**Практическая занятия №1**

**Тема: Характеристики качества и количества измерительных величин**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение характеристики качества и

количества измерительных величин

**2.Теоретическая часть:**

**Измерение** — [совокупность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%BA%D1%83%D0%BF%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) [действий](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D0%B9%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B8%D0%B5) для определения отношения одной (измеряемой) [величины](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0) к другой однородной величине, принятой всеми участниками за единицу, хранящуюся в техническом средстве ([средстве измерений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B5%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B9)).

Получившееся значение называется числовым значением измеряемой величины, числовое значение совместно с обозначением используемой единицы называется значением физической величины. Измерение физической величины опытным путём проводится с помощью различных средств измерений —[мер](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%80%D0%B0_%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B), [измерительных приборов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D1%80%D0%B8%D0%B1%D0%BE%D1%80), [измерительных преобразователей](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%BE%D0%B1%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BE%D0%B2%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C), систем, установок и т. д. Измерение физической величины включает в себя несколько этапов: 1) сравнение измеряемой величины с единицей; 2) преобразование в форму, удобную для использования (различные способы индикации).

* Принцип измерений — физическое явление или эффект, положенный в основу измерений.
* Метод измерений — приём или совокупность приёмов сравнения измеряемой физической величины с её единицей в соответствии с реализованным принципом измерений. Метод измерений обычно обусловлен устройством средств измерений.

Характеристикой точности измерения является его [погрешность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) или [неопределённость](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B5%D0%BE%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%91%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F). Примеры измерений:

1. В простейшем случае, прикладывая линейку с делениями к какой-либо детали, по сути сравнивают её размер с единицей, хранимой линейкой, и, произведя отсчёт, получают значение величины (длины, высоты, толщины и других параметров детали).
2. С помощью измерительного прибора сравнивают размер величины, преобразованной в перемещение указателя, с единицей, хранимой шкалой этого прибора, и проводят отсчёт.

В тех случаях, когда невозможно выполнить измерение (не выделена величина как физическая, или не определена единица измерений этой величины) практикуется оценивание таких величин по условным шкалам, например, [Шкала Рихтера интенсивности землетрясений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B8%D1%85%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0_%D1%88%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D0%B0), [Шкала Мооса](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D0%B0_%D0%9C%D0%BE%D0%BE%D1%81%D0%B0) — шкала твёрдости [минералов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%BB).

Частным случаем измерения является [сравнение](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B0%D0%B2%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) без указания количественных характеристик.

Наука, предметом изучения которой являются все аспекты измерений, называется [метрологией](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D1%8F).

Научная группа "Артефакт" предложила следующее определение термина: физические измерения - целенаправленные действия исследователей на получение достоверных, проверяемых, воспроизводимых данных о количестве (и качестве) эталонных физических событий в исследуемом процессе (или объекте) (или) за эталонную единицу времени, (или) на эталонную единицу пространства, (или) на эталонную единицу вещества.

Основные термины и определения» выделяют следующие виды измерений:

* Прямое измерение — измерение, при котором искомое значение физической величины получают непосредственно.
* Косвенное измерение — определение искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной.
* Совместные измерения — проводимые одновременно измерения двух или нескольких не одноимённых величин для определения зависимости между ними.
* Совокупные измерения — проводимые одновременно измерения нескольких одноимённых величин, при которых искомые значения величин определяют путём решения системы уравнений, получаемых при измерениях этих величин в различных сочетаниях.
* Равноточные измерения — ряд измерений какой-либо величины, выполненных одинаковыми по точности средствами измерений в одних и тех же условиях с одинаковой тщательностью.
* Неравноточные измерения — ряд измерений какой-либо величины, выполненных различающимися по точности средствами измерений и (или) в разных условиях.
* Однократное измерение — измерение, выполненное один раз.
* Многократное измерение — измерение физической величины одного и того же размера, результат которого получен из нескольких следующих друг за другом измерений, то есть состоящее из ряда однократных измерений
* Статическое измерение — измерение физической величины, принимаемой в соответствии с конкретной измерительной задачей за неизменную на протяжении времени измерения.
* Динамическое измерение — измерение изменяющейся по размеру физической величины.
* Абсолютное измерение — измерение, основанное на прямых измерениях одной или нескольких основных величин и (или) использовании значений физических констант.
* Относительное измерение — измерение отношения величины к одноимённой величине, играющей роль единицы, или измерение изменения величины по отношению к одноимённой величине, принимаемой за исходную (см. ниже *нулевой метод*).

Также стоит отметить, что в различных источниках дополнительно выделяют такие виды измерений: метрологические и технические, необходимые и избыточные и др.

**Контрольные вопросы:**

1. Что такое характеристики качества ?

2. Какое виды знаете метод измерений ?

3. Скажите о прямое измерение ?

**Практическая занятия №2**

**Типы и шкалы измерительных величин. Международные шкалы**

**температуры**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение типы и шкалы измерительных

величин. Международные шкалы температуры

**2.Теоретическая часть:**

Оценку любого свойства некоторого объекта можно рассматривать как результат измерения качества данного свойства. Поэтому измерения в самом широком смысле термина являются объектом изучения и прикладным инструментом квалиметрии. Квалиметрия (переводится как измерение качества ) – область научных знаний, в рамках которой исследуются проблемы количественной оценки качества продукции. В соответствии с ***квалиметрия****– это научная область, объединяющая количественные методы оценки качества, используемые для обоснования решений, принимаемых при управлении качеством продукции и тандартизации*.

Предметом квалиметрии является качество объектов с точки зрения возможностей его описания и количественного выражения.

Поскольку качество объекта представляет собой совокупность всех его свойств, оценивание качества объекта всегда начинается с количественной оценки его отдельных свойств. При этом под оценкой свойства объекта подразумевается **определение местоположения данного свойства на определенной оценочной шкале.** В квалиметрии принято различать следующие виды шкал:

· шкала наименований (номинационная или номинальная шкала);

· шкала порядка (ординальная или ранговая шкала);

· шкала интервалов (интервальная шкала);

· шкала отношений.

Иногда к этим шкалам добавляют еще «абсолютную» шкалу.

Все перечисленные виды шкал (кроме шкалы наименований) предназначены для сопоставления уровней интенсивности однотипного свойства, характеризующего один объект или некоторое множество объектов. Это соответствует исходному смыслу слова шкала (по латыни skala – лестница), определяемому как последовательность чисел или величин, расположенных в восходящем или нисходящем порядке.

Исходным материалом для построения всех шкал является «шкала наименований», поскольку без идентификации свойства нельзя построить шкалу его интенсивности. В бытовом плане шкалами наименований являются шкала фамилий (можно вместе с инициалами или именем и отчеством), шкала личных номеров в документах, адреса, номера экзаменационных билетов, номера ссылок на литературные источники. Видно, что такая шкала может состоять из любых знаков (числа, наименования, другие условные обозначения). Использование номеров не значает, что мы имеем дело с количественными оценками, напротив, любые цифры или числа такой шкалы – не более чем кодовые знаки. Всем понятно, что литературный источник 7 в списке литературы не лучше (толще, важнее, достовернее...) и не хуже, чем источник 8, хотя стоит перед ним. Они просто перечислены по алфавиту или в порядке упоминания в книге, статье.**Шкала наименований** позволяет составлять классификации, идентифицировать и различать объекты. Если поименованное свойство не имеет такой характеристики как интенсивность (например, фамилия субъекта), все-таки можно хотя бы набирать статистику на каждый из идентифицируемых объектов (Ковалевых среди телефонных абонентов обычно больше, чем Гиацинтовых или Аллегровых).

Из сказанного ясно, что «шкала наименований» представляет собой не одну шкалу, объединяющую множество однотипных объектов, а скорее множество разнотипных шкал совершенно независимых или пересекающихся. Например, шкалы личных имен, шкалы наименований профессий или специальностей. В метрологии используют шкалы наименований погрешностей: погрешности систематические и случайные, погрешности инструментальные, методические, из-за отличия условий измерения от нормальных, субъективные. Эти шкалы пересекаются между собой (например, инструментальная систематическая погрешность), поскольку обе они являются шкалами наименований погрешностей. Однако эти шкалы можно считать независимыми по отношению к шкалам наименований средств измерений или методов измерений.

Любая шкала наименований может рассматриваться как классификация однотипных объектов по некоторому основанию (классификационному признаку). Например, если отнести к однотипным объектам свойства, определяемые как физические величины, можно представить шкалу наименований в виде размерностей физических величин

Для того чтобы представить «шкалу наименований» в виде, приближенном к «лестнице» воспользуемся искусственным приемом ее построения в двухкоординатной системе, где по оси абсцисс будем отмечать рассматриваемые свойства, а по оси ординат – отображающие их символы .Следует особо отметить, что последовательность свойств и расстояния между ними на шкале абсцисс не несут никакого масштабного содержания. То же следует сказать и относительно оси ординат – числа в номерах символов, равно как и алфавитная последовательность букв, никак не характеризуют интенсивность отображаемых на эту ось свойств. Дополнительным подтверждением служит отсутствие стрелок на осях построенной системы координат.

Используемые в метрологии шкалы наименований включают наименования физических величин (собственно наименования величин, размерности величин), наименования единиц физических величин (собственно наименования единиц, условные обозначения национальные и международные), наименования средств, видов и методов измерений, погрешностей измерений и их составляющих и др.

В измерениях нефизических величин используют наименования самих величин, единиц измерений величин и множество других наименований. Встречаются наименования единиц измерений некоторых объектов достаточно неожиданные, например, пара брюк, столовый прибор, коробка конфет, чайный сервиз, печатный лист, директория, файл

В отличие от шкалы наименований, **шкала порядка** устанавливает фиксированный порядок расположения объектов в соответствии с уровнем интенсивности рассматриваемого свойства. Такие шкалы широко применяются при определении в ходе соревнований мест команд или спортсменов, рейтингов деятелей искусства или политиков

Всем учащимся известны балльные оценки знаний на экзаменах, которые тоже являются фиксированными ступенями шкалы порядка. Простым примером реализации такой шкалы является построенная по росту группа людей, где каждый последующий ниже всех предыдущих. В бытовом плане всем известны деления по рангам, сортам, разрядам. Шкалы порядка используют и при измерениях уровня значимости объектов, например при установлении приоритетов планируемых работ, при выборе вариантов отдыха.

Можно отметить две существенные особенности шкалы порядка:

- не закономерные (какие сложились) интервалы между соседними ступенями шкалы;

- инвариантность объектов к используемым оценочным единицам и к добавлению константы.

Мы можем измерять рост людей своей пядью или пядью флангового (левого или правого, а также в любых других единицах) – порядок в группе останется неизменным. Мы можем выстроить всех босиком или поставить на одинаковые платформы-подставки, можем построить группу в неглубоком бассейне по высоте над уровнем воды – порядок сохранится. Шкала порядка позволяет не только сравнивать объекты, но и делать выводы об их упорядоченном расположении (всегда можно сказать, кто за кем, хотя нельзя определить на сколько отстает).

Можно привести такие примеры использования шкал порядка в метрологии, как шкалы твердости, ранжированные классы точности приборов (0, 1 и 2), разряды эталонных средств измерений (1, 2, 3 и т.д.), упорядоченные по возрастанию или по убыванию ряды результатов измерений или отклонений от базового значения и т.д.

**Шкалу интервалов** иногда называют шкалой равных или равномерных интервалов. Правильнее говорить о шкале закономерных интервалов (они могут быть построены не только равномерно, но и прогрессивно, экспоненциально, логарифмически). Принципиальное отличие от предыдущей шкалы в том, что положение выбранной точки на любой ступени шкалы интервалов жестко определено и соотношения координат точек шкалы поддаются расчету в соответствии с закономерностью построения шкалы. Построение шкалы равномерных интервалов как отображение интенсивности свойства (ось абсцисс) на ось ординат с пропорциональной оценкой уровня интенсивности свойства показано на рисунке

Недостатком такой шкалы является неопределенность ее начала, которое устанавливают условно. Такой условностью на шкалах времени являются: моменты начала суток, отличающиеся в разных часовых поясах, моменты начала летоисчисления (2000 год от рождества Христова одновременно приходится на 5761 год по иудейскому календарю).

Тем не менее, в сутках у всех 24 часа, а в году 365 суток, если год не високосный. Примеры шкал интервалов в метрологии: шкала времени, шкала разности потенциалов, температурная шкала Цельсия (а также шкалы Реомюра, Фаренгейта).

**Шкала отношений** строится аналогично шкале интервалов, но имеет фиксированный ноль. Пример построения шкалы отношений на базе шкалы равномерных интервалов показан на

Такая шкала полностью соответствует математической шкале чисел по определенности ступеней и возможностям оперирования элементами шкалы. Шкалы большинства физических величин (длина, масса, сила, давление, скорость и др.) являются шкалами отношений.

Поскольку при измерении физических величин мы стремимся представить измеряемую величину в виде числа, очевидно предпочтение тем величинам, которые можно с достаточной строгостью отобразить на наиболее мощные шкалы (интервалов и отношений). Из сопоставления рассмотренных шкал следует также, что шкала интервалов после установления на ней фиксированного ноля (сколь угодно условного) трансформируется в шкалу отношений.

Сводные сведения о шкалах представлены.

«Шкала наименований» при всей условности ее «шкального» характера включена в таблицу, поскольку она, как было отмечено ранее, является исходной для построения всех остальных шкал. Шкалы помещены в таблицу в соответствии с их информационной мощностью по возрастанию сверху вниз. Каждая из шкал, расположенная ниже других, вбирает в себя свойства всех предыдущих.

Что касается не включенной в таблицу «абсолютной» шкалы, по сути, она является частным случаем шкалы отношений, но кроме фиксированной нулевой точки («естественного нуля») имеет еще и «естественную единицу». Примерами таких шкал являются шкала количества целочисленных объектов, шкала коэффициента полезного действия, шкала относительной влажности и другие им подобные.

Для того, чтобы некоторое свойство объекта можно было оценить по той или иной шкале, необходимо чтобы на множестве однотипных свойств объектов**соблюдались определенные отношения**. Поскольку мы предпочитаем объективную оценку свойства числом, то отношения на множестве свойства логичнее всего сопоставлять с аксиоматикой числа. Анализ соответствующих отношений позволит определить, какой тип шкалы применим для оцениваемых свойств объектов.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое международные шкалы температуры?

2. Какое виды знаете шкалы?

3. Скажите о шкала отношений ?

**Практическая занятия №3**

**Тема: Международные единица измерение и их основные принципы построения.**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение Международные единица измерение и их основные принципы построения.

**Теоретическая часть:**

**Международная система единиц**, **СИ** ([фр.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%86%D1%83%D0%B7%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *Le Système International d’Unités, SI*) — система [единиц](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D1%8B_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F) физических величин, современный вариант [метрической системы](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%BC%D0%B5%D1%80). СИ является наиболее широко используемой системой единиц в мире, как в повседневной жизни, так и в [науке](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%83%D0%BA%D0%B0) и [технике](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%85%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0). В настоящее время СИ принята в качестве основной системы единиц большинством стран мира и почти всегда используется в области техники, даже в тех странах, в которых в повседневной жизни используются традиционные единицы. В этих немногих странах (например, в [США](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D1%91%D0%BD%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D0%A8%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%8B_%D0%90%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%B8)) определения традиционных единиц были изменены таким образом, чтобы связать их фиксированными коэффициентами с соответствующими единицами СИ.

Полное официальное описание СИ вместе с её толкованием содержится в действующей редакции Брошюры СИ ([фр.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%80%D0%B0%D0%BD%D1%86%D1%83%D0%B7%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *Brochure SI*, [англ.](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D0%B8%D0%B9%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%8F%D0%B7%D1%8B%D0%BA) *The SI Brochure*) и в дополнении к ней, опубликованных [Международным бюро мер и весов (МБМВ)](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%B1%D1%8E%D1%80%D0%BE_%D0%BC%D0%B5%D1%80_%D0%B8_%D0%B2%D0%B5%D1%81%D0%BE%D0%B2) и представленных на сайте МБМВ[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86#cite_note-Brochure-1)[[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86#cite_note-Suppl-2). Брошюра СИ издаётся с 1970 года, с 1985 года выходит на французском и английском языках, переведена также на ряд других языков, однако официальным считается текст только на французском языке.

### Основные единицы

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Величина** | | **Единица** | | | | |
| **Наименование** | [**Символ размерности**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B) | **Наименование** | | **Обозначение** | |  |
| **русское** | **французское/английское** | **русское** | **международное** |  |
| [Длина](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%BB%D0%B8%D0%BD%D0%B0) | L | [метр](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D1%80) | mètre/metre | м | m |  |
| [Масса](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%81%D1%81%D0%B0) | M | [килограмм](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B8%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%BC)[[К 3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86#cite_note-21) | kilogramme/kilogram | кг | kg |  |
| [Время](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D1%80%D0%B5%D0%BC%D1%8F) | T | [секунда](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B5%D0%BA%D1%83%D0%BD%D0%B4%D0%B0) | seconde/second | с | s |  |
| [Сила электрического тока](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BB%D0%B0_%D1%82%D0%BE%D0%BA%D0%B0) | I | [ампер](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BC%D0%BF%D0%B5%D1%80) | ampère/ampere | А | A |  |
| Термодинамическая [температура](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BC%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0) | Θ | [кельвин](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%B2%D0%B8%D0%BD) | kelvin | К | K |  |
| [Количество вещества](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%BE%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%D0%B2%D0%B5%D1%89%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0) | N | [моль](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%BB%D1%8C) | mole | моль | mol |  |
| [Сила света](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BB%D0%B0_%D1%81%D0%B2%D0%B5%D1%82%D0%B0) | J | [кандела](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D0%B0) | candela | кд | cd |  |

### Производные единицы

Производные единицы могут быть выражены через основные с помощью математических операций — умножения и деления. Некоторым из производных единиц для удобства присвоены собственные наименования, такие единицы тоже можно использовать в математических выражениях для образования других производных единиц.

