ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ

А.С. КАРИМОВ

НАЗАРИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

(I қисм. Электромагнит майдон ҳамда электр ва магнит занжирларига оид асосий тушунча ва қоидалар. II қисм. Чизиқли электр занжирлар назарияси)

I ТОМ

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлиги олий ўқув юртлари талабалари учун дарслик сифатида тавсия этган.

Тошкент – 2003

УДК 621.30(083)
А.С. Каримов. Назарий электротехника: икки томли дарслик. I том.
Т., «ЎАЖБНТ» Маркази, 2003. 405 б.

Дарслик икки томдан иборат бўлиб, унинг биринчи томида чизиқли электр ва магнит занжирлари назарияси асослари ёритилган. У олий ўқув юртларининг энергетика ва электромеханика мутахассислиги талабалари учун мўлжалланган ва энг замонавий ўқув дастурига асосланган.

Дарсликдан бакалавриат ва магистратурада ўқийдиган талабалар, аспирантлар ва муҳандислар ҳам фойдаланишлари мумкин.

Абу Райҳон Беруний номидаги Тошкент Давлат техника университети илмий-услубий кенгаши қарорига кўра чоп этилди.

Тақризчилар: техника фанлари доктори, профессор Қ.Р. Аллаев,
техника фанлари доктори, профессор Т.М. Қодиров,
техника фанлари доктори, профессор М.И. Ибодуллаев.

МУҚАДДИМА

Ҳар қандай мустақил ва ривожланган давлатнинг иқтисодий ва индустриал қудратига баҳо беришда унинг энергетикаси ва энергоресурслари (кўмир, нефт, газ ва ҳ.к.) ҳисобга олинади. Бу маънода Ўзбекистон Республикасининг саноати, қишлоқ хўжалиги ва халқ фаровонлиги табиат бойликларига асосланган бўлиб, тобора ривожланувчи энергетикаси билан таъминланиб бораётир. Айни шу кунларда республика миқёсида ўрнатилган ва узлуксиз электр энергия берувчи электростанцияларнинг қуввати қарийб 12 млн. киловаттни ($12x10^6$ кВт) ташкил этади. Йил мобайнида улар ишлаб чиқадиган электр энергияси 70-75 млрд.киловатт-соатга тенгдир. Аммо республика аҳолисининг киши бошига тўғри келадиган, яъни ишлатиладиган йиллик энергияси 4000 киловатт-соатдан ошмайди, буни эса Европа мамлакатларидаги ўртача кўрсаткичдан (10-12 минг кВт-соат) анча паст деб билиш керак. Бу республикамиз ресурсларини янада кўпроқ ишга солиб, электр станцияларнинг сонини ва қувватини тобора кўпайтиришга мажбур этади. Шуни алоҳида таъкидлаш керакки, йирик иссиқлик ва гидравлик электростанциялар қаторида қуёш энергияси ва сув қувватидан фойдаланишга мўлжалланган кичик ва ҳатто майда электростанцияларни кенг масштабда қуриш лозим.

Электроэнергетиканинг бундай суръатда ривожланиб боришини унинг илмий назарий асоси бўлмиш, назарий электротехникасиз тасаввур қилиб бўлмайди. Умуман олганда электротехника (шу жумладан, назарий электротехника) ҳамма замонавий электротехник илмий йўналишлар (электромеханика ва электродинамика, электроника ва яримўтказгич техникаси, автоматика, алоқа ва ҳисоблаш техникаси, радио ва телевидение ва ҳ.к.) учун фундаментал фан тармоғи ҳисобланади. Шунинг учун ҳам XX асрнинг 30-йилларида электротехника фанини чегаралаш мақсадида унга махсус физик ва математик сайқал берилиб, асосан электр ва электромагнетизм қонунларини ўрганиш ва уларнинг назарияларини чуқурлаштириш топширилган. Натижада янги ва тез кунда тараққий топган назарий электротехника фани вужудга келди.

Электротехника назарий асосларини ўзлаштирмаган инженер энергетика соҳасида замонавий мутахассис бўлиб етишиши мумкин эмас. У ҳозирги кунда яратилаётган электроэнергетика ва электроника асбоб-ускуналарини саводли равишда ишлата олмаслиги аниқ. Бўлажак инженер ўз онги билан электр занжирлар ва магнит майдонлардаги физик жараёнларни чуқур ўрганган ҳолдагина фаол ижодкор бўла олади.

Электротехника тарихи ўз илдизлари билан қадим замонларга кириб кетган. У мусбат ва манфий зарядланган электр заррачалар ва оҳанграбо темирлар (магнитлар) хусусиятларини ўрганишдан бошланган. Аммо шунга қарамай, XIX асрнинг бошларига қадар, 300-400 йил мобайнида, ҳеч ким электр ва магнит ҳодисаларини бир-бири билан чамбарчас боғланганлигини айтиб беролмаган. Айнан электр ва магнит ҳодисалари ягона табиатли электромагнит майдонининг икки турли, икки томонли хусусияти эканлиги исботланганидан кейин электротехника қудратли техника соҳасига айлана бошлади.

Биринчи изланишлар электр ва магнит ҳодисаларини ўрганишдаги дастлабки ютуқлар сабабчилари сифатида инглиз физиги У.Гильберт (1544-1603 й.,), рус олимлари М.В. Ломоносов (1711-1765 й.) ва Ф. Энипус (1724-1802 й.), француз физиги Ш.Кулон (1736-1806 й.) ва бошқаларни кўрсатиш ўринлидир. Улар туфайли инсоният ҳаёти билан чамбарчас боғланган табиатнинг вужуди тўла-тўкис электромагнит ҳодисалардан иборатлиги исботланди. Қолаверса, бу олимлар очган қонун-қоидалар ҳозирги замонавий фундаментал фанларга ҳам асос бўлди.

1735 йилда Ш.Кулон ҳар қандай иккита q_1 ва q_2 электрланган заррачалар (зарядлар) ўртасида электр майдон кучлари ҳосил бўлишини исботлаб, улар ўртасидаги ўзаро тортишиш (ёки итарилиш) кучи шу зарядларнинг массаларига тўғри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционаллигини кўрсатиб берди. Ундан ташқари Кулон электр зарядларини ток ўтказгичларининг фақат сиртидагина жойлашишини айтиб берди. Магнит моменти ва зарядларнинг қутбланиши тўғрисидаги маълумотларни ҳам ушбу олим қолдирган.

1820 йилда даниялик физик Х.Эрстед (1777-1851 й.) ҳаракатдаги заряд (ёки электр токи) ўз атрофида магнит майдони ҳосил қилишини исботлади: бу ҳодиса электр ва магнит майдонларининг ўзаро боғланган ҳолатда вужудга келишини тажрибада тасдиқлади.

Худди ўша 1820 йилда француз олими А.Ампер (1775-1836 й.) думалоқ ғалтак (соленоид) атрофида, ўзгармас ток ўтиши натижасида, ҳосил бўлган магнит майдони табиий темир магнитларининг майдонидан фарқ қилмаслигини кўрсатди. Демак ўзгармас магнитлар майдони ҳам улар таркибидаги молекуляр токлар оқими натижасида вужудга келади деб хулоса қилди олим. Шуниси қизиқарлики, ер магнетизми тўғрисидаги замонавий назариялар ҳам ер атрофидаги магнит майдонини ер юзидаги токлар билан боғлайди.

Кейинги ўта муҳим кашфиёт 1831 йилда топилган электромагнит индукция ҳодисаси, яъни магнит майдонида ҳаракат қилаётган ўтказгич сим четкаларида электр юритувчи куч ҳосил бўлиши ҳисобланади. Бу физикавий фундаментал қонунни яратган инглиз олими М.Фарадей (1791-1867 й.) яна бир бор магнит ва электр ҳодисалари бир-биридан ажралган ҳолатда мавжуд бўла олмаслигини исботлади.

1833 йилда рус олими Э.Х.Ленц (1804-1865 й.) электр токи ҳосил қилган магнит майдони компас милини ҳаракатлантириши ва магнит майдонида ҳаракатда бўлган ўтказгичда э.ю.к. ҳосил бўлиши қонуниятларига ягона электромагнит ва ўзаро тескари жараёнлар деб бахо берди. Аммо шу билан бирга бу изланишлар Х.Эрстед ва М.Фарадей яратган қонунларнинг бир-бирига боғлиқлигини намойиш этган.

Электр манбалари яратишда ва улар энергиясининг истеъмол қилиниши, бошқа турли энергияларга айланиши назариясини ишлаб чиқишда яна бир гуруҳ олимлар фаол ижод қилганлар. Булар ичида: итальян физиги А.Вольта (1745-1824 й.) ўзининг кашфиёти билан дунёда биринчи электр кимёвий генератор яратган (1799 й.); рус академиги В.В. Петров (1761-1834 й.) тарихда биринчи бўлиб (1822 й.) электр ёй кашф этган; немис физиги Г.С. Ом (1787-1854 й.) электр токининг кучини занжир қаршилиги билан боғлаган (Ом конуни 1826 й.); немис олими Г.Р Кирхгоф (1824-1887 й.) ўз ватандоши Г.С. Омнинг гальваник электр занжирларига бағишлаган назариясини муваффақият билан давом эттириб, 1847 йилда ўзининг машҳур "I ва II Кирхгоф қонунлари"ни яратди. Натижада XIX асрнинг иккинчи ярмидан бошлаб электротехника ҳам назарий, ҳам амалий жиҳатдан жуда ривожланиб кетди. Европанинг деярли хамма йирик давлатларида (Франция, Англия, Германия, Россия, Италия ва х.к.) саноат энергетикаси оёққа тура бошлади: электр машиналар, трансформаторлар, электр узатувчи линиялар ва бошқа энергетика техникаси яратилиши авж олди. Шу билан бир қаторда электр алоқа техникаси (телеграф, телефон ва х.к.) ва автоматика элементлари пайдо бўла бошлади.

Электротехника назарияси эса йилдан-йилга бойиб борди ва ниҳоят буюк инглиз олими Ж.К. Максвелл (1831-1879 й.) бу фаннинг тўла-тўкис ғалаба қозонишига асосий сабабчи бўлди. М.Фарадей асослаган электромагнетизмга тегишли порлоқ ғоялар Ж.Максвелл ижросида янги кучли сифатларга эга бўлди. Натижада табиатнинг бошқа соҳаларига ҳам электромагнит қиёфа берилди; шу жумладан ёруғлик тарқалиши қонуниятларига ҳам электромагнит сайқал берилди. Хуллас, кўп йиллар мобайнида ҳар хил илмий йўналишларда тўпланиб қолган талай муаммолар Максвелл назариялари ёрдамида ечила бошлади. Физика тарихида биринчи марта "Электромагнит майдони фазонинг шундай бир қисмики, у ўзини ва ўз ичига олган моддаларни (нарсаларни) электрланган ёки магнитланган ҳолатда ушлаб туради" деб хулосага келинди. Ж.Максвеллнинг машҳур бўлган тўртта дифференциал тенгламаси электродинамика фанининг янада ривожланишига асос бўлди. Чуқур тушунчалар бериб тўхталмаганда, бу тенгламалар тегишлича: Гаусс теоремаси, электромагнит индукция ҳодисаси, магнит куч чизиқлари узлуксизлиги ва тўла ток қонунларини дифференциал кўринишда акс эттиради.

Ж.Максвеллнинг электромагнит майдон назарияси XIX асрнинг охири ва XX асрнинг бошларида буюк олимлар Генрих Герц (1857-1894 й.), П.Н.Лебедев (1866-1912 й.), А.С.Попов (1859-1906 й.) томонидан амалий тасдиқланиб, электромагнит тўлқинлар (радио тўлқинлари) ҳисобига электротехника, радио ва телевидение вужудга келишига сабабчи бўлди.

Электротехниканинг ривожланиши XX асрнинг бошларида фан ва техниканинг йирик ва амалий сохаларини кашф қилиш билан нишонланди. Электр энергиясини ишлаб чиқаришда катта-катта электрогенераторлар, уни масофага узатишда эса йирик ва юқори кучланишли трансформаторлар кашф этилди. Электр юритгичлар (моторлар) завод ва фабрикаларда буғ машиналарининг ўрнини эгаллади ва секин-аста транспортда электор юритма вазифасини ҳам бажара бошлади. Бу эса электротехникадан "электр машина ва трансформаторлар", "электр юритма", "корхона ва шахарларни электрлаштириш", "электр станциялар, электр тармоқлар ва системалар" каби янги йўналишлар ажралиб чиқиб, уларнинг мустақил фан соҳаларига айланишига олиб келди.

Кучсиз токлар электротехникаси эса алоқа техникаси (телефон ва телеграф), радиотехника ва телевидение, автоматика ва телемеханика, электроника ва ҳисоблаш техникаси каби йўналишларнинг пайдо бўлишига сабабчи бўлди. Натижада электротехника фани чегарасиз ва катта ҳажмли илм хазинасига айланди ва уни соҳаларга ажратмасдан туриб ўзлаштириб бўлмайдиган бўлиб қолди. Шунинг учун хам энергетика ва электротехника мутахассисликларида ўқийдиган олий ва ўрта махсус ўқув юртларининг талабалари учун "Назарий электротехника (ёки электротехниканинг назарий асослари) " деган фан ўқитилади.

Назарий электротехника фани Ўзбекистон Олий ўқув юртларида асосан 1930-1935 йиллардан бошлаб ўқитилиб келинаётир. Илм-фаннинг бу йўналишига Ўрта Осиё индустриал институти қошидаги энергетика факультетида асос солинган. Юртимиздаги барча ўқув юртларида ўқитиладиган электротехника фани ўқув дастурларидан ўрин олиб, бошқа техник фанлар қаторида мухандисларнинг илмий савиясини оширишда ўзбек олимлари проф. Ғ.Р. Раҳимов, проф. Х.Ф. Фозилов проф. М.З.Хомидхоновларнинг хизматлари жуда катта бўлган. Шуни хам айтиш лозимки иккинчи жаҳон уруши йилларида (1941-1945 й.) собиқ иттифоқнинг марказий шаҳарларидан Тошкентга вақтинча кўчиб келган рус олимларидан академик Л.Р. Нейман ва Академия мухбир аъзоси М.А. Шателенлар хам бизнинг электротехника фанимизнинг ривожланишига сезиларли ҳисса қўшганлар.

"Назарий электротехника" фанини Ўзбекистонда биринчи бўлиб талабаларга ўргатган, дастлабки лабораториялар ташкил этган, бу соҳада кўплаб юқори малакали мутахассислар тайёрлаган ва ниҳоят ўзидан кейин йирик илмий мактаб қолдирган олим Ўзбекистон ФА мухбир аъзоси, профессор Ғофир Рахимович Рахимовдир. Айнан шу мўътабар олим ва тараққийпарвар инсон туфайли Тошкент политехника институти (хозир эса техника университети) "Назарий электротехника" кафедраси кўп қўшни давлатлар доирасида (Россия федерацияси, Украина, Белорус, Қозоғистон, Кавказ давлатлари ва х.к.) обрўли маориф даргохига айланди. Профессор Г.Р.Рахимов фаолияти натижасида ТошПИ собиқ СССР мамлакатлари миқёсида назарий электротехниканинг "Ночизиқ электротехника йўналиши" бўйича илмий марказга айланди.

Мазкур китобда ёритилган назарий маълумотлар тўртта асосий қисмдан иборатдир:

I кисм. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН, ХАМДА ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАРИГА ОИД АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА ҚОИДАЛАР

II кисм. ЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ.

III кисм. НОЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ.

IY кисм. ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН НАЗАРИЯСИ.

I ҚИСМ.
ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ҲАМДА ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ ЗАНЖИРЛАРИГА ОИД АСОСИЙ ТУШУНЧА ВА ҚОИДАЛАР

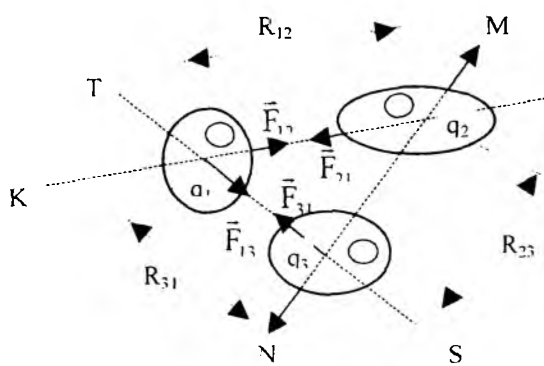
I БОБ.
ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН ВА УНИНГ ХУСУСИЯТЛАРИ

1.1. Электр майдони (қисқача тавсиф)

Физикадан маълумки, ҳар қандай электр ва магнит ҳодисалари электр ва магнит майдонларида содир бўлади.

Энг содда мисолларда кўрганда, электр кучлари деб, икки заряд (ёки бир неча зарядлар) ўртасида ҳосил бўладиган кучларни тушунамиз. Бу кучлар механикавий кучларга ўхшаб, ўзаро таъсир этувчи зарядлар микдорига тўғри пропорционал ва улар орасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционал бўлади (Кулон қонуни).

Узаро тортишувчи F_{12} ва F_{21}, F_{13} ва F_{31} кучлари тескари ишорали зарядларни, яъни q_1 билан q_2 ни ва q_1 билан q_3 ни бир-бирига яқинлаштиришга интилади. Ўзаро тарқалиш кучлари F_{23} ва F_{32} эса бир хил ишорали q_2 ва q_3 зарядларни бир-биридан узоқлаштиришга интилади. Бу кучлар тегишлича KL,



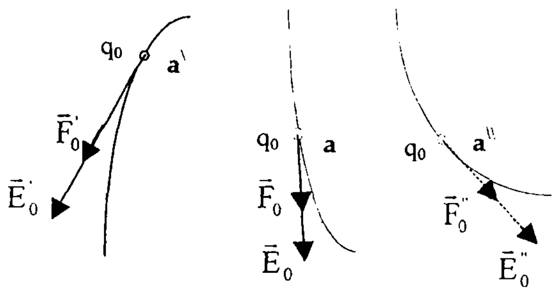
1.1- расм

MN ва ST чизиқлари бўйлаб йўналган бўлади. Кучларнинг ўзаро $F_{12}=-F_{21}$ $F_{23}=-F_{32}$ ва $F_{31}=-F_{13}$ бўлганини ҳисобга олсак, уларни фақат абсолют қийматларига мурожаат қилсак ҳам бўлади. Шундай қилиб, Кулон конунига асосланиб, ёзамиз:

$$F_{12}=F_{21}=\frac{q_1q_2}{2\pi\varepsilon_a R_{12}^2};\quad F_{23}=F_{32}=\frac{q_2q_3}{2\pi\varepsilon_a R_{23}^2};$$

$$F_{31}=F_{13}=\frac{q_1q_3}{2\pi\varepsilon_a R_{31}^2}.$$

Агар зарядларни бирор фазо ичида ихтиёрий тартибда жойлашган деб ва уларнинг сонини ҳам ихтиёрий деб олсак, уларнинг ўзаро таъсири остида кўп томонга йўналган куч чизиқлари KL, MN, ST ва ҳ.к. ҳосил бўлиши аниқдир. Энди фараз қилайлик, q_1 q_2 ......,q_n зарядлар жойлашган фазо, яъни электр майдон ичидаги бирор "а" нуқтада $q_0=1$ заряд ҳам жойлашган (1.2-расм). Бу шартли синов зарядни бирга



1.2- расм

тенг деб оламиз ва унинг миқдорини шунчалик кичик деб ҳисоблаймизки, унинг q_1, q_2,...,q_n зарядлар билан ўзаро таъсирланиши натижасида ҳосил бўлган куч F_0 фақат шу q_0 зарядниgина ҳаракатлантира олади. Яъни заряд q_0 бошқа зарядларни жойидан силжита олмайди деб тушунамиз. q_0 синов зарядга таъсир этувчи натижавий куч қуйидагича аниқланади:

$$\vec F_0=\vec F_1+\vec F_2+\dots\vec F_n\;\frac{q_1q_0}{4\pi\varepsilon_a R_1^2}+\frac{q_2q_0}{4\pi\varepsilon_a R_2^2}+\quad+\frac{q_nq_0}{4\pi\varepsilon_a R_n^2}$$

яъни унинг йўналиши ва миқдори фазонинг қайси жойида манзил топишига боғлиқ. Масалан, q_0 манзили а' нуқта бўлса, унга таъсир этувчи куч $\vec{F}_0$ га тенг. Агар q_0 ўз жойини a' дан a'' га ўзгартирса, унга таъсир этувчи куч $\vec{F}_0''$ га тенг бўлади (1-2-расм). Табиийки, $\vec{F}_0 \neq \vec{F}_0' \neq \vec{F}_0''$ чунки $R_1 \neq R_1' \neq R_1''$ $R_2 \neq R_2' \neq R_2''$ ва ҳ.к. Демак, фазонинг ҳар бир қисмида (участкасида, нуқтасида ва ҳ.к.) заряд ҳар хил ҳолатда бўлиб, масофаларга боғлиқ ўзгарувчан кучлар таъсирида бўлади. Агар энди ҳар бир нуқтадаги куч микдорини ушб синов заряд q_0 га бўлган нисбатини олсак, у $\frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_0 = \sum_{m=1}^{m=n} \frac{q_m}{4\pi\varepsilon_a \vec{R}_m}$ бўлади. Бу ерда E_0 электр майдонининг кучланганлигини ифодалайди. Масалани соддалаштириш мақсадида q заряди ҳосил қилган майдондаги R га тенг масофада жойлашган q_0 зарядга $\vec{F} = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_a \vec{R}^2}$ кучи таъсир этаётган бўлса, майдон кучланганлиги $\vec{E}_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a \vec{R}^2}$ га тенг бўлади. Ифодадан кўриниб турибдики; q_1 асосий заряд q дан қанча узоқлашса, ўшанча майдон кучланганлиги камайиб боради. Фақатгина $R = \infty$ бўлгандагина $F_0 = E_0 = 0$ бўлади, яъни q_0 электр майдони таъсиридан чиқиб кетган бўлади.

Электр майдонини тавсифловчи параметрларнинг ўлчов бирликларини қуйидагича ифодалаш лозим:

заряд q [Кл] Кулон; 1 Кл=1А 1с (Ампер секунд),

диэлектрикнинг абсолют сингдирувчанлиги $\varepsilon_a = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$ [Ф/м] - Фарада тақсим метр,

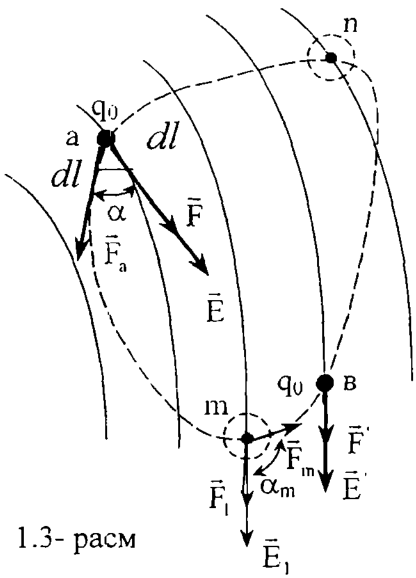
ростловчи масофа R [м] метр,

куч F [Ж/м] Жоул тақсим метр,

кучланганлик Е [В/м] Вольт тақсим метр.

1.2. Электр майдони кучлари ва улар бажарадиган иш. Электр потенциали

Юқорида кўриб чиқилган оддий электр майдонида (1.2-расм) бизнинг асосий диққатимиз электр куч чизиқлари ва майдон таъсирига тушган синов заряди q_o га берилган эди.



1.3- расм

Лекин биз бир нарсани ҳисобга олмадикки, агар $\overline{F}_0$ кучи синов зарядини бир нуқтадан иккинчи нуқтага силжитса нима ўзгаради? Табиийки, ҳар қандай ҳаракат иш бажариш билан боғлиқдир. Бундан электр майдонидаги ҳодисалар ҳам бундан мустасно эмас. Фараз қилайлик, синов заряди q_o "а" нуқтадан "в" нуқтага "m" нуқта орқали олиб ўтилади. Силжиш траекторияси a-m-B ни ҳисобга олганда, биринчи босқич dl, куч $\overline{F}$, ёки кучланганлик $\overline{E}$ йўналиш-ларига нисбатан α бурчак остидаги $\overline{F}_a$ томонга йўналган бўлади. Қисқача йўл бўлмиш $\Delta l = dl$ ни босиб ўтган q_o заряд $\Delta A = F_a \Delta l = F \cos\alpha \cdot dl$ ишни бажаради (бу ерда $\Delta l = dl$). Агарда зарядни "а" дан "в"гача ўтказишдаги электр майдон сарф қилган энергия ёки ишни тўла-тўкис ҳисоблайдиган бўлсак, унда

$$A = \int_a^b \vec{F} d\bar{l} \qquad (1.1)$$

(бу ерда $\overline{F}$ ҳар бир нуқтада олинган куч вектори; $d\bar{l}$ ҳар бир бир босқичда ҳисобга олинган йўналишли масофа қисми).

Бу ишнинг синов заряди миқдорига нисбатан кўриб чиқсак, унда

$$A/q = \int_a^b \vec{E} d\bar{l}, \text{ ёки } A = \int_a^b \vec{E} d\bar{l} \quad (\text{чунки } q_o = 1) \qquad (1.2)$$

Синов зарядининг траекториясини "m" ёки "n" нуқталаридан ўтишини ҳисобга олинганда (1-2) ўрнига

$$A = \int_a^m \vec{E} d\bar{l} + \int_m^b \vec{E} d\bar{l}, \text{ ёки } A = \int_a^n \vec{E} d\bar{l} + \int_n^b \vec{E} d\bar{l} \qquad (1.3)$$

яъни электр майдон томонидан бажарила диган иш икки нуқта: "а" ва "b" ўртасидаги йўл траекториясига (яъни унинг шакли ёки узунлигига) боғлиқ эмас. Масалан, электр майдон бирор q заряд туфайли ҳосил бўлган бўлса ва шу манбага нисбатан "а" нуқта R_1 га ва "b" нуқта R_2 га тенг масофаларда жойлашган бўлса, q_o ни "а" дан "b" га кўчиришга сарфланган иш қуйидагига тенг бўлади:

$$A = \int_{R_1}^{R_2} \frac{qdR}{4\pi\varepsilon_a R_a^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left|-\frac{1}{R}\right|_{R_1}^{R_2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right] \quad (1.4)$$

Кўриниб турибдики, заряд q_o манба q дан узоқлашганда ($R_2 > R_1$) бажариладиган иш, $A>0$. Агарда q_o "b" дан "а" га ўтказиладиган бўлса:

$$A = \int_{R_2}^{R_1} \frac{q}{4\pi\varepsilon_a} dR = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) < 0,$$

яъни бунинг учун манба кучига қарши йўналган ташқи куч (ёки энергия) сарфланиши керак. Айтилган фикр 1.3-расмдан ҳам кўриниб турибдики: "m" нуқтада кузатилаётган ҳаракат $\vec{E}$ векторга нисбатан $\alpha_m > \pi/2$ бурчак остида бажарилаяпти, яъни $\Delta A = F \cos \alpha_m \, dl < 0$.

Юқорида келтирилган (1.1) (1.4) ифодалардан келиб чиқадики, электр майдонида жойлашган ҳар бир нуқта ўзига хос потенциал энергиясига, ёки соддалаштирганда, **п о т е н ц и а л** га эга. Шунинг учун ҳам (1.2) билан ифодаланган бирламчи (солиштирма) иш **п о т е н ц и а л л а р ф а р қ и** деб аталади, яъни

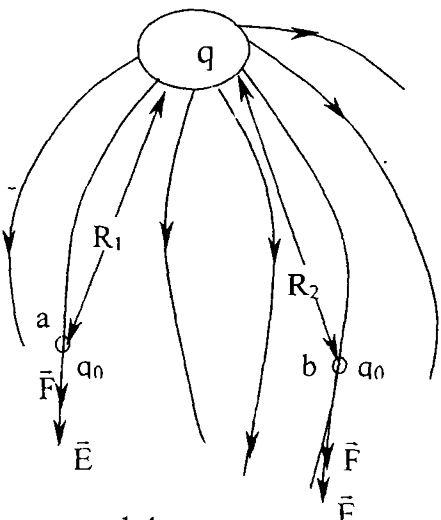
$$\varphi_{ab} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \vec{E} d\vec{l} \quad (1.5)$$

Кўриниб турибдики, агар q_o "b" дан "а" га қайтариладиган бўлса (1.3-расм) бажариладиган иш ёки потенциаллар фарқи

$$\varphi_{ba} = \varphi_a - \varphi_b = \int_a^b \bar{E}d\bar{l}$$ яъни у (1.5) дагига тенг, аммо

тескари ишорада бўлади. Бошқача қилиб айтганда $\varphi_{ab} + \varphi_{ba} = 0$, яъни синов заряди q_o "а" нуқтадан чиқиб, ҳар қандай траекторияли йўл босиб яна шу нуқтага қайтиб келса, у бажарган иш нолга тенг бўлади.

Аммо потенциаллар фарқидан (яъни φ_a φ_b дан) уларнинг мутлоқ қийматини билиб бўлмайди, чунки майдондаги ихтиёрий равишда олинган ҳар қандай икки нуқта q ва S ҳам бир хил фарққа эга бўлиши мумкин: $\varphi_q - \varphi_s = \varphi_a - \varphi_d$, лекин $\varphi_q \neq \varphi_a$ ва $\varphi_q \neq \varphi_b$ Иккинчи томондан, электр майдонининг таъсир этиш чегаралари чекланган бўлмайди: масалан, яккаланган q манбанинг q_o га нисбатан таъсир кучи $\bar{F}_0$ фақатгина R= $\propto$ да нолга тенг бўлади. Бу албатта, назарий қараганда шундай; амалда эса ҳар қандай кучли заряд ҳам чексиз ёйилган майдонга эга бўлолмайди. Шунга қарамай, бирор аниқ нуқта "к" учун майдон потенциали назария асосида топилгани маъқул деб биламиз. Фараз қилайлик, шу нуқтадан q_o заряд манбага нисбатан чексиз масофага олиб чиқилади. Унда майдон бажарган иш



1.4-расм

$$A = \varphi_k - \varphi_\infty = \int_{R_k}^{\infty} \frac{qdR}{4\pi\varepsilon_a R^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a}\left[\frac{1}{R_k} - \frac{1}{\infty}\right] = \varphi_k$$

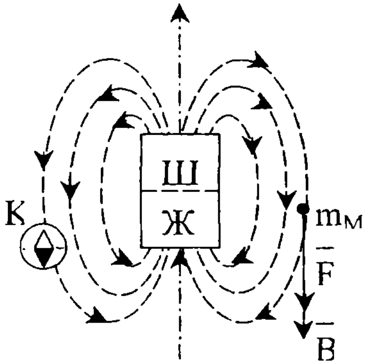
Яъни манба q дан тўғри чизиқли масофаси R_k бўлган "к" нуқтанинг потенциали

$$\varphi_k = \int_{R_k}^{\infty} \bar{E} d\bar{e} = \int_{R_k}^{\infty} \frac{q dR}{4\pi\varepsilon_a R^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_a R_k}$$

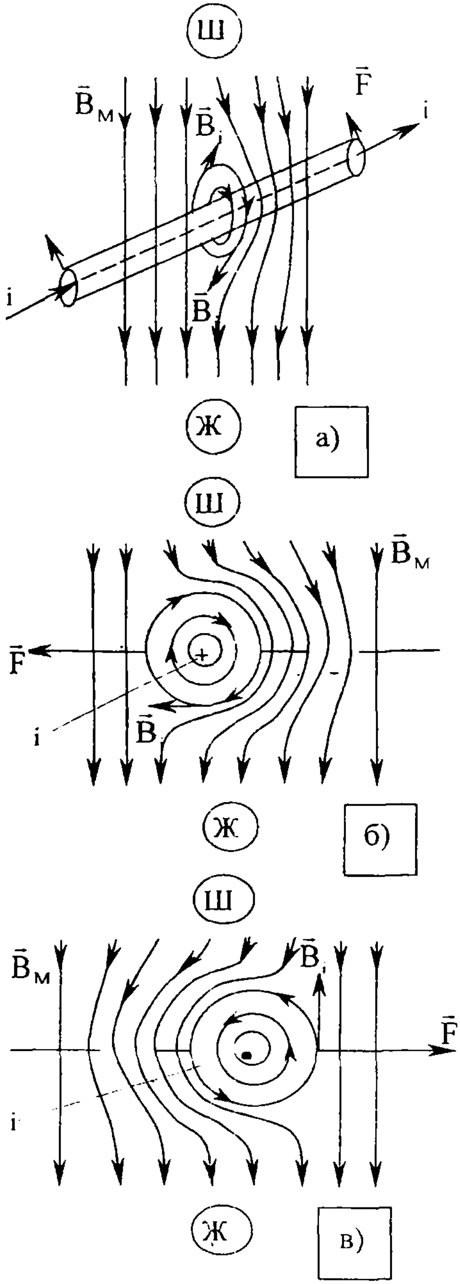
Потенциал ёки икки потенциал фарқи ўлчам бирлиги Вольт (В).

1.3. Магнит майдони ва унинг хусусиятлари

Табиатда шундай моддалар ҳам учрайдики, улар ўз атрофида фақат ўзига хос бўлган к у ч л а р м а й д о н и н и ҳосил қилади. Бу кучлар худди шундай бошқа кучлар майдонига еки ўхшаш кучлар майдонига нисбатан механик куч билан таъсир эта олади. Бундай кучлар манбаи бўлмиш моддалар магнит деб аталади. Энг оддий магнит 1.5-расмда кўрсатилган. Унинг куч чизиқлари шимол (Ш) қутбидан чиқиб, жануб (Ж) қутбига кирган бўлади. Электр заряд ҳосил қилган электр майдондан магнит майдони шу билан фарқланадики, заряднинг ишорасига қараб, электр куч чизиқлари ёки заряддан тарқалган, ёки унга йиғилиб келган бўлади. Магнит куч чизиқлари эса манбанинг бир қисмидан тарқалиб, иккинчи қисмига тўпланади, яъни улар узлуксиздир. Магнитнинг икки қутбга бўлиниши ҳам шартлидир: алоҳида шимол ва алоҳида жануб қутблар мавжуд бўла олмайди. Магнитни қанча парчаламанг, барибир ҳар қандай бўлими яна бир бора икки қутбдан иборат бўлиб қолаверади. Магнит майдонининг таъсир кучини икки усул билан синаш мумкин. Биринчиси, майдон таъсирида бирор синов магнит массаси m_M, ёки компас стрелкаси ҳаракатга тушади (1.5-расм). Бу ҳаракат куч чизиқлар бўйлаб ҳосил бўлади. Ҳар бир нуқтадаги куч вектори $\vec{F}$ ва уни ҳосил қилувчи магнит индукция $\vec{B}$ нинг йўналишини кўрсатувчи восита сифатида компас стрелкаси ишлатилиши мумкин.



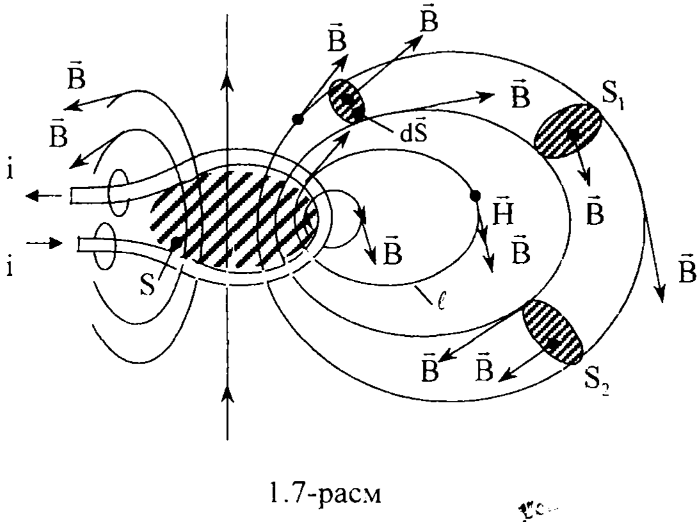
1.5- расм



Иккинчиси. агар майдон ичига электр токли сим ˇкиритилса, асосий магнит майдони ва қўшимча (ток ҳосил қилган) майдон ўртасидаги ўзаро таъсир кучини кузатиш мумкин (1.6-а,б,в расм). Шимол қутбидан чиқиб жануб қутбига йўналган ва $\vec{B}$ индукцияга эга бўлган асосий магнит куч чизиқлари майдонидан жой олган сим ичидан ток i ўтаётган бўлса, унинг атрофида ҳосил бўладиган $\vec{B}$ индукцияли қўшимча магнит майдони асосий магнит майдони билан ўзаро ҳаракатга тушади. 1.6.а-расмдан кўриниб турибдики, симнинг чап томонида $B_м$ ва B_i магнит индукциялари бир-бирига қарши йўналган бўлса, симнинг ўнг томонида улар бир-бирига мос тушган. Натижада симнинг ўнг томонида йиғинди магнит куч чизиқлари зичланади, чап томонида эса сийраклашади. Ўз навбатида магнит майдони ўз шаклининг бузилишига қаршилик кўрсатади ва куч чизиқлари энг қисқа йўл орқали бир қутбдан иккинчи қутбга ўтишга интилгани туфайли "бегона" магнит объект сиқиб чиқарила бошлайди: токли сим ўнгдан чапга ҳаракатланади. Туртиб чиқариш $\vec{F}$ кучининг йўналиши ва катталиги симдаги ток i нинг кучи ва йўналишига боғлиқ. Кучнинг йўналиши тўғрисидаги хулоса 1.6-"б"ва"в"-расмлардан яққол кўриниб турибди. Расмлар ўртасидаги доирачалар симнинг кўндаланг кесимини ифодаласа, уларнинг ичидаги белгилар токнинг йўналишини белгилайди. Агар ток биздан расм "ичига" оқаётган бўлса, уни ⊕, яъни найзанинг думи шаклида, агар у расм "ичидан" бизга қараб оқаётган бўлса, уни • яъни найзанинг учи шаклида тасвирлаш одатга айланган. Шу ҳолда ток атрофида ҳосил бўладиган ўз магнит куч чизиқлари тегишлича соат милига мос (1.6-б расм) ва тескари (1.6-в расм) йўналишда ўралган бўлади. Шунинг учун биринчи расмда майдондан токли симни чиқариб ташловчи куч $\vec{F}$ чапга, иккинчи расмда эса ўнгга йўналган бўлади.

1.4. Магнит оқим, магнит индукция ва магнит майдонининг кучланганлиги

Юқорида кўриб чиқилган магнит хусусиятларини чуқурроқ ўрганиш кўзда тутиладиган бўлса, албатта, биринчи навбатда магнит майдонининг асосий кўрсаткичларини, яъни уни тўла-



1.7-расм

тўкис тавсифлайдиган магнит катталикларини ўрганишимиз шарт. Булар эса магнит оқим Ф, магнит индукция вектори $\vec{B}$ ва магнит майдонининг кучланганлиги вектори $\vec{H}$ дир. Фараз қилайлик, оддий магнит майдонини бир ўрамли симдан ўтаётган ток i ҳосил қилган (1.7-расм). Назарияга асосланганда бу магнит майдон фазода чексиз жойлашган бўлади. Амалда эса ҳар қандай катта ток i ҳам бир неча метрдан узоққа тарқалмаган магнит майдонини ҳосил қила олади холос. Шундай экан, токнинг магнит майдони асосан ток ўтаётган симга яқин масофада таъсир этади ва унинг куч чизиқлари токли сим яқинида зичроқ ва аксинча, ундан йироқда сийрак бўлади. Айни шу кўрсаткич, яъни магнит куч чизиқларининг бирор жуда кичик ва йўналган кесим $d\vec{s}$ ичидаги зичлиги магнит индукциясининг миқдорини билдиради. Умуман олганда иккита ёнма-ён олинган куч чизиқлари ҳам бир йўналишда бўлмайдилар, шунинг учун магнит майдонининг таъсир кучининг йўналишини индукция билан боғлар эканмиз, кесимини йўналган деб олганимиз маъқул. Ушбу нуқтаи назардан қараганда, S га тенг бўлган ихтиёрий юзадан ўтаётган индукция векторлари тўплами $\int\limits_{s}\vec{B}d\vec{s}=\Phi$ "магнит индукция векторларининг оқими", ёки қисқароқ айтганда, "<u>магнит оқими</u>" деб аталади. Магнит оқими веберда ўлчанади: 1Вб = 1В·1с, ёки Вольт-секунд. Магнит оқимини тасаввур қилишда 1.7- расмдан фойдаланиб, токли сим ўрамининг ичида жойлашган юза s ни олиш мумкин: шу ҳалқасимон тешикка пастдан кириб тепадан чиқиб кетаётган барча куч чизиқлар тўпламини "<u>магнит оқими</u>" дейиш мумкин. Кўриниб турибдики, ҳамма куч чизиқлари ҳалқанинг тепа қисмида атроф фазога тарқалаётган бўлса, улар шу ҳалқанинг паст томонида қайтадан йиғилади. Яъни магнит куч чизиқлари у з л у к с и з д и р: улар ҳеч қаердан бошланмайди ва ҳеч қаерда тамом бўлмайдилар. Математика нуқтаи назаридан қаралганда, магнит куч чизиқларининг узлуксизлигини $\oint\limits_{s}\vec{B}d\vec{s}=0$. тенглама билан ифодалаш мумкин:

Яъни кесимдан кесимга ўтиб, берк контур бўйлаб магнит оқимини кузатиб чиқсак, унинг интеграли (йиғиндиси) нолга тенг бўлади. Буни 1.7- расмда белгиланган S_1 ва S_2 кесимли магнит куч чизиқлари ичидан ўтган магнит оқимининг шаклидан ҳам хулоса қилса бўлади, чунки S_1 га кирган оқим S_2 дан чиқиб кетяпти. Энди худди шу расмдаги пунктир билан кўрсатилган ва узунлиги l га тенг бўлган магнит куч чизиғини кўриб чиқайлик. Фараз қилайлик, бу ғилдираксимон берк эгри чизиқ кўп томонли кўпбурчакдан ташкил топган бўлсин. Унда ҳар бир томоннинг узунлигини Δl деб олсак, берк айланани ҳосил қилган магнит куч чизиғини $\oint\limits_l \vec{B}d\vec{l} = Bl$, га тенг деб ҳисобласак ҳам бўлади (бу ерда $\Delta l \cong dl \to 0$). Бу интеграл магнит оқимига ўхшаш скаляр миқдорга эга, яъни $\oint\limits_l \vec{B}d\vec{l} = Bl$ чунки айлана бўйлаб олинган берк йўлнинг ҳар бир нуқтасида индукция векторининг модули ўзгармас деб ҳисобланган. Бу куч чизиғининг таъсир миқдорини тавсифлашда уни ҳосил қилган ток кучи i ва магнит майдонидаги мухит хусусияти билан боғлаш табиийдир. Жуда кўп тажрибаларда кўрилганига биноан ҳақиқатдан ҳам $Bl = \mu i$ (1.7-расм учун). Агар магнит майдон w-ўрамли ғалтакда ташкил топган бўлса, унда $Bl = \mu wi$ ёки $\vec{B} = \mu\dfrac{wi}{l} = \mu\vec{H}$ Бу ерда: $\bar{H} = \dfrac{wi}{l}$ магнит майдонининг кучланганлиги ва μ магнит сингдирувчанлиги деб аталади.

Ўлчов бирликларига ўтаётган бўлсак ва $B = \dfrac{d\Phi}{dS}$ ни ҳисобга олсак, индукция бу магнит майдонининг аниқ нуқтасидаги зичлиги вебер тақсим метр квадрат ёки теслада ўлчанади (1 Тл=1Вб/м^2). Магнит майдонининг кучланганлиги эса ампер тақсим метрда ўлчанади (А/м). Бундан куринадики, магнит сингдирувчанлиги μ ўлчов бирлиги қуйидагича топилади:

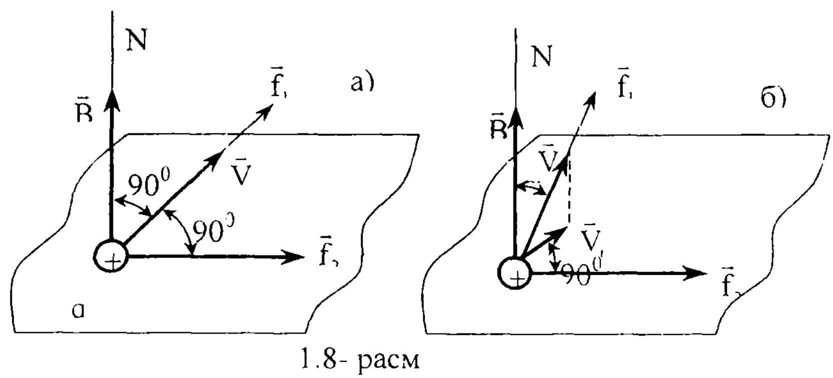
$$\frac{Тл}{А\ м} = \frac{В \cdot с \cdot м}{м^2\ А} = \frac{Ом \cdot с}{м} = \frac{Г}{м} \qquad \text{(генри/метр).}$$

Магнит майдонининг характеристикаларини таърифлашни тугатишдан олдин яна бир марта шуни эслатиш лозимки, умумий тарзда олинган майдоннинг ихтиёрий нуктасидаги магнит индукция ва кучланганлик вектор микдорлардир. Улар орасидаги боғланиш ҳам $\vec{B}=\mu\vec{H}$ деб ёзилиши шарт

1-5. Магнит майдонидаги ҳаракатланувчи электр заряд. Лоренц кучи

Агар бирор ўзгармас магнит майдон мавжуд бўлган фазода ихтиёрий микдордаги q заряд жойлашган бўлса ва у ҳаракатда бўлмаса, магнит майдони унга ҳеч қандай таъсир кўрсатмайди. Аммо шу зарядни бирор ташқи куч $\vec{f}_1=q\vec{E}$ (масалан, электр кучланганлиги $\vec{E}$ га тенг бўлган электр майдони) $\vec{V}$ тезликда ҳаракатлантирадиган бўлса, унда магнит майдони ҳам зарядга қўшимча $\vec{f}_2$ куч билан таъсир қила бошлайди.

Агар магнит майдони индукция вектори $\vec{B}$ 1.8-а расмда кўрсатилгандек заряд ҳаракатланаётган тезлик $\vec{v}$ (ёки куч $\vec{f}_1$) йўналишига перпендикуляр йўналган бўлса, магнит майдон таъсир кўрсатаётган куч $\vec{f}_2=q[\vec{V}\vec{B}]$ максимал қийматга эга бўлади ва ўз навбатида $\vec{B}$ га ҳам, $\vec{V}$ га ҳам перпендикуляр йўналган бўлади. Умумий ҳолатда тезлик $\vec{V}$ вектори индукция вектори $\vec{B}$ жойлашган чизиқ N билан ихтиёрий $\alpha\neq 90^0$ бурчагини ташкил этиши мумкин (1.8-б расм): унда магнит майдонининг таъсир этувчи кучининг вектори $\vec{f}_2=q\left|\vec{V}\vec{B}\right|$, унинг

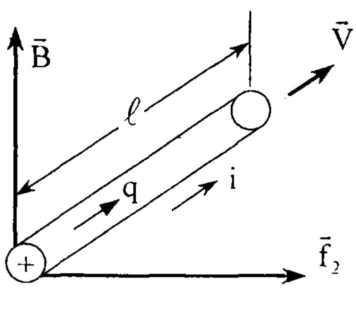


1.8- расм

модули эса $f_2 = qv_1 B = qvBSin\alpha$. Яъни заряд ҳаракатининг йўналиши N чизиқ йўналишига яқинлашган сари магнит кучи f_2 камайиб, нолга интила бошлайди. 1.8- а ва б расмдан кўриниб турибдики, куч вектори $\vec{f}_2$ қандай катта бўлмасин, у $\vec{B}$ ва $\vec{V}$ векторлар ётган текисликка нисбатан ҳамма вақт перпендикуляр бўлгани туфайли заряд тезлиги $\vec{v}$ ни ўзгартира олмайди. Бу куч фақат q заряд ҳаракатланаётган траекториясини ўзгартиради холос. Шунинг учун ҳам зарядни ҳаракатлантирувчи электр майдон кучи $\vec{f}_1$ билан магнит майдонининг таъсир кучи $\vec{f}_2$ нинг йиғиндиси $\vec{f} = \vec{f}_1 + \vec{f}_2 = q(E + \vec{V}B)$ Лоренц кучи, деб аталади. Яна бир бор эслатамизки, магнит майдон таъсири f_2 фақатгина ҳаракатда бўлган заряд учун мавжуддир; ундан ташқари худди шу йўналиш ва тезлик билан мазкур магнит майдонида манфий заряд ҳаракатланса, унга таъсир этувчи магнит кучи f_2 тескари йўналишда ҳосил бўлади. Лоренц кучи тенгламасидан яна бир қизиқ хулосага келиш мумкин: агар магнит кучининг модули $f_2 = qvB$ бўладиган бўлса, демак магнит индукцияси

$$B = \frac{f_2}{qv}$$

Демак, индукцияга 1.1-да берилган тавсифни қуйидагича тўлдириш мумкин: м а г н и т и н д у к ц и я с и м а г н и т м а й д о н и н и т а в с и ф л о в ч и ш у н д а й в е к т о р к а т т а л и к к и, у м а г н и т т а ъ с и р к у ч и н и н г з а р я д и в а у н и н г ҳ а р а к а т т е з л и г и к ў п а й т м а с и г а б ў л г а н м и қ д о р и й н и с б а т и н и к ў р с а т а д и



1.9- расм

Кўриб чиқилган Лоренц тенгламасидан яна бир муҳим хулоса чиқариш мумкин. Фараз қилайликки, бир текис ҳаракатда бўлган заряд q бирор вақт мобайнида қандайдир электр симидан ўтиб бораяпди (1.9-расм). Демак, ўзгармас ток учун заряд микдори q=I·t бўлса, иккинчи томондан ушбу заряд электр симининг l га тенг бўлган қисмини шу t вақт ичида ўтган деб олсак, ҳам бўлади, яъни l = v·t. У ҳолда $f_2 = qvB$ ўрнига:

$f_2 = I \cdot t \cdot \frac{l}{t} \cdot B = BIl$ деб ёзиш мумкин. Бу ифода эса ўзгармас ток I ўтказаётган ва l узунликка эга бўлган электр сими B индукцияли магнит майдонига жойлаштирилганда, у магнит майдони томонидан F=BIl миқ-дорга эга механик куч таъсири остида бўлишлигини кўрсатади.

Ўлчов бирлигига ўтсак,

$$[F] = [B \ I \ l] = \left[\frac{Вб}{м^2} \ А{\cdot}м\right] = \left[\frac{в \ с}{м} А\right] = \left[\frac{Жоуль}{метр}\right] = [Ньютон]$$

1.6. Электромагнит индукция ходисаси

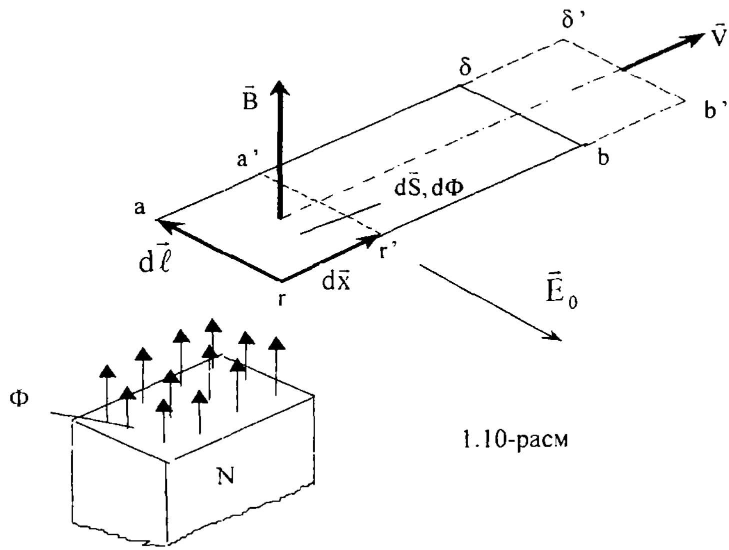
Бу муҳим электромагнит ҳодиса магнит майдонида ҳаракатланган электр ўтказгичда (симда) э.ю.к. ҳосил бўлишини намойиш қилади ва биринчи марта М.Фарадей томонидан 1831 йилда тажриба асосида исботланган. Юқорида кўриб чиқилган Лоренц кучларини ҳисобга олган ҳолда 1.10-расмда кўрсатилган ҳолатни ўрганайлик. Фараз қилайлик, бирор ўзгармас магнитнинг юқори томонида жойлашган N шимол қутби Ф магнит оқимини ҳосил қилади. Демак, магнит қутби яқинидаги нуқталарда индукция вектори $\vec{B}$ тик тепага йўналган бўлади. Энди оқим Ф таркибидаги магнит куч чизиқларини кўндаланг йўналишда рамка (тўртбурчакли берк сим ҳалқа) $\vec{v}$ тезликда кесиб ўтсин. Биз биламизки, рамка металлдан ишланганлиги туфайли унинг ички таркибидаги эркин электронлар ҳисобига q_0 заряд жой олади ва у рамка билан $\vec{v}$ тезликда магнит майдонида ҳаракатда бўлади. Унга тегишли Лоренц кучи $f_2 = q_0[\vec{v}\vec{B}]$ га тенг бўлади. Аммо бу ҳодисани кузатувчи рамка билан бир хил тезликда ҳаракатда бўлса, унга мазкур куч $f_2 = q_0[\vec{v}\vec{B}]$ бўлиб, гўё кучланганлиги $\vec{E}_0$ га тенг бўлган ташқи электр майдон таъсирида ҳосил бўлгандек туюлади.

Шунинг учун ҳам ҳаракатдаги рамканинг кучланганлиги $\vec{E}_0 = [\vec{v}\vec{B}]$ бўлган электр майдон таъсирида деб ҳисоблаш мумкин.

Энди Δt вақт ичида рамка Δx оралиғига сурилди деб ҳисобласак, унинг тезлиги $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} \approx \frac{d\vec{x}}{dt}$ бўлиб чиқади ва ташқи сунъий электр майдон кучланганлиги $\vec{E}_0 = \left[\frac{d\vec{x}}{dt} * \vec{B}\right]$ бўлади. Иккинчи томондан, рамка сурилиш натижасида магнит куч чизиклари кесиб ўтаётган кесим $\Delta S = \Delta l \cdot \Delta x$ миқдорига, магнит оқими эса $\Delta\Phi = B \cdot \Delta s$ миқдорига ўзгаради. Магнит индукциясини ва рамка тезлигини конкрет йўналишга эга эканлигини, яъни вектор сон бўлганлигини ва $\Delta l \approx dl$, $\Delta x \approx dx$, $\Delta\Phi \approx d\Phi$ ҳамда тенгликларни ҳисобга олсак, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$d\Phi \approx \oint_s \vec{B}d\vec{S} = \oint_e \vec{B}[d\vec{x}d\vec{l}] = -\oint_e [d\vec{x}\vec{B}]d\vec{l} \qquad (*)$$

(Охирги ифодадаги ишора ўзгариши вектор кўпайтмасидаги кўпайтирувчи векторлар ўрни алмашгани ҳисобига бўлди). Бу



1.10-расм

тенгламанинг иккала томонини dt га бўлсак,

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\oint_{c}\left[\frac{d\vec{x}}{dt} * \vec{B}\right]d\vec{l} = -\oint_{c} E_0 d\vec{l} \quad \text{ёки} \quad \oint \vec{E}_0 d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

бўлади. Кўриниб турибдики, нолга тенг эмас ва 1.2. да берилган назарияга биноан мазкур ифодани потенциал тушунчасига тенглаштириб бўлмайди. Демак, бу рамкани магнит майдонидаги ҳаракатлантирувчи куч эвазига унинг сими бўйлаб электр юритувчи куч ҳосил бўлади:

$$e = \oint \vec{E}_0 d\vec{l} = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (**)$$

Магнит майдонида ҳаракатланувчи ҳар қандай ўтказгич, унинг шакли ва берк занжир ҳосил қилиш-қилмаслигидан қатъи-назар, бирор миқдорли э.ю.к.га эга бўлади. Ҳосил бўлган, ёки и н д у к ц и я л а н г а н э.ю.к. катталиги ўтказгичнинг ҳаракат тезлигига боғлиқдир. Масалан, 1.10-расмда кўрсатилган вазиятда э.ю.к. рамканинг фақат "аг" ва "бв" қисмларида ҳосил бўлади, чунки "аб" ва "вг" қисмлари магнит куч чизиқларини умуман кесиб ўтмайди. Ваҳоланки, "бв" қисмида ҳам э.ю.к. жуда кичик миқдорда, ёки мутлақо нолга тенг бўлиб чиқиши мумкин; бу эса рамканинг узоқ чеккаси магнит майдони билан суст равишда богланганлигини кўрсатади.

Тенглама (**) дан кўриниб турибдики: ўтказгич қанча катта тезлик билан магнит майдонини кесиб ўтса, ўшанча катта э.ю.к. ҳосил бўлади: бир текис ўзгармас тезликдаги ҳаракат учун e=const, тўхтаб турган рамка учун e=0. Шуни ҳам таъкидлаш лозимки, рамкани кесиб ўтаётган магнит оқими Ф(t) вақт мобайнида ошиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} > 0\right)$, индукцияланган э.ю.к. абсолют қиймати нолдан катта бўлиб ўзгариб туради, аммо унинг миқдори манфий бўлади. Агарда Ф(t) вақт бўйлаб камайиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$, индукцияланган э.ю.к. мусбат миқдорларга эга бўлиб, ўзгариб туради. Бу жуда муҳим қонуниятнинг мазмуни шундан иборатки, магнит майдон оқимининг миқдорий ўзгариши магнит энергиясининг рамка атрофида ўзгаришини акс эттиради: магнит оқимининг зўрайиши магнит майдон энергиясини рамкага нисбатан кўпайишига олиб келадиган бўлса, унда ҳосил бўлган э.ю.к. тескари йўналган бўлиб, энергетик мувозанатни сақлашга интилади. Магнит оқими камайиб борса $\left(\frac{d\Phi}{dt} < 0\right)$, ушбу э.ю.к. ўз ишорасини ўзгартириб уни олиб кирган энергиясини сақлаб қолишга ҳаракат қилади.

Яна бир нарсани айтиб ўтиш керакки, юқорида кўриб чиқилган ҳодиса фақатгина рамка ҳаракатда бўлганда эмас, ваҳоланки, жойидан қўзғалмас рамкага нисбатан ўзгармас магнит (ёки токли рамка) ҳаракатда бўлса ҳам содир бўлаверади. Шундай ҳолат ҳам юз бериши мумкинки, ўтказгич ёпиқ контур (рамка) ўзгарувчан ток ҳосил қилган магнит майдонда ҳаракатда бўлади. Натижада индукцияланган э.ю.к. иккита ташкил этувчидан таркиб топади, яъни:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} + \oint_e \left[\vec{v}\vec{B}\right] d\vec{l}$$

Бу ерда: $(-\partial\Phi/\partial t)$ қўзғалмас рамкадаги магнит майдонининг ўзгариши: $\oint\left[\vec{v}\vec{B}\right] d\vec{l}$ рамкани ҳаракатда бўлгани ҳисобига ҳосил бўлган э.ю.к. қисмидир.

Энди (**) кўринишдаги тенгламага қайтиб келсак ва берк контурда пайдо бўлган э.ю.к.нинг мазкур занжирда ток i ҳосил қилишини эътиборга олсак, ундаги ўрин олган кучланиш $u = e = R\ i$ бўлиб чиқади. Бу ерда R занжирнинг актив қаршилиги. Шундай қилиб,

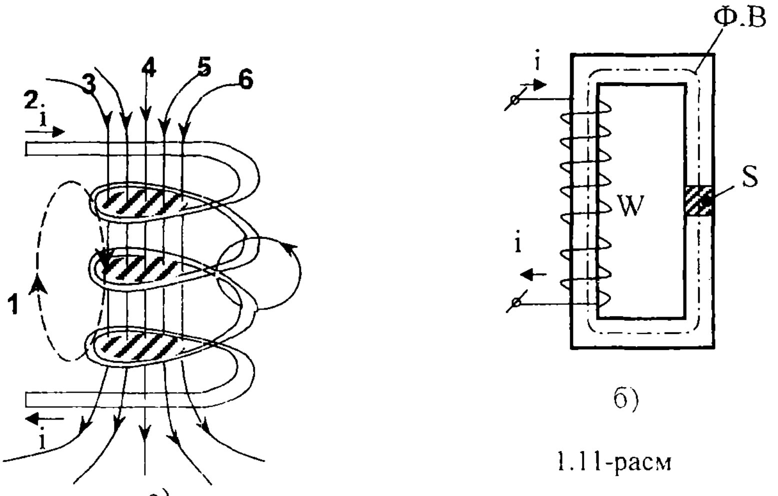
$$Ri = -\frac{d\Phi}{dt}, \qquad \text{ёки} \quad idt = -\frac{d\Phi}{R}, \qquad \text{ёки} \quad dq = -\frac{d\Phi}{R}$$

Айнан шунга яқин шаклида, тўғрироғи $\Delta q = -\frac{\Delta\Phi}{R}$ кўринишда ушбу қонуният М.Фарадей томонидан аниқланган эди. Олим Ф тушунчасига бир неча магнит куч чизиқларининг ΔN ўзгаришини тенглаштирган, яъни $e = -\frac{\Delta N}{\Delta t}$ деб баҳо берган. Бу ифода билан электромагнит индукция қонуниятини тушунтиришда шу жойи қулайки, магнит майдонининг куч чизикларини кесиб ўтувчи ўтказгич берк контурни ташкил этиши шарт эмас (масалан, $\vec{B}$, $\vec{v}$ ва $\vec{E}_{(}$ векторлари бир-бирига нисбатан перпендикуляр бўлгани туфайли $e_{a2}=vBl_{a2}$). Умумий ҳолатда бир текис магнит майдонида v тезлик билан ҳаракатланувчи ва l узунликка эга бўлган ўтказгичлар учларида $e = vBl$ га тенг э.ю.к. ҳосил бўлади. Унинг йўналишини ўнг қўл қоидаси билан аниқласа бўлади.

Юқорида кўриб чиқилган назариядан шундай хулоса чиқариш мумкин: электр ва магнит майдонлари бир-биридан мутлақо айрим ҳолатларда мавжуд бўла олмайдилар, улар ўзаро бирлаштирувчи умумий электромагнит жараёнлар билан чамбарчас боғланганлар.

1.7. Илашган магнит оқим. Ўзиндукция ва ўзароиндукция э.ю. кучлари

Маълумки, ҳар қандай магнит майдонида магнит куч чизиқлари чекланган масофада тарқалган бўлиб, берк траекториялар бўйлаб жойлашган бўлади (1.7-расм). Маз-



а) б)

1.11-расм

кур майдоннинг ихтиёрий жойида ўлчанган магнит оқими куч чизиқлар "тешиб" ўтаётган ва ихтиёрий равишда танлаб олинган кесим "S_k" га боғлиқдир, яъни $\Phi_{sk} = \int \bar{B}d\bar{S}$. Аммо бир ўрамли токли симни (контурни) магнит майдонининг манбаи деб олсак, тўла магнит оқимини $\Phi_{sk} = \int \bar{B}\bar{S}$ деб олишимиз

шарт (бу ерда "S" эслатилган токли контурнинг юзаси). Энди фараз қилайлик, токли сим бир неча ўрамли ғалтак шаклида тузилган (1.11-а расм). Шу сабабли магнит куч чизиқлари йўлида ҳар бир ўрамга тегишли кесим "S" бир неча маротаба учрайди. Ундан ташқари, магнит куч чизиқлари ҳар хил траекториялардан ўтгани туфайли айрим ўрамларга нисбатан бошқа-бошқа зичликда кесиб ўтган (шартли чизиқлар 1,2,...,7). Расмдан кўриниб турибдики, i токли кўп ўрамли манбага ғалтакка нисбатан магнит оқимини Ф=BS деб олиб бўлмайди, чунки куч чизиқларининг сонини токка пропорционал деб ҳисобласак, ҳар бир янги ўрам эвазига бу чизиқлар каррали кўпайиб бораяпти. Шундай қилиб, ҳақиқий магнит оқими

$\Phi_{\Sigma} = B\sum_{1}^{w} S_k$, ёки $\psi = \Phi_{\Sigma} = w\Phi = wBS$ (бу ерда w -ўрамлар

сони). Натижавий, ёки карраланган магнит оқими ψ=wФ и л а ш г а н м а г н и т о қ и м и деб аталади. Оддий магнит оқими Ф деб, бир ўрамга (масалан, ўртадаги ўрамга) тегишли куч чизиқлар йиғиндисини ҳисоблаймиз. Агар магнит оқими йўлида махсус магнит ўтказгич темир ўзак жойлашган бўлса (1.11-б расм), w ўрамли ғалтакнинг ҳар бир ўрами деярли бир хил оқим Ф=BS билан илашган бўлади. Ғалтакка тегишли илашган магнит оқими учун олинган ψ =wФ ифода ҳақиқатга янада яқинроқ бўлади, чунки деярли ҳамма магнит куч чизиқлари "S" кесимли темир ўзак ичида ихчам жойлашиб олади.

Юқорида (1.6) кўрсатилганидек, магнит оқими магнит куч чизиқлари зичлигини тавсифлайдиган кўрсаткичдир, яъни wФ=N. Шунинг учун илашган магнит оқими ψ=N=wФ ва унинг вақт мобайнида ҳар қандай ўзгариши кўп ўрамли контурда (галтакда) электромагнит индукция қонуниятига биноан қуйидаги миқдорли э.ю.к. ҳосил қилади:

$$e = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d\psi}{dt} = -w\frac{d\Phi}{dt} \qquad (*)$$

Илашган магнит оқими тўла-тўкис ғалтакдан ўтаётган токка тўғри пропорционалдир, яъни $\psi = Li$ Пропорционаллик коэффициенти L х у с у с и й и н д у к т и в л и к ёки тўғридан-тўғри индуктивлик деб аталади. Унинг ўлчов бирлиги:

$$[L] = \frac{[\Psi]}{[i]} = \frac{Вб}{А} = \frac{В \cdot с}{А} = Ом \cdot с = Г(генри)$$

Индуктивлик магнит майдон ҳосил қилувчи индуктив контурининг (ғалтакнинг) геометрик ўлчовлари g ва магнит куч чизиқлари ёйилган муҳитнинг магнит сингдирувчанлигига боғлиқ, яъни $L=f(g, \mu)$. Шундай қилиб, илашган магнит оқими вақт ўзгариши натижасида ҳосил бўладиган (индукцияланадиган) э.ю.к., яъни ўзиндукция э.ю.к.

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -L\frac{di}{dt} \qquad (**)$$

ҳам, ток i, ҳам индуктивлик L ўзгарувчанлиги ҳисобига вужудга келиши мумкин. Агарда L=const бўлса $e = -L\frac{di}{dt}$ бўлади.

1.11-а расмда кўрсатилган магнит майдони атроф-мухитда шундай жойлашганки, унинг куч чизиқлари фақат манба ролини ўйновчи индуктив ғалтак ўрамлари билан илашган. Лекин шундай ҳам бўлиши мумкинки, магнит куч чизиқлари йўлида бошқа индуктив контури (ёки контурлар) жойлашган бўлади. Узга контурларнинг хусусий (ўз манбаидан чиққан) токлари бўлиши ёки бўлмаслигидан қатъи назар, асосий магнит майдонининг куч чизиқлари ўша контурларни кесиб ўтиб, уларда э.ю.к. ҳосил қилиши ҳам мумкин. Мисол учун 1.12-а ва б расмда кўрсатилган магнит майдонларини кўриб чиқайлик. Агар ўрамлар сони w_1 тенг бўлган индуктив ғалтакдан i_1 ток ўтаётган бўлса, у ҳосил қилган магнит куч чизиқлари 1.12-а расмда кўрсатилгандек, қисман w_2 ва w_3 ўрамли иккинчи ва учинчи индуктив ғалтаклар билан илашган бўлади.

Табиийки, энг кўп куч чизиқлари w_1 ўрамли асосий ғалтак билан боғланган бўлади, чунки уларнинг талай қисми w_2 ва w_3 ғалтакларга етиб бормаслиги аниқдир. Қандай бўлмасин, агар магнит майдони фақат i_1 токи туфайли ҳосил бўлса, унда ғалтакларга илашган магнит оқимларининг миқдори қуйидагича аниқланади:

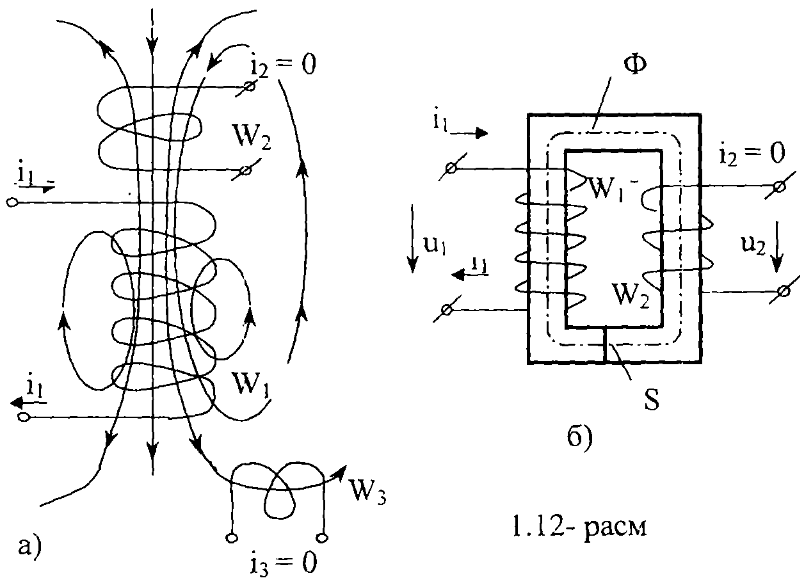
биринчи контур учун $\psi_{11} = L_{11} \cdot i_1$

иккинчи контур учун $\psi_{21} = M_{21} \cdot i_1$

учинчи контур учун $\psi_{31} = M_{31} \cdot i_1$ ва ҳ.к.

Бу ерда: ψ_{11}, ψ_{21} ва ψ_{31} тегишли контурга илашган магнит оқими, L_{11} биринчи контурнинг (ғалтакнинг) индуктивлиги, M_{21} ва M_{31} тегишлича биринчи ва иккинчи, ҳамда биринчи ва учинчи ғалтаклар орасидаги ў з а р о и н д у к т и в л и к л а р и. Иккинчи ва учинчи контурлардаги токлар нолга тенг бўлса ҳам ($i_2=i_3=0$), мазкур ғалтакларда ўзаро индукция э.ю.к.лар ҳосил бўлади:

$$e_{2м} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = -M_{21}\frac{di_1}{dt}, \qquad (***)$$



1.12- расм

$$e_{3м} = -\frac{d\Psi_{31}}{dt} = -M_{31}\frac{di_1}{dt},$$

Агар (*), (**) ва (***) ифодаларда келтирилган э.ю.к.ларнинг (-) (минус) ишорасини тушунтиришга ўтсак, бу Э.Х.Ленц очган муҳим қонуният, яъни э л е к т р о м а г н и т и н е р ц и я қонунияти билан боғлангандир. Яъни ҳар қандай индукцияланган э.ю.к. ўз контурида шундай ток хосил қиладики, унинг ҳаракати бошқа магнит оқимининг ўзгаришига қарама-қарши йўналган бўлади: оқим кўпайишига интилса, индукцияланган ток уни сусайтиришга ҳаракат қилади, оқим камайишига интилса, мазкур ток уни эски миқдорда сақлаб қолишга ҳаракат қилади.

Ўзаро индукцияланиб ҳосил бўладиган э.ю.к.ларни таъриф-лашда шуни ҳам айтиб ўтиш лозимки, бу ҳодиса электр энергиясини магнит майдон воситасида узатишда ўта муҳим роль ўйнайди. 1.12-б расмда ўзаро индуктив боғланган w_1 ва w_2 ғалтақлар ягона темир ўзакка ўрнатилган. Шу сабабли магнит куч чизиқлари атроф-муҳитга тарқоқ бўлмаган ҳолда деярли тўла-тўкис ғалтақлар ўрамлари билан илашган. хар бир ўрам кесими «S» дан бир хил бўлган магнит оқими Ф ўтиб тургани туфайли, ғалтақлардаги илашган магнит оқимлари тегишлича $\psi_1=w_1\Phi$ ва $\psi_2=w_2\Phi$ га тенг бўлади. Ғалтақлардаги ички қаршиликларни $R_1=R_2=0$ деб олсак: уларнинг қисмларидаги кучланишлар $u_1=-e_1=w_1\dfrac{d\Phi}{dt}$ ва $u_2=-e_2=w_2\dfrac{d\Phi}{dt}$ Яъни электр токини бир.контурдан иккинчи контурга магнит майдон орқали (яъни электр уланишсиз) ва-унинг кучланишларини U_1 $U_2=w_1:w_2$ нисбатда ўзгартириб туриб, узатиш мумкин экан. Бу эффект трансформаторлар назариясида кенг қўлланилади.

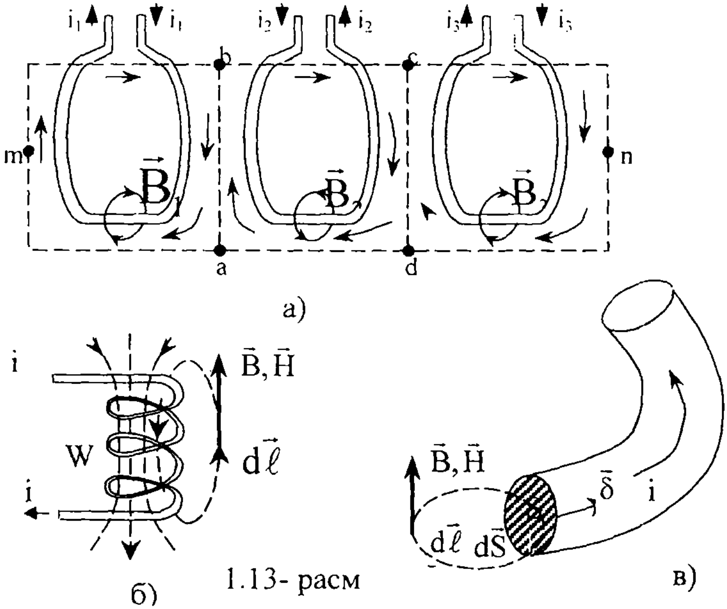
1.8. Тўлиқ ток қонуни

Юқорида (1.4) кўрсатилдики, ҳар қандай ток ўтаётган ўтказгич (сим, контур, ўрам ва ҳ.к.) атрофида магнит майдони ҳосил бўлади. Ўз навбатида шу магнит майдонини ташкил этувчи магнит куч чизиқлари (магнит оқим йўллари) мазкур токли симни қуршаб олган бўлади (1.7- расм). Бирор ихтиёрий равишда танланган куч чизиғи учун магнит ҳолатни

$$\oint \vec{B}d\vec{l}=\mu i \qquad (*)$$

тенгламаси билан тавсифласа бўлади. Агарда магнит майдони бир неча токли контурлар иштирокида ташкил топган бўлса, магнит куч чизиқлар шакллари ҳам анча мураккаб бўлади ва уларни тавсифловчи берк интеграл $\oint \vec{B}d\vec{l}$ миқдори танланган траекторияга боғлиқ бўлади.

Фараз қилайлик, бирор магнит майдони i_1, i_2 ва i_3 токлари ўтаётган бир ўрамли контурлар атрофида вужудга келган (1.13-расм). Айрим магнит майдон манбалари атрофидаги магнит



1.13- расм

ҳолатига баҳо берадиган бўлсак, қуйидагиларни ёзишга ҳақлимиз:

$$\oint_{amba} \vec{B}d\vec{l} = \mu i_1 \qquad \oint_{abcda} \vec{B}d\vec{l} = -\mu i_2 \qquad \text{ва} \qquad \oint_{acnd} \vec{B}d\vec{l} = \mu i_3,$$

Кўриниб турибдики,

$$\oint_{amba} \vec{B}d\vec{l} + \oint_{abcda} \vec{B}d\vec{l} + \oint_{acnd} \vec{B}d\vec{l} = \oint_{ambcnda} \vec{B}d\vec{l} = \mu(i_1 - i_2 + i_3),$$

(**)

Чунки берк контурлар бўйича олинган интегралларни участкаларга (қисмларга) ёйиб туриб, қўшиш натижасида $\int_b^a \vec{B}d\vec{l} + \int_a^b \vec{B}d\vec{l} + \int_c^d \vec{B}d\vec{l} + \int_d^c \vec{B}d\vec{l} = 0$ чиқади. Иккинчи токнинг минус ишорали (яъни, $-i_2$) олишимизнинг сабаби интеграллашда олинган йўналиш бу контурдаги $\vec{B}_2$ индукция йўналишига қарама-қарши бўлганлигидир. Агар интеграллаш траекторияси ихтиёрий йўналган i i i_k токлар контурларини қуршаб олган бўлса, юқоридаги тенглама

$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = \mu \sum_{1}^{k} i \qquad (***)$$

кўринишда ёзилиши лозим.

Амалда, яъни магнит майдонини ҳисоб-китоб қилишда, бизни кўпроқ индукция В эмас, балки магнит майдони кучланганлиги Н қизиқтиради. Шунинг учун $\vec{B} = \mu\vec{H}$ ифодадан фойдаланиб, (*), (**) ва (***) ўрнига тегишлича

$$\oint \vec{H}\, d\vec{l} = i \qquad (I)$$

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = i_1 - i_2 + i_3 \qquad (II)$$

ва

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = \sum_{1}^{k} i_k \qquad (III)$$

I-III тенгламалар тўлиқ ток қонунини акс эттиради, яъни бирор берк контур бўйлаб олинган ва магнит кучланганликка тегишли интеграл шу контур қуршаган кесимдан ўтган барча токларнинг алгебраик йиғиндисига тенгдир. Токлар йиғиндиси деб, кўп ўрамли индуктив ғалтак ёрдамида ҳосил бўлган магнит майдони учун Σi=wi ни қабул қилиш ўринлидир (1.13 б расм). Бу ҳолда тўлиқ ток қонуни қуйидагича ёзилади:

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = wi \qquad (IV)$$

Шундай бўлиши ҳам мумкинки, интеграл олинаётган берк траектория ток ўтган симнинг кесимини ўз ичига қисман олган бўлади (1.13-в расм). Бу ҳолда тўлиқ ток қонуни

$$\oint \vec{H}d\vec{l} = \int \vec{\delta}d\vec{s} = \Delta i$$ шаклида ёзилади.

Бу ерда: $\vec{\delta}$ сим кесимидаги ток зичлиги вектори $\left[A/м^2 \right]$, $d\vec{s}$ конкрет йўналишдаги элементар юза вектори, Δi симдаги тўла ток i нинг интеграл доирасига тушган қисми.

