  $H_1$  и  $H_2$  в вертикальной плоскости  $\alpha_1 = 2\alpha_1''$ ,  $\alpha_2 = 2\alpha_2'$ .

Определим характеристики рабочей зоны робота в горизонтальной плоскости. Расчет сводится к нахождению угла поворота относительно вертикальной оси для роботов, работающих в сферической, цилиндрической и угловой системах координат, и перемещений руки по порталу для роботов портальной компоновки.

Угол поворота руки в горизонтальной плоскости определяют пользуясь планом размещения рабочих зон оборудования в горизонтальной плоскости с наложением на него схемы подхода кисти в его рабочую зону (рис. 2.15, е).

Угол перемещения руки робота в горизонтальной плоскости

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \operatorname{arctg} \frac{c_1/2 + r_k \cos \beta_1}{R_1 - r_k \sin \beta_1} + \\ + \operatorname{arctg} \frac{c_4/2 + r_k \cos \beta_4}{R_4 - r_k \sin \beta_4} + \varphi_1',$$

где  $\varphi_1$  — угол между центральными осями крайних рабочих зон станков № 1 и № 4;  $R_1$ ,  $R_4$  — расстояния до начала крайних рабочих зон станков № 1 и № 4;  $r_k$  — радиус кисти;  $\beta_1$  — угол наклона кисти в горизонтальной плоскости при обслуживании станка № 1;  $\beta_4$  — угол наклона кисти в горизонтальной плоскости при обслуживании станка № 4;  $\varphi_1'$  — запас угла поворота руки до жесткого упора; из конструктивных соображений его принимают равным  $10...15^\circ$ .

Перемещение руки робота по порталу определяют исходя из плана расположения крайних рабочих зон оборудования и наложения на него положения кисти в крайних точках рабочей зоны (рис. 2.15, ж).

Перемещение руки робота по порталу

$$S = S_{pz} + r_k \sin \beta_1 + r_k \sin \beta_2,$$

где  $S_{pz}$  — расстояние между крайними точками рабочих зон оборудования;  $\beta_1$  — угол наклона кисти при обслуживании крайней точки станка № 1;  $\beta_2$  — угол наклона кисти при обслуживании крайней точки станка № 2.

Расстояние  $h$  от оси опоры портала до оси руки выбирают конструктивно из условия размещения опор руки на портале и необходимого запаса для установки жесткого упора и конечного выключателя.

**Определение параметров движения по степеням подвижности.** Для каждой степени подвижности должны быть определены средняя технологическая скорость (цикловая), максимальные скорость и ускорение.

*Определение средних скоростей.* Исходной величиной для определения максимальной скорости и ускорения является средняя (цикловая) скорость

$$V_{ц} = S_{i\Sigma}/t_{ц}; \quad \omega_{ц} = \varphi_{i\Sigma}/t_{ц},$$

где  $\varphi_{i\Sigma}$ ,  $S_{i\Sigma}$  — суммарное перемещение кисти робота;  $t_{ц}$  — суммарное время цикла, выполняемого роботом. Суммарное перемещение кисти робота рассчитывается из программы робота и планировки ГПМ. Время цикла  $t_{ц}$  определяется на основе технологических требований и сравнивается с временем цикла, выполняемого вручную, и рентабельности внедрения промышленного робота:

$$t_{ц} = t_{цч}/K_{п},$$

где  $t_{цч}$  — время выполнения цикла человеком;  $K_{п}$  — коэффициент увеличения производительности труда при замене человека роботом.

Время выполнения цикла человеком определяется как сумма времени на выполнение всех движений в цикле. Нормативы времени на элементарные движения человека см. в [17]. При наличии утвержденных нормативов выполнения ручных операций [17] вычисляются с их использованием  $t_{цч}$ .

Минимальный уровень рентабельности определяется отсутствием убытков, т. е. годовой экономический эффект  $\mathcal{E}_r$  должен быть равен нулю:

$$\mathcal{E}_r = \left( 3_1 K_{п} B \frac{P_1 + E_n}{P_2 + E_n} - \frac{I'_2 - E_n K'_2}{P_p + E_n} - 3_2 \right) A'_2, \quad (2.3)$$

где  $3_1$  — затраты на производство единицы продукции при ручной работе;  $B$  — коэффициент, учитывающий уменьшение выхода бракованных изделий при замене рабочего роботом;  $P_1$  и  $P_2$  — доли отчислений от балансовой стоимости на полное восстановление единицы изготавливаемого изделия; рассчитываются как величины, обратные общему сроку службы изделия при ручном производстве и при автоматизированном производстве;  $E_n$  — нормативный коэффициент эффективности:  $E_n = 0,15$ ;  $I'_2$  — затраты на эксплуатацию робота, отнесенные к единице продукции;  $K'_2$  — сопутствующие капитальные вложения (без учета стоимости робота) на отладку ГПМ;  $3_2$  — приведенные затраты на новое средство труда (робот).

Полагая  $\mathcal{E}_r = 0$  и решая (2.3) относительно  $K_n$ , получаем

$$K_n = \frac{(1/t_2 + 0,15)[I_{2r} + 0,15K'_2 + C_p(0,15 + 1/t_p)]}{(1/t_1 + 0,15)\Phi_3 n B(1/t_p + 0,15)}, \quad (2.4)$$

где  $t_1, t_2$  — сроки службы изделия при ручном и роботизированном производстве;  $I_{2r}$  — годовые расходы на эксплуатацию робота;  $C_p$  — стоимость робота;  $t_p$  — срок службы робота;  $\Phi_3$  — фонд заработной платы рабочего с учетом отчислений на социальные нужды;  $n$  — число высвобожденных рабочих.

Таким образом, выражение (2.4) учитывает уменьшение выхода бракованных деталей, увеличение срока службы изделий, эксплуатационные расходы, стоимость робота, затраты на зарплату рабочего и социальные нужды.

Как показывают расчеты, коэффициент  $K_n$  может изменяться в зависимости от стоимости робота в широких пределах: от 1,2 до 7. Поэтому после определения коэффициента  $K_n$  необходимо проверить возможность загрузки ГПМ с применением робота исходя из его годовой производительности.

**Пример 1.** Рассчитать средние скорости по степеням подвижности при обслуживании роботом токарного станка (планировка приведена на рис. 2.3, а). Стоимость робота  $C_p = 40$  тыс. руб.;  $K'_2 = 1,0$  тыс. руб.;  $t_p = 10$  лет;  $t_1 = 2$  года;  $t_2 = 2,5$  года;  $B = 0,9$ ;  $\Phi_3 = 0,3 \cdot 12 \cdot 1,8 = 6,48$  тыс. руб.;  $n = 2$ ;  $I_{2r} = 0,5$  тыс. руб.

Решение. Подставляя данные в выражение (2.4), получим

$$K_n = \frac{(1/2,5 + 0,15)0,5 + 0,15 \cdot 1,0 + 40(0,15 + 1/10)}{(1/2 + 0,15)6,48 \cdot 2 \cdot 0,9(1/10 + 0,15)} = 3,25.$$

Для определения средних скоростей по степеням подвижности составим циклограмму работы человека (табл. 2.4) и рассчитаем перемещения робота исходя из планировки ГПМ.

Время на зажим-разжим  $t_3 = 0,3$  с распределим равномерно по переходам. Число переходов робота  $n_p = 21$ . Среднюю скорость по степеням подвижности определяем из выражения

$$V_{cp} = K_y S_i / (t_i - t_3 / n_p),$$

где  $t_i$  — время выполнения человеком движения, соответствующего перемещению робота  $S_i$ .

Для выдвигания руки (движение № 4)

$$V_{cp1} = 3,25 \cdot 0,6 / (0,94 - 0,3/21) = 2,11 \text{ м/с.}$$

Для поворота руки (движение № 8)

$$\omega_{cp} = 3,25 \cdot 3,14 / (0,627 + 1,338 - 0,3/21) = 5,23 \text{ 1/с.}$$

Таблица 2.4

Человек			Робот		
№	Переход	Вре- мя, с	Переходы и команды	Путь, мм, (рад)	Вре- мя, с
1	Протянуть руку к детали (400 мм)	0,42	Выдвижение руки	600	—
2	Взять деталь	0,264	Захват детали		0,3
3	Снять с переднего центра	0,56	Сдвиг руки	100	—
4	Выдвинуть деталь из рабочей зоны станка	0,94	Выдвижение руки	600	—
5	Повернуть корпус на $\pi/4$ рад к лотку с готовыми деталями	0,627	Подход к лотку Поворот руки Качание руки Сгиб кисти	(1,75) (0,09) (1,57)	— —
6	Протянуть руку к лотку (300 мм)	0,84	Выдвижение руки Качание руки	600 (0,09)	— —
7	Разжать пальцы	0,07	Разгрузка детали Разжим		0,3
8	Повернуть корпус на $\pi$ рад к лотку с заготовками	0,627 + 1,338	Отход от лотка Качание руки Выдвижение руки Подход к лотку Поворот руки	(0,09) 600 (3,14)	—
9	Протянуть руку к заготовке	0,22	Выдвижение руки	300	—
10	Взять заготовку	0,264	Взятие заготовки Качание руки Зажим	(0,09)	0,3
11	Отвести руку с заготовкой от лотка	0,84	Отход от лотка Качание руки	(0,09)	—

Человек			Робот		
№	Переход	Вре- мя, с	Переходы и команды	Путь, мм, (рад)	Вре- мя, с
11	(300 мм)		Выдвижение руки	300	
12	Поворот корпуса на $\pi/2$ рад к станку	0,027	Подход к стан- ку Поворот руки Качание руки	(1,57) (0,09)	—
13	Вывод заготовки на линию центров	0,94	Переход на ли- нию центров Выдвижение руки	600	—
14	Разжать пальцы	0,072	Переход на пе- редний центр		
15	Убрать руку из ра- бочей зоны	0,47	Выход из рабо- чей зоны Выдвижение руки	600	—

Для качания кисти (движение № 5)

$$\omega_{\text{cp}} = 3,25 \cdot 1,57 / (0,627 - 0,3/21) = 8,29 \text{ 1/с.}$$

Для сдвига руки (движение № 3)

$$V_{\text{cp}} = 3,25 \cdot 0,1 / (0,627 - 0,3/21) = 0,53 \text{ м/с.}$$

Для качания руки (движение № 6)

$$\omega_{\text{cp}} = 3,25 \cdot 0,09 / (0,264 - 0,3/21) = 1,15 \text{ 1/с.}$$

Для уменьшения скоростей необходимо уменьшить перемещения по степеням подвижности или уменьшить стоимость робота.

*Определение максимальных скоростей и ускорений.* Расчет проводят исходя из реального закона движения (рис. 2.16, а) путем приравнивания заштрихованных площадей реального графика движения и графика движения со средней скоростью  $V_{\text{cp}}(t_1 + t_{12} + t_{23}) = V_{\text{max}}(0,5t_1 + t_{12} + 0,5t_{23})$ .

Заменив  $t_{12}/t_1 = K_2$ ,  $t_{23}/t_1 = K_3$ , получим

$$V_{\text{max}} = V_{\text{cp}}(1 + K_2 + K_3) / (0,5K_2 + 0,5K_3).$$

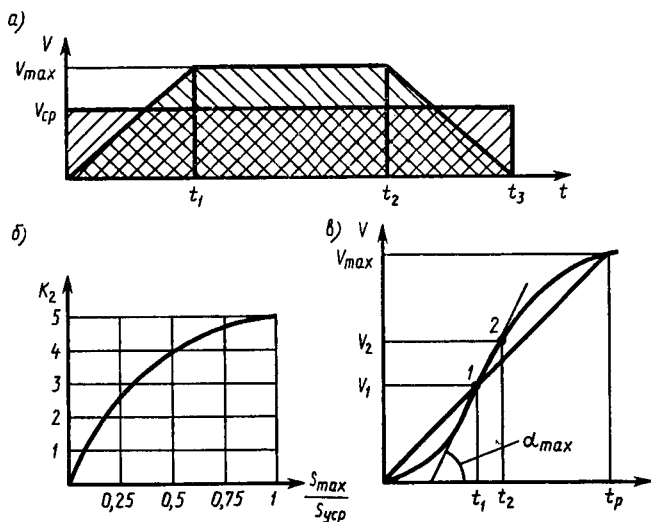


Рис. 2.16

Следует отметить, что в зависимости от перемещений коэффициент  $K_2$  принимает значения от 0 до 5:  $K_2 = 0$ , если перемещения происходят на коротких участках (например, перемещения робота контактной сварки);  $K_2 = 5$  для транспортных роботов с большими перемещениями (например, при расположении станков в линию и перемещениях робота по монорельсу вдоль линии станков).

Коэффициент  $K_3$  изменяется от 1 до 1,5: большие значения соответствуют роботам с высокой точностью, закон перемещения которых характеризуется наличием в конце пути ползущей скорости. Для роботов, обслуживающих станки,  $K_2 = 3$ ,  $K_3 = 1,3$ ,  $V_{\max} = 1,25V_{\text{ср}}$ ; для роботов, обслуживающих кузнечно-прессовое оборудование,  $K_2 = 0$ ,  $K_3 = 1$ ,  $V_{\max} = 2V_{\text{ср}}$ .

Для роботов, у которых в цикле сменяются и короткие и длинные перемещения, расчет ведут по усредненному циклу

$$S_{\text{ср}} = \sum_{i=1}^n S_i/n,$$

где  $\sum_{i=1}^n S_i$  — суммарный путь перемещения в цикле;  $n$  — число перемещений; значение  $K_2$  находят по графику (рис. 2.16, б).

Максимальные ускорения по степеням подвижности находят из анализа графика изменения скорости при разгоне и торможении (рис. 2.16, в).

Среднее ускорение

$$a_{\text{ср}} = V_{\text{max}}/t_p,$$

где  $t_p$  — время разгона — для роботов составляет 0,15...0,5 и зависит от типа привода: для гидропривода  $t_p = 0,15...0,25$  с, для электропривода  $t_p = 0,3...0,5$  с.

Максимальное ускорение определяют из выражения

$$a_{\text{max}} = a_{\text{ср}} K_a,$$

где  $K_a = (V_2 - V_1)t_p / [(t_2 - t_1)V_{\text{max}}]$ : у современных роботов с электроприводом  $K_a = 1,5...2,0$ , с гидроприводом  $K_a = 1,2...1,3$ .

Выбранные параметры робота должны соответствовать современному техническому уровню. Поэтому на стадии разработки технического задания проводят *патентно-информационный анализ*, в результате которого выбирают один или несколько наиболее совершенных моделей роботов и сравнивают их параметры с параметрами разрабатываемого робота. Параметры сравнивают по их удельным значениям

$$P_{\text{уд}i} = P_i/P_o,$$

где  $P_i$  — значение  $i$ -го параметра;  $P_o$  — значение основного параметра. В качестве основного параметра для промышленных роботов выбирают грузоподъемность или производство грузоподъемности на объем рабочей зоны, так как скоростные, габаритные, массовые, точностные параметры зависят от этих величин.

По каждому параметру определяют коэффициент совершенства:

$$K_{ci} = P_{\text{уд}ia} / P_{\text{уд}i},$$

где  $P_{\text{уд}ia}$  — удельные параметры выбранного аналога;  $P_{\text{уд}i}$  — удельные параметры разрабатываемого робота.

Определяют комплексный параметр совершенства робота:

$$K_c = K_{c1} K_{c2} \dots K_{ci}.$$

На этапе разработки технического задания принимают  $K_c \geq 1,25...1,3$ ; на этапе изготовления опытного образца —  $K_c \geq 1,1...1,2$ ; в процессе производства значение  $K_c$  необходимо поддерживать на уровне  $0,95 < K_c < 1,15$ .

### 2.3. Агрегатно-модульный принцип проектирования промышленных роботов

Промышленные роботы агрегатно-модульной конструкции обладают минимальным числом степеней подвижности при максимальном соответствии их кинематических возможностей и параметров требованиям технологических процессов (быстродействию, точности, грузоподъемности) за счет изменения кинематической структуры и выходных параметров степеней подвижности путем соединения конструктивных модулей и агрегатов. *Под конструктивным модулем* понимают автономный машинный агрегат, выполняющий функцию по крайней мере одной степени подвижности робота. Модули могут соединяться между собой непосредственно через унифицированные стыковочные поверхности или корпусные переходные детали, обеспечивающие различное положение модулей друг относительно друга.

Одним из важных условий агрегатно-модульного построения робота является требование конструирования отдельных элементов по функциональному признаку. В этой связи агрегатные узлы должны быть по возможности законченными и конструктивно независимыми механизмами. Конструктивные модули должны включать привод, аппаратуру управления и клеммовые разъемы для подсоединения к устройству управления. Конструкции узлов должны удовлетворять требованиям динамики, прочности, жесткости. Агрегатные узлы должны обеспечивать взаимную компоновку в различных сочетаниях и положениях, а их монтаж должен быть простым и надежным. Состав модулей определяется из функционально-кинематического анализа технологических процессов и принятого принципа агрегатирования.

При требовании только изменения кинематической структуры робота агрегатирование проводят на базе функциональных модулей, которые называют *модулями первого уровня*.

При требованиях изменения кинематической структуры робота, а также его выходных параметров агрегатирование проводят путем создания модулей первого уровня из *модулей второго уровня*, выполняющих одну из функций модулей первого уровня. Модули второго уровня называют *агрегатами*.

Стыковочные элементы узлов однотипного назначения должны быть унифицированы. При создании агрегатно-модульной системы должна также решаться задача уменьшения номенклатуры узлов и устройств, входящих в ее состав.



Конкретные модификации роботов, построенные из агрегатных узлов, должны удовлетворять следующим требованиям:

параметры робота — грузоподъемность, скорость перемещений исполнительных органов, погрешность позиционирования, размеры рабочей зоны, тип СПУ — должны определяться исходя из требований всех технологических процессов, на которых планируется его использовать;

структурная схема робота и его компоновка должны обеспечивать минимальное число манипуляционных действий, необходимых для обслуживания конкретной модели основного технологического оборудования или для выполнения определенной технологической операции, т. е. число степеней подвижности робота не должно превышать минимально необходимое для выполнения требуемых манипуляционных действий, а технические показатели системы управления должны максимально (но без избыточности) соответствовать требованиям, удовлетворяющим решению конкретных технологических задач;

число операций и темп их исполнения в сочетании с суммой затрат на внедрение должны обеспечить технико-экономическую эффективность применения робота (нижнюю границу); максимальный темп работы робота определяется требованиями технологии (вместе с числом возлагаемых на робот операций) и экономически целесообразным техническим уровнем конструкции робота.

Унификация и нормализация основных параметров роботов и его узлов является одной из основных задач при разработке агрегатно-модульной системы.

**Грузоподъемность.** При агрегатно-модульном построении робота следование какому бы то ни было ряду грузоподъемности становится затруднительным, так как его грузоподъемность зависит от массы входящих узлов и может значительно колебаться при замене одного узла другим, изменении длины хода, замене привода, установке узла в другом положении. Таким образом, номинальная грузоподъемность регламентируется лишь для наиболее характерных модификаций или базовых моделей группы.

Выбор ряда по грузоподъемности для специализированных агрегатных роботов осуществляется на основе следующих соображений. Анализ распределения номенклатуры металлорежущих станков, отобранных для использования в составе ГПМ по весовым характеристикам обрабатываемых деталей, показал, что станки, обрабатывающие детали весом не менее 10 кг, составляют не более 6% от общего

количества станков, а станки, обрабатывающие детали весом более 160 кг, составляют не более 12%. Поэтому целесообразно ограничить ряд по грузоподъемности: 10, 20, 40, 80, 160 кг. Вместе с тем опыт проектирования свидетельствует о том, что в роботах грузоподъемностью 20 кг используются те же конструктивные решения, что и в роботах грузоподъемностью 10 кг. Это же справедливо и для роботов грузоподъемностью 40 и 80 кг. Это в основном объясняется тем, что, как правило, вес объекта манипулирования значительно меньше веса подвижных узлов робота, т. е. влияние веса детали на размеры конструкции относительно мало. Поэтому ряд грузоподъемности для специализированных агрегатных роботов можно ограничить тремя значениями: 10, 40, 160 кг. Такое ограничение позволяет значительно сократить число типоразмеров агрегатных узлов.

Эти значения, принятые за основу, служат исходными для задания энергетических показателей приводных узлов группы роботов. Энергетические показатели модулей, такие, как развиваемая мощность, сила или момент вращения, устанавливаются при разработке параметрического ряда агрегатных систем.

Скорости и перемещения исполнительных органов регламентируются в пределах отдельной группы роботов, построенных, как правило, на основе какой-либо базовой модели. Трудности, возникающие при решении этой задачи, связаны с многообразием компоновок роботов и зависимостью динамических показателей конструкции выбранного варианта от конструкции стыкуемых модулей.

Анализ существующих конструкций агрегатно-модульных роботов показывает, что значения перемещений узлов стремятся к геометрическому ряду и, как правило, кратны 50 или 100 мм.

**Конструкции стыковочных элементов и присоединительные размеры узлов.** В существующих конструкциях агрегатно-модульных роботов используется два вида соединений узлов: клеммовое и на винтах. Клеммы, надеваемые на цилиндрические оси, применяются в основном для легких манипуляторов. Такое соединение позволяет легко регулировать линейное и угловое расположение узлов.

При соединении винтами на узлах предусматривают базовые плоскости и крепежные отверстия. В тех случаях, когда предъявляются высокие требования к точности сочленения, используют базирующие отверстия. В узлах манипуляторов невысокой точности выполняется несколько стыковочных элементов, позволяющих устанавливать узлы

в различных положениях. Переустановка указанных узлов позволяет изменять форму и расположение рабочей зоны манипулятора. Выбор конструкции и размеров стыковочных элементов узлов и их нормализации являются основой для агрегатного построения роботов.

Захватные устройства нормализуются по грузоподъемности, наибольшему размеру захватываемой поверхности, по конструкции и размерам элементов крепления к руке робота.

Системы управления, комплектующие агрегатную группу роботов, должны быть унифицированы по внешним связям с оборудованием и механической системой. Задача унификации СПУ сводится к созданию модификаций устройств управления из унифицированных функциональных блоков и комплектованием таких устройств на заводе-изготовителе.

**Выбор базовых компоновок.** Для выполнения операций загрузки-разгрузки станков, прессов, литейных машин и т. п. целесообразно создавать специализированные роботы, основанные на агрегатно-модульном принципе построения. При этом в номенклатуру нормализованных узлов должны быть включены только модули, в которых привод органически входит в узел.

При создании агрегатно-модульной системы роботов важно рационально выбрать базовую компоновку. Число базовых компоновок в основном определяет сложность и объем агрегатной системы.

Базовые компоновки роботов выбираются из следующих соображений:

основное назначение агрегатно-модульной системы — создание специализированных роботов, предназначенных для обслуживания определенной группы оборудования;

специализированные роботы должны обладать минимальной функциональной избыточностью;

базовые компоновки должны выбираться на основе анализа схем загрузки металлорежущих станков;

предпочтение должно отдаваться компоновкам, обеспечивающим более прочные конструктивные решения и больший охват станков по количеству и типам обслуживания станков;

число унифицированных узлов, из которых строятся агрегатно-модульные роботы, должно быть минимальным.

Очевидно, что наибольшее влияние на выбор компоновки специализированного агрегатного робота оказывает набор его региональных движений, т. е. таких движений, при которых робот входит в зону загрузки станка и вводит за-

готовку в зажимное приспособление станка. Это связано с тем, что локальные движения робота характеризуются малыми перемещениями, часто зависят от конструкции схвата и поэтому не оказывают существенного влияния на компоновку робота, а глобальные движения полностью зависят от структуры ГПМ и определяют обычно не более одной степени подвижности.

Анализ зон загрузки станков показал, что зоны загрузки всех металлорежущих станков могут быть условно сведены к 12 основным типам, отличающимся друг от друга возможностями входа в зону. Возможные направления входа руки в зону загрузки станка (т. е. региональные движения) определялись из следующих условий:

траекториями входа руки в зону загрузки станка могут быть только прямая и дуга окружности;

число региональных степеней подвижности ограничено;

последнее региональное движение при установке заготовки в зажимное приспособление станка всегда прямолинейное. Перебором всех возможных вариантов с учетом указанных ограничений были получены 84 региональные схемы загрузки ПР станка.

Эти региональные схемы загрузки анализируют по частоте возможного их применения и выбирают те, с помощью которых можно загрузить не менее 20% различных металлорежущих станков. В дальнейшем для уточнения компоновок роботов проводят анализ глобальных движений.

Глобальные движения робота — это перемещения на расстояния, превосходящие размеры как самого робота, так и размеры обслуживаемого им оборудования. При наличии робота глобальные движения определяют возможную компоновку ГПМ и, наоборот, выбранная компоновка ГПМ накладывает условия на возможные глобальные степени подвижности робота.

Анализ основных компоновок ГПМ показал, что основными типами компоновок являются линейная, линейно-параллельная и круговая.

Линейная компоновка ГПМ характеризуется расположением деталей, находящихся на станках и в накопителях, на одной плоскости. Наиболее целесообразна для обслуживания вертикальная плоскость. В этом случае и компоновка робота получается простой, включающей всего два движения.

Линейно-параллельная компоновка ГПМ характеризуется расположением деталей, находящихся на станках и в на-

копителях, в некотором объеме. Зона обслуживания робота должна охватывать этот объем, что усложняет конструкцию робота, но повышает его возможности и упрощает конструкцию накопителей.

Круговая компоновка ГПМ характеризуется тем, что детали, находящиеся на станках и накопителях, располагаются на дугах окружностей, центры которых находятся на вертикальной оси. Такая компоновка усложняет работу оператора, поэтому число одновременно обслуживаемых станков не превышает двух.

Проведенный анализ трех основных типов компоновок ГПМ показал, что роботы должны иметь следующие глобальные движения: горизонтальное перемещение вдоль фронта станков; вращение вокруг вертикальной оси. Отсюда следует, что компоновка робота может быть определена региональной схемой загрузки оборудования и одним из двух глобальных перемещений.

Полученные таким образом компоновки роботов анализируют по частоте возможного их применения, сложности, удобству обслуживания ГПМ.

Область применения каждого робота определяется в основном массой деталей, серийностью производства, соотношением времени обработки детали и цикла робота, удобством работы оператора. В целом можно считать, что подвесные роботы в основном предназначены для многостаночного обслуживания в условиях мелкосерийного и серийного производства при обработке сравнительно крупных деталей со сравнительно большим временем обработки. Область применения напольных роботов — комплексы из одного станка в условиях серийного и крупносерийного производства, обрабатывающие сравнительно мелкие детали с малым временем обработки, при этом расположение робота не затрудняет обслуживания станка.

Окончательный отбор компоновок для агрегатной системы должен осуществляться при конструктивной разработке унифицированных узлов.

Основные узлы агрегатных роботов можно определить исходя из анализа базовых компоновок. Определяющим принципом для выделения агрегатного узла из компоновки робота является конструктивная самостоятельность механизмов узла.

В группу модулей подвесных роботов целесообразно включать следующие узлы: монорельс, колонну, каретку, привод каретки, руку с прямолинейным перемещением, привод прямолинейных перемещений, узел прямолинейного

перемещения, руку качающуюся, привод качания, узел качания, руку шарнирную, руку поворотную, головку, захватные устройства.

Для компоновки напольных роботов требуются дополнительно следующие основные узлы: основание неподвижное, основание подвижное, узел выдвижения, узел поворота.

Определение характеристик узлов и модулей агрегатных роботов является, как уже отмечалось, важнейшим этапом в создании агрегатно-модульной системы. При этом следует принимать во внимание следующие основные соображения:

габариты базовых и большинства исполнительных узлов агрегатных роботов определяются габаритами металлорежущих станков и размерами их зон загрузки;

размеры сечений исполнительных элементов (рук) определяют исходя из требований к жесткости элементов робота; эти требования назначаются исходя из той минимальной точности, которой должен обладать робот, чтобы загрузить деталь на станок;

характеристики приводов определяются исходя из условий наибольшего быстродействия робота.

Так, например, оптимальные длины монорельсов для порталных роботов были определены следующим образом: были проанализированы технические характеристики 500 моделей металлорежущих станков, отобранных для работы в составе ГПМ. Все станки были разбиты на три группы: легкие с весом обрабатываемой детали до 10 кг, средние с весом обрабатываемой детали 10...40 кг и тяжелые с весом обрабатываемой детали 40...160 кг. Очевидно, что минимально возможное расстояние между колоннами робота должно быть не меньше длины станка плюс свободная зона обслуживания его. Учитывалось, что для обслуживания станка вокруг него должна быть свободная зона шириной не менее 800 мм. Так были получены распределения расстояний между колоннами для основных типов ГПМ с учетом грузоподъемности робота.

Эти распределения послужили основанием для выбора стандартного ряда монорельсов. При этом учитывались также следующие соображения: число типоразмеров должно быть минимальным; завышение длин монорельсов по сравнению с требуемым приводит к увеличению металлоемкости робота и площади, занимаемой ГПМ.

Кроме двух опорных монорельсов целесообразно предусмотреть консольные монорельсы. Учитывая, что, как правило, деформация на конечном звене от кручения монорельса значительно превышает деформацию от его изгиба, при вы-

боре длин консольных монорельсов можно исходить из условия равной жесткости конструкции по кручению. В связи с тем что угол закручивания монорельса при двухопорной балке пропорционален  $ML/4$ , где  $M$  — действующий крутящий момент,  $L$  — длина пролета между опорами, а при консольной балке пропорционален  $Ml$ , где  $l$  — длина консоли, то исходя из условия равной жесткости  $l = L/4$ .

Учитывая также, что обработка монорельсов длиной свыше 6300 мм затруднительна, целесообразно предусмотреть для пролетов большой длины возможность изготовления составных монорельсов из двух, стыкуемых по торцам.

Таким образом, общий ряд длин монорельсов может быть представлен в следующем виде:

Для грузоподъемности	
робота до 10 кг . . . . .	1600, 3150, 4000, 5000, 6300
То же, до 40 кг . . . . .	2000, 4000, 5000, 6300, 8000
» до 160 кг . . . . .	2500, 4000, 5000, 6300, 8000, 10 000

Для определения размеров сечения монорельсов рассчитывалось смещение центра схвата в зависимости от веса детали. Вес детали является определяющим фактором в данном случае в связи со следующим обстоятельством. Программируемый робот всегда можно «обучить» двигаться по той траектории, по какой это необходимо, и выходить в нужную точку зоны загрузки станка. Деформации узлов от собственного веса и вызванные ими смещения схвата легко корректируются при обучении робота. При движении робота с зажатой деталью схват дополнительно сместится на величину деформаций, вызванных только весом этой детали. Скомпенсировать эти деформации заранее при обучении робота невозможно, так как неизвестно, какого веса деталь (в пределах диапазона своей грузоподъемности) будет перемещать робот. Если же обучать робот с зажатой в схвате деталью, то при движении с пустым схватом будет наблюдаться принципиально та же картина — схват будет смещен относительно запрограммированного положения на величину, равную деформации от веса детали. Если эти деформации велики, то робот не сможет ввести деталь в зажимное приспособление станка или взять ее оттуда.

Под действием веса детали монорельс будет прогибаться и закручиваться, что приводит к смещению центра схвата. Как было установлено, определяющим фактором при определении размеров сечения монорельса является его крутильная жесткость. Поэтому поперечное сечение монорельса

должно быть кольцевое замкнутое. Такое сечение можно получить, используя стандартные профили: трубу, закрытый швеллер (с заваренной стенкой), закрытый с двух сторон двутавр. Но монорельс, изготовленный из трубы, очень неудобен для закрепления на нем направляющих каретки. Что касается закрытого двутавра, то, будучи несколько более жестким, чем закрытый швеллер, он значительно превышает последний по весу и трудоемкости изготовления (необходимо наваривать две стенки). Поэтому целесообразно принять в качестве поперечного сечения монорельса швеллер по ГОСТ 8240—72 с наваренной стенкой, образующей коробчатое сечение.

Допускаемая величина смещения центра схвата может быть определена исходя из условия установки вала в центры токарного станка: центр пиноли задней бабки не должен оставлять забоин на конической поверхности центрального отверстия вала. Тогда максимально допустимое смещение вала  $\Delta$  относительно оси центров токарного станка не должно превосходить  $0,5d$ , где  $d$  — диаметр центрального отверстия.

Необходимо также учесть, что смещение вала зависит от величины биения детали относительно оси центров, непараллельности детали, зажатой в схвате, и оси центров станка, неточности захвата и т. п. Опыт показывает, что эти величины составляют приблизительно  $2/3$  от величины  $\Delta$ .

Считая, что деформация монорельса составляет приблизительно 75% от общей деформации системы, получаем  $\Delta = 0,125d$ .

**Алгоритм структурного и кинематического синтеза компоновок.** Выбор структурной схемы и компоновки модульного робота является одним из основных этапов его формирования. Как правило, система модулей позволяет сформировать несколько компоновок, решающих задачу обслуживания станков заданного ГПМ. Однако с точки зрения производительности, качества выполнения работ, сборки и наладки ГПМ эти компоновки будут далеко не равноценны.

Чтобы сравнить компоновки модульного робота, необходимо определить критерии, характеризующие качество функционирования робота с выбранной компоновкой в данном ГПМ. Такими критериями могут быть цикл робота в данном ГПМ, точность позиционирования, энергетические затраты на выполнение движений, масса компоновки и экономические показатели.

Очевидно, что на первом этапе построения модульного робота невозможно использовать все эти критерии.



В связи с этим проектирование модульного промышленного робота будем рассматривать как некоторый итеративный процесс, содержащий различные этапы: построение системы агрегатов и модулей, структурный и кинематический анализ и синтез компоновки из модулей и агрегатов, динамический синтез компоновок, выбор компоновок по экономическим показателям.

Этап, связанный с проведением кинематических и геометрических расчетов и выбором структуры модульного робота, будем называть этапом структурного и кинематического синтеза.

Схема структурного и кинематического синтеза модульного промышленного робота из набора модулей по условию максимального быстродействия представлена на рис. 2.17.

В блоке 1 выбирается число модулей в данной системе с учетом возможности их стыковки друг с другом.

В блоке 2 решаются обратные задачи о положениях для всех компоновок модульного робота. Решение этих задач приведено в кн. 1.

В блоке 5 решаются задачи об абсолютных положениях звеньев в процессе позиционирования по отношению к неподвижным элементам станка и робота и о положениях подвижных элементов робота друг относительно друга. Эту задачу будем называть прямой задачей о положениях манипулятора. В этом случае заданными будем считать обобщенные координаты, найденные при решении обратной задачи о положениях.

В блоке 7 рассчитываются линейная и угловая ошибки модульного робота в конфигурации, соответствующей положениям объекта манипулирования на оборудовании. Вычисленные линейная и угловая ошибки робота в рабочих положениях сравниваются с допустимыми значениями, задаваемыми исходя из требуемой точности позиционирования.

При кинематическом синтезе компоновки принимается, что скорость по обобщенным координатам робота постоянна и задана как техническая характеристика модуля. Поэтому в блоке 9 время перехода вычисляется между каждой начальной и конечной точками и найденные значения времени суммируются. Следует, однако, заметить, что вопрос о переходах между начальными и конечными точками является достаточно сложным, так как возможны различные траектории перехода. Методы решения таких задач изложены в кн. 1.

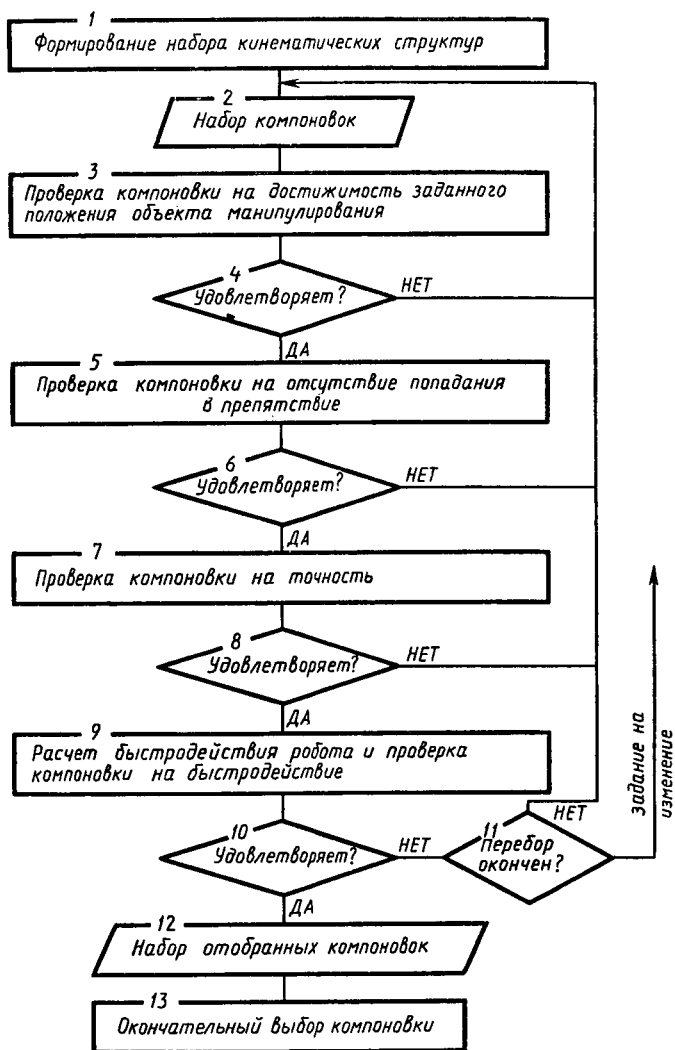


Рис. 2.17

Окончательная компоновка выбирается по наиболее важному для данного процесса критерию или по нескольким критериям. Такими критериями для роботов являются точность и (или) быстродействие.

**Пример выбора компоновки промышленного робота модульного типа по условиям точности и быстродействия.** Необходимо выбрать компоновку модульного робота РПМ-25 по условию точности и быстродействия для обслуживания участка из трех станков (рис. 2.18).

Расчет точности позиционирования и времени обслуживания для робота компоновки № 1 (рис. 2.19, а). Запишем координаты схвата:

$$x_{cx} = R \cos \varphi_1 = \sqrt{h^2 + s_3^2} \cos \varphi_1;$$

$$y_{cx} = R \sin \varphi_1 = \sqrt{h^2 + s_3^2} \sin \varphi_1;$$

$$z_{cx} = s_2.$$

Выражения для ошибок позиционирования запишем в приращениях обобщенных координат:

$$\Delta x = \sqrt{h^2 + s_3^2} \sin \varphi_1 \Delta \varphi_1 + \cos \varphi_1 \frac{s_3}{\sqrt{h^2 + s_3^2}} \Delta s_3;$$

$$\Delta y = \sqrt{h^2 + s_3^2} \cos \varphi_1 \Delta \varphi_1 + \sin \varphi_1 \frac{s_3}{\sqrt{h^2 + s_3^2}} \Delta s_3;$$

$$\Delta z = \Delta s_2.$$

Координаты точки загрузки на станке № 1 следующие:  $x_{ct} = 0$ ;  $y_{ct} = 1,8$  м;  $z_{ct} = 1,7$  м. Из условия совпадения поло-

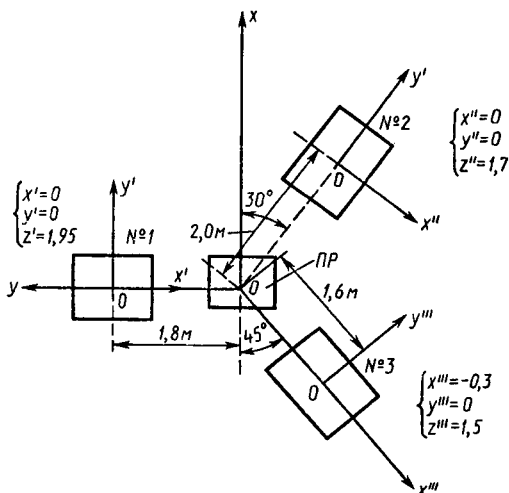


Рис. 2.18

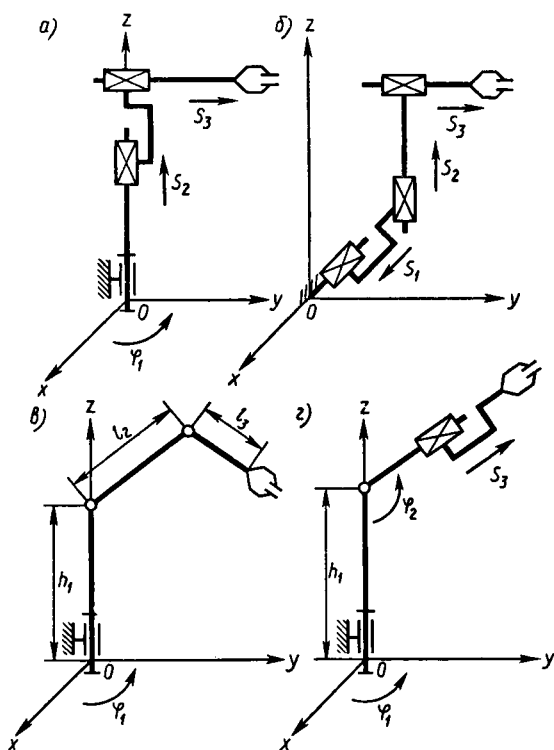


Рис. 2.19

жения схвата робота с положением этой точки станка получим систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{h^2 + s_3^2} \cos \varphi_1 = 0; & h = 0,5 \text{ м}; \\ \sqrt{h^2 + s_3^2} \sin \varphi_1 = 1,8; \\ s_2 = 1,7. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, находим значения обобщенных координат:  $\varphi_1 = 90^\circ$ ;  $s_3 = 1,8$  м. Подставляя найденные значения обобщенных координат в полученные ранее выражения для ошибок позиционирования и принимая ошибки выдвигания и поворота из технических характеристик модуля, получим погрешности позиционирования схвата робота по каждой из осей:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -\sqrt{h^2 + s_3^2} \sin \varphi_1 \cdot \Delta \varphi_1 + \cos \varphi_1 \frac{s_3}{\sqrt{h^2 + s_3^2}} \Delta s = \\ &= -\sqrt{0,5^2 + 1,8^2} \cdot 10 \sin 90^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} + \\ &+ \cos 90^\circ \frac{1,8 \cdot 10^3}{\sqrt{0,5^2 + 1,8^2 \cdot 10^3}} 0,8 = -1,35 \text{ мм.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= \sqrt{h^2 + s_3^2} \cos \varphi_1 \cdot \Delta \varphi_1 + \sin \varphi_1 \frac{s_3}{\sqrt{h^2 + s_3^2}} \Delta s_3 = \\ &= \sqrt{0,5^2 + 1,8^2} \cdot 10^3 \cos 90^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} + \\ &+ \sin 90^\circ \frac{1,8 \cdot 10^3}{\sqrt{0,5^2 + 1,8^2 \cdot 10^3}} 0,8 = 0,77 \text{ мм;} \end{aligned}$$

$$\Delta z = \Delta s_2 = 0,4 \text{ мм.}$$

Модуль максимальной ошибки позиционирования

$$\Delta \rho_1 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{(-1,35)^2 + 0,77^2 + 0,4^2} = 1,66 \text{ мм.}$$

Координаты точки загрузки на станке № 2 следующие:  $x_{\text{ст}} = 1,8 \cos 30^\circ = 1,56 \text{ м}$ ;  $y_{\text{ст}} = 1,8 \cos 120^\circ = -0,9 \text{ м}$ ;  $z_{\text{ст}} = 1,95 \text{ м}$ .

Из условия  $x_{\text{сх}} = x_{\text{ст}}$ ,  $y_{\text{сх}} = y_{\text{ст}}$ ,  $z_{\text{сх}} = z_{\text{ст}}$  запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{h^2 + s_3^2} \cos \varphi_1 = 1,56 \text{ м;} \\ \sqrt{h^2 + s_3^2} \sin \varphi_1 = -0,9 \text{ м;} \\ z = s_2 = 1,95 \text{ м.} \end{cases}$$

Из указанной системы уравнений находим значения обобщенных координат и время перемещения:  $\varphi_1 = -30^\circ$ ;  $s_3 = 1,8 \text{ м}$ ;  $\Delta \varphi_1 = 60^\circ$ ;  $\Delta s_3 = 0$ ;  $\Delta s_2 = 0,25$ ;  $t_1 = 3,2 \text{ с}$ ;  $t_2 = 2,0 \text{ с}$ ;  $t_3 = 0$ . Подставим найденные значения обобщенных координат в выражения для ошибок. С учетом ошибок выдвижения и поворота получим погрешности по каждой из осей:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -\sqrt{0,5^2 + 1,8^2} \cdot 10^3 \sin(-30^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} + \\ &+ \cos(-30^\circ) \frac{1,8 \cdot 10^3}{\sqrt{0,5^2 + 1,8^2 \cdot 10^3}} 0,8 = 1,31 \text{ мм;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= \sqrt{0,5^2 + 1,8^2} \cdot 10^3 \cos(-30^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} + \\ &+ \sin(-30^\circ) \frac{1,8 \cdot 10^3}{\sqrt{0,5^2 + 1,8^2 \cdot 10^3}} 0,8 = 1,5 \text{ мм;} \end{aligned}$$

$$\Delta z = \Delta s_2 = 0,4 \text{ мм.}$$

Модуль ошибки позиционирования

$$\Delta\rho_2 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{1,31^2 + 1,5^2 + 0,4^2} = 2,03 \text{ мм.}$$

Координаты точки станка № 3:  $x_{\text{ст}} = -1,3 \cos 45^\circ = -0,92 \text{ м}$ ;  $y_{\text{ст}} = -1,3 \sin 45^\circ = -0,92 \text{ м}$ ;  $z_{\text{ст}} = s_2 = 1,5 \text{ м}$ . Из условия совпадения положения схвата робота с положением этой точки станка получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \sqrt{h^2 + s_3^2} \cos \varphi_1 = -0,92 \text{ м}; \\ \sqrt{h^2 + s_3^2} \sin \varphi_1 = -0,92 \text{ м}; \\ s_2 = 1,5 \text{ м.} \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, находим значения обобщенных координат и время перемещения:  $\varphi' = 225^\circ$ ;  $s_2 = 1,2 \text{ м}$ ;  $s_3 = 1,3 \text{ м}$ ;  $\Delta\varphi_1 = 255^\circ$ ;  $\Delta s_2 = 0,75 \text{ м}$ ;  $\Delta s_3 = 0,5 \text{ м}$ ;  $\Delta t_1 = 4,6 \text{ с}$ ;  $\Delta t_2 = 3,0 \text{ с}$ ;  $\Delta t_3 = 3,5 \text{ с}$ . Подставим найденные значения обобщенных координат в выражения для ошибок. С учетом погрешностей выдвижения и поворота получим погрешности по каждой из осей:

$$\Delta x = -\sqrt{0,5^2 + 1,3^2} \cdot 10^3 \sin 225^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} + \cos 225^\circ \frac{1,3 \cdot 10^3}{\sqrt{0,5^2 + 1,3^2} \cdot 10^3} 0,8 = 0,15 \text{ мм};$$

$$\Delta y = \sqrt{0,5^2 + 1,2^2} \cdot 10^3 \cos 225^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} + \sin 225^\circ \frac{1,3 \cdot 10^3}{\sqrt{0,5^2 + 1,3^2} \cdot 10^3} 0,8 = -1,19 \text{ мм};$$

$$\Delta z = \Delta s_2 = 0,4 \text{ мм.}$$

Модуль ошибки

$$\Delta\rho_3 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{0,15^2 + (-1,19)^2 + 0,4^2} = 1,38 \text{ мм.}$$

Средняя ошибка позиционирования при обслуживании участка роботом данной компоновки

$$\Delta\rho_{\text{ср}} = \sum_1^3 \Delta\rho_i / 3 = (1,6 + 2,03 + 1,38) / 3 = 1,67 \text{ мм.}$$

Полное время обслуживания участка — 7,8 с.

Расчет точности позиционирования для робота компоновки № 2 (рис. 2.19, б). Запишем координаты схвата робота:  $x_{\text{сх}} = s_1$ ;  $y_{\text{сх}} = s_2$ ;  $z_{\text{сх}} = s_3$ .

Значения ошибок позиционирования по обобщенным координатам берем из технических характеристик состав-

ляющих модулей:  $\Delta x = \Delta s_1 = 0,4$  мм;  $\Delta y = \Delta s_2 = 0,8$  мм;  $\Delta z = \Delta s_3 = 0,8$  мм. Таким образом получаем, что модуль ошибки позиционирования робота компоновки № 2 не зависит от положения станка и равен

$$\Delta \rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{\Delta s_1^2 + \Delta s_2^2 + \Delta s_3^2} = \\ = \sqrt{0,4^2 + 0,8^2 + 0,8^2} = 0,89 \text{ мм.}$$

Средняя ошибка  $\Delta \rho_{\text{ср}} = 0,89$  мм.

Робот компоновки № 2 не может реализовать обслуживание данного участка ввиду выхода необходимых точек позиционирования за зону обслуживания.

*Расчет точности позиционирования для робота компоновки № 3 (рис. 2.19, в). Запишем координаты схвата:*

$$x_{\text{сх}} = [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \cos \varphi_1;$$

$$y_{\text{сх}} = [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \sin \varphi_1;$$

$$z_{\text{сх}} = h_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 [\sin(\varphi_2 + \varphi_3)].$$

Выражения для ошибок позиционирования запишем вращениях обобщенных координат:

$$\Delta x = -\sin \varphi_1 \Delta \varphi_1 [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] + \\ + \cos \varphi_1 [-l_2 \sin \varphi_2 \Delta \varphi_2 - l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)(\Delta \varphi_2 + \Delta \varphi_3)];$$

$$\Delta y = \cos \varphi_1 \Delta \varphi_1 [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] + \\ + \sin \varphi_1 [-l_2 \sin \varphi_2 \Delta \varphi_2 - l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3)(\Delta \varphi_2 + \Delta \varphi_3)];$$

$$\Delta z = l_2 \cos \varphi_2 \Delta \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)(\Delta \varphi_2 + \Delta \varphi_3).$$

Координаты рабочей точки на станке № 1:  $x_{\text{ст}} = 0$ ;  $y_{\text{ст}} = 1,7$  м;  $z_{\text{ст}} = 1,7$  м. Из условия  $x_{\text{ст}} = x_{\text{сх}}$ ,  $y_{\text{ст}} = y_{\text{сх}}$ ,  $z_{\text{ст}} = z_{\text{сх}}$  получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \cos \varphi_1 = 0; \\ [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \sin \varphi_1 = 1,7; \\ h_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) = 1,7, \end{cases}$$

откуда  $\varphi_2 = \pm 45^\circ$ ;  $\varphi_3 = \pm 112^\circ$ .

Подставим найденные значения обобщенных координат в выражения для ошибок позиционирования. С учетом погрешностей модулей получим ошибки по каждой из осей:

$$\Delta x = -\sin 90^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} [700 \cos(-45^\circ) + \\ + 1300 \cos(112 - 45^\circ)] = -0,72 \text{ мм};$$

$$\Delta y = \sin 90^\circ [-700 \sin(-45^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} - 1300 \sin(112 - 45)^\circ (7,2 \cdot 10^{-4} + 7,2 \cdot 10^{-4})] = -1,37 \text{ мм};$$

$$\Delta z = 700 \cos(-45^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} + 1300 \cos(112 - 45)^\circ (7,2 \cdot 10^{-4} + 7,2 \cdot 10^{-4}) = 1,09 \text{ мм}.$$

Модуль ошибки

$$\Delta \rho_1 = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{(-0,72)^2 + (-1,37)^2 + (1,09)^2} = 1,9 \text{ мм}.$$

Координаты рабочей точки станка № 2:  $x_{\text{CT}} = 1,7 \cos 30^\circ = 1,47 \text{ м}$ ;  $y_{\text{CT}} = -1,7 \cos 60^\circ = -0,85 \text{ м}$ ;  $z_{\text{CT}} = 1,95 \text{ м}$ . Из условия  $x_{\text{CT}} = x_{\text{СХ}}$ ,  $y_{\text{CT}} = y_{\text{СХ}}$ ,  $z_{\text{CT}} = z_{\text{СХ}}$  получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \cos \varphi_1 = 1,47; \\ [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \sin \varphi_1 = -0,85; \\ h_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 [\sin(\varphi_2 + \varphi_3)] = 1,95, \end{cases}$$

откуда  $\varphi_1 = -30^\circ$ ,  $\Delta \varphi_1 = 120^\circ$ ,  $t_1 = 3,2 \text{ с}$ .

Углы  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  определяем графически:  $\varphi_2 = \pm 45^\circ$ ;  $\varphi_3 = \pm 112^\circ$ ;  $\Delta \varphi_2 = 90^\circ$ ;  $\Delta \varphi_3 = 112^\circ$ ;  $t_2 = 6,0 \text{ с}$ ;  $t_3 = 4,5 \text{ с}$ .

Значения ошибок по каждой из осей:

$$\Delta x = -\sin(-30^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} [700 \cos(-45^\circ) + 1300 \cos(112 - 45)^\circ] + \cos(-30^\circ) [-700 \sin(-45^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} - 1300 \sin(112 - 45)^\circ (7,2 \cdot 10^{-4} + 7,2 \cdot 10^{-4})] = -0,82 \text{ мм};$$

$$\Delta y = \cos(-30^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} [700 \cos(-45^\circ) + 1300 \cos(112 - 45)^\circ] + \sin(-45^\circ) [700 \sin(-45^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} - 1300 \sin(112 - 45)^\circ (7,2 \cdot 10^{-4} + 7,2 \cdot 10^{-4})] = 1,56 \text{ мм};$$

$$\Delta z = 700 \cos(-45^\circ) 7,2 \cdot 10^{-4} + 1300 \cos(112 - 45)^\circ (7,2 \cdot 10^{-4} + 7,2 \cdot 10^{-4}) = 1,09 \text{ мм}.$$

Модуль ошибки

$$\Delta \rho_2 = \sqrt{(-0,82)^2 + 1,56^2 + 1,09^2} = 2,08 \text{ мм}.$$

Координаты рабочей точки станка № 3:  $x_{\text{CT}} = -0,92 \text{ м}$ ;  $y_{\text{CT}} = -0,92 \text{ м}$ ;  $z_{\text{CT}} = 1,5 \text{ м}$ . Из условия  $x_{\text{CT}} = x_{\text{СХ}}$ ,  $y_{\text{CT}} = y_{\text{СХ}}$ ,  $z_{\text{CT}} = z_{\text{СХ}}$  получим следующую систему уравнений:



$$\begin{cases} [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \cos \varphi_1 = -0,92; \\ [l_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos(\varphi_2 + \varphi_3)] \sin \varphi_1 = -0,92; \\ h_1 + l_2 \sin \varphi_2 + l_3 [\sin(\varphi_2 + \varphi_3)] = 1,5, \end{cases}$$

откуда  $\varphi_1 = 45^\circ$ ,  $\Delta\varphi_1 = 75^\circ$ ,  $t_1 = 2,8$  с.

Значения углов  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  следующие:  $\varphi_2 = 75^\circ$ ;  $\varphi_3 = 75^\circ$ ;  
 $\Delta\varphi_2 = 30^\circ$ ;  $\Delta\varphi_3 = 37^\circ$ ;  $t_2 = 2,8$  с;  $t_3 = 3,0$  с.

Значения ошибок по каждой из осей:

$$\begin{aligned} \Delta x &= -\sin 45^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} [700 \cos 45^\circ + 1300 \cos(75^\circ + 75^\circ)] + \\ &+ \cos 45^\circ [-700 \sin 75^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} - \\ &- 1300 \sin(75^\circ + 75^\circ) 14,4 \cdot 10^{-4}] = -0,517 \text{ мм}; \\ \Delta y &= \cos 45^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} [700 \cos 75^\circ + 1300 \cos(75^\circ + 75^\circ)] + \\ &+ \sin 45^\circ [-700 \sin 75^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} - \\ &- 1300 \sin(75^\circ + 75^\circ) 14,4 \cdot 10^{-4}] = -1,48 \text{ мм}; \\ \Delta z &= 700 \cos 75^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} + 1300 \cos 150^\circ \cdot 14,4 \cdot 10^{-4} = \\ &= -1,49 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Модуль ошибки

$$\Delta\rho_3 = \sqrt{(-0,517)^2 + (-1,48)^2 + (-1,49)^2} = 2,16 \text{ мм}.$$

Средняя ошибка

$$\Delta\rho_{\text{ср}} = \frac{3}{1} \Delta\rho_1 / 3 = (1,9 + 2,08 + 2,16) / 3 = 2,05 \text{ мм}.$$

Полное время обслуживания участка 9 с.

*Расчет точности позиционирования и времени обслуживания для робота компоновки № 4 (рис. 2.19, г). Запишем координаты схвата:*

$$x_{\text{сх}} = s_3 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1;$$

$$y_{\text{сх}} = s_3 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1;$$

$$z_{\text{сх}} = h_1 + s_3 \sin \varphi_2; \quad h_1 = 0,73 \text{ м}.$$

Запишем выражения для ошибок:

$$\Delta x = \Delta s_3 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_2 \Delta\varphi_2 s_3 \cos \varphi_1 - \sin \varphi_1 \Delta\varphi_1 s_3 \cos \varphi_2;$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= \Delta s_3 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 - s_3 \sin \varphi_2 \Delta\varphi_2 \sin \varphi_1 + \\ &+ s_3 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 \Delta\varphi_1; \end{aligned}$$

$$\Delta z = \Delta s_3 \sin \varphi_2 + s_3 \cos \varphi_2 \Delta\varphi_2.$$

Из условия  $x_{сх} = x_{ст}$ ;  $y_{сх} = y_{ст}$ ;  $z_{сх} = z_{ст}$  получим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} s_3 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 = 0; \\ s_3 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 = 1,8; \\ 0,73 + s_3 \sin \varphi_2 = 1,7. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получим значения обобщенных координат:  $\varphi_1 = 90^\circ$ ;  $\varphi_2 = 28^\circ$ ;  $s_3 = 2,05$  м.

Значения ошибок по каждой из осей:

$$\Delta x = -\sin 90^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,05 \cdot 10^3 \cos 28^\circ = 1,3 \text{ мм};$$

$$\Delta y = 0,8 \cos 28^\circ \cdot \sin 90^\circ - 2,05 \cdot 10^3 \sin 28^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} \sin 90^\circ = 0,01 \text{ мм};$$

$$\Delta z = 0,8 \sin 28^\circ + 2,05 \cos 28^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} = 1,67 \text{ мм}.$$

Модуль ошибки

$$\Delta \rho_1 = \sqrt{1,3^2 + 0,01^2 + 1,67^2} = 2,12 \text{ мм}.$$

Запишем систему уравнений:

$$\begin{cases} s_3 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 = 1,56; \\ s_3 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 = -0,9; \\ 0,73 + s_3 \sin \varphi_2 = 1,95; \quad h = 0,73 \text{ м}. \end{cases}$$

Решением этой системы является  $\varphi_1 = -30^\circ$ ;  $\varphi_2 = 34^\circ$ ;  $s_3 = 2,16$  м;  $\Delta \varphi_1 = 120^\circ$ ;  $\Delta \varphi_2 = 6^\circ$ ;  $\Delta s_3 = 0,11$  м;  $t_1 = 2,8$  с;  $t_2 = 0,1$  с;  $t_3 = 0,15$  с.

Значения ошибок по каждой из осей:

$$\begin{aligned} \Delta x &= 0,8 \cos 34^\circ \cdot \cos(-30^\circ) - \\ &- \sin 34^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,16 \cdot 10^3 \cos(-30^\circ) - \sin(-30^\circ) - \\ &- 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,16 \cdot 10^3 \cos 34^\circ = 0,47 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= 0,8 \cos 34^\circ \sin(-30^\circ) - \\ &- 2,16 \cdot 10^3 \cos 34^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} \sin(-30^\circ) + \\ &+ 2,16 \cdot 10^3 \cos 34^\circ \cdot \cos(-30^\circ) \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} = 1,22 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$\Delta z = 0,8 \sin 34^\circ + 2,16 \cdot 10^3 \cos 34^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} = 1,74 \text{ мм}.$$

Модуль ошибки

$$\Delta \rho_2 = \sqrt{0,47^2 + 1,22^2 + 1,74^2} = 2,18 \text{ мм}.$$

Из системы уравнений для обобщенных координат

$$\begin{cases} s_3 \cos \varphi_2 \cos \varphi_1 = -0,92; \\ s_3 \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 = -0,92; \\ 0,73 + s_3 \sin \varphi_2 = 1,5 \end{cases}$$

находим:  $\varphi_1 = 225^\circ$ ;  $\varphi_2 = -30^\circ$ ;  $s_3 = 1,5$  м;  $\Delta\varphi_1 = 255^\circ$ ;  $\Delta\varphi_2 = 64^\circ$ ;  $\Delta s_3 = 0,66$  м;  $t_1 = 3,7$  с;  $t_2 = 4,3$  с;  $t_3 = 3,7$  с.

Значения ошибок по каждой из осей:

$$\begin{aligned} \Delta x &= 0,8 \cos(-30^\circ) \cos 225^\circ - \\ &- \sin(-30^\circ) \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^3 \cos 225^\circ - \\ &- \sin 225^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,5 \cdot 10^3 \cos(-30^\circ) = -0,21 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= 0,8 \cos(-30^\circ) \sin 225^\circ - \\ &- 1,5 \cdot 10^3 \sin(-30^\circ) \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} \sin 225^\circ + 1,5 \cdot 10^3 \cos(-30^\circ) \times \\ &\times \cos 225^\circ \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} = -1,53 \text{ мм}; \end{aligned}$$

$$\Delta z = 0,8 \sin(-30^\circ) + 1500 \cos(-30^\circ) \cdot 7,2 \cdot 10^{-4} = 0,54 \text{ мм}.$$

Модуль ошибки

$$\Delta\rho_3 = \sqrt{(-0,21)^2 + (-1,53)^2 + 0,54^2} = 1,64 \text{ мм}.$$

Средняя ошибка

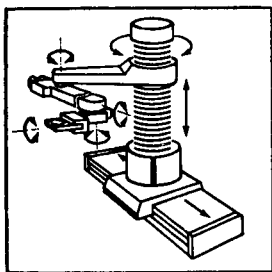
$$\Delta\rho_{\text{ср}} = \sum_1^3 \Delta\rho/3 = (2,12 + 2,18 + 1,64)/3 = 1,98 \text{ мм}.$$

Полное время обслуживания участка  $T_{\text{п}} = 7,1$  с.

Результаты расчетов следующие:

Компоновка робота . . . . .	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4
$\Delta\rho$ (станок № 1), мм . . . . .	1,6	0,89	1,9	2,12
$\Delta\rho$ (станок № 2), мм . . . . .	2,03	0,89	2,08	2,18
$\Delta\rho$ (станок № 3), мм . . . . .	1,38	0,89	2,16	1,64
$\Delta\rho_{\text{ср}}$ , мм . . . . .	1,67	0,89	2,05	1,98

Анализируя полученные результаты расчета, можно сделать вывод, что наименьшая средняя ошибка позиционирования у робота компоновки № 2 несколько больше, чем у робота компоновки № 1. Компоновки роботов № 3 и № 4 равноценны. Окончательный выбор компоновки робота проводят из сравнения технико-экономических параметров: стоимости изготовления и эксплуатации, технологичности, занимаемой площади, удобства обслуживания оборудования и т. п.



Раздел

## 2

### Расчет и конструирование механической системы и ее узлов

#### Глава 3

### Проектирование механической системы

При проектировании механической системы робота из-за необходимости учитывать разнообразные факторы и выбирать приемлемые решения при большом числе ограничений и взаимоисключающих требований, например обеспечение высокой точности позиционирования и динамики движения в сочетании с большим объемом рабочей зоны и малыми значениями материал- и энергоемкости и себестоимости изготовления. Часто поиск удовлетворительного решения ограничивается также технологическими возможностями производства роботов и уровнем имеющихся комплекующих изделий. Поэтому методика проектирования механической системы должна базироваться на анализе функций ее элементов и их взаимосвязи с технологическими требованиями и техническими возможностями.

Механическую систему робота, по аналогии с человеком, подразделяют на две подсистемы: скелетную, или несущую, механическую систему (НМС); мышечную, или исполнительную, систему (ИС).

Следует отметить, что подход и объем задач при их проектировании различен из-за разных функциональных требований. Несущая механическая система обеспечивает рабочую зону робота, его жесткость и служит для установки элементов исполнительной системы. Исполнительная система обеспечивает перемещение звеньев НМС с заданными динамическими параметрами: ускорением, точностью, скоростью.

Несмотря на достаточно большие различия в функциях НМС и ИС, они достаточно тесно связаны между собой,

оказывают значительное влияние на конструктивное исполнение друг друга и их элементы входят в модули роботов.

Рассмотрим схему взаимосвязи НМС и ИС (рис. 3.1). С помощью пульта обучения (ПО) в систему управления (СУ) вводится программа. В автоматическом режиме система управления формирует сигнал и подает его на вход преобразователя привода (ПП), который, в свою очередь, преобразует сигнал и подает его на вход исполнительного элемента привода (ИЭП). В качестве ИЭП используются гидроцилиндры и гидромоторы с сервозолотниками, пневмоцилиндры, электродвигатели.

Движение с ИЭП подается на входы передаточных механизмов робота (ПМ), датчика положения (ПМДП) и вход датчика скорости (ДС) (при использовании в качестве ИЭП гидро- или пневмоцилиндра датчик положения (ДП) связан непосредственно со звеньями несущей механической системы).

Выходы передаточных механизмов связаны со звеньями НМС (ЗНМС). В кинематических цепях ориентирующих механизмов (ОМ) выходы передаточных механизмов связаны с ними через трансмиссионные валы (ТВ) или шлицевые валы (ШВ) и шариковые муфты передачи крутящего момента (ШМ), которые называются передающими связями (ПС). Рабочий орган (РО), выполняемый в виде схвата или технологического инструмента, связан с выходным звеном ориентирующего механизма, а при его отсутствии — с выходным звеном НМС. Звенья НМС связаны между собой

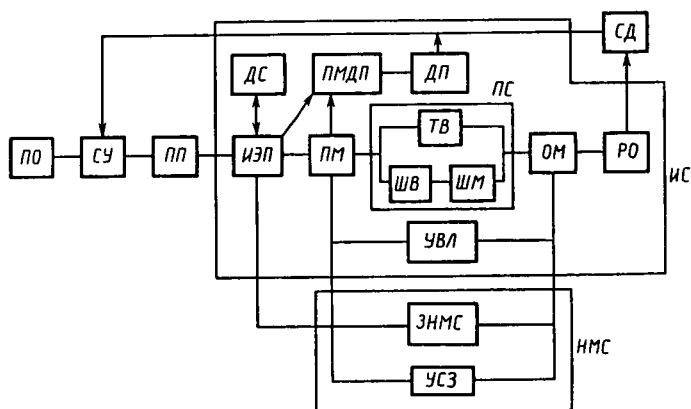


Рис. 3.1

устройствами связи звеньев (УСЗ). Передаточные механизмы устанавливаются на звеньях или устройствах связи звеньев. Устройства выбора люфта могут охватывать выход ориентирующего механизма и вход передаточного механизма или встраиваться в эти элементы.

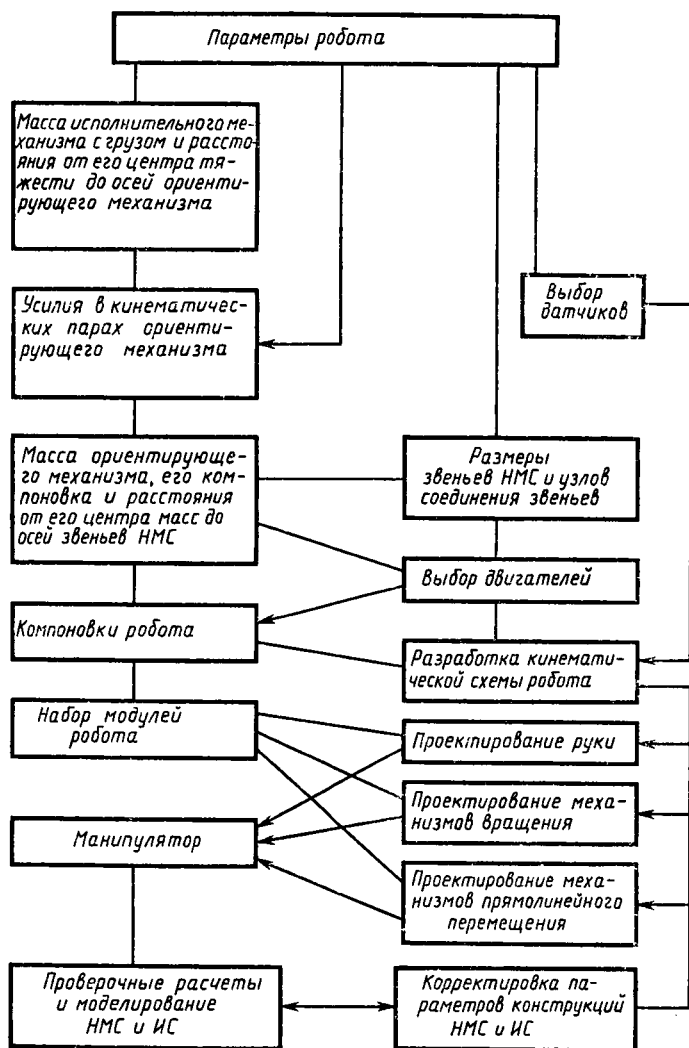


Рис. 3.2

Сенсорные датчики, передающие в СУ информацию об изменении внешней среды, связаны с рабочим органом или звеньями НМС.

В исполнительную систему входят исполнительный элемент привода, передаточные и ориентирующие механизмы, передающие связи, рабочий орган, устройства выбора люфта. В несущую механическую систему входят звенья и устройства соединения звеньев.

Исходя из приведенных связей НМС и ИС рационально механическую систему робота проектировать в соответствии с этапами и последовательностью, показанными на рис. 3.2.

### 3.1. Ориентирующие (кистевые) механизмы

Ориентирующие механизмы (ОМ) роботов предназначены для ориентации объекта манипулирования, обычно имеют 1–3 степени подвижности и представляют собой механизмы с вращательными парами, оси которых наклонены друг к другу под некоторым углом. Структурные схемы ориентирующих механизмов приведены на рис. 3.3: а, б, в – однокоординатные; г, д, е – двухкоординатные; ж, з, и, к, л – трехкоординатные. Вращение звеньев осуществляется с помощью различных механических передач (зубчатых ци-

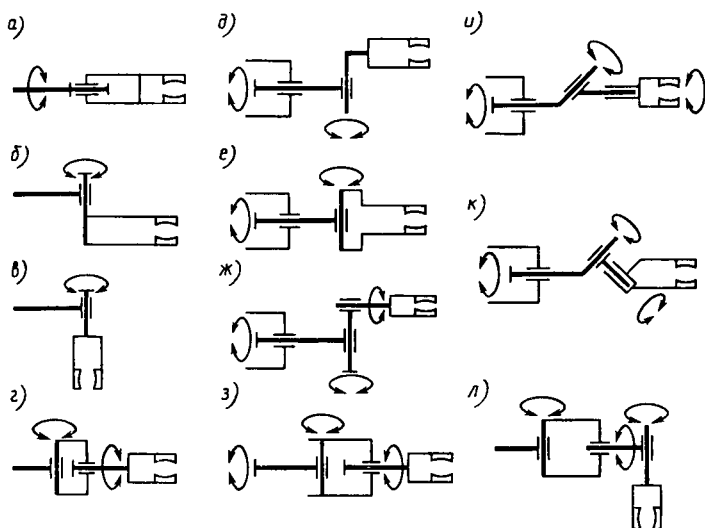


Рис. 3.3

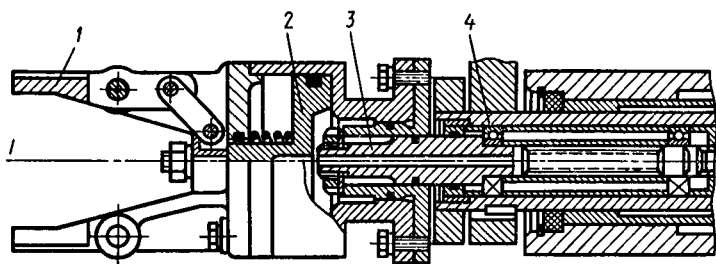


Рис. 3.4

линдрических и конических, волновых, планетарных, червячных, цепных, зубчато-ременных и др.).

Однокоординатная кисть (рис. 3.4) обеспечивает вращение относительно оси  $I-I$  и представляет собой шарнир 3, установленный в подшипниках 4. На торце шарнира 3 установлен привод схвата 2, на крышке которого закреплен схват 1.

Двухкоординатная кисть (рис. 3.5) обеспечивает вращение исполнительного механизма относительно осей  $I-I$  и  $II-II$ . Движение относительно оси  $I-I$  осуществляется передачей 7-6-10-9 с передаточным отношением, равным двум, сателлит 10 обкатывается по неподвижно закрепленному сектору 9. Ось сателлита 10 жестко связана с осью качания кисти 8. Движение относительно оси  $II-II$  осуществляется конической зубчатой передачей 4-5-3. Зубчатое колесо 3 жестко связано с приводом 2 схвата, установленным на его торце. Выбор люфта в передачах осуществляется регулированием положения зубчатых колес с помощью прокладок 11, колец 12.

На рис. 3.6, *a-e* показаны кинематические схемы ориентирующих механизмов с использованием зубчатых конических и цилиндрических передач, обеспечивающих движения относительно осей  $I-I$ ,  $II-II$ ,  $III-III$ . Конструкции передач идентичны изображенной на рис. 3.5.

Вращение вокруг осей  $I-I$ ,  $II-II$ ,  $III-III$  (рис. 3.6, *a, в, г*) происходит при вращении соответственно валов 1, 2, 3. В ориентирующем механизме (рис. 3.6, *б*) вращение вокруг оси  $I-I$  происходит при вращении валов 1, 2 в разные стороны, а вращение вокруг оси  $II-II$  — при вращении валов 1, 2 в одну сторону.

На рис. 3.7 показан механизм трехкоординатной кисти на базе волновых зубчатых передач, обеспечивающих вращение относительно осей  $I-I$ ,  $II-II$ ,  $III-III$  с передаточными



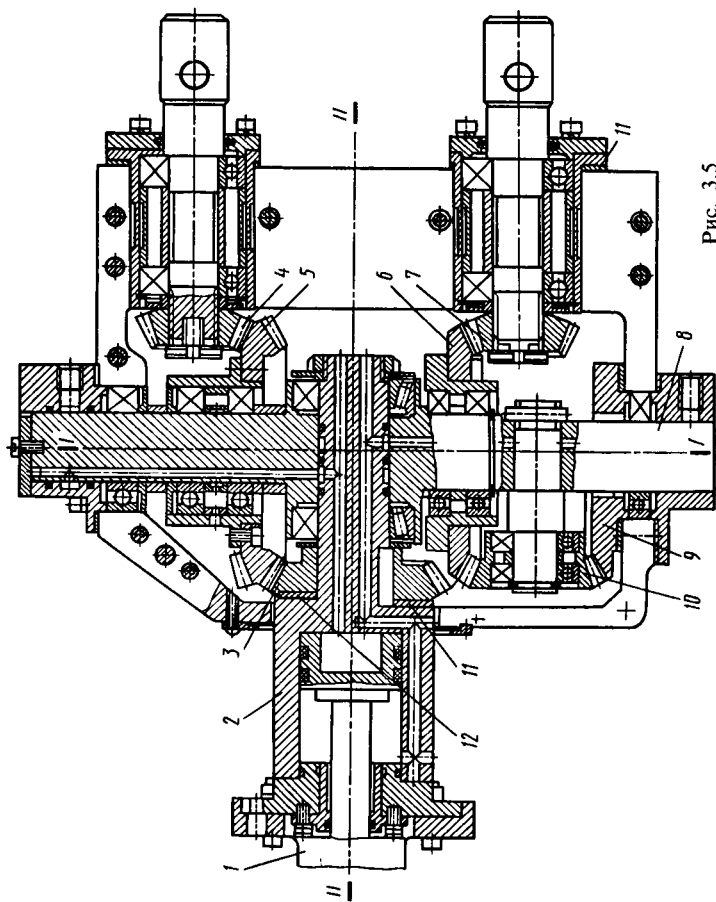


FIG. 3.5

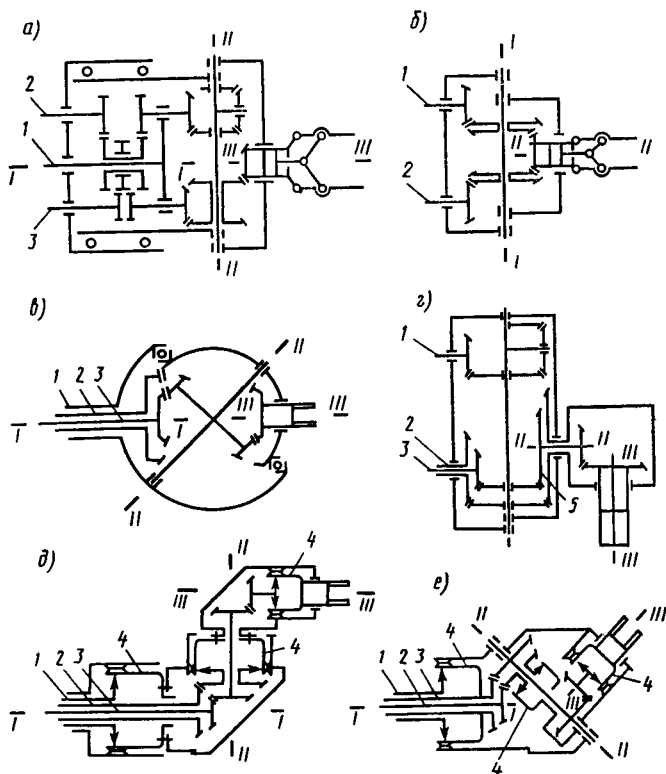


Рис. 3.6

отношениями, равными 60...80, безлюфтовость и углы перемещения относительно осей, равные  $400^\circ$ .

Движение относительно оси  $I-I$  осуществляется такой кинематической цепью: зубчатое колесо 1, зубчатое колесо 2, генератор волновой передачи 24. Движение с гибкого колеса 23 передается на корпус 20, который установлен на подшипниках 22 в корпусе 21.

Движение относительно оси  $II-II$  обеспечивается следующей кинематической цепью: вал 5, зубчатые колеса 19, 17, генератор волновой передачи 16. Движение на корпус 8 передается с гибкого колеса волновой передачи 15. Корпус 8 установлен в специальном радиально-упорном подшипнике 7.

Движение относительно оси  $III-III$  обеспечивается следующей кинематической цепью: зубчатые колеса 4, 3, 6, 18,

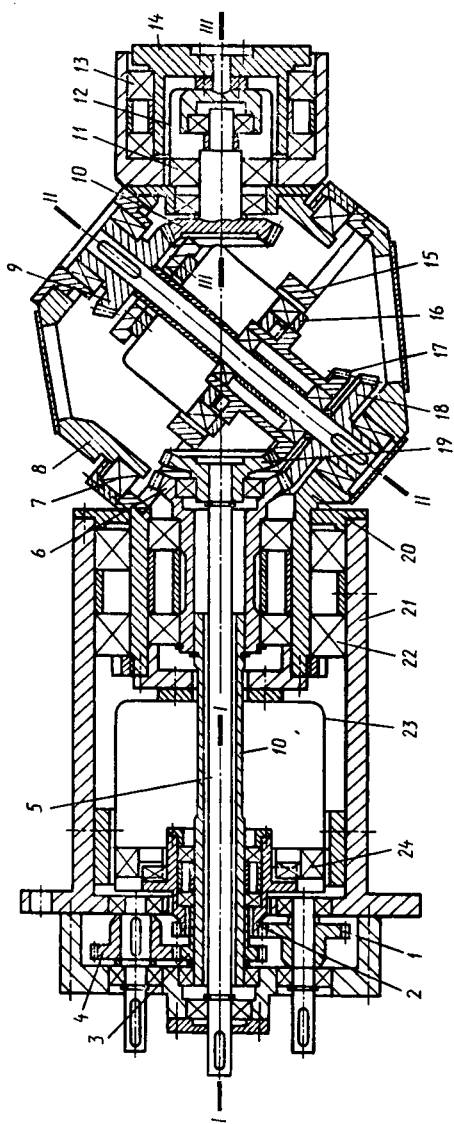


Рис. 3.7

9, 10, генератор волновой передачи 11. Движение на выходной фланец кисти 14 передается с гибкого колеса 12. Выходной фланец 14 установлен на подшипниках 13 в корпусе 8.

На рис. 3.6, д показан ориентирующий механизм, оси которого перпендикулярны; при подаче вращения с вала 1 происходит вращение относительно оси I—I, при вращении вала 2 и вала 3 происходит вращение соответственно вокруг осей II—II и III—III. Выходными звеньями каждой степени подвижности являются гибкие колеса 4. На рис. 3.6, е показана кинематическая схема ориентирующего механизма, конструктивное исполнение которого идентично ориентирующему механизму, показанному на рис. 3.7, но имеет угол между осями II—II, III—III, равный  $90^\circ$ , что обеспечивает большую зону обслуживания.

На рис. 3.8 показан трехстепенной механизм кисти робота, у которого непосредственно в шарнирах кисти установлены гидроквадранты. Механизм кисти обеспечивает движение относительно осей I—I, II—II, III—III. Движение относительно оси I—I осуществляется квадрантом 1, на валу которого установлена вилка 2 с квадрантом 3, обеспечивающим движение относительно оси II—II. На валу квадранта 3 смонтирован квадрант 4, обеспечивающий движение относительно оси III—III. На выходном валу квадранта 4 установлен привод схвата 5.

Проектирование ориентирующего механизма проводят в такой последовательности.

1. Исходя из технологических требований определяют число степеней подвижности, кинематическую структуру, перемещения, ускорения, скорости ОМ (см. гл. 2).

2. Вычерчивают структурную схему, обозначая римскими цифрами оси вращения; нумерацию начинают от сте-

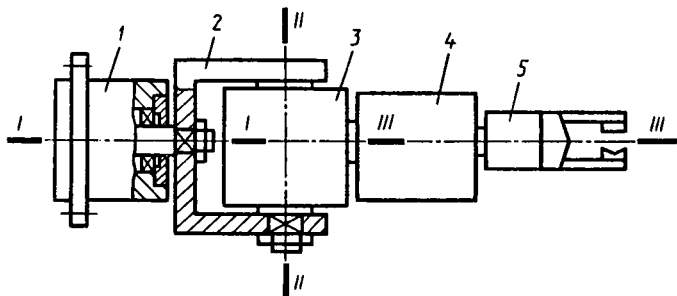


Рис. 3.8

пени подвижности, связанной с выходным звеном НМС.

3. Определяют массу исполнительного механизма.

4. Находят максимальное расстояние от центра тяжести объекта манипулирования до оси выходного фланца ОМ.

5. Вычисляют усилия и моменты, действующие на третью (выходную) степень подвижности ОМ.

6. По вычисленным усилиям и моментам определяют размеры кинематических элементов выходной степени подвижности (зубчатые колеса, валы, подшипники), разрабатывают компоновочный чертеж.

7. Находят расстояния от центров тяжести рабочего органа и объекта манипулирования, подвижных элементов выходной степени подвижности до оси второй степени подвижности.

8. Вычисляют усилия и моменты, действующие на выходное звено второй степени подвижности, рассчитывают размеры кинематических элементов и разрабатывают ее компоновочный чертеж.

9. Находят расстояния от центров тяжести исполнительного механизма и объекта манипулирования, схвата, подвижных элементов третьей и второй степеней подвижности до оси первой степени.

10. Вычисляют усилия и момент, действующие на кинематические элементы первой степени подвижности, рассчитывают размеры кинематических элементов и разрабатывают чертеж ориентирующего механизма.

У современных роботов максимальные скорости перемещений ориентирующего механизма лежат в пределах 90...150 град/с, а ускорения — в пределах 450...1500 град/с<sup>2</sup>.

Определим усилия и момент, действующие на третью (выходную) степень подвижности ориентирующего механизма, используя расчетную схему (рис. 3.9, а).

Момент, действующий на выходной элемент третьей степени подвижности (Н·м),

$$T_3 = K_{\Delta}(T_{ст3} + T_{д3}).$$

Статический момент от смещения осей центра тяжести объекта манипулирования и схвата

$$T_{ст3} = mgl_{ому},$$

где  $m$  — масса объекта манипулирования и исполнительного механизма;  $g = 9,8$  м/с<sup>2</sup>;  $l_{ому}$  — см. рис. 3.9.

Динамический момент, возникающий в результате наличия углового ускорения  $\epsilon_3$  (рад/с) третьей степени подвижности и линейных ускорений центра масс исполнительного ме-

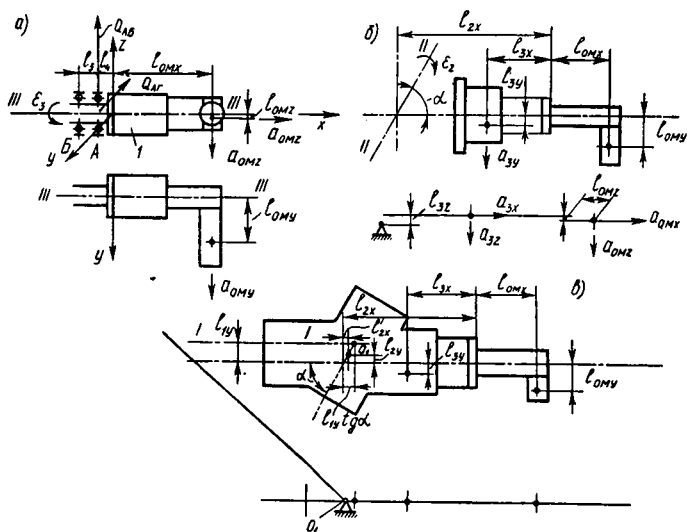


Рис. 3.9

ханизма  $a_{omz}$  (м/с), при движении других степеней подвижности

$$T_{д3} = m(l_{omy} a_{omz} + l_{omz} a_{omx}) + \epsilon_3 m \sqrt{l_{omz}^2 + l_{omy}^2},$$

где  $K_{\Delta}$  – коэффициент запаса;  $K_{\Delta} = 1,1 \dots 1,3$ , причем большее значение коэффициента соответствует большей грузоподъемности.

Зная значения момента  $T_3$ , рассчитывают размеры зубчатых колес ориентирующего механизма третьей степени, а определив усилия в зацеплениях, находят размеры вала 1 [16, 18].

На выходной фланец действует внешний изгибающий момент, поэтому его обычно монтируют на двух подшипниках, между осями которых устанавливается расстояние  $l_5$ , а до переднего –  $l_4$ . Максимальное усилие, действующее на передний подшипник,

$$F_{Az} = K_{\Delta} m [(a_{omz} + \epsilon_1 / l_{omy})(l_{omx} + l_4 + l_5) + a_{omx} l_{omz}] / l_5;$$

$$F_{Ax} = \frac{K_{\Delta} m_{om} (a_{omx} + g)(l_{omx} + l_4 + l_5)}{l_5}; \quad F_A = \sqrt{F_{Az}^2 + F_{Ax}^2}.$$

По усилию  $F_A$  выбирают типоразмер подшипников [16, 18].

Разрабатывают конструктивную компоновку третьей степени подвижности, определяют массу деталей, входящих в нее, и расстояние от центра масс третьей степени подвижности до оси вращательной пары второй степени подвижности  $l_2$ .

Моменты и усилия, действующие на элементы второй степени подвижности, определяют используя расчетную схему (рис. 3.9, б):

$$T_2 = K_{\Delta}(T_{2\text{ст}} + T_{2\text{д}});$$

$$T_{2\text{ст}} = \sum l_{i2} m_i g \sin \alpha;$$

$$T_{2\text{д}} = \sum m_i (l_{i2} a_i \sin \alpha + \varepsilon_2 l_{i2}^2 \sin^2 \alpha),$$

где  $m_i$ ,  $l_{i2}$  — массы и расстояния от центра масс подвижных частей, вращающихся вокруг оси  $II-II$ ;  $a_i$  — линейные ускорения подвижных частей от перемещения звеньев ИС.