Математическое выражение для производной единицы измерения вытекает из физического закона, с помощью которого эта единица измерения определяется, или из определения физической величины, для которой она вводится. Например, скорость — это расстояние, которое тело проходит в единицу времени; соответственно, единица измерения скорости — м/с (метр в секунду).

Часто одна и та же единица может быть записана по-разному, с помощью разного набора основных и производных единиц (см. последний столбец таблицы). Однако на практике используются установленные (или просто общепринятые) выражения, которые наилучшим образом отражают физический смысл величины. Например, для записи значения [момента силы](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82_%D1%81%D0%B8%D0%BB%D1%8B) следует использовать [Н·м](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%C2%B7%D0%BC), и не следует использовать м·Н или Дж.

Наименование некоторых производных единиц, имеющих одинаковое выражение через основные единицы, может быть разным. Например, единица измерения «секунда в минус первой степени» (1/с) называется *герц (Гц)*, когда она используется для измерения частоты, и называется *беккерель (Бк)*, когда она используется для измерения активности радионуклидов.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Производные единицы, имеющие специальные наименования и обозначения** | | | | | |
| **Величина** | **Единица** | | **Обозначение** | | [**Выражение**](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B9_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B)**через основные единицы** |
| **русское наименование** | **французское/английское наименование** | **русское** | **международное** |
| [Плоский угол](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BB%D0%BE%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB) | [радиан](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%B0%D0%BD)[[К 4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86#cite_note-%D0%A0%D0%B4%D0%BD-23) | radian | рад | rad | м·м−1 = [1](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B5%D0%B7%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0) |
| [Телесный угол](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D1%81%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D1%83%D0%B3%D0%BE%D0%BB) | [стерадиан](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%B0%D0%BD)[[К 4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86#cite_note-%D0%A0%D0%B4%D0%BD-23) | steradian | ср | sr | м2·м−2 = 1 |
| [Температура](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D0%BC%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B0%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0) Цельсия[[К 5]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B5%D0%B6%D0%B4%D1%83%D0%BD%D0%B0%D1%80%D0%BE%D0%B4%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0_%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86#cite_note-24) | [градус Цельсия](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D0%B4%D1%83%D1%81_%D0%A6%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D1%81%D0%B8%D1%8F) | degré Celsius/degree Celsius | °C | °C | K |
| [Частота](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A7%D0%B0%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%82%D0%B0) | [герц](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D1%80%D1%86_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | hertz | Гц | Hz | с−1 |
| [Сила](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BB%D0%B0) | [ньютон](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D1%8C%D1%8E%D1%82%D0%BE%D0%BD_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | newton | Н | N | кг·м·c−2 |
| [Энергия](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BD%D0%B5%D1%80%D0%B3%D0%B8%D1%8F) | [джоуль](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B6%D0%BE%D1%83%D0%BB%D1%8C) | joule | Дж | J | Н·м = кг·м2·c−2 |
| [Мощность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%BE%D1%89%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) | [ватт](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B0%D1%82%D1%82) | watt | Вт | W | Дж/с = кг·м2·c−3 |
| [Давление](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B0%D0%B2%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) | [паскаль](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%B0%D1%81%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D1%8C_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | pascal | Па | Pa | Н/м2 = кг·м−1·с−2 |
| [Световой поток](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B2%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B9_%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%BA) | [люмен](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D1%8E%D0%BC%D0%B5%D0%BD) | lumen | лм | lm | кд·ср |
| [Освещённость](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D1%81%D0%B2%D0%B5%D1%89%D1%91%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) | [люкс](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9B%D1%8E%D0%BA%D1%81) | lux | лк | lx | лм/м² = кд·ср/м² |
| [Электрический заряд](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B9_%D0%B7%D0%B0%D1%80%D1%8F%D0%B4) | [кулон](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D1%83%D0%BB%D0%BE%D0%BD) | coulomb | Кл | C | А·с |
| [Разность потенциалов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A0%D0%B0%D0%B7%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%B5%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%B0%D0%BB%D0%BE%D0%B2) | [вольт](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%82) | volt | В | V | Дж/Кл = кг·м2·с−3·А−1 |
| [Сопротивление](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D1%81%D0%BE%D0%BF%D1%80%D0%BE%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) | [ом](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BC) | ohm | Ом | Ω | В/А = кг·м2·с−3·А−2 |
| [Электроёмкость](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%91%D0%BC%D0%BA%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) | [фарад](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%B4) | farad | Ф | F | Кл/В = с4·А2·кг−1·м−2 |
| [Магнитный поток](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%B3%D0%BD%D0%B8%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%BF%D0%BE%D1%82%D0%BE%D0%BA) | [вебер](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%92%D0%B5%D0%B1%D0%B5%D1%80_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | weber | Вб | Wb | кг·м2·с−2·А−1 |
| [Магнитная индукция](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D0%B3%D0%BD%D0%B8%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B8%D0%BD%D0%B4%D1%83%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F) | [тесла](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%81%D0%BB%D0%B0_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | tesla | Тл | T | Вб/м2 = кг·с−2·А−1 |
| [Индуктивность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BD%D0%B4%D1%83%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) | [генри](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D0%B5%D0%BD%D1%80%D0%B8_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | henry | Гн | H | кг·м2·с−2·А−2 |
| [Электрическая проводимость](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%82%D1%80%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%BC%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) | [сименс](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%81_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | siemens | См | S | Ом−1 = с3·А2·кг−1·м−2 |
| [Активность радиоактивного источника](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D1%80%D0%B0%D0%B4%D0%B8%D0%BE%D0%B0%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%B8%D0%BA%D0%B0) | [беккерель](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B5%D0%BA%D0%BA%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BB%D1%8C_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | becquerel | Бк | Bq | с−1 |
| [Поглощённая доза](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D0%BB%D0%BE%D1%89%D1%91%D0%BD%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B4%D0%BE%D0%B7%D0%B0)[ионизирующего излучения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%80%D1%83%D1%8E%D1%89%D0%B5%D0%B5_%D0%B8%D0%B7%D0%BB%D1%83%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) | [грей](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B5%D0%B9_(%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B8%D1%86%D0%B0_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F)) | gray | Гр | Gy | Дж/кг = м²/c² |
| [Эффективная доза](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%AD%D1%84%D1%84%D0%B5%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B4%D0%BE%D0%B7%D0%B0)[ионизирующего излучения](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%BE%D0%BD%D0%B8%D0%B7%D0%B8%D1%80%D1%83%D1%8E%D1%89%D0%B5%D0%B5_%D0%B8%D0%B7%D0%BB%D1%83%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) | [зиверт](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B8%D0%B2%D0%B5%D1%80%D1%82) | sievert | Зв | Sv | Дж/кг = м²/c² |
| [Активность катализатора](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%82%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%BA%D0%B0%D1%82%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7%D0%B0%D1%82%D0%BE%D1%80%D0%B0) | [катал](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9A%D0%B0%D1%82%D0%B0%D0%BB) | katal | кат | kat | моль/с |

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое производные единицы?

### 2. Какое виды знаете основные единицы?

3. Скажите о шкала отношений ?

**Практическая занятия №4**

**Тема: Методы и принципы измерения. Методы прямое измерение.**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение методы и принципы измерения.

Методы прямое измерение.

**2.Теоретическая часть:**

Совокупность приемов использования принципов и средств измерений составляет *метод измерения*. Различные методы измерений отличаются прежде всего организацией сравнения измеряемой величины с единицей измерения. С этой точки зрения все методы измерений подразделяются на две группы: методы непосредственной оценки и методы сравнения. Методы сравнения в свою очередь включают в себя метод противопоставления, дифференциальный метод, нулевой метод, метод замещения и метод совпадений.

При методе *непосредственной* *оценки* значение измеряемой величины определяют непосредственно по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия (измерительный прибор, в котором предусмотрено одно или несколько преобразований сигнала измерительной информации в одном направлении, т. е. без обратной связи). На этом методе основаны все показывающие (стрелочные) приборы (вольтметры, амперметры, ваттметры, счетчики электрической энергии, термометры, тахометры и т. п.). При использовании данного метода измерений мера как вещественное воспроизведение единицы измерения, как правило, непосредственно в процессе измерения не участвует. Сравнение измеряемой величины с единицей измерения осуществляется косвенно путем предварительной градуировки измерительного прибора с помощью образцовых мер или образцовых измерительных приборов.

Точность измерения по методу непосредственной оценки в большинстве случаев невелика и ограничивается точностью применяемых измерительных приборов.

Метод *сравнения с мерой* - это такой метод измерений, в котором измеряемую величину сравнивают с величиной, воспроизводимой мерой. Примеры этого метода: измерение массы на рычажных весах с уравновешиванием гирь; измерение напряжения постоянного тока на компенсаторе сравнением с ЭДС нормального элемента.

Метод сравнения с мерой, в котором измеряемая величина и величина, воспроизводимая мерой, одновременно воздействуют на прибор сравнения, с помощью которого устанавливается соотношение между этими величинами, называется методом*противопоставления*. Это, например, измерение массы на рычажных весах с помещением ее и уравновешивающих гирь на две чашки весов при известном соотношении плеч рычага весов. В этом случае при качественном выполнении устройства сравнения (малое трение в опорах, стабильность соотношения плеч рычага и т. п.) может быть достигнута высокая точность измерений (например - аналитические весы).

*Дифференциальный* метод - это метод сравнения с мерой, в котором на измерительный прибор воздействует разность измеряемой величины и известной величины, воспроизводимой мерой. Этот метод позволяет получать результаты измерений с высокой точностью даже в случае применения относительно неточных измерительных приборов, если с большой точностью воспроизводится известная величина.

Эффект повышения точности результатов измерений, достигаемый при дифференциальном методе, оказывается тем значительнее, чем ближе значение меры к истинному значению измеряемой величины. В том случае, когда результирующий эффект воздействия величин на прибор сравнения доводя до нуля, дифференциальный метод измерений превращается в *нулевой*. В нулевом методе измерений используемая мера должна быть изменяемой (регулируемой), а прибор сравнения выполняет функции индикатора равенства нулю результирующего воздействия измеряемой величины и меры.

Нулевой метод позволяет получить высокие точности измерений и широко используется, например, при измерениях электрического сопротивления мостом с полным его уравновешиванием или постоянного напряжения компенсатора постоянного тока.

Методом *замещения*называется метод сравнения с мерой, в котором измеряемую величину замещают известной величиной, воспроизводимой мерой. Это, например, взвешивание с поочередным помещением массы и гирь на одну и ту же чашку весов. Метод замещения можно рассматривать как разновидность дифференциального или нулевого метода, отличающуюся тем, что сравнение измеряемой величины с мерой производится разновременно.

Метод *совпадений* - это метод сравнения с мерой, в котором разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, измеряют, используя совпадения отметок шкал или периодических сигналов. Примерами этого метода являются измерения длины с помощью штангенциркуля с нониусом, измерение частоты вращения стробоскопом.

Метод измерений - совокупность приемов использования принципов и средств измерений.

А).Метод непосредственной оценки заключается в определения значения физической величины по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия. Например – измерение напряжения вольтметром.Этот метод является наиболее распространенным, но его точность зависит от точности измерительного прибора.

Б).Метод сравнения с мерой – в этом случае измеряемая величина сравнивается с величиной, воспроизводимой мерой. Точность измерения может быть выше, чем точность непосредственной оценки.

Различают следующие разновидности метода сравнения с мерой:

Метод противопоставления, при котором измеряемая и воспроизводимая величина одновременно воздействуют на прибор сравнения, с помощью которого устанавливается соотношение между величинами. Пример: измерение веса с помощью рычажных весов и набора гирь.

Дифференциальный метод, при котором на измерительный прибор воздействует разность измеряемой величины и известной величины, воспроизводимой мерой. При этом уравновешивание измеряемой величины известной производится не полностью. Пример: измерение напряжения постоянного тока с помощью дискретного делителя напряжения, источника образцового напряжения и вольтметра.

Нулевой метод, при котором результирующий эффект воздействия обеих величин на прибор сравнения доводят до нуля, что фиксируется высокочувствительным прибором – нуль-индикатором. Пример: измерение сопротивления резистора с помощью четырехплечевого моста, в котором падение напряжения на резисторе с неизвестным сопротивлением уравновешивается падением напряжения на резисторе известного сопротивления.

Метод замещения, при котором производится поочередное подключение на вход прибора измеряемой величины и известной величины, и по двум показаниям прибора оценивается значение измеряемой величины, а  затем подбором известной величины добиваются, чтобы оба показания совпали. При этом методе может быть достигнута высокая точность измерений при высокой точности меры известной величины и высокой чувствительности прибора. Пример: точное точное измерение малого напряжения при помощи высокочувствительного гальванометра, к которому сначала подключают источник неизвестного напряжения и определяют отклонение указателя, а затем с помощью регулируемого источника известного напряжения добиваются того же отклонения указателя. При этом известное напряжение равно неизвестному.

Метод совпадения, при котором измеряют разность между измеряемой величиной и величиной, воспроизводимой мерой, используя совпадение отметок шкал или периодических сигналов. Пример: измерение частоты вращения детали с помощью мигающей лампы стробоскопа: наблюдая положение метки на вращающейся детали в моменты вспышек лампы, по известной частоте вспышек и смещению метки определяют частоту вращения детали.

К видам измерений (если не разделять их по видам измеряемых физических величин на линейные, оптические, электрические и др.) можно отнести измерения:

* прямые и косвенные,
* совокупные и совместные,
* абсолютные и относительные,
* однократные и многократные,
* технические и метрологические,
* равноточные и неравноточные,
* равнорассеянные и неравнорассеянные,
* статические и динамические.

Прямые и косвенные измерения различают в зависимости от способа получения результата измерений.

При прямых измерениях искомое значение величины определяют непосредственно по устройству отображения измерительной информации применяемого средства измерений. Формально без учета погрешности измерения они могут быть описаны выражением

Q = X,

где Q – измеряемая величина,

Косвенные измерения – измерения, при которых искомое значение величины находят на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям. Формальная запись такого измерения

Q = F (X, Y, Z,…),

где X, Y, Z,… – результаты прямых измерений.

Примерами косвенных измерений можно считать нахождение значения угла треугольника по измеренным длинам сторон, определение площади треугольника или другой геометрической фигуры и т.п.

Измерение некоторого множества физических величин классифицируется в соответствии с однородностью (или неоднородностью) измеряемых величин.

При совокупных измерениях осуществляется измерение нескольких одноименных величин.

Совместные измерения подразумевают измерение нескольких неодноименных величин, например, для нахождения зависимости между ними.

При измерениях для отображения результатов могут быть использованы разные оценочные шкалы, в том числе градуированные либо в единицах измеряемой физической величины, либо в различных относительных единицах, включая и безразмерные. В соответствии с этим принято различать абсолютные и относительные измерения.

По числу повторных измерений одной и той же величины различают однократные и многократные измерения, причем многократные неявно подразумевают последующую математическую обработку результатов.

В зависимости от точности измерения делят на технические и метрологические, а также на равноточные и неравноточные, равнорассеянные и неравнорассеянные.

Технические измерения выполняют с заранее установленной точностью, иными словами, погрешность технических измерений не должна превышать заранее заданного значения.

Метрологические измерения выполняют с максимально достижимой точностью, добиваясь минимальной погрешности измерения.

Оценка равноточности и неравноточности, равнорассеянности и неравнорассеянности результатов нескольких серий измерений зависит от выбранной предельной меры различия погрешностей или их случайных составляющих, конкретное значение которой определяют в зависимости от задачи измерения.

Статические и динамические измерения правильнее характеризовать в зависимости от соизмеримости режима восприятия входного сигнала измерительной информации и его преобразования. При измерении в статическом (квазистатическом) режиме скорость изменения входного сигнала несоизмеримо ниже скорости его преобразования в измерительной цепи и все изменения фиксируются без дополнительных динамических искажений. При измерении в динамическом режиме появляются дополнительные (динамические) погрешности, связанные со слишком быстрым изменением самой измеряемой физической величины или входного сигнала измерительной информации от постоянной измеряемой величины.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое методы прямое измерение?

### 2. Какое виды знаете основные единицы?

3. Скажите о дифференциальный метод?

**Практическая занятия №5**

**Тема: Основные постулаты метрологии**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение основные постулаты метрологии.

**2.Теоретическая часть:**

Как и любая другая наука, **теория измерений** (метрология) строится на основе ряда основополагающих постулатов, описывающих ее исходные аксиомы.

**Первым постулатом теории измерений**  является **постулат А: *в рамках принятой модели объекта исследования существует определенная физическая величина и ее истинное значение*.**

Если считать, что деталь представляет собой цилиндр (модель – цилиндр), то она имеет диаметр, который может быть измерен. Если же деталь нельзя считать цилиндрической, например, ее сечение представляет собой эллипс, то измерять ее диаметр бессмысленно, поскольку измеренное значение не несет полезной информации о детали. И, следовательно, в рамках новой модели диаметр не существует. Измеряемая величина существует лишь в рамках принятой модели, то есть имеет смысл только до тех пор, пока модель признается адекватной объекту. Так как при различных целях исследований данному объекту могут быть сопоставлены различные модели, то из постулата **А**вытекает

**следствие**А**1: *для данной физической величины объекта измерения существует множество измеряемых величин (и соответственно их истинных значений).***

**Из первого постулата теории измерений следует**, что измеряемому свойству объекта измерений должен соответствовать некоторый параметр его модели. Данная модель в течение времени, необходимого для измерения, должна позволять считать этот параметр неизменным. В противном случае измерения не могут быть проведены.