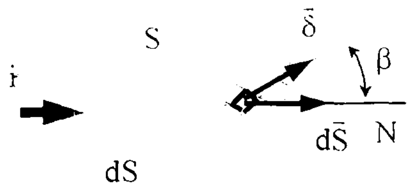
Магнит занжирлар анализида $\int \vec{H}d\vec{l}$ ёрдамида топилган миқдор магнит юритувчи куч (м.ю.к.) сифатида ўрни шу ташқи манфий заряд ҳисобига қопланади. Шу туфайли ток $i = dq/dt$ ўтган сари q_- манба зарядининг абсолют қиймати камайиб боради. Худди шунингдек, металл ўтказгичнинг ташқи заряд q_+ га тақалган қатламидаги ортиқча ва манфий зарядли эркин электронлари шу мусбат зарядни қисман нейтраллайди ва кучсизлантиради. Яъни, q_+ заряднинг ҳам абсолют қиймати камайиб боради. Агар зарядларнинг қийматларини тўхтовсиз тиклаб турадиган куч восита (масалан, электр юритувчи куч) бўлмаса, ток секин-аста камаяди ва нолга тенг бўлиб қолади. Мисол сифатида кимёвий элементлардан ташкил топган ўзгармас ток батареяларини келтириш мумкин.

Шуни ҳам эслатиш лозимки, ўтказувчан токнинг катталиги q_+ ва q_- зарядлар ҳосил қилган ва металл ўтказгичнинг учларидан ўрин олган $\varphi=\varphi_+ \ \varphi_-$ потенциаллар фарқига ва ўтказгичнинг қаршилигига боғлиқдир. Шуни ҳам таъкидлаш керакки, токнинг катталиги қанчалик ортиб борса, ўшанча кўпроқ атомлар эркин электронлар чиқаришда иштирок этади ва аксинча. Ток q_+ дан q_- га йўналган бўлади.

1.14-расмга кўра, ҳаракатланган элементар зарядлар (яъни ток) мазкур ўтказгичнинг кесимидан маълум бир зичлик билан ўтиб туради. Агар эслатилган кесимни $\bar{S}$ деб олсак ва ўтаётган ток $i = \dfrac{dq}{dt}$ ни скаляр миқдор деб ҳисобласак, ҳар бир элементар юзача ΔS дан ўтаётган зарядлар конкрет йўналишга эга бўлади (1.15-расм). Юзача ΔS қанча кичик бўлса ($\Delta S \to 0$), ўша даражада унга тегишли ток қисми Δi конкрет йўналишга эга бўлиб боради. Шунинг учун ҳам зарядларнинг ўтказгич ичида жойлашганлиги ва уларнинг ҳаракат йўналишларини аниқлаш мақсадида т о к з и ч л и г и в е к т о р и тушунчаси киритилади.

$$\bar{\delta} = \lim_{\Delta s \to 0} \frac{di}{\Delta s} = \frac{di}{ds}\left[\frac{A}{м^2}\right]$$

Бу вектор мусбат зарядлар ҳаракат қилаётган томонга йўналган бўлади. Агарда унинг йўналиши dS юзага нормал бўлган N чизиқ билан β бурчагини ташкил этса, тўла юза S – дан ўтаётган ток.



1.15- расм

$$i = \int \bar{\delta} \cos\beta ds = \int \bar{\delta} d\bar{s} \ (*)$$

Шу нарса ҳам маълумки, агар ўтказгич бир текис моддадан иборат бўлса (яъни, бир жинсли ўтказувчан муҳит ташкил этган бўлса) ўзгармас ҳаракатли шароитда ток зичлиги ташқи электр майдон кучланганлигига пропорционалдир

$$\vec{\delta} = \gamma\vec{E} \qquad (**)$$

Бу ердаги пропорционаллик коэффициенти γ ўтказгичнинг солиштирма ўтказувчанлиги. Унинг ўлчов бирлиги [1/Ом·м]=[См/м] =[Сименс/метр]. Унга тескари бўлган солиштирма қаршилик ρ = 1/γ [Ом·м] катталигидан фойдаланиб, электр кучланганлигини

$$\vec{E} = \rho\vec{\delta}$$

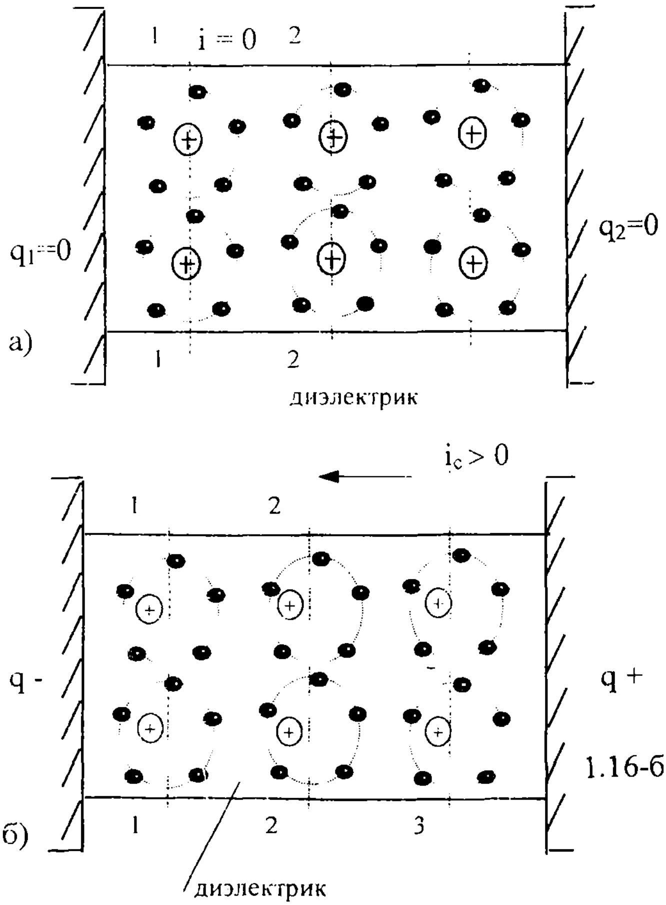
тенгламаси билан ифодалаш мумкин.

Ўтказувчанлик токи асосан металларда, айрим суюқлик ва газларда кузатилади.

II. Силжиш токи.

Фараз қилайлик, электр майдонини ҳосил қилувчи q_+ ва q_- зарядлар орасига диэлектрик, яъни ўтказувчанлик хусусиятига эга бўлмаган модда жойлаштирилган бўлсин. Агар ташқи заряд манбалари диэлектрикка бириктирилган бўлмаса, яъни $q_1 + q_2 = 0$ бўлса, ток ўтказмас модда атомлари дастлабки тинч ҳолатларида қолаверади (1.16–а расм). Бу ихтиёрий 1-1' 2-2' 3-3' ва ҳ.к. шартли (назарий) қатламлар ёки чизиқларга нисбатан ҳеч қандай электрланиш кузатилмайди, демакдир. Ток нолга тенг (i =0).

Энди худди шу диэлектрик 1.16-расм чегараларига q_- ва q_- зарядлар бириктирайлик, яъни уни ташқи потенциал манбаига улайлик (1.16-б расм).



1.16-б расм

Диэлектрик ўтказувчанликка эга бўлмагани сабабли, яъни унинг атомлари эркин электронларга эга бўлмаганлиги туфайли узлуксиз оқадиган ўзгармас ток пайдо бўлмайди. Аммо ташқи электр майдонининг таъсири остида боғланган (яъни орбитасидан чиқиб кета олмайдиган) электронлар q_+ томонга интила бошлайди. Электронлар бир боғламда қола туриб, ўз орбитасини икки томонга чўзиб, доира шаклидан эллипс шаклига келтиради (1.16-б расм). Натижада 1-1' 2-2' ва ҳ.к. чизиқларга нисбатан электр мувозанат бузилади: ҳар қатламнинг икки томони ҳар хил зарядга эга бўлиб қолади, яъни улар орасида $\Delta\varphi$ потенциали пайдо бўлиб қолади. Мувозанат бузилиши элементар зарядлар жойлашиши тартиби бузилгани туфайли бўлгани учун, бирор Δt вақт ичида Δq заряд ташқаридан кириб келиши шарт бўлади, чунки ички зарядлар силжиши ташқи электр кучи ҳисобига бўлиши мумкиндир. Шундай қилиб, элементар зарядлар (атом электронлари) силжиши натижасида ва айнан шу ҳаракат даврида $i_c = \dfrac{\Delta q}{\Delta t} \cong \dfrac{dq}{dt}$ с и л ж и ш т о к и кузатилади. Бу ток фақат электрон орбиталари деформацияланаётганда (яъни орбита чўзилиши мобайнида) оқади холос ва $\Sigma\Delta\varphi = \varphi_1 \quad \varphi_2$ бўлиши билан нолга яқинлашади (бу ерда $\Delta\varphi$ қатламларда ҳосил бўлган микропотенциаллар, $\varphi_{12} = \varphi_1 \quad \varphi_2$ q_+ ва q_- зарядлари ҳосил қилган ташқи кучланишдир).

Диэлектрикдаги элементар зарядлар махсус тартибда жойлашганлиги туфайли (1.16-б расм), атомлар таркибида э л е к т р к у ч л а н и ш содир бўлади. Ҳар бир молекула диполь, яъни икки ҳар хил ишорали q_+' ва q_-' зарядлар жуфти тарзида қаралиши мумкин. Диэлектрик муҳитнинг қутбланиши даражаси қ у т б л а н г а н л и к P вектори билан ифодаланади. Уз навбатида бу вектор электр майдонининг кучланганлигига пропорционалдир, яъни:

$$\bar{P} = X\bar{E}\left[\text{ж}/_{\text{м}^2}\right]$$

Бу ерда: $X = X_н \cdot \varepsilon_o$ абсолют диэлектрик киритувчанлик [Ф/м] = [Фарад/метр], $X_н$ нисбий диэлектрик киритувчанлик (ўлчовсиз сон) ε_o диэлектрик доимий [Ф/м].

1.16-б расмга қайтар эканмиз, ташқи асосий заряд q_+ га энг яқин бўлган 3-3 қатлам атрофидаги дипол қутблари q_+' (чап томонда) ва q_-' (ўнг томонда) жойлашганлигини қайд қиламиз. Шу қатламнинг кесим юзасини S деб олсак, қутбланиш натижасида чапга силжиган зарядни қуйидагича ифодалашимиз мумкин:

$$q_+^- = \oint_s \vec{P}d\vec{S}$$

Қатламнинг ўнг томонига силжиган заряд эса

$$q_- = -q_+ = \oint \vec{P}d\vec{S}$$

чунки диэлектрикнинг ҳар бир молекула ва атоми учун электр мувозанати доим сақланиб қолиши лозим, яъни $q_+ + q_-' = 0$.

Демак, натижавий электр майдон Е кучланганлиги содир бўлишига q_+ ва q_- зарядлар сабаб бўлаётганлигини инобатга олсак,

$$\oint \varepsilon_0 \vec{E} d\vec{S} = q_+ + q_{-'} = q_+ - \oint_s \vec{P} d\vec{S}$$

кўринишдаги тенгламани ёзиш ўринли бўлади. Унинг асосида

$$\oint_s (\varepsilon_0 \vec{E} + \vec{p}) d\vec{S} = q_+$$

га ўтсак ҳам бўлади. Энди $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$ ифодали вектор қабул қиламиз ва уни электр силжиш вектори $\vec{D}$ деб атаймиз. Шундай қилиб

$$\oint_s \vec{D} d\vec{s} = q_+$$

тарздаги тенглама (ёки умумий ҳолда $\oint_s \vec{D} d\vec{s} = q_+$) Максвеллнинг электромагнит майдонига оид тузган асосий тенгламаларидан бири ҳисобланади. Максвелл постулати номига ҳам эга бўлган бу тенглама, ҳар қандай берк юза S ичида жойлашган ҳажмдан тарқалаётган электр силжиш векторлари оқими шу ҳажмдаги эркин зарядга тенглигини кўрсатади. Электр силжиш векторини $\vec{D} = \vec{D}_0 + \vec{P}$ кўринишида ҳам ёзиш мумкин ва унинг таркибидаги $\vec{D}_0$ вектори вакуум ҳолатида пайдо бўладиган электр зарядлар силжишини кўрсатади.

Агарда электр зарядларни (эркин ва боғланган бўлишидан қатъий назар) вақт мобайнида ўзгаришини ҳисобга олсак, ҳар бир нуқтадаги ток зичлиги

$$\vec{\delta}_{силж} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d\vec{D}_0}{dt} + \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{\delta}_0 + \vec{\delta}'$$

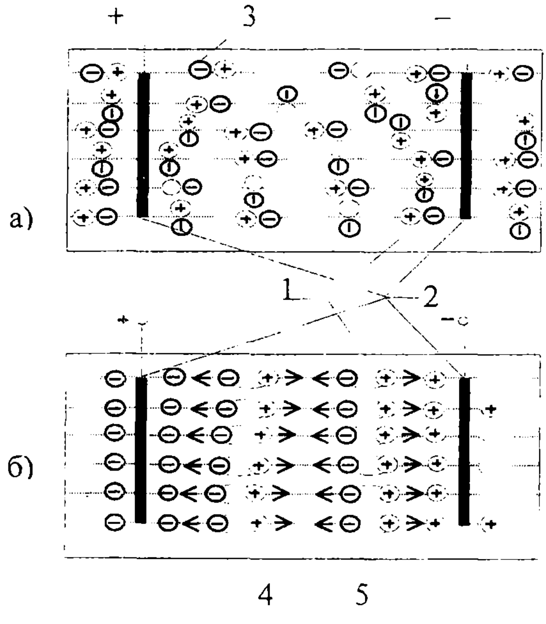
(бу ерда: $\vec{\delta}_0$- вакуумдаги силжиш ток зичлиги вектори, $\vec{\delta}'$- боғланган зарядлар ташкил қилган ток зичлигининг вектори).

Силжиш токи асосан конденсаторларга хос жараёндир, лекин у айрим ҳолларда бўшлиқ шароитида ҳам кузатилиши мумкин.

III. К ў ч м а т о к

Кўчма ток (ёки кўчиш токи) ўтказувчанлик ва силжиш токидан шу билан фаркланадики, у факатгина заряд ҳаракатидан иборат бўлмайди. Ҳар кандай токдек бу ток ҳам заряднинг вакт ичида ўзгариш тезлигини кабул этади. Аммо кўчма ток зарядлари бирор кимёвий элементлар воситасида ҳаракатда бўлади. Яъни бу ток олиб ўтган мусбат ва манфий зарядлар тегишлича зарядланган (ионланган) кимёвий заррачалар ёрдамида к ў ч и р и л г а н бўлади. Шунинг учун ҳам унинг номи к ў ч м а (ёки кўчиш) токидир. Бу физик ҳодисанинг назариясини куйидаги мисолда яккол намойиш килиш мумкин.

Фараз килайлик, бирор махсус идишга мис купорос эритмаси куйилган (1.17-расм). Кимё назариясидан маълумки,



1.17-расм

мис купорос $CuSO_4$ сакич катрони (H_2SO_4) билан мис (Cu) ва манфий (SO_4) ионларидан ташкил топган бўлиб, кўшма ҳолатда зарядга эга бўлмайди, яъни нейтрал бўладилар. Агарда эритма ичида жойлаштирилган иккита электродга ташки электр манбаи уланмаган бўлса (1.17-а расм) эритма ҳар қандай электр ҳаракатлардан мустасно бўлиб қолаверади. Энди электродларнинг биринчисига мусбат ва иккинчисига манфий зарядлар берамиз (1.17-б расм). Натижада молекулалар парчалана бошлайди ва манфий зарядланган кислота қолдиғи (анионлар) чап электродга, мусбат зарядланган мис атомлари (катионлар) ўнг электродга тарқала бошлайди. Бу эса электр ток ўта бошлаганидан дарак беради. Мазкур кўчма ток қанча узоқ вақт оқаркан, шунчалик кўп миқдорда икки электрод кимёвий моддалар Cu ва SO билан қопланади. Кўчма токнинг бу хусусияти электрод сифатида ишлатиладиган бир турли металл буюмларнинг иккинчи турли металлар билан қоплашда ишлатилади (масалан. галваник жараёнлар). Кўчма токнинг электрод юзасига нисбатан зичлиги эритманинг (электролитнинг) ҳажмий заряд зичлигига ва ионларнинг ҳаракат тезлигига пропорционалдир:

$$\bar{\delta}_{ђ—÷} = \rho_+ \bar{v}_+ + \rho_- \bar{v}_-$$

Бу ерда: ρ_+ катионлар ҳажмий солиштирма зичлиги [Кл/м^3]

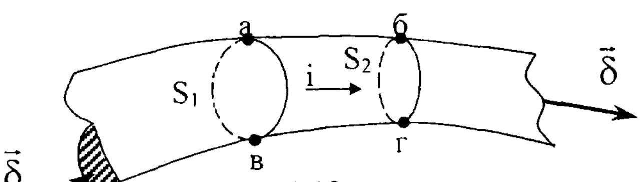
ρ_- анионлар ҳажмий солиштирма зичлиги [Кл/м^3]

$v_\pm$ тегишлича мусбат ва манфий ионлар кўчиш тезлиги;

$\bar{\delta} = \dfrac{i_{ку}}{S}$ - ток зичлиги вектори [А/м^2] S электрод юзаси [м^2]

1.10. Электр токининг узлуксизлигига оид назария

Магнит майдонининг куч чизиқлари (магнит оқими) каби электр токи ҳам узлуксиз тарзда намоён бўлади: электр зарядлар оқимининг бошланиш жойи ҳам, охири ҳам бўлмайди. Мазкур принципни (назарияни, қонуниятни) ўзгармас ток ўтиш жараёни мисолида намойиш қилиш мумкин. Фараз қилайлик, бирор нотекис кесимли ўтказгичдан i токи ўтаётган бўлсин (1.18-расм). Агар ихтиёрий равишда олинган кесимлар $s_1 \neq s_2$,

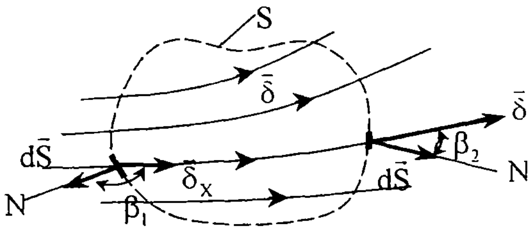


1.18- расм

яъни бир-бирига тенг бўлмаса, уларни "тешиб" ўтаётган зарядлар оқимини қуйидагича ифодалашимиз керак бўлади:

$$i_1 = -\int\limits_{S_1} \bar{\delta}_1 d\bar{s} \qquad \text{ва} \qquad i_2 = -\int\limits_{S_2} \bar{\delta}_2 d\bar{s} \qquad (*)$$

чунки S_1 га кираётган зарядлар манфий, S_2 дан чиқаётган зарядлар мусбат ҳисобланади. Икки кесим орасидаги ўтказгич ҳажми "абвг" электр зарядлар манбаи деб қаралгани сабабли, i_1 ва i_2 токлар ўз миқдорлари билан фарқланса, яъни $|i_1| \neq |i_2|$ бўлса, мазкур ҳажмдаги электр мувозанат бузилади. Масалан, $|i_1| > |i_2|$ бўлса ва токлар узоқ вақт давомида оқиб турадиган бўлса, S_1 ва S_2 кесимлар орасида зарядлар тўплана бошлайди ва уларнинг ҳажми чексизликка интилади. Бу эса ғайритабиий ҳисобланади. Худди шунингдек, $|i_1| < |i_2|$ бўлганда ҳам кўпроқ зарядлар олиб кетаётган ток i_2 га ток i_1 зарядларни етказиб беролмайди. Агар ягона ток i ўтказаётган берк занжирнинг ҳар қандай участкасини олмайлик, унга кириб келаётган ток ундан чиқиб кетаётган ток билан тенг бўлади, яъни $i_1 + i_2 = 0$, ёки $i_1 = -i_2 = i$. Юқоридаги (*) ифодага қайтсак бу қоида (аниқроғи қонуният)



1.19- расм

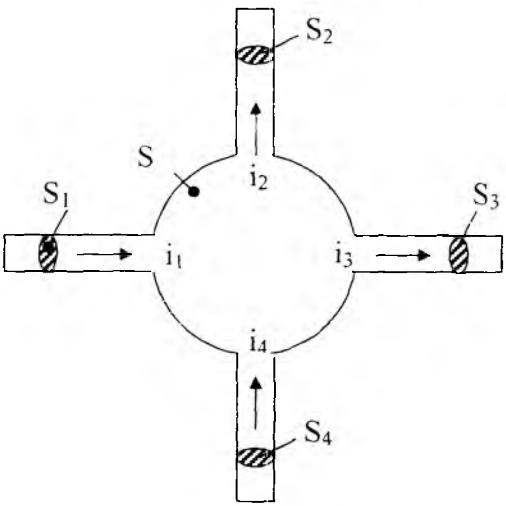
$$-\int\limits_{S_1} \bar{\delta}_1 d\bar{s} + \int\limits_{S_2} \bar{\delta}_2 d\bar{s} = 0, \qquad \text{ёки} \qquad \int\limits_{s} \bar{\delta} d\bar{s} = 0$$

(бу ерда δ умумий ток зичлиги вектори). Тенглама (**) электр токининг узлуксизлигига оид қонуниятни (принципни) ифодалайди. У шуни ҳам кўрсатадики, бирор заряд ўтаётган ихтиёрий ҳажм олинадиган бўлса (1.19-расм), уни қопловчи S юзасининг ҳар қандай қисмларидан кириб келган зарядлар миқдори ўша юзанинг бошқа қисмларидан чиқиб кетаётган зарядлар миқдорига тенгдир. Кўриниб турибдики, танланган ҳажм юзасига қанча ток кучлари чизиқлари кириб келаётган бўлса, шунча чизиқлар чиқиб кетаётибди.

Тепадан учинчи бўлган токни хисоблайдиган бўлсак, у кириш холатида $i_1 = \int\limits_{s_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} = \int\limits_{s_1} \delta \cos\beta_1 ds < 0$, чунки $\beta_1 > \pi/2$,

ва чиқиш холатида $i_2 = \int\limits_{s_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} = \int\limits_{s_{12}} \delta \cos\beta_2 ds > 0$

Лекин $i_1 + i_2 = 0$, чунки $\oint \vec{\delta} d\vec{s} = 0$.



1.20- расм

Энди аникроқ (конкрет бўлган) мисол сифатида занжирнинг тўртта токли тармоқларини бирлаштирувчи тугунни кўрайлик (1.20-расм). Тугунга боғланган симларнинг кесимини S_1, S_2, S_3 ва S_4 деб, улардаги токлар зичлигини δ_1, δ_2, δ_3 ва δ_4 деб қабул қилсак, тугуннинг қопловчи юзаси S га нисбатан олинган зарядлар оқимининг мувозанати қуйидагича ифодаланади:

$$\int\limits_{s_1} \vec{\delta}_1 d\vec{s} + \int\limits_{s_2} \vec{\delta}_2 d\vec{s} + \int\limits_{s_3} \vec{\delta}_3 d\vec{s} - \int\limits_{s_4} \vec{\delta}_4 d\vec{s} = \int\limits_{s} \vec{\delta} d\vec{s} = 0 \qquad (***)$$

Бу тенгламани бошқа

II БОБ. ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИГА ОИД ТУШУНЧА ВА ҚОНУНИЯТЛАР

2.1 Электр занжир ва унинг таркибидаги элементлар

Китобнинг олдинги бобида кўрсатилдики, ҳар қандай электромагнит ҳодиса фазонинг бирор қисмида ҳамда электр ва магнит жараёнларининг чамбарчас боғланган ҳолатида кузатилади. Шу сабабли электр (ёки магнит) ҳодисаси энергия ўзгартириши (алмашинуви) жараёни билан боғланган бўлиб, бирор берк контур (траектория, ихтиёрий чизиқли йўл) бўйлаб кузатилади. Масалан, магнит майдони (ёки унинг куч чизиқлари) маълум бир мураккаб берк чизиқ билан чекланган бўлиб, у йўлида ҳар хил магнит хусусиятига эга бўлган муҳит ва элементларни кесиб ўтади. Ўз навбатида магнит майдони бирор (ёки бир неча) манбалар туфайли ҳосил бўлган бўлади. Мазкур майдоннинг ушбу ҳолатда ушлаб турган барча манба, муҳит ва элементлар *магнит занжирини* ташкил этади.

Шунга ўхшаш электр ҳодисалари ҳам электр зарядлар (ёки токлар) ҳосил қиладиган манбаларидан бошлаб, ҳар хил электр хусусиятига эга бўлган муҳит ва элементлар туфайли аён бўлади. Электр зарядлари ҳаракати натижасида вужудга келган токлар бир неча (ёки бирор) берк контурлардан иборат бўлган *электр занжир* орқали оқади.

Айтилган тушунчалар асосида қуйидаги иккита муҳим таърифий хулосага ўтиш мумкин:

1. Магнит юритувчи куч ва магнит оқими каби тушунчалар ёрдамида ифодаланадиган, ҳамда магнит жисмлардан ташкил топган ҳар қандай қурилмалар тўплами *магнит занжири*

Электромагнит энергия манбалари, электромагнит энергиясини ўзгартирувчи ва узатувчи қурилмалар шу энергияни қабул (истеъмол) қилувчи обьектлари электр занжирларнинг асосий элементлари ҳисобланади.

Иссиқлик, кимёвий, ядровий, механик, дарё сувлари ва қуёш энергияларини электромагнит энергиясига айлантириб берувчи генераторлар электромагнит энергия манбалари сифатида хизмат қилади (лотинча: "generator" ишлаб чиқарувчи).

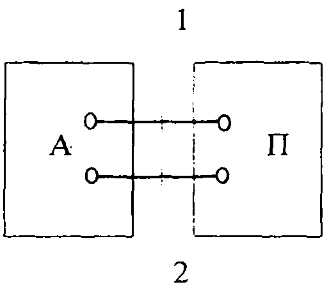
Масалан, иссиқлик энергиясидан фойдаланганда, даставвал сув иситилиб буғга айлантирилади, буғ эса буғ турбинасини катта тезликда айлантиради. Ундан олинган механик энергия эса электр генератори орқали электр энергиясига айланади. Бундай электр генератори турбогенератор деб аталади. Ядровий ва қуёш энергиялари ҳам асосан сув буғи воситасида турбогенераторлар орқали электр энергиясига айланади. Шуни ҳам айтиб ўтиш керакки, дунё миқёсида ишлаб чиқариладиган барча электр энергиянинг 85% дан зиёди иссиқлик энергиясидан олинади.

Кимёвий электр манбаларига ҳар хил гальваник, яъни кимёвий реакциялар ҳисобига ток ҳосил қилувчи элементлар киради. Бу қаторга электр энергиясини вақтинча жамғариб қўювчи электр аккумуляторлари ҳам киради.

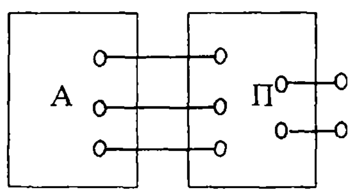
Умуман олганда механик энергияни сув турбиналари, шамол парраклари, кучли денгиз тўлқинлари ва шу каби кучлар ҳисобига олиш мумкин. Ҳар бир ҳолда ҳам механик энергия барибир электр энергиясига айланади.

Электр токини узатувчи линияларни, электр тармоқлар ва улагич-узгичлар электромагнит ёки соддарок қилиб айтганда, электр энергиясини узатувчи элементлар (қурилмалар) деб аталади. Электр энергиясини ўзгартиришда эса ҳар хил трансформатор, инвертор, ток тўғрилагич, частота ўзгартиргич ва шу каби аппарат ва асбоблар қатнашади. Булар ичида масалан, энг кўп тарқалган трансформаторлар ёрдамида ўзгарувчи ток ва кучланишларнинг амплитудаларини ихтиёрий миқёсда ўзгартириш мумкин. Ярим ўтказгичли тўғрилагич ўзгарувчан токни ўзгармас токка айлантирса, инвертор шунга тескари вазифани бажаради ва ҳ.к.

Ва ниҳоят электр энергиясини истеъмол қилувчи элементларга ўтадиган бўлсак, биринчи навбатда металл симлардан ясалган актив қаршиликларни олишимиз керак. Бу қаршиликларда (ёки резисторларда) электр энергияси иссиқлик энергиясига айланади: электр лампалари, электр печлар (ўчоқлар), электр дазмоллари ва сув қайнатгичлари бунга яққол мисол бўла олади. Электр истеъмолчиларидан яна бири электр юритгичлар (моторлар, двигателлар)дир. Улар электр энергиясини механик энергияга айлантиради. Электр энергияси истеъмолчилар ёрдамида энергиянинг яна бошқа турларига (радио орқали товуш энергиясига, аккумуляторда кимёвий энергияга ва ҳ.к.) айланиши мумкин. Умуман олганда электр занжир элементлари кўп функционал (яъни кўп вазифа бажарадиган) бўлгани сабабли улар зиммасига турли талаблар (энергияни аниқ миқдорда ўзгартириш (ёки узатиш), уни сифатини сақлаш, юқори фойдали иш коэффициентига ва давомли иш бажариш қобилиятига эга бўлиш, ишончлилик гарови ва ҳ.к.) қўйилган бўлади. Ҳар қандай мураккаб электр занжир, ўз таркибидаги элементлар сони ва уланиш шаклидан қатъи назар, асосан икки туркумга бўлинган бўлади. Агар занжир (ёки унинг бирор қисми) ўз таркибига э.ю.к. ёки ток манбаларини олган бўлса, бундай занжир (ёки унинг қисми) а к т и в ҳисобланади. Агарда уларнинг таркибида электр манбалари бўлмаса, (ёки бўла туриб, бир-бирига қарама-қарши ва тенг таъсирли бўлса), занжир (ёки унинг қисми) п а с с и в ҳисобланади.



2.1-расм



2.2-расм

2.1-расмдаги занжир актив ва пассив қисмлардан иборат. Улар тегишлича А ва П ҳарфлар билан белгиланган.

Агар занжирни "1-2" чизиқ ёрдамида иккига ажратсак, иккита мустақил актив ва пассив занжирлар чиқади.

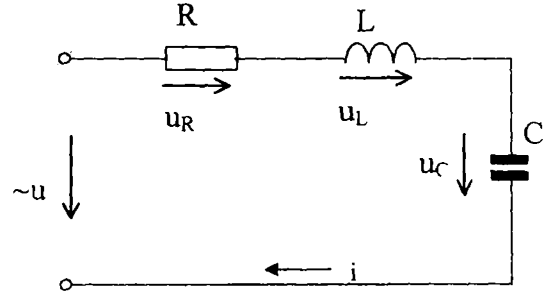
Бундай занжирларни актив ва пассив икки қутбликлар деб ҳам айтамиз.

Кўриниб турибдики, қутблар (ёки ташқи занжирга уланувчи симлар) ихтиёрий бўлиши мумкин. Масалан, 2.2-расмда актив учқутблик билан пассив бешқутблик ягона мураккаб занжир ташкил қилганлар.

2.2. Электр занжирларнинг параметрлари ва уларнинг тавсифлари

Электр занжирларда электр энергиясининг бошқа тур (иссиқлик, ёруғлик, механика, кимё ва бошқа) энергияларга айланиши каби мураккаб жараён рўй беради. Бундай ўзгаришнинг муҳим кўрсаткичи занжир-даги бирор элемент-нинг физик хусусия-тига боғлиқ бўлиб, бошқа турга айлан-тирилган энергия занжирнинг ана шу элементига миқдорий жиҳатдан боғлиқдир.

Масалан, электр занжир кетма-кет уланган қаршилик (реостат) R, индуктивлик (ғалтак) L ва сиғим (конденсатор) C дан тузилган бўлсин (2.3-расм). Манба токи ёки кучланишининг вақт бўйича ўзгаришига занжирнинг ҳар бир элементи параметрининг таъсири турлича бўлади. Ўтказувчи элементнинг қаршилиги R (параметри) ўтказгичдаги эркин электронларнинг тартибли ҳаракатига ва ўтказиш токида қатнашмаётган боғлиқ электронлар ҳаракатига тўсқинлик қилади. Эркин ва боглиқ электронларнинг ўзаро тўқнашиши натижасида механик иш бажарилиб, ишқаланиш кучи ҳосил бўлади-да, иссиқлик ажралиб чиқади. Бу иш R элементдаги $U_R=IR_i$ кучланишга боғлиқ. Агар боғлиқ ва эркин электронлар-



2.3-расм

нинг тўқнашишлари эхтимоли эркин электронларга боғлик бўлмаса, ўтказгичлардаги ток унинг қисмларидаги кучланишнинг тушувига пропорционал бўлади. Бу холда бундай элементнинг вольт-ампер характеристикаси ва параметри чизикли (2.4-а расм) бўлади (1- тавсиф).

Хақиқий шароитда ўтказгичнинг қаршилиги R ундан ўтаётган ток кучи i га боғлиқ. Чунки ток кучининг ортиши билан иссиқликка айланаётган энергия ва у билан боғлиқ электронларнинг қаршилик кўрсатиш таъсири хам орта боради. Бундан ташқари, ўтказгичдаги ток зичлиги вектори $\vec{\delta}$ солиштирма ўтказувчанлик γ ва электр майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га боғлиқ бўлиб, улар орқали ток i қуйидагича ифодаланади:

$$i = \int \vec{\delta}\, d\,\vec{s}$$

бу ерда

$$\vec{\delta} = r\vec{E} \qquad \left[\frac{A}{м^2} \quad \left(\frac{1}{Ом * м}\right) * \left(\frac{B}{м}\right)\right]$$

ва ўтказгичнинг кўндаланг кесими S нинг геометрик ўлчамлари билан хам аниқланади. Шундай қилиб, R параметри солиштирма ўтказувчанлик γ, харорат t° ва геометрик ўлчамлари g га боғлиқ равишда бирор функция тарзида ифодаланади:

$$r = f_1(\gamma, t^{\circ}, g)$$

Агар γ, t° ва g ток i га ва майдон кучланганлиги $\vec{E}$ га боғлиқ бўлмаса, у холда R параметри чизиқли бўлади. Акс холда параметр эгри чизиқли бўлади (2.4-а расм) (2-тавсиф).

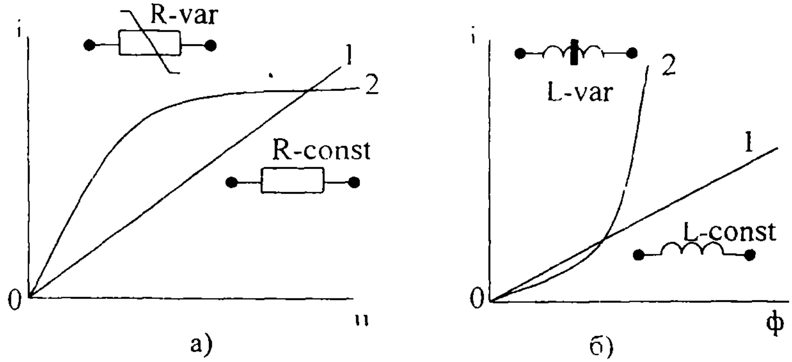
Индуктивлик занжирнинг параметри тарзида ғалтакдан ўтаётган ток хосил қилган магнит майдоннинг зичлигини (ғалтакни қуршаб олган фазода) билдиради. Параметр L (ғалтакнинг ўзиндукция коэффициенти) қанчалик катта бўлса, хар хил қийматдаги ток учун магнит оқим Ф шунчалик катта бўлади:

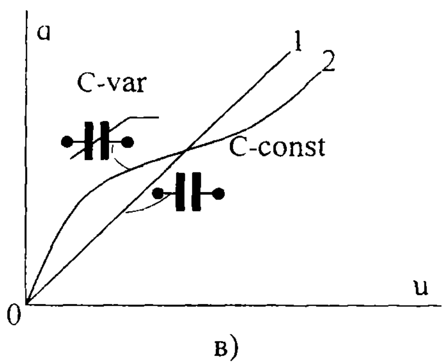
$$Ф = L \quad i$$

Электромагнит индукция қонунига биноан, индукция ғалтакдаги ток нинг хар қандай ўзгариши тескари (қарама-қарши йўналган) э.ю.к.ни хосил қилади:

$$e = \frac{d\phi}{dt} \qquad L\frac{di}{dt}$$

Бу э.ю.к.нинг ғалтак қисмаларига берилган кучланиш $u_L = L\frac{di}{dt}$ компенсациялайди. Э.ю.к. нинг йўналиши (яъни ишораси) ғалтакдаги токнинг ўзгариш тезлигига ва йўналишига боғлиқ. Ток орта борган сари э.ю.к. манфий бўлиб, ғалтакдан токнинг ўтишига тўсқинлик қилади. Ток камая борган сари э.ю.к. мусбат бўлиб, ғалтакдаги токнинг қийматини дастлабки миқдорида тутиб туришга интилади. Кирхгофнинг иккинчи





2.4-расм

қонунига биноан $e = -u_L$, яъни э.ю.к. ғалтакка берилган кучланишни доимо мувозанатлайди. Демак, токнинг ўзгариш тезлиги di/dt (ёки оқим учун $d\phi/dt$) чекланган бўлади. Ғалтакдаги ток ҳам, унинг оқими ҳам сакраб ўзгармайди, яъни магнит майдоннинг ҳосил бўлиши ва йўқолиши инерцияли жараён ҳисобланади (Ленц принципи).

Агар ғалтакдан вақт бўйича ўзгармас ток I = const оқиб ўтса, тескари э.ю.к. е ва унинг қисмларидаги кучланиш нолга тенг бўлади (U_L = O), яъни ғалтакнинг қаршилиги ўзгармас ток учун назарий жиҳатдан нолга тенг. Ғалтак ток ўтказувчи металл симлардан ўралгани учун у хусусий (Ом қонунига биноан) ички қаршилик $r_{и}$ га эга. Бунда $U=I_o.r_n$ кучланишнинг пасайиши ҳосил бўлади. Бу эса ўзининг абсолют миқдори жиҳатидан токнинг вақт бўйича ўзгариши туфайли (масалан, занжирни электр тармоғига улаш ва узиш пайтида) ҳосил бўладиган тескари э. ю. к. $e=-L\frac{di}{dt}$ дан ҳар доим бир оз кичик. Индуктивлик L асосан ғалтакнинг геометрик ўлчамлари (ўрамлар сони, унинг ички ва ташқи диаметри ҳамда симларнинг кўндаланг кесими ва ҳ.к. (g) га ва ғалтак токини қўзғатган магнит оқим туташган муҳитнинг магнит киритувчанлиги (μ) га боғлиқ:

$$L = f_2\ (\mu, g)$$

Бу катталиклар ўзгармас бўлиб, ғалтакдаги токка ва магнит оқимга боғлиқ бўлмаса, у ҳолда параметр L ўзгармас ва унинг характеристикаси чизиқли (2.4-б расм) бўлади (1-тавсиф). Амалда L нинг ортиши учун магнит сингувчанлиги (киритувчанлиги) юқори бўлган ферромагнит ўзаклар ишлатилади. Бу ўзаклар орқали ғалтакнинг магнит майдони оқими туташади. Аммо бу ҳолда i = f(Ф) боғланиш тўйиниш эффекти туфайли эгри чизиқли бўлади. Шунингдек, параметр L ҳам бу ҳолда эгри чизиқ билан ифодаланади (2.4-б расм) (2-тавсиф).

Конденсаторнинг сиғими С бу элементнинг ўзида қандайдир q миқдордаги мусбат ва манфий электр зарядларини йиға олишини (концентрацияларини) тавсифловчи параметр ҳисобланади.

Конденсатор қисмларидаги кучланишнинг миқдори ўзгармас бўлгани ҳолда, унинг С сиғими қанчалик катта бўлса, конденсатор қопламалари орасида йиғилаётган q электр зарядлари ҳам шунчалик кўп бўлади, яъни

$$q = C \cdot u.$$

Заряд ўзгариши билан кучланиш u ҳам миқдори ва йўналиши бўйича ўзгаради. Бошқа томондан, заряд q нинг ҳар қандай ўзгариши бирор миқдордаги электр зарядини манбадан сиғимга ёки сиғимдан манбага олиб ўтиши билан боғлиқ. Албатта бу жараён электр занжирда i ток ҳосил қилади; бу сон жиҳатидан Δq заряд ўсишининг Δt вақтга нисбати билан ифодаланади:

$$\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

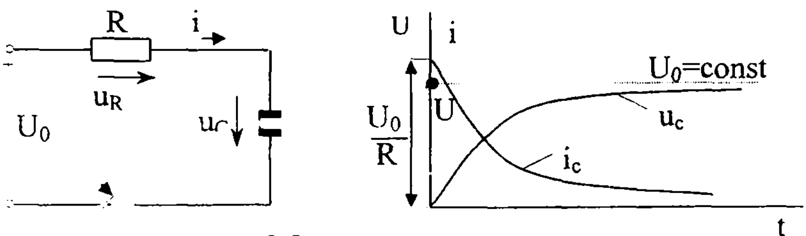
$\Delta t \to 0$ бўлганда бу ток:

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{\Delta q}{dt} = C \frac{du_c}{dt} \qquad [*]$$

У ҳолда конденсатор қисмларидаги кучланиш:

$$u = \frac{1}{C} \int idt$$

Агар конденсаторнинг қисмлари (қопламалари) даги кучланиш u_c=U_c=const (вақт бўйича ўзгармас бўлса), у ҳолда (*) ифодага биноан конденсатордаги ток нолга тенг бўлади. Шунинг учун ўзгармас токда конденсаторнинг қаршилиги чексизга тенг. Конденсатор қисмларидаги кучланиш ўзгартирилганда (орттирилганда ёки камайтирилганда) аҳвол бирмунча бошқача бўлади. Масалан, бошланғич заряди q = 0 бўлган конденсатор С га R қаршилик орқали U кучланиш берилса (2.5-а расм), дастлаб t=0 бўлган пайтда унинг қаршилиги нолга тенг (қутбланишнинг бошланиши) бўлиб, ундан зудлик билан I_0=U_0/R ток ўта бошлайди (2.5-б расм). Бу токнинг миқдори конденсаторга берилган кучланишнинг ва унга кетма-кет уланган R қаршиликнинг қиймати билан аниқланади. q зарядлар конденсатор диэлектригида электр майдон ҳосил қилганлиги



а) 2.5-расм б)

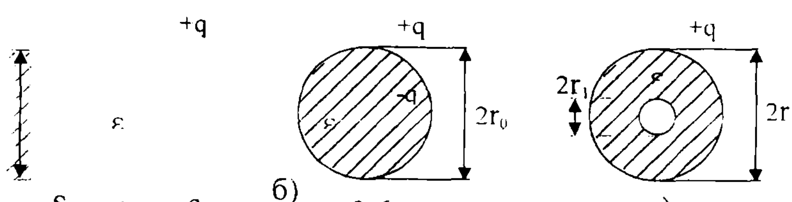
туфайли бу ток (конденсаторнинг заряд токи) вақт ўтиши билан тезда ғойиб бўлади. Конденсатор пластинкалари орасидаги потенциаллар айирмаси U_c =q/C га етганда u_c = U_0 қийматга эришилади, ток тамомила йўқ бўлади. Энди конденсатордан ташқи U_0 кучланишни ажратиш мумкин. У ҳолда конденсаторда йиғилган q заряд назарий жиҳатдан чексиз узоқ вақт сақланади. Агар занжирга U_0 кучланиш уланган ҳолда (2.5-а расм) $U_0' = U_0$ қийматгача камайтирилса, заряд q нинг ва кучланиш $u_c = q/C$ нинг камайиши конденсатордаги электр энергиянинг бир қисмини яна манбага қайтарувчи қарама-қарши йўналишдаги ток (конденсаторнинг зарядсизланиш токи) пайдо бўлади. Ташқи кучланиш узлуксиз равишда орттириб ва камайтириб турилса, сиғим токи ҳам миқдори ва йўналиши бўйича узлуксиз ўзгаради.

Шундай қилиб, конденсаторнинг берилган кучланишга (ёки токка) кўрсатадиган қаршилиги қарама-қарши йўналишдаги зарядсизланиш токининг таъсири билан белгиланади. Бу эса индуктивликда тескари э. ю. к. нинг ҳосил бўлишига айнан ўхшаш (эквивалент) бўлади. Шунга кўра, конденсаторнинг зарядсизланиши ва унинг қопламаларидаги кучланиш сакраб ўзгара олмайди, яъни электр майдонининг пайдо бўлиши ва йўқ бўлиши инерцияли жараён ҳисобланади.

Конденсаторнинг сиғими С асосан унинг геометрик ўлчамларига ва қопламаларининг тузилиши g (пластинка юзаси, шакли ва бошқ.)га ҳамда пластинкалар орасига жойлаштирилган диэлектрикнинг диэлектрик киритувчанлиги ε га боғлиқ, яъни:

$$C = f_3\ (\varepsilon,\ g)$$

Масалан, ясси конденсаторнинг (2.6-а расм) сиғими $C = \frac{\varepsilon \cdot s}{d}$, сферик конденсаторнинг (2.6-б расм) сиғими $C = 4\pi*\varepsilon*r_0$ ва цилиндрик конденсаторнинг (2.6-в расм) сиғими



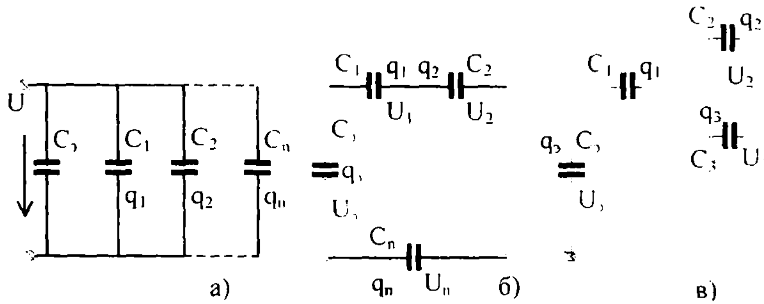
а) б) в)
2.6-расм

$C = \dfrac{2\pi\varepsilon l}{\ln r_2 / r_1}$ ифодалар билан аниқланади.

Агар диэлектрикнинг диэлектрик киритувчанлиги ε ва геометрик ўлчамлари заряд q ўзгариши билан ўзгармаса, у холда C сиғим ўзгармас бўлиб, унинг тавсифи (2.4-в расм) тўғри чизикдан иборат бўлади.

Агар сиғим заряд микдорига боғлиқ бўлса (ε-var), кулон-вольт тавсифи эгри чизикли бўлади (2.4-в расм) (2-тавсиф).

Электр занжир схемаларида айрим C_1, C_2, C_n конденсаторлар (сиғимлар) алохида-алохида ўзаро параллел (2.7-а расм) ҳамда кетма-кет (2.7-б расм) ва аралаш (2.7-в расм) уланади.



2.7-расм

Биринчи холда сиғимлар бир хил кучланишнинг таъсирида бўлиб, бир-бирларидан миқдор жиҳатидан фарқ қилувчи $q_1 = C_1U$, $q_2 = C_2U$,... $q_n = C_nU$ зарядларга эга бўлади. Шунинг учун барча зарядларнинг йиғиндиси $\Sigma q = q_э$ бутун занжирнинг эквивалент сиғими $C_э$ га тўпланади. Демак,

$q_э = q_1 + q_2 + \quad + q_n$ ёки $C_э U = C_1 U + C_2 U + ...C_n U$,

у холда (2.7-арасм) даги занжирнинг эквивалент сиғими:

$C_э = C_1 + C_2 + \quad + C_n$ {**}

Конденсаторлар кетма-кет уланганда бир хил ток (демак, бир хил q заряд) билан зарядланади. Аммо кучланишлар U_1, U_2 ,....,U_n ўзаро фаркли бўлиб, уларнинг йиғиндиси $C_э$ эквивалент сиғимга берилади. Демак,

$$U = u_1 + u_2 + \quad + u_n$$

Ёки

$$\frac{q}{C_э} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} + \quad + \frac{q}{C_n}.$$

2.7-б расмдаги занжирнинг эквивалент сиғими:

$$C = \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{C} \cdots \frac{1}{C}}$$

[**] ва [***]лар ҳисобга олинган ҳолда (2.7-в расм) даги аралаш уланган занжирнинг эквивалент сиғими хусусий ҳолда қуйидагича бўлади:

$$C_э = \frac{C_1(C_2 + C_3)}{C_1 + C_2 + C_3}$$

Юқорида айтилганидек, сиғимнинг ўлчов бирлиги Фарада (Ф)=Кулон (К) Вольт (В) бўлиб, бу жуда катта миқдор ҳисобланади. Аммо амалда ишлатиладиган конденсаторларнинг сиғимлари Фараданинг миллиондан ёки миллиарддан бир улушларини, яъни микрофарада (мкФ) ва пикофарада (пФ)ни ташкил этади:

$$1\ Ф = 10^6\ мкФ = 10^{12}\ пФ.$$

2.3. Мужассам (йиғиқ) ва тарқоқ параметрли занжирлар тўғрисида тушунчалар

Юқорида уч хил конкрет (R, L, ва C) параметрларга эга бўлган электр занжир қурилган эди (2.3-расм). Бу занжир м у ж а с с а м (ё к и й и ғ и қ) п а р а м е т р л и з а н ж и р ҳисобланади, яъни унинг ҳар бир элементи ягона хусусиятга эга деб қабул қилинган. Қаршилик R га сиғим ёки индуктивлик хос эмас, индуктивлик L га эса сиғим ва актив қаршилик хос эмас ва ҳ.к.. Амалда эса элементларни бундай идеал (мукаммал) қилиб кўрсатиш ҳақиқатни назария нуқтаи назаридан бузишга олиб келади. Чунки аслида якка хусусиятли элемент, аниқроғи кўрсатилган параметрли буюм (реостат, индуктив ғалтак ёки конденсатор), тайёрлаб бўлмайди.

Масалан, реостатни олайлик. "У фақат актив қаршиликка эга" деб ҳисоблаб бўлмайди. Чунки унинг симлари цилиндрик юзада ғалтаксимон жойлашган бўлади. Демак, реостат атрофида кучсиз бўлсада магнит майдони ҳосил бўлади. Бу "реостат L_R индуктивликка эга" деганидир. Энди ҳар бир ўрам ёндош ўрамдан ўтказгич бўлмаган восита ёрдамида ажратилганини (изоляцияланганини) ҳисобга олсак, улар ўртасида элементар (жуда кичик бўлган) сиғим C_R пайдо бўлишини инкор этиб бўлмайди. Бундан чиқадики, оддий реостат уччала параметрга ҳам эга экан. Аммо махсус материалдан ясалгани туфайли актив қаршилик шунчалик R параметрга бой бўладики, унинг олдида L_R ва C_R параметрлари ҳисобга олиб бўлмайдиган даражада кичрайиб кетади. Шуни ҳам таъкидлаб ўтиш керакки, реостатнинг L_R ва C_R параметрлари асосан катта (бир неча юз килогерцли) частоталарда сезилади холос.

Шунга ўхшаш: индуктив ғалтак симдан ясалгани учун у R_L актив қаршилигига эга бўлмасдан иложи йўқ. Реостат каби ўрамлараро C_L сиғимдан ҳам озод эмас. Ва ниҳоят диэлектрикдан иборат конденсатор идеал сиғим бўла олмайди. Чунки унда бироз бўлсада ўтказгич токи (эркин электронлар ҳисобига) бўлади. Демак, унда R_c қаршилик, ёки тўғрироғи g_c ўтказувчанлик йўқ эмас. Лекин R_L, C_L ва g_c параметрлар ўта кичик микдорда бўлгани сабабли, улар билан ҳисоблашилмайди.

Мужассам параметрли занжирлар тавсифи кўрсаткич-лари реал электр занжирларга жуда яқин бўлади. Ундан ташқа-ри айрим даражада занжир параметрларини идеаллаштириш мақсадга мувофиқдир. Чунки занжир таҳлилини талайгина соддалаштиради ва шу билан бирга ҳисоблаш аниқлигига кўп таъсир этмайди.

Аммо шундай занжирлар борки, уларнинг параметрларини занжирнинг у ёки бу қисмида жойлашган деб ҳисоблаб бўлмайди. Мисол сифатида электр узатиш ёки телефон линия-... кўрсатиш мумкин (2.8-расм). Линия бир неча километрдан бошлаб, бир неча юз ва ҳатто минглаб километрларга чўзилган бўлиши мумкин. Табиийки, линиянинг бошидаги, манба уланган 1-1 нуқталар орасидаги u кучланиш билан линиянинг охиридаги R_2 қаршиликдаги, яъни 2-2 нуқталар орасидаги $u_2 = R_2 \cdot i$ кучланишни тенглаштириб бўлмайди. Чунки ўртадаги бориш ва қайтиш симларининг қаршилиги нолга тенг эмас. Уларда Δu га тенг кучланиш ҳосил бўлади, яъни u $u_2 = \Delta u$. Лекин 1-1 ва 2-2 оралиғидаги линияда R_2 дан бошқа истеъмолчи уланмаган бўлса ҳам i ва i_2 токлар ўзаро тенг эмас. Сабаби шундаки, линиянинг иккала сими ўзаро яқин жойлашгани туфайли улар ўртасида ҳаво орқали ҳам ўтказувчанлик, ҳам сиғим токлари ўтиб туради. Бу токлар бир неча метр масофасида ҳисобга олишга арзимайдиган миқдорда бўлсада кўп километрли оралиқда йиғилган миқдорда талай бўлиб чиқади. Ундан ташқари ҳар бир токли сим атрофида магнит оқим Ф мавжуд (2.8-а расм). Шу сабабли узун линия атрофидаги магнит майдони сезиларли индуктивлик ташкил этиши равшандир. Шундай қилиб, линия бўйлаб ҳар бир танланган участкада (кичик оралиқда) R_0 ва L_0 тенг қаршилик ва индуктивлик ўрин олган бўлса, унинг ҳар қандай масофадаги ихтиёрий нуқталари (m-n, q-s ва ҳ.к.) орасида ўтказувчанлик i ва сиғим i_C токлари оқиб туради. Шу сабабли бутун линия учун умумий б боғланганлиги тўғрисида аниқ тушунча беришимиз лозим. Мазкур занжир кетма-кет уланганлиги туфайли унинг ҳар қайси элементи учун ягона бўлган i токи ўтади Шунинг учун элементлар чеккаларида (қисмаларида) тўпланган u_R, u_L ва u_C кучланишларни ушбу ток билан боғлаш мақсадга мувофиқдир.

Ом қонунидан фойдаланган ҳолда резистордаги (ёки актив қаршиликдаги) кучланиш қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$u_R = R \quad i$$

У шу элементнинг қаршилигини енгиб ўтиб, ток i ўрнатишга сарф қилинади.

Иккинчи элемент, яъни индуктивлик L параметрига эга индуктив ғалтак. қисмаларида ҳосил бўлган кучланиш u_L ни топишда эса Ом қонунидан бевосита фойдаланиб бўлмайди. Бу кучланиш токни ўзига эмас, балки унинг ўзгариш тезлигига боғлиқдир. Гап шундаки, индуктив ғалтақдан ўтаётган ток унинг атрофидаги магнит майдонининг миқдорини ростлайди, чунки бу майдон ҳосил қилувчи илашган магнит оқими ψ=L i Ток ўзғарган сари галтак қисмаларида

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

қийматга эга э.ю.к ҳосил бўлади. Буни қоплаш учун $u_L = -e = L\frac{di}{dt}$ га тенг ташқи кучланиш талаб этилади. Шундай қилиб, индуктив ғалтакда ҳосил бўладиган кучланиш билан ток ўртасидаги боғланиш қуйидагича ифодаланади:

$$u_l = L\frac{di}{dt} = \frac{d\Psi}{dt} = W\frac{d\Phi}{dt}.$$

Агар ток ғалтак кучланишига боғлиқ бўлса:

$$i = \frac{1}{L}\int_0^t u_L dt + i(0)$$

ёки

$$Li = \Psi = \int_0^t u_L dt + L\cdot i(0) = \int_0^t u_L dt + \Psi_L(0)$$

(бу ерда: (0) ва L i (0)= $\psi_L(0)$ ток ва илашган магнит оқимининг t=0 онидаги қийматлари).

Учинчи элемент, яъни сиғим С параметрига эга бўлган конденсатор қисмаларида ҳосил бўладиган u_c кучланиши ҳам энергия (аниқроғи электр зарядлар энергияси) ўзгариши билан боғлиқдир. Конденсатор токи унинг қобиқлари орасидаги зарядлар ҳаракати тезлиги билан аниқланади, яъни:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}.$$

Шу сабабли конденсаторнинг заряд ва кучланишини тегишлича:

$$q = \int_0^t idt + q(0)$$

ва

$$u_c = \frac{q}{c} = \frac{1}{c}\int_0^t idt + \frac{q(0)}{c} = \frac{1}{c}\int_0^t idt + u\ (0)$$

(бу ерда: q(0) ва u (0) конденсатордаги заряд ва кучланишнинг t=0 ондаги қийматлари) деб ёзамиз.

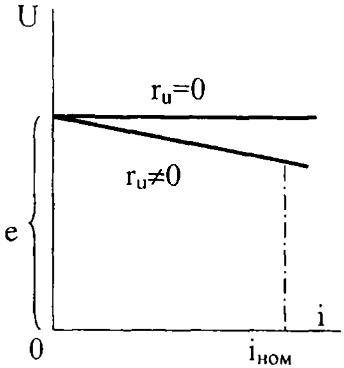
2.5. ЭЮК ва ток манбалари

Электр занжирида ток (токлар) ўтиши учун уни электр энергия манбаига улаш шартдир. Ўз навбатида манба бирор ўзгармас (ёки нисбатан ўзгармас) ички кучланиш (э.ю.к) ёки токка эга бўлиши керак. Шу кўрсаткичларга кўра электр манбалари э.ю.к. ва ток манбаларига бўлинади.

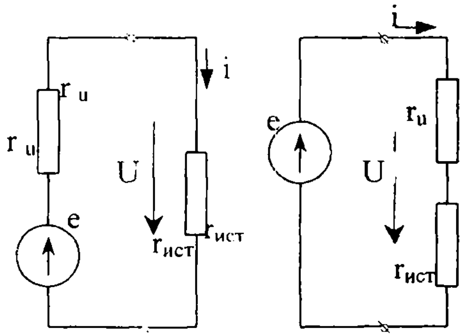
"ЭЮК манбаи" деб шундай манба тушуниладики. ундан энергия истеъмол қилаётган занжирдаги ток қанчалик ўзгармасин, манба қисмларидаги э.ю.к. (кучланиш) ўзгармай (деярли ўзгармай) қолаверади. Занжирнинг кириш қисмидаги токни i ва кучланишни u деб олганда, манбанинг ташқи вольт ампер тавсифи 2.9-расмда кўрсатилгандек бўлади.

Токнинг миқдори нолдан бирор мўлжалланган мувозанат (номинал) $i_н$ қийматигача ўзгарган шароитда кучланиш u деярли ўзгармайди, яъни $u \approx e$ Агар манба ички қаршилиги $r_н$ =0 бўлса, ташқи кучланиш $u = e$ const бўлади: sбу ҳолда э.ю.к. манбаи чексиз қувватга эга электр манбаи ёки идеал э.ю.к манбаи ҳисобланади.

Реал э.ю.к манбаи (яъни $r_{и} \neq 0$) ташқи занжирнинг қаршилиги ягона (эквивалент) $R_{ист}$ (яъни истеъмолчи) қаршилигига тенг деб олинган ҳолатда 2.10- а расмдаги схема



2.9-расм



а) б)

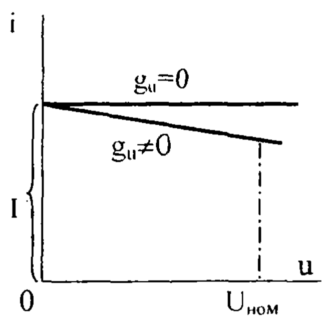
2.10-расм

келтирилган. Истеъмолчи қаршиликдаги ташқи кучланиш $u = e - r_{и} \cdot i = R_{ист} \cdot i$ Манбанинг ички қаршилиги $r_{и}$ ни истеъмолчи қаршилиги R билан бирлаштирсак шартли идеал э.ю.к. манбаи чиқади (2.10-б расм):

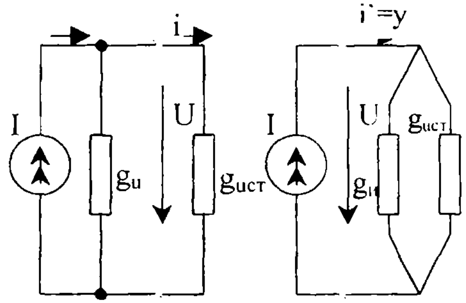
$$U' = (R_{ист} + r_{и})\, i = e$$

Ток манбаи деб шундай манба тушуниладики, унга уланган истеъмолчининг қаршилиги $R_{ист}$, ёки ўтказувчанлиги $q_{ист}$, қанчалик ўзгармасин манбадан чиқаётган ток i ўзгармай (деярли ўзгармай) қолаверади, яъни $i = \text{const}$.

Манбанинг ички ўтказувчанлиги нолга тенг бўлиш ёки бўлмаслигига боғлиқ ташқи ампер-вольт тавсифи 2.11-расмда келтирилган. Ток манбаининг ички қаршилиги деярли чексиз бўлади, яъни $R_{и} = \infty$. ёки унинг ички ўтказувчанлиги $g_{и} = 1/R_{и} \cong 0$. Шунинг учун ҳам истеъмолчи қисмаларида ҳосил бўлган кучланиш $U = I/g_{ист}$ катта диапазонда ўзгариши мумкин ва унинг номинал қиймати шу истеъмолчининг қаршилигига боғликдир, яъни $U_{ном} = R_{ист}$ I. Агар ток манбаининг ички ўтказувчанлиги g =0 бўлса, ташки занжирдаги тўла ток манба токига тенг бўлади (i = I = const) ва бундай манба идеал т о к м а н б а и хисобланади. Агар манбанинг ички ўтказувчанлиги нолдан фарк килса ($g_u \neq 0$), истеъмолчига бораётган ток i манба токидан кичикрок бўлади (i < I). Бу тарздаги манба ва истеъмолчи уланиши 2.12- а расмда кўрсатилган. Истеъмолчи каршилигининг кисмаларида хосил бўлган кучланиш $U = I \ (g_u + g_{ист})$ бўлади, яъни идеал манбаникидан фарк килади (идеал манба учун $U=I{:}g_{ист}$). Келтирилган схемадаги реал ток манбаини идеаллаштирмокчи бўлсак, унинг ички ўтказувчанлигини истеъмолчи ўтказувчанлиги билан бирлаштиришимиз керак бўлади (2.12-б расм). Энди умумий ток i'=I= const гўё идеал манбадан чикаётган бўлиб туюлади. Реал ток манбаи шартли идеал ток манбаига айланади.



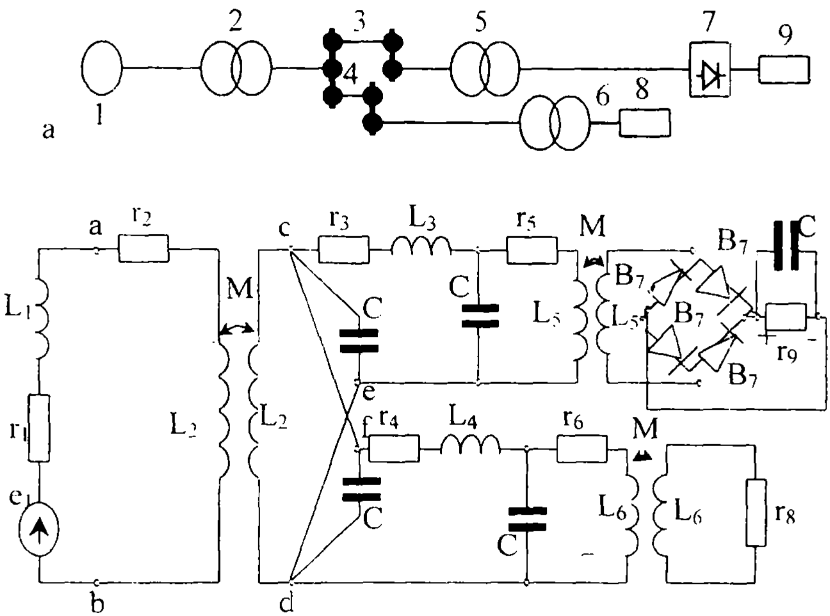
2.11-расм



2.12-расм

2.6. Электр занжир схемалари (шакллари)

Электр занжирларини хисоб-китоб чизма воситаларида график тасвирлаш маъносида схемалар, ёки шартли белгилардан иборат шакллар билан ифодалаш одатга кирган. Кискача килиб айтганда, хар кандай занжир маълум бир схема ёрдамида ифодаланади. Ўз навбатида, хар кандай схема иккита асосий кўринишда тузилиши мумкин, яъни ягона таркибли электр занжир хам структуравий, хам элементли схемаларга эга бўлиши мумкин. Мисол учун 2.13-а ва б расмдаги схемаларни кўриб чиқайлик. Юқоридаги 2.13-а расмдаги структуравий схемада занжирнинг айрим ташкил этувчилари қисмалари (функционал элементлари) рақамлар билан белгиланган: 1



б) 2.13-расм

ўзгарувчан ток (э.ю.к.) генератори, 2- кучланишни ўзгартирувчи (кўтарувчи) трансформатор, 3 ва 4-электр узатувчи линиялар, 5 ва 6 кучланишни пасайтирувчи трансформаторлар, 7 ярим-ўтказгичли тўғрилагич, 8- ва 9 юклама қаршиликлар (энергия истеъмолчилари). Занжирнинг мазкур кўринишидан унинг тузилиши ва бажарадиган вазифаларини аниқлаш мумкин. Аммо ундаги электромагнит ҳодисаларга миқдорий баҳо бериб бўлмайди, яъни бошқача қилиб айтганда, ундаги ток ва кучланишларни ҳисоб-китоб қилиб бўлмайди. Бунга сабаб занжирнинг параметрлари (R,L,C) ва ўзаро жойлашиш тартиблари бу тоифадаги схемада ноаниқ бўлиб қолган. Занжирдаги электромагнит ҳодисаларни таҳлил қилиш учун, ундаги токлар ва кучланишларни ҳисоблаш учун занжир ташкил этган элементларни конкрет параметрларга эга бўлган қаршилик индуктивлик ва сиғимларга алмаштириш лозимдир.

Натижада ҳосил бўлган схема (2.13-б расм) алмашинув ёки эквивалент схема деб аталади.

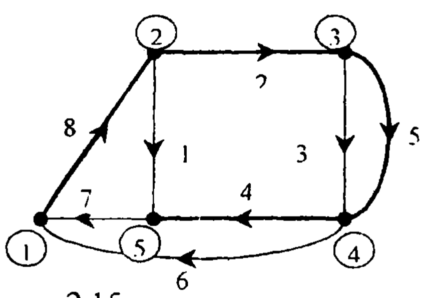
Эквивалент схемадаги элементлар параметрлари қуйидаги қонун-қоидаларга (принципларга) асосланиб топилган ва тузилган. Генератор 1 ўрнига э.ю.к. манбаи e_1 ўзининг ички актив қаршилиги r_1 ва индуктивлиги L_1 билан биргаликда олинган. Трансформатор 2 авсd нуқталари орасида жойлашган тўртқутблик шаклида кўрсатилган ва унинг асосий параметрлари сифатида актив қаршилик r_2, бирламчи чулғамининг индуктивлиги L_{21}, иккиламчи чулгам индуктивлиги L_{22} ва улар орасидаги магнит боғланиш кўрсаткичи M_2 (ўзаро индуктив лик) келтирилган. Электр узатиш линиялари (3 ва 4) тегишлича "се" ва "fd" нуқталари орасида жойлашган бўлиб, эквивалент параметрлар r_3, L_3, C_3 ва r_4, L_4, C_4 ёрдамида ифодаланган. Трансформатор 5 ва 6 тегишлича r_5 , L_{51} M_5 ва r_6 , L_{61} , M_{62} параметрларга алмаштирилган бўлиб, бири тўғрилагич "кўприги" B_{71} B_{72}, B_{73}, B_{74} (вентиллар) орқали R_9 C_9 юкламага (истеъмолчига), иккинчиси бевосита истеъмолчи қаршилиги R_8 га уланган ҳолда кўрсатилган.

Схемани 2.13-б расмда келтирилган шаклда олишдан мақсад берилган параметрлардан фойдаланиб, маълум катталикдаги э.ю.к. манбаи таъсирида берилган занжирнинг ҳамма элементларида ҳосил бўлган ток ва кучланишларни аниқлашдир. Жумладан, асосий аниқланувчи токлар сифатида R_8 ва R_9 қаршиликлардан ўтаётган токлар ҳисобланади. Шуни ҳам таъкидлаб ўтиш лозимки, B_{71} B_{74} белгили вентиллар эгри чизиқли вольт-ампер тавсифларга эга бўлади. Улардан ўтган ток ўзгарувчандан ўзгармасга айланади ва шу сабабли ночизиқли тенгламалар ёрдамида аниқланади. Бу масалага тегишли назария китобнинг махсус бобида келтирилган.

Электр занжирини умумий таҳлил этиш масалаларига ўтадиган бўлсак, унинг хамма тузилиш белгилари ва хусусиятларини батафсил қараб чиқишимиз лозимдир. Шу мақсадда

2.14-расмда кўрсатилган кўп манбали ва кўп элементли ихтиёрий занжирни кўриб чиқайлик. Мазкур мураккаб шаклли занжир учта энергия манбаи (е е ва I) ва ўн учта R, L ва C параметрларга эга элементлардан ташкил топган. Занжирнинг ҳар бир участкасида (қисмида) унинг ўзига хос миқдорда ток ўтади ва тегишлича кучланишлар ҳосил бўлади. Занжирнинг ток ўтказаётган йўлларининг бир-бири билан боғланган, биҳам худди шундайдир). Шу нуқтаи назардан қараганда схемаларнинг элементларини акс этмаган ҳолда, фақат тугун ва тармоқларни белгилаш йўли билан ифодалаш усулини кўриб чиқиш мақсадга мувофиқдир. Бундай топологик усул электр схемаларни графлаш усулига қарашлидир. Схеманинг мазкур кўриниши – унинг графи деб аталади. 2.15-расмда 2.14-расмдаги мураккаб занжирнинг графи келтирилган. Топлогик схемада энг аввал кўзга ташланадиган хусусият – э.ю.к. ва ток манбалари мутлақо кўрсатилмайди. Ундан ташқари, ток манбаи жойлашган тармоқнинг ўтказувчанлиги нолга тенг бўлганлиги туфайли, тармоқнинг ўзи ҳам график тасвирда келтирилмайди. Оддий схемага ўхшаш бу ерда ҳам тугун ва граф тармоқлари деб аталади. Фақат схема графида тугунлар айлана ичида олинган рақамлар билан белгиланади 2.15-расмда 2.14-расмдаги a, b, c, d ва e тугунлар ўрнига тегишлича 1, 2, 3, 4 ва 5 келтирилган. Улар ораларидаги тармоқлар тўғри ёки эгри чизиқлар билан кўрсатилган – булар туфайли граф боғланган деб ҳисобланади. Агар схема графи тузилаётганда тармоқлардаги ток ва э.ю.к. лар йўналиши маълум бўлса, у ҳолда граф йўналишли деб аталади.

Ўз навбатида граф ёрдамида тасвирланган схемаларда тармоқлар оддий рақамлар билан белгиланади: 1, 2 ..., 8 (2.15-расм). Ҳар қандай графнинг дарахти, яъни ҳамма тугунларни ўзаро боғловчи чизиқлар йиғиндиси бўлади. Схема графининг дарахти қалинроқ чизиқ билан белгиланади. Кўриниб турибдики, граф дарахти бошқача шаклда, масалан, 7, 1, 2 ва 3, ёки 8, 2, 7 ва 4 тармоқлар ёрдамида ҳам тузилиши мумкин эди. Дарахт таркибига кирмай қолган тармоқлар – граф алоқалари деб аталади.



2.15-расм

Агар граф "p" та тармоқ ва "q" та тугунга эга бўлса, унинг дарахти (q-1) тармоқ ҳисобига тузилган бўлади, алоқалар сони n=p-(q-1) га тенг бўлади.

2.8. Электр схемадаги уланишлар матрицаси

Энди юқорида қурилган ва 2.14-расмда тасвирланган электр занжири элементларининг ўзаро уланиши ва боғланишига математик сиймо бериб кўрайлик.

Жадвал

	1	2	3	4	5	6	7	8
						-1	-1	+1
	+1	+1						-1
		-1	+1		+1			
			-1	+1	-1	+1		
	-1			-1			+1	

Яъни ундаги элементларнинг параметрларидан қатъи назар, занжирдаги (схемадаги) боғланишлар тартибига эътибор берайлик. Шундай жадвал тузайликки, унинг қаторлар сони графли схеманинг тугунлар сонига, устунлар сони эса схема графининг тармоқлар сонига тенг бўлсин. Қаторлар ва устунларни тегишлича тугунлар ва тармоқлар тартиб сонлари билан белгилаймиз.

Тугунлар ва тармоқлар сонидан қатъи назар, жадвалнинг ихтиёрий катакчаси "j" қаторда ва "k" устун бўйлаб жойлашган бўлса (jk) деб хисобланади. Шу ихтиёрий катакчага агар, "j" тугун билан "k' тармоқ боғланган бўлса [+1], ёки [-1] рақамини қўямиз. Шу билан бирга қуйидаги қоидага риоя қиламиз: агар тармоқ алоқа белгиси (йўналиши) j тугундан ташқарига қараган бўлса, [+1]; тугун томонга қараган бўлса [-1] олинади. Агар "j" тугун "k" тармоқ билан алоқадор бўлмаса, тегишли катакча бўш қолиши лозим (масалан, жадвалимизда [14], [25], [38] ва ҳ.к. катаклар).

$$A = \left\| a_{jk} \right\| = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \end{matrix} \right\| =$$

=

	1	2		4	5	6	7	8
1						-1	-1	1
2	1	1						-1
3		-1	1		1			
4			-1	1	-1	1		

$q-1=4$ та катор

P=8 та устун

Қоидалар ичига шу ҳам кирадики, жадвалнинг ҳар бир устунида фақатгина иккита катак тўлдирилган бўлади. Шу туфайли мазкур жадвалдан матрица маъносида фойдаланиш мумкин.

Уланишлар матрицаси сифатида шундай тўғрибурчак матрица олиниши керакки, унинг қаторлар сони схемадаги тугунлар сонидан биттага кам бўлиб, устунлар сони тармоқлар сонига тенг бўлсин. Матрица элементлари тегишлича: агар тугун тармоқ билан боғланмаган бўлса, нолга тенг, плюс бирга тенг; агар боғланган ҳолда тармоқ йўналиши тугундан чиққан бўлса; йўналиши тугунга қараган бўлса, минус бирга тенг. Ушбу шарт-шароитлар бажарилган ҳолда 2.15-расм графи учун қуйидаги матрица тузилиши мумкин:

Юқорида келтирилган мисолдаги матрица тартиби (q-1) p=$4\cdot 8$ га тенг (бу кўпайтма шартлидир, яъни матрица тартиби $4\cdot 8$ =32 эмас). Ниҳоят мазкур матрицани тескари ўгирилган (ағдарилган) шаклини кўриб чиқайлик: бу тузилишда қаторлар ва устунлар жой алмашади (русча т р а н с п о н и р о в а н и е м а т р и ц ы). 2.15-расмдаги граф агдарилган матрица:

$$A' = \left\|a_{jk}\right\|' = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{Vmatrix} =$$

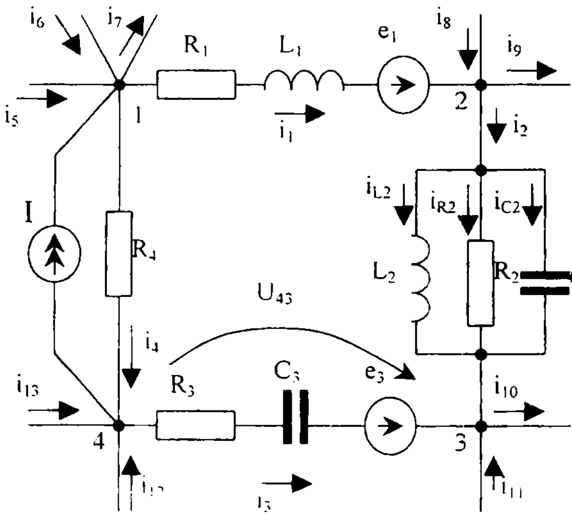
	1	2		4
1		1		
2		1	-1	
3			1	-1
4				4
5			1	-1
6	-1			1
7	-1			
8	1	-1		

шаклда ту:илган бўлиши керак.

2.9. Электр занжирларига оид қонунлар

Электр занжирининг ҳар бир қисми (элементи, тармоғи, участкаси) учун иккита электромагнит тавсиф (ёки кўрсаткич) ток ва кучланишнинг мавжудлигидир. Агар "биринчи кўрсаткич (яъни ток) занжирдаги электр зарядларнинг мувозанатини акс эттиради" десак; иккинчиси (яъни, кучланиш) занжирнинг айрим элементларидаги энергия айланиш суръатининг тавсифи ҳисобланади. Ўз навбатида иккала кўрсаткич ҳам занжирга уланган энергия манбалари кучига ва занжир элементларининг параметрларига боғлиқ бўлади. Шу қонуниятларнинг миқдорий муносабатларини намойиш қилишда Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қонунлари қўлланилади.

Кирхгофнинг биринчи қонуни токнинг узлуксизлигини акс эттирган бўлиб (1.10), занжирнинг ҳар қандай тугунидаги барча токларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенглигини бил-



2.16-расм

диради. Мисол сифатида 2.16-расмда кўрсатилган мураккаб электр занжирининг 1,2,3 ва 4 тугунлари орасида жойлашган бирор контурни кўриб чиқайлик. Унга 8 та пассив R,L ва C элементлар, 2 та э.ю.к. ва 1 ток манбаи кирган. Занжирнинг ички (яъни элементлари аниқ кўрсатилган) қисмида i i i i_4 ва I токлар оқаётганини таъкидласак, унинг ташқи тармоқларида i_5, i_6, i_{13} токлар оқишини ҳисобга олишимиз лозимдир.

Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан тўртта тугун учун қуйидаги тенгламаларни ёзиш мумкин:

$I \quad i_1 \quad i_4 + i_5 + i_6 \quad i_7 = 0$ (1-тугун учун

$i_1 \quad i_2 + i_8 \quad i_9 = 0$ (2-тугун учун)

$i_2 + i_3 \quad i_{10} + i_{11} = 0$ (3-тугун учун)

$-I + i_4 + i_{12} + i_{13} = 0$ (4-тугун учун)

Иккинчи тармоқдаги i_2 токни, ўз навбатида, учта параллел уланган тармоқлардаги i_{L2} i_{R2} ва i_{C2} токлардан ҳосил бўлганини ҳисобга олсак, Кирхгофнинг биринчи қонунини яна бир марта ишлатсак бўлади, яъни:

$i_2 - i_{L2} - i_{R2} \quad i_{C2} = 0$, ёки $i_{L2} + i_{R2} + i_{C2} = i_2$

Шундай қилиб, тугунга боғланган тармоқлар сонидан қатъий назар, токларнинг алгеб-раик йиғиндиси ҳамма вақт ва ҳар бир онда нолга тенг бўлади, яъни

$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$ (бу ерда: k тармоқ сони тартиби, n тармоқлар сони).