По найденному моменту  $T_2$  рассчитывают размеры зубчатых колес ОМ второй степени, а определив усилия в зацеплениях, находят размеры валов, выбирают подшипники и проводят конструктивную проработку второй степени подвижности. Из конструктивных соображений выбирают расстояние от центра тяжести до оси первой степени ОМ. После указанной проработки второй степени подвижности определяют массу ее элементов и расстояния от центра масс до оси первой степени подвижности ОМ.

Моменты и усилия, действующие на элементы первой степени подвижности, определяют используя расчетную схему (рис. 2.13, в). Наибольший момент действует на первую степень подвижности при согнутой кисти (угол между осями первой и третьей степеней подвижности равен  $90^\circ$ ), расположенной в горизонтальной плоскости:

$$T_1 = K_{\Delta}(T_{1\text{ст}} + T_{1\text{д}});$$

$$T_{1\text{ст}} = \sum m_i l_{i1} g; \quad T_{1\text{д}} = \sum m_i (l_{i1} a_i + \varepsilon_1 l_{i1}^2),$$

где  $m_i$  — массы, перемещаемые относительно оси  $I-I$ ;  $l_{i1}$  — расстояния от центров перемещаемых масс до оси  $I-I$ .

Расстояние до выходного звена ориентирующего механизма от центра масс объекта манипулирования определяется по формуле

$$l_n = K_1 d,$$

где  $K_1$  — коэффициент, характеризующий длину исполнительных элементов схвата (табл. 3.1), например губок;  $d$  — характерный размер детали (например, диаметр) в направлении выходного звена ориентирующего механизма.

Таблица 3.1

Масса груза, кг	$K_I$ для оборудования		
	станки	кузнечно- прессовое и термическое	литейное
< 0,1	1,5	2,5	2,3
0,1...0,5	1,5	2,5	2,3
0,5...1,0	1,7	2,5	2,3
1...5	1,85	3,0	2,6
5...15	1,9	3,0	2,8
15...40	2,0	3,5	3,0
40...60	2,0	4,5	3,3
> 60	2,0	5,0	3,5

Для технологических роботов средние значения расстояния от центра масс клещей до выходного фланца ориентирующего механизма следующие:

Вылет клещей, мм . . . . .	150	300	500	800
$l_n$ для клещей со встроенным трансформатором, м . . . . .	0,13	0,25	0,35	0,50
То же, с вынесенным трансформатором, м . . . . .	0,1	0,2	0,22	0,35

По найденному моменту  $T_1$  устанавливают размеры зубчатых колес первой степени подвижности, а определив усилия в зацеплениях, находят размеры валов и выбирают подшипники.

После окончания проектирования определяют точные значения масс  $m_1, m_2, m_3$  и расстояний до их центров тяжести, а также моментов  $T_1, T_2, T_3$  и проводят проверочные расчеты элементов ОМ.

При конструировании ориентирующих механизмов следует предусматривать:

минимальное число кинематических элементов и их соединений;

максимальное передаточное число выходных ступеней кинематических цепей;

установку подшипников конических колес в стаканах с возможностью регулирования их осевого положения стальными прокладками;

безлюфтовую установку зубчатых колес и других элементов, передающих движение (с помощью шпонок с натягом, штифтов, клеммных соединений);



окна для удобства монтажа и смазки;  
указатели нейтрального положения и жесткие упоры  
крайних положений выходных звеньев;  
натяг подшипников;  
предотвращение отвинчивания винтов.

## 3.2. Несущая механическая система

Основной задачей, которую необходимо выполнить при проектировании НМС, является выбор кинематической структуры (КС) и размеров звеньев НМС, а также размеров и конструкции узлов соединения звеньев и неподвижных стыков.

На рис. 2.10, *a–m* показаны основные схемы кинематических структур НМС и их рабочие зоны. Методика выбора структур и типа компоновки приведена также в гл. 2. Следует отметить, что в тех случаях, когда сравниваемые компоновки и структуры примерно равноценны (коэффициент совершенства  $K_c$  близок к единице), останавливаются на определенной структуре НМС только после разработки компоновочных чертежей робота и оценки его конструкции с точки зрения технологичности и удельных массовых и энергетических показателей. Методика разработки компоновочного чертежа приведена в § 3.4.

На рис. 3.10, *a–ж* изображены конструкции звеньев НМС. Поступательно перемещающиеся звенья выполняют прямоугольной корытообразной и цилиндрической формы (рис. 3.10, *a, б, г*). Они базируются в опорах с возвратом элементов качения (рис. 3.10, *a, г*) или опорных роликах (рис. 3.10, *б*). Звенья, соединяемые между собой вращательными парами, выполняют обычно с переменным по длине поперечным сечением прямоугольной формы (рис. 3.10, *е*). Они соединяются между собой с помощью подшипниковых опор (рис. 3.11, *a–д*).

На рис. 3.11, *a* показана опора поворотной платформы 3 с использованием упорного подшипника 1 и двух радиальных подшипников 2. Радиальные подшипники воспринимают радиальные силы и момент в вертикальной плоскости, а упорный — силу тяжести перемещающихся частей. На рис. 3.11, *б* показана опора поворотной платформы 2 с использованием упорно-радиальных подшипников 1. На рис. 3.11, *в* показана конструкция базирования руки 3 с использованием двух радиальных или радиально-упорных подшипников 2, которые установлены в корпусе 1. На рис. 3.11, *г* показана конструкция опоры на базе погонного

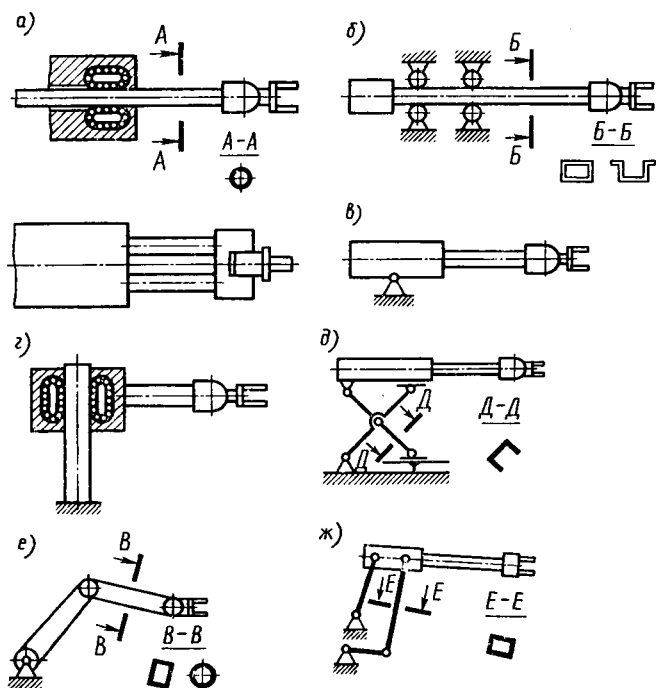


Рис. 3.10

подшипника 3, шарики которого перемещаются по разрезным кольцам 2, 4. Кольца 2 устанавливаются в канавку подвижного звена 1, а кольца 4 — в корпусе 6. На рис. 3.11, д показана опора, в которой базирование подвижного звена 3 выполнено на двух рядах шариков 5, помещенных в сепараторы 6 и перемещающихся по поверхностям, выполненным в корпусе 2 и подвижном звене 3. Требование отсутствия люфта обеспечивается за счет предварительного натяга тел качения прокладками 5 (рис. 3.11, а, в, г), 1 (рис. 3.11, д).

На рис. 3.11, е — и показаны применяемые в работах неподвижные стыки. Смещение стыка вдоль поверхности предотвращается штифтами (рис. 3.11, е), шпонками (рис. 3.11, ж), цилиндрической (рис. 3.11, з) и конической (рис. 3.11, и) поверхностями стыкуемых деталей. Натяг в соединении обеспечивается за счет резьбовых соединений.

Анализ конструктивных исполнений элементов НМС и кинематических структур и компоновок позволяет опреде-

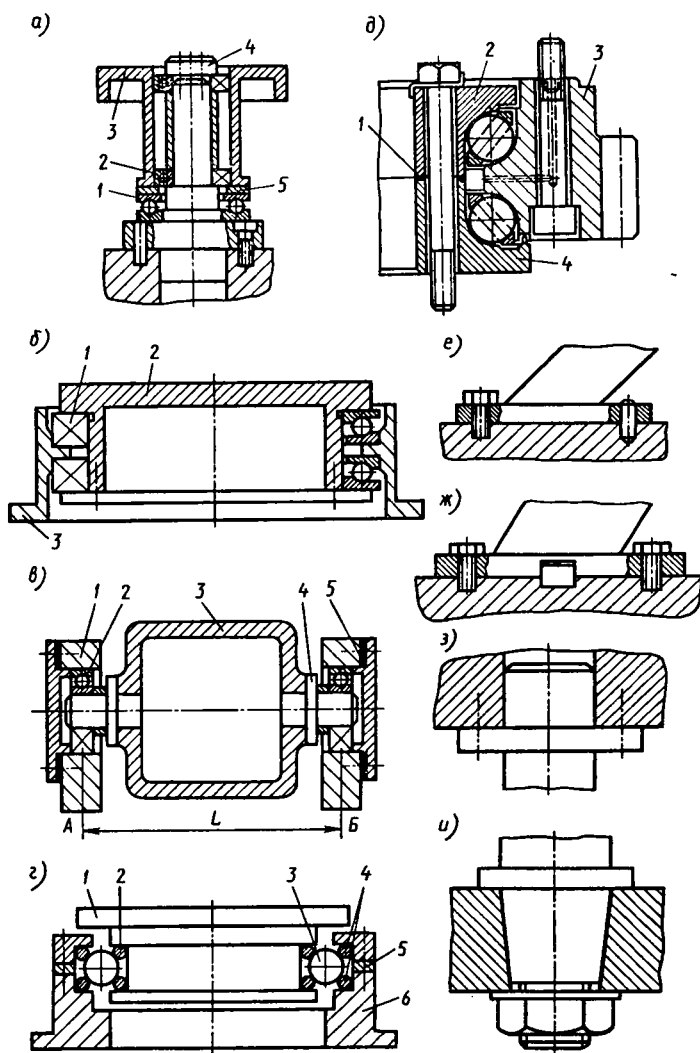


Рис. 3.11

лечь следующие особенности, которые необходимо учитывать при проектировании:

поступательно движущиеся звенья имеют постоянное, а вращающиеся — переменное поперечное сечение;

податливость соединений соизмерима с податливостью звеньев;

значения масс объекта манипулирования, звеньев, узлов исполнительной системы оказывают существенное влияние на деформацию НМС; расчет деформаций необходимо проводить в первую очередь при подходе к точке позиционирования.

Можно считать, что деформация механической системы робота происходит под действием кинематического возбуждения, т. е. колебания системы вызываются движением по заданному закону звеньев системы. Задачу о кинематическом возбуждении, пользуясь принципом Даламбера, можно свести к задаче о силовом возбуждении, приложив инерционные силы в местах сосредоточения масс.

Как показывают исследования [19], при расчете колебательного процесса НМС достаточно определить собственную частоту колебаний и учитывать кинематическое возбуждение, возникающее в начале и конце торможения.

Исходными данными для расчета деформаций и колебаний НМС являются структурная схема НМС, скорости и ускорения звеньев НМС, масса переносимого груза, длины звеньев НМС, требования к циклу движения робота и погрешности позиционирования, закон изменения ускорения.

Расчет НМС ведут в такой последовательности:

1. Определяют размеры сечений и массу звеньев, ориентировочно задавшись этими параметрами и выполнив предварительно расчет деформаций.

2. Рассчитывают ориентировочную массу исполнительных механизмов.

3. Проводят дискретизацию распределенных масс звеньев.

4. Выбирают длины заделок звеньев и размеры тел качения в узлах соединения подвижных звеньев.

5. Разрабатывают расчетную схему НМС.

6. Находят перемещения  $\Delta_x$ ,  $\Delta_y$ ,  $\Delta_z$  исполнительного механизма (схвата) от деформаций звеньев НМС под действием инерционных сил при условии, что узлы соединения звеньев являются абсолютно жесткими.

7. Находят перемещения  $\Delta_{xk}$ ,  $\Delta_{yk}$ ,  $\Delta_{zk}$  исполнительного механизма (схвата) от контактной деформации узлов соединения звеньев под действием инерционных сил при условии, что звенья являются абсолютно жесткими.

8. Определяют относительный коэффициент контактной деформации  $K_i = \Delta_{ik}/\Delta_i$ , где  $i = x, y, z$ .

9. Находят собственную частоту колебаний.

10. Строят график  $(\Delta_i + \Delta_{ik}) = \Phi(t)$  для движения к точке позиционирования и сравнивают его с требованиями к точности и быстродействию. При неудовлетворительных результатах изменяют жесткость звеньев, узлов соединения звеньев или закон движения, после чего расчет повторяют.

Для определения массы звеньев необходимо провести приближенный расчет на жесткость исходя из допускаемой точности позиционирования и инерционных нагрузок, действующих на НМС от массы ориентирующего механизма и груза. Представляя НМС в виде рамы, состоящей из невесомых стержней с жесткостями  $EI_i/l_i$ , задаваясь размерами звеньев и приложив инерционные силы от массы груза и ориентирующего механизма, определяют деформацию НМС, приведенную к схвату. Полученная суммарная деформация должна быть в пределах: для станков  $\sum \Delta_i \leq (2 \dots 3) \Delta$ , для прессов  $\sum \Delta_i \leq (1,1 \dots 1,5) \Delta$ , где  $\Delta_i$  — перемещения схвата от деформации под действием инерционных сил на звеньях робота;  $\Delta$  — погрешность позиционирования.

Если выбранное сечение удовлетворяет приведенным соотношениям, то определяют массу звеньев (кг):

$$m_i = A_i(l + l'_i) \rho_i,$$

где  $A_i$  — площадь поперечного сечения  $i$ -го звена,  $\text{мм}^2$ ;  $l_i$  — длина звеньев,  $\text{мм}$ ;  $\rho_i$  — плотность материала  $i$ -го звена,  $\text{кг}/\text{мм}^3$ .

Массу корпуса, в котором базируется на опорах качения прямолинейно движущееся звено, можно определить из соотношения

$$m_k = (1,2 \dots 1,3) A_i l'_i \rho_i,$$

где  $l'_i = (2 \dots 2,5) b_i$  — длина заделки звена ( $b_i$  — максимальный размер сечения звена,  $\text{мм}$ ).

Для того чтобы определить массу привода, необходимо выбрать двигатель и определить его мощность по методике, приведенной в § 3.4.

Массу передаточного механизма (кг) определяют по формуле

$$m_{\text{пм}} = 27 K_{\text{п}} K_{\text{ст}} K_{\rho} K_{\text{л}} \sqrt[3]{T/250}, \quad (3.1)$$

где  $T$  — вращающий момент,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ ;  $K_{\text{п}}$  — коэффициент, учитывающий тип передачи: для цилиндрической и конической зубчатой передачи  $K_{\text{п}} = 1,0$ , для червячной передачи  $K_{\text{п}} = 0,6 \dots 0,8$ , для волновой передачи  $K_{\text{п}} = 0,4 \dots 0,6$ ;  $K_{\text{ст}} = 1,25^{n-1}$  — коэффициент, учитывающий число ступеней

передачи ( $n$  — число ступеней);  $K_p$  — коэффициент, учитывающий материал и конструктивные особенности передачи: для стального сварного корпуса  $K_p = 0,9$ , для чугунного литого  $K_p = 1,0$ , для алюминиевого литого  $K_p = 0,7$ ;  $K_d$  — коэффициент, учитывающий тип люфтоввыбирающего устройства: для выбора люфта дополнительной кинематической цепью  $K_d = 1,2 \dots 1,3$ , для автономного  $K_d = 1,1 \dots 1,2$ . Меньшие значения коэффициентов относятся к редукторам с модулем  $< 1$ .

**Дискретизация распределенных масс звеньев.** Для определения основных параметров колебательного процесса (собственная частота, амплитуда) необходимо реальную конструкцию НМС заменить расчетной схемой, используя которую можно получить значения собственной частоты и амплитуды, близкие к реальным. Для этого необходимо провести дискретизацию распределенных масс звеньев.

Звено с постоянным сечением по длине моделируется в виде невесомого стержня с жесткостью  $EI_i/l_i$  [17], а масса звена распределяется поровну по концам стержня. Звено, момент инерции которого существенно меняется по длине, представляют в виде невесомого стержня, состоящего из некоторого числа участков с дискретной жесткостью, при этом массы участков распределяют по их концам в соотношении  $m_i = m/3$  и  $m_{i+1} = 2m/3$ , где  $m_i$  — масса, помещаемая в  $i$ -м сечении;  $m_{i+1}$  — масса, помещаемая в  $(i+1)$ -м сечении;  $m$  — масса участка, кг. Длина участков выбирается из условия, чтобы момент инерции сечения изменялся от участка к участку не более чем в 1,5 раза.

Момент инерции участка ( $\text{мм}^4$ ) равен  $(I_i + I_{i+1})/2$ , где  $I_i$  — момент инерции  $i$ -го сечения;  $I_{i+1}$  — момент инерции  $(i+1)$ -го сечения, причем  $I_{i+1} = 1,5I_i$ .

**Составление расчетной схемы НМС.** НМС представляют в виде двух расчетных схем. Первая схема служит для определения перемещения схвата от деформации собственно звеньев, вторая — для определения перемещений схвата от деформации подвижных и неподвижных стыков.

Расчетная схема для определения деформации НМС от податливости собственно звеньев составляется следующим образом. Звенья робота заменяются стержнями с сосредоточенными массами и дискретной жесткостью в соответствии с проведенной дискретизацией. Длины и взаимное положение стержней равны реальным длинам звеньев НМС. Места соединения стержней считаются абсолютно жесткими. Массы приводов и передаточных механизмов сосредото-

точиваются на стержнях в соответствии с реальным расположением.

Расчетная схема для определения деформации НМС от податливости стыков составляется следующим образом. Звенья робота заменяются абсолютно жесткими стержнями с сосредоточенными массами в соответствии с проведенной дискретизацией. Массы приводов и передаточных механизмов сосредоточиваются на стержнях в соответствии с реальным расположением.

Стыки заменяются опорами, имеющими реальную жесткость.

**Расчет перемещений схвата от деформации звеньев.** Проекция перемещения схвата от деформации звеньев находят, приложив инерционные силы  $m_i a_{ix}$ ,  $m_i a_{iy}$ ,  $m_i a_{iz}$  в местах нахождения масс, где  $m_i$  — масса, а  $a_{ix}$ ,  $a_{iy}$ ,  $a_{iz}$  — проекции ускорения  $i$ -й массы. Строят эпюры изгибающих и крутящих моментов ( $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ). Прикладывают к концам схвата единичные силы в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Строят эпюры изгибающих и крутящих моментов от единичных сил ( $M_{1x}$ ,  $M_{1y}$ ,  $M_{1z}$ ). Перемножая эпюры по правилу Верещагина, находят искомую деформацию.

**Расчет перемещений схвата от контактной деформации стыков.** Проекция перемещения схвата от контактной деформации стыков находят, приложив инерционный момент к стыку:

$$M_{jx} = \sum_{i=1}^n m_i a_{ix} l_i; \quad M_{jy} = \sum_{i=1}^n m_i a_{iy} l_i; \quad M_{jz} = \sum_{i=1}^n m_i a_{iz} l_i,$$

где  $M_{jx}$ ,  $M_{jy}$ ,  $M_{jz}$  — проекции инерционного момента, воздействующего на стык, Н·м;  $l_i$  — расстояние от линии действия инерционной силы до стыка, м.

Суммарное смещение схвата находят, как сумму смещений от контактной деформации всех узлов соединения звеньев:

$$\Delta_{ik} = \Delta\varphi_i l_i,$$

где  $\Delta\varphi_i$  — упругий угол в опоре, рад. Методика определения упругих углов для различных типов опор будет изложена в гл. 5, 6.

**Определение деформации плоских неподвижных стыков.** Основные нагрузки, действующие на стык, схематично изображены на рис. 3.12, а. Деформациями от сил, действующих перпендикулярно плоскости стыка, а также в его плоскости, обычно пренебрегают, так как первые очень малы, а вторые

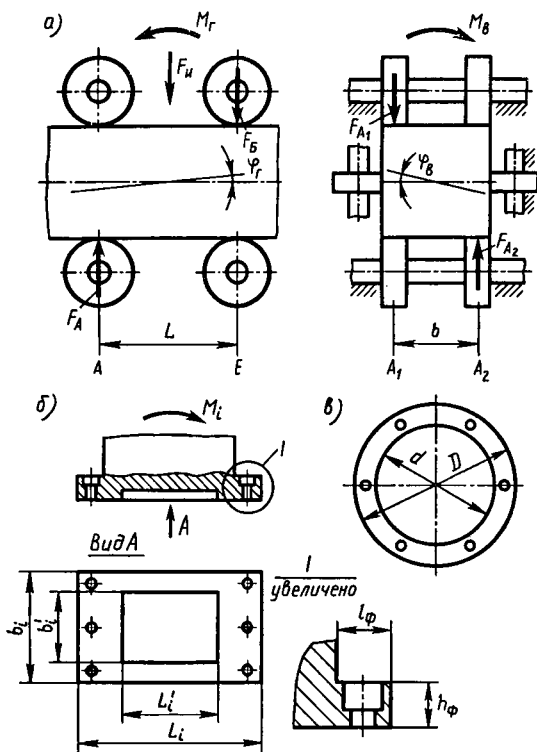


Рис. 3.12

воспринимаются штифтами, шпонками, втулками и другими разгрузочными элементами. Основной деформацией, которую необходимо учитывать, является угловая  $\varphi_i$ , возникающая от приложения к стыку момента  $M_i$ . При возникновении этой деформации перемещение схвата равно  $\varphi_i l_i$  ( $l_i$  – расстояния от оси стыка до конца схвата) и может быть соизмеримо с погрешностью позиционирования.

Упругий угол поворота стыка [12] (рад)

$$\varphi_i = K(1 - \chi) M_i / I_i.$$

Здесь

$$K = K_{ш} / \sigma_c^{1-p},$$

где  $K_{ш} = 0,5 \dots 1,5$  – коэффициент, зависящий от шероховатости поверхности, причем меньшие значения соответствуют  $R_a = 0,63 \dots 1,25$ , большие –  $R_z = 40 \dots 80$ ;  $p$  – коэффициент,



зависящий от материала, для металлов  $p = 0,5$ , для соединения металл – пластмасса  $p = 0,3$ ;  $\sigma_c = F_{\text{зат}}/A$  – напряжение сжатия в стыке, где  $F_{\text{зат}} = F_1 n$  – суммарная сила затяжки винтов (болтов),  $N$  ( $F_1$  – сила затяжки одного винта,  $N$ ;  $n$  – число винтов);  $A$  – площадь стыка,  $\text{мм}^2$ ;

$$\chi = \lambda_b / (\lambda_b + \lambda_d)$$

– коэффициент, учитывающий податливость винтов, где  $\lambda_b = l / (E_b A_b)$  – податливость винта ( $l$  – длина винта,  $\text{мм}$ ;  $A_b = \pi d_b^2 / 4$  – площадь поперечного сечения винта,  $\text{мм}^2$ );  $\lambda_d = 4h / \{ \pi [(d_{\text{оп}} + 0,5h)^2 + d_{\text{отв}}^2] E_d \}$  – податливость детали в месте крепления винта ( $h$  – высота фланца,  $\text{мм}$ ;  $d_{\text{оп}}$  – диаметр опорной поверхности шайбы под винтом, или диаметр головки винта,  $\text{мм}$ ;  $d_{\text{отв}}$  – диаметр отверстия фланца под винт,  $\text{мм}$ ;  $E_b, E_d$  – модуль упругости материала винта и детали, для стали равен  $2 \cdot 10^5$  МПа);

$I$  – момент инерции сечения стыка:

для прямоугольных стыков (рис. 3.12, б)

$$I_{\text{пр}} = b_i L_i^3 / 12 - b_i' (L_i')^3 / 12,$$

где  $b_i, L_i, b_i', L_i'$  – соответственно ширина и длина наружной и внутренней границ стыка,  $\text{мм}$ ;

для кольцевых стыков (рис. 3.12, в)

$$I_{\text{ки}} = \pi D^4 / 64 - \pi d^4 / 64,$$

где  $D, d$  – наружный и внутренний диаметры стыка,  $\text{мм}$ ;

$M_i$  – момент, действующий на стык,  $\text{Н} \cdot \text{м}$ .

Для обеспечения высокой жесткости стыка необходимо: число винтов и усилие затяжки выбирать из условия обеспечения величины  $\sigma_c = 2 \dots 3,5$  МПа;

при наличии бурта у фланца его ширина  $l_\phi = (1,0 \dots 1,2) h_\phi$ , где  $h_\phi$  – высота бурта фланца,  $\text{мм}$ .

**Определение собственной частоты колебаний.** Собственную частоту колебаний НМС наиболее рационально определять методом спектральной функции С. А. Бернштейна [19], позволяющим найти нижний и верхний ее пределы и оценить точность ее нахождения.

Собственная частота лежит в пределах

$$\frac{1}{\sqrt{B_2}} < f^2 < \frac{2}{B_1 + \sqrt{2B_2 - B_1^2}},$$

где  $B_1 = \sum_{i=1}^n m_i \delta_{ii}$ ;  $B_2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n m_i m_j \delta_{ij}^2$ ;  $m_i, m_j$  – массы в  $i$ -й и  $j$ -й точках соответственно;  $\delta_{ii}, \delta_{ij}$  – коэффициенты влия-

ния — перемещения в  $i$ -й точке от инерционной силы в  $i$ -м и  $j$ -м направлениях соответственно.

Для учета контактных деформаций при определении частоты коэффициенты влияния имеют вид

$$\delta_{ij} = \delta'_{ij}(1 + K_{ij}); \quad \delta_{ii} = \delta'_{ii}(1 + K_{ii}),$$

где  $K_{ii} = \Delta_{iik}/\Delta_{ii}$ ;  $K_{ij} = \Delta_{ijk}/\Delta_{ij}$ ;  $\Delta_{iik}$  — перемещение в  $i$ -м направлении схвата, связанное с контактной деформацией заделки  $k$ -го звена от инерционной силы в  $i$ -м направлении;  $\Delta_{ijk}$  — перемещение в  $j$ -м направлении схвата от деформации  $k$ -го звена от инерционной силы в  $j$ -м направлении. Величины  $\delta'_{ii}$  и  $\delta'_{ij}$  определяют по методу Верещагина перемножением эпюр от единичных сил в  $i$ -м и  $j$ -м направлениях.

**Построение графика изменения амплитуды колебаний при позиционировании.** График колебаний строят последовательно для четырех характерных участков движения (участок возрастания ускорения, участок движения с постоянным ускорением, участок уменьшения ускорения до нуля, участок позиционирования). Колебательный процесс в начале торможения, когда ускорение возрастает от нуля до максимального значения, описывается следующими выражениями:

для синусоидального изменения ускорения

$$A_1 = A_{ст} \left[ \frac{4t(2 \cdot 0,5T - t)}{0,5T^2} + \frac{8}{f^2(0,5T)^2} (1 + \cos ft) - \frac{4}{f^2 t^2} \sin ft \right];$$

для линейного изменения ускорения

$$A_1 = A_{ст} \left[ 1 + \frac{1}{ft} \sin ft \right],$$

где  $A_{ст} = \Delta_i + \Delta_{ik}$  — амплитуда при статическом приложении инерционных сил;  $T$  — период вынужденных колебаний, с;  $f$  — собственная частота колебаний, 1/с.

Колебательный процесс при движении с постоянным ускорением описывается уравнением свободных колебаний с затуханием

$$A = A_{ст} + e^{-nt} \left[ \frac{A_1}{f} \sin ft + A_1 \left( \cos ft + \frac{n}{p} \sin ft \right) \right],$$

где  $A_1$  — ближайший пик амплитуды вынужденных колебаний. Колебательный процесс на участке уменьшения ускорения до нуля описывается выражениями:

для синусоидального изменения ускорения

$$A = A_{\text{ст}} \left[ 1 - \frac{4(0,25T_1 - t)}{(0,5T_1)^2} - \frac{8}{f^2(0,5T_1)^2} (1 + \cos ft) + \frac{4}{f^2 t^2} \sin ft \right];$$

для линейного изменения ускорения

$$A = -A_{\text{ст}} \frac{1}{ft} \sin ft.$$

Колесательный процесс на участке позиционирования описывается уравнением свободных колебаний с затуханием

$$A_3 = A_2' - e^{-nt} \left[ \frac{A_1}{f} \sin ft + A_1 \cos ft + \frac{n}{f} \sin ft \right],$$

где  $A_2'$  — значения амплитуды колебаний в конце второго участка.

При наличии в конце позиционирования колебания с амплитудой, превышающей половину погрешности позиционирования, необходимо увеличить жесткость НМС и расчет повторить с новыми данными.

Для примера определим размеры основных звеньев робота для автоматизации горячей штамповки, параметры которого приведены в табл. 3.2.

*Определение ориентировочных размеров звеньев (направляющая руки, вертикальная стойка).*

Грузоподъемность робота

$$m = K_c K_n m_r = 1,1 \cdot 1,1 \cdot 40 = 48 \text{ кг.}$$

Значения  $K_c$ ,  $K_n$  см. в § 2.2.

Массу ориентирующего механизма определяем по формуле для одноступенчатого конического редуктора:

$$m_k = 27 K_n K_{\text{ср}} K_p K_n^{3/4} \sqrt{m_n r_k (g + a) / 250} = \\ = 27 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0,7 \cdot 1,2 \sqrt{48 \cdot 0,3 (10 + 5) / 250} = 20,3 \text{ кг.}$$

Значения коэффициентов  $K_n = 1$ ,  $K_{\text{ст}} = 1,25^{n-1} = 1$  (так как  $n = 1$ ),  $K_p = 0,7$ ,  $K_n = 1,2$  берем из данных (см. с. 133–134).

Аналогично определяем массу передаточного механизма привода кисти:

$$m_{\text{пм1}} = 27 \cdot 0,6 \cdot 0,9 \cdot 1,2 \sqrt{48 \cdot 0,3 (10 + 5) / 250} = 15,7 \text{ кг.}$$

Масса двигателя привода кисти 14 кг (выбор двигателя не приводится).

Таблица 3.2

Наименование параметра	Обозначение	Значение
Грузоподъемность, кг	$m$	40
Структура робота		Приведена на рис. 3.4, б
Перемещения:		
радиальный ход, мм	$S_1$	1500
поворот руки, град	$\Phi_2$	300
вертикальный ход, мм	$S_2$	800
вращение схвата, град	$\Phi_4$	300
Максимальная скорость груза, м/с	$V_r$	2,0
Максимальное ускорение в направлении $x$ , м/с <sup>2</sup>	$a_x$	5,0
то же $y$ , м/с <sup>2</sup>	$a_y$	2,0
» $z$ , м/с <sup>2</sup>	$a_z$	2,0
Радиус кисти, м	$r_k$	0,3
Погрешность позиционирования, мм	$\Delta$	$\pm 1,0$

Так как динамические нагрузки в направлении  $x$  наибольшие ( $a_x > a_y$ ,  $a_x > a_z$ ), в примере рассмотрим деформацию звеньев робота от ускорений в направлении  $x$ . На рис. 3.13, а приведена расчетная схема, на рис. 3.13, б, в, г — эпюры от инерционных и единичных сил.

Принимаем расстояния между опорами направляющей руки и вертикальной стойки  $L_1 = L_2 = 600$  мм, сечение направляющей руки — квадрат  $100 \times 100$  мм с толщиной стенки 10 мм, сечение вертикальной стойки — квадрат  $250 \times 250$  с толщиной стенки 10 мм и расстояние от торца корпуса до оси опоры  $b = 100$  мм. Имеем ориентировочное значение деформации

$$\Delta x_n = \frac{1}{EI_1} \frac{1}{3} l_1^3 m a_x + \frac{1}{GI_{p1}} m a_x r_k^2 l_1 +$$

$$+ \frac{1}{EI_2} \frac{1}{2} (l_2 - r_k)^2 \left[ \frac{2}{3} m a_x (l_2 - r_k) + m_k a_x l_2 \frac{2l_2 - r_k}{3l_2} \right] +$$

$$+ \frac{1}{GI_{p2}} m a_x l_1^2 l_2,$$

где

$$I_1 = \frac{b_1 h_1^3 - b_2 h_2^3}{12} = \frac{100^4 - 80^4}{12} = 4,92 \cdot 10^6 \text{ мм}^4;$$

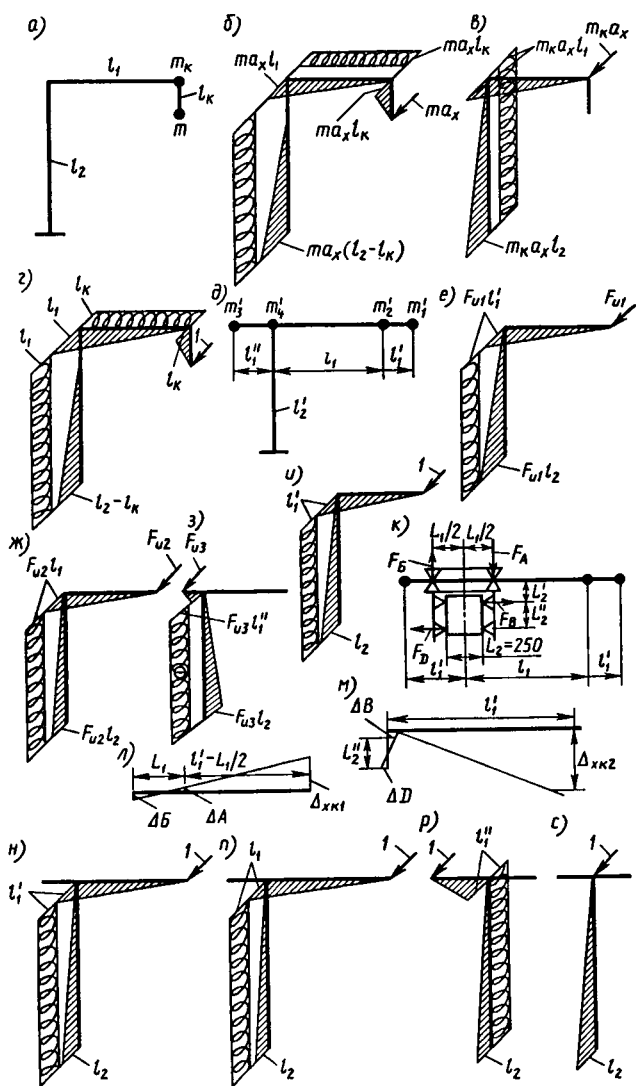


Рис. 3.13

$$I_{p1} = 2I_1 = 9,84 \cdot 10^6 \text{ мм}^4;$$

$$I_2 = \frac{b_3 h_3^3 - b_4 h_4^3}{12} = \frac{250^4 - 230^4}{12} = 9,18 \cdot 10^7 \text{ мм}^4;$$

$$I_{p2} = 2I_2 = 18,36 \cdot 10^7 \text{ мм}^4;$$

$$l_1 = S_1 + \frac{L_1}{2} + b = 1500 + \frac{600}{2} + 100 = 1900 \text{ мм};$$

$$l_2 = S_2 + \frac{L_2}{2} + b = 800 + \frac{600}{2} + 100 = 1200 \text{ мм};$$

$$\Delta x_{\text{п}} = 0,56 + 0,052 + 0,0016 + 0,01 = 0,68 \text{ мм}.$$

Выбранное сечение удовлетворяет условию  $\Delta x_{\text{п}} < 1,1\Delta$ ;  $0,68 \text{ мм} < 1,1 \cdot 1,0 = 1,1 \text{ мм}$ .

*Определение массы звеньев.* Масса направляющей руки  
 $m_1 = A_1(S_1 + L_1 + 2b)\rho =$   
 $= (100 \cdot 100 - 80 \cdot 80)(1500 + 600 + 200)7,8 \cdot 10^{-6} = 64,6 \text{ кг}.$

Масса вертикальной стойки  
 $m_2 = A_2(S_2 + L_2 + 2b)\rho =$   
 $= (250 \cdot 250 - 230 \cdot 230)(800 + 600 + 200)7,8 \cdot 10^{-6} = 119,8 \text{ кг}.$

Масса корпуса руки  
 $m_{\text{к1}} = 1,3A_1L_1\rho = 1,3 \cdot 3600 \cdot 600 \cdot 7,8 \cdot 10^{-6} = 21,9 \text{ кг}.$

Масса корпуса подъема  
 $m_{\text{к2}} = 1,3A_2L_2\rho = 1,3 \cdot 9600 \cdot 600 \cdot 7,8 \cdot 10^{-6} = 58,4 \text{ кг}.$

*Определение максимальной деформации под действием инерционных сил от податливости звеньев.* Расчетную схему составляем в соответствии с методикой, изложенной выше. Массы звеньев распределяем по концам, представляя их невесомыми с жесткостями  $EI_1/l_1$ ,  $EI_2/l_2$  (рис. 3.13, д);

$$m'_1 = m = 48 \text{ кг}; \quad m'_2 = m_{\text{к}} + 0,5m_1 = 20,3 + 0,5 \cdot 64,6 = 52,6 \text{ кг};$$

$$m'_3 = 0,5m_1 + m_{\text{пм1}} + m_{\text{д}} = 0,5 \cdot 64,6 + 20,3 + 14 = 66,6 \text{ кг};$$

$$m'_4 = m_{\text{к1}} + m_{\text{пм1}} + m_{\text{к2}} + 0,5m_2 =$$

$$= 21,9 + 20,3 + 58,4 + 0,5 \cdot 119,8 = 160,5 \text{ кг}.$$

Определяем инерционные силы  $F_{\text{иi}} = m_i a_i$ , а именно:

$$F_{\text{и1}} = m_1 a_x = 48 \cdot 5 = 240 \text{ Н};$$

$$F_{н2} = m_2' a_x l_1 / l_1' = 52,6 \cdot 5 \cdot 1900 / 2200 = 227 \text{ Н};$$

$$F_{н3} = m_3' a_x l_1'' / l_1' = 66,6 \cdot 5 \cdot 400 / 2200 = 60,5 \text{ Н},$$

где  $l_1' = l_1 + l_k$  и  $l_1'' = L_1 / 2 + b$ .

Эпюры от инерционных и единичных сил в местах их приложения показаны на рис. 3.13, *e-u*. Определяем деформацию звеньев от инерционных сил по формулам

$$\Delta_x = \Delta_{x1} + \Delta_{x2}; \quad \Delta_{x1} = \frac{1}{EI_1} \left[ \frac{1}{3} l_1'^2 (F_{н1} l_1 + F_{н2} l_1') \right];$$

$$\Delta_{x2} = \frac{1}{EI_2} \left[ \frac{1}{3} l_2^2 (F_{н1} l_2 + F_{н2} l_2 - F_{н3} l_2) \right] +$$

$$+ \frac{1}{GI_{p2}} l_2 l_1 (F_{н2} l_1' + F_{н1} l_1 + F_{н3} l_1'').$$

Получаем

$$\Delta_{x1} = 1,16 \text{ мм}; \quad \Delta_{x2} = 0,012 + 0,14 = 0,152 \text{ мм};$$

$$\Delta_x = 1,16 + 0,152 = 1,312 \text{ мм}.$$

*Определение перемещения схвата от контактной деформации узлов соединения звеньев.* Считая, что звенья абсолютно жесткие, определяем контактную деформацию в опорах направляющей руки и вертикальной стойки. Расчетная схема базирования звена на подшипниках (см. рис. 3.12, *a*) показана на рис. 3.13, *к*. Деформация опор равна сумме деформаций колец подшипников и тел качения (мм):

$$\Delta_{xк} = \Delta_{xк1} + \Delta_{xк2},$$

где  $\Delta_{xк1} = K_r' F_i^a \cdot 10^{-3}$  — деформация тел качения, мм;  $\Delta_{xк2} = 4 F_i K_r'' (1 + d/D) / (\pi d b)$  — деформация колец подшипника, мм;  $F_i$  — сила, действующая на подшипник, Н;  $d$  — внутренний диаметр подшипника, мм;  $D$  — наружный диаметр подшипника, мм;  $b$  — ширина подшипника, мм;  $K_r'$ ,  $K_r''$  — коэффициенты, зависящие от типа подшипника, и  $a$  — показатель степени (см. § 5.1). Усилия  $F_i$  определяются из уравнений моментов инерционных сил относительно точек *A*, *B*, *C*, *D* их приложения:

$$\sum M_A = F_{н1} \left( l_1' - \frac{L_1}{2} \right) + F_{н2} \left( l_1 - \frac{L_1}{2} \right) + F_{н3} \left( l_1'' + \frac{L_1}{2} \right) - F_B L_1 = 0;$$

$$F_B = \frac{F_{и1} \left( l_1' - \frac{L_1}{2} \right) + F_{и2} \left( l_1 - \frac{L_1}{2} \right) + F_{и3} \left( l_1'' + \frac{L_1}{2} \right)}{L_1} =$$

$$= 1436 \text{ Н.}$$

Аналогично,

$$F_A = 1842 \text{ Н; } F_B = 3731 \text{ Н; } F_D = 4137 \text{ Н.}$$

Если опоры выполнены на двух радиальных подшипниках ( $d = 25$ ,  $D = 62$ ,  $b = 17$ ), то силы  $F_i$  уменьшаем в два раза:

$$\Delta_{xк1A} = K_r' F_i^2 10^{-3} = 0,14 (1842/2)^{2/3} 10^{-3} = 0,013 \text{ мм,}$$

где  $K_r' = (0,7 - 0,002d)/4,64 = 0,14$  и  $a = 2/3$  (см. § 5.1).

$$\text{Аналогично, } \Delta_{xк1B} = 0,011 \text{ мм; } \Delta_{xк1B} = 0,021 \text{ мм; } \Delta_{xк1D} = 0,16 \text{ мм;}$$

$$\Delta_{xк2A} = \frac{4F_i K_r''}{2\pi db} \left( 1 + \frac{d}{D} \right) = \frac{4 \cdot 1842 \cdot 0,002}{2\pi \cdot 25 \cdot 17} \left( 1 + \frac{25}{62} \right) = 0,007 \text{ мм.}$$

$$\text{Аналогично, } \Delta_{xк2B} = 0,006 \text{ мм; } \Delta_{xк2B} = 0,015 \text{ мм; } \Delta_{xк2D} = 0,017 \text{ мм.}$$

Суммарное перемещение схвата от деформаций опор первого и второго звена  $\Delta_{xк} = \Delta_{xк1} + \Delta_{xк2}$ . Расчетная схема для определения величин приведена на рис. 3.13, л, м:

$$\Delta_{xк1} = \frac{l_1 + L_1/2}{L_1} (\Delta_{xA} + \Delta_{xB}) - \Delta_{xB},$$

$$\text{где } \Delta_{xA} = x_{к1A} + \Delta_{xк2A}; \Delta_{xB} = \Delta_{xк1B} + \Delta_{xк2B};$$

$$\Delta_{xк2} = \frac{\Delta_{xB} + \Delta_{xD}}{L_2''} l_1',$$

$$\text{где } \Delta_{xB} = \Delta_{xк1B} + \Delta_{xк2B}; \Delta_{xD} = \Delta_{xк1D} + \Delta_{xк2D}; L_2'' = 250 \text{ мм}$$

– расстояние между катками.

В результате имеем:

$$\Delta_{xк1} = 0,254 \text{ мм; } \Delta_{xк2} = 1,874 \text{ мм; } \Delta_{xк} = 2,128 \text{ мм;}$$

$$A_{ст} = \Delta_x + \Delta_{xк} = 1,312 + 2,128 = 3,44 \text{ мм.}$$

*Определение собственной частоты колебаний.* Расчет проводим по формуле

$$\frac{1}{\sqrt{B_2}} < f^2 < \frac{2}{B_1 + \sqrt{2B_2 - B_1^2}},$$



где  $B_1 = \sum_{i=1}^n m_i \delta_{ij} 10^{-3}$ ;  $B_2 = \sum_{i=1}^n m_i \sum_{j=1}^n m_i \delta_{ij}^2 10^{-6}$ ;  $\delta_{ij} = \delta'_{ij}(1 + K_j)$ ;  $\delta_{ij}$  — коэффициенты влияния в  $i$ -й точке НМС в  $j$ -м направлении, мм/Н;  $K_i = \Delta_{xki}/\Delta_{xi}$  — коэффициент, учитывающий контактную податливость:

$$K_1 = \Delta_{xk1}/\Delta_{x1} = 0,254/1,16 = 0,219;$$

$$K_2 = \Delta_{xk2}/\Delta_{x2} = 1,874/0,152 = 12,3.$$

Эпюры от единичных сил показаны на рис. 3.13,  $n-c$ , тогда

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{1 + K_1}{3EI_1} (l_1')^3 + \frac{1 + K_2}{3EI_2} l_2^3 + \frac{1 + K_2}{3GI_{p2}} (l_1')^3 = \\ &= 8,02 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н}; \end{aligned}$$

$$\delta_{22} = \frac{1 + K_1}{3EI_1} l_1^3 + \frac{1 + K_2}{3EI_2} l_2^3 + \frac{1 + K_2}{3GI_{p2}} (l_1')^3 = 3,25 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н};$$

$$\delta_{33} = \frac{(1 + K_1)(l_1')^3}{3EI_1} + \frac{(1 + K_2)l_2^3}{3EI_2} = 0,44 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н};$$

$$\delta_{44} = \frac{(1 + K_2)l_2^3}{3EI_2} = 0,42 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н};$$

$$\begin{aligned} \delta_{12} = \delta_{21} &= \\ &= \frac{1 + K_1}{EI_1} \frac{1}{2} (l_1')^2 \frac{3l_1' - l_1}{3} + \frac{1 + K_2}{3EI_2} l_2^3 + \frac{1 + K_2}{3GI_{p2}} (l_1')^2 l_2 = \\ &= 6,96 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н}; \end{aligned}$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = -\frac{(1 + K_2)l_2^3}{3EI_2} = -0,42 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н};$$

$$\begin{aligned} \delta_{14} &= \frac{(1 + K_2)l_2^3}{3EI_2} = 0,42 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н}; \quad \delta_{23} = \delta_{32} = \\ &= -\frac{(1 + K_2)l_2^3}{3EI_2}; \end{aligned}$$

$$\delta_{24} = \frac{(1 + K_2)l_2^3}{3EI_2}; \quad \delta_{34} = \delta_{43} = -\frac{(1 + K_2)l_2^3}{3EI_2};$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \delta_{23} = \delta_{34} = \delta_{32} = \delta_{43} = -0,42 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н};$$

$$\delta_{14} = \delta_{41} = \delta_{24} = \delta_{42} = 0,42 \cdot 10^{-3} \text{ мм/Н};$$

$$\begin{aligned}
 B_1 &= m_1' \delta_{11} + m_2' \delta_{22} + m_3' \delta_{33} + m_4' \delta_{44} = \\
 &= 0,39 \cdot 10^{-3} + 0,17 \cdot 10^{-3} + 0,029 \cdot 10^{-3} + 0,067 \cdot 10^{-3} = \\
 &= 0,662 \cdot 10^{-3} \text{ с};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_2 &= m_1'(m_1' \delta_{11}^2 + m_2' \delta_{12}^2 + m_3' \delta_{13}^2 + m_4' \delta_{14}^2 + \\
 &+ m_2'(m_1' \delta_{12}^2 + m_2' \delta_{22}^2 + m_3' \delta_{23}^2 + m_4' \delta_{24}^2) + \\
 &+ m_3'(m_1' \delta_{31}^2 + m_2' \delta_{32}^2 + m_3' \delta_{33}^2 + m_4' \delta_{34}^2) + m_4' m_4' \delta_{44}^2 = \\
 &= 42,8 \cdot 10^{-6} \text{ с}^2;
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{\sqrt{42,8 \cdot 10^{-6}}} < f^2 < \frac{2}{0,662 \cdot 10^{-3} \sqrt{2 \cdot 42,8 \cdot 10^{-6} - (0,662 \cdot 10^{-3})^2}};$$

$$12,4 < f < 14,2.$$

Принимаем среднее значение  $f = (12,4 + 14,2)/2 = 13,3$ .  
Период колебаний

$$T = 2\pi/f = 6,28/13,3 = 0,47 \text{ с.}$$

*Построение графика механических колебаний НМС при подходе к точке позиционирования.* Вычисляем время снижения скорости до нуля:  $t = v_x/a_x = 0,6$  с. Время нарастания ускорения  $t_1 = 0,1$  с. Закон нарастания ускорения принимаем линейным, тогда амплитуда в конце участка нарастания ускорения

$$\begin{aligned}
 A_1 &= A_{\text{ст}} \left( 1 + \frac{1}{ft_1} \sin ft_1 \right) = 3,44 \left( 1 + \frac{1}{13,3 \cdot 0,1} \sin 13,3 \cdot 0,1 \right) = \\
 &= 5,9 \text{ мм.}
 \end{aligned}$$

На участке движения с максимальным ускорением  $0,1 \text{ с} < t_2 < 0,6 \text{ с}$  происходит движение со свободными колебаниями, которые описываются выражением

$$A_2 = A_1' + e^{-0,6t} \left[ \frac{5,9}{f} \sin ft + 5,9 \cos ft + \frac{0,6}{f} \sin ft \right].$$

На участке движения, где ускорение  $a_x$  уменьшается до нуля за время  $t_3 = 0,2 \text{ с}$  ( $0,7 < t_3 < 0,9$ ), амплитуда колебаний описывается выражением

$$A_3 = A_2' - A_{\text{ст}} \left( 1 + \frac{1}{ft_3} \sin ft_3 \right),$$

где  $A_1'$ ,  $A_2'$  — амплитуды колебаний в конце первого и второго участков. После окончания вынужденных колебаний про-

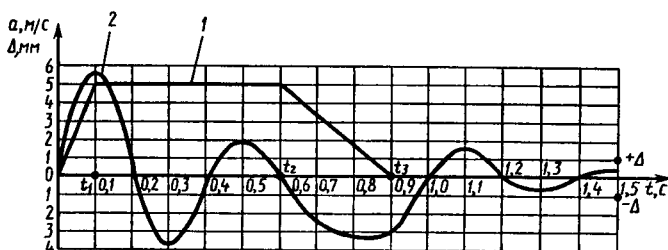


Рис. 3.14

исходят колебания с собственной частотой  $f$ . На рис. 3.14 приведены закон изменения ускорения 1 и график колебаний 2, построенные по полученным данным.

Анализ графика 1 показывает, что выбранная жесткость удовлетворяет требованиям к точности робота, полное затухание колебаний происходит за 0,7 с после окончания движения. Анализ графика 2 составляющих деформаций показывает, что при необходимости жесткость НМС целесообразно увеличивать за счет увеличения сечения первого звена, размера  $L_2$  и размеров подшипников опор второго звена.

### 3.3. Исполнительная система

Исполнительная система (ИС), как было указано выше, предназначена для обеспечения звеньям НМС и исполнительному механизму робота динамических характеристик (скорость, ускорение, точность). Исходными данными для проектирования ИС являются динамические параметры и перемещения степеней подвижности, структура НМС, конструктивное исполнение и структура ориентирующего механизма, распределения масс НМС и размеры рабочей зоны (эти данные определяются по методикам, изложенным в § 2.2, 3.2).

Одним из самых важных этапов проектирования ИС является разработка компоновочного чертежа с целью определения взаимного положения звеньев и узлов робота, их присоединительных размеров, увязки присоединительных размеров узлов, типа и исполнения кинематических связей между приводами, передаточными механизмами и ориентирующими механизмами. По компоновочному чертежу уточняются предварительное расположение масс на несущей ме-

ханической системе и правильность выбора кинематической структуры.

Компоновочный чертеж выполняют параллельно с разработкой кинематической схемы, определением типа и мощности приводов, а также устройств силового уравнивания. При этом стремятся рационально расположить механизмы и приводы в конструкции с целью уменьшения числа кинематических элементов связи приводов с модулями, степеней подвижности и приведенных к валам двигателей моментов инерции. Для этого в конструкциях рук приводы и механизмы преобразования движения ориентирующих механизмов (кистей) располагают над осью вращения руки. Массу руки относительно шарнира ее качания необходимо распределить таким образом, чтобы статический момент от массы ориентирующего механизма, груза, руки компенсировался массой их приводов.

Рассмотрим особенности компоновок роботов с различной структурой НМС и применяемые при этом конструктивные решения исполнительной системы. На рис. 3.15, а показана компоновка робота, работающего в цилиндрической системе координат. На механизме поворота 9 установлена направляющая 8 механизма подъема, на которой монтируется корпус 7. На корпусе 7 монтируется корпус 4, в котором расположены направляющая 5 руки и механизм вертикального перемещения 1. На передний торец направляющей 5 устанавливается ориентирующий механизм 6 кисти.

Для большинства моделей роботов этой компоновки характерно расположение приводов ориентирующих степеней подвижности в задней части направляющей руки. Это обеспечивает наибольшую простоту конструкции руки, так как

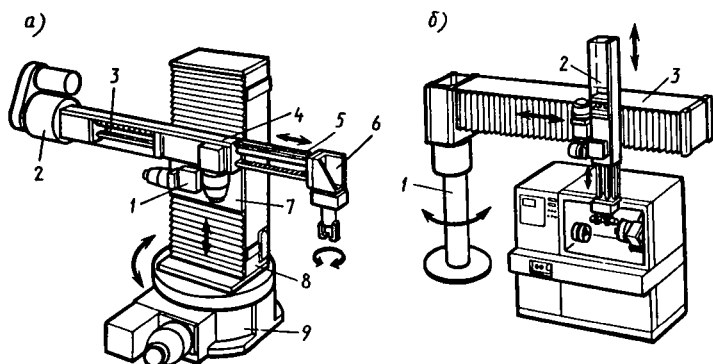


Рис. 3.15

приводы связываются с ориентирующими степенями подвижности без дополнительных кинематических элементов за счет соединения валов 3 привода 2 и ориентирующего механизма б. Направляющая руки выполняется в виде трубы. Недостатками такой компоновки являются необходимость наличия свободной рабочей зоны позади робота и увеличение момента инерции руки на величину, равную  $m_{пр}l_1^2$ , где  $m_{пр}$  — масса привода ориентирующих степеней подвижности;  $l_1$  — расстояние до центра тяжести привода ориентирующих степеней подвижности от оси вращения руки.

Эти недостатки устраняются применением других компоновок рук и самого робота. Например, приводы ориентирующих движений устанавливаются на корпусе руки, а их связь с ориентирующими механизмами осуществляется с помощью зубчатых или других видов передач, муфт передачи крутящего момента (см. рис. 4.1).

На рис. 3.15, б показан пример решения этой задачи с помощью компоновки робота. Компоновка характеризуется тем, что на поворотную колонну 2 установлен монорельс 3, по которому перемещается вертикально расположенная рука 1.

На рис. 1.1 показана компоновка робота, работающего в сферической системе координат. В такой компоновке наиболее часто приводы ориентирующих степеней подвижности расположены на корпусе руки над осью поворотной платформы. Это обеспечивает минимальный момент инерции для механизма поворота руки. При выполнении направляющей руки в виде трубы связь приводов ориентирующих степеней подвижности с ориентирующим механизмом кисти осуществляется через зубчатые, цепные, зубчато-ременные передачи, шлицевой вал и муфту передачи крутящего момента. Недостатком такой конструкции являются большие размеры корпуса руки. Второй вариант компоновки — конструкция с направляющей корытообразной формы. В этом случае передача движения к ориентирующему механизму кисти осуществляется с помощью зубчатой или зубчато-ременной передачи, шлицевого вала и муфты. В третьем варианте компоновки валы, передающие вращение ориентирующему механизму кисти, выполняются в виде направляющих. В этом случае валы в сечении имеют прямоугольную или шестигранную форму.

Компоновки роботов, работающих в угловой системе координат, могут быть двух вариантов. В обоих вариантах компоновок используется двухшарнирная рука, в первом ва-

рианте оси шарниров руки горизонтальны (см. рис. 1.3), во втором — вертикальны (см. рис. 1.2). В последнем случае для перемещения в вертикальной плоскости используется модуль прямолинейного перемещения. Приводы ориентирующих степеней подвижности располагаются или в задней части руки, или соосно шарнирам локтя или плеча.

Наиболее распространены компоновки порталных роботов монорельсового (см. рис. 1.7, 1.8) и мостового (см. рис. 1.10) типа. Компоновка монорельсового типа имеет следующие конструктивные особенности. На стойках устанавливается продольная балка, на которой закреплены направляющие. На направляющих монтируется каретка перемещения руки по монорельсу. На корпусе каретки закрепляется привод с механизмом перемещения, выходным звеном которого обычно является зубчатое колесо, находящееся в зацеплении с рейкой.

Анализ компоновок роботов показывает:

передача движения к ориентирующим механизмам осуществляется с помощью сложной кинематической цепи, элементы которой (трансмиссионные валы, муфты передачи крутящего момента, зубчато-ременные передачи) имеют ограниченную жесткость, которая обычно меньше жесткости элементов несущей механической системы;

приводы других движений располагаются в непосредственной близости от исполнительных механизмов и их жесткость значительно выше;

при определении усилий, действующих на исполнительные механизмы, необходимо учитывать особенности принятой компоновки и обеспечивать деформацию исполнительной системы, приведенную к схвату, в пределах допустимых значений. Методика расчета деформации элементов исполнительной системы приведена в гл. 4 и 5.

### **3.4. Выбор типа привода**

В роботах применяют пневмо-, гидро- и электроприводы. Пневмоприводы в роботах применяют редко из-за низких жесткостных характеристик и ограниченной гибкости программирования. Гидроприводы по сравнению с электроприводами обеспечивают более высокие параметры роботов, однако их эксплуатационные расходы выше ввиду необходимости обеспечения высокой чистоты масла и отсутствия утечек. Поэтому в последнее время чаще применяются электроприводы. При выборе типа привода следует рассматривать комплекс технических и эксплуатационных требований,

в том числе возможность комплектования и эксплуатации того или иного типа привода.

**Выбор электродвигателя.** Выбор электродвигателя для различных механизмов роботов целесообразно производить в такой последовательности:

определить момент на валу электродвигателя от статической нагрузки;

определить момент на валу электродвигателя от инерционной нагрузки;

определить максимальный момент на валу электродвигателя;

по каталогу выбрать электродвигатель [15];

после проектирования узлов и механизмов провести проверочный расчет правильности выбора двигателя по эквивалентному моменту и времени разгона до номинальной скорости.

*Определение статического момента на валу двигателя.* Для механизмов вращения с горизонтальной осью

$$T_{ст} = (mgl_m - Ql_Q + T_{тр}) / (i_{мв} \eta_{мв}).$$

Для механизмов подъема

$$T_{ст} = 2(mg - Q + T_{тр}) / (D_v i_{пм} \eta_{пм}).$$

Для механизмов горизонтального перемещения

$$T_{ст} = 2F_{тр} / (D_i i_{пм} \eta_{пм}).$$

Для механизмов вращения с вертикальной осью

$$T_{ст} = T_{тр} / (i_{пм} \eta_{пм}).$$

Здесь  $m$  – масса перемещаемого узла, кг;  $l_m$  – расстояние от оси вращения механизма до центра перемещаемых масс, м;  $Q$  – усилие уравновешивания массы, Н;  $l_Q$  – плечо действия усилия  $Q$  относительно оси вращения механизма, м;  $T_{тр}$  – момент трения, Н·м;  $D_v$  – делительный диаметр выходного кинематического элемента, м;  $i_{мв}$ ,  $i_{пм}$  – передаточные отношения механизмов;  $\eta_{мв}$ ,  $\eta_{пм}$  – к. п. д. механизмов;  $F_{тр}$  – усилие трения в направляющей опорного механизма, Н.

*Определение динамического момента на валу двигателя.* Для механизма вращения

$$T_d = ml_m^2 \epsilon_d / i_{пм}.$$

Для механизма прямолинейного перемещения

$$T_d = mD^2 \epsilon_d / (4i_{пм}^2),$$

где  $\epsilon_d = \omega / t_p$  – ускорение вала двигателя, рад/с<sup>2</sup> ( $\omega$  – угловая

скорость вала двигателя, рад/с;  $t_p$  — время разгона до номинальной скорости, с).

Момент двигателя по каталогу должен удовлетворять неравенству

$$T \geq \frac{T_{ст} + T_d}{K_{пп}},$$

где  $K_{пп}$  — коэффициент перегрузки привода:  $K_{пп} = 1,5 \dots 3,0$  при обслуживании станков,  $K_{пп} = 1,2 \dots 1,5$  при обслуживании прессов и  $K_{пп} = 1 \dots 1,1$  при контактной сварке.

Проверку теплового режима двигателя проводят по эквивалентному моменту

$$T_{эв} = \sqrt{PB [\sum (T_{ст}^2 + T_d^2) t_p + \sum T_{ст}^2 t_n] / [\beta (\sum t_p + \sum t_n)]},$$

где  $PB = t_x / t_n$  — коэффициент периода включения степени подвижности ( $t_x$  — время работы степени подвижности в цикле;  $t_n$  — время цикла);  $t_p$  — время разгона;  $t_n$  — время движения с постоянной скоростью;  $\beta$  — коэффициент, зависящий от охлаждения двигателя:  $\beta = 0,99$  для двигателей, находящихся в закрытом объеме,  $\beta = 0,85$  для двигателей при наличии внешнего обдува и  $\beta = 0,75$  для двигателей с вентилятором на валу, находящихся в открытом пространстве.

Значения  $t_n$ ,  $t_p$ ,  $t_x$ ,  $t_n$  находят из циклограммы работа, построенной в соответствии с методикой, изложенной в гл. 2. Средние величины  $t_p$  составляют  $0,3 \dots 0,5$  с.

Проверку электромеханической постоянной выполняют по формуле

$$t_M = t_0 (J_y + J_{пр}) / J_y \leq t_p,$$

где  $t_0$  — электромеханическая постоянная двигателя;  $J_y$  — момент инерции якоря, кг·м<sup>2</sup>;  $J_{пр}$  — приведенный момент инерции к валу двигателя, кг·м<sup>2</sup>.

Для механизмов вращения

$$J_{пр} = J_n (\omega_n / \omega_d)^2,$$

где  $J_n = m_i l_i^2$  — момент инерции нагрузки, кг·м<sup>2</sup>;  $\omega_n$ ,  $\omega_d$  — угловые скорости соответственно механизма поворота и вала двигателя, рад/с.

Для механизмов прямолинейного перемещения

$$J_{пр} = m (V_n / \omega_d)^2,$$

где  $V_n$  — скорость поступательно движущегося механизма, м/с.

**Определение параметров гидроприводов.** В отечественных работах применяются следующие типы гидроприводов:



электрогидравлические следящие с линейными гидроцилиндрами типа ПЭГС; электрогидравлические следящие с поворотными гидродвигателями типа СП; электрогидравлические шаговые приводы вращательного движения типа Э32Г28-2; электрогидравлические линейные шаговые приводы типа Г28-2.

Для выбора параметров гидроприводов следует определить по каждой степени подвижности максимальную скорость  $V_{\max}$  и нагрузку ( $F_{\max}$ ,  $T_{\max}$ ).

Рабочее давление при применении гидроцилиндров (МПа)

$$p = 4F_{\max} / (\pi d_{\text{ц}}^2 \eta);$$

для гидромоторов (МПа)

$$p = 2 \cdot 10^3 \pi T_{\max} / q;$$

для гидроквadrантов (МПа)

$$p = 8 \cdot 10^3 T_{\max} / [z b (D^2 - d^2) \eta],$$

где  $d_{\text{ц}}$  — диаметр гидроцилиндра, мм;  $q$  — удельная производительность гидромотора, мм<sup>3</sup>/об;  $z$  — число пластин гидроквadrанта;  $b$  — ширина пластин, мм;  $D$  — диаметр гидроквadrанта, мм;  $d$  — диаметр вала, несущего пластины, мм;  $\eta$  — к. п. д. гидросистемы; принимают  $\eta = 0,7 \dots 0,8$ .

Полученное значение  $p$  округляют до ближайшего большого числа из ряда 12,5; 16,0; 20,0; 32,0 МПа.

Расходы жидкости (мм<sup>3</sup>/с): для гидроцилиндра  $Q = 1,05 \cdot 10^3 V_{\max} \pi d^2 / 4$ ; для гидромотора  $Q = 63 q \omega_{\max}$ ; для гидроквadrанта  $Q = 7,88 \omega_{\max} b (D^2 - d^2)$ , где  $\omega_{\max}$  — частота вращения, с<sup>-1</sup>.

Общий расход гидросистемы определяется как сумма расходов степеней подвижности за время цикла, деленная на время.

Длина гидроцилиндра  $L \leq (18 \dots 20) d_{\text{ц}}$ . В случае несоблюдения неравенства применяют гидромоторы с зубчато-реечной передачей.

**Определение параметров пневмоприводов.** В качестве приводов ПР наибольшее распространение получили пневмоцилиндры и пневмодвигатели. Специфика определения параметров пневмоприводов состоит в том, что в связи с сжимаемостью воздуха при одних и тех же внешних условиях (скорость, усилие) можно использовать различную площадь привода за счет изменения проходных сечений входа  $a_1$  и выхода  $a_{2в}$ . В связи с этим при выборе параметров пневмопривода необходимо определить площадь поршня и пло-

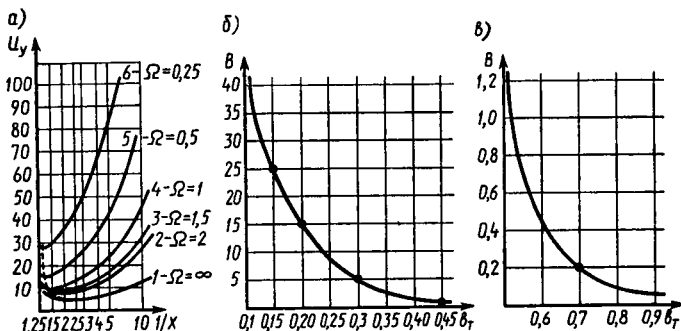


Рис. 3.16

щади  $a_3$ ,  $a_{эв}$ . Их определяют по соотношениям безразмерных параметров [8, 19]:

$$u = a_3 a_1; \quad 1/\chi = A_n a_2; \quad \Omega = a_{эв}/a_3,$$

где  $a_1 = K' p_m / (F V_{ср})$ ;  $a_2 = p_m / F$ ;  $K' = 755$  м/с [8];  $p_m$  — давление в магистрали, МПа;  $F$  — нагрузка, Н;  $V_{ср}$  — средняя скорость движения степени подвижности, м/с;  $A_n$  — площадь поршня, мм<sup>2</sup>. Соотношения между  $u$  и  $1/\chi$  для различных  $\Omega$  приведены на графике рис. 3.16, а.

Выбор пневмопривода проводят в такой последовательности:

определяют конструктивные параметры  $a_1$  и  $a_2$ ;

исходя из конструктивных параметров привода определяют суммарную нагрузку на приводе:  $F = F_n + F_{тр}$ , где  $F_n$  — усилие полезной нагрузки, Н;  $F_{тр} = 3,5 \sqrt{F_n}$  — усилие трения в цилиндре, Н;

исходя из конструкции приводного цилиндра определяют безразмерный параметр  $\Omega$ : для односторонних цилиндров из условия устойчивости  $\Omega = 0,5$ , для двусторонних цилиндров обычно  $\Omega = 1,0$ ;

по кривой  $u = f(1/\chi)$  определяют для принятого  $\Omega$  минимальное значение  $u$  и соответствующие ему значения  $1/\chi$ ;

оценивают устойчивость движения привода по формуле  $\delta = V_{ср} \sqrt{10^3 m / (FS)} \leq 0,25$ , где  $m$  — масса подвижных частей, кг;  $S$  — перемещение, мм;

определяют площадь поршня (мм<sup>2</sup>):  $A_n = (1/\chi)/a_2$ ;

определяют площадь входа  $a_3 = u/a_1$  и площадь выхода  $a_{эв} = \Omega a_3$ ;

по найденным значениям  $a_3$  и  $a_{эв}$  определяют действительные площади входа и выхода:  $a_{эд} = a_3/\mu$ ;  $a_{эвд} = a_{эв}/\mu_B$ ;

в качестве первого приближения можно принимать  $\mu = 0,3 \dots 0,35$ ,  $\mu_n = 0,15 \dots 0,25$ ;

определяют необходимый тормозной путь:

$$S = (1 - b_T) V_{от} / (A_T b_T),$$

где  $V_{от} = \xi A_T S$  — объем тормозной полости, заключенный между поршнем и тормозным дросселем (для внешнего тормозного устройства сюда входит и объем трубопровода, соединяющего цилиндр с тормозным золотником),  $\text{мм}^3$ ;  $\xi = 0,05 \dots 0,2$  — большие значения принимают для цилиндров с большим ходом;  $b_T$  — коэффициент, определяемый по графикам (рис. 3.16, б, в) в функции параметра  $B = \delta_T^2 F S A_T / [(p_M A_T - F) V_{от}]$ ;  $\delta_T = V_y \sqrt{10^3 m / (F S)}$ ;  $V_y = (1,1 \dots 1,5) V_{cp}$  — скорость установившегося движения (меньшие значения следует принимать для приводов с малыми значениями ходов);  $A_T$  — площадь тормозной части поршня,  $\text{мм}^2$ .

Закон движения поршня с перемещением на малую величину можно получить либо с помощью дополнительного управляющего клапана, уменьшающего сечение выхлопного канала в некоторой точке хода с перемещением  $S_i$ , либо настройкой пневмопривода на режим автоторможения [8].

**Пример.** Требуется выбрать параметры привода двустороннего действия по следующим данным:  $V_{cp} = 0,5$  м/с;  $F_n = 1000$  Н;  $S = 500$  мм; масса движущихся частей  $m = 100$  кг;  $p_M = 0,5$  МПа при условии равенства каналов входа и выхода  $a_2 = a_{эв}$ .

**Решение.** Определяем конструктивные параметры:

$$a_{1y} = K^1 p_M / (V_{cp} F) = 755 \cdot 0,5 / (5 \cdot 1000) = 0,75 \text{ мм}^{-2};$$

$$a_2 = p_M / F = 0,5 / 1000 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^{-2}.$$

Находим суммарную нагрузку на привод:

$$F = F_n + F_{тр} = F_n + 3,5 \sqrt{F_n} = 1000 + 3,5 \sqrt{1000} = 1110 \text{ Н}.$$

Так как привод выполнен на базе двустороннего цилиндра, принимаем коэффициент  $\Omega = 1$ .

По зависимости, соответствующей значению  $\Omega = 1$  (см. рис. 3.16, а), находим параметр  $u_{1 \min} = 10,5$ , приняв значение  $1/\chi = 1,5$ .

Проверим устойчивость движения поршня:  $\delta = V_{cp} \sqrt{10^3 m / (F_n S)} = 0,5 \sqrt{10^3 \cdot 100 / (1110 \cdot 500)} = 0,21$ , что удовлетворяет условию  $\delta \leq 0,25$ .

Вычисляем площадь поршня:

$$A_n = (1/\chi) / a_2 = 1,5 / (5 \cdot 10^{-4}) = 0,3 \cdot 10^{-4} \text{ мм}^2.$$

Диаметр поршня  $d = \sqrt{4 A_n / \pi} = \sqrt{4 \cdot 3000 / \pi} = 61,8$  мм. Принимаем  $d = 63$  мм, тогда  $A_n = \pi 63^2 / 4 = 3117 \text{ мм}^2$ .

Определяем площадь входа и выхода:

$$a_3 = a_{эв} = u_{1y}/a_{1y} = 10,5/0,75 = 14 \text{ мм}^2.$$

По полученным значениям  $a_3$  и  $a_{эв}$  находим их действительные геометрические размеры:  $a_{эд} = a_{эвд} = a_3/\mu = 14/0,3 = 46,7 \text{ мм}^2$ , тогда

$$d_{эд} = d_{эвд} = \sqrt{4a_{эд}/\pi} = \sqrt{4 \cdot 46,7/\pi} = 7,7 \text{ мм}.$$

Принимаем  $d_{эд} = d_{эвд} = 8 \text{ мм}$ . Следовательно,  $a_{эд} = a_{эвд} = \pi d_{эд}^2/4 = \pi \cdot 8^2/4 = 50,3 \text{ мм}^2$ .

Определяем путь торможения:  $V_{от} = \xi A_T S = 0,15 \cdot 3117 \cdot 500 = 233775 \text{ мм}^2$ ;  $A_T = A_{п}$ ;  $b_T = 0,5$  определяем по значению (рис. 3.16, б, в)

$$B = \frac{\delta_T^2 F S A_T}{(p_M A_T - F) V_{от}} = \frac{0,26^2 \cdot 1117 \cdot 500 \cdot 3117}{(0,5 \cdot 3117 - 1100) 233775} = 0,77;$$

$$(1 - b_T) V_{от} / (b_T A_T) = (1 - 0,5) 233775 / (0,5 \cdot 3117) = 74,9 \text{ мм}.$$

Таким образом, заданным параметрам удовлетворяет пневмопривод на базе пневмоцилиндра с диаметром поршня 63 мм и диаметром входных отверстий 8 мм. При этом обеспечивается путь торможения 75 мм.

### 3.5. Разработка кинематической схемы

Кинематическую схему работа разрабатывают в такой последовательности:

определяют оптимальное передаточное отношение по каждой степени подвижности;

выбирают исходя из принятых передаточных отношений и компоновочного чертежа тип кинематических элементов передач и разбивают передаточное отношение по элементам кинематической цепи;

исходя из компоновочного чертежа и установленных передаточных отношений определяют тип кинематических связей между приводом и входным элементом передаточного механизма в случае их раздельного расположения и между выходным элементом передаточного механизма и ориентирующим или исполнительным механизмом;

выбирают тип датчика и определяют передаточное отношение к нему по степеням подвижности;

определяют тип и параметры устройства уравнивания степеней подвижности (см. кн. 2);

оформляют чертеж кинематической схемы.

**Определение передаточного отношения.** Особенностью работы роботов являются большие динамические нагрузки и большая доля малых перемещений. Поэтому для опреде-

ления оптимального передаточного отношения необходимо учитывать, что с его увеличением приведенный момент инерции к валу двигателя уменьшается в соотношении  $J_n/i^2$ , что приводит к резкому уменьшению времени разгона. С другой стороны, при этом уменьшается максимальная скорость установившегося движения. При уменьшении передаточного отношения максимальная скорость установившегося движения растет, но при этом увеличивается и время разгона. В связи с этим передаточное отношение выбирают из условия минимизации времени перемещения по степени подвижности.

Время перемещения по степени подвижности

$$t_{\text{ц}} = t_p + t_r + t_{\text{п}},$$

где  $t_p$  — время разгона;  $t_r = K_1 t_p$  — время торможения;  $t_{\text{п}}$  — время движения с постоянной скоростью;  $K_1 = 1,5 \dots 3,0$  — меньшее значение принимают для гидропривода, большее — для электропривода. Для проективных расчетов с использованием следящего электропривода на базе двигателя постоянного тока  $K_1 = 2,6$ , так как  $t_r + t_{\text{п}} = t_p (K_1 + 1)$ .

Для нахождения соотношений времени цикла рассмотрим реальные кривые разгона и торможения (рис. 3.17, а). Обозначим:

$$K_2 = \varphi'_p / \varphi_p; \quad K_3 = \varphi'_r / \varphi_r,$$

где  $\varphi'_p$ ,  $\varphi'_r$  — пути разгона и торможения при линейном законе, а  $\varphi_p$ ,  $\varphi_r$  — пути разгона и торможения при реальном законе движения. Зависимости коэффициентов  $K_2$  и  $K_3$  от точности позиционирования приведены на диаграмме (рис. 3.17, б).

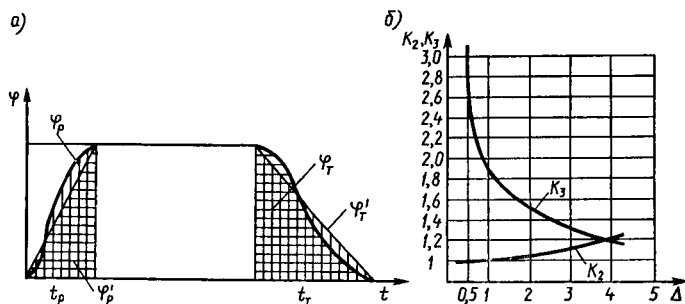


Рис. 3.17

Значения  $\varphi_p$  и  $\varphi_r$  определяются по формулам  
 $\varphi_p = (\omega/t_p) t_p^2 / (2K_2)$ ;  $\varphi_r = [(\omega/K_1 t_p)] K_1^2 t_p^2 / (2K_3)$ ,

откуда отношение  $\varphi_r / \varphi_p = K_1 K_2 / K_3$ .

Так как  $t_p = \omega / \varepsilon$ , то

$$\varphi_p = \omega t_p / (2K_2) = \omega^2 / (2\varepsilon K_2); \quad \varphi_r = \omega^2 K_1 / (2\varepsilon K_3).$$

Тогда

$$\varphi_n = \varphi - \varphi_p - \varphi_r = \varphi - \frac{\omega^2}{2\varepsilon} \left( \frac{1}{K_2} + \frac{K_1}{K_3} \right);$$

$$t_n = \frac{\varphi_n}{\omega} = \frac{\varphi}{\omega} - \frac{(K_3 + K_2 K_1) \omega}{2K_2 K_3 \varepsilon};$$

$$t_n = \frac{\varphi}{\omega} + \frac{\omega}{\varepsilon} \left( K_1 + 1 - \frac{K_3 + K_2 K_1}{2K_2 K_3} \right).$$

Так как  $\omega = \omega_{дв} / i$ , а  $\varepsilon = (T_d - T_r) / [(J_n + J_{дв}) i^2 \eta]$ , то после соответствующих преобразований имеем

$$t_n = \frac{\varphi_i}{\omega_{дв}} + \frac{\omega_{дв} J_n [K_1 + 1 - (K_3 + K_2 K_1) / (2K_2 K_3)]}{i^2 (T_d - T_r) \eta} + \\ + \frac{\omega_{дв} J_{дв} [K_1 + 1 - (K_3 + K_2 K_1) / (2K_2 K_3)]}{i^2 (T_d - T_r) \eta},$$

где  $T_d$  — динамический момент;  $T_r$  — момент трения;  $J_n$  — момент инерции нагрузки;  $J_{дв}$  — момент инерции двигателя;  $\eta$  — к. п. д. механизма.

Дифференцируя по  $i$  и приравнявая нулю, имеем

$$0 = \frac{\varphi}{\omega_{дв}} - \frac{2\omega_{дв} J_n [K_1 + 1 - (K_3 + K_2 K_1) / (2K_2 K_3)]}{(T_d - T_r) i^3 \eta},$$

откуда

$$i = \sqrt[3]{\frac{2J_n \omega_{дв}^2 [K_1 + 1 - (K_3 + K_2 K_1) / (2K_2 K_3)]}{\varphi (T_d - T_r) \eta}}.$$

Для роботов с погрешностью позиционирования  $\Delta < 1$  мм (которую имеют большинство современных роботов)  $K_1 = 2,6$ ,  $K_2 = 1,05$  и  $K_3 = 2,0$ , тогда, подставляя эти значения в формулу, получим

$$i = \sqrt[3]{5\omega_{дв}^2 J_n / [\varphi (T_d - T_r) \eta]}.$$

Для приводов, осуществляющих прямолинейное движение за счет применения реечной передачи,  $\varphi = 2S / (mz)$ , где

$S$  — перемещение, мм;  $m$  — модуль выходного зубчатого колеса, мм;  $z$  — число его зубьев.

Для приводов, осуществляющих прямолинейное движение за счет применения винтовых передач,

$$\varphi = 2\pi S/t,$$

где  $t$  — шаг винта, мм.

В качестве перемещений  $\varphi$ ,  $S$  используют средние их значения в цикле

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i/n; \quad S = \sum_{i=1}^n S_i/n,$$

где  $n$  — число движений;  $\varphi_i$ ,  $S_i$  — перемещения степени подвижности в цикле.

**Пример. 1.** Определить передаточное отношение механизма поворота робота РГШ 40.02 со следующими данными:  $\varphi = 1,57$ ;  $T_{дн} = 10,5$  Н·м;  $n_{дв} = 4000$  мин<sup>-1</sup>;  $\omega_{дв} = 419$  рад/с;  $J_H = 712$  кг·м<sup>2</sup>;  $\eta = 0,7$ ;  $T_T = 2,5$  Н·м.

**Решение.** Передаточное отношение механизма поворота  $i = \sqrt[3]{5\omega_{дв}^2 J_H / [\varphi(T_{дн} - T_T)\eta]} = \sqrt[3]{5 \cdot 419^2 \cdot 712 / (8 \cdot 1,57 \cdot 0,7)} = 414$ .

2. Определить передаточное отношение механизма подъема ПР РГШ 40.02, представляющего собой зубчато-реечный механизм со следующими данными:  $z = 18$ ;  $m = 3$  мм;  $S = 300$  мм;  $T_{дн} = 10,5$  Н·м;  $T_T = 1,5$  Н·м;  $\omega_{дв} = 419$  рад/с;  $J_H = 0,26$  кг·м<sup>2</sup>;  $\eta = 0,8$ .

**Решение.** Передаточное отношение механизма подъема

$$i = \sqrt[3]{\frac{5\omega_{дв}^2 J_H}{2S(T_{дн} - T_T)\eta/(mz)}} = \sqrt[3]{\frac{5 \cdot 419^2 \cdot 0,26}{2 \cdot 300 \cdot 9 \cdot 0,8 / (3 \cdot 18)}} = 14,2.$$

### Выбор типа передачи и разбивка передаточного отношения.

Тип передачи выбирают исходя из найденного передаточного отношения.

Общее передаточное отношение транспортных степеней подвижности

$$i_T = i_{кс} i_{им},$$

где  $i_{кс}$  — передаточное отношение кинематической связи от двигателя к исполнительному механизму;  $i_{им}$  — передаточное отношение исполнительного механизма.

Общее передаточное отношение ориентирующих степеней подвижности

$$i_o = i_{кс} i_{им} i_{ом},$$

где  $i_{ом}$  — передаточное отношение ориентирующего механизма.

Для кинематических связей двигателей с исполнительными механизмами применяют следующие конструктивные решения:  $a$  — зубчато-ременные передачи;  $b$  — конические зубчатые передачи;  $v$  — цилиндрические зубчатые передачи.

Для транспортных степеней подвижности  $i_{им} = i_o/i_{кс}$ . Для ориентирующих степеней подвижности  $i_{им} = i_o/(i_{кс}i_{ом})$ .

В зависимости от типа выбранной передачи разбивают передаточное отношение по ступеням исполнительного механизма для зубчатых цилиндрических и конических передач по формуле

$$i_{он}^n = i_{им},$$

где  $n$  — число ступеней передачи;  $i_{он}$  — передаточное отношение для выбранного типа передачи в одной ступени.

**Выбор типа датчика положения и определение передаточного отношения к датчику.** Датчики положения выбирают исходя из заданной погрешности позиционирования и перемещений степеней подвижности.

Передаточное отношение к датчику положения выбирают в такой последовательности:

находят перемещение по степени подвижности  $S_i$ ;

выбирают датчик положения;

определяют перемещения и скорость того звена механизма, с которым предполагается связать датчик;

вычисляют передаточное отношение к датчику положения.

Значения перемещений степеней подвижности обычно указаны в техническом задании или определяются по формулам (см. § 2.2). Линейные перемещения степеней подвижности, исполнительные механизмы которых совершают угловое перемещение, находят по формуле

$$S_i = l_i \varphi_i,$$

где  $l_i$  — расстояние от оси шарнира степени подвижности до схвата, мм;  $\varphi_i$  — максимальный угол перемещения степени подвижности, рад.

Основные типы датчиков и их характеристики приведены в табл. 3.3.

Тип датчика выбирают исходя из оценки достижимой погрешности позиционирования, которая определяется по формуле

$$S_i K_{\Delta} / D_{п} \leq \Delta_i,$$



Таблица 3.3

Тип датчика	Разрешающая способность, дискрет (импульс/об)	Диапазон перемещения, оборот	Скорость, мин <sup>-1</sup>	Долговечность, ч (цикл)
Потенциометр ППМЛ	10000	20	200	(10 <sup>6</sup> )
Кодовый:				
АД-15В	2 <sup>15</sup>	16	900	10000
ППК-15	2 <sup>15</sup>	16	900	(10 <sup>9</sup> )
ФЭП-15	2 <sup>15</sup>	16	600	(10 <sup>9</sup> )
ППК-11	2 <sup>11</sup>	16	900	(10 <sup>9</sup> )
ФЭП-11	2 <sup>11</sup>	16	600	(10 <sup>9</sup> )
Импульсный:				
ПИКП2-1Ф	(1000; 2500; 5000)	Не ограничивается	6000	10000
ПИКП2-2Ф	(1000; 2500)	То же	10000	10000
ВЕ51М	(1000... 5400)	»	3000	10000
ВЕ 106	1000; 1024; 1250	»	3000	10000

где  $S_i$  – перемещение степени подвижности;  $D_n$  – число дискрет датчика (см. табл. 3.3);  $K_\Delta = 1,5 \dots 3$  – коэффициент, учитывающий качество измерительных цепей системы управления: большие значения  $K_\Delta$  соответствуют аналоговым системам управления;  $\Delta_i$  – погрешность позиционирования робота по  $i$ -й степени подвижности.

Датчики типа потенциометров применяют с аналоговыми системами управления. Для стыковки их с цифровыми системами управления необходимо преобразовывать их сигналы в цифровые с помощью дополнительной установки аналого-цифрового преобразователя. При установке импульсных датчиков, с помощью которых можно получить очень высокую точность позиционирования, необходимо предусмотреть в конструкции конечные выключатели нулевого положения степеней подвижности или платы с энергозащищенной памятью, сохраняющей информацию о положении степени подвижности в момент аварийного отключения питания.

Место установки датчика и звено механизма, с которым связывают датчик, выбирают исходя из следующих соображений:

приведенный люфт от двигателя должен быть меньше дискреты датчика;

отсутствие элементов с пониженной жесткостью в кинематической цепи от двигателя к датчику;

возможность удобного доступа к датчику.

Исходя из этих условий предпочтительно осуществлять связь вала датчика с валом приводного двигателя непосредственно или через специальный редуктор.

Передаточное отношение

$$i_{дп} = \varphi_m / \varphi_d; \quad \varphi_d \geq \varphi_{дп} S_i K_{\Delta} / (D_n \Delta_i),$$

где  $\varphi_m$  — диапазон перемещения звена, с которого передается движение на датчик;  $\varphi_d$  — диапазон перемещения датчика;  $\varphi_{дп}$  — диапазон перемещения датчика по паспорту (см. табл. 3.3).

Проверку осуществляют по допускаемой частоте вращения датчика:

$$n_{дат} = n_{дв} / (i_{дп} i_m) \leq n_n,$$

где  $n_{дат}$  — частота вращения датчика,  $\text{мин}^{-1}$ ;  $n_{дв}$  — максимальная частота вращения двигателя,  $\text{мин}^{-1}$ ;  $i_m$  — передаточное отношение от двигателя до звена механизма, с которого передается вращение на датчик;  $n_n$  — паспортная допустимая частота вращения датчика;  $i_{дп}$  — передаточное отношение датчика.

**Пример.** Выбрать датчик и определить передаточное отношение механизма поворота робота «Универсал-60», если дано: угол поворота  $360^\circ$ , вылет схвата от оси поворота 2000 мм; погрешность позиционирования  $\pm 3$  мм.

**Решение.** Определим перемещение схвата:  $S = 2\pi R = 2\pi \cdot 2000 = 12560$  мм. По табл. 3.3 выбираем датчик типа ППМЛ с разрешающей способностью 10000 дискрет.

Определяем погрешность позиционирования и сравниваем ее с заданной:

$$SK_{\Delta} / D_n = 12560 \cdot 1,3 / 1000 = 1,63 < 3 \text{ мм.}$$

Датчик ППМЛ удовлетворяет требованиям точности позиционирования.