Указанный факт описывается **постулатом В: *истинное значение измеряемой величины постоянно.***

Выделив постоянный параметр модели, можно перейти к измерению соответствующей величины. Для переменной физической величины необходимо выделить или выбрать некоторый постоянный параметр и измерить его. В общем случае такой постоянный параметр вводится с помощью некоторого функционала. Примером таких постоянных параметров переменных во времени сигналов, вводимых посредством функционалов, являются средневыпрямленные или среднеквадратические значения. Данный аспект отражается в

**следствии В1: *для измерения переменной физической величины необходимо определить ее постоянный параметр – измеряемую величину.***

При построении математической модели объекта измерения неизбежно приходится идеализировать те или иные его свойства.

Модель никогда не может полностью описывать все свойства объекта измерений. Она отражает с определенной степенью приближения некоторые из них, имеющие существенное значение для решения данной измерительной задачи. Модель строится до измерения на основе априорной информации об объекте и с учетом цели измерения.

Измеряемая величина определяется как параметр принятой модели, а его значение, которое можно было бы получить в результате абсолютно точного измерения, принимается в качестве истинного значения данной измеряемой величины. Эта неизбежная идеализация, принятая при построении модели объекта измерения, обусловливает

неизбежное несоответствие между параметром модели и реальным свойством объекта, которое называется пороговым.

Принципиальный характер понятия «пороговое несоответствие» устанавливается**постулатом С: *существует несоответствие измеряемой величины исследуемому свойству объекта (пороговое несоответствие измеряемой величины)****.*

Пороговое несоответствие принципиально ограничивает достижимую точность измерений при принятом определении измеряемой физической величины.

Изменения и уточнения цели измерения, в том числе и такие, которые требуют повышения точности измерений, приводят к  необходимости изменять или уточнять модель объекта измерений и переопределять понятие измеряемой величины. Основной причиной переопределения является то, что пороговое несоответствие ранее принятого определения не позволяет повысить точность измерения до уровня требуемой. Вновь введенный измеряемый параметр модели также может быть измерен лишь с погрешностью, которая в лучшем

случае равна погрешности, обусловленной пороговым несоответствием. Поскольку принципиально невозможно построить абсолютно адекватную модель объекта измерения, то нельзя

устранить пороговое несоответствие между измеряемой физической величиной и описывающим ее параметром модели объекта измерений.

Отсюда вытекает важное **следствие С1: *истинное значение измеряемой величины отыскать невозможно.***

Модель можно построить только при наличии априорной информации об объекте измерения. При этом, чем больше информации, тем более адекватной будет модель и соответственно точнее и правильнее будет выбран ее параметр, описывающий измеряемую физическую величину. Следовательно, увеличение априорной информации уменьшает пороговое несоответствие.

Данная ситуация отражается в **следствии С2: *достижимая точность измерения определяется априорной информацией об объекте измерения.***

Из этого следствия вытекает, что при отсутствии априорной информации измерение принципиально невозможно. В то же время максимально возможная априорная информация заключается в известной оценке измеряемой величины, точность которой равна требуемой. В этом случае необходимости в измерении нет.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое основные постулаты метрологии?

### 2. Какое виды знаете основные единицы?

**Практическая занятия № 6**

**Тема:** Теория основных величин и случайного процесса.

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение теория основных величин и случайного

процесса.

**2.Теоретическая часть:**

В практических применениях [теории вероятностей](http://sernam.ru/book_tp.php?id=2) очень часто приходится сталкиваться с задачами, в  которых результат опыта описывается не одной случайной величиной, а двумя или более случайными величинами, образующими комплекс или систему. Например, точка попадания снаряда определяется не одной случайной величиной, а двумя: абсциссой и ординатой - и может быть рассмотрена как комплекс двух случайных величии. Аналогично точка разрыва дистанционного снаряда определяется комплексом трех [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7). При стрельбе группой из http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif выстрелов совокупность точек попадания на плоскости может рассматриваться как комплекс или система http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image002.gif случайных величин: http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif абсцисс и http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif ординат точек попадания. Осколок, образовавшийся при разрыве снаряда, характеризуется рядом [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7): весом, размерами, начальной скоростью, направлением полета и т. д. Условимся систему нескольких случайных величин http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image003.gif обозначать http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image004.gif.

Свойства системы нескольких случайных величин не исчерпываются свойствами, отдельных величин, ее составляющих: помимо этого, они включают также взаимные связи (зависимости) между случайными величинам.

При рассмотрении вопросов, связанных с системами [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7), удобно пользоваться геометрической интерпретацией системы. Например, систему двух случайных величин http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image005.gif можно изображать, случайной точкой на плоскости с координатами http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image006.gif и http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image007.gif (рис. 1). Аналогично система трех случайных величин может быть изображена случайной точкой в трехмерном пространстве. Часто бывает удобно говорить о системе http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif случайных величин как о «случайной точке в пространстве http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif измерений». Несмотря на то, что последняя интерпретация не обладает непосредственной наглядностью, пользование ею дает некоторый выигрыш в смысле общности терминологии и упрощения записей.

Часто вместо образа случайной точки для геометрической интерпретации системы случайных величин пользуются образом случайного вектора. Систему двух случайных величин при этом рассматривают как случайный [вектор](http://sernam.ru/lect_math1.php?id=14) на плоскости http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image008.gif, составляющие которого по осям представляют собой [случайные величины](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7) http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image009.gif (рис 1.) Система трех случайных величин изображается случайным вектором в трехмерном пространстве, система http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif случайных величин – случайным вектором в пространстве http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif измерений. При этом теория систем [случайных чисел](http://edu.sernam.ru/book_kiber2.php?id=537)рассматривается как теория случайных векторов.

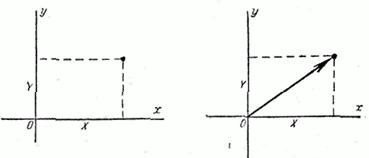


Рис.1

В данном курсе мы будем в зависимости от удобства наложения пользоваться как одной, так и другой интерпретацией.

Занимаясь [системами случайных величин](http://sernam.ru/r_13.php), мы будем рассматривать как полные, исчерпывающие вероятностные характеристики - законы распределения, так и неполные - числовые характеристики.

Изложение начнем с наиболее простого случая системы двух [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7)

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое случайного процесс?

### 2. Какое виды знаете основных величин?

**Практическая занятия № 7**

**Тема: Классификация и определения случайных процессов**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение теория классификация и определения

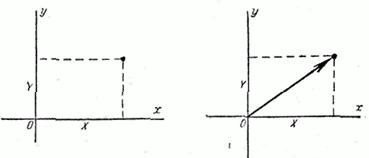
случайных процессов

**2.Теоретическая часть:**

В практических применениях [теории вероятностей](http://sernam.ru/book_tp.php?id=2) очень часто приходится сталкиваться с задачами, в  которых результат опыта описывается не одной случайной величиной, а двумя или более случайными величинами, образующими комплекс или систему. Например, точка попадания снаряда определяется не одной случайной величиной, а двумя: абсциссой и ординатой - и может быть рассмотрена как комплекс двух случайных величии. Аналогично точка разрыва дистанционного снаряда определяется комплексом трех [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7). При стрельбе группой из http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif выстрелов совокупность точек попадания на плоскости может рассматриваться как комплекс или система http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image002.gif случайных величин: http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif абсцисс и http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif ординат точек попадания. Осколок, образовавшийся при разрыве снаряда, характеризуется рядом [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7): весом, размерами, начальной скоростью, направлением полета и т. д. Условимся систему нескольких случайных величин http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image003.gif обозначать http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image004.gif.

Свойства системы нескольких случайных величин не исчерпываются свойствами, отдельных величин, ее составляющих: помимо этого, они включают также взаимные связи (зависимости) между случайными величинам.

При рассмотрении вопросов, связанных с системами [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7), удобно пользоваться геометрической интерпретацией системы. Например, систему двух случайных величин http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image005.gif можно изображать, случайной точкой на плоскости с координатами http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image006.gif и http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image007.gif . Аналогично система трех случайных величин может быть изображена случайной точкой в трехмерном пространстве. Часто бывает удобно говорить о системе http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif случайных величин как о «случайной точке в пространстве http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif измерений». Несмотря на то, что последняя интерпретация не обладает непосредственной наглядностью, пользование ею дает некоторый выигрыш в смысле общности терминологии и упрощения записей. Часто вместо образа случайной точки для геометрической интерпретации системы случайных величин пользуются образом случайного вектора. Систему двух случайных величин при этом рассматривают как случайный [вектор](http://sernam.ru/lect_math1.php?id=14) на плоскости http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image008.gif, составляющие которого по осям представляют собой [случайные величины](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7) http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image009.gif Система трех случайных величин изображается случайным вектором в трехмерном пространстве, система http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif случайных величин – случайным вектором в пространстве http://sernam.ru/htm/book_tp/tp_35.files/image001.gif измерений. При этом теория систем [случайных чисел](http://edu.sernam.ru/book_kiber2.php?id=537)рассматривается как теория случайных векторов.



В данном курсе мы будем в зависимости от удобства наложения пользоваться как одной, так и другой интерпретацией.

Занимаясь [системами случайных величин](http://sernam.ru/r_13.php), мы будем рассматривать как полные, исчерпывающие вероятностные характеристики - законы распределения, так и неполные - числовые характеристики.Изложение начнем с наиболее простого случая системы двух [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7)При формировании прогнозов с помощью экстраполяции обычно исходят из статистически складывающихся тенденций изменения тех или иных количественных характеристик объекта. Экстраполируются оценочные функциональные системные и структурные характеристики. Экстраполяционные методы являются одними из самых распространенных и наиболее разработанных среди всей совокупности методов прогно­зирования.С помощью этих методов экстраполируются количественные параметры больших систем, количественные характеристики экономического, научного, производственного потенциала, данные о результа­тивности научно-технического прогресса, характеристики соотношения отдельных подсистем, блоков, элементов в системе показателей сложных систем и др.Однако степень реальности такого рода прогнозов и соответ­ственно мера доверия к ним в значительной мере обусловливаются аргументированностью выбора пределов экстраполяции и стабиль­ностью соответствия "измерителей" по отношению к сущности рас­сматриваемого явления. Следует обратить внимание на то, что слож­ные объекты, как правило, не могут быть охарактеризованы одним параметром. В связи с этим можно сделать некоторое представление о последовательности действий при статистическом анализе тенден­ций и экстраполировании, которое состоит в следующем:

- во-первых, должно быть четкое определение задачи, выдвиже­ние гипотез о возможном развитии прогнозируемого объекта, обсуж­дение факторов, стимулирующих и препятствующих развитию данного объекта, определение необходимой экстраполяции и её допустимой дальности;

- во-вторых, выбор системы параметров, унификация различных единиц измерения, относящихся к каждому параметру в отдельности;

- в-третьих, сбор и систематизация данных. Перед сведением их в соответствующие таблицы еще раз проверяется однородность дан­ных и их сопоставимость: одни данные относятся к серийным изде­лиям, а другие могут характеризовать лишь конструируемые объекты;

- в-четвертых, когда вышеперечисленные требования выполнены, задача состоит в том, чтобы в ходе статистического анализа и не­посредственной экстраполяции данных выявить тенденции или симп­томы изменения изучаемых величин. В экстраполяционных прогнозах особо важным является не столько предсказание конкретных значе­ний изучаемого объекта или параметра в таком-то году, сколько своевременное фиксирование объективно намечающихся сдвигов, ле­жащих в зародыше назревающих тенденций.

Для повышения точности экстраполяции используются различные приемы. Один из них состоит, например, в том, чтобы экстраполи­руемую часть общей кривой развития (тренда) корректировать с уче­том реального опыта развития отрасли-аналога исследований или объекта, опережающих в своем развитии прогнозируемый объект.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое определения случайных процессов?

2. Какое виды знаете классификация случайных процессов?

**Практическая занятия № 8**

**Тема:** Элементарные случайные функции и их распределение.

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение элементарные случайные функции и их

распределение.

**2.Теоретическая часть:**

## 

Универсальной формой задания двумерной случайной величины является функция распределения (или «интегральная функция»).

***Функцией распределения двумерной случайной величины*** (X,Y) называют вероятность совместного выполнения двух неравенств {X<x} и {Y<y}:

https://studfiles.net/html/2706/37/html_LavbozmDfA.u6mb/img-0vHcn7.png. (1)

Геометрическая интерпретация: если двумерную случайную величину (X,Y) рассматривать как случайную точку в прямоугольной декартовой системе координат, то функция распределения F(x,y) есть вероятность попадания случайной точки (X,Y) в бесконечный квадрант с вершиной в точке (x,y), лежащий левее и ниже её (рис.3):

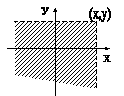


Рис. 3. Геометрическая интерпретация функции распределения

двумерной случайной величины

В аналогичной интерпретации функция распределения первой компоненты X случайного вектора – обозначим её F1(x) – представляет собой вероятность попадания случайной точки в полуплоскость, ограниченную справа абсциссой х (рис. 4); функция распределения величины Y – F2(y) – вероятность попадания в полуплоскость, ограниченную сверху ординатой y (рис. 5):

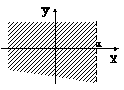


Рис. 4. Геометрическая интерпретация функции распределения первой компоненты F1(x) двумерной случайной величины (X,Y).

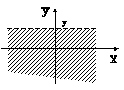
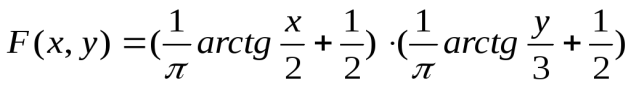


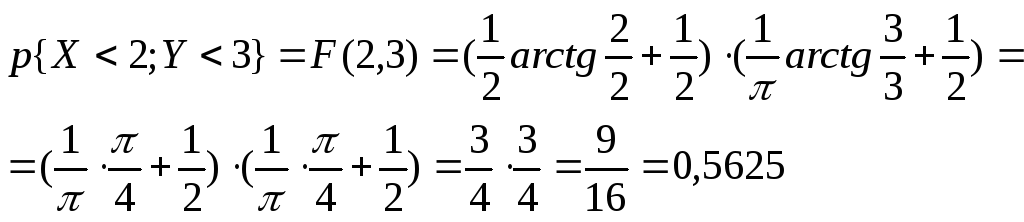
Рис. 5. Геометрическая интерпретация функции распределения второй компоненты F2(y) двумерной случайной величины (X,Y).

**Пример 1**. Найти вероятность того, что в результате испытания составляющая X двумерной случайной величины (X,Y) примет значение X<2, при этом составляющая Y примет значение Y<3, если известна функция распределения системы



**Решение:**https://studfiles.net/html/2706/37/html_LavbozmDfA.u6mb/img-VcjlDm.png

Тогда



**Ответ**: 0,5625.

***Случайная функция*** – функция, которая в результате опыта может принять тот или иной неизвестный заранее конкретный вид. Обычно аргументом случайной функции (с.ф.) является время, тогда с.ф. называют *случайным процессом* (с.п.).

С.ф. непрерывно изменяющегося аргумента *t* называется такая с.в., распределение которой зависит не только от аргумента *t=t1*, но и от того, какие частные значения принимала эта величина при других значениях данного аргумента *t=t*2. Эти с.в. корреляционно связаны между собой и тем больше, чем ближе одни к другим значения аргументов. В пределе при интервале между двумя значениями аргумента, стремящемся к нулю, коэффициент корреляции равен единице:,

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое элементарные случайные функции?

2. Какое напримеры знаете случайная функция ?

**Практическая занятия № 9**

**Тема:** Основные классификации случайного процесса и распределенного функции

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение Основные классификации случайного

процесса и распределенного функции

**2.Теоретическая часть:**

## 

### Предварительное замечание.

Случайные процессы классифицировались в зависимости от вида области определения процесса и пространства его значений. После введения вероятностного описания случайных процессов можно дать их классификацию с учетом тех или иных ограничений, которые предъявляются к вероятностным характеристикам случайных процессов.

### Стационарные случайные процессы.

[Случайный процесс](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=17)  называется стационарным (в узком смысле), если для произвольной последовательности  для любого значения U и для любого [целого числа](http://edu.sernam.ru/book_el_math.php?id=5)  [функция распределения](http://sernam.ru/book_tp.php?id=17)  порядка процесса удовлетворяет тождеству

http://stu.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_strts/files.book&file=strts_28.files/image1.gif

Иными словами, [случайный процесс](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=17) стационарен в узком смысле тогда и только тогда, когда функции распределения любого порядка не зависят от начала отсчета времени, т. е. когда любые вероятностные характеристики инвариантны относительно сдвига переменной

Условие стационарности (4.26) в узком смысле практически трудно проверить для произвольного[случайного процесса](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=17). Однако можно сформулировать ряд необходимых (но не достаточных) условий стационарности в узком смысле. Значение этих условий состоит в том, что если хотя бы одно из них не выполняется, то можно утверждать, что исследуемый процесс — нестационарный.