Кирхгофнинг иккинчи қонуни электр токлари ўтаётган ихтиёрий контурда ҳосил бўлган кучланишларнинг алгебраик йиғиндиси ўша контурда жойлашган э.ю.к. лар йиғиндисига те нглигини кўрсатади. 2.16-расмдаги мураккаб занжирнинг 1,2,3 ва 4 тугунлари орасида жойлашган контур учун Кирхгофнинг бу қонунига оид қуйидаги мувозанат тенгламасини тузиш мумкин:

$$R_1 i_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_{L2}}{dt} - R_3 i_3 - \frac{1}{C_3}\int_0^t i_3 dt - R_4 i_4 = e_1 - e_3 \qquad (*)$$

(Тенгламани тузишда контурни соат милига мос айланишига нисбатан олинган кучланишлар келтирилган).

Асосий тенглама (*) га қўшимча 2 ва 3- тугунлар орасидаги параллел уланган R_2 L_2 ва C_2 элементлар учун ягона бўлган кучланиш U учун қуйидагини келтириш мумкин:

$$u_{23} = R_2 i_{R2} = L_2 \frac{di_{L2}}{dt} = \frac{1}{C_2}\int_0^t i_{c2}dt \qquad (**)$$

Аммо шуни ҳам айтиб ўтиш зарурки, Кирхгофнинг иккинчи қонунига оид тенглама тузиш учун танланган контур фақатгина ток ўтган йўллар орқали беркитилган бўлиши шарт эмас. Масалан, 2-16-расмдаги 3 ва 4-тугунлар орасидаги кучланишни

$$u_{43} = \widetilde{u}_3 = u_3 - e_3 = R_3 i_3 + \frac{1}{C_3}\int_0^t i_3 dt - e_3$$

шаклда кўрсатсак ва уни 4- тугундан 3- тугунга йўналган деб олсак, мазкур контурнинг ташқи қисми занжирнинг қайси элементларини айланиб ўтганининг ҳеч қандай аҳамияти йўқ. Ундан ташқари тармоқнинг йиғинди кучланишини $\widetilde{u}_3 = u_3 - e_3$ тарзда, яъни ундаги э.ю.к. ни ичига олиб, ёзилиши граф усулини ишлатишда жуда қўл келади.

Шундай қилиб, ҳар қандай мураккаб занжирнинг ихтиёрий танланган контури учун Кирхгофнинг иккинчи қонуни

$$\sum_{k=1}^{k=n} u_k = \sum_{k=1}^{k=n} e_k$$

тарзда ёзилиши лозим бўлса, шу ифодананинг ўзини граф усулига мослаганда,

$$\sum_{k=1}^{p} \widetilde{u}_k = 0$$

(бу ерда р тармоқлар сони) шаклда келтириш мумкин, чунки ҳар қандай тартибга эга "к"- тармоқни U_k кучланишда унининг таркибидаги э.ю.к. лар ҳисобга олинган бўлади.

Худди шунга ўхшаш, танланган тармоқ ток манбаи I_k билан параллел уланган бўлса, граф усулида таҳлил олиб борилаётганда тармоқдаги ток $i_4 = i_k + I_k$ бўлади ва унга нисбатан Кирхгофнинг биринчи қонуни қуйидагича тузилади:

$$\sum_{k=1}^{p} i_k = 0$$

Масалан, 2.16-расмдаги занжирнинг 4- тармоғи учун граф токи $\widetilde{i}_4 = (i_4 - I)$ га тенг бўлади.

2.10. Занжир токларининг тугун тенгламалари (граф-схемалари асосида)

Энди юқорида келтирилган ва граф-схемалар учун мослан-ган Кирхгофнинг биринчи қонуни асосида 2.14-расмдаги за-нжир токларининг матрицасини тузайлик.

Занжирда q=5 та тугун бор. Аммо улар учун q 1=4 та мустақил тенглама тузиш мумкин. Чунки ҳар қандай бешинчи тенглама олдинги тўрттадан келиб чиққан бўлади. Ундан та-шқари, ҳар қандай "к"- тармоқдаги i_k ток, "к"- тугунлар орасида жойлашган бўлса, у тугунларнинг биридан чиқиб, ик-кинчисига кириб кетаётган бўлади. Умумий ҳолатда ихтиёрий тармоқ токи $a_{jk}\tilde{i}_k = \pm\tilde{i}_k$ тарзда ёзилиши лозим бўлади (бу ерда: α_{jk} = ±1, ёки 0; агар танланган тугунга тасодифий олинган тармоқ токи алоқадор бўлмаса). Мазкур шартлар бажарилган ҳолда Кирхгофнинг биринчи қонуни қуйидагича таърифланади:

$$\sum_{k=1}^{p} a_{jk}\tilde{i}_k = 0 \qquad \text{(бу ерда j=1,2...., (q=1)}$$

Яна бир марта эслатамизки, "к"- тармоқдаги ток i тегиш-лича "j"- тугундан чиқаётган бўлса a_{jk} =1, унга кираётган бўлса -a =-1, ва ниҳоят мазкур тугунга алоқадор бўлмаса a =0 бўлади. Мисол учун 2.14-расмдаги занжир учун ёки унинг 2.15-расмдаги граф схемаси учун қуйидагилар мансубдир:

1-тугун учун $-\tilde{i}_6 - \tilde{i}_7 + \tilde{i}_8 = 0$ $a_{10} = -1$, $a_{17} = -1, a_{18} = 1$

2-тугун учун $\tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 + \tilde{i}_8 = 0$ $a_{21} = 1$, $a_{22} = -1$, $a_{28} = 1$

3-тугун учун $-\tilde{i}_2 + \tilde{i}_3 + \tilde{i}_5 = 0$ $a_{32} = -1$, $a_{33} = -1$, $a_{35} = 1$

4-тугун учун $-\tilde{i}_6 - \tilde{i}_3 - \tilde{i}_5 + \tilde{i}_6 = 0$ $a_{43} = -1$, $a_{46} = 1, a_{45} = -1$ $a_{46} = 1$

Мазкур қоидалар 2-8 да келтирилган матрица тузиш қоидаларига мос бўлгани туфайли граф-схема учун ҳам токларни бир устунли матрица шаклида "Р" қаторга ёйиб кўрсатишимиз мумкин:

$$\tilde{i} = \left\| \tilde{i}_k \right\| = \left| \begin{matrix} \tilde{i}_1 \\ - \quad \tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_p \end{matrix} \right| \qquad (k=1,2,...p)$$

Бундай устунсимон матрицанинг тартиби (Px1) деб ҳисобланса, у р ў л ч а м л и в е к т о р деб ҳам аталади. Ушбу матрицанинг ҳар бир қатори учун номери тегишли тугун номерига тўғри келган ва Кирхгофнинг биринчи қонунига оид тузилган тенглама коэффициентларидан тузилгандир.

Бошқача айтганда, ихтиёрий тугун учун тузиладиган т у г у н т е н г л а м а с и матрицавий кўпайтма шаклида қуйидагича бўлади:

$$j\left[a_{j1}\right]\left[a_{j2}\right]\left[\;\right]\left[a_{jp}\right]\otimes\begin{bmatrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \\ \tilde{i}_p \end{bmatrix} = a_{j1}\tilde{i}_1 + \ldots + a_{jk}\tilde{i}_k + \ldots + a_{jp}i_p = \sum a_{jk}\tilde{i}_k = 0$$

Агар тугунлар сони q бўлса, бундай тенгламалардан (q-1) та тузишга тўғри келади, яъни қаторлар сони (q-1) га тенг бўлади. 2.15-расмда келтирилган граф-схема учун қуйидаги матрицани тузиш мумкин: $A\tilde{i} = 0$, ёки

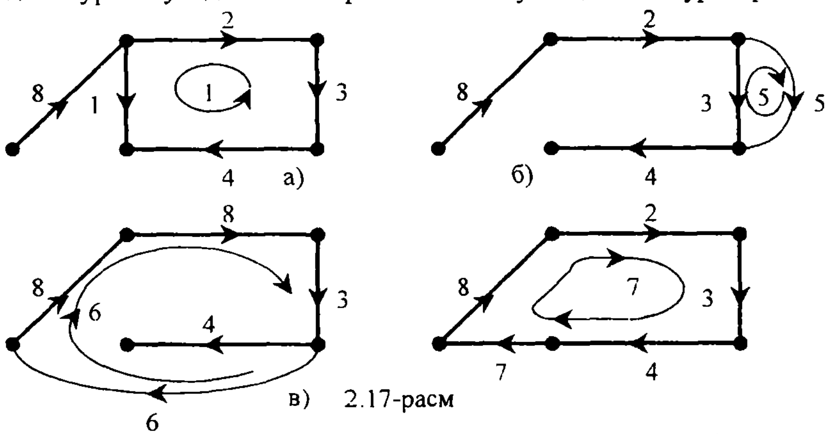
$$A\tilde{i} = \begin{array}{c|cccccccc|} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & & & & & & -1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & & & & & & -1 \\ 3 & & -1 & 1 & & 1 & & & \\ 4 & & & -1 & -1 & -1 & & & \end{array} \times \left| \begin{matrix} \tilde{i}_1 \\ \tilde{i}_2 \\ \tilde{i}_3 \\ \tilde{i}_4 \\ \tilde{i}_5 \\ \tilde{i}_6 \\ \tilde{i}_7 \\ \tilde{i}_8 \end{matrix} \right| = \left| \begin{matrix} -\tilde{i}_6 - \tilde{i}_7 + \tilde{i}_8 \\ \tilde{i}_1 + \tilde{i}_2 - \tilde{i}_8 \\ -\tilde{i}_2 + \tilde{i}_3 + \tilde{i}_5 \\ -\tilde{i}_3 + \tilde{i}_4 + \tilde{i}_6 - \tilde{i}_5 \end{matrix} \right| = \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right| = 0$$

Охирги тенгламанинг ҳар бир қатори тегишли тугун учун Кирхгофнинг биринчи қонунини акс эттиради.

2.11. Занжир граф-схемасининг контур тенгламалари. Контурлар матрицаси

Ҳар қандай мураккаб занжир учун унинг қаторларига ўрнатилгаи кучланишларга оид Кирхгофнинг иккинчи қонунини қўллар эканмиз, • занжирдаги мувозанат тўғри акс этилиши учун тузилган тенгламалар ўзаро мустақил бўлиши керак. Бу эса, ўз навбатида, танланган контурларнинг ўзаро мустақил бўлишини талаб қилади. Маълумки, бундай талабни бажариш учун танланган контурлар ҳеч бўлмаганда ўзаро битта янги тармоққа фарқланиши шарт. Иккинчи томондан, биз яхши биламизки, таҳлилга керак тенгламалар сони номаълум токлар сонига, яъни тармоқлар сонига тенг бўлиши керак. Агар занжирнинг тугунлар сони q ва тармоқлар сони p бўлса, Кирхгофнинг биринчи қонуни асосида (q 1) тенглама, иккинчи қонуни асосида эса [p -(q 1)] тенглама тузилади.Юқорида айтиб ўтилган фикрга кўра, мазкур масала занжирнинг граф-схемасига нисбатан жуда осон ечилади. Ҳақиқатдан шундай эканлиги 2.14-расмдаги занжирнинг 2.15-расмдаги графсхемасидан кўриниб турибди: графнинг дарахти қандай тузилган бўлмасин, у очиқ контур бўлиб қолаверади. Демак, бу дарахтнинг (ёки унинг тармоқлар қисмини) бирор граф алоқа тармоғи билан беркитса, дарҳол мустақил контур ташкил топади.

Буни 2.17-расмда келтирилган мустақил графли контурлардан кўрса бўлади. 2.17-а расм 1-нчи мустақил контур дарахти-



2.17-расм

нинг 2,3 ва 4- тармоқларига 1-граф алоқа тармоғи қўшилиши натижасида ҳосил бўлган; расм 2.17,б 5- мустақил контур дарахтининг 3-тармоғи ва графнинг 5- алоқа тармоги ўртасида ҳосил бўлган; 2.17-в расмдаги 6- мустақил контур дарахтининг 8,2 ва 3- тармоқларини 6- алоқа тармоғи билан беркитиш натижасида ва 2.17-г расмдаги 7- мустақил контур тўла дарахтга 7-алоқа тармоқ қўшилиши натижасида ҳосил бўлган.

Шундай қилиб, биз кўриб чиқаётган занжир учун (2.14-расм) n = p (q 1) = 8 (5 1) = 4 та мустақил контурга нисбатан Кирхгофнинг иккинчи қонуни асосида тенгламалар тузиш мумкин. Энди граф-схемалар учун контур тенгламалар тузайлик. Бу тенгламалар 1,5,6 ва 7- контурларга тегишлидир. Танланган контур ичига кирган ихтиёрий "к"- тармоқнинг кучланишини u_k деб оламиз ва унинг ишорасини айланиш йўналишига боглаймиз. Мазкур йўналиш эса алоқа тармоқнинг йўналишига мос келади, яъни ихтиёрий тармоқ кучланиши $b_{sk}\widetilde{u}_k = \pm\widetilde{u}_k$ тарзда ёзилиши лозим бўлади (бу ерда b_{sk} = 1, ёки 0; агар "к"- тармоқ "s"- контурга кирмаса). Натижада, Кирхгофнинг иккинчи қонуни граф-схема учун

$$\sum_{k=1}^{p} b_{sk}\widetilde{u}_k = 0, \qquad s=q\div p$$

шаклида ёзилади. Масалан, 1- контур учун (2.17-а расм)

$$\widetilde{u}_1 - \widetilde{u}_2 - \widetilde{u}_3 - \widetilde{u}_4 = 0;\ b_{11} = 1, b_{12} = -1, b_{13} = -1, \qquad b_{114} = -1.$$

Бешинчи контур учун (2.17-б расм):

$$-\widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_5 = 0; \qquad b_{53} = -1,\ b_{55} = 1,$$

Олтинчи контур учун (2.17-в расм)

$$\widetilde{u}_2 + \widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_4 + \widetilde{u}_6 + \widetilde{u}_8 = 0; \qquad b_{62} = 1, \qquad b_{63} = 1, \qquad b_{64} = 1,$$
$$b_{66} = 1,\ b_{68} = 1,$$

Еттинчи контур учун (2.17-г расм):

$$\widetilde{u}_2 + \widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_4 + \widetilde{u}_7 + \widetilde{u}_8 = 0; \qquad b_{72} = 1, \qquad b_{73} = 1,$$
$$b_{74} = 1, \qquad b_{77} = 1, \qquad b_{78} = 1,$$

Энди коэффициентлардан шундай жадвал-матрица B тузамизки, унинг қаторлар сони мустақил контурлар сонига, устунлар сони эса тармоқлар сонига тенг бўлади. Жадвал катакларидаги сонлар +1,-1 ва 0 бўлиши мумкин: биринчи ҳолда "к"- тармоқдаги йўналиш "s"- контур йўналишига мос, иккинчи ҳолда улар бир-бирига тескари ва учинчи ҳолда "к"- тармоқ"s"- контурга кирмаган бўлади.

Бундай матрица **к о н т у р л а р м а т р и ц а с и** деб аталади.

Агар тармоқлардаги кучланишларни бир устун ва “Р“ қатордан иборат матрица шаклида ифодаламоқчи бўлсак, унда

$$\left\| u_k \right\| = \begin{vmatrix} \widetilde{u}_1 \\ \widetilde{u}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \widetilde{u}_p \end{vmatrix} \qquad (k=1,2,\ldots\ p)$$

шаклли матрицанинг тартиби (px1) деб ҳисобланади. Шундай қилиб, ихтиёрий контур (қатор) учун тузиладиган контур тенгламаси матрицавий кўпайтма шаклида қуйидагидек бўлади:

$$s\left[b_{s1}\right]\left\|b_{s2}\right\| \ \left\|b_{sp}\right| * \begin{vmatrix} \widetilde{u}_1 \\ \widetilde{u}_k \\ \widetilde{u}_p \end{vmatrix} = b_{s1}\widetilde{u}_1 + b_{s2}\widetilde{u}_2 + \ldots + b_{sp}\widetilde{u}_p = \sum_{k=1}^{p} b_{sk}\widetilde{u}_k = 0$$

вектор катор (Px1) вектор-устун (Px1) матрица (1x1).

Мазкур тенглама ихтиёрий мураккабликка эга бўлган граф-схема учун алоқали структурали матрица тузишда ишлатилиши мумкин.

Натижавий матрица умумий ҳолда B_{ii} кўринишда ёзилади. 2.14-расмдаги схема учун қуйидагича ифодаланади:

$$B\widetilde{u} = \begin{array}{c|cccccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & & & & \\ 5 & & & -1 & & 1 & & & \\ 6 & & 1 & 1 & 1 & & 1 & & 1 \\ 7 & & 1 & 1 & 1 & & & 1 & 1 \end{array} \times \begin{array}{c} \widetilde{u}_1 \\ \widetilde{u}_2 \\ \widetilde{u}_3 \\ \widetilde{u}_4 \\ \widetilde{u}_5 \\ \widetilde{u}_6 \\ \widetilde{u}_7 \\ \widetilde{u}_8 \end{array} = \begin{array}{c} \widetilde{u}_1 - \widetilde{u}_2 - \widetilde{u}_3 - \widetilde{u}_4 = 0 \\ -\widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_5 = 0 \\ \widetilde{u}_2 + \widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_4 + \widetilde{u}_6 + \widetilde{u}_8 = 0 \\ \widetilde{u}_2 + \widetilde{u}_3 + \widetilde{u}_4 + \widetilde{u}_7 + \widetilde{u}_8 = 0 \end{array} = \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} = 0$$

Бу ердаги $b\widetilde{u}$ матрица кўпайтмасининг ҳар бир қатори тегишли контурнинг Кирхгофнинг иккинчи қонуни асосида ёзилган тенгламасини акс эттиради. Яна бир марта шуни эслатиб ўтамизки, занжирдаги э.ю.к ларни тегишли тармоқнинг умумий кучланиши ўз ичига олган: $\widetilde{u}_k = u_k - e_k$

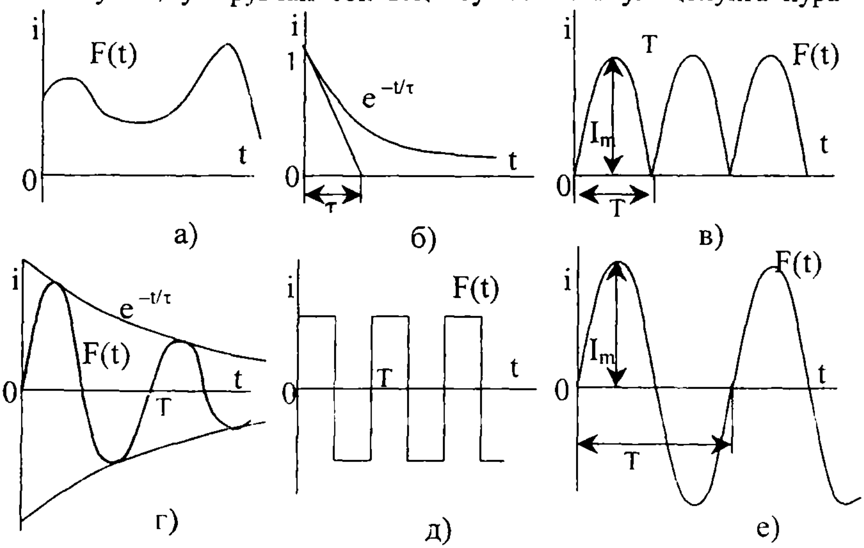
II ҚИСМ.
ЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР НАЗАРИЯСИ

III БОБ
БИР ФАЗАЛИ СИНУСОИДАЛ ЎЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИ

3.1. Синусоидал ўзгарувчан электр юритувчи куч ва токлар

Амалда электромагнит энергияни бир турдан бошқа турга айлантиришнинг барча физик жараёнлари ҳозирги замон электротехникасининг (электр машиналар, электроника, радиотехника, алоқа, электроавтоматика, ярим ўтказгичлар, ҳисоблаш техникаси ва бошқалар) асосини ташкил этади; яъни э.ю.к., кучланиш, ток ва бошқа электромагнит миқдорларнинг вақт бўйича ўзгариши билан боғлиқ бўлади. Бундай миқдорларни ўзгарувчан токнинг асосий тушунчалари билан умумлаштириб, ўзгарувчан ток қонуниятлари шунга ўхшаш ўзгарувчан миқдорларга ҳам тааллуқли эканлигини айтиб ўтамиз.

Умуман, ўзгарувчан ток вақт бўйича маълум қонунга кура



3.1-расм

ўзгаради, яъни токнинг микдори вақтнинг функциясидир:

$$i = F(t)$$

бунда i - токнинг оний қиймати, t - вақт,

Ўзгарувчан токни учта турга бўлиш мумкин:

1) микдори ўзгарувчан, аммо йўналиши ўзгармас (пульсацияланувчи) ток (3.1-а,б ва в расм);

2) микдори ва йўналиши ўзгарувчан ток (3.1- г,д ва е расм);

3) даврий ўзгарувчан ток (3.1- в.д ва е расм).

Даврий ўзгарувчан токнинг оний қийматлари давр деб аталадиган тенг вақтлар ичида маълум қонуниятлар билан такрорланиб туради, яъни:

$$i = F(t) = F(t + kT), \qquad (k=1.2,...n)$$

Масалан, 3.1- е расмдаги даврий синусоидал токнинг ифодаси қуйидагича:

$$i = I_m \sin 2\pi / T^* t = I_m \sin 2\pi f^* t = I_m \sin \omega t$$

бунда f = 1/T токнинг частотаси (такрорийлиги), (герц): 1 Гц 1/сек.

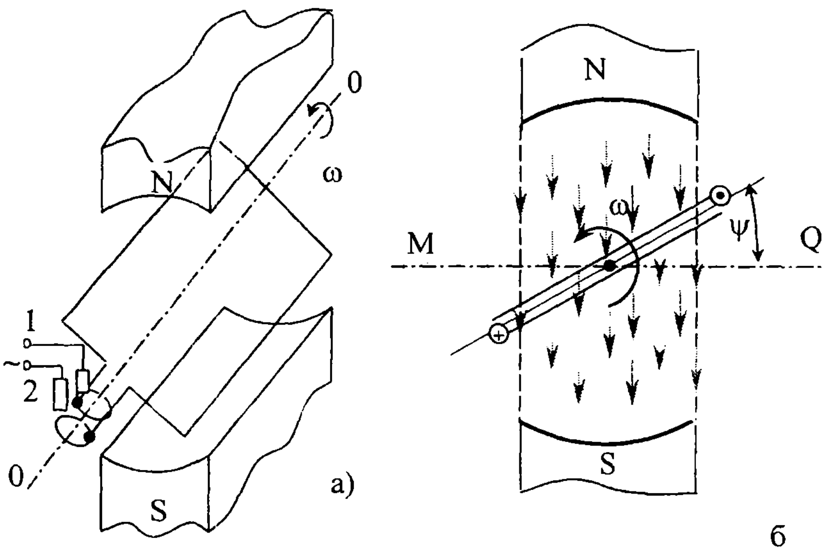
Бу ҳолда, токнинг йўналиши биринчи ярим давр ($0 < t < T/2$) давомида мусбат, иккинчи ярим давр ($T/2 < t < T$) давомида манфий деб ҳисобланади. Вақт t = 0, T/2, T ва ҳ.к. бўлганда занжирдаги ток нолга тенг.

Электротехникада ишлатиладиган даврий токларнинг частоталари доираси жуда кенг бўлиб, герцнинг ўндан биридан тортиб, то миллиардларга тенг бўлган қийматларни ташкил этади. Электротехникадаги стандарт частоталар Ўрта Осиё ва Европада 50 Гц, АҚШда, Осиё ва Африкадаги айрим мамлакатларда 50 60 Гц частота ишлатилиши қуйидагилар билан боғлиқ: частоталарнинг 50 60 Гц дан кичик қийматларида электр машиналар ва трансформаторларнинг ўлчамлари катталашиб, таннархи ортади. Шунингдек, электр лампочкалар ёруғлигининг липиллаши кўзга сезиларли бўлади. Частотани 50 Гц дан бирмунча орттириш электр машиналарида энергия исрофининг ортишига сабаб бўлиб, ҳосил бўладиган ўзиндукция э.ю.к. ва электр сиғими ҳодисалари ўзгарувчан ток қурилмаларининг ишига салбий таъсир қилади.

Симли алоқа техникасида ва саноат электроникасида частотаси 100 Герцдан 10 000 Герцгача бўлган токлар ишлатилади. Радиотехника ва телевидениеда частотаси ўнлаб килогерц ва мегагерцларгача (1 мГц = 10 Гц) бўлган токлардан фойдаланилади.

3.2. Бир фазали синусоидал ўзгарувчан ток

Ўзгарувчан токнинг энг кўп тарқалган манбаларидан бири механик энергияни электр энергиясига айлантириб берувчи (синхрон) генератордир. Қўзғалмас магнитли (электромагнитли) электр машина оддий бир фазали ўзгарувчан ток генератори бўлиб, унинг магнит майдонида рамка кўринишидаги ўрамли ғалтак 00′ ўқ атрофида айланади (3.2-а расм). ғалтакнинг иккала учи айланаётган ҳалқаларга уланган, бу ҳалқаларга эса 1-2 қисмаларига уланган чўткалар тегиб туради. 3.2-б расмда битта ўрамдан иборат рамканинг кўндаланг кесими кўрсатилган, у бурчак тезлик билан соат мили йўналишига тескари йўналишда айланса, рамкада унинг юзасига пропорционал бўлган э.ю.к. е = -dф/dt ҳосил бўлади, бунда Ф - рамка юзасига тик ўтган магнит оқим. Ифода олдидаги манфий ишора э.ю.к. нинг уни ҳосил қилган кучга нисбатан ҳар доим қарама-қарши йўналганлигини билдиради. Ўрамнинг юқори кесимидаги • ишора шартли равишда унда индуктивланган



3.2-расм

э.ю.к. йўналишининг расмдан бизга, пастки кесимидаги ишора ⊕ эса биздан расмга бўлганини билдиради.

Рамка текислиги горизонтал вазиятни эгаллаганда (рамканинг бошланғич бурилиш бурчаги $\Psi = 0$) унинг юзасини магнит оқим куч чизиқлари энг кўп миқдорда кесиб ўтиб, магнитавий оқимнинг оний қиймати рамка текислигига нисбатан

$\Phi = \Phi_{max} \cos\omega t$

қонуният билан, рамканинг айланиши ҳисоблаш ўқи MQ га нисбатан ψ бурчак остида бўлганда айлана бошласа, $\Phi = \Phi_m \cos(\omega t + \Psi)$ (бунда $\Phi_m = \Phi_{max}$) қонуният билан ўзгаради. Бу оқим қуйидаги э.ю.к.ни индукциялайди:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega\Phi_m \sin(\omega t + \Psi_e) = E_m \sin(\omega t + \Psi_e) \qquad (3.1)$$

бунда: $E_m = \omega\Phi_m$ э.ю.к. амплитудаси, чунки ω [1/сек] нинг оқимга кўпайтмаси (1 Вб=1В*1сек) ўлчов бирлиги бўйича 1 Вольт. Бу ерда: ω ўзгарувчан синусоидал э.ю.к.нинг бурчак частотаси (рад/сек); $(\omega t+\psi_e)$ t вақтдаги э.ю.к.нинг фазаси; ψ_e - бошланғич фаза, яъни t=0 бўлгандаги фаза.

Агар генераторнинг 1-2 қисмаларига юклама қаршилигини уласак, ундан қуйидаги ток ўта бошлайди:

$$i = I_m \operatorname{Sin}(\omega t + \psi_i) \qquad (3.2)$$

бунда I_m ток амплитудаси; ψ_i унинг бошланғич фазаси. Юклама қисмаларида ҳосил бўлган кучланишнинг тушуви:

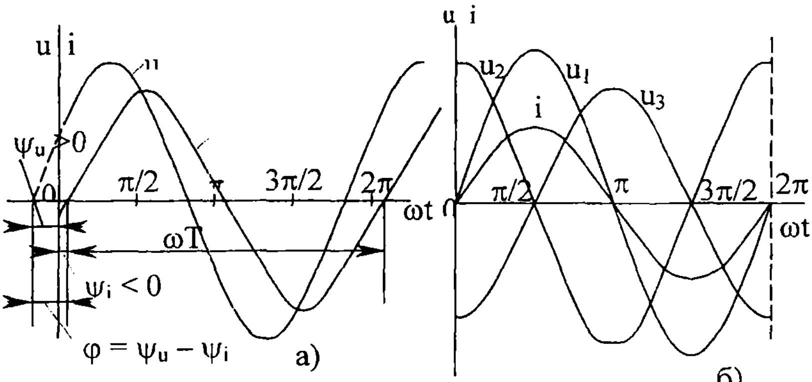
$$u = U_m \operatorname{Sin}(\omega t + \psi_u) \qquad (3.3)$$

бунда: U_m кучланиш амплитудаси; ψ_u унинг бошланғич фазаси. Юқорида кўрсатилганидек, ўзгарувчан токнинг бурчак частотасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad (3.4)$$

(бу ерда: f = 1/T чизиқли частота, ёки соддалаштирилганда частота). Бу ифода ўзгарувчан ток фазасининг 1 секундда неча радиан ўзгаришини кўрсатади. Масалан, f=50 Гц частота учун бурчак частота ω =314 рад/сек. Тажриба шуни кўрсатадики, э.ю.к., кучланиш ва токлар оний қийматларининг вақт бўйича эмас, балки ωt (рад) бурилиш бурчагига (фазасига) боғлиқ равишда графиклар (диаграммалар) ёрдамида кўриш қулайроқдир. 3.3-расмга кўра мусбат бошланғич фазалар (ψ_u > 0) координаталар бошидан чапга, манфийлари (ψ_i<0) эса ўнгга қўйилиши керак. Бунда манфий қийматлардан мусбат қийматларга ўтиш нуқтасидан функциянинг мусбат йўналишдаги синусоидаси бошланади.

Агар иккита бир хил частотали $u_1 = U_{m1} \sin \omega t$ ва $i = I_m \sin\omega t$ синусоидал миқдорлари бир хил бошланғич $\psi_{u1} = \psi_i = 0$ фазаларга эга бўлса, уларнинг йўналишлари фаза жиҳатдан мос дейилади (3.3-расм). Агар синусоидал кучланишлар u_2 ва u_3 нинг бошланғич фазалари фарқи $\psi_{u2} - \psi_{u3} = \pm\,\pi$ га тенг бўлса, у ҳолда, улар қарама-қарши фазали дейилади (3.3-расм) ва ниҳоят $\psi_i - \psi_{u2}$, ёки $\psi_i - \psi_{u3} = \pm\,\pi/2$ бўлса у ҳолда ток i ва

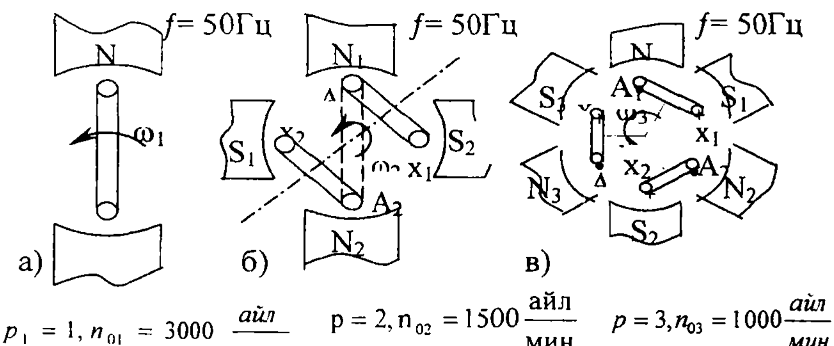


3.3-расм

кучланиш u_2 (ёки u_3) квадратурада (3.3-расм) бўлади. 3.3-расмдаги ҳолда u кучланишнинг оний қиймати i токнинг оний қийматига нисбатан $\varphi = \psi_u \;\; \psi_i$ бурчакка ўтади.

Юқорида айтилганидек, бизнинг халқ хўжалигимизда ишлатиладиган электр ток частотаси f=50 Гц. Бу ўзгармас катталикка эга бўлган параметр барча электростанциялардаги генераторларнинг айланиш тезлиги ҳар хил бўлишига қарамасдан бир меъёрда ушлаб турилади. 3..2-б расмдаги бир жуфт қутбли генераторнинг ток ҳосил қилувчи рамкаси ўз ўқи атрофида 1 секунд вақт ичида 50 марта айланса, ундаги ток (э.ю.к.) частотаси f = 50 Гц бўлади. Худди шу тезликда (яъни n_0 =50 айл/сек, ёки n_0 =3000 айл/мин.), иссиқлик электростанциялардаги турбогенераторлар буғ турбиналари ёрдамида айлантирилади. Аммо бу жуда катта тезлик ҳисобланади ва ҳар қандай шароитларда механик энергиянинг электр энергияга айланишини бу тезликда таъминлаб бўлмайди. Масалан, жуда катта қудратга эга бўлган ва дарё сувлари ёрдамида ишлайдиган сув турбиналари (гидротурбиналари) ҳам минутига энг кўпи билан бир неча юз марта айлана олади, холос. Демак, 3.2-б расмдаги генератор токи бундай кичик тезликларда 5-15 Гц дан ошиқ частотага эга бўла олмайди. Генератор ишлаш принципидан кўриниб турибдики, уни ҳосил қилаётган э.ю.к. (ёки ток) частотаси фақатгина айланиш тезлигига боғлиқ бўлмай, балки магнит қутблар сонига ҳам боғлиқдир. 3.4-а расмда келтирилган бир жуфт (p=1) қутбга эга бўлган генераторда f=50 Гц частотали ток олиш учун рамкани 1 секунд ичида эллик марта айлантириш керак бўлса, икки жуфт (p=2) қутбли генераторда (3.4-б расм) бир секунд ичида йигирма беш марта айлантириш кифоя. Ҳақиқатан ҳам, рамканинг тегишлича N_1 ва S_1 (яъни, шимол ва жануб) қутблар тагида жойлашган А ва X томонлари бир марта тўла айланиб чиқиб, ўз жойига қайтиб келса, ўрамдаги ток икки тўла даврли ўзгаришдан ўтади.

Яъни, бир хил тезликда айланувчи рамка икки қутбли



$p_1 = 1, n_{01} = 3000\ \frac{айл}{мин}$ $\quad p = 2, n_{02} = 1500\frac{айл}{мин}$ $\quad p = 3, n_{03} = 1000\frac{айл}{мин}$

3.4 - расм

генераторга нисбатан тўрт қутбли генераторда частотаси икки баробар катта э.ю.к. (ёки ток) ҳосил қила олади. Лекин ток частотаси иккала генераторда ҳам бир хил бўлсин десак, тўрт қутбли генераторнинг ток ҳосил қилувчи ўрамларини икки марта кичикроқ тезликда айлантириш керак бўлади. Худди шундай генераторнинг қутблар сони олтита бўлса (3.4-в расм) бир қутбли генератор билан бир хилда частота ишлаб чиқариш учун унинг тезлигини уч баробар камроқ олиш лозим ва ҳ.к. Бундан чиқадики, генератор токининг частотаси унинг қутблар сони ва тезлиги билан қуйидагича боғланган:

$$f = \frac{pn_0}{60}$$

(бу ерда р жуфт қутблар сони, n_0 айланиш тезлиги; айл/мин).

Жумлани якунлаб, шуни эслатиб ўтамизки, қутблар сони ошган сари генератор ичида айланувчи рамкалар сонини ҳам ошириб бориш мақсадга мувофиқдир. Улардаги бир хил э.ю.к. га эга бўлган элементар рамкалар $(A_1\ x_1\ ,\ A_2\ x_2\ ,\ldots\ A_p\ x_p\ )$ ўзаро кетма-кет, ёки параллел уланган ҳолда ишлаб чиқарилаётган умумий э.ю.к. ёки токни зўрайтиришга сабаб бўлади.

3.3. Ўзгарувчан токнинг эффектив ва ўртача қийматлари

Ўзгарувчан ток ҳам ўзгармас ток каби электр занжирда маълум ишни бажаради: симларни қиздиради, магнит ва электр майдонлар ҳосил қилади, электр кучларини ҳосил қилишга сабабчи бўлади ва ҳ.к. Кўп ҳолларда электр токи бажарган иш шу ток кучининг квадратига пропорционалдир. Масалан, қаршилиги R бўлган ўтказгичдан Т вақт давомида ўзгармас ток I ўтганда ажралиб чиққан иссиқликнинг бажарган иши

$$A = I^2RT \qquad (3.5)$$ бўлади.

Шу занжирдан ўша Т вақт (аввалгига тенг вақт) давомида миқдори ўзгармас токнинг иссиқлик эффектини берувчи ўзгарувчан ток ўтганда унинг бажарган иши

$$A = \int_0^T i \quad Rdt \qquad (3.6)$$

бўлади.

Агар t вақтни даврий ўзгарувчан токнинг даври Т га тенг десак, у ҳолда ўзгармас ва ўзгарувчан токларнинг бажарган ишлари бўйича эквивалентлик шарти:

$$I^2RT = \int_0^T i^2 R\,dt$$

ёки

$$I^2 = \frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt$$

бундан: $$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T i^2 dt}$$

Бу синусоидал (ўзгарувчан) токнинг ўрта квадратик ёки эффектив қиймати дейилади ва шундай миқдордаги ўзгармас токка эквивалент бўлади. Синусоидал ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ учун

$$I = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T I_m^2 \sin^2(\omega t + \psi_i)dt} = \sqrt{\frac{I_m^2}{2T}\int_0^T [1 - \cos(2\omega t + 2\psi_i)]dt} =$$

$$= \sqrt{\frac{I_m^2}{2}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \qquad (3.8)$$

чунки $\int_0^T \cos(2\omega t + 2\Psi_i)dt = 0$, яъни синусоида (ёки косинусоида) мусбат ва манфий ярим тўлқинлари юзаларининг йиғиндиси нолга тенг.

Шундай қилиб, синусоидал токнинг эффектив қиймати унинг амплитуда (максимал) қийматидан $\sqrt{2}$ марта кичик. Шунга ўхшаш, синусоидал э.ю.к ва кучланишларнинг ҳам эффектив қийматлари тегишлича

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \quad \text{ва} \quad U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \qquad (3.9)$$ бўлади.

Синусоидал миқдор амплитудасининг унинг эффектив қийматига нисбати $k_a = \sqrt{2}$ амплитуда коэффициенти деб аталади.

Занжирдан ўзгарувчан ток ўтганда унда

$$q = \int_0^t i\, dt$$

қуйидаги миқдордаги электр заряд айланиб (циркуляцияланиб) юради:

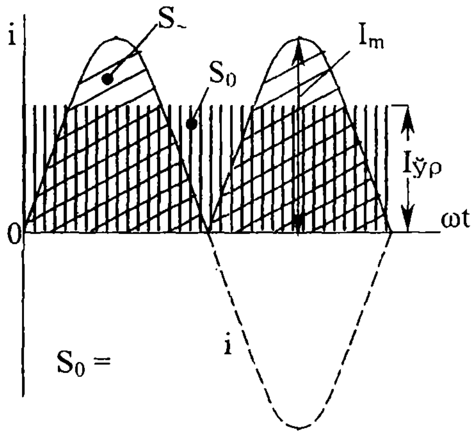
Бу катталик сон жиҳатидан ток синусоидасининг (3.1-е расм) t =T/2 вақт оралиғи учун олинган ярим тўлқин билан чегараланган юзага тенг. Аммо ўзгарувчан токнинг тўла даврида занжирга қандай миқдордаги электр заряди келтирилса, манбага шунча миқдордаги электр заряди қайтарилади. Шу туфайли электр зарядлари миқдорларининг йиғиндиси:

$$\sum q = \int_0^T idt = \int_0^T I_m \sin(\omega t + \Psi_i)dt = -\frac{I_m}{\varpi}\left|\cos(\omega t + \Psi_i)\right|_0^{2\pi} = 0$$

Демак, ўзгарувчан токнинг тўла даври ўртача қиймати нолга тенг; чунки

$$\frac{1}{T}\int_0^T I_m \sin(\omega t + \Psi_i)dt = -\frac{I_m}{\varpi T}\left|\cos(\omega t + \Psi_i)\right|_0^{2\pi} = 0$$

Агар ўзгарувчан токнинг иккала йўналишида ҳам қандайдир миқдорда электр заряди олиб ўтилиши ҳисобга олинса, у ҳолда унинг ўртача қий-матини ўшандай вақтда шунча миқ-дордаги электр заряди олиб ўтувчи ўзгармас токнинг ўртача қиймати би-лан солиштириш мақсадга мувофиқ. Масалан, ўзгарув-чан токни (3.5-расм) ўзгармас токка айлантириш занжирларида ўзгарув-чан токнинг даври учун ўртача қийма-ти асоси T бўлган тўғри тўртбурчакнинг баландлигини ифодалайди, унинг юзаси эса ток $i = I_m\sin\omega t$ нинг мусбат ярим тўлқин чегаралаган юзасига тенг, яъни



3.5-расм

$$I_{ўр} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} I_m \sin\omega t * dt = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} I \cong 0{,}91 \qquad (3.10)$$

Шундай қилиб, ўзгарувчан токнинг ўртача қийматини мусбат ярим тўлқиннинг бирлик вақти учун, яъни (3.10) бўйича ҳисоблаш қабул қилинган. Ток эффектив қийматининг ўртача қийматига нисбати $I: I_{ур}$ синусоида шаклининг эгри-лиги, яъни ф о р м а к о э ф ф и ц и е н т и $K_Ф$ ни ифодалайди:

$$ж_{тм} = \frac{I}{I_{-р}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cong 1,11 \qquad (3.11)$$

Шунга ўхшаш э.ю.к. ва кучланишнинг ўртача қийматлари:

$$E_{—р} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}E \quad \text{ва} \quad U_{—р} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi}U$$

Амалда даврий ўзгарувчан магнит оқим (Ф)дан ҳосил бўлган э.ю.к. нинг ўртача қиймати илашган магнит оқим ψ нинг максимал ва минимал қийматлари орқали ифодаланади:

$$E_{ур} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} e dt = \frac{2}{T}\int_0^{T/2}\left(-\frac{d\Psi}{dt}\right)dt = -\frac{2}{T}\int_{\Psi_{maks}}^{\Psi_{\min}} d\Psi =$$

$$= 2f(\Psi_{maks} - \Psi_{\min}),$$

чунки э.ю.к. $\psi = \psi_{max}$ ва $\psi = \psi_{min}$ бўлганда нол қийматлардан ўтиб, магнит оқим максимум ва минимум оралиқда ўзгарганда у мусбат бўлади. Симметрик эгри чизиқ $\psi(\omega t)$ учун: $\psi_{макс} = -\psi_{мин} = \psi_m$ у ҳолда $E_{ур} = 4f\,\psi_m = 4f\,w\,Ф$ бунда w э.ю.к. индуктивланадиган чулғамнинг ўрамлари сони; Ф магнит оқим.

Бу э.ю.к.нинг эффектив қиймати тегишлича:

$$E = K_ф * E_{ур} = 4,44\ fw\ Ф \qquad (3.12)$$

бўлади.

Тўғрилагич схемали магнитоэлектрик система асбобларидан ташқари (булар ўртача қийматни ўлчайди), ўзгарувчан токни ўлчаш учун мўлжалланган барча асбоблар (электромагнит, электродинамик ва б.) унинг эффектив қийматини ўлчайди.

3.4. Синусоидал функцияларни айланувчи векторлар ёрдамида ифодалаш. Вектор диаграммалар

Синусоидал ўзгарувчан ток электр занжирларини ҳисоблаш, ўзгармас ток занжирларини ҳисоблаш каби тригонометрик функциялардан иборат турли алгебраик амалларни (масалан, токларни, кучланишларни ва э.ю.к.ларни Кирхгоф қонунлари бўйича қўшиш ва айириш амалларини) бажариш билан боғлиқ. Ҳатто бир хил частотали иккита

$$i_1 = I_{m1}\sin(\omega t + \psi_1) \quad \textbf{ва} \quad i_2 = I_{m2}\sin(\omega t + \psi_2)$$

синусоидал миқдорни оддий усулда қўшиш (ёки айириш) уларнинг ҳар бирини синусоидал ва косинусоидал ташкил этувчиларга ажратиш билан боғлиқ бўлган мураккаб тригонометрик алмаштиришларни талаб қилади. Масалан, юқоридаги иккита синусоидал функциянинг йиғиндисини олсак,

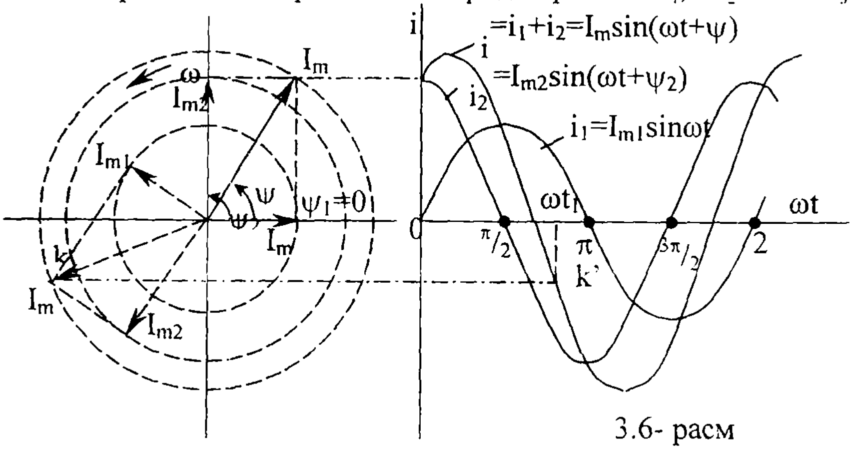
$$i = i_1 + i_2 = (I_{m1}\cos\psi_1 + I_{m2}\cos\psi_2)\sin\omega t + (I_{m1}\sin\psi_1 +$$
$$+ I_{m2}\sin\psi_2)\cdot\cos\omega t = I_m \sin(\omega t + \psi),$$

бунда $I_m = \sqrt{I_{m1}^2 + I_{m2}^2 + 2I_{m1}I_{m2}\cos(\Psi_1 - \Psi_2)}$ -токнинг амплитудаси,

$\Psi = \mathrm{arctg}\dfrac{I_{m1}\mathrm{Sin}\Psi_1 + I_{m2}\mathrm{Sin}\Psi_2}{I_{m1}\cos\Psi_1 + I_{m2}\cos\Psi_2}$ - унинг бошланғич фазаси.

Бу ҳолда, токнинг амплитудасини ва бошланғич фазасини аниқлаш векторларни геометрик қўшишдан иборат бўлади. Уларнинг модули токларнинг амплитудасига тенг бўлиб, токларнинг бошланғич фазасининг силжиш бурчаклари бирор ўққа нисбатан олинади (3.6-расм).

3.6-расмда келтирилган вектор диаграмма i_1, i_2 ва i_3



3.6- расм

токларнинг t=0 вақтда олинган амплитуда ва фаза нисбатларининг геометрик ифодаси бўлади. Вақт ўзгариши билан бу токларнинг фазалари бир хилдаги ωt бурчакка ортиб боради. Бу эса уччала векторларнинг +I ўққа нисбатан соат стрелкасига тескари йўналишда бир вақтда ωt бурчакка бурилишига тенг. Бошқача қилиб айтганда, токларнинг вақт бўйича ҳаракатини бурчак частотага тенг ω бурчак тезлик билан айланаётган векторларнинг даврий функцияси тарзида ифодалаш мумкин. Ток векторлари ҳаракат траекториясининг проекциясини i ўққа i (t) [ёки i (ωt)] эгри чизиқлар тарзида тушириб, синусоидал миқдорларни айланувчи векторлар билан алмаштириш мумкинлигига тўла ишонч ҳосил қиламиз (масалан, К нуқтадан К′ нуқтагача ўтишни кўринг). Демак, синусоидал э.ю.к. кучланиш ва токлар (сонидан қатъи назар) устида ҳар қандай алгебраик амалларни (уларни берилган шартли векторлар билан алмаштириб) бажариш мумкин. Векторларга ўтишда қуйидаги шарт ва қоидаларни доимо ёдда тутиш керак:

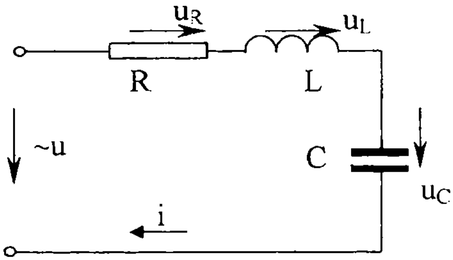
1. Векторларга фақат бир хил ω частотали синусоидал миқдорлар бўлгандагина ўтиш мумкин.

2. Ифодаловчи векторлар назарий механикадаги каби фазовий векторлар бўлмасдан, вақт бўйича ўзгарадиган векторлардир. Уларнинг модуллари тегишлича амплитудавий миқдорларни ифодаласа, йўналишлари орасидаги бурчаклар берилган синусоидал миқдорларнинг (вақт бўйича) фазавий силжишини ифодалайди. Масалан фаза П/2 ни ташкил этса, ўзгарувчи миқдорлар Т/4 даврга силжиганини билдиради.

3. Векторли ифодага t=0 да ўтилади, барча тегишли ҳисоблашларни ω частотани ҳисобга олмасдан бажариш мумкин; чунки ҳар қандай $t \neq 0$ да векторларнинг ўзаро жойланиши ўзгармайди (3.6-расм, $\omega t = \omega t$ фазадаги ҳолатни кўринг).

3.5. Резистор, индуктив ғалтак ва конденсатор кетмакет уланган занжирдаги турғун (ўрнашган) ток

Параметрлари R,L ва С бўлган ва кетма-кет уланган оддий занжир $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ синусоидал кучланиш манбаига уланган деб фараз қилайлик (3.7-расм). Бу кучланиш туфайли занжирдан $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ ток ўта бошлайди.



3.7- расм

Занжир параметрлари чизикли бўлганлиги туфайли ток синусоидал қонун бўйича ўзгаради. Умуман олганда, бу токнинг фазаси манба кучланиши фазасига нисбатан $\varphi = \psi_u \quad \psi_i$ бурчакка силжиган бўлиши мумкин. Бу бурчак с и л ж и ш б у р ч а г и φ деб аталади. Ҳисоб-лашни соддалаштириш мақсадида $\psi_i = 0$ (ёки $\psi_u = \varphi$) деб оламиз. У ҳолда занжирдаги токнинг амплитудасини ва занжир элементларидаги (қисмаларидаги) оний кучланишларни аниқлаш осонлашади. Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра

$u_R + u_L + u_C = u$ ёки

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = U_m Sin(\omega t + \varphi) \qquad (3.12)$$

бунда: u_R резистор R даги кучланишнинг пасайиши; u_L галтак L нинг кисмаларидаги кучланиш; u_C конденсатор C нинг қопламаларидаги кучланиш. (3.12) тенгликда $i = I_m \sin\omega t$ деб олинса, қуйидаги келиб чиқади:

$$RI_m \sin\omega t + \omega LI_m \cos\omega t - \frac{I_m}{\omega C}\cos\omega t = U_m \sin(\omega t + \varphi) =$$

$$= U_m \cos\varphi \cdot \sin\omega t + U_m \sin\varphi \cdot \cos\omega t \qquad (3.13)$$

(3.13)тенгликнинг чап ва ўнг қисмаларидаги синусли ва косинусли ташкил этувчиларни бир-бирига тенглаштирсак,

$$\left.\begin{aligned} RI_m &= U_m \cos\varphi \\ \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)I_m &= U \quad \sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (3.14)$$

бўлади. (3.14) даги φ бурчакни йўқ қилиш мақсадида уни квадратга оширсак ва қўшсак қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$I^2\left[R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2\right] = U$$

ёки

$$I = \frac{U_m}{\sqrt{R + (\omega L - \frac{1}{\omega C})}} \qquad (3.15)$$

Бу ўзгарувчан токнинг амплитуда миқдори бўлиб, кетма-кет уланган занжир учун Ом қонунини ифодалайди. Эффектив қийматларга ўтсак,

$$I = \frac{U}{\sqrt{R + (\omega L - \frac{1}{\omega C})}} \qquad (3.16)$$

бўлади. Илдиз остидаги ифода занжирнинг қаршилик бирлигида ўлчанадиган тўла қаршилиги (Z) деб аталади:

$$Z = \sqrt{R^2 (x_L - x_C)^2} = \sqrt{r^2 + x^2} \qquad (3.17)$$

бунда: R актив қаршилик (Ом); $x=(x_L \; x_c)$ занжирнинг реактив қаршилиги (Ом);$x_L = \omega L$ ғалтакнинг индуктив қаршилиги (Ом); $x_C = 1/\omega C$ -конденсаторнинг сиғим қаршилиги (Ом).

(3.14) дан кучланиш u билан ток i орасидаги фазавий силжиш бурчаги

$$\varphi \quad arctg \quad \frac{\omega L - \frac{1}{\omega c}}{R} \qquad (3.18)$$

бўлади. Шунингдек, (3.13) дан айрим R, L ва C элементлардаги оний кучланишларнинг қийматларини аниқлаш мумкин:

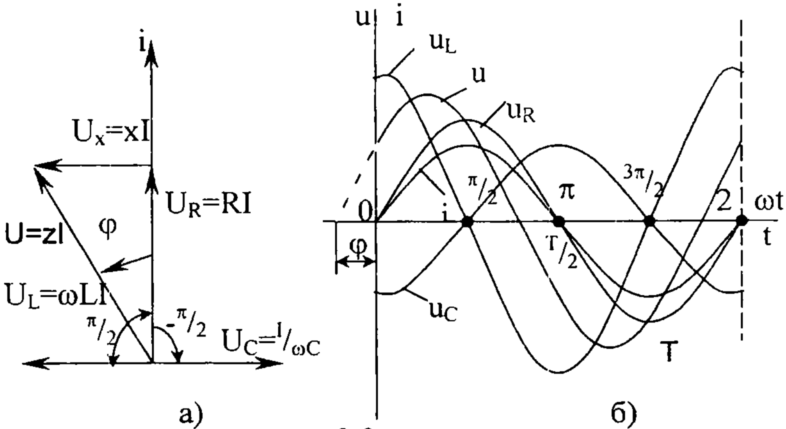
$$U_R = Ri = RI_m Sin\,\omega t = U_{Rm} * Sin\,\omega t \qquad (3.19)$$

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \omega LI_m Cos\,\omega t = U_{L\,max} Sin\,(\omega t + \frac{\pi}{2})$$
$$u = \frac{1}{C}\int idt = -\frac{I_m}{\omega C} Cos\,\omega t = U_{c\,max} Sin\,(\omega t - \frac{\pi}{2}) \qquad (3.20)$$

Бу кучланишларнинг фазаларини ток $i = I_m \sin\omega t$ нинг фазаси билан таққослаб, қуйидаги хулосага келиш мумкин. Резистордаги кучланиш фазаси ток фазаси билан мос тушади, индуктивлик ва сиғимдаги u_L u_c кучланишлар эса у билан квадратурада бўлади.

Бунда индуктив кучланиш U_L токдан $\pi/2$ бурчакка (ёки вақт бўйича T/4 даврга) ўзиб боради, сиғим кучланиш U_C эса токдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолади.

3.8-расмда ток ва кучланишларнинг эффектив микдорлари



3.8-расм

учун вектор диаграммаси ва оний қийматлари учун эгри чизиқлар берилган.

Расмдан актив қаршилик R≠0 бўлганда занжир учун берилган кучланишнинг бошланғич фазаси $\psi_u = \varphi$ реактив элементлардаги кучланишларнинг нисбатига боғлиқ бўлиши кўриниб турибди:

1) $U_L>U_C$ (ёки $X_L > X_C$) бўлганда, у мусбат ($\varphi > 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланишдан φ бурчакка оркада қолади;

2) $U_L<U_C$ (ёки $X_L < X_C$) бўлганда, у манфий ($\varphi < 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланишдан φ бурчакка ўзиб боради;

3) $U_L = U_C$ (ёки $X_L = X_C$) бўлганда, у нолга тенг ($\varphi = 0$) бўлиб, занжирдаги ток берилган кучланиш билан устма-уст тушади.

Биринчи ҳолда занжир актив-индуктив, иккинчи ҳолда актив-сиғим ва учинчи ҳолда эса актив резонансли деб аталади. Резонансли ҳолат кейинроқ кўриб чиқилади. Шундай қилиб φ бурчак $-\pi/2 \le \varphi \le \pi/2$ ораликда (чегарада) ўзгаради.

Энди (3.14), (3.17) ва (3.18) тенгламалар асосида актив R, индуктив X_L ва сиғим X_C қаршиликлар кетма-кет уланган занжир учун қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned}
&U=\sqrt{U_R^2+U_X^2}=\sqrt{U_R^2+(U\quad-U\quad)^2}=Iz\\
&U\quad=IX_L;U\quad=IX\quad \textbf{ва}\quad U\quad=IX=I(X_L-X_C)\\
&U_R=U\cos\varphi;U\quad=U\sin\varphi\quad \textbf{ва}\quad tg\varphi=\frac{U_X}{U_R}
\end{aligned}\right\}\qquad(3.22)$$

(занжир қисмларидаги кучланишлар учун);

$$\left.\begin{aligned}
&Z=\sqrt{R^2+X^2}=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\\
&X_L=\omega L;X_C=\frac{1}{\omega C}\,ва\,X=X_L-X_C\\
&R=Z\cos\varphi;X=Z\sin\varphi\,ва\,tg\varphi=\frac{X}{R}
\end{aligned}\right\}\qquad(3.23)$$

(барча занжир ва элементларнинг қаршиликлари учун).

3.1-мисол. 3.7-расмдаги занжирга $u=160Sin\left(314t+\frac{\pi}{4}\right)$ кучланиш берилган. R = 20 Ом, L = 0,1 Г ва C = 48,4 мкФ; занжир элементларидаги ток ва кучланишларнинг оний қийматлари аниқлансин.

Е ч и ш: Занжирнинг индуктив, сиғим ва тўла қаршиликлари мос равишда қуйидагига тенг:

$$X_L=\omega L=314\cdot0{,}1=31{,}4\text{м},$$

$$X_C=\frac{1}{\omega C}=\frac{10^6}{314\cdot48{,}4}=66\text{м},$$

$$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}=\sqrt{20^2+(31{,}4-66)^2}=40\text{м}.$$

Силжиш бурчаги

$$\varphi=arctg\frac{X_L-X_C}{R}=arctg\frac{-34{,}6}{20}=arctg\left(-\sqrt{3}\right)=-\frac{\pi}{3}$$

Демак, занжирдаги ток:

$$i=\frac{Um}{Z}Sin\left(314t+\frac{\pi}{4}-\varphi\right)=3Sin\left(314t+\frac{7}{12}\pi\right)$$

Занжир элементларидаги кучланишлар:

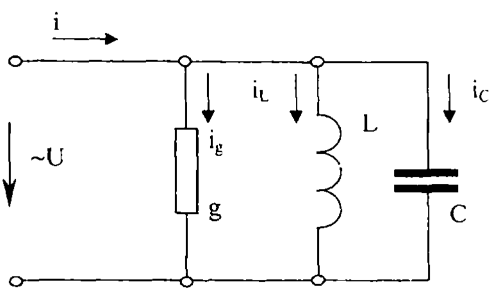
$$u_R = Ri = 80Sin\left(314t + \frac{7\pi}{12}\right)$$

$$u_L = I_m X_L Sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} + \frac{\pi}{2}\right) = 125{,}6Sin\left(314t + \frac{13\pi}{12}\right)$$

$$u_C = I_m X_C \sin\left(314t + \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{2}\right) = 264\sin\left(314t + \frac{\pi}{12}\right)$$

3.6. Резистор, индуктив ғалтак ва конденсатор параллел уланган занжирдаги ўрнашган ток

Актив ўтказувчанлиги g бўлган резистор индуктивлик L ва конденсатор C дан тузилган занжир $u = U_m \sin\omega t$ синусоидал кучланиш манбаига параллел уланган (3.9-расм). Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан, айрим параллел тармоқлардаги токларнинг йиғиндиси манбадан келаётган токка, яъни i га тенг:



3.9- расм

$$i_g + i_L + i_C = i$$

бунда: i_g=gu резистордаги ток; $i_L = \frac{1}{L}\int udt$ индуктивлик L даги ток (чунки $u = Ldi/dt$); $i = Cdu/dt$ сиғим C даги ток (чунки $u = \frac{1}{C}\int i \cdot dt$). Занжир параметрлари чизиқли бўлганлиги туфайли йиғинди ток i ҳам берилган куч-ланиш каби синусоидал бўлади, аммо ундан фаза бўйича φ бурчакка фарқ қилади, яъни

$$i = I_m Sin(\omega t - \varphi) \qquad (3.25)$$

$u = U_m \sin\omega t$ ни ҳисобга олган ҳолда (3.25) ни (3.24) га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$gU_m \sin \omega t - \frac{1}{\omega L} U_m \cos \omega t + \omega C U_m \cos \omega t = I_m \sin(\omega t - \varphi) =$$

$$= I_m \cos\varphi \cdot \sin\omega t - I_m \sin\varphi \cos\omega t \qquad (3.26)$$

(3.26) нинг чап ва ўнг қисмларидаги синусли ва косинусли ташкил этувчиларни бир-бирига тенглаштирсак,

$$\left.\begin{aligned} gU_m &= I_m \cos\varphi \\ \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) U_m &= I_m \sin\varphi \end{aligned}\right\} \qquad (3.27)$$

бўлади. (3.27) тенгламани квадратга кўтариб, сўнгра қўшсак, ундаги φ йўқолади:

$$\left[g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2\right] U_m^2 = I_m^2$$

ёки

$$I_m = U_m \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \qquad (3.28)$$

(3.28) нинг иккала томонини $\sqrt{2}$ га бўлганда

$$I = U\sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} = U \cdot \gamma \qquad (3.29)$$

бўлади. Бу тенглама бутун занжир учун ток ва кучланишнинг эффектив қийматлари орасидаги боғланишни ифодалайди ва синусоидал токнинг параллел занжири учун Ом қонунининг ифодаси бўлади:

$$\gamma = \frac{I}{U} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} = \sqrt{g^2 + b^2} \qquad (3.30)$$

Олинган миқдор ўтказувчанлик ўлчами (1/Ом) билан ўлчанганлиги учун g, L ва C элементли параллел занжирнинг тўла ўтказувчанлиги деб аталади. Бунда $b = b_L - b_C = 1/\omega L - \omega C$

реактив ўтказувчанлик бўлиб, ўз навбатида, индуктив $b_L = \frac{1}{\omega L}$ ва сиғим $b_c=\omega C$ ўтказувчанликларига бўлинади.

(3.27) га биноан, фаза силжиши бурчаги:

$$\varphi = arctg\frac{b_L - b_C}{g} = arctg\frac{b}{g}$$

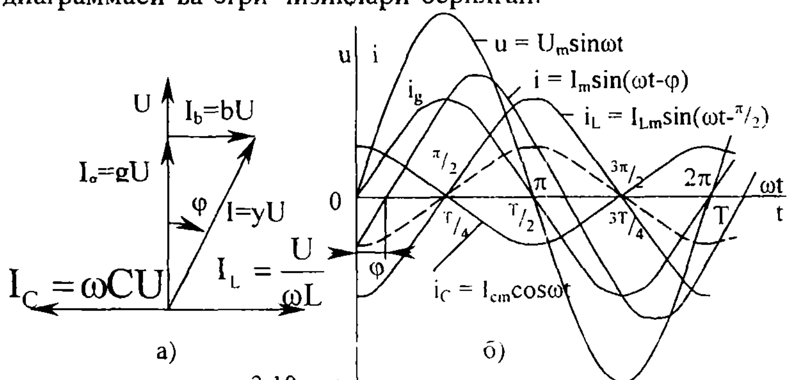
Занжирнинг айрим тармоқларидаги оний токлар:

$$i_g = gu = gU_m \sin\omega t = I_{gm}\sin\omega t \tag{3.31}$$

$$i_L = \frac{1}{L}\int udt = -\frac{U_m}{\omega L}\cos\omega t = I_{Lm}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \tag{3.32}$$

$$i_C = C\frac{du}{dt} = \omega CU_m\cos\omega t = I_{Cm}\sin\left(\omega + \frac{\pi}{2}\right) \tag{3.33}$$

Демак, резистордаги ток i_g занжирга берилган кучланиш билан фаза бўйича устма-уст тушади (йўналиши бир хил); индуктивликдаги ток i_L кучланишдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолади; сиғимдаги ток i_C эса ундан $\pi/2$ бурчакка ўзиб боради. 3.10-расмда занжир тармоқларидаги токларнинг вектор диаграммаси ва эгри чизиқлари берилган.



3.10-расм

Агар умумий ҳолда $g\neq0$ бўлса, фаза силжиш бурчаги φ реактив токлар $I_L = 1/\omega LU$ ва $I_C = \omega CU$ нинг нисбатларига боғлиқ, яъни:

1) $I_L > I_C$ (ёки $b_L > b_C$) бўлганда $\varphi > 0$ бўлиб, бутун занжирдаги ток I берилган кучланиш U дан φ бурчакка орқада қолади;

2) $I_L < I_C$ (ёки $b_L < b_C$) бўлганда $\varphi < 0$ бўлиб, бутун занжирдаги ток I берилган кучланиш U дан φ бурчакка ўзиб боради;

3) $I_L = I_C$ (ёки $b_L = b_C$) бўлганда $\varphi = 0$ бўлиб, ток кучланиш U билан фаза бўйича устма-уст тушади.

Бу ҳолларда занжир тегишлича актив-индуктив, актив-сиғим ва актив резонансли деб аталади. Резонанс ҳолати кейинчалик алоҳида кўриб кўриб чиқилади. Шундай қилиб, R, L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирдаги каби g, L ва C элементлари параллел уланган занжирда ҳам бурчак $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2}$ оралиғида ўзгаради.

3.10-а расмдаги вектор диаграммага кўра актив g, индуктив b_L ва сиғим b_C ўтказувчанликлар параллел уланган занжир токлар учун асосий нисбатлар қуйидагича ёзилади:

$$\left.\begin{aligned}
&I = \sqrt{I_g^2 + I_b^2} = \sqrt{I_g^2 + (I_L - I_C)^2} = \gamma U \\
&I_L = b_L U, I_C = b_C U, I_b = bU = (b_L - b_C)U \\
&I_g = gU = I\cos\varphi; I_b = bU = I\sin\varphi; \\
&tg\varphi = I_b / I_g
\end{aligned}\right\} \qquad (3.34)$$

Ўтказувчанликлар учун эса:

$$\left.\begin{aligned}
&Y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{g^2 + (b_L - b_C)^2} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2} \\
&b_L = 1/\omega L, b_C = \omega C, b = b_L - b_C; g = Y\cos\varphi; b = Y\sin\varphi
\end{aligned}\right\} \qquad (3.35)$$

3.2-мисол. 3.9-расмдаги занжирга u=141Sin314t кучланиш берилган. Параметрлари g=0,04 1/Ом, L=0,01 Гн ва C=159 мкФ бўлган занжирнинг параллел тармоқларидаги I_g, I_L ва I_c токларнинг эффектив қийматлари ва бутун занжирдаги токнинг оний қиймати топилсин.

Ечиш: Занжирнинг индуктив b_L ва b_C ўтказувчанликлари турлича

$$b_L \quad \frac{1}{\omega L} = \frac{1}{314 \quad 0{,}04} = 0{,}08,$$

$$b_C = \omega C \quad 314 \quad 159 \quad 10^{-6} = 0{,}05$$

Занжир қисмаларидаги эффектив кучланиш:

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{141}{\sqrt{2}} = 100 \text{ В}$$

Тармоқлардаги эффектив токлар:

$$I_g = gU = 0{,}04 \cdot 100 = 4A,$$

$$I_L = b_L U = 0{,}08 \cdot 100 = 8A,$$

$$I_C = b_C U = 0{,}05 \cdot 100 = 5A.$$

Занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги (умумий) ток

$$I = \sqrt{4^2 + (8-5)^2} = 5\ A,$$

кучланиш U ва ток I векторлари орасидаги фаза силжиши бурчаги:

$$\varphi = arctg\frac{b}{g} = arctg\frac{0{,}08-0{,}05}{0{,}04} = arctg\frac{3}{4} = 36^o 50'$$

Бутун занжирнинг оний токи (манбадан келаётган ток)

$$i = I_m \sin(314t - \varphi) = \sqrt{2} \cdot 5 \sin(314t - 36^\circ 50') =$$
$$= 7{,}07 \sin(314t - 36^\circ 50').$$

3.7. Занжирдаги синусоидал ўзгарувчан ток қуввати

Занжирга ҳар қандай синусоидал ўзгарувчан ток i берилганда u кучланиш таъсирида t вақтда

$$A = \int_0^t uidt$$

иш бажарилади. Бу иш миқдор жиҳатидан кучланиш u, ток i ҳамда вақт t нинг кўпайтмаси билан аниқланади. Яъни, ишнинг интенсивлиги p=u i кўпайтмага боғлиқ бўлиб, манбадан занжирга келаётган (истеъмол қилинаётган) қувватнинг оний қиймати деб аталади. Агар умумий ҳолда

$u = U_m \sin\omega t$ ва $i = I_m \sin(\omega t - \varphi)$ бўлса,

$$p = U_m I_m \sin\omega t \cdot \sin(\omega t - \varphi) = \frac{1}{2} U_m I_m [\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] =$$

$$= UI[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)] \qquad (3.36)$$

бўлади, яъни оний қувват иккита ташкил этувчидан иборат бўлиб, улардан биринчиси вақтга боғлиқ бўлмай, иккинчиси вақт (давр) ичида миқдор ва йўналиш бўйича иккиланган частота (2ω) билан ўзгарали. P>0 бўлганда занжир манбадан энергия қабул қилади. P<0 бўлганда эса қабул қилинган энергия манбага (қисман, ёки тўла) қайтарилади. Агар $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ бўлса, занжирга келаётган энергия қайтарилган энергиядан доимо ортиқ бўлади. (3.36) дан кўриниб турибдики, фақат $\varphi = \pm \pi/2$ ҳолда бу улушлар бараварлашади: чунки $UI\cos\varphi = 0$ **ва** $p = \pm UI\sin 2\omega t$.

Шундай қилиб, манбадан келаётган энергия қуввати Т давр ичида ўзининг ўртача қиймати атрофида ўзгаради. Бу қиймат сон жиҳатидан қуйидагича аниқланади:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T pdt = \frac{UI}{T}\int_0^T [cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]dt = UI \cdot \cos\varphi \text{ чунки}$$

$$\int_0 \cos(2\omega t - \varphi) \cdot dt = 0.$$

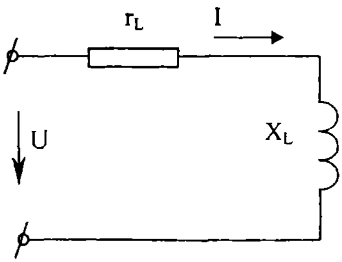
Яъни, кувватнинг ўртача қиймати:

$$P = UIçIç\,\varphi \qquad (3.37)$$

Бу кувват синусоидал ток занжирининг актив (ёки фойдали) куввати деб аталади. СИ системасида актив кувват **В** а т т (Вт), киловат (кВт) ва мегаватт (Мвт) ҳисобида ўлчанади (бу ерда 1 кВт = 10^3 **Вт** ва 1Мвт=10^6**Вт**). Кувват сон жиҳатидан t вақт бирлиги ичида электр энергиясининг бошқа тур (иссиқлик, механик, кимёвий ва ҳ.к.) энергияларига айланиш интенсивлигини аниқлайди. Кўпайтирувчи cosφ қ у в в а т к о э ф ф и ц и е н т и деб аталади. Ўзгарувчан ток занжири энергия тўпловчи реактив L ва C элементларга эга бўлганлиги туфайли ҳамма вақт cosφ<1 (ёки P<UI) бўлади. Шунга кўра, ўзгармас ток занжиридан фарқли ўлароқ, синусоидал ток занжирининг куввати кўп ҳолларда т ў л а к у в в а т деб аталадиган S=UI миқдордан кичик бўлади. Тўла қувват энергия қурилмаларни (электр машиналар, трансформаторлар, узатиш линиялари ва ҳ.к. нинг) ишлатиш вақтида кучланиш ва ток бўйича бера оладиган номинал қийматларини ифодалайди. Тўла кувват S СИ системасида вольтампер (ВА) (асосий бирлик), киловольтампер (кВА) ва мегавольтампер (мВА)

ҳисобида ўлчанади (1 кВА = 10^3 ВА, 1 мВА = 10^6 ВА). (3.37)-тенгламага биноан қувват коэффициенти cosφ тўла қувватдан фойдаланиш эффектинининг мезони ҳисобланади; чунки cosφ=1 бўлганда қувват S бутунлай иш бажариш учун сарф бўлади. Аксинча cosφ қанча кичик бўлса, бир хил миқдордаги ишни бажариш учун S нинг қийматини кўпроқ қилиб олиш керак бўлади. Масалан, U=500 В кучланишда P=4,5 кВт бўлган актив қувватни таъминлаш учун тармоқдан истеъмол қилинадиган ток I тенг бўлиши керак:

cosφ=1 бўлганда I=9 А,
cosφ=0,9 бўлганда I=10 А,
cosφ=0,6 бўлганда I=15 А,
cosφ=0,5 бўлганда I=18 А ва ҳ.к.



3.11-расм

Шундай қилиб занжирдаги фойдали ишни токнинг фақат бир қисмигина, яъни I_g=I cosφ га тенг бўлган актив ташкил этувчиси бажаради. Токнинг реактив ташкил этувчиси I_b=Isinφ электр ва магнит майдонини ҳосил қилиш учун сарф бўлиб, уларнинг энергияси L ва C элементларда даврий равишда йиғилиб, яна манбага қайтарилади. Шу сабабдан «реактив қувват» тушунчаси киритилиб, у сон жиҳатидан қуйидагича қабул қилинган:

$$Q = UI\sin\varphi$$

Бу қувват СИ системасида реактив вольтампер (асосий бирлик), киловольтампер, мегавольтампер ҳисобида ўлчанади. Кетма-кет ва паралел уланган занжирлар учун тузилган нисбатларга асосланиб қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$P = UI\cos\varphi = U_R I = I^2 R$$

$$Q = UI\sin\varphi = U_x I = I^2$$ (R/L ва C занжир учун),

$$S = UI = I^2 Z,$$

$$P = UI\cos\varphi = UI_g = gU$$

$$Q = UI\sin\varphi = UI_b = bU$$ (g, L ва C занжир учун),

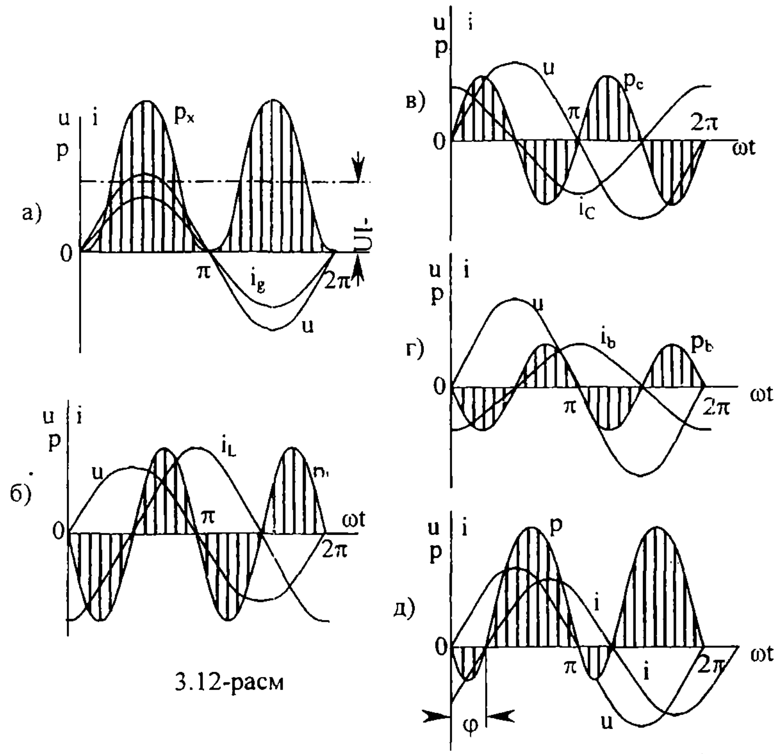
$$S = UI = YU$$

$$p_b = p_L + p_c = -(I_L - I_c)U\sin2\omega t = -bU^2\sin2\omega t = -UI\sin\varphi\cdot\sin2\omega t \quad (3.42)$$

Бутун занжирнинг оний қуввати:

$$p = p_g + p_L + p_C = p_g + p_b = UI\cos\varphi - UI\sin\varphi\cdot\sin2\omega t -$$
$$- UI\cos\varphi\cos2\omega t = UI[\cos\varphi - \cos(2\omega t - \varphi)]$$

(3.40) ва (3.41) ифодларга кўра, бир давр ичида реактив элементлар қувватлариларининг ўртача қиймати нолга тенг. Бунга i_g, i_L **ва** i_c токларнинг ва кучланиш uнинг вақт бўйича ўзгарадиган диаграммаларини қуриб (3.12-расм), ишонч ҳосил қилиш мумкин.



3.12-расм

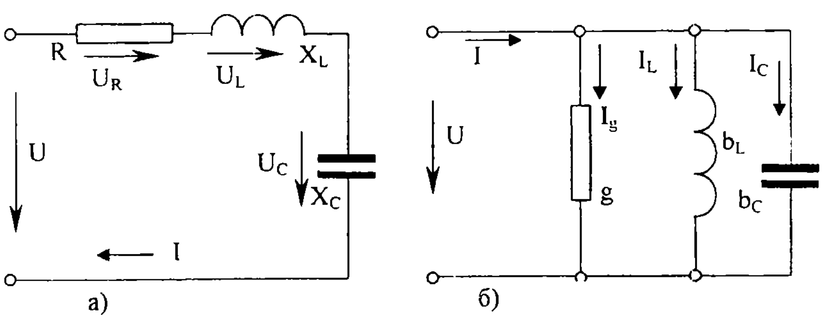
Актив элементнинг $P_п$ оний қуввати (3.12-а расм) истаган оний вақтда [$u = i_g = 0$ ($\omega t = 0, \pi, 2\pi$ ва ҳ.к.) дан ташқари] нолдан катта бўлиб, ўзининг ўртача $P = UI\cdot\cos\varphi$ қиймати атрофида иккиланган частота 2ω билан ўзгариб туради. Унинг бундай ўзгариши (3.39) дан келиб чиқади. Бунинг сабаби шуки, i ток йўналиши кучланиш u йўналиши билан устма-уст тушади.

Индуктив элементнинг оний қуввати $p_L = ui_L$ (3.12-б расм) ҳар чорак (T/4) даврда ўзининг ишорасини тескарисига ўзгартиради: кучланиш u ва ток i_L нинг йўналишлари мос бўлган чоракларда унинг ишораси мусбат, улар йўналишлари қарама-қарши бўлган чоракда эса манфий бўлади. U ва i_L лар нол қийматлардан ўтган оний вақтларда қувват $p_L = 0$ Кучланиш u ва ток i_L нинг орасида фаза силжиши бурчаги $\pi/2$ га тенг бўлгани учун оний қувват p нинг мусбат ва манфий ярим тўлқинлари ўзаро тенг, яъни ғалтакнинг магнит майдонига қанча энергия келиб тушса (мусбат ярим тўлқин), ундан ўшанча энергия манбага қайтарилади (манфий ярим тўлқин).