Передаточное отношение силового редуктора  $i_{пм} = 80$ , откуда поворот вала редуктора

$$\varphi_{дв} = \varphi_{вых} i_{пм} = 1 \cdot 80 = 80.$$

Диапазон перемещения датчика составляет 20 оборотов. Принимаем рабочий диапазон перемещения 19,5.

Передаточное отношение редуктора к датчику положения

$$i_{дп} = \varphi_{дв} / \varphi_d = 80 / 19,5 = 4,1.$$

Проводим проверку по частоте вращения датчика:

$$n_d = n_{дв} / i_{дп} = 1000 / 4,1 \approx 240 \text{ мин}^{-1};$$

это на 20% превышает допустимую скорость, поэтому берем датчик ФЭП-15:

$$\varphi_d = \varphi_{дп} S_i K_{\Delta} / (D_{п} \Delta_i) = 16 \cdot 12\,560 \cdot 2 / (32\,000 \cdot 3) \approx 4,2.$$

Принимаем  $\varphi_d = 10$ , тогда

$$i_{дп} = 80 / 10 = 8; \quad n_d = n_{дв} / i_{дп} = 1000 / 8 = 125 < 600 \text{ мин}^{-1}.$$

Определяем погрешность позиционирования при принятом  $\varphi_d = 10$  диапазоне его перемещения:

$$\Delta = \frac{\varphi_{дп} S_i K_{\Delta}}{D \varphi_d} = \frac{16 \cdot 12\,560 \cdot 2}{32\,000 \cdot 10} = 1,256 < 3 \text{ мм.}$$

Датчик ФЭП-15 удовлетворяет требованиям по допустимой скорости и погрешности позиционирования.

## Глава 4

### Конструкция и расчет механизмов рук

Механизмы рук роботов предназначены для перемещения, ориентации объектов манипулирования, смены схватов и инструмента в автоматическом режиме. Конструирование и расчет рук целесообразно проводить в такой последовательности.

1. Определить основные параметры схвата и спроектировать схват.

2. Разработать кинематическую схему ориентирующего механизма кисти и кинематическую схему руки, спроектировать ориентирующий механизм.

3. Разработать эскизный компоновочный чертеж руки.

4. Рассчитать жесткость трансмиссионных валов и муфты.

5. Определить передаточное отношение передаточного механизма, определить нагрузку на его выходное звено и спроектировать передаточный механизм.

6. Разработать сборочный чертеж руки.

7. Провести проверочный расчет привода, трансмиссионных валов, передаточных механизмов.

## 4.1. Конструкции и кинематика рук

На конструкцию рук и их кинематическую схему влияют число степеней подвижности ориентирующего механизма кисти, компоновка робота, тип применяемого привода, требования к погрешности позиционирования, вибро- и теплоустойчивости.

Механизмы рук, работающих в угловой системе координат (рис. 4.1, *а–в*), выполняются в виде шарнирно закрепленного рычага, на переднем торце которого установлен ориентирующий механизм кисти 4, а на заднем – приводы ориентирующего механизма 1. На корпусе руки устанавливаются цапфы вращения руки 2.

Связь привода с ориентирующим механизмом кисти осуществляется с помощью трансмиссионных валов 3, расположенных соосно (рис. 4.1, *а, б*), параллельно друг другу или под небольшим углом между собой (рис. 4.1, *в*). При соосном и параллельном расположении трансмиссионных валов привод не удастся расположить на заднем торце руки. Два привода располагают перпендикулярно торцу (рис. 4.1, *а*) или параллельно руке (рис. 4.1, *б*), а один на заднем ее торце. Передача движения на трансмиссионные валы осуществляется за счет конических зубчатых передач (при расположении приводов перпендикулярно оси руки) и зубчато-ременных передач при расположении приводов параллельно оси руки. При расположении трансмиссионных валов под некоторыми углами двигатели располагают рядом на заднем торце руки, что частично уравнивает силы тяжести относительно оси шарнира руки и исключает необходимость в кинематических элементах связи привода с трансмиссионными валами.

Механизмы рук, работающих в цилиндрической, сферической и прямоугольной системах координат, выполняют

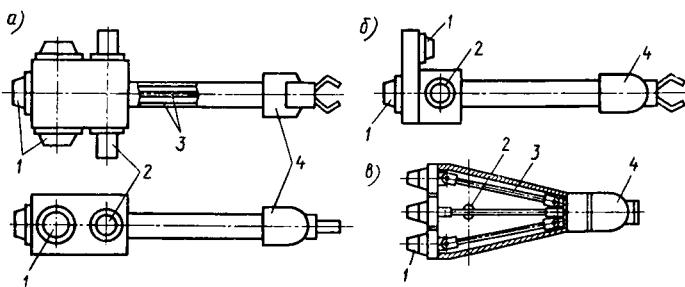


Рис. 4.1

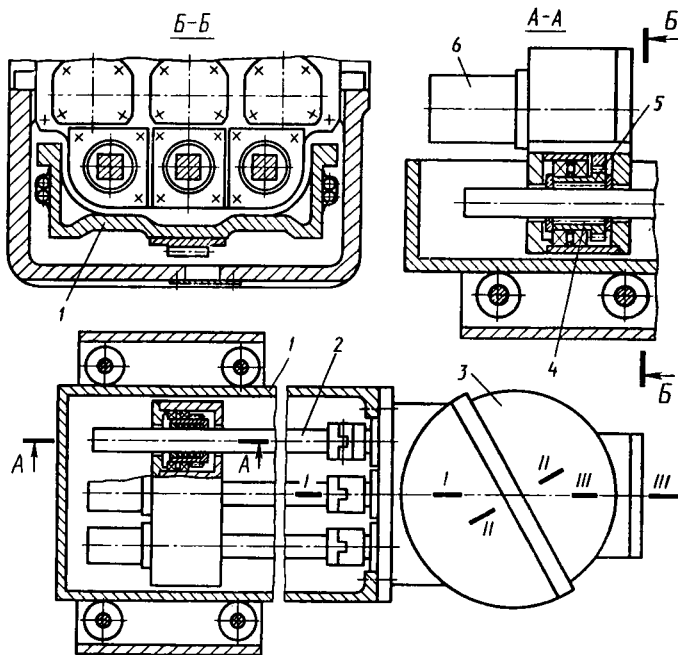


Рис. 4.2

в виде направляющей прямоугольной или корытообразной формы (рис. 4.2), которая базируется на опорах в корпусе руки. На переднем торце направляющей 1 закрепляют ориентирующий механизм 3 кисти. Привод ориентирующего механизма располагают или на заднем торце направляющей, или на корпусе руки. При расположении привода на заднем торце направляющей руки его связь с ориентирующим механизмом осуществляется через параллельно или соосно расположенные трансмиссионные валы. Такая компоновка по сравнению с компоновкой с расположением привода на корпусе руки характеризуется повышенным моментом инерции относительно оси поворота и большими габаритами руки, но обеспечивает максимальную простоту конструкции.

При расположении привода 6 на корпусе руки связь привода с трансмиссионными валами 2 осуществляется через конические и цилиндрические зубчатые колеса 5, зубчато-ременные передачи, а момент на движущиеся в радиальном направлении трансмиссионные валы 2 передается с по-

мощью шариковых муфт передачи крутящего момента 4. В этом случае направляющая руки выполняется корытообразной формы, а трансмиссионные валы выполняются с шлицевыми канавками или в форме многогранника (чаще квадрата) для передачи крутящего момента ШМПМ.

При выполнении ориентирующих механизмов на базе конических и цилиндрических зубчатых дифференциалов в ориентирующем механизме кисти реализуется небольшое передаточное отношение (2,5...4). Остальная часть передаточного отношения реализуется в передаточном механизме, расположенном совместно с приводом. Преимуществами такой конструкции являются минимальные масса и габариты ориентирующего механизма. Однако при этом предъявляются высокие требования к отсутствию люфтов в кинематических элементах передач и возникает необходимость кинематической развязки движений с помощью дифференциалов.

При выполнении ориентирующих механизмов на базе волновых зубчатых передач в ориентирующем механизме кисти реализуется большое передаточное отношение (60...100), что обеспечивает снижение требований к люфтам остальной кинематической цепи, так как приведенный люфт к схвату в этом случае равен  $\Sigma\Delta/i_k$ , где  $\Sigma\Delta$  — суммарный люфт во всей кинематической цепи;  $i_k$  — передаточное отношение кистевого механизма. Отсутствует необходимость кинематической развязки движений ориентирующего механизма кисти, так как большое передаточное отношение ориентирующего механизма делает взаимовлияние практически несущественным. Это упрощает конструкцию руки и, несмотря на увеличение массы и габаритов ориентирующего механизма, даст положительный эффект.

Особенностью кинематических схем ориентирующих степеней подвижности при применении в качестве приводов гидроцилиндров является преобразование их прямолинейного перемещения во вращательное. Для этого используются цепные, зубчато-ременные, винтовые, реечно-зубчатые передачи.

На рис. 4.3—4.6 показаны кинематические схемы рук с применением в качестве привода гидроцилиндров.

На рис. 4.3 показана кинематическая схема руки, в которой прямолинейное движение гидроцилиндров преобразуется во вращательное с помощью цепной передачи. Ориентирующий механизм осуществляет качание кисти относительно оси I—I и вращение относительно оси II—II. При качании кисти движение передается от гидроцилиндра 12

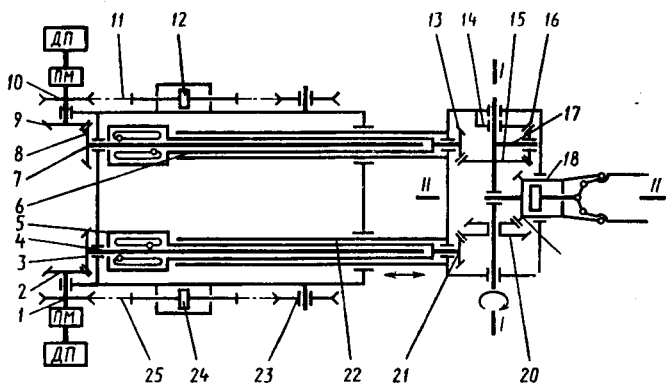


Рис. 4.3

через цепь 11 на звездочку 10. Со звездочкой 10 связано коническое зубчатое колесо 9, передающее движение коническому колесу 8. Последнее смонтировано на шлицевом валу 7, который через шариковую муфту передает движение полному валу 6. На валу 6 установлено коническое зубчатое колесо 13, связанное с коническими зубчатыми колесами 15, 16. Зубчатое колесо 16, обкатываясь относительно неподвижного сектора 14, воздействует на ось 17, осуществляя качание кисти относительно оси I—I. Вращение кисти относительно оси II—II происходит при передаче движения от гидроцилиндра 24 на цепь 25 и звездочку 1; со звездочкой 1 связано коническое зубчатое колесо 2, передающее движение на коническое колесо 3, связанное с шлицевым валом 4, который через шариковую муфту 5, соединенную с полым валом 22, передает движение на коническое колесо 21. Коническая зубчатая передача 21-20-19 приводит во вращение схват 18.

Люфт в каждом кинематическом элементе выбирается автономно с помощью регулировки зацепления конических колес и натяжения цепей 11, 25. Недостатком данной схемы является отсутствие кинематической развязки качания и вращения кисти, которое возникает из-за обкатки зубчатого колеса 19 при качании кисти вокруг зубчатого колеса 20. Все элементы, кроме кисти, располагаются на корпусе руки.

На рис. 4.4 показана кинематическая схема руки, в которой прямолинейное движение гидроцилиндров преобразуется во вращательное через зубчато-реечную передачу и имеется кинематическая развязка движений кисти. Ориен-

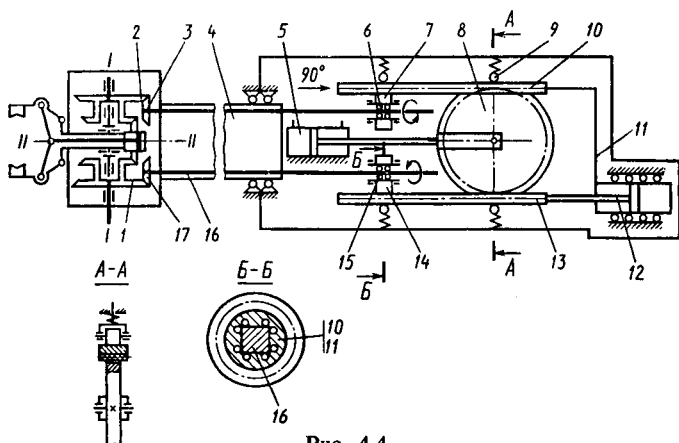


Рис. 4.4

тирующий механизм кисти совершает качание кисти относительно оси  $I-I$  и вращение схвата относительно оси  $II-II$ .

Качание кисти относительно оси  $I-I$  происходит в случае вращения блоков зубчатых колес 1, 2 с одинаковой скоростью, а вращение схвата относительно оси  $II-II$  — при их вращении с одинаковой скоростью, но с противоположным знаком.

Вращение схвату относительно оси  $II-II$  передается от штока цилиндра 12 на рейку 13, а с корпуса 11 на рейку 10. Движение реек синхронизируется зубчатым колесом 8. Рейки 10, 13 вращают соответственно зубчатые колеса 7, 14; внутри зубчатых колес находятся шариковые муфты 10, 11, которые вращают валы 4, 16 в разные стороны с одинаковой скоростью. С валами 4, 16 связаны зубчатые колеса 3, 17, которые соединены с блоками 1 и 2 и вращают их с одинаковой скоростью в противоположных направлениях, что обеспечивает вращение схвату относительно оси  $II-II$ .

Качание кисти относительно оси  $I-I$  осуществляется гидроцилиндром 5, шток которого соединен с осью зубчатого колеса 8. Движение с зубчатого колеса 8 передается на рейки, которые перемещаются вместе с гидроцилиндром 12, смонтированным в направляющих качения. При этом зубчатые колеса 7, 14 через шариковые муфты 10, 11 вращают валы 4, 16 в разные стороны с одинаковой скоростью, а следовательно, и блоки зубчатых колес 1, 2, что обеспечивает качание схвата относительно оси  $I-I$ . Люфт в передачах выбирается регулировкой конических колес, подпружиниванием реек и предварительным натягом шариков в муфтах.



На рис. 4.5, *a* показана кинематическая схема руки, в которой прямолинейное перемещение гидроцилиндров преобразуется во вращательное с помощью байонетных или винтовых механизмов. Кинематическая схема позволяет осуществить вращение схвата 1 относительно оси I—I, качание кисти относительно оси II—II и вращение ее относительно оси III—III.

Вращение схвату передается от гидроцилиндра 29, шток которого перемещает водило 31. Водило 31 через подшипники 32 воздействует на втулки 18, 34, внутри которых имеются шариковые муфты (см. рис. 4.2) и смонтированы подшипники, контактирующие с винтовыми канавками кулачков 19, 33. Так как кулачки 19, 33 при этом неподвижны, а их винтовые канавки направлены в одну сторону, то втулки 18, 34 поворачиваются в одну сторону и через шариковые муфты передают вращение на четырехгранные валы 27, 30. Валы 27, 30, вращаясь в одну сторону, передают движение на зубчатые колеса 11, 12, 5, 43, 10, 6 и конические секторы 2, 45, а также коническое колесо 3, которое вращает схват 1 вокруг оси I—I.

Качание схвата обеспечивается гидроцилиндром 42, шток которого воздействует на водило 41, втулки 13, 40, которые идентичны втулкам 18, 34. Так как кулачки 15, 39 неподвижны, а их винтовые канавки направлены в разные стороны, то втулки 13, 40 поворачиваются в противоположных направлениях и через шариковые муфты передают вращение на четырехгранные валы 27, 30. Валы 27, 30 передают вращение на зубчатые колеса 11, 12, 5, 43, 10, 6, конические секторы 2, 45, вращая их в одну сторону и осуществляя качание схвата относительно оси II—II.

Вращение кисти обеспечивается гидроцилиндром 26, который через подшипник 25 перемещает втулку 24 со смонтированными в ней шариковой муфтой и подшипниками 23, которые, контактируя с неподвижным кулачком 22, вращают вал 9, зубчатые колеса 8, 7 и корпус кисти 4 вокруг оси III—III.

Кинематическая развязка движений обеспечивается приводом от вала 9 через шариковую муфту зубчатых колес 21, 28 (рис. 4.5, *b*). Движение с зубчатого колеса 28 через торсион 37 передается на зубчатое колесо 46 и зубчатые колеса 17, 35, связанные с кулачками 15, 19, 33, 39. Кулачки вращают втулки 13, 18, 34, 40, которые передают вращение валам 27, 30 в противоположных направлениях. При этом входные зубчатые колеса кисти 10, 12 вращаются с той же скоростью, с которой вращается корпус 4. Предварительной

a)

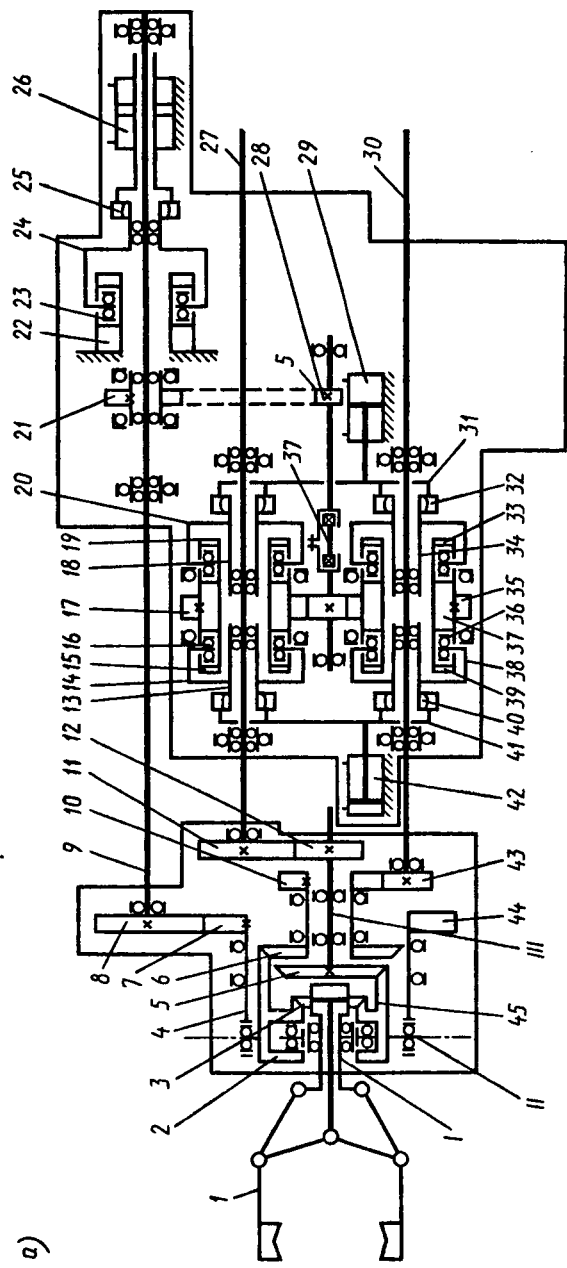


Рис. 4.5

б)

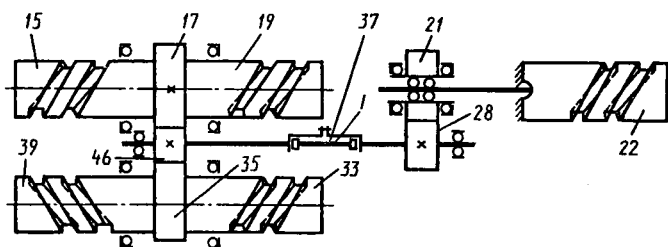
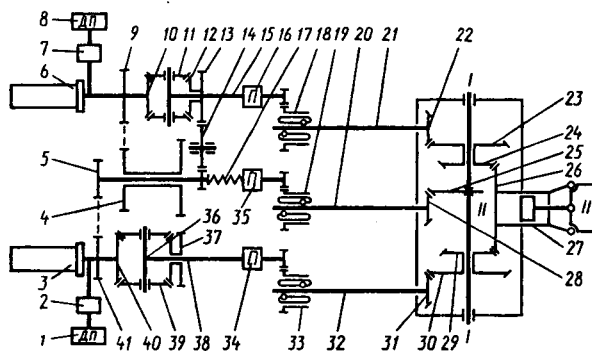


Рис. 4.5. Продолжение

закруткой торсиона 37 обеспечивается выбор люфта в передачах.

На рис. 4.6, а показана кинематическая схема руки, обеспечивающая кинематическую развязку движений кисти введением дифференциалов и выбор люфта с помощью допол-

а)



б)

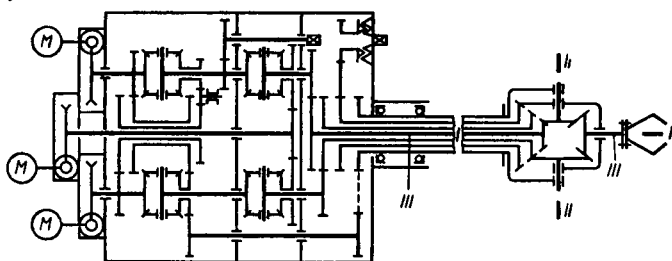


Рис. 4.6

нительной кинематической цепи. Ориентирующий механизм кисти обеспечивает вращение кисти относительно оси  $I-I$ , вращение схвата относительно оси  $II-II$ .

Вращение схвату передается от гидроусилителя 1 по двум кинематическим цепям. Первая кинематическая цепь: зубчатое колесо 40 дифференциала, сателлиты 39, водило 36, планетарный редуктор 34, шариковая муфта 33, шестигранный вал 32, конические зубчатые колеса 31, 30, 29, 26. Коническое зубчатое колесо 26 жестко связано с приводом схвата 27 и осуществляет его поворот относительно оси  $II-II$ . Вторая кинематическая цепь: зубчатое колесо 41, паразитные зубчатые колеса 5, 14, зубчатое колесо 13, коническое зубчатое колесо 12, сателлиты 11, водило 15, планетарный редуктор 16, шариковая муфта 18, шестигранный вал 21, конические зубчатые колеса 22, 23, 24, 26. Введение паразитных зубчатых колес 5, 14 и одинаковое передаточное отношение кинематических цепей обеспечивают валам 21 и 32 вращение с одинаковой скоростью в одном направлении, а тем самым вращение схвата относительно оси  $II-II$ .

При качании кисти движение от гидроусилителя 6 идет по двум кинематическим цепям. Первая кинематическая цепь: колесо 10 дифференциала, сателлиты 11, водило 15, планетарный редуктор 16, шариковая муфта 18, шестигранный вал 21, конические зубчатые колеса 22, 23. Вторая кинематическая цепь: зубчатое колесо 9, паразитная шестерня 4, зубчатое колесо 37, коническое зубчатое колесо 38, сателлиты дифференциала 39, водило 36, планетарный редуктор 34, шариковая муфта 33, вал 28, конические зубчатые колеса 31, 30, 29. Введение паразитной шестерни 4 и одинаковое передаточное отношение кинематических цепей обеспечивают валам 21, 32 вращение с одинаковой скоростью в противоположных направлениях, а тем самым качание кисти относительно оси  $I-I$ .

Для выбора зазора в передачах введена кинематическая цепь, состоящая из зубчатого сектора 25, жестко связанного с осью качания, конического колеса 28, шестигранного вала 20, шариковой муфты 19, планетарного редуктора 35, торсиона 17. Последний через зубчатые колеса 5 и 41 связан с валом гидроусилителя 3, а через зубчатые колеса 14, 13, 12, сателлиты 11, колесо 10 — с валом гидроусилителя 6. Следует отметить, что шестигранные валы 21, 32 одновременно передают вращение и являются направляющими при радиальном перемещении кисти.

На рис. 4.6, б показана кинематическая схема руки с кистевым механизмом, осуществляющим перемещение относи-

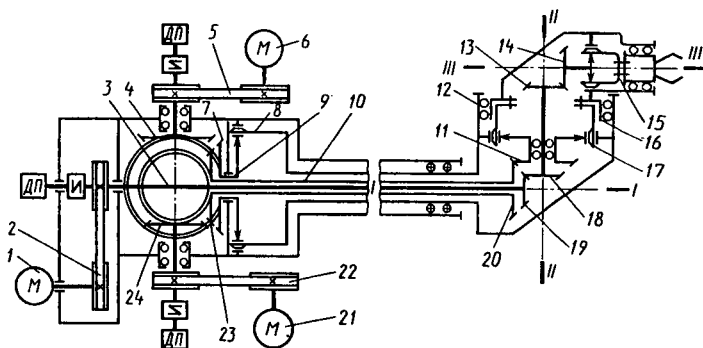


Рис. 4.7

тельно осей  $I-I$ ,  $II-II$ ,  $III-III$  с аналогичными кинематическими цепями и выбором люфта дополнительной кинематической цепью [17].

На рис. 4.7 показана кинематическая схема ориентирующего механизма кисти с использованием в нем волновых зубчатых передач и расположением двух двигателей параллельно оси качания руки и третьего в задней ее части. Ориентирующий механизм обеспечивает кисти вращение относительно осей  $I-I$ ,  $II-II$  и  $III-III$ .

Движение от двигателя 1 через зубчато-ременную передачу 2 поступает на вал 3. С валом 3 связано зубчатое колесо 19, с помощью которого через зубчатые колеса 18, 13, 14, волновую зубчатую передачу 15 осуществляется вращение кисти относительно оси  $III-III$ . Вращение кисти вокруг оси  $II-II$  осуществляется двигателем 21, движение с которого через зубчато-ременную передачу 22, конические зубчатые колеса 24, 23 передается на полый вал 10, расположенный концентрично валу 3. С валом 10 связано зубчатое колесо 20, движение с которого через зубчатое колесо 11 и волновую зубчатую передачу 17 передается на корпус 16 кисти.

Вращение кисти вокруг оси  $I-I$  происходит от двигателя 6 через зубчато-ременную передачу 5, конические колеса 4, 7 и вал 9, который связан с волновым зубчатым редуктором 8, вращающим корпус 12 кисти.

Выбор зазоров осуществляется за счет выполнения волновых зубчатых передач с минимальным зазором  $1'...3'$  и регулировки конических колес и зубчато-ременных передач.

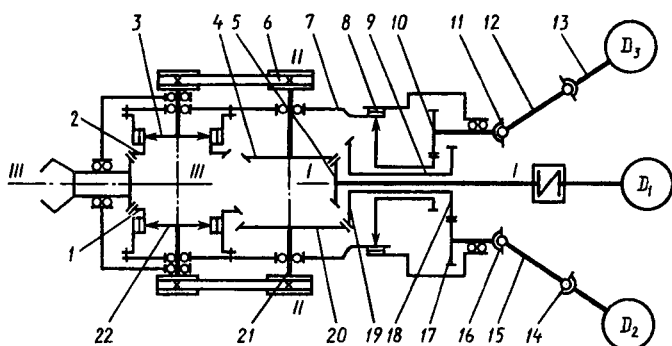


Рис. 4.8

На рис. 4.8 показана кинематическая схема руки с использованием в ней волновых зубчатых передач и расположением двигателей на заднем торце руки (рис. 4.1, в). Ориентирующий механизм осуществляет вращение кисти относительно осей  $I-I$ ,  $II-II$  и  $III-III$ .

Вращение кисти вокруг оси  $II-II$  осуществляется при вращении зубчатых колес 1, 2 с одинаковой скоростью, вращение вокруг оси  $III-III$  — при вращении зубчатых колес 1, 2 в противоположных направлениях с одинаковой скоростью.

Движение от двигателя  $D_3$  через шарнирную муфту 13, вал 12, шарнирную муфту 11 поступает на зубчатые колеса 10, 9, волновой зубчатый редуктор 8, который вращает корпус 7 кисти вокруг оси  $I-I$ .

Движения кисти относительно осей  $II-II$ ,  $III-III$  осуществляются двигателями  $D_1$ ,  $D_2$ . Движение от двигателя  $D_1$  через зубчатые колеса 5, 4, зубчато-ременную передачу 6 передается на волновой зубчатый редуктор 3 и зубчатое колесо 2. Движение от двигателя  $D_2$  через шарнирную муфту 14, вал 15, зубчатые колеса 17, 18, 19, 20, зубчато-ременную передачу 21 передается на волновой редуктор 22 и зубчатое колесо 1. В зависимости от направления вращения двигателей происходит вращение кисти относительно осей  $II-II$  или  $III-III$ .

Датчики положения (ДП) ориентирующих степеней подвижности устанавливаются или соосно с валом двигателя (импульсные), или связываются с валом двигателя через зубчато-ременные передачи (см. рис. 4.7) или передаточные механизмы (ПМ) (см. рис. 4.3).

## 4.2. Разработка компоновочного чертежа руки

Компоновочный чертеж руки разрабатывается с целью определения расположения и крепления узлов руки: ориентирующего механизма кисти, схвата, трансмиссионных валов, передаточного механизма, привода, датчиков положения, что дает возможность определить расположение центров масс этих механизмов на руке, кинематические связи между механизмами и увязать компоновку руки с компоновкой манипулятора.

Габариты передаточного механизма определяются исходя из габаритов аналогичных механизмов или предварительного их проектирования. Масса механизмов определяется ориентировочно по формуле (3.1) (см. § 3.2).

Так как масса механизмов зависит от выходного момента, а последний — от передаточных отношений кинематических цепей между выходами передаточного и ориентирующего механизмов, то при разработке компоновочного чертежа необходимо определить распределение передаточного отношения между кинематическими элементами.

Общее передаточное отношение степеней подвижности руки определяется по методике, изложенной в § 3.5:

$$i_{oi} = i_{кс} i_{пм} i_{ом},$$

где  $i_{кс}$  — передаточное отношение кинематической цепи связи привода с передаточным механизмом;  $i_{пм}$  — передаточное отношение передаточного механизма;  $i_{ом}$  — передаточное отношение ориентирующего механизма. Передаточное отношение ориентирующих механизмов дифференциального типа равно 1,5...4,5, на базе волновых передач — 60...120. Передаточное отношение кинематических цепей связи привода с передаточным механизмом зависит от компоновки приводов на руке. При компоновке (см. рис. 4.1, а) применяют конические передачи с  $i_{кс} = 1,5...2$ , при компоновке (см. рис. 4.1, б) применяют прямозубые или зубчато-ременные передачи с  $i_{кс} = 1...2,5$ . Передаточное отношение передаточных механизмов

$$i_{пм} = i_{oi} / (i_{кс} i_{ом}).$$

На компоновочном чертеже руки приводятся ориентировочные габариты узлов, их взаимное расположение, ориентировочные размеры опор и габариты шарниров руки.

Из чертежа определяются допустимые пределы габаритов узлов руки и присоединительных размеров и тип

кинематических связей между ними, а также массы узлов и их взаимное положение; последние используются при расчете несущих звеньев руки (см. гл. 3).

### 4.3. Расчет трансмиссионных валов

Нагрузка на трансмиссионные валы робота изменяется в значительных пределах и зависит от типа применяемого привода и выбранной кинематической схемы руки.

При применении гидропривода (см. рис. 4.3–4.5) трансмиссионные валы вращаются с низкой частотой (порядка  $20 \dots 60 \text{ мин}^{-1}$ ), но нагружаются большим моментом, равным  $T_n / (i_{\text{ом}} \eta_{\text{ом}})$ , где  $T_n$  – момент нагрузки на выходное звено ориентирующего механизма;  $i_{\text{ом}}$  – передаточное отношение ориентирующего механизма ( $i_{\text{ом}} = 1,5 \dots 4,5$ );  $\eta$  – к. п. д. ориентирующего механизма ( $\eta = 0,85 \dots 0,75$ ). Такие валы рассчитывают на крутильную жесткость. Если привод этих валов осуществляется через шариковые муфты крутящего момента, то необходимо при расчете учитывать контактную жесткость муфт.

При применении электропривода и дифференциального зубчатого механизма кисти (см. рис. 4.6) с передаточным отношением  $1,5 \dots 4,5$  трансмиссионные валы рассчитывают так же, как и валы при использовании гидропривода.

При применении электропривода и волновых передач с реализацией большого передаточного отношения трансмиссионные валы рассчитывают на критическую частоту вращения в соответствии с методикой, изложенной ниже в § 5.5.

При расчете трансмиссионных валов на крутильную жесткость учитывают, что при позиционировании возникают затухающие механические колебания вследствие недостаточной жесткости трансмиссионных валов и больших инерционных нагрузок на ориентирующий механизм кисти.

Деформация от инерционных нагрузок возникает в точках движения, где изменяется ускорение, а именно:

- в начале разгона – от нуля до максимального значения;
- в конце разгона – от максимального значения до нуля;
- в начале торможения – от нуля до максимального отрицательного значения;

в конце торможения или при собственно позиционировании – от максимального отрицательного значения до нуля.

Параметры колебательного процесса определяются жесткостью трансмиссионных валов, перемещаемыми массами и законом движения к точке позиционирования.



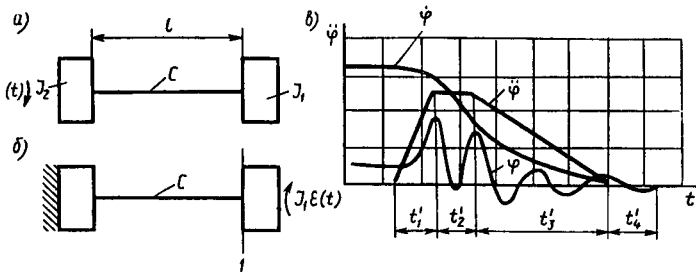


Рис. 4.9

Так как жесткости передаточного и ориентирующего механизмов как минимум на порядок выше жесткости трансмиссионных валов, то в эквивалентной схеме (рис. 4.9, а) массы двигателя, передаточного и ориентирующего механизмов приводят к трансмиссионным валам. Массу валов также присоединяют к этим массам с условием равенства кинетических энергий реальной конструкции и кинематической схемы.

Тогда приведенные моменты инерции

$$J_1 = \frac{1,3m_{\text{тр}}r_k^2}{i_{\text{ом}}^2} + \frac{1}{3}J_{\text{тв}};$$

$$J_2 = J_{\text{дв}}i_{\text{пм}}^2 + \sum J_i i_i + \frac{1}{3}J_{\text{тв}},$$

где  $m_{\text{тр}}$  — масса перемещаемого груза, кг;  $r_k$  — радиус от оси качания кисти до центра масс груза, мм;  $i_{\text{ом}}$  — передаточное отношение ориентирующего механизма кисти;  $J_{\text{тв}}$  — момент инерции трансмиссионного вала, кг·мм<sup>2</sup>;  $J_{\text{дв}}$  — момент инерции ротора двигателя, кг·мм<sup>2</sup>;  $i_{\text{пм}}$  — передаточное отношение передаточного механизма;  $J_i$  — момент инерции  $i$ -го элемента передаточного механизма;  $i_i$  — передаточное отношение от  $i$ -го элемента передаточного механизма к трансмиссионным валам.

В теории колебаний задача, когда колебания возбуждаются движением с каким-либо законом одной из точек системы, называется задачей о кинематическом возбуждении. Так как жесткость привода намного больше жесткости трансмиссионных валов, эта задача путем приложения инерционной нагрузки  $J_1\epsilon(t)$  к массе  $J_2$  и закреплению ее приводит к задаче о силовом возбуждении. Расчетная схема системы показана на рис. 4.9, б.

Собственная частота колебаний для такой системы [21]

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{GI_p(1 + K_\varphi)}{IJ_1}},$$

где  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа – модуль упругости кручения;  $I_p$  – полярный момент инерции сечения трансмиссионного вала, мм<sup>4</sup>;  $l$  – длина вала, мм;  $K_\varphi = \varphi_k / \varphi_b$ ;  $\varphi_k$  – угол поворота в сечении  $l$  от контактной деформации шариковой муфты передачи крутящего момента под действием нагрузки  $J_2 \varepsilon_{\max}$ ;  $\varphi_b$  – угол поворота в сечении  $l$  от деформации трансмиссионного вала под действием нагрузки  $J_2 \varepsilon_{\max}$ .

Закон колебаний при движении системы к точке позиционирования определяется с учетом процесса торможения, так как колебания, возникающие при разгоне, затухают за время движения с постоянной скоростью. Колебательный процесс в начале торможения, когда ускорение возрастает от нуля до максимального значения, описывается следующими выражениями:

при синусоидальном законе изменения ускорения  $\varepsilon = a \sin t$

$$\varphi_1 = \varphi_0 \left[ \frac{4t(0,5T - t_1)}{0,5T^2} + \frac{8}{f(0,5T)^2} (1 + \cos ft_1) - \frac{4}{f^2 t_1^2} \sin ft_1 \right];$$

при линейном законе изменения ускорения

$$\varphi_1 = \varphi_0 \left[ 1 - \frac{1}{ft_1} \sin ft_1 \right],$$

где  $\varphi_0 = \varphi_k + \varphi_b$ ;  $T = 0,25t'_1$  – период вынужденных колебаний ( $t'_1$  – см. рис. 4.9, в);  $t_1$  – текущее время на участке нарастания ускорения.

Колебательный процесс при движении с постоянным ускорением описывается выражением, характерным для свободных колебаний с затуханием:

$$\varphi_2 = \varphi'_1 + e^{-n t_2} \left[ \frac{\varphi'_1}{f} \sin ft_2 + \varphi'_1 \left( \cos ft_2 + \frac{n}{f} \sin ft_2 \right) \right],$$

где  $\varphi'_1$  – амплитуда ближайшего пика колебаний на первом этапе движения ( $t'_1$ );  $n = 0,5 \dots 0,7$  – декремент затухания колебаний;  $t_2$  – текущее время на участке постоянного ускорения.

Колебательный процесс на участке уменьшения ускорения до нуля описывается выражением:

при синусоидальном законе изменения ускорения

$$\varphi_3 = \varphi_0 \left[ 1 - \frac{4t_3(0,25T_1 - t_3)}{(0,5T_1)^2} - \frac{8}{f^2(0,5T_1)^2} \cdot (1 + \cos ft_3) + \frac{4}{f^2 t^2} \sin ft_3 \right];$$

при линейном законе изменения ускорения

$$\varphi_3 = -\varphi_0 \frac{1}{ft_3} \sin ft_3,$$

где  $t_3$  — текущее время на участке уменьшения ускорения;  $T_1 = 0,25t_2'$  ( $t_2'$  — см. рис. 4.9, в).

Колебательный процесс на участке позиционирования описывается уравнением свободных колебаний с затуханием

$$\varphi_4 = \varphi_3' - e^{-nt_4} \left[ \frac{\varphi_3'}{f} \sin ft_4 + \varphi_3' \cos ft_4 + \frac{n}{f} \sin ft_4 \right],$$

где  $\varphi_3'$  — амплитуда ближайшего пика колебаний на третьем этапе движения ( $t_3$ );  $t_4$  — время на участке затухания колебаний.

Время  $t_1 \dots t_4$  определяется по временной диаграмме движения к точке позиционирования (рис. 4.9, в). Последовательно построив кривые  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4$ , сравнивают их с временем движения к точке позиционирования  $t_n$  и определяют амплитуду колебаний груза в конце времени движения  $t_3$ :

$$A = \varphi(t_3)r_x/i_{\text{ом}}.$$

При наличии в конце позиционирования колебаний с амплитудой  $A > 0,5\Delta$  ( $\Delta$  — погрешность позиционирования) необходимо увеличить жесткость трансмиссионного вала, или уменьшить радиус кисти, или изменить закон движения, увеличив время торможения или снизив значение максимального ускорения.

#### 4.4. Конструкция и расчет муфт

В роботах для передачи вращения от неподвижно установленного привода на прямолинейно перемещающиеся трансмиссионные валы применяют муфты, в которых передача движения осуществляется через шарики. Конструкции таких муфт приведены на рис. 4.10. В муфте (рис. 4.10, а) контакт шариков происходит между арочным профилем втулки и

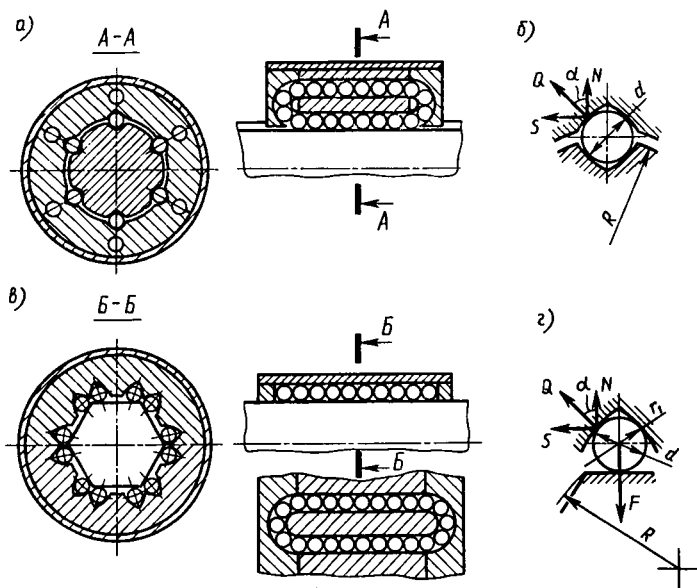


Рис. 4.10

валом, возврат — по отверстиям во втулке. В муфте (рис. 4.10, в) контакт шариков происходит между арочным профилем втулки и плоскостью многогранника вала, возврат шариков — вдоль плоскости вала.

Условие равновесия действующих сил (рис. 4.9, б, г) для втулок (для обеих конструкций муфт одинаково)

$$\frac{10^3 T_k}{z z_{\text{ш}}} = S(R + 0,5d \cos \alpha) - 0,5Nd \sin \alpha;$$

для шлицевого вала

$$\frac{10^3 T_k}{z z_{\text{ш}}} = S(R - 0,5d \cos \alpha) + 0,5Nd \sin \alpha;$$

для многогранного вала

$$\frac{10^3 T_k}{z z_{\text{ш}}} = F \left( R \sin \frac{180^\circ}{z} - \frac{d}{2} \right),$$

где  $T_k$  — крутящий момент, действующий на муфту, Н·м;  $z$  — число рабочих канавок муфты;  $z_{\text{ш}}$  — число шариков в канавке.

Подставляя  $N = S/\operatorname{tg} \alpha$  и  $Q = S/\sin \alpha$ , получим (Н)

$$Q = 10^3 T_x / (z z_{\text{ш}} R \sin \alpha); \quad F = 10^3 T_x / \left[ z z_{\text{ш}} \left( R \sin \frac{180}{z} - \frac{d}{2} \right) \right].$$

Контактное напряжение (МПа):

для втулок и шлицевого вала [20]

$$\sigma_{\text{н}} = 0,2 K_1 \sqrt[3]{Q/d^2} \leq [\sigma]_{\text{н}};$$

для многогранного вала

$$\sigma_{\text{н}} = 10^3 \sqrt[3]{F/d^2} \leq [\sigma]_{\text{н}}.$$

Значения коэффициента  $K_1$  зависят от отношения  $2r_1/d$ :

$2r_1/d$ . . . . .	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,10
$K_1$ . . . . .	0,45	0,49	0,51	0,54	0,55	0,57	0,59

Допускаемое контактное напряжение определяется по табл. 4.1.

Таблица 4.1

Марки стали и ее термическая обработка	Твердость HRC	$[\sigma]_{\text{н}}$ , МПа
40Х, 40ХН, 35ХМ, объемная закалка	45...55	$2,8\sigma_T$
То же, закалка ТВЧ	42...50	40HRC
20Х, 20ХН2М, 12ХНЗА, цементация	56...63	40HRC
ШХ15, ХВГ	58...63	3000

Упругий угол для шариковой муфты с шлицевым валом

$$\varphi = \frac{6 \cdot 10^3 T_{\text{kd}}}{z_{\text{ш}} l D^2 \sin^2 \alpha} \sqrt{\frac{c_1^3}{\Delta_{\text{н}} \sin \alpha}};$$

для шариковой муфты с шестигранным валом

$$\varphi = \frac{6 \cdot 10^3 T_{\text{kd}}}{z_{\text{ш}} l D^2 \sin^2 \alpha} \sqrt{\frac{c_1^3}{\Delta_{\text{н}} \sin \alpha}} + \frac{\sqrt[3]{F^2/d} [\sin(180^\circ/z)]}{D},$$

где  $c_1 = K_1 / (2,1 \sqrt[3]{d})$ ;  $\Delta_{\text{н}}$  — диаметральный натяг: оптималь-

ный натяг 8...10 мкм;  $l$  – рабочая длина шлица, мм;  $D$ ,  $d$ ,  $R$  – диаметры и радиус, мм.

При выборе зазоров дополнительной кинематической цепью и выполнении ориентирующего механизма кисти на базе волновых зубчатых передач с большими передаточными отношениями для соединения валов применяют муфты стандартной конструкции без применения упругих элементов – зубчатые, кулачковые. Размер муфт выбирается исходя из соотношения  $(1,5 \dots 2,0) T_p$ , где  $T_p$  – расчетный момент на валу, на котором установлена муфта. Размеры зубчатых муфт приведены в [17].

При применении автономного выбора зазоров и выполнении ориентирующего механизма кисти с передаточным отношением  $i_{ом} < 10$  необходимо применять муфты, обеспечивающие безззорную передачу движения. Это пружинные муфты с предварительным натягом (рис. 4.11, а), муфты, выполненные в виде пружин кручения (рис. 4.11, б) или сильфона (рис. 4.11, в). Расчет муфты, выполненной на базе пружин кручения, проводят по формуле

$$h = \sqrt[3]{8,1 \cdot 10^3 T_p / (K_s [\sigma]_н)},$$

где  $h$  – высота витка пружины, мм;  $T_p$  – расчетный момент на валу, Н·м;  $K_s = h/b$  ( $b$  – толщина витка, мм);  $K_s = 1,5 \dots 3$ ;  $[\sigma]_н = (0,4 \dots 0,5) \sigma_T$  – допускаемое напряжение изгиба, МПа. Большие значения  $K_s$  принимают для валов, имеющих большие перекосы.

Угол закручивания пружины учитывают при расчете крутильной жесткости трансмиссионных валов, приводя угол закрутки муфты к валу по выражению  $\varphi_m / i_{тв}$ , где

$$\varphi_m = 6,2 \cdot 10^3 T_p D n / (E b h^3),$$

где  $D$  – наружный диаметр муфты, мм;  $n$  – число витков пружины;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.

На рис. 4.11, г показана безззорная муфта, применяемая для соединения датчиков положения. Зазор выбирается предварительным натягом пластинчатой пружины 1, которая прижимает палец 2 полумуфты 3 к плоскости полумуфты 4. На валах полумуфты крепятся с помощью клеммового соединения.

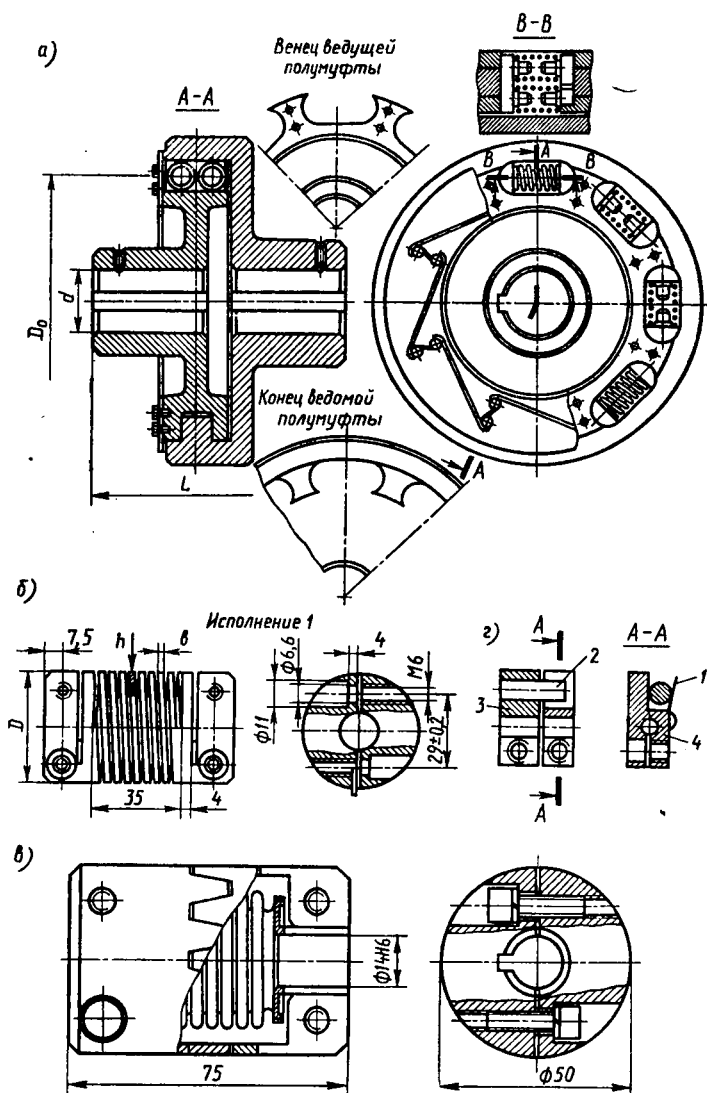


Рис. 4.11

## 4.5. Передаточные механизмы рук

Анализ конструктивного исполнения передаточных механизмов показывает, что они разрабатываются на основе различных типов передач. Для их проектирования необходимо определить момент на выходном звене, передаточное отношение и допустимые габариты. Передаточные отношение и габариты определяются при разработке компоновочного чертежа и кинематической схемы руки.

Момент на выходном звене передаточного механизма (Н·м)

$$T_{\text{пм}} = K_{\text{д}} 1,3 m_{\text{г}} (r_{\text{к}}^2 \varepsilon_{\text{к}} + r_{\text{к}} g \cos \alpha) / (i_{\text{ом}} \eta_{\text{ом}}),$$

где  $\alpha$  — угол между осью кисти и горизонталью;  $K_{\text{д}}$  — коэффициент, учитывающий способ выбора люфта:  $K_{\text{д}} = 1,1$  при выборе люфта регулировкой зацепления,  $K_{\text{д}} = 1,3$  при выборе люфта установкой пружин,  $K_{\text{д}} = 1,4$  при выборе люфта дополнительной кинематической цепью;  $\eta_{\text{ом}}$  — к. п. д. ориентирующего механизма;  $g$  — ускорение свободного падения;  $r_{\text{к}}$  — длина кисти, м.

По найденным значениям  $i_{\text{пм}}$  и  $T_{\text{пм}}$  проектируют передаточный механизм, используя методики, изложенные в деталях машин [16, 18].

К конструкции передаточных механизмов роботов предъявляются повышенные требования относительно отсутствия зазоров и их возникновения в процессе эксплуатации, а также к жесткости установки валов и элементов передач. Это обеспечивается наличием люфтовыбирающих устройств, посадкой элементов передач с натягом, применением безлюфтовых муфт.

В роботах применяют устройства люфтовыбирания двух типов: автономные и с дополнительной кинематической цепью.

В автономных устройствах люфтовыбирания используются различного типа пружины (рис. 4.12, а), которые воздействуют на кинематические элементы (зубчатые колеса и т. д.) и создают определенные усилия между элементами передач, а также жесткая фиксация кинематических элементов (рис. 4.12, б).

В первом случае недостатками являются большое число дополнительных элементов (пружин, зубчатых колес и т. д.), уменьшенный к. п. д., так как в передачах имеется предварительный натяг. На рис. 4.12, а пружина 3 одним концом связана с зубчатым колесом 1, а другим — с зубчатым колесом 2. За счет предварительного усилия зубчатые колеса 1



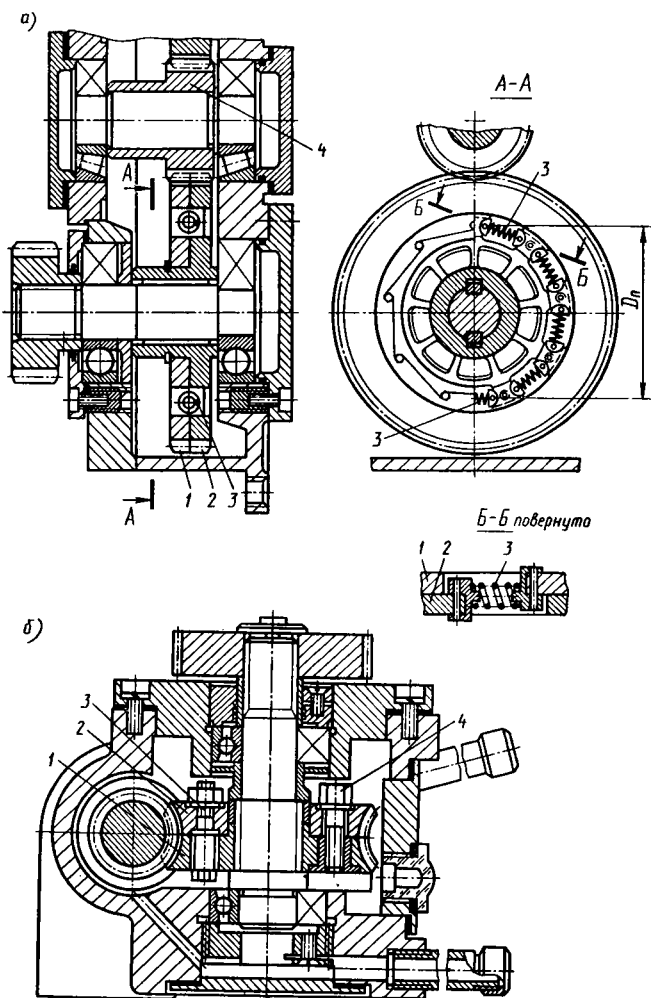


Рис. 4.12

и 2 прижаты к разным сторонам профиля зубчатого колеса 4. В каждой паре кинематических элементов пружина должна обеспечивать усилие, равное  $F = 2,5 \cdot 10^3 T_k / (D_n m)$ , где  $T_k$  — максимальный момент, действующий на кинематический элемент, в котором установлены пружины, Н·м;  $D_n$  — диаметр, на котором установлены пружины, мм;  $m$  — число пружин.

Во втором случае осуществляется предварительное смещение кинематических элементов с последующей фиксацией их с помощью винтов, клеммовых соединений, тангенциальных зажимов и т. д. Преимущества таких конструкций — более высокий к. п. д. и меньшая трудоемкость сборки; недостатки — перегрузка подшипниковых опор вследствие кинематической неточности зубчатых колес и необходимость регулировки в процессе эксплуатации ввиду их износа. В червячной передаче (рис. 4.12, б) червячные колеса 1, 2 прижимаются поворотом эксцентрика 4 к разным сторонам червяка. Фиксация червячных колес осуществляется зажимом болта 3. Фиксация кинематических элементов происходит за счет сил трения, поэтому фиксирующие элементы должны быть рассчитаны из условия создания соответствующего момента трения.

Указанные недостатки частично устраняются в механизмах люфтовывирания с помощью дополнительной кинематической цепи. Большое число пружин при этом заменяется одной, что уменьшает трудоемкость сборки и дает возможность контроля выбора люфта.

Рассмотрим особенности устройства люфтовывирания дополнительной кинематической цепью на примере механизма (см. рис. 4.6). В этом механизме люфт выбирается с помощью торсионного вала 17. Особенностью механизма является более низкая жесткость кинематической цепи, в которую встроены торсион. При предварительной натяжке торсиона моментом  $M_3$  кинематическая цепь выбора люфта повернется на угол  $\varphi_2$ , а основная — на угол  $\varphi_1$  (рис. 4.13). Суммарная жесткость кинематической цепи на участке  $\varphi_1 - \varphi_2$  равна  $c_1 + c_2$ , где  $c_1$  — жесткость основной кинематической цепи,  $c_2$  — жесткость кинематической цепи выбора люфта. Условием нераскрытия стыка является закрутка кинематической цепи на угол, не превышающий угол  $\varphi_1$ :

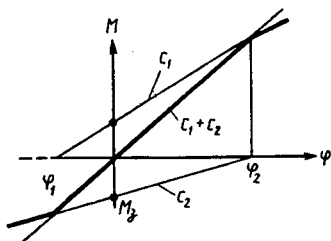
$$\varphi_1 = M_{нт} / (c_1 + c_2) = M_3 / c_1; \quad M_3 = M_{нт} c_1 / (c_1 + c_2), \quad (4.1)$$


Рис. 4.13

где  $M_{нт}$  — момент нагрузки, приведенный к торсиону. В большинстве случаев можно принимать  $M_3 = (0,8... 0,9) M_{нт}$ .

Для уменьшения момента нагрузки в механизмах рук предусматривают, чтобы момент от сил тяжести груза

производит закрутку основной кинематической цепи, тогда

$$M_{HT} = 1,3mr_k^2 \varepsilon / (i_T \eta),$$

где  $m$  — масса груза;  $r_k$  — радиус кисти;  $\varepsilon$  — угловое ускорение кисти;  $i_T$  — передаточное отношение от торсиона к выходному звену кисти;  $\eta$  — к. п. д. кинематической цепи от торсиона до выходного звена кисти. Торсионы встраиваются в конструкцию таким образом, чтобы один его конец был жестко связан с кинематической цепью, а другой через устройство фиксации — с последующими элементами кинематической цепи.

На рис. 4.14 показаны конструкции устройств фиксации. Устройства фиксации торсиона после выбора люфта должны обладать высокой надежностью закрепления. Это связано с тем, что угол закрутки достаточно мал, а устройство фиксации и торсион подвергаются вибрации, вызванной кинематическими погрешностями передаточного механизма. На рис. 4.14,а показано люфтовывирающее устройство с креплением торсиона с помощью резьбовых соединений. Концы торсиона имеют квадратное сечение. Нижним концом торсион связан с валом 2, на котором установлено зубчатое колесо 3. Колесо 3 связано с торсионом через фиксирующее устройство, которое состоит из гайки 4 с квадратным отверстием, накидной гайки 6 и контргайки 5. При повороте гайки 4 на угол  $\varphi_2$  она вворачивается по резьбе в зубчатое колесо 3. После этого затягивают накидную гайку 6 и контргайку 5. Левая резьба накидной гайки 6 обеспечивает надежную фиксацию гайки 4.

В описанном фиксирующем устройстве необходим расчет на смятие внутреннего квадрата гайки 6, пояска гайки 6, контактирующего с гайкой 4, и кольцевой поверхности зубчатого колеса 3 на отрыв.

Длина грани внутреннего квадрата гайки 6 (мм)

$$l = 2,2 \cdot 10^3 T_H / (i_T z a^2 [\sigma]_{CM}),$$

где  $z$  — число граней торсиона вала;  $a = (1 \dots 1,1) d_T$  — ширина грани, мм;  $[\sigma]_{CM} = (0,4 \dots 0,5) \sigma_T$  — допускаемое напряжение смятия, МПа.

Торцевой поясок гайки 6 проверяется по формуле

$$\sigma_{CM} = 5,2 \cdot 10^5 T_H t_4 / [i_T d_4^2 (D_6^2 - d_6^2)] \leq [\sigma]_{CM},$$

где  $d_4, t_4$  — диаметр и шаг резьбы гайки 4, мм;  $D_6, d_6$  — наружный и внутренний диаметры пояска гайки 6, мм.

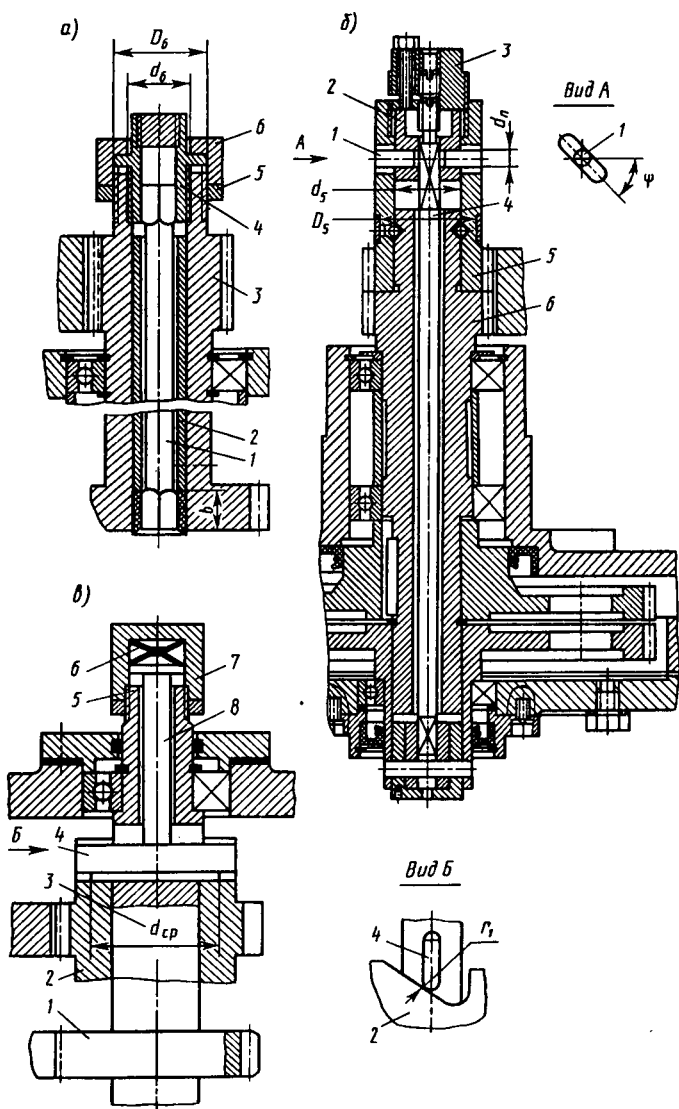


Рис. 4.14

При выполнении конца торсиона с шлицами

$$\sigma_{\text{см}} = 1,3 \cdot 10^4 T_{\text{н}} / [(D^2 - d^2)zl] \leq [\sigma]_{\text{см}},$$

где  $D, d$  – наружный и внутренний диаметры шлицев, мм;  $z$  – число шлицев;  $l$  – рабочая длина соединения, мм.

На рис. 4.14,б показана фиксация торсиона с помощью байонетного устройства. Втулка 2 с внутренним квадратным отверстием входит в соединение с верхним квадратным концом торсиона 4. Во втулку 2 запрессованы пальцы 1, которые контактируют с наклонными винтовыми пазами, выполненными в ступице зубчатого колеса 5. Зубчатое колесо 5 установлено на ступице зубчатого колеса 6.

Затяжка торсиона происходит следующим образом: на торец втулки 2 нажимает винт 3, при этом втулка 2 смещается вниз и за счет контакта пальцев 1 с винтовыми пазами зубчатого колеса 5 поворачивается вместе с торсионом на необходимый угол. Преимуществом данного фиксирующего устройства является возможность визуального контроля угла затяжки.

В данном фиксирующем устройстве рассчитывают внутренний квадрат втулки 2 на смятие, пальцы 1 на срез и контактную прочность.

Диаметр пальцев (мм) выбирают из расчета прочности материала на срез:

$$d_{\text{п}} = \sqrt{4,4 \cdot 10^3 T_{\text{н}} / (i_{\text{т}} d_5 [\tau]_{\text{ср}} \pi)}, \quad (4.2)$$

где диаметр втулки 8 принимается конструктивно из условия  $d_5 \geq (1,5 \dots 2) d_{\text{т}}$ ;  $[\tau]_{\text{ср}} = (0,2 \dots 0,3) \sigma_{\text{т}}$ .

Проверяют пальцы на смятие:

$$\sigma_{\text{см}} = 8,8 \cdot 10^3 T / [i_{\text{т}} \pi d_{\text{п}}^2 (d_5 - d_{\text{т}})] \leq [\sigma]_{\text{см}}.$$

Наружный диаметр ступицы зубчатого колеса принимают конструктивно из условия  $D_5 \geq (1,25 \dots 2) d_5$  и проверяют по контактными напряжениями пальца:

$$\sigma_{\text{н}} = 0,418 \sqrt{8,8 \cdot 10^3 T_{\text{н}} E \sin(\psi + \rho) / [i_{\text{т}} (D_5^2 - d_5^2) d_{\text{п}}]} \leq [\sigma]_{\text{н}},$$

где  $[\sigma]_{\text{н}} = 25 \text{ HRC}$ , МПа;  $\psi$  – угол подъема винтовой линии байонета:  $\psi \geq 45^\circ$ ;  $\rho$  – угол трения:  $\rho = 5^\circ$ .

В передаточных механизмах, реализующих моменты более 100 Н·м, применяют люфтовыбирающие устройства (рис. 4.14,в). Так как в этом случае приложение вручную больших моментов при выборе люфта затруднительно, момент предварительной закрутки на зубчатом колесе 2 создается за счет усилия пружины 6. Усилие пружины, кото-

рое регулируется гайкой 7, передается через толкатель 8 на торец вкладыша 4, который находится в пазу вала 3. Противоположный торец вкладыша 4 выполнен в виде цилиндрической поверхности радиуса  $r_1$ . Этот торец контактирует с винтовой поверхностью, выполненной на торце зубчатого колеса 2. С валом 3 жестко связано зубчатое колесо 1 основной кинематической цепи.

При создании на пружине определенного усилия вкладыш 4, контактируя с винтовой поверхностью зубчатого колеса 2 и пазом вала 3, поворачивает зубчатые колеса 1 и 2 друг относительно друга, выбирая люфт в двух кинематических цепях.

Осевое усилие пружины ( $H$ ) определяют по формуле  $F_n = 2,2 \cdot 10^3 T_n / [i_{n1} d_{cp} \operatorname{tg}(\psi + \rho)]$ ,

где  $T_n$  — номинальная нагрузка на выходе, Н·м;  $i_{n1}$  — передаточное отношение от зубчатого колеса 2 к выходному звену ориентирующего механизма;  $d_{cp}$  — средний диаметр винтовой поверхности зубчатого колеса, мм;  $\psi$  — угол подъема винтовой поверхности, принимают более  $45^\circ$ ;  $\rho$  — угол трения, принимают  $5^\circ$ .

Размеры вкладыша рассчитывают аналогично размерам пальцев по формуле (4.2).

Диаметр вала 3 выбирают с учетом ослабления его пазом для помещения вкладыша.

Диаметр торсиона (мм) определяют по допускаемым напряжениям на кручение:

$$d_\tau = \sqrt[3]{5 \cdot 10^3 M_3 / [\tau]},$$

где  $[\tau] = 450 \dots 500$  МПа.

Определив диаметр  $d_\tau$ , уточняют допускаемое напряжение по графикам (рис. 4.15, а) в зависимости от выбранного материала торсиона и рассчитывают окончательное значение диаметра. В качестве материалов торсионных валов применяются хромованадиевые стали марок 60С2ХФА, 50ГФА (кривая 1 на рис. 4.15, а) и углеродистые марок 60, 65, 70, 85 (кривая 2).

Длину торсионного вала выбирают из условия его закрутки на угол  $\varphi_3 = 0,09 \dots 0,18$  рад, что обусловлено тем, что меньшие углы увеличивают ошибку установки торсиона при его фиксации.

Длина торсионного вала (мм)

$$l = 10^{-3} \varphi_3 G J_p / T_3,$$

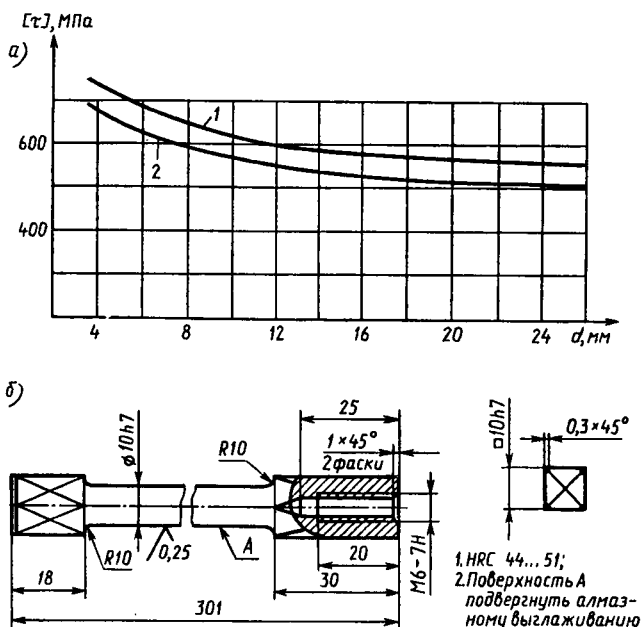


Рис. 4.15

Торсион работает в условиях высокочастотной знакопеременной нагрузки, поэтому предъявляются высокие требования к шероховатости его поверхностей и отсутствию резких переходов. Пример выполнения чертежа торсиона приведен на рис. 4.15, б.

При конструировании передаточных механизмов роботов необходимо предусматривать установку их элементов с обеспечением следующих требований.

Элементы передач устанавливаются на валы с натягом или по переходным посадкам ( $H8/k7$ ,  $H8/n7$ ), а шпонки — по посадке ( $H8/js8$ ). Часто предусматривают дополнительную фиксацию с помощью штифтов 4 (рис. 4.16, а) или ступиц с тангенциальными или клеммовыми зажимами 1 (рис. 4.16, б).

Подшипники устанавливаются на валы с натягом за счет подшлифовки прокладок.

Элементы волновых передач (гибкое колесо, жесткое колесо) фиксируются с помощью штифтов и винтов. Для стыковки передаточных механизмов с кинематической цепью применяют муфты, обеспечивающие беззазорное соединение.

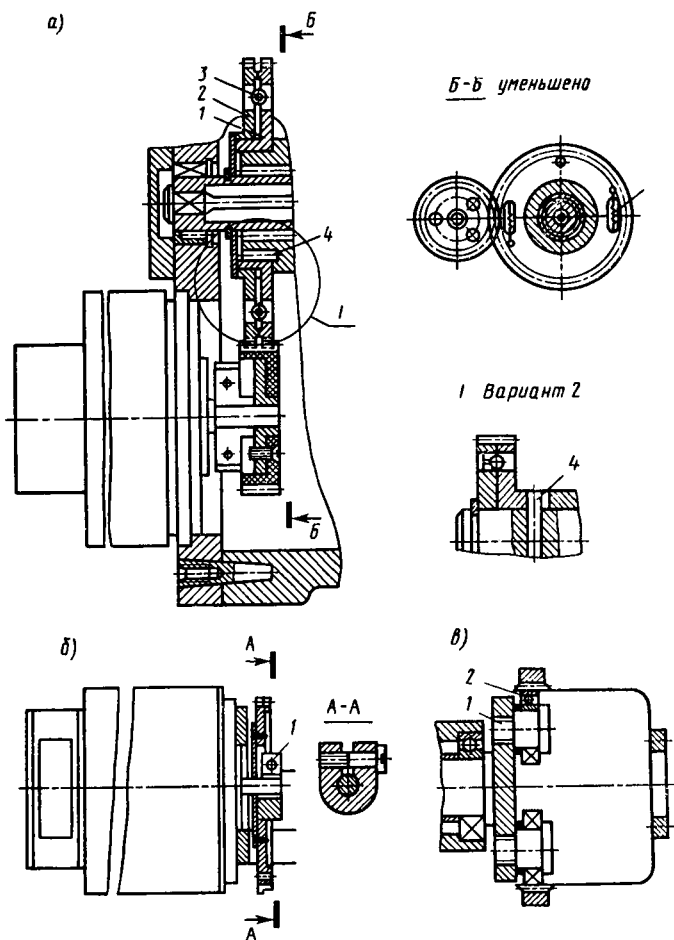


Рис. 4.16

На рис. 4.16, а, в показаны конструкции передаточных механизмов датчиков положения. Для выбора люфта в них применяют автономные устройства. В передаточном механизме (рис. 4.16, а) выбор люфта осуществляется с помощью пружин растяжения 3, которые при установке зубчатых колес 1, 2 предварительно растягиваются. Размеры пружины 3 выбираются конструктивно, так как передаваемые моменты достаточно низки. При передаточных отношениях  $> 60$  применяют волновые передачи (рис. 4.16, в), гене-



ратор которых выполняют в виде двух подшипников 2, устанавливаемых на осях 1. Ввиду малых передаваемых моментов кинематические элементы передач устанавливают на конус или фиксируют с помощью штифтов.

#### **4.6. Конструкция и расчет схватов**

Схваты роботов осуществляют следующие функции: удерживают объект манипулирования во время его транспортировки; ориентируют объект манипулирования; базируют положение объекта манипулирования относительно манипулятора. Следует отметить, что созданы достаточно универсальные схваты, имитирующие устройство кисти человека с ее 32 степенями подвижности, однако их применение невыгодно из-за большой стоимости.

В роботах широкое распространение нашли схваты специального назначения, с помощью которых производят захват сравнительно небольшой номенклатуры объектов манипулирования. Однако имеющиеся у современных роботов устройства смены схватов в автоматическом режиме обеспечивают работу с достаточно разнообразными объектами манипулирования при простоте и низкой стоимости конструкции.

Схваты удерживают объект манипулирования с помощью сил трения, возникающих при кинематическом воздействии его элементов на объект манипулирования, фиксации объекта манипулирования по имеющимся на нем выступам, отверстиям, штифтам, пазам и другим поверхностям, которые могут быть использованы в качестве баз, а также электромагнитных сил и вакуума. В большинстве случаев для уменьшения усилий привода схватов применяют комбинацию кинематического, электромагнитного и вакуумного воздействия с одновременным использованием для фиксации базовых поверхностей объекта манипулирования.

Проектирование схватов проводят в такой последовательности:

1. Выбирают тип схвата.
2. Определяют усилие захвата.
3. Определяют необходимое перемещение губок схвата.
4. Определяют усилия в кинематических элементах схвата.
5. Выбирают тип привода.
6. Рассчитывают размеры кинематических элементов схвата и его привода.

**Выбор типа схвата.** При выборе типа схвата необходимо учитывать множество факторов, основными из которых являются свойства объекта манипулирования, масса, форма и ее изменение в процессе обработки на технологическом оборудовании, требования к времени захвата и точности удерживания, свойства захватываемой поверхности (твердость, хрупкость, намагничиваемость, шероховатость поверхности и т. д.).

Однозначных рекомендаций по выбору типа схвата и его кинематики в общем случае дать невозможно.

**Конструкция и расчет механических схватов.** На рис. 4.17, *a–e* показаны способы базирования деталей – объектов манипулирования. Рассмотрим конструкцию некоторых схватов.

На рис. 4.18, *a* показан неуправляемый схват. Неуправляемые схваты выполняют в виде подпружиненных рычагов, упругих валиков и втулок. Разжим таких схватов происходит вследствие контакта скосов, имеющихя на губках, с деталью при движении робота. Диапазон перемещения губок и масса захватываемых деталей такими схватами ограничены. Зажим происходит пружиной 2, прижимающей губку 3 и деталь к губке 1, связанной с кистью робота.

На рис. 4.18, *б* показан клещевой механический схват рычажного типа. Характерная особенность схвата – заклинивание его рычажной системы при захвате детали, что обеспечивает безопасную работу в случае обрыва питания приводного пневмоцилиндра. Движение от пневмоци-

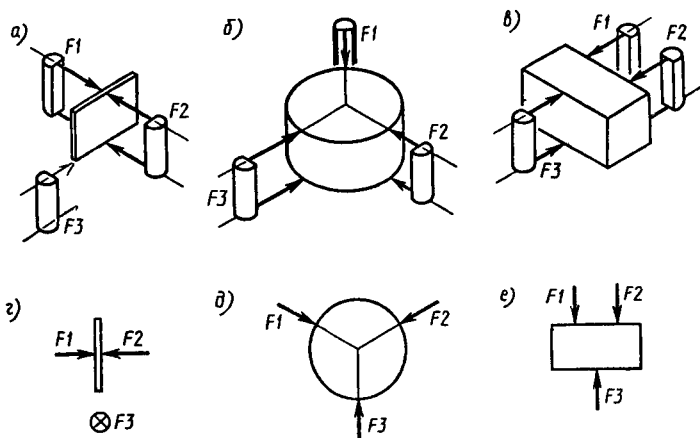


Рис. 4.17

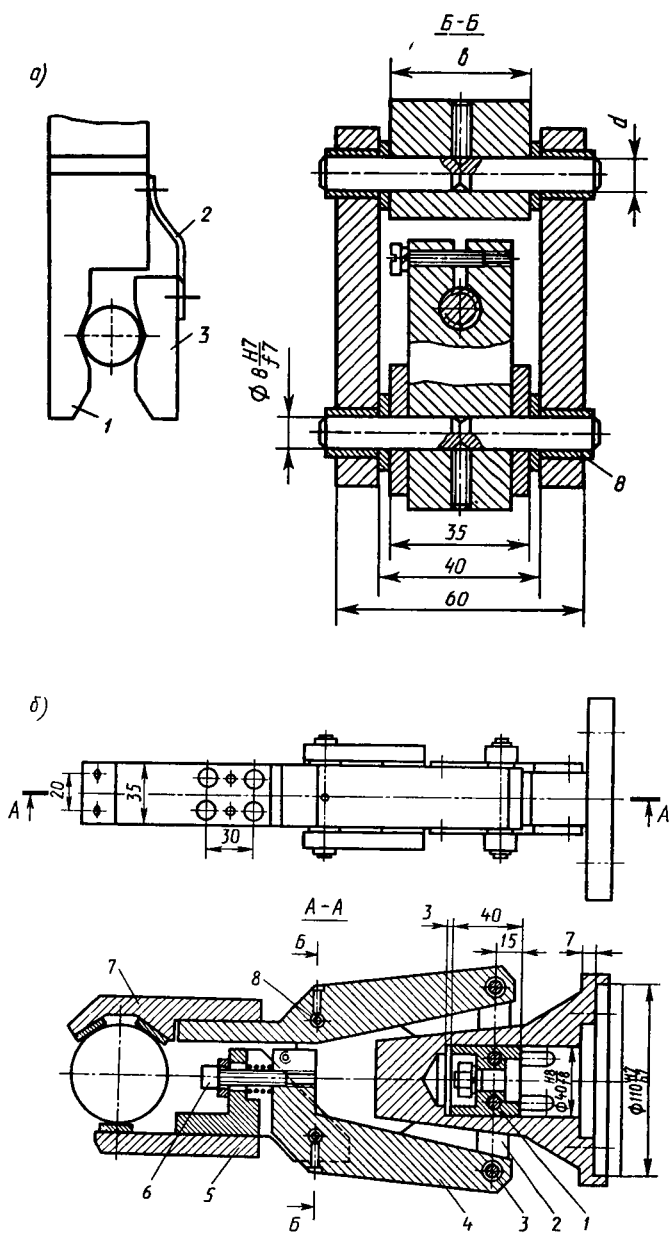


Рис. 4.18

линдра передается ползуну 1, который шарнирно связан с тягами 2. Последние через шарниры 3 воздействуют на рычаги 4, на которых установлены губки 5. Самоторможение рычажной системы схвата обеспечивается за счет угла наклона тяг 2, равного  $5...7^\circ$  при зажиме заготовки. Схват способен с необходимым усилием производить зажим детали в ограниченных пределах колебаний ее размеров. Для регулировки перемещения губок служит винт 6, который позволяет перемещать рычаг 7 вокруг шарнира 8.

Для быстрого съема готовой детали и установки вместо нее новой применяют многопозиционные (чаще двухпозиционные) схваты (рис. 4.19, а). Схват 2 с заготовкой, зажатой его губками под действием пружины 5, находится в позиции I. Схват 2, находящийся в позиции II, разжимается под действием толкателя 4 гидроцилиндра (на рисунке не показан), сжимающего при движении вниз возвратную пружину 3. Вместе с толкателем 4 перемещается, сжимая пружины 5, шток 8, на котором закреплена зубчатая рейка 10. Рейка 10 находится в зацеплении с зубчатыми секторами, нарезанными на цилиндрической части рычагов схвата. При отключении давления в гидроцилиндре толкатель 4 под действием пружины 5 перемещается влево, освобождая шток 8, который, находясь под действием пружины, также перемещается вверх, сжимая губки схвата. Позиции схватов меняются при вращении шпинделя 3 от привода кисти руки через коническую шестерню 6 и зубчатый сектор 7.

На рис. 4.19, б показана конструкция двухпозиционного схвата, губки которого параллельны друг другу, а оси совпадают. В корпусе 1 схвата имеется гидроцилиндр с двумя поршнями. На концах штоков 7 поршней закреплены серьги 2, в которых на шарнирах 3 установлены камни 6 кулисного механизма. Камни 6 находятся в пазах рычагов 4. Для осуществления параллельного перемещения губок рычаги 4 и 5 образуют параллелограмм. Зажим происходит при подаче давления в штоковую полость цилиндра, разжим — в поршневую. Губки схватов при этом могут совершать независимые движения. Ось кисти робота совершает поворот вокруг оси, перпендикулярной оси гидроцилиндра.

Схваты, предназначенные для работы с горячими заготовками при автоматизации кузнечно-прессовых операций, должны иметь минимальное число подвижных поверхностей (шарниров, кулис и т. д.); конструкция шарниров должна предусматривать охлаждение, исключаящее образование на них окалины.

**Определение усилия захватывания** (для механических

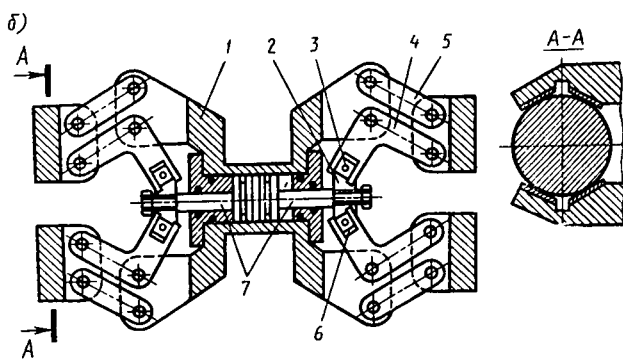
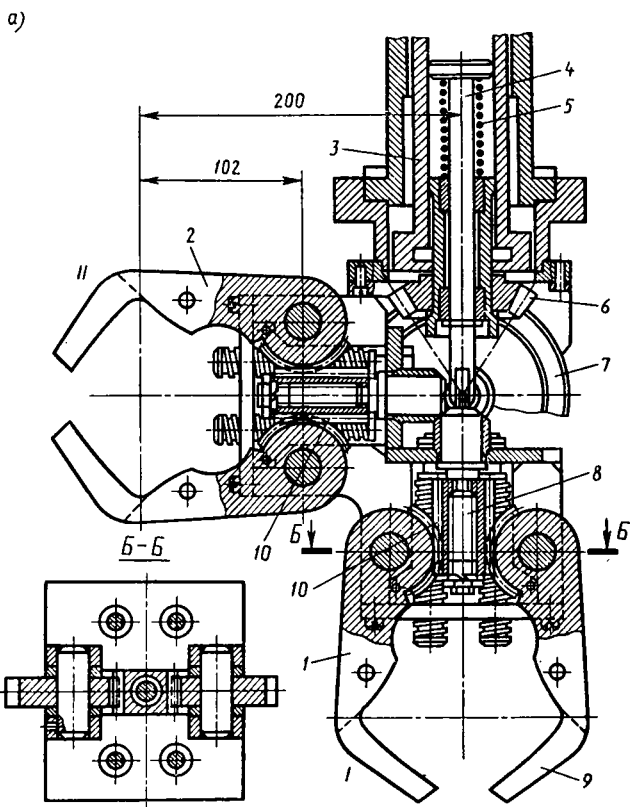


Рис. 4.19

схватов). Усилие захватывания определяют из предположения, что удерживание объекта манипулирования происходит за счет сил трения, создаваемых этим усилием:

$$F = m(g + a)K_1K_2,$$

где  $m$  – масса объекта манипулирования;  $a$  – максимальное ускорение центра масс объекта манипулирования,  $m/c^2$ ;  $K_1$  – коэффициент, зависящий от положения заготовки по отношению к губкам схвата и направления действия силы тяжести; выбирают по табл. 4.2;  $K_2 = 1,3...2,0$  – коэффициент запаса; большие значения  $K_2$  берут для схватов, в которых отсутствует самоторможение.

Усилие привода схвата определяют из условия равенства элементарных работ, совершаемых приводом и губками схвата (рис. 4.20):

$$F_n \Delta x_p = F \Delta y_f, \text{ откуда } F_n = F y_f / \Delta x_p = F i_c.$$

Величину  $i_c = \Delta y_f / \Delta x_p$  называют передаточным отношением схвата. Его определяют исходя из кинематического анализа схвата.

Тип привода схвата выбирают исходя из элементной базы, наличия энергоносителя, требований производства. Наиболее распространены пневмо- или гидроприводы.

Диаметр поршня привода схвата определяют из соотношения (мм)

$$d = \sqrt{4F_n / (\pi p \eta_n \eta_c)},$$

где  $F_n$  – усилие привода схвата, Н;  $p$  – давление энергоносителя: для пневмопривода 0,4 МПа, для гидропривода 3...12,5 МПа;  $\eta_c$ ,  $\eta_n$  – к. п. д. схвата и привода:  $\eta_c = 0,9...0,95$ ,  $\eta_n = 0,85...0,95$ .

**Определение усилий, действующих на элементы конструкции схвата.** Усилия, действующие на элементы конструкции

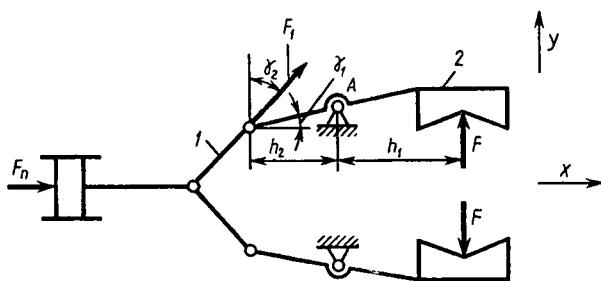
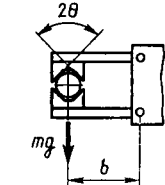
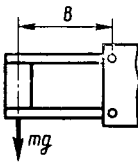
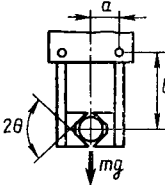
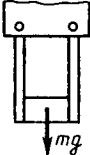
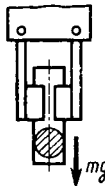
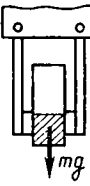
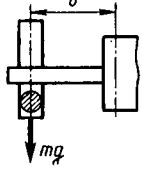
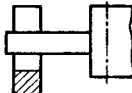
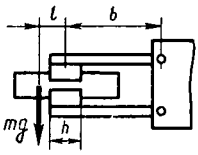
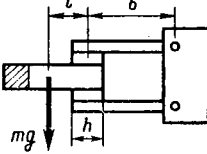


Рис. 4.20

Таблица 4.2

Схема удерживания груза	$K_1$	Схема удерживания груза	$K_1$
	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{2}$
	$\frac{\operatorname{tg} \theta}{2} + \frac{a}{2b}$		$\frac{1}{2\mu}$
	$\frac{\sin \theta}{2\mu}$		$\frac{1}{2\mu}$
	$\frac{\sin \theta}{2\mu}$		$\frac{1}{2\mu}$
	$\frac{3l}{h}$		$\frac{3l}{h}$

схвата, определяют исходя из кинематического анализа, прикладывая к губкам схвата усилие зажима заготовки.

Определим усилия, действующие на элементы схвата (рис. 4.20, а).

Равновесие звена 2

$$\sum T_A = Fh_1 - F_1 h_2 \cos \gamma_2 = 0, \text{ откуда } F_1 = Fh_1 / (h_2 \cos \gamma_2).$$

Усилие, действующее на шарнир А, находим из суммы проекций сил на оси  $x$  и  $y$ :

$$\sum F_{ix} = F_1 \sin \gamma_2 - F_{Ax} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{xA} = F_1 \sin \gamma_2;$$

$$\sum F_{iy} = F_1 \cos \gamma_2 + F - F_{Ay} = 0,$$

$$\text{откуда } F_{Ay} = F_1 \cos \gamma_2 + F = F(1 + h_1/h_2),$$

$$F_A = \sqrt{F_{Ax}^2 + F_{Ay}^2}.$$

Усилие, действующее на звено 1, направлено по его оси и равно  $F_1$ . Усилие  $F_n = 2F_1 \sin \gamma_2$ .

По найденным усилиям рассчитывают размеры элементов, входящих в схват, — губок, шарниров, рычагов, тяг и т. п.