Полагая в  получаем одно из необходимых условий стационарности

http://stu.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_strts/files.book&file=strts_28.files/image2.gif

т. е. для стационарности процесса необходимо, чтобы его одномерная [функция распределения](http://sernam.ru/book_tp.php?id=17) не зависела от времени.

Из следует, что необходимыми условиями стационарности являются также независимость от времени одномерных плотности  и [характеристической функции](http://sernam.ru/book_tp.php?id=70)  процесса, а следовательно, и моментных функций . В частности, самыми простыми необходимыми условиями стационарности являются постоянство[среднего значения](http://sernam.ru/book_e_math.php?id=128)  и [дисперсии](http://sernam.ru/book_tp.php?id=22)  процесса.

Полагая в  получаем еще одно необходимое условие стационарности

http://stu.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_strts/files.book&file=strts_28.files/image3.gif

т. е. для стационарности процесса необходимо, чтобы его [двумерная функция распределения](http://sernam.ru/book_tp.php?id=36) зависела не от двух моментов времени, а только от их разности. Из следует, что необходимыми условиями стационарности являются также зависимости только от разности двух моментов времени двумерных плотности [вероятности](http://edu.sernam.ru/book_kiber1.php?id=227) и [характеристической функции](http://sernam.ru/book_tp.php?id=70)  а следовательно, и [корреляционной функции](http://edu.alnam.ru/book_b_tau.php?id=65)

http://stu.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_strts/files.book&file=strts_28.files/image4.gif

### Пример стационарного в узком смысле случайного процесса.

Рассмотрим [случайный процесс](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=17) , представляющий [гармоническое колебание](http://scask.ru/book_s_phis1.php?id=56), у которого амплитуда и частота постоянные, а фаза — [случайная величина](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7):

http://stu.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_strts/files.book&file=strts_28.files/image5.gif

Покажем, что необходимым и достаточным условием стационарности в узком смысле является[равномерное распределение](http://stu.sernam.ru/book_stat1.php?id=57) фазы

http://stu.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_strts/files.book&file=strts_28.files/image6.gif

Ясно, что любая конечномерная [функция распределения](http://sernam.ru/book_tp.php?id=17) процесса*)* полностью определяется распределением случайной фазы и, следовательно, для доказательства инвариантности функции распределения процесса относительно сдвига переменной t необходимо и достаточно доказать указанную инвариантность для распределения случайной фазы.

Пусть. Тогда из (4.30) следует

http://stu.sernam.ru/archive/arch.php?path=../htm/book_strts/files.book&file=strts_28.files/image7.gif

Плотность [вероятности](http://edu.sernam.ru/book_kiber1.php?id=227) случайной фазы  процесса  и случайной фазы  процесса  после временного сдвига изображены сплошными линиями .Так как фазы, отличающиеся на  [см. интервалы  не изменяют значений процесса, то при условии, т. е. равномерная плотность[вероятности](http://edu.sernam.ru/book_kiber1.php?id=227) фазы инвариантна сдвигу процесса во времени

В аналогичной интерпретации функция распределения первой компоненты X случайного вектора – обозначим её F1(x) – представляет собой вероятность попадания случайной точки в полуплоскость, ограниченную справа абсциссой х функция распределения величины Y – F2(y) – вероятность попадания в полуплоскость, ограниченную сверху ординатой y

Стационарный в узком смысле [случайный процесс](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=17) называется эргодическим, если любая его вероятностная характеристика, полученная усреднением по множеству реализаций, с вероятностью, сколь угодно близкой к единице, равна временному среднему, полученному усреднением за достаточно большой промежуток времени из единственной реализации [случайного процесса](http://sernam.ru/book_p_net.php?id=17). Из эквивалентности двух способов усреднения по множеству и по времени следует, что для определения вероятностных характеристик [эргодического случайного процесса](http://stu.sernam.ru/book_spr.php?id=21) нет необходимости изучать совокупность реализадий, которыми исследователь, как правило, не располагает, а достаточно одной реализации, наблюдаемой в течение длительного промежутка времени.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое распределенное функции?

2. Какое напримеры знаете распределенного функции?

**Практическая занятия № 10**

**Тема:** Цифровые характеристики вероятности распределение.

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение Цифровые характеристики вероятности

распределение.

**2.Теоретическая часть:**

Величина, которая в результате испытания может принять то или иное значение, заранее неизвестно, какое именно, называется *случайной величиной*.

Дискретной случайной величиной называется такая переменная величина, которая может принимать конечную или бесконечную совокупность значений, причем принятие ею каждого из значений есть случайное событие с определенной вероятностью.

Соотношение, устанавливающее связь между отдельными возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называется *законом распределения дискретной случайной величины.* Если обозначить возможные числовые значения случайной величины *Х* через *х1*, *х2*,…,*хп*,…, а через*рj=Р(Х= хi)* – вероятность появления значения *хi*, то дискретная случайная величина полностью определяется таблицей.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *xi* | *х1* | *x2* | … | *xn* |
| *pi* | *p1* | *p2* | … | *pn* |

где значения *х1*, *х2*,…,*хп*, записываются, как правило, в порядке возрастания. Таблица называется *законом*или *рядом распределения*дискретной случайной величины *Х*. Поскольку в верхней строчке ряда распределения записаны все значения случайной величины *Х*, то нижняя строчка обладает тем свойством, что P1+ P2 + …+ Pn =1.

**Математическим ожиданием**дискретной случайной величины называется: http://studepedia.org/img/baza1/139269856597685.files/image184.gif (7.1)

В случае бесконечного множества в правой части (7.1) находится ряд, и мы будем рассматривать только те значения *Х*, для которых этот ряд абсолютно сходится.

Для оценки степени рассеяния значений случайной величины около ее среднего значения *M(X)=a* вводятся понятия *дисперсии D(X)* и среднего квадратического (стандартного) отклонения s*(х)*.

***Дисперсией****называется математическое ожидание квадрата разности*(*Х-а*):

http://studepedia.org/img/baza1/139269856597685.files/image186.gif (7.2)

где *а=М(Х).*Среднее квадратическое отклонение s*(х)* определяется как квадратный корень из дисперсии,

s*(х)= http://studepedia.org/img/baza1/139269856597685.files/image188.gif .*(7.3)

Для вычисления дисперсии пользуются формулой:

*D(X)=M(X2)-M2(X)* (7.4).

В данной главе мы познакомились с рядом полных, исчерпывающих характеристик случайных величин – так называемых законов распределения. Такими характеристиками были:

для дискретной [случайной величины](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7)

а) функция распределения;

б) ряд распределения (графически – [многоугольник распределения](http://sernam.ru/book_tp.php?id=16));

для [непрерывной случайной величины](http://edu.sernam.ru/book_p_math2.php?id=153):

а) функция распределения;

б) плотность распределения (графически – кривая распределения).

Однако во многих вопросах практики нет необходимости характеризовать случайную величину полностью, исчерпывающим образом. Зачастую достаточно бывает указать только отдельные числовые параметры, до некоторой степени характеризующие существенные черты распределения [случайной величины](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7); какое-либо число, характеризующее степень разбросанности этих значений относительно среднего, и т.д. Пользуясь такими характеристиками, мы хотим все существенные сведения относительно случайной величины, которыми мы располагаем, выразить наиболее компактно с помощью минимального числа числовых параметров. Такие характеристики, назначение которых – выразить в сжатой форме наиболее существенные особенности распределения, называют числовыми характеристиками случайной величины.

В теории [вероятностей](http://edu.sernam.ru/book_kiber1.php?id=227) числовые характеристики и операции с ними играют огромную роль. С помощью числовых характеристик существенно удается решить задачу до конца, оставляя в стороне законы распределения и оперируя одними числовыми характеристиками. При этом весьма важную роль играет то обстоятельство, что когда в задаче фигурирует большое количество [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7), каждая из которых оказывает известное влияние на численный результат опыта, то закон распределения этого результата в значительной мере можно считать независимым от законов распределения отдельных случайных величин (возникает так называемый [нормальный закон распределения](http://sernam.ru/book_tp.php?id=25)). В этих случаях по существу задачи для исчерпывающего суждения о результирующем законе распределения не требуется знать законов распределения отдельных [случайных величин](http://sernam.ru/book_tp.php?id=7), фигурирующих в задаче; достаточно знать лишь некоторые числовые характеристики этих величин.

В теории [вероятностей](http://edu.sernam.ru/book_kiber1.php?id=227) и математической статистике применяется большое количество различных числовых характеристик, имеющих различное назначение и различные области применения. Из них в настоящем курсе мы введем только некоторые, наиболее часто применяемые.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое распределенное функции?

2. Знаете характеристики вероятности распределение?

**Практическая занятия № 11**

**Тема: Точечные оценки настоящие значение измеряемое величине**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение точечные оценки настоящие значение

измеряемое величине

**2.Теоретическая часть:**

Вероятностные характеристики погрешностей измерения определяются, как правило, на основании экспериментальных данных методами математической статистики. Иногда для этого проводят специальные эксперименты с целью аттестации средств измерения, иногда они совмещены с измерениями контролируемого параметра. При этом оцениваются математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

Оценка вероятностной характеристики погрешностей измерения называется точечной, если она выражена одним числом. Любая точечная оценка, вычисленная на основании опытных данных, является случайной величиной. При этом функция ее распределения зависит от распределения случайной величины и числа опытов п.

Точечная оценка называется несмещенной, если ее математическое ожидание совпадает с истинным значением оцениваемого параметра.

Точечная оценка называется состоятельной, если при увеличении количества наблюдений (объема выборки) ее отличие от оцениваемого параметра может быть сколь угодно малым.

Точечная оценка называется эффективной, если ее дисперсия меньше дисперсии любой другой оценки данного параметра.

Каждое из этих понятий характеризует качество точечных оценок. При прочих равных условиях лучшей будет та оценка, которая имеет, например, наименьшее смешение. Среди всех нормально распределенных оценок наилучшей будет несмещенная эффективная оценка.

Теоретическим обоснованием возможности экспериментального определения вероятностных характеристик является закон больших чисел, который для случайных величин формулируется следующим образом.

Пусть проведена серия и одинаковых независимых экспериментов по наблюдению за случайной величиной X, имеющей конечные М(х) и /)(а).

Обозначим через X среднее арифметическое результатов наблюдений

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image079.jpg

В соответствии с законом больших чисел для любых сколь угодно малых £и а всегда найдется такое при котором в случае п > и, ь4

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image080.jpg

Среднее арифметическое результатов наблюдений является несмещенной оценкой математического ожидания случайной величины, а следовательно, ее истинное значение совпадаете математическим ожиданием случайной величины:

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image081.jpg

Так как среднее арифметическое результатов измерений получено X в результате сложения случайных величин -, то оно также является п случайной величиной с дисперсией В(х). Значение дисперсии среднего значения можно определить следующим образом:

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image082.jpg

Из выражения следует, что точность результата измерения можно повысить при увеличении числа измерений. Дисперсия среднего арифметического из п наблюдений в п раз меньше дисперсии результата однократного наблюдения.

Среднее квадратичное отклонение среднего арифметического определяется по формуле

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image083.jpg

При п ->со од. стремится к нулю. Эго означает, что среднее арифметическое ряда измерений сходится по вероятности к математическому ожиданию и является его состоятельной оценкой.

Среднее арифметическое значение является также и эффективной оценкой математического ожидания, т. е. имеет минимальную дисперсию, равную £1^1.

Рассмотрим пример определения среднего арифметического на основании изменяющегося числа наблюдений.

На представлен график зависимости результатов наблюдений (ряд I - отклонения размера в /'-ом опыте, ряд 2 - среднее арифметическое результатов последовательных измерений. Значения этого ряда получаются следующим образом. Первое значение

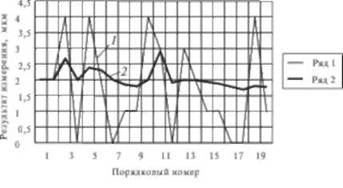


Рис.  **Зависимость результатов наблюдений от числа наблюдений**

равно первому значению из ряда I, второе значение равно сумме первого и второго значений ряда I, деленное на 2,третье значение равно сумме первого, второго и третьего значений первого ряда деленное на 3, и т. д. Последнее значение второго ряда равно -V х.. В данном примере п = 20).

Среднее из 20 наблюдений А1 =1,75 мкм служит точечной оценкой истинного отклонения измеряемой величины.

Результаты отдельных измерений, как это следует из графика, имеют достаточно большой разброс относительно среднего арифметического (ряд I), а разброс отдельных средних арифметических значительно меньше (ряд 2). Он уменьшается по мере увеличения числа измерений.

В качестве точечной оценки дисперсии выбирают среднее значение квадрата отклонения случайной величины от среднего значения

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image085.jpg

Эта оценка является состоятельной, но смешенной, так как ее математическое ожидание равно

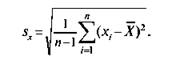
https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image086.jpg

В связи с этим точечную оценку дисперсии принято определять по формуле:

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image087.jpg

где 5; - эмпирическая дисперсия.

Точечная оценка среднего квадратичного отклонения определяется из выражения



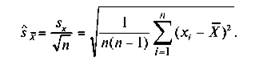
Величина ^характеризует разброс отдельных результатов измерения относительно среднего арифметического значения X.

В литературе величину ах называют средним квадратичным, или стандартным отклонением генеральной совокупности, а л - выборочным средним квадратичным отклонением.

Среднее арифметическое X имеет дисперсию, в п раз меньшую, чем дисперсия случайной погрешности (В связи с этим в качестве точечной оценки дисперсии среднего арифметического принимается выражение

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image089.jpg

Оценка среднего квадратичного отклонения среднего арифметического соответственно равна



С помощью полученных оценок Л' и .^результат измерения, например длины, записывается следующим образом:

https://studme.org/imag/tovar/rad_metstser/image091.jpg

что позволяет сделать соответствующие выводы относительно точности измерения: число измерений п характеризует надежность определения л\*" а величина л;( характеризует близость А1 к истинному значению Л.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое точечные оценки?

2. Знаете характеристики значение измеряемое величине?

**Практическая занятия № 12**

**Тема: Корреляционные функции случайного процесса.**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение корреляционные функции случайного

процесса.

**2.Теоретическая часть:**

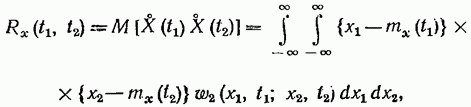
Математическое ожидание и дисперсия являются важными характеристиками случайного процесса, но они не дают достаточного представления о том, какой характер будут иметь отдельные реализации случайного процесса. Это хорошо видно где показаны реализации двух случайных процессов, совершенно различных по своей структуре, хотя и имеющих

одинаковые значения математического ожидания и дисперсии. Штриховыми линиями показаны значения 3σx(t) для случайных процессов.

Процесс, изображенный , а, от одного сечения к другому протекает сравнительно плавно, а процесс , б обладает сильной изменчивостью от сечения к сечению. Поэтому статистическая связь между сечениями в первом случае больше, чем во втором, однако ни по математическому ожиданию, ни по дисперсии этого установить нельзя.

Чтобы в какой-то мере охарактеризовать внутреннюю структуру случайного процесса, т. е. учесть связь между значениями случайного процесса в различные моменты времени или, иными словами, учесть степень изменчивости случайного процесса, необходимо ввести понятие о корреляционной (автокорреляционной) функции случайного процесса.

**Корреляционной функцией случайного процесса** X(t) называют неслучайную функцию двух аргументов Rx(t1;t2)которая для каждой пары произвольно выбранных значений аргументов (моментов времени) t1; и t2 равна математическому ожиданию произведения двух случайных величин Ẋ(t1) и Ẋ(t2) соответствующих сечений случайного процесса:



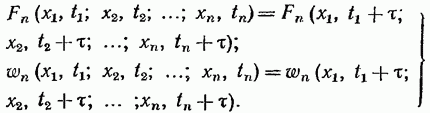
где ω2(x1,t1;x2,t2) — двумерная плотность вероятности;

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1284.gifцентрированный случайный процесс;

***mx(t)*** - математическое ожидание (среднее значение) случайного процесса.

Различные случайные процессы в зависимости от того, как изменяются их статистические характеристики с течением времени, делят на стационарные и нестационарные. Разделяют стационарность в узком смысле и стационарность в широком смысле.

**Стационарным в узком смысле** называют случайный процесс X(t), если его n-мерные функции распределения и плотности вероятности при любом n не зависят от сдвига всех точек t1,t2,…,tn вдоль оси времени на одинаковую величину http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif т. е.



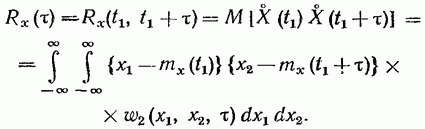
Это означает, что два процесса X(t) и X(t+ http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) имеют одинаковые статистические свойства для любого http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gifт. е. статистические характеристики стационарного случайного процесса неизменны во времени.

Стационарный случайный процесс — это своего рода аналог установившегося процесса в детерминированных системах. Любой переходный процесс не является стационарным.

**Стационарным в широком смысле** называют случайный процесс X(t), математическое ожидание которого постоянно:

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1295.gif

а корреляционная функция зависит только от одной переменной — разности аргументов http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif = t2 – t1; при этом корреляционную функцию обозначают



Процессы, стационарные в узком смысле, обязательно стационарны и в широком смысле; однако обратное утверждение, вообще говоря, неверно.