Худди шунга ўхшаш, сиғим элементларидаги оний қувват p_c (3.12-в расм) индуктив қувватга қарама-қарши фазада ўзгаради. Кейинги икки ҳолатда, шунингдек (3.40) ва (3.41) тенгламаларга кўра, қувватнинг ўртача қиймати нолга тенг. Магнит энергия ғалтакда токнинг мутлоқ миқдори ортган чоракларда йиғилиб, камайган чоракларда манбага қайтади. Сиғимдаги электр энергиянинг айланиш йўналиши эса унинг қопламаларидаги кучланиш мутлоқ қийматнинг ортиши ёки камайиши билан аниқланади. Энергия тўпловчи элементларнинг реактив қуввати йиғиндиси 3.12-расмда кўрсатилган. Индуктив I_L ва сиғим I_c токларнинг эффектив қийматлари бир-бирига қанчалик яқин бўлса, бу йиғинди шунчалик катта бўлади. Бу ҳол (3.42) тенгламадан кўриниб турибди. Ниҳоят $I_L = I_c$ бўлганда, бу қувват нолга тенг. Демак, ғ а л т а к н и н г м а г н и т м а й д о н и э н е р г и я с и к о н д е н с а т о р н и н г э л е к т р м а й д о н и э н е р г и я с и г а д а в р и й р а в и ш д а ў т а д и ва аксинча: бу ҳолда манбадан истеъмол қилинаётган энергия фақат актив ўтказувчанликдаги энергия сарфини қоплашга кетади. 3.12-д расмда $I_l > I_c$ ҳолати учун бутун занжир оний қувватининг ўзгариш диаграммаси берилган, ундан кўриниб турибдики, манбадан келаётган энергиянинг бир қисми ўзига қайтяпти. (3.42-тенглама) га биноан, қайтарилаётган энергия қисми (қувват) сон жиҳатидан фаза силжиши φ нинг миқдорига боғлиқдир. 3.12-г расмдаги $p(\omega t)$ қувват синусоидаси тўлқини пастки қисмининг юзаси манбага қайтарилаётган энергияни тасвирлайди. Силжиш бурчаги қанча катта бўлса, бу энергия шунча катта бўлади. Давр ичида манба кучланиши (ёки истаган тармоқдаги ток) бир марта ўзгарса, занжир айрим элементлардаги (3.12,а,б,в ва г расм), шунингдек, бутун занжирдаги (3.12-д расм) оний қувват тўла икки марта ўзгаради. Демак, оний қувват занжирда ва унинг элементларида иккиланган частота 2ω билан ўзгаради. Юқорида келтирилган мулоҳазалар R, L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирларга ҳам тегишлидир. Ҳар қандай кетма-кет уланган занжирни параллел уланган занжирга ёки тескарисига алмаштириш мумкинлиги қуйида кўрсатилган.

3.9. Кетма–кет ва параллел уланган синусоидал ўзгарувчан ток занжирларини эквивалент занжирларга алмаштириш принципи

Бир фазали манбадан таъминланаётган ўзгарувчан ток мураккаб занжирлари кўриб чиқилаётганда занжирга берилаётган кучланиш u, истеъмол қилинаётган токI ва фаза силжиш бурчаги φ нинг миқдори ва йўналиши асосий параметрлар ҳисобланади. Агар бу занжирни қандайдир пассив икки қутблилик тарзида тасаввур қилсак, у кетма-кет (3.13-а расм)



3.13-расм

ва параллел (3.13-б расм) уланган, занжирларнинг бир хил эҳтимоллик ва аниқликдаги ифодаси бўлади. Агар бу занжир учун U, I **ва** φ қийматлар маълум бўлса, у ҳолда икки қутблиликнинг параметрлари занжир қисмларининг қаршиликлари ёки ўтказувчанликлари бўйича аниқланади. Биринчи ҳолда,

$$\underline{Z} = \frac{U}{I}, \quad R = \underline{Z}\cos\varphi; \quad x = x_L - x_c = \underline{Z}\sin\varphi$$

(бунда $\varphi > 0$ бўлса, $X_L > X_C$ ва $\varphi < 0$ бўлса, $X_L < X_c$). Улар асосида кетма-кет (3.13-а расм) ва параллел (3.13-б расм) уланган иккита занжирнинг бир-бирига эквивалентлиги аниқланади. Бунинг учун қуйидаги эквивалентлик шартлари бажарилиши керак:

$$\underline{Z} = \frac{U}{I} \quad \textbf{ва} \quad Y = \frac{I}{U}, \quad \textbf{яъни} \quad \underline{Z} = \frac{1}{Y} \tag{3.43}$$

$$\sin\varphi = \frac{x}{\underline{Z}} = \frac{b}{y} \tag{3.44}$$

$$\cos\varphi = \frac{R}{\underline{Z}} = \frac{g}{y} \tag{3.45}$$

Аралаш уланган мураккаб занжирларни ҳисоблашда, баъзан занжирнинг барча элементларини кетма-кет ёки параллел улашга келтириш зарур бўлади. Бу келтириш (3.43) – (3.45) тенгламалар асосида бажарилади. Агарда y, g ва p эквивалент бўлган кетма-кет занжирнинг қаршиликлари

$$\underline{Z} = \frac{1}{y}; \quad R = \frac{g\underline{Z}}{y} = \frac{g}{y^2}; \quad x = \frac{b\underline{Z}}{y} = \frac{b}{y^2}$$

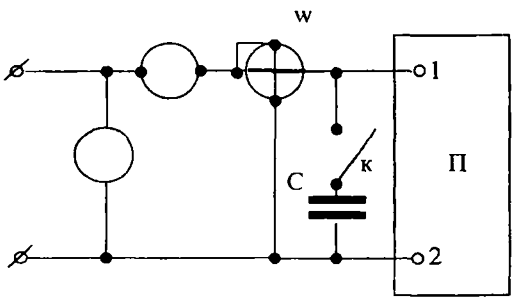
Аксинча, кетма-кет уланган ва Z, x **ва** R қаршиликлари маълум бўлган занжир берилган бўлса, унга эквивалент параллел занжир ўтказувчанликлари қуйидагича топилади:

$$y = \frac{1}{\underline{Z}}; \quad g = \frac{R}{\underline{Z}^2} \quad \text{ва} \quad b = \frac{x}{\underline{Z}^2}.$$

Баъзан, амалий ҳисобларда ички уланиш схемаси номаълум занжирнинг эквивалент қаршилиги (ёки ўтказувчанлиги) ва силжиш фазаси φ ни аниқлаш керак бўлади. Бу ҳолда берилган занжирнинг ташқи қисмлари 1 ва 2 билан белгиланиб, пассив икки қутблилик П (3.14-расм) шаклида кўрсатилади. Вольтметр V, амперметр A ва ваттметр W кўрсатишлари бўйича кучланиш U, ток I ва қувват P ни аниқлаймиз. Агар бунда $P < UI$ бўлса, $\varphi \neq 0$ бўлиб, унинг мутлоқ қиймати қуйидагича ҳисобланади,

$$\varphi = \arccos\frac{P}{UI}$$

φ нинг ишорасини фазометр ёрдамида, фазометр бўлмаса, қуйидагича аниқлаш мумкин. Текширилаётган занжирнинг 1-2 кириш қисмаларига фазани аниқловчи сиғим С уланади (3.14-расм): бу сиғимдан ўтадиган ток умумий ток I ни ўзгартириши керак. Агар занжир индуктивлик характерда бўлса $(\varphi > 0)$, индуктив ташкил этувчини қисман компенсациялаш ҳисобига умумий ток $I' < I$ гача камаяди. Агар занжир актив-сиғим $(\varphi < 0)$ характерига эга бўлса, реактив сиғим токининг ортиши ҳисобига умумий ток $I' > I$ гача ортади. Юқоридагидек аниқлашда тажриба натижаси занжир элементларини икки қутблилик ичида улаш усулига боғлиқ бўлмайди.

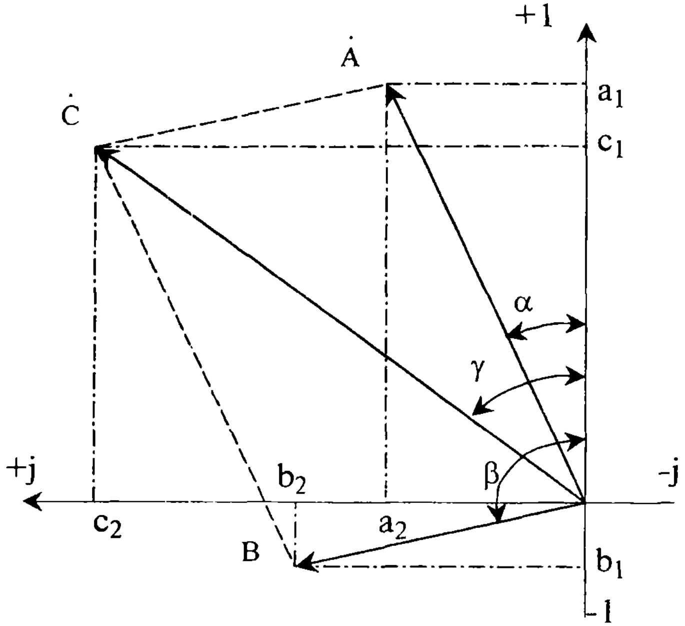


3.14- расм

IV БОБ
ЎЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИНИ КОМПЛЕКС УСУЛДА ҲИСОБЛАШ

4.1. Ҳисоблашнинг комплекс усули ҳақида тушунча

Маълумки, синусоидал ўзгарувчан ток занжирларида турғунлашган ҳолатлар (э.ю.к., кучланиш ва ҳ.к.) дифференциал тенгламаларнинг хусусий ечимларидан иборат бўлиб, улар билан занжирларнинг мувозанат ҳолатлари тавсифланади. Параметрлари чизиқли бўлган занжирга ўзгарувчан кучланиш берилганда унинг ҳамма тармоқлари ва қисмларида худди шундай шаклдаги реакция рўй беради. Бошқача қилиб айтганда, занжирнинг мувозанат ҳолати Кирхгоф қонунларига биноан ўзгарувчан электр ва электромагнит миқдорларнинг баланси билан ифодаланади. Мураккаб синусоидал ўзгарувчан ток зан- жирларини оддий математик усул билан ҳисоблаш ноқулай ва кўп меҳнат талаб қилади ва ундан амалий



4.1-расм

ҳисоблашда фойдаланиш қийин. Бундай ҳисоблашдаги асосий ноқулайлик ҳар бир синусоидал миқдор (э.ю.к., кучланиш ва ток) ўзининг амплитудаси ва бошланғич фазаси билан аниқланишидан келиб чиқади. Ўзгарувчан миқдор-ларни геометрик усулда айланувчи векторлар тарзида ифодалаш (3.4) ҳам ўз навбатида мураккаб занжирлар учун бажариш қийин бўлган мураккаб вектор диаграммалар тузишни талаб этади. Шунга қарамасдан бу усул ўзгарувчан ток занжирларини к о м п л е к с усулда ҳисоблашнинг асоси қилиб олинган. Комплекс усул, яъни айланувчи векторларни комплекс сонлар ёрдамида ифодалаш геометрик ясашларни талаб қилмай, комплекс сонлар устида амаллар бажаришга имкон беради. 4.1-расмда ҳақиқий (+I) ва мавҳум (+j) ортогонал ўқларда комплекс текислик кўрсатил- ган бўлиб, унда $\dot{A},\dot{B}$ ва $\dot{C}$ комплекс сонлар тасвирланган (электротехникада бундай векторлар нуқта билан белгиланади). Бу сонларнинг тасвири координата боши 0 дан чиқиб, A,B,C модулларга эга бўлган векторларни ифодалайди. Векторларнинг ҳолати +1 ўқдан бошлаб соат милига тескари йўналишда ҳисобланган бошланғич α, β ва γ фазалар (аргументлар) билан ёки бу векторларнинг тегишли ўқларга бўлган проекциялари: a_1 ва a_2; b_1 ва b_2; c_1 ва c_2 орқали белгиланади. Биринчи ҳолда векторлар қуйидагича кўрсаткичли шаклда берилган деб ҳисобланади:

$$\dot{A} = Ae^{j\alpha} \qquad \dot{B} = Be^{j\beta} \quad \text{ва} \quad \dot{C} = Ce^{j\gamma}$$

бунда: e натурал логарифмларнинг асоси , j= $\sqrt{-1}$. Иккинчи ҳолда тасвир алгебраик (ёки тригонометрик) шаклда берилган ҳисобланади:

$$\dot{A} = a_1 + ja_2, \qquad \dot{B} = b_1 + jb_2, \quad \text{ва} \quad \dot{C} = c_1 + jc_2,$$

ёки

$$\dot{A} = A(\cos\alpha + j\sin\alpha), \qquad \dot{B} = B(\cos\beta + j\sin\beta) \quad \text{ва}$$

$$\dot{C} = C(\cos\gamma + j\sin\gamma).$$

Келтирилган шаклдаги ёзишлар Эйлернинг комплекс сонлар учун берилган формулаларидан келиб чиқади, яъни:

$$e^{jz} = \cos Z + j\sin Z$$

$$e^{-jz} = \cos Z - j\sin Z$$

$\dot{A} = Ae^{j\alpha} = a_1 + ja_2$ комплекс сонлар учун қуйидаги нисбатларни келтириш мумкин:

$$A = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}, \qquad a = \mathrm{arctg}\frac{a_2}{a_1}$$

бунда: $a_1 = A\cos\alpha = \mathrm{Re}(\dot{A})$ комплекс соннинг ҳақиқий қисмини ифодалайди, $a_2 = A\sin\alpha = \mathrm{Im}(\dot{A})$ комплекс соннинг мавҳум қисмини ифодалайди.

Хусусий ҳолда:

1) $\alpha=0$ бўлса, $\dot{A} = A = a_1 \quad a_2 = 0$

2) $\alpha=\pm\pi/2$ бўлса, $\dot{A} = \pm jA = \pm ja_2$; $a_1=0$

3) $\alpha=\pm\pi$ бўлса, $\dot{A} = -A = -a_1$; $a_2 = 0$ ва ҳ.к. Шунинг-дек,

$$e^{\pm\pi/2} = \pm j, \qquad \frac{1}{j} = -j; \qquad j^2 = -1; \qquad j^3 = -j \quad \text{ва} \quad j^4 = 1$$

эканлиги кўриниб турибди. Энди бизга қандайдир комплекс сон берилган бўлсин:

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = I_m \cos(\omega t + \Psi_i) + jI_m \sin(\omega t + \Psi_i);$$

уни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = I_m e^{j\omega t} \cdot e^{j\Psi_i} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Бу эса бурчак тезлик билан айланаётган бирор $\dot{I}_m$ векторнинг тасвиридир. Бошқа томондан I_m e $j(\omega t+\psi_i)$ векторнинг мавҳум қисми оддий синусоидадир, яъни:

$$\mathrm{Im}\left[I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)}\right] = I_m \sin(\omega t + \Psi_i).$$

Демак, биз бошланғич фазаси ва амплитудаси I_m бўлган ω частотали синусоидани комплекс шаклда тасвирладик. Агар синусоидал ўзгарувчан токнинг оний қийматининг худди ана шундай шаклда кўрсатилишини ҳисобга олсак, комплекс сон

$$I_m e^{j(\omega t + \Psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

ток $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ нинг символик тасвири бўлиб чиқади. Бу ерда $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ токнинг комплексли амплитудаси. Кўпайтирувчи $e^{j\omega t}$ комплекс сонни ўзининг бошланғич ўқи атрофида ўзгармас бурчак тезлик билан айланаётган вектор эканлигини кўрсатади, 3.3 да кўрсатилганидек, бир хил частоталардаги электр миқдорлар векторларининг бир вақтда айланиши бу векторлар орасидаги фазавий ҳамда амплитудавий нисбатларни бузмайди. Демак, $i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$ токка комплекс текисликда I_m амплитуда ва ψ_i аргумент билан аниқланадиган $\dot{I}_m = I_m e^{j\psi_i}$ вектор мос келади деб ҳисоблаш мумкин. Худди шунингдек э.ю.к. $e = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$ ва кучланиш $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ учун тегишлича

$$\dot{E}_m = E_m e^{j\Psi_e} \quad \text{ва} \quad \dot{U}_m = U_m e^{j\Psi_u}$$

га эга бўламиз.

Ҳақиқий ҳисоблашда токлар, э.ю.к.лар ва кучланишларнинг эффектив қийматлари берилади; у ҳолда тегишли комплекслар қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\dot{I} = \frac{\dot{I}_m}{\sqrt{2}} = Ie^{j\Psi_i} \quad \dot{E} = \frac{\dot{E}_m}{\sqrt{2}} = Ee^{j\Psi_e}, \text{ ва } \dot{U} = \frac{\dot{U}_m}{\sqrt{2}} = Ue^{j\Psi_u},$$

Шундай қилиб, комплекс усул синусоидал функциялардан (оригиналлардан) комплекс сонларга (уларнинг тасвирига) ўтиш имконини беради.

Агар энди ушбу усул функциядан, яъни оригиналдан, комплекс тасвирга ўтишни $\times$ белгиси билан ифодалайдиган бўлсак, унда қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \times I_m e^{j(\omega t + \psi_i)} = \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

$$u = U_m \sin(\omega t + \Psi_u) \times U_m e^{j(\omega t + \psi_u)} = \dot{U}_m e^{j\omega t}$$

$$e = E_m \sin(\omega t + \Psi_u) \times E_m e^{j(\omega t + \psi_e)} = E_m e^{j\omega t}$$

ва ҳ.к.

Электр занжирларини комплекс усулда ҳисоблаш жараёнида ток, кучланиш ва э.ю.к. лар фақатгина вақт функцияси тарзида эмас, балки унинг ҳосиласи ёки интеграли тарзида учраши мумкин. Масалан,

$$\frac{di}{dt} = \omega I_m \cos(\omega t + \psi_i) = \omega I_m \sin(\omega t + \psi_i + \frac{\pi}{2});$$

демак, мазкур функциянинг тасвири қуйидагича топилади:

$$\omega I_m \sin(\omega t+\psi_i+\frac{\pi}{2}) \Leftrightarrow \omega I_m e^{j(\omega t+\Psi_i+\frac{\pi}{2})} =$$

$$= j\omega I_m e^{j\Psi_i}\cdot e^{j\omega t} = j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

Демак:

$$\frac{di}{dt} = j\omega \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

яъни комплекс усули қўлланаётганда функциядан ҳосила олиш – ушбу функциянинг тасвирини "jω" га кўпайтириш операциясига тўғри келади. Худди шунга ўхшаш, функциянинг "n"-нчи даражали ҳосиласи тасвири

$$\frac{d^n i}{dt^n} = (j\omega)^n \dot{I}_m e^{j\omega t}$$

кўринишда тузилиши аниқдир.

Энди шу токни интеграллашга ўтсак,

$$q(t)=\int_0^t idt=\int_0^t I_m \sin(\omega t+\psi_i)dt=-\frac{I_m}{\omega}\cos(\omega t+\psi_i)+q(o)=$$

$$=\frac{I_m}{\omega}\sin(\omega t+\psi_i-\frac{\pi}{2})+q(o)$$

(Бу ерда: q(o) конденсаторли элемент учун бошланғич заряд).

Комплекс усули фақатгина ўзгарувчан (айнан синусоидал) миқдорларга нисбатан ишлатилиши мумкинлигини эътиборга олсак, q(o) ни ҳисобга олмаймиз. Шу шарти билан интегралланган ток тасвири қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\int_0^t idt=\frac{I_m}{\omega}\sin(\omega t+\Psi_i-\frac{\pi}{2})=\frac{I_m}{\omega}e^{j(\omega t+\Psi_i-\frac{\pi}{2})}=\frac{I_m}{\omega}e^{(\Psi_i-\frac{\pi}{2})}\cdot e^{j\omega t}=$$

$$=\frac{\dot{I}_m}{\omega}e^{-j\frac{\pi}{2}}\cdot e^{j\omega t}=\frac{\dot{I}_m}{j\omega}e^{j\omega t}$$

Демак, комплекс шаклда берилган ҳар қандай синусоидал функциянинг тасвири $\dot{I}\ e^{j\omega t}$ бўлса, у функциянчнг интегралини тасвирлаш функция тасвирини "jω" га бўлиш билан баробар экан.

4.2. Ом ва Кирхгоф қонунларининг комплекс шаклда ифодаланиши. Комплекс қаршиликлар ва ўтказувчанликлар

Берилган бирор пассив занжир $u=U_m\sin(\omega t+\psi_u)$ кучланиш манбаига уланган деб фараз қилайлик. Занжир элементларининг уланиш усулларидан қатъий назар, бутун занжирнинг токини $i=I_m\sin(\omega t+\psi_i)$ десак, кучланиш ва ток эффектив қийматларининг комплекслари

$$\dot{U} = U\ e^{j\Psi_u} \quad \text{ва} \quad \dot{I} = I\cdot e^{j\Psi_i}$$

бўлади. Ом қонунига биноан, бу занжирнинг тўла қаршилиги комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\underline{Z} = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U}{I}e^{j(\Psi_u-\Psi_i)} = Ze^{j\varphi} = R + jx$$

бунда $\underline{Z} = ze^{j\varphi} = R + jx$ - занжирнинг комплекс қаршилиги; R, X ва Z – мос равишда занжирларнинг актив, реактив ва тўла қаршиликларининг модуллари (мутлақ қийматлари).

Занжирнинг комплекс ўтказувчанлиги ҳам худди шундай аниқланади:

$$Y = \frac{\dot{I}}{\dot{U}} = \frac{I}{\underline{Z}} = ye^{-j\varphi} = y*\cos\varphi - jy\sin\varphi = g - jb,$$

бунда g, b ва y – занжирнинг мос холда актив, реактив ва тўла ўтказувчанликларининг модуллари.

Шундай қилиб, Ом қонунини умумий кўринишда қуйидаги шаклларда ёзиш мумкин:

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}}, \quad \dot{U} = \dot{I}\underline{Z}; \qquad I = Y\dot{U} \quad \text{ва} \quad \dot{U} = \frac{\dot{I}}{\underline{Y}},$$

Агар занжирнинг элементлари ва уларни улаш усуллари маълум бўлса, у холда комплекс қаршиликни (кетма-кет улаш учун) ёки комплекс ўтказувчанликни (параллел улаш учун) янада аниқ шаклда ёзиш мумкин:

$$\underline{Z} = R + jx = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$Y = g - jb = g - j\left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right) = g + \frac{1}{j\omega L} + j\omega C.$$

Кирхгофнинг биринчи қонуни комплекс шаклда қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = 0$$

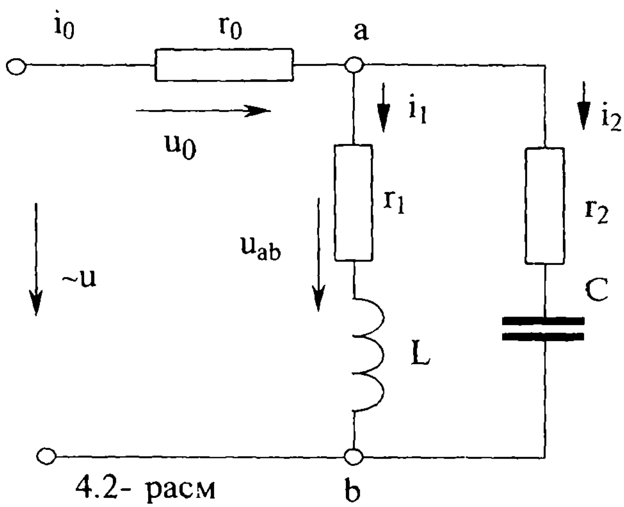
яъни занжир тугуни учун комплекс токларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг. Айрим комплекс токларнинг олдидаги ишораси схемадаги токларнинг шартли қабул қилинган йўналишларига боғлиқ; масалан, тугунга келаётган токлар "+", тугундан чиқиб кетаётганлари эса "-" ишорага эга.

Танланган контур учун Кирхгофнинг иккинчи қонуни комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\sum_{1}^{n} \dot{E}_k = \sum_{1}^{n} \dot{U}_k = \sum_{1}^{n} \dot{I}_k \underline{Z}_k,$$

яъни контурга кирувчи барча э.ю.к. ларнинг комплекс йиғиндиси шу контурнинг кетма-кет қисмла-ридаги кучланишлар паса-йишининг комплекслари йиғиндисига тенг.

4.1-м и с о л. 4.2-расмдаги занжирга синусоидал u=107,5 sin (400t -30°) В кучланиш берилган. Зан-жирнинг параметрлари:



4.2- расм

r_0=0,6 Ом, r_1=5 Ом; L = 0,0125 Г; r_2=15 Ом ва С=125 мкФ. Комплекс усулдан фойдаланиб, занжир тармоқларидаги токларнинг оний қийматлари ва қисмларидаги кучланишларнинг пасайиши аниқлансин.

Е ч и ш Занжирнинг тўла қаршилиги:

$$\underline{Z} = \underline{Z}_0 + \underline{Z}_{ab} = r_0 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 0,6 + \frac{(5 + j5)(15 - j20)}{20 - j15} =$$

$$= 6,8 + j3,4 = 7,6e^{j25^0 30'} Om$$

Йиғинди ток эффектив қийматининг комплекси:

$$\dot{I}_0 = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{107,5e^{j30^0}}{\sqrt{2}\ 7,6e^{j26^0 30'}} = 10\ e^{-j56^0 30'} \quad [A]$$

Тармоқлардаги токларнинг комплекслари:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_0 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10^{-j56^0 30'} \cdot \frac{15 - j20}{20 - j15} = 10^{-j72^0 50'} \quad [A]$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_0 \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = 10^{-j56^0 30'} \cdot \frac{15 - j20}{20 - j15} = 10^{-j72^0 50'} \quad [A]$$

r_0 қаршиликдаги ва ab тугунлар орасидаги кучланишларнинг комплекслари тегишлича

$$\dot{U}_0 = \dot{I}_0 r_0 = 10\ e^{j56^0 30'} 0,6 = 6e^{-j56^0 30'} \quad [B]$$

$$\dot{U}_{ab} = \dot{I}_0 \underline{Z}_{ab} = 10\ e^{-j56^0 30'} 5\sqrt{2}e^{j28^0 40'} = \quad [B]$$
$$= 50\sqrt{2}e^{-j27^0 50'}$$

бўлади.

Ток ва кучланишларнинг оний қийматларига ўтиб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

токлар учун:

$$i_0 = 10\sqrt{2}\sin(400t - 56^0 30') \quad [A]$$

$$i_1 = 10\sqrt{2}\sin(400t - 72^0 50') \quad [A]$$

$$i_2 = 4\sin(400t + 25^0 20') \quad [A]$$

кучланишлар учун:

$$u_0 = 6\sqrt{2}\sin(400t - 56^0 30') \quad [B]$$

$$u_{ab} = u_1 - u_2 = 100\sin(400t - 27^0 50') \quad [B]$$

4.3. Қувват комплекси.

Синусоидал ток занжиридаги актив, реактив ва тўла қувватларни кучланиш U ва ток I нинг берилган эффектив қийматлари, шунингдек, бу миқдорларнинг векторлари орасидаги фаза силжиши бурчаги $\varphi = \Psi_u - \Psi_i$ орқали ҳисоблаш юқорида кўрсатилган эди, яъни P=UI×cosφ, Q=UI sinφ ва S=UI. Аммо қувват комплексини ҳисоблаш мақсадида кучланиш $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ ва ток $\dot{I} = Ie^{j\Psi_i}$ векторларини тўғридан-тўғри кўпайтирсак, тўғри модулли S=UI билан бир қаторда физик реал (ҳақиқий) бўлмаган аргумент $\varphi' = \Psi_u + \Psi_i$ га дучор бўламиз. Агар $\dot{S} = \dot{U}\dot{I}$ кўпайтманинг комплекслари $\dot{U}$ (ёки $\dot{I}$) дан бирортасининг аргументи тескари ишорали қилиб олинса, кўпайтма векторининг аргументи ±φ га тенг бўлади, яъни:

$$\overset{*}{S} = \overset{\Delta}{U}\dot{I} = Ue^{-j\Psi_u} * Ie^{j\Psi_i} = UIe^{-j\varphi} =$$
$$= UI\cos\varphi - jUI\sin\varphi = P - jQ$$

$$\dot{S} = \dot{U}\overset{\Delta}{I} = Ue^{j\Psi_u} * Ie^{-j\Psi_i} = UIe^{j\varphi} =$$
$$= UI\cos\varphi + jUI\sin\varphi = P + jQ$$

Шундай қилиб, кучланиш ва токнинг ишорада олинган аргументли комплекслари, яъни аргументнинг ишорасини сунъий равишда тескарисига алмаштириш комплекси S нинг модулига тенг тўла қувватни ва унинг актив P, реактив Q ташкил этувчиларини бир вақтда ҳисоблашга имкон беради. Бу ҳолда P ва Q тегишлича олинган комплекс соннинг ҳақиқий ва мавҳум қисмларига тенг. Гарчи $\dot{U}$ ва $\dot{I}$ комплексларнинг иккала ўзгартириш варианти тенг кучли бўлса ҳам, занжир характерини аниқлашнинг қуйидаги қоидаларини ёдда тутиш лозим. Агар кучланиш комплекси $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ нинг ўрнига $\overset{\Delta}{U} = Ue^{-j\Psi_u}$ ни олсак, манфий мавҳум -Q қисм занжирларнинг индуктив характерига, +Q қисм эса сиғим характерига, ток комплекси $\dot{I} = Ie^{j\Psi_u}$ нинг ўрнига $\overset{\Delta}{I} = Ie^{-j\Psi_u}$ ни олсак, аксинча -Q қисм занжирнинг сиғим характерига, +Q эса индуктив характерга эга эканлигига мос келади.

4.4. Оддий ва мураккаб занжирларни комплекс усул билан ҳисоблаш

Қаршиликларнинг кетма-кет улангандаги комплекс кўриниши (ифодаси).

Кетма-кет уланган қаршиликлардан тузилган оддий занжир ўзгарувчан кучланиш манбаига уланган деб фараз қилайлик (4.3 расм). Занжирнинг барча элементлари учун умумий бўлган ток χ_1, χ_2, χ_n қаршиликларда тегишлича кучланишлар ҳосил қилади:

$$\dot{U}_1 = \dot{I}\underline{Z}_1, \qquad \dot{U}_1 = \dot{I}\underline{Z}_1, \qquad \dot{U}_n = \dot{I}\underline{Z}_n.$$

Бу комплекс кучланишлар векторларининг геометрик йиғиндиси манба кучланишининг $\dot{U}$ комплексига тенг. Комплекс белгилашларга ўтилганда уни қуйидагича ёзиш мумкин: $$\dot{U} = \sum_1^n \dot{U}_k = \sum_1^n \dot{I}\underline{Z_k} = \dot{I}\sum_1^n \underline{Z}_k$$

бунда $Z_k=R_k+jX_k$ k-қисмнинг комплекс қаршилиги. Агар тўла қаршиликлар $\underline{Z}_1 = \sqrt{R_1^2+X_1^2}$ $\underline{Z}_2 = \sqrt{R_2^2+X_2^2}$,

$\underline{Z}_{1n} = \sqrt{R_n^2+X_n^2}$, нинг ташкил этувчилари берилган бўлса, у ҳолда бутун занжирнинг комплекс қаршилигини қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

$$\underline{Z} = \sum_1^n \underline{z}_k = \sum_1^n R_k + j\sum_1^n X_k = R + jX$$

бунда R бутун занжирнинг актив қаршилиги (R_1, R_2, R_n қаршиликларнинг алгебраик йиғиндисига тенг); X бутун занжирнинг реактив қаршилиги [мусбат (индуктив) ва манфий (сиғим) x_1, x_2, x_n қаршиликларнинг алгебраик йиғиндисига тенг].

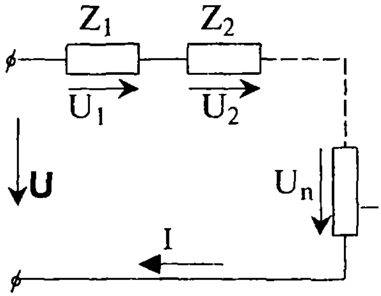
Кучланиш U ва ток I нинг векторлари орасидаги силжиш бурчаги:φ =arctg X/R.

Агар $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ комплекс кўринишдаги кучланиш берилган бўлса, у ҳолда занжирдаги токнинг комплекси

$$\dot{I} = \frac{\dot{U}}{\underline{Z}} = \frac{Ue^{j\varphi_u}}{\underline{Z}e^{j\varphi}} = Ie^{j\Psi_i}$$

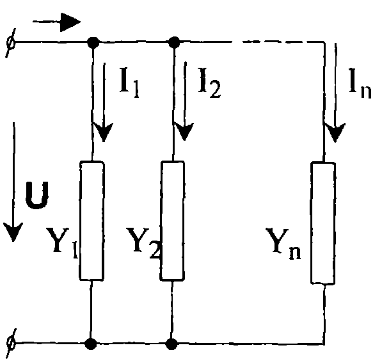
бўлади. Энди занжирнинг айрим қисмаларидаги $\dot{U}_1 = \dot{I}Z_1$, $\dot{U}_2 = \dot{I}Z_2$ ва ҳ.к. эффектив кучланишларнинг комплексларини аниқлаш қийин эмас.

II. Ў т к а з у в ч а н л и к л а р н и п а р а л л е л у л а н и ш д а г и к о м п л е к с к ў р и н и ш и (ифодаси).



4.3-расм

Параллел уланган Y_1, Y_2, Y_n ўтказувчанликлардан тузилган оддий занжир ва ўзгарувчан кучланиш U манбаи берилган (4.3-расм). Занжирнинг барча элементлари учун умумий бўлган U эффектив кучланиш тармоқларининг ўтказувчанликларига пропорционал бўлган $I_1=Y_1U$, $I_2=Y_2U$, $I_n=Y_nU$ токларни ҳосил қилади. Бу токлар эффектив қийматлари векторларининг геометрик йиғиндиси занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги I эффектив токнинг векторига тенг.



4.4-расм

Комплекс белгилашларга ўтиб, уни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\dot{I} = \sum_{k=1}^{n} \dot{I}_k = \sum_{k=1}^{n} Y_k \dot{U} = \dot{U} \sum_{k=1}^{n} Y_k = Y\dot{U}$$

бунда: $Y_k=g_k \quad jb_k$ "k" тармоқнинг комплекс ўтказувчанлиги.

Агар тўла ўтказувчан-ликлар

$$y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2}, \ldots y_n = \sqrt{g_n^2 + b_n^2}$$

нинг ташкил этувчилари берилган бўлса, у ҳолда бутун занжирнинг комплекс ўтказувчанлигини қуйидагича ҳисоблаш мумкин:

$$Y = \sum_{k=1}^{n} Y_k = \sum_{k=1}^{n} g_k - j\sum_{k=1}^{n} b_k = g - jb$$

бунда: g бутун занжирнинг актив ўтказувчанлиги (алоҳида тармоқлар актив ўтказувчанликларининг йиғиндисига тенг); b бутун занжирнинг реактив ўтказувчанлиги [мусбат (индуктив) ва манфий (сиғим) реактив b_1, b_2, b_n ўтказувчанликларнинг алгебраик йиғиндисига тенг].

Кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ нинг векторлари орасидаги силжиш бурчаги: $\varphi = \operatorname{arctq} b/g$

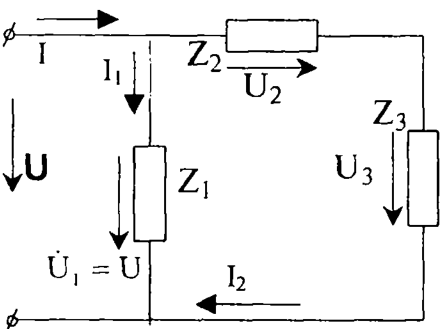
Агар комплекс кўринишдаги $\dot{U} = Ue^{j\Psi_u}$ кучланиш берилган бўлса, у ҳолда занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги ток комплекси

$$\dot{I} = Y\dot{U} = ye^{j\varphi} * Ue^{j\Psi_u} = Ie^{j\Psi}$$

бўлади. Тегишли тармоқлардаги токларнинг комплекслари:

$$\dot{I}_1 = \dot{U}Y_1 \qquad \dot{I}_2 = \dot{U}Y \quad \text{ва ҳ.к.}$$

III. Аралаш уланган занжир



4.5-расм

Аралаш уланган занжирларни (яъни элементлари кетма-кет ва параллел уланган занжирларни) комплекс усул билан ҳисоблашда юқорида баён қилинган қоидалар занжир айрим қисмларининг уланиш усулларига кўра асос қилиб олинади. Мисол тариқасида кучланиши U бўлган манбага (4.5-расм) параллел (Z_1) ва кетма-кет (Z_2 ва Z_3) уланган учта $Z_1(R_1, X_1, \varphi_1)$, $Z_2(R_2, X_2, \varphi_2)$ ва $Z_3(R_3, X_3, \varphi_3)$.қаршиликдан тузилган занжирни кўриб чиқайлик. Бутун занжирнинг токи I_1 ва I_2 токларнинг йиғиндисига тенг; $U_2 = I_2 Z_2$ ва $U_3 = I_3 Z_3$ кучла-нишлар тушувининг йиғиндиси эса манбанинг кучланиши U га тенг.

Бу комплекс шаклда шундай ёзилади:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \; \dot{U} = \dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{U} = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_2 \underline{Z}_3$$

бунда $\dot{I}_1 = \dot{U} / Z_1$ биринчи тармоқнинг комплекс токи;

$\underline{Z}_{23} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = (R_2 + R_3) + j(X_2 + X_3)$ кетма-кет уланган занжир қисмининг комплекс қаршилиги.

Иккала тенгламани бирлаштириб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = \dot{U}Y_1 + \dot{U}Y_{23} = \dot{U}(Y_1 + Y_{23}) = \dot{U}Y$$

бунда:

$$Y = Y_1 + Y_{23} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{1}{R_1 + jX_1} +$$

$$+ \frac{1}{(R + R_3) + j(X_2 + X_3)} = g - jb$$

– бутун занжирнинг тўла ўтказувчанлиги;

$$Y_1 = \frac{1}{R_1 + jX_1} = \frac{R_1}{\underline{Z}_1^2} - j\frac{X}{\underline{Z}_1^2} = g_1 - gb_1$$

биринчи тармоқнинг комплекс ўтказувчанлиги;

$$Y_{23} = \frac{R_2 + R_3}{(R_2 + R_3)^2 + (x_2 + x_3)^2} - j\frac{x_2 + x_3}{(R_2 + R_3)^2 + (x_2 + x_3)^2} = g_{23} - jb_{23}$$ иккинчи

тармоқнинг комплекс ўтказувчанлиги.

Занжирнинг тармоқланмаган қисмидаги комплекс ток:

$$\dot{I} = Y\dot{U} = (Y_1 + Y_{23})\dot{U}$$

Кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ векторлари орасидаги силжиш бурчаги:

$$\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{b}{g} = \mathrm{arctg}\,\frac{b_1 + b_{23}}{g_1 + g_{23}}$$

Тармоқлардаги токлар тегишлича

$$\dot{I}_1 = Y_1\dot{U} = y_1 e^{-j\varphi_1}\dot{U}$$

$$\left[y_1 = \sqrt{g_1^2 + b_1^2},\ \varphi_1 = \mathrm{arctg}\,\frac{b_1}{g} \right]$$

$$\dot{I}_2 = Y_{23}\dot{U} = y_{23} e^{-j\varphi_{23}}\dot{U}$$

$$\left[y_{23} = \sqrt{g_{23}^2 + b_{23}^2},\ \varphi_{23} = \mathrm{arctg}\,\frac{b_{23}}{g_{23}} \right]$$

бўлади. Элементлари кетма-кет уланган занжирнинг кучланиш комплекси:

$$\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2 = \dot{I}_2(R_2 + jx_2) \text{ ва } \dot{U}_3 = \dot{I}_2 \underline{Z}_3 = \dot{I}_2(R_3 + jx_3)$$

Демак, уланиш схемалари турлича бўлган занжирларни ҳисоблашга оид юқоридаги мисолларга мувофиқ, синусоидал ўзгарувчан ток занжирларини ҳисоблаш учун комплекс усул татбиқ этилганда ўзгармас ток занжирларидаги каби ток ва кучланишга оид ўшандай оддий математик амалларни бажаришга тўғри келади, дейиш мумкин. Актив ва реактив ташкил этувчиларни, шунингдек ток ва кучланишлар орасидаги фаза силжиши бурчагини ҳисоблаш автоматик равишда бажарилади; чунки бу амал комплекс сонлар тузилиши ва таҳлили асосининг ташкил қилади. Ўзгармас ток занжирларини ҳисоблашнинг ўзгарувчан ток занжирларини ҳисоблашдан фарқи шундаки, R_1, R_2, ...R_n қаршиликлар ўрнига $Z_1 = R_1 + jX_1$, $Z_2 = R_2 + jX_2$, $Z_n = R_n + jX_n$ тўла қаршиликлар олинади, шунингдек, ток I_k ва кучланиш U_k комплекс сонлар $I_k = I_k e^{j\psi_{ik}}$ ва $U_k = U_k e^{j\Psi_{uk}}$ тарзида кўрсатилади.

4.5. Э.ю.к. манбаларини комплекс усулда ток манбаларига ва ток манбаларини э.ю.к. манбаларига алмаштириш

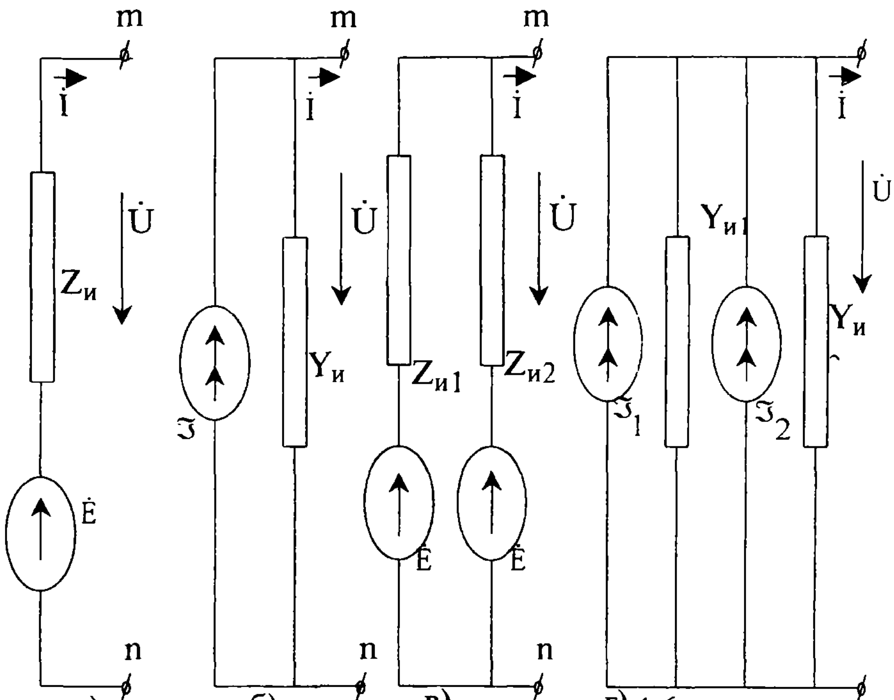
Амалда э.ю.к. ва ток манбаларини (2.6) алмаштиришга имкон берувчи, нолдан фарқ қиладиган ички параметрлар ($r \neq 0$ ва $g \neq 0$) мавжуд; шу туфайли уларни ўзаро эквивалент алмаштириш мумкин. Масалан, э.ю.к. манбаларини ток манбаларига алмаштириш тугун кучланишлари (потенциаллари) усулида тенгламалар системасига асос қилиб олинган эди. Э.ю.к. ва ток манбаларининг эквивалент алмаштиришнинг мураккаб занжирлар тузилишини соддалаштириш имконини бериши қуйида кўрсатилади. Масалан, э.ю.к. Е манбаи билан генераторнинг $Z_и = r_и + jX_и$ ички қаршилигидан (4.6-а расм) иборат мураккаб занжирнинг m-n тармоғи берилган бўлсин. m-n тармоқнинг ташқи қисмларидаги кучланиш юклама истеъмол қилаётган ток кучи I га боғлиқ, яъни:

$$\dot{U} = \dot{E} - \dot{I}\,\underline{Z}_и$$

Ўз навбатида ташқи занжирга бу манба бераётган ток қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}}{Z_и} - \frac{\dot{U}}{Z_и} \qquad (*)$$

Энди $Y_и$ ички ўтказувчанликка эга бўлган қандайдир I ток манбаини (4.6-б расм) олайлик. У ташқи занжирга ток I бериб, худди э.ю.к. манбаи (4.6-а расм) каби m-n қисмларда U кучланишни ҳосил қилсин.



4.6-расм

Бу ҳолда юклама токи

$$\dot{I} = \dot{\mathfrak{I}} - \dot{U}\,Y_и \qquad (**)$$

бўлади.

Бу икки манбани ўзаро алмаштириш юклама токи $\dot{I}$ нинг ўзгариш қонунияти ва унинг қисмаларидаги кучланиш

$\dot{U}$ юклама қаршилигининг миқдори ва характерига боғлиқ бўлмаган ҳолдагина мумкин бўлади. Демак, (*) ва (**) ифодалар бир хилдир:

$$\frac{\dot{E}}{\underline{Z}_m} = \dot{J}; \quad \dot{E} = \frac{1}{Y_m}\dot{J} \qquad \text{ва} \qquad \frac{1}{Z_m} = Y_m \qquad (***)$$

$\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ э.ю.к. манбалари бўлган иккита параллел тармокни (4.6-в расм) $\dot{\Im}_1$ ва $\dot{\Im}_2$ ток манбалари бўлган параллел тармоққа (4.6-г расм) алмаштириш учун (***) ифодадан фойдаланамиз. Агар э.ю.к. манбаларнинг ички қаршиликлари $\underline{Z}_{1и}$ ва $\underline{Z}_{2и}$ берилган бўлса, (***) га биноан,

$$Y_{1и} = 1/\underline{Z}_{1и} \qquad Y_{2и} = 1/\underline{Z}_{2и}$$ ва тегишлича

$$\dot{\Im}_1 = Y_{1и}\dot{\Gamma}_1, \qquad \dot{\Im}_2 = Y_{2и}\dot{\Gamma}_2$$ бўлади.

Энди ток комплекслари ва ички ўтказувчанликларини қўшиш йўли билан (4.6-г расм) да кўрсатилган занжирдан унга эквивалент бўлган (4.6-б расм) тармоққа ўтиш қийин эмас:

$$\dot{\Im} = \dot{\Im}_1 + \dot{\Im}_2 \qquad \text{ва} \qquad Y_и = Y_{1и} + Y_{2и}$$

Аммо 4.6-а расмга 4.6-в расм эквивалентдир, у холда:

$$\dot{E} = \dot{\Im}\ Y_и = (\dot{\Im}_1 + \dot{\Im}_2):(Y_{1и} + Y_{2и} = (\dot{E}_1 Y_{1и} + \dot{\Gamma}_2 Y_{2и}):(Y_{1и} + Y_{2и}).$$

Шубҳасиз, иккита параллел э.ю.к. манбаини битта эквивалент манбага алмаштиришнинг юқорида баён қилинган усули ички қаршиликлари $Z_{1н}$, $Z_{2н}$, ..., $Z_{nн}$ бўлган $\dot{E}_1, \dot{E}_2, \ldots, \dot{E}_n$ манбалар учун ҳам татбиқ қилинади. Эквивалент манбанинг э.ю.к .қуйидагича аниқланади:

$$\dot{E} = (\dot{E}_1 Y_{1и} + \dot{E}_2 Y_{2и} + \ldots + \dot{E}_и Y_{nи}):(Y_{1и} + Y_{2и} + \ldots + Y_{nи}) = \frac{\sum_{k=1}^{n} \dot{E}_k Y_{kи}}{\sum_{k=1}^{n} Y_{kи}}$$

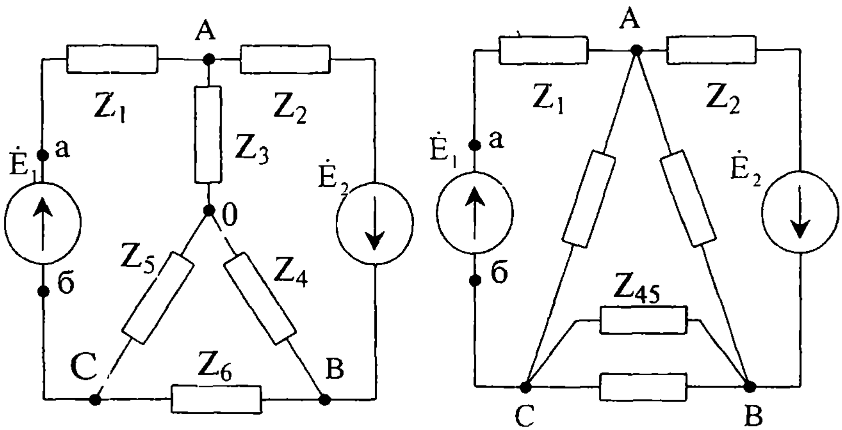
Унинг ички қаршиликлари эса:

$$\underline{Z}_и = \frac{1}{Y_{1и} + Y_{2и} \quad + Y_{nи}}.$$

бўлади.

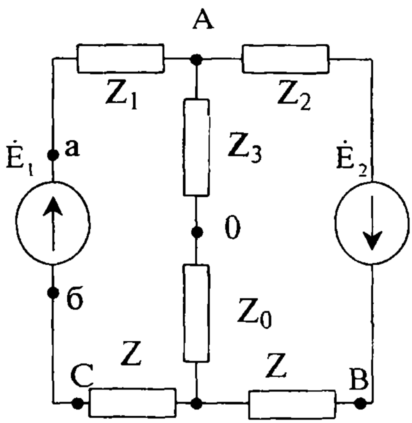
4.6. Юлдуз ва учбурчак тарзида уланган тармоқларни ўзаро алмаштириш усули

Мураккаб электр занжирларни турли усуллар билан ҳисоблашда баъзан занжирнинг ёки унинг қисмининг эквивалент қаршилигини (эквивалент ўтказувчанлигини) ихтиёрий олинган иккита қисмага (тугунга) нисбатан аниқлаш



а) б)

зарур бўлади. Аммо барча ҳолларда ҳам мураккаб уланишни оддий кетма-кет ва параллел уланиш билан алмаштириб бўлмайди. Масалан: 4.7- а расм даги занжирнинг эквивалент қаршилигини (а-б қисмаларга ва э.ю.к. манбаи Е га нисбатан) **унинг А,О, В** ва С тугунлари орасидаги элементларининг қаршилик-ларини бир-бирига қўшиш билан аниқлаб бўлмайди. Ҳақиқатан ҳам бу ерда уланган қаршиликларни ўзаро кетма-кет ёки параллел уланган деб бўлмайди.

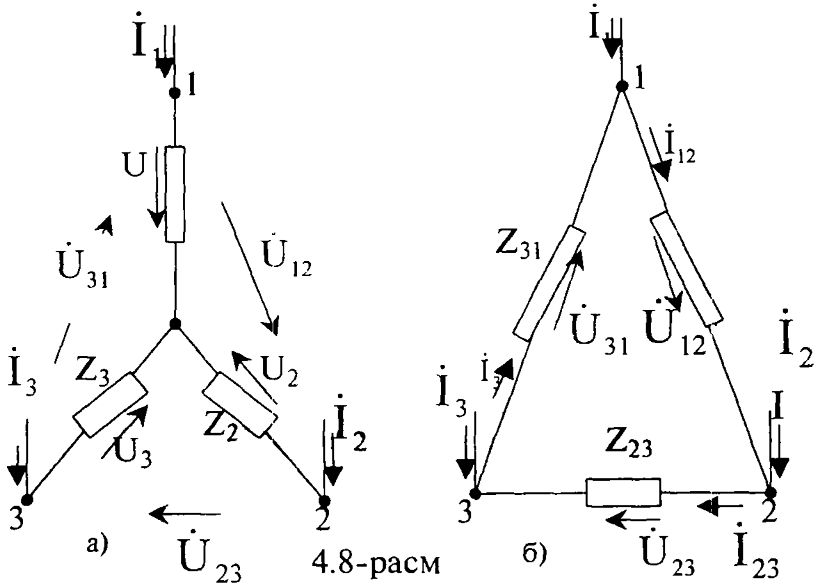


в)

4.7-расм

Масалани ҳал этиш учун А, В ва С тугунлари орасида юлдуз усулида уланган (4.7-а расм) Z_3, Z_4 ва Z_5 қаршиликларни учбурчак усулида уланган Z_{34}, Z_{45} ва Z_{56} (4.7-б расм) қаршиликлар билан алмаштириш керак. Бошқа вазиятда эса О, В ва С тугунлари орасида (4.7-а расм) учбурчак усулида уланган Z_4, Z_5 ва Z_6 қаршиликлар-ни унга эквивалент бўлган юлдуз усулида уланган Z_D, Z_B ва Z_c қаршиликларга алмаштирсак (4.7-в расм), худди аввалгидек эффект олиш мумкин.

Энди юлдуз усулидан учбурчак усулига ва учбурчак усулидан юлдуз усулига ўтишнинг эквивалент шартларини аниқлайлик. Фараз қилайлик, умумий ҳолда занжирнинг бирор қисми юлдуз усулида уланган Z_1, Z_2 ва Z_3 қаршиликлар бўлиб, уларга ташқи занжирдан ихтиёрий I_1, I_2 ва I_3 (4.8-а расм) токлар келаётган бўлсин.



а) 4.8-расм б)

Энди унга эквивалент бўлган учбурчак усулида (4.8-б расм) уланган зинжир, қаршиликлари Z_{12}, Z_{23} ва Z_{31} бўлган 1, 2 ва 3 тугунлар ичига жойлашган бўлиб, сифатан янги режимда ишлайди: лекин барча занжирнинг аввалги иш режимини ўзгартирмайди. Бундан шундай хулоса қилиш мумкин:

1) 1,2 ва 3 тугунларга келаётган I_1, I_2 ва I_3 токлар ўзларининг аввалги йўналишлари ва микдорларини сақлаши керак.

2) тугунлар орасида $\dot{U}_{12}$, $\dot{U}_{23}$ ва $\dot{U}_{31}$ кучланишлар ўзларининг аввалги йўналишлари микдорларини ўзгартирмасликлари керак.

Биринчи шарт 4.8-а,б расмдаги ток ва кучланишларнинг берилган йўналишлари бўйича тузилган тенгламалар системасини ўз ичига олади:

$$\dot{I}_1+\dot{I}_2+\dot{I}_3=0 \quad \left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} \\ I_2 &= \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} \\ I_3 &= \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} \end{aligned}\right\} \qquad (4.1)$$

Иккинчи шарт бўйича:

$$\dot{I}_{12}+\dot{I}_{23}+\dot{I}_{31}=0 \quad \left.\begin{aligned} \dot{I}_{12} &= \dot{I}_1 - \dot{I}_2 \\ I_{23} &= \dot{I}_2 - \dot{I}_3 \\ I_{31} &= \dot{I}_3 - \dot{I}_1 \end{aligned}\right\} \qquad (4.2)$$

Энди (4.1) ва (4.2) тенгламалар системасига кўра, юлдуз усулидан учбурчак усулига ўтиш шартларини ёзайлик:

$$\begin{aligned} \dot{U}_{12} &= \dot{U}_1 - \dot{U}_2 = \dot{I}_1\underline{Z}_1 - \dot{I}_2\underline{Z}_2 = \dot{I}_1\underline{Z}_1 + (\dot{I}_1 + \dot{I}_3)\underline{Z}_2 = \\ &= \dot{I}_1(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \dot{I}_3\underline{Z}_2; \end{aligned} \qquad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{U}_{23} &= \dot{U}_2 - \dot{U}_3 = \dot{I}_2\underline{Z}_2 - \dot{I}_2\underline{Z}_3 = (-\dot{I}_1 - \dot{I}_3)\underline{Z}_2 - \dot{I}_3\underline{Z}_3 = \\ &= -\dot{I}_1\underline{Z}_2 - \dot{I}_3(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3); \end{aligned} \qquad (4.4)$$

(4.4) тенгламага асосланиб ва $\dot{I}_3$ токини $\dot{I}_3$ оркали белгилаб,

$$\dot{I}_3 = -\frac{\dot{U}_{23} + \dot{I}_1\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} \qquad (4.5)$$

(4.3) ни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_{12}}{D}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \frac{\dot{U}_{23}}{D}\underline{Z}_2 \qquad (4.6)$$

Бунда: $D = \underline{Z}_1 \underline{Z}_2 + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 + \underline{Z}_3 \underline{Z}_1$ (4.6) тенгламада ифодаланган мураккаб касрнинг умумий махражи.

(4.6) тенгламани ҳисобга олган ҳолда (4.5)тенгламани қайта ёзамиз:

$$\dot{I} = -\dot{U}_{12} \frac{\underline{Z}_2}{D} - \dot{U} \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D} \tag{4.7}$$

Бошқа томондан, юлдуз усулида уланган занжир токларининг учбурчак усулида уланган занжир токларига нисбати қуйидагича:

$$\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{12}} - \dot{U}_{31} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{12}} + (\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23}) \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \\ &= \dot{U}_{12} \left(\frac{1}{Z_{12}} + \frac{1}{Z_{31}} \right) + \dot{U}_{23} \frac{1}{Z_{31}} \end{aligned} \tag{4.8}$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_3 &= \dot{I}_{31} - \dot{I}_{231} = \frac{\dot{U}_{31}}{\underline{Z}_{31}} - \frac{\dot{U}_{23}}{\underline{Z}_{23}} = -\frac{(\dot{U}_{12} + \dot{U}_{23})}{\underline{Z}_{31}} - \frac{\dot{U}_{23}}{Z_{23}} = \\ &= \dot{U}_{12} \frac{1}{\underline{Z}_{31}} - U_{23} \left(\frac{1}{Z_{31}} + \frac{1}{Z_{23}} \right) \end{aligned} \tag{4.9}$$

(4.6) тенгламани (4.8)тенглама билан ва (4.7) тенгламани (4.9) тенглама билан солиштириб, қуйидагиларни ҳосил қиламиз:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} + \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}{D}; \quad \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2}{D} \tag{4.10}$$

Энди булардан кўринадики:

$$\frac{1}{\underline{Z}_{12}} = \frac{\underline{Z}_3}{D} \qquad \frac{1}{\underline{Z}_{23}} = \frac{\underline{Z}_1}{D}; \qquad \frac{1}{\underline{Z}_{31}} = \frac{\underline{Z}_2}{D}$$

ёки

$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_{12} &= \frac{D}{\underline{Z}_3} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3} \\ \underline{Z}_{23} &= \frac{D}{\underline{Z}_1} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1} \\ \underline{Z}_{31} &= \frac{D}{\underline{Z}_2} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2} \end{aligned}\right\} \tag{4.11}$$

Шундай қилиб, берилган учта юлдуз усулида уланган занжир қаршиликлари $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ ва $\underline{Z}_3$ бўйича унга эквивалент бўлган учбурчак усулида уланган занжир қаршиликлари $\underline{Z}_{12}$, $\underline{Z}_{23}$ ва $\underline{Z}_{31}$ аниқланади. Худди шундай йўл билан учбурчак усулида уланган занжирнинг берилган қаршиликлари бўйича унга эквивалент бўлган юлдуз усулида уланган занжир қаршиликлари $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$ ва $\underline{Z}_3$ ни аниқлаш мумкин. (4.11) тенгламадан:

$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31} &= \frac{D^2}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2 \underline{Z}_3}, \\ \underline{Z}_{12}\,\underline{Z}_{31} &= \frac{D^2}{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}. \end{aligned}\right\} \qquad (4.12)$$

Демак, юлдуз уланишдаги қаршиликлар:

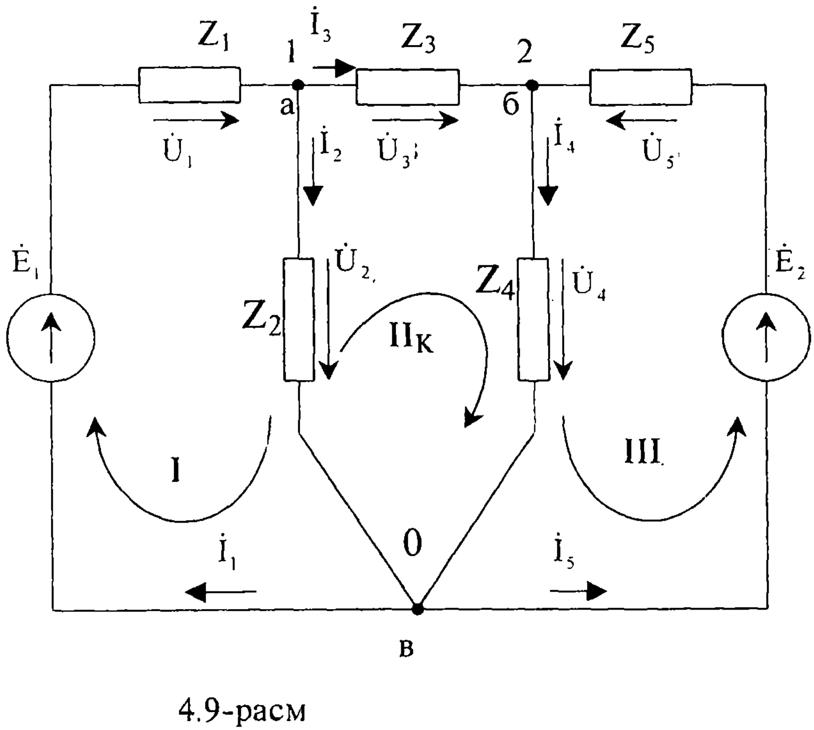
$$\left.\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= \frac{\underline{Z}_{12}\,\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}; \\ \underline{Z}_2 &= \frac{\underline{Z}_{12}\,\underline{Z}_{23}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}}; \\ \underline{Z}_3 &= \frac{\underline{Z}_{23}\,\underline{Z}_{31}}{\underline{Z}_{12} + \underline{Z}_{23} + \underline{Z}_{31}} \end{aligned}\right\} \qquad (4.13)$$

Юлдуз ва учбурчак усулида уланишларни ўзаро алмаштиришдан фақат занжир элементларининг соддалаштирилган аралаш уланишини олиш мумкин бўлибгина қолмасдан, балки юқоридаги усулларнинг бирортаси билан мураккаб занжир ҳисобланганда унинг контури ва тугунларининг сонини ўзгартиришда ҳам фойдаланилади. Шуни эсда тутиш керакки, бунда эквивалент улашнинг қаршиликларидаги токлар бошланғич улашнинг реал тармоқларидаги (берилган) токлардан фарқ қилади. Бошланғич уланишнинг реал тармоқларидаги токларни аниқлаш учун (4.1) ва (4.2) тенгламаларга биноан, токларни қайта ҳисоблаш керак.

Шуни ҳам эсда тутиш керакки, юлдуз усулидан учбурчак усулига ўтказиш принципини янада мураккаброқ кўп учли юлдуз ва кўпбурчак усулида улашга татбиқ қилиш мумкин.

4.7. Кирхгоф қонунлрини бевосита татбиқ этиш усули

Бу усул билан электр занжир таҳлил қилинганда айрим тармоқларидаги токларни ва шу тармоқлардаги қаршиликларда кучланишнинг пасайишини ҳисоблаш учун Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қонунига биноан берилган занжирнинг тенгламаси (электр мувозанат тенгламаси) тузилади. Тузилган тенгламалар сони номаълум токларнинг, яъни тармоқларнинг сонига тенг бўлиши керак. Масаланинг шартига биноан, э.ю.к. (ёки токлар) манбаларининг ва занжир қаршиликларининг миқдорлари берилади. Агар занжирнинг тармоқлар сони p га, тугунлар сони q га тенг бўлса, у ҳолда Кирхгофнинг биринчи қонуни бўйича (q-1), иккинчи қонуни бўйича эса (p-q+1) та занжирнинг мувозанат тенгламаси тузилади. Тенгламалар системасини биргаликда ечиш натижасида p та номаълум $\dot{I}_1, \dot{I}_2, ..., \dot{I}_p$ токлар аниқланади. Занжирнинг бир қисми учун



4.9-расм

Ом қонунига биноан ихтиёрий $\underline{Z}_k$ қаршиликда кучланишнинг тушуви $\dot{U}_k = \dot{I}_k Z_k$ ни аниқлаймиз.

Фараз қилайлик, иккита $\dot{E}_1$ ва $\dot{E}_2$ э.ю.к. манбаидан таъминланаётган уч тугун ва бешта тармоқдан таркиб топган (4.9-расм) мураккаб занжир берилган бўлсин. $\underline{Z}$ $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_3$ қаршиликлардан ўтаётган токларни $\dot{I}_1, \dot{I}_2, ..., \dot{I}_p$ ихтиёрий равишда (4.9-расмда кўрсатилганидек) йўналтирамиз.

Агар токларнинг йўналишлари уларнинг ҳақиқий йўналишига тескари бўлса, унда ҳисобланган токлар ишораси манфий (-) бўлиб чиқади. Аммо бу шартли йўналиш ҳисоблашда хатога олиб келмайди.

Тугунлар сони учта (а,б ва в) бўлгани учун Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра

$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0, \qquad (4.14)$$

$$\dot{I}_3 - \dot{I}_4 + \dot{I}_5 = 0 \qquad (4.15)$$

0-ёки в″ тугун учун тузилган $-\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_5 = 0$ тенглама (4.14) ва (4.15) тенгламаларда такрорлангани учун мустақил бўлмайди.

Номаълум токлар сонидан (улар бешта) тенгламалар сони кам; шу сабабли Кирхгофнингн иккинчи қонунига кўра I, II ва III контурлар учун схемада стрелка билан кўрсатилган йўналиш бўйича тенгламалар тузамиз, яъни

$$\dot{I}_1 \underline{Z}_1 + \dot{I}_2 \underline{z}_2 = \dot{E}_1, \qquad (4.16)$$

$$-\dot{I}_2 \underline{Z}_2 + \dot{I}_3 \underline{Z}_3 + \dot{I}_4 \underline{Z}_4 = 0, \qquad (4.17)$$

$$\dot{I}_4 \underline{Z}_4 + \dot{I}_5 \underline{Z}_5 = \dot{E}_2. \qquad (4.18)$$

(4.14) (4.18) тенгламаларни биргаликда ечиб, номаълум $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \dots, \dot{I}_5$ токларни аниқлаймиз. Булар орқали эса $\dot{U}_1 = \dot{I}_1 \underline{Z}_1$, $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 \underline{Z}_2, ...,$ $\dot{U}_5 = \dot{I}_5 \underline{Z}_5$, кучланишларнинг тушувларини ҳам аниқлаймиз.

Аммо кўп тармоқли занжирларни ҳисоблашда бу усул ноқулай ва мураккаб бўлганлигидан кам татбиқ қилинади.

4.8. Контур токлари усули

Бу усул берилган занжирни Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан тузилган тенгламалар бўйича таҳлил қилишга асосланган. 4-9-расмдаги I, II ва III контурлардан фақат контур токлари деб аталадиган $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ ва $\dot{I}_{k3}$ токлар ўтаяпди ва бу токлар занжирнинг қаршиликларида кучланишнинг тушувини ҳосил қилади, дейлик. Агар бирор Z_k қаршилик орқали фақат битта $\dot{I}_{kk}$ контур токи ўтса, бу ток шу тармоқнинг ҳақиқий токи ҳисобланади. Агар $Z_ч$ қаршиликдан иккита контур токи ўтса, устлаш (суперпозиция) принципига кўра, ҳақиқий $I_ч$ ток (йўналишлари ихтиёрий олинган) ўша контур токларининг алгебраик йиғиндисига тенг. Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ ва $\dot{I}_{k3}$ контур токлари $\dot{I}_1, \dot{I}_2, \ldots, \dot{I}_5$ ҳақиқий токлар билан қуйидагидек боғланган:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{k1}, \dot{I}_2 = \dot{I}_{k1} - \dot{I}_{k2}, \dot{I}_3 = \dot{I}_{k2}, \dot{I}_4 = \dot{I}_{k2} + \dot{I}_{k3} \text{ ва } \dot{I}_5 = \dot{I}_{k3}.$$

Агар тенгликлардан $\dot{I}_2$ ва $\dot{I}_3$ токларни $\dot{I}_1, \dot{I}_3$ ва $\dot{I}_5$ токлар билан алмаштирсак, учта номаълум ток бўлиб, учта тенгламадан тузилган системани ҳосил қилиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{I}_{k1}(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \dot{I}_{k2}\underline{Z}_2 = \dot{E}_1 \\ &-\dot{I}_{k1}\underline{Z}_2 + \dot{I}_{k2}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) + \dot{I}_{k3}\underline{Z}_4 = 0 \\ &\dot{I}_{k2}\underline{Z}_4 + \dot{I}_{k3}(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) = \dot{E}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (4.19)$$

Бу тенгламалар **контур токларининг тенгламалари** деб аталади.

Умумий ҳолда контур токлари тенгламаларининг сони (p-q+1) га тенг деб ҳисобланади. Бу ерда: q занжирдаги тугунлар сони, p - тармоқлар сони.

Агар занжир n та контур токларига эга бўлса. унинг тенгламалари қуйидагича тузилади:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{I}_{k1}\underline{Z}_{11} + \dot{I}_{k2}\underline{Z}_{12} + \ldots\ldots + \dot{I}_{kn}\underline{Z}_{1n} = \dot{E}_{11} \\ &\dot{I}_{k1}\underline{Z}_{21} + \dot{I}_{k2}\underline{Z}_{22} + \ldots\ldots + \dot{I}_{kn}\underline{Z}_{2n} = \dot{R}_{22} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\dot{I}_{k1}\underline{Z}_{n1} + \dot{I}_{k2}\underline{Z}_{n2} + \ldots\ldots + \dot{I}_{kn}\underline{Z}_{nn} = \dot{E}_{nn} \end{aligned}\right\} \qquad (4.20)$$

Бунда $\underline{Z}_{nn}$ n контурнинг хусусий қаршилиги бўлиб, миқдор жиҳатидан ана шу контурга кирувчи барча қаршиликларнинг йиғиндисига тенг; $\underline{Z}_{qs}$ q- ва s- ёндош контурларнинг ўзаро қаршилиги бўлиб, миқдор жиҳатидан шу иккала контурга умумий бўлган тармоқнинг қаршилигига тенг. Бу тармоқ орқали бир вақтда ёндош контурларнинг I_{kq} ва I_{ks} toклари ўтади. Агар ёндош контур токларининг йўналиши мос бўлса, тармоқнинг қаршилиги (4.20) тенгламалар системасига (+) ишора, қарама-қарши бўлса (-) ишора билан киритилади.

$\dot{E}_{nn}$ - n- контурнинг хусусий э.ю.к., у миқдор жиҳатидан шу контурдаги барча э.ю.к.ларнинг алгебраик (контур токининг йўналишини ҳисобга олган ҳолда) йиғиндисига тенг. Агар q контурда энергия манбаи йўқ бўлса, E_{qq}=0 деб ҳисобланади.

(4.20) тенгламага аниқловчи ва минорлар усулини татбиқ қилиб, $\dot{I}_{k1}, \dot{I}_{k2}, ...\dot{I}_{kn}$ токларни қуйидагидек топамиз:

$$\dot{I}_{k1} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{12}}{\Delta}\dot{E}_{22} + ... + \frac{\Delta_{1n}}{\Delta}\dot{E}_{nn}$$

$$\dot{I}_{k2} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta}\dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\dot{E}_{22} + \quad + \frac{\Delta_{2n}}{\Delta}\dot{E}_{nn}$$

$$\dot{I}_{kn} = \frac{\Delta_{n1}}{\Delta}\dot{E}_{11} + \frac{\Delta_{n2}}{\Delta}\dot{E}_{22} + ... + \frac{\Delta_{nn}}{\Delta}\dot{E}_{nn}$$

бунда:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} & \underline{Z}_{1n} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} & \underline{Z}_{2n} \\ .... & & .... \\ \underline{Z}_{n1} & \underline{Z}_{n2} & \underline{Z}_{nn} \end{vmatrix}$$ - бош аниқловчи,

$\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ - бош аниқловчининг алгебраик тўлдирувчиси (минори) бўлиб, Δ- нинг q-қатори ва s-устунини (ёки аксинча) ўчириб. (-1) га кўпайтириш йўли билан олинган. Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун $\dot{E}_{11} = \dot{E}_1, \dot{E}_{22} = 0$ ва $\dot{E}_{33} = \dot{E}_2$ ҳамда

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2 & 0 \\ -\underline{Z}_2 & (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 +$$

$$+ \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_2^2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2);$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) & \underline{Z}_4 \\ \underline{Z}_4 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4)\ (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \underline{Z}_4^2;$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)\cdot(-1)^{(1+2)} =$$

$$= \underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{13} = \Delta_{31} = \begin{vmatrix} -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \\ 0 & \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = -\underline{Z}_2(\underline{Z}_4;$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & 0 \\ 0 & (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_5);$$

$$\Delta_{23} = \Delta_{32} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \underline{Z}_2 & \\ 0 & \underline{Z}_4 \end{vmatrix} = (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\underline{Z}_4(-1)^5 =$$

$$= -(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)\underline{Z}_4;$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) & -\underline{Z}_2 \\ -\underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \end{vmatrix} =$$

$$= (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4) - \underline{Z}_2^2.$$

Энди $\dot{I}_{k1}$, $\dot{I}_{k2}$ *ва* $\dot{I}_{k3}$ контур токларини топиш қийин эмас, яъни

$$\dot{I}_{k1} = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}\dot{E}_1 + \frac{\Delta_{13}}{\Delta}\dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k2} = \frac{\Delta_{21}}{\Delta}\dot{E}_1 + \frac{\Delta_{23}}{\Delta}\dot{E}_2$$

$$\dot{I}_{k3} = \frac{\Delta_{31}}{\Delta}\dot{E}_1 + \frac{\Delta_{33}}{\Delta}\dot{E}_2$$

4.9. Тугун кучланишлар усули

Шундай кўп элементли мураккаб занжирлар борки, уларнинг тармоқлари сони талайгина бўлсада, тугунлар сони чекланган бўлади. Бундай занжирлар учун тугунлараро кучланишларни топиш осонроқ ҳисобланади. Ҳисоблаш усули эса т у г у н к у ч л а н и ш л а р и у с у л и деб аталади.

Энди ихтиёрий электр занжирдаги q=(n+1) тугунлардан биттасини (масалан, (n+1)- тугунни) ажратиб олиб, унинг нисбий кучланишини нолга тенг деб олсак $(\dot{U}_{n+1} = \dot{U}_0 = 0)$, у ҳолда қолган барча тугунларнинг кучланиши ана шу тугунга нисбатан аниқланиши осонлашади ва қуйидагини беради:

$$\dot{U}_{10} = \dot{U}_{(1)} - \dot{U}_0, \quad \dot{U}_{20} = \dot{U}_{(2)} - \dot{U}_0, \ldots, \dot{U}_{n0} = \dot{U}_{(n)} - \dot{U}_0.$$

Бунда q ва s тугунлари орасига жойлашган q-s тармоқнинг қисмаларидаги кучланишлар айирмаси $\dot{U}_{q3} = \dot{U}_{q0} - \dot{U}_{s0}$, бўлади. $\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_{20}, \ldots\ldots, \dot{U}_{n0}$ тугун кучланишлари маълум бўлса, улар орасидаги айирма ҳар доим шундай аниқланади. Энди Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан, занжирнинг "n"-та мувозанат тенгламаси тузилади. Тенгламадаги тегишли тармоқлар токларини шу тармоқ ўтказувчанлигининг унинг элементидаги кучланишнинг пасайишига кўпайтмаси тарзида ифодалаймиз.

Масалан, 4.9-расмдаги занжир учун бундай тенгламалар сони иккита, яъни (4.14) ва (4.15) бўлади. Тугунларнинг кучланишларини мос равишда

$$\dot{U}_a = \dot{U}_{10}, \qquad \dot{U}_б = \dot{U}_{20} \qquad ва \qquad \dot{U}_в = U_0$$

орқали белгилаб, бутун занжирнинг токлари учун қуйидаги тенгламаларни тузамиз:

$$\dot{I}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1}(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = Y_1(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10})$$

$$\dot{I}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2}\dot{U}_{10} = Y_2\dot{U}_{10}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{1}{\underline{Z}_3}(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = Y_3\dot{U}_{12}) \qquad \dot{I}_4 = \frac{1}{\underline{Z}_4}\dot{U}_{20} = Y_4\dot{U}_{20},$$

$$\dot{I}_5 = \frac{1}{\underline{Z}_5}(\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = Y_5(-\dot{U}_{20} + \dot{E}_2),$$

бунда: Y_1, Y_2, Y_5 -занжирнинг тегишли тармоқларининг комплекс ўтказувчанликлари.

Бу токларнинг қийматларини (4.14) ва (4.15) тенгламаларга қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$Y_1(\dot{E}_1 - \dot{U}_{10}) = Y_2\dot{U}_{10} - Y_3(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = 0,$$

$$Y_3(\dot{U}_{10} - \dot{U}_{20}) = Y_4\dot{U}_{20} + Y_5(\dot{E}_2 - \dot{U}_{20}) = 0,$$

ёки

$$\left.\begin{aligned} &\dot{U}_{10}(Y_1 + Y_2 + Y_3) - \dot{U}_{20}Y_3 = Y_1\dot{E}_1 = \dot{\mathfrak{I}}_1 \\ &-\dot{U}_{10}Y_3 + \dot{U}_{20}(Y_3 + Y_4 + Y_5) = Y_5\dot{E}_2 = \dot{\mathfrak{I}}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (*)$$

Қуйидаги белгилашларни киритамиз:

$Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$ биринчи тугуннинг хусусий ўтказувчанлиги(1/Ом)

$Y_{22}=Y_3+Y_4+Y_5$ иккинчи тугуннинг хусусий ўтказувчанлиги (1/Ом)

$Y_{12}=Y_{21}=-Y_3$ биринчи ва иккинчи тугунларнинг ўзаро ўтказувчанлиги (1/Ом).