**Конструкции и расчет губок схвата.** Губки схвата контактируют с деталью, и от их конструкции во многом зависят точность и надежность работы схвата. При конструировании следует учитывать, что на губки действуют значительные нормальные усилия и силы инерции, которые сдвигают губки со своего места. С другой стороны, губки должны обеспечить наибольшую силу трения, что позволяет уменьшить размеры элементов схвата. Поэтому в конструкции крепления губок необходимо предусмотреть их жесткую фиксацию, выполнение губок с высокой твердостью и возможностью их быстрой и легкой замены.

На рис. 4.21, а—г показаны способы фиксации губок в рычагах схвата. Губка 1 (рис. 4.21, а, б) базируется в рычаге схвата своим наружным диаметром и крепится винтом 2. На рис. 4.20, в губка 1 прямоугольной формы базируется по посадке в пазу рычага 2 и крепится винтом 3. Губки могут быть выполнены в виде роликов 1 (рис. 4.20, г), закрепленных на осях 3 в рычагах схвата 2. Такая конструкция позволяет загружать детали типа тел вращения во вращающиеся патроны, что повышает производительность работа.

Эти губки могут использоваться также для ориентирования деталей, имеющих дисбаланс относительно оси: под



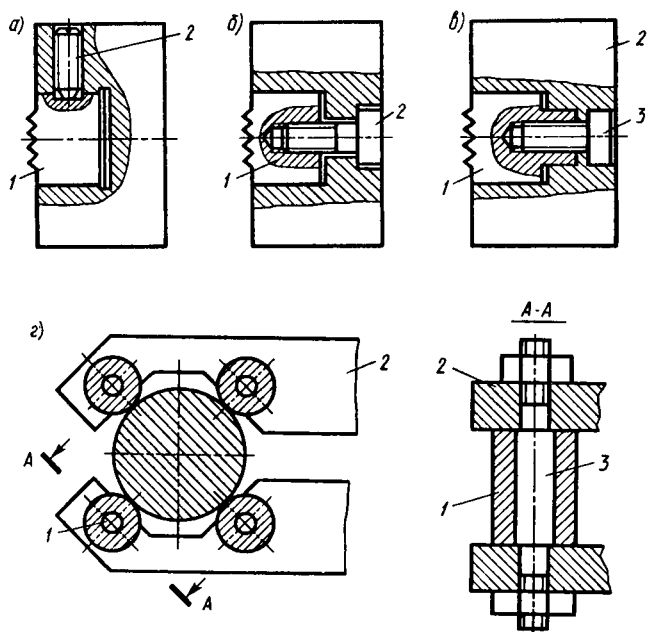


Рис. 4.21

действием силы тяжести детали сами поворачиваются в роликах.

Губки изготавливают из сталей марок 65Г, 60С2, 28А, У10А с твердостью  $\geq 55 \text{ HRC}_3$ . Коэффициент трения  $\mu$  для губок с рифлением 0,3...0,4, для губок без рифления 0,12...0,15. Конструкция и размеры губок (с рифлением) прямоугольной и круглой формы приведены на рис. 4.22, а, б и в табл. 4.3.

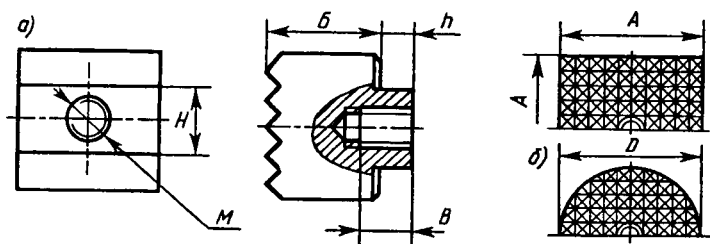


Рис. 4.22

Таблица 4.3

Типо- размер	Размеры, мм (рис. 4.21)					
	<i>D</i> или <i>A</i>	<i>B</i>	<i>M</i>	<i>B</i>	<i>H</i>	<i>h</i>
1	10	10	M5	6	10	4
2	15	10	M5	6	10	4
3	20	12	M6	6	12	5
4	30	14	M8	8	14	6
5	40	14	M8	8	14	6

Размеры губок определяют исходя из расчета на контактную прочность, используя данные табл. 4.4.

Поперечное сечение рычагов схвата рассчитывают на изгиб. Опасным сечением обычно является место установки шарнира:

$$\sigma_{и} = 10^3 M_{и} / W \leq [\sigma]_{и},$$

где  $M_{и}$  — изгибающий момент, действующий в опасном сечении, Н·м;  $W$  — момент сопротивления сечения изгибу, мм<sup>3</sup>;  $[\sigma]_{и} = (0,4 \dots 0,5) \sigma_T$  — допускаемое напряжение изгиба, МПа. Ширину рычагов обычно принимают из конструктивных соображений.

Шарниры схвата рассчитывают на срез и смятие:  
диаметр шарнира (мм)

$$d = \sqrt{4F / (\tau_{ср} \pi)},$$

где  $F$  — усилие, действующее на шарнир;  $H$ ;  $[\tau]_{ср} = (0,2 \dots 0,3) \sigma_T$  — допускаемое напряжение среза, МПа;  
длина рабочей части шарнира

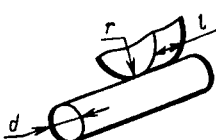
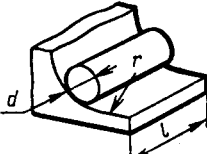
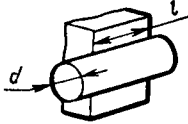
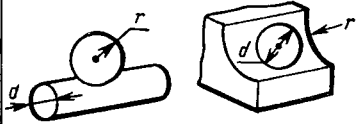
$$l = \frac{F}{\pi d [\sigma]_{см}},$$

где  $[\sigma]_{см} = (0,4 \dots 0,6) \sigma_T$  — допускаемое напряжение смятия, МПа.

**Пример.** Рассчитать схват со следующими характеристиками: масса объекта манипулирования 60 кг, максимальное ускорение схвата 5 м/с<sup>2</sup>. При перемещении ось заготовки может располагаться горизонтально и вертикально, причем ускорение по направлению может совпадать с направлением силы тяжести. Диаметр заготовки может колебаться от 60 до 200 мм.

**Решение.** Так как схват может занимать как вертикальное, так и горизонтальное положение, принимаем способ удерживания

Таблица 4.4

Схема контакта	Расчетная формула
	$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{FE_{\text{нр}}}{l} \left( \frac{2}{d} + \frac{1}{r} \right)}$
	$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{FE_{\text{нр}}}{l} \left( \frac{2}{d} - \frac{1}{r} \right)}$
	$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{FE_{\text{нр}} 2}{ld}}$
	$\sigma = m \sqrt[3]{\frac{FE_{\text{нр}}^2}{r^2}} \text{ при } \frac{d}{2} < r$

Примечания: 1. Приведенный модуль упругости (МПа) материала губок схвата и материала детали  $E_{\text{нр}} = 2F_{\Gamma} E_{\text{д}} / (E_{\Gamma} + E_{\text{д}})$ .

2.  $d$  — диаметр детали, мм;  $r$  — радиус губок схвата, мм.

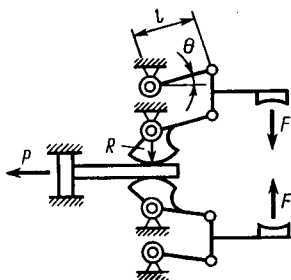


Рис. 4.23

заготовки за счет сил трения с базированием призмами. Учитывая, что заготовка стальная, принимаем тип схвата механическим. Схват должен обеспечивать большой диапазон перемещений. Ввиду высоких требований к точности установки принимаем схему, изображенную на рис. 4.23, обеспечивающую поступательное перемещение губок, и, следовательно, точное базирование заготовки в осевом направлении при различных ее диаметрах.

Усилие удерживания заготовки

$$F = m(g + a)/(2f) = 60(10 + 5)/(2 \cdot 0,15) = 3000 \text{ Н.}$$

Усилие привода

$$F_n = Fi,$$

$$\text{где } i = 2l \cos \theta / R.$$

Из конструктивных соображений принимаем  $l = 150$  мм.

Угол  $\theta$  определим исходя из максимального перемещения

$$S = (D_1 - d_2)/2 + \Delta = (200 - 60)/2 + 20 = 90 \text{ мм,}$$

где  $D_1 = 200$  мм – максимальный диаметр заготовки;  $d_2 = 60$  мм – минимальный диаметр заготовки;  $\Delta = 20$  мм – дополнительный ход, необходимый для выхода призмы от поверхности заготовки:

$$\theta = S/l = 90/150 = 0,6; \quad \theta = 34^\circ 22' 39''.$$

Радиус зубчатого колеса определяется из расчета зубчато-реечной передачи на изгиб:

$$m = 14 \sqrt[3]{y_F K_{F\beta} T / (z^2 \Psi_{bd} \sigma_{FP})},$$

где  $z = 17$  – число зубьев;  $y = 4,26$  – коэффициент формы зуба;  $\Psi_{bd} = b/d = 0,6$  – коэффициент ширины венца;  $K_{F\beta} = 1,08$  – коэффициент, учитывающий распределение нагрузки по ширине венца;  $\sigma_{FP} = 320$  МПа – допускаемое напряжение при расчете зубьев на изгибную прочность (сталь 40ХН, термообработка поверхностная токами высокой частоты,  $K_{FL} = 1$ ), тогда

$$m = 14 \sqrt[3]{4,26 \cdot 1,08 \cdot 3000 \cdot 0,15 / (17^2 \cdot 0,6 \cdot 320)} = 4,68 \text{ мм.}$$

Принимаем  $m = 5$  мм, тогда

$$R = mz/2 = 3 \cdot 17/2 = 42,5 \text{ мм; } F_n = 2Fl \cos \theta / R =$$

$$= 2 \cdot 3000 \cdot 150 \cdot 0,82 / 42,5 = 17365 \text{ Н.}$$

Площадь поршня гидроцилиндра (давление масла  $p = 12,5$  МПа)

$$d = \sqrt{4F_n/(p\pi)} = \sqrt{4 \cdot 17365/(12,5\pi)} = 42 \text{ мм.}$$

Принимаем  $d = 50$  мм.

Ширину губок определяем по контактным напряжениям:

$$b = 0,418 \sqrt{FE2/(\lambda[\sigma]_н^2)},$$

где  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа – модуль упругости материала;  $[\sigma]_н = 650$  МПа (сталь 40Х, термообработка – улучшение,  $K_{HL} \leq 1$ ), тогда

$$b = 0,418^2 \cdot 3000 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 2/(60 \cdot 650^2) = 8,49 \text{ мм.}$$

Принимаем величину  $b$  равной 10 мм.

Опасным сечением ( $h$ ) губок является сечение, сопрягаемое с зубчатым сектором, испытывающим изгиб:

$$h = \sqrt{12F(l-R)/(b[\sigma]_н)},$$

где  $[\sigma]_н = 250$  МПа (сталь 40Х – улучшение), тогда

$$h = \sqrt{12 \cdot 3000(150 - 42,5)/(40 \cdot 250)} = 19,7 \text{ мм.}$$

Принимаем толщину рычага схвата равной 30 мм.

Из конструктивных соображений принимаем расстояние между шарнирами  $C = 60$  мм. Тогда усилие, действующее на шарниры,

$$F_{ш} = Fl/C = 3000 \cdot 150/60 = 7500 \text{ Н.}$$

Диаметр шарниров выбираем исходя из расчета на срез ( $[\tau]_{ср} = 120$  МПа – допускаемое напряжение среза для стали 45):

$$d_{ш} = \sqrt{4F_{ш}/(\pi[\tau]_{ср})} = \sqrt{4 \cdot 7500/(\pi \cdot 120)} = 8,92 \text{ мм.}$$

Принимаем  $d_{ш} = 10$  мм.

Проверяем шарниры на смятие ( $[\sigma]_{см} = 80$  МПа – допускаемое напряжение смятия для стали 45):

$$\sigma_{см} = 2F_{ш}/(\pi d_{ш}b) = 2 \cdot 7500/(\pi \cdot 10 \cdot 51) = 9,36 < 80 \text{ МПа.}$$

Для заданных параметров схвата при проектировании используем следующие размеры: диаметр шарниров – 10 мм, размеры рычагов –  $150 \times 30 \times 50$  мм, диаметр гидроцилиндра – 50 мм.

## **Глава 5**

# **Конструкция и расчет механизмов вращения и прямолинейного перемещения**

Механизмы вращения осуществляют вращение звеньев робота относительно вертикальной оси (поворот руки), вращение относительно горизонтальных осей (качание руки, сгибание локтя и плеча).

Механизмы прямолинейного перемещения применяются для радиального и вертикального движений ориентирующих степеней подвижности у роботов, работающих в цилиндрической и сферической системах координат, а также для движений по монорельсу и порталу роботов, работающих в декартовой системе координат.

### **5.1. Конструкция и расчет механизмов вращения**

При проектировании механизмов вращения надо придерживаться такой последовательности.

1. Определить усилия, действующие на выходное звено механизма вращения.
2. Выбрать тип привода.
3. Определить передаточное отношение и разработать кинематическую схему передаточного механизма.
4. Рассчитать элементы передаточного механизма.
5. Разработать компоновочные чертежи передаточного и несущего механизмов и механизма вращения в целом.
6. Рассчитать кинематические цепи связи передаточного и несущего механизмов.
7. Разработать конструкцию механизма вращения.
8. Провести проверочные расчеты жесткости механизма вращения и правильности выбора привода.

Кинематика механизмов вращения существенно зависит от типа применяемого привода. Применение гидропривода, как правило, не требует реализации большого передаточного отношения, так как удельные усилия, развиваемые гидроприводом, значительно превышают усилия электропривода. Для механизмов, использующих гидропривод в виде гидроцилиндров, возникает необходимость преобразования прямолинейного движения во вращательное. При использовании электропривода требуется в механизмах вращения

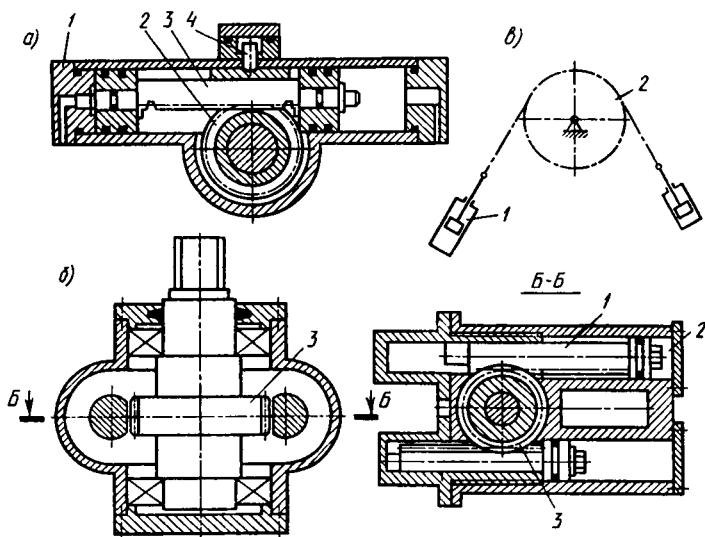


Рис. 5.1

реализовывать передаточные отношения порядка 80...150. Жесткие требования к погрешности позиционирования (для роботов среднего класса  $\Delta = 0,2 \dots 0,5$  мм) ставят задачу обеспечения безлюфтовости привода и высокой жесткости несущего узла механизма.

При применении гидропривода прямолинейное движение гидроприводов 1 (рис. 5.1, а) во вращательное выходного зубчатого колеса 2, связанного с поворотной платформой, преобразуется с помощью рейки 3. Гидроцилиндр 4 служит для выбора люфта между рейкой 3 и зубчатым колесом 2. На рис. 5.1, б показан привод, использующий другую компоновку зубчато-реечной передачи. Привод осуществляется от цилиндров 2 с помощью двух реек 1, которые приводят во вращение выходное зубчатое колесо 3. На рис. 5.1, в представлена схема, в которой преобразование прямолинейного перемещения происходит с помощью цепной передачи. Звездочка цепной передачи 2 связана с поворотной платформой механизма вращения. На цепь воздействуют усилия цилиндров 1.

На рис. 5.2 показан механизм поворота руки, в качестве привода которого может быть использован гидромотор или электродвигатель. Движение от двигателя 5 и зубчатого колеса 6 идет по двум кинематическим цепям. Первая кинема-

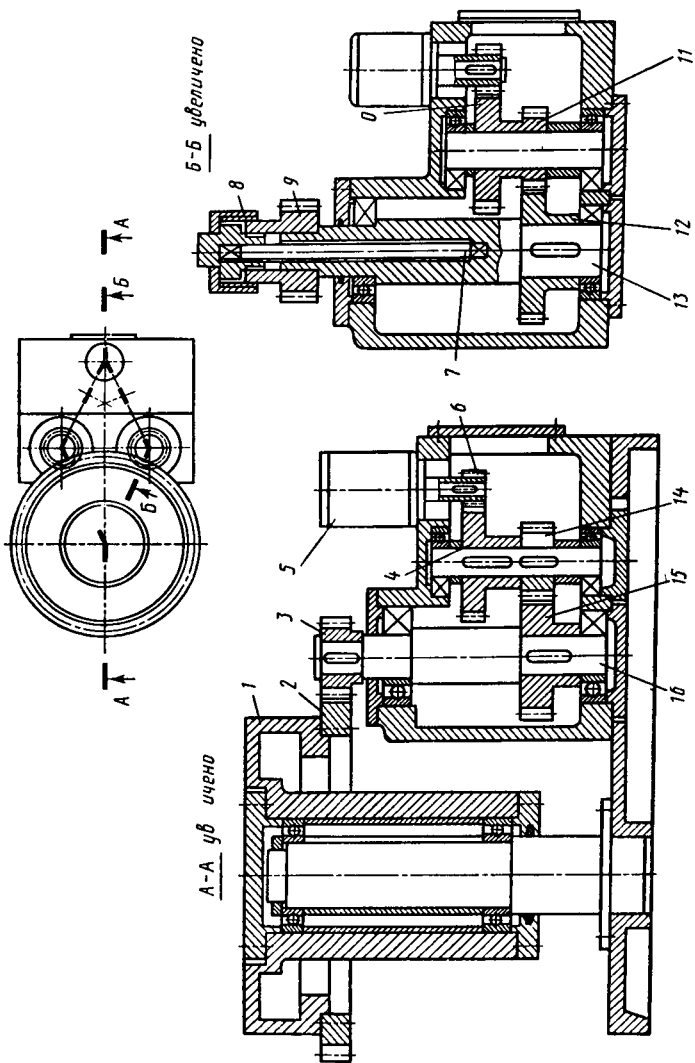


Рис. 5.2



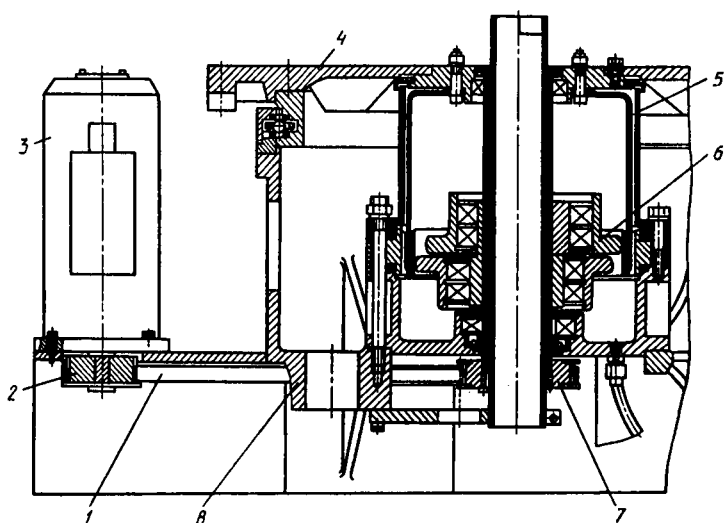


Рис. 5.3

тическая цепь: зубчатые колеса 4, 14, 15, вал 16, зубчатое колесо 3, которое связано с зубчатым колесом 2 поворотной платформы 1. Вторая кинематическая цепь: зубчатые колеса 10, 11, 12, вал 13, торсионный вал 7, зубчатое колесо 9, которое связано с выходным зубчатым колесом 2. Зазоры во всех зубчатых колесах выбираются предварительной затяжкой торсиона.

На рис. 5.3 показан механизм поворота руки, выполненный на базе волновых зубчатых передач (ВЗП). Движение от двигателя 3 через шкив 2, ремень 1, шкив 7 зубчато-ременной передачи поступает на генератор ВЗП 6. Движение передается с гибкого колеса 5, с которым связана поворотная платформа 4. Особенностью этой конструкции является неподвижная установка приводного двигателя на корпусе 8 за счет расположения зубчато-ременной передачи в нижней части механизма, однако такое расположение зубчато-ременной передачи затрудняет ее сборку и обслуживание.

Имеются конструкции, у которых двигатель установлен на поворотной платформе. Такая компоновка обеспечивает лучший доступ к зубчато-ременной передаче. Недостатками такой компоновки являются увеличение массы движущихся частей и необходимость монтажа подвижного кабеля к приводному двигателю.

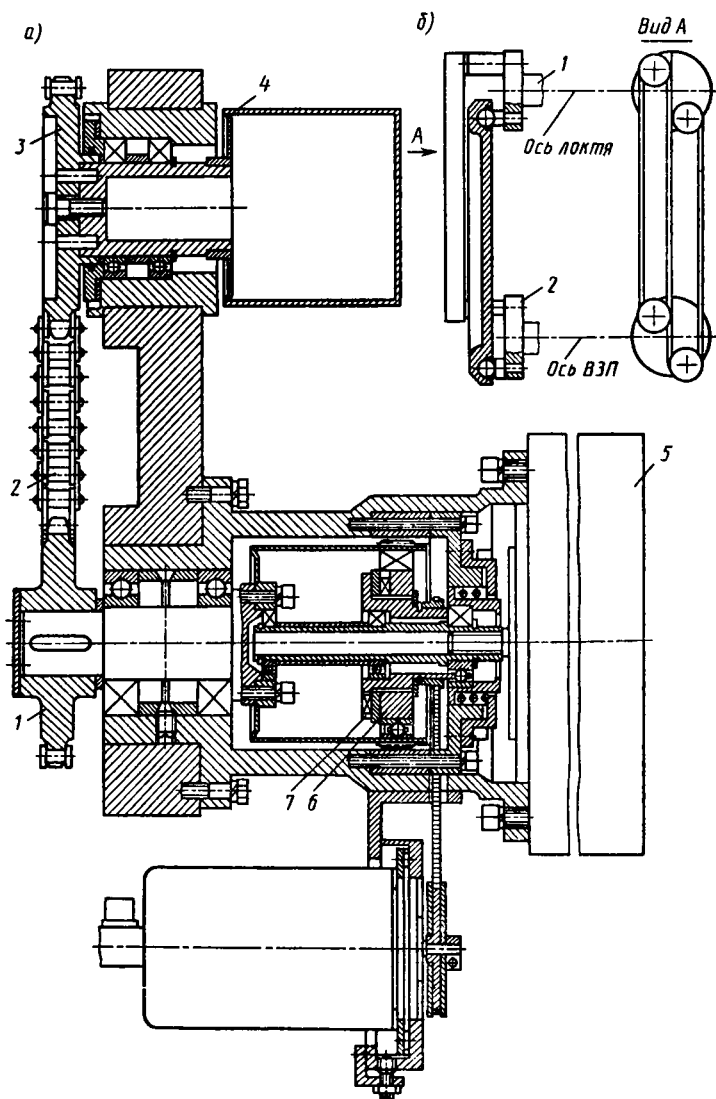


Рис. 5.4

На рис. 5.4, *a* показан привод плеча робота, выполненный на базе ВЗП. Двигатель 5 установлен соосно с входным валом ВЗП и связан с ним муфтой 7. Выходным звеном ВЗП является гибкое колесо 6, которое связано с корпусом плеча через цепную передачу, состоящую из звездочки 1, цепи 2 и звездочки 3. Звездочка 3 приводит в движение плечо 4. Широко распространен вариант передачи движения плечу с использованием планшайбы 2 (рис. 5.4, *б*), связанной с выходным звеном ВЗП, движение с которой передается на планшайбу 1, связанную с плечом через шарнирно закрепленные рычаги.

Применение ВЗП по сравнению с цилиндрическими зубчатыми передачами обеспечивает компактность, меньшую массу, повышенный к. п. д. механизма. Недостатками ВЗП являются меньшая жесткость и ограниченный ресурс работы гибкого подшипника и гибкого колеса.

На рис. 5.5 показан передаточный механизм, выполненный на базе циклоидальной передачи, жесткость которой выше ВЗП. Компоновка привода на базе циклоидальной передачи аналогична компоновке с ВЗП. Движение от двигателя поступает на вал 1, на котором установлена эксцентрири-

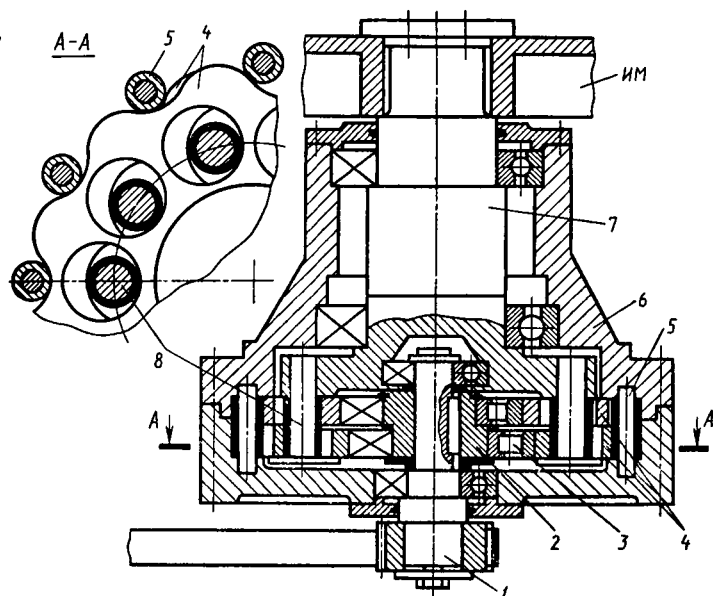


Рис. 5.5

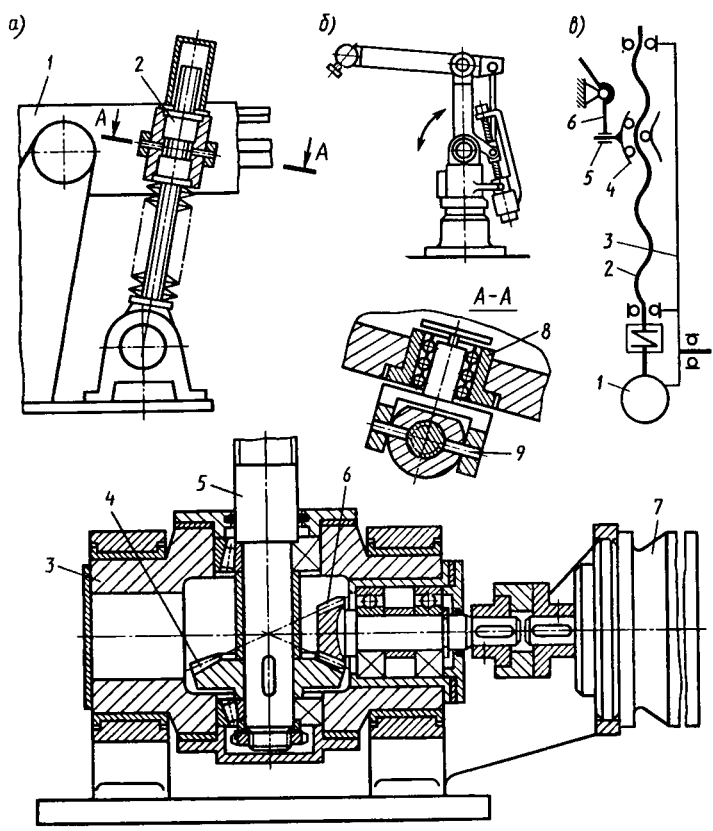


Рис. 5.6

ковая втулка 2 с подшипниками 3. На подшипниках 3 установлены два диска с выполненными на них циклоидальными зубьями 4, которые обкатываются по роликам 5, установленным в корпусе 6. Движение на выходной вал 7 с дисков 4 снимается пальцами 8, которые контактируют с отверстиями в дисках.

Для механизмов качания плеча в пределах угла, равного  $50 \dots 60^\circ$ , применяют механизмы с использованием шарико- или роликовинтовых передач [17]. На рис. 5.6, а показан механизм, в котором движение от двигателя 7 через конические зубчатые колеса 6, 4 передается на винт 5 шариковинтовой передачи. Гайка 2 установлена на двух шарнирах 8, 9. Шарнир 8 базируется на шариках в корпусе руки 1. Кор-

пус 3 также установлен на подшипниках, оси которых совпадают с осью двигателя. Такая конструкция обеспечивает компенсацию кривизны траектории гайки и установку двигателя неподвижно.

На рис. 5.6, в показана схема привода плеча на базе шариковинтовой передачи с непосредственной связью двигателя и винта. Двигатель 1 установлен на корпусе 3; в этом же корпусе на подшипниках установлен винт 2. Гайка 4 шариковинтовой передачи связана через шарнир 5 с рычагом 6 плеча. Для компенсации кривизны траектории шарнира 5 корпус 3 установлен также шарнирно. Недостатком данной конструкции является наличие изгибающих усилий на винт вследствие динамического момента, возникающего при качании корпуса 3 с винтом и двигателем. На рис. 5.5, б показан общий вид робота с таким механизмом качания.

**Определение усилий, действующих на выходное звено механизма вращения.** Рассмотрим две основные схемы нагружения механизма: с горизонтальной и вертикальной осью вращения.

*Определение усилий на выходном звене механизма вращения с вертикальной осью.* В этом случае на выходное звено действуют моменты  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$  относительно осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$  и вертикальная сила  $F_b$ :

$$T_x = \sum_{i=1}^n m_i g l_{iy} + \sum_{i=1}^n m_i a_{iz} l_{iy} + \sum_{i=1}^n m_i a_{iy} l_{iz};$$

$$T_y = \sum_{i=1}^n m_i g l_{ix} + \sum_{i=1}^n m_i a_{iz} l_{ix} + \sum_{i=1}^n m_i a_{ix} l_{iz};$$

$$T_z = \sum_{i=1}^n J_{iz} \varepsilon_z + m_i r_k \varepsilon_{ky} l_{xk} + T_{тр};$$

$$F_b = \sum_{i=1}^n m_i g + \sum m_i a_{iz},$$

где  $\sum_{i=1}^n m_i g l_{iy}$ ,  $\sum m_i g l_{ix}$  — статические моменты от массы механизмов и звеньев робота относительно осей  $y$  и  $x$ , Н·м;  $\sum m_i a_{iz} l_{iy}$ ,  $\sum m_i a_{iy} l_{iz}$ ,  $\sum m_i a_{iz} l_{ix}$  — динамические моменты от перемещения масс относительно осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , Н·м;  $l_{ix}$ ,  $l_{iy}$ ,  $l_{iz}$  — проекции на оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  расстояний до центров масс механизмов и звеньев робота, м;  $a_{ix}$ ,  $a_{iy}$ ,  $a_{iz}$  — ускорения центров масс механизмов и звеньев робота по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , м/с<sup>2</sup>;



ки, кг;  $m_k$  — масса каретки вертикального перемещения с приводом, кг;  $m_p$  — масса направляющей руки, кг;  $m_{ом}$  — масса ориентирующего механизма кисти, кг;  $m_r$  — масса груза, кг;  $\varepsilon_1$  — ускорение поворотной платформы, рад/с<sup>2</sup>;  $a_2$  — ускорение подъема руки, м/с<sup>2</sup>;  $\varepsilon_k$  — ускорение качания кисти, рад/с<sup>2</sup>;  $a_4$  — ускорение радиального перемещения руки, м/с<sup>2</sup>;  $\varepsilon_5$  — ускорение вращения кисти, рад/с<sup>2</sup>;  $l_1$  — максимальный вылет кисти, м;  $r_k$  — радиус кисти, м;  $l_4$  — расстояние от центра масс направляющей руки до оси поворота, м;  $l_4$  — расстояние от центра тяжести каретки руки до оси поворота, м;  $l_5$  — расстояние от оси руки до оси поворота, м;  $h$  — максимальная высота руки, м;  $J_{пп}$  — момент инерции поворотной платформы, кг·м<sup>2</sup>;  $J_{вс}$  — момент инерции вертикальной стойки, кг·м<sup>2</sup>.

Моменты и усилия определяем в положении, когда кисть соосна оси руки и вылет руки максимален, так как в этом случае они имеют наибольшее значение:

$$T_y = m_k g l_4 + m_p g l_3 + m_{ом} g l_1 + m_r g (l_1 + r_k) + \\ + a_2 [m_k l_4 + m_p l_3 + m_{ом} l_1 + m_r (l_1 + r_k)] + m_r \varepsilon_3 r_k + \\ + (m_k + m_p + m_{ом} + m_r) h a_4;$$

$$T_x = g (m_k + m_p + m_{ом} + m_r) l_5 + a_2 l_5 (m_k + m_p + m_{ом} + m_r) + \\ + \varepsilon_3 r_k l_5 m_r;$$

$$F_v = (m_k + m_p + m_{ом} + m_r + m_{пп} + m_{вс}) g + \\ + a_2 (m_k + m_p + m_{ом} + m_r) + \varepsilon_3 r_k m_r.$$

Момент в горизонтальной плоскости

$$T_z = (J_{пп} + J_{вс}) \varepsilon_1 + m_k \sqrt{(l_4^2 + l_5^2)} \varepsilon_1 + m_p \sqrt{(l_3^2 + l_5^2)} \varepsilon_1 + \\ + m_{ом} \sqrt{(l_1^2 + l_5^2)} \varepsilon_1 + m_r \sqrt{[(l_1 + r_k)^2 + l_5^2]} \varepsilon_1 + \\ + (m_k + m_p + m_{ом} + m_r) l_5 a_4 + T_r.$$

Определение усилий на выходном звене механизма вращения с горизонтальной осью (рис. 5.7, б). В вертикальной плоскости на выходное звено действуют два момента:

$$T_x = \sum_{i=1}^n m_i l_{iy} a_{iz} + \sum_{i=1}^n m_i g l_{iy};$$

$$T_y = \sum_{i=1}^n m_i g l_{ix} + \sum_{i=1}^n m_i l_{ix} a_{iz} + \sum_{i=1}^n J_i P_y \varepsilon_i + T_r - Q_z l_{Qz}.$$

В горизонтальной плоскости действует момент

$$T_z = \sum_{i=1}^{i=n} m_i l_{iz} \epsilon_{iz}.$$

В вертикальной плоскости действует сила

$$F_B = \sum_{i=1}^{i=n} m_i g.$$

Здесь  $\epsilon_{iz}$  — угловое ускорение относительно оси  $z$ , рад/с<sup>2</sup>;  $l_{iy}$ ,  $l_{ix}$ ,  $l_{iz}$  — расстояния от центров  $i$ -х масс до осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , м;  $a_{ix}$ ,  $a_{iy}$ ,  $a_{iz}$  — ускорения вдоль осей  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , м/с<sup>2</sup>;  $Q_z$  — проекция на ось  $z$  усилия механизма уравновешивания, Н;  $l_{yQ}$  — плечо действия механизма уравновешивания относительно оси  $y$ , м.

Массы звеньев и узлов привода, расстояния до центров масс определяют при дискретизации масс и расчете на жесткость несущей механической системы (см. гл. 3). Момент трения в опорах механизмов определяют при их проектировании.

**Конструкция и расчет опорного узла механизма вращения.** Особенностью конструктивного исполнения опорных (несущих) узлов механизмов вращения является то, что они выполняются на базе ограниченной номенклатуры подшипников и особое внимание должно уделяться их жесткости. Это связано с тем, что робот представляет собой многозвенную конструкцию и деформация опорного узла приводит к значительным смещениям схвата. С другой стороны, конструкция робота обычно не позволяет увеличить базу установки подшипников, что приводит при консольной нагрузке к значительным усилиям на подшипники.

На рис. 3.11 (см. гл. 3) показаны основные конструктивные решения опорных узлов, применяемых в роботах. Их особенностью, в связи с вышеизложенными требованиями, является предварительный натяг подшипников и увеличение жесткости опорного узла за счет установки большого количества тел качения.

На рис. 3.11, *a* представлено опорное устройство с использованием двух радиально-упорных подшипников 2 и одного упорного подшипника. Недостатками этой конструкции являются необходимость большого расстояния между подшипниками и сложность регулировки натяга в упорном подшипнике. Вариант этой конструкции без упорного подшипника широко применяется в опорах с горизонталь-



ной осью, где, как правило, изгибающая нагрузка значительно меньше.

На рис. 3.11, б показана конструкция опорного узла, в котором размер по вертикали значительно уменьшен. Поворотная платформа базируется на двух упорно-радиальных подшипниках 1. Натяг осуществляется с помощью прокладки. Опорный узел такого типа нашел широкое применение в роботах, так как при больших диаметрах подшипников удается обеспечить высокую жесткость при малом габарите по высоте. Применение этой конструкции ограничивается небольшой номенклатурой подшипников.

На рис. 3.11, д показана идентичная конструкция, которая применяется в случае отсутствия необходимого размера подшипника. Беговые дорожки под шарики выполнены непосредственно на поворотной платформе 3, корпусе 4, крышке 2. Натяг осуществляется за счет подшлифовки прокладки 1. Недостатками конструкции являются повышенные требования к точности выполнения поверхности беговых канавок под шарики.

На рис. 3.11, г показана конструкция, которая позволяет получить наименьшую высоту платформы при высокой жесткости. Конструкция опоры выполнена по типу упорно-радиального подшипника с четырехточечным контактом. Беговые дорожки выполнены в виде проволочных колец 2. Натяг обеспечивается подшлифовкой прокладок 5. Конструкция нашла широкое применение в современных роботах зарубежных фирм.

На рис. 3.11, в показана одна из широко распространенных конструкций опорных узлов плеча робота. Цапфы плеча 4 установлены на корпусе руки 3. Каждая цапфа базируется на двух радиально-упорных роликовых подшипниках 2, которые установлены в кронштейнах 1. Натяг подшипников осуществляется прокладкой 5.

Проектирование опорного узла целесообразно проводить в такой последовательности:

выполнить предварительную эскизную компоновку подшипникового узла и приближенно определить расстояние между подшипниками или диаметр расположения шариков; предварительно выбирают тип подшипника;

определить суммарные реакции опор;

определить упругий угол  $\varphi$  поворота в опоре, смещение схвата и связанное с ним  $\Delta_0$ ;

оценить правильность выбора подшипника по условию  $\Delta_0 < (0,05 \dots 0,1) \Delta$ , где  $\Delta$  – погрешность позиционирования робота; в случае несоблюдения условия выбирают подшип-

ник большего размера или увеличивают расстояние между телами качения и их диаметр.

При  $\Delta_0 < 0,01\Delta$  выбирают подшипник меньшего размера и далее:

определяют эквивалентную (приведенную) нагрузку подшипников;

задавшись желаемой долговечностью наиболее нагруженного подшипника, вычисляют его необходимую динамическую грузоподъемность  $C$  и проверяют его по каталогу для выбранного подшипника [18]; определяют необходимый натяг.

*Расчет подшипников на жесткость.* Упругие смещения под действием моментов  $T_x$ ,  $T_y$  и силы  $F_z$  для опор с вертикальной осью и моментов  $T_y$ ,  $T_z$ , силы  $F_z$  складываются из упругих сближений  $\Delta_{к1}$  тел качения и колец подшипников и контактных деформаций  $\Delta_{к2}$  поверхности посадки колец на вал и корпус.

Упругий угол в опоре (рад)

$$\varphi = (\Delta_{к1} + \Delta_{к2})/L.$$

Здесь

$$\Delta_{к1} = K'_r F^a 10^{-3}; \quad \Delta_{к2} = \frac{4FK''_r}{\pi db} \left( 1 + \frac{d}{D} \right),$$

где  $F^a = 10^3 T_i/L$  — нагрузка на подшипник, Н (значения  $K'_r$ ,  $a$  приведены на с. 220);  $d$ ,  $D$  — внутренний и наружный диаметры подшипников, мм;  $b$  — ширина подшипника, мм;  $K''_r = 0,0005 \dots 0,0025$  мм<sup>3</sup>/Н (меньшие значения  $K''_r$  берут при повышенной точности, больших натягах и установке внутреннего кольца на конус; для проекторочного расчета с достаточной точностью можно принять  $K''_r = 0,0015$ ).

Величины  $\Delta_{к1}$ ,  $\Delta_{к2}$  определяют для максимальных и минимальных значений моментов  $T_x$ ,  $T_y$  для опор с вертикальной осью и  $T_z$ ,  $T_x$  для опор с горизонтальной осью вращения.

При определении максимальных моментов значения вылета звеньев робота и ускорений принимают максимальными.

При определении минимальных моментов учитывается только статический момент относительно осей от неуравновешенных масс при минимальных вылетах звеньев робота, так как ускорения равны нулю. Упругий угол в опоре

$$\varphi = \varphi_{\max} - \varphi_{\min}$$

где  $\varphi_{\max}$ ,  $\varphi_{\min}$  — углы поворота, определенные соответственно при максимальных и минимальных моментах  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$ .

Смещение схвата от упругого поворота опоры (сближение подшипников)  $\Delta_i = \varphi L_c$ , где  $L_c$  – расстояние от центра опоры до схвата.

Расчет на жесткость опор, выполненных на базе шариковых или роликовых встроенных подшипников (рис. 5.8). Максимальная сила (Н), действующая на один шарик, исходя из схемы нагружения

$$F = 10^3 T_i / [(D \sin \alpha + L)(1 + 2 \sum_{i=1}^n \cos i\theta)],$$

где  $T_i$  – момент, действующий в осевом сечении, Н·м;  $D$  – диаметр расположения осей шариков, мм;  $L$  – расстояние между шариками в осевом направлении, мм;  $\alpha$  – угол действия силы на шарик; принимают  $\alpha = 30 \dots 45^\circ$ ;  $i$  – номер шарика;  $\theta$  – угол между шариками.

Для однородного расположения шариков  $L = 0$ . Тогда упругий угол в опоре

$$\varphi = \frac{2\Delta_{K_1}}{D \sin \alpha + L}; \quad \Delta_{K_1}' = \frac{K_1}{2,15 \sqrt[3]{d}} (\sqrt[3]{F_{\max}^2} - \sqrt[3]{F_{\min}^2}).$$

Коэффициент  $K_1 = 0,5\xi$ , где  $\xi = 2r_1/d$  ( $r_1$  – радиус кривизны поверхности дорожки, мм;  $d$  – диаметр шарика, мм). Величины  $F_{\max}$  и  $F_{\min}$  определяют при тех же условиях, что и при определении усилий, действующих на подшипники.

Контактная прочность в местах контакта тел качения проверяется по формуле

$$\sigma_H = 840 \sqrt[3]{\frac{F'_{\max}}{d^2}} \leq [\sigma]_H,$$

где  $F'_{\max} = F_{\max} + F_n$  – максимальная сила, действующая на тела качения с учетом предварительного натяга;  $[\sigma]_H = 25\text{HRC}$ , МПа.

Определение усилия предварительного натяга. Предварительный натяг подшипников необходим для обеспечения отсутствия люфта при приложении внешней нагрузки. В противном случае возникают вибрации, что резко

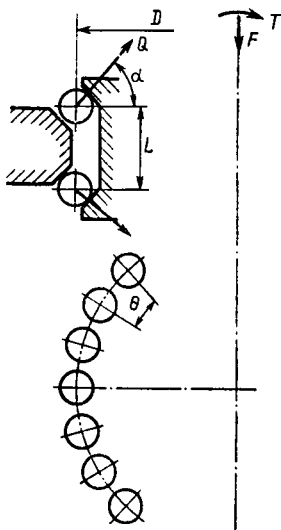


Рис. 5.8

уменьшает долговечность как самого подшипника, так и других механических узлов и приводит к увеличению погрешности позиционирования робота.

Условие отсутствия люфта равносильно тому, что нагрузка на наименее нагруженное тело качения должна быть больше или равна нулю:

$$F_n \geq 1,58F_r \operatorname{tg} \beta \mp 0,5F_x,$$

где  $F_n$  — сила осевого предварительного натяга тел качения;  $F_r$  — внешняя радиальная нагрузка на наименее нагруженный шарик;  $\beta$  — угол контакта тел качения;  $F_x$  — осевая сила от внешней нагрузки. Знак плюс выбирают, если внешняя осевая нагрузка уменьшает натяг; знак минус, если она увеличивает натяг.

Для опор механизмов вращения с вертикальной осью предварительный натяг имеет минимальное значение, так как осевая нагрузка практически всегда направлена по направлению сил тяжести и может менять знак, если ускорение руки больше  $g$ . Для опор с горизонтальной осью сила  $F_x$  равна нулю.

Проверочный расчет на долговечность проводят в соответствии с методиками, изложенными в деталях машин [16].

Момент трения подшипников (Н·м) определяют по формуле

$$T_{\text{тр}} = 5 \cdot 10^{-4} (cd + f_0 F'_{\text{max}}) d,$$

где  $d$  — диаметр вала, мм;  $c$ ,  $f_0$  — коэффициенты; для некоторых типов подшипников приведены ниже:

Тип подшипника	$K'$	$C$	$f_0$	$a$
Шарикоподшипники радиальные однорядные . . . . .	$(0,7 - 0,002d)/4,64$	0,06	0,0012	2/3
То же, сферические двухрядные . . . . .	$0,052/d$	0,06	0,001	1,0
» упорные . . . . .	$0,052/d$	0,6	0,0018	1,0
» погонные (см. рис. 3.12, д) . . . . .	$0,052/d$	0,07	0,002	1,0
Роликоподшипники конические . . . . .	$0,052/d$	0,2	0,003	1,0

**Определение передаточного отношения и разработка кинематической схемы передаточного механизма.** После определения типа привода и его размеров рассчитывают оптимальное передаточное отношение передаточного механизма по

методике, изложенной в гл. 3. Полученное передаточное отношение разбивают по ступеням передач.

Передаточное отношение передаточного механизма определяется по формуле  $i_{\text{пм}} = i_o / i_{\text{кс}}$ , где  $i_o$  — общее передаточное отношение механизма вращения;  $i_{\text{кс}}$  — передаточное отношение кинематической цепи связи привода с передаточным механизмом.

Эта работа проводится параллельно с разработкой эскизной компоновки механизма вращения (МВ). При этом определяются типы кинематических цепей связи и расположение передаточного и основного механизмов.

При установке передаточного механизма внутри опорного узла (рис. 5.9, а–в) необходимо предусмотреть кинематические элементы связи его входного вала с двигателем 1. Такими кинематическими элементами являются зубчато-ременная передача 2–4, зубчатые колеса 5–9.

В случае компоновки передаточного механизма (ПМ) сбоку от опорного узла (рис. 5.9, г–е) необходимо предусмотреть кинематическую связь его выходного звена с выходным звеном поворотного устройства. Такими кинемати-

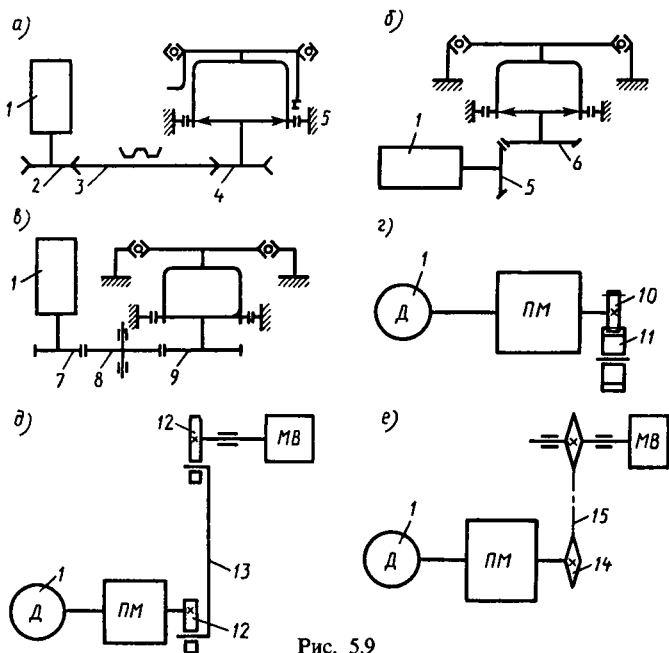


Рис. 5.9

ческими связями являются зубчатые колеса 10, 11, цепная 14, 15 и рычажная 12, 13 передачи.

**Разработка компоновочного чертежа механизма вращения.** Компоновочный чертеж определяет взаимное положение передаточного механизма и опорного узла, тип кинематических связей между ними и их взаимный монтаж и монтаж механизма вращения в работе. Поэтому разработку компоновочного чертежа механизма вращения ведут в тесной связи с разработкой передаточного механизма и компоновки манипулятора. Эту работу целесообразно проводить в такой последовательности.

1. Определяют принципиальную компоновку механизма вращения, т. е. взаимное положение опорного узла передаточного механизма и привода.

2. Определяют требования к компоновке основного и передаточного механизмов исходя из компоновки манипулятора и механизма вращения.

3. Выбирают оптимальный вариант кинематической цепи между основными передаточными механизмами.

4. Рассчитывают размеры и определяют конструкцию кинематической цепи, разрабатывают эскизный вариант компоновки механизма вращения.

5. Разрабатывают рабочие чертежи.

Компоновку механизма вращения выбирают с учетом общей компоновки робота, особенностей применяемого привода, требований по обслуживанию, срока службы элементов передаточного механизма, уменьшения массы и размеров конструкции. Принципиально существует два типа компоновочных решений: передаточный механизм встраивается в опорный узел или располагается рядом с опорным узлом.

## **5.2. Механизмы вращения с червячной передачей**

Приводы с червячными передачами находят применение в промышленных роботах благодаря их компактности и большому передаточному отношению. Кроме того, такие приводы обладают свойством самоторможения, что важно для роботов, так как исключается необходимость установки механизмов уравнивания веса звеньев. Недостатком червячных передач является их невысокий коэффициент полезного действия.

Червячные передачи получили применение в механизмах вращения промышленных роботов «Универсал-5», М10П

и др. Ввиду высоких требований к точности в червячных передачах роботов необходимо устранение зазора в зацеплении. Регулировка бокового зазора в механизме подъема робота «Универсал-5» обеспечивается эксцентриком, с помощью которого одна половина червячного колеса поворачивается относительно другой.

Расчет червячных передач описан в книгах по деталям машин, поэтому ниже приведем лишь пример расчета червячной передачи робота М10П.

**Пример расчета и конструирования узлов робота М10П.**  
*Расчет на прочность червячной передачи.* Исходные данные:  $z_1 = 1$  — число заходов червяка;  $z_2 = 55$  — число зубьев колеса;  $m = 2,1$  мм — модуль передачи;  $d_1 = 47$  мм — делительный диаметр червяка;  $a = 82$  мм — межосевое расстояние;  $n_1 = 1100$  об/мин — частота вращения червяка.

Момент при пуске электродвигателя привода (расчетный режим):

на червяке

$$M_1 = M_n u \eta = 0,6 \cdot 1,6 \cdot 0,92 = 0,88 \text{ кг} \cdot \text{м},$$

где  $M_n = 2M_n = 2 \cdot 0,3 = 0,6$  кг·м — пусковой момент электродвигателя;  $u = 1,6$  — передаточное отношение ременной передачи;  $\eta = \eta_{\text{рем}} \eta_n^2 = 0,93 \cdot 0,995^2 = 0,92$  — к. п. д. цепи между валами привода;

на колесе

$$M_2 = M_1 u \eta = 0,88 \cdot 55 \cdot 0,61 = 29,6 \text{ кг} \cdot \text{м},$$

где  $u = z_2/z_1 = 55$  — передаточное отношение червячной передачи;  $\eta = 0,61$  — к. п. д. червячной передачи.

Расчет на изгиб выполняется по условию

$$\sigma_{\text{и}} = Y_n P_2 \cos \lambda / (1,3m^2 g) \leq [\sigma]_{\text{и}},$$

где  $\lambda = 2^\circ 33'$  — угол подъема витков червяка;  $Y_n = 1,43$  — коэффициент прочности зубьев червячных колес при  $z_y = z_2 / \cos^2 \lambda = 55 / 0,997 = 55$  (табл. 52 [16]);  $g = d_1 / m = 47 / 2,1 = 22,4$  — коэффициент диаметра червяка;  $P_2 = 2000 M_2 / d_2 = 2000 \cdot 29,6 / 117 = 506$  кг — окружное усилие на колесе;  $d_2 = 2a - d_1 = 2 \cdot 82 - 47 = 117$  мм — делительный диаметр колеса;  $[\sigma]_{\text{и}} = 6,1$  кг/мм<sup>2</sup> — допускаемое напряжение изгиба. Тогда напряжение изгиба зубьев

$$\sigma_{\text{и}} = 1,43 \cdot 506 / (1,3 \cdot 2,1^2 \cdot 22,4) = 5,6 \text{ кг/мм}^2 < 6,1 \text{ кг/мм}^2$$

— условие прочности выполняется.

### Контактное напряжение

$$\sigma_{\text{н}} = (540/d_2) \sqrt{8M_2 K/d_1} < [\sigma]_{\text{н}},$$

где  $K = 1$  (расчет ведется по наибольшей действующей нагрузке);  $[\sigma]_{\text{н}} = 22 \text{ кг/мм}^2$  — допускаемое контактное напряжение, тогда

$$\sigma_{\text{н}} = (540/11,7) \sqrt{8 \cdot 2960/4,7} = 32,8 \text{ кг/мм}^2 < 33 \text{ кг/мм}^2$$

— условие прочности выполняется.

Допускаемые напряжения рассчитываются следующим образом. Материал колеса — бронза Бр0Ф10-1;  $\sigma_{\text{т}} = 17 \text{ кг/мм}^2$ ,  $\sigma_{\text{в}} = 29 \text{ кг/мм}^2$  — расчетные пределы текучести и прочности бронзы при растяжении. Передача реверсивная, но у наиболее нагруженных зубьев нагрузка на одну сторону зуба значительно выше, чем на другую, — допускаемые напряжения определяем как для нереверсируемой передачи. Принимаем срок службы робота до капитального ремонта равным 10 лет, годовой ресурс работы металлорежущего оборудования при двухсменной работе — равным 4015 ч; число включений робота за 1 ч работы станка (число обработанных на станке деталей за 1 ч)  $n = 45$ , тогда эквивалентное число циклов нагружения

$$N_E = 10 \cdot 4015n = 10 \cdot 4015 \cdot 45 = 1,8 \cdot 10^6.$$

Допускаемые номинальные напряжения изгиба для бронзовых червячных колес

$$[\sigma]_{\text{н}} = [\sigma]_{\text{н}}^0 \sqrt[9]{10^6/N_E} = 6,5 \sqrt[9]{10^6/(1,8 \cdot 10^6)} = 6,1 \text{ кг/мм}^2,$$

где  $[\sigma]_{\text{н}}^0 = 0,25\sigma_{\text{т}} + 0,08\sigma_{\text{в}} = 0,25 \cdot 17 + 0,08 \cdot 29 = 6,5 \text{ кг/мм}^2$  — допускаемое напряжение изгиба при нагрузке  $10^6$  циклов.

Допускаемые контактные напряжения для червячных передач

$$[\sigma]_{\text{н}} = [\sigma]_{\text{н}}^0 \sqrt[8]{10^7/N_E} = 26,1 \sqrt[8]{10^7/(1,8 \cdot 10^6)} = 33 \text{ кг/мм}^2,$$

где  $[\sigma]_{\text{н}}^0 = 0,9\sigma_{\text{в}} = 0,9 \cdot 29 = 26,1 \text{ кг/мм}^2$  — допускаемое напряжение при нагрузке  $10^7$  циклов.

**Вывод:** материал и геометрические параметры передачи выбраны верно, прочность обеспечивается.

*Расчет на прочность конических колес с круговым зубом.*  
Исходные данные:  $z_1 = 15$  — число зубьев шестерни;  $z_2 = 30$  — число зубьев колеса;  $m = 2 \text{ мм}$  — модуль торцовый;  $b = 11 \text{ мм}$  — ширина зубчатого венца;  $n_1 = 1000 \text{ об/мин}$  — частота вращения шестерни.



Момент на шестерне при пуске электродвигателя при-  
вода (расчетный режим)

$$M_1 = M_n u \eta = 0,6 \cdot 1,5 \cdot 0,92 = 0,83 \text{ кг} \cdot \text{м},$$

где  $u = 1,5$  – передаточное число ременной передачи;  $M_n = 0,6 \text{ кг} \cdot \text{м}$ ;  $\eta = 0,92$ .

Контактные напряжения рабочих поверхностей зубьев находят из условия прочности:

$$\sigma_k = C_y \sqrt{\frac{P}{K_{V_k}} \frac{1}{d_1 b} \frac{K_p K_\alpha}{C_k}} \leq [\sigma]_k,$$

где  $C_y = 740 \text{ кг}^{1/2} \cdot \text{см}^{-1}$  – фактор упругости материала для стальных зубчатых колес;  $P = 2M_1/d_1 = 2 \cdot 10^3 \cdot 0,83/30 = 55 \text{ кг}$  – окружная составляющая на большем диаметре конического колеса;  $d_1 = m z_1 = 2 \cdot 15 = 30 \text{ мм}$  – диаметр шестерни;  $K_{V_k} = 0,97$  – скоростной коэффициент; при 7-й степени точности колес и окружной скорости передачи  $V = \pi d_1 n_1 / (1000 \cdot 60) = 3,14 \cdot 30 \cdot 1000 / (1000 \cdot 60) = 1,57 \text{ м/с}$ ;  $K_p = 1,25$  – коэффициент распределения давления, учитывающий влияние неточности взаимного положения шестерни и колеса, шестерня установлена консольно (табл. 10 [16]);  $K_\alpha = 1,1$  – коэффициент шероховатости рабочих поверхностей зубьев ( $Rz2,5$ );  $C_k = 0,095$  – фактор геометрических параметров выбирается по графику (рис. 198 [16]) при  $z_1 = 15$  и  $z_2 = 30$ ;  $[\sigma]_k = 136 \text{ кг/мм}^2$  – допускаемое контактное напряжение при расчете на выносливость.

Тогда действующие контактные напряжения

$$\sigma_k = 740 \sqrt{55 \cdot 1,25 \cdot 1,1 / (0,97 \cdot 3 \cdot 1,1 \cdot 0,096)} = 117 \text{ кг/мм}^2;$$

$\sigma_k = 117 \text{ кг/мм}^2 < [\sigma]_k = 136 \text{ кг/мм}^2$  – условие прочности выполняется.

Выносливость зубьев на излом

$$\sigma_n = \frac{P}{K_{V_n}} \frac{10}{b m} \frac{K_a K_p}{C_n} \leq [\sigma]_n,$$

где  $K_{V_n} = 1 - 2(1 - K_{V_k}) = 1 - 2(1 - 0,97) = 0,94$  – скоростной коэффициент;  $K_a = 0,53$  – коэффициент абсолютных размеров (масштабный фактор); определяется по графику [16] при  $m = 2$ ;  $C_n = 0,23$  – фактор геометрических параметров (рис. 201 [16]) при  $z_1 = 15$  и  $z_2 = 30$ ;  $[\sigma]_n = 10,5 \text{ кг/мм}^2$  – допускаемые напряжения при расчете на выносливость по излому.

Действующее напряжение изгиба в основании сечения зуба

$$\sigma_{\text{н}} = 55 \cdot 10 \cdot 0,53 \cdot 1,25 / (0,94 \cdot 1,1 \cdot 2 \cdot 0,23) = 766 \text{ кг/см}^2 = \\ = 7,7 \text{ кг/мм}^2;$$

$\sigma_{\text{н}} = 7,7 \text{ кг/мм}^2 < [\sigma]_{\text{н}} = 10,5 \text{ кг/мм}^2$  — условие прочности выполняется.

Допускаемые напряжения рассчитываются следующим образом. Материал колес — сталь 40X, ТВЧ  $h_{0,8} \dots 1,2, 48 \dots 52 \text{ HRC}$ .

Допускаемые контактные напряжения при расчете на выносливость

$$[\sigma]_{\text{к}} = ([\sigma]_{\text{к}}^0 / n_{\text{нк}}) \sqrt[6]{N_{\text{цок}} / N_{\text{цэк}}} = 13\,000 \sqrt[6]{8 \cdot 10^7 / (6 \cdot 10^7)} = \\ = 13\,600 \text{ кг/см}^2 = 136 \text{ кг/мм}^2,$$

где  $[\sigma]_{\text{к}}^0 = 13\,000 \text{ кг/см}^2$  — допускаемое базовое контактное напряжение (табл. 44 [16]);  $n_{\text{нк}} = 1$  — фактор надежности, учитывающий вероятность преждевременного выхода из строя некоторых зубчатых колес из данной партии по причине сильного усталостного выкрашивания рабочих поверхностей (табл. 45 [16]), надежность 99%;  $N_{\text{цок}} = 8 \cdot 10^7$  — базовое число циклов нагружений (табл. 44 [16]);  $N_{\text{цэк}}$  — эквивалентное число циклов нагружений:  $N_{\text{цэк}} = n_1 T \cdot 10 \cdot 4015 = 1500 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 4015 = 6 \cdot 10^7$  циклов ( $T = 1$  мин — полное время работы рассчитываемой передачи с данной нагрузкой за один час работы обслуживаемого роботом станка).

Допускаемые напряжения при расчете на выносливость

$$[\sigma]_{\text{н}} = ([\sigma]_{\text{н}}^0 / n_{\text{ни}}) \sqrt[9]{N_{\text{цои}} / N_{\text{цэи}}} = 1050 \text{ кг/см}^2 = 10,5 \text{ кг/мм}^2,$$

где  $[\sigma]_{\text{н}}^0 = 1050 \text{ кг/см}^2$  — допускаемое базовое напряжение изгиба, зубья работают обеими сторонами (табл. 47 [16]);  $n_{\text{ни}} = 1$  — фактор надежности (табл. 48 [16]), надежность 99%;  $N_{\text{цои}} = 4 \cdot 10^6$  — базовое число циклов нагружений;  $N_{\text{цэи}} = N_{\text{цэк}} = 6 \cdot 10^7$  — эквивалентное число циклов нагружений; при  $N_{\text{цэи}} = 6 \cdot 10^7 > N_{\text{цои}} = 4 \cdot 10^6$  принимают  $N_{\text{цэи}} = N_{\text{цои}}$ .

Вывод: материал и геометрические параметры передачи выбраны верно, прочность обеспечивается.

### 5.3. Механизмы вращения с планетарной цевочной передачей

В последнее время в качестве приводов в промышленных роботах стали применяться планетарные передачи с внецентроидным циклоидальным зацеплением. Эти передачи обладают рядом преимуществ: большим передаточным отношением, компактностью, высокой жесткостью, точностью и долговечностью по сравнению с другими видами передач. Однако эти передачи требуют высокой точности изготовления и сборки.

Рассмотрим порядок расчета и конструирования таких передач на примере редуктора (рис. 5.10, а). Редуктор содержит два зубчатых колеса с внецентроидным цевочным зацеплением. Одно из этих колес неподвижное с зубьями на внутреннем контуре, второе подвижное с зубьями на внешнем контуре. Ведущий вал 5 имеет эксцентрик 6, который при вращении вала заставляет перемещаться сателлит 7, сообщая ему плоскопараллельное движение. Выходной вал 2 имеет цевки 1, которые одновременно находятся в сопри-

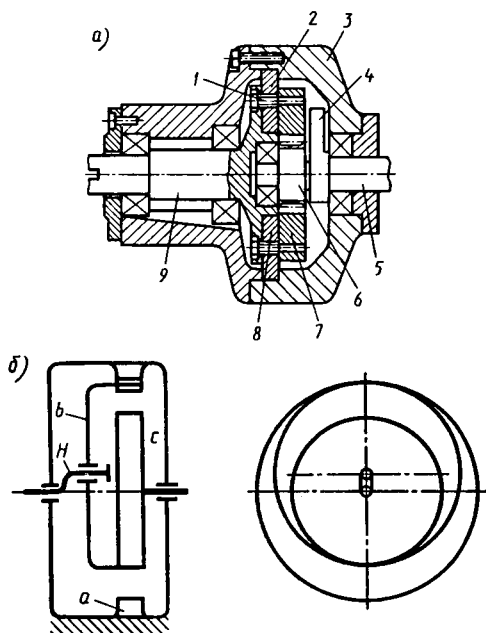


Рис. 5.10

косновении с зубьями колеса с внутренним зубчатым контуром. Число зубьев одного колеса на единицу больше числа цевок сателлита, а число зубьев другого колеса на единицу меньше числа цевок.

Подвижное зубчатое колесо 8 закреплено на ведомом валу 9, а неподвижное колесо 2 зажато крышкой в корпусе 3. На ведущем валу 5 установлен противовес 4 для уравновешивания силы инерции сателлита.

Внутренний зубчатый контур неподвижного колеса представляет собой укороченную гипоциклоиду, а внешний контур неподвижного колеса – укороченную эпициклоиду.

Кинематическая схема данного редуктора показана на рис. 5.10, б. Этот редуктор содержит центральное неподвижное колесо  $a$ , водило  $H$ , цевочный сателлит  $b$  и зубчатое колесо  $c$ . В таком редукторе имеют место соотношения  $z_2 = z_1 + 1$ ;  $z_3 = z_2 + 1$ . Передаточное отношение редуктора при передаче движения от водила  $H$  к выходному звену  $c$  равно  $i_{H,c} = -z/2$ .

Другой тип редуктора показан на рис. 5.11. В основу кинематической схемы редукторов данного типа положен трехзвенный планетарный механизм, у которого  $z_2 = z_1 + 1$ , где  $z_1$  – число зубьев внутреннего колеса;  $z_2$  – число зубьев внешнего колеса. Передаточное отношение редуктора от водила к выходному звену  $c$  равно  $i_{H,c} = -z_1$ . В этой схеме (рис. 5.11) при передаче вращения от водила сложное плоское движение внутреннего колеса (сателлита) преобразуется во вращательное с помощью механизма параллельных кривошипов. Передаточное отношение такого редуктора для одной ступени может достигать 65, а для двух – 3600.

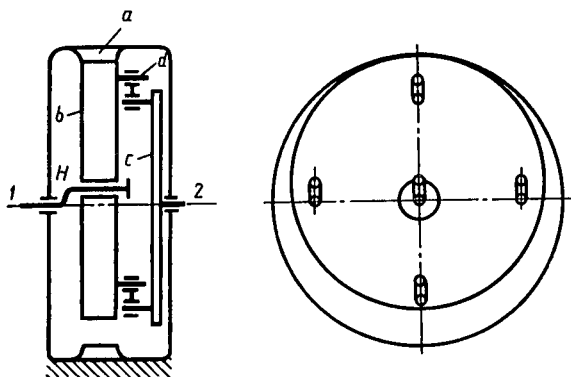


Рис. 5.11

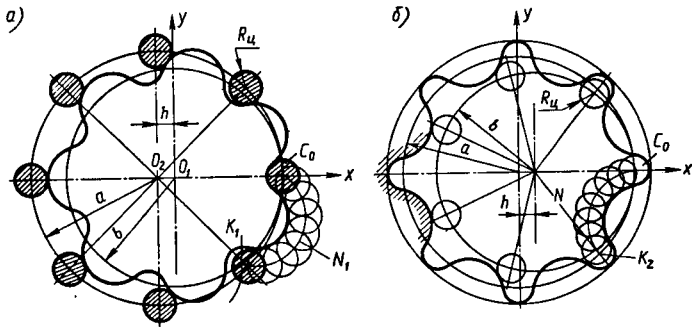


Рис. 5.12

**Геометрия внецентроидного циклоидального зацепления.** На колесах с внутренним зацеплением головка внешнего колеса описана гипоциклоидой, а ножка — эписциклоидой. Внешним колесом называют большое колесо с внутренним зацеплением.

Уравнения этих кривых в параметрической форме [24]

$$x = (R \pm r) \cos \tau \mp r \cos \frac{R \pm r}{r} \tau;$$

$$y = (R \pm r) \sin \tau - r \sin \frac{R \pm r}{r} \tau.$$

Здесь верхние знаки относятся к эписциклоиде, нижние — к гипоциклоиде,  $r$  — радиус производящей окружности,  $R$  — радиус центриды,  $\tau$  — переменный параметр.

Частным случаем центридного одностороннего эписциклоидального зацепления будет *эписциклоидальное цевочное зацепление* (рис. 5.12, а). Для образования такого зацепления надо радиус внешней производящей окружности принять равным радиусу центриды  $R$ , при этом  $r_2 = -a$ ; радиус второй производящей окружности надо приравнять нулю:  $r_1 = 0$ .

Уравнения кривой профиля зубьев внутреннего колеса эписциклоидального цевочного зацепления в параметрической форме

$$x = -(a - b) \cos \tau + a \cos \frac{a - b}{a} \tau;$$

$$y = -(a - b) \sin \tau + a \sin \frac{a - b}{a} \tau,$$

где  $a$  и  $b$  — радиусы центриды.

Если для сопряженных колес, заданных центроидами, радиус внутренней производящей окружности  $r_1$  принять равным эксцентриситету  $h$ , а радиус второй производящей окружности — равным нулю, получим *центроидное гипоциклоидальное зацепление*.

Частным случаем этого зацепления является *гипоциклоидальное цевочное зацепление* (рис. 5.12, б). Для этого следует принять радиус одной производящей окружности равным радиусу центроиды, а радиус второй производящей окружности — нулю.

Уравнения кривой профиля зубьев внешнего колеса гипоциклоидального цевочного зацепления

$$x = (a - b) \cos \tau + b \cos \frac{a - b}{b} \tau;$$

$$y = -(a - b) \sin \tau + b \sin \frac{a - b}{b} \tau.$$

В практическом цевочном зацеплении вместо точки — центра цевки, которая используется для построения теоретического профиля, используется цевка радиусом  $R_{\text{ц}}$ . Поэтому приведенные выше уравнения профилей заменяются эквидистантными кривыми, их уравнения имеют вид [24]

$$\xi = x \mp R_{\text{ц}} y' / \sqrt{(x')^2 + (y')^2}; \quad \eta = y \pm R_{\text{ц}} x' / \sqrt{(x')^2 + (y')^2},$$

где  $x, y$  — координаты точек циклоидальных кривых;  $\xi$  и  $\eta$  — координаты эквидистантных кривых;  $R_{\text{ц}}$  — радиус цевки;  $x'$  и  $y'$  — первые производные от координат по углу.

**Геометрия внецентроидного эпициклоидального зацепления.** Большое практическое применение в редукторах ввиду малого износа получило *внецентроидное эпициклоидальное зацепление* (рис. 5.13, а). В этом зацеплении зуб внутреннего колеса имеет эпициклоидальную форму, а зуб, сопряженный с профилем, имеет другой вид и получается методом огибания.

В качестве исходной кривой профиля зубьев внутреннего колеса принимается растянутая эпициклоида, уравнения которой имеют вид

$$x = -(a - b) \cos \tau + R_2 \cos \frac{a - b}{a} \tau; \tag{а}$$

$$y = -(a - b) \sin \tau + R_2 \sin \frac{a - b}{a} \tau,$$

где  $a$  и  $b$  — радиусы внешней и внутренней центроид;

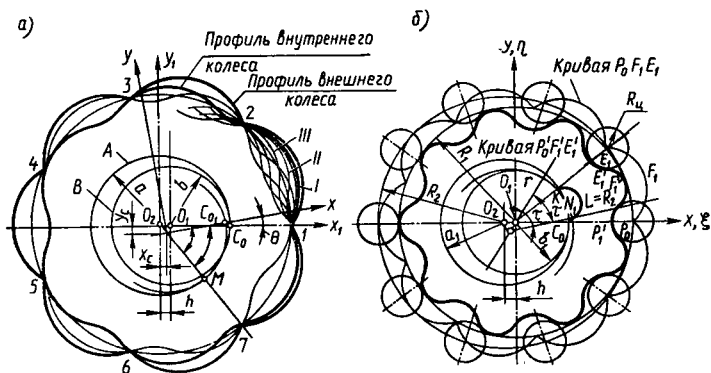


Рис. 5.13

$R_2$  — делительная окружность внешнего колеса;  $\tau$  — переменный параметр.

В основу образования профиля зубьев внешнего колеса положен способ образования сопряженной огибающей по двум центроидам — окружностям.

Уравнения огибающей семейства растянутых эпициклоид в неподвижной системе координат имеют вид [24]

$$\begin{aligned}
 x_1 &= -(a-b) \cos\left(\tau + \frac{a-b}{b}t\right) + R_2 \cos\left(\frac{a-b}{a}\tau + \frac{a-b}{b}t\right) + \\
 &+ (a-b) \cos \tau; \\
 y_1 &= -(a-b) \sin\left(\tau + \frac{a-b}{b}t\right) + R_2 \left(\frac{a-b}{a}\tau + \frac{a-b}{b}t\right) - \\
 &- (a-b) \sin \tau,
 \end{aligned}$$

где  $\tau$  — переменный параметр, определяющий положение точки теоретического профиля в подвижной системе;  $t$  — переменный параметр, определяющий положение точки теоретического профиля в неподвижной системе координат.

Внецентроидное эпициклоидальное цевочное зацепление (рис. 5.13, б) может быть получено при  $t = 0$ . Тогда уравнения кривой профиля внутреннего колеса имеют вид (а).

Для образования полного профиля зубьев значение  $\tau$  следует изменять от 0 до  $360\pi z_2/z_1$ , где  $n$  принимает значения 0, 1, 2, 3, ...,  $z_1$ .

Уравнения практического профиля получаются как эквидистантные для полученных кривых теоретического профиля:

$$\xi = x - R_{\text{ц}}y' / \sqrt{(x')^2 + (y')^2}; \quad \eta = y + R_{\text{ц}}x' / \sqrt{(x')^2 + (y')^2},$$

где  $\xi$ ,  $\eta$  — координаты эквидистантных кривых.

**Расчет и конструирование планетарно-цевочных редукторов для привода промышленных роботов.** Мощность редуктора и передаточное число определяются на основе кинематического расчета робота и выбранного электродвигателя. К основным параметрам зацепления относятся число зубьев сателлита и цевочного колеса, эксцентриситет, радиус окружности центров цевок, радиус цевки.

Число зубьев сателлита  $z_1$  и число зубьев цевочного колеса  $z_2$  определяются передаточным отношением редуктора  $u_{\text{ред}}$ :

$$z_1 = u_{\text{ред}}; \quad z_2 = z_1 + 1.$$

Задавая из конструктивных соображений значение эксцентриситета  $h$ , можно определить радиус центроиды  $b$  по формуле  $b = hz_1$ . Радиус делительной окружности цевочного колеса определяется по формуле  $R_2 = nb$ , где  $n = 1,6 \dots 2$  выбирается из соображений повышения износостойкости. Параметр центроиды  $a$  определяется по формуле  $a = b + h$ .

При выборе радиуса цевки цевочного колеса  $R_{\text{ц}}$  следует иметь в виду, что уменьшение радиуса цевки приводит к повышенному скольжению в точках профиля, работающих в начале зацепления, и уменьшению скольжения в конце зацепления. Однако большее значение для долговечности имеет зона профиля, соответствующая началу зацепления. Поэтому рекомендуется выбирать такое значение  $R_{\text{ц}}$ , при котором начальные точки профиля подвергаются меньшему износу. Меньшее значение радиуса  $R_{\text{ц}}$  ограничивается возможностью установки вращающейся вилки-цевки. Установка вилки-цевки на валик позволяет заменить трение скольжения профилей трением качения втулки по профилю, переводя скольжение на валик цевки, где условия смазки лучше.

Порядок расчета планетарно-цевочного редуктора механизма вращения следующий.

1. Определить мощность редуктора.
2. Выбрать электродвигатель.
3. Определить передаточное отношение редуктора.
4. Определить основные параметры зацепления: число зубьев сателлита и цевочного колеса, эксцентриситет, радиус окружности центров цевок, радиус цевки.



5. Определить силы, действующие в редукторе: окружное усилие на сателлите, нормальное давление между зубьями в точках касания, усилия в подшипниках.

6. Рассчитать зубья сателлита: определить координаты центров цевок и точек касания зубьев сателлита с цевками, радиусы кривизны зубьев сателлита в точке касания с цевкой, проверить зубья на удельное давление по Герцу и найти удельную работу трения.

7. Рассчитать цевочное колесо: определить размеры ведущего и ведомого валов, выбрать подшипник на водиле под сателлит, рассчитать опоры водила.

*Определение сил, действующих в редукторе.* Момент ( $H \cdot м$ ) на водиле  $H$  при заданной мощности и частоте вращения определяется по формуле

$$M_H = 716,2N/n_H,$$

где  $n$  — частота вращения,  $\text{мин}^{-1}$ ;  $N$  — мощность, кВт.

Момент на неподвижном колесе 2

$$M_2 = -M_H - M_1,$$

где  $M_1$  — момент на выходном колесе 1:

$$M_1 = -M_H u_{H1} \eta_{H1};$$

$u_{H1}$  — передаточное отношение от водила к колесу 1,  $\eta_{H1}$  — коэффициент полезного действия.

*Силы, действующие на сателлит.* Окружное усилие на водиле

$$P_H = M_H/h,$$

где  $h$  — эксцентриситет.

Центробежная сила, действующая на сателлит,

$$F_n = Qh\omega^2/g,$$

где  $Q$  — вес сателлита;  $g$  — ускорение свободного падения.

*Нормальное давление в точках касания зубьев сателлита с цевками.* Расчет делается при допущении, что окружное усилие равномерно распределяется в точках касания. Теоретически число пар зубьев, участвующих в зацеплении, для этой передачи  $n = \varepsilon = z_2/2$ . Однако экспериментальное исследование показало, что фактическое число зубьев, участвующих в зацеплении,  $n \approx z_2/3$ . При этом предположении максимальное нормальное давление на зуб

$$N_{\max} = P \sin \alpha_{\max} / \sum_{i=1}^n \sin^2 \alpha_i,$$

где  $n$  — число точек контакта;  $\alpha_{\max}$  — максимальный угол между касательной к профилю в точке касания и линией, идущей из этой точки к центру сателлита.

Угол  $\alpha$  определяется по формуле

$$\sin \alpha = h z_1 \sin [\arctg(\eta/\xi)] / \sqrt{(\xi - b)^2 + \eta^2},$$

где

$$\xi = x - R_{\text{ц}} y' / \sqrt{(x')^2 + (y')^2}; \quad \eta = y + R_{\text{ц}} x' / \sqrt{(x')^2 + (y')^2}.$$

Здесь  $\xi$ ,  $\eta$  — координаты точки касания профиля;  $x$ ,  $y$  — координаты точки эпициклоиды.

Координаты  $x$  и  $y$  определяются по последним формулам в зависимости от параметра  $t$ . Значения  $t$  принимаются равными  $0, 2\pi, 4\pi, \dots, 2\pi l$ .

*Расчет зубьев.* Основной причиной выхода из строя зубчатых колес с внецентроидным цевочным зацеплением является износ. Расчет зубьев на изгиб вообще можно не проводить ввиду их малой высоты по сравнению с шагом.

Наибольшее удельное давление в точках контакта определяется по формуле Герца:

$$\sigma = 0,418 \sqrt{\frac{NE}{b} \left( \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} \right)},$$

где  $b$  — ширина колеса;  $N$  — нормальное давление;  $\rho_1$  и  $\rho_2$  — радиусы кривизны колес;  $E$  — модуль упругости. Знак плюс соответствует контакту выпуклых поверхностей.

Радиус кривизны  $\rho_1$  профиля зубьев сателлита определяется по формуле

$$\rho_1 = [(x')^2 + (y')^2]^{3/2} / (x'y'' - y'x''),$$

где  $x'$ ,  $y'$ ,  $x''$ ,  $y''$  — соответственно первые и вторые производные от координат профиля в точке контакта по параметру  $t$ .

Радиус кривизны  $\rho_2$  второй поверхности равен радиусу цевки:  $\rho_2 = R_{\text{ц}}$ .

Если сателлит и цевки изготовлены из стали ШХ15 с твердостью 60...62 HRC, то допускаемое удельное давление можно принять  $[\sigma] = 10...12 \text{ Н/м}^2$ .

Для окончательного выбора основных параметров редуктора необходимо определить удельное давление и удельную работу трения в различных точках профиля, изменяя параметры передачи.

Удельное скольжение при этом определяется по формулам

$$\lambda_1 = (\Delta s_1 - \Delta s_2) / \Delta s_1; \quad \lambda_2 = (\Delta s_2 - \Delta s_1) / \Delta s_2,$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – соответственно удельное скольжение на первом и втором колесе;  $\Delta s_1, \Delta s_2$  – соответственно перемещение точки контакта по профилям первого и второго колес.

Перемещения  $\Delta s_1$  и  $\Delta s_2$  по профилям выражаются довольно громоздкими формулами, поэтому для определения  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  в зависимости от параметров зацепления можно использовать графики (рис. 5.14, а–в) [24].

Удельная работа трения на профиле зуба определяется по формуле

$$\Delta A_1 = N \frac{f}{b} \frac{\Delta s_1 - \Delta s_2}{\Delta s_1} = N \frac{f}{b} \lambda_1,$$

где  $b$  – ширина колеса;  $f$  – коэффициент трения.

Последняя формула показывает, что удельная работа пропорциональна величине  $\lambda_1 N$ . Поэтому для окончательного выбора параметров зацепления следует построить зависимость  $\lambda_1 N$  от исследуемого параметра. Например, гра-

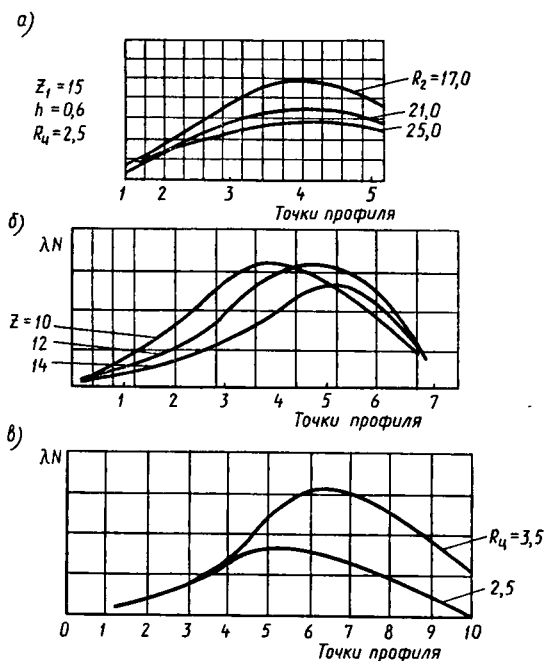


Рис. 5.14

фики, приведенные на рис. 5.14, б, в, показывают, что  $\lambda N$  при постоянных  $R_2$ ,  $R_{\text{ц}}$  и  $h$  уменьшается с увеличением числа зубьев  $z_1$ , а при увеличении радиуса  $R_{\text{ц}}$  величина  $\lambda N$  увеличивается в конце зацепления.

#### **5.4. Механизмы вращения с волновыми зубчатыми передачами**

Высокая кинематическая точность и меньший, чем у прочих зубчатых передач, мертвый ход выходного вала обязывают конструктора ставить ВЗП в качестве выходного механизма — последнего в кинематической цепочке от двигателя к ведомому звену механической системы робота. Тогда погрешности и люфты всех передач, установленных до ВЗП, поделятся на ее передаточное отношение и на выходном валу проявятся очень малой величиной. Например, если суммарная кинематическая погрешность всех передач, стоящих до ВЗП, равна  $180'$ , а передаточное отношение ВЗП  $u = 180$ , то на выходном валу ВЗП эта погрешность проявится величиной в  $1'$ .

С целью уменьшения общей массы привода следует встраивать ВЗП в подвижный узел механической системы робота так, чтобы избежать применения отдельного собственного корпуса ВЗП; подшипники выходного вала ВЗП следует исключить, напрямую соединяя выходной вал с ведомым звеном.

Выбор той или иной схемы привода с ВЗП зачастую диктуется не только требуемыми качественными показателями самого привода, но и некоторыми дополнительными условиями. Такими условиями могут быть: тип датчиков обратной связи, которые требуются для выбранной системы управления; способ проводки через подвижное соединение на последующие звенья электрических кабелей; предельные углы поворота последующего звена; способ размещения упоров или концевых выключателей, ограничивающих углы поворота звеньев и предохраняющих робот от поломки, и т. д. Естественно, невозможно дать исчерпывающие рекомендации для каждого конкретного случая при проектировании механической системы робота с ВЗП в приводе. Поэтому здесь рассмотрено несколько основных кинематических схем и даны их положительные и отрицательные свойства.

Выбор кулачкового или дискового генератора волн в ВЗП определяется прежде всего требованиями к быстродействию привода и его общим передаточным отношением.

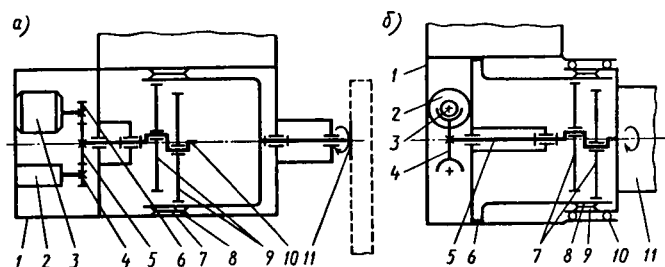


Рис. 5.15

Чем больше общее передаточное отношение привода, чем медленнее вращается выходной вал ВЗП и ниже требования к быстрдействию привода, тем более оправдано применение кулачкового генератора волн с гибким подшипником. В противном случае более целесообразно применение дисковых генераторов волн. Поскольку вид генератора волн в большинстве случаев мало влияет на компоновку привода с ВЗП, в дальнейшем будут рассматриваться передачи с дисковым генератором волн.

Наилучшие технические характеристики дает ВЗП с гибким колесом в виде тонкостенного стакана. Кинематическая схема такого привода, выполненного в виде отдельного блока, показана на рис. 5.15, а. В корпусе 1 размещены ведущий электродвигатель 3 и аналоговый датчик обратной связи — тахогенератор 2. Зубчатые колеса 4, 5, 6 связывают валы двигателя, тахогенератора и входной вал волновой передачи. Входной вал 10 имеет кривошипные, на которых установлены деформирующие диски 9; гибкое колесо 8 входит в волновое зацепление с жестким колесом 7 и вращается вместе с выходным валом 11. На выходном валу 11 имеется фланец для размещения захватного устройства или следующего звена механической системы робота.

Построение привода по данной схеме возможно только при небольшой мощности электродвигателя, поскольку только в этом случае масса электродвигателя не превышает массу ВЗП. Применение такого привода целесообразно в относительно тихоходных системах, например в ориентирующем механизме. Консольное расположение выходного вала допускает поворот следующего звена или захватного устройства на угол  $360^\circ$  и более. Электродвигатель 3 должен иметь встроенную тормозную муфту, которая блокирует его вал при отсутствии энергопитания, поскольку

одноступенчатая волновая передача при любых передаточных отношениях обратима (ее обратный к. п. д. не бывает ниже 0,5).

Наличие в приводе тормозной муфты снижает надежность привода и может вызвать нежелательные динамические нагрузки в момент торможения. Поэтому возможна другая схема блока с ВЗП (рис. 5.15, б), в котором между двигателем и ВЗП используется самотормозящаяся передача — либо червячная, либо цилиндрическая косозубая с углом наклона зуба более  $80^\circ$ .

Установленный в корпусе 1 электродвигатель 2 имеет на валу червяк 3, зацепляющийся с червячным колесом 4, которое жестко установлено на входном валу 5 ВЗП. Диски 7, установленные эксцентрично на входном валу 5, деформируют гибкое колесо 8 и вводят его в зацепление с жестким колесом 9. Гибкое колесо в виде тонкостенной трубы с диафрагмой, отогнутой наружу, не вращается и с помощью жесткого соединения 6 скреплено с корпусом 1 привода. Жесткое колесо вращается в шариковых подшипниках 10, которые одновременно являются и опорой следующего звена 11 механической системы робота.