Понятие случайного процесса, стационарного в широком смысле, вводится тогда, когда в качестве статистических характеристик случайного процесса используются только математическое ожидание и корреляционная функция. Часть теории случайных процессов, которая описывает свойства случайного процесса через его математическое ожидание и корреляционную функцию, называют корреляционной теорией.

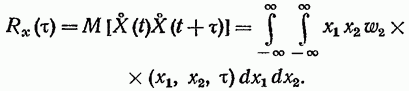
Для случайного процесса с нормальным законом распределения математическое ожидание и корреляционная функция полностью определяют его n-мерную плотность вероятности.

Поэтому для нормальных случайных процессов понятия стационарности в широком и узком смысле совпадают.

Теория стационарных процессов разработана наиболее полно и позволяет сравнительно просто производить расчеты для многих практических случаев. Поэтому допущение о стационарности иногда целесообразно делать также и для тех случаев, когда случайный процесс хотя и нестационарен, но на рассматриваемом отрезке времени работы системы статистические характеристики сигналов не успевают сколько-нибудь существенно измениться. В дальнейшем, если не будет оговорено особо, будут рассматриваться случайные процессы, стационарные в широком смысле.

При изучении случайных процессов, стационарных в широком смысле, можно ограничиться рассмотрением только процессов с математическим ожиданием (средним значением), равным нулю, т. е. mx(t) = 0, так как случайный процесс с ненулевым математическим ожиданием представляют как сумму процесса с нулевым математическим ожиданием и постоянной неслучайной (регулярной) величиной, равной математическому ожиданию этого процесса .

При mx(t) = 0 выражение для корреляционной функции

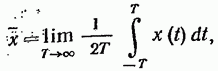


В теории случайных процессов пользуются двумя понятиями средних значений. Первое понятие о среднем значении — это *среднее значение по множеству* (или математическое ожидание), которое определяется на основе наблюдения над множеством реализаций случайного процесса в один и тот же момент времени. Среднее значение по множеству принято обозначать волнистой чертой над выражением, описывающим случайную функцию:

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1298.gif

В общем случае среднее значение по множеству является функцией времени t.

Другое понятие о среднем значении — это среднее значение по времени, которое определяется на основе наблюдения за отдельной реализацией случайного процесса x(t) на протяжении достаточно длительного времени Т. Среднее значение по времени обозначают прямой чертой над соответствующим выражением случайной функции и определяют по формуле:

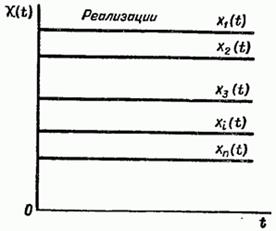


если этот предел существует.

Среднее значение по времени в общем случае различно для отдельных реализаций множества, определяющих случайный процесс. Вообще говоря, для одного и того же случайного процесса среднее по множеству и среднее по времени значения различны. Однако существует класс стационарных случайных процессов, называемых эргодическими, для которых среднее по множеству равно среднему по времени, т. е. http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1300.gif

Корреляционная функция Rx( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) эргодического стационарного случайного процесса X(t) неограниченно убывает по модулю при │ http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif │→∞

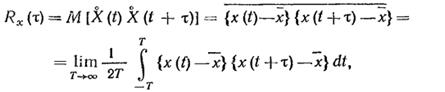
Однако надо иметь в виду, что не всякий стационарный случайный процесс является эргодическим, например случайный процесс X(t), каждая реализация которого *xi(t)* постоянна во времени (рис. 19.5), является стационарным, но не эргодическим.



В этом случае средние значения, определенные по одной реализации и в результате обработки множества реализаций, не совпадают. Один и тот же случайный процесс в общем случае может быть эргодическим по отношению к одним статистическим характеристикам и неэргодическим по отношению к другим. В дальнейшем будем считать, что по отношению ко всем статистическим характеристикам условия эргодичности выполняются.

Свойство эргодичности имеет очень большое практическое значение. Для определения статистических свойств некоторых объектов, если трудно осуществить одновременное наблюдение за ними в произвольно выбранный момент времени (например, при наличии одного опытного образца), его можно заменить длительным наблюдением за одним объектом. Иными словами, отдельная реализация эргодического случайного процесса на бесконечном промежутке времени полностью определяет весь случайный процесс с его бесконечными реализациями. Собственно говоря, этот факт лежит в основе описанного ниже метода экспериментального определения корреляционной функции стационарного случайного процесса по одной реализации.

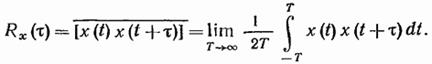
Как видно из определения, корреляционная функция представляет собой среднее значение по множеству. Для эргодических случайных процессов корреляционную функцию Rx можно определить как среднее по времени от произведения [x(t) - http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1304.gif ] и [x(t+ http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) - http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1307.gif ], т. е.



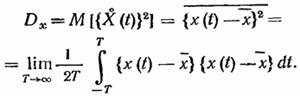
где x(t) — любая реализация случайного процесса; http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1307.gif - среднее значение по времени, определяемое по

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1310.jpg

Если среднее значение случайного процесса равно нулю http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1307.gif = 0, то



Основываясь на свойстве эргодичности, можно дисперсию Dx определить как среднее по времени от квадрата центрированного случайного процесса, т. е.



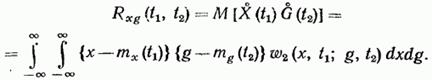
Сравнивая выражения Rx( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) и Dx при http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif =0, можно установить очень важную связь между дисперсией и корреляционной функцией — дисперсия стационарного случайного процесса равна начальному значению корреляционной функции:

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1315.gif

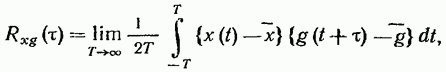
Из этого видно, что дисперсия стационарного случайного процесса постоянна, а следовательно, постоянно и среднее квадратическое отклонение:

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1316.gif

Статистические свойства связи двух случайных процессов X(t) и G(t) можно характеризовать взаимной корреляционной функцией Rxg(t1,t2), которая для каждой пары произвольно выбранных значений аргументов t1 и t2 равна



Для эргодических случайных процессов вместо этого можно записать



где x(t) и g(t)— любые реализации стационарных случайных процессов X(t) и G(t), соответственно.

Взаимная корреляционная функция Rxg( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) характеризует взаимную статистическую связь двух случайных процессов X(t) и G(t) в разные моменты времени, отстоящие друг от друга на промежуток времени http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif . Значение Rxg(0)характеризует эту связь в один и тот же момент времени.

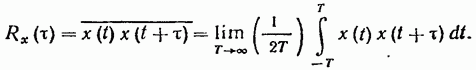
Из предыдущего выражения следует, что

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1322.gif

Если случайные процессы X(t) и G(t) статистически не связаны друг с другом и имеют равные нулю средние значения, то их взаимная корреляционная функция для всех http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif равна нулю. Однако обратный вывод о том, что если взаимная корреляционная функция равна нулю, то процессы независимы, можно сделать лишь в отдельных случаях (в частности, для процессов с нормальным законом распределения), общей же силы обратный закон не имеет.

Заметим, что корреляционные функции могут вычисляться и для неслучайных (регулярных) функций времени. Однако когда говорят о корреляционной функции Rx( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) регулярной функции *x(t),* то под этим понимают просто результат формального

применения к регулярной функции *x(t)* операции, выражаемой интегралом:



Приведем некоторые основные свойства корреляционных функций Rx( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ).

1. Начальное значение корреляционной функции равно дисперсии случайного процесса:

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1324.gif

2. Значение корреляционной функции при любом http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif не может превышать ее начального значения, т. е.

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1325.gif

Чтобы доказать это, рассмотрим очевидное неравенство http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1327.gif из которого следует http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1329.gif .

Находим средние значения по времени от обеих частей последнего неравенства:

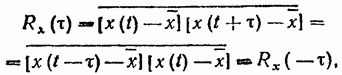
http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1331.jpg

Таким образом, получим неравенство Rx(0) ≥ │Rx( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif )│ .

3. Корреляционная функция есть четная функция http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif , т. е.

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1332.gif

Это вытекает из самого определения корреляционной функции. Действительно,



поэтому на графике корреляционная функция всегда симметрична относительно оси ординат.

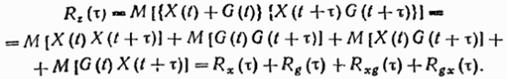
4. Корреляционная функция суммы случайных процессов

Z(t) = X(t) + G(t) определяется выражением

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1334.gif

где Rxg( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) и Rgx( http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1293.gif ) — взаимные корреляционные функции

Действительно,



5. Корреляционная функция постоянной величины *x(t)=*А0 равна квадрату этой постоянной http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1338.gif , что вытекает из самого определения корреляционной функции:

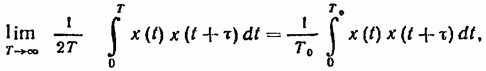
http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1339.gif

6. Корреляционная функция периодической функции, например http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1341.gif представляет собой косинусоиду, т. е.

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1342.gif

имеющую ту же частоту http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1344.gif , что и *x(t),*и не зависящую от сдвига фазы http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1346.gif .

Чтобы доказать это, заметим, что при нахождении корреляционных функций периодических функций*x(t)*можно использовать следующее равенство:

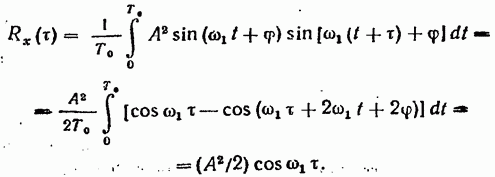


 где  — период функции *x(t).*

Последнее равенство получается после замены интеграла с пределами от —Т до Т при Т→∞ суммой отдельных интегралов с пределами от (k-1)T0 до kT0,

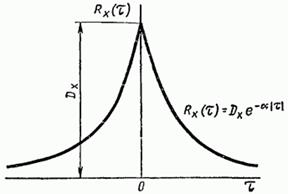
где k =0, http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1351.gif 1, http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1351.gif 2,….. http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1351.gif n http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image201.gif и использования периодичности подынтегральных функций.

Тогда, учитывая сказанное выше, получим т.

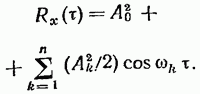
(19.56)

7. Корреляционная функция временной функции, разлагаемой в ряд Фурье:

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1354.gif(19.57)



имеет на основании изложенного выше следующий вид:



8. Типичная корреляционная функция стационарного случайного процесса имеет вид, представленный. Ее можно аппроксимировать следующим аналитическим выражением:

http://znatock.org/baza1/257503344674.files/image1358.gif

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое корреляционные функции?

2. Знаете характеристики корреляционная функция временной функции?

**Практическая занятия № 13**

**Тема: Классификация измерительные погрешности. Виды абсолютные погрешностей**.

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение Классификация измерительные

погрешности. Виды абсолютные погрешностей.

**2.Теоретическая часть:**

Электрические измерения очень разнообразны и это связано с множеством измеряемых физических величин, различным характером их проявления во времени, различными требованиями к точности измерений, различными способами получения результата и т.д.

Измерение, согласно определению, предполагает сравнение исследуемой физической величины с однородной физической величиной, значение которой принято за единицу, и представление результата этого сравнения в виде числа.*Измерение*— многооперационная процедура, и для его выполнения необходимо осуществить основные измерительные операции: воспроизведение, сравнение, измерительное преобразование, масштабирование.

*Воспроизведение величины заданного размера*— операция создания выходного сигнала с заданным размером информативного параметра, т.е. с величиной напряжения, тока, сопротивления, индуктивности и др. Эта операция реализуется средством измерений — мерой.

I *Сравнение —*определение соотношения между однородными величинами, осуществляемое путем их вычитания. Эта операция реализуется устройством сравнения (компаратором).

*Измерительное преобразование —*операция преобразования входного сигнала в выходной, реализуемая измерительным преобразователем. Выходные сигналы измерительных преобразователей и их информативные параметры государственной системой приборов и средств автоматизации унифицированы (ГСП). Унифицированными сигналами являются постоянное напряжение 0...10 В; Постоянный ток 0...5 мА, 0...20 мА, 4...20 мА.

*Масштабирование —*это создание выходного сигнала, однородного с входным, размер информативного параметра которого пропорционален в AT раз размеру информативного параметра входного сигнала. Масштабное преобразование реализуется в устройстве, которое называется *масштабным преобразователем.*

Классификация измерений. Измерения можно классифицировать по различным признакам:

• по числу измерений — *однократные,*когда измерения выполняют один раз, и *многократные—*ряд однократных измерений физической величины одного и того же размера;

• характеристике точности — *равноточные*— ряд измерений какой-либо величины, выполненных одинаковыми по точности средствами измерений в одних и тех же условиях с одинаковой тщательностью, и *неравноточные,*когда ряд измерений какой-либо величины выполняется различающимися по точности средствами

|,измерений и в разных условиях;

• характеру изменения во времени измеряемой величины — *статические,*когда значение физической величины считается неизменным на протяжении времени измерения, и *динамические*—

'измерение изменяющийся по размеру физической величины.

• способу представления результатов измерений — *абсолютное*—измерение величины в ее единицах, и *относительные —*измерение изменения величины по отношению к одноименной величине, принимаемой за исходную. Относительные измерения при прочих равных условиях могут быть выполнены более точно, чем -абсолютные, так как в суммарную погрешность не входит погрешность меры величины.

Виды измерений. По способу получения результата все измерения подразделяют на виды: прямые и косвенные, совокупные и совместные.

*Прямые измерения —*измерения, при которых искомое значение физической величины получают непосредственно из опытныx данных. К прямым измерениям относятся, например, нахождение значения напряжения, тока, мощности по шкале прибора.

*Косвенные измерения —*определение искомого значения физической величины на основании результатов прямых измерений других физических величин, функционально связанных с искомой величиной. При этом числовое значение искомой величины находится расчетным путем, например нахождение значения мощности в нагрузке по показаниям амперметра и вольтметра *(Р*== *UI).*Хотя косвенные измерения сложнее прямых, они широко применяются в практике измерений, особенно тогда, когда прямые измерения практически невыполнимы либо косвенное измерение позволяет получить более точный результат по сравнению с прямым измерением. Косвенные измерения, в свою очередь, подразделяют на совокупные и совместные.

*Совокупные измерения —*это проводимые одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых искомые значения величин определяют путем решения системы уравнений, получаемых при измерениях этих величин в различных сочетаниях (например, нахождение сопротивлений двух резисторов по результатам измерения их сопротивления при последовательном и параллельном их включении; нахождение массы отдельных гирь набора по известному значению массы одной из них и по результатам прямых сравнений масс различных сочетаний этих гирь).

*Совместные измерения*— это производимые одновременно измерения двух или нескольких неодноименных величин для определения зависимости между ними. Числовые значения искомых величин, как и в случае совокупных измерений, определяются из системы уравнений, связывающих значения искомых величин со значениями величин, измеренных прямым (или косвенным) способом. Число уравнений должно быть не меньше числа искомых величин. Например, по результатам прямых измерений значений сопротивления терморезистора при двух различных температурах решением системы уравнений рассчитывают необходимые значения коэффициентов.

**Методы измерения.***Метод измерения —*это прием или совокупность приемов сравнения измеряемой физической величины с ее единицей в соответствии с реализованным принципом измере­ний. Методы измерения можно классифицировать по различным признакам:

• по физическому принципу, положенному в основу измерения, их подразделяют на электрические, механические, магнитные, оптические и т.д.;

• степени взаимодействия средства и объекта измерения — контактный и бесконтактный. Например, измерение температуры тела термометром сопротивления (контактный) и измерение температуры объекта пирометром (бесконтактный).

• режиму взаимодействия средства и объекта измерения — статические и динамические;

• виду измерительных сигналов — аналоговые и цифровые;

• организации сравнения измеряемой величины с мерой — метод непосредственной оценки и метод сравнения.

*Метод непосредственной оценки (отсчета)*— метод измерений, при котором значение величины определяют непосредственно по показывающему средству измерений. Метод отличается своей простотой, точность его невысока.

*Метод сравнения с мерой*— метод измерения, при котором измеряемая величина сравнивается с величиной воспроизводимой мерой. Эти методы сложны, но характеризуются высокой точностью. Они подразделяются на дифференциальные, нулевые, замещения и совпадений.

*Дифференциальный (разностный) метод*заключается в том, что измерительным прибором оценивается разность между измеряемой величиной и однородной величиной, имеющей известное значение. Точность метода возрастает с уменьшением разности между сравниваемыми величинами.

*Нулевой метод*является частным случаем дифференциального метода и заключается в том, что результирующий эффект воздействия измеряемой величины и меры на прибор сравнения доводится до нуля (например, измерение электрического сопротивления мостом с полным его уравновешиванием).

*Метод измерения замещения*заключается в том, что измеряемая величина замещается мерой с известным значением величины. Метод используется, например, при измерении индуктивности, емкости.

*Метод совпадений*состоит в том, что измеряют разность между искомой величиной и образцовой мерой, используя совпадения отметок или периодических сигналов. Метод используется, например, для измерения перемещений, периода, частоты.

2. Классификация погрешностей измерений

Процедура измерения состоит из следующих этапов: принятие модели объекта измерения, выбор метода измерения, выбор средства измерений, проведение эксперимента для получения результата. Все эти составляющие приводят к тому, что результат измерения отличается от истинного значения измеряемой величины на некоторую величину, называемую *погрешностью измерения.*Измерение можно считать законченным, если определена измеряемая величина и указана возможная степень ее отклонения от истинного значения.

Причины возникновения погрешностей чрезвычайно многочисленны, поэтому классификация погрешностей, как и всякая другая классификация, носит достаточно условный характер.