Улар туфайли (*) ни қуйидагича соддалаштириш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_{10}Y_{11} + \dot{U}_{20}Y_{12} &= \dot{\mathfrak{I}}_1 \\ \dot{U}_{10}Y_{21} + \dot{U}_{20}Y_{22} &= \dot{\mathfrak{I}}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (**)$$

Равшанки, худди шу тарзда n та тугун кучланишли ихтиёрий мураккаб занжир учун тенгламалар системасини умумлашган кўринишда қуйидагича тузиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} &\dot{U}_{10}Y_{11} + \dot{U}_{20}Y_{12} + \quad + \dot{U}_{n0}Y_{1n} = \dot{\mathfrak{I}}_1 \\ &\dot{U}_{10}Y_{21} + \dot{U}_{20}Y_{22} + \quad + \dot{U}_{n0}Y_{2n} = \dot{\mathfrak{I}}_2 \\ &\dots\dots\dots \qquad \dots\dots\dots \\ &\dot{U}_{10}Y_{n1} + \dot{U}_{20}Y_{n2} + \quad + \dot{U}_{n0}Y_{nn} = \dot{\mathfrak{I}}_n \end{aligned}\right\} \qquad (4.20)$$

Тенгламанинг чап қисмида фақат биттадан $\dot{U}_{k0}Y_{kk}$ мусбат кўпайтма, қолганлари $\dot{U}_{q0}Y_{qs}$ кўринишдаги манфий кўпайтмадир. Ҳар бир тенгламанинг ўнг қисмида "к" тугунга бевосита боғлиқ бўлган энергия манбаларидан келаётган токларнинг йиғиндиси $\dot{\mathfrak{I}}_k$ ёзилган.

Агар э.ю.к. манбаи бўлса, у ҳолда $\dot{\mathfrak{I}}_k$ га барча э.ю.к. ларнинг уларга уланган тармоқлар ўтказувчанликлари кўпайтмасининг алгебраик йиғиндиси киради. $\dot{E}_qY_q$ нинг ҳосил қилган токи тугунга қараб йўналса, кўпайтманинг ишораси мусбат ва тугундан кетаётган бўлса, манфий бўлади. Токлар манбаи мавжуд бўлганда $\dot{\mathfrak{I}}_k$ йиғиндисининг миқдорлари тармоқнинг ўтказувчанлигига боғлиқ бўлмайди (к-тугунга нисбатан йўналишини ҳисобга олганда агар s тугунга э.ю.к. ҳам, ток манбаи ҳам тегишли бўлмаса, унда $\dot{\mathfrak{I}}_k=0$ бўлади).

Контур токлари усулига ўхшаш, бу ерда ҳам (4.20) тенгламанинг ечими аниқловчилар ёрдамида топилади, яъни:

$$\dot{U}_{k0} = \frac{\Delta_{k1}}{\Delta}\dot{\mathfrak{I}}_1 + \frac{\Delta_{k2}}{\Delta}\dot{\mathfrak{I}}_2 + \quad + \frac{\Delta_{kn}}{\Delta}\dot{\mathfrak{I}}_n, \qquad \text{бундаги}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & Y_{nn} \end{vmatrix} \text{ - бош аниқловчи}$$

$\Delta_{qs}=\Delta_{sq}$ унинг минорлари бўлиб, ишораси $(-1)^{q+s}$ га кўпайтириш йўли билан аниқланади.

Тармоқлардаги ҳақиқий токлар қуйидагича аниқланади: яъни к, q...,S тугунларни нолинчи тугун билан уловчи тармоқлар учун

$$\dot{I}_k = \dot{U}_{k0}Y_k, \qquad \dot{I}_q = \dot{U}_{q0}Y_q, \qquad \dot{I}_s = \dot{U}_{s0}Y_s$$

ва худди шундай k ва q, q ва S ва ҳ.к. тугунларни уловчи тармоқлар учун

$$\dot{I}_{kq} = \dot{U}_{kq}Y_{kq} = (\dot{U}_{k0} - \dot{U}_{q0})Y_{kq},$$

$$\dot{I}_{qs} = \dot{U}_{qs} Y_{qs} = (\dot{U}_{q0} - \dot{U}_{s0}) Y_{qs} \text{ ва ҳ.к.}$$

Юқорида келтирилган усул амалда энг кўп тарқалган, электр энергетик тармоқларининг ўрнашган токларини ҳисоблашда жуда катта миқёсда жорий этилади. Кўп тармоқли электр узатувчи занжирларнинг шакли маълум структурага эга бўлганлиги сабабли мазкур ҳисоблашлар граф-схемалар ва матрицалар ёрдамида бажарилади.

Масалан, ихтиёрий "k"- ва "m"- тугунлар орасида жойлашган "s"- тармоқни оладиган бўлсак (4.10-расм), унда ўрнашган кучланиш $\dot{U}_{km}$ тугунлардаги $\dot{U}_{k0}$ ва $\dot{U}_{m0}$ кучланишлар айирмасига тенг бўлади, яъни:

$$\dot{U}_s = \dot{U}_{km} = \dot{U}_{k0} - \dot{U}_{m0} = a_{sk}\dot{U}_{k0} + a_{sm}\dot{U}_{m0} \qquad (*)$$

бу ерда: $\alpha_{sk} = 1$,чунки $\dot{U}_s$ вектор сифатида "k"-дан чиққан,

$\alpha_{sm} = -1$, чунки $\dot{U}_s$ "m"-га йўналган).

Агарда (*) тенглама тузилиш қоидасини матрицалар тўлдириш қоидаси билан таққосласак, шуни яққол кўрамизки, графланган схеманинг тармоқлардаги кучланишлар устун-матрицаси тугун кучланишлари устун матрицасига нисбатан қуйидаги кўпайтма орқали ифодаланади:

$$\underline{\tilde{U}} = \underline{A}^t \underline{U}_0 = A^t \left\| \begin{matrix} \dot{U}_{10} \\ \dot{U}_{20} \\ \cdots\cdots \\ \dot{U}_{n0} \end{matrix} \right\|$$

Ҳақиқатдан ҳам A^t матрицанинг қаторлари графланган схеманинг тармоқлари сонига, устунлари эса схема тугунлари сонига боғлиқдир. Шу сабабли гарчи танланган тармоқ "0"-тугунга (яъни базис тугунга) уланган бўл-маса, тегишли қатордан фақатгина икки-та қарама-қарши ишорали бирламчи элемент жой олади. Бундай қатор-матри-цанинг тегишлича тугун кучланишлар устун-матрицасига нисбатан олинган кўпайтмаси иккита тугун орасидаги кучланишни беради.

Керакли тенгламалар системасини тузищдан олдин кучланиш $\tilde{U}$ нинг ўзига тегишли тармоқнинг актив ва пассив элементларининг параметрлари орқали боғлайлик: чунки умумий ҳолда тармоқ таркибида ҳам э.ю.к. ҳам, ток манбалари бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, $\underline{\tilde{U}} = \underline{U} - \underline{E}$; $\underline{\tilde{I}} = \underline{I} + \underline{\mathfrak{J}}$ ва $\underline{I} = \underline{Y}\underline{U}$.

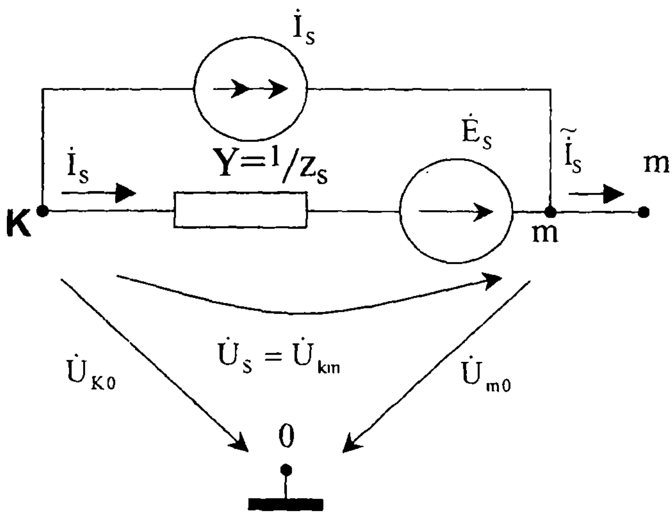
Кирхгофнинг биринчи қонунига асосан граф-схеманинг тугунлари учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\underline{A}\underline{\tilde{I}} = \underline{A}\underline{I} + \underline{A}\underline{\mathfrak{J}} = 0, \quad \text{ёки} \quad \underline{A}\underline{Y}\underline{U} = -\underline{A}\underline{\mathfrak{J}}$$

Лекин $\underline{U}$ $\underline{U} + \underline{E} = \underline{A}'\underline{U}_0 + \underline{E}$ ни ҳисобга олсак,

$$\underline{A}\underline{Y}\underline{A}^t\underline{U}_0 = -\underline{A}(\underline{\mathfrak{J}} + \underline{Y}\underline{E}).$$

Кўриниб турибдики, $\underline{A}\underline{Y}\underline{A}'$ nxn тартибли тугун ўтказувчанликлар квадрат матрицаси ва уни қуйидагича ифодалаш мумкин:



4.10-расм

$$\underline{A}\underline{Y}\underline{A}^t = \begin{Vmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{2n} \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ Y_{n1} & Y_{n2} \cdots & Y_{nn} \end{Vmatrix}$$

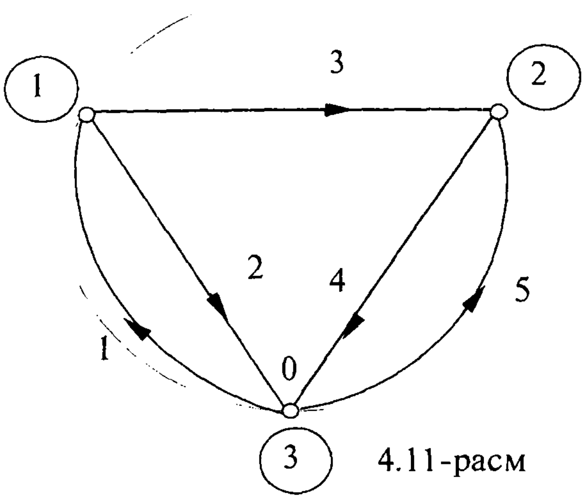
(бу ерда Y_{kk} "k"- тугуннинг хусусий ўтказувчанлиги, Y_{km} "k" ва "m"- тугунлар орасидаги умумий ўтказувчанликдир).

Шуни ҳам эслатамизки, $\underline{A}\dot{\underline{\Im}}$ - nx1 тартибли устун-матрица ва унинг элементлари ўз номерларига мос номерли тугунларга боғланган ток манбалари токларининг йиғиндисидан ташкил топган бўлади. $\underline{A}(\underline{Y}\underline{E})$ эса шундай nx1 тартибли устун-матрицаки, унинг элементлари сунъий ток манбаи $(\underline{Y}\underline{E})$, яъни э.ю.к. манбаларидан тармоқ ўтказувчанлиги Y орқали тегишли тугунга келаётган токлар йиғиндисидир. Шу туфайли

$$-\underline{A}(\underline{\Im}+\underline{Y}\underline{E})=\begin{Vmatrix}\dot{\Im}_1\\ \dot{\Im}_2\\ \bullet\\ \bullet\\ \bullet\\ \dot{\Im}_n\end{Vmatrix}$$

бўлади.

Ушбу усул билан ташкил топган тенгламалар системасини ечиш натижасида ҳар бир граф-схема тармоқларидаги кучланишларни $\underline{\widetilde{U}}=\underline{A}^{t}\,\underline{U}_0$ орқали, пассив элементлардаги кучланишларни $\underline{U}=\underline{E}+\underline{\widetilde{U}}$ орқали топиш қийин бўлмайди. Худди шунга ўхшаш элементлардаги токлар $\underline{I}=\underline{Y}\underline{U}$ тарзида,



4.11-расм

умумий тармоқ токлари эса $\underline{\tilde{I}} = \underline{I} + \underline{J}$ кўринишида топилиши табиийдир.

Мисол сифатида 4.9-расмдаги схема учун тугун кучланишлар усулини ушбу схеманинг графига нисбатан матрицавий таҳлилини кўздан кечирайлик. Бунинг учун энг аввало схеманинг графини кўрайлик (4.11-расм). Кўриниб турибдики, бу граф-схема учун боғланишлар матрицаси қуйидагича бўлади:

A=					
1	-1	1	1		
2			1	1	-1

Кучланиш, э.ю.к. ва токлар матрицаларини ағдарилган шакллари

$$\underline{\tilde{U}}^{t} = \left\| \tilde{U}_1\ \tilde{U}_2\ \tilde{U}_3\ \tilde{U}_4\ \tilde{U}_5 \right\|,$$

$$\underline{E}^{t} = \left\| \dot{E}_1 \quad 0\,0\,0 \quad \dot{E}_2 \right\|,\ \underline{Y} = \mathrm{diag}\ (Y_1\ Y_2\ Y_3\ Y_4\ Y_5),$$

$$\underline{I}^{t} = \left\| \dot{I}_1\ \dot{I}_2\ \dot{I}_3\ \dot{I}_4\ \dot{I}_5 \right\|,$$

$$\underline{U}_0^{t} = \left\| \dot{U}_{10} \quad \dot{U}_{20} \right\|.$$

$\underline{AY}$ – матрицанинг хусусиятларини ва $\underline{Y}$ – матрицанинг диагонал характерга эгалигини ҳисобга олсак, қуйидагини ёзишимиз мумкин:

ва

$\underline{AY}$ =

	1	2	3	4	5
1	$-Y_1$	Y_2	Y_3		
2			$-Y_3$	Y_4	$-Y_5$

$\underline{AYA}'$ =

1	$Y_1+Y_2+Y_3$	$-Y_3$
2	$-Y_3$	$Y_3+Y_4+Y_5$

Шунга ўхшаш $(\underline{YE}^{t} = \left\| Y_1 \quad \dot{E}_1 \quad 000 \quad Y_5\dot{E}_2 \right\|$

$$A(\mathfrak{J}+YE)=\begin{array}{c|c|} 1 & -Y_1E_1 \\ 2 & -Y_5\dot{E}_2 \end{array} = -\left|\begin{array}{c} \dot{J} \\ \dot{J} \end{array}\right|$$

чунки ток манбаи занжирда йўқ ва $\underline{J}$ =0. Ҳамма ёзувларни умумлаштириш натижасида қуйидагини оламиз:

$$\begin{aligned} Y_{11}\dot{U}_{10} + Y_{12}\dot{U}_{20} &= \dot{\mathfrak{J}}_1, \\ Y_{21}\dot{U}_{10} + Y_{22}\dot{U}_{20} &= \dot{\mathfrak{J}}_2 \end{aligned}$$

яъни юқорида (**) белгиси билан кўрсатилган тенгламалар системасини такроран ҳосил қилдик, чунки $Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$, $Y_{22}=Y_3+Y_4+Y_5$, $Y_{12}=Y_{21}=-Y_3$,шунингдек $\dot{J}_1 = Y_1\dot{E}_1$ ва $\dot{J}_2 = Y_5\dot{E}_2$

$$A(\mathfrak{J}+YE)=\begin{array}{c|c|} 1 & -Y_1E_1 \\ 2 & -Y_5\dot{E}_2 \end{array} = -\left|\begin{array}{c} \dot{J} \\ \dot{J} \end{array}\right|$$

чунки ток манбаи занжирда йўқ ва $\underline{J}$ =0. Ҳамма ёзувларни умумлаштириш натижасида қуйидагини оламиз:

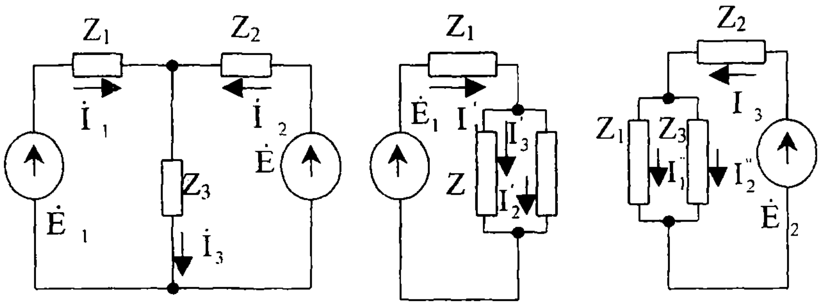
$$\begin{aligned} Y_{11}\dot{U}_{10} + Y_{12}\dot{U}_{20} &= \dot{\mathfrak{J}}_1, \\ Y_{21}\dot{U}_{10} + Y_{22}\dot{U}_{20} &= \dot{\mathfrak{J}}_2, \end{aligned}$$

яъни юқорида (**) белгиси билан кўрсатилган тенгламалар системасини такроран ҳосил қилдик, чунки $Y_{11}=Y_1+Y_2+Y_3$, $Y_{22}=Y_3+Y_4+Y_5$, $Y_{12}=Y_{21}=-Y_3$, шунингдек $\dot{J}_1 = Y_1\dot{E}_1$ ва $\dot{J}_2 = Y_5\dot{E}_2$.

4.10. Суперпозиция ёки устлаш принципи ва унинг асосида тузилган ҳисоблаш қоидалари

Юқорида кўриб чиқилган электр занжирларини ҳисоблаш усуллари шуни кўрсатадики, ҳар қандай занжирнинг ихтиёрий тармоқ токи $\dot{I}_k$ шу занжирнинг барча э.ю.к. ва ток манбаларининг таъсирида ҳосил бўлади. Демак, мазкур токнинг миқдори ва йўналиши аниқланишида ҳар бир манбанинг ўз улуши бор деб ҳисоблаш керак. Шу нуқтаи назардан фараз қилайликки, алоҳида олинган манба улуши ушбу манбадан шбошқа барча манбалар олиб ташланган шароитда аниқланади. Бунинг учун қуйидаги иккита э.ю.к. манбага эга бўлган соддагина занжирни кўриб чиқайлик (4.12-а расм).

Агар номаълум токларни $\dot I_1$, $\dot I_2$ *ва* $\dot I_3$ деб оладиган бўлсак, уларнинг $\dot E_1$ *ва* $\dot E_2$ манбалардан ҳосил бўлган ташкил этувчиларини мос равишда $\dot I_1'$, $\dot I_1''$ *ва* $\dot I_2'$ ҳам-



а) б) в)

4.12-расм

да $\dot I_2''$, $\dot I_3'$ *ва* $\dot I_3''$ билан ажратамиз. 4.12-б расмда тўла занжир фақатгина $\dot E_1$ таъсирида ҳосил бўлган $\dot I_1'$ $\dot I_2'$ *ва* $\dot I_3'$ токларга эга. 4.12-в расмда эса фақатгина манба $\dot E_2$ таъсирида оқаётган $\dot I_1''$, $\dot I_2''$ *ва* $\dot I_3''$ токлар кўрсатилган. Агар занжирни тўла кўринишига қайтадиган бўлсак (4.12-а расм), ундаги ҳақиқий токлар "улуш токлари" билан қуйидаги муносабатда бўлади: $\dot I_1 = \dot I_1' - \dot I_1''$

$\dot I_2 = -\dot I_2' - \dot I_2''$ ва $\dot I_3 = \dot I_3' - \dot I_3''$

(ток ташкил этувчиларининг ишораси асосий ток йўналишига боғлиқ олинган: мос келганда (+) билан, қарама-қарши келганда (-) билан). Токларнинг бу тарзда ёзилиши суперпозиция (ёки устлаш) принципига асослангандир: бу принцип чизиқли занжирларнинг энг муҳим қонун-қоидаларидан бири ҳисобланади. Энди мазкур принципнинг ҳақиқийлигини мисоллар билан тасдиқлайлик.

4.12-б расмдаги схема учун:

$$\dot I_1' = \dot E_1 : \left[\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2\,\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3}\right] = \dot E_1(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3):\left[\underline{Z}_1\underline{Z}_2+\underline{Z}_2\underline{Z}_3+\underline{Z}_3\underline{Z}_1\right] = \frac{\dot E_1(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3)}{D},$$

$$\dot I_2' \quad \dot I_1'\frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} = \frac{E_1\underline{Z}_3}{D} \quad \text{ва} \quad \dot I_3' = \dot I_1'\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} = \frac{E_1\underline{Z}_2}{D}$$

(бу ерда: $D = \underline{Z}_1\underline{Z}_2 + \underline{Z}_2\underline{Z}_3 + \underline{Z}_3\underline{Z}_1$)

4.12-в расмдаги схема учун:

$$\dot I_2'' = \dot E_1 : \left[\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_1\cdot\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_3}\right] = \frac{\dot E_2(\underline{Z}_1+\underline{Z}_3)}{D}, \qquad \dot I_1'' = \dot I_2''\frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2+\underline{Z}_3} = \frac{\dot E_2\underline{Z}_3}{D} \quad \text{ва}$$

$$\dot I_3'' = \dot I_2''\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1+\underline{Z}_3} = \frac{\dot E_2\underline{Z}_1}{D}$$

Ҳақиқий токларга ўтсак:

$$\dot I_1 = \dot I_1' - \dot I_1'' = \left[\dot E_1(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3) - \dot E_2\underline{Z}_3\right]:D \qquad (*)$$

$$\dot I_2 = -\dot I_2' - \dot I_2'' = \left[-\dot E_2\underline{Z}_3 + \dot E_2(\underline{Z}_1+\underline{Z}_3)\right]:D \quad (**)$$

$$\dot I_3 = \dot I_3' - \dot I_3'' = (\dot E_1\underline{Z}_2 + \dot E_2\underline{Z}_1):D \qquad (***)$$

бўлиб чиқади. Бу токларни аниқ топилганига ишонч ҳосил қилиш учун асосий занжирни (4.12-а расм) тугун кучланишлар усули билан ҳисоблаб кўрайлик. Ягона мустақил тугун (1) учун тенглама қуйидагича кўринишда бўлади:

$$Y_{11}\dot U_{10} = \dot E_1 Y_1 + \dot E_2 Y_2 = \frac{\dot E_1\underline{Z}_2 + \dot E_2\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2},$$

ёки $$(Y_1 + Y_2 + Y\ )\dot U_{10} = \frac{\dot E_1\underline{Z}_2 + \dot E_2\underline{Z}_1}{\underline{Z}_1\underline{Z}_2},$$

ёки $$\dot U_{10} = \left[\dot E_1\underline{Z}_2 + \dot E_2\underline{Z}_1\right]\cdot\frac{\underline{Z}_3}{D}$$

Демак, $\underline{Z}_3$ қаршиликдаги ток $\dot I_3 = Y_3\dot U_{10} = \frac{\dot E_1\underline{Z}_2 + \dot E_2\underline{Z}_1}{D}$, яъни (***) даги ифодани тасдиқлайди. Шунга ўхшаш биринчи тармоқдаги ток $\dot I_1 = Y_1(\dot E_1 - \dot U_{10})$, ёки $\dot I_1 = \frac{\dot E_1}{\underline{Z}_1} - \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_1}\cdot\frac{\dot E_1\underline{Z}_2+\dot E_2\underline{Z}_1}{D} = \frac{1}{D}\left[\dot E_1(\underline{Z}_2+\underline{Z}_3) - \dot E_2\underline{Z}_3\right]$

яъни (*)даги ифодани тасдиқлайди.

Иккинчи тармоқдаги ток $\dot I_2 = Y_2(\dot E_2 - \dot U_{10})$, ёки

$$\dot I_2 = \frac{\dot E_2}{\underline{Z}_2} - \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2}\,\frac{\dot E_1\underline{Z}_2 + \dot E_2\underline{Z}_1}{D} = \frac{1}{D}\left[\dot E_2(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_3) - \dot E_1\underline{Z}_3\right]$$

яъни (**) даги ифодани тасдиқлайди.

4.12-а расмдаги икки манбали занжирни икки маротаба бир манбали қилиб кўрсатиш (4.12-б ва в расм) ҳар қандай "n" та манбали мураккаб занжирни соддалаштиришда қўлланилиши мумкин. Шу билан бир вақтда шуни эсда тутиш керакки, занжирдаги йўқ қилиб кўрсатилган э.ю.к. манба ўринлари агар уларнинг ички қаршиликлари нолга тенг бўлса қисқа туташув шаклида олиниши лозим. Манбалар сони кўп бўлмагандагина устлаш принципи занжир ҳисоблаш усули сифатида қўлланилиши мумкин. Акс ҳолда "улушли" токлар топилиши мураккаблашади ва сунъий (бир манбали) схемалар сони кўпайиб кетади.

4.11. Мутаносиблик принципи ва унинг асосида тузилган ҳисоблаш қоидалари

Чизиқли занжирлар учун Максвелл киритган мутаносиблик принципи тааллуқлидир. Бу принципга кўра: ҳар қандай мураккаб занжирнинг "ав" гармоғида жойлашган $\dot{E}_{ab} = \dot{E}$ э.ю.к. манбаи бошқа манбалар бўлмаған шароитда шу занжирни ўзидаги ихтиёрий "cd" тармоғида $\dot{I}_{cd} = \dot{I}$ ток ҳосил қилган бўлса, шу э.ю.к. манбаининг ўзи "cd" тармоғига кўчирилган ҳолда (энди $\dot{E}_{cd} = \dot{E}$) биринчи тармоқда $\dot{I}_{ab} = \dot{I}$ токни ҳосил қилади.

Бу қоидани ҳаққонийлигига контур токлар усулини ишлатиб, ишонч ҳосил қиламиз. "ав" тармоқ занжирнинг "q"нчи контурига, "cd" тармоғи эса "s"-нчи контурига кирган деб фараз қилайлик,. Шундай экан, контурлардаги контур токлари $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_q$ ва $\dot{I}_{cd} = \dot{I}_s$ бўлади ва э.ю.к. манбаининг жойлашган тармоғидан қатъий назар уларнинг миқдорлари тегишлича:

$$\dot{I}_{ab} = \dot{I}_q = \dot{E}\,\frac{\Delta_{qs}}{\Delta} \qquad \text{ва} \qquad \dot{I}_{cd} = \dot{I} = \dot{E}\,\frac{\Delta_{sq}}{\Delta}$$

ни ташкил этади. Кўриниб турибдики, $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_{cd} = \dot{I}$ чунки $\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ ва тегишли нисбат $\dot{E}_{ab}.\dot{I}_{cd} = \dot{E}_{cd}.\dot{I}_{ab} = \dot{E}:\dot{I}$ "q" ва "s" контурлар орасидаги ўзаро қаршилик Z_{qs} ни беради.

Бу тенглама актив иккиқутблиликка оид теорема (ёки эквивалент генератор ҳақидаги теорема) нинг математик ифодасидир.

Ушбу теоремадан занжирларни ҳисоблашда салт ишлаш кучланишини ҳисоблаш учун бошқа усулларга асосланган мураккаб ҳисоблашлар талаб этилмаганда ва токи изланаётган тармоқни ажратиш, текширилаётган занжирнинг тугунлар ва контурлар сони кескин камайтирилганда фойдаланилади.

Эквивалент генератор усули билан бошқа усуллар асосида топилган токларнинг қийматлари текширилади. Масалан 4.9-расмда берилган занжирдаги $\dot I_3$ токни аниқлаш учун шу ток ўтаётган "а-б" тармоқни схемадан ажратсак, занжир $\dot E_1$ва $\dot E_2$ манбалари бўлган иккита мустақил контурга айланади. Салт ишлаш режимида бу контурларнинг тармоқларидаги токлар тегишлича:

$$\dot I_{10} = \dot I_{20} = \dot E_1 : (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2),$$

$$\dot I_{40} = \dot I_{50} = \dot E \quad (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5),$$

Салт ишлаш кучланиши $\dot U_{30} = \dot U_{20} - \dot U_{10}$, яъни

$\dot U = \dot I \underline{Z} - \dot I_{10} \underline{Z}_4 = \dot E \underline{Z}_2 : (\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) - \dot E_2 \underline{Z}_4 : (\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)$ "а-в"

тармоқдан ташқарида унга нисбатан ҳосил бўлган иккиқутбликнинг ички қаршилиги

$$Z_U = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} + \frac{\underline{Z}_4 \quad \underline{Z}_5}{\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5}$$

бўлади; а-в тармоқдаги $\dot I_3$ токни аниқлаймиз:

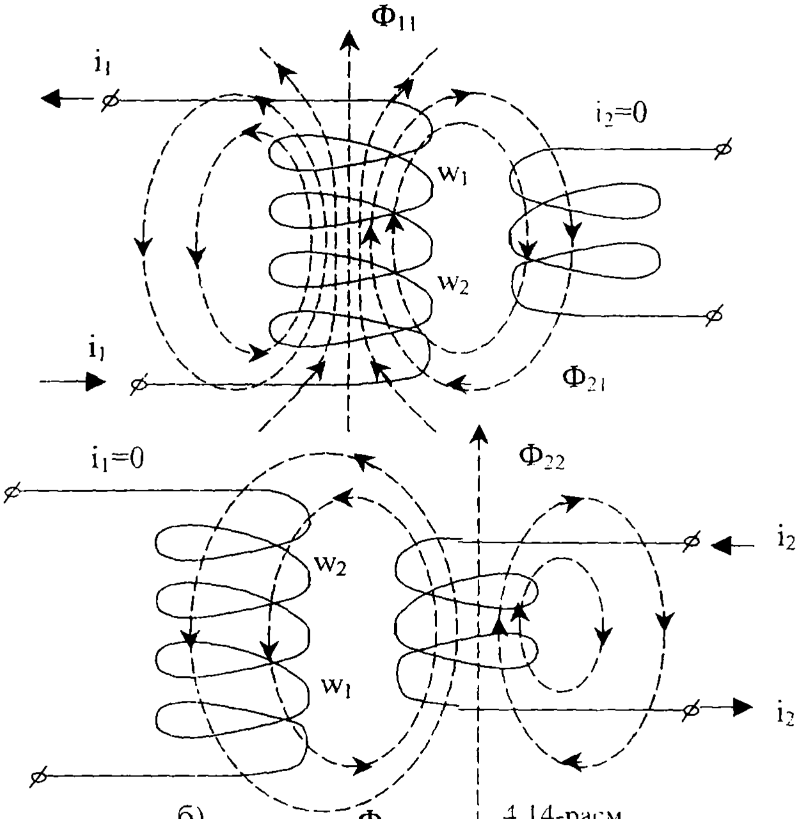
$$\dot I_3 = \frac{\dot U_{30}}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_U} = \frac{\dot E_1 \underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) - \dot E_2 \underline{Z}_4(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)}{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5) + \underline{Z}_4 \underline{Z}_5(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2) + \underline{Z}_3(\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(\underline{Z}_4 + \underline{Z}_5)}$$

4.13. Индуктив боғланган занжирларни ҳисоблаш усуллари

Электромагнит майдон назариясига кўра, ҳар қандай токлик ўтказгич ундаги ток ҳосил қилган магнит майдон билан қуршалган. Бу токнинг (шунингдек, шу ток ҳосил қилган магнит майдоннинг ҳам) вақт бўйича ҳар қандай ўзгариши ўтказгичда ўзиндук ция э.ю.к. ҳосил қилади:

$$e_L = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di}{dt}$$

Агар шу токли ўтказгич ҳосил қилган магнит майдонда бошқа ўтказгич ҳам бўлса, унинг қисмаларида ўзаро индукцияланувчи э.ю.к. ҳосил бўлади:



б) 4.14-расм.

$e_{..} = -M\frac{di}{dt}$ Биринчи ўтказгичдаги токнинг вақт мобайнида ўзгариши $\frac{di}{dt}$ билан, икккинчи ўтказгичдаги индукцияланган э.ю.к. орасидаги пропорционаллик коэффициенти ў з а р о и н д у к т и в л и к М(Г деб, ўтказгичлардан тузилган занжирлар эса и н д у к т и в б о г- л а н г а н з а н ж и р л а р деб аталади.

Мисол тариқасида ўрамлар сони w_1 ва w_2 бўлган индуктив богланган иккита контурни кўриб чиқайлик. Улардаги i_1 ва i_2 токлар мос равишда Φ_{11} ва Φ_{22} магнит оқимларни ҳосил қилади (4.14-расм). Биринчи ҳолда иккала контурни i_1 ток ҳосил қилган магнит майдон қуршаб олган ва $i_2=0$" деб, фараз қиламиз (4.14-а расм). У ҳолда илашган маг-нит оқим ва ўзиндукция коэффи-циенти мос холда

$$\Psi_{11} = w_1\Phi_{11} \quad \text{ва} \quad L_1 = \frac{\Psi_{11}}{i_1}$$

бўлади.

Занжирлараро индуктив богланиш шарти бўйича умумий оқим Φ_{11} нинг Φ_{21} га тенг бўлган қисми ($\Phi_{21} < \Phi_{11}$) w_2 контурда илашган магнит оқимнинг ўзаро индукциясини ҳосил қилади:

$$\Psi_{21} = w_2\Phi_{21}$$

У сон жиҳатидан ўзаро индукция коэффициенти билан аниқланади:

$$M_{21} = \frac{\Psi_{21}}{i_1}$$

Худди шунга ўхшаш $i_2 \neq 0$ *ва* $i_1 = 0$ (4.14-б расм) бўлган ҳолда илашган магнит оқим ва ўзаро индукция коэффициенти мос равишда

$$\Psi_{22} = w_2\Phi_{22} \quad \text{ва} \quad L_2 = \frac{\Psi_{22}}{i_2}$$

бўлади. Бунда умумий оқим Φ_{22} нинг Φ_{12} га тенг қисми ($\Phi_{12} < \Phi_{22}$) контурда илашган магнит оқимнинг ўзаро индукциясини ҳосил қилади: $\Psi_{12} = w_1\Phi_{12}$ У сон жиҳатидан ўзаро индукция коэффициенти билан
аниқланади:

$$M_{12} = \frac{\Psi_{12}}{i_2}$$

Ўзаро магнит оқимлар Φ_{22} ва Φ_{12} бир хил масофада магнит қаршилиги R_μ бир хил бўлган муҳит орқали туташади; демак,

$$\Phi_{12} = \frac{i_2 w_2}{R_\mu} \quad \text{ва} \quad \Phi_{21} = \frac{i_1 w_1}{R_\mu}$$

Бунда

$$M_{12} = \frac{w_1 \Phi_{12}}{i_2} = \frac{w_1 w_2}{R_\mu} \quad \text{ва} \quad M_{21} = \frac{w_2 \Phi_{21}}{i_1} = \frac{w_1 w_2}{R_\mu} \text{ чиқад}$$

и, яъни ўзаро индуктивлик $M=M_{12}=M_{21}$ исталган ҳар бир индуктив боғланишли контурларда бир хил бўлади. Контурларнинг хусусий индуктивликлари L_1 ва L_2 доимий мусбат, чунки i_1 ва i_2 токлар Φ_{11} ва Φ_{22} магнит оқимларига шартли равишда мосдир (ўнақай парма қоидаси). Ўзаро индуктивлик М нинг ишораси эса контурларнинг ўзаро уланиш схемасига боғлиқ. Агар $i_1 \neq 0$ ва $i_2 \neq 0$ бўлганда, ўзаро магнит оқимлар Φ_{21} ва Φ_{12} контурларнинг хусусий оқимлари Φ_{11} ва Φ_{22} йўналиши билан мос тушса, бундай контурлар мос равишда уланган дейилади ва $M>0$ бўлади. Агар ўзаро магнит оқимлар контурларнинг хусусий оқимларига қарши йўналган бўлса, бундай контурлар қарама қарши уланган дейилади ва $M<0$ бўлади.

Хусусий индуктивликлари L_1 ва L_2 ўзаро индуктивлиги М бўлган икки контурнинг индуктив боғлиқлик даражаси боғланиш коэффициенти $K_{бог}$ орқали аниқланади:

$$K \qquad \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$$

Бунда доимо $K_{бог} < 1$, чунки $\Phi_{11} > \Phi_{21}$ ва $\Phi_{22} > \Phi_{12}$, яъни биринчи контурнинг хусусий магнит майдони иккинчи контурни тўла қуршаб ола олмайди.

4.14. Индуктив боғланган занжирлардаги турғунлашган ҳолатларни (режимларни) ҳисоблаш

Мисол тариқасида, битта манбадан таъминланаётган, элементлари индуктив боғланган энг оддий занжирни ҳисоблашни кўриб чиқайлик (4.15-расм). Биринчи ҳолда актив қаршиликлари r_1 ва r_2 индуктивликлари L_1 ва L_2 ўзаро индуктивлиги М бўлган икки ғалтак ўзаро кетма-кет уланган ҳамда ўзгарувчан кучланиш u манбаи билан туташтирилган, деб фараз қилайлик (4 15-а расм) (Иккала ғалтак мос уланганда кириш қисмаларини шартли равишда юлдузча билан белгилаймиз). Индуктив боғланган элементлари мос уланган занжирнинг тенгламаси:

$$u = u_1 + u_2 = \left(r_1 i + L_1 \frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} \right) + \left(r_2 i + L_2 \frac{di}{dt} + M\frac{di}{dt} \right) =$$

$$= (r_1 + r_2)i + (L_1 + L_2 + 2M)\frac{di}{dt}$$

(бунда: $e_{L1} = -L\frac{di}{dt}$ ва $e_{L2} = -L_2\frac{di}{dt}$ ўзиндукция э.ю.к.). Буни комплекс шаклда қуйидагича ҳам ёзиш мумкин:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (r_1 + r_2)I_{мос} + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\dot{I}_{мос} =$$

$$= \left[(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)\right]\dot{I}_{мос} = Z_{мос}\ \dot{I}_{мос}$$

(бунда $\underline{Z}$ мос занжирнинг комплекс тўла қаршилиги, $\dot{E}_M = j\omega M\dot{I}_{мос}$ комплекс ўзаро индукция э.ю.к.; $\dot{I}_{мос}$ комплекс ток).

Занжир элементлари қарама-қарши уланганда (4.15-б расм) (L_1 ғалтакнинг кириш қисмаси ва L_2 ғалтакнинг чиқиш қисмаси уланиш схемасида юлдузча билан кўрсатилган) ўзаро индукцияни ҳисобга олган ҳолда занжирнинг турғунлашган режимдаги мувозанат тенгламаси:

$$u = u_1 + u_2 = \left(r_1 i + L_1 \frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt} \right) + \left(r_2 i + L_2 \frac{di}{dt} - M\frac{di}{dt} \right) =$$

$$= (r_1 + r_2)i + (L_1 + L_2 - 2M)\frac{di}{dt},$$

ёки комплекс шаклда:

$$\dot{U} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 = (r_1 + r_2)I_{кк} + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)\dot{I}_{кк} =$$

$$= \left[(r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)\right]\dot{I}_{кк} == Z_{кк} \cdot \dot{I}_{кк}$$

бунда $\underline{Z}_{кк}$ элементлари қарама-қарши улангандаги занжирнинг комплекс тўла қаршилиги; $\dot{I}_{кк}$ комплекс ток.

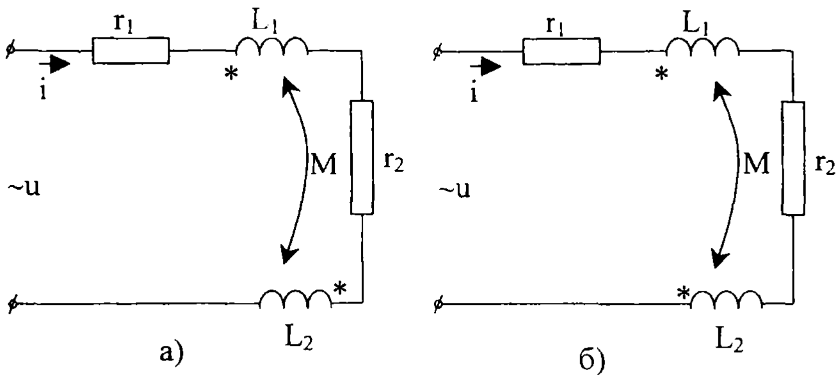
Келтирилган нисбатларга кўра, элементлари мос уланган схемада бутун занжирнинг қаршилиги ўзининг индуктив ташкил этувчиси $2X_M$ $=2\omega M$ миқдорлари ортиши ҳисобига бирмунча ортади. Элементлари қарама-қарши уланганда, аксинча индуктив ташкил этувчининг $2X_{м}=2\omega M$ микдори камайиши ҳисобига занжирнинг қаршилиги камаяди. Элементлари мос уланганда контурдаги магнит оқимлар ўзаро кучайиб, токнинг вақт жиҳатидан ўзгаришида индуктив элементларнинг умумий реакцияси ортади ва занжирдаги ток камаяди. Қарама-қарши уланган схемада эса контурлардаги оқимлар ўзаро кучсизланади; бунинг натижасида ғалтакдаги тескари э.ю.к. камайиб, занжирдаги ток ортади. Тўла қаршилик $Z_{мос}>Z_{кк}$ $(I_{мос} < I_{кк})$ фактидан иккита индуктив боғланган контурнинг уланиш схемаси усулини ва ўзаро индуктивлиги микдори Мни экспериментал аниқлашда фойдаланиш мумкин. Масалан, 4.15-расмдаги занжир учун берилган кучланиш U да $I_{мос}$ ва $I_{кк}$ токлар экспериментал равишда ўлчаниб, сўнгра

$$\underline{Z}_{мос} = \frac{U}{I} \quad ва \quad \underline{Z}_{кк} = \frac{U}{I_{кк}}$$

ҳисобланади. Ўзаро индукция коэффициенти М қуйидагича аниқланади:

$$M = (\underline{Z}_{мос} \quad \underline{Z}_{кк})\ 4\omega$$

чунки $\quad Z_{мос} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 + 2M)$



4.15-расм.

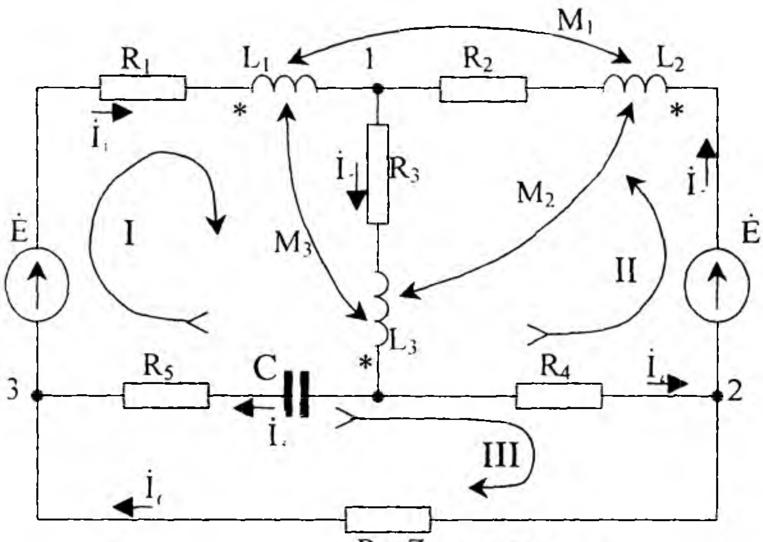
ва $\quad Z_{кк} = (r_1 + r_2) + j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$

Энди 4.16-расмдаги мураккаб занжирни ҳисоблаш мақсадида Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи қонунларига биноан тенгламалар системасини тузайлик. Схемада

$\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ *ва* $\dot{I}_3$ токларнинг қабул қилинган йўналишлари бўйича L_1 ва L_2 ғалтаклар мос уланган ($M_{21}=M_{12}>0$), аммо L_3 ғалтак L_1 ва L_2 ларга нисбатан қарама-қарши уланган ($M_{13}=M_{31}<0$ ва $M_{23}=M_{32}<0$). Агар занжирнинг бошқа параметрлари қаторида ўзаро индуктивликнинг ҳам абсолют миқдори $|M_{12}|$, $|M_{23}|$ ва $|M_{31}|$ берилган бўлса, тенглама тузилганда бу миқдорлар олдидаги ишора ғалтакларнинг уланиш схемасига кўра аниқланади. У ҳолда 1,2 ва 3- тугунлар учун Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 0 \quad -\dot{I}_2 + \dot{I}_4 - \dot{I}_6 = 0 \quad -\dot{I}_1 + \dot{I}_5 + \dot{I}_6 = 0$$

Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, I, II ва III контурлар



4.16-расм.

учун (стрелкалар билан кўрсатилган йўналишлар бўйича айланиб чиқиб) қуйидаги тенгламаларни ҳосил қиламиз:

$$\dot{E}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M_{12}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_3 + (R_3 + j\omega L_3)\dot{I}_3 -$$
$$- j\omega M_{32}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_1 + \left(R_5 + \frac{1}{j\omega C_5}\right)\dot{I}_5;$$

$$\dot{E}_2 = (R_2 + j\omega L_2)\dot{I}_2 + j\omega M_{21}\dot{I}_1 - j\omega M_{23}\dot{I}_3 + (R_3 + j\omega L_3)\dot{I}_3 -$$
$$- j\omega M_{32}\dot{I}_2 - j\omega M_{31}\dot{I}_1 + R_4\dot{I}_4$$

$$O = R_4\dot{I}_4 - \left(R_5 + \frac{1}{j\omega C_5}\right)\dot{I}_5 + R_6\dot{I}_6$$

Олинган тенгламалар системасига кўра, ўша номаълум токларнинг сонида занжир айрим элементлари орасидаги ўзаро индуктив боғланиш ҳисобга олинганда ўзаро индуктив э.ю.к.нинг ҳисобига ҳосил бўлган қўшимча кучланиш тушувлари занжирни мураккаблаштиради. Индуктив боғланишда мураккаб занжирларнинг юқорида баён қилинган усулларнинг бири билан ҳисобланади.

4.2-мисол. Параметрлари бир хил бўлган, индуктив боғланган иккита кетма-кет уланган, аввал U_0=12В ўзгармас кучланиш манбаига уланганда ток I_0 =1 А ни ташкил этади. Шу занжир эффектив қиймати U =60 В бўлган синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига уланганда $I_{мос}$=3А (ғалтаклар мос уланганда) ва $I_{кк}$=4А (ғалтаклар қарама-қарши уланганда) истеъмол қилади. Индуктив боғланиш коэффициенти $K_{боғ}$ аниқлансин.

Ечиш: Алоҳида олинган ҳар бир ғалтак $Z_Ғ=r_Ғ+jX_Ғ$ комплекс қаршиликка эга деб, ўзгармас ток занжирида $X_Ғ$ =0 эканлигини эътиборга олсак:

$$2r_Ғ = \frac{U_0}{I_0} = 12 \quad \text{Ом},$$

яъни ҳар бир галтакнинг актив қаршилиги $r_Ғ$ =6 Ом. Ўзгарувчан токда эса занжирнинг тўла қаршилиги мос уланган да $\underline{Z}_{мос} = \dfrac{U}{I} = 20$ Ом қарама-қарши уланганда эса

$\underline{Z}_{кк} = \dfrac{U}{I_{hh}} = 15$ Ом бўлади. Бу режимлар учун занжирнинг индуктив қаршилиги тегишлича:

$$X_{мос} = 2\omega(L + M) = \sqrt{\chi^2_{мос} - 4r_Ғ^2} = 16 \quad Ом,$$

$$X_{кк}2\omega(L-M)=\sqrt{\chi_{кк}^2-4r_F^2}=9 \quad Ом$$

Ҳар бир ғалтакнинг хусусий индуктив қаршилиги:

$$x_L=\omega L=\frac{1}{4}(x_{мос}+x_{кк})=6{,}25 \quad Ом$$

Ҳар бир ғалтакнинг ўзаро индуктив қаршилиги:

$$x_M=\omega M=\frac{1}{4}(x_{мос}-x_{кк})=1{,}75 \quad Ом$$

Индуктивлик $L_1=L_2=L$ ҳисобга олинганда боғланиш коэффициенти

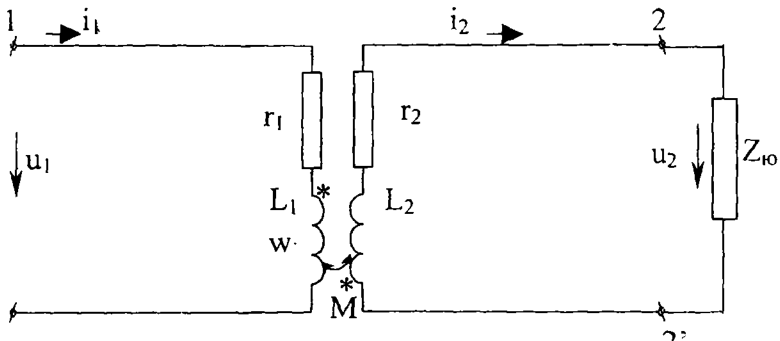
$$ж_{тк}=\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}=\frac{M}{L}=\frac{1{,}75}{6{,}25}=0{,}28$$

4.15. Ўзаксиз трансформатор. Трансформаторнинг эквива лент схемаси ва вектор диаграммаси

Бирор занжирда э.ю.к.нинг индукцияланиши фақат ўзидаги токнинг вақт бўйича ўзгариши натижасидагина бўлмасдан, балки у билан индуктив боғланган бошқа занжирдаги токнинг ҳам ўзгариши натижасида вужудга келиши юқорида айтилган эди. Бу ҳолда занжирлардан бирортасининг хусусий энергия манбаи бўлмаса, бошқа занжирдаги ток таъсиридан индукцияланган ўзаро индукция э.ю.к. унинг учун манба ва энергия етказиб берувчи вазифасини бажариши мумкин. Шундай қилиб, бир занжирдан иккинчи занжирга энергия фақат ўтказгичлар воситасида узатилмай, балки магнит майдон билан билвосита боғланган шу занжирнинг элементлари орқали ҳам узатилади.

Трансформатор (ўзгарувчан кучланиш ва токларнинг миқдорини ўзгартувчи статик қурилма) индуктив боғланган занжирлар орасида энергияни узатиш асосида ишлайди. Оддий трансформатор умумий магнит оқими билан индуктив боғланган (4.17-расм) ўрамлар w_1 ва w_2 бўлган иккита қўзғалмас ғалтак (чулғам) дан иборат бўлади. Чулғамлараро индуктив боғланишни яхшилаш мақсадида, чулғамлар w_1 ва w_2 бир-биридан изоляцияланиб, юпқа электротехник пўлат тунукалардан дасталанган умумий ферромагнит ўзакка кийдирилади.

Ўзгарувчан токнинг юқори (ўн ва юз килогерц) частоталарида трансформатор ўзаксиз қилиб ясалади. Занжир таҳлилини қулайлаштириш учун худди шундай турдаги трансформаторни кўриб чиқайлик (4.17-расм).



4.17-расм

Расмда кўрсатилганидек, ғалтакнинг ҳар бир қутбларини юлдузча билан белгилаб, параметрлари r_1 ва L_1 бўлган бирламчи w_1 чулғамни u_1 синусоидал кучланишга улаймизда, трансформаторнинг мувозанат ҳолати тенгламасини тузамиз. Параметрлари r_2 ва L_2 бўлган иккиламчи w_2 чулғам қаршилиги $Z_ю$ га тенг юкламага уланган. Ҳар бир чулғамдан ўтаётган i_1 ва i_2 токлар тегишлича кучланиш манбаи u_1 нинг ва w_2 чулғамда i_1 ток индукцияланган ўзаро индукция э.ю.к. $e_M = M\dfrac{di_1}{dt}$ нинг таъсири натижасида пайдо бўлади.

Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра бирламчи ва иккиламчи занжирлар учун қуйидагини ёзамиз:

$$u_1 = r_1 i_1 + L_1\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt}$$

$$0 = r_2 i_2 + L_2\frac{di_2}{dt} + M\frac{di_1}{dt} + u_2$$

(бунда: u_2 юкламанинг $Z_ю$ қаршилиги қисмаларидаги кучланиш). Бу тенгламалар комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\dot{U}_1 = r_1\dot{I}_1 + j\omega L_1\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2$$

$$0 = r_2\dot{I}_2 + j\omega L_2\dot{I}_2 + j\omega M\dot{I}_1 + \dot{U}_2$$

Юклама каршилигини $\underline{Z}_{юк} = R_{юк}+jX_{юк}$ кўринишда оламиз ва қуйидаги белгилашлар киритамиз:

$$\omega L_1 = X_1 \quad r_2 + R_{\mathbf{юк}} = r_{\mathbf{п}}\ ; \quad \omega L_2 + X_{\mathbf{юк}} = \mathbf{X}_{\mathbf{п}} \ \text{ва} \quad \omega M = X_M$$

Энди тенгламалар системасини қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$\dot{U}_1 = (r_1 + jX_1)\dot{I}_1 + jX_M\dot{I}_2$$
$$-jX_M\dot{I}_1 = (r_{II} + jX_{II})\dot{I}_2$$

Токлардан $\dot{I}_2 = -jX_M\dot{I}_1 : (r_{II} + jX_{II})$ ни тушириб, $\dot{U}_1$ ва $\dot{I}_1$ ларнинг орасидаги боғланишни ҳосил қиламиз:

$$\dot{U}_1 = \left[(r_1 + jX_1) + \frac{X_M^2}{r_{II} + jX_{II}}\right]\dot{I}_1$$

Унча мураккаб бўлмаган ўзгартиришларни киритиб, кириш токи $\dot{I}_1$ нинг трансформатор параметрларига боғлиқлигини аниқлаш мумкин:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\left[r_{II}^2 + r_{II} \quad X_M^2 : (r_{II}^2 + X_{II}^2)\right] + j\left[X_1 - X_{II} \cdot X_M^2 : (r_{II}^2 + x_{II}^2)\right]} =$$
$$= \frac{\dot{U}_1}{Z_{hUp}}$$

Трансформаторнинг кириш қисмаларидаги тўла комплекс қаршилик

$$Z_{\mathbf{кир}} = R_{\mathbf{кир}} + jX_{\mathbf{кир}} = \left(r_1 + \frac{r_{II} \quad X_M^2}{r_{II}^2 + X_{II}^2}\right) + j\left(X_1 - \frac{X_{II} \quad X_M^2}{r_{II}^2 + X_{II}^2}\right)$$

кучланиш манбаидан истеъмол қилинаётган I_1 ток фақат бирламчи занжирнинг r_1 ва x_1 қаршилигига боғлиқ бўлмай, у билан индуктив боғланган иккиламчи занжирнинг r_{II} ва x_{II} қаршилигига ҳам боғлиқ эканлигини кўрсатади.

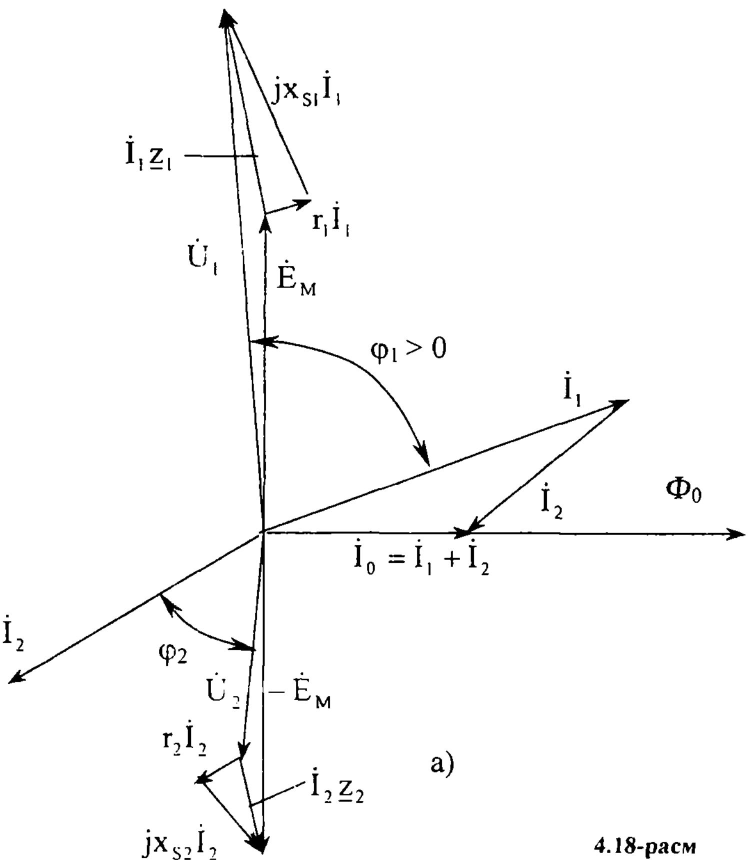
Трансформаторнинг иккала занжирини ягона тенглама билан бирлаштириш натижасида ҳосил бўлган тўла кириш қаршилиги $Z_{кир}$ нинг актив ва реактив (Δr ва Δx) орттирмалари, яъни $\Delta r = \dfrac{r_{II} x_M^2}{r_{II}^2 + x_{II}^2}$ ва $\Delta x = -\dfrac{x_{II} x_M^2}{r_{II}^2 + x_{II}^2}$ тегишлича трансформаторнинг киритилган актив ва реактив қаршиликлари деб аталади.

Энди трансформаторнинг олдинги тенгламалар системасини қуйидагича ёзсак бўлади:

$$\dot{U}_1 = r_1\dot{I}_1 + j\omega(L_1 - M)\dot{I}_1 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2)$$

$$0 = r_2\dot{I}_2 + j\omega(L_2 - M)\dot{I}_2 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2) + Z_{юҳ}\dot{I}_2$$

Демак, трансформаторнинг схемасини индуктив боғланишсиз, яъни занжир элементлари орасида тўғри электр боғланишли (4.18-расм) бирор эквивалент схема билан алмаштириш мумкин.



4.18-расм

Эквивалент схемасига кўра, ток $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ трансформаторнинг салт ишлаш режимидаги ($Z_{юк}=\infty$ ва $I_2=0$ бўлганда) магнит оқим Φ_0 нинг миқдорини аниқлайди. Аслида U_1 кучланиш манбаидан истеъмол қилинаётган салт ишлаш токи

$$\dot{I}_{10} = \dot{I}_0 = \frac{\dot{U}_1}{r_1 + j\omega L_1}$$

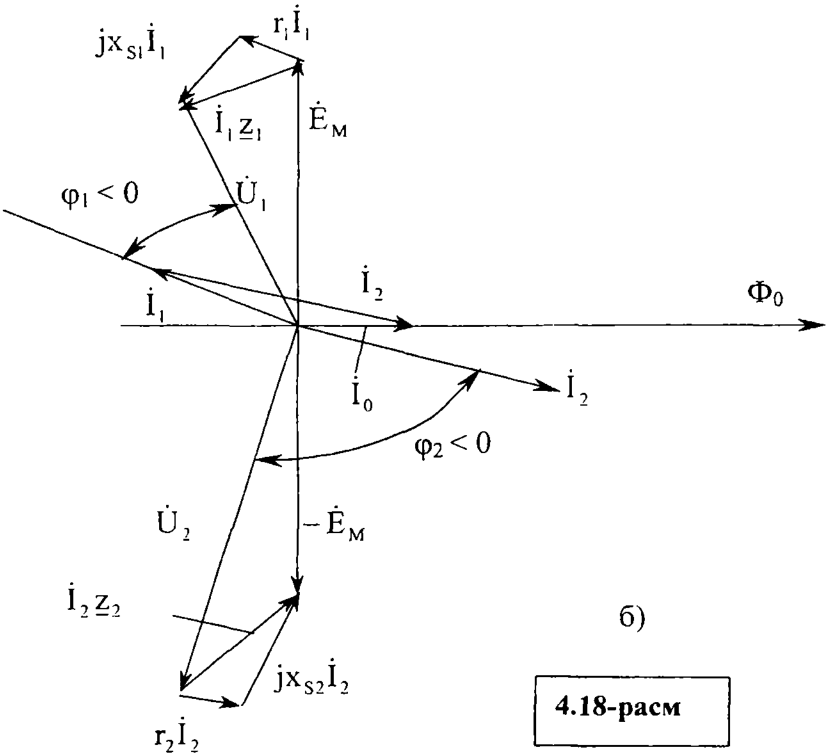
бўлади ва унинг миқдори $\dot{I}_2$ токка боғлиқ бўлмайди. Оқим Φ_0 чулғам w_1 билан тўла илашган бўлиб, унда салт ишлашга мос тескари э.ю.к. ни ҳосил қилади:

$$\dot{E}_{10} = -j\omega L_1 \dot{I}_0$$

Оқим Φ_0 нинг Φ_M га тенг бўлган бир қисми w_2 чулғамни кесиб ўтиб, унда тескари ўзиндукция э.ю.к.ни индуктивлайди: $\dot{E}_M = -j\omega M \dot{I}_0$

Аммо реал шароитда M<1, бўлганидан $|E_M| < |E_{10}|$ бўлади. Э.ю.к. лар айирмаси $\dot{E}_{10} - \dot{E}_M = \dot{E}_s = -jx_s\dot{I}_0$ ташқи тарқалган оқимга доир хусусий индуктивлик $L_{s1} = (L_1 - M)$ дан илашган оқим

$\Psi_{11} = w_1 L_1 I_1$ нинг $\Psi_{s1} = w_1 L_{s1} I_1$ га тенг бирламчи w_1 чулғам билан илашган қисмидан ҳосил бўладиган ва тарқалган оқимга сарфланаётган тескари ўзиндукциянинг э.ю.к. деб аталади. Шундай қилиб, эквивалент алмаштириш схемасидаги (4.18-расм) (L_1 М) ва (L_2 -М) индуктивликлар w_1 ва w_2 ғалтаклардаги L_{s1} ва L_{s2} индуктивликларни ифодалайди. Ток $\dot{I}_2$ нинг миқдори фақат бирламчи занжирнинг параметрларига боғлиқ бўлмай, иккиламчи занжирнинг параметрларига ҳам боғлиқлиги юқорида айтилган эди. Демак, $\dot{I}_2$ токнинг ортиши (масалан, $\varphi_2 > 0$ ли актив-индуктив юкламада $\dot{I}_1$ токнинг ҳам ортишига олиб келади. Аммо йиғинди ток $\dot{I}_0 = \dot{I}_1 + \dot{I}_2$ ўзгармасдан қолиши учун $\dot{I}_1$ ва $\dot{I}_2$ токларнинг орасидаги бурчак 90° дан катта бўлади. 4.19 расм, а да актив-индуктив характерли юклама $Z_{юк} = \underline{Z}e^{j\varphi_2}$ билан юкланган трансфор-маторнинг ток ва кучланишлар вектор диаграммаси берилган. Диаграм-мада $\dot{I}_1$ ва $\dot{I}_2$ токларнинг векторлари деярли қарама-қарши фазада, демак, I_2 токнинг ҳар қандай ортиши (ёки камайиши) трансформаторнинг U_1 кучланишли манбадан истеъмол қилаётган I_0 токининг худди



4.18-расм

ўшандай ўзгаришига олиб келади: чунки ток I_0 ва у ҳосил килган оқим Φ_0 ўзгаришсиз қолиши керак. 4-18,б-расмда актив-сиғим юкламали ($Z_{ю\kappa} = \underline{Z}e^{-j\varphi_2}$) ли трансформаторнинг ток ва кучланишлар вектор диаграммаси кўрсатилган. Диаграммада кириш токи $\dot{I}_1$ трансформаторнинг фақат истеъмол токи микдорига боғлиқ бўлмай, фазасига ҳам боғлиқ. Демак, $\dot{I}_2$ сигим токининг анчагина катта қийматларида, трансформатор (электро-магнит аппарат бўлишига қарамай) таъминловчи тармоққа нисбатан актив-сиғим юклама ҳисобланиши мумкин ($\varphi_1 < 0$).

Юкланган трансформаторда асосий илашган оқим $w_1 \cdot \Phi_0$ бирламчи ва иккиламчи магнитловчи кучларнинг таъсиридан ҳосил бўлади:

$$\dot{I}_1 w + \dot{I}_2 w = \dot{I}_0 w \qquad \dot{I}_1 w_1 = -\dot{I}_2 w_2 + \dot{I}_0 w_1, \quad (*)$$

яъни бирламчи токнинг магнитловчи кучи иккиламчи токнинг магнитсизлаш таъсирини мувозанатлаб, иккала чулғам учун умумий бўлган оқим Φ_0 ни миқдорий жиҳатдан ўзгаришсиз ушлаб туради. Тенглама (*) ни токлар тенгламасига келтирамиз: $\dot{I}_1 = -\dot{I}_2 \dfrac{w_2}{w_1} + \dot{I}_0 = \dot{I}_2' + \dot{I}_0$, бунда $\dot{I}_2' = -\dot{I}_2 : n$ келтирилган иккиламчи ток; $n = \dfrac{w_1}{w_2}$ нисбат трансформатор-нинг т р а н с ф о р м а ц и я л а ш к о э ф ф и ц и е н т и

Агар реал шароитда $I_0 << I_1$ бўлишини ҳисобга олсак, у ҳолда

$$I_1 \approx I_2', \quad \text{ёки} \quad I_1 \approx I_2 \frac{w_2}{w_1} = \frac{I}{n}, \quad \text{ёки} \quad I_1 \ \ I_2 = w_2 \ \ w_1,$$

яъни чулғамлардаги токларнинг нисбати трансформатор чулғамлари ўрамлар сонининг нисбатига тескари пропорционалдир.

Бошқа томондан, салт ишлаш режимида трансформаторнинг тегишлича бирламчи ва иккиламчи чулғамларида индуктивланган э.ю.к. ларнинг эффектив қийматлари

$$E_1 = 4{,}44 w_1 f \Phi_0 \quad \text{ва} \quad E_2 = 4{,}44 w_2 f \Phi_0$$

ёки

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{w_1}{w_2} = n$$

Агар бу режимда $U_{20} = E_2$ ва $U_{10} \approx E_1$ ни ($X_{s1} << X_M$ ва $I_0 \approx 0$ бўлгани учун) ҳисобга олсак,

$$U_{10} \quad U_{20} \cong \frac{w_1}{w_2} = n$$

деб ёзиш мумкин, яъни трансформатор бирламчи ва иккиламчи чулғамлари кучланишларининг нисбати шу чулғамлар ўрамлар сонининг нисбатига тўғри пропорционал (ёки трансформация коэффициентига генг). Демак, трансформаторнинг трансформация коэффициентини етарлича аниқлик билан салт ишлаш режимидан топиш мумкин: $n = U_{10}\ \ U_{20}$

Трансформаторда бўладиган физик жараёнларнинг муҳим хусусиятларидан бири шуки, унинг ёрдамида чиқиш қисмида ўзгарувчан токни камайтириш ҳисобига кучланишни орттириш мумкин ва аксинча:

$$\frac{U_2}{U_1} \approx \frac{E_2}{E_1} \approx \frac{I_1}{I_2}, \qquad \text{яъни} \qquad U_1 I_1 \approx U_2 I_2$$

Бунинг сабаби шуки, трансформатор занжирнинг ўз энергия манбаи бўлмаган пассив элементидир, яъни у манбадан бирламчи занжирга келтирилган энергияни тахминан ўшандай миқдорда иккиламчи занжирга узатади (трансформациялайди). Трансформатор фақат ток I_1 ва кучланиш U_1 нинг миқдорларини тегишлича I_2 ва U_2 га ўзгартиради, лекин келтирилаётган энергия миқдорини ўзгартиролмайди.

Манбадан келтирилаётган энергиянинг миқдори трансформаторнинг чиқиш қисмидаги юклама билан ростланади.

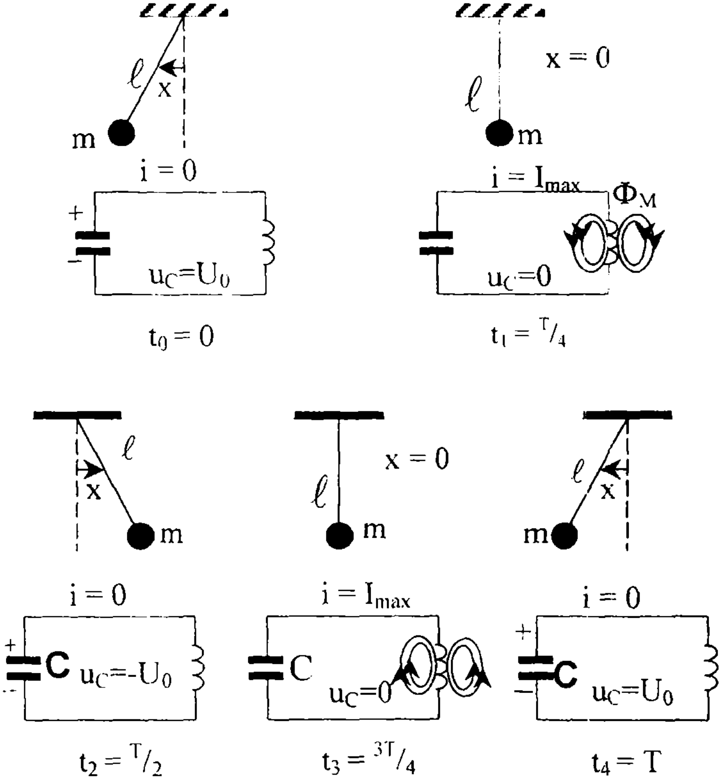
Трансформатор электротехника соҳасида энг кўп тарқалган аппаратдир. Унинг ёрдамида турли энергия истеъмолчиларнинг кучланишлари стандарт (0,22 кВ, 0,38 кВ, 1 кВ, 3 кВ, 6 кВ, 35 кВ, 110 кВ, 220 кВ ва ҳ.к.) кучланишларга келтирилиб 50 Гц частотали манба кучланишлари билан мослаштирилади.

Катта қувватли трансформаторда w_1 ва w_2 чулғамлар махсус магнит ўтказгич (пўлат ўзак) орқали бирлаштирилган бўлиб, у орқали чулғамлараро индуктив боғланиш ҳосил қилинади. Улардаги физик жараёнлар юқорида кўриб ўтилганларга нисбатан анча мураккабдир. Бу тўғрида тегишли маълумотлар кейинги бобларда баён қилинади.

V БОБ
ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРИДАГИ РЕЗОНАНС ҲОДИСАЛАРИ

5.1. Тебраниш системаси ва резонанс ҳодисаси (умумий тушунчалар)

Резонанс ҳодисалар тебраниш системаларида, яъни энергиянинг тебраниб ўзгариши рўй берадиган элементли (энергия тўпловчи) системаларда содир бўлади. Математик маятник билан электр тебраниш контури техникада энг кўп тарқалган тебраниш системалари ҳисобланади (5.1-расм). Маятникнинг ҳаракати (ишқаланиш кучларини ҳисобга олмаганда) қуйидаги тенглама билан ифодаланади:



5.1-расм

$$m\ell\frac{d^2x}{dt^2} + mgx = 0 \qquad (5.1)$$

бунда: m маятникнинг массаси (кг); ℓ маятникнинг узунлиги (м); g ернинг тортиш кучи тезланиши (м/с^2): x оғиш бурчаги (рад.). (5.1) ни қуйидаги кўринишда қайта ёзамиз:

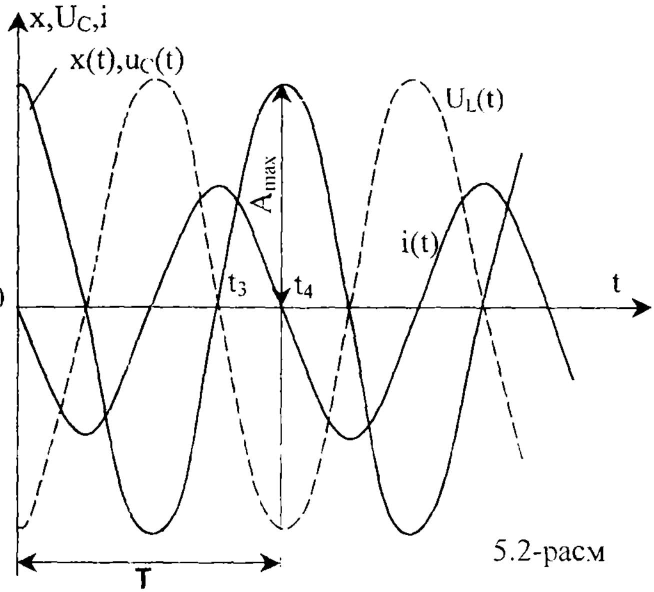
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \left[\omega_0^2 = \frac{g}{\ell}\right] \qquad (5.2)$$

бунинг ечими эса

$$x = A_{max}\cos\omega_0 t = X_{max}\cos\omega\ t \qquad (5.3)$$

бўлади, яъни тебранма ҳаракат ҳам $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$(р€Љ/–) частотали синусоидал қонуният билан ўзгаради (5..2-расм).

Худди шунга ўхшаш, С сиғимга бошланғич q_0=CU_0 (U_0 конденсатор қопламаларидаги бошланғич кучланиш) заряд берилган L-C тебраниш контурида электр ўшандай тебранади. Занжирнинг мувозанат ҳолати тенгламаси



5.2-расм

$$LC\ \frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$$

ёки
$$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \omega_0^2 u = 0 \qquad (5.4)$$

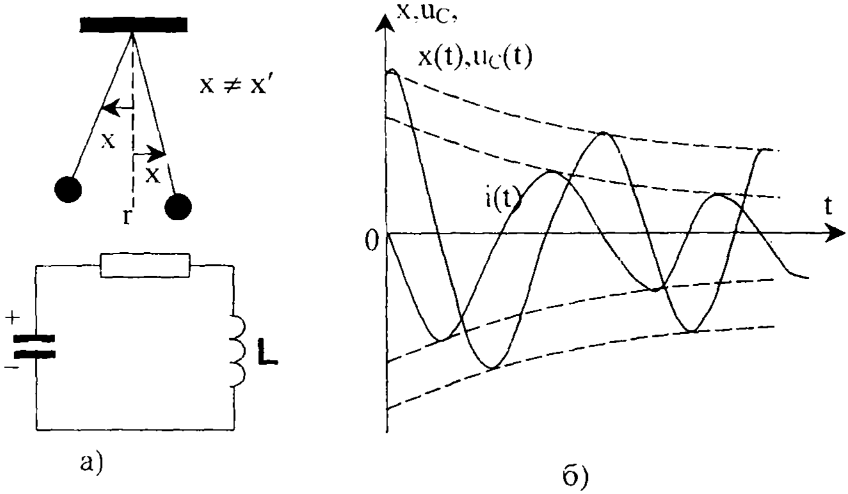
бўлади; бунда u_c С сиғимдаги оний кучланиш (В); L контурнинг индуктивлиги (Г); С сиғим (Ф); $\omega_0 = 1:\sqrt{LC}$ контурнинг хусусий тебраниш частотаси (рад/с). (5.4)нинг ечими

$$u_c = A_{max}\cos\omega_0 t = U_0\cos\omega_0 t$$

бўлади, яъни С сиғимдаги кучланишнинг тебраниши аввалги ҳолдагига ўхшаш частота билан синусоидал қонун асосида ўзгаради (5.2-расм).

Иккала система учун ҳам $t_0=0$, $t_2=T/2$, $t_4=T$ ва ҳ.к. пайтларда системанинг энергияси потенциал бўлиб, $t_1=T/4$, $t_3=3T/4$ ва ҳ.к. пайтларда улар кинетик шаклга ўтиши муҳимдир.

Электр контурида конденсаторнинг электр майдони энергияси $W_э = \frac{CU_0^2}{2}$



а) б)

5.3-расм

Ғалтакнинг магнитавий майдони энергияси $W_M = L\frac{I_{max}}{2}$ га даврий равишда айланиб туради. Аммо реал тебраниш системаларида (5.3-а расм) тебранишнинг амплитудаси A_m ўзгармай қолишига қаршилик кўрсатувчи кучлар доимо мавжуд. Бу эса ишқаланиш кучлари ва тебраниш контурининг актив қаршилиги туфайли иссиқлик исрофи бўлади демакдир. Ана шуларга системада тўпланган энергиянинг бир қисми сарф бўлади. Бу эса тебраниш амплитудасининг ҳар бир циклда монотон камая боришига олиб келади, яъни тебраниш с ў н у в ч и т е б р а н и ш дейилади.

Юқорида баён қилинган тебраниш системаларида тебранишлар қатъий, аниқ частотада содир бўлиб, бу частота системанинг фақат ички параметрларидан аниқланиб, ташқи энергия киритган бошланғич импульснинг миқдорига боғлиқ эмас. Шунинг учун бундай тебранишлар э р к и н т е б р а н и ш л а р деб аталади.

Тебраниш системаларидаги эркин тебранишларни ўзгармас амплитудали қилиб тутиб туриш учун унда исроф бўладиган энергия ўрнини ташқи манбадан тўлдириб туриш керак. Агар манбанинг таъсир этувчи ω частотаси тебраниш системасининг хусусий тебранишлар частотаси ω_0 га тенг бўлса, у ҳолда тебранишлар ташқаридан минимал энергия истеъмол қилиш ҳисобига сақланади. Бу эса резонанс ҳолати демакдир. Шундай қилиб, резонансли тебранишлар системаси деганда хусусий тебранишлар частотасининг ташқи кучлар (энергия манбаи) частотаси билан мос тушиш ҳодисаси тушунилади.

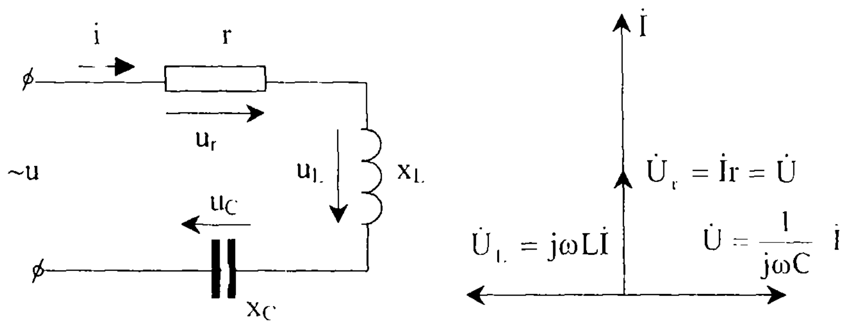
Энди кетма-кет, параллел ва аралаш уланган, энергия тўпловчи L ва C элементли электр занжирларда резонанс ҳодисаси рўй беришининг айрим хусусиятларини кўриб чиқайлик.

5.2. R, L ва C элементлари кетма-кет уланган занжирда резонанс (кучланишлар резонанси)

$= U_m \sin\omega t$ кучланиш манбаига актив r, индуктив $x_L=\omega L$

чм $X_c = \frac{1}{\omega C}$ қаршиликлар кетма-кет уланган занжир

еб



а) б)

5.4-расм

фараз қилайлик (5.4-а расм). Занжирнинг мувозанат тенгламаси (Кирхгофнинг иккинчи қонунига кўра)

$$u + u_L + u_c = u$$

ёки

$$m \ell \frac{d^2 x}{dt^2} + mgx = 0 \qquad (5.5)$$

Тенглама комплекс шаклда ёзилганда

$$r\dot{I} + j\omega L\dot{I} + \frac{\dot{I}}{j\omega C} = \dot{U} \qquad (5.6)$$

бўлади. Занжирнинг комплекс қаршилиги:

$$Z = r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = r + jx = \underline{Z}e^{j\varphi}$$

Занжирда резонанс ҳодисаси содир бўлганда, унга берилаётган кучланиш актив қаршиликдаги U_r кучланишнинг пасайишини тўлдирилиб туриши керак:

$$\dot{U}_r = r\dot{I} = \dot{U}$$

Бу $\quad j\dot{I}\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = \dot{U}_L + \dot{U}_c = 0 \quad$ бўлганда, ёки

$\omega L = \dfrac{1}{\omega C}$, яъни реактив элементларнинг қаршиликлари ўзаро тенг ($x_L = x_c$) бўлганда мумкин. Резонанс вақтида $Z = r + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) = r + j0 = r$ ва $\varphi = 0$ бўлиб, занжирдаги ток I билан манба кучланиши U бир хил фазада туради. Резонанс пайти учун ток ва кучланишларнинг вектор диаграммаси 5.4-б расмда берилган. Резонанс ҳолатига асосан иккита усул билан эришилади:

а) тебраниш контурининг параметрлари ўзгармас (L=const ва C=const) бўлганда, манба частотаси ω ни ўзгартириб (ростлаб) хусусий тебранишлар частотаси билан тенглаштирилади: $\omega = \omega_0$ ёки

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}, \qquad \omega_0^2 LC = 1;$$

б) манба частотаси ўзгармас (ω=const) бўлганда тебраниш контури параметрлари L (ёки C) бирортасини ўзгартириб, қуйидаги тенглик ҳосил қилинади:

$$L_0 = \frac{1}{\omega^2 C}, \qquad C_0 = \frac{1}{\omega^2 L};$$

Бунда $\omega = \omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ частота резонанс частотаси дейилади. Резонанс вақтида занжирнинг тўла қаршилиги минимал қийматга эришади: $Z_{min} = r$ (X_L $X_C = 0$ бўлгани учун). Бу вақтда манбадан максимум ток истеъмол қилинади:

$$I = I_{pe} = \frac{U}{r}$$

Бу ток ўз навбатида катта миқдордаги реактив $U_L = I\, x_L$ ва $U_C = I\, x_C$ кучланишларни ҳосил қилади: бу кучланишлар манба кучланиши U дан бир неча марта катта бўлиши мумкин. Кучланишлар резонанси дейиш ҳам ана шундан келиб чиққан.