Общим недостатком схем (см. рис. 5.15, а, б) является то, что относительно большая длина гибкого колеса увеличивает массу корпуса привода и его осевые размеры. Кроме того, схема предусматривает внешнее расположение электрических кабелей, проходящих от одного звена к другому.

Применение в ВЗП гибкого колеса в виде тонкостенной трубы с диафрагмой, отогнутой наружу и соединенной с корпусом, целесообразно также для первого подвижного звена механической системы робота, как это сделано, например, в роботе ASEA IRb-6. При необходимости проводки кабелей через ВЗП может быть применена передача с внешним деформированием гибкого колеса. На рис. 5.16 дана схема первого подвижного звена механической системы робота. В неподвижном корпусе 1 установлен двигатель 2, который с помощью самотормозящейся цилиндрической передачи 3 с большим углом наклона зубьев соединяется с ведущим кривошипным валиком. Таких валиков может быть три и более. На кривошипных валиках 4, 11 установлены деформирующие шайбы 5, которые через подшипники 6 деформируют гибкое колесо 7 с наружной стороны. Неподвижное гибкое колесо не вращается, так как с помощью соединения 14 жестко связано с корпусом 1. Жесткое колесо 9 с внешним зубчатым венцом 10 вращается в мощных подшипниках 8. Предполагается, что на жестком

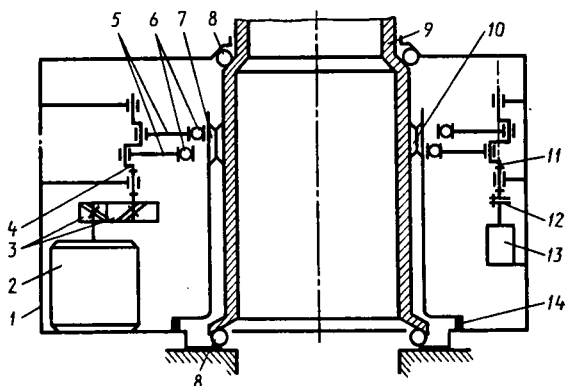


Рис. 5.16

колесе 9 размещается вся механическая система робота. С кривошипным валиком 11 через компенсирующую муфту 12 связан тахогенератор 13 – аналоговый датчик обратной связи. Из рис. 5.16 видно, что вся внутренняя полость жесткого колеса (и привода) свободна для размещения двигателей последующих ступеней, проводки кабелей и т. п.

Для робота, работающего, например, в агрессивной среде, необходимо изолировать двигатели от внешней среды. В волновой передаче необходимо в этом случае применить герметичное гибкое колесо. В корпус 1 (рис. 5.17) установлен двигатель 2; вращение его вала с помощью червячной передачи 3, 4 передается входному валу 5 ВЗП. Гибкое колесо 8 имеет форму трубы с глухим дном и присоединяется к корпусу с помощью герметичного соединения 11, 12. Деформирующие диски 9 вводят гибкое колесо 8 в волновое зацеп-

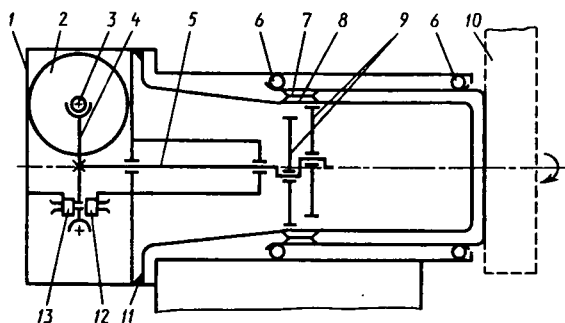


Рис. 5.17

ление с жестким колесом 7, которое вращается в подшипниках 6. С торцом жесткого колеса соединяется следующее звено 10 механической системы робота. Очевидно, что внутренняя полость корпуса изолирована от внешней среды без каких-либо подвижных уплотнений. Соединительные кабели от предыдущего звена к последующему могут проходить только вне блока. Если в диске червячного колеса 4, установленного на входном валу ВЗП, сделать отверстия, с одной стороны диска поместить светодиод 12, а с другой — фотодиод 13, то получится простейший оптоэлектронный датчик обратной связи. Считая число импульсов или частоту следования импульсов, можно получить датчик перемещений (угол поворота) или угловой скорости (или оба одновременно).

Увеличение крутильной жесткости ВЗП требует увеличения делительного диаметра гибкого колеса. Соответственно растут и осевые размеры привода и его масса. Поэтому для механических систем роботов с высокой крутильной жесткостью и большой грузоподъемностью желательна применение ВЗП с гибким колесом в виде кольца (рис. 5.18). В корпусе 1, закрепленном на корпусе 10 робота, установлен двигатель 2, который через червячную передачу вращает полый вал 3. На нем, на насадных эксцентриках и подшипниках установлены диски 4, 5, которые деформируют гибкое колесо 6, выполненное в виде тонкостенного кольца с одним внешним зубчатым венцом. Гибкое колесо имеет  $z_r$  зубьев, входит сразу в два волновых зацепления. Первое волновое зацепление образуют гибкое колесо 6 и жесткое

колесо 7, у которого число зубьев равно  $z_{ж7}$ . В этом зацеплении  $z_{ж7} - z_r = 2$ , и в нем реализуется заданное передаточное отношение ВЗП. Второе волновое зацепление образуют гибкое колесо 6 и жесткое колесо 8, у которого число зубьев равно  $z_{ж8}$ , причем  $z_{ж8} = z_r$ ; во втором волновом зацеплении реализуется волновая зубчатая муфта. Жесткое колесо 8 вращается в подшипниках 12; для обеспечения сборки такого подшипника и создания в нем необходимого натяга

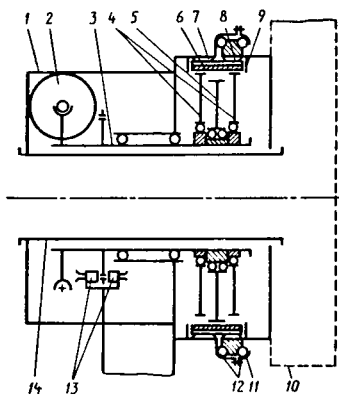


Рис. 5.18



используется съемная крышка 11. С жестким колесом 8 соединяется следующее подвижное звено механической системы робота.

Специальный диск с отверстиями, установленный на валу 3, светодиод и фотодиод образуют импульсный оптоэлектронный датчик обратной связи 13. Через весь привод проходит неподвижный относительно корпуса 1 полый вал 14, который используется для проводки коммуникаций к следующим подвижным звеньям робота. Гибкое колесо (вместе с подкладным кольцом, которое на схеме не показано) и блок дисков генератора волн имеют торцовые ограничители 9, которые снимают возможные осевые нагрузки на подшипники деформирующих дисков и полого вала 3. Привод (рис. 5.18) является наиболее перспективным для тяжелонагруженных роботов в том случае, когда в качестве двигателя применяется быстроходный шестеренчатый гидромотор или роторный пневмодвигатель.

Расположение электродвигателей на подвижных звеньях сильно снижает грузоподъемность робота с увеличением числа подвижностей. Поэтому в механических системах роботов стремятся вынести двигатели на основание. Применение ВЗП в приводе робота РПМ-25 позволило построить схему передачи движения от двигателей, установленных на основании, к ВЗП, установленным на звеньях (рис. 5.19). В неподвижном звене 1 руки робота установлены электродвигатели 2, 3, 4. От электродвигателя 4 с помощью цилиндрической 5 и конической 6 передач движение передается на

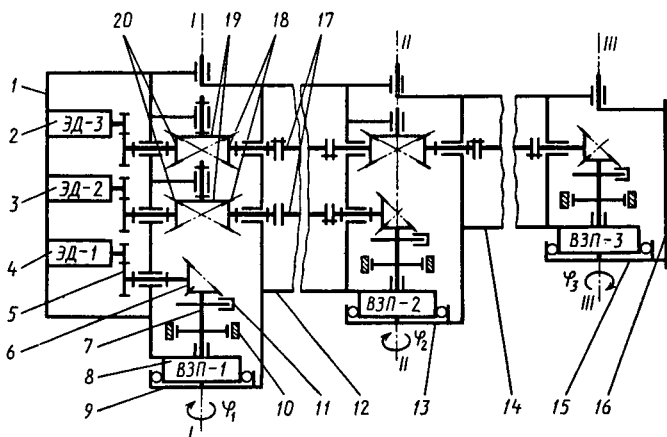


Рис. 5.19

входной вал 7 волновой передачи 8 первой подвижности руки. На входном валу установлены оптоэлектронный импульсный датчик 11 обратной связи и электромагнитная тормозная муфта 10. Вся эта кинематическая цепочка работает с высокой угловой скоростью и небольшим крутящим моментом. Поэтому зубчатые колеса, валы, подшипники и тормозная муфта рассчитываются на небольшой момент и получаются достаточно легкими. Выходное колесо 9 ВЗП-1 непосредственно связано со следующим подвижным звеном 12, которое может поворачиваться вокруг оси  $I-I$  на угол  $\varphi_1$ . Движение на последующие звенья через подвижное соединение  $I-I$  передается следующим образом. От электродвигателей 2 и 3 через цилиндрические передачи, аналогичные передаче 5, вращение передается через конические колеса 20 и паразитные конические колеса 19 на конические колеса 18.

Далее движение передается с помощью легких полых валов и компенсирующих муфт на конические колеса следующей подвижности. Входные кинематические цепочки ВЗП-2 и ВЗП-3 такие же, как и у ВЗП-1. Дополнительные угловые повороты колес 18 (или валов 17), которые происходят при вращении звена 12 вокруг оси  $I-I$ , поступают на вход ВЗП-2 (или ВЗП-3) и могут быть учтены датчиками обратной связи и скомпенсированы системой управления. Так как угловые скорости на входе и выходе ВЗП различаются минимум на два порядка, то появление компенсирующих управляющих сигналов в системе управления не вызовет колебательных явлений в приводе (т. е. не вызовет неустойчивости процесса управления). Выходной вал 13 ВЗП-2 связан со вторым подвижным звеном 14 руки робота, а движение через подвижное соединение  $II-II$  на ВЗП-3 передается аналогично.

С выходным валом 15 ВЗП-3 жестко связан фланец 16, на котором может быть установлено захватное устройство с индивидуальным приводом. Очевидно, что ось вращения  $III-III$  звена 16 может быть повернута и находиться перпендикулярно плоскости рисунка. ВЗП, указанные на рис. 5.19, могут быть выполнены как по схеме рис. 5.14, так и по схеме рис. 5.18, только двигатель в них отсутствует, а место червячного колеса занимает коническое колесо 6. При сохранении в схеме самотормозящей передачи из привода исключается электромагнитная тормозная муфта. Расстояния между осями  $I-I$ ,  $II-II$ ,  $III-III$  могут быть достаточно большими. Если полые валы 17 при большом расстоянии между осями подвижностей руки становятся не-

устойчивыми, то можно сделать их составными и ввести промежуточные опоры для них.

Такое построение кинематической схемы многоподвижной руки робота обеспечивает малую нагруженность передаточного механизма и снижает массу механической системы робота.

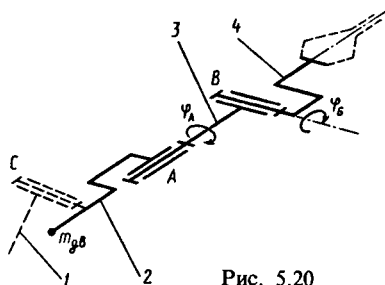


Рис. 5.20

При модульном построении робота двух- или трехподвижные модули можно выполнить с двигателями, расположенными в корпусе первого звена модуля так, чтобы они являлись противовесом для всего модуля. Структурная схема двухподвижного модуля показана на рис. 5.20. Относительно предыдущего звена 1 руки робота корпус 2 модуля совершает вращательное движение вокруг оси С. Относительно корпуса 2 первое подвижное звено 3 модуля совершает вращательное движение  $\varphi_A$  вокруг оси А, а второе подвижное звено 4 совершает вращательное движение  $\varphi_B$  вокруг оси В. Двигатели частично уравнивают модуль относительно оси С. Кинематическая схема этого модуля показана на рис. 5.21. На нем указаны оси А и В, вокруг которых совершают движения  $\varphi_A$  и  $\varphi_B$  подвижные звенья модуля. В корпусе 1 модуля установлены двигатели с тормозными муфтами, от которых через зубчатые передачи и длинные облегченные валы приводятся во вращение два

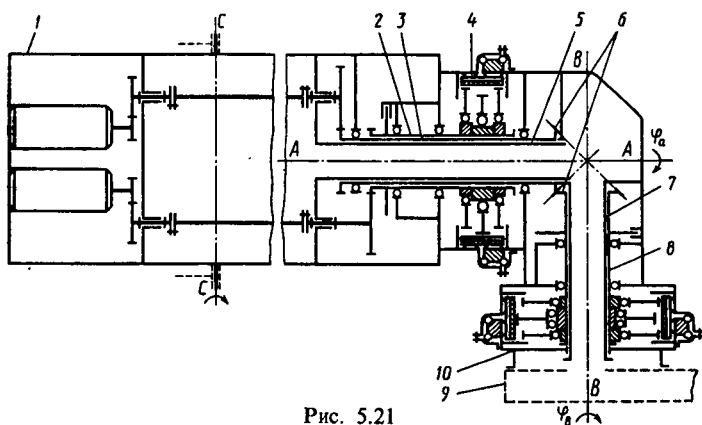


Рис. 5.21

полых вала 2 и 3. Вал 2 является валом дискового генератора волн ВЗП первой ступени модуля, а вал 3 через коническую передачу 6 приводит во вращение вал 8 дискового генератора волн второй ступени модуля. С выходным валом ВЗП первой ступени связано промежуточное звено 4 модуля, а с выходным валом 10 ВЗП второй ступени связано следующее звено 9 руки робота. Внутри каждой ВЗП имеются сквозные тонкостенные трубы 5 и 7, через которые пропускаются кабели питания и управления к последующим звеньям руки робота.

Кроме рассмотренных вариантов схем, ВЗП может применяться как привод к каким-либо тяговым передаточным устройствам, которые непосредственно приводят в движение последующие звенья. Такими тяговыми устройствами могут быть тросовые, ленточные, цепные и рычажные передачи (как, например в роботе ASEA TRb-6).

Изучение их не является предметом настоящей главы, а волновая передача в этом случае может строиться по схемам рис. 5.14, 5.15. Конструкция ВЗП для привода безлюфтовых тяговых или передаточных устройств будет рассмотрена ниже.

**Конструкция ВЗП в приводах механических систем роботов.** Волновая зубчатая передача допускает большие компоновочные возможности для построения приводов, о чем свидетельствует отечественная патентная и журнальная литература, насчитывающая несколько сотен наименований. Некоторые из возможных схем построения приводов для механических систем роботов рассмотрены выше. Далее будут показаны конструкции ВЗП, выполненные по этим схемам. На рис. 5.22 представлена конструкция привода во вращательной паре руки робота, выполненная в виде блока вместе с двигателем (схема на рис. 5.14). Электродвигатель 1 (со встроенной тормозной муфтой) через пару цилиндрических косозубых колес 2 приводит во вращение вал 4 генератора волн, установленный в двух подшипниках, один из которых размещен в корпусе 3 предыдущего звена (принятого за неподвижное), а другой — во фланце гибкого колеса, вращающегося вместе с ведомым звеном 10. Дисковый генератор волн состоит из насадных эксцентриков с уравновешивающими приливами, деформирующих дисков 5, поддерживающего диска 6 и подкладного кольца. В зацепление с неподвижным жестким колесом 7 входит вращающееся гибкое колесо 8. С помощью специального фланца 13 оно соединяется с подвижным звеном 10, которое вращается на подшипниках 9. Стакан 11, установленный в правом торце

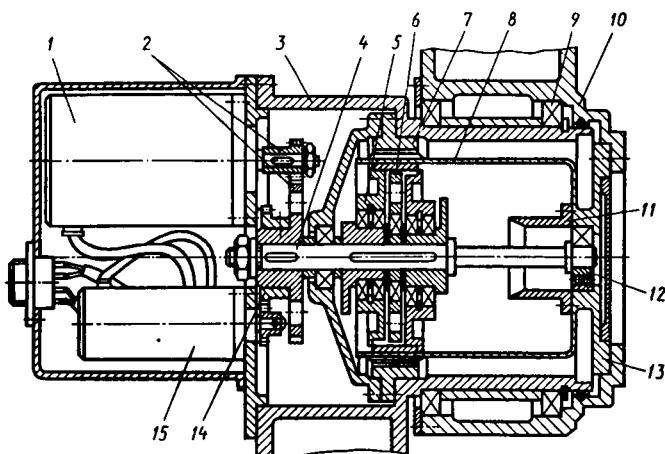


Рис. 5.22

гибкого колеса, служит для облегчения сборки подшипникового узла 12, которая происходит фактически «вслепую». С помощью цилиндрической косозубой пары 14 от вала генератора волн движение передается на вал тахогенератора 15 — аналогового датчика обратной связи.

В ВЗП данной конструкции можно получить минимальную суммарную кинематическую погрешность (меньше 1 угл. мин). Приведенный момент инерции такой ВЗП всегда меньше, чем у приводного электродвигателя. Это обеспечивает значительное быстродействие привода. Проводку кабелей к электрическим устройствам следующих звеньев здесь лучше осуществить внешним образом; для проводки кабелей внутри привода придется вал 4 делать полым, при этом возрастают диаметры подшипников деформирующих дисков и значительно увеличивается приведенный момент инерции ВЗП.

Для механической системы робота, работающего, например, в агрессивной среде, внутреннюю полость привода, где расположены электродвигатель (в большинстве случаев — коллекторный) и быстроходные подшипники, следует надежно изолировать от внешней среды. На рис. 5.23 показано два варианта конструкции собственно волновой герметичной передачи. Электродвигатель 1 через червячную передачу 2 вращает вал генератора волн. В варианте а вал генератора волн установлен в двух подшипниках 3; на конце его находится дисковый генератор волн, который деформирует

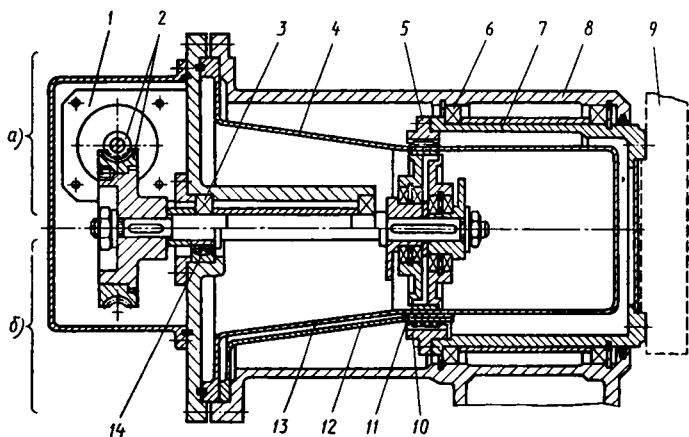


Рис. 5.23

герметичное гибкое колесо 4. Гибкое колесо жестким фланцем через надежное неподвижное уплотнение крепится к корпусу, обеспечивая герметизацию внутреннего объема привода без подвижных уплотнений. Жесткое колесо 5 вращается вместе с втулкой 7 в подшипниках 6, установленных в корпусе предыдущего звена 8. С втулкой 7 связано жестко следующее подвижное звено 9 механической системы робота. Изготовление гибкой глухой оболочки гибкого колеса 4 вызывает значительные технологические трудности в том случае, если герметичная передача предназначена для работы в глубоком вакууме. Для надежной герметизации в этом случае гибкое колесо изготавливается из легированной вязкой стали типа 12Х18Н9Т, которая трудно поддается механической обработке, а ее низкие механические свойства не могут обеспечить передачу больших крутящих моментов достаточно длительное время (изнашиваются зубья, нарезанные в середине оболочки 4).

Для тяжелонагруженных вакуумных ВЗП с длительным сроком службы имеет смысл разделить функции герметизации и передачи крутящего момента, как это показано в варианте *б* на рис. 5.23. Гладкая оболочка 13, выполненная из вакуумно-прочной стали, надежно герметизирует внутренний объем привода, а оболочка 12 с зубчатым венцом, сделанная из высокопрочной стали, передает крутящий момент. Между этими оболочками находится проставочный элемент 11, который скрепляет обе оболочки только в окру-

ном направлении, а в торцовом сечении деформируется вместе с ними.

Если не ставить проставочного элемента 11, то получится следующая картина. Пусть гладкая наружная поверхность оболочки 13 непосредственно контактирует с гладкой внутренней поверхностью оболочки 12. В этом соединении необходим небольшой гарантированный зазор, чтобы оболочки деформировались не как одно тело. Поэтому появляется исчезающе малая разница периметров внешней и внутренней поверхностей оболочек. Тогда при деформации оболочек генератором волн в их соединении получается фрикционная волновая передача с огромным передаточным отношением, в которой возникает внутренний крутящий момент, в несколько раз превышающий передаваемый момент в зацеплении колес 12 и 10. Этот момент быстро разрушает оболочку 13 в месте перехода конической части в плоскую диафрагму (такие экспериментальные данные имеются). Введение проставочного элемента 11 ликвидирует фрикционную передачу и обеспечивает надлежащую долговечность тонкостенной герметизирующей оболочки 13.

Вариант б отличается еще и тем, что имеет «плавающий» генератор волн, так как вал генератора волн имеет одной опорой сферический самоустанавливающийся подшипник 14, а второй опорой — само волновое зубчатое зацепление колес 12 и 10. Такая конструкция позволяет устранить избыточные связи (см. ниже) и обеспечить лучшие механические характеристики ВЗП. Датчики обратной связи на рис. 5.23 не показаны; устройство их может быть таким же, как и на рис. 5.22.

ВЗП с внешним деформированием гибкого колеса (по схеме рис. 5.16) показана на рис. 5.24. В неподвижном корпусе 1 установлен двигатель 2, который через самотормозящую цилиндрическую передачу с углом наклона косых зубьев  $\beta \approx 80^\circ$  вращает кривошипный валик 4. Таких валиков должно быть не менее 3-4. Они образуют механизм параллельных кривошипов и вращаются одновременно, причем соответствующие векторы эксцентриситетов кривошипов вращаются в одной фазе. От правого на рис. 5.29 валика через компенсирующую муфту вращается тахогенератор — датчик обратной связи. На подшипниках 6 кривошипов установлены деформирующие шайбы 5. Внутрь каждой шайбы вставлены подшипники 7 большого диаметра. На внутренних кольцах этих подшипников установлены кольца с ребордами, которые обкатываются по наружной поверхности подкладного кольца и деформируют одновременно под-

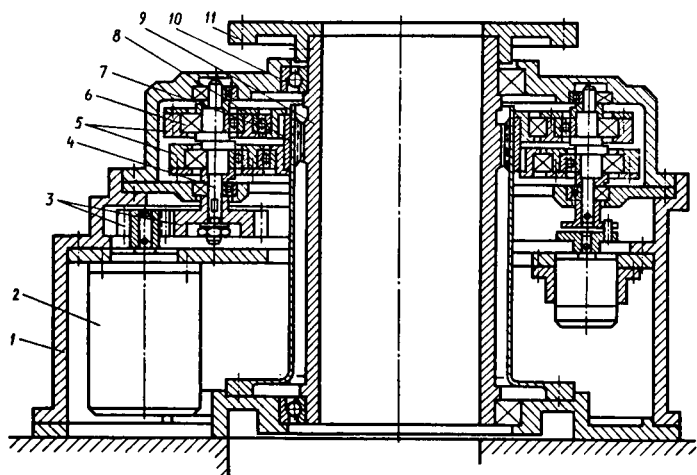


Рис. 5.24

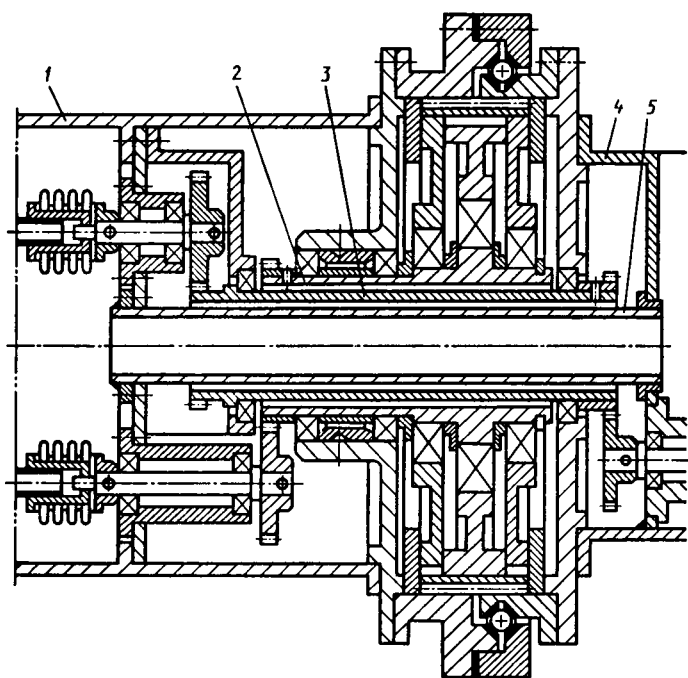


Рис. 5.25



кладное кольцо и гибкое колесо 8. Внутренние зубья гибкого колеса образуют волновое зацепление с внешними зубьями жесткого колеса 9. Жесткое колесо нарезано на толстостенной трубе, которая вращается в подшипниках 10. На верхнем конце жесткого колеса крепится платформа 11, на которой могут устанавливаться последующие звенья механической системы робота. Через центральное отверстие в жестком колесе можно провести кабели, звенья натяжной системы и т. п. Очевидно, что масса такой ВЗП оказывается достаточно большой и использовать ее можно только для первого звена руки робота.

На рис. 5.25 представлена конструктивная схема двухподвижного модуля, показанного на рис. 5.21. Каждая ВЗП выполнена по схеме рис. 5.18 с кольцевым гибким колесом и волновой зубчатой муфтой. В корпусе предыдущего зве-

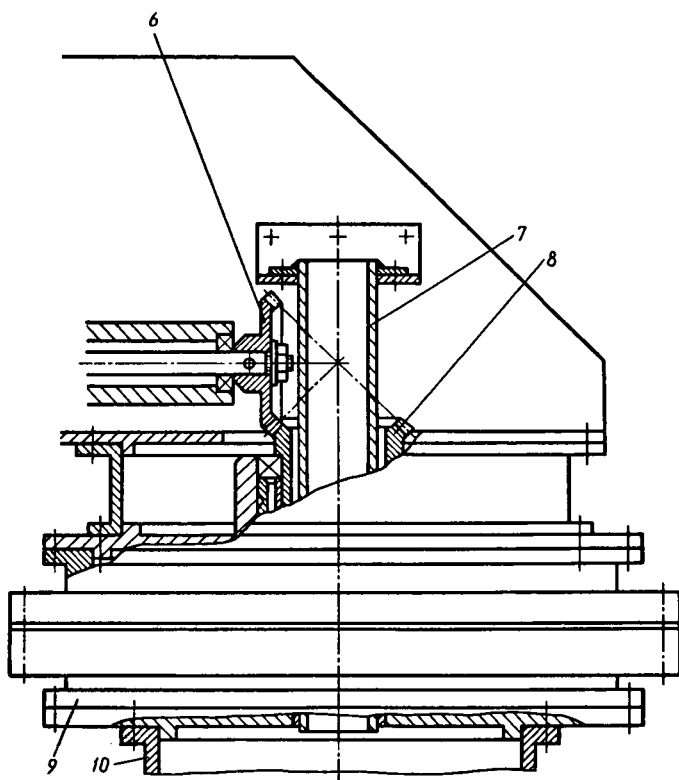


Рис. 5.25. Продолжение

на 1 от электродвигателей с помощью легких трубчатых валов вращаются полые валы 2 и 3. Вал 2 является валом генератора волн ВЗП первого движения модуля (ротации), к выходному валу которого крепится первое подвижное звено 4 модуля. Вал 3 через коническую передачу 6-8 вращает вал 7 генератора волн ВЗП второго движения (качания). К выходному валу 10 второй ВЗП крепится следующее звено 9 руки робота. Обе ВЗП имеют сквозные отверстия, в которые через полые валы 5 и 7 проводятся кабели к следующим подвижным звеньям механической системы робота.

На рис. 5.25 показаны различные варианты конструкции подшипника качения выходного звена ВЗП. Черными толстыми линиями выделены наплавляемые твердосплавные дорожки качения или места лазерной закалки дорожек качения на деталях, твердость материала которых в остальных местах не превышает 35 HRC. Применение для выходного звена аналогичных по назначению стандартных подшипников с разъемными кольцами типа 116 000 или 176 000 вызывает увеличение габаритов привода и более чем двухкратное увеличение его массы.

Многоподвижная механическая система робота с двигателями, вынесенными на основание (схема по рис. 5.19), показана частично на рис. 5.26. В неподвижном основании 1 установлены приводные двигатели 2, 3, 4 трех подвижностей руки. На валах ведомых шестерен 5 установлены колеса конических передач, а также ленточный тормоз 10. Ведомое колесо 6 первой передачи посажено на вал 7 генератора волн ВЗП первой подвижности. Выходное звено 8 опирается на подшипник 9 и жестко соединено с корпусом 12 первого подвижного звена. Привод первой подвижности имеет также ленточный электромагнитный тормоз 10 и импульсный оптоэлектронный датчик 11 обратной связи. Через паразитную коническую шестерню 13, компенсирующую муфту 14 и трубчатый вал 15, движение передается к ВЗП следующей кинематической пары. Фланец 16 вместе с подшипником 17 вставляется одновременно в отверстия звеньев 1 и 12 и позволяет завершить сборку всего привода первого подвижного звена. Приводы второго и третьего звена устроены аналогично.

При использовании ВЗП для привода подвижных звеньев через передаточные механизмы (рычажные, цепные и т. п.) важно осуществить надежное соединение ведущего звена передаточного механизма с выходным валом ВЗП. На рис. 5.27 выходной вал ВЗП имеет конический хвостовик. Конструкция передачи аналогична показанной на рис. 5.22.

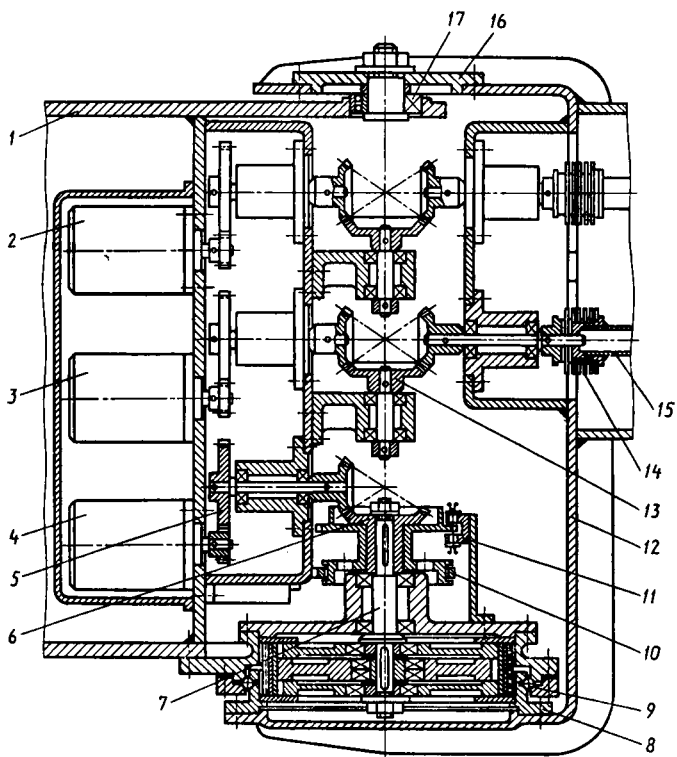


Рис. 5.26

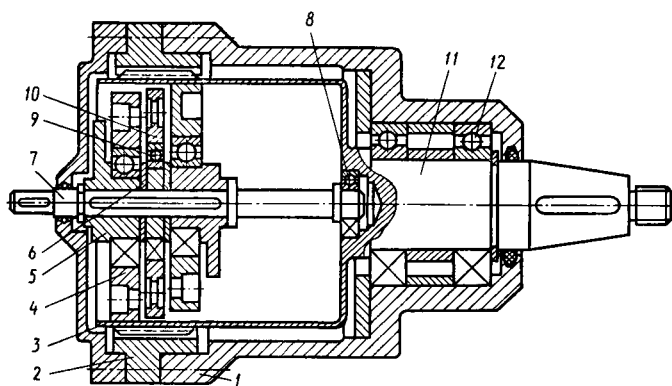


Рис. 5.27

Следует отметить, что все описанные выше приводы с ВЗП рассчитаны на применение только консистентных смазок и поэтому не содержат сложных уплотнительных узлов и не снабжаются пыле- и влагозащитными приспособлениями.

Представленный здесь ряд конструкций, конечно, не исчерпывает всех возможных конструктивных вариантов ВЗП в приводах робототехнических систем, но показывает, можно сказать, типовые конструкции.

**Расчет подшипников генераторов волн.** Ввиду малого опыта эксплуатации гибких шарикоподшипников показатели грузоподъемности стандартных гибких подшипников пока не установлены. Приблизительно оценить ресурс работы гибких шарикоподшипников можно по методике, основанной на экспериментальных исследованиях волновых редукторов общего назначения, выпускаемых отечественной промышленностью. Поскольку применение кулачковых генераторов волн для ВЗП робототехнических устройств существенно ограничено по параметру быстродействия привода, здесь указанная методика не излагается. Для дисковых генераторов волн применяются стандартные шарикоподшипники, расчет и выбор которых проводится по известным методикам.

Силы, действующие на подшипник деформирующего диска, определяются следующим образом. Крутящий момент  $M_{кр}$ , приложенный к гибкому колесу, вызывает появление усилий во всей зоне зацепления зубьев. Распределение этих усилий описано в литературе. Не зная закона распределения нагрузок по зубьям, можно приближенно считать, что в каждой зоне зацепления действует некоторая сосредоточенная окружная нагрузка  $P$ , которая при выбранном расчетном угле зацепления  $\alpha_w$  дает и радиальную нагрузку  $R$  (рис. 5.28), причем

$$M_{кр} \approx 2Pd_1/2 + 2w_0,$$

или

$$M_{кр} \approx 2Pd_2/2; \quad R = P \operatorname{tg} \alpha_w = (M_{кр}/d_2) \operatorname{tg} \alpha_w,$$

где  $R$  – расчетная нагрузка, действующая на каждый диск генератора волн (при двух дисках).

В передачах с волновой муфтой в каждом из двух зацеплений действует один и тот же крутящий момент  $M_{кр}$ . Радиальные силы появляются в каждом зацеплении, но они будут разными, так как в передаче угол зацепления  $\alpha_{w1}$ , а в волновой зубчатой муфте угол зацепления  $\alpha_{wm}$ . Картина

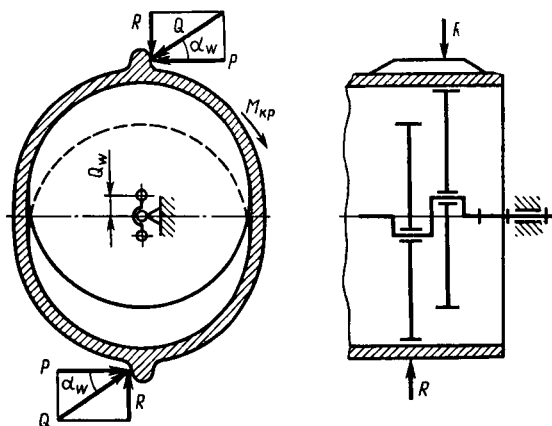


Рис. 5.28

нагружения каждого из трех деформирующих дисков показана на рис. 5.29.

Радиальные нагрузки

$$R_1 = \frac{M_{кр}}{d_2} \operatorname{tg} \alpha_{w1}; \quad R_M = \frac{M_{кр}}{d_2} \operatorname{tg} \alpha_{wM}.$$

Расчетный крутящий момент  $M_{кр}$  для заданного режима работы привода определяется по общепринятой методике.

При расчете динамической грузоподъемности или долговечности подшипников деформирующих дисков следует иметь в виду, что в подшипнике вращается вместе с валом генератора волн внутреннее кольцо и линия действия силы  $R$  с той же скоростью вращается вместе с большой осью деформации. Поэтому нагрузка на дорожки качения бежит по периметру внешнего кольца подшипника и приложена к одной и той же зоне на внутреннем кольце шарикоподшипника. Такая картина нагружения характерна для подшипников с вращающимся внешним кольцом. Соответственно этому необходимо назначать и посадки подшипников деформирующих дисков. Наружное кольцо подшипника в диск устанавливается с гарантированным натягом, исклю-

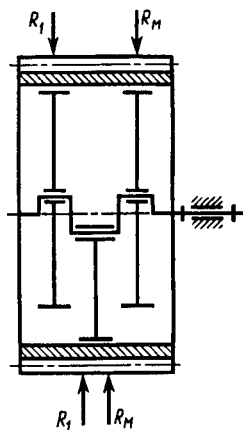


Рис. 5.29

чающим проворачивание его в диске (особенно если материал диска — алюминиевый сплав). Внутреннее кольцо посажено на эксцентрик с зазором, обеспечивающим медленное проворачивание кольца на эксцентрике. При таких посадках колец внутреннее кольцо подшипника в осевом направлении должно фиксироваться без натяга. ВЗП для приводов робота выбирается по максимальной жесткости и обычно не передает максимально возможных для своих размеров нагрузок. Поэтому подшипники оказываются недогруженными и во многих случаях можно отступить от указанного выбора посадок колец подшипников деформирующих дисков.

**Избыточные связи в ВЗП приводов робототехнических систем.** Малая кинематическая погрешность и минимальный мертвый ход могут быть обеспечены при минимальных боковых зазорах в волновом зацеплении и в соединениях узла генератора волн. Без опасности заклинивания передачи это можно получить только в статически определяемых конструкциях. В механизмах, не обладающих избыточными связями, допускается некоторая самоустановка звеньев, зазоры могут быть предельно малыми, распределение нагрузок будет более равномерным. Рассмотрим структурные схемы основных конструктивных разновидностей ВЗП с целью определения избыточных связей в них и способов их устранения.

Число избыточных связей можно определить по формуле Малышева, которая учитывает наличие в механизме не только жестких, но и деформируемых звеньев. Для этого в структурную формулу механизма необходимо ввести столько дополнительных условий связи, чтобы деформируемые звенья превратились в жесткие:

$$q = w - 6n + (5p_1 + 4p_2 + 3p_3 + 2p_4 + p_5) - p_0, \quad (5.1)$$

где  $q$  — число избыточных связей в механизме;  $w$  — число степеней подвижности механизма;  $n$  — число подвижных звеньев;  $p_1, p_2, p_3, p_4, p_5$  — число кинематических пар 1, 2, 3, 4, 5-го вида соответственно (здесь вид кинематической пары определяется по числу подвижностей в паре);  $p_0$  — число дополнительных условий связи, наложение которых превращает деформируемое звено в жесткое.

Гибкое колесо в волновой передаче является именно таким деформируемым звеном. Сама деформация его является необходимым условием кинематики волнового зацепления. Усилия, вызывающие деформацию гибкого колеса, на несколько порядков меньше тех, которые могут вызвать

такую же относительную деформацию других звеньев передачи.

Гибкое колесо ВЗП, конструкция которого показана на рис. 5.22, выполнено в виде тонкостенной трубы, которая с выходным валом соединена с помощью диафрагмы. Тонкостенная диафрагма допускает (в ограниченных пределах) поворот собственно гибкого колеса вокруг двух взаимно перпендикулярных осей, находящихся в плоскости диафрагмы, т. е. продольная ось гибкого колеса благодаря тонкостенной диафрагме может совершать прецессию вокруг продольной оси выходного вала. Чтобы лишить гибкое колесо этой прецессии, необходимо наложить два условия связи — закрепить поворот оси гибкого колеса вокруг двух осей, лежащих в плоскости диафрагмы. Зубчатый венец гибкого колеса претерпевает принудительную деформацию по заданному закону. В любом торцовом сечении зубчатого венца движение любой точки венца можно разложить по двум осям координат, причем движение по одной оси линейно связано с движением по другой оси. Если лишить точки зубчатого венца возможности двигаться по одной из осей в торцовой плоскости (т. е. наложить одну связь), то движение по другой оси станет невозможным и гибкий зубчатый венец превратится, таким образом, в жесткое тело.

Из сказанного следует, что на гибкое колесо в целом необходимо наложить три условия связи, чтобы оно стало недеформируемым. Такое представление о подвижностях самого гибкого колеса не всегда удобно. Лучше представить гибкое колесо в виде отдельного деформируемого зубчатого венца (с цилиндрической оболочкой или без нее), а соединение его с валом гибкого колеса (т. е. тонкостенную диафрагму) представить в виде некоторой двухподвижной пары 2-го вида. Эта пара допускает прецессию продольной оси зубчатого венца вокруг оси выходного вала. Тогда гибкое колесо оказывается в механизме отдельным подвижным и деформируемым звеном, на которое необходимо наложить одну связь, чтобы сделать его жестким телом.

На структурной схеме (рис. 5.30) волновой передачи, конструкция которой показана на рис. 5.22, обозначено: 1 — входной вал, 2, 3 — деформирующие диски, 4 — подкладное кольцо, 5 — гибкое колесо, 6 — выходной вал. Гибкое колесо 5 связано с выходным валом 6 двухподвижной кинематической парой  $K$  2-го вида (т. е. тонкостенной диафрагмой). Соединение каждого диска и подкладного кольца образует кинематические пары  $F$  и  $G$  2-го вида. Подкладное кольцо имеет бочкообразную наружную поверхность и

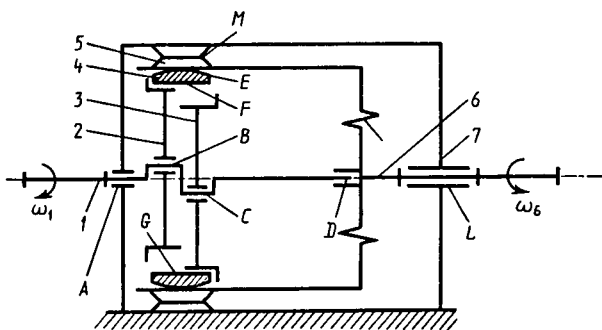


Рис. 5.30

с гибким колесом образует пару  $E$  5-го вида. Подкладное кольцо деформируется так же, как и гибкое колесо; для того чтобы превратить его в жесткое тело, требуется наложить одну дополнительную связь — ограничить перемещение его точек в торцевой плоскости по одной из взаимно перпендикулярных осей. Волновое зубчатое зацепление образует пару  $M$  2-го вида. Тогда в рассматриваемом механизме:  $n = 6$  (валы 1 и 6, два деформирующих диска 2 и 3, гибкое колесо 5 и подкладное кольцо 4);  $W = 4$  (основная подвижность механизма и три местные подвижности — собственные вращения деформирующих дисков и проскальзывание подкладного кольца);  $p_1 = 4$  (пары  $A, B, C$  и  $L$ ),  $p_2 = 5$  (пары  $D, F, G, K, M$ ),  $p_3 = 1$  (пара  $E$ ),  $p_0 = 2$  (две дополнительные связи превращают деформируемое гибкое колесо и накладное кольцо в твердые тела).

По формуле (5.1), число избыточных связей

$$q = 4 - 6 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 1 \cdot 1 - 2 = 7.$$

Здесь избыточные связи проявятся: три — в узле генератора волн при смещении по продольной оси и перекосе вокруг двух других осей одного диска по отношению к другому, четыре — в замкнутом контуре вал 1 — вал 6 — корпус 7 при перекосе вокруг двух осей и смещении по двум осям одного из валов.

Уменьшить число избыточных связей можно понижая число и повышая вид кинематических пар. Если в ВЗП на рис. 5.22 убрать левый по чертежу подшипник входного вала, а правый подшипник сделать сферическим самоустанавливающимся, то получится конструкция с так называемым «плавающим» генератором волн. Ее структурная схема показана на рис. 5.31. Подобно предыдущей схеме,  $n = 6$ ,





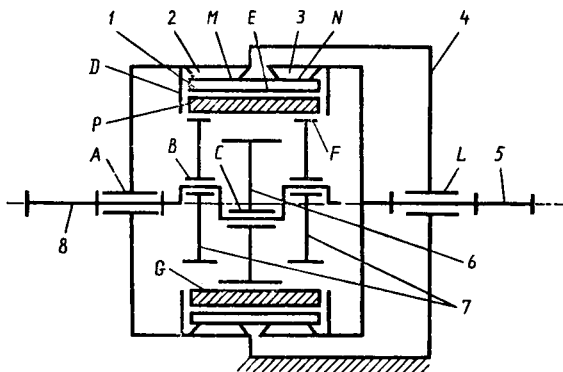


Рис. 5.32

кинематические пары *M* и *N* 2-го вида. Подкладное кольцо образует с гибким колесом пару *E* 2-го вида, а с дисками 6 и 7 генератора волн — пары *F* и *K* 3-го вида. Гибкое колесо и подкладное кольцо имеют торцовое ограничение и образуют в этом соединении плоские пары *D* и *P* 3-го вида. Вал 8 генератора волн несет три деформирующих диска 6 и 7. Кривошпы вала 8 сдвинуты по фазе на  $180^\circ$ , что обеспечивает двухволновую деформацию гибкого колеса; следует отметить, что крайние диски 7 представляют собой кинематически одно и то же звено и могут даже конструктивно жестко соединяться между собою.

По структурной схеме получается:  $n = 6$  (вал генератора волн, выходной вал 5, установленный в корпусе 4, два деформирующих диска 6 и 7, подкладное кольцо и гибкое колесо 1);  $W = 5$  (одна основная подвижность механизма и четыре местные подвижности: две — вращение деформирующих дисков, проскальзывание подкладного кольца, вращение гибкого колеса);  $p_1 = 4$  (кинематические пары *A*, *B*, *C*, *L*),  $p_2 = 3$  (пары *E*, *M*, *N*),  $p_3 = 4$  (пары *F*, *G*, *D*, *P*),  $p_0 = 2$ .

Число избыточных связей

$$q = 5 - 6 \cdot 6 + 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 - 2 = 11.$$

Реализовать конструкцию высокого качества с таким числом избыточных связей можно только при очень точном изготовлении всех деталей, обязательном ведении селективной сборки, изготовлении колес по высокой степени точности, применении подшипников высоких классов точности. Некоторую компенсацию эксцентриситетов зубчатых венцов

гибкого и одного из жестких колес может дать установка жесткого колеса волновой муфты (у которого число зубьев одинаково с числом зубьев гибкого колеса) в корпус. Развернув векторы эксцентриситетов гибкого и жесткого колес в муфте на  $180^\circ$ , можно несколько (на  $1/4 \dots 1/3$ ) уменьшить кинематическую погрешность передачи.

Уменьшение числа избыточных связей всегда связано с понижением жесткости системы. Особенно это следует учитывать при конструировании ВЗП для робототехнических устройств, так как с понижением жесткости привода не только увеличивается погрешность позиционирования, но и уменьшается частота собственных колебаний системы. Это может привести к резонансным явлениям в механической системе робота.

Из изложенного можно сделать следующий вывод: производство и сборка волновых передач требуют высокого технологического уровня, отношения к ним при конструировании и изготовлении как к изделиям точного приборостроения.

**Технологические рекомендации при изготовлении ВЗП.** Основные технологические трудности при изготовлении ВЗП связаны, конечно, с гибким колесом. Отечественной промышленностью накоплен достаточный опыт производства ВЗП вообще и гибких колес в частности. Наиболее технологичным приемом является раскатка гибкого колеса в матрицу с одновременным формированием тонкостенной оболочки и зубчатого венца. Но материал гибкого колеса, обладая хорошей пластической деформируемостью, не всегда может обеспечить заданную долговечность колеса и в большинстве случаев такое колесо требует упрочняющей, например дробеструйной, обработки.

Можно гибкую оболочку изготавливать по частям: зубчатый венец, цилиндрическая оболочка и диафрагма, а затем сваривать высококачественными методами сварки. Наиболее технологичным является гибкое колесо в виде кольца, которое в массовом производстве можно раскатывать в матрицу, протягивать из трубы, изготавливать методом гидрокструзии и т. д. Но большинство гибких колес для высококачественных волновых передач изготавливается все-таки путем механической обработки.

В технических условиях на изготовление гибкого колеса должны быть следующие требования:

нарезание зубчатого венца, контроль всех наружных поверхностей и самого зубчатого венца следует вести на оправке;

заготовка гибкого колеса должна контролироваться на однородность твердости материала по периметру будущего зубчатого венца;

обязательно должна быть ограничена и строго контролируется разностенность оболочки гибкого колеса, особенно под зубчатым венцом;

режимы зубофрезерования должны быть максимально легкими, в особенности при последнем, калибрующем, проходе;

все гибкое колесо или хотя бы  $1/3$  его левой по чертежу части желательно подвергнуть электроэрозионному или электрохимическому полированию, а после полирования — холодному азотированию;

хранение и транспортировка гибкого колеса в процессе производства начиная с операции чистового изготовления наружных и внутренних поверхностей должна осуществляться на оправках и в специальной деревянной или пластиковой таре;

тара, технологические и контрольные оправки не должны оставлять продольных рисок на внутренней и наружной поверхностях гибкого колеса, так как впоследствии из этих рисок может развиваться усталостная трещина.

При изготовлении эксцентриковых валов генераторов волн наиболее важным является обеспечение не только заданного допуска на величину эксцентриситета  $a_w$  (см. рис. 5.28), но и получение минимальной разницы фактических эксцентриситетов под каждый диск данного генератора волн. Поэтому предпочтительнее применять насадные эксцентрики. Их можно изготовить из одной заготовки с одного установка комплектом для данной передачи и тем самым обеспечить исчезающе малую разницу эксцентриситетов установки деформирующих дисков. Такие же требования предъявляются и к деформирующим дискам. Также важно выполнить диски с минимальным разбросом размеров и биением их наружных поверхностей относительно посадочных мест подшипников. Поэтому предпочтительнее изготавливать диски со сквозным, без заплечиков внутренним посадочным отверстием из одной заготовки комплектом.

Подкладное кольцо является той деталью, которая может быть замыкающей при расчете размерной цепочки в торцовом сечении передачи. Варьируя в некоторых пределах толщину подкладного кольца, можно создавать заданный зазор или натяг в зацеплении, а также компенсировать износ деталей генератора волн при ремонтных работах. Подкладное кольцо должно изготавливаться из высокопроч-

ных сталей типа ШХ15 или ХВГ, закаливаться до высокой (более 50 HRC) твердости и обрабатываться с таким же качеством поверхности и точностью, как и кольца шарикоподшипников.

Жесткое колесо с внутренним зубом изготавливается либо на зубодолбежных станках, либо методом протягивания. Особенностей изготовления жесткие колеса ВЗП не имеют.

Применение селективной сборки при изготовлении ВЗП для приводов робототехнических систем является обязательным. Только разделяя все детали передачи — зубчатые колеса, деформирующие диски, эксцентрики — минимум на 2—3 группы можно получить высокую крутильную жесткость и малую кинематическую погрешность передачи. Не следует надеяться на то, что при ординарном к ней отношении волновая передача автоматически проявит свои особые положительные свойства. Более высокие требования к приводам механических систем роботов должны быть обеспечены высокой технологической и конструкторской культурой производства.

## 5.5. Механизмы прямолинейного перемещения

Конструкция механизмов прямолинейного перемещения зависит от применяемого привода и действия на привод сил инерции от массы перемещаемых узлов.

В случае применения гидропривода, как правило, выходное звено механизма прямолинейного перемещения связано непосредственно со штоком гидроцилиндра без передаточного механизма. В случае применения в качестве привода электродвигателей и гидромоторов между валом электродвигателей и выходным звеном механизма прямолинейного перемещения встраивают передаточный механизм (ПМ), который обеспечивает повышение выходного момента и преобразует вращательное движение привода в поступательное движение выходного звена механизма прямолинейного перемещения.

На рис. 5.33—5.37 показаны основные конструкции, а на рис. 5.38, 5.39 — несущие узлы механизмов прямолинейного перемещения. Характерная особенность механизмов прямолинейного перемещения — небольшое передаточное отношение (6...15). К ним предъявляются требования безлюфтовости и высокой жесткости базирования выходного звена.

На рис. 5.33, а показана конструкция механизма радиального перемещения руки с приводом от гидроцилиндра.

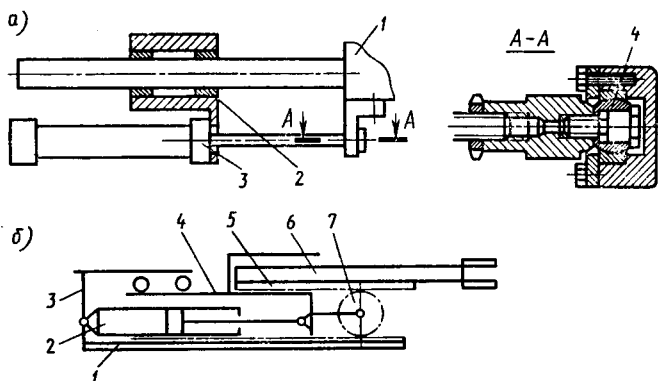


Рис. 5.33

Корпус гидроцилиндра 3 установлен в корпусе руки 2, а шток связан через шарнир 4 с кистью 1.

Недостатками конструкции являются уменьшение жесткости руки и большой ход цилиндра. На рис. 5.33, б показана схема механизма, позволяющего значительно устранить эти недостатки. Корпус цилиндра 2 связан с корпусом 3. На подвижной каретке 4 на оси установлено зубчатое колесо 7, находящееся в зацеплении с рейками 1, 5. Рейка 5 связана с направляющей руки 6, а рейка 1 — с корпусом 3. При движении каретки 4 зубчатое колесо 7, обкатываясь по рейке 1, переместит направляющую руки 6 на величину удвоенного хода цилиндра. На рис. 5.34 показан механизм радиального перемещения руки [4], в котором для выбора люфта используется дополнительная кинематическая цепь с торсионом. Здесь частично устраняется недостаток предыдущей конструкции. Движение от двигателя 8 через муфту 7 поступает на зубчатое колесо 6. С зубчатого колеса 6 движение идет по двум кинематическим цепям. Первая кинематическая цепь: зубчатое колесо 5, вал 4, зубчатое колесо 3, связанное с рейкой 1; вторая: зубчатое колесо 9, торсион 10, зубчатое колесо 2, связанное с рейкой 7. Рейка 7 установлена на направляющей руки. Люфт выбирается предварительной закруткой торсиона 10. При применении автономного выбора люфта в передачах между зубчатыми колесами 5, 9 и 7, 8 устанавливаются пружины.

На рис. 5.35, а показан механизм подъема руки с использованием шариковинтовой передачи. Движение от двигателя 1 через муфту 2 поступает на винт шариковинтовой передачи, установленный вертикально. Гайка 7 винта 6 связана с кареткой 5 механизма подъема. Для разгрузки при-

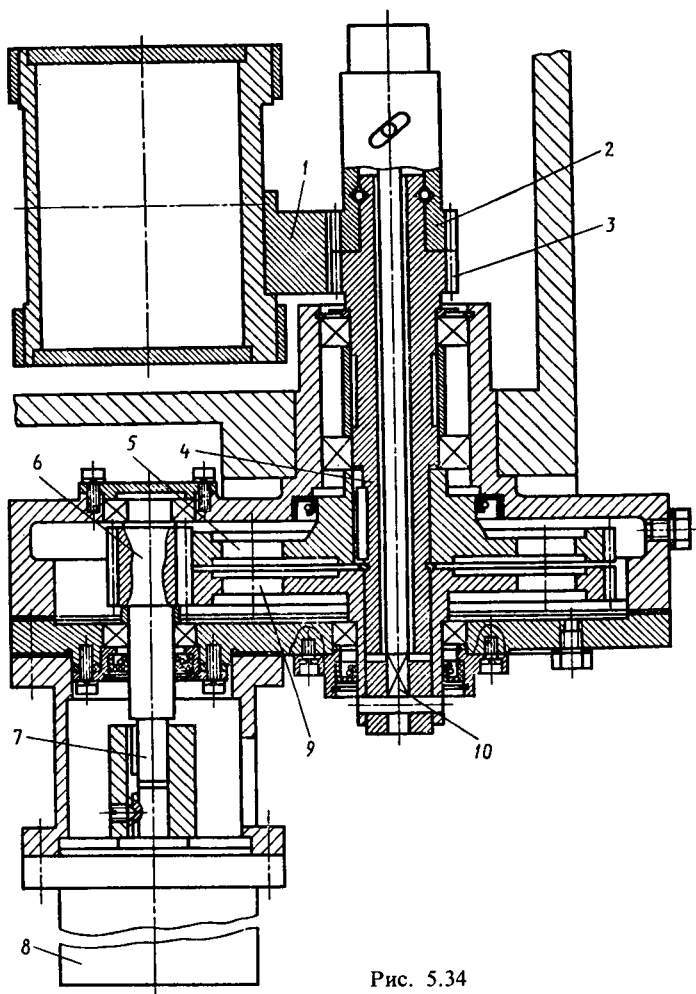


Рис. 5.34

вода от массы руки и каретки с ней связан шток пневмоцилиндра механизма уравновешивания 3. Люфт выбирается с помощью регулировки полугаек шариковинтовой передачи. Недостатком механизма является малая скорость перемещения, связанная с тем, что промышленностью не освоены винты с углом подъема винтовой линии  $20...45^\circ$ .

На рис. 5.35, б показана схема, в которой перемещение каретки 1 обеспечивается пантографом 2, с нижним рыча-

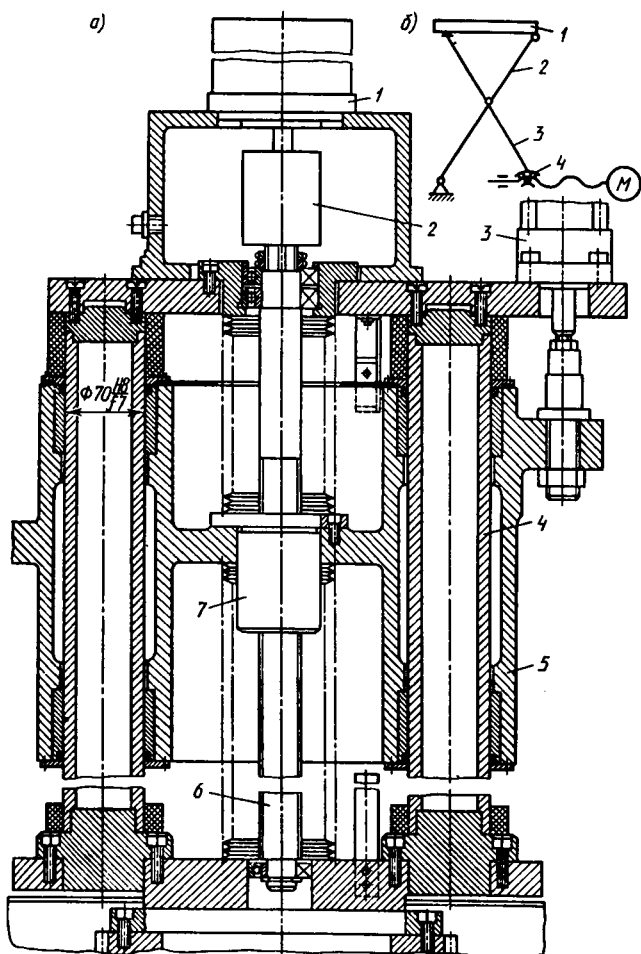


Рис. 5.35

гом 3 которого связана гайка 4 шариковинтовой передачи. Преимуществами такой конструкции являются минимальный размер по вертикали и технологичность несущей конструкции пантографа. Недостатками являются большие размеры каретки в горизонтальной плоскости и нелинейность нагрузки на винт.

На рис. 5.36 показан механизм подъема руки с использованием цепной передачи. Движение от двигателя 1 через ре-



дуктор 2 поступает на звездочку 3 цепной передачи. Цепь 4 связана с кареткой механизма подъема 5. Натяжение цепи осуществляется звездочкой 7, закрепленной на колонне механизма подъема 6. В последнее время имеется тенденция вместо цепной использовать зубчато-ременную передачу. На рис. 5.37, а показана схема механизма перемещения по монорельсу, в котором вместо зубчато-реечной применена зубчато-ременная передача. Движение от двигателя  $D$  через волновой редуктор 1 передается на шкив 2 зубчато-ременной передачи. Шкив зубчато-ременной передачи огибается ремнем 4 с помощью роликов 3, которые закреплены на каретке 5. Концы ремня закреплены неподвижно.

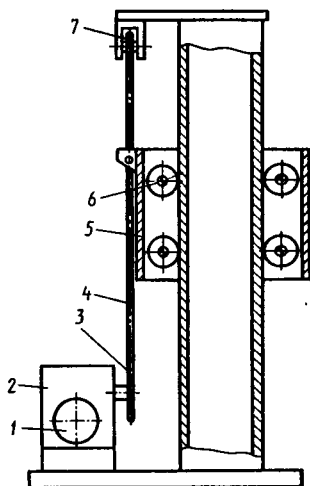


Рис. 5.36

На рис. 5.37, б показана схема механизма прямолинейного перемещения моста, выполненного с одним приводом, расположенным на мосту. Каретки 2, 6 перемещаются по балкам 1, 7, и на них установлены редукторы 3, 5, с которыми через трансмиссионный вал 4 связан двигатель привода  $D$ . Этот механизм характерен тем, что имеется трансмиссионный вал для связи привода и редукторов. Такая конструкция обеспечивает синхронизацию движения кареток и отсутствие действия изгибающих усилий на мост, однако увеличивается масса перемещаемых узлов и повышается приведенный момент на валу двигателя. Наличие трансмиссионного вала накладывает также ограничение на длину моста. Конструкция трансмиссионного вала должна обеспечивать, с одной стороны минимальный момент инерции, так как вал непосредственно связан с двигателем, а с другой — достаточную жесткость, чтобы собственная частота колебаний была выше частоты вращения двигателя. Этот недостаток устраняется в конструкции (рис. 5.37, в), характерной тем, что привод и механизм преобразования размещены на мосту. При большой массе моста эта схема позволяет осуществлять привод от двух двигателей.

Движение от двигателей  $D_1, D_2$  через зубчато-ременные передачи 11, 12 поступает на дифференциал 5, выходные

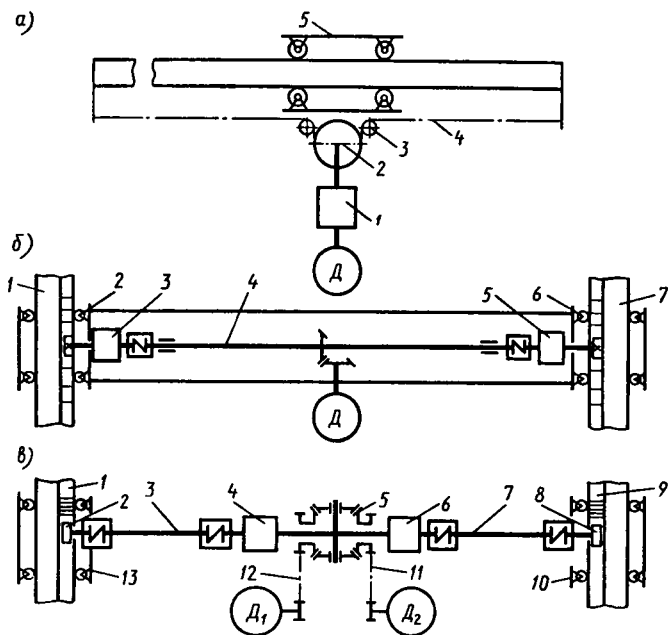


Рис. 5.37

валы которого через редукторы 4, 6, валы 7, 3 связаны с зубчатыми колесами 2, 8, установленными на каретках 10, 13. Зубчатые колеса 2, 8 связаны с рейками 1, 9, установленными на направляющих моста. Привод может осуществляться от одного двигателя, тогда дифференциал исключается из кинематической цепи.

В этой конструкции валы 3, 7 имеют значительно меньшую длину и их можно выполнить большей жесткости, так как их приведенный момент к валу двигателя равен  $J_B / i_p^2$ , где  $J_B$  — момент инерции вала;  $i_p$  — передаточное отношение редуктора. Несущий механизм обеспечивает базирование подвижных кареток или направляющих в основном с помощью катков и лишь при небольших перемещениях с помощью шариковых или роликовых направляющих с возвратом элементов качения.

На рис. 5.38, а—е показаны конструкции базирования на катках и схемы расположения катков. Основными требованиями, предъявляемыми к базированию, являются отсутствие люфтов и достаточная жесткость. Отсутствие люфтов обеспечивается установкой катков на эксцентриковые оси

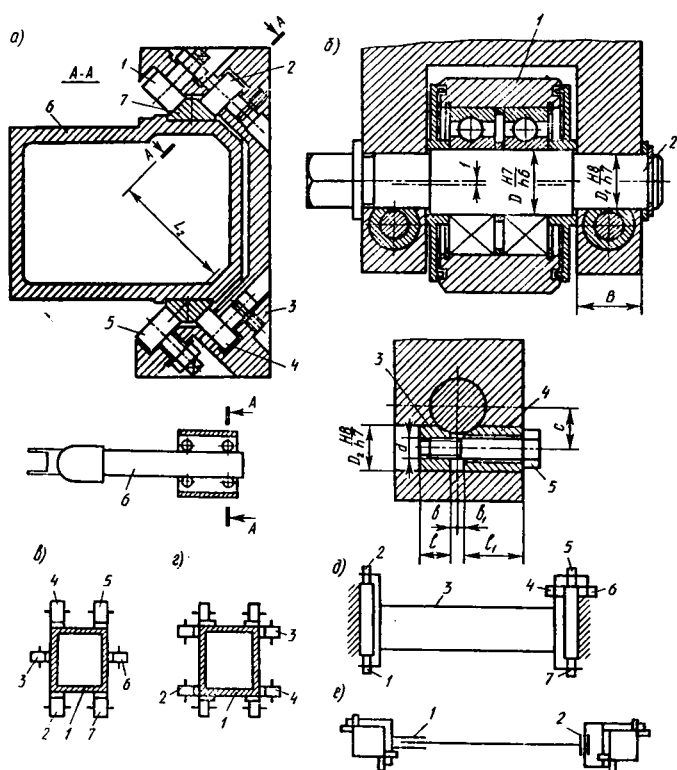


Рис. 5.38

(рис. 5.38, б). Жесткость базирования обеспечивается выбором рациональной схемы расположения катков, высокой твердостью направляющих и катков. При выборе схемы базирования необходимо стремиться замыкать усилия на несущие элементы, работающие в основном на сжатие, избегая изгиба и кручения. На рис. 5.38, а показана схема базирования направляющей руки 6 на катках 1, 2, 4, 5. Катки 1, 5 выполнены на эксцентриковых осях. Оси катков установлены в корпусе 3. На каретке 6 закреплены направляющие 7, имеющие высокую твердость. На рис. 5.38, б показана конструкция катка 1 на эксцентриковой оси 2. Ось 2 фиксируется тангенциальным зажимом, состоящим из втулок 3, 4 и винта 5. Ниже приведены основные размеры (мм) элементов данной конструкции:

<i>D</i>	. . . . .	20	25	30	35	40	45	50	55	60
<i>D</i> <sub>1</sub>	. . . . .	18	22	28	33	38	42	46	52	55
<i>D</i> <sub>2</sub>	. . . . .	14	14	16	20	20	25	25	25	25
<i>B</i>	. . . . .	18	18	20	24	24	30	30	30	30
<i>b</i>	. . . . .	2	2	2	3	3	3	3	3	3
<i>b</i> <sub>1</sub>	. . . . .	3	3	3	4	4	4	4	4	4
<i>l</i>	. . . . .	10	12	16	20	20	25	25	25	25
<i>l</i> <sub>1</sub>	. . . . .	16	18	20	25	25	30	30	30	35
<i>d</i>	. . . . .	M6	M6	M8	M10	M10	M12	M12	M12	M12
<i>c</i>	. . . . .	13	17	19	23	25	29	31	34	45

На рис. 5.38, *в* показано базирование направляющей прямоугольного профиля *1* на катках 2—7. Катки 4, 5, 6 выполнены на эксцентриковых осях. Недостатком является то, что катки 2, 5 не воспринимают усилия кручения. На рис. 5.38, *г* показана схема, где этот недостаток устранен установкой катков 1—4 по углам профиля. На рис. 5.38, *д* показана схема базирования моста 3 на шести катках. Катки 2, 5 воспринимают силы тяжести, катки 4, 6 — боковые усилия. Недостатком является боковое скольжение катков 1, 2. На рис. 5.38, *е* этот недостаток устранен установкой шарниров 1, 2. Каждая каретка моста жестко базируется на своей направляющей. Недостаток схемы — низкая жесткость кручения моста.

На рис. 5.39, *а* показана опора качения на базе шариковых направляющих призматического типа с возвратом элементов качения. Направляющая 5 закреплена на руке 4, а шариковые подшипники 2 — на корпусе руки 1. Корпус шарикового подшипника прямолинейного перемещения закреплён на эксцентриковой оси 3, за счет поворота которой производят выбор люфта. На рис. 5.39, *б* показан вариант исполнения опоры на базе направляющей круглого сечения 1 с возвратом элементов качения 2. Такие направляющие являются более технологичными, чем призматические, однако контактная жесткость их ниже. Размеры направляющих круглого сечения приведены в [15].

Направляющие на элементах качения нашли меньшее распространение в роботах в связи с их значительно большей стоимостью по сравнению с направляющими на катках.

Проектирование механизмов прямолинейного перемещения целесообразно проводить в такой последовательности.

1. Определить жесткость несущих балок и их размеры.
2. Предварительно выбрать базы кареток, размеры катков или тел качения для базирования механизма.
3. Определить усилия, действующие на выходное звено механизма.

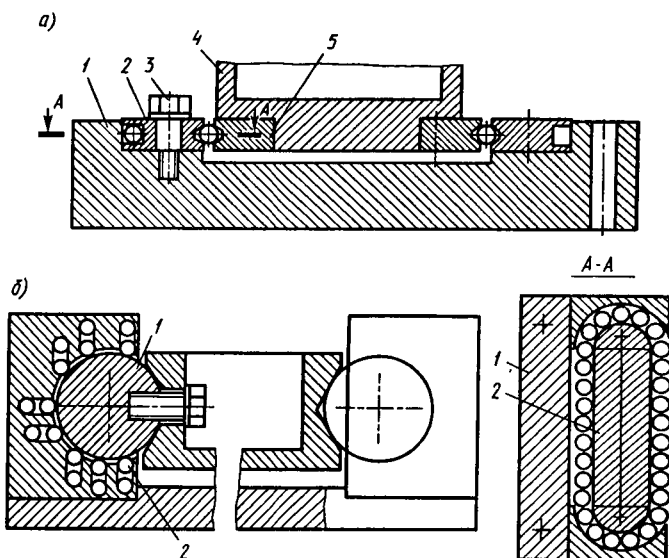


Рис. 5.39

4. Спроектировать опорный механизм и рассчитать его на жесткость.

5. Определить усилия, действующие на выходное звено передаточного механизма.

6. Выбрать тип привода и предварительно рассчитать его мощность; выбрать тип кинематических связей привода, передаточного и опорного механизмов.

7. Определить передаточное отношение передаточного механизма и разработать его кинематическую схему.

8. Разработать эскизный компоновочный чертеж основного механизма.

9. Разработать передаточный механизм.

10. Рассчитать и спроектировать трансмиссионные валы.

11. Разработать рабочие чертежи.

12. Провести проверочные расчеты жесткости механизма и правильности выбора двигателя.

Жесткость несущих балок и их размеры определяются при расчете несущей механической системы по методике, изложенной в гл. 2.

**Определение усилий, действующих на выходное звено механизма.** Усилия, действующие на выходное звено механизма прямолинейного перемещения, зависят от его назначения и компоновки робота. На рис. 5.40, а–в показаны основные

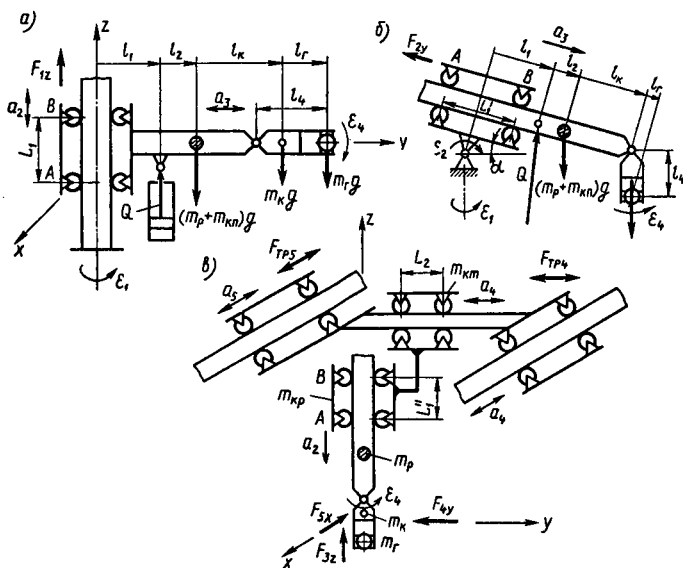


Рис. 5.40

схемы механизмов и распределение масс роботов, работающих в цилиндрической (рис. 5.40, а), сферической (рис. 5.40, б) и декартовой (рис. 5.40, в) системах координат.

На выходное звено механизма подъема роботов, работающих в цилиндрической системе координат (рис. 5.40, а), действует сила (Н)

$$\begin{aligned}
 F_{1z} &= \Sigma m_i g - Q + \Sigma m_i a_2 + 1,3 \epsilon_4 r_k m_r + F_{TP}; \\
 F_{1z} &= (m_p + m_{kn} + m_k + m_r) g - Q + (m_p + m_{kn} + m_k + \\
 &+ m_r) a_2 + 1,3 \epsilon_4 l_4 m_r + F_{TP},
 \end{aligned} \quad (5.2)$$

где  $m_p$  — масса руки, кг;  $m_{kn}$  — масса каретки подъема с механизмом подъема, кг;  $m_k$  — масса кисти, кг;  $m_r$  — масса груза, кг;  $Q$  — усилие механизма уравнивания массы руки, Н;  $a_1$  — ускорение подъема руки, м/с<sup>2</sup>;  $\epsilon_4$  — угловое ускорение качания кисти, рад/с<sup>2</sup>;  $F_{TP}$  — сила сопротивления движению кареток, Н.

Усилие уравнивания

$$Q = K_y (m_p + m_{kn} + m_k + m_r) g. \quad (5.3)$$

Подставляя (5.3) в (5.2), получим

$$F_{1z} = (m_p + m_{kn} + m_k + m_r) [a_1 + g(1 - K_y)] + 1,3 m_r \epsilon_4 l_4 + F_{TP},$$

где  $K_y = 0,8 \dots 0,85$  — коэффициент, учитывающий качество механизма уравнивания: меньшие значения  $K_y$  принимают для пружинного уравнивания, большие — для пневмо- и гидроуравнивания.

Для механизмов радиального перемещения руки роботов, работающих в сферической и цилиндрической системах координат (рис. 5.40, а, б), усилие, действующее на выходное звено,

$$F_{2y} = g(m_p + m_k + m_r) \sin \alpha + (m_p + m_k + m_r) a_3 + 1,3 \epsilon_4 l_4 m_T + F_{тр}.$$

Для механизмов вертикального подъема роботов (рис. 5.40, в), работающих в декартовой системе координат, усилие, действующее на выходное звено,

$$F_{3z} = (m_p + m_k + m_r) [a_2 + g(1 - K_y)] + 1,3 m_T \epsilon_4 l_4 + F_{тр3}.$$

Для механизмов перемещения по монорельсу и мосту усилие, действующее на выходное звено (рис. 5.40, в),

$$F_{4y} = (m_p + m_k + m_r + m_{кр} + m_{км}) a_4 + 1,3 m_{кр} \epsilon_k r_k + F_{тр},$$

где  $m_{км}$  — масса каретки с механизмом перемещения в случае его установки на каретку, кг;  $m_{кр}$  — масса каретки руки с механизмом перемещения, кг. Для механизмов перемещения по порталу мостовых роботов усилие, действующее на выходное звено (рис. 5.40, в),

$$F_{5x} = (m_p + m_k + m_r + m_{кр} + m_{км} + m_m) a_5 + 1,3 m_4 \epsilon_4 l_4 + F_{тр5},$$

где  $m_m$  — масса моста, кг.

**Определение сил сопротивления.** Сила сопротивления перемещению механизмов, базирующихся на катках,

$$F_{тр} = (2\mu + fd) \sum_{i=1}^n (F_{ik}/D_k),$$

где  $F_{ik}$  — усилие на  $i$ -й каток, Н;  $D_k$  — диаметр катка, мм,  $\mu$  — коэффициент трения качения (мм) для стальных катков (табл. 5.1);  $f$  — приведенный коэффициент трения качения

Таблица 5.1

Тип катка	Значение $\mu$ для диаметра ходового колеса		
	100	100...200	> 200
Плоский	0,0025	0,0030	0,0035
Выпуклый	0,0030	0,0035	0,0040

в подшипниках катка;  $f = 0,015$  для шариковых подшипников,  $f = 0,02$  для роликовых подшипников.

Сила сопротивления перемещению механизмов, базирующихся на опорах качения (шариках, роликах),

$$F_{\text{кк}} = F_0 n + (2f_{\text{к}}/d_{\text{к}}) \sum_{i=1}^n F_i,$$

где  $F_0$  — начальная сила трения:  $F_0 = 8$  Н для роликовых направляющих,  $F_0 = 6$  Н для шариковых направляющих;  $n$  — число контактных дорожек;  $f_{\text{к}}$  — коэффициент трения качения;  $f = 0,01$  мм;  $d_{\text{к}}$  — диаметр тел качения, мм;  $F_i$  — суммарное усилие на тела качения, Н.

**Определение усилий, действующих на катки механизмов подъема.** Катки механизма подъема воспринимают момент  $T_x$ , действующий в плоскости  $Oyz$ , и момент  $T_z$ , действующий в плоскости  $Oxy$ . Суммарное усилие на катки  $F = F_z + F_x$ , где  $F_z$  — усилие от момента  $T_z$ ;  $F_x$  — усилие от момента  $T_x$ :

$$F_x = 10^3 T_x / (n L_1); \quad F_z = 10^3 T_z / [f(n, L_i)],$$

где  $n$  — число катков в рассматриваемом сечении;  $l_{QB}$  — расстояние от оси приложения силы  $Q$  до опоры  $B$ .

Усилия в опорах  $A$  и  $B$  от момента  $T_z$  находят из уравнений моментов относительно точек контакта катков (рис. 5.40, а, 5.41, а):

$$\begin{aligned} \sum T_B = \varepsilon_1 \sum m_i \sqrt{l_{iyB'}^2 + l_{ixB'}^2} + a_2 \sum m_i l_{ixB} - F_B'' L_3 - F_A' L_2 - \\ - F_A'' \frac{B_1 - L_2}{2} - F_B' \frac{B_2 - L_3}{2}. \end{aligned}$$

Величинами  $F_A''(B_1 - L_2)/2$ ;  $F_B'(B_2 - L_3)/2$  пренебрегают ввиду малости значений  $(B_1 - L_2)/2$  и  $(B_2 - L_3)/2$ . При необ-

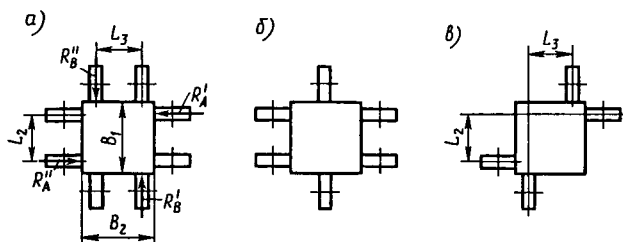


Рис. 5.41



ходимости учета этой составляющей ее представляют в виде  $F'_A L_2 (1 + K_2)$  и  $F''_B L_3 (1 + K_3)$ , где  $K_2 = F''_A (B_1 - L_2) / (2F'_A L_2)$ ;  $K_3 = F'_B (B_2 - L_3) / (2F''_B L_3)$ . При проектировочном расчете принимают  $K_2 = K_3 = 0,1 \dots 0,15$ . Соотношения между  $F'_A$  и  $F''_B$  устанавливают исходя из баланса упругих смещений в точках контакта катков, считая при этом, что упругое смещение происходит из-за деформации опор, а упругий угол поворота сечения постоянен для каждой опоры и равен  $\varphi$ . Тогда  $\Delta'_A = F'_A l_A$ ,  $\Delta''_B = F''_B l_B$ ;  $\Delta'_A = \varphi L_2$ ,  $\Delta''_B = \varphi L_3$ , откуда

$$\varphi L_2 = F'_A l_A; \quad (5.4)$$

$$\varphi L_3 = F''_B l_B, \quad (5.5)$$

где  $l_A$  и  $l_B$  — податливость опор  $A$  и  $B$ .

Поделив (5.4) на (5.5), получим

$$(L_2/L_3) = (F'_A/F''_B)(l_A/l_B).$$

Заменив  $l_A/l_B = K_4$ , получим

$$F'_A = [L_2/(L_3 K_4)] F''_B; \quad R''_B = (L_3 K_4/L_2) R'_A. \quad (5.6)$$

В большинстве случаев опоры катков унифицированы и  $K_4 = 1$ . Подставляя (5.6) в уравнение для  $\sum T'_B$ , получим

$$R''_B = \frac{[\varepsilon_1 \sum m_i \sqrt{l_{iyB}^2 + l_{ixB}^2} + a_2 \sum m_i l_{iyB}] L_3 K_4}{(L_3^2 K_4 + L_2^2)(1 + K_2)};$$

$$R'_A = \frac{[\varepsilon_1 \sum m_i \sqrt{l_{iyB}^2 + l_{ixB}^2} + a_2 \sum m_i l_{iyB}] L_2}{(L_2^2 + L_3^2 K_4)(1 + K_2)}.$$

Реакции  $F'_A$ ,  $F''_B$  определяют аналогично по уравнению моментов относительно опоры  $A'$ :

$$R'_A = \frac{[\varepsilon_1 \sum m_i \sqrt{l_{iyA'}^2 + l_{ixA'}^2} + a_2 \sum m_i l_{iyA'}] L_2}{(L_2^2 + L_3^2 K_4')(1 + K_2)};$$

$$R''_B = \frac{[\varepsilon_1 \sum m_i \sqrt{l_{iyA'}^2 + l_{ixA'}^2} + a_2 \sum m_i l_{iyA'}] L_3 K_4'}{(L_3^2 K_4' + L_2^2)(1 + K_2)};$$

где  $K_4' = l_A'/l_B'$ .

Схемы установки катков (рис. 5.41, б, в) применяют для роботов, у которых момент в вертикальной плоскости небольшой, так как несущая способность этой конструкции в два раза ниже из-за уменьшенного в два раза числа катков. Усилия на катки определяют по приведенным выше зависимостям.

Определение усилий, действующих на катки механизмов радиального перемещения. В этих механизмах катки, оси которых расположены горизонтально, воспринимают момент, действующий в плоскости  $Oxy$ , а катки, оси которых вертикальны, воспринимают момент, действующий в плоскости  $Oyz$ :

$$R_A = T_B / (nL_1); \quad R_B = T_A / (nL_1);$$

$$\begin{aligned} \Sigma T_{xB} = m_p \left( l_2 - \frac{L_1'}{2} \right) (g + l_2 \varepsilon_2) \cos \alpha + \\ + m_k \left( r_k - \frac{L_1'}{2} \right) (g + r_k \varepsilon_2) \cos \alpha + \\ + m_{тр} \left( l_{тр} - \frac{L_1'}{2} \right) (g + \varepsilon_2 l_{тр} + \varepsilon_4 l_4) \cos \alpha; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma T_{zA} = m_p \left( l_2 + \frac{L_1'}{2} \right) (g + l_2 \varepsilon_2) \cos \alpha + \\ + m_k \left( r_k + \frac{L_1'}{2} \right) (g + r_k \varepsilon_2) \cos \alpha + \\ + m_{тр} \left( l_{тр} + \frac{L_1'}{2} \right) (g + \varepsilon_2 l_{тр} + \varepsilon_4 l_4) \cos \alpha. \end{aligned}$$

Аналогично находятся реакции опор руки порталного робота:

$$R_{Ax} = \frac{T_{yB}}{nL_1''}; \quad R_{Bz} = \frac{T_{yA}}{nL_1''}; \quad R_{Ay} = \frac{T_{xB}}{nL_1''}; \quad R_{By} = \frac{T_{xA}}{nL_1''};$$

$$T_{yB} = \Sigma m_i l_{zB} a_x; \quad T_{zA} = \Sigma m_i l_{zA} a_x;$$

$$T_{xB} = \Sigma m_i l_{zB} a_y; \quad T_{xA} = \Sigma m_i l_{zA} a_y.$$

Реакции опор перемещения по мосту (см. рис. 5.40, в) находят аналогично реакциям от  $T_z$  механизма подъема:

$$R_i = R_{iy} + R_{ix},$$

где  $R_{iy}$  — реакция в  $i$ -й опоре от момента инерционных сил в плоскости  $Oxz$ ;  $R_{ix}$  — реакция  $i$ -й опоры от момента инерционных сил в плоскости  $Oyz$ :

$$R_{ix} = T_{ix} / (nL_2);$$

$$F_{ij} = \frac{\left[ a_y \Sigma m_i l_i z_i + m_p \left( l_{yi} a_2 + l_{yi} g - K_1 \frac{l_{yi}^2 l_{y1}}{l_{ai}} \right) \right] L_{i2}}{(L_{i2}^2 + L_{i3}^2 K_4)(1 + K_2)}.$$

Реакции опор перемещения по мосту находят из уравнений сил и моментов

$$R_b = (\Sigma m_i g + \Sigma m_i a_{zi}) / n_b; \quad R_r = \Sigma m_i a_{xi} / n_r,$$

где  $R_b$  — усилие на катке с вертикальной осью;  $R_r$  — усилие на катке с горизонтальной осью.

**Проектирование опорного механизма на катках.** Проектирование опорного механизма ведут в такой последовательности:

1. По найденным максимальным усилиям, действующим на каток, определяют размеры катков, подшипников, осей.
2. Проводят расчет на жесткость опорного механизма.
3. Определяют силы сопротивления перемещению катков.

4. Разрабатывают компоновочный чертеж опорного механизма, предусматривая при необходимости базы для установки передаточного механизма.

**Определение размеров катков.** Размеры катков принимаются конструктивно и проверяются на контактную прочность:

$$\sigma_n = 0,418 \sqrt{2F_i E / (b D_k)} \leq [\sigma]_n,$$

где  $b$  — ширина катка, мм;  $D_k$  — диаметр катка, мм;  $E = 2E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$  — приведенный модуль упругости катка и направляющих, МПа;  $E_1, E_2$  — модули упругости катка и направляющих.

Допускаемые контактные напряжения материала катков следующие:

<i>Марки стали</i>	$[\sigma]_n$ , МПа
Сталь 35, нормализованная . . . . .	430
Сталь 45, нормализованная . . . . .	510
Сталь 50, закалка, отпуск 240НВ . . . . .	650
Сталь 75,65, закалка, отпуск 260НВ . . . . .	690
То же, отпуск 290НВ . . . . .	750
» отпуск 330НВ . . . . .	860
» отпуск 350НВ . . . . .	920

Типоразмер подшипников катка выбирается по динамической грузоподъемности

$$C_{тр} = P_E \sqrt[3]{60 L_n n / 10^6} \leq C,$$

где  $n = 6 \cdot 10^4 V / (\pi D_k)$  — частота вращения катка, мин<sup>-1</sup>;  $V$  — скорость перемещения механизма, м/мин;  $p = 3$  для ша-

риковых подшипников,  $p = 3,33$  для роликовых;  $P_E = (VXF_{ir} + YF_{ia})K_\delta K_T$  — эквивалентная динамическая радиальная нагрузка на подшипник;  $F_{ir}$ ,  $F_{ia}$  — соответственно радиальная и осевая нагрузка;  $C$ ,  $V$ ,  $X$ ,  $Y$ ,  $K_\delta$ ,  $K_T$  — коэффициенты, значения которых указываются в справочниках и учебниках [16, 20];  $L_{ni} = L_n PB$  — требуемое число часов работы опор  $i$ -й степени подвижности;  $L_n$  — срок службы работа, ч;  $PB = t_{ip}/t_u$  — период включения соответствующей степени подвижности; определяется из циклограммы работа (см. гл. 2);  $t_{ip}$  — время работы  $i$ -й степени подвижности в цикле;  $t_u$  — время цикла. При установке в одной опоре вала или катка двух одинаковых подшипников их рассматривают как один двухрядный. Грузоподъемность комплекта из двух подшипников:  $C_\Sigma = 1,625C$  для шарикоподшипников и  $C_\Sigma = 1,714C$  для роликоподшипников, причем значения коэффициентов  $X$  и  $Y$  принимают как для двухрядных.