Следует различать погрешность средства измерений и погрещность результата измерения этим же средством измерений. Погрешности измерений зависят от метрологических характеристик используемых средств измерений, совершенства выбранного метода измерений, внешних условий, а также от свойств объекта измерения и измеряемой величины. Погрешности измерений обычно превышают погрешности используемых средств измерений однако, используя специальные методы устранения ряда погрешностей и статистическую обработку данных многократных наблюдений, можно в некоторых случаях получить погрешность измерения меньше погрешности используемых СИ.

По способу выражения погрешности средств измерений подразделяются на абсолютные, относительные и приведенные.

*Абсолютная погрешность*(А) — погрешность средства измерений, выраженная в единицах измеряемой физической величины:

А=ХИЗМ-ХД, (1)

где Хизм — измеренное значение физической величины; *ХД*— действительное значение физической величины.

*Относительная погрешность*(уотн) —это погрешность средства измерений, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к результату измерений или к действительному значению измеренной физической величины:

уотн = (Д/Хд)100%. (2)

Для измерительного прибора *у0ТН*характеризует погрешность в данной точке шкалы, зависит от значения измеряемой величины и имеет наименьшее значение в конце шкалы прибора.

Для характеристики точности многих средств измерений применяется приведенная погрешность.

*Приведенная погрешность*(уприв) — относительная погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к условно принятому значению величины, постоянному во всем диапазоне измерений или в части диапазона:

уприв = (Д/Хнорм)100%, (3)

где Хнорм — нормирующее значение, т.е. некоторое установленное значение, по отношению к которому рассчитывается погрешность.

Выбор нормирующего значения производится в соответствии с ГОСТ 8.009 — 84. Это может быть верхний предел измерений средства измерений, диапазон измерений, длина шкалы и т.д. Для многих средств измерений по приведенной погрешности устанавливают класс точности прибора.

По причине и условиям возникновения погрешности средств измерений подразделяются на основную и дополнительную.

*Основная погрешность*— погрешность средства изменений, находящихся в нормальных условиях эксплуатации. Она возникает из-за неидеальности собственных свойств средства измерений и доказывает отличие действительной функции преобразования средства измерений в нормальных условиях от номинальной.

Нормативными документами на средства измерений конкретного типа (стандартами, техническими условиями, калибровкой и др.) оговариваются нормальные условия измерений — это такие условия измерения, характеризуемые совокупностью значений или областей значений влияющих величин, при которых изменением результата измерений пренебрегают вследствие малости. Среди таких влияющих величин наиболее общими являются температура и влажность окружающей среды, напряжение, частота и форма кри­вой питающего напряжения, наличие внешних электрических и магнитных полей и др. Для нормальных условий применения средства измерений нормативными документами предусматриваются:

*нормальная область значений влияющей величины*(диапазон значе­ний). Например, устанавливают температуру окружающей среды — (20 ± 5)°С; положение прибора — горизонтальное с отклонением от горизонтального ±2°; относительную влажность — (65 ± 15) %; прак­тическое отсутствие электрических и магнитных полей, напряжение питающей сети — (220 ±4,4) В; частоту питающей сети — (50 ± 0,2) Гц и т.д.;

*рабочая область значений влияющей величины*— область значений влияющей величины, в пределах которой нормируют дополнительную погрешность или изменение показаний средства измерений;

*рабочие условия измерений*— условия измерений, при которых значения влияющих величин находятся в пределах рабочих областей. Например, для измерительного конденсатора нормируют дополнительную погрешность на отклонение температуры окружающего воздуха от нормальной, для амперметра нормируют изме­нение показаний, вызванное отклонением частоты переменного тока от 50 Гц (значение частоты 50 Гц в данном случае принима­ют за нормальное значение частоты).

*Дополнительная*погрешность — составляющая погрешности средств измерений, возникающая дополнительно к основной погрешности вследствие отклонения какой-либо из влияющих величин от нормального ее значения или вследствие ее выхода за Пределы нормальной области значений. Нормируются, как правило, значения основной и дополнительной погрешностей, рассматриваемые как наибольшие для данного средства измерений.

*Предел допускаемой основной погрешности*— наибольшая основная погрешность, при которой средство измерений может быть Признано годным и допущено к применению по техническим условиям.

*Предел допускаемой дополнительной погрешности —*наибольшая дополнительная погрешность, при которой средство измерения может быть еще допущено к применению. Например, для прибора класса точности 1,0 приведенная дополнительная погрешность при изменении температуры на 10 °С не должна превышать ±1 *%,*Этоозначает, что при изменении температуры среды на каждые 10 °С добавляется дополнительная погрешность 1 %.

Пределы допускаемых основной и дополнительной погрешностей выражают в форме абсолютных, относительных и приведенных погрешностей.

Обобщенная характеристика данного типа средств измерений как правило, отражающая уровень их точности, выражаемая пределами допускаемых основной и дополнительных погрешностей а также другими характеристиками, влияющими на точность называется *классом точности*средства измерений. Класс точности дает возможность судить о том, в каких пределах находится погрешность средства измерений одного типа, но не является непосредственным показателем точности измерений, выполняемых с помощью каждого из этих средств, так как погрешность зависит также от метода измерений, условий измерений и т.д. Это важно учитывать при выборе средств измерений в зависимости от заданной точности измерений.

Класс точности средств измерений конкретного типа устанавливают в стандартах технических требований (условий) или в других нормативных документах. Например, прибор класса 0,5 может иметь основную приведенную погрешность, не превышающую 0,5 %. Вместе с тем прибор должен удовлетворять соответствующим требованиям и в отношении допускаемых дополнительных погрешностей.

Классы точности средств измерений устанавливаются в стан­дартах или технических условиях. ГОСТ 8.401 — 80 устанавливает девять классов точности для аналоговых электромеханических приборов: 0,05; 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0; 6,0.

Зная класс точности средства измерений, из формулы (3) можно найти максимально допустимое значение абсолютной погрешности для всех точек диапазона

Dmax доп =gпривХнорм/100%

По характеру изменения погрешности средств измерений подразделяются на систематические, случайные и промахи.

*Систематическая погрешность*— составляющая погрешности средства измерений, принимаемая за постоянную или закономерную изменяющуюся. Систематическая погрешность данного средства измерений, как правило, будет отличаться от систематической погрешности другого экземпляра средства измерений этого же типа, вследствие чего для группы однотипных средств измерений систематическая погрешность может иногда рассматриваться как случайная погрешность.

К систематическим погрешностям средства измерений относят методические, инструментальные, субъективные и другие погрешности, которые при проведении измерений необходимо учитывать и по возможности устранять. Качество измерительного прибора, отражающее близость к нулю его систематических погрешностей, называется *правильностью.*

*Случайная погрешность*— составляющая погрешности средства измерений, изменяющаяся случайным образом. Случайные погрешности приводят к неоднозначности показаний. Они обусловлены причинами, которые нельзя точно предсказать и учесть. Однако при проведении некоторого числа повторных опытов теория вероятности и математическая статистика позволяют уточнить результат измерения, т. е. найти значение измеряемой величины более близкое к действительному значению, чем результат одного измерения. Качество измерительного прибора, отражающее близость к нулю его случайной составляющей погрешности, называется *сходимостью показаний.*

*Промахи —*грубые погрешности, связанные с ошибками оператора или неучтенными внешними воздействиями. Их обычно исключают из результатов измерений.

По зависимости от значения измеряемой величины погрешности средства измерений подразделяются на аддитивные, не зависящие от значения входной величины *X,*и мультипликативные — пропорциональные *X.*

*Аддитивная погрешность*(Dадд) не зависит от чувствительности прибора и является постоянной по величине для всех значений входной величины *Хв*пределах диапазона измерений*).*Источником данной погрешности являются трение в опорах, шумы, наводки, вибрации. Примерами аддитивной погрешности приборов являются погрешности нуля, дискретности (квантования) в цифровых приборах. От значения этой погрешности зависит наименьшее значение входной величины. Если прибору присуща только аддитивная погрешность или она существенно превышает другие составляющие, то предел допустимой основной погрешности нормируют в виде приведенной погрешности, вы численной по формуле (3).

*Мультипликативная погрешность*(Dм) зависит от чувствительности прибора и изменяется пропорционально текущему значению входной величины*.*Источником этой погрешности являются погрешности регулировки отдельных элементов средства измерений (например, шунта и добавочного резистора) старение элементов, изменение их характеристик, влияние внешних факторов.

Если прибору присуща только мультипликативная погрешность или она существенна, то предел допускаемой основной относительной погрешности выражают в виде относительной погрешности, определяемой по формуле (2). Класс точности таких средств измерений обозначают одним числом, помещенным в кружок, например (О). Так обозначают классы точности мостов переменного тока, счетчиков электрической энергии, делителей напряжения, измерительных трансформаторов и др.

Суммарная абсолютная погрешностьопределяется по формуле

D = Dадд + Dм = gаддХнорм + gмХ

гдеgадд— приведенное значение аддитивной погрешности, gадд=Dадд /Хнорм; gм— относительное значение мультипликативной погрешности, g*м= Dм/Х.*

Тогда относительная суммарная погрешность определяется по формуле

где С=gадд + gм;d = gадд-

для средств измерений, у которых аддитивная и мультипликативная составляющие соизмеримы, предел относительной процентах и разделенных косой чер­той, например 0,02/0,01 (с = 0,02, a *d*= 0,01). Такое обозначение удобно, так как первый его член *с*равен относительной погрешности средства измерений в наиболее благоприятных условиях.

когда *Х= Хноры.*Второй член формулы (.6) характеризует увеличение относительной погрешности измерения при уменьшении величины *X,*т.е. влияние аддитивной составляющей погрешности. К этой группе средств измерений относятся цифровые мосты, компенсаторы с ручным и автоматическим уравновешиванием.

Аддитивная и мультипликативная погрешности имеют систематические и случайные составляющие.

Погрешность средства измерений также может быть нормирована к длине шкалы. В этом случае класс точности, определяемый по формуле (3), обозначается одним числом в процентах, помещенным между двумя линиями, расположенными под углом, например V. К ним относятся показывающие приборы с резко неравномерной шкалой (например, гиперболической или логарифмической). Конкретные ряды классов точности устанавливаются в стандартах на отдельные виды средств измерения.

В зависимости от влияния характера изменения измеряемой величины погрешности средств измерений подразделяются на статические и динамические.

*Статическая погрешность —*погрешность средства измерений, применяемого при измерении физической величины, принимаемой за неизменную.

*Динамическая погрешность —*погрешность средств измерений, возникающая при измерении изменяющейся (в процессе измерений) физической величины, являющаяся следствием инерционных свойств средств измерений.

**3. Контрольные вопросы**

1.Перечислите основные виды и методы измерений.

2.Какие основные измерительные операции выполняются при измерении?

3.Какие унифицированные сигналы имеют измерительные преобразователи?

**Практическая занятия № 14**

**Тема: Абсолютные погрешности и методы их устранение.**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение Абсолютные погрешности и методы их

устранение.

**2.Теоретическая часть:**

В практике использования измерений очень важным показателем становится их точность, которая представляет собой ту степень близости итогов измерения к некоторому действительному значению, которая используется для качественного сравнения измерительных операций. А в качестве количественной оценки, как правило, используется погрешность измерений. Причем чем погрешность меньше, тем считается выше точность.

Согласно закону теории погрешностей, если необходимо повысить точность результата (при исключенной систематической погрешности) в 2 раза, то число измерений необходимо увеличить в 4 раза; если требуется увеличить точность в 3 раза, то число измерений увеличивают в 9 раз и т. д.

Процесс оценки погрешности измерений считается одним из важнейших мероприятий в вопросе обеспечения единства измерений. Естественно, что факторов, оказывающих влияние на точность измерения, существует огромное множество. Следовательно, любая классификация погрешностей измерения достаточно условна, поскольку нередко в зависимости от условий измерительного процесса погрешности могут проявляться в различных группах. При этом согласно принципу зависимости от формы данные выражения погрешности измерения могут быть: абсолютными, относительными и приведенными.

Кроме того, по признаку зависимости от характера проявления, причин возникновения и возможностей устранения погрешности измерений могут быть составляющими При этом различают следующие составляющие погрешности: систематические и случайные.

Систематическая составляющая остается постоянной или меняется при следующих измерениях того же самого параметра.

Случайная составляющая изменяется при повторных изменениях того же самого параметра случайным образом. Обе составляющие погрешности измерения (и случайная, и систематическая) проявляются одновременно. Причем значение случайной погрешности не известно заранее, поскольку оно может возникать из-за целого ряда неуточненных факторов Данный вид погрешности нельзя исключить полностью, однако их влияние можно несколько уменьшить, обрабатывая результаты измерений.

Систематическая погрешность, и в этом ее особенность, если сравнивать ее со случайной погрешностью, которая выявляется вне зависимости от своих источников, рассматривается по составляющим в связи с источниками возникновения.

Составляющие погрешности могут также делиться на: методическую, инструментальную и субъективную. Субъективные систематические погрешности связаны с индивидуальными особенностями оператора. Такая погрешность может возникать из-за ошибок в отсчете показаний или неопытности оператора. В основном же систематические погрешности возникают из-за методической и инструментальной составляющих. Методическая составляющая погрешности определяется несовершенством метода измерения, приемами использования СИ, некорректностью расчетных формул и округления результатов. Инструментальная составляющая появляется из-за собственной погрешности СИ, определяемой классом точности, влиянием СИ на итог и разрешающей способности СИ. Есть также такое понятие, как <грубые погрешности или промахи>, которые могут появляться из-за ошибочных действий оператора, неисправности СИ или непредвиденных изменений ситуации измерений. Такие погрешности, как правило, обнаруживаются в процессе рассмотрения результатов измерений с помощью специальных критериев. Важным элементом данной классификации является профилактика погрешности, понимаемая как наиболее рациональный способ снижения погрешности, заключается в устранении влияния какого-либо фактора.

Выделяют следующие виды погрешностей:

1. абсолютная погрешность;
2. относительна погрешность;
3. приведенная погрешность;
4. основная погрешность;
5. дополнительная погрешность;
6. систематическая погрешность;
7. случайная погрешность;
8. инструментальная погрешность;
9. методическая погрешность;
10. личная погрешность;
11. статическая погрешность;
12. динамическая погрешность.

Погрешности измерений классифицируются по следующим признакам.

По способу математического выражения погрешности делятся на абсолютные погрешности и относительные погрешности.

По взаимодействию изменений во времени и входной величины погрешности делятся на статические погрешности и динамические погрешности.

По характеру появления погрешности делятся на систематические погрешности и случайные погрешности.

По характеру зависимости погрешности от влияющих величин погрешности делятся на основные и дополнительные.

По характеру зависимости погрешности от входной величины погрешности делятся на аддитивные и мультипликативные.

**Абсолютная погрешность**- это значение, вычисляемое как разность между значением величины, полученным в процессе измерений, и настоящим (действительным) значением данной величины.

Абсолютная погрешность вычисляется по следующей формуле:

ΔQn =Qn ΔQ0,

где AQn - абсолютная погрешность;

*Qn* - значение некой величины, полученное в процессе измерения;

*Q0* - значение той же самой величины, принятое за базу сравнения (настоящее значение).

**Абсолютная погрешность меры**- это значение, вычисляемое как разность между числом, являющимся номинальным значением меры, и настоящим (действительным) значением воспроизводимой мерой величины.

**Относительная погрешность**- это число, отражающее степень точности измерения.

Относительная погрешность вычисляется по следующей формуле:

где ΔQ - абсолютная погрешность;

*Q0* - настоящее (действительное) значение измеряемой величины.

Относительная погрешность выражается в процентах.

**Приведенная погрешность**- это значение, вычисляемое как отношение значения абсолютной погрешности к нормирующему значению.

Нормирующее значение определяется следующим образом:

1) для средств измерений, для которых утверждено номинальное значение, это номинальное значение принимается за нормирующее значение;

2) для средств измерений, у которых нулевое значение располагается на краю шкалы измерения или вне шкалы, нормирующее значение принимается равным конечному значению из диапазона измерений. Исключением являются средства измерений с существенно неравномерной шкалой измерения;

3) для средств измерений, у которых нулевая отметка располагается внутри диапазона измерений, нормирующее значение принимается равным сумме конечных численных значений диапазона измерений;

4) для средств измерения (измерительных приборов), у которых шкала неравномерна, нормирующее значение принимается равным целой длине шкалы измерения или длине той ее части, которая соответствует диапазону измерения. Абсолютная погрешность тогда выражается в единицах длины.

Погрешность измерения включает в себя инструментальную погрешность, методическую погрешность и погрешность отсчитывания. Причем погрешность отсчитывания возникает по причине неточности определения долей деления шкалы измерения.

**Инструментальная погрешность**- это погрешность, возникающая из-за допущенных в процессе изготовления функциональных частей средств измерения ошибок.

**Методическая погрешность**- это погрешность, возникающая по следующим причинам:  
1) неточность построения модели физического процесса, на котором базируется средство измерения;  
2) неверное применение средств измерений.

**Субъективная погрешность**- это погрешность возникающая из-за низкой степени квалификации оператора средства измерений, а также из-за погрешности зрительных органов человека, т. е. причиной возникновения субъективной погрешности является человеческий фактор.

Погрешности по взаимодействию изменений во времени и входной величины делятся на статические и динамические погрешности.

**Статическая погрешность**- это погрешность, которая возникает в процессе измерения постоянной (не изменяющейся во времени) величины.