Реактив кучланишлар миқдорий жиҳатдан манба (ёки актив) кучланишдан неча марта катта бўлишига боғлиқ. Резонанс вақтида

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} = \sqrt{\frac{L}{C}} = \rho.$$

яъни ғалтак ва конденсатор реактив қаршилигининг миқдорлари (L C) нисбатга боғлиқ:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad Ом$$

Бу нисбат қаршилик бирлиги ўлчамига эга бўлганидан тебраниш контурининг т ў л қ и н қ а р ш и л и г и деб аталади.

Реактив кучланишлар $U_{L0} = U_{C0}$ нинг U дан неча марта катталиги қуйидаги нисбатдан аниқланади:

$$Q = \frac{U_{L0}}{U} = \frac{U_{C0}}{U} = \frac{\omega_0 L}{r} = \frac{\rho}{r},$$

бунда: Q контурнинг с а р х и л л и г и ёки с и ф а т к о э ф ф и ц и е н т и дейилади, унга тескари бўлган миқдор

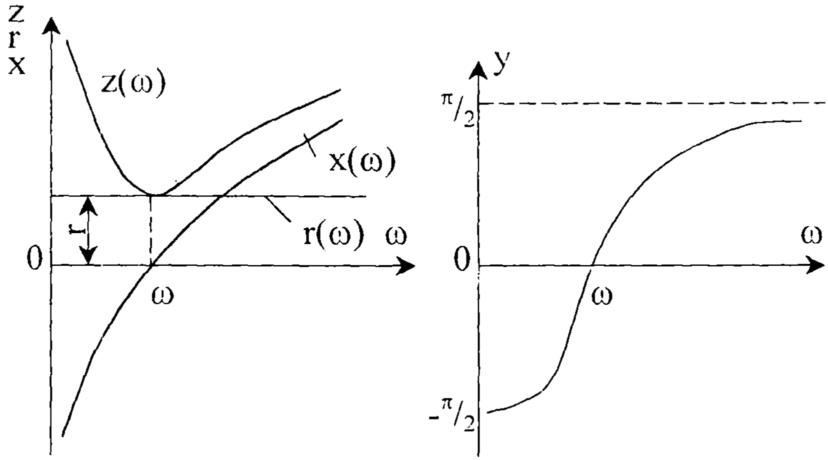
$$d = \frac{1}{Q} = \frac{r}{\rho}$$

к о н т у р н и н г с ў н и ш и дейилади.

5.3. Кетма-кет уланган резонанс занжирнинг частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиқлари)

5.5-расмда занжирнинг тўла қаршилиги Z ва унинг ташкил этувчилари r ва X, шунингдек, бурчак силжиши φ ни манба частотасининг ўзгариши $\omega = Var$ га (манба кучла-ниши ўзгармас U=const бўлганда) боғлиқлигининг эгри чизиқлари кўрсатилган. $\underline{Z}(\omega) = \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ функцияли эгри чизиқ ω нинг 0 дан $\propto$ гача ўзгарганда r(ω) тўғри чизиқ ва x(ω) эгри чизиқларнинг координаталарини геометрик қўшиш натижасида ҳосил қилинган (5.5-а расм).

Актив қаршилик r нинг қиймати токнинг частотасига боғлиқ эмас (бундан радио частотали занжирлар мустасно), яъни r(ω) абциссалар ўқидан r масофада жойлашган тўғри чизиқдир. x реактив қаршилик -$\propto$ дан +$\propto$ гача ўзгаради, яъни X(0)=-$\propto$ ва X($\propto$)=$\propto$ бўлган X($\propto$) эгри чизиғи билан ифо-



5.5-расм

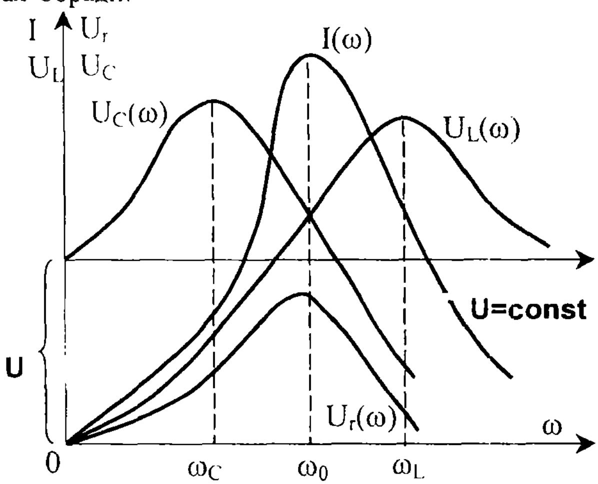
ифодаланади. Резонанс пайтида $(\omega = \omega_0)$, $\omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$ бўлгани учун X=0. Шу туфайли тўла қаршилик $\underline{Z}(\omega)$ нинг манба частотасига боғлиқлиги $\underline{Z}(0) = -\infty$, $\underline{Z}(\omega_0) = r$ ва $\underline{Z}(\infty)$ тегишлича нол, резонанс ва чексиз катта частоталарга мос келувчи учта характерли қийматга эга. Шунга мос равишда фаза силжиши бурчаги φ ҳам ўзгаради:

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{r}$$

Бу 5.5-б расмдаги φ(ω) эгри чизиқдир. Агар ω=0 бўлса, занжир сиғим характерига эга, яъни $\varphi = -\frac{\pi}{2}$; $\omega \to \infty$ да у индуктив характерга эга, яъни $\varphi \to \frac{\pi}{2}$ Резонанс нуқтасида $(\omega=\omega_0)$ занжир актив характерга эга, яъни $\varphi = 0$ бўлиб, ток манба кучланиши билан фаза жиҳатидан устма-уст тушади. Шундай қилиб, $\omega=\omega_0$ нуқтасида занжир характери сиғимдан индуктивга ўзгаради. Энергия исроф бўлмайдиган идеал (r=0) контур кўриб чиқилганда занжир характери сакраш билан ўзгариб, $(\omega=\omega_0)$ нуқтада силжиш бурчаги $\varphi_0 = -\frac{\;}{2}$ дан $\varphi_1 = \frac{\;}{2}$ гача ўзгаради.

яъни "фаза тўнтарилиши" содир бўлади. Энди ток $I(\omega)$ ва кучланиш $U_r(\omega)$ ва $U_L(\omega)$ ларнинг занжир қисмаларидаги кучланиш эффектив қиймати ўзгармас (U=const) бўлганда, уларнинг манба частотасига боғлиқлигини кўриб чиқамиз.

Эгри чизиқ $\underline{Z}(\omega)$ га биноан (5.5-а расм) ток $I = U : \sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ частота ω=0 бўлганда, $\underline{Z}(0) = \infty$ бўлгани учун нолга тенг. Нолдан бошлаб $I(\omega)$ эгри чизиғи $\omega=\omega_0$ нуқтада максимумга эришади: чунки бу ерда $\underline{Z}(\omega_0) = r$ яъни минималдир. Шундан сўнг $\underline{Z}(\omega) \to \infty$ (5.6-расм) туфайли нолгача монотон камая боради.



5.6-расм

Эгри чизиқ $U_r(\omega)=rI(\omega)$ қандайдир ўзга масштабда $I(\omega)$ эгри чизиқни такрорлайди ва унинг максимуми бўлганда (резонанс) кириш кучланиши U га тенг. Индуктивлик ва сиғимдаги кучланишлар тегишлича қуйидаги функциялар билан ифодаланади:

$$U_L = \omega L \, I = \frac{U \, \omega L}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = U_L(\omega);$$

$$U = \frac{1}{\omega C} = \frac{U}{\omega C\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = U_C(\omega).$$

Частота $\omega=0$ ва $\omega=\infty$ бўлганда уларнинг микдори тегишлича $U_L(0)=0$; $U_C(0)=U$ ва $U_L(\infty)=U$, $U_C(\infty)=0$ бўлади. Бунинг сабаби қуйидагича: $\omega=0$ бўлганда ток $I=0$ ва манбанинг барча кучланиши конденсатор С нинг қисмаларига тўпланади; чунки унинг қаршилиги ўзгармас ток бўйича ∞ га тенг. Частота $\omega \to \infty$ да ток яна нолгача камайиб, манбанинг кучланиши ғалтак қисмаларига тўпланади; чунки унинг қаршилиги $X_L=\omega L$ чексиз катта бўлади. Резонанс нуқтасида ($\omega=\omega_0$) U_L ва U_C кучланишлар ўзаро тенг ва бир-бирини компенсациялайди, чунки $Ix_L=Ix_C=I\rho$, манбанинг кучланиши эса актив қаршилик r нинг қисмаларида тушади. Тўлқин қаршилиги $\rho > r$ ($Q>1$ ва $d<1$) бўлганда, $U_L=U_C>U$ бўлиши юқорида айтилган эди. Демак, $U_L(\omega)$ ва $U_C(\omega)$ функциялар аён ифодаланган максимумларга эга бўлиши керак. Бу функциялар $U_L(\omega)$ ва $U_C(\omega)$ экстремумларини мавжуд шартларидан аниқлаш қийин эмас:

$$\frac{dU_L(\omega)}{d\omega} = 0 \qquad [*] \qquad \frac{dU_C(\omega)}{d\omega} = 0 \qquad [**]$$

Бу тенгламаларнинг ечимлари қуйидагича:

$$\omega_L \quad \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}} \qquad \text{ва} \qquad \omega_C = \omega_0\sqrt{1 - \frac{d^2}{2}}$$

Демак, $U_L(\omega)$ функциянинг максимуми $\omega_L > \omega_0$ ва $U_C(\omega)$ функциянинг максимуми $\omega_c<\omega_0$частоталарга тўғри келади (5.6-расм).

Агар $d \geq 1$ бўлса, U_L (ω) ва U_c (ω) ларнинг эгри чизиқлари монотон характерга эга бўлиб, абциссалар ўқи билан U=const тўғри чизиқ оралиғига жойлашади.

5.6-расмда келтирилган $I(\omega)$, $U_r(\omega)$, $U_L(\omega)$ ва $U_C(\omega)$ ларнинг боғланишлари резонанс занжирининг частотавий характеристика ёки резонанс эгри чизиқлари дейилади.

Инженерлик ҳисоблашларда $I(\omega)$ эгри чизиғининг частотавий характеристикаси $I/I_0=f(\eta)$ кўпроқ амалий аҳамиятга эга.

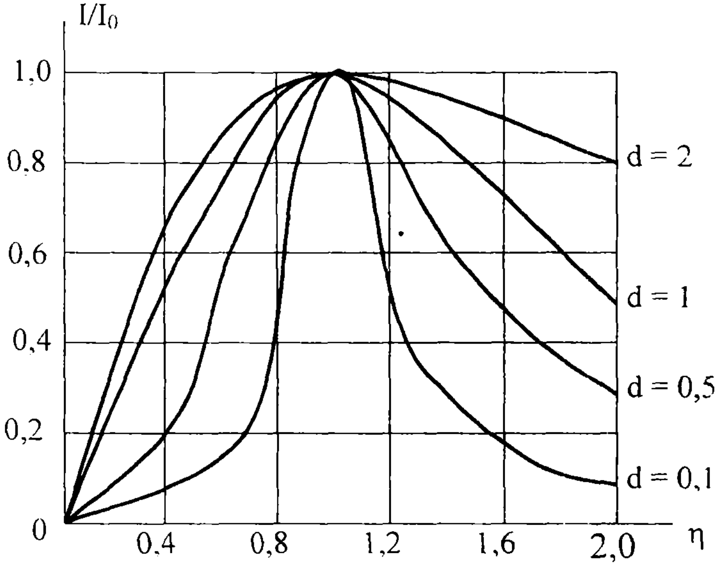
яъни ток I ўрнига I/I_0 нисбат, частота ω ўрнига эса $\eta = \dfrac{\omega}{\omega_0}$

нисбат олинган (бу ерда $I_0 = \dfrac{U}{r}$ ва $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$); у ҳолда:

$$\frac{I}{I_0} = \frac{U}{\chi}\frac{U}{r} = \frac{r}{\sqrt{r^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left[\dfrac{\omega_0 L}{r}\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)\right]^2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 + \dfrac{1}{d^2}\left(\eta - \dfrac{1}{\eta}\right)^2}}$$

5.7-расмда $0 < d < 2$ қийматлари учун қурилган $I/I_0 = f(\eta)$ частотавий характеристикалар берилган. Эгри чизиқларнинг шакли



5.7-расм

фақат контурнинг сўнишига боғлиқлиги графикдан кўриниб турибди. Контурнинг сўниши қанчалик катта бўлса, $I/I_0=f(\eta)$ эгри чизик шунчалик ётиқ бўлади ва аксинча, контурнинг сўниши d кичик бўлганда (ёки Q катта бўлганда) резонанс эгри чизикларнинг тиклиги бир мунча ортади, яъни частотанинг ўзгаришига токнинг реакциясиескинроқ бўлади. Бу ҳолларда резонанс аён ифодаланган бўлиб, U_L ва U_C кучланишлар миқдори жиҳатидан манба кучланишидан кескин фарқ қилади. Бу тебраниш контурини манбанинг умумий частоталари спектридан бирорта аниқ частотага созлаганда муҳим аҳамиятга эга.

5.1-мисол. Параметрлари r=0,5 Ом, L=0,01Г ва $C=10^{-4}$ Ф бўлган занжирда (5.4-а расм) кучланишлар резонанси мавжуд. Занжирга берилаётган кучланишнинг эффектив қиймати U=1В. Занжир элементидаги ток ва кучланиш манба токининг частотаси, занжирнинг тўлқин қаршилиги ρ. контурнинг асллик коэффициенти (Q) ва сўниш (d) аниқлансин.

Е ч и ш. Резонанс пайтидаги занжирдаги ток;

$$I_0 = \frac{U}{r} = \frac{1}{0,5} = 2A$$

Занжирнинг r, L ва C элементларидаги кучланишлар тегишлича;

$$U_r = I\cdot r = 2\cdot 0,5 = 1B$$

$$U_L = Ix_L = I\ \omega_0 L = I\cdot\rho = 2\sqrt{\frac{0,01}{10^{-4}}} = 20B$$

$$U_C = U_L = 20B$$

Манба токининг частотаси

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10^{-2}\ 10^{-4}}} = 10^3 \quad \text{Рад}/\text{с}$$

Тебраниш контурининг тўлқин қаршилиги:

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{10^2} = 10 \quad \text{Ом}$$

Тебраниш контурининг асллик коэффициенти ва сўниши тегишлича

$$Q = \frac{\rho}{r} = \frac{10}{0,5} = 20, \quad d = \frac{}{Q} = 0,05$$

бўлади.

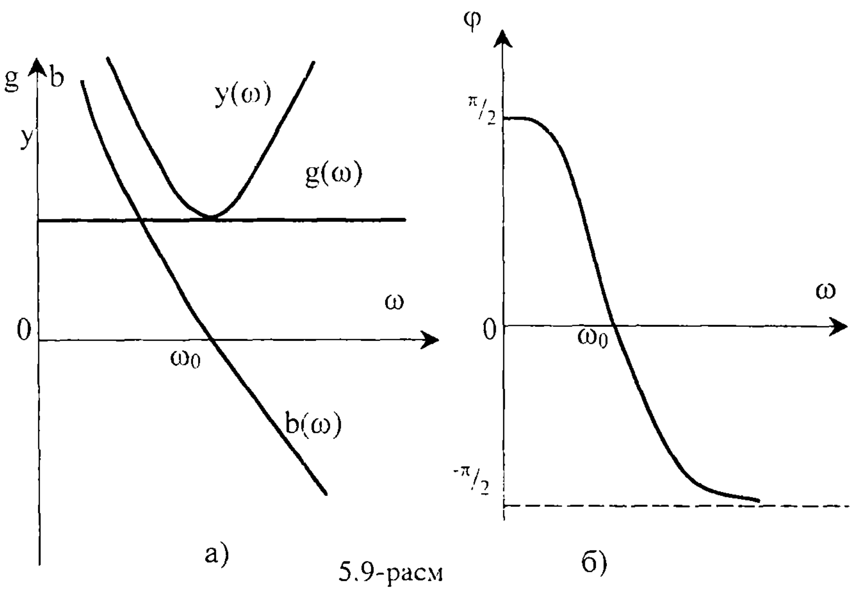
бунда: Q-контурнинг с а р х и л л и г и ёки с и ф а т к о э ф ф и ц и е н т и, унга тескари миқдор

$$d = \frac{1}{Q} = \frac{g}{}$$

к о н т у р н и н г с ў н и ш и дейилади.

5.5. Резонансли параллел уланган занжирнинг частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиқлари)

5.9-расмда занжирнинг тўла ўтказувчанлиги y ва унинг ташкил этувчилари g ва b, шунингдек фаза силжиши бурчаги φ нинг (манба кучланиши ўзгармас U=const бўлганда) ўзгарувчан частотага ω=var боғлиқлигини кўрсатувчи эгри чизиқлар берилган. Эгри чизиқ $y(\omega) = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{\omega L} - \omega C\right)^2}$ частота ω нинг 0 дан ∞ гача ўзгаришидан келиб чиққан тўғри чизиқ g(ω) ва эг-

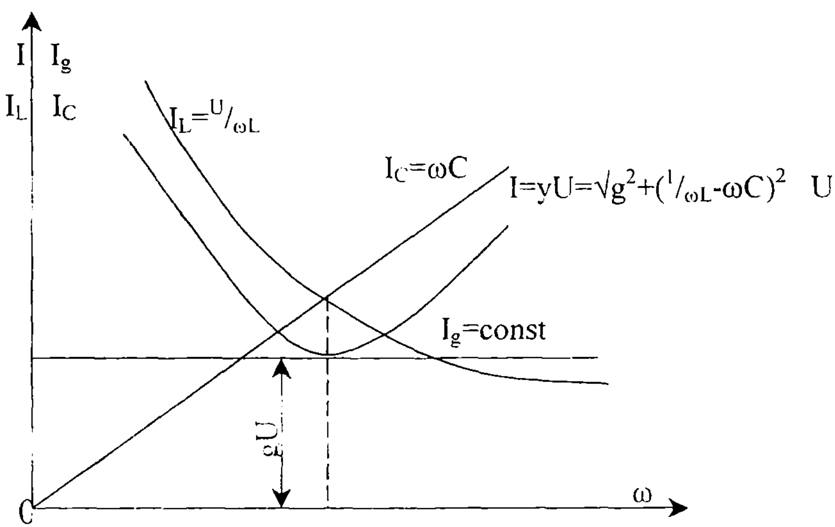


5.9-расм

ри чизиқ b(ω) ларнинг ординаталарини геометрик қўшиш натижасида олинади (5.9-а расм). Актив ўтказувчанлик g нинг қиймати манба токининг частотасига боғлиқ эмас (бундан радио частотали занжирлар мустасно) яъни $g(\omega)$ абциссалар ўқидан g масофада жойлашган тўғри чизиқдир. Реактив ўтказувчанлик $b = \frac{1}{\omega L} - \omega C$, $b(0) = \infty$ дан $b(\infty) = -\infty$ гача ўзгаради ва 5..9-а расмдаги $b(\omega)$ эгри чизиқдан иборат бўлади. Резонанс пайтида ($\omega=\omega_0$ бўлганда) $1/\omega_0 L - \omega_0 C = 0$ бўлгани учун у нолга тенг. Шу туфайли тўла ўтказувчанлик $Y(\omega)$ билан манба частотаси орасидаги боғланишлар $Y(0) = \infty$, $Y(\omega_0) = g$ ва $Y(\infty) = \infty$ тегишлича нол, резонанс ва чексиз катта частоталарга мос келувчи учта характерли қийматга эга. Шунга мос равишда фаза силжиши бурчаги φ ҳам ўзгаради:

$$\varphi = \mathrm{arctg}\,\frac{b_L - b_C}{g}$$

ва 5.9-б расмдаги $\varphi(\omega)$ эгри чизиқдан иборат бўлади. Частота



5.10-расм.

$\omega=0$ бўлганда занжир индуктив характерга ($\varphi=\pi/2$), $\omega\rightarrow\infty$ да эса у сиғим характерга эга ($\varphi=-\pi/2$) бўлади. Резонанс пайтида ($\omega=\omega_0$) занжир актив характерга эришади ($\varphi=0$), бутун занжирнинг токи манба кучланиши билан фаза бўйича устма-уст тушади. Кучланишлар резонанси каби частотанинг $\omega=\omega_0$ нуқтасидан ўтиши занжир характерининг ўзгариши билан бирга содир бўлади. Аммо бунда занжир индуктив характердан сиғим характерига ўтади. Актив ўтказувчанлик g=0 бўлганда (исрофсиз контур) бу ўтиш сакрашсимон бўлади. Резонанс нуқтасида ($\omega=\omega_0$) фаза силжиши бурчаги $\varphi=\pi/2$ дан $\varphi=-\pi/2$ гача сакраб ўзгаради, яъни фаза "тўнтарилиши" содир бўлади. Манба кучланиши билан занжирнинг параметрлари ўзгармас (U=const, L=const ва C=const) бўлганда ва манба частотаси $\omega=0\div\infty$ гача ўзгарганда олинган $I(\omega)$, $I_g(\omega)$, $I_L(\omega)$ ва $I_C(\omega)$ каби частотавий характеристикалари (резонанс эгри чизиқлари) 5.10-расмда кўрсатилган. Актив ўтказувчанликдаги ток I_g частотага боғлиқ бўлмагани туфайли I_g=const тўғри чизиқдир. Индуктивликдаги ток $I_L=U/\omega L$ манба токининг частотасига тескари пропорционал, яъни $\omega=0$ бўлганда, чексизликка тенг ва $\omega\rightarrow\infty$ да нолга тушади. Сиғимдаги ток $I_0=\omega CU$ частотага тўғри пропорционал бўлиб, унинг боғланиши тўғри чизиқ билан ифодаланади. Ўзининг ташкил этувчиларидан фарқли ўлароқ, тўла токнинг эгри чизиғи $I(\omega)=U\cdot\sqrt{g^2+\left(\frac{1}{\omega L}-\omega C\right)^2}$ резонанс нуқтасида $\omega=\omega_0$ частотага мос келувчи аён ифодаланган минимумга эга $I_{min}=Ug$; $\omega=0$ ва $\omega\rightarrow\infty$ да $I(\omega)$нинг қиймати чексизликка интилади.

5.6. Элементлари кетма-кет ва параллел уланган резонансли занжирда энергиянинг тебраниши

Тебраниш системалари резонанс режимида ўзига хос хусусиятга эга бўлиб, бу системаларнинг энергия тўпловчи элементларида (тебраниш контурининг L ва C элементларида) энергия манбага қайтарилмасдан, элементлар орасида айланиб юради. Бунга занжирдаги тебранишнинг бир даври ичида L ва C элементларда оний кувватнинг ўзгаришини кўриб чиқиб ишонч ҳосил қилиш мумкин. Масалан, элементлари кетма-кет уланган занжирда (5.4-а расм) кучланишлар резонанси рўй берганда оний ток $i=I_m.\sin\omega t$ манбанинг оний кучланиши $u=U_m\sin\omega t$ билан фаза бўйича устма-уст тушади. Реактив элементлардаги кучланишлар қуйидаги қонун билан ўзгаради:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \omega_0 L I_m \cos\omega_0 t \qquad \text{ва} \qquad u_C = -\frac{I_m}{\omega_0 C}\cos\ \omega_0 t$$

яъни қарама-қарши фазада бўлади. Индуктив ва сиғим элементларидаги оний қувватлар тегишлича қуйидагича бўлади:

$$P_L = u_L i = \omega_0 L I_m^2 \sin\omega_0 t\ \cos\omega_0 t = \omega_0 L I^2 \sin 2\omega_0 t = U_L I \sin 2\omega_0 t$$

$$P_C = u_C i = -\frac{I_m^2}{\omega_0 C}\sin\omega_0 t\cdot\cos\omega_0 t = -\frac{I^2}{\omega_0}\sin 2\omega_0 t = -U_C I\sin 2\omega_0 t$$

Аммо резонанс пайтида $U_L = U_C$ бўлгани учун истаган вақтда $P_L + P_C = 0$ бўлади. Бошқа томондан, оний қувватлар

$$p_L \quad i = Li\frac{di}{dt} = \frac{d}{dt}\left(L\frac{i^2}{2}\right) = \frac{dw_M}{dt},$$

$$p_C = u_C i = Cu_C\frac{du_C}{dt} \qquad C\frac{u_C^2}{2} \qquad \frac{dw_э}{dt}$$

миқдор жиҳатидан ғалтак магнит майдони $\left[W_M = \frac{Li^2}{2}\right]$ ва конденсаторнинг электр майдонига $\left[W_э = \frac{Cu_C^2}{2}\right]$ энергиянинг кириб келиш тезлиги билан аниқланади. Бу, $\frac{dW_M}{dt} + \frac{dW_э}{dt} = 0$ ёки $W_M + W = \mathrm{const}$, яъни майдонлар энергияларининг йиғиндиси истаган вақтда ўзгармас демакдир. 5.11-расмда ғалтакдаги ток i, сиғимдаги кучланиш u ва индуктив L ҳамда сиғим C элементларида тўпланган энергиялар оний қийматларининг ўзгариш қонуниятлари кўрсатилган.

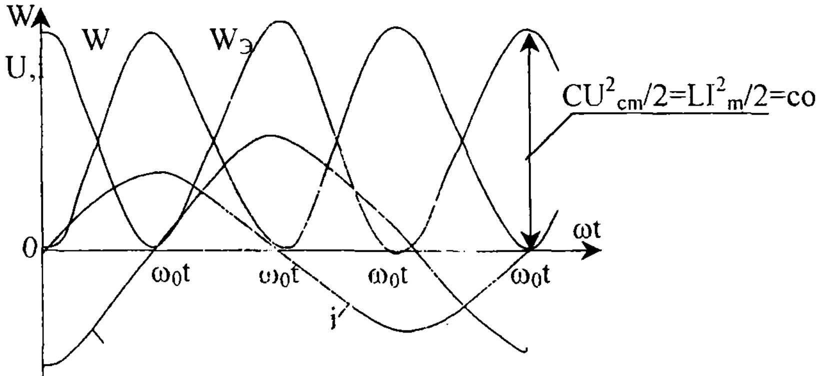
Эгри чизиқ $w_M(t)$ ва $w_э(t)$ лардан оний қийматлари йиғиндиси ўзгармас эканлиги яққол кўриниб турибди:

$$W_m + W_э = \frac{LI_m^2}{2}\sin^2\omega_0 t + \frac{CU_{cm}^2}{2}\cos^2\omega_0 t = \frac{LI_m^2}{2} = \frac{CU_{cm}^2}{2} - \mathrm{const}$$

чунки частота $\omega=\omega_0$ да

$$\rho^2 = \frac{L}{C} = \frac{U_C^2}{I^2}. \qquad \frac{LI_m^2}{2} = LI^2 = CU_C^2$$

Конденсаторнинг электр майдони энергияси $t_0=0$, $t_2=T/2$, $t_4=T$ ва ҳ.к. (кучланиш $u_C(t)$ ўзининг амплитудавий $\pm U_{cm}$ қийматига эришган) пайтларида максимумга эришади, яъни $W_{эm} = C\frac{U_{cm}^2}{2}$ Оний кучланиш $u_C(t)$ нолдан ўтаётган пайтда юқорида кўрсатилган энергия ҳам нолга тенг. Ғалтакнинг маг-



5.11-расм.

нит майдони энергияси $t_1=T/4$, $t_3=3T/4$, $t_5=5T/4$ ва ҳ.к. пайтларида, яъни $i(t)$ токнинг максимумларида максимал $\left(W_{M\,max} = L\frac{I^2_{max}}{2}\right)$ бўлиб, бутун занжирнинг оний токи нолга тенг бўлганда, у ҳам нолга тенг (5.11-расм). Конденсатордаги кучланиш u_C мутлоқ қийматининг камая бориши билан электр майдон энергияси $W_э$ ҳам камая бошлайди, аммо $W_э$ нинг камая бориши натижасида магнит майдон энергияси $W_м$ нинг орта бориши билан бир вақтда давом этади ва аксинча. Шундай қилиб, тебраниш контурининг электромагнит майдон энергиясининг йиғиндиси $LI^2=CU_C^2=const$ бўлиб, ўзгаришсиз қолади, яъни энергия гоҳ конденсаторда, гоҳ ғалтакда навбатма-навбат тўпланади. Актив қаршилик r да иссиқликка айланаётган энергиянинг ўрни манбадан узлуксиз тўлдирилиб туради. Шундай қилиб, бутун занжирнинг қуввати $P = UI = U_rI = I^2r$ элемент r да истеъмол қилаётган актив қувватга тенг.

Параллел тебраниш контурида ҳам энергиянинг айланиб юриш қонунияти юқорида баён этилганлардан ҳеч қандай фарқ қилмайди.

5.7. Элементлари аралаш уланган занжирда резонанс ҳодисалар

Умуман айтганда, резонанс ҳодисалари таркибида L ва C энергия тўпловчи элементлар (уларнинг сони ва уланиш усулидан, шунингдек, резисторли элементларнинг сони ва уланишидан қатъи назар) бўлган ҳар қандай мураккаб занжирда пайдо бўлиши мумкин. Аралаш уланган резонансли занжирлардан энг кўп тарқалганлари тарзида 5.12-а расмда берилган схемани кўриб чиқайлик. Бундай занжирнинг тўла комплекс қаршилиги:

$$Z = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{(r_1 + j\omega L)\left(r_2 + \dfrac{1}{j\omega C}\right)}{(r_1 + r_2) + j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)}$$

Касрнинг сурат ва махражини $(r_1 + r_2) - j\left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)$ га кўпайтириб, мураккаб бўлмаган ўзгаришлар киритиб, қуйидагини ҳосил қилиш мумкин;

$$Z = \frac{r_1\left(r_2^2 - \dfrac{1}{\omega^2 C^2}\right) + r_2\left(r_1^2 + \omega^2 L^2\right)}{(r_1 + r_2)^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2} + j\frac{\omega^2 LC\left(r_2^2 - \dfrac{L}{C}\right) - \left(r_1^2 - \dfrac{L}{C}\right)}{(r_1 + r_2)^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C}\right)^2} =$$

$$= r_э + jx_э$$

бунда: $r_э$ ва $X_э$ бутун занжирнинг эквивалент актив ва реактив қаршиликлар.

Ҳар қандай занжирда резонанс ҳосил бўлишининг асосий белгиси бутун занжирдаги токнинг манба кучланиши билан фаза бўйича устма-уст тушишидир, шу туфайли кўриб чиқилаётган занжир учун $X_э=0$ шарт бажарилиши лозим, яъни;

$$\omega^2 LC\left(r_2^2 - \frac{L}{C}\right) - \left(r_1^2 - \frac{L}{C}\right) = 0$$

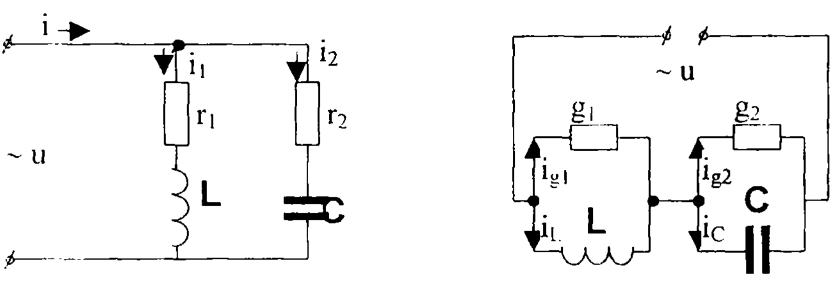
Демак, 5.12-а расмдаги занжирнинг резонанс частотаси:

$$\omega_{рнк} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{r_1^2 - \dfrac{L}{C}}{r_2^2 - \dfrac{L}{C}}} \qquad (*)$$

Кетма-кет ва параллел уланган оддий занжирлардан фарқли ўлароқ бу частота фақатгина энергия тўпловчи L ва C элементлардан параметрларига боғлиқ бўлмасдан, r_1 ва r_2 актив қаршиликларга ҳам боглиқ. Реал тебраниш контурини ҳисоблашда буни билиш муҳим аҳамиятга эга, чунки идеаллаштирилган занжирга қандай хусусият бермайлик, бари бир реал индуктив ғалтак L ва сиғим C идеал фаза силжишига эга бўлмайди. Амалда ҳар қандай индуктивлик симдан ўралган ғалтак бўлиб, унинг актив қаршилиги нолга тенг эмас. $r_r \neq 0$, шунингдек, реал конденсаторнинг қопламалари орасидаги ҳар қандай диэлектрик бир оз бўлсада, актив ўтказувчанликка эга ($g_C \neq 0$). Муҳандислик ҳисоблашларида 5.12-а расм да берилган занжирдаги актив қаршилик r_2 ни кўпинча нол деб олинади, яъни $r_2=0$. У ҳолда (*) қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\omega_{p\,HK} = \frac{\sqrt{1 - r_1^2 C / L}}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{r_1^2}{L^2}} \qquad (**)$$

Актив қаршиликлар $r_1 = r_2 = r = \sqrt{\frac{L}{C}}$. бўлган ҳолат алоҳида қизиқиш туғдиради. (*) тенглик бўйича резонанс частотаси $\omega_{pc} = \frac{0}{0}$ ноаниқлик, яъни занжир манбаининг ҳар қандай частотасида резонанс бўла олади. Бу $r_1 = r_2 = \sqrt{\frac{L}{C}}$ шартига риоя қилинганда 5.12-а расмдаги занжир манбаининг частотасига



а) 5.12-расм б)

боғлиқ бўлмай, актив характерга эга бўлиши таъминланади, демакдир. Бу ҳолда бутун занжирнинг қаршилиги:

$$\underline{Z}_{\cdot} = r_{\cdot} = r = \sqrt{\frac{L}{C}}\text{ ,чунки}$$

$$= r\frac{\omega^2L^2 + 2r^2 + \dfrac{1}{\omega^2C^2}}{4r^2 + \omega^2L^2 \quad 2\dfrac{L}{C} + \dfrac{1}{\omega^2C^2}} = r\frac{\left(\omega L + \dfrac{1}{\omega C}\right)^2}{\left(\omega L + \dfrac{1}{\omega C}\right)^2} = r$$

Агар занжирнинг кириш қисмаларидаги кучланиш $\dot{U} = U$ бўлса, у ҳолда бутун занжирдаги ток:

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2 = I_1e^{-j\varphi_1} + I_2e^{-j\varphi_2} = \frac{U}{r}$$

Сиғим С даги кучланиш:

$$\dot{U}_C = I_2\frac{1}{\omega C}e^{j\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Фаза силжиш бурчаклари φ_1 ва φ_2 тегишлича

$$\varphi_1 = \operatorname{arctg}\frac{\omega L}{r} = \operatorname{arctg}\omega\sqrt{LC}$$

ва
$$\varphi_2 = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{r\omega C}\right) = \operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{\omega\sqrt{LC}}\right)$$

ёки
$$\operatorname{tg}\varphi_1 = -\operatorname{ctg}\varphi_2 = \operatorname{tg}\left(\varphi_2 + \frac{\pi}{2}\right)$$

демак, $\varphi_1 = \varphi_2 + \dfrac{\pi}{2}$ яъни L индуктивликдан ўтаётган ток

$\dot{I}_1 = I_1e^{-j\varphi_1}$ ва С сиғимдаги кучланиш $\dot{U}_C - \dfrac{I_2}{\omega C}e^{-j\left(\varphi_2 - \frac{\pi}{2}\right)}$

фазалари бўйича устма-уст тушади. Энергетик нуқтаи назардан, ғалтакнинг магнит майдони ва сиғимнинг электр майдонидаги энергиялари бир вақтда (синфазавий) ортади ва камаяди. 5.12-а расмдаги занжирнинг L ва С энергия тўпловчи элементлари орасида энергия алмашиниш жараёни содир бўлмайди. Манбадан олинаётган энергия чорак давр давомида ғалтак ва конденсаторнинг электромагнит майдонларида тўпланиб, қисман r_1 ва r_2 қаршиликларда сарфланади. Кейинги чорак давр давомида қонунияти бўйича ўзгарувчи (элтувчи) частоталарга эга бир неча ток бир жуфт симдан юборилади. Ахборот қабул қилинаётган жойида юборилаётган сигнал (ток)лар тегишлича "элтувчи" частоталарга созланган алоҳида резонанс контурларига киради ва халақит берувчи ёт сигналлардан "тозаланиб", ўзларининг каналлари бўйича тегишли абонентнинг телефон аппаратига берилади. Кучланишлар резонанси ҳодисаси 50 Гц частотали электр тармоқларининг айрим қисмларида ҳам содир бўлиши мумкин. Бу ҳолда индуктив галтак ролини ҳар хил трансформаторлар (реакторлар), конденсатор ролини эса узаткич симлар оралиғидаги сиғим, кабелларда унинг симлари орасидаги сиғим, кабелнинг ўзи билан ер орасидаги сиғим бажаради. Бундай ҳолларда резонанс ҳодисаси ўта кучланиш ҳосил қилиб, электр тармоқнинг номинал кучланишига мўлжалланган электр аппаратлар, машиналар ва системаларнинг бошқа элементлари бузилишига сабаб бўлади. Резонанснинг олдини олиш учун хусусий тебранишлар частотасида ҳосил бўладиган тебраниш контурининг "созини бузиш" мақсадида электр тармоқларига сунъий равишда реактив қаршиликлар ва ўтказувчанликлар киритилади.

Аксинча, токлар резонанси ҳодисаси эса электр системаларининг ишлаши учун бир мунча қулай бўлиб, энергия манбаларининг қувват имкониятидан тўла фойдаланишга ёрдам беради. Токлар резонансида реактив энергия фақат L ва C элементлар орасида циркуляцияланиб, шунга кўра "манба" "истеъмолчи" узатиш линиясини қўшимча токлар билан юкламайди. Масалан, қуввати P=600 кВт ва қувват коэффициенти $\cos\varphi=0{,}8$ бўлган индуктив характерли бир фазали истеъмолчи $U_{ном}=3$ кВ номинал кучланишда $I_{ном}$ = 25 А ток истеъмол қилаётган бўлсин. Агар унинг реактив қуввати параллел уланган C сиғим билан компенсацияланса, бутун қурилманинг қувват коэффициенти $\cos\varphi'=1$ гача кўтарилиб, аввалги фойдали қувват $I_н=20$ А ток кучида ҳам таъминланади. Бу ҳолда истеъмолчининг таъминланаётган электр узатиш линияси, аввалги $I_н=25$ А ток билан эндиликда яна қўшимча $S_{қўш}=3000х5=15$ кВА фойдали қувватни узата олади. Шундай қилиб, токлар резонанси (ёки реактив қувватларни параллел компенсациялаш) ҳодисаси электр энергияси генераторларининг ва электр узатиш линияларининг (ЭУЛ) қувват манбаларидан тўлароқ фойдаланиш имконятини беради. Бу ҳодисадан амалда кенг тарқалган сиихрон компенсаторлар саноат аҳамиятига эга бўлган энергетик қурилмаларнинг қувват коэффициенти $\cos\varphi$ ни оширишда кўпроқ фойдаланилади.

5.2-мисол. Қуввати $P_н$=1,65 кВт бўлган бир фазали асинхрон юриткич (мотор) $U_н$=220 В номинал кучланишли манбага уланган. Қувват коэффициенти $\cos\varphi_н$ = 0,75 ва тармоқ частотаси f=50 Гц бўлган ушбу қурилма токлар резонанси режимида ($\cos\varphi'$=1) ишлаши учун моторга параллел қандай сиғимли конденсатор улаш керак?

Ечиш: Моторнинг манбадан истеъмол қилаётган токи:

$$I_H = P_H \ (U \cdot \cos\varphi_H) = 1650 \ \ 220 \cdot 0{,}75 = 10 \ \ A$$

Сиғимдаги токка тенг бўлган (I_C=$I_р$) юриткичнинг компенсацияланадиган реактив токи:

$$I_P = I_H \ \ \sin\varphi_H = 10 \ \ 0{,}66 = 6{,}6 \ \ A$$

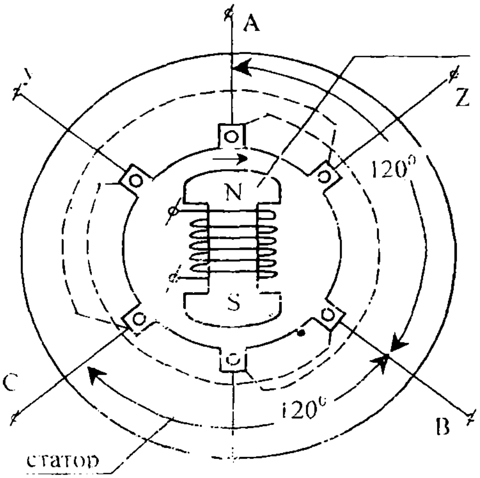
Конденсаторнинг қаршилиги:

$$x_C = \frac{U_H}{I_P} = \frac{220}{6{,}6} = 33{,}3 \ \ Ом$$

Бурчак частота $\omega = 2\pi f = 314$ рад с да конденсаторнинг сиғими

$$C = \frac{1}{\omega x_C} = \frac{1}{314 \cdot 33{,}3} = 95{,}5 \ \ 10^{-6} \ \ ф = 95{,}5 \ \ мкФ.$$

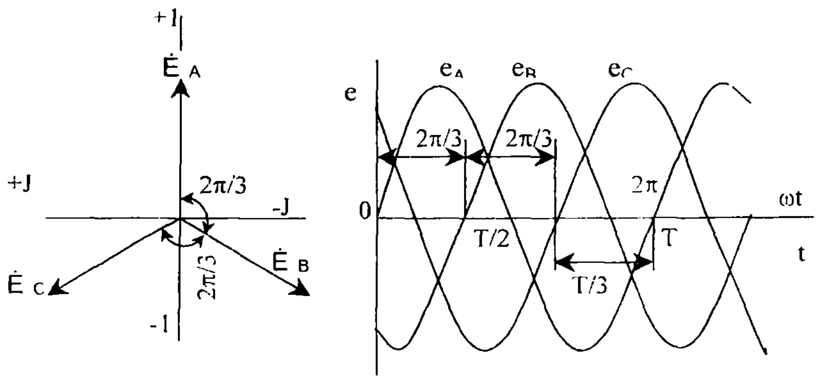
жойлаштирилган бўлиб, битта ўрам ҳосил қилувчи жуфт симлар тарзида кўрсатилган. Статорнинг олд томонида ҳар бир ўрам симларининг учлари тегишлича генератор айрим фазаларининг бошланиш (A,B,C) ва охирги (x,y,z) учларини ташкил этади. Статорнинг орқа томонида эса ярим ўрамлар ташқи симларга уланган (бу 6.3-расмда пунктир чизиқ билан кўрсатилган). Бунда айрим фазаларнинг ўрамлари шундай жойлаштирилганки, B фазанинг ўрам текислиги A фазанинг ўрам текислигига нисбатан (соат стрелкаси бўйича) 120^0, C фазанинг ўрам текислиги эса B фазанинг ўрам текислигига нисбатан ўша йўналишда 120^0га фазо бўйлаб силжиган.



6.3-расм

Генераторнинг фазаларида фаза чулғамларини ротор билан айланаётган ўзгармас (роторни магнитлаб турувчи ўзгармас ток ҳосил қилувчи) магнит оқимни кесиб ўтиши натижасида э.ю.к. ҳосил бўлади. Роторнинг чулғами w иккита контакт ҳалқа ва графит чўтка ёрдамида ташқи ўзгармас кучланиш манбаига уланади. Бундай конструкцияли машина ҳар бир фазада электромагнит микдорининг тебраниши бир хил частота ва амплитуда бўлишини таъмин этади, чунки роторнинг тўла бир марта айланиши айрим фазалардаги э.ю.к. нинг тўла цикллик (синусоида қонуни бўйича) ўзгариши бир давр T га тенг вақтда содир бўлади. Аммо генераторнинг фазаларидаги (чулғамларидаги) э.ю.к. нинг оний микдори роторнинг фазовий ўрни, бирор чулғам (ўрам) билан илашган магнит оқимнинг йўналиши ва микдори билан аниқланади. Агар роторнинг фазовий ўрнига A фазадаги э.ю.к.нинг максимуми тўғри келса, B фазада э.ю.к.нинг худди шундай максимумига роторнинг учдан бир марта айланишидан (ёки T/3 вақтдан) кейи. эришилади (6.3-расм).

Шунга ўхшаш С фазада ҳам э.ю.к.нинг максимуми яна учдан бир давр 2T/3 дан сўнг ҳосил бўлади. Шундай қилиб, А,В,С фазаларда э.ю.к.нинг ўзгариши синусоида қонуни бўйича содир бўлса, уларни тасвирловчи синусоидалар ҳам вақт бўйича T/3 қадар силжиган бўлади (6.4-расм) Фаза



6.4-расм

э.ю.к.ларининг векторлари символик (комплекс) шаклда қуйидагича ёзилади:

$\dot E \quad F \quad \dot E_B \quad Ee \qquad \dot E_C = Ee$

Фазалардаги оний э.ю.к.лар тегишлича

$$e_A = E_m \sin\omega t, \quad e_B = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad e_C = E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

бўлади. Уч фазали занжирни таҳлил қилишда кўпинча А фаза биринчи фаза, В фаза иккинчи фаза, С фаза учинчи фаза

деб олинади, у ҳолда:

$$e_1 = E_m \sin\omega t; \quad e_2 = E_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); \quad e_3 \quad E_m \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

ёки комплекс шаклда:

$$\dot E_1 = E, \qquad \dot E_2 = Ee^{j2\pi} \qquad \text{ва} \qquad \dot E_3 = Ee^{j2\pi}$$

бўлади (бунда ва бундан кейин А,В,С фазалар тегишлича 1,2 ва 3 рақамлари билан белгиланади).

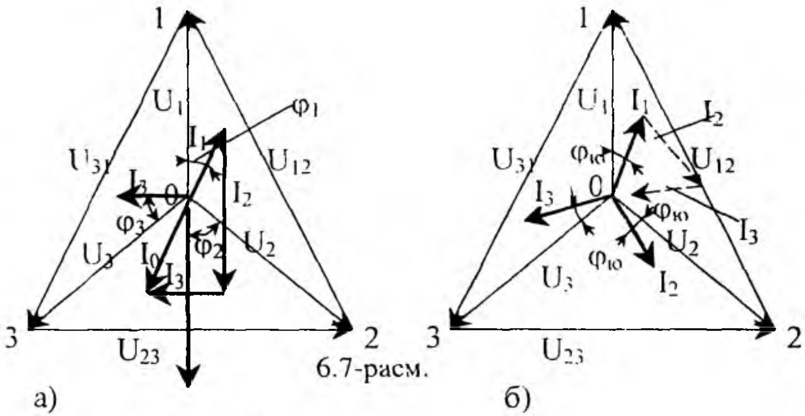
ментлари жиҳатидан бир хил бўлмаслиги мумкин. Унда бу токларнинг векторлари қуйидагича бўлади:

$$\dot I_1=\frac{\dot U_1}{Z_1}=\frac{U_\phi}{Z_1}e^{-j\varphi_1}=I_1e^{-j\varphi_1}$$

$$\dot I_2=\frac{\dot U_2}{Z_2}=I_2e^{j\frac{2\pi}{3}\,j\varphi_2}=I_2e^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\varphi_2\right)}$$

$$\dot I_3=\frac{\dot U_3}{Z_3}=I_3e^{j\left(\frac{4\pi}{3}+\varphi_3\right)}$$

Бу токларнинг йиғиндиси эса нейтрал симда 0′ нуқтадан 0 нуқтага оқиб ўтаётган I_0 токни ҳосил қилади, унинг вектори эса $\dot I_0=\dot I_1+\dot I_2+\dot I_3$ бўлади. Фазалар бўйича носимметрик юклама учун ток ва кучланишларнинг вектор диаграммаси 6.7-а расмда кўрсатилган. Вектор диаграммага кўра нол симдаги I_0 ток векторининг йўналиши ва модули ҳар бир фазадаги токнинг характерига ва микдорига боғлиқ.



6.7-расм.

а) б)

Агар фазалар бўйича юкловчи қаршиликлар Z Z_2 ва Z_3 микдори бир хил бўлмай, характери жихатидан бир хил бўлса (масалан, $0\le\varphi_1\ne\varphi_2\ne\varphi_3\le\frac{\pi}{2}$), ток I_0 нинг модули доимо энг катта фаза токидан кичик бўлади (6.7-а расм). Бу хусусиятдан амалда уч фазали токни тўрт симли линия билан узатишда энг кўп фойдаланилади. Шунинг учун рангли металларни тежаш мақсадида нол сим диаметри фаза (линия) симларига нисбатан бир оз кичик қилиб олинади. Агар юклама фазалар бўйича ҳар хил характерли бўлса (масалан, $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 \cong -\frac{\pi}{2}$ ва $\varphi_3 \cong \frac{\pi}{2}$), назарий жиҳатдан ток I_0 ўзининг миқдори бўйича ҳар қандай фаза токидан бирмунча катта бўлиши мумкин. Фазалар бўйича симметрик юклама ($Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_{юк} = \underline{Z}_{юк} e^{j\varphi_{ю}}$) бўлган ҳолда $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ *ва* $\dot{I}_3$ фаза токлари фаза кучланишлари векторларининг симметрик системаси каби ўша кетма-кетликда ток векторларининг симметрик системасини ташкил қилади, яъни:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{U}_1}{\underline{Z}_ю} = \frac{U_{тм}}{\underline{Z}_ю} e^{-j\varphi_ю} = I_{тм} e^{-j\varphi_ю}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_ю} = I_{тм} e^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \varphi_ю\right)}$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_2}{\underline{Z}_ю} = I_{тм} e^{-j\left(\frac{4\pi}{3} + \varphi_ю\right)}$$

Бу ҳол учун қурилган вектор диаграммада (6.7-б расм) фаза токларининг йиғиндиси нолга тенг бўлиб, нейтрал симда ток I_0 бўлмайди. Бу эса ана шу уч фазали истеъмолчилар группаларининг электр энергияси билан таъминлашни фақат уч симли электр узатиш линиялари орқали бажаришга имкон беради ва уч симли системада битта линия сими тежалади. Уч фазали симметрик истеъмолчилар категориясига амалда кенг тарқалган уч фазали асинхрон двигателларни, катта қувватли (кучли) трансформаторларни, электр печларни, ўзгарувчан токни ўзгармас токка айлантирувчи тўғрилагичларни ва бошқаларни киритиш мумкин.

Уч фазали токни тўрт симли линия билан узатишдан асосан, электр ёритиш тармоқларини, маиший корхоналарни ва турар жойларни электр энергияси билан таъминлашда фойдаланилади. Уч фзали манбани уч фазали истеъмолчи билан "юлдуз-юлдуз" усулида улашда линия симларидаги токлар (линия токлари) бир вақтда истеъмолчиларнинг фаза токлари ҳисобланади, яъни $I_л = I_ф$.

6.4. Уч фазали истеъмолчини "учбурчак" шаклида улаш

Уч фазали истеъмолчи "учбурчак" шаклида уланганда, фаза қаршиликларнинг боши ва охири тегишлича уч фазали генеаратордан келаётган линия симларининг 1'-2', 2'-3', 3'-1' қисмаларига уланади (6.8-расм). Энди генератор чулғамларини улаш усулидан қатъи назар, истеъмолчи томонидан фақат линия U_{12}, U_{23} ва U_{31} кучланишларининг системаси ҳосил бўлади. Бу кучланишлар билан бир вақтда уч фазали юкламанинг фаза кучланишлари ҳам ҳисобланади. Агар э.ю.к. ва линия симларининг қаршиликлари ҳисобга олинмаслиги мумкин бўлса, юклама қаршиликлари ($Z_{12} \neq Z_{23} \neq Z_{31} \neq 0$) нинг исталган қийматида линия (фаза) кучланишларининг симметрияси сақланади. Истеъмолчининг фазалари бўйича юклама носимметриклиги фақат генератор айрим фазаларининг қувват бўйича турлича юкланишига олиб келади. Истеъмолчиларни учбурчак усулида улашнинг яна бир афзаллиги шундаки, истеъмолчи манбага фақат учта сим билан уланади. Э.ю.к.лари

$\dot E_1 = E_{тм}$, $\dot E_2 = E_{тм}e^{-j\frac{2\pi}{3}}$, $\dot E_3 = E_{тм}e^{j\frac{2\pi}{3}}$ бўлган генераторнинг чулғамини улаш усули истеъмолчининг фаза қаршилиги қандай номинал кучланишга ($U_{ф.ном}$) мўлжалланганлигига боғлиқ. Агар $U_{ф.ном} = E = \sqrt{3}E_{тм}$ бўлса, генераторнинг чулғами (фазалари) юлдуз шаклида уланади (6.8-расм, йўғон чизиқлар). Агар уч фазали истеъмолчининг фаза кучланиши фаза э.ю.к.га тенг, яъни $U_{ф.ном} = E_ф$ бўлса, у ҳолда генератор фазалари учбурчак шаклида уланади (6.8-расм, пунктир чизиқлар). Занжирларнинг таҳлилини осонлаштириш мақсадида генераторнинг 1,2 ва 3 қисмалари орасидаги линия кучланишларини "симметрик системанинг фазалари" деб ҳисоблаймиз. Бу система

$$\dot U_{12} = U = U_{тм}, \quad \dot U_{23} = U_{тм}e^{-j\frac{2\pi}{3}} \quad \text{ва} \quad \dot U_{31} = U_{тм}e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

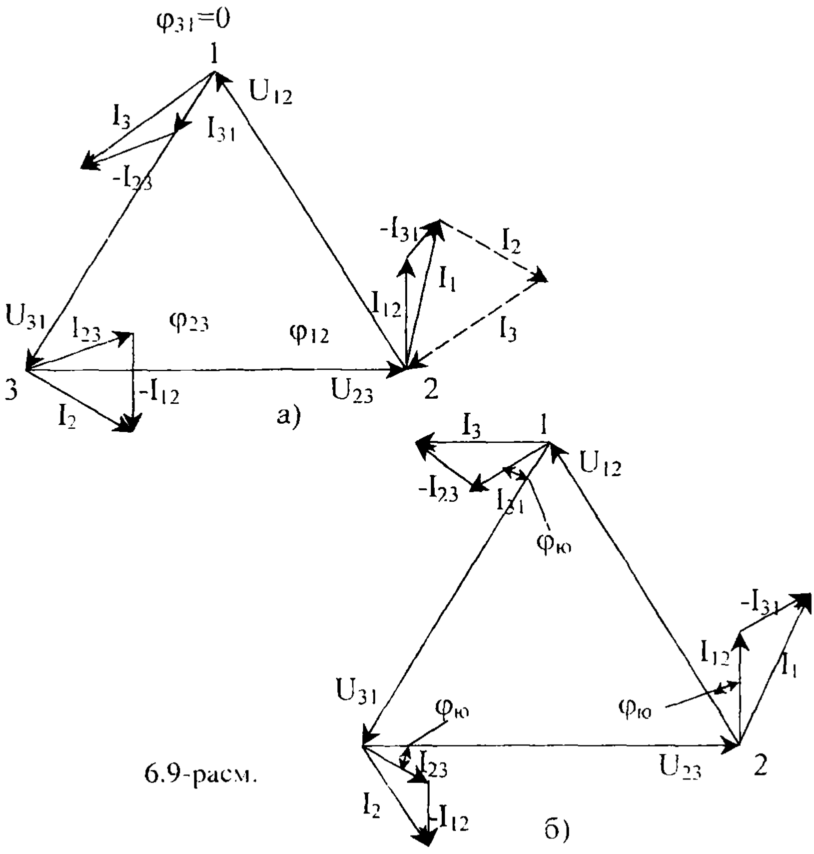
дан иборат бўлиб, уларнинг векторларидан тенг томонли учбурчаклик ҳосил бўлади (6.9-а расм). 6.8-расмдаги занжирнинганиш схемасига кўра истеъмолчиларнинг $\dot I_{12}$, $\dot I_{23}$ ва $\dot I_{31}$ фаза токлари Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра, линия симларидаги $\dot I_2$, $\dot I_2$ ва $\dot I_3$ токлар (линия токлари) билан қуйидагича боғланган бўлади:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31}, \quad \dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12}, \quad \dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23}$$

яъни линия токларининг геометрик йиғиндиси ҳар доим нолга тенг. Бу эса генератор фазалари юлдуз усулида уланганда 0 тугундаги токларнинг балансидан ҳам келиб чиқади. Бу хулосага яна $\underline{Z}_{12}$, $\underline{Z}_{23}$ *ва* $\underline{Z}_{31}$ қаршиликларни учбурчак шаклидан $\underline{Z}_2$, $\underline{Z}_2$ *ва* $\underline{Z}_3$ қаршиликлардан иборат эквивалент "юлдуз" шаклига алмаштириш билан ҳам келиш мумкин.

Бу ҳолда ҳосил бўлган нолинчи тугунда $\dot{I}_2 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$ шартга риоя қилинади.

6.9-б расмда уч фазали системанинг фазалари бўйича но-



6.9-расм.

симметрик юклама ($\underline{Z}_{12} \neq \underline{Z}_{23} \neq \underline{Z}_{31}$) холати учун ток ва кучланишларнинг вектор диаграммаси кўрсатилган. Учбурчакнинг томонларини ташкил этувчи тармоқларидаги токлар, яъни фаза токлари тегишлича

$$\dot{I}_{12} = \frac{\dot{U}_{12}}{Z_{12}}, \quad \dot{I}_{23} = \frac{\dot{U}_{23}}{Z_{23}} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_{31} = \frac{\dot{U}_{31}}{Z_{31}}$$

бўлиб. бир-биридан миқдорлари ҳамда фазалари жиҳатидан фарқ қилади. Агар истеъмолчининг ҳар бир фазасининг қаршилиги $\underline{Z}_{ю} = \underline{Z}_{ю} e^{j\varphi_{ю}}$ бўлса, фаза токлари ўзаро тенг бўлади, яъни:

$$I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_{тм}$$

Бу фаза токларининг векторлари эса симметрик система ташкил этади:

$$\dot{I}_{12} = I_{ф} e^{-j\varphi_{ю}}; \quad \dot{I}_{23} = I_{ф} e^{-j\left(\varphi_{ю} + \frac{2\pi}{3}\right)} \quad \dot{I}_{31} = I_{ф} e^{-j\left(\varphi_{ю} - \frac{2\pi}{3}\right)}$$

ёки 6.9-б расмда тасвирланган вектор диаграммадан

$$\dot{I}_{12} = I_{тм}Ђ^{j\varphi_{ю}}, \quad \dot{I}_{23} = a^2\dot{I}_{12} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_{31} = a\dot{I}_{12}$$

бўлиб, бу векторларнинг йиғиндиси нолга тенг, чунки:

$$\dot{I}_{12} + \dot{I}_{23} + \dot{I}_{31} = (1 + a^2 + a) \cdot I_{тм} e^{j\varphi_{ю}} = 0.$$

Линия токлари $\dot{I}_2$, $\dot{I}_2$ *ва* $\dot{I}_3$ нинг векторлари симметрик юлдуз ташкил қилади, чунки:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_{12} - \dot{I}_{31} = I_{тм} e^{-j\varphi_{ю}} (1 - a) = \sqrt{3} I_{тм} e^{-j\left(\varphi_{ю} + \frac{\pi}{5}\right)} = I_{л} e^{-j\left(\varphi_{ю} + \frac{\pi}{6}\right)}$$

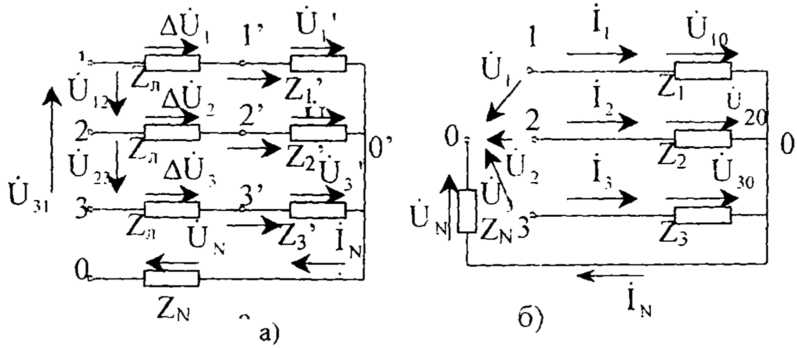
$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{23} - \dot{I}_{12} = I_{тм} e^{-j\varphi_{ю}} (a^2 - 1) = I_{л} e^{-j\left(\varphi_{ю} + \frac{5\pi}{6}\right)}$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{31} - \dot{I}_{23} = I_{тм} e^{j\varphi_{ю}} (a - a^2) = I_{л} e^{-j\left(\varphi_{ю} + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Бунга кўра, юклама симметрик бўлганда линия симларидаги токлар миқдор жиҳатдан ўзаро тенг бўлиб, уларнинг векторлари фаза бўйича бир-бирига нисбатан 2π/3 бурчакка силжийди, чунки линия токининг миқдори фаза токидан $\sqrt{3}$ марта катта: $I_{л} = \sqrt{3} I_{тм}$ аммо шу билан бир вақтда $U_{л} = U_{ф}$.

6.5. Тўрт симли уч фазали носимметрик юкламали занжирни ҳисоблаш

6.10-а расмда фазаларида юклама қаршиликлари Z_1', Z_2' ва Z_3' бўлган уч фазали занжир схемаси кўрсатилган. Фазалардаги



6.10-расм

юклама қаршиликлари линия симларининг $Z_л$ қаршиликлари орқали юлдуз усулида уч фазали генераторнинг 1-, 2- ва 3-фазаларига уланади. Истеъмолчининг нол (0′) нуқтасини генераторнинг 0 нейтрали билан уловчи нейтрал симнинг қаршилиги Z_N га тенг. Бу ҳисоблашдан мақсад, генераторнинг қисмаларидаги кучланиш маълум бўлганда, занжир тармоқларидаги токларнинг ва занжир қисмаларидаги кучланишнинг тақсимланишини аниқлашдир.

Занжирни таҳлил қилиш қулай бўлиши учун уч фазали генераторнинг кучланишларини симметрик, линия симларининг қаршиликларини эса ўзаро тенг деб қабул қиламиз. Биринчи шартга кўра генераторнинг 1, 2 ва 3 фазалари билан нейтрал 0 орасида таъсир этувчи фаза кучланишлари

$$\dot U_1 = U_ф \qquad \dot U_2 = U_ф e^{-j\frac{2\pi}{3}} \qquad \dot U_3 = U_ф e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

бўлади. Демак, линия бош қисмаларидаги линия кучланиши:

$$\dot U_{12} = \sqrt{3} U_ф e^{j\frac{\pi}{6}} = U_л e^{j\frac{\pi}{6}}, \quad \dot U_{23} = \dot U_{12} e^{-j\frac{2\pi}{3}} = U_л e^{-j\frac{\pi}{2}},$$

$$\dot U_{31} = \dot U_{12} e^{j\frac{2\pi}{3}} = U_л e^{j\frac{5\pi}{6}}$$

Занжир таҳлилини бошлашдан аввал уни соддалаштириш мақсадида ҳар бир фаза учун $Z_1=Z_л+Z_1'$ $Z_2=Z_л+Z_2'$ва$Z_3=Z_л+Z_3'$ йиғинди қаршиликларни ҳосил қилиб. 6.10-б расмдаги занжирга алмаштирамиз. Энди 0' тугун учун Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан:

$$\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_N \qquad (6.1)$$

Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан (фаза-нейтрал контурлар бўйлаб):

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_{10} + \dot{U}_N \qquad (6.2)$$

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_{20} + \dot{U}_N \qquad (6.3)$$

ва $$\dot{U}_3 = \dot{U}_{30} + \dot{U}_N \qquad (6.4)$$

Фазалардаги токлар тегишлича

$$\dot{I}_1 = Y_1\dot{U}_{10}, \quad \dot{I}_2 = Y_2\dot{U}_{20} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_3 = Y_3\dot{U}_{30}$$

бўлгани учун, (6.2), (6.3) ва (6.4) тенгламаларни ҳисобга олган ҳолда (6.1) тенгламанинг ўрнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$$Y_1(\dot{U}_1 - \dot{U}_N) + Y_2(\dot{U}_2 - \dot{U}_N) + Y_3(\dot{U}_3 - \dot{U}_N) = Y_N\dot{U}_N \qquad (6.5)$$

бунда: $Y_1=1/Z_1$ $Y_2=1/Y_2$ ва $Y_3=1/Y_3$ фазаларнинг комплекс ўтказувчанликлари, $Z_N=1/Z_N$ нейтрал симнинг тўла комплекс ўтказувчанлиги, (6.5) тенгликка кўра, 0 ва 0' нуқталар орасидаги кучланиш вектори, ёки нейтрал симдаги кучланиш силжишининг вектори:

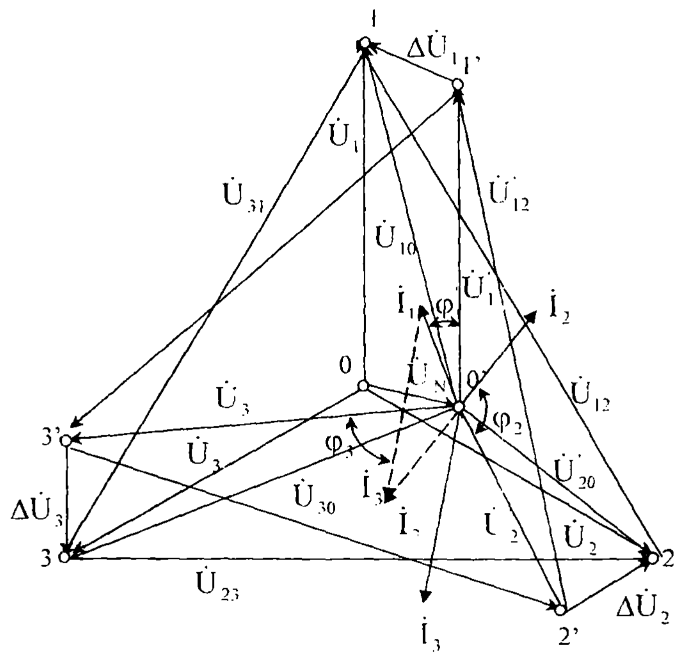
$$\dot{U}_N = \frac{Y_1\dot{U}_1 + Y_2\dot{U}_2 + Y_3\dot{U}_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_N} \qquad (6.6)$$

Энди $\dot{U}_{10}=\dot{U}_1-\dot{U}_N$, $\dot{U}_{20}=\dot{U}_2-\dot{U}_N$ ва $\dot{U}_{30}=\dot{U}_3-\dot{U}_N$ нисбатлардан $\dot{U}_{20}$. $\dot{U}_{30}$ $\dot{U}_{30}$ кучланишларни аниқлаш қийин эмас.

Юклама қаршиликлардаги фаза кучланишлари тегишлича $\dot{U}_1'=\dot{I}_1Z_1'=Y_1Z_1'\dot{U}_{10}$, $\dot{U}_2'=\dot{I}_2Z_2'=Y_2Z_2'\dot{U}_{20}$ ва $\dot{U}_3'=Y_3Z_3'\dot{U}_{30}$ бўлади.

Линия симларидаги кучланишларнинг камайишини (исрофини) занжир қисми учун Ом қонунига биноан $\Delta\dot{U}_1=\dot{I}_1Z_л$, $\Delta\dot{U}_2=\dot{I}_2Z_л$ ва $\Delta\dot{U}_3=\dot{I}_3Z_л$ деб аниқлаш мумкин, ёки Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан $\Delta\dot{U}_1 = \dot{U}_{10} - \dot{U}_1$ $\quad \Delta\dot{U}_2 = \dot{U}_{20} - \dot{U}_2$ бўлади.

6.11-расмда нейтрал симнинг тўла қаршилиги бўлиб, занжир истеъмолчиларининг фаза қаршиликлари



6.11-расм

$Z'_1 = \underline{z}_1 e^{j\varphi_1} \quad \left(-\frac{\pi}{2} < \varphi_1 < 0\right), \quad Z'_2 = \underline{z}_2 e^{j\varphi_2} \quad \left(\varphi'_2 = -\frac{\pi}{2}\right),$

$Z'_3 = \underline{z}_3 e^{j\varphi_3} \quad (\varphi'_3 < 0)$

сиғим характерига ва линия симларининг қаршиликлари $Z_л = \underline{z}_л e^{j\varphi_л}$ $(\varphi_л > 0)$ индуктив характерга эга бўлган ҳол учун ток ва кучланишларнинг вектор диаграммаси кўрсатилган. Бу ҳол амалий жиҳатдан катта аҳамиятга эга бўлиб, носимметрик юкламада нейтрал симнинг узилиб, тез-тез бўлиб турадиган авария ҳолатини акс эттиради. Бу ҳолда юкламалардаги фаза кучланишларининг ассиметрияси энг катта бўлади.

Топографик деб аталадиган бу диаграммадан юкламанинг фаза қаршиликларининг энг нокулай (z'_1: : z'_3) нисбатларида уларнинг характерлари бир хил бўлса ҳам, 0 нукта учбурчак 1-2-3 нинг ичида қолишини кўриш мумкин. Бунда фаза кучланишлари $\dot{U}'_1$ $\dot{U}'_2$ ва $\dot{U}'_3$ ўз миқдорлари жиҳатидан доимо генератор линия кучланишидан кичик бўлади. z'_1 *ва* қаршиликларни шундай танлаш мумкинки (масалан, $\varphi'_2 < 0$ ва $\varphi'_3 > 0$), натижада юкламанинг нейтрали 0′ учбурчак 1-2-3 нинг ташқарисига чиқиб қолади. Бу юкламанинг битта (ёки иккита) фаза кучланиши генераторнинг линия кучланишидан катта бўлишига олиб келади. Бундай ҳолларда нейтрал симнинг узилишига сира йўл қўйиб бўлмайди.

Яна текширилаётган занжирнинг иккита характерли иш режимига тўхтаб ўтамиз.

1. Уч фазали юклама симметрик, яъни Y_1=Y_2=Y =$Y_{ю}$, аммо $Y_N \neq 0$.

2. Уч фазали юклама носимметрик, нейтрал симнинг қаршилиги эса z_N =0 (Y_N =∞).

(6.6) ифодага кўра иккала ҳолда ҳам U_N=0, яъни $\dot{U}_{10} = \dot{U}_1$ $\dot{U}_{20} = \dot{U}_2$ ва $\dot{U}_{30} = \dot{U}_3$ ёки истеъмолчининг фазаларидаги $U'_1 = U'_2 = U'_3 = U_{тм}$ кучланишлари бир хил.

Биринчи ҳолда фаза кучланишларининг симметрияси нейтрал симнинг қаршилигига боғлиқ эмас; чунки $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 0$. Иккинчи ҳолда фаза кучланишларининг симметрияси айнан z_N =0 бўлгани туфайли таъминланади, чунки $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3$ $\dot{I}_N \neq 0$.

6.6. Уч фазали занжирдаги ўзгарувчан ток қуввати ва уни ўлчаш усуллари

Умумий ҳолда уч фазали носимметрик занжирнинг k фазасидаги оний қувват қуйидагича аниқланади:

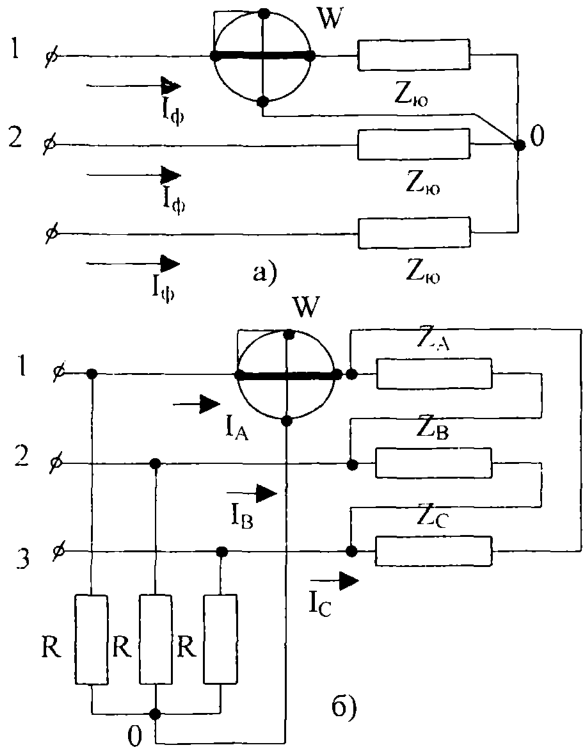
$$p_k \quad u_k i_k = \sqrt{2}U_{\phi k}\sin(\omega t + \psi_k)\sqrt{2}I_{\phi k}\sin(\omega t + \psi_k - \varphi_k) =$$
$$= U_{\phi k}I_{\phi k}\left[\cos\varphi_k - \cos(2\omega t + \psi_k - \varphi_k)\right]$$

бунда; $U_{\phi k}$ ва $I_{\phi k}$ k фаза токи ва кучланишининг эффектив қийматлари; ψ_k кучланишнинг бошланғич фазаси; φ_k $U_{\phi k}$ ва

$I_{фк}$ орасидаги фаза силжиши бурчаги. Ана шу фазадаги кувватнинг ўртача ёки актив киймати:

$$P_k = \frac{1}{T}\int_0^T u_k i_k dt = U_{\phi k} I_{\phi k} \cos \varphi_k$$

Бутун занжирнинг куввати айрим фазалар кувватларининг йигиндисига тенг:



6.12-расм

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = U_{\phi 1} I_{\phi 1} \cos\varphi_1 + U_{\phi 2} I_{\phi 2} \cos\varphi_2 + U_{\phi 3} I_{\phi 3} \cos\varphi_3$$

Юклама симметрик бўлганда,

$$U_{\phi 1} = U_{\phi 2} = U_{\phi 3} = U_\phi, \quad I_{\phi 1} = I_{\phi 2} = I_{\phi 3} = I_\phi$$

бўлиб, бутун занжирнинг куввати эса

$$P = 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cdot \cos\varphi_{ю}$$

Бу қувватни кучланиш ва токнинг линия қийматлари орқали ифодаласак, а) "юлдуз" усулида улаш учун:

$$P_\lambda = 3\frac{U}{\sqrt{3}}I \cdot \cos\varphi_{ю} = \sqrt{3}U\ I \cdot \cos\varphi_{ю},$$

б) "учбурчак" усулида улаш учун:

$$P_\Delta = 3U\frac{I}{\sqrt{3}}\cos\varphi_{ю} = \sqrt{3}U\ I\ \cos\varphi_{ю},$$

яъни қувватнинг бутун система учун бундай кўринишидаги формуласи юлдуз ва учбурчак усулларида улаш учун бир хил.

Уч фазали симметрик системанинг тўла ва реактив қувватлари худди шунга ўхшаш ифодаланиши мумкин:

$$S = 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi = \sqrt{3}U\ I$$

$$Q = 3U_\phi I\ \sin\varphi_{ю} = \sqrt{3}U \cdot I\ \sin\varphi_{ю}$$

Юқорида қайд қилинганларга кўра, бир фазали занжирларнинг оний қуввати иккиланган частота 2ω билан тебранувчи ташкил этувчилар p=UIcos(2ωt-φ) га эга. Бундан фарқли ўлароқ уч фазали симметрик занжирнинг оний қуввати вақт t га боғлиқ бўлмай, қуйидагича аниқланади:

$$P = \sum_{1} u_k i_k = 3U_\phi I_\phi \cos\varphi = P - const,$$

чунки йиғиндининг қуйидаги ташкил этувчилари нолга тенг, яъни:

$$\Sigma p_{\approx} = U_\phi I_\phi\left[\cos(2\omega t - \varphi) + c0s\left(2\omega t - \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) + \cos\left(2\omega t - \varphi - \frac{2\pi}{3}\right)\right] = 0$$

Бундай системалар "мувозанатлашган системалар" дейилади. Булар а икки фазали ортогонал симметрик системадан ташқари m>2 бўлган барча m фазали системалар ҳам киради. 6.12-а расмда нолли "юлдуз" усулда уланган уч фазали симметрик зан-жирнинг қувватини ўлчаш схемаси кўрсатилган. Бир фазали ваттметр W нинг ток чулғами, амперметр каби, фазалардан бирортасига кетма-кет, кучланиш чулғами эса шу фазанинг кучланишига параллел (масалан 6.12-а расмда кўрсатилганидек, 1 фаза билан 0 орасига) уланган. Ваттметрнинг кўрсатиши шу фазанинг $U_ф$ кучланишига, $I_ф$ токига ва $\cos\varphi_ю$ қувват коэффициентига пропорционал бўлади. Бутун занжирнинг қувватини аниқлаш учун ўлчанган $P_ф=U_ф*I_ф*\cos\varphi_к$ қувватни учга кўпайтириш кифоя. Амалда манба томонда нейтрал симсиз симметрик система тез-тез учраб туради. Юклама учбурчак (6.12-б расм) ёки ноли ташқарига чиқарилмаган юлдуз усулида уланиши мумкин.

Бундай ҳолларда ваттметр учун 0 сунъий равишда олиниши мумкин. Бунинг учун учта бир хил ва катта қийматли R қаршиликни юлдуз усулида улаб, фақат ўлчаш пайтидагина уланадиган қўшимча занжир ҳосил қилинади.

6.13-а расмда нолли "юлдуз" усулида уланган уч фазали носимметрик юкламанинг қувватини ўлчаш схемаси кўрсатилган. Бундай схемада ҳар бир фазанинг қуввати алоҳида W_1, W_2 ва W_3 ваттметрлар ёрдамида ўлчанади. Бутун занжирнинг қуввати учала ваттметр кўрсатишининг йиғиндисига тенг бўлади, яъни $p=p_1+p_2+p_3$. Қувватни бундай ўлчаш усули у ч в а т т м е т р у с у л и дейилади.