После выбора подшипника ось катка рассчитывается на изгиб:

$$d \geq \sqrt[3]{10^4 M_{\text{нmax}} / [\sigma]_{\text{н}}}$$

После определения всех размеров опорный механизм проверяют на жесткость.

*Расчет жесткости опорных механизмов на катках.* Жесткость опорного механизма на катках во многих случаях является определяющим параметром для окончательного выбора размеров. Расчет на жесткость опорных механизмов катков проводят с целью определения смещения схвата от упругой контактной деформации опорного механизма.

Основные типы деформаций опорных механизмов показаны на схемах (рис. 5.42,  $a-e$ ). Схема деформации опор под нагрузкой, приведенной в виде изгибающего момента, показана на рис. 5.40,  $a$ . Смещение схвата от изгибающего момента, действующего на опоры (рис. 5.42,  $a$ ),

$$\Delta_{\text{сх}} = \frac{\Delta A + \Delta B(L_1 + l_1)}{L_1} - \Delta A.$$

Смещение схвата от деформации опор под действием силы  $F$  и момента  $T_x$  (см. рис. 5.42,  $b$ )

$$\Delta'_{\text{сх}} = \frac{\Delta B - \Delta A(l_1 + L_1)}{L_1} + \Delta A.$$

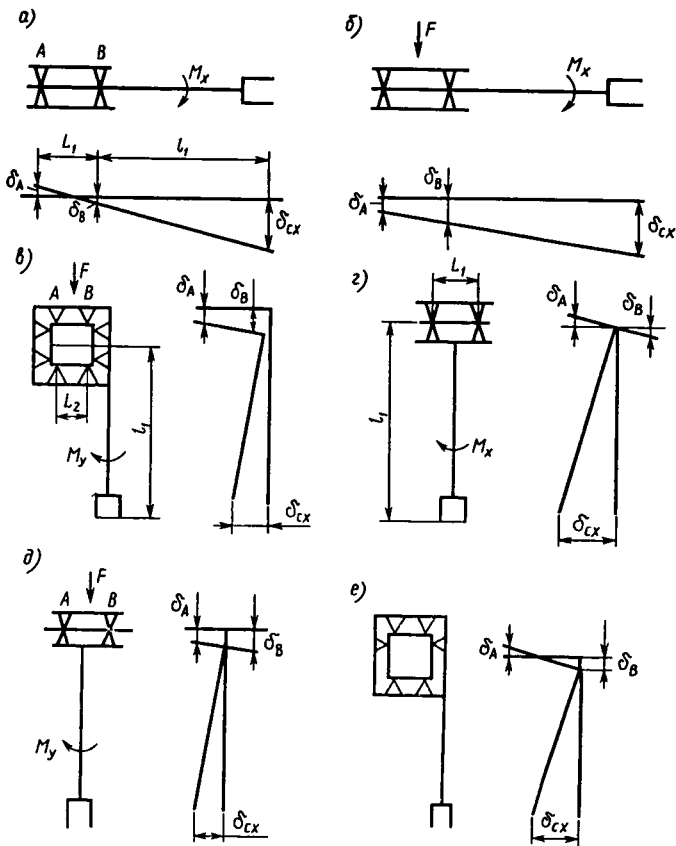


Рис. 5.42

Схемы деформации опор мостов показаны на рис. 5.42, в – е. Смещение схвата

$$\Delta_{cx} = \frac{(\Delta A + \Delta B) l_1}{L_1}; \quad \Delta'_{cx} = \frac{(\Delta A - \Delta B) l_1}{L_2}.$$

Схема деформации опорного механизма на монорейле показана на рис. 5.42, в, г, здесь

$$\Delta_{cx} = \frac{(\Delta A + \Delta B) l_1}{L_1}; \quad \Delta'_{cx} = \frac{(\Delta B - \Delta A) l_1}{L_2}.$$

Упругое смещение  $\Delta A$ ,  $\Delta B$  определяется по формуле

$$\Delta_i = \Delta'_i + \Delta''_i + \Delta'''_i + \Delta^{IV}_i,$$

где  $\Delta'_i$  — деформация катка и направляющей;  $\Delta''_i$  — деформация наружного кольца подшипника;  $\Delta'''_i$  — деформация вала;  $\Delta^{IV}_i$  — деформация шеек оси в месте ее закрепления;  $\Delta'_i, \Delta'''_i$  определяются по формулам, приведенным выше.

Смещение схвата должно удовлетворять условию

$$\Delta_{схi} \leq 0,1 [\Delta_i],$$

где  $[\Delta_i]$  — допускаемая погрешность позиционирования в  $i$ -м направлении (см. гл. 3). Расстояния между катками принимают при проектировочном расчете  $L \geq (1,3 \dots 1,5)a$ , где  $a$  — максимальный размер поперечного сечения направляющей.

**Проектирование опорных механизмов на телах качения.** Основным критерием является также обеспечение необходимой жесткости. Под действием внешних моментов  $T_x, T_y, T_z$  в опорном механизме вследствие контактной деформации тел качения и направляющих возникают угловые деформации  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$ .

Перемещение схвата от угловых деформаций опорного механизма на опорах качения должно быть равно

$$0,1 [\Delta_i] = \varphi_i l_i + \Delta_{ик},$$

где  $\varphi_i$  — угловая деформация опорного механизма, рад;  $l_i$  — расстояние от опорного механизма до схвата;  $\Delta_{ик}$  — линейное смещение опорного механизма (является малой величиной и ею в расчете пренебрегают).

Деформации  $\varphi_i$  (рад) для роликовых направляющих определяют по формулам [12]

$$\varphi_{xp} = 0,1 T_x C_p t / (\xi_1 I_x); \quad \varphi_{yp} = 0,1 T_y C_p t / (\xi_1 I_y);$$

$$\varphi_{zp} = 0,1 T_z C_p t / (\xi_1 I_z);$$

для шариковых направляющих (рис. 5.39, а)

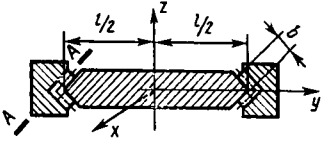
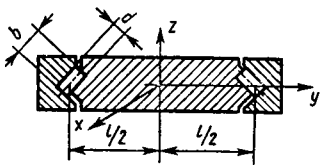
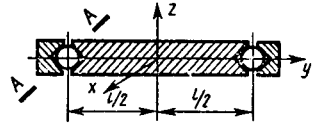
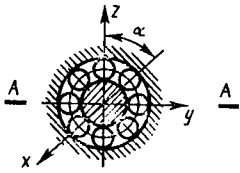
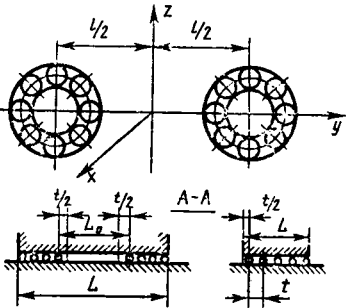
$$\varphi_{xш} = 0,1 T_x C_{ш} t / (\xi_1 I_x); \quad \varphi_{yш} = 0,1 T_y C_{ш} t / (\xi_1 I_y);$$

$$\varphi_{zш} = 0,1 T_z C_{ш} t / (\xi_1 I_z),$$

где  $T_x, T_y, T_z$  — моменты от внешней нагрузки;  $C_p, C_{ш}$  — коэффициенты жесткости опор;  $t$  — расстояние между соседними телами качения;  $\xi_1 = 1 - (L_0/L)^3$ ;  $I_x, I_y, I_z$  — приведенные моменты инерции площади направляющей относительно осей  $x, y, z$  (табл. 5.2).

Коэффициенты контактной жесткости определяют по следующим формулам:

Таблица 5.2

Тип направляющей	Момент инерции
	$I_x = bLl^2/2$ $I_z = I_y = bL^3/6$
	$I_x = bLl^2/4$ $I_y = I_z = bL^3/12$
	$I_x = Ll^2/2$ $I_y = I_z = L^3/6$
	$I_y = I_z = \gamma L^3/6$ $\gamma = \sum_{i=0}^{i=0,5n} \cos^2 \alpha$ <p><math>n</math> — количество ручьев;  <math>n = 4, \gamma = 1; n = 6, \gamma = 1,5;</math>  <math>n = 8, \gamma = 2</math></p>
	$I_x = I_y = I_z = \gamma L^3/3$

для роликовых направляющих

$$\text{при } \Delta_n < \Delta \quad C_p = 3\Delta''\Delta' C / \Delta_n^2;$$

$$\text{при } \Delta' < \Delta_n < \Delta' + \Delta'' \quad C_p = 3\Delta'\Delta'' C / [2\Delta_n(1,5\Delta'' + \Delta') - \Delta_n^2 - (1,4\Delta'')^2 - (\Delta')^2];$$

$$\text{при } \Delta_n > \Delta' + \Delta'' \quad C_p = C\Delta = 0,06 \text{ мкм} \cdot \text{мм/Н};$$

для шариковых направляющих

$$\text{при } \Delta_n < \Delta'' \quad C_{ш} = 1,5\Delta'' C_1^{1,5} / \Delta_n^{1,5};$$

$$\text{при } \Delta_n > \Delta'' \quad C_{ш} = 1,5\Delta'' C_1^{1,5} / [\Delta_n^{1,5} - (\Delta_n - \Delta'') + 0,75\Delta''(\Delta_n - \Delta'')^{0,5}];$$

$$\Delta' = \Delta_1 + 0,5\Delta_k; \quad \Delta'' = \Delta_2 + 2(\Delta_3 + 0,5\Delta d) / 3; \quad C = 0,88 \sqrt[3]{d},$$

где  $d$  — диаметр шариков, мм;  $\Delta_1$  — накопленная на длине ролика непараллельность направляющих сопрягаемой детали;  $\Delta_k$  — конусность роликов, мкм;  $\Delta_2$  — суммарное отклонение направляющих сопрягаемых деталей от прямолинейности, накопленное на длине контакта, мкм;  $\Delta_3$  — отклонение от параллельности в результате извернутости направляющих на длине контакта, мм;  $\Delta d$  — разноразмерность тел качения на одной направляющей, мкм;  $\Delta_n$  — натяг в соединении, мкм.

Проверочный расчет на контактную прочность осуществляется по формулам:

для роликовых направляющих

$$\sigma_{\max} = 0,418 \sqrt{2qE/(bd)} \leq [\sigma]_н;$$

для шариковых направляющих

$$\sigma_{\max} = 0,388 \sqrt[3]{2qE^2/d^2} \leq [\sigma]_н,$$

где  $q = (F_n/L + 6T/L^2)t$  — усилие на наиболее нагруженном теле качения;  $F_n$  — нормальная сила от нагрузки.

При проектировочных расчетах обычно пользуются следующими зависимостями:

$$d_p = q/(K_p b \xi_m); \quad d_{ш} = \sqrt{q/(K_p \xi_m)}.$$

Значение  $K_p$  выбирают по табл. 5.3; значения коэффициента  $\xi_m$  зависят от твердости направляющей:

Твердость НРС . . . . .	50	55	57	60
$\xi_m$ . . . . .	0,52	0,70	0,80	1,0

В роботах небольшой грузоподъемности, работающих с небольшими динамическими нагрузками, применяют направляющие и катки малой твердости 240...350 НВ. Для



Таблица 5.3

Элементы качения	$K_p$ , Н/мм <sup>2</sup>	
	Объемная закалка	ТВЧ
Шариковые	0,4	0,3
Роликовые	14	12

таких направляющих допустимое контактное напряжение см. на с. 275.

Для роботов с высокими динамическими нагрузками применяют закаленные катки и направляющие, изготовленные из стали марок 20X, 40X, а для направляющих с телами качения – стали марок ШХ15 и ХВГ. Значения допустимых напряжений для направляющих, изготавливаемых из сталей, приведены в табл. 5.4.

Таблица 5.4

Марка стали и термическая обработка	Твердость HRC	$[\sigma]_H$ , МПа
40X, 40XH, 35XM и др., объемная закалка	45...55	$2,8\sigma_T$
То же, закалка ТВЧ	42...50	40 HRC
20X, 20XH2M, 12XH3A и другие цементируемые стали	56...63	40 HRC
ШХ15, ХВГ, закалка ТВЧ для шариковых направляющих	58...63	3000
То же, для роликовых	58...63	2000...2200

**Проектирование передаточного механизма.** Передаточные механизмы прямолинейного перемещения проектируют в такой последовательности.

1. Выбирают тип выходного кинематического элемента передаточного механизма, осуществляющего преобразование вращательного движения привода в поступательное движение механизма.

2. Проводят силовой расчет и определяют размеры выходного кинематического элемента (диаметр винта, шаг, модуль рейки, диаметр зубчатого колеса и т. д.).

3. Определяют частоту вращения выходного кинематического элемента передаточного механизма.

4. Находят общее передаточное отношение передаточного механизма.

5. Определяют размеры трансмиссионных валов и проверяют их на критическую частоту вращения.

6. Выбирают тип двигателя.

7. Определяют нагрузки, передаточное отношение и проектируют передаточный механизм с устройством люфтовывбирания.

Тип выходного кинематического элемента выбирают исходя из технологических возможностей, нагрузок, динамики движения выходного звена механизма прямолинейного перемещения. Размеры выходных кинематических элементов определяют по нагрузкам  $F_i$ , действующим на выходное звено основного механизма, по методикам, изложенным в курсах деталей машин [16, 18]. Оптимальное передаточное отношение передаточного механизма определяют по методике, изложенной в гл. 2. Выбор двигателя проводят по методике, изложенной также в гл. 2.

Угловую скорость на выходном кинематическом элементе определяют по формуле

$$\omega = 2 \cdot 10^3 V/D,$$

где  $V$  — максимальная скорость выходного звена, м/с;  $D$  — делительный диаметр зубчатого колеса, звездочки цепной передачи, шкива зубчато-ременной передачи или диаметр барабана, мм.

Момент на выходном валу передаточного механизма

$$T_b = F_{\text{пп}} D / (2\eta),$$

где  $F_{\text{пп}}$  — усилие на выходе механизма прямолинейного перемещения, Н;  $\eta = 0,7 \dots 0,8$  — к. п. д. выходного кинематического элемента передаточного механизма.

По найденным значениям передаточного отношения и момента  $T_b$  проектируют передаточный механизм. Механизм люфтовывбирания рассчитывают и проектируют согласно методике, изложенной в гл. 3.

**Расчет трансмиссионных валов.** В механизмах прямолинейного перемещения применяют трансмиссионные валы в приводах перемещения мостов. Трансмиссионные валы в зависимости от компоновки привода моста имеют два исполнения.

Первое исполнение трансмиссионного вала (см. рис. 5.37, б) характеризуется тем, что вал соединяет двигатель

с передаточными механизмами, расположенными на каретках моста. На такие валы действует момент, равный  $F_{\text{нн}}D/(2i_{\text{нн}})$ ; вал имеет достаточно высокую скорость  $\omega = 2Vi_{\text{нн}}/D$ ,  $n_b = 6 \cdot 10^4 \omega / (\pi D)$ .

Такие валы проверяют на возможность возникновения резонанса [21]:

$$n_{\text{кр}} = 300 \sqrt{1/y_{\text{ст}}} = 120d/l^2,$$

где  $y_{\text{ст}}$  — статический прогиб вала от собственной массы, мм;  $d$  — диаметр вала, мм;  $l$  — расстояние между опорами вала, м.

Необходимо, чтобы удовлетворялось условие  $n_{\text{кр}} < n_b$ . При несоблюдении этого условия в большинстве случаев нельзя увеличивать жесткость вала за счет увеличения диаметра, так как это ведет к резкому увеличению приведенного момента на валу двигателя и, как следствие, к уменьшению ускорения разгона или увеличению динамических нагрузок. Поэтому наиболее рациональный путь увеличения  $n_{\text{кр}}$  — это введение дополнительной опоры.

Второе исполнение трансмиссионного вала (см. рис. 5.37, в) характеризуется тем, что вал соединяет передаточный механизм, установленный на мосту, с выходным элементом передаточного механизма. При этом на вал действует достаточно большой момент, равный  $F_{\text{нн}}D/2$ , и он имеет сравнительно низкую частоту вращения. Поэтому диаметр такого вала рассчитывают исходя из требуемой жесткости:

$$\frac{F_{\text{нн}}D^2l}{4G0,2d^3} \leq 0,1\Delta, \text{ откуда } d = \sqrt[3]{F_{\text{нн}}D^2l/(4 \cdot 0,02G\Delta)},$$

где  $d$  — диаметр вала, мм;  $F_{\text{нн}}$  — усилие нагрузки, Н;  $D$  — делительный диаметр выходного зубчатого колеса или другого выходного кинематического элемента, мм;  $G$  — модуль упругости, МПа;  $\Delta$  — погрешность позиционирования, мм;  $l$  — длина вала, мм.

Для полого вала

$$d = \sqrt[3]{F_{\text{нн}}D^2l/[4 \cdot 0,02G\Delta(1 - K^3)]},$$

где  $K = d_0/d = 0,7 \dots 0,8$ ;  $d_0$  — диаметр отверстия в валу.

После проектирования механизма прямолинейного перемещения проводят проверочный расчет момента двигателя по методике, изложенной в гл. 3, полагая

$$T_p = F_{\text{нн}}D/(2i_{\text{нн}}\eta_{\text{нн}}); \quad T_n = F_cD/(2i_{\text{нн}}\eta_{\text{нн}}),$$

где  $F_{\text{нн}}$  — усилие нагрузки, Н;  $F_c$  — усилие сопротивления

движению; определяется по формуле для  $F_{\text{пп}}$  при ускорении, равном нулю,  $H$ ;  $D$  — диаметр выходного кинематического элемента, мм;  $i_{\text{тп}}$  — передаточное отношение передаточного механизма;  $\eta_{\text{пп}}$  — к. п. д. механизма прямолинейного перемещения.

## Глава 6

# Расчет и проектирование конструктивных модулей

Прежде чем проектировать конструктивные модули, необходимо сформулировать к ним технические требования. Эти требования формулируются на основе анализа базовых компоновок робота и выполняемых им операций.

### 6.1. Технические требования к модулям

Технические требования предъявляются к перемещениям, максимальным скоростям и ускорениям, усилиям на выходном звене, точности и жесткости модулей, энергетическим параметрам приводов. Требования к зоне обслуживания и быстродействию робота определяют требования к геометрическим размерам модулей, перемещениям, передаточным отношениям редукторов и скоростям приводов. Требования к точности позиционирования робота определяют требования к модулям по точности и жесткости.

Конструктивные параметры модулей должны быть выбраны таким образом, чтобы ограничить отклонения схвата от упругих деформаций.

Основная нагрузка приводов модулей — весовая и инерционная. Для быстродействующих роботов основное значение имеет инерционная нагрузка, а для роботов большой грузоподъемности и невысокого быстродействия — весовая.

Для быстродействующих роботов максимум инерционной нагрузки зависит от принятого закона движения выходного звена модуля и нагрузок на другие модули.

Для достижения максимального быстродействия на заданном перемещении, как известно, применяется закон постоянного ускорения. Все перемещение разбивается на два участка: разгона и торможения, на участке разгона ускорение постоянно и положительно, на участке торможения — постоянно и отрицательно.

При проектировании набора модулей необходимо определить параметры и число модулей, разработать их конструкции. Для решения этих задач весь технологический процесс разбивается на переходы — технологические операции. Для каждого перехода проектируется базовая компоновка — простейший робот. Далее простейший робот расчленяется на модули и составляется набор неповторяющихся модулей. Очевидно, что этот набор неповторяющихся модулей и определяет всю систему модулей для данного технологического процесса. Структурная схема алгоритма проектирования набора модулей показана на рис. 6.1. Для всего технологического процесса получаем несколько базовых компоновок.

Перемещения модулей определяются на основе решения обратных задач о положениях базовых компоновок (см. § 2.2 кн. 2). Для определения усилий и максимальных скоростей и ускорений необходимо задаться законом перемещений. Самым простым является трапецеидальный закон изменения скорости, когда скорость на участке разгона линейно возрастает и достигает номинального значения, остается постоянной некоторое время, а затем линейно падает на участке торможения до нуля. Ускорение в этом случае на участке разгона и торможения постоянно, на участке постоянной скорости равно нулю. Зависимости для определения максимальных скоростей и ускорений для этого закона приведены в § 2.2. Такой закон движения приводит

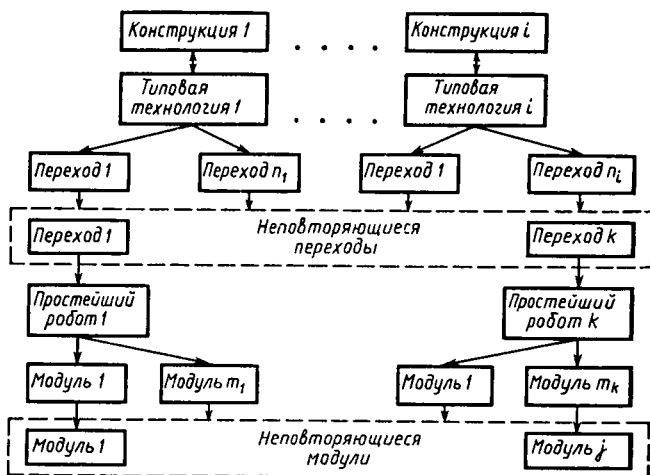


Рис. 6.1

к скачкообразному изменению сил инерции и поэтому неприменим к быстроходным роботам.

Более плавное движение имеет место при *линейном изменении ускорения*. В этом случае ускорение на участках разгона и торможения изменяется линейно, скачки ускорения отсутствуют. Характер изменения ускорения, скорости и перемещения показан на рис. 6.2, а.

Законы изменения ускорения с линейными участками возникают при ограничении ускорения, производной от ускорения и скорости. Ограничение ускорения обусловлено ограничением вращающего момента двигателя. Ограничение производной от ускорения вызвано обычно тем, что у двигателя ограничена скорость изменения вращающего момента. Ограничение скорости перемещения модуля возникает из-за ограничения максимальной угловой скорости двигателя.

Для случая линейного убывающего закона ускорения на участке разгона имеют место следующие соотношения: максимальное ускорение на участке разгона

$$a_{\max} = bt_p/2,$$

где  $b = 4\Delta q/[T^3n^2(1-n)]$  — максимальное значение производной от ускорения;  $\Delta q$  — перемещение выходного звена модуля;  $n = t_p/T$  — отношение времени разгона к времени перемещения;  $t_p$  — время разгона привода;  $T$  — время перемещения;

максимальная скорость перемещения

$$v_{\max} = bt_p^2/4.$$

Другой вид закона изменения перемещения в модуле может быть получен на основе использования *косинусоидального* закона изменения ускорения (рис. 6.2, б). При этом ускорение на участке разгона изменяется по закону

$$a = a_{\max} \cos [\pi t/(2t_p)].$$

Максимальное ускорение для этого закона имеет место в начале и конце цикла перемещения и равно

$$a_{\max} = \pi^2 \Delta q/[2n(\pi - 2\pi n + 4n)T^2].$$

Максимальная скорость перемещения

$$v_{\max} = \pi \Delta q t_p/[n(\pi - 2\pi n + 4n)T^2].$$

При проектировании модулей быстроходных роботов целесообразно использовать закон движения с *синусоидальным*

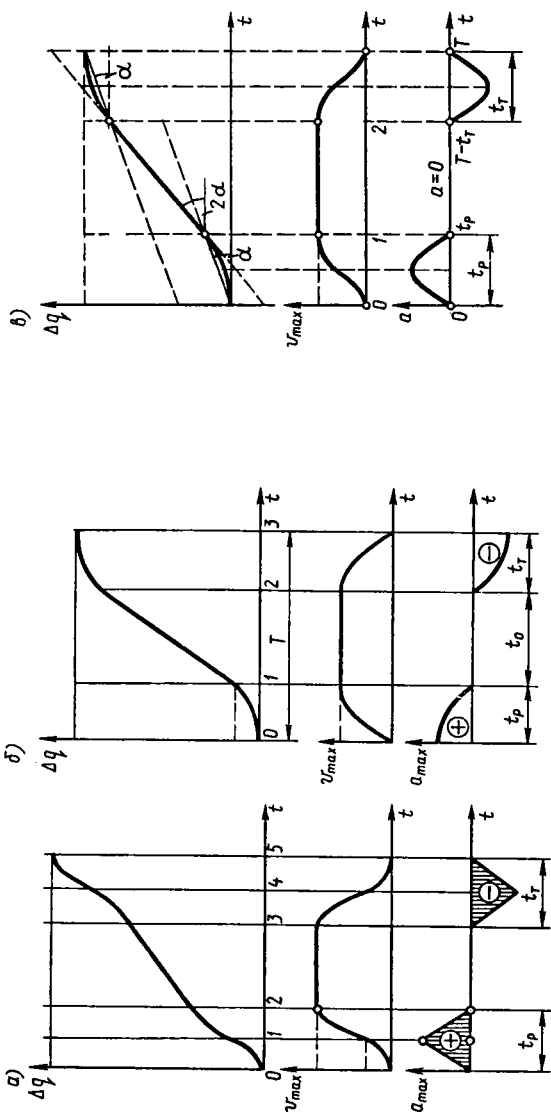


Рис. 6.2

законом изменения ускорения (рис. 6.2, в). В этом случае ускорение на участке разгона описывается зависимостью  $a = a_{\max} \sin(\pi t/t_p)$ .

Максимальное ускорение имеет место при  $t = t_p/2$

$$a_{\max} = \pi \Delta q / [2T^2 n(1 - n)].$$

Максимальная скорость

$$v_{\max} = \Delta q t_p / [T^2 n(1 - n)].$$

При конструировании исполнительных модулей следует уделять внимание вопросам унификации. Первый этап унификации исполнительных модулей — классификация их в рамках ГОСТ 27312—87. Основные параметры, определяющие типоразмерные ряды исполнительных модулей, — длительно допустимые усилие и момент на выходном звене; перемещение (линейное, угловое) и максимальная скорость перемещения (линейная, угловая) выходного звена. Ряды этих величин следующие:

Максимальная линейная скорость, м/с . . . . .	0,10; 0,20; 0,40; 0,50; 0,63; 0,80; 1,00; 1,25; 1,40; 1,60; 1,80; 2,00; 2,5
Максимальная угловая скорость, град/с . . . . .	30, 45, 60, 90, 120, 180, 210, 240, 260, 300, 360, 400
Линейное перемещение, мм	12, 20, 32, 50, 80, 100, 125, 160, 200, 250, 320, 400, 500, 630, 800, 1000, 1250, 1400, 1600, 1800, 2000
Угловое перемещение, град	30, 45, 60, 90, 120, 180, 210, 240, 300, 360
Длительно допустимое усилие, Н . . . . .	1; 1,6; 2,5; 4,0; 6,3; 10; 16; 25; 40; 63; 100; 160; 250; 400; 630; 1000; 1600

Дополнительными параметрами модулей в зависимости от конкретного типа привода могут быть момент на валу электродвигателя, кратность перегрузки по моменту, номинальное давление жидкости, диаметр поршня.

Унификация стыковочных элементов и присоединительных размеров узлов требует детального изучения конструкции набора модулей, определения номенклатуры их составных частей и унификации параметров и размеров модулей более низкого уровня.



В существующих конструкциях агрегатно-модульных роботов применяются в основном фланцевые, клеммовые и цанговые соединения. Клеммовые соединения применяют в основном в легких роботах. С их помощью легко регулируются линейное и угловое взаимное расположение узлов. Для фланцевых соединений необходимо предусмотреть базовые плоскости и крепежные отверстия, а при высоких требованиях к точности – базирующие отверстия. При этом наличие нескольких стыковочных элементов позволяет устанавливать узлы в различных положениях.

Основные параметры всех видов соединений могут быть определены по значениям сил и моментов, действующих на модуль. Основные параметры соединений, подлежащие унификации, следующие:

для фланцев – характерный параметр расположения крепежных элементов (диаметр, сторона прямоугольника и т. п.), число крепежных элементов, размеры крепежных элементов, размеры резьбовых и проходных отверстий во фланцах, диаметр и высота центрирующего бурта, размеры элементов восприятия крутящих моментов;

для клемм – посадочный наружный диаметр, длина посадочной поверхности, максимальный внутренний диаметр, число болтов, размеры резьбовых и проходных отверстий в корпусе;

для цанг – посадочный диаметр, длина посадочной поверхности, максимальный внутренний диаметр, конусность цанги.

## 6.2. Жесткость модулей

Жесткость промышленного робота является одной из его основных характеристик и в значительной степени определяет динамические свойства робота и точность позиционирования.

Жесткость робота агрегатно-модульного типа обеспечивается жесткостью отдельных исполнительных модулей. В общем случае деформацию модуля аналогично его погрешности можно описать матрицей-столбцом [6]

$$\vec{\Delta} = [u, v, w, \alpha, \beta, \gamma]^T,$$

где  $u, v, w$  – компоненты вектора смещения начала системы координат, связанной с выходным звеном, от номинального положения под действием нагрузки;  $\alpha, \beta, \gamma$  – углы поворота системы координат выходного звена модуля относительно номинального положения.

Жесткость модуля можно охарактеризовать *матрицей жесткости*, устанавливающей связь между силами и моментами, действующими на модуль, и его деформациями. Все силы и моменты, действующие на  $k$ -й модуль, можно привести к одному главному вектору сил  $R_k$  и одному главному моменту  $M_k$ , приложенным в начале координат — точке  $O_k$  системы  $O_k x_k y_k z_k$  выходного звена модуля. Эту точку будем называть *узловой точкой*  $k$ -го модуля. Тогда можно считать, что в узловой точке  $k$ -го модуля приложен вектор усилий (сила и момент)

$$F_k = [R_{kx}, R_{ky}, R_{kz}, M_{kx}, M_{ky}, M_{kz}]^T.$$

При малых деформациях модуля связь между компонентами вектора усилий  $F_k$  и компонентами вектора деформации выражается линейно через элементы матрицы жесткости:

$$F_k = C_k \Delta_k,$$

где  $C_k$  — матрица жесткости  $k$ -го модуля. Умножая обе части последнего равенства на обратную матрицу  $C_k^{-1}$ , получим

$$C_k^{-1} F_k = \Delta_k, \quad \text{или} \quad \Delta_k = \lambda_k F_k,$$

где  $\lambda_k$  — матрица податливости  $k$ -го модуля.

Выражение для матрицы жесткости модуля можно получить применив метод конечных элементов, считая при этом перемещение модуля перемещением узловой точки. В методе конечных элементов узловые перемещения принято называть степенями свободы элемента, а расчет деформаций узловых соединений проводится из условия неразрывности взаимного перемещения элементов.

Перемещения всех точек конечного элемента выразим через перемещения и их производные в узловых точках. Введем *матрицу формы* элемента, для получения которой используются интерполяционные функции Эрмита [1].

Получим матрицу формы для модуля, который можно представить в виде стержневого элемента (рис. 6.3). В манипуляторах деформация такого элемента под действием сил, приложенных вдоль оси  $x$ , мала по сравнению с изгибом и кручением, поэтому ею можно пренебречь.

Представим линейные  $v(x)$  и  $w(x)$  и угловые  $\alpha(x)$ ,  $\beta(x)$ ,  $\gamma(x)$  перемещения от деформации элемента полиномами:

$$v(x) = a_{11} + a_{12}x + a_{13}x^2 + a_{14}x^3;$$

$$w(x) = a_{21} + a_{22}x + a_{23}x^2 + a_{24}x^3;$$

$$\alpha(x) = a_{32}x;$$

$$\beta(x) = \partial w / \partial x = a_{22} + 2a_{23}x + 3a_{24}x^2;$$

$$\gamma(x) = \partial v / \partial x = a_{12} + 2a_{13}x + 3a_{14}x^2.$$

Коэффициенты  $a_{ij}$  определяются из начальных условий:

$$v(0) = w(0) = \alpha(0) = \beta(0) = \gamma(0) = 0;$$

$$v(l) = v_i; w(l) = w_i; \alpha(l) = \alpha_i; \beta(l) = \beta_i; \gamma(l) = \gamma_i.$$

После подстановки начальных условий в выражения для перемещений и решения системы уравнений относительно неизвестных коэффициентов получим компоненты матрицы формы стержневого элемента:

	$v_i$	$w_i$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$
$v(x)$	$\frac{3x^2}{l_i^2} - \frac{2x^3}{l_i^3}$	0	0	0	$-\frac{x^2}{l_i} - \frac{x^3}{l_i^2}$
$w(x)$	0	$\frac{3x^2}{l_i^2} - \frac{2x^3}{l_i^3}$	0	$-\frac{x^2}{l_i} - \frac{x^3}{l_i^2}$	0
$\alpha(x)$	0	0	$\frac{x}{l_i}$	0	0
$\beta(x)$	0	$\frac{6x}{l_i^2} - \frac{6x^2}{l_i^3}$	0	$-\frac{2x}{l_i} - \frac{3x^2}{l_i^2}$	0
$\gamma(x)$	$\frac{6x}{l_i^2} - \frac{6x^2}{l_i^3}$	0	0	0	$-\frac{2x}{l_i} - \frac{3x^2}{l_i^2}$

Для построения матрицы жесткости элементов воспользуемся уравнением потенциальной энергии элемента:

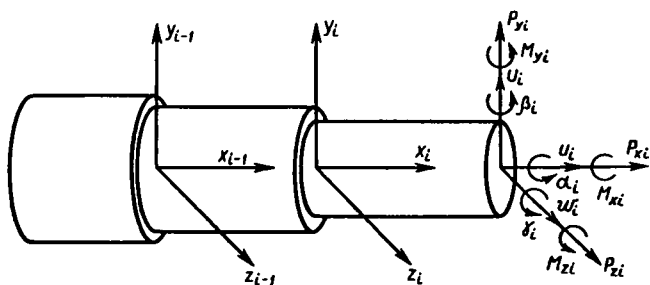


Рис. 6.3

$$\Pi = \frac{1}{2} \left[ \int_0^l EI_y \left( \frac{d^2 w}{dx^2} \right)^2 dx + \int_0^l EI_z \left( \frac{d^2 v}{dx^2} \right)^2 dx + \int_0^l GI_p \left( \frac{d\alpha}{dx} \right)^2 dx \right],$$

где  $I_y, I_z$  — моменты инерции площади сечения относительно осей  $y$  и  $z$ ;  $E$  — модуль продольной упругости;  $G$  — модуль сдвига;  $I_p$  — полярный момент инерции относительно оси  $x$ .

После подстановки в выражения для  $v, w, \alpha$  элементов матрицы формы и интегрирования получим выражение для  $\Pi$  через узловые деформации  $v_i, w_i, \alpha_i, \beta_i, \gamma_i$  в квадратичной форме:

$$\Pi = \frac{1}{2} (\Delta)^T K (\Delta),$$

где  $K$  — матрица жесткости элемента; для стержневого элемента (рис. 6.3) матрица жесткости имеет такой вид:

	$v_i$	$w_i$	$\alpha_i$	$\beta_i$	$\gamma_i$
$P_{yi}$	$12EI_z/l_i^3$	0	0	0	$-6EI_z/l_i^2$
$P_{zi}$	0	$12EI_x/l_i^3$	0	$-6EI_y/l_i^2$	0
$M_{xi}$	0	0	$GI_p/l_i$	0	0
$M_{yi}$	0	$-6EI_x/l_i^2$	0	$4EI_y/l_i$	0
$M_{zi}$	$-6EI_z/l_i^2$	0	0	0	$4EI_z/l_i$

Каждый элемент матрицы  $K$  представляет коэффициент жесткости, характеризующийся значением перемещения в направлении действия единичной силы. При этом все остальные перемещения полагаются равными нулю. Матрица податливости получается обращением матрицы жесткости:

	$P_{yi}$	$P_{zi}$	$M_{xi}$	$M_{yi}$	$M_{zi}$
$v_i$	$l^3/(3EI_z)$	0	0	0	$l^2/(2EI_z)$
$w_i$	0	$l^3/(3EI_x)$	0	$-l^2/(2EI_y)$	0
$\alpha_i$	0	0	$l/(GI_p)$	0	0
$\beta_i$	0	$-l^2/(2EI_x)$	0	$l/(EI_y)$	0
$\gamma_i$	$l^2/(2EI_z)$	0	0	0	$l/(EI_z)$

**Определение контактной податливости узлов соединения модулей.** Имеющиеся в опорах зазоры и контактные деформации ведут к дополнительному смещению конца руки робота, снижающему точность позиционирования. Радиальная податливость подшипника равна сумме податливостей

поверхностей контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения и колец подшипника с валом и корпусом:

$$\delta r = \delta r' + \delta r''.$$

Радиальная податливость контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения в подшипнике с предварительным натягом

$$\delta r' = \beta \delta r_0,$$

где  $\beta$  — коэффициент, учитывающий натяг или зазор в подшипнике; исходя из необходимости обеспечения безлюфтовости в работах применяют подвижные элементы с предварительным натягом;  $\delta r_0$  — радиальная податливость контакта наиболее нагруженного тела качения с дорожкой качения при нулевом зазоре, мкм — зависит от типа подшипника.

Тип подшипника	$\delta r_0$
Шариковый радиальный однорядный	$4,0 \cdot 10^{-4} \sqrt[3]{Q_0^2/D_k}$
То же, двухрядный сферический	$(7,0 \cdot 10^{-4}/\cos \alpha) \sqrt[3]{Q_0^2/D_k}$
Роликовый двухрядный сферический	$(2,0 \cdot 10^{-4}/\sin \alpha) \sqrt[4]{Q_0^3/l_k}$
Шариковый радиально-упорный, однорядный	$(4,0 \cdot 10^{-4}/\cos \alpha) \sqrt{Q_0^2/D_k}$
Радиальный с короткими цилиндрическими роликами	$8,0 \cdot 10^{-5} Q_0^{0,9}/l_k^{0,8}$
Радиально-упорный, конический	$(8,0 \cdot 10^{-5}/\cos \alpha) (Q_0^{0,9}/l_k^{0,8})$

Здесь  $Q_0$  — усилие, воспринимаемое наиболее нагруженным телом качения;  $D_k$  — диаметр тела качения, мм;  $l_k$  — рабочая длина ролика, мм;  $\alpha$  — угол контакта подшипника.

Величину  $\delta r_0$  (мм) для подшипников различных типов можно определить в зависимости от чисто радиальной нагрузки, воспринимаемой наиболее нагруженным телом качения, по формуле

$$Q = 5Fr/(iz \cos \alpha),$$

где  $i$  — число рядов тел качения;  $z$  — число тел качения в одном ряду;  $\alpha$  — угол контакта, град.

Радиальная податливость контакта колец подшипника с посадочными поверхностями вала и корпуса вычисляется по формуле

$$\delta r'' = \frac{4Pk}{\pi dB} \left( 1 + \frac{d}{D} \right),$$

где  $k = 0,05 \dots 0,25$  (меньшие значения следует принимать при повышенной точности изготовления посадочных мест, большим натяге, установке подшипников на конусную шейку);  $d$ ,  $D$  и  $B$  — соответственно внутренний и наружный диаметры и ширина подшипника, мм.

Смещение схвата определяется по формуле

$$\delta_{ij} = \varphi_i l_i,$$

где  $\delta_{ij}$  — смещение схвата в  $i$ -м направлении от действия  $j$ -й силы;  $\varphi_i$  — упругий угол от контактной деформации в узле соединения звеньев;  $l_i$  — расстояние от центра узла соединения звеньев до схвата.

Суммарное смещение схвата находят как векторную сумму смещений от контактной деформации всех узлов соединения звеньев в трех взаимно перпендикулярных направлениях. При упрощенных расчетах контактные деформации можно не учитывать, увеличив собственную податливость звеньев на 20%.

### 6.3. Точность модулей

При разработке системы модулей одна из основных задач заключается в обеспечении такой точности модулей, чтобы погрешность позиционирования, приведенная к схвату, не превышала заданного значения. Задача сводится к выбору допустимых погрешностей модулей. Для решения этой задачи сначала установим связь между погрешностями модулей и погрешностью модульного робота. Под погрешностью модуля будем понимать отклонение действительного положения выходного звена модуля от его номинального положения.

В общем случае погрешность позиционирования  $k$ -го модуля может быть определена двумя векторами линейной  $\Delta \vec{r}_k$  и угловой  $\Delta \vec{\psi}_k$  погрешностей.

Рассматривая проекции этих векторов на оси системы координат  $x_k y_k z_k$  выходного звена модуля в номинальном положении, получим шестимерный вектор составляющих [6]:

$$\vec{\Delta k} = [\Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n, \Delta \alpha_n, \Delta \beta_n, \Delta \gamma_n]^T,$$

где  $\Delta x_n, \Delta y_n, \Delta z_n$  — линейные погрешности модуля по осям  $x, y, z$ , а  $\Delta \alpha_n, \Delta \beta_n, \Delta \gamma_n$  — угловые погрешности  $k$ -го модуля относительно этих же осей. Малые угловые погрешности модулей суммируются как векторы. Поэтому результирующую

щее угловое перемещение выходного звена робота может быть записано в виде

$$\Delta\tilde{\varphi} = \sum_k \Delta\tilde{\psi}_k,$$

или в матричной форме

$$[\Delta\varphi] = \sum_{i=1}^k \Pi L_i [\Delta\psi_k].$$

Каждое угловое перемещение выходного звена  $k$ -го модуля вызывает линейное смещение выходного звена робота  $\Delta\tilde{r}_{\psi k}$ , которое может быть найдено по формуле

$$\Delta\tilde{r}_{\psi k} = \Delta\tilde{\psi}_k \times \tilde{r}_{kn}. \quad (6.1)$$

Тогда при наличии угловых погрешностей в каждом модуле линейная погрешность выходного звена робота

$$\Delta\tilde{r}_{\psi} = \sum_{k=1}^n \Delta\psi_k \times \tilde{r}_{kn},$$

где  $\tilde{r}_{kn}$  — радиус-вектор, определяющий положение начала системы координат выходного звена робота относительно начала системы координат выходного звена  $k$ -го модуля в номинальном положении.

Раскроем выражение векторного произведения, входящего в последнюю формулу:

$$\Delta\tilde{r}_{\psi k} = \begin{bmatrix} \tilde{i} & \tilde{j} & \tilde{k} \\ \Delta\psi_{kx} & \Delta\psi_{ky} & \Delta\psi_{kz} \\ r_{kn}^x & r_{kn}^y & r_{kn}^z \end{bmatrix} = \tilde{i}(\Delta\psi_{ky}r_{kn}^z - \Delta\psi_{kz}r_{kn}^y) - \\ - \tilde{j}(\Delta\psi_{kx}r_{kn}^z - \Delta\psi_{kz}r_{kn}^x) + \tilde{k}(\psi_{kx}r_{kn}^y - \Delta\psi_{ky}r_{kn}^x).$$

Здесь  $\Delta\psi_{kx}$ ,  $\Delta\psi_{ky}$ ,  $\Delta\psi_{kz}$  — проекции вектора угловой погрешности  $k$ -го модуля на неподвижные оси;  $r_{kn}^x$ ,  $r_{kn}^y$ ,  $r_{kn}^z$  — проекции радиуса-вектора  $\tilde{r}_{kn}$ . В матричной форме проекции вектора  $\Delta\tilde{r}_{\psi k}$  могут быть записаны так:

$$[\Delta r_{\psi k}] = [r_{kr}] [\Delta\psi_k],$$

где  $[r_{kn}]$  — матрица, составленная из проекций вектора  $\tilde{r}_{kn}$ ;

$$[r_{kn}] = \begin{bmatrix} 0 & r_{kn}^z & -r_{kn}^y \\ -r_{kn}^z & 0 & r_{kn}^x \\ r_{kn}^y & r_{kn}^x & 0 \end{bmatrix}.$$

Столбец координат вектора  $\Delta\vec{r}_\psi$  линейной погрешности положения выходного звена робота, обусловленной погрешностями модулей, может быть найден по формуле

$$[\Delta r_\psi] = \sum_k [r_{kn}] [\Delta\psi_k]. \quad (6.2)$$

Линейные погрешности  $\Delta\vec{r}_k$  модулей переносятся без изменения на выходное звено робота, значит линейная погрешность выходного звена робота от линейных погрешностей модулей равна их сумме:

$$\Delta\vec{r}_s = \sum_k \Delta\vec{r}_k. \quad (6.3)$$

В матричной форме последняя формула имеет вид

$$[\Delta r_s] = \sum_k M_{0k} [\Delta r_k],$$

где  $[\Delta r_k]$  — столбец координат вектора линейной погрешности  $k$ -го модуля;  $M_{0k}$  — матрица перехода от системы координат  $O_k x_k y_k z_k$  выходного звена  $k$ -го модуля в его номинальном положении к неподвижной системе  $Oxyz$ .

Полная линейная погрешность робота находится по формуле

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_s + \Delta\vec{r}_\psi,$$

или в матричной форме

$$[\Delta r] = \sum_k M_{0k} [\Delta r_k] + \sum [r_{kn}] [\Delta\psi_k]. \quad (6.4)$$

Формулы (6.2) и (6.3) показывают, что проекции линейной и угловой ошибок робота находятся как линейные формы от угловых и линейных ошибок модулей. При этом наибольшее влияние оказывают ошибки модулей, расположенных ближе к основанию робота.

Объединяя уравнения (6.1) и (6.4), получим

$$\Delta_0 = \sum_k A_{0k} \Delta_k,$$

где  $\Delta_0 = [\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta\gamma]^T$  — столбец погрешностей выходного звена робота;  $\Delta_k$  — столбец погрешностей  $k$ -го модуля;  $A_{0k}$  — матрица передаточных отношений погрешностей  $k$ -го модуля к вызываемым ими погрешностям позиционирования выходного звена робота.

Точность модулей робота определяется из условия

$$\Delta_0 < [\Delta_0],$$



где  $\Delta_0$  — допускаемая погрешность робота. Для этого необходимо выбрать допускаемые погрешности модулей из условия

$$\sum_k A_{0k} \Delta_k \leq [\Delta_0].$$

Составляющие погрешности робота являются линейными комбинациями погрешностей модулей. В развернутом виде можно записать

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^m b_{ij} r_{ij} + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^m c_{ij} \psi_{ij};$$

$$\Delta \varphi_k = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^m a_{ij} \psi_{ij} \quad (k = 1, 2, 3),$$

где  $m$  — число модулей робота.

Составляющие ошибок модулей определяются по заданной линейной и угловой погрешностям модулей робота. В общем случае число этих составляющих равно  $3m$ . При  $m = 3$  число неизвестных равно 9, при  $m = 6$  число неизвестных равно 18. Порядок определения составляющих погрешностей модулей зависит от типа робота и числа модулей, входящих в компоновку. Для роботов общемашиностроительного назначения обычно погрешности перемещения модулей значительно превосходят погрешности модулей, вызванные ошибками изготовления. В этом случае для робота, содержащего шесть одноподвижных модулей, решение задачи сводится к решению линейной системы с шестью неизвестными.

#### 6.4. Проектирование модульных схватов

Одним из способов расширения технологических возможностей робота, увеличения его гибкости является снабжение его набором схватов, обладающих различными возможностями захватывания и удерживания объектов. Эта задача может быть решена на основе модульного принципа. Модульные схваты удовлетворяют многочисленным требованиям достаточно небольшим набором унифицированных модулей, которые могут быть соединены в различных сочетаниях. Уровень модулей может быть различным. Целесообразно предусмотреть следующие группы модулей: 1 — соединительные элементы; 2 — модули двигателей; 3 — модули механизмов передачи движения; 4 — выходные звенья

механизмов передачи; 5 — модули рабочих элементов; 6 — прокладки.

Чтобы обеспечить соединение различных перечисленных групп модулей в различных сочетаниях, должны быть унифицированы типы соединений и присоединительные размеры. Выбор схем и конструкций схватов определяется тремя основными группами факторов: геометрическими характеристиками и параметрами ГПМ; характеристиками и параметрами предмета производства; характеристиками и параметрами промышленного робота.

К геометрическим характеристикам ГПМ следует отнести взаимное расположение и вид рабочих зон робота, технологического оборудования, выдающих устройств (ВУ), обеспечивающих подачу предмета на позицию захватывания, и принимающих устройств (ПУ). Наряду со схемой планировки ГПМ должны быть заданы схемы базирования детали (объекта манипулирования) на каждой позиции с обозначением способа фиксации детали и наглядным представлением формы вступающих в контакт с деталью поверхностей ВУ и ПУ.

Основными характеристиками предмета производства, важными при разработке схватов, являются форма и размеры, инерционные характеристики, свойства материала и особенности поверхностей, по которым происходит захватывание.

Масса детали определяет основную характеристику схвата — усилие захватывания. Выбор массы в качестве главного параметра позволяет сохранить единство при построении типоразмерных рядов по номинальной грузоподъемности. Типоразмерные и конструктивно унифицированные ряды схватов могут быть построены для одного типоразмера промышленного робота. В этом случае главным параметром, определяющим типоразмеры схватов для данной модели робота, целесообразно принять характерный размер захватываемой детали.

При проектировании схвата необходимо учитывать кинематические возможности манипулятора и режим его работы, представляемый циклограммой, а также максимальные значения скоростей и ускорений по степеням подвижности, тип приводов робота и конструкцию крепления схвата.

Схема проектирования схватов (рис. 6.4) отражает порядок принятия решений и проведения расчетов [10].

1. Определяются возможные направления подведения схвата к детали (или заготовке) с учетом взаимного расположения робота, ВУ и ПУ на каждой рабочей позиции.

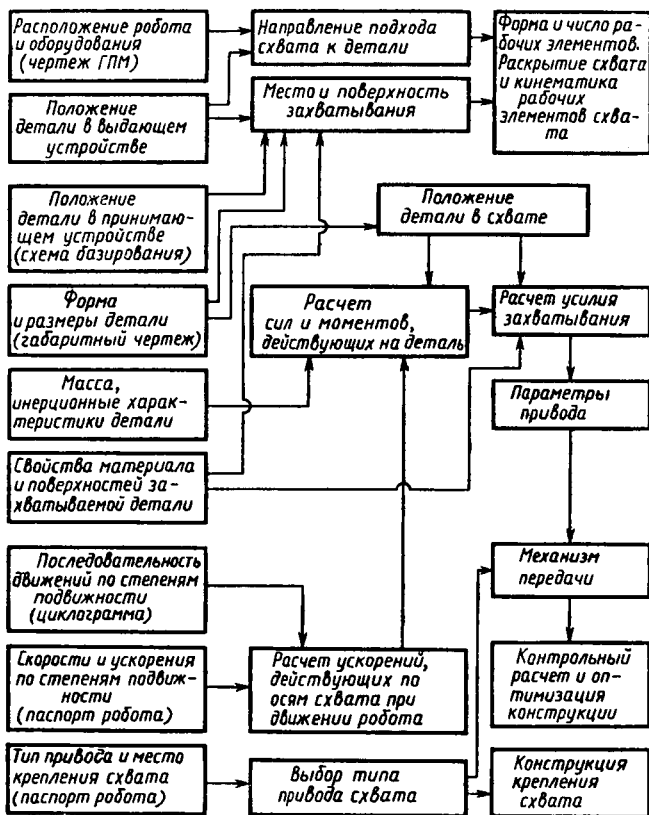


Рис. 6.4

2. Определяются конфигурация, положение и размеры поверхностей детали, по которым происходит ее захватывание с учетом геометрических ограничений, налагаемых контактными поверхностями ВУ и ПУ, а также свойства поверхности детали (например, может быть нежелательным захватывание поверхности, прошедшей чистовую обработку).

3. Выбираются число, форма и кинематика перемещений рабочих элементов схвата, диапазон их раскрытия.

4. Определяется положение детали в схвате. Учитывается смещение центра массы детали относительно геометрического центра схвата.

5. Рассчитываются силы и моменты, действующие на деталь на всех этапах манипулирования в соответствии с программой робота.

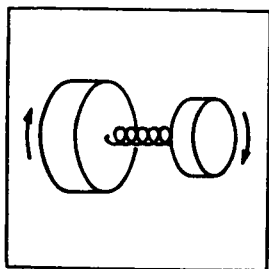
6. Рассчитывается необходимое усилие захватывания. В системе координат схвата при единичном усилии захватывания строится область жесткого фиксирования. Определяются предельные значения составляющих сил и моментов по осям системы координат схвата. Определяется ось наименьшего запаса несущей способности схвата. По коэффициенту запаса несущей способности определяется усилие захватывания, обеспечивающее жесткое фиксирование предмета при существующих динамических нагрузках.

7. Выбираются тип привода и параметры двигателя. Алгоритм выбора параметров двигателя определяется его типом. Так, параметры пневмопривода выбираются из условия обеспечения заданного быстродействия. Выбор основных параметров электродвигателя связан с применяемым редуктором, быстродействием, необходимым усилием. Если схват осуществляет полное базирование детали, то электродвигатель и редуктор выбираются только из условия быстродействия. В случае неполного базирования и фиксирования детали в схвате (только за счет сил трения) первостепенным является обеспечение требуемого усилия захватывания, гарантирующего необходимые силы трения. При этом возможности повышения быстродействия ограничены.

8. Определяются вид и параметры механизма передачи, реализующего требуемое передаточное число, возможный требуемый вид зависимости усилия захватывания от величины раскрытия схвата, требуемая кинематика перемещения рабочих элементов.

На основе известных погрешностей взаимного позиционирования ПУ и ВУ и жесткостных характеристик манипулятора определяется область нормального функционирования, в которой исключаются заклинивание, застревание, переориентирование и выпадение детали.

9. Проводится серия проверочных расчетов и в случае необходимости корректировка параметров схвата.



Раздел

# 3

## Построение динамических моделей конструкций и систем промышленных роботов

### Глава 7

### Динамические модели конструкций роботов

Задача построения динамической модели конструкции робота возникает на различных этапах его проектирования. На начальном этапе, задаваясь ориентировочно массами и жесткостью звеньев, определяют и конструируют передаточные механизмы и выбирают приводы. Затем на этапе компоновки конструкции появляется возможность построить более точно ее динамическую модель, что позволяет уточнить ожидаемые динамические и точностные характеристики, выбрать рациональную компоновку и параметры конструкции, не прибегая к ее изготовлению.

Трудность решения этой задачи на этапе проектирования состоит в том, что для построения динамической модели необходимо знать размеры звеньев и других элементов системы, однако на этом этапе они известны лишь ориентировочно. Поэтому на практике целесообразно динамическое исследование начинать с простейших моделей, убеждаясь в их пригодности для решения каждой конкретной задачи. Динамические модели промышленных роботов строятся также с разной степенью приближения к действительным свойствам системы.

Широкое распространение в робототехнике получили модели манипуляторов, представляемые в виде *системы*

*твердых тел, соединенных упругими связями.* Такие модели позволяют учесть одно из основных свойств и особенностей исполнительных механизмов промышленных роботов, а именно: пространственное движение звеньев и наличие большого числа степеней подвижности. Вводя упругие связи между твердыми телами, можно учесть также упругие свойства звеньев передаточных механизмов. Они позволяют также в некоторой степени учесть и упругие свойства основных звеньев, приводя их податливость к шарнирам.

Для описания и моделирования динамики таких систем в настоящее время интенсивно разрабатываются самые различные методы. Одним из таких методов является метод приведения.

### **7.1. Динамические модели манипуляторов с учетом упругости звеньев передаточных механизмов**

Изложение динамики манипуляторов с упругими звеньями начнем с описания широко известного в динамике машин метода, построенного на приведении масс, сил, податливостей к моделям, как системам с сосредоточенными массами и упругими связями.

В этом случае считают, что механизм можно заменить механической моделью, составленной из сосредоточенных масс, связанных упругими связями, т. е. массы передаточных звеньев присоединяются к массам основных звеньев манипулятора, которые считаются жесткими, а упругость звеньев передаточных механизмов учитывается в виде упругих связей.

Приведение масс и моментов инерции осуществляется из условия равенства кинетических энергий модели и манипулятора по данной обобщенной координате.

В системах с одной степенью свободы массы и моменты инерции обычно приводятся к звеньям, совершающим вращательное или поступательное движения. Когда приведение осуществляется к валу двигателя, то приведенный момент инерции находится из условия равенства кинетических энергий механизма и модели во вращательном движении и имеет вид

$$J_{\Pi} = \sum_{k=1}^n \left[ J_k \left( \frac{\omega_k}{\omega} \right)^2 + m_k \left( \frac{v_k}{\omega} \right)^2 \right],$$

где  $J_k$  — моменты инерции  $k$ -го звена относительно оси, проходящей через центр масс звена;  $v_k$  — скорость центра масс  $k$ -го звена;  $\omega_k, \omega$  — соответственно угловые скорости  $k$ -го звена и звена приведения.

В случае приведения к звену, совершающему поступательное движение, имеем следующие выражения для приведенной массы механизма:

$$m_n = \sum_{k=1}^n J_k \left( \frac{\omega_k}{v} \right)^2 + m_k \left( \frac{v_k}{v} \right)^2,$$

где  $v$  — линейная скорость звена приведения.

Звенья манипулятора совершают пространственные движения, зависящие от  $n$  независимых обобщенных координат. Поэтому кинетическая энергия этих звеньев зависит от  $n$  обобщенных скоростей и выражается следующим образом:

$$T = 0,5 \left[ \sum_{k=1}^n (m_k v_k^2 + J_k \omega_k^2) \right],$$

$$\text{где } \tilde{v}_k = \sum_{i=1}^k \frac{\partial \tilde{r}_k}{\partial q_i} \dot{q}_i^2; \quad \tilde{\omega}_k = \sum_{i=1}^k \tilde{z}_i \dot{q}_i.$$

Если следовать определению приведенного момента для систем с одной степенью свободы, то для нахождения приведенного момента инерции или приведенной массы манипулятора по некоторой обобщенной координате  $q_i$  следовало бы разделить его кинетическую энергию на величину  $0,5\dot{q}_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ). Однако если для механизмов с одной степенью свободы приходим к величине  $J_n$ , которая зависит только от обобщенной координаты и не зависит от обобщенной скорости, то для систем с несколькими степенями свободы типа манипуляторов этого нет: приведенный момент инерции манипулятора зависит не только от обобщенных координат  $q_i$ , но и от обобщенных скоростей  $\dot{q}_i$ . Поэтому использование этого понятия для манипуляторов в общем случае не дает никаких упрощений.

Для механизма с одной степенью свободы при вращательном движении звена приведения имеем

$$T = 0,5\dot{\phi}^2 J_n(\phi).$$

Тогда, используя уравнения Лагранжа, получим уравнение движения механизма

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} = J_n(\varphi) \dot{\phi}; \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}} \right) = J_n \ddot{\phi} + \dot{\phi}^2 \frac{dJ_n}{d\varphi};$$

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \frac{\partial J_n}{\partial \varphi};$$

$$J_n \ddot{\phi} + \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 \frac{dJ_n}{d\varphi} = M_n,$$

которое показывает, что механизм с одной степенью свободы можно рассматривать как систему с переменным моментом инерции, зависящим только от угла  $\varphi$ .

Для манипулятора использование понятия приведенного момента инерции оказывается рациональным на стадии проектирования. В целях упрощения обычно не учитывают взаимовлияния движений по отдельным обобщенным координатам, т. е. не учитывают кориолисовы и центробежные силы инерции, содержащие сомножители  $\dot{q}_i \dot{q}_j$  ( $j, j = 1, 2, \dots, n$ ). При этом движение по каждой обобщенной координате можно рассматривать как движение с одной степенью свободы и, используя понятие приведенного момента инерции, учесть инерционность звеньев как основного, так и передаточного механизмов.

При наличии по степеням подвижности редукторов с большим передаточным отношением инерционность ротора двигателя и звеньев передаточного механизма значительно превышает инерционность основных звеньев. Поэтому использование динамических моделей по каждой степени подвижности позволяет достаточно точно учесть инерционность основных звеньев, динамику приводов, упругие и инерционные свойства передаточного механизма.

В связи с этим такие динамические модели получили широкое распространение при исследовании динамики манипуляторов и проектировании промышленных роботов и их приводов.

**Приведение сил и моментов.** Силы и моменты, приложенные к различным точкам системы, могут быть приведены к различным массам и звеньям из условия равенства мощностей или элементарных работ. Без учета потерь энергии на трение приведенная сила определяется из соотношения

$$F_n = \sum_{i=1}^m \frac{F_i ds_i}{i ds_n} = \sum_{i=1}^m \frac{\dot{F}_i \cdot \dot{v}_i}{v},$$



где  $\dot{v}_i$  — скорости точек приложения сил системы;  $v$  — скорость точки приложения приведенной силы.

Приведенный момент сил определяется по формуле

$$M_{\pi} = \sum_i [(M_i \dot{\omega}_i + \sum \dot{F}_i \dot{v}_i) / \omega],$$

где  $M_i$  — моменты, приложенные к массам системы;  $\omega_i$  — угловые скорости масс;  $\omega$  — угловая скорость звена приведения.

**Приведение жесткостей упругих звеньев механизмов.** Упругая податливость манипулятора складывается из упругой податливости основных звеньев и упругой податливости в шарнирах, обусловленной податливостью звеньев передаточных механизмов и редукторов. Причем в различных конструкциях промышленных роботов влияние составляющих податливостей на суммарную различное: в некоторых конструкциях роботов можно пренебречь податливостью основных звеньев, а в других она имеет существенное значение.

При построении динамических моделей манипулятора по отдельным степеням подвижности жесткости звеньев, соединяющих сосредоточенные массы, могут быть приведены к некоторой массе. *Приведенным коэффициентом жесткости* звена механизма будем называть жесткость безмассной пружины, имеющей ту же потенциальную энергию, что и упругое звено. Обратная величина называется *коэффициентом податливости*. Для типовых звеньев механизмов имеются справочные данные или формулы, по которым могут быть определены их коэффициенты жесткости.

При параллельном соединении упругих звеньев приведенный коэффициент жесткости определяется из условия равенства деформаций звеньев и потенциальных энергий до и после приведения. Эти условия имеют вид

$$0,5c_{\pi}x^2 = 0,5 \sum_{i=1}^n c_i x_i^2,$$

где  $x_i$  — деформация упругого  $i$ -го звена;  $x$  — деформация приведенной системы;  $c_i$  — коэффициенты жесткости звеньев.

Последние условия приводят к следующей зависимости:

$$c_{\pi} = \sum_{i=1}^n c_i,$$

т. е. при параллельном соединении упругих звеньев их жесткости складываются.

При последовательном соединении упругих звеньев выражение приведенного коэффициента жесткости можно получить из условия сложения деформаций отдельных звеньев. В этом случае имеем

$$\sum \delta x_i = \delta x,$$

где  $\delta x$  — общая деформация системы;  $\delta x_i$  — деформация  $i$ -го звена.

Подставляя выражение для деформаций в последнюю формулу, получим

$$\frac{1}{c_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{c_i}, \text{ или } \delta = \sum \delta_i,$$

где  $\delta$  и  $\delta_i$  — соответственно податливости всей цепи и звеньев. Таким образом, при последовательном соединении упругих звеньев складываются их податливости.

При приведении жесткостей звеньев кинематической цепи, когда последовательно соединены отдельные механизмы, усилия, действующие на звенья, оказываются различными, поэтому вместо условия равенства сил следует использовать условие равенства потенциальных энергий. Например, в передаточных механизмах роботов часто встречается соединение валов через зубчатые колеса. В этом случае на соединяемых валах моменты будут обратно пропорциональны передаточным отношениям:

$$M_k/M_l = u_{lk},$$

где  $u_{lk}$  — передаточное отношение от вала  $l$  к валу  $k$ , а углы закручивания упругих валов будут связаны соотношением

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n u_{1i} \Delta\varphi_i,$$

где  $\Delta\varphi_i = M_i/c_i$  — угол закручивания  $i$ -го вала;  $u_{1i}$  — передаточное отношение от первого к  $i$ -му звену.

Подставляя выражения для  $\Delta\varphi_i$  и  $u_{lk}$  в выражение для  $\Delta\varphi$ , получим

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n M_1 u_{1i}^2 / c_i.$$

Кроме того, по определению имеем

$$\Delta\varphi = M_1/c_{n1}.$$

Приравнявая последние выражения, находим

$$\frac{1}{c_{n1}} = \sum_{i=1}^n \frac{u_{1i}^2}{c_i} = \sum_{i=1}^n \delta_i u_{1i}^2, \quad \text{или} \quad \delta_{n1} = \sum_{i=1}^n \delta_i u_{1i}^2.$$

**Динамика передаточных механизмов с упругими связями.**  
В результате приведения масс и жесткостей по отдельным обобщенным координатам манипулятора могут получаться системы с различным числом масс. Простейшей системой является двухмассная система, которая часто используется в динамике машин (рис. 7.1, а).

Дифференциальные уравнения динамики двухмассной системы имеют вид

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + (\varphi_1 - \varphi_2) c = M;$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 - (\varphi_1 - \varphi_2) c = 0,$$

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — соответственно углы поворота масс;  $J_1$  и  $J_2$  — приведенные моменты инерции масс;  $M$  — момент двигателя;  $c$  — жесткость. Уравнения получаются на основе метода кинестатики приравнением моментов сил упругости и сил инерции масс.

Приведем эти два уравнения к одному с одной переменной: для этого вычтем из первого уравнения второе, умножив первое на  $J_2$ , а второе на  $J_1$ , получим

$$J_1 J_2 (\ddot{\varphi}_1 - \ddot{\varphi}_2) + c (J_1 + J_2) (\varphi_1 - \varphi_2) = M J_2;$$

обозначая  $\varphi_1 - \varphi_2 = \varphi$ , получим

$$\ddot{\varphi} + \frac{c (J_1 + J_2)}{J_1 J_2} \varphi = \frac{M}{J_1}.$$

Последнее уравнение описывает относительные колебания масс. Общее решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi = A \sin kt + B \cos kt + \frac{M J_2}{c (J_1 + J_2)}.$$

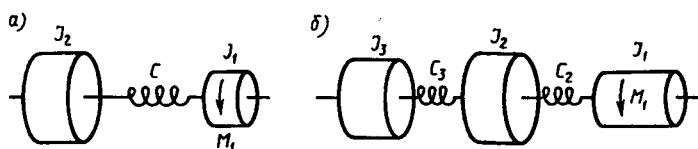


Рис. 7.1

С учетом начальных условий при  $t = 0$   $\varphi = 0$ ,  $\dot{\varphi} = 0$ ,  $A = 0$ ,  $B = -MJ_2/[c(J_1 + J_2)]$  имеем

$$\varphi = \frac{MJ_2}{c(J_1 + J_2)}(1 - \cos kt),$$

где  $k^2 = c(J_1 + J_2)/(J_1J_2)$ .

Последнее выражение позволяет определить максимальную деформацию упругой связи:

$$\varphi_{\max} = 2MJ_2/[c(J_1 + J_2)].$$

Эта деформация определяет амплитуду колебаний масс в относительном движении, т. е. динамическую ошибку по обобщенной координате  $\varphi$ .

Другой типовой системой, к которой сводится задача анализа динамики передаточных механизмов промышленных роботов, является трехмассная система (рис. 7.1, б). Дифференциальные уравнения движения системы имеют вид

$$J_1\ddot{\varphi}_1 - c_2(\varphi_2 - \varphi_1) = M;$$

$$J_2\ddot{\varphi}_2 - c_3(\varphi_3 - \varphi_2) + c_2(\varphi_2 - \varphi_1) = 0;$$

$$J_3\ddot{\varphi}_3 + c_3(\varphi_3 - \varphi_2) = 0.$$

Путем дифференцирования по времени и преобразования эти три дифференциальных уравнения второго порядка можно привести к одному уравнению шестого порядка следующего вида:

$$\begin{aligned} \varphi_3^{(vi)} + \left[ \frac{J_1 + J_2}{J_1J_2}c_2 + \frac{J_2 + J_3}{J_2J_3}c_3 \right] \varphi_3^{(iv)} + c_2c_3 \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1J_2J_3} \ddot{\varphi}_3 = \\ = \frac{Mc_2c_3}{J_1J_2J_3} \quad (i = 1, 2, 3). \end{aligned}$$

Общее решение системы:

$$\varphi_3 = A \sin k_1t + B \cos k_1t + C \sin k_2t + D \cos k_2t + Et^2 + Ft + G,$$

где

$$\begin{aligned} k_{1,2}^2 = \frac{J_1 + J_2}{2J_1J_2}c_1 + \frac{J_2 + J_3}{2J_2J_3}c_2 \pm \\ \pm \left[ \left( \frac{J_1 + J_2}{2J_1J_2}c_1 + \frac{J_2 + J_3}{2J_2J_3}c_2 \right)^2 - c_1c_3 \frac{J_1 + J_2 + J_3}{J_1J_2J_3} \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

При разгоне и торможении механизма начальные условия имеют такой вид: при  $t = 0$   $\varphi_i = 0$  ( $i = 1, 2, 3$ ),  $\dot{\varphi}_1 = 0$ ,

$\dot{\phi}_2 = 0, \dot{\phi}_3 = 0$ . С учетом этих начальных условий, используя систему дифференциальных уравнений, получим:

$$\ddot{\phi}_1 = M/J_1; \ddot{\phi}_2 = \ddot{\phi}_3 = 0;$$

$$\phi_1^{(3)} = \phi_2^{(3)} = \phi_3^{(3)} = 0; \phi_1^{(IV)} = -\frac{M}{J_1^2} c_2; \phi_2^{(IV)} = \frac{M}{J_1 J_2} c_2;$$

$$\phi_3^{(IV)} = 0; \phi_1^{(V)} = \phi_2^{(V)} = \phi_3^{(V)} = 0.$$

С учетом начальных условий определяются постоянные коэффициенты в общем решении системы.

## 7.2. Динамические модели манипуляторов с учетом изгибной упругости руки

Учет упругости основных звеньев при построении динамической модели манипулятора значительно сложнее, чем учет упругости передаточных звеньев. Это обусловлено пространственным характером движения основных звеньев. Поэтому вначале рассмотрим способы учета упругости одного звена манипулятора, обладающего наибольшей податливостью.

Выведем уравнения динамики манипулятора, работающего в цилиндрической системе координат, типа  $B \parallel P \perp P$  с учетом упругости одного основного звена 3 — руки (рис. 7.2). Особенностью конструкции таких роботов является значительная податливость в направлении изгиба выдвигающегося звена [7].

Будем считать, что вся масса звена 3 робота сосредоточена в одной точке  $C_3$  — центре масс звена 3, а звено 3 представляет собой упругий стержень, обладающий податливостью только на изгиб.

Для определения относительного положения звеньев свяжем с ними системы координат следующим образом: со звеном 1 свяжем систему координат  $Ax_1y_1z_1$ , направив ось  $z_1$  по оси вращательной пары  $A$ ; со звеном 2 свяжем систему координат  $Cx_2y_2z_2$ , направив ось  $z_2$  так же, как и  $z_1$ , а  $z_2$  — по оси поступательной пары  $C$ ; со звеном 3 свяжем

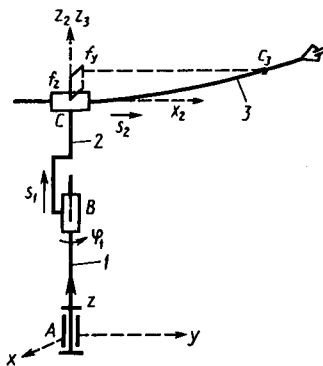


Рис. 7.2

систему  $C_3x_3y_3z_3$  с осями, параллельными соответствующим осям системы  $Cx_2y_2z_2$ .

Основным гибким звеном исполнительного механизма таких роботов является звено 3 – рука. Составим уравнение динамики транспортных движений с учетом изгибной упругости руки. Для составления дифференциальных уравнений используем оператор Лагранжа в виде

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, 2, 3),$$

где  $L = T - \Pi$  – функция Лагранжа – разность кинетической и потенциальной энергий;  $Q_i$  – обобщенная сила.

Примем

$$Q_i = Q_{in} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial \dot{q}_i},$$

где  $Q_{in}$  – усилие или момент  $i$ -го привода;  $\Phi = \sum_{i=1}^k (b_i \dot{q}_i^2 / 2)$  –

диссипативная функция Рэлея.

За обобщенные координаты системы примем:  $q_1 = \varphi_1$  – угол поворота звена 1 относительно стойки;  $q_2 = s_2$  – перемещение звена 2 относительно звена 1;  $q_3 = s_3$  – перемещение звена 3, как жесткого тела, относительно звена 2;  $q_4 = f_y$  – отклонение центра масс звена 3 за счет изгиба звена по оси  $y_3$  системы  $C_3x_3y_3z_3$ ;  $q_5 = f_z$  – отклонение центра масс звена 3 за счет изгиба звена по оси  $z_3$ . Положение центра масс звена 3 до изгиба считаем лежащим на оси звена. Изменением расстояния от центра  $C$  пары до центра масс  $C_3$  звена 3 при изгибе пренебрегаем ввиду малости.

Найдем кинетическую энергию механизма. Кинетическая энергия звена 1

$$T_1 = 0,5J_z \dot{\varphi}_1^2.$$

Кинетическая энергия звена 2

$$T_2 = 0,5J_{z2} \dot{\varphi}_1^2 + 0,5m_2 \dot{s}_2^2.$$

Кинетическую энергию звена 3 находим по теореме Кёнига:

$$T_3 = T'_3 + T''_3,$$

где  $T'_3$  – кинетическая энергия звена 3 в поступательном движении со скоростью центра масс;  $T''_3$  – кинетическая энергия во вращательном движении вокруг центра масс.

Кинетическую энергию  $T'_3$  определим с учетом движений по обобщенным координатам  $f_y$  и  $f_z$ . Имеем

$$T'_3 = 0,5m_3 V_{C3}^2 = 0,5m_3 [(\dot{s}_2 + \dot{f}_z)^2 + \dot{s}_3^2 + (\dot{\phi}_1 s_3 + \dot{f}_y)^2],$$

где  $\dot{f}_z$  и  $\dot{f}_y$  — скорости движения центра масс по обобщенным координатам  $f_z$  и  $f_y$ .

Кинетическая энергия во вращательном движении вокруг центра масс

$$T''_3 = 0,5J_{z3} \dot{\phi}_1^2.$$

Потенциальная энергия деформации изгиба руки

$$\Pi = 0,5cf^2 = 0,5c(f_z^2 + f_y^2),$$

где  $c = 3EI/s_3^3$  — жесткость звена 3 на изгиб.

Определяем обобщенные силы системы:

$$Q_1 = M_{1п} - b_1 \dot{\phi}_1; \quad Q_2 = Q_{2п} - b_2 \dot{s}_2 - P_2 - P_3; \\ Q_3 = Q_{3п} - b_3 \dot{s}_3; \quad Q_4 = 0; \quad Q_5 = -P_3,$$

где  $P_2, P_3$  — силы тяжести звеньев 2 и 3.

Функция Лагранжа имеет вид

$$L = 0,5m_3 [(\dot{s}_2 + \dot{f}_z)^2 + \dot{s}_3^2 + (\dot{\phi}_1 s_3 + \dot{f}_y)^2] + 0,5J_z \dot{\phi}_1^2 + 0,5m_2 \dot{s}_2^2 + \\ + 0,5J_{z3} \dot{\phi}_1^2 - 1,5(f_z^2 + f_y^2) EI/s_3^3 + 0,5J_{z2} \dot{\phi}_1^2.$$

Определяем частные производные от функции Лагранжа по обобщенным скоростям:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} = m_3 (\dot{\phi}_1 s_3 + \dot{f}_y) s_3 + (J_{z1} + J_{z2} + J_{z3}) \dot{\phi}_1;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_2} = m_3 (\dot{s}_2 + \dot{f}_z) + m_2 \dot{s}_2;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{s}_3} = m_3 \dot{s}_3;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{f}_y} = m_3 (\dot{\phi}_1 s_3 + \dot{f}_y);$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{f}_z} = m_3 (\dot{s}_2 + \dot{f}_z).$$

Определяем частные производные от функции Лагранжа по обобщенным координатам:

$$\frac{\partial L}{\partial \phi_1} = 0; \quad \frac{\partial L}{\partial s_2} = 0;$$

$$\frac{\partial L}{\partial s_3} = m_3 (\dot{\phi}_1 s_3 + \dot{j}_y) \dot{\phi}_1 + \frac{9}{2} (f_z^2 + f_y^2) \frac{EI}{s_3^4};$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_y} = -3 \frac{EI}{s_3^3} f_y;$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_z} = -3 \frac{EI}{s_3^3} f_z.$$

Определяем производные по времени от частных производных функции Лагранжа по обобщенным координатам:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) &= m_3 (\dot{\phi}_1 s_3 + \dot{j}_y) \ddot{\phi}_1 + m_3 s_3 (\ddot{\phi}_1 s_2 + \dot{s}_2 \dot{\phi}_1 + \dot{j}_y) + \\ &+ (J_{z1} + J_{z2} + J_{z3}) \ddot{\phi}_1; \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{s}_2} \right) = m_3 (\ddot{s}_2 + \ddot{j}_z) + m_2 \ddot{s}_2;$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{s}_3} \right) = m_3 \ddot{s}_3;$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{j}_y} \right) = m_3 (\ddot{\phi}_1 s_3 + \dot{\phi}_1 \dot{s}_3 + \ddot{j}_y);$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{j}_z} \right) = m_3 (\ddot{s}_2 + \ddot{j}_z).$$

Дифференциальные уравнения движения механизма с учетом изгибной упругости звена 3 имеют вид

$$(J_{z1} + J_{z2} + J_{z3}) \ddot{\phi}_1 + 2m_3 s_3 \dot{\phi}_1 \dot{s}_3 + m_3 s_3^2 \ddot{\phi}_1 + m_3 \dot{j}_y \dot{s}_3 + m_3 s_3 \ddot{j}_y = M_{1n} - b_1 \dot{\phi}_1;$$

$$m_3 (\ddot{s}_2 + \ddot{j}_z) + m_2 \ddot{s}_2 = Q_{2n} - b_2 \dot{s}_2 - p_2 - p_3;$$

$$m_3 \ddot{s}_3 - m_3 (\dot{\phi}_1 s_3 + \dot{j}_y) \dot{\phi}_1 - \frac{9}{2} (f_z^2 + f_y^2) \frac{EI}{s_3^4} = Q_{3n} - b_3 \dot{s}_3;$$

$$m_3 (\ddot{\phi}_1 s_3 + \dot{\phi}_1 \dot{s}_3 + \ddot{j}_y) + 3 \frac{EI}{s_3^3} f_y = 0;$$

$$m_3 (\ddot{s}_2 + \ddot{j}_z) + 3 \frac{EI}{s_3^3} f_z = 0.$$

Полученные уравнения позволяют решать задачу выбора жесткости звена 3 робота для заданной программы движения. Несмотря на значительные допущения, сделанные при построении динамической модели, полученные уравнения



описывают связь действующих сил приводов с изменениями обобщенных координат робота, как жесткой системы, и его упругими колебаниями.

Построим динамическую модель исполнительного механизма промышленного робота с двумя вращательными и одной поступательной кинематическими парами с учетом упругости звена 3. Такие механизмы составляют основу промышленных роботов, работающих в сферической системе координат, например «Универсал-15». Механизм транспортных движений этого робота схематично показан на рис. 7.3. Наиболее гибким звеном рассматриваемого механизма является, как правило, звено 3 — рука.

Составим уравнение динамики механизма с учетом изгибной упругости этого звена. Со звеньями механизма свяжем системы координат следующим образом. Со звеном 1 свяжем систему координат  $Ax_1y_1z_1$ , направив ось  $z_1$  по оси вращательной пары  $A$ , а ось  $x_1$  — по оси вращательной пары  $B$ , со звеном 2 свяжем систему координат  $Bx_2y_2z_2$ , направив ось  $x_2$  так же, как ось  $x_1$ , а ось  $z_2$  — по оси поступательной пары  $B$ , со звеном 3 в недеформированном положении свяжем систему координат  $C_3x_3y_3z_3$ , направив ось  $z_3$  так же, как ось  $z_2$ , а ось  $x_3$  — параллельно оси  $x_2$ .

Считаем, что точка  $C_3$  — центр масс звена 3 — в недеформированном положении находится на оси  $z_2$ . Вследствие деформации изгиба звена 3 его центр масс (точка  $C_3$ ) смещается в системе  $C_3x_3y_3z_3$  и занимает новое положение  $C'_3$ .

Положение точки  $C'_3$  можно определить в системе  $C_3x_3y_3z_3$  или  $Bx_2y_2z_2$  координатами  $f_x, f_y$ . Смещением точки  $C_3$  при изгибе вдоль оси  $z_3$  пренебрегаем ввиду малости.

За обобщенные координаты примем:  $\varphi_1$  — угол поворота звена 1 относительно стойки;  $\varphi_2$  — угол поворота звена 2 относительно звена 1;  $s$  — смещение звена 3 относительно звена 2;  $f_x$  — смещение центра масс звена 3 при изгибе вдоль оси  $x_3$ ;  $f_y$  — смещение центра масс звена 3 при изгибе вдоль оси  $y_3$ .

Найдем кинетическую энергию механизма как сумму кинетических энергий звеньев 1, 2, 3:

$$T = T_1 + T_2 + T_3. \quad (7.1)$$

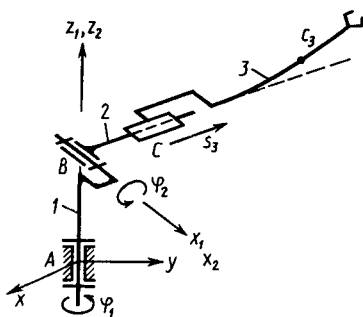


Рис. 7.3

Кинетическая энергия звена 1

$$T_1 = 0,5J_z^{(1)}\dot{\phi}_1^2. \quad (7.2)$$

Кинетическая энергия звена 2

$$T_2 = 0,5m_2V_{c_2}^2 + 0,5(J_{x_2}^{(2)}\omega_{x_2}^2 + J_{y_2}^{(2)}\omega_y^2 + J_{z_2}^{(2)}\omega_z^2). \quad (7.3)$$

Определим скорость центра масс звена 2 — точки  $C_2$  (считается, что она лежит на оси  $C_2$ ):

$$V_{C_2}^2 = \dot{\phi}_2^2 r_2^2 + \dot{\phi}_1^2 r_2^2 \sin^2 \varphi_2, \quad (7.4)$$

где  $r_2$  — расстояние от точки  $B$  до центра масс звена 2.

Проекция угловой скорости звена 2 на оси  $x_2 y_2 z_2$

$$\omega_{x_2} = \dot{\phi}_2; \quad \omega_{y_2} = \dot{\phi}_1 \sin \varphi_2; \quad \omega_{z_2} = \dot{\phi}_1 \cos \varphi_2, \quad (7.5)$$

тогда кинетическая энергия звена 2

$$T_2 = 0,5m_2 (\dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \varphi_2) r_2^2 + 0,5 (J_{x_2}^{(2)} \dot{\phi}_2^2 + J_{y_2}^{(2)} \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \varphi_2 + J_{z_2}^{(2)} \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \varphi_2). \quad (7.6)$$

Кинетическая энергия звена 3

$$T_3 = T'_3 + T''_3, \quad (7.7)$$

где  $T'_3$  — кинетическая энергия звена 3 в поступательном движении со скоростью центра масс в новом положении точки  $C'_3$ :

$$T'_3 = 0,5m_3 V_{C'_3}^2;$$

скорость  $V_{C'_3}$  найдем в проекциях на оси системы  $Bx_2 y_2 z_2$ :

$$V_{C'_3} = (\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x)^2 + (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y)^2;$$

$T''_3$  — кинетическая энергия звена 3 во вращательном движении; определим ее как энергию жесткого звена:

$$T_3 = 0,5m_3 [(\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x)^2 + (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y)^2 + \dot{s}^2] + 0,5 (J_{x_3}^{(3)} \dot{\phi}_2^2 + J_{y_3}^{(3)} \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \varphi_2 + J_{z_3}^{(3)} \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \varphi_2).$$

Кинетическая энергия механизма с учетом изгибной упругости звена 3

$$T = 0,5J_z^{(1)}\dot{\phi}_1^2 + 0,5m_2 (\dot{\phi}_2^2 + \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \varphi_2) r_2^2 + 0,5 (J_{x_2}^{(2)} \dot{\phi}_2^2 + J_{y_2}^{(2)} \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \varphi_2 + J_{z_2}^{(2)} \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \varphi_2) + 0,5m_3 [(\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x)^2 + (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y)^2 + \dot{s}^2] + 0,5 (J_{x_3}^{(3)} \dot{\phi}_2^2 + J_{y_3}^{(3)} \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \varphi_2 + J_{z_3}^{(3)} \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \varphi_2).$$

Потенциальная энергия деформации изгиба руки

$$\Pi = 0,5cf^2 = 0,5c(f_x^2 + f_y^2),$$

где  $c = 3EI/(s - l_2)^3$  — жесткость звена 3 на изгиб ( $l_2$  — длина звена 2 — величина постоянная).

Функция Лагранжа

$$L = T - \Pi.$$

Определим частные производные от функции Лагранжа по обобщенным скоростям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} &= J_z^{(1)} \dot{\phi}_1 + m_2 r_2^2 \dot{\phi}_1 \sin^2 \varphi_2 + J_{y_2}^{(2)} \dot{\phi}_1 \sin^2 \varphi_2 + \\ &+ J_{z_2}^{(2)} \dot{\phi}_1 \cos^2 \varphi_2 + m_3 (\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x) s \sin \varphi_2 + J_{y_3}^{(3)} \dot{\phi}_1 \sin^2 \varphi_2 + \\ &+ J_{z_3}^{(3)} \dot{\phi}_1 \cos^2 \varphi_2; \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} = m_2 \dot{\phi}_2 r_2^2 + J_{x_2}^{(2)} \dot{\phi}_2 + m_3 (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y) s + J_{x_3}^{(3)} \dot{\phi}_2;$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{s}} = m_3 \dot{s}; \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{f}_x} = m_3 (\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x); \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{f}_y} = m_3 (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y).$$

Определим частные производные от функции Лагранжа по обобщенным координатам:

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} &= 0; \quad \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = m_2 \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 r_2^2 + J_{y_2}^{(2)} \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 - \\ &- J_{z_2}^{(2)} \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + m_3 (\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x) \dot{\phi}_1 s \cos \varphi_2 + \\ &+ J_{y_3}^{(3)} \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 - J_{z_3}^{(3)} \dot{\phi}_1^2 \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 + \\ &+ \frac{9}{2} \frac{EI}{(s - l_2)^3} (f_x^2 + f_y^2); \end{aligned}$$

$$\frac{\partial L}{\partial s} = m_3 (\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x) \dot{\phi}_1 \sin \varphi_2 + m_3 (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y) \dot{\phi}_2;$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_x} = -\frac{3EI}{(s - l_2)^3} f_x; \quad \frac{\partial L}{\partial f_y} = -\frac{3EI}{(s - l_2)^3} f_y.$$

Определим производные по времени от частных производных функции Лагранжа по обобщенным координатам:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) &= \ddot{\phi}_1 (J_z^{(1)} + m_2 r_2^2 \sin^2 \varphi_2 + J_{y_2}^{(2)} \sin^2 \varphi_2 + \\ &+ J_{z_2}^{(2)} \cos^2 \varphi_2 + J_{y_3}^{(3)} \sin^2 \varphi_2 + J_{z_3}^{(3)} \cos^2 \varphi_2) + \dot{\phi}_1 [2m_2 r_2^2 \sin \varphi_2 \times \\ &\times \cos \varphi_2 \cdot \dot{\phi}_2 + 2(J_{y_2}^{(2)} + J_{y_3}^{(3)}) \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \cdot \dot{\phi}_2 - 2(J_{z_2}^{(2)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + J_{x_3}^{(3)} \sin \varphi_2 \cos \varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2] + m_3 (\dot{s} \sin \varphi_2 + s \cos \varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2) \times \\
& \times (\dot{\varphi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x) + m_3 s \sin \varphi_2 (\ddot{\varphi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_1 \dot{s} \sin \varphi_2 + \\
& + \dot{\varphi}_1 s \cos \varphi_2 \cdot \dot{\varphi}_2 + \ddot{f}_x); \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) &= \ddot{\varphi}_2 (m_2 r_2^2 + J_{x_2}^{(2)} + J_{x_3}^{(3)}) + m_3 s (\ddot{\varphi}_2 s + \dot{\varphi}_2 \dot{s} + \ddot{f}_y) + \\
& + m_3 (\dot{\varphi}_2 s + \dot{f}_y) \dot{s}; \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{s}} \right) &= m_3 \ddot{s}; \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{f}_x} \right) &= m_3 \ddot{\varphi}_1 s \sin \varphi_2 + m_3 \dot{\varphi}_1 (\dot{s} \sin \varphi_2 + s \cos \varphi_2 \dot{\varphi}_2) + m_3 \ddot{f}_x; \\
\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{f}_y} \right) &= m_3 \ddot{\varphi}_2 s + m_3 \dot{\varphi}_2 \dot{s} + m_3 \ddot{f}_y.
\end{aligned}$$

Определяем обобщенные силы. Составим выражение суммы элементарных работ сил на возможных перемещениях системы:

$$\sum \delta A_{\varphi_1} = M_{1п} \delta \varphi_1.$$

Отсюда обобщенная сила  $Q_1 = M_{1п}$ .