**Динамическая погрешность**- это погрешность, численное значение которой вычисляется как разность между погрешностью, возникающей при измерении непостоянной (переменной во времени) величины, и статической погрешностью (погрешностью значения измеряемой величины в определенный момент времени).

По характеру зависимости погрешности от влияющих величин погрешности делятся на основные и дополнительные.

**сновная погрешность**- то погрешность, полученная в нормальных условиях эксплуатации средства измерений (при нормальных значениях влияющих величин).

**Дополнительная погрешность**- это погрешность, которая возникает в условиях несоответствия значений влияющих величин их нормальным значениям, или если влияющая величина переходит границы области нормальных значений.

**Нормальные условия**- это условия, в которых все значения влияющих величин являются нормальными либо не выходят за границы области нормальных значений.

**Рабочие условия**- это условия, в которых изменение влияющих величин имеет более широкий диапазон (значения влияющих не выходят за границы рабочей области значений).

**Рабочая область значений влияющей величины**- это область значений, в которой проводится нормирование значений дополнительной погрешности.

По характеру зависимости погрешности от входной величины погрешности делятся на аддитивные и мультипликативные.

**Аддитивная погрешность**- это погрешность, возникающая по причине суммирования численных значений и не зависящая от значения измеряемой величины, взятого по модулю (абсолютного).

**Мультипликативная погрешность**- это погрешность, изменяющаяся вместе с изменением значений величины, подвергающейся измерениям.

Надо заметить, что значение абсолютной аддитивной погрешности не связано со значением измеряемой величины и чувствительностью средства измерений. Абсолютные аддитивные погрешности неизменны на всем диапазоне измерений.

Значение абсолютной аддитивной погрешности определяет минимальное значение величины, которое может быть измерено средством измерений.

Значения мультипликативных погрешностей изменяются пропорционально изменениям значений измеряемой величины. Значения мультипликативных погрешностей также пропорциональны чувствительности средства измерений Мультипликативная погрешность возникает из-за воздействия влияющих величин на параметрические характеристики элементов прибора.

Погрешности, которые могут возникнуть в процессе измерений, классифицируют по характеру появления. Выделяют:

1) систематические погрешности;

2) случайные погрешности.

В процессе измерения могут также появиться грубые погрешности и промахи.

**Систематическая погрешность**- это составная часть всей погрешности результата измерения, не изменяющаяся или изменяющаяся закономерно при многократных измерениях одной и той же величины. Обычно систематическую погрешность пытаются исключить возможными способами (например, применением методов измерения, снижающих вероятность ее возникновения), если же систематическую погрешность невозможно исключить, то ее просчитывают до начала измерений и в результат измерения вносятся соответствующие поправки. В процессе нормирования систематической погрешности определяются границы ее допустимых значений. Систематическая погрешность определяет правильность измерений средств измерения (метрологическое свойство).

Систематические погрешности в ряде случаев можно определить экспериментальным путем. Результат измерений тогда можно уточнить посредством введения поправки.

Способы исключения систематических погрешностей делятся на четыре вида:

1) ликвидация причин и источников погрешностей до начала проведения измерений;

2) устранение погрешностей в процессе уже начатого измерения способами замещения, компенсации погрешностей по знаку, противопоставлениям, симметричных наблюдений;

3) корректировка результатов измерения посредством внесения поправки (устранение погрешности путем вычислений);

4) определение пределов систематической погрешности в случае, если ее нельзя устранить.

Ликвидация причин и источников погрешностей до начала проведения измерений. Данный способ является самым оптимальным вариантом, так как его использование упрощает дальнейший ход измерений (нет необходимости исключать погрешности в процессе уже начатого измерения или вносить поправки в полученный результат).

Для устранения систематических погрешностей в процессе уже начатого измерения применяются различные способы

**Способ введения поправок**- базируется на знании систематической погрешности и действующих закономерностей ее изменения. При использовании данного способа в результат измерения, полученный с систематическими погрешностями, вносят поправки, по величине равные этим погрешностям, но обратные по знаку.

**Способ замещения**- состоит в том, что измеряемая величина заменяется мерой, помещенной в те же самые условия, в которых находился объект измерения. Способ замещения применяется при измерении следующих электрических параметров: сопротивления, емкости и индуктивности.

**Способ компенсации погрешности по знаку**- состоит в том, что измерения выполняются два раза таким образом, чтобы погрешность, неизвестная по величине, включалась в результаты измерений с противоположным знаком.

**Способ противопоставления**- похож на способ компенсации по знаку. Данный способ состоит в том, что измерения выполняют два раза таким образом, чтобы источник погрешности при первом измерении противоположным образом действовал на результат второго измерения.

**Случайная погрешность**- это составная часть погрешности результата измерения, изменяющаяся случайно, незакономерно при проведении повторных измерений одной и той же величины. Появление случайной погрешности нельзя предвидеть и предугадать. Случайную погрешность невозможно полностью устранить, она всегда в некоторой степени искажает конечные результаты измерений. Но можно сделать результат измерения более точным за счет проведения повторных измерений. Причиной случайной погрешности может стать, например, случайное изменение внешних факторов, воздействующих на процесс измерения. Случайная погрешность при проведении многократных измерений с достаточно большой степенью точности приводит к рассеянию результатов.

**Промахи и грубые погрешности**- это погрешности, намного превышающие предполагаемые в данных условиях проведения измерений систематические и случайные погрешности. Промахи и грубые погрешности могут появляться из-за грубых ошибок в процессе проведения измерения, технической неисправности средства измерения, неожиданного изменения внешних условий.

**3.Контрольные вопросы:**

1.В чем отличие прямых измерений от косвенных?

2.Приведите классификацию погрешностей измерений.

3.Как определить цену деления шкалы прибора?

**Практическая занятия № 15**

**Тема: Случайные погрешности и оценки их по качестве.**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение Случайные погрешности и оценки их

по качестве.

**2.Теоретическая часть:**

***Неравноточные измерения***- измерения какой-либо величины, измеренное значение которых получены разными операторами в различных условиях, с применением различных СИ (и даже различных методов измерений).

При оценке случайных погрешностей и тех и других измерений, будем полагать, что систематические погрешности тем или иным образом исключены из измеренных значений, т.е. они являются исправленными.

Приемы оценки случайных погрешностей прямых равноточных измерений стандартизированы и регламентируются нормативными документами.

За результат измерения принимается значение оценки математического ожидания           , называемое чаще средним арифметическим результатов наблюдений и обозначаемое      .

Это значение определяется по формуле

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_1.png

где X*i – i-е*измеренное значение или показание.

Оценка (4.12) является состоятельной, несмещенной и эффективной оценкой истинного значения измеряемой величины.

***Состоятельной*** называют оценку, которая приближается (стремится по вероятности) к истинному значению числовой вероятности оцениваемой величины при n→∞.

***Несмещенной*** является оценка, математическое ожидание которой равно истинному значению оцениваемой величины.

***Эффективной*** является несмещенная оценка, для которой          https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_2.png

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_3.png***Среднее квадратическое отклонение (СКО) –***параметр функции распределения измеренных значений илипоказаний, характеризующий их рассеивание и равный положительному корню квадратному из дисперсии этого распределения.

Оценкой является ***выборочное стандартное отклонение***, определяемое по формуле:

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_4.png

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_5.pngТак как при практических расчетах вместо

    применяется его оценка    , то мы можем определить лишь значения

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_6.png

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_7.png

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_8.png    где     - ***случайные отклонения***результатов отдельных измеренных значений или показаний.

Следовательно, для расчета оценки СКО вместо должна применяться следующая формула:

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_9.png

Известно, что оценка стандартного отклонения распределения  называется ***выборочным стандартным отклонением среднего арифметического***и определяется по формуле:

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_11.pnghttps://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_12.png

Значения  X   и       https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_10.png      называются точечными и  всегда являются приближенными, так как получены на основании ограниченного числа измерений.

Кроме того, они не содержат никаких сведений о вероятности этих оценок, хотя и позволяют оценить числовые значения результата измерения и его случайного отклонения.

Поэтому теперь необходимо перейти от точечных оценок к так называемым интервальным, которое связаных с определением ***доверительных границ*** случайной погрешности результата измерения

***Доверительные границы погрешность измерения***– это верхняя и нижняя границы интервала, внутри которого с заданной доверительной вероятностью Pд находится значение погрешности измерения, а, следовательно, и истинное значение измеряемой величины.

Для нахождения доверительных границ случайной погрешности необходимо умножить               на коэффициент t, зависящий в общем случае от доверительной вероятности Pд, числа наблюдений n и закона распределения измеренных значений или показаний, т.е.

     Для наиболее универсального нормального распределения плотности вероятности случайных величин (распределения Гаусса, а для n<30 – распределения Стьюдента) значения t определены численным решением интеграла вероятности, табулированы в зависимости от       и n и приведены в справочниках и учебниках.

Значение   следует определять для если другое  значение     не задано.В тех случаях, когда измерение нельзя повторить, помимо границ, соответствующих       т= 0.95, допускается указывать границы для     т = 0.99 .

В особых случаях, например при измерениях, результаты которых имеют значение для здоровья людей, допускается вместо     т  = 0.99 принимать более высокую доверительную вероятность.

При числе измеренных значений или показаний т>50 для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтительным             являются            критерии

Пирсона или      Мизеса-Смирнова.

При 15<т<50 предпочтительным является составной критерий. При т ≤ 15 принадлежность их к нормальному распределению не проверяют.

При неизвестной функции распределения или невозможности проверки принадлежности результатов наблюдений к нормальному распределению рекомендуется значение t для расчета       определять для нормального распределения.

Оказывается, что при т ≥ 30 и P = 0.9973 - t=3. Это значение t считают предельно возможным при определении    по формуле, так как вероятность появления большего значения очень мала (0,0027). Поэтому **критерий «трех сигм»**принят в качестве критерия грубых погрешностей.

Если модуль случайного отклоненияhttps://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_19.png  окажется больше трех выборочных стандартных отклонений ряда измеренных значений или показаний      то такое измеренное значение или показание содержит грубую погрешность и должно быть исключено из ряда при обработке.

Математически это выражается следующим образом

https://students-library.com/files/48/1740/ocenka-sluchajnyh-pogreshnostej-prjamyh-izmerenij_21.png

**3.Контрольные вопросы:**

1.В чем отличие прямых измерений от косвенных?

2.Приведите классификацию погрешностей измерений.

3.Как определить цену деления шкалы прибора?

**Практическая занятия № 16**

**Тема: Промежутки и вероятности, границы погрешности.**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение промежутки и вероятности, границы

погрешности.

**2.Теоретическая часть:**

Целью измерений является нахождение истинного значения измеряемой физической величины. Качество результатов измерений характеризуется близостью достижения цели, т. е. близостью измеренного значения к истинному. **Истинное значение** физической величины – это значение, которое идеальным образом характеризует в качественном и количественном отношении соответствующую физическую величину. Оно является абсолютной истиной и может быть получено только в результате бесконечного процесса измерений с бесконечным совершенствованием методов и средств измерений. Количественной оценкой точности результата измерений является**погрешность**, определяемая отклонением результата измерения от истинного значения измеряемой величины*.* Формально погрешность можно представить выражением

Δ = *X – Q*,(1)

где Δ – абсолютная погрешность измерения; *X* – результат измерения физической величины; *Q* – истинное значение измеряемой физической величины (физическая величина, представленная ее истинным значением).

**Результат измерения** является приближенной оценкой истинного значения физической величины, которая найдена путем измерения.

Погрешность результата измерения указывает границы неопределенности значения измеряемой величины.

Так как истинное значение неизвестно и его применяют только в теоретических исследованиях, то на практике это абстрактное понятие заменяют понятием «действительное значение». За ***действительное значение***физической величины принимают значение, полученное экспериментальным путем (в результате измерений) и настолько близкое к истинному, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него, т. е.

*X*дт ≈ *Q*, (2)

где *X*дт – действительное значение физической величины; *Q* – истинное значение физической величины.

Заменяя истинное значение действительным, погрешность можно определить как отклонение измеренного значения от действительного

Δ = *X – Х*дт,(3)

Для характеристики точности технических устройств, применяемых при измерениях, используется понятие погрешность средства измерений, как разность между показанием средства измерений и истинным (действительным) значением измеряемой физической величины.

Погрешности результата и средств измерений классифицируют по различным признакам.

По способу выражения различают абсолютную, относительную и приведенную погрешности.

**Абсолютная погрешность** описывается формулой (3.11) и выражается в единицах измеряемой величины. **Относительная погрешность** – это погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности к действительному или измеренному значению измеряемой величины

, (4)

где  – абсолютная погрешность измерений;  – действительное или измеренное значение величины.

Относительная погрешность может быть рассчитана в неименованных относительных единицах (долях) по формуле (3.12) или в именованных относительных единицах (например, в процентах или в промилле). При использовании именованной относительной погрешности, выраженной в процентах, формулу для относительной погрешности можно записать в виде

. (5)

Для характеристики средств измерений используют приведенную погрешность. (). **Приведенная погрешность** – это относительная погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к условно принятому значению величины (нормирующему значению), постоянному во всем диапазоне измерений или в его части

100%, (6)

где  – абсолютная погрешность средства измерений;  – нормирующее значение.

В качестве нормирующей величины могут использоваться верхний предел измерений либо больший из модулей пределов измерений, если нулевое значение находится внутри диапазона измерений, а верхний и нижний пределы неодинаковы по модулю, и другие величины, оговоренные в ГОСТ 8.401–80.

По характеру проявления погрешности делятся на систематические, случайные и грубые.

**Систематическая погрешность**(СТБ П 8021–2003) *–* составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же физической величины.

Отличительная особенность систематических погрешностей заключается в том, что они могут быть предсказаны, выявлены, оценены и исключены из результата измерения путем внесения поправок. Исключение систематических погрешностей измерения из отдельных результатов или серий, полученных при многократных измерениях одной и той же физической величины, называется «исправлением результатов», а полученные при этом значения – исправленными.

В зависимости от характера изменения систематические погрешности подразделяют на постоянные, прогрессивные, периодические и погрешности, изменяющиеся по сложному закону.

Составляющие систематические погрешности, которые могут длительное время сохранять свое значение, например, в течение времени выполнения всего ряда измерений, являются постоянными (например, прибор с неправильно выставленным нулем). Непрерывно возрастающие или убывающие погрешности называют прогрессивными. Значения периодических погрешностей является периодической функцией времени или перемещения указателя измерительного прибора (например, спешащие или отстающие часы).

Систематическая погрешность может изменяться по сложному закону и включать постоянную, прогрессивную и периодическую составляющие. В общем виде может быть описана выражением

Δ*s = a + b*ψ *+ d*sinϕ*,* (7)

где *a* – постоянная составляющая сложной систематической погрешности; ψ, ϕ – соответственно аргументы прогрессирующей и периодической составляющих систематической погрешности.

**Случайная погрешность** – составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом (по знаку и значению) при повторных измерениях, проведенных с одинаковой тщательностью, одной и той же величины (СПБ П 8021–2003). Они обнаруживаются при повторных измерениях одной и той же величины в виде разброса получаемых значений. Причиной появления таких погрешностей чаще всего является совокупное действие различных факторов, среди которых нельзя выделить доминирующий.

Случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда присутствуют в результате измерения. Описание случайных погрешностей, как и любой случайной величины, возможно только на основе теории вероятностей и математической статистики.

В отличие от систематических случайные погрешности нельзя исключить из результатов измерений путем введения поправки, однако их можно существенно уменьшить путем увеличения числа наблюдений. Поэтому для получения результата, минимально отличающегося от истинного значения измеряемой величины, проводят многократные измерения с последующей математической обработкой данных.

**Грубая погрешность (промах)** – это погрешность результата отдельного измерения, входящего в ряд измерений, который для данных условий резко отличается от остальных результатов ряда.

Они, как правило, возникают из-за ошибок или неправильных действий оператора или резких изменений условий проведения измерений. Такие погрешности в принципе непредсказуемы, и их значения (в отличие от случайных погрешностей) невозможно прогнозировать с учетом теории вероятностей.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое грубая погрешность?

2. Знаете виды погрешносты?

**Практическая занятия № 17**

**Тема: Определить грубые погрешность. Проверка нормализации результата измерение.**

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение Определить грубые погрешность.

Проверка нормализации результата измерение.

**2.Теоретическая часть:**

**Погрешность измерения** — отклонение [измеренного](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%98%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) значения величины от её истинного (действительного) значения. Погрешность измерения является характеристикой [точности](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C) измерения.