Энди, юкламаларни улаш усулидан қатъи назар, уч фазали занжирнинг қувватини иккита ваттметр ёрдамида ҳам ўлчаш мумкинлигини кўриб чиқайлик. Ҳақиқатдан ҳам уч фазали манбанинг оний қувватлари йиғиндиси (6.13-б расм) қуйидагича бўлади:

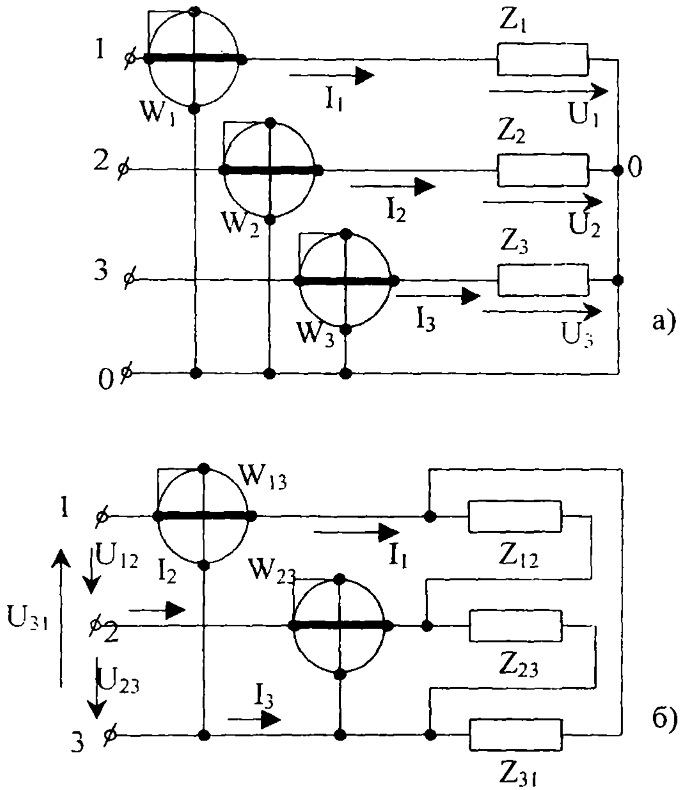
$$p = p_1 + p_2 + p_3 = u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3,$$

бунда: u_1, u_2 ва u_3 - генератор фаза кучланишларининг оний қийматлари; i_1, i_2 *ва* i_3 - системанинг линия симларидаги оний токлар.

Нейтрал сим бўлмаганда, линия токларининг йиғиндисидоимо нолга тенг $i_1 + i_2 + i_3 = 0$ бўлгани учун қувват p ифода сидан ток i_3 ни тушириб қолдириб, қуйидагига эга бўламиз:

$$p = u_1 i_1 + u_2 i_2 \quad u_3(-i_1 - i_2) = (u_1 - u_3)i_1 + (u_2 - u_3)i_2 =$$
$$= u_{13} i_1 + u_{23} i_2$$

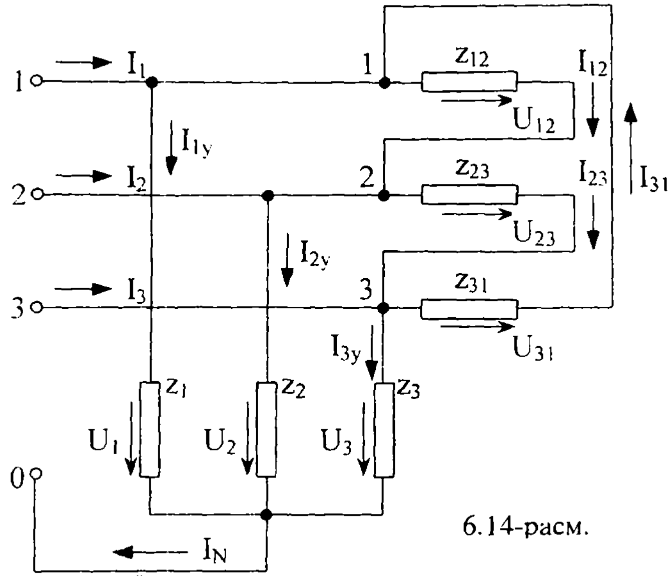
Бу демак, ток чулғамлари i_1 *ва* i_2 линия токлари билан таъминланаётган иккита ваттметрнинг тегишли кучланиш чулғамлари u_{13} *ва* u_{23} линия кучланишларига уланган бўлса, бу ваттметрлар бутун занжирнинг қувватини ўлчай олади (6.13-б расм). Умуман айтганда, ваттметрлар ток бўйича исталган иккита фазага уланган бўлиб, кучланиш чулғамлари ўз фазаси-



6.13-расм

дан ташқари токи ваттметрдан ўтмаётган фазага (линия симига) уланиши керак. Қувватни ўлчашнинг бундай усули и к к и в а т т м е т р усули дейилади. Ўлчашнинг баён этилган схемалари фақат уч симли системанинг фаза истеъмолчилари ихтиёрий уланган носимметрик (ёки симметрик) юкламаси учун фойдаланилади. Амалда ўз ичига иккита ваттметр жойлаштирилган ягона конструкцияли уч фазали ваттметрлар кўпроқ ишлатилади. Бундай уч фазали ваттметр иккита ток чулғами (ғалтак) билан иккита кучланиш чулғамига эгадир.

6.1-мисол. Линия кучланиши $U_л$=380 В бўлган симметрик уч фазали генераторга тегишлича нол симли «юлдуз» ва «учбурчак» усулида икки гурух истеъмолчи уланган. 6.14-расмдаги истеъмолчиларнинг фаза қаршиликлари: Z_1=55 Ом, Z_2 = (33-j44) Ом, Z_3= (44+j33)Ом, $Z_{12} = Z_{23} = Z_{31} = Z_{\Delta} = 38e^{6}$ Ом (линия ва нейтрал симларнинг қаршиликлари эътиборга



6.14-расм.

олинмайди). Бутун системанинг тўла, актив ва реактив қувватлари аниқлансин.

Ечиш: 1) Генераторнинг фаза кучланишларининг комплекслари:

$$\dot U_1 = 220В,\quad \dot U_2 = 220e^{-j\frac{2\pi}{3}}\ В \quad ва \quad \dot U_3 = 220e^{j\frac{2\pi}{3}}\ В,$$

чунки
$$U_ф = \frac{U}{\sqrt{3}} = \frac{380}{\sqrt{3}} = 220\ e,$$

Занжирнинг кириш қисмаларидаги линия кучланишларининг комплекслари эса:

$\dot U_{12} = 380e^{j\frac{\pi}{6}}$, $\dot U_{23} = 380e^{-j\frac{\pi}{2}}$ ва $\dot U_{31} = 380e^{j\frac{5\pi}{6}}$ «Учбурчак» усулида уланган истеъмолчиларнинг фаза токлари:

$$\dot I_{12} = \frac{\dot U_{12}}{Z_\Delta} = \frac{380\, e^{-j\frac{\pi}{6}}}{38\, e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10\, A, \qquad \dot I_{23} = \frac{\dot U_{23}}{Z_\Delta} = \frac{380 e^{-j\frac{\pi}{2}}}{38 e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10 e^{-j\frac{2\pi}{3}}\ A,$$

$$\dot I_{31} = \frac{\dot U_{31}}{Z_\Delta} = \frac{380 e^{j\frac{5\pi}{6}}}{38 e^{j\frac{\pi}{6}}} = 10e \quad A.$$

4) Юкламалар истеъмол қилаётган линия токлари эса:

$$\dot I_{1\Delta} = \dot I_{12} - \dot I_{31} = 10(1-a) = 10\left(\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 10\sqrt{3} e^{-j\frac{\pi}{6}}\ A,$$

$$\dot I_{2\Delta} = \dot I_{23} - \dot I_{12} = 10(a^2 - 1) = 10\left(-\frac{3}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 10\sqrt{3} e^{-j\frac{5\pi}{6}}\ A,$$

$$\dot I_{3\Delta} = \dot I \quad - \dot I_{23} = 10(a - a^2) = 10\left(0 + j\sqrt{3}\right) = 10\sqrt{3} e^{+j\frac{\pi}{2}} A.$$

5) «Юлдуз» усулида уланган истеъмолчиларнинг фаза (линия) токлари тегишлича:

$$\dot I_{1\lambda} = \frac{\dot U_1}{Z_1} = \frac{220}{55} = 4\ A;$$

$$\dot I_{2\lambda} = \frac{\dot U_2}{Z_2} = \frac{220 e^{\ j120^o}}{55 e^{-j53^o10'}} = 4 e^{-j66^o50}\ A;$$

$$\dot I_{3\lambda} = \frac{\dot U_3}{Z_3} = \frac{220 e^{j120^o}}{55 e^{j36^o50'}} = 4 e^{j83^o10'}\ A.$$

Нейтрал симдаги ток:

$$\dot I_N = \dot I_{1\lambda} + \dot I_{2\lambda} + \dot I_{3\lambda} == 4\left(1 + e^{-j66^o50'} + e^{j83^o10'}\right) =$$

$$= 4(1{,}513 + j0{,}07) \cong 6\ A$$

6) Линия симларидаги йиғинди (ёки генераторнинг фаза токлари)

$$\dot I_1 = \dot I_{1\lambda} + \dot I_{1\Delta} = 4 + 17{,}3e^{\ j30^o} = 20{,}8 e^{-j24^o30'} A.$$

$$\dot{I}_2 = \dot{I}_{2\lambda} + \dot{I}_{2\Delta} = -13.42 - j12,33 = 18,3e^{-j133^o30'}\ A.$$

$$\dot{I}_3 = \dot{I}_{3\lambda} + \dot{I}_{3\Delta} = 0,48 + j21,26 \approx 21,3e^{j90^o}\ A.$$

7)Генераторнинг фазалари бўйича қувватларнинг комплекслари:

а)

$$\dot{S}_1 = \hat{U}_1 \dot{I}_1 = 220 \cdot 20,8e^{-j24^030'} = 4180 - j1900 = P_1 - jQ_1 =$$

$$= 4580e^{-j24^o30'}$$

[P_1=4.18 кВт, Q_1=1,9 квар (индуктив характерли) ва S_1 =4,58 кВА];

б)

$$\dot{S}_2 = \hat{U}_2 \dot{I}_2 = 220e^{j120^0} \cdot 18,3e^{-j137^o30'} = 4026^{-j17^o30'} =$$

$$= 3840 - j1208$$

[P_2= 3,84кВт, Q_2 =1,2 квар (инд.хар) ва S_2=4,03кВА].

в)

$$\dot{S}_3 = \hat{U}_3 \dot{I}_3 = 220e^{-j120^0}\ 21,3e^{j90^o} = 4686^{-j30^0} = 4060 - j2343$$

[P_3 = 4,06кВт, Q_3 =2,34 квар (инд.хар) ва S_3=4,69кВА].

г) Бутун занжирнинг тўла қуввати:

$S = S_1 + S_2 + S_3 = 13,3$ кВА.

Бутун занжирнинг актив қуввати:

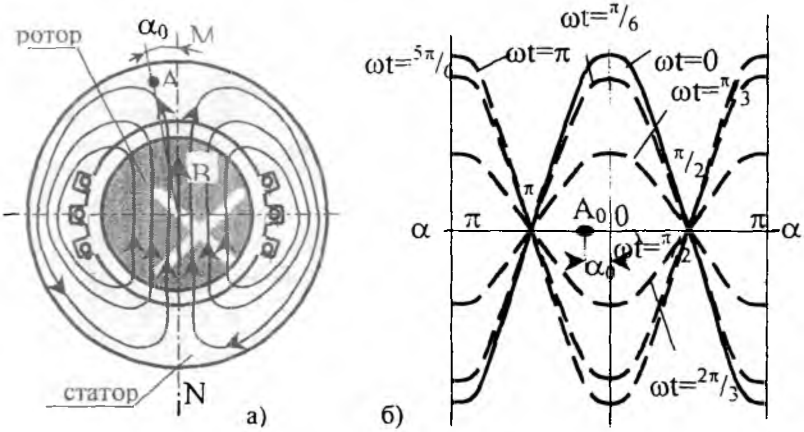
$P = P_1 + P_2 + P_3 = 12,08$ кВт.

Бутун занжирнинг реактив (индуктив характерли) қуввати: $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 5,45$ квар.

6.7. Уч фазали ток ёрдамида айланувчи магнит майдон хосил қилиш

Юқорида айтилганларга кўра (6.2), ўзгарувчан ток генераторининг ишлаш принципи унинг қўзғалмас чулғамларини айланма ҳаракатда бўлган магнит майдоннинг куч чизиқлари кесиб ўтганда (электромагнит индукция қонунига биноан) э.ю.к. индуктивланишига асосланган. Шунингдек, уч фазали ток генераторида электромагнит (ротор тарзида) ўзининг айланма ҳаракати давомида айланувчан магнит майдони ҳосил қилади. Ундаги айланувчи магнит майдон электр энергиясига айлантирилаётган ташқи механик куч таъсирида ҳосил қилинади. Агар шундай машинанинг статор чулғамлари уч фазали э.ю.к. манбаига уланса, ташқаридан истеъмол қилинаётган ток ҳисобига унда хусусий айланувчи магнит майдон ҳосил бўлади. Бу магнит майдон роторнинг кўзғалмас магнит майдони билан ўзаро таъсирлашади, роторни статорнинг магнит майдони йўналишида айланишга мажбур этувчи механик куч ҳосил қилади. Бу режим юритгич режими дейилиб, барча электр машиналарга хос қайтувчанлик принципига дахлдордир. Синхрон ва асинхрон ўзгарувчан ток юритгичларининг ишлаши ана шу принципга асосланган. Энди бир ва уч фазали машиналарда айланувчи магнит майдонининг ҳосил қилиниш жараёнини кўриб чиқайлик.

1. Пульсацияланувчи магнит майдон.



6.15-расм

6.15-а расмда бир фазали ўзгарувчан ток машинаси кўрсатилган. (уни уч фазали машинанинг бир фазаси деб қараш мумкин). Кўриб чиқилаётган онда статорнинг ташқи манбаига уланган чулғамларидан ўтаётган ток унинг ўнг томонидаги ярим ўрамларида кириб бораётган (крестчалар), чап томондаги ярим ўрамларида эса чиқиб келаётган (нуқталар) бўлсин. У ҳолда чулғамлардан ўтган токнинг магнит майдони куч чизиқлари парма қоидасига биноан унинг ўнг томонида соат стрелкаси ҳаракати йуналишида чап томонида эса соат стрелкасига тескари йўналишда бўлади.

Агар ташқи синусоидал ток манбаи ҳосил қилган магнит индукцияси $b=Bm\cos\omega t$ қонуният асосида ўзгаради деб қабул қилсак, у ҳолда 6.16-расмда акс эттирилган t=0 вақт пайтида у Bm га тенг бўлиб, пастдан юқорига йўналган бўлади. Вақт ўтиши билан магнит индукциянинг оний қиймати ва йўналиши ўзгаради. Масалан, $\omega t=\pi/2$ да у нолга тенг, $\omega t=\pi$ да эса максимум бўлиб, тескари йўналишга эга. Агар $b=Bm\cos\omega t$ ни комплекс шаклда ифодаласак,

$$\dot{B}_m = \frac{1}{2}B_m\left(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}\right) = \frac{B_m}{2}e^{j\omega t} + \frac{B_m}{2}e^{-j\omega t}$$

бўлади, демак уни электр машина ичида ҳосил бўлган магнит майдони ω ва $(-\omega)$ бурчак тезликлар билан қарама-қарши йўналишда айланаётган иккита модули $Bm/2$ га тенг бўлган индукция вектори тарзида тасаввур қилиш мумкин.

Булардан ҳар бирининг айланувчи магнит майдони ўзига тегишли айланувчи моментни ҳосил қилади. Аммо бу моментларнинг йўналиши бир-бирига қарама-қарши бўлгани учун ҳаракатлантирувчи куч ҳосил бўлмайди. Шундай қилиб, бир фазали ўзгарувчан ток генератори двигатель режимида ишлай олмайди. Амалда ишлатиладиган бир фазали двигателлар махсус равишда ясалган бўлиб, улардаги бир йўналишли айланувчи магнит майдонга с у н ъ и й ф а з а г а бўлиш йўли билан эришилади.

Энди, t вақтда машинанинг статори айланаси бўйлаб бир фазали ток ҳосил қилган магнит майдонининг тақсимланишини кўриб чиқайлик. Статорнинг ички айланаси томонида нормал MN га нисбатан α_0 бурчак ҳосил қилиб жойлашган бирор A_0 нуқтани танлайлик. Магнит индукциянинг вақт жиҳатидан ўзгариш қонуниятига кўра, шу нуқтадаги индукция миқдори $b = B_m \cos\omega t \ \cos\alpha$ бўлади.

Статорнинг ҳалқасини фикран nN га бўламизда, уни 6.15-б расмда кўрсатилганидек, α-$(-\alpha)$ ўқ бўйлаб «тўғрилаймиз». У ҳолда t=0 вақтда магнит индукциянинг тақсимланиш қонунияти синусоидал шаклдаги узлуксиз эгри чизиқ билан тасвирланади-да, максимуми $\alpha=0$ га тўғри келади

(MN чизиқ бўйлаб). Вақт t га 0 дан $\frac{2\pi}{\omega}$ гача (ёки $\omega t=0$ дан $\omega t=2\pi$ гача) турли қийматлар бериб, бир нечта синусоидал эгри чизиқларни (пунктир шаклда кўрсатилган) ҳосил қиламиз. Бу эса магнит индукциянинг статорнинг турли нуқталари учун бир хил бўлмаган (мусбат ва манфий) максимумлари орасида тебранишини кўрсатади. Бундай магнит майдон п у ь с а ц и я- л а н у в ч и м а й д о н дейилади.

2. А й л а н у в ч и м а г н и т м а й д о н Энди уч фазали электр машинанинг статор чулғамларидан ўтаётган фаза токларининг бир вақтдаги таъсири натижасида ҳосил бўлган магнит майдоннинг пайдо бўлишини ва унинг фазо вақт жиҳатидан ўзгаришини кўриб чиқайлик. 6.16-расмда шундай машинанинг модели кўрсатилган, унинг статори ички айланаси бўйлаб ўқлари бир-биридан фазовий 120^0 бурчакка силжиган учта симметрик A-x, B-y ва C-z фаза чулғамлари жойлаштирилган. Бунда в ва с фазалар чулғамларининг биринчи ўрамлари (боши) жойлашган пазлар (конуссимон ариқчалар)нинг радиал ўқлари a фаза биринчи ўрами пазининг радиал ўқига нисбатан (соат стрелкаси ҳаракати томонига) 120 ва 240 бурчакларга силжиган.

Машинанинг статор чулғамларини симметрик уч фазали кучланиш манбаига уласак, улардаги токларнинг симметрик системаси ҳосил бўлади:

$$i_A = I_m \sin \omega t, \quad i_B = I_m \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right), i_C =$$

$$= I_m \sin\left(\omega t \quad \frac{4\pi}{3}\right).$$

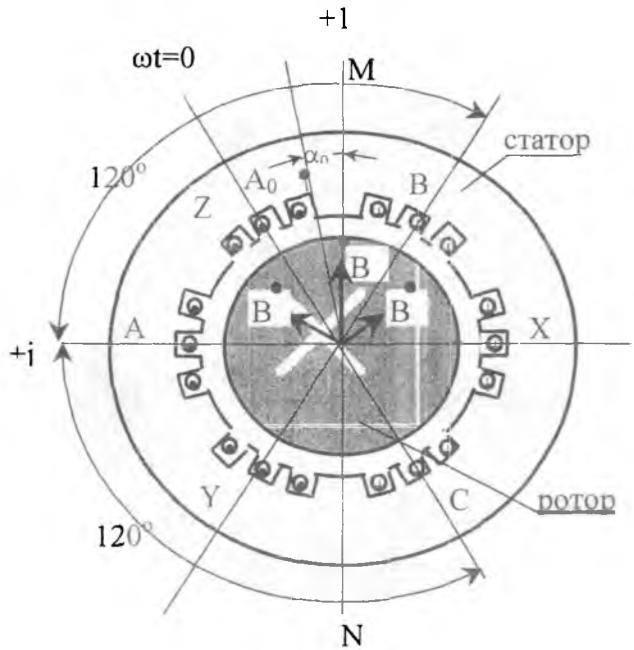
Бу токлар ўз навбатида индукцияси қуйидаги қонуният билан ўзгарувчи магнит майдони ҳосил қилади:

$$b_A = B_m \cos \omega t, b_B = B_m \cos \quad \omega t - \frac{2\pi}{3}\Big), b_C =$$

$$= B_m \cos\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right).$$

Индукция оний қийматлари b_A, b_B ва b_C нинг йиғиндиси, худди i_A, i_B ва i_C токларнинг йиғиндисига ўхшаш, исталган вақтда нолга тенг Аммо бу фақат вақт жиҳатидан фазаси силжиган токлар учун тўғри бўлиб, ҳам вақт бўйича, ҳам фазавий силжиган индукция учун тўғри келмайди. Ҳақиқатан ҳам A-x, B-y ва C-z фаза чулғамларининг ўқлари фазавий силжимагандаги t=0 вақтда магнит индукциялари $b_A=B_m$, $b_B=B_m \cos(\omega t-120^\circ)=B_m \cos(-120^\circ)$ ва $b_C=B_m \cos(\omega t-240^\circ)=B_m \cos(-240^\circ)$ бўлиб, уларнинг йиғиндиси $\Sigma\, b=0$ бўлади.

Биз кўриб чиқаётган ҳолда чулғамлар статор айланаси бўйлаб фазавий силжиганлиги туфайли (6.16-расм) магнит индукциялар комплекс текисликда фазавий векторлар билан кўрсатилади:



6.16-расм

$$\dot{B}_A = B_m, \quad \dot{B}_B = \frac{1}{2} B_m e^{j60^\circ} \quad \text{ва} \quad \dot{B}_C = \frac{1}{2} B_m e^{-j60^\circ}$$

Бу векторларнинг йиғиндиси

$$\dot{B}_\Sigma = \dot{B}_A + \dot{B}_B + \dot{B}_C = B_m\left(1 + \frac{1}{4} + j\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{1}{4} - j\frac{\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{3}{2} B_m$$

бўлади ва t=0 вақт учун йўналиши жиҳатидан +1 ўқ билан мос тушади. Исталган вактда магнит индукциялар оний кийматларининг йиғиндиси $\sum b = \frac{3}{2} B_m - const$ эканлигини ҳам исботлаш мумкин. Аммо йиғинди индукция вектори $\bar{B}$ нинг йўналиши вакт ўтиши билан айланиш конуни бўйича бирор ўк атрофида ўзгармас бурчак тезлик ω билан ўзгаради. Бунинг учун юкорида пульсацияланувчи майдонни таҳлил килиш учун келтирилган мулоҳазалардан фойдаланамиз. Худди бир фазали машиналардагига ўхшаш уч фазали машинанинг статорида ҳам MN ўкка (+1 ўкка) нисбатан α_0 бурчак ҳосил килиб жойлашган бирор A_0 кўзғалмас нуктани танлаймиз (6.16-расм). Айрим фаза индукциялари b_A, b_B ва b_C нинг бу нуктага нисбатан фазо ҳамда вакт жиҳатидан таъсири куйидаги конуниятлар билан ифодаланади:

$$b_A = B_m \cos \omega t \cos \alpha_0,$$
$$b_B = B_m \cos(\omega t - 120^0) \cos(\alpha_0 + 120^\circ),$$
$$b_C = B_m \cos(\omega t - 240^0) \cos(\alpha_0 + 240^\circ).$$

Статорнинг тенг таъсир этувчи магнит майдони индукциясининг йигиндиси

$$b_0 = B_m \left[\cos \omega t \cos \alpha_0 + \cos(\omega t - 120^0) \cos(\alpha_0 + 120^0) + \right.$$
$$\left. + \cos(\omega t - 240^0) \cos(\alpha_0 + 240^0) \right]$$ бўлади.

$$\cos X \cdot \cos Y = \frac{1}{2}\left[\cos(X + Y) + \cos(X - Y)\right]$$

Формула бўйича тригонометрик ўзгартиришларни бажариб, уни куйидаги кўринишга келтирамиз:

$$b_0 = \frac{B_m}{2}\left[\cos(\omega t + \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0) + \cos(\omega t + \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0 - \right.$$
$$\left. - 240^0) + \cos(\omega t + \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0 - 240^0)\right] = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t + \alpha)_0$$

чунки $\cos(\omega t - \alpha_0) + \cos(\omega t - \alpha_0 - 240^\circ) + \cos(\omega t - \alpha_0 + 240\ ) = 0$ бўлиши худди тескари кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил килувчи учта векторнинг йиғиндисини тасвирлайди.

Шундай килиб, A_0 нукта статорда кўзғалмас бўлиб, MN ўкка (+1 ўкка) нисбатан α_0 бурчак ҳосил килиб жойлашган бўлса (6.16-расм) магнит майдоннинг йиғинди индукцияси унга нисбатан куйидаги конуният билан ўзгаради:

$$b_0 = B_0 = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t + \alpha_0).$$

Энди бу нуқтани статор бўйлаб [-ω] бурчак тезликда айланади, деб фараз қилсак, у ҳолда $\alpha_0 = -\omega t$ ва тенг таъсир этувчи магнит майдоннинг индукцияси исталган вақтда A_0 нуқтага нисбатан ўзгармас ва миқдор жиҳатидан

$b_0 = B_0 = \frac{3}{2} B_m - const$ бўлади.

Демак, миқдори жиҳатидан ўзгармас магнит индукциянинг вектори $\vec{B}_0$ статор ўқи атрофида соат стрелкаси ҳаракати томонга (+ω) бурчак тезлик билан айланади. Натижада машинанинг статори бўйлаб айланувчи магнит майдони ҳосил бўлади.

Манба токлари i_A, i_B ва i_C фазаларининг кетма-кетлик тартиби ўзгартирилганда (бунинг учун, масалан, **В** ва С чулғамларининг учларини ташқи манбанинг С ва **В** фазаларига улаш кифоя) йиғинди индукциянинг оний қиймати қуйидаги кўринишни олади:

$$b_0 = B_m \left[\cos\omega t \ \cos\alpha_0 + \cos(\omega t + 120^0) + \right.$$

$$\left. + \cos(\omega t - 120^0)\cos(\alpha_0 - 120^0)\ \right] = \frac{3}{2} B_m \cos(\omega t - \alpha_0),$$

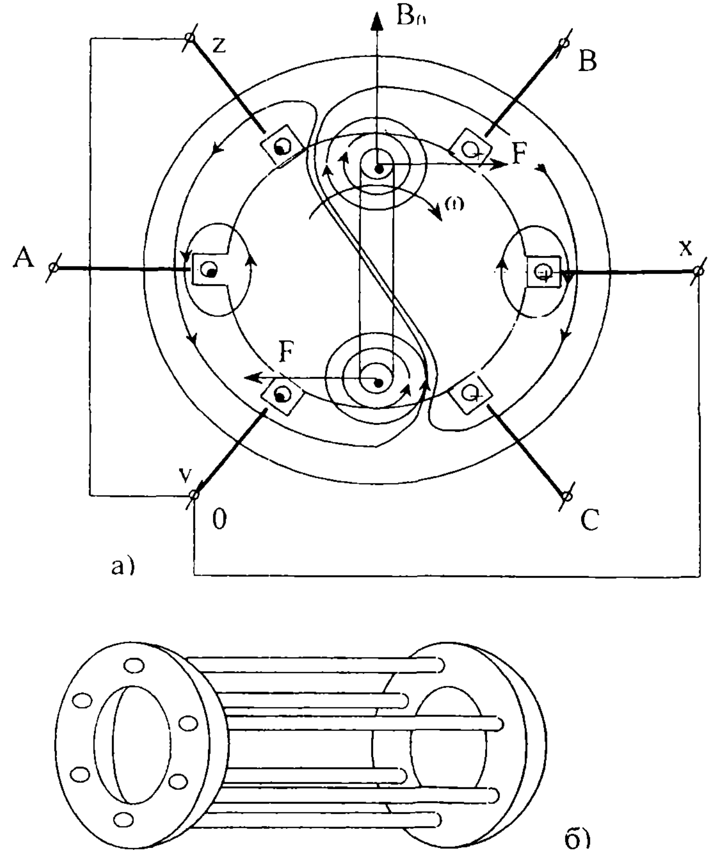
яъни тенг таъсир этувчи магнит майдоннинг индукция вектори ўзининг айланиш йўналишини тескарисига ўзгартиради, чунки

$\alpha = \omega t$ бўлганда $b_0 = 3/2 Bm - const$ бўлади.

Демак, уч фазали машинанинг статорида ҳосил бўлган айланувчи магнит майдоннинг айланиш йўналишини ўзгартириш учун статор чулғамларини уч фазали кучланиш манбаи билан уловчи учта фаза симларидан истаган иккитасини манбага уланиш жойларини алмаштириш кифоя.

3. Ишлаш принципи ва айланувчан магнит майдонга асосланган ўзгарувчан ток юритгичлари.

Кўп фазали (хусусан уч фазали) ўзгарувчан ток занжирларининг асосий афзалликларидан бири шуки, бунда улар ўзгарувчан ток двигателлари яратиш учун зарур бўлган айланувчи магнит майдон ҳосил қилади. 6,17-а расмда уч фазали оддий двигателнинг модели кўрсатилган, унинг айланувчи магнит майдонида чулғамлари (рамкаси) қисқа туташган ротор жойлашган.



а)

б)

6.17-расм

Физик жараёнларнинг тадқиқини соддалаштириш мақсадида, статорнинг А-х, В-у ва С-z чулғамларини ягона ўрамлар билан алмаштирамиз. Чулғамларнинг бош учлари А, В, С ташқи уч фазали манбага, охирги учлари х, у, z битта тугунда уланган бўлиб, 0 нейтрални ҳосил қилади.

Ротор чулғами битта ўрам тарзида кўрсатилган бўлиб, текислиги вертикал ўқ билан мос тушади. 6.17-а расмда $b_{1(0)}$ = Bm, $b_{2(0)}$ =Bm/2 ва $b_{3(0)}$ =-Bm/2 (худди шундай вақт 6.15-а расмда кўрсатилган) бўлган, t=0 вақт учун йиғинди индукцияси B_0 бўлган магнит майдоннинг тасвири кўрсатилган.

«Йиғинди индукция вектори B_0=3/2 Bm ўзгармас ω бурчак тезлик билан соат стрелкаси харакати томонга айланмоқда» деб олиб, тормозланган ротор чулғамининг қўзғалмас берк ўтказгичига айланувчи магнит майдоннинг таъсирини кўриб чиқайлик. Айланувчи магнит майдоннинг берилган йўналишда айланиши билан статорнинг қўзғалмас магнит майдонида ротор рамкасининг ярим ўрамларида э.ю.к. индуктивланади; токнинг йўналиши эса ўнг қўл қоидасига биноан юқори ўтказгичда биздан, пасткисида эса бизга қараб йўналади. Ўз навбатида бу ток ҳосил қилган янги магнит майдоннинг куч чизиқлари юқорида соат стрелкаси юрадиган томонга, пастда эса унга тескари йўналишда туташади. Бу магнит майдоннинг статор майдони билан ўзаро таъсири натижасида йиғинди магнит куч чизиқлари ротор ўтказгичининг чап ва ўнг томонларида бир текис тақсимланмаганлиги туфайли (6.17-а расмга қаранг) магнит майдоннинг бошланғич кўриниши бирмунча деформацияланган бўлади. Статор магнит майдонининг ротор магнит майдони томонидан деформацияланиши статор чулғамларидан ўтаётган токнинг ортишига ва шу билан бирга, манбадан яна қўшимча энергия келтиришига сабаб бўлади. Бу қўшимча энергия B_0 индукциянинг дастлабки қийматини ва магнит куч чизиқларининг яна аввалги тақсимланишини тиклашга сарфланади. Натижада статорнинг магнит майдони таъсирида токли ўтказгични суриб чиқариш жараёни содир бўлади.

Ротор ўрамининг статорнинг айланувчи магнит майдони йўналишида буришга интилувчи F·h жуфт куч ҳосил бўлади. Натижада рамка айланувчи магнит майдоннинг айланиш тезлиги n_1 га яқин бўлган n_2 тезлик билан статор майдони йўналишида айлана бошлайди. Бундай айланувчи магнит майдоннинг айланиш тезлиги $n_1 = 60f_1/p$ тармоқ токининг частотаси f_1 га ва статорнинг уч фазали чулғами ҳосил қилган жуфт қутблар сони p га боғлиқ. Қисқа туташган рамканинг (двигатель роторининг) тезлиги эса ана шу миқдорларга билвосита боғлиқ; чунки ҳаракатланаётган рамканинг механик кучи шу рамкадан ўтаётган ток кучига ҳам боғлиқ бўлади. Қисқа туташган рамкада (6.17-б расм) ток ҳосил бўлиши учун энергия манбаи рамка ярим ўрамларининг статор айланувчи магнит майдони куч чизиқларини кесиб ўтиши натижасида ҳосил бўлган э.ю.к. ҳисобланади. Демак, айланувчи магнит майдон йўналишида рамканинг тезлиги ортиб борган сари бу э.ю.к.нинг миқдори камая боради, $n_2=n_1$ бўлганда, у нолга тенглашади. Бу деган сўз, рамкадаги ток ва у ҳосил қилган иккиламчи магнит оқим ҳам нолга тенглашади, демакдир. Бинобарин, $n_2=n_1$ режим ҳеч қачон содир бўлмайди, чунки бунга ротор ўқида нолга тенг бўлган айланувчи магнит майдон тўғри келади. Қисқа туташган чулғамли роторнинг тезлиги доимо айланувчи магнит майдоннинг айланиш тезлигидан кичик, яъни $n_2 < n_1$ бўлади. Статорнинг айланувчи магнит майдони тезлиги билан вақт жиҳатдан бир хил бўлмаганлиги туфайли бу хил конструкцияли ўзгарувчан ток машиналари а с и н х р о н м а ш и н а л а р деб аталади. Асинхронлик даражаси сирпаниш деб аталувчи қуйидаги нисбат билан аниқланади:

$$S = \frac{n_1 - n_2}{n_1}.$$

Двигателни юргизиш пайтида n =0 ва S=1 бўлиб, салт ишлаш режимида $n_2 \to n_1$, $S \to 0$. Бунда ротордаги токнинг частотаси $f_2=f_1 * S$ бўлиб, у статордаги токнинг частотасига ва сирпанишига боғлиқ. Бу асинхрон машинадан частота ўзгартиргич электр машина сифатида ҳам фойдаланиш мумкин, демакдир.

Юқорида баён қилинган ўзгарувчан ток двигатели роторининг чулғами ўзгармас ток манбаига уланса, у $n_2=n_1$ режимда ҳам ишлай олади. Бу ҳолда ротор чулғамидан ўтаётган ток ҳосил қилган ўзгармас магнит майдон айланувчи магнит майдонга боғлиқ бўлмайди, уларнинг фазодаги ўзаро таъсири қатъий аниқ бўлиб, статор ва ротор магнит майдонлари бир хил тезлик билан айланади. Шунинг учун бундай двигателлар с и н х р о н д в и г а т е л л а р деб аталади.

6.8. Носимметрик системаларнинг ташкил этувчилари. Симметрик ташкил этувчилар усули

Кўп фазали (шунингдек, уч фазали) ҳар қандай носимметрик э.ю.к., кучланиш ва токлар векторлари системаси фазаларининг кетма-кетлик тартибини олдиндан белгиланган тартибда алмашинадиган симметрик системалар йиғиндиси билан алмаштириш мумкин.

Буни умумий ҳолда нол, тўғри ва тескари тартибдаги $(\dot{A}_0 = \dot{B}_0 = \dot{C}_0)$ симметрик ташкил этувчиларга ажратиш мумкин бўлган уч фазали носимметрик системалар мисолида кўриб чиқамиз. 6.18-а расмда ихтиёрий уч фазали носимметрик система $\vec{A}$, $\vec{B}$ *ва* $\vec{C}$ векторлар системаси тарзида ифодаланган. Бу системани симметрик ташкил этувчиларга ажратиш мақсадида ундаги ҳар бир векторни ўз навбатида

$\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2$,

$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2$ *ва* $\vec{C} = \vec{C}_0 + \vec{C}_1 + \vec{C}_2$ ташкил этувчи векторлар йиғиндиси тарзида тасаввур қилиш мумкин. Шу билан бир вақтда қуйидаги шартлар бажарилиши

керак деб биламиз:

$$\begin{aligned} \vec{A}_0 &= \vec{B}_0 = \vec{C}_0, \\ \vec{B}_1 &= a^2\vec{A}_1; \quad \vec{C}_1 = a\vec{A}_1, \\ \vec{B}_2 &= a\vec{A}_2; \quad \vec{C}_2 = a^2\vec{A}_2 \end{aligned} \tag{6.7}$$

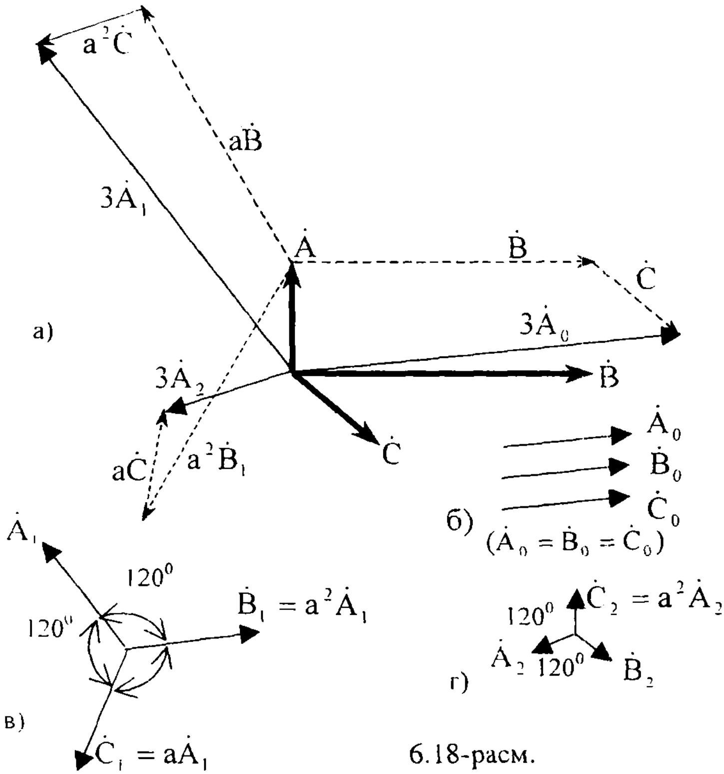
(бунда

$$a = e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}; \; a^2 = e^{-j120^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2};$$

эканлигини эслатиб ўтамиз).

Умумий ҳолда 6.18-а расмда берилган $\vec{A}$, $\vec{B}$ *ёки* $\vec{C}$ векторларни саноқсиз кўп (ихтиёрий йўналган) векторларга ажратиш мумкин. Аммо (6.7) ифодада келтирилган шартларга риоя қилинса, векторларнинг мўлжалланган йўналишда ажратишнинг ягона варианти чиқади. Бунда $\vec{A}$, $\vec{B}$ *ва* $\vec{C}$ векторларнинг тегишли ташкил этувчилари нолинчи $(\vec{A}_0, \vec{B}_0, \vec{C}_0)$, тўғри $(\vec{A}_1, \vec{B}_1$ *ва* $\vec{C}_1)$ ва тескари $(\vec{A}_2, \vec{B}_2$ *ва* $\vec{C}_2)$ кетма-кетликдаги симметрик системаларни ҳосил қилади. С и м м е т р и к т а ш к и л э т у в ч и л а р у с у л и деган ном ана шундан келиб чиққан.

Уч фазали носимметрик системани симметрик ташкил этувчиларга аналитик ҳамда график усулда ажратиш мумкин.



6.18-расм.

I. А н а л и т и к у с у л Берилган $\vec{A}$, $\vec{B}$ *ва* $\vec{C}$ векторларнинг аниқланадиган компоненталарининг балансини қуйидаги тенгламалар системаси кўринишида ифодалаймиз:

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2,$$
$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_1 + \vec{B}_2, \qquad (6.8)$$
$$\vec{C} = \vec{C}_0 + \vec{C}_1 + \vec{C}_2,$$

(6.7) даги шартларни ҳисобга олганда (6.8) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_1 + \vec{A}_2,$$
$$\vec{B} = \vec{A}_0 + a^2\vec{A}_1 + a\vec{A}_2, \qquad (6.9)$$
$$\vec{C} = \vec{A}_0 + a\vec{A}_1 + a^2\vec{A}_2.$$

Энди $\vec{A}_0$. $\vec{A}_1$ $\vec{A}_2$ ни аниклаш учун кетма-кет учта амални бажарамиз:

1) (6.9) тенгламалар системасининг ўнг ва чап қисмларини қўшиш натижасида $\vec{A}+\vec{B}+\vec{C}=3\vec{A}_0$ га эга бўламиз, $1 + a + a^2 = 0$ бўлгани учун:

$$\vec{A}_1(1 + a^2 + a) = \vec{A}_2(1 + a + a^2) = 0$$

Шундай қилиб

$$\vec{A}_0 = \frac{1}{3}(\vec{A} + \vec{B} + \vec{C}) \qquad (6.10)$$

келиб чиқади.

2) (6.9) системанинг иккинчи ва учинчи тенгламаларини тегишлича а ва a^2 га кўпайтириб, шу системанинг биринчи тенгламасига қўшсак, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\vec{A} + a\vec{B} + a^2\vec{C} = 3\vec{A}_1 \qquad (6.11)$$

чунки $\vec{A}_0(1 + a + a^2) = \vec{A}_2(1 + a^2 + a^4) = 0$

Демак, $\vec{A}_1 = \frac{1}{3}(\vec{A} + a\vec{B} + a^2\vec{C})$ (6.11-а)

3) (6.9) системанинг иккинчи ва учинчи тенгламаларини тегишлича a^2 ва а га кўпайтириб, шу системанинг биринчи тенгламасига қўшсак, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\vec{A} + a\ \vec{B} + a\vec{C} = 3\vec{A}_2$$

$$\vec{A} = \frac{1}{3}(\vec{A} + a\ \vec{B} + a\vec{C}) \qquad (6.12)$$

Шундай қилиб, (6.7) ни ҳисобга олган ҳолда (6.10) (6.12) ларга биноан, $\vec{A}$, $\vec{B}$ *ва* $\vec{C}$ векторлар маълум бўлса, $\vec{A}_0$, $\vec{A}_1$ *ва* $\vec{A}_2$,
$\vec{B}_0$, $\vec{B}_1$ *ва* $\vec{B}_2$, *шунингдек* $\vec{C}_0$, $\vec{C}_1$ *ва* $\vec{C}_2$ ларнинг симметрик ташкил этувчиларини аниқлаш мумкин.

2. Г р а ф и к у с у л Бу усул $\vec{A}$, $\vec{B}$ *ва* $\vec{C}$ векторлар билан бажариладиган алгебраик амалларни уларнинг текисликдаги тасвирлари билан бажариладиган геометрик амалларга алмаштириш имконини беради. Бу ҳолда баён қилинган уч амал 6.18-расмда келтирилган геометрик амаллардан иборат бўлади.

1) $\vec{B}$ векторнинг боши $\vec{A}$ векторнинг охирига, $\vec{C}$ векторнинг боши $\vec{B}$ векторнинг охирига (6.18-а расмда $\vec{B}$ ва $\vec{C}$

векторларнинг янги вазиятлари пунктир чизиқлар билан кўрсатилган) кўчириб қўямиз. Йиғинди вектор $3\vec{A}_0$ бўлиб, улар асосида нол кетма-кетликда йўналган $\vec{A}_0$, $\vec{B}_0$ *ва* $\vec{C}_0$ (6.18-б расм) симметрик системани тузиш мумкин;

2) $\vec{A}$ векторнинг охиридан соат стрелкасига тескари йўналишда 120° бурчакка бурилган $\vec{B}$ векторни қўямиз (бу $\vec{A} = a\vec{B}$ амалга тўғри келади). Бунга яна соат стрелкаси харакати йўналишига 120° бурчак бурилган вектор $\vec{C}$ ни қўшамиз (бу эса вектор $a^2\vec{C}$ ни қўшишга мос келади). Йиғинди вектор $3\vec{A}_1$ бўлиб унинг асосида, (6.7) ни ҳисобга олган ҳолда, тўғри кетма-кетликда йўналган $\vec{A}_1$, $\vec{B}_1$ *ва* $\vec{C}_1$ (6.18-в расм) симметрик системани тузиш мумкин;

3) иккинчи пунктдагига ўхшаш йўл билан (6.12) тенгламага мос геометрик ясашларни бажариш натижасида $\vec{A}$, $a^2\vec{B}$ *ва* $\vec{C}$ векторларни қўшиб, 3А га тенг векторни ҳосил қиламиз (6.18-а расм). Система (6.7) ни ҳисобга олган ҳолда, $\vec{A}$ векторнинг миқдори ва йўналишини билиб, тескари кетма-кетликда йўналган симметрик системани тузамиз (6.18-г расм).

Энди ҳақиқий уч фазали электр занжирларда э.ю.к., кучланиш ва токларнинг системаларида носимметрия пайдо бўлиши муҳим физик жараён эканлиги ҳақида тўхталиб ўтамиз. Бунда ҳар қандай уч фазали ўзгарувчан ток системасининг энг яхши ишлаш режими генератор э.ю.к.ларининг истеъмолчи фазалари тўла (узатиш линия симларининг қаршиликлари билан биргаликда) қаршиликларнинг тамомила симметрияда бўлиши ҳисобланади. Бу ҳолда барча линиявий ва фазавий э.ю.к., кучланиш ва токларнинг векторлари симметрик ёпиқ учбурчак ва уч нурли юлдуз ҳосил қилади. Бундай системалар таркибида нол ва тескари кетма-кетликда йўналган ташкил этувчилар бўлмайди. Аммо катта қувватли электр системаларда бундай идеал режимни амалда ҳосил қилиб бўлмайди.

Генераторнинг фазалари ва электр узатиш линиялари (ЭУЛ (ЛЭП)) симметрияда бўлганига қарамасдан, система носимметрик, чунки унинг фазаларида тўла қаршиликларнинг миқдори ва характери ҳар хил. Уч фазали генераторнинг фазаларида юклама қаршиликлари асимметрияси пайдо бўлишининг асосий сабаби шуки, уч фазали системанинг айрим фазаларига уланган қаршиликлар турлича ва кўпчилиги бир фазали истеъмолчилар (индукцион печлар, бир фазали юриткичлар, электр ёритиш системаси, маиший корхоналар ва бошқалар) бўлади. Шу туфайли фаза ва линия токлари кескин асимметрия режимини ташкил этади. Фазаларнинг параметрлари бир-биридан кескин фарқ қилганда фаза ва линия кучланишлари векторларининг системасида нол (фаза кучланишлари учун) ҳамда тескари кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг улуши сезиларли даражада ортади. Фаза кучланишлари векторлари системасида нолинчи кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг бўлиши генератор билан истеъмолчининг нол нуқталари орасидаги $\dot{U}_N = \dot{U}_{00'}$ тескари кучланишнинг пайдо бўлганлигини билдиради (6.10-расм). Тескари кетма-кетликда йўналган симметрик ташкил этувчиларнинг бўлиши электр тармоғига фазалари тартиби тескари кетма-кетликда бўлган янги уч фазали манбани улаш билан баравардир. Бу, ўз навбатида, бундай носимметрик системадан электр энергияси истеъмол қилувчи уч фазали ўзгарувчан ток двигателларида асосий айланувчи магнит майдондан ташқари, яна унга қарама-қарши йўналишда айланувчи магнит майдон ҳосил қилади (тормозловчи моментни вужудга келтиради). Бундай шароитда кучланишлар, шунингдек токлар системаси учун миқдорлари анчагина бўлган тескари кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг бўлишига йўл қўйиб бўлмайди. Уч фазали системаларнинг реал ишлаши шароитида фаза ва линия токларининг симметриясини амалда бир текис ушлаб туриш имкониятн бўлмаганлигидан, тегишли симметриялаш шартлари фаза ва линия кучланишлари системасига нисбатан қўйилади. Электр энергиясининг бу муҳим сифат кўрсаткичи а с и м м е т р и я к о э ф ф и ц и е н т и деб аталадиган коэффициент билан аниқланади. Бу коэффициент симметрик системалардаги тескари кетма-кетликда йўналган $\dot{U}_{(2)}$ ташкил этувчилар билан тўғри кетма-кетликда йўналган ташкил этувчилар $U_{(1)}$ эффектив қийматларининг нисбатига тенг, яъни

$$\varepsilon_u = \frac{U_{(2)}}{U_{(1)}}$$

Худди шунга ўхшаш йўл билан токлар векторларининг асимметрия коэффициенти $\varepsilon_I = \dot{I}_{(2)}.\dot{I}_{(1)}$ аниқланади. Катта қувватли уч фазали системаларнинг линия кучланишлари асимметрия коэффициентининг ГОСТ бўйича мумкин бўлган энг катта қиймати $\varepsilon_{u(макс)}$=0,02 бўлиб, ток асимметрия коэффициенти ε_I (алохида ҳоллардан ташқари) аниқ чегарага эга эмас.

Электр энергиясининг сифати ва энергосистема кучланиши ва токларининг мўътадиллиги махсус автоматик қурилмалар билан назорат қилинади ҳамда кучланиш ва токларнинг асимметрия даражаси техник ўлчаш асбоблари ёрдамида қайд қилинади. Бу қурилмаларга симметрияловчи ташкил этувчиларнинг электр фильтлари асос қилиб олинган.

6.9. Симметрик ташкил этувчиларнинг электр фильтлари

Симметрик ташкил этувчиларнинг электр фильтрлари фазани силжитиш хусусиятига эга бўлган электр занжирлардан иборат бўлиб, уч фазали системанинг бирор симметрик ташкил этувчисининг миқдорини бевосита ўлчаш мақсадида бу ташкил этувчини ажратиб олишда фойдаланилади.

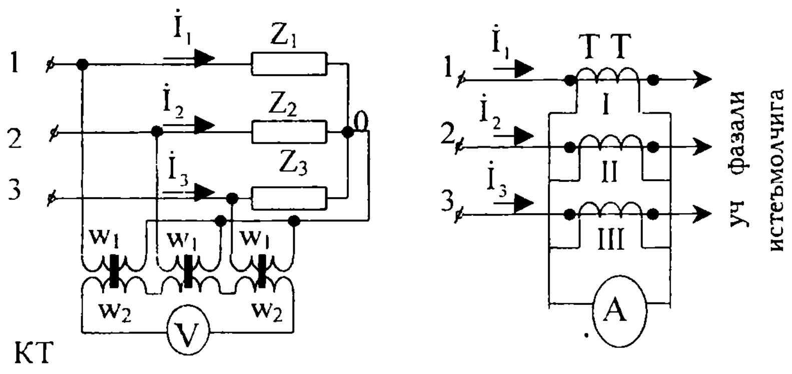
1.Нолинчи кетма кетликли ташкил этувчиларнинг фильтрлари 6.19-а расмда юлдуз усулида уланган носимметрик уч фазали система кучланишининг нолинчи кетма-кетликли ташкил этувчи фильтрининг схемаси кўрсатилган. Қурилма кучланишни ўлчовчи учта бир хил икки чулғамли КТ трансформатордан иборат бўлиб, унинг бирламчи чулғами w_1 юкламанинг z_1, z_2 ва z_3 фаза қаршиликларига параллел уланган.

Трансформаторнинг иккиламчи чулғами w_2 мос кетма-кетлик билан туташтирилган бўлиб, очиқ қисмларига вольтметр V_0 уланган. Фаза кучланишлари тўла симметрияда бўлганда

$$\dot{U}_1+\dot{U}_2+\dot{U}\ \ =0,\quad \dot{U}_1=\dot{I}_1 Z_1,\quad \dot{U}_2=\dot{I}_2 Z_2,\quad \dot{U}_3=\dot{I}_3 Z_3$$

бўлиб, иккиламчи чулғамда индуктивланган э.ю.к.нинг йиғиндиси ҳам нолга тенг. Буни вольтметр V_0 кўрсатади. Фаза кучланишлари ўзаро тенг бўлмаган ($U_1 \neq U_2 \neq U_3$) ҳолда иккиламчи чулғамдаги э.ю.к.нинг йиғиндиси нолдан фарқ қилади ва $U_{00'}$ векторнинг модулига пропорционал, яъни $\dot{U}_{00'} = \dot{U}_1 + \dot{U}_2 + \dot{U}_3 = 3\dot{U}_0$ нолинчи кетма-кетликда йўналган ташкил этувчиларнинг учланганлигига тенг бўлади. Агар ўлчаш трансформаторининг чулғами ўрамлари сони $w_1:w_2=3$ нисбатда қилиб танланса, вольтметр V_0 кучланиш U_0 нинг нолинчи кетма-кетликдаги ташкил этувчиларини бевосита ўлчайди.

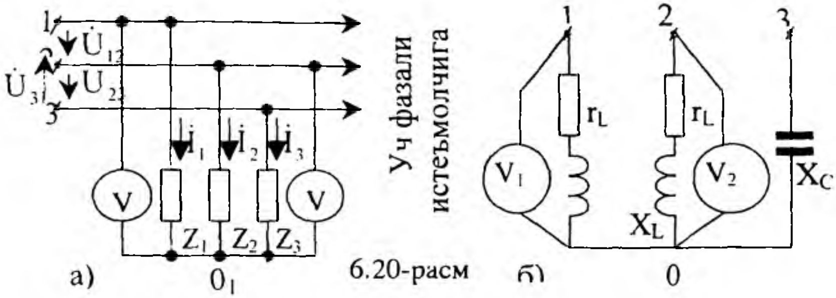
6.19-б расмда нолинчи симли юлдуз усулида уланган уч фазали носимметрик система токларининг нолинчи кетма-кетликдаги электр фильтрларининг схемаси кўрсатилган. Ку-



а) 6.19-расм. б)

Қурилма учта бир хил ток ўлчовчи трансформатор (ТТ) дан иборат; трансформаторларнинг бирламчи чулғамлари юкламанинг фаза қаршиликлари билан кетма-кет уланган; иккиламчи чулғамлари эса ўзаро параллел уланиб, умумий амперметр A_0 га туташтирилган. Худди кучланиш фильтридаги каби (6.19-а расм) амперметрнинг кўрсатиши $\dot{I}_1 + \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = 3\dot{I}_0 \neq 0$ бўлганда нолдан фарқ қилади. Ток трансформаторининг трансформациялаш коэффициентини ва амперметрга уланадиган шунт қаршилигини танлаш билан ўлчанган токларнинг нолинчи кетма-кетликдаги I_0 ташкил этувчилари билан амперметр A_0 кўрсатишининг бир хил бўлишига эришиш мумкин.

2.Т ў ғ р и в а т е с к а р и к е т м а к е т л и к л и т а ш к и л э т у в ч и л а р н и н г ф и л ь т р- л а р и Бу турдаги фильтрларнинг асосини нолинчи симсиз юлдуз усулида уланган, фаза қаршиликлари Z_1, Z_2 ва Z_3 носимметрик бўлган уч фазали истеъмолчилар ташкил этади (6.20-а расм). Фаза қаршиликлари Z_1, Z_2 ва Z_3 нинг миқдори ва характери



6.20-расм

$U_1=I_1Z_1$ ва $U_2 = I_2 Z_2$ кучланишлари тегишлича тўғри ва тескари кетма-кетликдаги линия кучланишлари U_{12}, U_{23} ва U_{31} носимметрик системасининг ташкил этувчиларига тенг қилиб олиниши керак. Бошқача айтганда, Z_1 ва Z_2 қаршиликларга параллел уланган V_1 ва V_2 вольтметрлар аниқланадиган ташкил этувчиларнинг эффектив қийматини бевосита ўлчаши керак. Агар линия кучланишлари системаси симметрик бўлса ва унинг фазаларининг тўғри алмашиниш тартиби $\dot U_{12} = U$ $\dot U_{23} = a^2U$ $\dot U_{31} = aU$ лар билан ифодаланса, у ҳолда вольтметр V_1 нинг кўрсатиши $U_л$ га, вольтметр V_2 нинг кўрсатиши нолга тенг бўлади. Ана шу симметрик системанинг фазалари тескари тартибда алмашиниб,

$$\dot U_{12} = U \quad \dot U_{23} = aU_л, \ \dot U_{31} = a^2U_л$$

бўлганда вольтметрнинг кўрсатиши тескари, яъни $U_1 = I_1 Z_1 = 0$ ва $U_2 = I_2 Z_2 = U$ бўлади. Демак, Z_1 ва Z_2 қаршиликлар ўзаро тенг бўлиши керак. Шундай қилиб, юқорида қайд қилинган шартларга биноан, 6.20-а расмдаги фильтрларнинг занжир параметрларини ҳисоблаш тенгламасини тузишимиз мумкин. $\dot U_1$ *ва* $\dot U_2$ кучланишларга тўғри келган линия кучланишлари системасининг тўғри ва тескари кетма-кетликдаги ташкил этувчиларининг тенглигини қуйидагича ифодалаймиз:

$$\dot{U}_{(1)} = \frac{1}{3}\left[\dot{U}_{12} + a\dot{U}_{23} + a^2\dot{U}_{31}\right] = \dot{U}_1$$
$$\dot{U}_{(2)} = \frac{1}{3}\left[\dot{U}_{12} + a^2\dot{U}_{23} + a\dot{U}_{31}\right] = -\dot{U}_2 \qquad (6.13)$$

ёки

$$3\dot{U}_1 = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 + a(\dot{U}_2 - \dot{U}_3) + a^2(\dot{U}_3 - \dot{U}_1)$$
$$3\dot{U}_2 = \dot{U}_1 - \dot{U}_2 + a^2(\dot{U}_2 - \dot{U}_3) + a(\dot{U}_3 - \dot{U}_1) \qquad (6.14)$$

(6.14) тенгламалар системасидан $\dot{U}_1Y_1 + \dot{U}_2Y_2 + \dot{U}_3Y_3 = 0$ эканлигини ҳисобга олсак,

$$\dot{U}_1(Y_3 - aY_1) + \dot{U}_2(Y_3 - aY_2) = 0 \qquad (6.15)$$

бўлади; бунда $Y_1 = \frac{1}{Z_1}$, $Y_2 = \frac{1}{Z_2}$ *ва* $Y_3 = \frac{1}{Z_3}$ фильтларининг фазавий комплекс ўтказувчанликлари. Аммо $Y_1 = Y_2$, шунинг учун (6.15) дан $Y_3 - aY_1 = Y_3 - aY_2 = 0$ ёки $Y_1 = Y_2 = a^2Y_3$ ёки $Z_1 = Z_2 = aZ_3$ эканлиги келиб чиқади. Масалан, учинчи фазанинг қаршилигини сиғим характерига эга десак, яъни $Z_3 = -jx_c = x_c e^{-j\pi/2}$ бўлса, у ҳолда симметрик биринчи ва иккинчи фазаларнинг қаршиликлари $Z_1 = Z_2 = X_C e \cdot e = X_C e^{j\frac{\pi}{6}} = X_C\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j\frac{1}{2}\right)$ бўлади. Демак бу фазалардан ҳар бирининг қаршилиги актив-индуктив бўлиши керак, яъни:

$$Z_1 = Z_2 = r_L + jX_L$$

бундан $r_L = \frac{\sqrt{3}}{2}X_C$, $X_L = \frac{1}{2}X_C$

Бундай параметрли фильтрнинг схемаси 6.20-б расмда кўрсатилган.

6.10. Кўп фазали системаларнинг фазаларини парчалаш ва асимметриялаш назариясига оид тушунчалар

Ўзгарувчан ток истеъмолчиларини электр энергияси билан таъминлашда энергия манбаининг фазалари билан истеъмолчининг фазалари сонини мослаштириш кўпгина муҳандислик масалалари ичида муҳимдир. Бинобарин, саноатда электр энергиясидан фойдаланишнинг кўпчилик ҳолларида манба (генераторлар) ва истеъмолчиларнинг (моторлар, тўғрилагичлар, трансформаторлар ва ҳ.к.) фазалари ўзаро симметрик система ташкил этганлиги туфайли уларнинг фазалари сонини ўзаро мослаштириш зарур бўлмайди. Аммо реал шароитларда уч фазали симметрик кучланишлар системасига катта қувватли бир ёки икки фазали истеъмолчилар уланиши мумкин. Буларни бир фазали индукцион печлар, бир ва икки фазали ўзгарувчан ток юриткичлари, олти ва ўн икки фазали тўғрилагичлар ва бошқалар ташкил этади.

Баъзан уч фазали тармоқнинг йўқлиги ёки уч симдан фойдаланиш маъқул эмаслиги (уч фазали электр пармалаш моторлари), ёки мумкин эмаслиги туфайли уч фазали асинхрон моторларни электр энергияси билан таъминлаш учун бир фазали манбалардан фойдаланишга тўғри келади. Умумий ҳолда m фазали симметрик (ёки носимметрик) системадан n фазали кучланиш ва токларнинг симметрик (ёки носимметрик) системасига ўтиш ў з г а р у в ч а н т о к ф а з а л а р и н и ў з г а р т и р и ш деб аталади. Агар $m<n$ (генераторнинг фазалари сони истеъмолчининг фазалари сонидан кам) бўлса, фаза ўзгартириш жараёнида генераторга етишмовчи (n-m) фазани сунъий йўл билан ҳосил қилиш «ф а з а н и п а р ч а л а ш (б ў л и ш)» дейилади. Агар $m>n$ бўлса, n фазали генераторни m фазалар орасида бир текис тақсимлаш жараёни с и м м е т р и я л а ш дейилади. Синусоидал ўзгарувчан ток занжирларида фазаларни ўзгартиришни мисоллар билан кўриб чиқамиз.

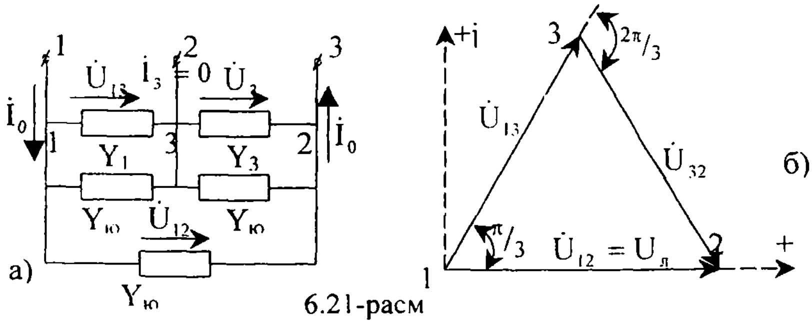
1. Б и р ф а з а л и ў з г а р у в ч а н т о к н и у ч ф а з а л и т о к к а а й л а н т и р и ш. «Учбурчак» усулида уланган уч фазали симметрик истеъмолчини электр энергияси билан таъминлаш учун бир фазали U_{12} ўзгарувчан кучланишни U^1 U_{32} ва U_{31} уч фазали симметрик кучланишга айлантириш лозим, деб фараз қилайлик (6.21-а расм). Энди $\dot{U}_{13}$ *ва* $\dot{U}_{32}$ кучланиш векторлари орасида 120^0 га тенг зарурий фаза бурилишни таъминловчи фаза буриш элементларининг (ФБЭ) параметрларини аниқлаймиз (6.21-б расм). Берилган бир фазали кучланишнинг эффектив қиймати $U'_{12} = U_1$ да ва юкламанинг ўтказувчанлиги $Y_ю=g_ю-jb_ю$ да фаза бурувчи элементларнинг параметрлари қуйидаги шартларни қаноатлантириши лозим:

$$(Y_{ю} + Y_{13})\dot{U}_{13} = (Y_{ю} + Y_{32})\dot{U}$$

ёки

$$\left[(g_{ю}+g_{13})-j(b_{ю}+b_{13})\right]\dot{U}\cdot e^{j\frac{\pi}{3}} = \left[(g_{ю}+g_{32})-j(b_{ю}+b_{32})\right]\dot{U}\cdot e^{-j\frac{\pi}{3}} \quad (6.16)$$

бунда: $Y_{13}=g_{13}\ \ j\,b_{13}$ ва $Y_{32}=g_{32}\ \ -jb_{32}$ фаза бўлувчи элементларнинг комплекс тўла ўтказувчанликлари.



6.21-расм

Занжирдаги қўшимча қувват исрофини йўқотиш учун $g_{13} = g_{32} = 0$ деб қабул қиламиз. У ҳолда (6.16) ифоданинг ўрнига қуйидагини оламиз:

$$\left[g_{ю} - j(b_{ю} + b_{13})\right]e^{j\frac{\pi}{3}} = \left[g_{ю} - j(b_{ю} + b_{32})\right]e^{-j\frac{\pi}{3}} \quad (6.17)$$

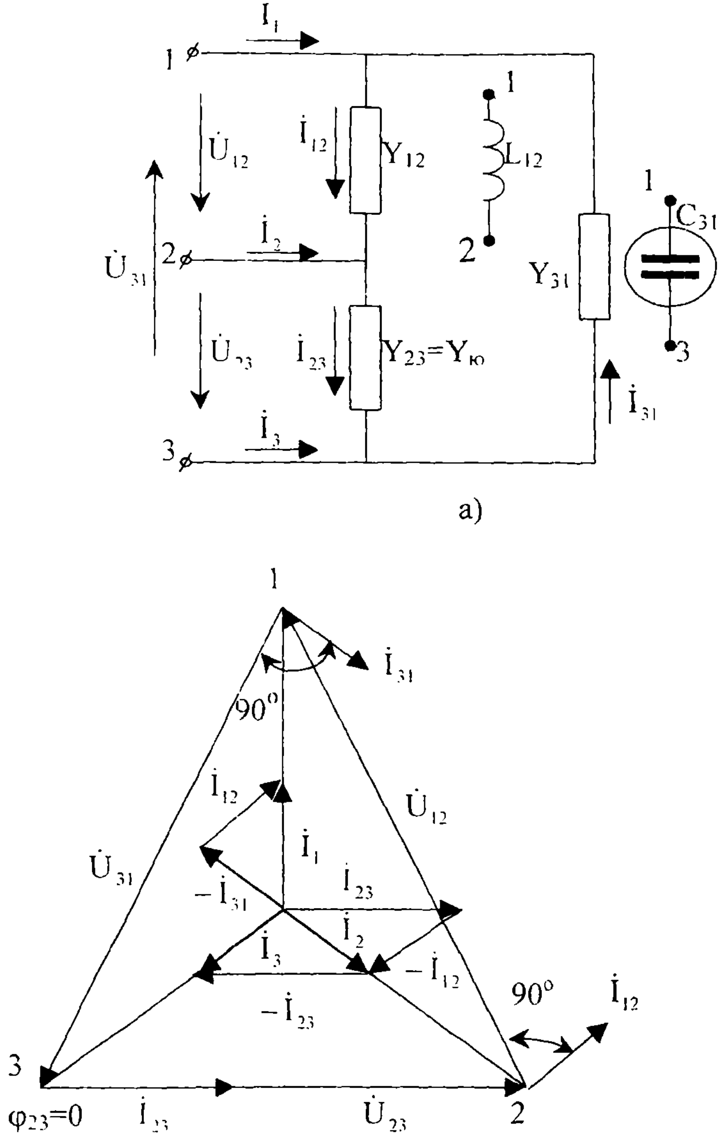
Оддий ўзгартиришлар ёрдамида юклама параметрлари билан фаза бўлувчи элементларнинг параметрлари орасидаги қуйидаги муносабатлар ҳосил қилинади:

$$\begin{aligned} b_{13} &= \sqrt{3}\,g_{ю} - b_{ю} \\ b_{32} &= -\sqrt{3}\,g_{ю} - b_{ю} \end{aligned} \quad (6.18)$$

«Уч фазали истеъмолчининг ҳар бир фазасидаги юклама актив ўтказувчанлик $g_ю(b_ю=0)$ дан иборат» деб фараз қилайлик. Унда (6.18)-ифодага биноан, бир фазали токни уч фазали токка айлантириш учун биринчи сунъий фаза 1-3 га ўтказувчанлиги $b_L = \sqrt{3}g_{ю}$ бўлган индуктивлик L. иккинчи сунъий фаза 3-2 га ўтказувчанлиги $b_C = -\sqrt{3}g_{ю}$ бўлган сиғим C уланади.

2. *Бир фазали юкламадаги уч фазали системанинг линия токларини симметриялаш*. Уч фазали кучланишлар

$(\dot{U}_{12},\ \dot{U}_{23}$ *ва* $\dot{U}_{31})$ симметрик системасининг (6.22-а расм)



6.22-расм

2- ва 3-фазалари орасига ўтказувчанлиги

$$Y_{23} = Y_{ю} = g_{ю} - jb_{ю} = Ye^{-j\varphi_{ю}}$$

бўлган бир фазали юклама уланган (умумий ҳолда $-90^\circ \le \varphi \le 90^\circ$), деб фараз қилайлик. Қолган икки фазада қувват истеъмоли йўқ $(Y_{12} = Y_{31} = 0)$ дейлик; у ҳолда линия симларидаги токлар

$$\dot{I}_1 = 0, \quad \dot{I}_2 = \dot{U}_{23} Y_{ю} = \dot{I}_{ю}, \quad \dot{I}_3 = -\dot{I}_{ю}$$

бўлиб, уларнинг векторлари носимметрик система ҳосил килади. Чунки улар $\dot{I}_1 = I$; $\dot{I}_2 = a^2 I$ ва $\dot{I}_3 = aI$ шартни каноатлантирмайди, аммо шунга қарамасдан, бу токларнинг симметриясига, ҳатто $Y_{12} \ne Y_{23} \ne Y_{31}$ бўлганда ҳам эришиш мумкин эканлигини кўрсатиш қийин эмас. Бунда юқоридаги шартлар қуйидагича бўлади:

$$\dot{I}_{(2)} = \dot{I}_1 + a^2 \dot{I}_2 + a\dot{I}_3 = 0$$

ёки
$$Y_{12} + aY_{23} + a^2 Y_{31} = 0 \qquad (6.19)$$

Занжирдаги қўшимча актив исрофни йўқ қилиш учун фаза бўлувчи элементларнинг ўтказувчанликлари Y_{12} ва Y_{31} ни фақат реактив деб қабул қиламиз, яъни $Y_{12} = \pm jb$ ва $Y_{31} = \pm jb_{31}$.. ФБЭ миқдори ва характери юкламанинг параметрлари асосида аниқланади: $Y_{23} = Y_{ю} = g_{ю} - jb_{ю} = y_{ю} e^{-j\varphi_{ю}}$

Агар $Y_{ю} = g_{ю}$ бўлиб, $Y_{12} = Y_{31} = b$ бўлса, (6.19) ифодага биноан қуйидаги нисбатга эга бўламиз:

$$g_{ю} + \epsilon Y_{31} + a^2 Y_{12} = 0$$

$$g_{ю} + b\left[e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{\pi}{2}} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}\right] = 0, \qquad (6.20)$$

ёки $\sqrt{3}b = g_{ю}$ яъни сунъий фазалардаги токлар юкламадаги ток $\dot{I}_{ю} = U_l Y_{ю}$ дан $\sqrt{3}$ марта кичик. Шунингдек, (6.20) тенглама фақат

$$Y_{12} = b_L e \qquad ва \qquad Y_{31} = b_C e^{j\frac{\pi}{2}} \qquad \left(b_L = b_C = g_{ю}/\sqrt{3}\right)$$

бўлгандагина қаноатлантириши мумкин эканлигини кўрсатиб ўтамиз. (6.22-б) да танланган хусусий ҳол учун вектор диаграмма кўрсатилган.

6.2-мисол. Занжирнинг режими фавқулотда ўзгариш натижасида қуйидагича миқдорларни ташкил этган линия кучланишлари тегишлича $U'_{23}=U'_{31}=0.8U_{л}$ ва $U_{12}=U_{л}=U_{ном}$. Уч фазали асинхрон двигателга берилган кучланишнинг асимметрия коэффициенти ва мотор юриткич валига (ўқига) берилган моментнинг нисбий камайиши аниқлансин.

Ечиш. 1. Линия кучланишлари системасининг тўғри ва тескари кетма-кетликдаги симметрик ташкил этувчиларини аниқлаш учун $\dot{U}_{12}, \dot{U}_{23}$ *ва* $\dot{U}_{31}$ векторларни комплекс текисликда бир-бирига нисбатан 6.23-расмда кўрсатилгандек қилиб жойлаштирамиз. Вектор диаграммага биноан:

$$\dot{U}_{12} = U, \dot{U}_{12} = 0{,}8U \cdot e^{-j\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)}, - \dot{U}_{12} = 0{,}8U \cdot e^{j\left(\alpha+\frac{\pi}{2}\right)},$$

бўлади. Бу ерда $\alpha = \arcsin 0{,}625$. 2. Линия кучланишлари системасининг тўғри ва тескари кетма-кетликдаги симметрик ташкил этувчилари тегишлича:

$$\dot{U}_{(1)} = \frac{1}{3}\left(\dot{U}_{12} + a\dot{U}_{12} + a^2\dot{U}_{31}'\right) = \frac{U}{3}\left[1 + 0{,}8e^{-j\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)} + 0{,}8e^{j\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)}\right] =$$

$$= \frac{U}{3}\left[1 + 1{,}6\cos\left(\alpha - \frac{\pi}{6}\right)\right] = 0{,}86U_{ном}$$

$$\dot{U}_{(2)} = \frac{1}{3}\left(\dot{U}_{12} + a^2\dot{U}_{12} + a\dot{U}_{31}'\right) = \frac{U}{3}\left[1 - 0{,}8e^{-j\left(\alpha-\frac{\pi}{6}\right)} - 0{,}8e^{j\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)}\right] =$$

$$= \frac{U}{3}\left[1 - 1{,}6\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right)\right] = 0{,}14U_{ном}.$$

3. Линия кучланишларининг асимметрия коэффициенти:

$$K_u = \frac{U_{(2)}}{U_{(1)}U} = \frac{0{,}14}{0{,}86} \quad 0{,}163 \quad \text{ва} \quad K_u\% = 15.3\%$$

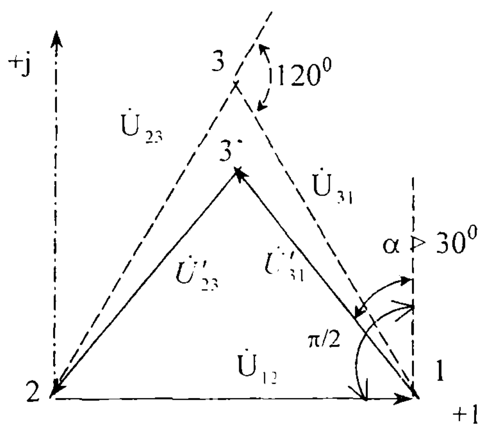
4. Мотор валидаги момент статор чулғамларининг симларидаги кучланишнинг квадратига пропорционал, яъни

$M_{ном} = K_M U^2$ симметрия ҳосил бўлиши натижасида тўғри айлантирувчи момент

$$M_1 = K_M U^2_{л(1)} = K_M (0.86\ U_л)^2 = 0{,}74\ M_{ном}$$

қадар камайди.

Шундай қилиб, фазаларнинг асимметрияси ҳисобига двигатель валидаги моментнинг нисбий камайиши (номинал режимга нисбатан) $\dfrac{M_1}{M_{ном}} = 0{,}74$ ни ташкил этди, яъни моторнинг тортиш кучи 26 % га камайди.

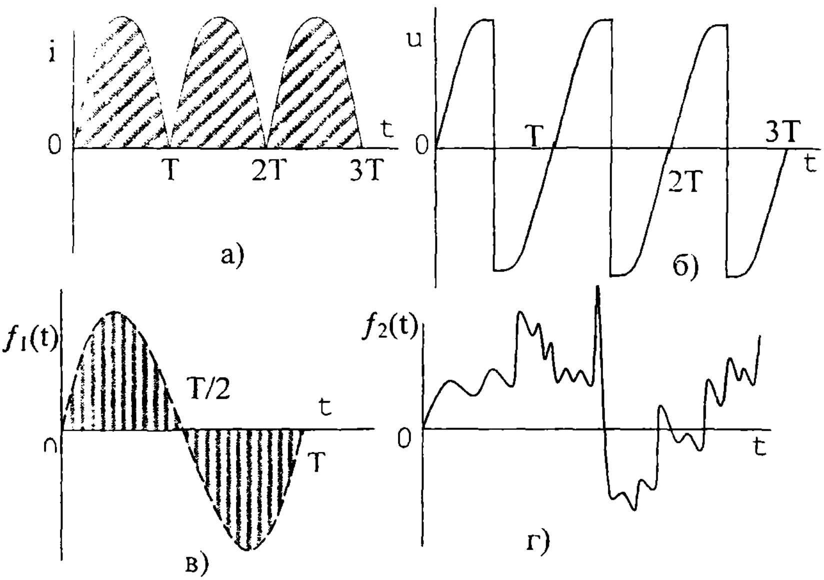


6.23-расм

VII БОБ
НОСИНУСОИДАЛ ДАВРИЙ КУЧЛАНИШ ВА ТОКЛАР

7.1. Умумий тушунчалар

Деярли барча ҳолларда даврий ўзгарувчан ток дейилганда ҳар доим синусоидал қонуният билан ўзгарувчи ток тушунилади Аммо, асосан саноат частотасидаги э.ю,к., кучланиш ва токлар синусоидал шаклга эга бўлади. Чунки миқдорларнинг бундай даврий қонуният бўйича ўзгариши чизиқли электр занжирларда электр энергиясининг бошқа тур энергияга айланиши учун қулай. Агар электротехникага оид радиотехника, электроника, алоқа, автоматика ва телемеханика, ҳисоблаш техникаси ва автоматик бошқариш соҳаларини олиб кўрсак, буларда фойдаланиладиган ўзгарувчан электр миқдорлари деярли ҳеч қачон синусоидал бўлмайди. 7.1-расмда носинусоидал



7.1-расм

деб аталадиган электр миқдорлари токларининг характерли ва тез-тез учраб турадиган эгри чизиқлари кўрсатилган.

Бу ўзгарувчан миқдорларнинг оний қийматлари умумий ҳолда $i=f(t)$ қонуният билан ўзгариши мумкин. Носинусоидал микдорлар ҳам маълум вақт оралиғида ўша фазада қайта такрорланганлиги учун у даврий ҳисобланади. яъни бу $F(t) = F(t + kT)$ шартни қаноатлантирувчи формула вақт функциясидир. Бунда T шу функциянинг даври; к ҳар қандай бутун мусбат сон. Масалан, тўғриланган ўзгарувчан ток $i(t)=i(t+kT)$ (7.1-а расм) тиристорлар билан бошқариладиган синусоидал манбанинг кучланиши $u(t)=u(t+kT)$ (7.1-б расм) шунингдек, амплитуда импулс модуляция натижасида автоном инвенторларнинг ташқи қисмларида ҳосил бўлган эгри чизиқлар (7.1-в расм) ана шулар жумласидандир. Даврий бўлмаган миқдорлар (сигналлар) тоифасига микрофон орқали электр тўлқинларига айлантирилган товуш тўлқинларини киритиш мумкин (7.1-г расм).