Сумма элементарных работ на возможном перемещении по обобщенной координате  $\varphi_2$

$$\sum \delta A_{\varphi_2} = P_2 r_2 \sin \varphi_2 \delta \varphi_2 + P_3 s \sin \varphi_2 \delta \varphi_2 + M_{2п} \delta \varphi_2;$$

откуда

$$Q_2 = P_2 r_2 \sin \varphi_2 + P_3 s \sin \varphi_2 + M_{2п}.$$

Определяем обобщенную силу  $Q_3$ :

$$\sum \delta A = -(P_2 + P_3) \cos \varphi_2 \delta s + Q_{3п} \delta s;$$

$$Q_3 = -(P_2 + P_3) \cos \varphi_2 + Q_{3п}.$$

Определяем обобщенную силу  $Q_4$  по координате  $f_y$ :

$$\sum \delta A_{f_y} = -P_3 \sin \varphi_2 \delta f_y;$$

$$Q_4 = -P_3 \sin \varphi_2.$$

Обобщенная сила  $Q_5$  по координате  $f_z$

$$Q_5 = -P_3 \cos \varphi_2.$$

Таким образом, дифференциальные уравнения движения механизма  $B \perp B \perp П$  с учетом изгибной упругости звена 3 имеют такой вид:

$$\begin{aligned}
& \ddot{\phi}_1 [J_z^{(1)} + m_2 r_2^2 \sin^2 \varphi_2 + (J_{y_2}^{(2)} + J_{y_3}^{(3)}) \sin^2 \varphi_2 + (J_{z_2}^{(2)} + J_{z_3}^{(3)}) \times \\
& \times \cos^2 \varphi_2] + \dot{\phi}_1 [2m_2 r_2^2 \sin 2\varphi_2 \cos \varphi_2 \cdot \dot{\phi}_2 + (J_{y_2}^{(2)} + J_{y_3}^{(3)}) \times \\
& \times \dot{\phi}_2 \sin 2\varphi_2 - (J_{z_2}^{(2)} + J_{z_3}^{(3)}) \dot{\phi}_2 \sin 2\varphi_2] + m_3 (\dot{s} \sin \varphi_2 + \\
& + s \cos \varphi_2 \cdot \dot{\phi}_2) \cdot (\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x) + m_3 s \sin \varphi_2 (\ddot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \\
& + \dot{\phi}_1 \dot{s} \sin \varphi_2 + \dot{\phi}_1 s \cos \varphi_2 \cdot \dot{\phi}_2 + \ddot{f}_x) = M_{1n}; \\
& \ddot{\phi}_2 (m_2 r_2^2 + J_{x_2}^{(2)} + J_{x_3}^{(3)}) + m_3 s (\ddot{\phi}_2 s + \dot{\phi}_2 \dot{s} + \ddot{f}_y) + \\
& + m_3 (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y) \dot{s} - 0,5 m_2 \dot{\phi}_1 r_2^2 \sin 2\varphi_2 - 0,5 \dot{\phi}_1^2 \sin 2\varphi_2 \times \\
& \times [J_{y_2}^{(2)} - J_{z_2}^{(2)} + J_{y_3}^{(3)} - J_{z_3}^{(3)}] - \frac{9}{2} \frac{EI}{(s - l_2)^3} (f_x^2 + f_y^2) = \\
& = (P_2 r_2 + P_3 s) \sin \varphi_2 + M_{2n}; \\
& m_3 \ddot{s} - m_3 (\dot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + \dot{f}_x) \dot{\phi}_1 \sin \varphi_2 - m_3 (\dot{\phi}_2 s + \dot{f}_y) \dot{\phi}_2 = \\
& = -(P_2 + P_3) \cos \varphi_2 + Q_{3n}; \\
& m_3 \ddot{\phi}_1 s \sin \varphi_2 + m_3 \dot{\phi}_1 (\dot{s} \sin \varphi_2 + s \cos \varphi_2 \cdot \dot{\phi}_2) + \\
& + 3 \frac{EI}{(s - l_2)} f_x = -P_3 \sin \varphi_2; \\
& m_3 \ddot{\phi}_2 s + m_3 \dot{\phi}_2 \dot{s} + m_3 \ddot{f}_y + 3 \frac{EI}{(s - l_2)} f_y = -P_3 \cos \varphi_2.
\end{aligned}$$

Полученные уравнения дают возможность определить влияние изгибной упругости руки на ее движение при различных программах движения и выбрать ее жесткость исходя из допустимой точности позиционирования.

Собственные частоты колебаний руки манипулятора с грузом можно определить, используя модель балки на двух опорах (рис. 7.4, а).

Обозначим через  $y$  поперечное перемещение, тогда инерционная сила, приходящаяся на единицу длины балки, будет равна  $g = -m\ddot{y}$ , где  $m$  — погонная масса. Так как  $EI_y^{IV} =$

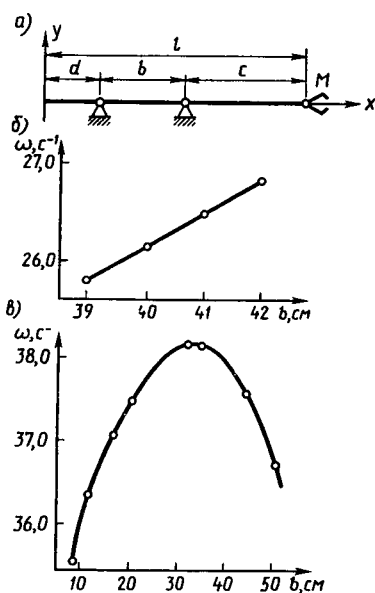


Рис. 7.4

$= g$ , отсюда получаем дифференциальное уравнение поперечных колебаний балки:

$$EI y^{\text{IV}} = -m\ddot{y}. \quad (7.8)$$

Решение ищем в виде

$$y = Y \sin \omega t, \quad (7.9)$$

где  $y = f(x)$  — собственная форма колебаний;  $\omega$  — собственная частота. После подстановки (7.9) в (7.8) получаем

$$Y^{\text{IV}} - a^4 Y = 0, \quad (7.10)$$

где  $a^4 = m\omega^2/(EI)$ .

Общее решение уравнения (7.10) для трех участков балки запишем в виде

$$Y_1 = A_1 \sin ax + B_1 \cos ax + C_1 \operatorname{sh} ax + D_1 \operatorname{ch} ax;$$

$$Y_2 = A_2 \sin ax + B_2 \cos ax + C_2 \operatorname{sh} ax + D_2 \operatorname{ch} ax;$$

$$Y_3 = A_3 \sin ax + B_3 \cos ax + C_3 \operatorname{ch} ax + D_3 \operatorname{ch} ax.$$

Отбор собственных частот и соответствующих им собственных форм осуществляется с помощью краевых условий задачи:

на свободном конце равны нулю изгибающий момент и поперечная сила:

$$Y_1'' = 0; \quad Y_1''' = 0; \quad (7.11)$$

на шарнирно опертом конце равен нулю прогиб, а изгибающий момент и поперечная сила равны соответствующим усилиям на левом конце 2-го участка; кроме того, на левом конце 2-го участка прогиб равен нулю:

$$y_1 = 0; \quad y_2 = 0; \quad y_1' = y_2'; \quad y_1'' = y_2''; \quad (7.12)$$

на границе 2-го и 3-го участков

$$y_2 = 0; \quad y_3 = 0; \quad y_2' = y_3'; \quad y_2'' = y_3''; \quad (7.13)$$

на правом конце 3-го участка имеется сосредоточенная масса  $M_1$ :

$$2EI y''' = -\omega^2 M y; \quad M = P/g, \quad \text{так как } 2EI y''' = M y'';$$

$$y''' = -\frac{\omega^2 M}{2EI} y, \quad \text{где } \frac{\omega^2 M}{2EI} = k^4, \quad \text{тогда}$$

$$y'' = 0; \quad y''' = -k^4 y. \quad (7.14)$$

Найдем предварительно значения требуемых производных от  $y$  по  $x$  для всех  $y_i$ :

$$\begin{aligned}
y_i &= A_i \sin ax + B_i \cos ax + C_i \operatorname{sh} ax + D_i \operatorname{ch} ax; \\
y_i' &= A_i a \cos ax + B_i a \sin ax + C_i a \operatorname{ch} ax + D_i a \operatorname{sh} ax; \\
y_i'' &= -A_i a^2 \sin ax - B_i a^2 \cos ax + C_i a^2 \operatorname{sh} ax + D_i a^2 \operatorname{ch} ax; \\
y_i''' &= -A_i a^3 \cos ax + B_i a^3 \sin ax + C_i a^3 \operatorname{ch} ax + D_i a^3 \operatorname{sh} ax;
\end{aligned} \tag{7.15}$$

при  $x = -d$

$$\begin{aligned}
A_1 \sin ad - B_1 \cos ad - C_1 \operatorname{sh} ad + D_1 \operatorname{ch} ad &= 0; \\
-A_1 \cos ad - B_1 \sin ad + C_1 \operatorname{ch} ad - D_1 \operatorname{sh} ad &= 0;
\end{aligned} \tag{7.16}$$

при  $x = 0$

$$\begin{aligned}
B_1 + D_1 = 0; \quad B_2 + D_2 = 0; \\
A_1 + C_1 - A_2 - C_2 = 0; \quad -B_1 + D_1 + B_2 - D_2 = 0;
\end{aligned} \tag{7.17}$$

при  $x = b$

$$\begin{aligned}
A_2 \sin ab + B_2 \cos ab + C_2 \operatorname{sh} ab + D_2 \operatorname{ch} ab &= 0; \\
A_3 \sin ab + B_3 \cos ab + C_3 \operatorname{sh} ab + D_3 \operatorname{ch} ab &= 0; \\
A_2 \cos ab - A_3 \cos ab - B_2 \sin ab + B_3 \sin ab + C_2 \operatorname{ch} ab - \\
- C_3 \operatorname{ch} ab + D_2 \operatorname{sh} ab - D_3 \operatorname{sh} ab &= 0; \\
-A_2 \sin ab + A_3 \sin ab - B_2 \cos ab + B_3 \cos ab + C_2 \operatorname{sh} ab - \\
- C_3 \operatorname{sh} ab + D_2 \operatorname{ch} ab - D_3 \operatorname{ch} ab &= 0;
\end{aligned} \tag{7.18}$$

при  $x = b + c$

$$\begin{aligned}
-A_3 \sin [a(b+c)] - B_3 \cos [a(b+c)] + C_3 \operatorname{sh} [a(b+c)] + \\
+ D_3 \operatorname{ch} [a(b+c)] &= 0; \\
A_3 \alpha + B_3 \beta + C_3 \gamma + D_3 \xi &= 0,
\end{aligned} \tag{7.19}$$

где

$$\begin{aligned}
\alpha &= k^4 \sin [a(b+c)] - a^3 \cos [a(b+c)]; \\
\beta &= k^4 \cos [a(b+c)] + a^3 \sin [a(b+c)]; \\
\gamma &= k^4 \operatorname{sh} [a(b+c)] + a^3 \operatorname{ch} [a(b+c)]; \\
\xi &= k^4 \operatorname{ch} [a(b+c)] + a^3 \operatorname{sh} [a(b+c)].
\end{aligned}$$

Отличное от нуля решение системы (7.11)–(7.19) получится при равенстве нулю ее определителя:

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	
1	$\sin ad$	0	0	$-\cos ad$	0	0	
2	$-\cos ad$	0	0	$-\sin ad$	0	0	
3	0	0	0	1	0	0	
4	0	0	0	0	1	0	
5	1	-1	0	0	0	0	
6	0	0	0	-1	1	0	→
7	0	$\sin ab$	0	0	$\cos ab$	0	
8	0	0	$\sin ab$	0	0	$\cos ab$	
9	0	$\cos ab$	$-\cos ab$	0	$-\sin ab$	$\sin ab$	
10	0	$-\sin ab$	$\sin ab$	0	$-\cos ab$	$\cos ab$	
11	0	0	$-\sin[a(b+c)]$	0	0	$-\cos[a(b+c)]$	
12	0	0	$\alpha$	0	0	$\beta$	

	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$D_1$	$D_2$	$D_3$	
	$-\text{sh } ad$	0	0	$\text{ch } ad$	0	0	
	$\text{ch } ad$	0	0	$-\text{sh } ad$	0	0	
	0	0	0	1	0	0	
	0	0	0	0	1	0	
	1	-1	0	0	0	0	
	0	0	0	1	-1	0	
→	0	$\text{sh } ab$	0	0	$\text{ch } ab$	0	
	0	0	$\text{sh } ab$	0	0	$\text{ch } ab$	
	0	$\text{ch } ab$	$-\text{ch } ab$	0	0	$-\text{sh } ab$	
	0	$\text{sh } ab$	$-\text{sh } ab$	0	$\text{ch } ab$	$-\text{ch } ab$	
	0	0	$\text{sh}[a(b+c)]$	0	0	$\text{ch}[a(b+c)]$	
	0	0	$\gamma$	0	0	$\xi$	

Используя полученное выше решение, определим собственную частоту колебаний руки робота, принимая в качестве расчетной модели балку с грузом на конце, скользящую на двух опорах. Примем  $D = 6$  см,  $d = 3$  см, момент инерции балки ( $\text{см}^4$ )  $I_1 = \pi(D^4 - d^4)/64 = 1215\pi/64$ ; жесткость на изгиб системы, состоящей из двух горизонтальных балок,  $EI = 2EI_1$ , где  $E = 2,1 \cdot 10^6$  кг/см<sup>2</sup>;  $EI = 2EI_1 = 2 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \times 1215\pi/64 = 40 \cdot 10^6\pi$  кг·см<sup>2</sup>; плотность материала балки  $\rho = 7,8 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>; площадь поперечного сечения  $F = \pi(D^2 - d^2)/4 = \pi \cdot 6,75$  см<sup>2</sup>; погонная масса балки  $m = \rho F$ ; размеры участков  $d = 25$  см,  $b = 41$  см,  $c = 138$  см.

Собственная частота колебаний системы с указанными размерами, нагруженной на конце грузом  $P = 42$  кг,  $\omega = 26,47$  с<sup>-1</sup>.

Собственные частоты колебаний той же системы с грузом  $P$  при изменении размера между опорами представлены на рис. 7.4, б, в.



### 7.3. Динамические модели двухзвенных шарнирных манипуляторов с учетом упругости звеньев

Методы анализа динамики двухзвенных упругих манипуляторов представлены в работах [2, 3, 13].

Рассмотрим динамику плоских движений двухзвенного упругого манипулятора, несущего груз. Плоский манипулятор состоит из двух звеньев  $OO_1$  и  $O_1O_2$ , представляющих собой упругие стержни одинаковой длины и одинакового сечения, и трех вращательных шарниров  $O, O_1, O_2$ , оси которых перпендикулярны плоскости  $Oxy$  звена манипулятора, совершающего движения в этой плоскости (рис. 7.5).

Считаем, что тонкие упругие стержни  $OO_1, O_1O_2$  могут совершать поперечные и крутильные колебания малой амплитуды. Изменением их длины, а также продольными упругими смещениями пренебрегаем по сравнению с амплитудой поперечных смещений. Груз  $P$  считаем абсолютно твердым телом с заданными инерционными характеристиками. Массу  $m$  груза  $P$  считаем много большей массы манипулятора.

Последнее предположение позволяет пренебречь кинетической энергией манипулятора по сравнению с кинетической энергией груза, а также считать частоты собственных упругих колебаний стержней много большими частот колебаний груза, обусловленных упругостью манипулятора.

Наряду с упругой моделью будем рассматривать также вспомогательную абсолютно жесткую модель манипулятора, у которой углы в шарнирах и длины звеньев те же, что и в реальной упругой модели. На рис. 7.5 жесткая модель показана тонкими линиями.

Найдем функции Лагранжа для данной системы. Для определения потенциальной энергии упругого двухзвенного манипулятора используем формулу для потенциальной энергии прямолинейного однородного стержня длиной  $l$ . Сечение стержня считаем кольцевым или круговым. Пусть один конец (левый) стержня жестко заделан, а на другом заданы вектор упругого смещения  $\vec{R}$  и вектор поворота  $\vec{\Phi}$ . Стержень находится в равно-

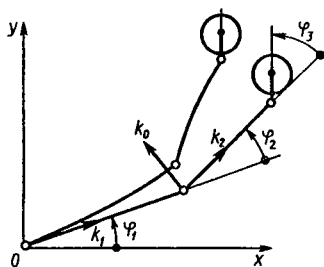


Рис. 7.5

веси. Обозначим через  $\dot{u}(s)$  вектор упругого смещения нейтральной оси стержня, а через  $\varphi(s)$  — угол поворота сечения стержня вокруг оси (здесь аргумент  $s$  — длина стержня, отсчитываемая от его левого конца,  $0 \leq s \leq l$ ). Потенциальная упругая энергия деформированного стержня

$$\Pi = \frac{EI}{2} \int_0^l [u''(s)]^2 ds + \frac{c}{2} \int_0^l [\varphi'(s)]^2 ds. \quad (7.20)$$

Здесь штрихами обозначены производные по  $s$ ;  $E$  — модуль продольной упругости материала стержня;  $I$  — момент инерции сечения стержня;  $c$  — жесткость стержня на кручение. Функции  $u(s)$  и  $\varphi(s)$  в квазистатическом приближении удовлетворяют граничным условиям:

$$\begin{aligned} u^{IV}(s) = 0; \quad \varphi''(s) = 0; \quad u(0) = u'(0) = \varphi(0) = 0; \\ u(l) = R; \quad u'(l) = \vec{\Phi} \cdot \vec{k}; \quad \varphi(l) = \vec{\Phi} \cdot \vec{k}, \end{aligned} \quad (7.21)$$

где  $\vec{k}$  — единичный вектор, направленный по оси стержня в недеформированном состоянии.

Подставляя в соотношение (7.20) решение краевой задачи (7.21), равное

$$\begin{aligned} \dot{u}(s) = (3\vec{R} - l\vec{\Phi} \times \vec{k})(s/l)^2 + (l\vec{\Phi} \times \vec{k} - 2\vec{R})(s/l)^3; \\ \varphi(s) = \vec{\Phi} \cdot \vec{k}(s/l), \end{aligned} \quad (7.22)$$

получим потенциальную энергию упругого стержня в виде

$$\Pi = \frac{2EI}{l} \left[ 3 \frac{\vec{R}^2}{l^2} - 3 \frac{\vec{R}}{l} (\vec{\Phi} \times \vec{k}) + (\vec{\Phi} \times \vec{k})^2 \right] + \frac{c}{2l} (\vec{\Phi} \cdot \vec{k})^2. \quad (7.23)$$

Обозначим:  $\vec{k}_j$  — орт, направленный по оси  $j$ -го стержня в недеформированном состоянии;  $\vec{R}_j, \vec{\Phi}_j$  — векторы смещения и поворота конца  $j$ -го стержня относительно недеформированной конфигурации ( $j = 1, 2$ );  $\vec{k}_0$  — орт, перпендикулярный  $\vec{k}_2$  и лежащий в плоскости  $Oxy$  (рис. 7.5). Жесткое смещение конца второго стержня (точки  $O_2$ )  $\vec{R}_2^0 = \vec{R}_1 + \vec{\Phi} \times \vec{k}_2 l_2$ . Упругое смещение и вектор упругого поворота конца второго стержня запишутся так:

$$\vec{R}_2 - \vec{R}_2^0 = R_2 - \vec{R}_1 - \vec{\Phi}_1 \times \vec{k}_2 l_2. \quad (7.24)$$

Составим уравнение потенциальной энергии двухзвенника, пользуясь формулой (7.23) и подставляя в нее вместо  $\vec{R}_j$ ,  $\vec{\Phi}_j$  векторы  $\vec{R}_1$ ,  $\vec{\Phi}_1$  для первого стержня и векторы  $\vec{R}_2$ ,  $\vec{\Phi}_2$  для второго стержня. Получим

$$\begin{aligned} \Pi = \Pi_1 + \Pi_2 = & 2E_1 I_1 l_1^{-1} [3\vec{R}_1^2 l_1^{-2} - 3\vec{R}_1 (\vec{\Phi}_1 \times \vec{k}_1) l_1^{-1} + \\ & + (\vec{\Phi}_1 \times \vec{k}_1)^2] + 0,5c_1 (\vec{\Phi}_1 \cdot \vec{k}_1)^2 l_1^{-1} + 2EI_2 l_2^{-1} \{3(\vec{R}_2 - \vec{R}_1 - \vec{\Phi}_1 \times \\ & \times \vec{k}_2 l_2) l_2^{-1} - 3(\vec{R}_2 - \vec{R}_1 - \vec{\Phi}_1 \times \vec{k}_2 l_2) [(\vec{\Phi}_2 - \vec{\Phi}_1) \times \vec{k}_2] l_2^{-1} + \\ & + [(\vec{\Phi}_2 - \vec{\Phi}_1) \times \vec{k}_2]^2\} + 0,5c_2 [(\vec{\Phi}_2 - \vec{\Phi}_1) \cdot \vec{k}_2]^2 l_2^{-1}. \end{aligned} \quad (7.25)$$

Здесь  $l_j$  ( $j = 1, 2$ ) — длины звеньев манипулятора;  $c_j$  ( $j = 1, 2$ ) — жесткости звеньев на изгиб;  $k_j$  ( $j = 1, 2$ ) — жесткости звеньев на кручение.

Каждый из векторов  $\vec{R}_j$ ,  $\vec{\Phi}_j$  представим в виде суммы двух векторов, один из которых, помеченный одним штрихом, лежит в плоскости недеформированного манипулятора  $Oxy$ , а второй, помеченный двумя штрихами, перпендикулярен этой плоскости:

$$\vec{R}_j = \vec{R}'_j + \vec{R}''_j; \quad \vec{\Phi}_j = \vec{\Phi}'_j + \vec{\Phi}''_j. \quad (7.26)$$

Подставим формулы (7.26) в (7.25). Отметим, что векторы вида  $\vec{\Phi}'_j \times \vec{k}_p$  направлены перпендикулярно плоскости  $Oxy$ , а векторы вида  $\vec{\Phi}''_j \times \vec{k}_p$  лежат в этой плоскости ( $j, p = 1, 2$ ). Представим потенциальную энергию в виде суммы двух слагаемых:  $\Pi'$ , соответствующей движениям в плоскости  $Oxy$ , и  $\Pi''$ , соответствующей движениям в плоскости, перпендикулярной плоскости  $Oxy$ . Имеем

$$\begin{aligned} \Pi' = & 2E_1 I_1 l_1^{-1} [3(\vec{R}'_2)^2 l_1^{-2} - 3l_1^{-1} \vec{R}'_1 (\vec{\Phi}'_1 \times \vec{k}_1) + (\vec{\Phi}'_1 \times \vec{k}_1)^2] + \\ & + 2E_2 l_2 l_1^{-1} - \{3l_2^{-2} (\vec{R}'_2 - \vec{R}'_1 - \vec{\Phi}'_1 \times \vec{k}_2 l_2)^2 - 3l_2^{-1} (\vec{R}'_2 - \vec{R}'_1 - \\ & - \vec{\Phi}'_1 \times \vec{k}_2 l_2) [(\vec{\Phi}'_2 - \vec{\Phi}'_1) \times \vec{k}_2] + [(\vec{\Phi}'_2 - \vec{\Phi}'_1) \times \vec{k}_2]^2\} \end{aligned} \quad (7.27)$$

[выражение для второго слагаемого  $\Pi''$  здесь не приводим, так как ниже рассматриваются только плоские колебания (в плоскости  $Oxy$ )].

Потенциальную энергию  $\Pi'$  (7.27) можно представить как квадратичную форму от шести скалярных переменных: проекций  $x_1, y_1$  вектора  $\vec{R}'_1$  на орты  $\vec{k}_2, \vec{k}_0$ ; проекций  $x, y$  вектора  $\vec{R}'_2$  на те же орты и величин  $\vec{\Phi}'_1$  и  $\vec{\Phi}'_2$ . Из этих шести переменных можно исключить величины  $x_1, y_1, \vec{\Phi}'_1$ , используя условия

$$\vec{R}'_1 \cdot \vec{k}_1 = 0; \quad (\vec{R}'_2 - \vec{R}'_1) \cdot \vec{k}_2 = 0; \quad \partial \Pi' / \partial \Phi''_1 = 0. \quad (7.28)$$

Первые два равенства (7.28) есть условия нерастяжимости

первого и второго стержней. Третье равенство (7.28) показывает, что равновесное значение угла  $\Phi_1''$  должно соответствовать минимуму потенциальной энергии системы.

Обозначим через  $\varphi_1$  угол поворота плечевого шарнира, отсчитываемый от оси  $Ox$ ,  $\varphi_2$  — угол поворота локтевого шарнира (угол между ортами  $\vec{k}_1, \vec{k}_2$ ),  $\varphi_3$  — угол поворота кистевого шарнира, т. е. угол между ортом  $\vec{k}_2$  и отрезком  $O_2O$ , соединяющим шарнир  $O_2$  с проекцией центра инерции груза  $P$  на плоскость  $Oxy$ . Имеем, очевидно,  $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 \cos \varphi_2 - \vec{k}_0 \sin \varphi_2$  (рис. 7.5). Подставим это выражение в формулы (7.27), (7.28) и затем разложим векторы  $\vec{R}'_1, \vec{R}'_2$  по осям  $\vec{k}_2, \vec{k}_0$ . С помощью равенства (7.28) выразим  $x_1, y_1, \Phi''$  через  $x, y, \psi$ . После преобразований соотношения (7.27) получим искомую потенциальную энергию  $\Pi'$  в виде положительно-определенной квадратичной формы от вектора  $\vec{q}$ :

$$\Pi' = \frac{1}{2} C \vec{q} \cdot \vec{q}; \quad \vec{q} = (x, y, \psi), \quad (7.29)$$

где

$$C = \frac{3EI_2}{l_2^3(1+\xi)} \begin{bmatrix} [(\eta - \xi \cos \varphi_2)^2 + 4\xi(\eta + \cos \varphi)^2]/(\xi \sin^2 \varphi_2) & & \\ -[3\eta + (4 + \xi) \cos \varphi_2]/\sin \varphi_2 & \rightarrow & \\ [\eta + (2 + \xi) \cos \varphi_2]/\sin \varphi_2 & & \\ -[3\eta + (4 + \xi) \cos \varphi_2]/\sin \varphi_2 & [\eta + (2 + \xi) \cos \varphi_2]/\sin \varphi_2 & \\ \rightarrow & 4 + \xi & -(2 + \xi) \\ -(2 + \xi) & & 4/3 + \xi \end{bmatrix};$$

$$\xi = E_2 I_2 l_1 / E_1 I_1 l_2; \quad \eta = l_2 / l_1.$$

Здесь  $\vec{q}$  — вектор обобщенных координат, определяющий вместе с углами  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  положение груза. Отметим, что матрица  $C$  зависит только от угла  $\varphi_2$ .

Кинетическая энергия системы в силу сделанных предположений есть кинетическая энергия плоского движения груза  $P$  и равна

$$T = 0,5 m \dot{r}_Q^2 + 0,5 J (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3 + \dot{\psi})^2, \quad (7.30)$$

где  $m$  — масса груза,  $J$  — центральный момент инерции груза относительно оси, перпендикулярной плоскости  $Oxy$ ;  $\vec{r}_Q$  — радиус-вектор проекции центра инерции груза  $P$  на плоскость  $Oxy$ . Обозначая  $O_2O = r$ , представим проекции вектора  $\vec{r}_Q$  на плоскость  $Oxy$  в виде (угол  $\psi$  исключен ввиду его малости)

$$\begin{aligned}
r_x &= l_1 \cos \varphi_1 + (l_2 + x) \cos (\varphi_1 + \varphi_2) - y \sin (\varphi_1 + \varphi_2) + \\
&+ r [\cos (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) - \psi \sin (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)]; \\
r_y &= l_1 \sin \varphi_1 + (l_2 + x) \sin (\varphi_1 + \varphi_2) + y \cos (\varphi_1 + \varphi_2) + \\
&+ r [\sin (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3) + \psi \cos (\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3)]; \\
\dot{r}_Q^2 &= \dot{r}_x^2 + \dot{r}_y^2.
\end{aligned} \tag{7.31}$$

Подставляя (7.31) в (7.30), получим кинетическую энергию в виде неоднородной квадратичной формы  $q, \dot{q}$  с коэффициентами, зависящими от  $\varphi, \dot{\varphi}$ .

Искомая функция Лагранжа  $L = T - \Pi'$  определена равенствами (7.29), (7.31) и является функцией вида  $L = L(q, \dot{q}, \varphi, \dot{\varphi})$ , а именно неоднородной квадратичной формой от  $q, \dot{q}$ , где  $q$  — вектор обобщенных координат (7.29);  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$ .

Составим уравнения движения манипулятора. Предполагаем, что на манипулятор с грузом действуют только управляющие воздействия в шарнирах, которые обеспечивают изменение углов по заданным законам:  $\varphi_j = \varphi_j(t)$  ( $j = 1, 2, 3$ ). Используем оператор Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3), \tag{7.32}$$

в который подставим  $L = T - \Pi'$  согласно (7.29) — (7.31).

При сделанных выше предположениях (при выводе выражений для потенциальной и кинетической энергий) малыми считались угол упругой закрутки  $\psi$ , упругие отклонения  $x, y$  по сравнению с длиной звена  $l$ , а также угловые скорости  $\dot{\varphi}_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) по сравнению с низшей (основной) частотой колебаний манипулятора с грузом. Уравнения (7.32) будут содержать слагаемые разного порядка малости. Величины вида  $\dot{\varphi}^2 |q|, |\ddot{\varphi}| |q|$  должны быть опущены как малые высших порядков. После этого уравнения движения в матричной форме примут вид

$$A\dot{q} + G\dot{q} + Cq = B\dot{\varphi} + f, \tag{7.33}$$

где  $A, G, C, B$  — матрицы размером  $3 \times 3$ ;  $q, \varphi, f$  — вектор-столбцы; матрицы  $A, C, B$  зависят только от конфигурации манипулятора, причем

$$A = A(\varphi_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -r \sin \varphi_3 \\ 0 & 1 & r \cos \varphi_3 \\ -r \sin \varphi_3 & r \cos \varphi_3 & J/m + r^2 \end{bmatrix} m; \tag{7.34}$$

$$B = B(\varphi_2, \varphi_3) = \begin{bmatrix} -l_1 \sin \varphi_2 + r \sin \varphi_3 & & \\ -l_1 \cos \varphi_2 - l_2 - r \cos \varphi_3 & & \rightarrow \\ -rl_1 \cos(\varphi_2 + \varphi_3) - rl_2 \cos \varphi_3 - J/m - r_2 & & \\ & r \sin \varphi_3 & r \sin \varphi_3 \\ \rightarrow & -l_2 - r \cos \varphi_3 & -r \cos \varphi_3 \\ & -l_2 r \cos \varphi_3 - J/m - r_2 & -J/m - r^2 \end{bmatrix}.$$

Матрица  $C = C(\varphi_2)$  имеет вид (7.29). При  $\varphi_2 = 0$  матрица вырождается, что соответствует распрямленному и сложенному в локтевом шарнире манипулятору.

Элементы матрицы  $G$  – линейные функции от  $\dot{\varphi}$ :

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2) & & \\ \dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 & 0 & & \rightarrow \\ (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)r \cos \varphi_3 & (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)r \sin \varphi_3 & & \\ & -(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3)r \cos \varphi_3 & & \\ \rightarrow & -(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3)r \sin \varphi_3 & & \\ & 0 & & \end{bmatrix} m. \quad (7.35)$$

Компоненты вектора  $f_i$  в (7.33) являются однородными квадратичными формами от  $\dot{\varphi}$  с коэффициентами, зависящими от  $\varphi$ :

$$\begin{aligned} f_1 &= ml_1 \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_2 + ml_2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 + mr (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3)^2 \cos \varphi_3; \\ f_2 &= -ml_1 \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_2 + mr (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\varphi}_3)^2 \sin \varphi_3; \\ f_3 &= -mrl_1 \dot{\varphi}_1^2 \sin(\varphi_2 + \varphi_3) - mrl_2 (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2)^2 \sin \varphi_3. \end{aligned} \quad (7.36)$$

Разрешим полученную линейную систему (7.33)–(7.36) относительно вторых производных  $\ddot{x}$ ,  $\ddot{y}$ ,  $\ddot{\psi}$  и перейдем к безразмерным переменным по формулам

$$\begin{aligned} t' &= vt; \quad x' = x/l_2; \quad y' = y/l_2; \\ v &= [3E_2 I_2 / (ml_2^3)]^{1/2}, \end{aligned} \quad (7.37)$$

где  $v$  – частота свободных колебаний консоли длиной  $l_2$  с точечной массой  $m$  на конце и нулевой собственной массой.

После преобразований получим линейную систему уравнений движения вида

$$\ddot{q} = G_1 q + C_1 \dot{q} = B_1 \ddot{\varphi} + f_1, \quad (7.38)$$

где  $q$  – вектор с компонентами  $x', y', \psi$ ; штрихи у безразмерных переменных (7.37) в дальнейшем опускаем; матрицы  $G_1, C_1, B_1$  и вектор  $f_1$  получаются из матриц  $A, G, C, B$  в результате преобразования: замены (7.37) и разрешения системы (7.33) относительно старших производных. В результате получим систему (7.38), содержащую безразмерные параметры:

$$\xi = [E_2 I_2 / (E_1 I_1)] \eta; \quad \eta = l_2 / l_1; \quad \kappa = r / l_2; \quad \beta = ml_2^2 / I.$$

Интегрирование системы на ЭВМ на интервале  $[0, \tau]$  при нулевых начальных условиях  $x(0) = y(0) = \dot{x}(0) = \dot{y}(0) = \psi(0) = \dot{\psi}(0) = 0$  показало, что движение груза носит колебательный характер, а частота колебаний груза заметно изменяется с изменением угла  $\varphi_2$ .

Построим динамическую модель для анализа пространственных колебаний двухзвенного манипулятора с тремя степенями свободы, звенья которого одинаковой длины, но различной жесткости (рис. 7.5). В шарнире  $O$  вращение происходит относительно двух осей, задаваемых соответственно ортами  $\hat{e}_1$  и  $\hat{e}_2$ ; в шарнире  $O_1$  вращение происходит вокруг оси, параллельной орту  $\hat{e}_2$ .

Как и раньше, груз считаем точечной массой, а звенья манипулятора представляем в виде однородных прямолинейных упругих стержней кольцевого поперечного сечения, испытывающих деформации изгиба и кручения. Упругие смещения точек манипулятора и груза считаем малыми по сравнению с длиной звеньев. Последнее допущение позволяет пользоваться линейной теорией деформирования упругих стержней.

Углы поворота звеньев манипулятора в шарнирах  $O$  и  $O_1$  обозначим соответственно  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ . Введем неподвижную прямоугольную систему координат  $Oxyz$ , ось  $z$  которой направлена по неподвижной оси шарнира  $O$  – орту  $\hat{e}_1$ ; ось вращения звена  $l$ , определяемая ортом  $\hat{e}_2$ , лежит в плоскости  $Oxy$  и образует угол  $\alpha_1$  с осью  $x$ . Через  $\alpha_2$  обозначим угол между касательной к стержню  $OO_1$  в точке  $O$  и осью  $z$ , через  $\alpha_3$  – угол между касательными к стержням  $OO_1$  и  $O_1O_2$  в точке  $O_1$ .

Кинематика манипулятора с такой кинематической схемой определяется выражениями

$$x_0 = l \sin \alpha_1 [\sin \alpha_2 + \sin (\alpha_2 + \alpha_3)];$$

$$y_0 = -l \cos \alpha_1 [\sin \alpha_2 + \sin (\alpha_2 + \alpha_3)];$$

$$z_0 = l [\cos \alpha_2 + \cos (\alpha_2 + \alpha_3)],$$

где  $x_0, y_0, z_0$  — координаты груза в неподвижной системе координат.

При заданных координатах груза обобщенные координаты манипулятора определяются соотношениями

$$\alpha_1 = -\operatorname{arctg}(x_0/y_0) \text{ при } y_0 \leq 0, \alpha_1 = \pi - \operatorname{arctg}(x_0/y_0);$$

$$\alpha_3 = \pm 2\arccos [(x_0^2 + y_0^2 + z_0^2)^{1/2}/(2l)];$$

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg} [(x^2 + y^2)^{1/2}/z_0 - \alpha_3/2] \text{ при } z_0 \geq 0;$$

$$\alpha_2 = \pi + \operatorname{arctg} [(x_0^2 + y_0^2)^{1/2}/z_0] - \alpha_3/2 \text{ при } z_0 \leq 0.$$

В дальнейшем для анализа потребуется еще подвижная система координат  $O_2x'y'z'$ . Ось  $z'$  этой системы направлена вдоль оси звена  $O_1O_2$  в недеформированном состоянии, а ось  $x'$  параллельна оси вращения, заданной ортом  $\tilde{e}_2$ .

Между проекциями вектора  $\dot{y}$  в системах  $O_2xyz$  и  $O_2x'y'z'$  связь устанавливается в следующем виде:

$$u' = Vu; u'_i = \sum_{j=1}^3 V_{ij}u_j,$$

где  $u'$  — столбец проекций вектора  $\dot{y}$  в системе  $O_2x'y'z'$ ;  $u$  — столбец проекций вектора  $\dot{y}$  в системе  $O_2xyz$ ;  $V(\alpha)$  — матрица третьего порядка, имеющая вид

$$V(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 & \\ -\sin \alpha_1 \cos (\alpha_2 + \alpha_3) & \cos \alpha_1 \cos (\alpha_2 + \alpha_3) & \rightarrow \\ \sin \alpha_1 \sin (\alpha_2 + \alpha_3) & -\sin \alpha_1 \sin (\alpha_2 + \alpha_3) & \\ 0 & & \\ \rightarrow \sin (\alpha_2 + \alpha_3) & & \\ \cos (\alpha_2 + \alpha_3) & & \end{bmatrix}.$$

Решим сначала задачу о собственных колебаниях манипулятора [13].

Обозначим  $\dot{y}_i(s)$  вектор упругого смещения точек оси  $i$ -го стержня,  $\varphi_i(s)$  — угол поворота сечения  $i$ -го стержня вокруг его оси при кручении ( $i = 1, 2$ ).

Потенциальная энергия манипулятора

$$\Pi = \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{E_i I_i}{2} \int_0^l [u_i''(s)]^2 ds + \frac{c_i}{2} \int_0^l [\varphi_i'(s)]^2 ds \right\}. \quad (7.39)$$



Здесь штрихами обозначены производные по  $s$ ;  $F_i$  — модуль продольной упругости материала  $i$ -го стержня;  $I_i$  — момент инерции сечения  $i$ -го стержня;  $c_i$  — жесткость  $i$ -го стержня.

В задаче о собственных колебаниях можно считать манипулятор жестко заделанным в точке  $O$ , а звено 2 — жестко соединенным со звеном 1 в точке  $O_1$ . Тогда граничные условия могут быть записаны в виде

$$\begin{aligned} u_i^{IV}(s) &= 0; \\ u_i(0) = u_i'(0) = \varphi_i(0) &= 0; \\ \dot{u}_1(l) = \dot{r}_1; \dot{u}'_1(l) &= \vec{\theta}_1 \times \vec{k}_1 \\ \ddot{u}_2(l) = \dot{r}_2 - \dot{r}_1 - \vec{\theta} \times \vec{k}_2 l; \ddot{u}'_2(l) &= 0; \\ \Phi_2(l) = \theta_1 \vec{k}_1; \Phi'_2(l) &= 0, \end{aligned}$$

где  $k_i$  — орт оси  $i$ -го звена в недеформированном состоянии двухзвенника;  $\dot{r}_i$  — вектор смещения точки  $O_i$ ;  $\vec{\theta}_i$  — вектор упругого поворота конца первого звена;  $r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$ ;  $r_2 = [x, y, z]^T$ ;  $k_2 = [0, 1, 0]^T$ ;  $k_1 = [0, \cos \varphi, -\sin \varphi]^T$ ;  $\theta_1 = [\alpha, \beta, \gamma]^T$  (буква «т» означает транспонирование).

С учетом граничных условий функции  $\dot{u}_1(s)$  и  $\ddot{u}_2(s)$  имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{u}_1(s) &= (3r_1 - l\vec{\theta}_1 \times \vec{k}_1)(s/l)^2 + (l\vec{\theta}_1 \times \vec{k}_1 - 2\dot{r}_1)(s/l)^3; \\ u_2(s) &= 0,5(\dot{r}_2 - \dot{r}_1 - l\vec{\theta} \times \vec{k}_2)(3 - s/l)(s/l)^2; \\ \varphi_1(s) &= \vec{\theta}_1 \cdot \vec{k}_1(s/l); \varphi_2(s) = 0. \end{aligned} \quad (7.40)$$

Подставляя выражения (7.40) в (7.39), получим потенциальную энергию двухзвенника в виде

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{2E_1 I_1}{l^3} [3r_1^2 - 3l\dot{r}_1 \cdot (\vec{\theta} \times \vec{k}_1) + l^2 (\vec{\theta}_1 \times \vec{k}_1)^2] + \frac{c_1}{2l} (\vec{\theta}_1 \cdot \vec{k}_1)^2 + \\ &+ \frac{3E_2 J_2}{2l^3} (\dot{r}_2 - \dot{r}_1 - l\vec{\theta} \times \vec{k}_2)^2. \end{aligned} \quad (7.41)$$

Исключим векторы  $\dot{r}_1$  и  $\vec{\theta}_1$  из последнего выражения:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = \frac{\partial \Pi}{\partial \theta_1} = 0; \quad (7.42)$$

$$\dot{r}_1 \cdot \vec{k} = 0; (\dot{r}_2 - \dot{r}_1) \cdot \vec{k}_2 = 0. \quad (7.43)$$

Формулы (7.42) выражают условие минимума потенциальной энергии, формулы (7.43) — условие нерастяжимости стержней.

Используя выражение потенциальной энергии двухзвенника и условия (7.42) и (7.43), можно получить следующие две системы уравнений в компонентах. Первая система уравнений содержит переменные, описывающие деформацию двухзвенника в плоскости  $OO_1O_2$ , и имеет вид

$$\begin{aligned} y_1 \cos \varphi - z_1 \sin \varphi = 0; \quad y - y_1 = 0; \\ 2E_1 I_1 l^{-2} [2l\alpha - 3(z_1 \cos \varphi - y_1 \sin \varphi)] + \\ + 3E_2 I_2 l^{-2} (l\alpha - z - z_1) = 0; \\ 2E_1 I_1 [2x_1 + l(\beta \sin \varphi + \gamma \cos \varphi)] - E_2 I_2 (x - x_1 + \gamma l) = 0; \\ 2EI_1 \{3x_1 \sin \varphi + 2l[\beta - \cos \varphi(\beta \cos \varphi - \gamma \sin \varphi)]\} + \\ + c_1 l (\beta \cos \varphi - \gamma \sin \varphi) \cos \varphi = 0. \end{aligned}$$

Вторая система содержит компоненты векторов  $\vec{r}_1, \vec{\theta}_1, \vec{r}_2$ , описывающих деформацию двухзвенника в направлении, перпендикулярном плоскости  $OO_1O_2$ , и имеет вид

$$\begin{aligned} 2E_1 I_1 \{3x_1 \cos \varphi + 2l[\gamma + \sin \varphi(\beta \cos \varphi - \gamma \sin \varphi)]\} - \\ - c_1 l \sin \varphi (\beta \cos \varphi - \gamma \sin \varphi) + 3E_2 I_2 (\gamma l + x - x_1) = 0. \end{aligned}$$

Последние две системы позволяют выразить величины  $x_1, y_1, z_1, \alpha, \beta, \gamma$  через  $x, y, z$ , тогда выражение потенциальной энергии (7.41) получит вид

$$\begin{aligned} \Pi = 0,5(c\vec{r}, \vec{r}); \quad \vec{r} = [x, y, z]^T; \quad c = k \{c_{ij}\} \quad (i, j = 1, 2, 3); \\ c_{11} = (4\xi + 3)(3\xi\zeta^{-1} \sin^2 \varphi + \xi + 3 \cos^2 \varphi + 3 \cos \varphi + 1)^{-1}; \\ c_{22} = 4(3 + \xi + 3 \cos \varphi + \cos^2 \varphi) / \sin^2 \varphi; \\ c_{22} = c_{32} = -2(3 + 2 \cos \varphi) / \sin \varphi; \quad c_{33} = 4; \\ k = 3E_1 I_1 / [l^3 (4\xi + 3)]; \quad \xi = E_1 I_1 / (E_2 I_2); \quad \zeta = c_1 / (E_2 I_2). \end{aligned}$$

Кинетическая энергия системы при принятых допущениях есть кинетическая энергия материальной точки — груза манипулятора:

$$T = 0,5(A\dot{r}, \dot{r}); \quad \dot{r} = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}]^T; \quad A = mE,$$

где  $E$  — единичная матрица.

Уравнение Лагранжа для данной системы представляет систему трех линейных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами

$$A\ddot{r} + Cr = 0. \quad (7.44)$$

Частное решение системы имеет вид

$$r(t) = b \sin(\omega t + \psi), \quad (7.45)$$

где  $b$  — амплитудный вектор;  $\omega$  — частота;  $\psi$  — начальная фаза.

Подставив (7.45) в (7.44), получим систему линейных уравнений относительно  $b$ :

$$(C - \omega^2 A) b = 0.$$

Приравнявая нулю определитель системы, получим характеристические уравнения в виде

$$(c_{11} - m\omega^2) [m^2\omega^4 - (c_{22} + c_{33})m\omega^2 + c_{22}c_{33} - c_{23}c_{32}] = 0,$$

из которых определяются частоты малых колебаний

$$\omega_1^2 = \frac{3E_1 I_1}{l^3 m} [3\xi^{-1} \xi \sin^2 \varphi + \xi + 3 \cos^2 \varphi + 3 \cos \varphi + 1]^{-1};$$

$$\omega_{2,3}^2 = \frac{6E_1 I_1}{l^3 m} \{ \xi + 4 + 3 \cos \varphi \pm [p + (3 + 2 \cos \varphi)^2 \sin^2 \varphi]^{1/2} \}^{-1};$$

$$p = (3 + \xi + 3 \cos \varphi + \cos 2\varphi)^2;$$

колебания с частотой  $\omega_1$  происходят в направлении, перпендикулярном плоскости двухзвенника, колебания с частотами  $\omega_2$  и  $\omega_3$  — в плоскости недеформированного двухзвенника.

#### 7.4. Асимптотический метод в динамике упругих манипуляторов

Изложим подход к исследованию динамики упругих манипуляторов, основанный на применении асимптотического метода [22].

Рассмотрим манипулятор, состоящий из  $n$  упругих звеньев и имеющий  $N$  степеней свободы с жестким грузом в схвате. Относительные перемещения звеньев в кинематических парах обозначим через  $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N]^T$ . Деформации упругих звеньев в процессе движения будем считать малыми, тогда кинематика упругого манипулятора будет определяться соотношениями

$$q = f(\alpha) + x; \quad x = [x_1, \dots, x_n]^T,$$

где  $q = [q_1, \dots, q_n]^T$  — обобщенные координаты груза ( $n$  — число степеней свободы груза) для системы с жесткими звеньями  $q = f(\alpha)$ ;  $x$  — малый по сравнению с  $q$  вектор упругих смещений груза.

Если массу манипулятора можно считать малой по сравнению с массой груза, то собственные упругие колебания груза можно разбить на две группы. Частоты первой группы будут порядка  $(c_0/m)^{1/2}$ , а второй группы — порядка  $(c_0/m_0)^{1/2}$ , где  $c_0$  — некоторая характерная жесткость манипулятора;  $m_0$  — масса манипулятора;  $m$  — масса груза.

Число собственных форм колебаний первой группы равно  $n$  — числу степеней свободы груза, а их частоты значительно ниже, чем второй группы. Колебания второй группы ввиду их высокой частоты затухают значительно быстрее. Кроме того, перемещения груза при этих колебаниях малы, поэтому ниже мы их рассматривать не будем. При этих допущениях кинетическую и потенциальную энергию манипулятора с грузом можно записать так:

$$T = 0,5 [A(q) \dot{q}, \dot{q}]; \quad \Pi = 0,5 [C(\alpha) x, x].$$

Здесь  $A(q)$ ,  $C(\alpha)$  — симметрические положительно-определенные матрицы. Кинематическая энергия  $T$  в этих выражениях с учетом допущения  $m_0 < m$  включает лишь кинетическую энергию груза  $G$ . Потенциальная энергия  $\Pi$  есть энергия малых упругих деформаций манипулятора в состоянии равновесия при заданных углах  $\alpha$ , определяющих его конфигурацию как жесткой системы, и заданных упругих перемещениях  $x$ . При малых деформациях  $\Pi$  есть однородная квадратичная форма от  $x$ .

Уравнения Лагранжа в переменных  $q$  и  $\alpha$  имеют вид [22]

$$\frac{d}{dt} [A(q) \dot{q}] - 0,5 \frac{\partial}{\partial q} [A(q) \dot{q}, \dot{q}] = Q(q, \dot{q}, t) - C(\alpha) x; \quad (7.46)$$

$$M = -F'(\alpha) C(\alpha) x \quad (x = q - f(\alpha)). \quad (7.47)$$

Здесь  $Q = (q, \dot{q}, t) = (Q_1, \dots, Q_n)$  — вектор внешних обобщенных сил, действующих на груз;  $F(\alpha) = [\partial f_i(\alpha)/\partial \alpha_j]$  — якобиан;  $M = (M_1, \dots, M_N)$  — вектор моментов приводов в шарнирах. Исключая вектор  $C(\alpha) x$  из уравнений (7.46) и (7.47), получим

$$M = F'(\alpha) \left\{ \frac{d}{dt} [A(q) \dot{q}] - 0,5 \frac{\partial}{\partial q} [A(q) \dot{q}, \dot{q}] \right\} - Q(q, \dot{q}, t). \quad (7.48)$$

Это соотношение справедливо также и для жесткого манипулятора.

Так как вектор  $x$  мал, а значения  $M$  и  $F$  конечны, матрица жесткости велика. Поэтому можно ввести малый параметр  $\varepsilon$  следующим образом. Положим

$$C(\alpha) = \varepsilon^{-2} K(\alpha), \quad x = \varepsilon^2 X; \quad \varepsilon \ll 1, \quad (7.49)$$

где  $K$  и  $X$  — матрица и вектор с элементами порядка единицы.

При сделанных предположениях динамика упругого манипулятора описывается уравнениями (7.46)–(7.48). Системы подобного типа исследовались с помощью асимптотического метода усреднения. В работе [22] получены уравнения колебаний упругого манипулятора с медленно изменяющимися параметрами в виде

$$\frac{d}{dt} \left[ A(q^0) \frac{dz}{d\tau} \right] + K(\alpha^0) z = \varepsilon R(t) \frac{dz}{dt}, \quad (7.50)$$

где  $\alpha^0 = \alpha^0(t)$ ;  $q^0 = f(\alpha^0(t))$ ;  $t = \varepsilon\tau$ ;  $\alpha^0(t)$  — закон изменения углов в шарнирах при кинематическом управлении;  $\tau = t/\varepsilon$  — «быстрое» время;  $z(\tau)$  — быстро изменяющееся слагаемое, описывает упругие колебания, период которых порядка  $\varepsilon^{-1}$ .

Собственные частоты  $\omega_i$  и амплитудные векторы  $\varphi_i$  определяются из задачи о собственных значениях. Для этого следует рассмотреть колебания «замороженной» системы при  $\varepsilon = 0$  и фиксированном  $t$  и решить характеристическое уравнение вида

$$\det [K(\alpha^0) - \omega^2 A(q^0)] = 0. \quad (7.51)$$

Это уравнение имеет  $n$  положительных корней и  $\omega_i$  частот собственных колебаний ( $i = 1, \dots, n$ ).

Амплитудные векторы  $\varphi_i$ , соответствующие частотам  $\omega_i$ , есть ненулевые решения однородных систем алгебраических уравнений

$$[K(\alpha^0) - \omega_i^2 A(q^0)] \varphi_i = 0, \quad (7.52)$$

определители которых равны 0.

Выражения (7.52) и (7.50) показывают, что собственные частоты ( $\omega_i$ ) и амплитудные векторы ( $\varphi_i$ ) зависят от конфигурации манипулятора ( $\alpha^0$ ) и от положения груза ( $q^0$ ), а так как величины  $\alpha^0$  и  $q^0$  зависят от времени  $t$ , то и  $\omega_i$  и  $\varphi_i$  зависят от  $t$ .

Рассмотрим пример динамического анализа двухзвенного упругого плоского манипулятора с точечным грузом (рис. 7.6) асимптотическим методом;  $n = N = 2$ . Углы относительного поворота жестких звеньев обозначим  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$ .

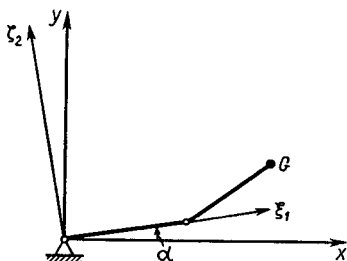


Рис. 7.6

Звенья считаем прямолинейными стержнями постоянного сечения одинаковой длины.

Имеем:

$$q_1 = f_1(\alpha) = l \cos \alpha_1 + l \cos(\alpha_1 + \alpha_2);$$

$$q_2 = f_2(\alpha) = l \sin \alpha_1 + l \sin(\alpha_1 + \alpha_2);$$

$$F(\alpha) = l \begin{bmatrix} -\sin \alpha_1 - \sin(\alpha_1 + \alpha_2) & -\sin(\alpha_1 + \alpha_2) \\ \cos \alpha_1 + \cos(\alpha_1 + \alpha_2) & \cos(\alpha_1 + \alpha_2) \end{bmatrix}.$$

Углы  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  при заданных координатах груза  $q$  и  $q_2$  выражаются так:

$$\alpha_1 = h_1(q) = 2 \operatorname{arctg} [B_1 (2\lambda_2 \pm B_2)];$$

$$\alpha_2 = h_2(q) = -h_1(q) + 2 \operatorname{arctg} [B_1 (2\lambda_2 \mp B_2)];$$

$$B_1 = (2\lambda_1 + \lambda_1^2 + \lambda_2^2)^{-1}; \quad B_2 = [(\lambda_1^2 + \lambda_2^2)(4 - \lambda_1^2 - \lambda_2^2)]^{1/2};$$

$$\lambda_1 = q_1 l^{-1}; \quad \lambda_2 = q_2 l^{-1}.$$

Потенциальная энергия двухзвенника с упругими звеньями подсчитывается при условиях, когда один конец его жестко закреплен, а на другом находится груз. Эту энергию удобно вычислить в системе координат  $\xi_1 \xi_2$ , повернутой относительно системы  $x, y$  на угол  $\alpha$ . В этом случае потенциальная энергия не будет зависеть от угла  $\alpha_2$ .

В результате подсчета получим

$$П = 0,5 (C_0(\alpha_2) \xi, \xi); \quad \xi = (\xi_1, \xi_2),$$

где

$$C_0(\alpha_2) = \frac{6EI}{7l^3 \sin^2 \alpha_2} \begin{bmatrix} 2 + 6\cos \alpha_2 + 8\cos^2 \alpha_2 & \sin \alpha_2 (3 + 8\cos \alpha_2) \\ \sin \alpha_2 (3 + 8\cos \alpha_2) & 8\sin^2 \alpha_2 \end{bmatrix}.$$

Переходя к координатам  $q_1$  и  $q_2$ , получим матрицы, входящие в выражение кинетической энергии:

$$A = mI^0; \quad C(\alpha) = V'(\alpha_1) C_0(\alpha_2) V(\alpha_1);$$

$$V(\alpha_1) = \begin{bmatrix} \cos \alpha_1 & \sin \alpha_1 \\ -\sin \alpha_1 & \cos \alpha_1 \end{bmatrix}; \quad \xi = Vq; \quad VV' = I^0,$$

где  $V$  — матрица поворота системы координат на угол  $\alpha_1$ ;  $I^0$  — единичная матрица размером  $2 \times 2$ .

Из соотношений (7.51) и (7.52) получим, используя матрицы  $A, C$  и  $V$ ,

$$\det [C_0(\alpha_2) - m\omega^2 I] = 0; \tag{7.53}$$

$$\varphi_i = V'(\alpha_1) \eta_i(\alpha_2); \quad C_0(\alpha_2) \eta_i = m\omega^2 \eta_i \quad (i = 1, 2).$$

Решая биквадратное характеристическое уравнение (7.53), найдем частоты нормальных колебаний:

$$\omega_{1,2}^2(\alpha_2) = (6/7) E I l^{-1} m^{-1} \sin^{-2} \alpha_2 [5 + 3 \cos \alpha_2 \mp \mp (18 + 30 \cos \alpha_2 + 16 \cos^2 \alpha_2)^{1/2}]. \quad (7.54)$$

Из (7.53) найдем векторы  $\eta_1$  и  $\eta_2$ :

$$\begin{aligned} \eta_1'(\alpha_2) &= \eta_1^2(\alpha_2) = \sin \alpha_2 (3 + 8 \cos \alpha_2); \\ \eta_2^{1,2} &= 3 - 3 \cos \alpha_2 - 8 \cos^2 \alpha_2 \mp (18 + 30 \cos \alpha_2 + 16 \cos^2 \alpha_2)^{1/2}. \end{aligned} \quad (7.55)$$

В равенствах (7.54) и (7.55) для индекса 1 следует брать знак «-», для индекса 2 — «+»; первая частота — низшая. Амплитудные векторы ( $\varphi_i$ ) определяются соотношениями (7.53).

Рассмотрим применение \* асимптотического метода к определению динамических характеристик манипулятора с двумя степенями свободы, выполненного по схеме пантографа; длины звеньев пантографа равны  $BC = OD = DK = HL = a$ ;  $OB = DC = DH = KL = AB = b$ . При этом контуры  $OBCD$  и  $KDHL$  всегда являются параллелограммами, а стержни выходного звена  $LM$ ,  $KN$  всегда горизонтальны, что обеспечивает плоскопараллельное перемещение груза. Усилия со стороны силового привода приложены к точке  $A$ .

Конфигурация пантографа в произвольный момент времени однозначно определяется заданием двух независимых углов  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  (рис. 7.7, а). Свяжем с неподвижным шарниром  $O$  систему координат  $Oxy$  и поставим в соответствие координатам центра масс груза  $x_1 = x_L$ ,  $x_2 = y_L$  углы поворота звеньев  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$ . Заметим, что через  $x_1$ ,  $x_2$  могут быть определены декартовы координаты шарнира  $L$ :

$$x = x_1 - d; \quad y_L = x_2 - H/2, \quad (7.56)$$

где  $d$  и  $H$  — постоянные величины:  $LM = d$ ,  $MN = H$ . Проекция цепи  $ODK$  на оси  $x$  и  $y$ :

$$x_L = a \cos \varphi_2 + a \cos \varphi_1;$$

$$y_L = a \sin \varphi_2 - a \sin \varphi_1,$$

где  $\varphi_2 = \psi + \beta$ ;  $\varphi_1 = \psi - \beta$ ;

$$\psi = 2 \arctg \{ [a - 0,5(x^2 + y^2)^{1/2}] / [a + 0,5(x^2 + y^2)] \}^{1/2};$$

$$\beta = \arctg (y_L/x_L),$$

где  $x_L$ ,  $y_L$  выражаются через  $x_1$ ,  $y_1$  в соответствии с (7.56).

\* Данный пример подготовлен О. А. Пресняковой.

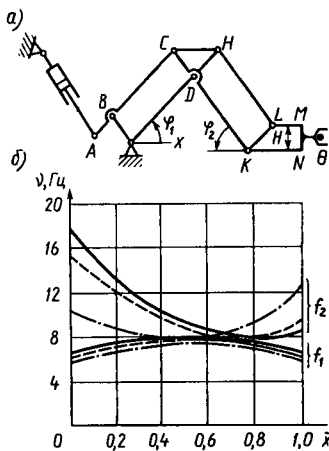


Рис. 7.7

Движение манипулятора с упругими звеньями может быть представлено в виде суммы основного (медленно) движения и малых упругих колебаний. При этом перемещение центра масс груза представим в виде

$$\tilde{x}_j(t) = x_j(t) + u_j(t),$$

где  $u_j$  — колебательная составляющая, причем  $u_j \ll x_j$ .

Ввиду того что скорости основного движения на основных участках траектории значительно меньше характерных скоростей колебаний ( $\dot{x}_j \ll \dot{u}_j$ ), можно использовать квазистатический подход и считать, что в каждый

момент времени силы тяжести  $mg$  и инерции —  $m\ddot{u}_j$  уравновешены усилиями привода, приложенными к точке  $A$ . В данном положении манипулятора, характеризуемом «замороженными» углами  $\varphi_1, \varphi_2$ , точку  $A$  можно считать шарнирно закрепленной. Тогда возникающие в ней реакции соответствуют усилиям привода. Квазистатические составляющие упругих колебаний от силы тяжести  $G = mg$  отнесем к компонентам основного движения.

Полагая, что масса рычагов значительно меньше массы груза (безынерционные звенья), рассмотрим колебания массы  $m$ , считая ее упруго закрепленной в данном положении ( $x_j$ ). Получающаяся одномассная плоская система обладает тремя дополнительными упругими степенями свободы и характеризуется обобщенными координатами  $q_1 = u_1$ ;  $q_2 = u_2$ ;  $q_3 = \theta$ .

Коэффициенты упругой податливости подвески определим как перемещения точки  $M$  от приложения к ней единичных обобщенных сил попеременно в направлении каждой из обобщенных координат.

Заметим, что в механизме пантографа (рис. 7.7, а) на изгиб работают только два стержня:  $AC$  и  $CL$ . При определении упругих перемещений будем учитывать только изгибные деформации стержней, пренебрегая деформацией от растяжения — сжатия остальных стержней; вклад послед-



ней в полные перемещения, как известно, значительно меньше.

Перемещения  $\delta_{jk}$ , равные коэффициентам податливости, определим энергетическим методом с помощью интеграла Мора. Для этого предварительно построим эпюры изгибающих моментов  $M_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) в стержнях  $AC$  и  $CL$  от единичных обобщенных сил, приложенных в точке  $M$ . Для построения  $\vec{M}_j$  требуется определить поперечные силы в узлах  $L, C, A$ . Эти силы находим путем последовательного рассмотрения равновесия узлов, начиная с выходного звена. Эпюры  $\vec{M}_1(\xi)$  и  $\vec{M}_2(\xi)$  имеют вид треугольников с максимальными ординатами в точках  $B$  и  $D$ . Согласно расчетам, характерные значения  $M_1(\xi)$  и  $M_2(\xi)$  составляют:

$$\begin{aligned} \vec{M}_1(\xi_B) &= -a \sin \varphi_2; & \vec{M}_2(\xi_B) &= a \cos \varphi_2; \\ \vec{M}_1(\xi_D) &= a \sin \varphi_2; & \vec{M}_2(\xi_D) &= a \cos \varphi_1; \\ \vec{M}_3(\xi_B) &= 0; & \vec{M}_3(\xi_D) &= 0. \end{aligned}$$

При приложении единичной силы  $X_3$  в направлении угловой координаты  $q_3 = 0$  во всех стержнях, как показывают расчеты, возникают только продольные усилия ( $Q_A = Q_C = Q_L = 0$ ), вследствие чего изгибающий момент  $\vec{M}_3$  отсутствует ( $\vec{M}_3 = 0$ ).

Используя интеграл Мора ( $k = 1, 2$  — номер стержня)

$$\delta_{jk} = \sum_{i=1}^2 \int_0^{l_i} \frac{\vec{M}_j^{(i)} \vec{M}_k^{(i)}}{EI_i} d\xi,$$

получаем выражения для коэффициентов податливости:

$$\begin{aligned} \delta_{11} &= \frac{a^2(a+b)}{3} \left( \frac{\sin^2 \varphi_1}{EI_1} + \frac{\sin^2 \varphi_2}{EI_2} \right); \\ \delta_{22} &= \frac{a^2(a+b)}{3} \left( \frac{\cos^2 \varphi_1}{EI_1} + \frac{\cos^2 \varphi_2}{EI_2} \right); \\ \delta_{12} = \delta_{21} &= \frac{a^2(a+b)}{6} \left( \frac{\sin^2 \varphi_1}{EI_1} - \frac{\sin 2\varphi_2}{EI_2} \right); \\ \delta_{3j} = \delta_{j3} &= 0 \quad (j = 1, 2, 3), \end{aligned} \tag{7.57}$$

где  $EI_1$  и  $EI_2$  — изгибные жесткости соответственно стержней  $CL$  и  $AC$ .

Равенство нулю коэффициентов угловой податливости означает, что в рамках принятого допущения об учете лишь изгибных составляющих деформации стержней груз не будет совершать вращательных колебаний ( $\theta = 0$ ); в случае же учета растяжения – сжатия получим малые значения податливостей  $\delta_{j3}$  и, как следствие, высокую частоту вращательной формы колебаний. Это обстоятельство позволяет рассматривать систему, описываемую лишь двумя уравнениями колебаний (относительно  $u_1$  и  $u_2$ ), и получить достаточно простое аналитическое решение задачи.

При действии на центр масс груза (при «замороженных» углах  $\varphi_1, \varphi_2$ ) сил  $P_1, P_2$  его упругие перемещения  $u_1, u_2$ , очевидно, равны

$$u_j = \delta_{j1}P_1 + \delta_{j2}P_2. \quad (7.58)$$

Подставляя в выражение (7.58) в качестве  $P_j$  силы инерции  $P_j = -m\ddot{u}_j$ , получим уравнения собственных колебаний груза в обратной форме:

$$\delta_{j1}m\ddot{u}_1 + \delta_{j2}m\ddot{u}_2 + u_j = 0 \quad (j = 1, 2). \quad (7.59)$$

Разрешая уравнения (7.59) относительно ускорений  $u_j$ , приходим к стандартной форме уравнений колебаний

$$m\ddot{u}_j + c_{j1}u_1 + c_{j2}u_2 = 0 \quad (j = 1, 2), \quad (7.60)$$

где через  $c_{jk}$  обозначены коэффициенты жесткости, выражающиеся через коэффициенты податливости  $\delta_{jk}$ :

$$c_{11} = \delta_{22}/\Delta; \quad c_{22} = \delta_{11}/\Delta; \quad c_{12} = l_{21} = -\delta_{12}/\Delta; \quad \Delta = \delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}^2. \quad (7.61)$$

Подстановка в уравнения (7.60) решения  $u_j(t)$  в форме

$$u_j(t) = U_j \sin(\omega t + \chi_j)$$

приводит к линейным однородным алгебраическим уравнениям относительно амплитуд  $U_j$ :

$$(c_{11} - m\omega^2)U_1 + c_{12}U_2 = 0; \quad c_{21}U_1 + (c_{22} - m\omega^2)U_2 = 0. \quad (7.62)$$

Из условия нетривиальности решения системы (7.62) – равенства нулю ее определителя – получается уравнение частот

$$m^2\omega^4 - m(c_{11} + c_{22})\omega^2 + (c_{11}c_{22} - c_{12}^2) = 0,$$

из которого определяются квадраты собственных частот системы:

$$\omega_k^2 = \frac{1}{2m} [c_{11} + c_{22} + (-1)^k \sqrt{(c_{11} - c_{22})^2 + 4c_{12}^2}] \quad (k = 1, 2). \quad (7.63)$$

Входящие в выражение (7.63) коэффициенты жесткости  $c_{jk}$ , согласно (7.57), (7.61), зависят от углов  $\varphi_1, \varphi_2$ , однозначно определяемых положением центра масс груза. Таким образом, каждой точке из рабочей зоны манипулятора, характеризуемой парой значений  $x_1, x_2$ , соответствует пара значений собственных частот  $\omega_1, \omega_2$ .

Результаты расчета на ЭВМ собственных частот  $\nu_j = \omega_j/(2\pi)$  колебаний груза при положениях его в различных точках зоны представлены на рис. 7.7, б в виде зависимостей  $\nu_j$  от безразмерных координат  $x_i$ .

Собственные формы колебаний определяются матрицей  $V$ , столбцами которой  $V_1, V_2$  являются собственные векторы матрицы коэффициентов линейных алгебраических уравнений (7.62). При этом для нормированных компонент собственных форм получаем выражения:

$$\begin{aligned} v_{11} &= v_{22} = -c_{12}/r; \quad v_{21} = (c_{11} - m\omega_1^2)/r; \\ v_{12} &= (c_{22} - m\omega_2^2)/r = -(c_{11} - m\omega_1^2)/r; \\ r &= \sqrt{(c_{11} - m\omega_1^2)^2 + c_{12}^2} = \sqrt{(c_{22} - m\omega_2^2)^2 + c_{21}^2}. \end{aligned}$$

Столбцы матрицы  $V$  ортогональны  $(V_1, V_2) = 0$ , что следует из уравнения частот (7.63). В дальнейшем матрица  $V$  используется как матрица перехода к главным нормальным координатам. При этом

$$v_{11} = v_{22} = \cos \alpha; \quad v_{12} = \sin \alpha; \quad v_{21} = -\sin \alpha; \quad (7.64)$$

$$\alpha = \arctg (v_{12}/v_{11}),$$

где  $\alpha$  — угол направления главного колебания, определяемый по формуле (7.64).

Амплитуды упругих колебаний и зависимости  $u_j(t)$  могут быть определены из решения задачи о вынужденных колебаниях (7.60)

$$\ddot{u}_j + \frac{1}{m} \sum_{k=1}^2 (b_{jk}\dot{u}_k + c_{jk}u_k) = \frac{f_j}{m} \quad (j = 1, 2) \quad (7.65)$$

и дополнены членами  $b_{jk}\dot{u}_k$ , учитывающими демпфирование. Внешнее воздействие  $f_j$  в данном случае проявляется на участках разгона и торможения груза в виде силы инерции  $f_j = -m\ddot{x}_j$ . Если длительность участка равноускоренного

разгона или торможения обозначить через  $\tau$ , то  $\ddot{x}_j = \pm \dot{x}_j/\tau$ . При отсчете времени  $t$  от начала разгона (торможения) правая часть уравнений (7.65) запишется так:

$$F_j = f_j/m = \begin{cases} \mp \dot{x}_j/\tau & \text{для } 0 \leq t \leq \tau; \\ 0 & \text{для } t > \tau, \end{cases} \quad (7.66)$$

где знак минус относится к разгону, а плюс — к торможению.

В общем случае траектория перемещения груза может состоять из  $n$  участков постоянной скорости  $\dot{x}_j$  и  $2n$  участков разгона — торможения.

Далее, с помощью линейного преобразования

$$u_j = v_{j1}u_1^* + v_{j2}u_2^* \quad (j = 1, 2) \quad (7.67)$$

переходим от  $u_1, u_2$  к главным нормальным координатам  $u_1^*, u_2^*$ , относительно которых уравнения колебаний (7.66) разделяются и принимают вид

$$\ddot{u}_j^* + 2\varepsilon_{jj}u_j^* + \omega_j^2 u_j^* = F_j^* \quad (j = 1, 2). \quad (7.68)$$

Здесь  $\varepsilon_{jj}$  — диагональные компоненты (недиагональными пренебрегаем) матрицы коэффициентов демпфирования  $V^{-1}BV$ , где  $B = \{b_{jk}\}$ . Правые части в (7.68) выражаются через  $F_j$  с помощью матрицы  $V^T$ :

$$F_j^* = v_{1j}F_1 + v_{2j}F_2 \quad (j = 1, 2). \quad (7.69)$$

На коротком участке  $0 \leq t \leq \tau$ , где можно считать, что  $\omega_j \approx \text{const}$ , уравнение колебаний (7.68) неоднородно ( $F_j^* \neq 0$ ) и его решение дается интегралом Дюамеля

$$u_j^*(t) = \frac{1}{\tilde{\omega}_j} \int_0^t F_j^*(t') e^{+\varepsilon_j(t-t')} \sin \tilde{\omega}_j(t-t') dt' \quad (j = 1, 2), \quad (7.70)$$

где  $\tilde{\omega}_j = \sqrt{\omega_j^2 - \varepsilon_j^2}$ . В дальнейшем, считая демпфирование малым ( $\varepsilon_j^2 \ll \omega_j^2$ ), полагаем  $\tilde{\omega}_j \approx \omega_j$ . Используя соотношения (7.66), (7.69), (7.70), находим перемещение  $u_j^*(t)$ , а затем скорость  $\dot{u}_j^*(t)$  при  $t = \tau$ :

$$u_j^*(\tau) = \sum_{k=1}^2 v_{kj} \frac{\dot{x}_k}{\tau} \cdot \frac{1}{\omega_k^2} (1 - \cos \omega_k \tau);$$

$$\dot{u}_j^*(\tau) = \sum_{k=1}^2 v_{kj} \frac{\dot{x}_k}{\tau} \cdot \frac{1}{\omega_k} \sin \omega_k \tau, \text{ где учтено, что } e^{-\varepsilon_k \tau} \approx 1. \quad (7.71)$$

На основном участке траектории (при  $t > \tau$ ) внешнее воздействие, согласно (7.66), отсутствует ( $F_j^* = 0$ ). Здесь будут происходить свободные колебания груза, вызванные неоднородными начальными условиями при  $t = \tau$  (7.71) и определяемые решением Коши:

$$u_j^* = e^{-\varepsilon_j t} [u_j^*(\tau) \cos \omega_j t + (\dot{u}_j^*(\tau)/\omega_j) \sin \omega_j t]. \quad (7.72)$$

Строго говоря, решение (7.72) будет справедливо для периода, следующего после остановки груза в конечной точке траектории, где выполняется условие  $\omega_j = \text{const}$ . Однако им можно пользоваться как приближенным и после участка разгона, если груз перемещается настолько медленно, что за время затухания колебаний частота  $\omega_j$  не успевает заметно измениться. В противном случае решение  $u_j^*(t)$  может быть получено методами асимптотического интегрирования [3].

Выражение (7.72) может быть представлено в более удобном виде:

$$u_j^*(t) = e^{-\varepsilon_j t} A_j \sin(\omega_j t + \chi_j),$$

где начальные амплитуда  $A_j$  и фаза  $\chi_j$  определяются как

$$\begin{aligned} A_j &= \sqrt{u_j^*(\tau)^2 + \dot{u}_j^*(\tau)^2/\omega_j^2}; \\ \chi_j &= \arctg [u_j^*(\tau) \omega_j / \dot{u}_j^*(\tau)]. \end{aligned} \quad (7.73)$$

После определения  $u_j^*(t)$  обратный переход к  $u_j(t)$  осуществляется по формуле (7.67).

Анализ зависимостей (7.71), (7.73) показывает, что начальные амплитуды главных колебаний  $A_j$  уменьшаются при увеличении длительности  $\tau$  — этапа разгона — торможения (при условии неизменности  $\dot{x}_j$ ). Если же время  $\tau$  столь мало, что  $\tau \omega_j < \pi/4$ , то, как показывает предельный переход, амплитуды  $A_j$  стремятся к максимальному значению, имеющему простое аналитическое выражение, не содержащее величины  $\tau$ :

$$A_j = \left( \pm \sum_{k=1}^2 v_{kj} \dot{x}_k \right) / \omega_j, \quad (7.74)$$

а начальная фаза пренебрежимо мала ( $\chi_j \approx 0$ ).

## 7.5. Дискретные динамические модели конструкций манипуляторов

Представим конструкцию робота в виде стержневой системы (рис. 7.8, а), нагруженной весом транспортируемой детали и звеньев робота. Звенья робота представляют собой элементы с распределенной массой и наиболее правильно представить их в виде систем с бесконечным числом степеней свободы. Однако моделирование таких систем является сложным и трудоемким, поэтому в расчетных схемах звенья заменяют совокупностью невесомых стержней с сосредоточенными массами.

Увеличивая число участков разбиения стержней, расчетную схему приближаем к реальной системе. Введение новых масс обычно приводит к добавлению трех степеней свободы для каждой массы, что усложняет расчеты. В этих условиях важным вопросом является определение той степени приближения расчетной схемы к реальной конструкции, при которой получают достоверную оценку динамических свойств исследуемой конструкции. Сложность расчетов при этом должна быть минимальной. Необходимое число замещающих масс можно обосновать на основе анализа частоты собственных колебаний рассматриваемой конструкции и используемой динамической модели.

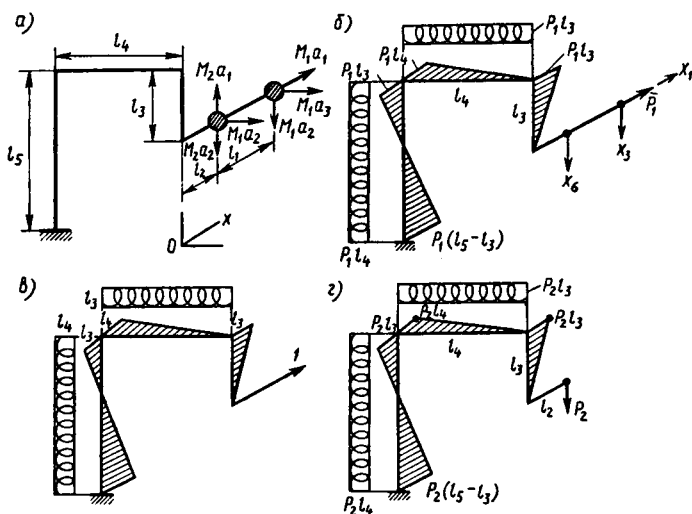


Рис. 7.8

Построим динамическую модель конструкции робота с сосредоточенными массами, учитывающую упругие свойства звеньев. Из опыта расчетов можно сделать следующий вывод: наиболее благоприятной расчетной схемой, дающей достаточно точные значения первых частот собственных колебаний при сравнительно невысокой сложности расчетов, является система, в которой звенья представлены в виде невесомых стержней, массы которых сосредоточены по их концам.

Найдем перемещения массы  $M_1$  робота на основе двухмассной модели (рис. 7.8, а), используя интеграл Мора и правило Верещагина. Прикладывая к массам  $M_1$  и  $M_2$  инерционные силы в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , строят эпюры изгибающих и крутящих моментов в этих направлениях. Прикладывают к массе  $M_1$  единичные силы в направлениях  $x$ ,  $y$ ,  $z$ . Перемножают полученные эпюры и определяют деформацию в этих направлениях.

Найдем перемещение массы  $M_1$  в направлении  $Ox$  под действием инерционных сил  $P_1 = M_1 a_1$ ;  $P_2 = M_2 a_2$ , где  $a_1$  и  $a_2$  — ускорения масс  $M_1$  и  $M_2$ .

Как известно, для получения перемещений точки упругой системы необходимо построить эпюры моментов сил от единичной силы, приложенной в этой же точке в заданном направлении. Затем следует перемножить эти эпюры. Для этого, согласно правилу Верещагина, достаточно умножить площадь эпюры на каждом участке от заданных сил на ординату центра тяжести эпюры от единичной силы на этом участке и полученные выражения сложить. Эпюры от инерционных сил  $P_1 P_2$  показаны на рис. 7.8, б, г. Эпюры от единичной силы показаны на рис. 7.8, в. Перемножая эпюры, получим перемещение в направлении  $Ox$  массы  $M_1$ , равное перемещению в этом же направлении массы  $M_2$  от инерционных сил  $P_1$  и  $P_2$ :

$$\delta_x = \frac{(P_2 + P_1) l_3^3}{3EI_{3y}} + \frac{(P_1 + P_2) l_4^3}{3EI_{4z}} + \frac{P_1 + P_2}{GI_{p5}} l_4^2 l_5 + \\ + \frac{P_1 + P_2}{EI_{5y}} \left[ \frac{l_5^3}{3} - l_3^2 l_5 \right] + \frac{P_1 + P_2}{GI_{p4}} l_3^2 l_4,$$

где  $I_{p4}$ ,  $I_{p5}$  — полярные моменты инерции сечений стержней 4 и 5;  $I_{3y}$ ,  $I_{4z}$ ,  $I_{5y}$  — моменты инерции сечений стержней 3, 4, 5 относительно осей  $y$ ,  $z$ ,  $y$ ;  $l_i$  — длина  $i$ -го стержня.

Аналогично можно найти перемещения масс  $M_1$  и  $M_2$  по осям  $y$  и  $z$ .

Анализ собственной частоты проводим в канонической форме. Расчет проведем для робота, который можно представить в виде расчетной схемы (рис. 7.8, а). Как показывает расчет, наименьшую жесткость, а следовательно, и наименьшую частоту робот имеет в вертикальной плоскости. Для несущей механической системы уравнения перемещений в вертикальной плоскости имеют вид (рис. 7.8, б)

$$x_1 + \delta_{11}(M_2 + M_1)\ddot{x}_1 + M_1\delta_{13}\ddot{x}_3 + M_2\delta_{16}\ddot{x}_6 = 0;$$

$$x_3 + \delta_{31}(M_2 + M_1)\ddot{x}_1 + M_1\delta_{33}\ddot{x}_3 + M_2\delta_{36}\ddot{x}_6 = 0;$$

$$x_6 + \delta_{61}(M_2 + M_1)\ddot{x}_1 + M_1\delta_{63}\ddot{x}_3 + M_2\delta_{66}\ddot{x}_6 = 0.$$

Система имеет ненулевое решение, если определитель системы равен нулю:

$$\begin{vmatrix} 1 - \delta_{11}M\omega^2 & -\delta_{13}M_1\omega^2 & -\delta_{16}M_2\omega^2 \\ -\delta_{31}M\omega^2 & 1 - \delta_{33}M_1\omega^2 & -\delta_{36}M_2\omega^2 \\ -\delta_{61}M\omega^2 & -\delta_{63}M_1\omega^2 & 1 - \delta_{66}M_2\omega^2 \end{vmatrix} = 0.$$

После решения определителя и приведения подобных членов получим

$$ap^6 + bp^4 - cp^2 + 1 = 0,$$

где

$$a = MM_2M_1 [\delta_{11}\delta_{36}^2 + \delta_{33}\delta_{16}^2 + \delta_{66}\delta_{13}^2 - \delta_{11}\delta_{33}\delta_{66} - 2\delta_{13}\delta_{36}\delta_{61}];$$

$$b = \delta_{33}\delta_{66}M_1M_2 + \delta_{11}\delta_{66}MM_2 + \delta_{11}\delta_{33}MM_1 - \\ - \delta_{13}^2MM_1 - \delta_{16}^2M_2M - \delta_{36}^2M_2M_1;$$

$$c = \delta_{66}M_2 + \delta_{11}M + \delta_{33}M_1.$$

Коэффициенты влияния находят перемножением эпюр от единичных сил:

$$\delta_{11} = \frac{(1 + K_{3y})l_3^3}{3EI_{3y}} + \frac{l_4^3}{3EI_{4z}} + \frac{l_3^2l_4}{GI_{p4}} + \frac{l_4^2l_5}{GI_{p5}} + \frac{1}{EI_{5y}} \left( \frac{l_5^3}{3} - l_3^2l_5 \right);$$

$$\delta_{33} = \frac{l_1^3}{3EI_{1y}} + \frac{1 + k_{2y}}{EI_{2y}} \left[ l_1l_2 \left( l_1 + \frac{l_2}{l^2} \right) + \frac{l_2}{2} \left( l_1 + \frac{2}{3}l_2 \right) \right] +$$

$$+ \frac{1 + k_{3y}}{EI_{3y}} (l_1 + l_2)^2 l_3 + \frac{(l_1 + l_2)^2 l_4}{GI_{p4}} + \frac{l_4^3}{3EI_{4x}} +$$

$$+ \frac{l_4^2l_5}{EI_{5x}} + \frac{(l_1 + l_2)^2}{EI_{5y}} l_5;$$



$$\delta_{13} = - \left( \frac{1 + k_{3y}}{EI_{3y}} \frac{l_3^2}{2} (l_1 + l_2) + \frac{(l_1 + l_2) l_3 l_4}{EI_{5y}} \right) \times \\ \times \left[ \frac{l_5^2 (l_1 + l_2)}{2} - l_3 l_5 (l_1 + l_2) \right] + \frac{(l_1 + l_2) l_4 l_3}{GI_{p4}};$$

$$\delta_{66} = \frac{1 + k_{2y}}{EI_{2y}} \left( \frac{l_2}{2} \right)^3 \frac{1}{3} + \frac{1 + k_{3y}}{EI_{3y}} \left( \frac{l_2}{2} \right)^2 l_3 + \\ + \frac{l_4^3}{3EI_{4x}} + \left( \frac{l_2}{2} \right)^2 l_4 \frac{1}{GI_{p4}} + \frac{l_4^2 l_5}{EI_{x5}} + \frac{1}{EI_{y5}} \left( \frac{l_2}{2} \right)^2 l_5;$$

$$\delta_{16} = - \frac{(1 + k_{3y}) l_3^2 l_2}{4EI_{3y}} + \frac{l_2 l_3 l_4}{2GI_{p4}} + \frac{1}{EI_{y5}} \left( \frac{l_3^2 l_2}{2} - \frac{l_2 l_3 l_5}{4} \right);$$

$$\delta_{36} = \frac{1 + k_{2y}}{2EI_{2y}} \left( \frac{l_2}{2} \right)^2 \left( l_1 + \frac{5}{6} l_2 \right) + \frac{(1 + k_{3y}) l_y^2 (l_1 + l_2)}{2EI_{3y}} + \\ + \frac{(l_1 + l_2) l_2 l_4}{2GI_{p4}} + \frac{l_4 l_3^2}{3EI_{4x}} + \frac{l_4^2 l_5}{EI_{5x}} + \frac{(l_1 + l_2) l_2 l_5 / 2}{EI_{5y}}.$$

После замены  $\omega^2 = w$  получим

$$w^3 - \frac{b}{a} w^2 - \frac{c}{a} w + \frac{1}{a} = 0.$$

Решая это частотное уравнение, получим несущие частоты собственных колебаний. После определения суммарной деформации, которая складывается из собственной податливости звеньев и контактной податливости узлов соединения, происходит сравнительная оценка этой деформации с требуемой точностью позиционирования. Если результаты неудовлетворительны, то надо уменьшать суммарную деформацию. Это возможно сделать несколькими путями: применить безазорные опоры с высокой контактной жесткостью; уменьшить число опор и, если это возможно, увеличить расстояние между опорами; подобрать новые подшипники. Увеличение расстояний между опорами ведет к возрастанию габаритных размеров роботов, их массы, т. е. ухудшению других, в особенности динамических, характеристик. После очередного изменения конструктивного решения весь расчет повторяется с новыми характеристиками. И так до тех пор, пока не будет удовлетворена требуемая точность позиционирования.