Выяснить с абсолютной точностью истинное значение измеряемой величины, как правило, невозможно, поэтому невозможно и указать величину отклонения измеренного значения от истинного. Это отклонение принято называть*ошибкой измерения*. (В ряде источников, например в [Большой советской энциклопедии](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%88%D0%B0%D1%8F_%D1%81%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%82%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%8D%D0%BD%D1%86%D0%B8%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BF%D0%B5%D0%B4%D0%B8%D1%8F), термины *ошибка измерения* и *погрешность измерения* используются как синонимы, но согласно рекомендации РМГ 29-99 термин*ошибка измерения* не рекомендуется применять как менее удачный, а РМГ 29-2013 его вообще не упоминает[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F#cite_note-RMG-1)). Возможно лишь оценить величину этого отклонения, например, при помощи [статистических методов](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B8%D0%B5_%D0%BC%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D1%8B). На практике вместо истинного значения используют [*действительное значение величины*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%B5%D0%B9%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%BF%D0%B0%D1%80%D0%B0%D0%BC%D0%B5%D1%82%D1%80%D0%B0) *х*д, то есть значение физической величины, полученное экспериментальным путём и настолько близкое к истинному значению, что в поставленной измерительной задаче может быть использовано вместо него[[1]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F#cite_note-RMG-1). Такое значение, обычно, вычисляется как среднестатистическое значение, полученное при статистической обработке результатов серии измерений. Это полученное значение не является точным, а лишь наиболее вероятным. Поэтому в измерениях необходимо указывать, какова их [точность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%BE%D1%87%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C). Для этого вместе с полученным результатом указывается погрешность измерений. Например, запись ***T* = 2,8 ± 0,1 с** означает, что [истинное значение величины](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%98%D1%81%D1%82%D0%B8%D0%BD%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D1%8B&action=edit&redlink=1) ***T*** лежит в интервале от **2,7 с** до **2,9 с** с некоторой оговорённой вероятностью (см. [доверительный интервал](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%B0%D0%BB), [доверительная вероятность](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%BE%D1%8F%D1%82%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C), [стандартная ошибка](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BE%D1%88%D0%B8%D0%B1%D0%BA%D0%B0), [предел погрешности](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB_%D0%BF%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8)).

**Оценка погрешности[**[**править**](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&veaction=edit&section=1)**|**[**править код**](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&action=edit&section=1)**]**

В зависимости от характеристик измеряемой величины для определения погрешности измерений используют различные методы.

* Часто для оценки случайной погрешности используют стандартное отклонение, или [среднеквадратическое отклонение](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%BD%D0%B5%D0%BA%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), для которого обычно используют один из двух способов оценки (оба термина применяются как к одному, так и к другому способу):
  + Несмещённая оценка:

{\displaystyle S=\left.{\sqrt {\frac {\sum \_{i=1}^{n}(x\_{i}-{\bar {x}})^{2}}{n-1}}}\right.}

* + Смещённая оценка:

{\displaystyle S\_{x}={\frac {S{\sqrt {n-1}}}{\sqrt {n}}}={\sqrt {\frac {\sum \_{i=1}^{n}{(x\_{i}-{\bar {x}})^{2}}}{n}}}}Метод Корнфельда заключается в выборе [доверительного интервала](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%94%D0%BE%D0%B2%D0%B5%D1%80%D0%B8%D1%82%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B8%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B2%D0%B0%D0%BB) в пределах от минимального до максимального результата измерений, и погрешность оценивается как половина разности между максимальным и минимальным результатом измерения:

{\displaystyle \Delta x={\frac {x\_{\max }-x\_{\min }}{2}}.}

## Классификация погрешностей[[править](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&veaction=edit&section=2) | [править код](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&action=edit&section=2)]

### По форме представления[[править](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&veaction=edit&section=3) | [править код](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&action=edit&section=3)]

**Абсолютная погрешность** — {\displaystyle \Delta X} является оценкой абсолютной ошибки измерения. Вычисляется разными способами. Способ вычисления определяется распределением случайной величины {\displaystyle X\_{\textrm {meas}}} (“meas” от “measured” — измеренное). Соответственно, величина абсолютной погрешности в зависимости от распределения случайной величины {\displaystyle X\_{\textrm {meas}}} может быть различной. Если {\displaystyle X\_{\textrm {meas}}} — измеренное значение, а {\displaystyle X\_{\textrm {true}}} — истинное значение, то неравенство {\displaystyle \Delta X>|X\_{\textrm {meas}}-X\_{\textrm {true}}|} должно выполняться с некоторой вероятностью, близкой к 1. Если случайная величина {\displaystyle X\_{\textrm {meas}}} распределена по [нормальному закону](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%BE%D1%80%D0%BC%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D1%80%D0%B0%D1%81%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5), то обычно за абсолютную погрешность принимают её [среднеквадратичное отклонение](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%BD%D0%B5%D0%BA%D0%B2%D0%B0%D0%B4%D1%80%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5). Абсолютная погрешность измеряется в тех же единицах измерения, что и сама величина.

Существует несколько способов записи величины вместе с её абсолютной погрешностью[[2]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F#cite_note-2):

Запись со знаком **±** зачастую может интерпретироваться как строгая, то есть, например что при 100 ± 5 значение гарантированно лежит в интервале от 95 до 105. Но научная запись подразуевает не это, а то, что величина скорее всего лежит в указанном интервале с некоторым [стандартным отклонением](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BD%D0%BE%D0%B5_%D0%BE%D1%82%D0%BA%D0%BB%D0%BE%D0%BD%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5)[[3]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F#cite_note-3)[[4]](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F#cite_note-4).

**Относительная погрешность** измерения — отношение абсолютной погрешности измерения к опорному значению измеряемой величины, в качестве которого может выступать, в частности, её истинное или действительное значение: {\displaystyle \delta \_{x}={\frac {\Delta x}{x\_{\textrm {true}}}}}, {\displaystyle \delta \_{x}={\frac {\Delta x}{\bar {x}}}}.

Относительная погрешность является [безразмерной величиной](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B5%D0%B7%D1%80%D0%B0%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0); её численное значение может указываться, например, в [процентах](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D1%80%D0%BE%D1%86%D0%B5%D0%BD%D1%82).

### По причине возникновения[[править](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&veaction=edit&section=4) | [править код](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&action=edit&section=4)]

* **Инструментальные / приборные погрешности** — погрешности, которые определяются погрешностями применяемых [средств измерений](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%80%D0%B5%D0%B4%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%BE_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B9) и вызываются несовершенством принципа действия, неточностью [градуировки](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D0%B4%D1%83%D0%B8%D1%80%D0%BE%D0%B2%D0%BA%D0%B0" \o "Градуировка)[шкалы](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A8%D0%BA%D0%B0%D0%BB%D0%B0), ненаглядностью прибора.
* **Методические погрешности** — погрешности, обусловленные несовершенством метода, а также упрощениями, положенными в основу методики.
* **Субъективные / операторные / личные погрешности** — погрешности, обусловленные степенью внимательности, сосредоточенности, подготовленности и другими качествами оператора.

В технике применяют приборы для измерения лишь с определённой заранее заданной точностью — основной погрешностью, допускаемой в нормальных условиях эксплуатации для данного прибора. В различных областях науки и техники могут подразумеваться различные [стандартные (нормальные) условия](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BD%D1%8B%D0%B5_%D1%83%D1%81%D0%BB%D0%BE%D0%B2%D0%B8%D1%8F) (например, [Национальный институт стандартов и технологий](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9D%D0%B0%D1%86%D0%B8%D0%BE%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D1%8B%D0%B9_%D0%B8%D0%BD%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%82%D1%83%D1%82_%D1%81%D1%82%D0%B0%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%80%D1%82%D0%BE%D0%B2_%D0%B8_%D1%82%D0%B5%D1%85%D0%BD%D0%BE%D0%BB%D0%BE%D0%B3%D0%B8%D0%B9) США за нормальную температуру принимает 20 °C, а за нормальное давление — 101,325 кПа); кроме того, для прибора могут быть определены специфические требования (например, нормальное рабочее положение). Если прибор работает в условиях, отличных от нормальных, то возникает дополнительная погрешность, увеличивающая общую погрешность прибора — например, температурная (вызванная отклонением температуры окружающей среды от нормальной), установочная (обусловленная отклонением положения прибора от нормального рабочего положения), и т. п.

Обобщённой характеристикой средств измерения является класс точности, определяемый предельными значениями допускаемых основной и дополнительной погрешностей, а также другими параметрами, влияющими на точность средств измерения; значение параметров установлено стандартами на отдельные виды средств измерений. Класс точности средств измерений характеризует их точностные свойства, но не является непосредственным показателем точности измерений, выполняемых с помощью этих средств, так как точность зависит также от метода измерений и условий их выполнения. Измерительным приборам, пределы допускаемой основной погрешности которых заданы в виде приведённых основных (относительных) погрешностей, присваивают классы точности, выбираемые из ряда следующих чисел: (1; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0)×10*n*, где показатель степени *n* = 1; 0; −1; −2 и т. д.

### По характеру проявления[[править](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&veaction=edit&section=5) | [править код](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%9F%D0%BE%D0%B3%D1%80%D0%B5%D1%88%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B8%D0%B7%D0%BC%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D1%8F&action=edit&section=5)]

**Случайная погрешность** — составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом в серии повторных измерений одной и той же величины, проведенных в одних и тех же условиях. В появлении таких погрешностей не наблюдается какой-либо закономерности, они обнаруживаются при повторных измерениях одной и той же величины в виде некоторого разброса получаемых результатов. Случайные погрешности неизбежны, неустранимы и всегда присутствуют в результате измерения, однако их влияние обычно можно устранить статистической обработкой. Описание случайных погрешностей возможно только на основе теории случайных процессов и математической статистики.

Математически случайную погрешность, как правило, можно представить белым шумом: как непрерывную случайную величину, симметричную относительно нуля, независимо реализующуюся в каждом измерении (некоррелированную по времени).

Основным свойством случайной погрешности является возможность уменьшения искажения искомой величины путём усреднения данных. Уточнение оценки искомой величины при увеличении количества измерений (повторных экспериментов) означает, что среднее случайной погрешности при увеличении объёма данных стремится к 0 ([закон больших чисел](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD_%D0%B1%D0%BE%D0%BB%D1%8C%D1%88%D0%B8%D1%85_%D1%87%D0%B8%D1%81%D0%B5%D0%BB)).

Часто случайные погрешности возникают из-за одновременного действия многих независимых причин, каждая из которых в отдельности слабо влияет на результат измерения. По этой причине часто полагают распределение случайной погрешности «нормальным» (см. [*Центральная предельная теорема*](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A6%D0%B5%D0%BD%D1%82%D1%80%D0%B0%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D0%BF%D1%80%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BB%D1%8C%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%82%D0%B5%D0%BE%D1%80%D0%B5%D0%BC%D0%B0)). «Нормальность» позволяет использовать в обработке данных весь арсенал математической статистики.

Однако априорная убежденность в «нормальности» на основании ЦПТ не согласуется с практикой — законы распределения ошибок измерений весьма разнообразны и, как правило, сильно отличаются от нормального.

Случайные погрешности могут быть связаны с несовершенством приборов (трение в механических приборах и т. п.), тряской в городских условиях, с несовершенством объекта измерений (например, при измерении диаметра тонкой проволоки, которая может иметь не совсем круглое сечение в результате несовершенства процесса изготовления).

**Систематическая погрешность** — погрешность, изменяющаяся во времени по определённому закону (частным случаем является постоянная погрешность, не изменяющаяся с течением времени). Систематические погрешности могут быть связаны с ошибками приборов (неправильная шкала, калибровка и т. п.), неучтёнными экспериментатором.

Систематическую ошибку нельзя устранить повторными измерениями. Её устраняют либо с помощью поправок, либо «улучшением» эксперимента.

**Прогрессирующая** (**дрейфовая**) **погрешность** — непредсказуемая погрешность, медленно меняющаяся во времени. Обусловлена она нарушениями [статистической устойчивости](https://ru.wikipedia.org/w/index.php?title=%D0%A1%D1%82%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%81%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D1%83%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B9%D1%87%D0%B8%D0%B2%D0%BE%D1%81%D1%82%D1%8C&action=edit&redlink=1).

**Грубая погрешность** (**промах**) — погрешность, возникшая вследствие недосмотра экспериментатора или неисправности аппаратуры (например, если экспериментатор неправильно прочёл номер деления на шкале прибора или если произошло замыкание в электрической цепи).

Надо отметить, что деление погрешностей на случайные и систематические достаточно условно. Например, ошибка[округления](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BA%D1%80%D1%83%D0%B3%D0%BB%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5) при определённых условиях может носить характер как случайной, так и систематической ошибки.

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое проверка нормализации результата измерение?

2. Знаете виды систематическая погрешность ?

**Практическая занятия № 18**

**Тема: Математические обработки результата однократного и многократного измерение**.

**1.Цель работы:** Целью данного занятия является изучение математические обработки результата

однократного и многократного измерение.

**2.Теоретическая часть:**

**Однократное измерение −** измерение, выполненное один раз. Однократные измерения используются в подавляющем большинстве случаев. Это связано с их простотой, малой стоимостью, большой производительностью и достаточной точностью. Однако метрологический анализ результата однократного измерения имеет свои особенности.

1. Из множества возможных значений отсчета получается и используется только одно. Отсчет является случайным числом, без априорной информации использоваться не может.
2. Всю информацию о точности измерений эксперимента получают исключительно на основе априорной информации (примерный диапазон, класс точности, значение поправок и их вид)

Порядок действия при однократных измерениях имеет вид:

**1.** Анализ априорной информации. На этом этапе определяют: 1) примерный диапазон, в котором лежит значение величин 2) класс точности или среднее квадратическое отклонение 3) значение поправок и их вид.

**2**. Получение одного значения отсчета по шкале прибора. Отсчет является случайным числом и без априорной информации использоваться не может.

**3.** Получение одного значения показания СИ.

**4.** Определяют дальнейший порядок действий в зависимости от вида информации о точности измерений.

**5.1** Если имеется информация о классе точности СИ, то по классу точности определяют абсолютную погрешность измерений ΔХ и находят пределы в которых лежит значение измеряемой величины.

**5.2** Если есть информация об СКО и виде закона распределения, то вычисляют доверительный интервал Е=St∙t и также находят пределы в которых лежит значение измеряемой величины.

**6.1 и 6.2** Внесение поправки производится на последнем этапе обработки результатов. Поправка аддитивная(θа) прибавляется к пределам, а мультипликативная поправка (θм) умножается на пределы.

Итог-запись диапазона в котором лежит искомое значение измеряемой величины.

## Прямое многократное измерение. Особенности метрологического анализа многократного измерения. Алгоритмы обработки результата многократного измерения.

*Многократное измерение* − измерение физической величины одного и того же размера, результат которого получен из нескольких следующих друг за другом измерений, т.е. состоящее из ряда однократных измерений.

Многократные измерения отличаются большой трудоемкостью поэтому их проведение должно быть обоснованно. Обоснованностью многократных измерений является то что вся информация о погрешности находится непосредственно из показаний приборов.

Рассмотрим последовательность действий при многократном измерении.

**1)** Анализ априорной информации. Назначение его тоже что при однократном измерении (определяют 1) примерный диапазон, в котором лежит значение величин 2) класс точности или среднее квадратическое отклонение 3) значение поправок и их вид.

),но важность анализа гораздо меньше в связи с большим числом опытных данных и возможности определить по ним закон распределения вероятностей результатов в измерениях.

**2)** Получение нескольких независимых значений отчета. Отсчет является случайным числом, без априорной информации использоваться не может. Эта измерительная процедура может быть выполнена 2мя способами:

--Если изменением величины во времени можно пренебречь несколько значений отчетов получают многократным повторением процедуры сравнения (используют 1н прибор)

--Если известно что измеряемая величина существенно изменяется во времени, то используют несколько приборов одновременно.

**3)** Перевод значений отчета в показания и внесения в них поправок. На этом этапе выражают показания приборов в единицах измеряемых величин и учитывают систематическую погрешность измерений путем внесения поправок.*Систематическая погрешность* – составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.

**4)** Исключение ошибок (промахов). Находят точечные оценки результатов измерения и проверяют наличие в серии промахов. Если они есть сомнительный результат отбрасывают, а точечные оценки пересчитывают.

**5)**Проверка нормального закона распределения вероятности результата измерений. Дальнейшая обработка результатов зависит от вида закона распределения.

Способ проверки нормальности зависит от числа результатов в серии.

1)При n > 40…50 используют критерий Пирсона. Строят гистограмму, вычисляют коэффициент Пирсона Х2<[Х02] (хи-квадрат). Следовательно нормальный.

2) При n от 10 до 40 используют составной критерий. (Критерий1 – находят d, проверяют условие *d*1-0,5*q*1< *d* < *d*0,5*q*1если выполняется, то закон о нормальном распределении подтверждается; Критерий2 – Из таблиц берем m и Р\*, для Р\* берем t и рассчитаем Е = t∙SQ ; Т.к не более *m* разностей | *i* -  | превосходит *Е*, то гипо­теза о нормальном законе распределения вероятности результата из­мерения согласуется с экспериментальными данными, закон можно признать нормальным с вероятностью *Р*0 ≥ (*Р*1+ *Р*2– 1).

3)При n < 10 гипотеза не может быть проверена т.к. не хватает данных для статистической проверки и решение принимается на основании результатов прошлых измерений.

**6)** Определение доверительного интервала. Этот эта выполняется в зависимости от числа результатов и вида закона распределения.

А) - если закон нормальный, то при n>40 Е=tp·S где tр – коэффициент нормированного нормального распределения, зависит от вероятности.

- при n<40 Е=t·S где t – квантиль распределения Стьюдента, зависит от вероятности и числа результатов в серии.

Б) - если закон признан не нормальным, то стараются определить другой вид закона распределения. Если это удалось находят аналог доверительного интервала E\*=a·S где а – коэффициент распределения аналогичный t.

В) - если вид закона распределения определить не удалось доверительный интервал находят с помощью неравенства Чебышева E=t\*·S\*где t\*- коэффициент надежности, S\*- аналог стандартного отклонения.

**7)**Записывают результат с использованием интервальных оценок. Результат измерений лежит в диапазоне Если необходимо выразить с помощью точечных оценок, то указывают (среднее арифмет значение, оценка среднеквадратич отклонения)

**3.Контрольные вопросы:**

1. Что такое многократного измерение?

2. Знаете о обработки результата однократного измерение ?