## 7.6.\* **Динамические точечные модели портальных роботов и анализ их точности**

Рассмотрим построение точечных динамических моделей портальных роботов для лазерной резки. Компонировочная схема портального робота для резки материалов с двусторонним реечным приводом показана на рис. 7.9. Массивная рама 5 опирается на рельсы 6 с помощью катков 7. Направляющие ролики 4 удерживают раму от бокового сползания. Привод продольного перемещения состоит из двигателя 1, редуктора 2, шестеренно-реечных пар 3, 15, 11, 13, трансмиссионного вала 12. Зазоры в приводном редукторе 2 выбираются с помощью дополнительной кинематической цепи с шестерней 14. В правой реечной паре зазоры не выбираются. Каретка 9 движется по рельсу 11. Вдоль рельса установлена зубчатая рейка. Редуктор каретки по конструкции аналогичен редуктору привода портала. На каретке установлен резак 8. По описанной схеме komponуются роботы ПКФ-2,5 и ПКЦ-3,5.

Портальные роботы устанавливаются на массивное и жесткое основание. Рельсы закреплены на фундаменте практически неподвижно. Рама состоит из балок коробчатого сечения. Жесткость отдельных элементов робота, как правило, высокая; деформация металлоконструкции под действием инерционных нагрузок пренебрежимо мала. Вместе с тем некоторые соединения узлов робота обладают заметной податливостью. Возможны весовой прогиб и температурные деформации балки портала. Существенны упругие крутильные деформации валов редукторов. Мала изгибная жесткость выходных валов редуктора привода портала. Заметно податливы опорные узлы каретки. Существенны зазоры между направляющими роликами и рельсами.

При двухкоординатном позиционировании текущая ошибка резки  $\Delta_{\Sigma}$  в точке А траектории движения резака суммируется из ошибок движения по координатам  $x$  и  $y$  (рис. 7.10):

$$\Delta_{\Sigma} = \vec{\Delta x} + \vec{\Delta y},$$

где  $\Delta y$  — ошибка движения по продольной координате  $y$ ;  
 $\Delta x$  — ошибка движения по поперечной координате  $x$ . Оценке

---

\* § 7.6 написан совместно с А. Г. Фроловым.

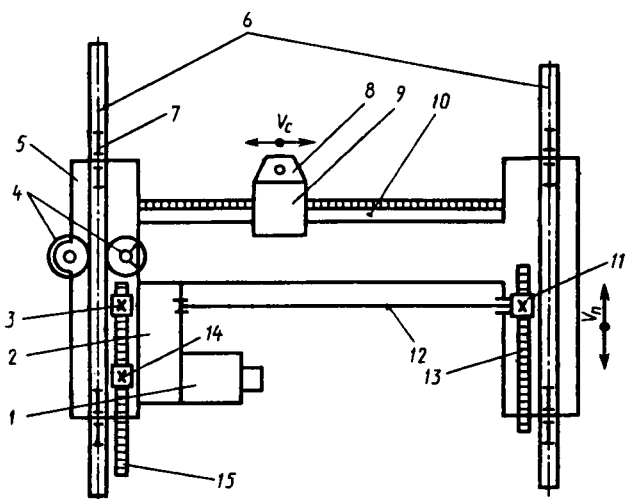


Рис. 7.9

точности воспроизведения исходного контура должно предшествовать определение ошибок движения резака по каждой координате.

Для роботов термической и газолазерной резки может быть установлено влияние на погрешность движения следующих причин: температурных и силовых деформаций балки портала  $\Delta_{тс}$ ; кинематических погрешностей привода  $\Delta_k$ ; погрешностей узлов  $\Delta_{н1}$ , базирующих портал и суппорт относительно направляющих; ошибки монтажа направляю-

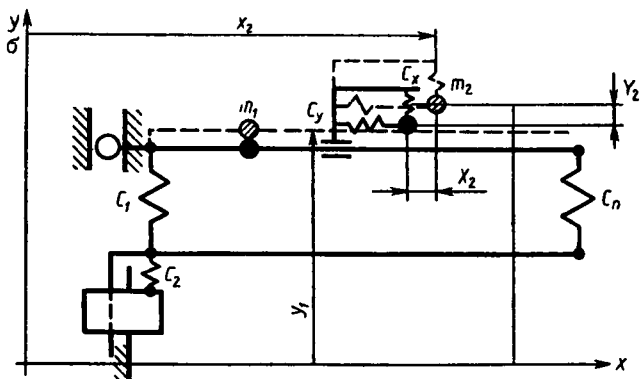


Рис. 7.10

щих  $\Delta_{н2}$ ; кинематических и упругих люфтов  $\Delta_{л}$ ; динамических ошибок  $\Delta_{дин}$ .

Многие факторы, определяющие точность резки, случайны: случайно положение детали относительно координат приводов, случайны кинематические ошибки, скорости и ускорения резака, температурные и силовые воздействия, т. е. многие параметры, определяющие погрешности резки, являются случайными величинами и функциями. Однако при выбранных или заранее известных режимах работы робота его погрешности можно оценивать как систематические. Ошибка движения резака по каждому из приводов находится путем векторного или скалярного суммирования частичных погрешностей резки.

Ошибки механической системы могут быть разделены на три группы. В первую группу сведены ошибки от силовых и температурных деформаций балки портала. Во вторую группу сведены ошибки базирующих и позиционирующих устройств приводов, опорных катков, направляющих. К третьей группе отнесены динамические ошибки, возникающие при движении робота.

Ошибки перемещений резака от силовых и температурных деформаций находятся расчетным путем. Кинематические погрешности определяются путем измерения ошибок перемещений портала или каретки в условиях отсутствия динамических воздействий. Кинематические погрешности зубчатых и реечных передач могут быть определены по существующим методикам (ГОСТ 5614—74). Циклические составляющие кинематической погрешности являются кинематическими возбудителями колебаний портала или каретки. Динамические ошибки возникают при равномерном движении резака по прямой, при остановках и разгонах приводов, при обходе круглых и прямоугольных контуров. Динамические ошибки механической системы робота связаны с массами подвижных звеньев и с жесткостными характеристиками связей между ними, т. е. зависят от частоты собственных и резонансных колебаний подвижных систем робота. Собственные частоты колебаний определяются в соответствии с классической теорией механических колебаний. Резонансные колебания изучаются с помощью натуральных экспериментов.

**Кинематические погрешности приводов продольных и поперечных перемещений резака.** Кинематическая погрешность привода портального робота является суммой приведенных к рейке погрешностей элементов привода, участвующих в позиционировании портала или суппорта:

$$\delta\varphi_{\Sigma} = \delta\varphi_{\text{рп}} + d_{\text{шр}} \sum_{j=1}^n \frac{\delta\varphi_j \xi_j}{d_{kj}},$$

где  $\delta\varphi_{\Sigma}$  — кинематическая погрешность привода;  $\delta\varphi_{\text{рп}}$  — кинематическая погрешность реечной передачи;  $d_{\text{шр}}$  — делительный диаметр шестерни реечной передачи;  $\delta\varphi_j$  — кинематическая погрешность  $j$ -й зубчатой пары;  $n$  — число ступеней редуктора;  $d_{kj}$  — начальный диаметр ведомого колеса  $j$ -й зубчатой пары;  $\xi_j$  — передаточное отношение участка кинематической цепи между колесом  $j$ -й пары и шестерней реечной передачи. Кинематическая погрешность реечной передачи представляет собой сумму погрешностей рейки  $\delta\varphi_{\text{р}}$  и шестерни  $\delta\varphi_{\text{ш}}$ . Такое представление погрешности реечной передачи дает возможность записать кинематическую погрешность привода в виде суммы периодической и непериодической составляющих:

$$\delta\varphi_{\Sigma} = \delta\varphi_{\text{р}} + \left( \delta\varphi_{\text{ш}} + d_{\text{шр}} \sum_{j=1}^n \frac{\delta\varphi_j \xi_j}{d_{kj}} \right).$$

Первое слагаемое правой части уравнения  $\delta\varphi_{\text{р}}$  — непериодическая составляющая кинематической погрешности, слагаемое в скобках — полигармоническая функция, связанная с циклическим изменением погрешностей при вращении зубчатых колес.

Большой вклад в кинематическую погрешность привода вносят неточности изготовления узлов и деталей, связанных с вращением двух последних валов приводного редуктора.

Наибольший вклад в погрешности перемещений каретки и портала вносят погрешности тихоходных валов редукторов, опорных и направляющих катков. Эксцентricность опорного катка вызывает периодическое изменение силы сопротивления перемещению робота. Ее величина, приведенная к одному катку, меняется по закону

$$P_c = Ge \sin \varphi / (d/2),$$

где  $G$  — нагрузка на каток;  $e$  — эксцентricитет;  $\varphi$  — угол поворота;  $d$  — диаметр катка.

Погрешность перемещения робота от эксцентricитета опорного катка

$$\delta\varphi_{\text{к}} = 2P_c / c_{\text{п}},$$

где  $c_{\text{п}}$  — жесткость привода реечной передачи.

Циклическая составляющая кинематической погрешности может быть найдена как сумма кинематических погрешностей насаженных на вал зубчатых колес:

$$\delta\varphi = \sum_{i=1}^2 \sqrt{E_{\Sigma}^2 + E_{\text{пш}}^2},$$

где  $E_{\Sigma} = \sqrt{\sum e_i^2}$  (здесь  $e_i$  — радиальные биения вала, создающие первичные кинематические погрешности) — суммарная приведенная погрешность монтажа зубчатых колес;  $E_{\text{пш}}$  — накопленная погрешность шага.

При вычислении по формуле (7.74) величина  $E_{\text{пш}}$  может быть принята равной допуску на накопленную погрешность шага  $E_{\text{пш}} = F_p'$  по ГОСТ 1643—81. Причиной радиальных биений зубчатых колес можно считать биения посадочных шеек вала, биения беговых дорожек внутренних колец подшипников качения, зазоры посадок зубчатых колес на вал.

Расчеты и эксперименты показали, что кинематическая погрешность привода определяется кинематической погрешностью последней ступени редуктора и погрешностью реечной передачи. Следовательно, для определения кинематической погрешности привода удобнее использовать формулу

$$\delta\varphi_{\Sigma} = (1, 1 \dots 1, 2) \left[ \delta\varphi_{\text{макс}3} \frac{d_{\text{шр}}}{d_w} + d\varphi_{\text{макс}p} \right],$$

где  $\delta\varphi_{\text{макс}3}$ ,  $\delta\varphi_{\text{макс}p}$  — соответственно максимальные значения кинематической погрешности последней ступени редуктора и реечной передачи по ГОСТ 21098—82;  $d_w$  — начальный диаметр ведомого колеса тихоходной зубчатой пары редуктора.

Погрешности функционирования направляющих проявляются в виде волнистости, негоризонтальности, невертикальности и взаимной неперпендикулярности. Погрешности формы, прогибы, зазоры направляющих приводят к поворотам портала каретки суппорта в горизонтальной и вертикальной плоскостях. Зная допуски формы, размеры базы, вылет резака, расстояние от опор до плоскости заготовки и другие, можно определить погрешность резки.

Эксцентричность опорных роликов оказывает на ошибку движения резака такое же влияние, как и геометрические ошибки направляющих.

**Кинематические и упругие люфты в приводах.** Кинематические и упругие люфты в приводах работа снижают точность перемещения резака. Кинематические зазоры — это

зазоры в зубчатых зацеплениях, между направляющими катками кареток портала и суппорта. Погрешности перемещения резака могут быть равны, больше или меньше зазоров в кинематических парах. Для выбора зазоров в зубчатых зацеплениях используются различные конструкции люфтовывбирающих устройств. Например, в приводных редукторах портала и каретки роботов ПКЦ-3,5, ПКФ-2,5 зазоры в реечном зацеплении и зубчатых парах выбираются посредством двойной кинематической предварительно нагруженной цепи. В роботах для газолазерной резки зазоры в реечной передаче выбираются с помощью силового прижатия шестерни к рейке, зазоры в зубчатых передачах редуктора уменьшают путем регулировки межосевых расстояний. Люфтовывбирающие устройства с предварительным силовым замыканием увеличивают силы трения, которые обуславливают упругий мертвый ход продольного или поперечного перемещения резака. Величина упругого мертвого хода определяется силами трения и податливостью кинематической цепи. Общая упругая податливость привода включает в себя деформации зубьев зубчатых колес, скручивание валов, деформации соединительных муфт, деформации шпоночных, штифтовых и других соединений, упругие прогибы валов под действием сил в зацеплениях, упругую податливость подшипников качения.

Приведенный к рейке упругий мертвый ход привода  $\Delta_{\text{мх}}$  при реверсе движения может быть подсчитан по формуле

$$\Delta_{\text{мх}} = 2Pf r_{\text{шр}} \sum_{i=1}^n \lambda_i \xi_i^2, \quad (7.74)$$

где  $Pf$  — сила трения;  $\lambda_i$  — упругая крутильная податливость  $i$ -го звена привода;  $r_{\text{шр}}$  и  $\xi_i$ , как и прежде, радиус делительной окружности шестерни реечной передачи и передаточное отношение от  $i$ -го колеса редуктора к шестерне реечной передачи. Упругие крутильные податливости элементов привода могут быть определены расчетным путем. Относительный вклад податливости элемента привода в погрешность машины уменьшается по мере его удаления в кинематической цепи от реечной передачи. Уменьшить податливость привода можно уменьшая как податливость элементов, так и число деформируемых элементов. Особые требования должны предъявляться к жесткости выходного вала редуктора и связанным с ним трансмиссионным валам. Конструкция должна обладать минимальным числом сочленений; в качестве опор следует использовать роликовые

подшипники качения. Упругий мертвый ход путем целенаправленного конструирования редуктора может быть сведен до небольших значений.

**Анализ динамической точности промышленного робота для лазерной резки.** Портальный робот для термической резки можно представить в виде механической системы, состоящей из жестких узлов, соединенных упругодиссипативными связями. В состав робота входят портал, суппорт и электромеханические приводы продольного и поперечного перемещений резака. Привод включает в себя электродвигатель, редуктор, реечные передачи, соединительные муфты, трансмиссионные валы и другие элементы. В позиционирующих и направляющих элементах привода есть зазоры. Часть зазоров ликвидируется люфтовывбирающим устройством путем создания замкнутых, предварительно нагруженных, кинематических цепей.

На механическую систему робота воздействуют приводы перемещений резака. Скорости и ускорения, сообщаемые резаку приводами, определяются скоростями резки и конфигурацией вырезаемой детали. Кинематическими воздействующими факторами являются ошибки изготовления опорных и направляющих катков, кинематические погрешности зубчатых передач, неточности изготовления поверхностей подшипников качения. Горизонтальные неровности опорных поверхностей рельсов, эксцентриситеты опорных роликов портала приводят к изменению сил сопротивления движению. Ошибки резки, связанные с динамикой, могут быть изучены путем исследования закономерностей движения подвижных звеньев робота под действием силовых и кинематических факторов с учетом особенностей конструкции.

Погрешности робота целесообразно изучать, считая, что система управления приводом обладает абсолютной жесткостью, т. е. считая, что движение ротора двигателя идеальное. При этом допущении движения портала в продольном направлении, а суппорта в поперечном моделируются одномассными системами. Подвижные фрикционные связи приводов портала и суппорта с рейками вносят нелинейность в характеристики восстанавливающих сил. Можно принять, что скорость в фрикционной связи не меняет знака, а сама связь, увеличивая диссипативные свойства системы, несущественно влияет на линейность восстанавливающих сил. При этих допущениях динамические модели продольных перемещений портала и поперечных перемещений суппорта – одномассные системы с линейными упругодиссипативными связями. Система управления роботом



обеспечивает необходимый закон движения ротора электродвигателя. Упругие связи ротора и портала можно представить в виде параллельно-последовательной схемы (рис. 7.11):  $c_n$  — жесткость приводного редуктора;  $c_1$  и  $c_2$  — жесткости участков кинематической цепи до точек контакта с левой

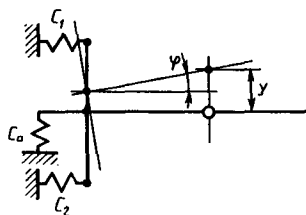


Рис. 7.11

и правой реечными передачами;  $c_y$  и  $c_x$  — жесткости упругих связей портала с рейкой. Массы портала ( $m_1$ ) и суппорта ( $m_2$ ) считаются точечными. Замена распределенных масс точечными существенно упрощает расчетную схему, позволяя в то же время достаточно надежно оценить основные параметры движения.

Задача о движении механизма с такой структурой нелинейна. Нелинейность вызвана наличием зазоров в кинематических парах, подвижной фрикционной связью робота с опорными устройствами, возможными нелинейными характеристиками восстанавливающих сил, диссипацией энергии при возможном движении робота с перекосом относительно рельса. Опыт динамических расчетов и экспериментальные исследования на натуральных образцах роботов позволили считать, что линейная модель достаточно хорошо отражает свойства реального робота.

Согласно принципу Даламбера, портал под действием приложенных к нему внешних нагрузок и инерционных сил должен находиться в равновесии. Уравнение движения портала

$$m_1 \ddot{y}_1 + 2m_1 n_1 (\dot{y}_1 - \dot{s}_y) + c_{np} (y_1 - s_y) = \Delta_{кп} c_{np} + P_c, \quad (7.75)$$

где  $\ddot{y}_1$  и  $\dot{y}_1$  — соответственно вторая и первая производные по времени;  $\dot{s}_y$  — первая производная по времени;  $y_1$  — продольная координата фактического положения центра масс портала в неподвижной системе координат;  $s_y$  — продольная координата воспроизводимого контура (координата центра масс портала), задаваемая двигателем, при идеально точном и абсолютно жестком приводе;  $c_{np}$  — жесткость упругой связи портала с ротором. Внешними нагрузками будут:  $c_{np} (y_1 - s_1)$  — усилие деформации упругой связи портала с ротором двигателя;  $2m_1 n_1 (\dot{y}_1 - \dot{s}_y)$  — вязкое сопротивление движению портала;  $n$  — коэффициент затухания колебаний;  $c_{np} \Delta_{кп}$  — усилие деформации упругой связи за счет кинематической погрешности ( $\Delta_{кп}$  — кинематическая погрешность

правой и левой ветвей привода продольного перемещения);  $P_c$  — кинематические силы сопротивления перемещению.

Обозначим  $z_1 = y_1 - s_y$  — отклонение продольного положения центра масс портала от программной координаты на траектории. Координату  $z$  можно считать погрешностью механической системы продольного привода. Первая и вторая производные погрешности движения портала по времени равны  $\dot{z}_1 = \dot{y}_1 - \dot{s}_y$ ;  $\ddot{z}_1 = \ddot{y}_1 - \ddot{s}_y$ . Подстановка выражений  $z_1$ ,  $\dot{z}_1$  и  $\ddot{z}_1$  в уравнение (7.75) дает дифференциальное уравнение погрешностей движения портала

$$\ddot{z}_1 + 2n_1\dot{z}_1 + k_1^2 z = -\ddot{s}_y + k_1^2 \Delta_{кп} + P_c/m_1, \quad (7.76)$$

где  $\ddot{s}_y$  — вторая производная по времени от координаты  $s_y$ , т. е. ускорение, сообщаемое приводом portalу;

$$k_1 = \sqrt{c_{сп}/m_1}$$

— частота свободных колебаний портала в отсутствие трения. Погрешности воспроизведения заданного контура при действии силовых и кинематических возмущающих факторов описываются уравнением (7.76). Если обозначить через  $\Delta_{sp}$  приведенную к рейке кинематическую погрешность редуктора,  $\Delta_{сл}$ ,  $\Delta_{сп}$  — кинематические погрешности левой и правой реечных передач, то уравнение погрешностей движения центра масс портала примет вид

$$\ddot{z}_1 + 2n_1\dot{z}_1 + k_1^2 z = -\ddot{s}_y + k_1^2 \Delta_{sp} + k_{пп} k_1^2 \Delta_{сл} + k_{пл} k_1^2 \Delta_{сп} + P_c/m. \quad (7.77)$$

Решение уравнения (7.77) при нулевых начальных условиях имеет вид

$$z = \frac{1}{k^*} \int_0^T F(t) e^{-n(T-t)} \sin k_1^* (T-t) dt, \quad (7.78)$$

где  $k_1^* = \sqrt{k_1^2 - n_1^2}$  — частота свободных колебаний с учетом трения;  $F(t)$  — правая часть уравнения (7.77);  $t$  — текущая координата времени;  $T$  — время от начала процесса.

Представление правой части уравнения погрешностей движения портала (7.77) в виде суммы возмущающих факторов позволяет изучать влияние каждого фактора отдельно.

В соответствии с принятой расчетной схемой (рис. 7.11) причиной колебаний суппорта является продольное перемещение портала. Уравнение движения суппорта в неподвижной системе координат имеет вид

$$m_2 \ddot{y}_2 + 2n_2 m_2 (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + C_{cy} (y_2 - y_1) = 0, \quad (7.79)$$

где  $\dot{y}_2$  и  $\ddot{y}_2$  — первая и вторая производные по времени продольной координаты положения центра масс суппорта;  $n_2$  — коэффициент затухания;  $c_{ey}$  — жесткость связей суппорта с порталом.

Погрешность продольного положения центра масс каретки суппорта относительно воспроизводимой траектории равна  $z_2 = y_2 - s_y$ ; как и раньше, погрешность положения портала  $z_1 = y_1 - s_y$ . Из этих выражений можно получить соотношения

$$\ddot{y}_2 = \ddot{z}_2 + \ddot{s}_{y2}; \quad y_2 - y_1 = z_2 - z_1; \quad \dot{y}_2 - \dot{y}_1 = z_2 - z_1. \quad (7.80)$$

Подставив (7.80) в (7.79) и преобразовав, получим дифференциальное уравнение движения центра масс суппорта:

$$\ddot{z}_2 + 2n_2\dot{z}_2 + k_2z_2 = -\ddot{s}_y + 2n_2\dot{z}_1 + k_2^2z_1, \quad (7.81)$$

где  $k_2 = \sqrt{c_{ey}/m_2}$  — частота свободных колебаний суппорта, как консервативной системы.

Правая часть уравнения (7.81) явно зависит от погрешности  $z_1$  и ее первой производной. Определению погрешностей движения суппорта должно предшествовать определение погрешностей движения портала. Решение уравнения (7.81) аналогично решению уравнения (7.77).

Уравнение погрешностей поперечного движения суппорта

$$\ddot{x}_2 + 2n_3\dot{x}_2 + k_3x_2 = -\ddot{s}_x + k_3\Delta s_x + P_{cx}/m_2, \quad (7.82)$$

где  $x_2$  — погрешность поперечных перемещений суппорта;  $s_x$  — координата идеального положения суппорта;  $k_3 = \sqrt{c_{cx}/m_2}$  — частота свободных колебаний;  $c_{cx} = (1/c_{pc} + 1/c_x)^{-1}$  — приведенная жесткость привода суппорта в поперечном направлении;  $\Delta s_x$  — кинематическая погрешность привода;  $n_3$  — коэффициент затухания;  $P_{cx}$  — кинематические силы сопротивления. Решение уравнения (7.82) аналогично решению (7.78).

Роботы с разными компоновками приводов можно сравнивать по частотам собственных колебаний. Чем выше собственная частота колебаний каретки с резаком, тем выше динамическая точность робота.

**Динамическая расчетная модель и уравнения движения портала с односторонним приводом.** Некоторые зарубежные и отечественные роботы для термической резки имеют односторонний реечный привод перемещения портала. Интересно сравнить динамические свойства роботов с двусторонним и односторонним приводами. Портальный робот для кислородной резки «Искра» имеет односторонний реечный

привод. От сползания с рельсов его удерживают две пары направляющих роликов. Они установлены на той же каретке портала, что и приводной редуктор. Вторая каретка портала имеет только опорные катки. Расчетная схема робота этого типа может быть представлена в виде системы абсолютно жестких тел с распределенными массами, соединенными упругими связями. Перемещения суппорта вдоль портала и погрешности этих перемещений принципиально не отличаются от соответствующих характеристик порталных роботов с двусторонним приводом.

Расчетная схема робота с односторонним приводом принципиально отличается от расчетной схемы робота с двусторонним приводом (рис. 7.11). На схеме:  $c_1 \dots c_2$  — приведенные жесткости связей портала с направляющими рельсами;  $c_n$  — жесткость привода от двигателя до рейки.

Определим частоты и формы собственных колебаний робота с односторонним приводом без учета диссипации энергии колебаний. Движение портала в процессе колебаний характеризуется тремя координатами  $x$ ,  $y$  и  $\varphi$ :  $x$  — поперечные перемещения центра масс портала;  $y$  — продольные перемещения;  $\varphi$  — угол поворота рамы робота относительно вертикальной оси. Можно считать, что центр масс робота расположен симметрично относительно портала:

$$R_1 = a_1 \varphi c_1; R_2 = a_2 \varphi c_2; R_3 = (y - l_1 \varphi) c.$$

С учетом этих выражений выражение для потенциальной энергии можно записать в виде

$$П = a_1^2 \varphi^2 c_1 + 0,5 (y - l_1 \varphi)^2 c.$$

Используя уравнения Лагранжа, получим систему дифференциальных линейных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} \ddot{y} + \delta_{11} y + \delta_{12} \varphi &= 0; \\ \ddot{\varphi} + \delta_{21} y + \delta_{22} \varphi &= 0, \end{aligned} \quad (7.83)$$

где  $\delta_{11} = c/m_1$ ;  $\delta_{12} = -l_1 c/m_1$ ;  $\delta_{21} = -c/(m_1 \rho^2)$ ;  $\delta_{22} = (2a_1^2 c_1 + l_1^2 c)/(m_1 P^2)$ . Решение уравнений (7.83) ищем в виде

$$y = A_1 \sin(kt); \varphi = A_2 \sin(kt), \quad (7.84)$$

где  $A_1$  и  $A_2$  — амплитуды колебаний;  $k$  — собственная частота.

Будем считать, что процесс колебаний состоит из двух взаимно не связанных процессов: первый — поперечные перемещения портала по координате  $x$ , второй — продольные перемещения по координате  $y$  с поворотом  $\varphi$ . Наибольший интерес представляет второй вид перемещений.

Продольно-поворотные колебания портала представим как колебания с двумя степенями свободы. Уравнения движения составим в форме уравнений Лагранжа

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где  $n$  — число степеней свободы;  $i$  — порядковый номер обобщенной координаты;  $q_i$  — обобщенная координата;  $\dot{q}_i$  — обобщенная скорость;  $T$  — кинетическая энергия;  $\Pi$  — потенциальная энергия системы;  $t$  — время. В качестве обобщенных координат принимаем координату продольного перемещения  $y$  и угол поворота  $\varphi$ .

Кинетическая энергия системы

$$T = 0,5m_1(\dot{y}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2),$$

где  $\rho = \sqrt{J/m_1}$  — радиус инерции;  $J$  — момент инерции робота относительно центра масс.

Потенциальная энергия

$$\Pi = R_1 \frac{a_1\varphi}{2} + R_2 \frac{a_2\varphi}{2} + R_3 \frac{y - l_1\varphi}{2},$$

где  $R_1, R_2, R_3$  — реакции в связях портала с базирующими устройствами при продольно-поворотных смещениях

$$A_1(-k^2 + \delta_{11}) + A_2\delta_{12} = 0;$$

$$A_1\delta_{12} + A_2(-k^2 + \delta_{22}) = 0.$$

Система однородна относительно амплитуд  $A_1$  и  $A_2$  и имеет нетривиальное решение при равенстве нулю определителя из коэффициентов при  $A_1$  и  $A_2$ :

$$\begin{vmatrix} -k^2\delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & -k^2 + \delta_{22} \end{vmatrix} = 0.$$

Развертывая определитель, получим частотное уравнение второй степени относительно  $k^2$ . Решение, дающее две собственные частоты колебаний, имеет вид

$$k_{2,3}^2 = \frac{\delta_{11} + \delta_{22}}{2} \pm \sqrt{\frac{\delta_{11} + \delta_{22}}{2} - (\delta_{11}\delta_{22} - \delta_{12}\delta_{21})}.$$

Жесткости связей портала с базовыми поверхностями определялись экспериментально. Они оказались следующими: приведенная жесткость привода портала  $c = 4$  кН/мм; приведенная жесткость направляющих при повороте портала

вокруг вертикальной оси  $c_1 = 0,44$  кН/мм. Частоты собственных колебаний  $k_2 = 6,86$  Гц;  $k_3 = 19,26$  Гц.

Частоты собственных колебаний портала с односторонним приводом оказались ниже частот собственных колебаний с двусторонним приводом; следовательно, динамическая ошибка в первом случае (при прочих равных условиях) выше.

**Ошибки воспроизведения кругового контура.** Выше рассматривались вопросы влияния конструктивных особенностей портального робота на точность движения резака. На точность воспроизведения контура заготовки влияют не только технологические ошибки изготовления и монтажа деталей и узлов робота, но и форма контура детали и скорость движения по контуру. Исследовать ошибки движения резака по окружности важно, во-первых, потому, что точность воспроизведения кругового контура является критерием оценки класса точности роботов для термической резки, во-вторых, для кругового движения проще установить аналитические соотношения, связывающие динамические свойства робота, параметры траектории движения резака и скорость движения по контуру.

Выведем соотношения для определения ошибок движения резака по окружности. Считается, что движение резака начинается вне вырезаемого круга. К расчетной окружности резак приближается по касательной (рис. 7.12). Обход окружности начинается из точки касания  $A$  или  $B$ . При такой стратегии вырезания кругов можно пренебречь влиянием на погрешность переходных процессов в приводах при их запуске.

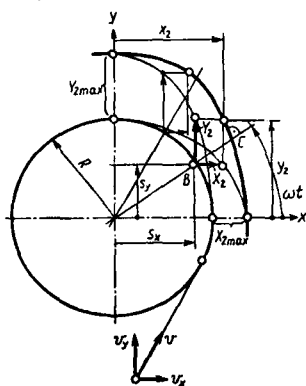


Рис. 7.12

При движении резака по окружности радиусом  $R$  с постоянной средней скоростью обхода  $v$  продольный и поперечный приводы портального робота должны воспроизводить каждую гармоническую функцию

$$s_y = R \sin \omega t; \quad s_x = R \cos \omega t,$$

где  $\omega = v/R$  — круговая частота обхода контура;  $s_y$  и  $s_x$  — координаты положения резака при идеально точных и абсолютно жестких приводах перемещений.

Вторая производная от координаты продольных перемещений

$$\ddot{y} = -\omega^2 R \sin(\omega t) \quad (7.85)$$

является правой частью дифференциального уравнения погрешностей движения портала (7.76). Решение уравнения

$$\ddot{z}_1 + 2n_1 \dot{z}_1 + k_1 z_1 = \omega^2 R \sin(\omega t)$$

с гармонической правой частью также гармоническое и имеет вид

$$z_1 = \mu_{11} \left( \frac{\omega}{k_1} \right)^2 R \sin(\omega t - \gamma_{11}), \quad (7.86)$$

где  $\mu_{11}$  — коэффициент динамичности:

$$\mu_{11} = 1/\sqrt{(1 - \omega^2/k_1^2)^2 + 4\omega^2 n_1^2/k_1^4};$$

$k_1 = \sqrt{c_{ny}/m_1}$  — циклическая частота свободных колебаний портала в отсутствие трения;  $\gamma_{11}$  — сдвиг фазы вынужденных колебаний:

$$\gamma_{11} = \text{arctg} [2\omega n_1/(k_1^2 - \omega^2)].$$

Учитывая (7.85), (7.86), а также выражения

$$\dot{z}_1 = \mu_{11} (\omega/k_1)^2 \omega R \sin(\omega t - \gamma_{11} + \pi/2);$$

$$k_2 = \sqrt{c_{cy}/m_2},$$

получим уравнение продольных погрешностей суппорта при обходе окружности:

$$\ddot{z}_2 + 2n_2 \dot{z}_2 + k_2^2 z_2 = \omega^2 R \sin(\omega t) + 2n_2 \mu_{11} (\omega/k_1) \omega R \sin(\omega t - \gamma_{11} + \pi/2) + k_2^2 \mu_{11} (\omega/k_1)^2 R \sin(\omega t - \gamma_{11}). \quad (7.87)$$

Правая часть уравнения (7.87) — сумма трех синхронно вращающихся векторов. Суммирование векторов приводит к уравнению

$$\ddot{z}_2 + 2n_2 \dot{z}_2 + k_2 z_2 = \omega^2 R D_2 \sin(\omega t + \gamma_3), \quad (7.88)$$

где

$$D_2 = 1 + [\mu_{11} (1/k_1) D_1]^2 + 2\mu_{11} (1/k_1)^2 D_1 \cos(-\gamma_{11} + \gamma_{22});$$

$$\gamma_3 = \arcsin [\mu_{11} (\omega/k_1)^2 D_1 \sin(-\gamma_{11} + \gamma_{22})/D_2];$$

$$\gamma_{22} = \text{arctg} (2n_2 \omega/k_2^2);$$

$$D = \sqrt{(2n_2 \omega)^2 + k_2^4}.$$

Решение уравнения (7.88) с гармонической правой частью запишем через динамический коэффициент

$$z_2 = \mu_{12} (\omega/k_2)^2 D_2 R \sin(\omega t + \gamma_3 - \gamma_{12}), \quad (7.89)$$

где

$$\mu_{12} = 1/\sqrt{(1 - \omega^2/k_2^2)^2 + 4\omega^2 n_2^2/k_2^4};$$

$$\gamma_{12} = \text{arctg} [2\omega n_2/(k_2^2 - \omega^2)].$$

Соотношения, необходимые для определения погрешностей поперечного привода, аналогичны уравнениям погрешностей продольного движения портала:

$$x_2 = \mu_{13} (\omega/k_3)^2 R \cos(\omega t - \gamma_{13});$$

$$\mu_{13} = 1/\sqrt{(1 - \omega^2/k_3^2)^2 + 4n_3^2 \omega^2/k_3^4};$$

$$\gamma_{13} = \text{arctg} [2\omega n_3/(k_3^2 - \omega^2)]; \quad (7.90)$$

$$k_3 = \sqrt{c_{cx}/m_2}.$$

Опыт эксплуатации роботов для термической резки показал, что, как правило, циклическая частота движения по окружности значительно меньше частот собственных колебаний портала и суппорта. В этих условиях сдвиг фазы ошибки движения резака относительно угла  $\omega t$  незначителен и им можно пренебречь.

В результате ошибок фактическое положение резака будет определяться координатами  $x_2$  и  $y_2$ :

$$x_2 = R [1 + \mu_3 (\omega/k_3)^2] \cos \omega t;$$

$$y_2 = R [1 + \mu_2 D_2 (\omega/k_2)^2] \sin \omega t;$$

$$D_2 = 1 + \mu_{11} D_1/k_1^2.$$

Если считать, что один привод порталного робота работает без погрешностей, то второй привод исходную окружность трансформирует в эллипс, малая ось которого равна диаметру исходной окружности, а большая ось больше малой на удвоенную величину максимальных значений погрешностей  $Z_2$  или  $X_2$ . Результирующий контур при одновременной работе неидеальных приводов является суперпозицией двух эллипсов, полученных при поочередной идеализации продольного или поперечного привода. Отклонение размеров полученной фигуры от исходной окружности

$$\Delta_0 = 2BC = 2 [Z_2 \sin(\omega t) + X_2 \cos(\omega t)].$$



В правые части уравнений погрешностей (7.89), (7.90) радиус воспроизводимой окружности входит как множитель. Целесообразно погрешности вычислять в безразмерной форме — определять не абсолютную ошибку, а отношение ее к радиусу.

Программа, составленная на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV в диалоговом режиме, позволила вычислить относительные ошибки  $X_2/R$ ;  $Z_2/R$  и отклонения  $\Delta_0$  диаметральных размеров полученного контура от исходной окружности.

Результаты расчетов относительной ошибки поперечного движения суппорта приведены на рис. 7.13.

С помощью разработанной методики для расчетов относительной ошибки воспроизведения окружностей может быть решена задача определения скорости  $v$  движения по контуру при известных параметрах динамической модели робота.

**Ошибки обхода прямых углов.** Считаем, что при обходе прямых углов резак движется по окружности малого радиуса  $R$  с постоянной скоростью  $v$  обхода. Для портальных роботов кислородной резки радиус окружности, аппроксимирующий прямой угол, равен 1...3 мм, для портальных роботов газолазерной резки — 0,1...1,0 мм. Движение робота при обходе углов сопровождается динамическими эффектами. При обходе прямого угла, стороны которого расположены параллельно координатам движения приводов, один привод замедляет движение резака до полной остановки, второй привод начинает движение, разгоняя резак от нулевой скорости до скорости резки  $v$ . При обходе угла, стороны которого расположены под углом  $45^\circ$  по отношению к координатам движения, один привод реверсирует свое движение, второй привод направление своего движения не меняет. Следует ожидать, что динамическими эффектами форма исходного угла будет искажена, так как время прохождения угла соизмеримо с периодами собственных колебаний портала и суппорта. Динамическая ошибка обхода угла должна зависеть от скорости обхода угла, радиуса окружности, аппроксимирующей вершину, частоты собственных колебаний суппорта и портала, коэф-

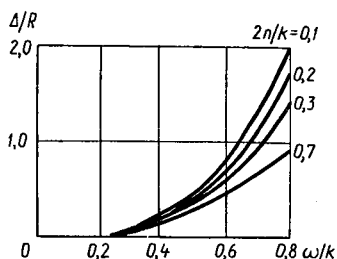


Рис. 7.13

коэффициентов затухания колебаний, расположения сторон угла относительно координат движения.

Механические системы «привод — портал», «привод — суппорт» подвергаются импульсному воздействию; длительность импульса  $T_n = \pi R / (2v)$ . Скачкообразно меняются скорость и ускорение движения. При определении динамической ошибки обхода прямого угла можно использовать уравнения (7.76), (7.77), (7.82).

При этом правыми частями этих уравнений будут вторые производные от  $s_x$  и  $s_y$ .

Решение неоднородного дифференциального уравнения погрешностей продольного перемещения (7.77) при нулевых начальных условиях имеет вид

$$z_2 = \frac{1}{k_{22}} \int_0^T [-\ddot{s}_y(t) + 2n_2\dot{z}_1 + k_{12}z_1] e^{-n_2(T-t)} \sin k_{22}(T-t) dt,$$

где  $k_{22} = \sqrt{k_2^2 - n_2^2}$  — частота собственных колебаний суппорта с учетом трения. Вычислению погрешностей перемещения суппорта должно предшествовать вычисление погрешностей продольного перемещения портала и ее первой производной по времени:

$$z_1 = \frac{1}{k_{21}} \int_0^{T^*} -\ddot{s}_y(t) e^{-n_1(T-t)} \sin k_{21}(T-t) dt;$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 = & \int_0^{T^*} \ddot{s}_y(t) e^{-n_1(T-t)} \cos k_{21}(T-t) dt - \\ & - (-n_1/k_{21}) \int_0^{T^*} \dot{s}_y(t) e^{-n_1(T-t)} \sin k_{21}(T-t) dt. \end{aligned}$$

В этих формулах  $k_{21} = \sqrt{k_2^2 - n_1^2}$  — частота собственных неконсервативных колебаний портала;  $T$  — промежуток времени от начала процесса изменения средней скорости:  $T^* = T$  в процессе движения по дуге окружности ( $T \leq T_n$ ) и  $T^* = T_n$  после прекращения процесса изменения скорости приводом.

Вычисления погрешностей обхода прямых углов выполнялись на ЭВМ СМ-4. Расчеты показали, что относительная ошибка обхода угла достигает наибольшего значения через некоторый момент после прекращения процесса изменения средней скорости; максимальная относительная ошибка не зависит от частоты собственных колебаний механической системы, а зависит от отношения  $\omega / (2\pi f_0)$  и параметра демпфирования  $2n / (2\pi f_0)$ .

## Динамические модели промышленных роботов с учетом приводов

Эффективным методом оценки динамических свойств роботов при проектировании является их моделирование на ЭВМ. При этом динамическая модель должна строиться с учетом всех основных систем робота, прежде всего механической системы и привода. Следует отметить, что динамику робота следует оценивать как динамику единой системы и разделение на подсистемы не всегда допустимо.

### 8.1. Динамическая модель робота с пневмоприводом

Дадим описание динамической модели робота со следящим пневматическим приводом, когда разделение системы на механическую и приводную практически невозможно. В этом случае динамическая модель строится для каждого малого момента времени, а затем используется для управления. Эта модель имеет вид [8]

$$\dot{p}_1 = (h/x)(G_1 R \dot{T}/F - p_1 \dot{x}); \dot{p}_2 = [h/(l-x)](G_2 R \dot{T}/F - p_2 \dot{x});$$

$$\ddot{x} = [F(p_1 - p_2) - F_v]/m; F_v = F_{ct} + F_{ck} \dot{x} + F_n;$$

$$G_i = 1,53 \mu S_i f (p_i/p_a) p_i \sqrt{T};$$

$$f(p_i/p_a) = \left\{ \begin{array}{l} [(p_i/p_a)^{2/k} - (p_i/p_a)^{(k+1)/k}]^{1/2} \\ 0,258; \end{array} \right\};$$

$$0,528 < p_i/p_a < 1; 0 < p_i/p_a \leq 0,528;$$

$$S_i = L_i H; \dot{L}_i (I_i K_1 - L_i K_2)/M,$$

где  $l$  — длина пневмоцилиндра;  $p_1, p_2$  — давления в полостях пневмопривода;  $k$  — постоянная адиабаты;  $x$  — координата поршня;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $G_1, G_2$  — расход воздуха в полостях;  $F_{ck}$  — коэффициент скольжения;  $F_{ct}$  — сила сопротивления сухого трения;  $F_n$  — сила сопротивления, приложенная к поршню со стороны манипулятора;  $\mu$  — коэффициент расхода;  $S$  — сечение канала дросселя;  $H$  — ширина канала дросселя;  $M$  — масса штока дросселя;  $I$  — ток дросселя;  $K_1, K_2$  — коэффициенты пропорциональности;  $L$  — длина хода дросселя.

Как показало макетное моделирование пневматического промышленного робота РФ-202М, коэффициент скольжения

$F_{ск}$ , сила сопротивления сухого трения  $F_{ст}$ , силы, действующие на привод со стороны манипулятора, подвержены сильным изменениям в процессе эксплуатации робота, поэтому динамическая модель должна строиться для каждого малого момента времени.

**Обобщенная динамическая модель робота со следящим пневматическим приводом.** Обычно исполнительные приводы имеют общую нагрузку, в роли которой выступает тот или иной механизм робота. Поэтому математическую модель динамики робота следует рассматривать как единую много-связную систему дифференциальных уравнений, описывающих управляемые движения исполнительных механизмов и приводов в целом.

В общем случае модель динамики роботов можно записать в виде векторного дифференциального уравнения:

$$\dot{x}(t) = F[x(t), u(t), \xi(t)] + \pi(t); \quad x(t_0) = x_0 \geq t_0,$$

где  $x = x(t)$  —  $n$ -мерный вектор, характеризующий исполнительные приводы и механизм в момент времени  $t$ ;  $\dot{x} = dx/dt$ ;  $u = u(t)$  —  $m$ -мерный вектор управлений, вырабатываемый управляющей системой;  $\xi = \xi(t)$  —  $p$ -мерный вектор параметров двигательной системы;  $t$  — текущее время;  $x_0$  — начальное состояние;  $\pi(t)$  —  $z$ -мерная вектор-функция постоянно действующих возмущений.

Составим обобщенную математическую модель трехступенных промышленных роботов типа РФ-202М, МП-9С и т. п., пневмоприводы которых аналогичны:

$$f \left\{ y_f + \frac{m_1}{3l} [(l-s)^3 + s^3 + m_2 s^2] \right\} + \dot{s} f \left\{ 2m_2 s + \frac{m_1}{l} [s^2 + (l-s)^2] \right\} - Q_x = 0;$$

$$(m_1 + m_2) \ddot{s} - f^2 \left( m_2 s + \frac{m_1}{2l} [s^2 + (l-s)^2] \right) - Q_s = 0;$$

$$(m_1 + m_2 + m_3) \ddot{y} + P_m - Q_y = 0;$$

$$x = K_1 f; \quad Q_x = K_2 [F_x(p_{x1} - p_{x2}) - F_{xст} - F_{xск} \dot{x}];$$

$$Q_s = F_s(p_{s1} - p_{s2}) - F_{sст} - F_{sск} \dot{s};$$

$$Q_y = F_y(p_{y1} - p_{y2}) - F_{yст} - F_{yск} \dot{y};$$

$$\dot{p}_{x1} = \frac{k}{x} (G_{x1} RT/F_x - p_{x1} \dot{x});$$

$$\dot{p}_{x2} = \frac{k}{l_x - x} (G_{x2}RT/F_x - p_{x2}\dot{x});$$

$$\dot{p}_{y1} = \frac{k}{y} (G_{y1}RT/F_y - p_{y1}\dot{y});$$

$$\dot{p}_{y2} = \frac{k}{l_y - y} (G_{y2}RT/F_y - p_{y2}\dot{y});$$

$$\dot{p}_{s1} = \frac{k}{s} (G_{s1}RT/F_s - p_{s1}\dot{s}); \quad \dot{p}_{s2} = \frac{k}{l - s} (G_{s2}RT/F_s - p_{s2}\dot{s});$$

$$G_i = 1,53\mu s_i f (p_3/p_n) p_n \sqrt{T};$$

$$f_z = \begin{cases} (z^{2/k} - z^{k+1})^{1/2} & \text{при } 0,528 < z < 1; \\ 0,258 & \text{при } 0 < z \leq 0,528; \end{cases}$$

$$s_i = L_i H; \quad \dot{L}_i = (I_i K_{3i} - L_i K_{4i}) / M_i,$$

где  $i$  последовательно принимает значения  $x_1, x_2, s_1, s_2, y_1, y_2$ , а величины  $p_3$  и  $p_n$  в зависимости от режима работы следующие: если  $p_3$  (давление в полости заполнения) принимает значения  $p_{x1}, p_{x2}, p_{y1}, p_{y2}, p_{s1}, p_{s2}$ , то  $p_n$  (давление в полости истечения) равно давлению в магистрали, если же  $p_3$  равно атмосферному давлению, то  $p_n$  принимает значения  $p_{x1}, p_{x2}, p_{y1}, p_{y2}, p_{s1}, p_{s2}$ . Кроме того,  $f, x, y, s$  — координаты манипулятора;  $l_x, l_y, l_s$  — перемещения подвижных звеньев манипулятора;  $m_1, m_2, m_3$  — масса руки манипулятора, груза, звена «поворот — выдвигание» соответственно;  $Q_x, Q_s, Q_y$  — моменты пневмоприводов;  $p_{x1}, p_{x2}, p_{s1}, p_{s2}, p_{y1}, p_{y2}$  — давления в полостях пневмоцилиндров;  $F_x, F_y, F_s$  — эффективная площадь сечения пневмоцилиндров;  $F_{xст}, F_{уст}, F_{ст}$  — силы сопротивления сухого трения в пневмоприводах;  $F_{xск}, F_{yск}, F_{ск}$  — коэффициенты скольжения в пневмоприводах;  $P_M$  — приведенный вес вертикального модуля манипулятора;  $\mu$  — коэффициент расхода;  $s_i$  — сечение  $i$ -го канала дросселя;  $L_i$  — длина хода  $i$ -го штока дросселя;  $M_i$  — масса штока дросселя;  $I_i$  — ток в  $i$ -м пневмодросселе;  $K_1, K_2, K_{3i}, K_{4i}$  — коэффициенты пропорциональности.

Построенная динамическая модель робота с пневмоприводом позволяет осуществить управление роботом от микроЭВМ в следящем режиме.

**Динамическая модель робота с цикловым пневматическим приводом.** К автоматическим манипуляторам с цикловым пневмоприводом, предназначенным для автоматизации процессов холодной штамповки и сборки, предъявляются вы-

сокие требования по точности и быстродействию. Увеличение мощности приводов с целью повышения быстродействия приводит к появлению больших динамических нагрузок и упругих колебаний, что снижает точность. Для обоснованного выбора параметров робота при проектировании необходимо исследовать их влияние на функционирование робота. Это может быть сделано на основе динамических моделей, учитывающих свойства конструкции и привода робота.

Уравнение движения манипулятора робота РФ-202 (рис. 8.1) составим, используя метод Лагранжа:

$$\left\{ 2m_1 + \frac{1}{r^2} m_5 \left[ \frac{J_z^{(2)} + J_z^{(3)} + J_z^{(4)}}{m_5} + \frac{m_4}{m_5} (y_1 + l)^2 + (y_1 + L)^2 \right] \right\} \ddot{x} + 2m_5 \frac{1}{r^2} \left[ \frac{m_4}{m_5} (y_1 + l) + (y_1 + L) \right] \dot{x} \dot{y}_1 + \alpha_1 \dot{x} + T_x = P_x; \quad (8.1)$$

$$(m_3 + m_4 + m_5) \ddot{z} + \alpha_2 \dot{z} + T_z = P_z; \quad (8.2)$$

$$(m_4 + m_5) \ddot{y}_1 - \frac{1}{r^2} m_5 \left[ \frac{m_4}{m_5} (y_1 + l) + (y_1 + L) \right] \dot{x}^2 + \alpha_3 \dot{y}_1 + T_y = P_{y1}. \quad (8.3)$$

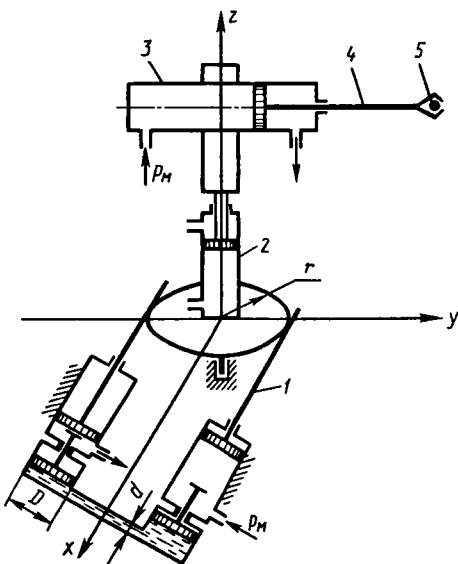


Рис. 8.1

Давление в цилиндрах определяется по формулам

$$\Delta P_{i,q} = P_{i-1,q} + \frac{k}{q_i} \left[ \frac{Q_{Vq} R Q_M}{F_q} - P_{i-1} \dot{q}_i \right] \Delta t; \quad (8.4)$$

$$\Delta P_{iBq} = P_{i-1,Bq} + \frac{k}{s_q + 2q_0 - q_i} \left[ -\frac{Q_{Vq} R \theta_M}{F_{Bq}} + P_{i-1,B} \dot{q}_i \right] \Delta t, \quad (8.5)$$

где  $m_i$  ( $i = 1, \dots, 5$ ) — массы подвижных частей приводов поворота, ползуна, руки, груза;  $J_z^{(4)}$ ,  $J_z^{(2)}$ ,  $J_z^{(3)}$  — моменты инерции колонны, ползуна и руки с грузом относительно центральных осей звеньев, параллельных оси;  $r$  — радиус делительной окружности шестерни колонны;  $R$  — расстояние от торца поршня до центра масс руки и груза;  $L$  — длина руки;  $T_x$ ,  $T_y$ ,  $T_z$  — силы трения;  $\alpha_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) — коэффициенты вязкого трения;  $i$  — номер шага интегрирования;  $\Delta t$  — шаг интегрирования по времени;  $x$ ,  $y$ ,  $z$  — координаты положения поршня в приводах колонны, руки, ползуна;  $P_x$ ,  $P_{y1}$ ,  $P_z$  — усилия приводов:

$$P_x = p_{ix} F_x - p_{iBx} F_{Bx};$$

$$P_{y1} = p_{iy} F_y - p_{iBy} F_{By};$$

$$P_z = p_{iz} F_z - p_{iBz} F_{Bz};$$

где  $p_{ix}$ ,  $p_{iy}$ ,  $p_{iz}$  — давление газа в рабочих полостях цилиндров колонны, руки и ползуна на  $i$ -м шаге интегрирования;  $p_{iBx}$ ,  $p_{iBy}$ ,  $p_{iBz}$  — давление газа в выхлопных полостях пневмоцилиндров на  $i$ -м шаге интегрирования;  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  — площади поршней со стороны рабочих полостей пневмоцилиндров;  $F_{Bx}$ ,  $F_{By}$ ,  $F_{Bz}$  — площади поршней со стороны выхлопных полостей пневмоцилиндров;  $\Delta p_{iq}$ ,  $\Delta p_{iBq}$  — изменение давления газа в рабочих и выхлопных полостях пневмоцилиндров на  $i$ -м шаге интегрирования;  $k$  — показатель адиабаты;  $\theta_M$  — температура воздуха в магистрали;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $q_i$  — ход поршней пневмоцилиндров;  $Q_{Vq}$  — объемный расход воздуха, поступающего из магистрали в рабочую полость пневмоцилиндров.

Для расчета времени цикла примем данные, соответствующие роботу РФ-202М:  $m_4 + m_5 = 1$  кг;  $l = 0,25$  м;  $A = m_5/r^2 = 1600$  кг/м<sup>2</sup>;  $B = (J_z^{(2)} + J_z^{(3)} + J_z^{(4)})/m_5 = 0,031$  м<sup>2</sup>;  $x = 0,07$  м;  $y = 0,3$  м;  $\alpha_1 = \alpha_3 = 6$  кг/с на режиме разгона;  $\alpha_1 = \alpha_3 = 3000$  кг/с на режиме торможения;  $T_x = 50$  Н;  $T_y = 25$  Н;  $F_x = 4,9 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $F_y = 3,14 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $F_{Bx} = 2,8 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $F_{By} = 1,7 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>;  $p_M = 0,4$  МПа;  $x_0 = 7 \cdot 10^{-3}$  м;  $y_0 = 3 \cdot 10^{-2}$  м;  $\theta_M = 293$  К;  $\Delta t = 0,01$  с.

Система (8.1)–(8.5) была решена с использованием стандартных программ методом Рунге – Кутты. Для случая последовательной работы приводов получено

$$t_y = t_x + t_r = 0,8 + 0,5 = 1,3 \text{ с,}$$

где  $t_x$  – время поворота колонны;  $t_r$  – время радиального перемещения руки.

Уменьшение времени цикла может быть достигнуто оптимальным совмещением движений. Для жесткой системы время цикла с приведенными выше параметрами составляет  $\sim 1$  с.

В случае учета упругости руки при расчете времени цикла следует учитывать упругие колебания. Колебания центра масс руки и груза в горизонтальной плоскости описываются уравнением

$$\begin{aligned} \ddot{\lambda}_x = & 0,5m_5 \left\{ \left[ \frac{m_4}{m_5} (y_1 + l)^2 + (y_1 + L)^2 \right] \ddot{x} \right\} / (m_4 + m_5) + \\ & + [0,5 (m_4 + m_5) (\dot{y}_1 + l) \dot{x} \dot{y} + 3EI\lambda_x / (y_1 + l)^3 + \\ & + 0,5m\dot{y}_1 \dot{\lambda}_x] / (m_4 + m_5), \end{aligned} \quad (8.6)$$

где  $\lambda_x$  – отклонение центра масс от положения равновесия;  $E$  – модуль упругости материала руки;  $I$  – момент инерции сечения руки.

Если принять координаты упора  $y_1 = 0,3$  м;  $x = 0,07$  м; скорость выхода руки на упор  $\dot{x} = \dot{\lambda}_0 = 0,12$  м·с<sup>-1</sup>;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $I = 5,15 \cdot 10^{-5}$  м<sup>4</sup>, то из выражения (8.6) получим

$$\lambda_{\text{поз}} = \lambda_0 \sqrt{(m_4 - m_5) (y_1 + l)^3 / (3EI)} = 0,5 \text{ мм,} \quad (8.7)$$

где  $\lambda_{\text{поз}}$  – упругое отклонение схвата робота в момент выхода на упор;  $\lambda_0$  – статический прогиб руки на свободном конце.

Если принять, что колебания системы на упоре – свободные затухающие с логарифмическим декрементом  $\delta = 0,2$ , то амплитуда колебаний в момент времени  $t_x = 1,3$  с составит 0,2 мм. Следовательно, при заданной точности позиционирования 0,1 мм время цикла увеличивается вследствие упругих колебаний и оптимизация движения манипулятора по быстрдействию должна осуществляться с учетом упругих колебаний.



## **8.2. Динамическая модель электрогидравлического и электромеханического привода**

Одним из эффективных средств проектирования электрогидравлических приводов промышленных роботов ввиду сложности их динамических моделей и многообразия технических требований является использование методов автоматизированного проектирования, предусматривающих диалог конструктора с ЭВМ.

Основой модульной системы автоматизированного проектирования электрогидравлического привода робота является его универсальная математическая модель, составляемая из набора базовых блоков, описывающих работу основных элементов привода. Такими элементами являются электромеханический преобразователь и электрогидравлический усилитель, золотниковый распределитель, исполнительные элементы вращательного и поступательного действия, передаточный механизм. Кроме того, в качестве элементов в общую математическую модель привода входят математические модели, учитывающие нелинейности гидропривода: нелинейность статических характеристик золотникового распределителя, нелинейность процесса деформации рабочей жидкости с газовоздушной фазой, переменность коэффициента расхода золотникового распределителя, кулоново трение в элементах привода, люфт и упругость механической передачи.

Приведем математические модели электромеханического преобразователя (ЭМП) и электрогидравлического усилителя. ЭМП служит для преобразования электрических сигналов управления в перемещения входного звена первого каскада гидроусилителя. Электрогидравлический усилитель (ЭГУ) является промежуточным звеном между маломощной частью системы управления и мощным гидравлическим исполнительным механизмом. Статические и динамические характеристики ЭГУ во многом определяют следующие характеристики электрогидравлических следящих приводов робота: чувствительность к управляющему сигналу, быстродействие, ширину полосы пропускания частот. Ввиду сложности динамических процессов, протекающих в ЭГУ, наиболее эффективным методом его проектирования является моделирование на ЭВМ.

Принцип действия ЭГУ состоит в следующем. При отсутствии электрического сигнала на катушках электрического преобразователя гидравлические сопротивления пра-

вой и левой частей управляющего каскада равны, распределительный золотник находится в нейтральном положении и расход жидкости через каналы отсутствует. При подаче управляющего сигнала на катушки якорь перемещает заслонку между рабочими торцами сопл, изменяя гидравлические сопротивления в управляющем каскаде. При этом давление в одной из рабочих камер увеличивается, а в другой — уменьшается. Вследствие этого распределительный золотник под действием перепада давлений начнет перемещаться в сторону камеры с меньшим давлением. Распределительный золотник переместится относительно корпуса на расстояние  $x$ , зависящее от перемещения заслонки  $h$ , угла  $\alpha_1$  наклона заслонки и угла  $\alpha_2$  между плоскостью заслонки и направлением ее перемещения, т. е.

$$x = h \sin \alpha_2 / \sin \alpha_1.$$

Математические модели ЭГУ различных типов описаны в [5]. Эти модели основываются на уравнениях расхода жидкости через дроссельные устройства, уравнениях неразрывности течения, уравнениях состояния и уравнениях движения отдельных звеньев. Кроме того, математическая модель ЭГУ должна содержать уравнения, описывающие процессы в электромеханических устройствах, и соотношения, учитывающие обратную связь.

ЭМП описывается уравнением напряжений в электрической цепи и уравнением движения якоря с заслонкой. Уравнение напряжений в электрической цепи имеет вид

$$U = RI + L \frac{dI}{dt} + C_1 \frac{d\phi}{dt},$$

где  $U$  — напряжение питания электрического усилителя;  $I$  — ток в обмотке якоря;  $R$ ,  $L$  — соответственно активное сопротивление и индуктивность обмотки якоря ЭМП;  $C_1$  — коэффициент противо-э. д. с.

Индуктивность определяют по формуле

$$L = 2w^2 \mu S_c / \delta,$$

где  $w$  — число витков обмотки управления;  $\mu = 0,8\mu_0$ ;  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-9}$  Гн/см — абсолютная магнитная проницаемость материала магнита;  $S_c$  — площадь сердечника;  $\delta = 3\delta_0$ ;  $\delta_0$  — воздушный зазор между якорем и сердечником.

Коэффициент противо-э. д. с.

$$C_1 = LI_A I / \delta^2,$$

где  $L$  – индуктивность в обмотке якоря;  $l_a$  – длина средней линии якоря.

Уравнение движения якоря с заслонкой имеет вид

$$J_a \frac{d^2\varphi}{dt^2} + k \frac{d\varphi}{dt} + c\varphi + M_r = k_m I,$$

где  $J_a$  – момент инерции подвижных частей ЭМП относительно оси поворота заслонки;  $\varphi$  – угол поворота заслонки якоря;  $k$  – коэффициент трения;  $c$  – жесткость пружины подвеса заслонки;  $M_r$  – момент гидродинамической силы;  $k_m$  – постоянная электромагнита.

Входным сигналом математической модели ЭМП является напряжение, подводимое к обмотке якоря ЭМП, выходным – угол поворота якоря с заслонкой, определяющий перемещение  $h$  заслонки от сопл. Ввиду малости угла  $\varphi$  можно принять  $h = l_d \varphi$ .

Математическая модель управляющего и распределительного каскадов гидроусилителя включает уравнение расхода рабочей жидкости в управляющем каскаде и уравнение движения золотника. При этом обычным является допущение о равенстве пропускной способности дросселей при нейтральном положении заслонки ( $h = 0$ ). За положительное перемещение золотника принято направление его движения при повороте заслонки по часовой стрелке.

Уравнение расхода рабочей жидкости в управляющем каскаде имеет вид

$$Q_{ni} = F_3 \frac{dx}{dt} + k_{сжi} \frac{dp_{ni}}{dt} \quad (i = 1, 2),$$

где  $Q_{ni}$  – расход рабочей жидкости через сопротивление гидроусилителя;  $F_3$  – площадь торца плунжера золотника;  $x$  – перемещение золотника;  $k_{сжi}$  – коэффициенты, учитывающие сжимаемость рабочей жидкости в торцовых камерах золотникового распределителя;  $p_{ni}$  – давление жидкости в камерах распределителя.

Расход рабочей жидкости, протекающей через сопротивление гидроусилителя,

$$Q_{ni} = \pm G_1 \sqrt{(p_n - p_{ni})} \operatorname{sgn}(p_n - p_{ni}) \pm \pm G_2 f_i(h) \sqrt{(p_{ni} - p_{сн})} \operatorname{sgn}(p_n - p_{сн}) \quad (i = 1, 2),$$

где  $G_1 = F_{др} \sqrt{2/g} \mu$  – пропускная способность дросселей гидроусилителя;  $F_{др}$  – площадь поперечного сечения дросселя;  $\rho$  – плотность рабочей жидкости;  $\mu$  – коэффициент расхода жидкости через дроссель;  $G_2$  – пропускная способность

дросселей при нейтральном положении заслонки;  $f_i(h)$  — функция, определяющая площадь проходного сечения в управляющем каскаде.

Расход рабочей жидкости через золотниковый распределитель

$$Q_i = \pm G_m f_i(u) \sqrt{(p_n - p_i)} \operatorname{sgn}(p_n - p_i) \pm \\ \pm G_m f_j(u) \sqrt{(p_i - p_{сл})} \operatorname{sgn}(p_i - p_{сл}) \quad (i = 1, 2; j = 1, 2; j \neq i),$$

где  $G_m$  — максимальная пропускная способность рабочих щелей распределителя;  $p_n$ ,  $p_{сл}$  — соответственно давление питания и слива;  $p_1$ ,  $p_2$  — давление жидкости во входном и выходном каналах золотникового распределителя;  $f_i$ ,  $f_j$  — функции, определяющие площадь проходного сечения щели золотникового распределителя.

Уравнение движения золотника

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + k \frac{dx}{dt} + R_{r1} + R_{r2} + R_{тр} = F_3 \Delta p,$$

где  $m$  — масса золотника;  $k$  — коэффициент трения;  $R_{r1}$ ,  $R_{r2}$  — гидродинамические силы, действующие на золотник со стороны потоков рабочей жидкости, вытекающей из сопл управляющего каскада и рабочих щелей золотникового распределителя;  $R_{тр}$  — сила трения;  $\Delta p = p_{n1} - p_{n2}$  — перепад давления жидкости на торцах золотника;  $F_3$  — площадь плунжера золотника.

Между управляющим и распределительным каскадами гидроусилителя имеется отрицательная обратная связь, которую можно выразить соотношением

$$h = l_2 \varphi - x (\sin \alpha_1 / \sin \alpha_2).$$

Кроме того,

$$f_1(h) = 1 + (h/h_0) \quad f_2(h) = 1 - (h/h_0).$$

Совокупность приведенных уравнений представляет собой математическую модель электрогидравлического усилителя. На основе этой математической модели разработан комплекс в виде программных модулей, позволяющий моделировать динамику гидроусилителей и выбирать их параметры при проектировании [5].

На рис. 8.2 показана структурная схема, отражающая динамику следящего электромеханического привода робота «Универсал-15.01» [17]. На этой схеме обозначено: 1 — регулятор положения; 2, 3 — тиристорные преобразователи; 4 — двигатель постоянного тока; 5 — редуктор; 6 — упругий элемент; 8 — тахогенератор; 9 — датчик положения.

Математическую модель такого привода можно записать в следующем виде:

уравнение регулятора положения

$$U_{\omega} = K_{pn} U_{\varphi};$$

уравнение регулятора скорости

$$U_2 = K_{pc} U_1 + \frac{1}{\tau} K_{pc} \int U_1 dt;$$

уравнение тиристорного преобразователя

$$T_{тп} \frac{dU_{я}}{dt} + U_{я} = U_2 K_{тп};$$

уравнение электродвигателя постоянного тока

$$T_1 T_2 \frac{d^2 \omega_d}{dt^2} + (T_1 + T_2) \frac{d\omega_d}{dt} + \omega_d = K_d U_{я};$$

уравнение редуктора

$$\omega_p = K_d \omega_d;$$

уравнение идеальной упругой механической передачи

$$T_m^2 \frac{d^2 \varphi_n}{dt^2} + \varphi_n = \varphi_p;$$

уравнение тахогенератора

$$U_{\tau} = K_{\tau} \omega_d;$$

уравнение фильтра сигнала тахогенератора

$$T_{\phi} \frac{dU_{\phi}}{dt} + U_{\phi} = K_{\phi} U_{\tau};$$

уравнение датчика положения

$$U_{\varphi n} = K_{дп} \varphi_n;$$

уравнение замыкания скоростного контура

$$U_1 = U_{\omega} - U_{\phi};$$

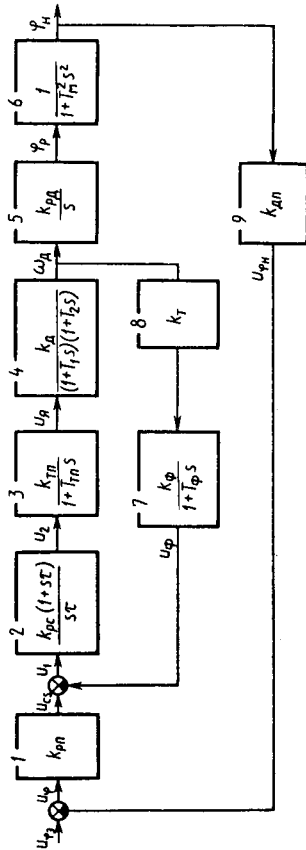


Рис. 8.2

уравнение замыкания позиционного контура

$$U_{\varphi} = U_{\varphi 3} - U_{\varphi n},$$

где  $T_{гп}$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_m$ ,  $T_{\phi}$  — постоянные времени тиристорного преобразователя, двигателя, механической системы привода, фильтра сигнала тахогенератора соответственно;  $K_{рп}$ ,  $K_{рс}$ ,  $K_{гп}$ ,  $K_{д}$ ,  $K_m$ ,  $K_{\phi}$ ,  $K_T$ ,  $K_{дп}$  — коэффициенты;  $U_{\omega}$ ,  $U_2$ ,  $U_y$ ,  $U_T$ ,  $U_{\phi}$ ,  $U_{\varphi n}$ ,  $U_{\varphi}$ ,  $U_{\varphi 3}$  — напряжения на регуляторах положения и скорости, якоре двигателя, тиристорном преобразователе, фильтре тахогенератора, датчике положения и задающее напряжение соответственно.

### 8.3. Динамическая модель и выбор параметров гидравлических тормозных устройств

Определение таких важных конструктивных параметров гидравлических тормозных устройств, как диаметр начального отверстия перепускного канала, профиль иглы и др., можно проводить на основе методики расчета, построенной с учетом основных факторов, влияющих на качество процесса торможения [14].

Инженерный расчет гидравлического тормозного устройства охватывает следующие вопросы:

выбор типа тормозной жидкости;

определение силы сопротивления тормозного устройства с учетом конструктивных и динамических параметров;

определение размеров регулирующего отверстия управляющего дросселя;

тепловой и прочностной расчеты.

Рассмотрим вопросы определения силы сопротивления и выбора параметров управляющего дросселя.

**Сила сопротивления тормозного устройства и уравнение движения.** Сила сопротивления возникает при вытеснении жидкости из рабочей полости и ее перетекании через дросселирующее отверстие, площадь проходного сечения которого для регулируемых тормозных устройств изменяется.

Сила сопротивления тормозного устройства (рис. 8.3)

$$R = F_1 p_1 + F_2 p_2, \quad (8.8)$$

где  $F_1$  и  $F_2$  — эффективные площади поршня в полостях 1 и 2, а  $p_1$  и  $p_2$  — давления в них. Наличие дросселей  $Dp_1$  и  $Dp_2$  делает эту схему более общей.

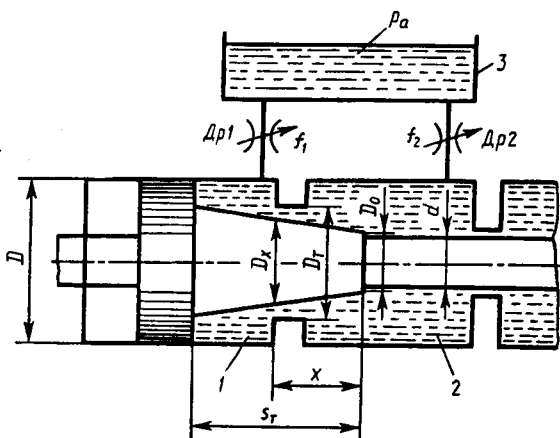


Рис. 8.3

Эффективные площади поршня находятся по формулам

$$F_1 = \frac{\pi (D^2 - D_x^2)}{4}; F_2 = \frac{\pi (D_x^2 - d^2)}{4}, \quad (8.9)$$

где  $D$  и  $d$  — диаметр поршня и стержня.

Для определения давлений в полостях используются уравнение неразрывности

$$Q = \text{const}, \quad (8.10)$$

выражающее постоянство расхода жидкости, и уравнение Бернулли

$$p_1 + \frac{\rho}{2} u_1^2 = p_2 + \frac{\rho}{2} u_2^2 + \Delta p_r + \Delta p_n, \quad (8.11)$$

где  $\rho$  — плотность жидкости;  $u_1$  и  $u_2$  — скорости жидкости на входе и выходе дросселя;  $\Delta p_r$  и  $\Delta p_n$  — гидравлические и инерционные потери давления.

Инерционные потери, обусловленные затратами энергии на сообщение ускорения жидкости, имеют вид  $\Delta p_n = \rho Lx$ , где  $L$  — приведенная длина камер и каналов устройства;  $x$  — координата поршня.

Гидравлические потери выразим через расход  $Q_{др}$  жидкости, проходящей через дроссель:

$$\Delta p_2 = \xi (\rho/2) (Q_{др}^2 / f_{др}^2), \quad (8.12)$$

где  $\xi$  и  $f_{др}$  — коэффициент сопротивления и площадь проходного дросселя.

Коэффициент гидравлического сопротивления зависит от многих факторов — температуры жидкости и ее свойств, режима течения, профиля канала, длины и шероховатости стенок регулирующего отверстия и др. Это затрудняет его теоретическое определение. Для дросселей игольчатого типа  $\xi = 1,1 \dots 2,2$  в зависимости от температуры жидкости. Нижний предел характерен для разогретой жидкости, а верхний — для холодной. От температуры зависит и плотность жидкости  $\rho$ .

В большинстве случаев масса жидкости мала и инерционными потерями можно пренебречь. Кроме того, при неизменной плотности жидкости из уравнения неразрывности следует  $u_1 = u_2$ .

Определим силу сопротивления для трех основных случаев настройки тормозного устройства.

1. Пусть  $f_1 = 0$ , а площадь проходного сечения  $f_2$  дросселя  $Dp2$  настолько велика, что жидкость беспрепятственно проходит из полости 2 в компенсатор 3. Тогда общий расход жидкости

$$Q = \pi (D^2 - d^2) \dot{x} / 4 \quad (8.13)$$

проходит через переменный дроссель с площадью проходного сечения

$$f_{др} = \pi (D_{\tau}^2 - D_x^2) / 4, \quad (8.14)$$

где  $D_{\tau}$  — диаметр втулки тормозного устройства. В этом случае  $p_2 = p_a = 0$ , а

$$p_1 = \Delta p_2 = \xi \frac{\rho}{2} \frac{(D^2 - d^2)^2}{(D_{\tau}^2 - D_x^2)^2} \dot{x}^2,$$

отсюда

$$R_1 = F_1 p_1 = \xi \pi \rho \frac{(D^2 - d^2)^2}{(D_{\tau}^2 - D_x^2)^2} (D^2 - D_x^2) \dot{x}^2. \quad (8.15)$$

2. Пусть  $f_2 = 0$ ,  $f_1 \neq 0$ . Тогда жидкость будет вытесняться из полости 2 в полость 1 и далее в компенсатор 3. Расход через дроссель переменного сечения

$$Q_{др} = \frac{\pi (D_p^2 - d^2) \dot{x}}{4}. \quad (8.16)$$

Подставляя (8.14) и (8.16) в (8.12), с учетом (8.13) получим

$$p_2 - p_1 = \xi \frac{\rho}{2} \frac{(D_x^2 - d^2)^2}{(D_{\tau}^2 - D_x^2)^2} \dot{x}^2. \quad (8.17)$$



Найдем давление  $p_1$ . Общий расход (8.13) примем равным расходу в дросселе  $Dp1$  постоянного сечения. Применяя уравнение Бернулли (8.11), с учетом (8.12) получим

$$p_1 - p_2 = \xi \frac{\rho \pi^2}{32} \frac{(D^2 - d^2)^2}{f_1^2} \dot{x}^2 = p_1, \quad (8.18)$$

так как  $p_2 = 0$ .

Подставляя (8.17), (8.18) и (8.9) в (8.8), имеем

$$R_{II} = \xi \frac{\pi \rho}{8} \left[ \frac{(D_x^2 - d^2)^3}{(D_T^2 - D_x^2)^2} + \frac{\pi^2}{16} \frac{(D^2 - d^2)^3}{f_1^2} \right] \dot{x}^2. \quad (8.19)$$

3. Пусть  $f_1 = 0$ ,  $f_2 \neq 0$ . В этом случае задача решается аналогично и сила сопротивления определяется выражением

$$R_{III} = \xi \frac{\pi \rho}{8} \left[ \frac{(D^2 - D_x^2)^3}{(D_T^2 - D_x^2)^2} + \frac{\pi^2}{16} \frac{(D^2 - d^2)^3}{f_2^2} \right] \dot{x}^2. \quad (8.20)$$

Уравнение движения поршня можно представить в виде

$$m_{np} \frac{dv}{dt} = P_d - R_c - R(x, v), \quad (8.21)$$

где  $P_d$  — движущая сила со стороны пневмопривода;  $R_c$  — приведенная к поршню сила сопротивления, включающая в себя силы трения и усилие возвратной пружины:

$$R_c = \sum_{i=1}^k P_i (v_i/v) \cos(\bar{P}_i \bar{v}_i) + \sum_{i=1}^k M_i (\omega_i/v);$$

$m_{np}$  — приведенная к поршню масса механизма манипулятора и жидкости:

$$m_{np} = \sum_{i=1}^n m_i (v_i/v)^2 + \sum J_i (\omega_i/\omega)^2 + \rho LF; \quad (8.22)$$

$J_i$  — момент инерции  $i$ -го звена относительно оси, проходящей через центр масс;  $P_i$ ,  $M_i$  — сила и момент сопротивления, приложенные к  $i$ -му звену;  $m_i$ ,  $v_i$ ,  $\omega_i$  — масса, линейная и угловая скорость  $i$ -го звена.

Уравнение (8.21) можно представить зависимостями от перемещений или от времени

$$m_{np} \frac{v}{dx} \frac{dv}{dx} + R(v, x) = P_d - R_c; \quad (8.23)$$

$$m_{np} \frac{dx}{dt} + R(v, x) = P_d - R_c.$$

Построенная динамическая модель позволяет проводить моделирование и проектирование гидравлических тормозных устройств.

## Заключение

Предлагаемая читателю серия книг по механике промышленных роботов показывает, насколько сложно и трудоемко проектирование промышленного робота. Для создания робота с высокими качественными показателями требуется совершенное владение методами анализа механики пространственных многостепенных систем твердых и упругих тел.

Промышленный робот, даже универсального типа, в производстве используется для конкретного технологического процесса. Успех и эффективность этого использования зависят от соответствия параметров и характеристик робота требованиям технологического процесса. Путем решения обратных задач кинематики и динамики, не традиционных для курсов теоретической механики и теории механизмов и машин, определяются требования к приводам и передаточным механизмам по скоростям, мощности и усилиям.

В настоящее время для анализа сложных задач механики манипуляторов используются векторный метод, метод матриц, метод винтов. Опыт решения различных задач показывает, что эффективность этих методов для каждого класса задач различна. Например, метод матриц весьма эффективен при решении прямых задач о положениях манипулятора, векторный метод — при решении обратных задач, метод винтов — при описании мгновенного кинематического состояния манипулятора. Изучив содержание и примеры применения этих методов, читатель сам может выбрать наиболее эффективный для решения конкретной задачи.

Методы проектирования имеют значительные особенности. Эти особенности прежде всего связаны с необходимостью проектирования механизмов с несколькими степенями свободы, осуществляющих заданное движение объекта в пространстве с высокой точностью, большими скоростями и ускорениями. Кинематическая модель представляет собой незамкнутую кинематическую цепь, определяющую основной механизм манипулятора. В серии изложенному методу синтеза незамкнутых кинематических цепей по заданным условиям движения объекта уделено значительное внимание.

Движение звеньев основного механизма манипулятора осуществляется от приводов через кинематические цепи передаточных механизмов. Способы и механизмы передачи движения от двигателей к основным звеньям в роботах

многообразны, а образующиеся при этом кинематические структуры достаточно сложны.

При расположении двигателей на основании или на звеньях робота, близких к основанию, используются многостепенные планетарные шарнирно-зубчатые механизмы или многостепенные пространственные механизмы с гибкими связями, для передачи движения между соседними основными звеньями манипулятора — более простые передаточные механизмы с одной степенью свободы. Во второй книге серии изложены методы расчета и проектирования различных механизмов передачи движения роботов.

Захватное устройство робота является устройством, не имеющим аналогов в других механических системах. Вопросам расчета и проектирования механизмов схватов во второй книге серии уделено значительное место.

Первые две книги являются теоретической основой конструирования робота. При конструировании методы анализа и синтеза объединяются в единый процесс, в котором интуиция конструктора играет ведущую роль. Общей методической основой конструирования робота являются результаты решения прямых и обратных задач кинематики, динамики и точности манипуляторов.

В третьей книге описаны принципы и порядок конструирования робота и отдельных узлов и агрегатов. Значительное внимание уделено агрегатно-модульному принципу конструирования роботов. В заключительных главах третьей книги серии описаны методы построения динамических моделей конструкций, которые позволяют уточнить характеристики робота и моделировать их на ЭВМ.

## Список литературы

1. Афонин В. Л. Технологические роботы для механической обработки. Механика и управление. Научно-технический прогресс в машиностроении. — Международный центр научно-технической информации. 1988. Вып. 9.

2. Аксельрод Б. В., Градецкий В. П. Движение упругого манипулятора при внешних возмущениях//Препринт № 989/Институт проблем механики АН СССР. М., 1987.

3. Акуленко Л. Д., Михайлов С. А., Черноусько Ф. Л. Моделирование динамики манипулятора с упругими звеньями//Механика твердого тела. 1981. № 3. С. 118—124.

4. Бабич А. В., Смирнов А. А. Промышленный робот типа РГШ-40. Особенности конструкции//Кузнечно-штамповочное производство. 1987. № 3.

5. Баранов А. Г., Боровик Г. К., Платонов А. К. и др. Моделирование на ЭВМ электрогидравлического привода дроссельного регулирования промышленных роботов//Препринт № 88/Институт проблем механики АН СССР. М., 1979.

6. Бурдаков С. Ф., Дьяченко В. А., Тимофеев А. Н. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов. М., 1986.

7. Воробьев Е. И. Влияние изгибной упругости руки промышленного робота на его динамику//Механика машин. 1976. Вып. 51.

8. Герц Е. В., Крейнин Г. В. Расчет пневмоприводов/Справочное пособие. М., 1975.

9. Калабин И. В. Дифференциальные механизмы манипуляторов//Станки и инструмент. 1978. № 7.

10. Колташников С. Н., Челпанов И. Б. Проектирование унифицированных схватов промышленных роботов//Проблемы машиностроения и автоматизации. Москва—Будапешт, 1986. Вып. 8. С. 80—85.

11. Кудрявцев Е. А., Фролов А. Г. Влияние погрешностей механического привода портальной газорезающей машины на точность резания//Известия вузов. 1983. № 1.

12. Левина З. М., Решетов Д. И. Контактная жесткость машин. М., 1971.

13. Михайлов С. А., Черноусько Ф. Л. Исследование динамики манипулятора с упругими звеньями//Механика твердого тела. 1984. № 2.

14. Поляков Ю. Б., Кравченко Н. Ф. Проектирование гидравлических тормозных устройств промышленных роботов//Исследование механизмов роботов, синтез и динамика рычажных механизмов. М., 1984.

15. Промышленные роботы в машиностроении. Альбом схем и чертежей/Под ред. Ю. М. Соломенцева. М., 1987.

16. Проектирование механических передач/Под ред. С. А. Чернавского. М., 1984.

17. Промышленная робототехника/Под ред. Я. А. Шифрина. М., 1982.
18. Расчет и проектирование деталей машин/Под ред. Ю. Б. Столбина., К. П. Жукова. М., 1978.
19. Расчеты на прочность/Под ред. С. Д. Пономарева. Т. 2. М., 1958.
20. Сурнин Б. Н., Калабин И. В., Степанов В. П. Особенности конструкции роботов модульного типа//Станки и инструмент. 1978. № 7.
21. Феодосьев В. И. Сопrotивление материалов. М., 1964.
22. Черноусько Ф. Л. Динамика управляемых движений упругого манипулятора//Техническая кибернетика. 1981. № 5.
23. Черноусько Ф. Л., Градецкий В. Г., Гукасян А. А. и др. Анализ упругой податливости конструкций манипуляционных роботов//Препринт № 231/Институт проблем механики АН СССР. М., 1987.
24. Шанников В. М. Планетарные редукторы с внецентроидным зацеплением. М., 1948.

# Оглавление

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	4

## Раздел 1. Конструкции и принципы проектирования промышленных роботов

<b>Глава 1. Конструкции промышленных роботов . . .</b>	<b>6</b>
1.1. Напольные промышленные роботы с выдвижной рукой . . . . .	6
1.2. Напольные промышленные роботы с шарнирной рукой . . . . .	8
1.3. Портальные подвесные промышленные роботы . . . . .	15
1.4. Промышленные роботы мостового типа . . . . .	26
1.5. Промышленные роботы агрегатно-модульного типа . . . . .	29
<b>Глава 2. Принципы проектирования промышленных роботов . . . . .</b>	<b>50</b>
2.1. Технические требования и параметры . . . . .	53
2.2. Определение параметров роботов . . . . .	59
2.3. Агрегатно-модульный принцип проектирования промышленных роботов . . . . .	96

## Раздел 2. Расчет и конструирование механической системы и ее узлов

<b>Глава 3. Проектирование механической системы . . .</b>	<b>116</b>
3.1. Ориентирующие (кистевые) механизмы . . . . .	119
3.2. Несущая механическая система . . . . .	129
3.3. Исполнительная система . . . . .	147
3.4. Выбор типа привода . . . . .	150
3.5. Разработка кинематической схемы . . . . .	156
<b>Глава 4. Конструкция и расчет механизмов рук . . .</b>	<b>163</b>
4.1. Конструкции и кинематика рук . . . . .	164
4.2. Разработка компоновочного чертежа руки . . . . .	175
4.3. Расчет трансмиссионных валов . . . . .	176
4.4. Конструкция и расчет муфт . . . . .	179
4.5. Передаточные механизмы рук . . . . .	184
4.6. Конструкция и расчет схватов . . . . .	193

<b>Глава 5. Конструкция и расчет механизмов вращения и прямолинейного перемещения . . . . .</b>	<b>206</b>
5.1. Конструкция и расчет механизмов вращения . . . . .	206
5.2. Механизмы вращения с червячной передачей . . . . .	222
5.3. Механизмы вращения с планетарной цевочной передачей . . . . .	227
5.4. Механизмы вращения с волновыми зубчатыми передачами . . . . .	236
5.5. Механизмы прямолинейного перемещения . . . . .	261
<b>Глава 6. Расчет и проектирование конструктивных модулей . . . . .</b>	<b>284</b>
6.1. Технические требования к модулям . . . . .	284
6.2. Жесткость модулей . . . . .	289
6.3. Точность модулей . . . . .	294
6.4. Проектирование модульных схватов . . . . .	297
<b>Раздел 3. Построение динамических моделей конструкций и систем промышленных роботов</b>	
<b>Глава 7. Динамические модели конструкций роботов</b>	<b>301</b>
7.1. Динамические модели манипуляторов с учетом упругости звеньев передаточных механизмов . . . . .	302
7.2. Динамические модели манипуляторов с учетом изгибной упругости руки . . . . .	309
7.3. Динамические модели двухзвенных шарнирных манипуляторов с учетом упругости звеньев . . . . .	321
7.4. Асимптотический метод в динамике упругих манипуляторов . . . . .	331
7.5. Дискретные динамические модели конструкций манипуляторов . . . . .	342
7.6. Динамические точечные модели порталных роботов и анализ их точности . . . . .	346
<b>Глава 8. Динамические модели промышленных роботов с учетом приводов . . . . .</b>	<b>363</b>
8.1. Динамическая модель робота с пневмоприводом . . . . .	363
8.2. Динамическая модель электрогидравлического и электро-механического привода . . . . .	369
8.3. Динамическая модель и выбор параметров гидравлических тормозных устройств . . . . .	374
Заключение . . . . .	378
Список литературы . . . . .	380

*Учебное издание*

## **МЕХАНИКА ПРОМЫШЛЕННЫХ РОБОТОВ**

**В 3 книгах**

**Книга 3**

**Воробьев Евгений Иванович,  
Бабич Анатолий Владимирович,  
Жуков Константин Петрович и др.**

### **Основы конструирования**

Заведующий редакцией *А. В. Дубровский*  
Редактор *Л. Н. Шатунова*  
Младший редактор *Т. Ф. Артюхина*  
Художник *Е. Н. Урусов*  
Художественный редактор *Л. К. Громова*  
Технический редактор *Э. М. Чижевский*  
Корректор *Г. И. Кострикова*

**ИБ № 7119**

Изд. № ОТ-707. Сдано в набор 23.05.88. Подп. в печать 17.01.89. Формат 84 × 108<sup>1</sup>/<sub>32</sub>. Бум. тип. № 2. Гарнитура таймс. Печать высокая. Объем 20,16 усл. печ. л. 20,37 усл. кр.-отт. 20,61 уч.-изд. л. Тираж 44 000 экз. Зак. № 1580. Цена 75 коп.

Издательство «Высшая школа», 101430, Москва, ГСП-4, Неглинная ул., д. 29/14.

Ордена Октябрьской Революции, ордена Трудового Красного Знамени Ленинградское производственно-техническое объединение «Печатный Двор» имени А. М. Горького Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 197136, Ленинград, П-136, Чкаловский пр., 15.