Олий математика курсидан маълумки, Дирихле шартини қаноатлантирувчи ҳар қандай узлуксиз даврий функция f(t)ни Фурье қаторига ёйиш мумкин:

$$f(t) = A_0 + A_1\sin(\omega t + \alpha_1) + A_2\sin(2\omega t + \alpha_2) + \ldots + A_k\sin(\omega t + \alpha_k) + \qquad (7.1)$$

Бунда: $A_0 \quad 1/T \int_0^T f(\omega t)dt$ ўзгармас ташкил этувчи;

$A_1\sin(\omega t+\alpha_1)$ асосий ёки биринчи гармоника; $A_k\sin(k\omega t+\alpha_k)$ "k" тартибли юқори гармоника (ёки "k"- гармоника), A_k ва α_k - унинг амплитуда ва бошланғич фазаси; $\omega=2\pi/T$ ва T берилган функциянинг бурчак частотаси ва ўзгариш даври.

Амалда электр ва электрон занжирларнинг элементларида ҳосил бўлган барча даврий носинусоидал электромагнит миқдорлар (э.ю.к, кучланиш, ток, магнит оқим ва бошқалар) Дирихле шартини қаноатлантиради.

Шунинг учун Фурье қаторини ҳосил қилувчи ўзгармас ва синусоидал ташкил этувчилар эквивалент тарзда алмаштирилиши мумкин. Назарий жиҳатдан олганда, Фурье қатори чексиз ($k\to\infty$) бўлиб, амалда ҳар қандай ўта мураккаб даврий чизиқларни етарлича катта аниқликда (ташкил этувчилари сони ўнтадан ортиқ бўлмаган) Фурье қатори билан кўрсатиш мумкин.

Фурье қаторининг коэффициентини аниқлаш учун (7.1) ни қуйидаги кўринишда ёзамиз:

$$\begin{aligned} f(t) = A_0 \quad & A_1\cos\alpha_1 \quad \sin\omega t - A_1\sin\alpha_1 \cdot \cos\omega t + A_2\cos\alpha_2 \cdot \sin 2\omega t + A_2\sin\alpha_2 \\ & \cos 2\omega t + \quad + A_k\cos\alpha_k \quad \sin k\omega t + A_k\sin\alpha_k \quad \cos k\omega t \quad = A_0 + B_1\sin\omega t - \\ & + B_2\sin 2\omega t + \quad + B_k\sin k\omega t + \quad + + C_1\cos\omega t + C_2\cos 2\omega t + \quad + C_k Ccsk\omega t \end{aligned} \qquad (7.2)$$

Энди k-гармоника ташкил этувчиларнинг қуйидагича эканлигини кўриш қийин эмас:

$$B_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin k\omega t\,dt \quad \text{ва} \quad C_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\cos k\omega t\,dt$$

Ташкил этувчилар B_k ва C_k нинг миқдорларини билгач, "k"-гармониканинг амплитудасини ва бошланғич фазасини қуйидагидек аниқлаймиз:

$$A_k = \sqrt{B_k^2 + C_k^2} \text{ ва } \alpha_k = \operatorname{arctg}\frac{C_k}{B_k}$$

Шундай қилиб, носинусоидал э.ю.к., кучланиш, токларнинг оний қийматларини қуйидаги аналитик йиғинди кўринишида ифодалаш мумкин:

$$e = e_0 + e_1 + e_2 + \quad + e_k +$$
$$u = u_0 + u_1 + u_2 + \quad + u_k +$$
$$i = i_0 + i_1 + i_2 + \quad + i_k +$$

Бу қаторлардаги э.ю.к. кучланиш, токлар гармоникаларининг тартиби тегишли қатор ҳадининг индекси билан кўрсатилган. Ана шу гармоникалар таъсир этаётган занжир чизиқли бўлса, устма-устлаш (суперпозициялаш) усулини татбиқ этиб, берилган сигнал бўйича ҳар доим унинг айрим элементлари реакциясини аниқлаш мумкин. Аммо ягона гармоникали э.ю..к ва ток манбали чизиқли занжирга нисбатан турлича частоталар спектри таъсирида бўлган занжир реакцияси ушбу занжир элементларининг параметрларига ва улаш усулларига (занжир структурасига) боғлиқ. Агар R, L C элементлари кетма-кет уланган бирорта мураккаб занжир

$$u = U_0 + U_{1m}\sin(\omega t + \psi_{u2}) + U_{2m}\sin(2\omega t + \psi_{u2}) + \ldots$$
$$\ldots + U_{km}\sin(k\omega t + \psi_{uk}) +$$

кучланиш таъсирида бўлса, манбадан истеъмол қилинаётган ток $i = \sum_0^n i_k$ занжирга берилган кучланишдан эгри чизиғининг шакли жиҳатидан фарқ қилади. Бунинг сабаби шуки, гармоника таркиби бир хил бўлмайди. Бу эса занжирнинг тўла қаршилиги турли гармоникалар учун турлича эканлигидан келиб чиқади.

Масалан, «k»-гармоника токининг оний қиймати қуйидагича бўлади:

$$i_k = I_{km}\sin(k\omega t + \psi_{uk} - \varphi_k),$$

Бунда $I_{km}=U_{km}:Z_k$ ток амплитудаси киймати; $Z_k = \sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right)^2}$ занжирнинг «k»-гармоникадаги тўла каршилиги; $\varphi_k = \mathrm{arctg}\left[\left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C}\right):R\right]$ кучланиш u_k ва ток i_k орасидаги фаза силжиши бурчаги.

Бу ифодаларга кўра, R, L, C элементлари кетма-кет уланган занжирда $Z_0 = \sqrt{R^2 + (0-\infty)^2} = \infty$ бўлгани учун токда ўзгар-ас ташкил этувчилар бўлмайди, чунки ўзгармас ток учун ω=0.

7.2. Носинусоидал электр микдорларнинг максимал, эффектив ва ўртача кийматлари

Носинусоидал э.ю.к., кучланиш ва токли занжирларни хисоблашда носинусоидал электр микдорларининг занжир элементларига таъсири фойдали бўлишини билишда даврий функциянинг амплитудаси ва унинг эффектив хамда ўртача кийматларини аниклаш мухим ахамиятга эга.

Даврий носинусоидал функция f(ωt) нинг амплитуда киймати учун бир давр ичидаги ўзгариши натижасида эришган оний кийматларидан энг каттаси олинади.

Функция f(ωt) нинг эффектив киймати деб, синусоидал функциялардагига ўхшаш бўлган бир давр ичидаги ўртача квадратик киймати олинади:

$$A = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2(\omega t)\,dt} \qquad (7.3)$$

Умуман, носинусоидал э.ю.к., кучланиш ва токларнинг микдорлари хакида гапирилганда, f(ωt) функциянинг (7.2. формула ёрдамида топилган киймати тушунилади. Электр ўлчаш асбобларининг кўрсатиши ана шу микдорга мосланган бўлади.

Ихтиёрий даврий носинусоидал кучланишнинг ўзгариш конунияти ва спектр таркиби берилган, деб фараз килайлик:

$$u(\omega t) = \sum_0^{\infty} U_{km}\sin(k\omega t + \psi_{ku})$$

(7.3)-тенгламага биноан бу кучланишларнинг эффектив қиймати қуйидагича бўлади:

$$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \sum_0^{\infty} U_{km} \sin(k\omega t + \psi_{ku})^2 dt} = \qquad (7.4)$$

$$= \sqrt{\frac{1}{T}\sum_0^{\infty}\int_0^T U_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_{ku})dt + \frac{1}{T}\sum_{\substack{q=0,\\ s=0,\\ q\neq s}}^{\infty}\int_0^T U_{qm}\cdot U_{sm}\sin(q\omega t + \psi_{qu})dt \cdot \sin(s\omega t + \psi_{su})dt}$$

3.3 да кўрсатилганидек, илдиз остидаги ифоданинг иккинчи ташкил этувчисининг интеграли нолга тенг. Демак, берилган кучланиш эффектив қийматининг квадрати энди қуйидагича бўлади:

$$U^2 = \sum_0^{\infty}\frac{1}{T}\int_0^T U_{km}^2 \sin^2(k\omega t + \psi_{ku})dt = \frac{1}{T}\int_0^T U_0^2 dt + \sum_1^{\infty}\int_0^T \frac{U_{km}^2}{2}\left[1 - \cos(2k\omega t + 2\psi_{ku})\right]dt =$$

$$U_0^2 + \sum_1^{\infty} U_k^2 = \sum_0^{\infty} U_k^2 \qquad (7.5)$$

чунки ҳар бир $k\omega$ частотали гармониканинг эффектив кучланиши $U_k = \dfrac{U_{km}}{\sqrt{2}}$

Агар кучланиш қуйидаги кўринишда берилган бўлса,

$$u = U_0 + U_{1m}\sin(\omega t + \psi_{1u}) + U_{2m}\sin(2\omega t + \psi_{2u}) + \ldots$$
$$+ U_{km}\sin(k\omega t + \psi_{ku}) + \ldots$$

у ҳолда эффектив қиймат (7.5) га биноан:

$$U = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_k^2 +} \qquad (7.6)$$

Э.ю.к. ва токларнинг эффектив қийматлари шунга ўхшаш йўл билан ҳисоблаб топилади:

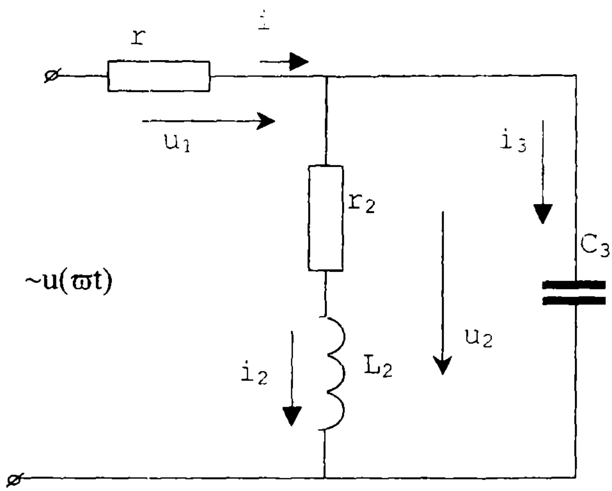
$$E = \sqrt{E_0^2 + E_1^2 + E_2^2 + \ldots + E_k^2 + \ldots} \qquad (7.7)$$

$$I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + I_2^2 + \ldots + I_k^2 + \ldots} \qquad (7.8)$$

Носинусоидал даврий функция $f(\omega t)$ нинг ўртача қиймати умумий ҳолда

$$A_{-p} = \frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)dt, \qquad (7.9)$$

яъни бу қиймат асоси T даврга тенг бўлган шартли тўғри тўртбурчакнинг баландлигига баробар. Бу тўғри



7.2 - расм

тўртбурчакнинг юзи эса (ωt_2 -ωt_1)= ωT оралиғида f(ωt) эгри чизиқ билан чегараланган юзаларнинг арифметик йиғиндисига тенг. Агар f(ωt) эгри чизиқ ωt ўқига нисбатан симметрик бўлса, у холда:

$$A_{yp} = \frac{2}{T}\int_0^{T/2} f(\omega t)dt \qquad (7.10)$$

7.1-мисол. 7.2-расмда электр занжирига $u(\omega t) = 60 + 100\sin\cdot 100t + 80\sin(300t - 60^o)B$ носинусоидал кучланиш берилган. Занжирнинг параметрлари r_1=8Ом: r_2=12 Ом, L=0,16 Г ва C=50 мкФ бўлса, занжир қисмларидаги токларнинг оний ва эффектив қийматлари аниқлансин.

Ечиш. 1. Аввал r_2 ни ғалтак L_2 нинг тўла қаршилиги Z_2 нинг актив ташкил этувчиси деб хисоблаб, гармоникалар бўйича занжир кисмаларининг комплекс тўла қаршиликларини аниқлаймиз:

$\underline{Z}_{1(0)} = r_1 = 8; \underline{Z}_{2(0)} = r_2 = 12$ **ва** $\underline{Z}_{3(0)} = -jx_{c3(0)} = -j\infty$,

чунки ω_0= 0,

$\underline{Z}_{1(1)} = r_1 = 8; \underline{Z}_{2(1)} = r_2 + j\omega_1 L_2 = 12 + j16 = 20e^{j53^o10'}$

$$\underline{Z}_{3(1)} = -jx_{c3(1)} = -j\frac{10^6}{100\cdot 50} = -j200$$

чунки ω_1=100;

$$\underline{Z}_{1(3)} = r_1 = 8; \underline{Z}_{2(3)} = r_2 + j\omega_2 L_2 = 12 + j48 = 49{,}6e^{j76^\circ}$$

$$\underline{Z}_{3(3)} = -jx_{c3(3)} = -j\frac{1}{\omega_2 C_3} = -j66{,}7$$

чунки ω_2 = 300.

2. Тармоқлардаги токларнинг ва занжир қисмаларидаги кучланишларнинг эффектив ва оний қийматларини аниқлаш учун тегишли гармоникаларнинг бутун занжир учун тўла қаршилиги комплексларини топамиз:

$$\underline{Z}(0) = r_1 + r_2 = 8 + 12 = 20\text{ом}$$

$$\underline{Z}(1) = \underline{Z}1(1) + \frac{\underline{Z}2(1)\ \underline{Z}3(1)}{\underline{Z}2(1) + \underline{Z}3(1)} = 8 + \frac{20e^{j53^o10}\ 200e^{-j90^o}}{12 + j16 - j200} =$$

$$= 21 + j17{,}4 = 27{,}3e^{j39^o36'}$$

$$\underline{Z}(3) = \underline{Z}3(1) + \frac{\underline{Z}2(3)\ \underline{Z}3(3)}{\underline{Z}2(3) + \underline{Z}3(31} = 116 + j104 = 156e^{j42^o}$$

3. Ток i_1 нинг гармоникалар бўйича комплекслари:

$$i_{1(0)} = \dot{I}_{1(0)} = \frac{U_0}{Z_0} = \frac{60}{20} = 3\text{A}.\dot{I}_{1(1)} = \frac{\dot{U}_{1(1)}}{Z_{(1)}} = \frac{100}{\sqrt{2}\ 27.3e^{j39^036'}} =$$

$$= 2.6e^{-j39^036'}\text{A},$$

$$\dot{I}_{1(3)} = \frac{80e^{-j60^0}}{\sqrt{2}\ 156e^{j42^0}} = 0.364\,e^{-j102^0}\ \text{A}.$$

Ток i_1 нинг оний қиймати

$$i_1 = I_{1(0)} + I_{1m(1)}\text{Sin}(\omega t + \psi_{1u} - \varphi_{11}) + I_{1m(3)}\text{Sin}(3\omega t + \psi_{3u} - \varphi_{13}) =$$

$$= 3 + 3.67Sin(100t - 39^o36') + 0{,}515Sin(300t - 102^o)A$$

Ток i_1 нинг эффектив қиймати эса

$$I_1 = \sqrt{3^2 + 2{,}6^2 + 0{,}364^2} \cong 4A$$

r_1 қаршиликдаги оний кучланиш

$$u_1 = r_1 i_1 = 24 + 29{,}48\sin(100t - 39^o36') + 4{,}12\sin(300t - 102^0)\text{B}$$

бўлиб, унинг эффектив қиймати: $U_1 = r_1 I_1 = 8\cdot 4 = 32\ B$

5. Гармоникалар бўйича конденсатор қобиқ қисмаларидаги комплекс кучланишлар:

$$U_{2(0)} = U_0 - U_{1(0)} = 60 - 24 = 36\ B$$

$$\dot{U}_{2(1)} = \dot{U}_{(1)} - \dot{U}_{1(1)} = \frac{100}{\sqrt{2}} - 8\ \ 2.6e^{-j39°36'} = 56.5e^{j13°30'}\ В$$

$$\dot{U}_{2(3)} = \dot{U}_{(3)} - \dot{U}_{1(3)} = \frac{80}{\sqrt{2}}e^{-j60°} - 2.9e^{-j102°} = 28.9 - j46.2 =$$

$$= 54.5e^{-j58°48'}В$$

Бу кучланишнинг тегишли оний ва эффектив қийматлари:

$$u_2 = 36 + 80\sin(100t + 13°30') + 77\sin(300t - 58°48')B,$$

$$U_2 = \sqrt{U_{2(0)}^2 + U_{2(1)}^2 + U_{2(3)}^2} = \sqrt{36^2 + 56{,}5^2 + 54{,}5^2} = 85{,}7B.$$

6. Актив-индуктив тармоқдаги i_2 токнинг гармоник ташкил этувчиларининг комплекслари қуйидагича аниқланади;

$$i_{2(0)} = I_{2(0)} = 36:12 = 3A$$

$$\dot{I}_{2(01)} = \frac{U_{2(1)}}{ZZ_{2(1)}} = 56{,}5e^{j13°39'} : 20e^{j53°10'} = 2{,}825e^{-j39°40'}\ A$$

Бу токнинг тегишли оний ва эффектив қийматлари:

$$i_2 = 3 + 4\sin(100t - 39°40') + 1{,}54\sin(300t - 134°48')A$$

$$I_2 = \sqrt{3^2 + \left(\frac{4}{\sqrt{2}}\right)^2 + 1{,}09^2} = 4{,}25\ A$$

$$I_{2(3)} = \dot{U}_{2(3)}\ \ Z_{2(3)} = 54{,}5e^{-j58°48'} : 49.6e^{j76°} = 1{,}09e^{-j134°48'}A$$

7. Сиғим тармоқдаги комплекс ток i_3 гармоник ташкил этувчилар бўйича қуйидагича аниқланади:

$$i_{3(0)} = I_{3(0)} = U_{3(0)}\ \ \infty = 0,$$

$$\dot{I}_{3(1)} = \frac{\dot{U}_{2(1)}}{\underline{Z}_{3(1)}} = 56{,}5e^{j13°30'}\ \ 200e^{-j90°30'} = 0{,}28 \cdot e^{j103°30'}$$

$$\dot{I}_{3(3)} = \dot{U}_{2(3)}\ \ \underline{Z}_{3(3)} = 54{,}5 \cdot e^{-j58°48'} \cdot 66{,}7\ \ e^{-j90°12'} = 0{,}815e^{j31°12'}A$$

Бу токнинг оний ва эффектив қийматлари:

$$i_3 = 0{,}4\sin(100t + 103°30') + 1{,}15\sin(300t + 31°12')A,$$

$$I_3 = \sqrt{I_{3(1)}^2 + I_{3(3)}^2} = \sqrt{0{,}28^2 + 0{,}815^2} = 0{,}86A.$$

8. Занжирнинг кириш қисмаларидаги кучланишнинг эффектив қиймати:

$$U=\sqrt{U_0^2+U_{(1)}^2+U_{(3)}^2}=\sqrt{60^2+\frac{1}{2}100^2+\frac{1}{2}80^2}=108{,}63B$$

7.3. Даврий носинусоидал токнинг қуввати

Занжирдаги (ёки унинг айрим қисмларидаги) ўзгарувчан кучланишнинг оний қуввати ток i билан (эгри чизиқ шаклидан қатъи назар) у ҳосил қилган кучланиш u тушувининг кўпайтмасига тенг, яъни p=ui. Бу қувватнинг бир давр ичидаги ўртача қиймати ёки актив қувват:

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T uidt$$

Агар носинусоидал ўзгарувчан кучланиш ва ток қийматини иккита тригонометрик қаторга ёйсак,

$$u=U_0+\sum_{k=1}^{\infty}U_{km}\sin(k\omega t+\psi_{uk}),\; i=I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\sin(k\omega t+\psi_{ik})$$

бўлади. Қувват қуйидагича ифодаланади:

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T\left[U_0+\sum_{k=1}^{\infty}U_{km}\sin(k\omega t+\psi_{uk})\right]\left[I_0+\sum_{k=1}^{\infty}I_{km}\sin(k\omega t+\psi_{ik})\right]dt=$$

$$=U_0I_0+\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}U_mI_k\cos\varphi_k dt=U_0I_0+U_1I_1\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+\ldots+$$
$$+U_kI_k\cos\varphi_k+\ldots=P_0+P_1+P_2+\ldots+P_k+\ldots$$

Турли qω ва Sω частоталарнинг синус ташкил этувчилари йиғиндиларининг интеграли нолга тенг бўлгани учун (7.2):

$$P=U_0I_0+\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2}U_{km}I_{km}(\cos(\psi_{uk}-\psi_{ik})-\cos(2\omega t+\psi_{uk}+\psi_{ik})]dt=$$
$$=U_0I_0+\frac{1}{T}\int_0^T\sum_{k=1}^{\infty}U_kI_k\cos\varphi_k dt=U_0I_0+U_kI_k\cos\varphi_1+U_2I_2\cos\varphi_2+\ldots+$$
$$+U_kI_k\cos\varphi_k+\ldots=P_0+P_1+P_2+\ldots+P_k+\ldots, \tag{7.11}$$

яъни даврий носинусоидал ўзгарувчан токнинг актив қуввати кучланиш ва ток спектрларига кирувчи ўзгармас ва ташкил этувчи барча гармоникларнинг актив қувватлари йиғиндисига тенг

Синусоидал токдагига ўхшаш, яна тўла ва реактив қувватлар ҳақидаги тушунчани киритамиз;

$$S = UI = \sqrt{U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_k^2 + \ldots} \sqrt{I_0^2 + U_1^2 + U_2^2 + \ldots + U_k^2 + \ldots}, \quad (7.12)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_k + \ldots = U_1 I_1 Sin\varphi_1 + U_2 I_2 Sin\varphi_2 + \ldots + U_k I_k Sin\varphi_k + \ldots \quad (7.13)$$

Актив қувватнинг тўла қувватга нисбатини α билан белгиласак:

$$\alpha = \frac{P}{S} = \frac{P_0 + P_1 + P_2 + \quad + P_k +}{\sqrt{U_0^2 + U_1^2 + \quad + U_k^2 +} \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + \quad + I_k^2 +}} \quad (7.14)$$

уни **д а в р и й н о с и н у с о и д а л ў з г а р- у в ч а н т о к л и з а н ж и р н и н г қ у в в а т к о э ф ф и ц и е н т и** деб атаймиз. Даврий носинусоидал ўзгарувчан токли занжир қувват коэффициентидан фарқли равишда α кучланиш билан ток орасидаги фаза силжиши бурчагининг косинусига тенг эмас. Занжирдаги кучланиш ва ток носинусоидал ўзгарувчан бўлгани туфайли "фаза силжиши" тушунчаси физик маънога эга бўлмай қолади. Шунга қарамасдан мухандислик ҳисобларида "косинус фи" ўрнига, кўпинча

$$\alpha = \cos\theta = \frac{P}{S}$$

ифода ишлатилади. Бу ерда: θ (7.6) ва (7.8) бўйича носинусоидал ўзгарувчан кучланиш ва токнинг эффектив қийматларига эквивалент кучланиш ток синусоидалари орасидаги шартли силжиш бурчагини билдиради.

Ҳар қандай ихтиёрий параметрларга эга бўлган занжирга ўзгарувчан носинусоидал кучланиш ва ток таъсир этса, бу занжирнинг тўла қуввати $s > \sqrt{p^2 + Q^2}$ бўлиши (7.11), (7.12) ва (7.13) дан кўриниб турибди. Занжир фақат резистордан иборат бўлганда Q=0 бўлгани туфайли, яъни S = P бўлгани учун қувват коэффициенти α =1; қолган барча ҳолларда α<1 бўлади. Шундай қилиб, кучланиш ва токларнинг эгри чизиқларида юқори гармоникалаарнинг бўлиши занжир қувват коэффициентининг пасайишига олиб келади. Шу нуқтаи назардан катта қувватли электро-энергетик системаларда манба кучланиши эгри чизиғининг шакли иложи борича синусоидага яқин бўлиши муҳим аҳамиятга эга. Электр энергиясининг сифатига бўлган бу талаб йирик синхрон генераторларни лойиҳалашда ҳисобга олинади.

7.2-мисол. 7.1-мисолда берилганлар асосида 7.2-расмдаги занжир учун актив, реактив ва занжирнинг кириш қисмасидаги тўла қувват, шунингдек, бутун занжирнинг қувват коэффициенти аниқлансин.

Ечиш. 1. Занжирнинг кириш қисмаларидаги актив қувват:

$$P = P_0 + P_1 + P_3 = U_0 I_0 + U_{(1)} \; I_{(1)} \cos\varphi_1 + U_{(3)} \; I_{(3)} \cos\varphi_3 =$$

$$= 60 \;\; 3 + 70{,}7 \;\; 2.6 \cos 39^{o}36' + 56{,}6 \;\; 0{,}364 \cos 42^{o} = 336{,}3\,Bm$$

2. Манба билан занжир орасидаги циркуляцияланувчи реактив қувват:

$$Q = U_{(1)} \;\; I_{(1)} \sin\varphi_1 + U_{(3)} \;\; I_{(3)} \sin\varphi \;\; = 117 + 13{,}8 = 130{,}8 \text{ вар}$$

3. Тўла қувват: $S = UI_1 = 108{,}63 \cdot 4 = 434\,BA$

4.Занжирнинг қувват коэффициенти $\alpha = \dfrac{P}{S} = \dfrac{336{,}3}{434} \;\; 0.775$

7.4. Носинусоидал ўзгарувчан токли занжирдаги резонанс ҳодисалари

Резонанс ҳодисаси таърифига кўра, "резонанс" деганда носинусоидал ўзгарувчан кучланишли занжирда тебраниш контури хусусий частотасининг манба кучланиши (ёки токи) частотаси билан мос тушуви тушунилади. Частоталарнинг бундай мос тушуви фақат асосий гармоникада содир бўлмасдан, балки ҳар қандай юқори гармоникада ҳам рўй бериши мумкин. Агар R, L ва C чизиқли элементлари кетма-кет уланган занжирнинг kω частотасида тўла қаршилик

$$Z = \sqrt{R \;\; + \left(k\omega L - \frac{1}{k\omega C} \right) 2}$$

бўлса, шу частотада резонанс ҳосил бўлганда

$$k\omega L = \frac{1}{k\omega C}, \quad \text{ёки} \quad k^2\omega \;\; LC = 1 \qquad (7.15)$$

бўлади. Гармоникаларнинг тартиби k, яъни уларнинг частотаси kω аввалдан берилган бўлса, L ва C параметрлар kωL=1/kωC шартга кўра танланади. Резонансли гармоникада занжирнинг қаршилиги минимал ($Z_к$=R), унинг токи эса максимал бўлади. Агар актив қаршилик R кичик бўлса, k гармоникадаги резонанс пайтида бутун занжирдаги токнинг эффектив қиймати $I = \sqrt{I_0^2 + I_1^2 + ... + I_k^2 + ...}$ бир оз ортиб боради. Резонанс натижасида k-гармоника токининг амплитудаси бошқа гармоника токларининг амплитудасидан анча ортиб кетиши мумкин. Бу ҳолда бутун занжир умумий токининг эффектив қиймати асосан k-гармоника токининг амплитудаси билан аниқланади:

$$I \cong I_k = \frac{U_k}{\sqrt{R^2 + \left(k\omega L - \dfrac{1}{k\omega C}\right)^2}} = \frac{U_k}{R}$$

Акс ҳолда мураккаб занжирларнинг параметрлари шундай бўлиши мумкинки, бунда kω резонанс частотали занжирнинг тўла ўтказувчанлиги амалда нолга тенг бўлиб қолади:

$$Y_k = \sqrt{g^2 + \left(\frac{1}{k\omega L} - k\omega C\right)^2} = g \approx 0$$

У ҳолда бу гармониканинг токи бошқа гармоникаларнинг токига нисбатан хисобга олмаслик даражада кичик бўлади. Бу иккала эффектдан фойдаланиб, частотавий фильтрларининг схемаларини ҳисоблашда истеъмолчининг занжирида танланган сигнал частоталарини ажратиш ва уни кучайтириш ҳамда истеъмолчи учун "бегона" бўлган (халақит берувчи) частоталарни тутиб қолиш ишлари бажарилади.

7.5. Уч фазали ток занжиридаги юқори гармоник ташкил этувчилар

Саноат частотасидаги катта қувватли ўзгарувчан ток генераторларида индукцияланаётган э.ю.к. нинг шакли синусоидага яқин эканлиги юқорида айтилган эди. Энг мукаммал конструкцияли уч фазали генераторлар ҳам идеал шаклдаги синусоидал э.ю.к. ҳосил қилмайди. Агар занжирда тавсифлари чизиқли бўлмаган элементлар бўлса, истеъмол қилинаётган ток таркибида юқори гармоникалар янада кўчаяди. Тавсифлари чизиқли бўлмаган элементлар носинусоидал тебранишларнинг манбаи эканлиги кейинроқ алоҳида кўрсатиб ўтилади. Уч фазали ўзгарувчан ток занжирларида юқори гармоник ташкил этувчиларнинг бўлиши уч фазали занжирларнинг айрим хусусиятларини ўрганишни талаб этади.

Уч фазали занжирлар симметрик бўлгани туфайли, уччала фазада ҳам гармоникаларнинг амплитудавий ва частотавий таркиби бир хил бўлади. Фазалардаги э.ю.к. ларнинг эгри чизиқлари ўзаро 2π/3 бурчакка ёки носинусидал функция T даврининг учдан бирига силжиган. Давр T бир вақтда биринчи гармониканинг ҳам даври бўлгани учун k тартибдаги юқори гармоникалар қўшни иккала фазада $k\frac{2\pi}{3}$ га қадар (ёки вақт жиҳатидан $\frac{1}{3}kT$ га қадар) силжиган бўлади. Шундай қилиб, k- ва q- гармоникалар учун генераторнинг иккита қўшни фазаларидаги фаза силжиши бурчаклари тенг бўлмайди. Масалан, A фазанинг фаза э.ю.к. қуйидагича гармоник ташкил этувчиларга эга дейлик:

$$e_A = E_{1m}\sin\omega t + E_{3m}\sin(3\omega t + \psi_3) + E_{5m}\sin(5\omega t + \psi_5) + $$
$$+ E_{7m}\sin(7\omega t + \psi_7)$$

(Эслатма: симметрик уч фазали системаларда жуфт гармоникалар ва ўзгармас ташкил этувчилар бўлмайди.)

Фаза э.ю.к. e_B нинг e_A дан $2\pi/3$ га қадар орқада қолишини ва e_c нинг e_A га нисбатан $2\pi/3$ бурчак олдин келишини билгач, қуйидагиларни ёза оламиз:

$$e_B = E_{1m}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m}\sin\left(3\omega t + \psi_3 - 3\frac{2\pi}{3}\right) +$$
$$+ E_{5m}\sin\left(5\omega t + \psi_5 - 5\frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m}\sin\left(7\omega t + \psi_7 - 7\frac{2\pi}{3}\right) =$$
$$= E_{1m}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m}\sin\left(3\omega t + \psi_3\right) +$$
$$+ E_{5m}\sin\left(5\omega t + \psi_5 + \frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m}\sin\left(7\omega t + \psi_7 - \frac{2\pi}{3}\right);$$
$$e_C = E_{1m}\sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) + E_{3m}\sin\left(3\omega t + \psi_3\right) +$$
$$+ E_{5m}\sin\left(5\omega t + \psi_5 - \frac{2\pi}{3}\right) + E_{7m}\sin\left(7\omega t + \psi_7 + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Фаза силжишларидаги фарқ айрим гармоникаларнинг фазалари алмашиниш тартиби бир хил эмаслиги сабаб бўлганини ёзилганлардан кўриш қийин эмас. Масалан, тартиби учга тенг ёки унга каррали бўлган (k=3, 6 ,9, 12, 15 ва ҳ.к.), гармоникалар нолинчи кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил қилади, яъни бу гармоникаларнинг оний э.ю.к. лари учала фазада фаза жиҳатидан мос тушади (синфазали бўлади). Агар гармониканинг тартиби k бўлиб ва (k-1) учга бўлинса (k=4,7,10,13 ва ҳ.к.), бундай тартибли гармоникалар тўғри кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил қилади. Бу гармоника э.ю.к. ларининг векторлари биринчи гармоника каби бир-биридан ўшандай кетма-кетликда силжиган бўлади.

Агар (k + 1) учга бўлинса (k =2,5,8,11 ва ҳ.к.), бу гармоникалардаги фаза э.ю.к.лари тескари кетма-кетликдаги симметрик системани ҳосил қилади.

Энди юқорида қайд қилинган хоссаларга биноан, симметрик уч фазали занжирнинг ўзига хос бир қанча хусусиятларини кўрсатиб ўтамиз.

Уч фазали генераторнинг фаза чулғамлари "юлдуз" усулида уланганда фаза кучланишининг эффектив қиймати

$$U_ф = \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + U_7^2 \quad U_9^2 + U_{11}^2 +}$$

бўлса, фаза кучланишларининг таркибига кирувчи учга каррали гармоникалар линия кучланишлари $\dot{U}_{AB} = \dot{U}_A - \dot{U}_B$, $\dot{U}_{BC} = \dot{U}_B - \dot{U}_C$ ва $\dot{U}_{CA} = \dot{U}_C - \dot{U}_A$ ларнинг таркибида бўлмайди. Шунинг учун линия кучланишининг эффектив қиймати:

$$U = \sqrt{3}\ \sqrt{U_1^2 + 0 + U_5^2 + U_7^2 + 0 + U_{11}^2 +}$$

яъни

$$U_Л < \sqrt{3}\ U_ф$$

бўлади. Таркибида ток юқори гармоникалар бўлган э.ю.к. манбаига нол симсиз юлдуз усулида уланган уч фазали симметрик истеъмолчининг фазаларидаги кучланишнинг таркибида ҳам учга каррали гармоникалар бўлмайди:

$$U_ф = \sqrt{U_1^2 + U_5^2 + U_7^2 + U_{11}^2 +}$$

Бунинг сабаби шуки, учга каррали гармоникалар бўлганда фаза токлари йиғиндиси нолга тенг бўлмайди. Бу гармоникалар генераторнин фаза э.ю.к. лари таркибида бўлгани учун занжирдаги мувозанат. Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, генератор билан истеъмолчининг 0 ва 0' нуқталари 3-, 9- ва ҳоказо гармоникаларнинг ҳосил бўлиши ҳисобига вужудга келади:

$$U_{00'} = \sqrt{U_3^2 + U_9^2 + U_{15}^2 +}$$

Агар уч фазали истеъмолчи нол симли "юлдуз" усулида уланса, унинг фазаларидаги кучланиш ўзининг гармоника тартиби бўйича генераторнинг фаза э.ю.к. лари билан бир хил бўлади:

$$U_ф \quad \sqrt{U_1^2 + U_3^2 + U_5^2 + }$$

Худди шу гармоникалар фаза (линия) токларининг таркибида ҳам бўлади:

$$I_ф \quad I_Л \quad \sqrt{I_1^2 + I_5^2 + I_7^2 + }$$

Бунда симметрик режимда токларнинг асосий частоталари ва учга каррали бўлмаган барча юқори гармоникалари оний қийматларининг йиғиндиси нолга тенг, чунки улар тўғри ва тескари кетма-кетликдаги симметрик система ҳосил қилади. Учга каррали бўлган токларнинг гармоникалари нолинчи кетма-кетликдаги система ҳосил қилиб, нейтрал сим орқали туташади. Бу йиғинди токнинг эффектив қиймати эса бетараф

$$I_N \quad 3\sqrt{I_3^2 + I_9^2 + I_{15}^2 + }$$

бўлади.

Уч фазали генераторнинг фаза чулғамларини учбурчак усулида улаганда гармоникалари учга каррали бўлган э.ю.к. ларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлмайди. Агар чулғамлар вольтметр билан кетма-кет уланса, унда вольтметр ўлчаган кучланишнинг эффектив қиймати

$$U_V \quad 3\sqrt{E_3^2 + E_9^2 + E_{15}^2}$$

бўлади. Бу кучланиш, генератор юкланганлигидан қатъи назар, унинг чулғамлари юқори тартибли гармоникали ток таъсирида бўлади. Бунга истеъмолчининг қисмаларидаги фазавий кучланишлар ҳам, линиявий кучланишлар ҳам учга каррали гармоникаларга эга эмас, ваҳоланки, бу хил режимга генератор чулғамларининг ортиқроқ қизиши ҳисобига эришилади.

7.6. Даврий носинусоидал функцияларнинг симметриклик аломатлари. Носинусоидал симметрик эгри чизиқларнинг гармоника таркиблари

Амалда учрайдиган даврий носинусоидал ўзгарувчан электр миқдорлари берилган координаталар системасида бирор симметрик аломатларга эга бўлган эгри чизиқлар билан ифодланади. Қуйида қандай кўринишдаги симметрик эгри чизикларнинг тез-тез учраб турадиган турлари ва уларни Фурье қаторига ёйишнинг хусусиятлари баён қилинади.

Агар f(t) носинусоидал даврий ўзгарувчан функция f(t)=-f(t+T/2) шартни қаноатлантирса, унинг эгри чизиғи абецессалар ўқига нисбатан симметрик ҳисобланади. 7 I-в расмдаги эгри чизиқ ана шундай симметриклик аломатига эга, чунки унинг манфий ярим тўлқини ярим даврдан кейинги мусбат ярим тўлқиннинг аксидир. Фурье қаторига ёйганда эгри чизиқнинг гармоникалари таркибида ўзгармас ташкил этувчилар ва жуфт гармоникалар бўлмайди. Ҳақиқатан π фаза силжиши бурчагига мос ярим даврдан сўнг (7.2) Фурье қаторидаги токнинг барча гармоникалари ишораси тескарисига алмашиниб, f(t)=-f(t + T/2) шартни қаноатлантиради. Ўзгармас ташкил этувчилар ва жуфт гармоникалар нол ёки бутун бир даврга силжиса ҳам ўзининг аввалги ишорасини сақлаши туфайли юқоридаги симметрия шартини қаноатлантирмайди. Демак, улар абцисса ўқига нисбатан симметрик бўлган эгри чизиқларнинг таркибида учрайди. Агар f(t) даврий носинусоидал ўзгарувчан функция f(t)=f(-t) шартни қаноатлантирса, унинг эгри чизиғи ординаталар ўқига нисбатан симметрик ҳисобланади. 7.1-а расмдаги эгри чизиқ ана шундай симметриклик аломатига эга, чунки функциянинг манфий ярим (-t) вақт ўқидаги тасвири унинг ўнг томонидаги (+t) мусбат ярим тўлқин тасвири билан бир хил. Эгри чизиқни Фурье қаторига ёйганда, (7.2)-тенгламага биноан, унинг гармоникалари таркибида синусли ташкил этувчилар бўлмайди, чунки ўзгармас ташкил этувчи А вақтга боғлиқ бўлмай, косинусли ташкил этувчилари қўйилган симметрик шартни қаноатлантиради: ҳар доим $C_к\cos k\omega t=C_к\cos(-k\omega t)$. Демак, ординаталар ўқига нисбатан симметрик бўлган эгри чиззиқларни (7.2) кўринишдаги қаторга ёйганда, синусоидал ташкил этувчилар амплитудаларининг нолга тенглигини кўрамиз, яъни:

$$B_1 = B_2 = \ldots\ldots = B_k = \ldots\ldots\ldots = 0.$$

Агар f(t) носинусоидал даврий функция f(t)=-f(-t) шартни қаноатлантирса, унинг эгри чизиғи координаталар системасининг марказий нуқтасига нисбатан симметрик ҳисобланади. 7.1-б расмдаги эгри чизиқ ана шундай симметрия белгисига эга, унинг u(t) функцияси орқали тасвирланувчи оний қийматлари мусбат ва манфий ишорали вақт ўқларида абсолют микдорлари бўйича бир хил бўлиб, ишоралари жихатидан қарама-қаршидир, яъни $u(t)=-u(-t)$. Фурье қаторига ёйиш (7.2) формуласида симметрия шартларини фақат унинг синусли ташкил этувчилари қаноатлантиради, яъни

$$f(t) = B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + B_3 \sin 3\omega t + \quad + B_k \sin k\omega t +$$

Ҳақиқатан ҳам, ўзгармас ташкил этувчилар вақтга боғлиқ бўлмай, косинусли ташкил этувчилари аргументининг ишораси ўзгарганда ҳам ўзининг ишорасини ўзгартирмайди, яъни $C_k \cos k\omega t = C_k \cos(-k\omega t)$. Демак, координаталар ўқлари марказига нисбатан симметрик бўлган эгри чизиклар Фурье қаторида ўзгармас ва косинусли ташкил этувчиларга эга бўлмайди.

7.7. Даврий чекланган носинусоидал эгри чизиқлар. Пульсация. Модуляцияланган тебранишлар

Бир даврий тебранишига бошқа даврий тебранишнинг таъсири натижасида олинган тебраниш эгри чизиқлари "д а в - р и й ч е к л а н г а н э г р и ч и з и қ л а р" дейилади. Бу тебранишлар ташқи белгилари ва даврийлик хусусиятлари жихатидан носинусоидал функцияларнинг алоҳида турини ташкил этади. Мисол тариқасида пульсацияни ва амплитудаси бўйича модуляцияланган синусоидал тебранишларни кўриб чиқамиз.

1. П у л ь с а ц и я Пульсация-амплитудалари бир-бирига тенг бўлган, аммо частоталари ўзаро яқин, лекин тенг бўлмаган ($\omega_1 > \omega_2$) синусоидал тебранишларнинг бир-бирларига устма-уст тушиши натижасида олинган даврий тебранишларнинг мураккаб тури ҳисобланади. Пульсация эгри чизиғи вақт жиҳатидан қуйидаги қонун асосида ўзгаради:

$$f(t) = A_m (\sin \omega_1 t + \sin \omega_2 t). \qquad (7.16)$$

Тригонометрик функцияларга оид $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$ дан

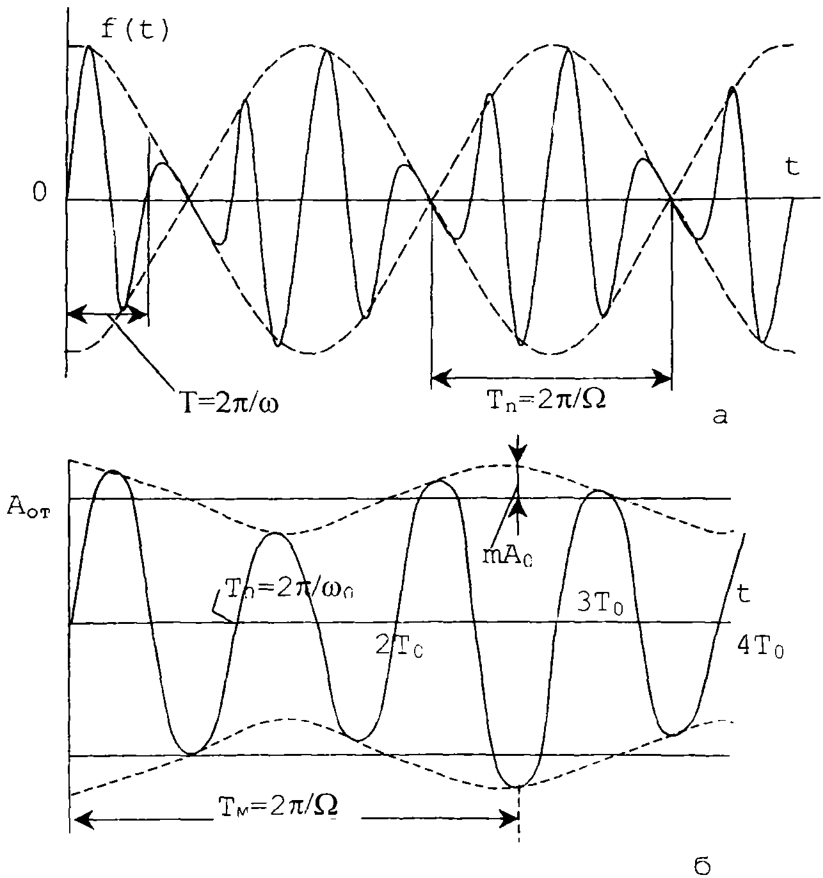
фойдаланган ҳолда (7.16) ни қуйидаги кўринишга келтирамиз:

$$f(t) = 2A_m \cdot \cos\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} + \sin\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 2A_m \cos\Omega t \cdot \sin\omega t \qquad (7.17)$$

бунда: $\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}$ функция f(t) нинг оний қийматини узгартирадиган бурчак частота; $\Omega = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)$ - носинусоидал f(t) нинг асосий тўлқинининг амплитудасини ўзгартирадиган бурчак частота.

Шундай қилиб, миқдори жиҳатидан даврий ўзгарувчан кўпайтувчи $\cos \Omega t$ ни амплитудаси $2A_m$ га тенг бўлган эгри чизиқ f(t)нинг вакт жиҳатидан ўзгарувчан коэффициенти деб қаралади.

Натижавий эгри чизиқ (7.3-а расм) даври $T = \frac{2\pi}{\omega}$ ва тебраниш амплитудаси косинусоида $2A_m\cos\Omega t$ билан чекланган синусоидани ифодалайди. f(t) функция f(t) даврий бўлиб, ҳар



7.3-расм

бир тенг T вақтдан сўнг, sinωt функциясининг аргументидан қатъи назар нолдан ўтади, чунки $t = \frac{\pi}{2}\Omega, \frac{3\pi}{2}\Omega, \frac{5\pi}{2}\Omega$ ва ҳаказо онларда функция $2A_m \cos \Omega t = 2A_m \cos\left(\frac{\pi}{2} + k\pi\right) = 0$.

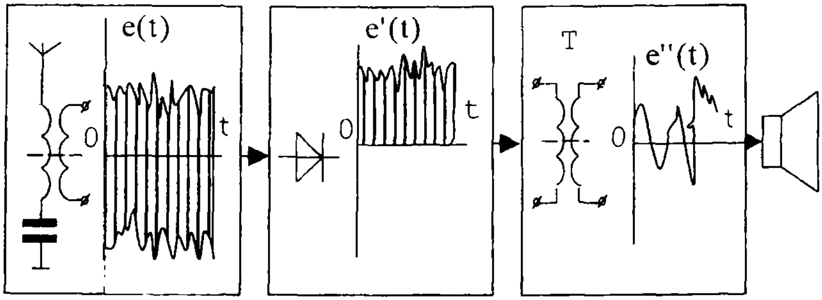
яъни нолга тенг. "Пульсация даври" деб аталадиган худди шундай $T_t = \pi/\Omega$ вақт оралиғидан сўнг f(t) функция ўзининг максимал амплитудаси $2A_m$ га эришади. Қўшиладиган синусоидаларнинг частоталари ω_1 ва ω_2 ўзларининг миқдорлари жиҳатидан бир-биридан қанчалик кам фарқ қилса, пульсация даври T_n шунчалик катта бўлади.

2. Амплитудавий модуляция. Бу ўзгармас ω_0 частотали синусоидал функция амплитудасини аввалдан берилган $A_m(t)$ қонун бўйича бошқариш демакдир. Вақт бўйича ўзгариш қонуни, яъни $A_m(t)$ амплитуданинг модуляцияси умумий ҳолда ихтиёрий бўлиб, даврий ёки даврий эмас. Оддий мисол тариқасида амплитудаси $A_m(t) = (1 + m\cos\Omega t)\ A_{0m}$ қонун бўйича ўзгарувчи $f(t)=A_m \mathrm{Sin}\omega_0 t$ функцияни кўриб чиқамиз:

$$f(t) = A_{0m}(1 + m\ \cos\Omega t)\ \mathrm{Sin}\,\omega_0 t \qquad (7.18)$$

бунда ω_0 ўзгартирилаётган сигналнинг асосий ёки элтувчи частотаси; Ω амплитуданинг ўз ўртача миқдори атрофидаги ўзгариш частоатси: m модуляциялаш коэффициенти [0<m<1].

7.3-б расмда частоталарнинг нисбати ω_0 Ω= 3 ва модуляциялаш коэффициенти m=0,25 бўлган модуляцияланган тебранишларнинг эгри чизиғи кўрсатилган. Модуляцияланган сигналлар ҳосил бўлишининг барча амалий ҳолларида m<1 бўлгани учун даврий чекланган $A_{0m}(1+m\ \cos\Omega t)$ вақт ўқига нисбатан нолдан ўтмайдиган бир жуфт симметрик эгри чизиқни ифодалайди. Амплитудавий модуляциялаш алоқа техникасида, радиода, телевидениеда, ахборот узатиш ва объектда бошқариш сигналларини ҳосил қилишда энг кўп тарқалган. 7.4-расмда товуш сигналини радиоканал орқали узатишнинг соддалаштирилган блок-чизмаси кўрсатилган. Амплитудавий модуляцияланган товуш тебранишлари юқори частотали синусоидал сигнал тарзида узаткич орқали эфирга тарқалади.

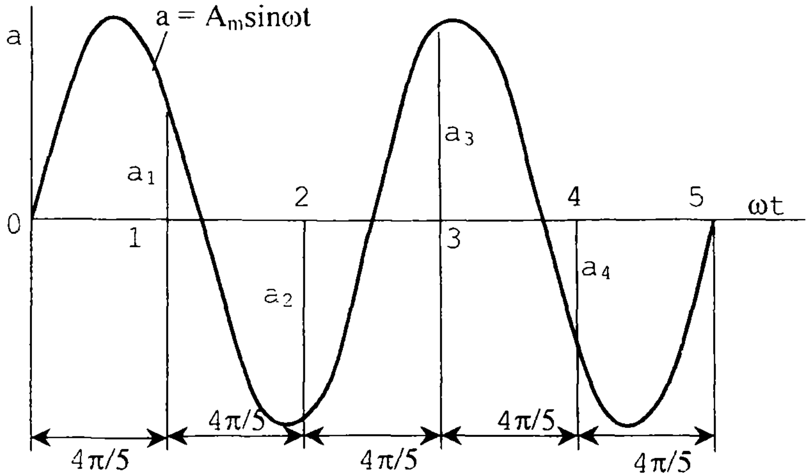


7.4-расм

Эфирга тарқатилган бу сигнал кейинчалик антенна орқали приёмникнинг L C тебраниш контурига тушади (1 блок). Узатилаётган сигнал частотаси билан резонансга созланган тебраниш контури бошқа радиосигналлар тўпламидан керакли сигнални ажратиб, уни синусоидал э.ю.к. e(t) тарзида дастлабки кучайтириш чизмасига узатади. Сўнгра сигнал детекторланади, яъни тўғриланиб, натижада унинг йўналиши ўзгармайди ва миқдори пульсацияланувчи бўлади (II блок). Сўнгра сигнал қувват бўйича кучайтирилиб, ўзгармас ташкил этувчини ушлаб қолувчи конденсаторли ёки трансформаторли фильтрлардан ўтади (III блок). Приёмникка кирган бошланғич сигналлар бегона сигналлардан "тозаланиши" натижасида фақат фойдали товуш сигнали қолдирилиб у динамикка (радиокарнайга) узатилади.

7.8. Носинусоидал ўзгарувчан функция эгри чизиқларини Фурье қаторига ёйишнинг график усули (Чебишев усули).

Маълум шароитда f(t)=f(t+kT) турдаги барча даврий узлуксиз функциялар фақат аналитик усул билан эмас, шунингдек, график усул билан ҳам Фурье қаторига ёйилади. График усулларнинг энг кўп тарқалган турларидан бири, абецисса ўқларига нисбатан симметрик бўлган функция эгри чизиқларини ёйишда татбиқ қилинадиган Чебишев усулидир. Бу усул синусоидаларнинг қуйидаги хусусиятларига асосланган. Агар $a=A_m \sin\omega t$ синусоиданинг k та тўла даври p та тенг қисмларга бўлинса, у ҳолда бўлиниш нуқталаридаги ординаталарнинг алгебраик йиғиндиси (бунинг учун k/p бутун сон бўлмаслиги шарт) нолга тенг. Масалан, иккита тўла даврли синусоидани бешта қисмга бўлсак (7.5-расм), ординаталарнинг



7.5-расм

йиғиндиси ($a_1+a_2+a_3+a_4+a_5$)=0, чунки $a_1=-a_4$, $a_2=-a_3$ ва $a_5=0$. Агар k/p нисбат бутун сон бўлса, бўлиниш нуқталарида нолдан фарқ қиладиган ўзаро тенг (бунинг учун бўлиниш нуқталари синусоидаларнинг нолли қийматларидан ўтмаслиги шарт) ординаталарни оламиз.

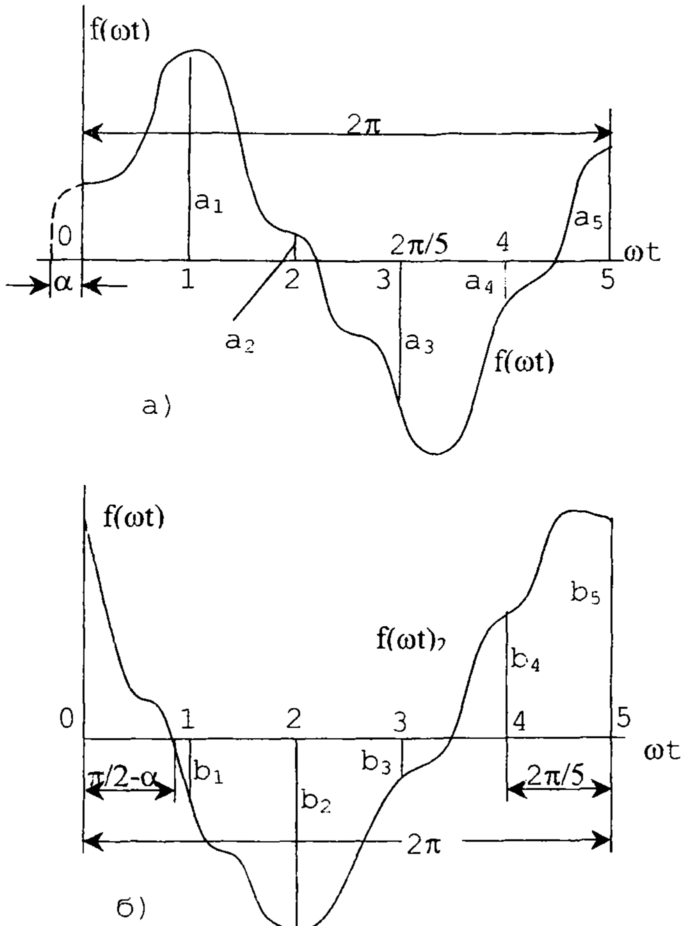
Шундай қилиб, координаталар бошига нисбатан қандайдир бурчакка қадар (7.6-а расм) силжиган ихтиёрий ток даврий носинусоидал f(ω t) функцияни олиб, уни p та тенг қисмларга бўлсак, у ҳолда бўлиниш нуқталаридаги ординаталарнинг йиғиндиси фақат унинг p га тенг ёки унга каррали гармоникалари учун нолга тенг бўлмайди. Мисол учун "p бешга тенг", деб фараз қилайлик. У ҳолда (7.2) формулага ва 7.6-а расмда бажарилган бўлинишларга биноан, ординаталарнинг йиғиндиси $M_5=\sum_1^5 a_q$ бешинчи ва унга каррали косинусоидалар ординаталарининг йиғиндисига тенг. Энди берилган эгри чизиқ f(ωt) ни 7.6-а расмда кўрсатилганидек, тўртдан бир даврга суриб, уни яна бешта тенг қисмга бўлсак, у ҳолда, ординаталарнинг янги йиғиндиси $N_5=\sum_1^5 b_q$ ўша ташкил этувчилари гармоникалари синусоидалари ординаталарининг йиғиндисига тенг бўлади.

Ихтиёрий симметрик ток функция

$$f(\omega t) = B_1 \sin \omega t + B_3 \sin 3\omega t + B_5 \sin 5\omega t +$$

$$+ \ldots + C_1 \cos \omega t + C \ \cos 3\omega t + C \ \cos 5\omega t + \ldots$$

учун бу ҳолни умумлаштириб, 7.6-а расмда тасвирланган эгри чизиқнинг қандай гармоникалардан тузилганлигини қу-



7.6-расм

йидагича аниқлаймиз. $\omega t=0$ да барча гармоникалар ординаталарининг йиғиндиси $M_1=f(0)=C_1 + +C_3+ C_5+ \quad =a_5$; бу эса эгри чизиқни бир давр ичида бирга бўлиш демакдир. Бунда $f(\omega t)$ эгри чизиқнинг синусли ташкил этувчилари нолга тенг. Эгри чизиқ f(ωt) ни учта тенг қисмга бўлиб. бўлиниш нуқталарида ординаталарининг учта ташкил этувчисини оламиз, уларнинг йиғиндиси эса

$$M \;\; = 3(C \;\; + C_9 + C_{15} + \quad) = \sum_{i=1}^{3} a_i$$

бўлади.

Худди шунга ўхшаш, эгри чизиқ f(ωt) ни беш, етти, тўққиз ва ҳ.к. қисмларга бўлганда тегишли равишда қуйидагиларга эга бўламиз:

$$M_5 = 5(C_5 + C_{15} + C \quad + \quad) = \sum_{i=1}^{5} a$$

$$M_7 = 7(C_7 + C_{21} + C_{35} + \ldots) = \sum_{i=1}^{7} a_i$$

$$M_9 = 9(C_9 + C_{27} + C_{45} + \quad) = \sum_{i=1}^{9} a_i \text{ ва ҳ.к.}$$

Эгри чизиқ f(ωt) нинг синусли ташкил этувчиларидаги B_1, B_3, B_k коэффициентларни аниқлаш учун уни координаталар бошига нисбатан π/2 бурчакка (ёки тўртдан бир даврга) сурамиз (7.6-б расм). Энди берилган эгри чизиқнинг бир даврини бирга, учга, бешга, еттига, тўққизга ва ҳакоза қисмларга бўлганда янги бўлиниш нуқталарида мос равишда қуйидагиларга эга бўламиз:

$$N_1 = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = B_1 - B_3 + B_5 - B_7 + B_9 + \ldots = B_5,$$

$$N_3 = 3(-B_3 + B_9 - B_{15} + \ldots) = \sum_{1}^{3} b_i,$$

$$N_5 = 5(B_5 - B_{15} + B_{25} - \ldots) = \sum_{1}^{5} b_i,$$

$$N_7 = 3(-B_7 + B_{21} - B_{35} + \ldots) = \sum_{1}^{7} b_i$$

ва ҳ.к.

Юқори тартибдаги гармоникаларнинг амплитудалари унчалик катта эмаслигини ҳисобга олган ҳолда, эгри чизиқларни ёйишнинг етарлича аниқлигини таъминловчи n-тартибли гармоникани куриш билан чекланамиз. Масалан, к=9 да куйидаги нисбатларга эгамиз:

$$M_1 = C_1 + C_3 + C_5 + C_7 + C_9, \qquad N_1 = B_1 - B_3 + B_5 - B_7 + B_9;$$

$$M_3 = 3(C_3 + C_9), \qquad N_3 = 3(-B_3 + B_9)$$

$$M_5 = 5C_5, \qquad N_5 = 5B_5;$$

$$M_7 = 7C_7, \qquad N_7 = -7B_7;$$

$$M_9 = 9C_9, \qquad N_9 = 9B_9;$$

булардан k-гармониканинг синусли ва косинусли ташкил этувчиларидаги B_k ва C_k коэффициентларни осонгина аниклаш мумкин, демак, бу гармоникаларнинг тўла синусоидасига ўтиш мумкин:

$$f_n(\omega t) = A_n \sin(k\omega t + \psi_n)$$

бунда: $A_n = \sqrt{B_n^2 + C_n^2}$ n-гармониканинг амплитудаси; $\psi_n = arctg \, {C_n}/{B_n}$ n-гармониканинг бошланғич фазаси. Бунда A_n дан фаркли, Ψ_n фазаси C_n ва B_n ларнинг ишораларига боглик, яъни эгри чизикни р-та кисмга бўлиш нукталаридаги координаталарнинг ишораларига боғлик бўлади.

VIII БОБ
ЙИҒИҚ ЎЛЧАМЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

8.1. Умумий тушунчалар

Электр занжирларининг битта турғунлашган ҳолатидан бошқасига ўтишини ифодаловчи жараён ў т к и н ч и ж а р а ё н деб аталади. Электр занжирининг асосий иш ҳолати (режими) қуйидаги омиллар: манбага уланиши ва ундан ажратилиши, занжир ўлчамларининг кескин ўзгариши (юкламанинг кескин ортиши ёки камайиши), ишлаётган занжирга қўшимча манбаларнинг уланиши, занжир таркибий қисмларининг қисқа туташуви, алоҳида тармоқларнинг узилиши ва бошқалар туфайли ўзгариши мумкин. Электр занжирларининг иш ҳолатларини ўзгаришга олиб келувчи барча сабаблар оддий равишда к о м м у т а ц и я ёки к о м м у т а ц и о н ж р а ё н л а р натижасида вужудга келади. Муҳандислик ҳисобларида, электр занжирдаги ўрганилган ҳолат коммутация содир бўлган ондан (занжирга юклама улангандан ёки узилгандан) кейин бошланади, деб тахмин қилинади. Аммо бундай тахмин занжир фақат биргина актив қаршиликдан иборат бўлгандагина тўғри, агар занжирда битта бўлса ҳам энергия тўпловчи элемент (индуктивлик ёки сиғим) бўлса, бундай тахмин нотўғри ҳисобланади. Гап шундаки, индуктивлик ва сиғим учун бир турғунлашган ҳолатдан бошқасига ўтиши шу элементларнинг магнит ва электр майдонларида тўпланган электромагнит энергиясининг миқдор жиҳатидан ўзгаришига боғлиқ. Энергиянинг сон жиҳатидан чекли миқдорга ўзгариши бир зумда содир бўла олмаслиги туфайли занжирнинг турғунлашган ҳолатдан бошқасига ўтиши маълум (нолдан фарқ қиладиган) вақтни талаб этади. Электр занжирларининг ўткинчи ҳолати реактив элемент: L ва C ларнинг хусусиятларидан келиб чиқувчи коммутация қоидалари (қонунлари) орқали изоҳланади.

Коммутациянинг биринчи қонуни. Ҳ а р қ а н д а й и н д у к т и в л и к к а э г а т а р м о қ д а г и т о к в а м а г н и т о қ и м к о м м у т а ц и я п а й т и д а ў з и н и н г к о м м у т а ц и я г а қ а д а р б ў л г а н қ и й м а т и н и с а қ л а й д и в а б у н д а н с ў н г ана шу қийматларидан бошлаб ўзгаради

Бу ҳол математик қуйидагича ифодаланади:

$$i_L(0_+) = i_L(0_-), \quad \text{ёки} \quad \Phi(0_+) = \Phi(0\ ).$$

Буни индуктив ғалтакни ўзгармас кучланиш манбаига улаш мисолида кўриб чиқамиз. Агар илгари (коммутацияга қадар) ғалтакдан ток ўтмаган бўлса [$i_L(-0) = 0$ ва $\Phi(-0)=0$], коммутация пайтида ғалтакдан ўтаётган ток ва унинг ҳосил қилган магнит оқими нолга тенг бўлади [$i_L(+0)=0$ ва $\Phi(+0)$-0]. Бу миқдорларнинг нолдан то барқарор қийматлари i' ва Φ' гача бирданига ортиб кетиши назарий жиҳатдан мумкин эмас. Чунки бунинг учун ток ва магнит оқимининг ўзгариш тезликлари чексиз катта бўлиши керак; бошқача қилиб айтганда, коммутация пайтида $u_L(0)=(Ldi/dt)=\infty$ бўлиши лозим. Электр занжирининг мувозанати нуқтаи назаридан эса Кирхгофнинг иккинчи қонуни бузилади.

Энергетик нуқтаи назардан бу қонун ғалтак магнит майдони энергияси $\frac{1}{2}Li^2$ нинг бирданига маълум миқдорга ўзгариши мумкин эмаслигидан келиб чиқади, чунки бу ҳолда манбадан чексиз катта қувват талаб қилинади.

2. Коммутациянинг иккинчи қонуни. Ҳар қандай тармоқда сиғимдаги кучланиш ва заряд коммутация пайтида ўзининг коммутацияга қадар бўлган қийматини сақлайди ва бундан сўнг ана шу қийматларидан бошлаб ўзгаради

Бу ҳол математик қуйидагича ифодаланади:

$$u_c(_+0) = u_c(_-0), q(_+0) = q(_-0)$$

Буни сиғим С ни ўзгармас кучланиш манбаига улаш мисолида кўриб чиқамиз. Агар коммутацияга қадар конденсаторда хеч қандай заряд бўлмаса [$U_C(-0) = 0$ ва $q(-0)=0$], коммутация пайтида кучланиш каби заряд ҳам нолга тенг бўлиб қолаверади [$U_C(_+0)=0$ ва $q(_-0)=0$]. Кучланиш U_C ва заряд q нинг $t=0$ пайтда бирданига ўзгариши мумкин эмас. Чунки бундай ҳолда $i = {dq}/{dt} = \left(C\frac{du_c}{dt}\right) = \infty$ бўлиши туфайли занжирнинг мувозанат ҳолати бузилади.

Энергетик нуқтаи назаридан бу қонун конденсатор электр майдони энергиясини $\frac{1}{2}Cu_c^2$ нинг бирданига сакраб ўзгаришининг мумкин эмаслиги билан тасдиқланади: чунки манбадан бу ҳолда чексиз катта қувват талаб қилинади.

8.2. Ўткинчи, турғунлашган ва эркин ҳолатлар ҳақида тушунчалар

Юқорида кўрсатиб ўтилганидек, электр занжирининг бир турғунлашган ҳолатдан бошқа ҳолатга ўтиши бир зумда содир бўлмасдан, энергия манбаи билан занжирнинг энергия тўпловчи элементлари орасидаги энергиянинг тақсимланиш жараёнига кетган вақт қадар давом этади. Модомики, чегаравий оний вақтда (коммутация пайтида t=0) электромагнит энергиясининг оний миқдорлари коммутацияга қадар бўлган ва ундан кейинги турғунлашган режимларда ўзаро тенг эмас экан, демак занжирда ана шу энергия фарқини компенсацияловчи куч мавжуд бўлиши керак. Масалан, резистор R ва индуктив L кетма-кет уланган занжирни ўзгармас кучланиш U_0 манбаига улаш t=0 чегарада бир-бирига тенг бўлмаган иккита турғунлашган ток ўзаро "туташуви" керак. Булар тегишлича коммутацияга қадар ва ундан кейин $i_{тур}(-0)=0$ ва $i_{тур}=U_0/R$ қийматларга эга. Коммутациянинг биринчи қонунига биноан $i(-0)=i(0)=0$; демак, ўткинчи ток вақт бўйича ўзгарувчан яна битта эркин ташкил этувчи $i_{эрк}(t)$ га эга бўлади. Унинг оний қиймати t=0 пайтида $i_{эрк}(0)=-U_0/R$ бўлади. Бу ҳолда коммутация қонуни индуктивлик тармоқ учун қуйидагича ёзилади:

$$i(_-0) = i(0) = i_{тур}(0) + i_{эрк}(0) = 0$$

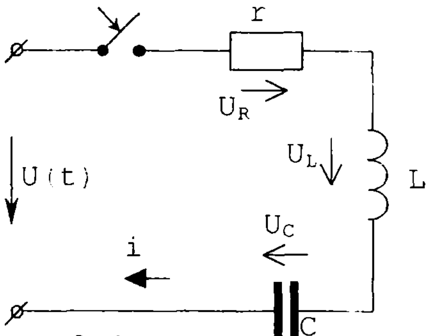
Вақт ўтиши билан токнинг эркин ташкил этувчиси камая бориб, $t=\infty$ бўлганда нолга тенг бўлиши керак. Чунки бу вақт ичида занжирда энергиянинг қайта тақсимланиши ва ўткинчи жараён тугалланади. Ток эркин ташкил этувчисининг ёки оддий қилиб айтганда, эркин токнинг ўзгариш ва сўниш тезлигининг қонуни ташқи таъсирнинг миқдори ва характерига боғлиқ бўлмай, занжир ўлчамларига боғлиқдир. Бу қонунни ва ундан келиб чиқадиган миқдорларни аниқлаш учун берилган занжирнинг дифференциал мувозанат тенгламаси тузилган ва ечилган бўлиши керак.

Мисол тариқасида актив қаршилик R, индуктивлик L ва сиғим С кетма-кет уланган занжирнинг кучланиш манбаи u(t) га уланишини кўриб чиқамиз (8.1-расм).

Берилган занжирнинг электр мувозанат тенгламаси Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан:

$$Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = u(t) \qquad (8.1)$$

бўлади; бунда: i токнинг t=0 дан то t=∞ гача бўлган вақтдаги оний қиймати ёки оддий қилиб айтганда, ўткинчи ток: u(t) манба кучланишининг аналитик кўринишдаги, вақтга боғлиқ узлуксиз функцияси (масалан $u=U_m\sin(\omega t+\Psi_u)$).



8.1-расм

Занжирда ўткинчи жараён тугаши билан манба кучланишининг ўзгариш қонуни u(t) га бўйсунадиган турғунлашган мажбурий режим бошланади. У ҳолда (8.1)нинг ўрнига

$$Ri_{тур} + L\frac{di_{тур}}{dt} + \frac{1}{C}\int i_{тур}dt = u(t) \qquad (8.2)$$

ни ёзиш мумкин.

Аммо ўткинчи ток i мажбурий $i_{тур}$ турғун ва эркин $i_{эрк}$ ташкил этувчилардан иборат яъни $i=i_{тур}+i_{эрк}$ бўлса, унда (8.1) дан (8.2) ни айириб,

$$Ri_{эрк} + L\frac{di_{эрк}}{dt} + \frac{1}{C}\int i \quad = 0 \qquad (8.3)$$

ёки

$$u_{Rэрк} + u_{Lэрк} + u_{Cэрк} = 0$$

ни ҳосил қиламиз, яъни кучланишлар тушуви эркин ташкил этувчиларининг йиғиндиси ёки кучланишнинг эркин тушуви нолга тенг. Демак, кучланиш манбаи занжирда эркин тебранишлар ҳосил қилмайди. Аслида бундай эркин тебранишлар коммутация пайтида занжирдаги энергия жамловчи элементларнинг ташқи таъсирига бўлган реакцияси натижасида пайдо бўлади. Шундай қилиб, занжир элементларидаги ўткинчи кучланишларни худди ток каби, турғунлашган ва эркин ташкил этувчилардан иборат деб қараш мумкин, яъни:

$$u_R = u_{R\text{эрк}} + u_{R\text{тур}}$$

$$u_L = u_{L\text{эрк}} + u_{L\text{тур}}$$

$$u_C = u_{C\text{эрк}} + u_{C\text{тур}}.$$

Энди 8.1-расмда кўрсатилган занжирдаги ўткинчи жараён ифодасини олиш учун, (8.3) тенгламанинг ечимига мурожаат қиламиз. Бунинг учун (8.3) тенгламани аввал қуйидаги кўринишга келтириб оламиз:

$$\frac{d\, i_{\text{эрк}}}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{d\, i_{\text{эрк}}}{dt} + \frac{i_{\text{эрк}}}{LC} = 0 \qquad (8.4)$$

$2\delta = \dfrac{R}{L}$ ва $\omega_0^2 = \dfrac{1}{LC}$ белгилар киритиб, тавсифий тенгламага ўтамиз:

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0 \qquad (8.5).$$

Унинг илдизлари $\alpha_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ бўлади.

Шундай қилиб, бир жинсли дифференциал тенглама (8-4) нинг умумий ечими:

$$i_{\text{эрк}} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}$$

бунда A_1 ва A_2 коммутация қонунларининг чегаравий (бошланғич) шартлардан келиб чиқадиган интеграллаш доимийлари.

Эркин токнинг ўзгариш қонуни $i_{\text{эрк}}(t)$ тавсифий тенгламанинг илдизлари α_1, α_2 нинг қиймати ва характерига боғлиқ. Аммо $i_{\text{эрк}}(t)$ функция доимо $t \to \infty$ да нолгача сўнувчи эгри чизиқ билан ифодаланади.

Занжирлар мураккаб бўлган сари ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш янада юқори тартибдаги дифференциал тенгламаларни ечишга олиб келади. Масалан, шундай занжирнинг k-тармоғидаги ўткинчи ток n-тартибли дифференциал тенглама билан ифодаланади:

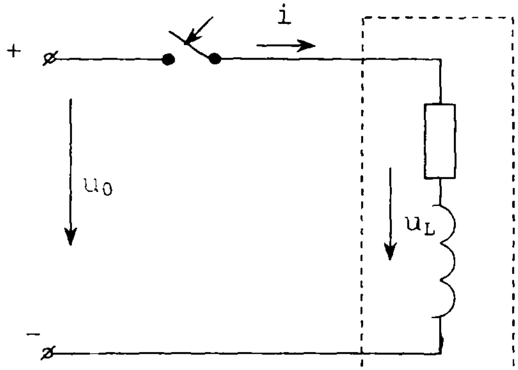
$$a_n \frac{d^n i_k}{dt^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} i_k}{dt^{n-1}} + \ldots + a_2 \frac{d^2 i_k}{dt^2} + a_1 \frac{d\, i_k}{dt} + a_0 i_k = f(t) \qquad (8.6)$$

Эркин ток эса қуйидагича бўлади:

$$i_{R\,эр} = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t} + \quad + A_n e^{\alpha_n t} \qquad (8.7)$$

Занжирдаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблашнинг дифференциал тенгламаларини таҳлил қилишга асосланган усул классик усул дейилади. Бу усулни қуйидаги мисолларда кўриб чиқамиз.

8.3. Индуктив ғалтакни ўзгармас кучланишга улаш



8.2-расм

8.2-расмда вақт t=0 да ўзгармас кучланиш U_0 га уланадиган r, l ўлчамларга эга индуктив ғалтак схемаси берилган. Ана шу занжирдаги ўткинчи жараённи текширамиз.

Занжирнинг дифференциал тенгламаси

$$ri + L\frac{di}{dt} = U_0$$

бўлиб, унга мос бир жинсли тенглама

$L\dfrac{d\,i_{эрк}}{dt} + r\,i_{эрк} = 0$ кўринишга эга. Бу тенглама ёрдамида эркин ток $i_{эрк}$ аниқланади: унинг тавсифий тенгламаси

$L\alpha + r = 0$ бўлади, у биргина ҳақиқий ва манфий $\alpha = {}^{r}\!/_{L}$ илдизга эга. Демак, эркин ток қонун бўйича

ўзгаради $i_{эрк} A e^{-\frac{r}{L}t} = A e$ бунда: $|\alpha| = {}^{r}\!/_{L}$ сўниш коэффициенти, унга тескари қиймат $\tau = \dfrac{L}{r}$ (с) вақт доимийси.

Интеграл-лаш доимийси А ни аниклаш учун бошланғич шартларга мурожаат қиламиз, яъни коммутацияга қадар занжирдан ток ўтмаган [i(-0)=0]. Демак, занжирни улаш пайтида ҳам у нолга тенг бўлган i(0)=0. Занжирда ўткинчи жараён тугагандан сўнг, фақат r нинг қаршилиги билан аниқланадиган ва миқдори жиҳатидан барқарор бўлган ток $i_{т/р} = U_0 : r$ бўлади. Шунинг учун:

$$i(0) = i_{тур}(0) + i_{эрк}(0) = \frac{U_0}{r} + A = 0$$

Шундай қилиб, $A=-U_0/r$ бўлиб, ўткинчи ток i эса

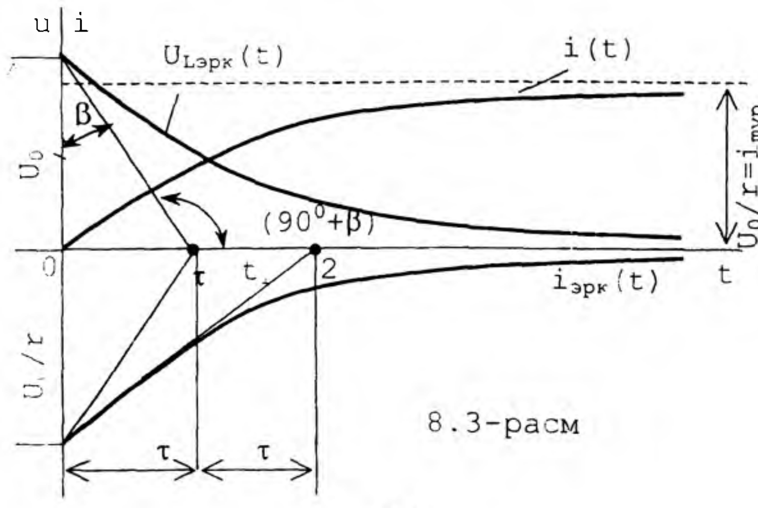
$$i(t) = i_{тур} + i_{эрк} = \frac{U_0}{r} - \frac{U_0}{r} e^{t} \qquad (8.8)$$

бўлади. Занжирнинг айрим элементларидаги ўткинчи кучланишларни (8.8)-тенгламага кўра, қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$u_R(t) = ri = U_0\left(1 \quad e \quad\right), \qquad (8.9)$$

$$u_L(t) = L\frac{di}{dt} = \frac{L}{r}U_0\left[0 - \left(-\frac{1}{\tau}\right)e \quad\right] = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8.10)$$

8.3-расмда кўрсатилган i ва u_L нинг ўзгариш графиклари



8.3-расм

нолдан бошланувчи ва қандайдир ўзгармас миқдорга интилувчи ёки тескариси бўлган бир хилда (монотон) ўзгарувчи экспоненталарни ифодалайди. Агар t=0 да $u_L(t)$ эгри чизиққа уринма ўтказсак, у t ўқида вақт доимийси τ га тенг кесмани ажратади; чунки истаган вақтда $\frac{du_L}{dt} = -\frac{u_L}{\tau}$ бўлади. Ҳақиқатдан ҳам кучланиш $u_L(t)$ нинг биринчи ҳосиласи $u_L'(t)$ t=0 да:

$$\left|\frac{du_L}{dt}\right|_{t=0} = \left|\frac{U_0}{\tau}e\right|_{t=0} = -\frac{U_0}{\tau} = tg(90^\circ + \beta) = -ctg\beta$$

бўлади; бундан $ctg\beta = \frac{U_0}{\tau}$, ёки $\tau = U_0 tg\beta$. Бу эса графикдан ҳам кўриниб турибди. Вақт τ ичида ўткинчи кучланиш $\boxed{u_L = U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$ нинг оний миқдори e=2,718... марта камаяди, яъни t=τ бўлганда $u_L(\tau) = U_0 e^{-1} = \frac{U_0}{e}$ Бундан кейинги τ вақтда ўткинчи кучланиш яна ўшанча марта камаяди. Шу сабабли йиғинди вақт t=kτ давомида u_L миқдор e^k марта камаяди. Вақт доимийси τ фақат t=0 нуқтада уринма остидаги чизиқнинг узунлиги бўлиб қолмасдан, ихтиёрий $t=t_1$ да ҳам $i_{эрк}$ учун 8.3-расмда кўрсатилгандек график усулда топилади. Ўткинчи миқдорлар i(t) ва $u_L(t)$ нинг ўзгариш графикларига кўра, занжирдаги ўткинчи жараённинг давом этиш вақти фақат назарий ҳисоблашларда чексизга тенг. Амалда эса занжирдаги турғунлашган ҳолат бир неча τ тенг, нисбатан жуда қисқа вақт оралиғида содир бўлади. Масалан, 8.2-расмдаги занжир параметрларининг миқдорлари тегишлича: r=50 Ом ва L=0,1 Гн ни ташкил этса, кучланиш U_0=200 В да занжирдаги турғунлашган ток $i_{тур}=I_0=U_0/r$=200/50=4А ни ташкил этади. Назарий жиҳатдан ток бундай қийматга занжир улангандан кейин t=∞ вақтдан сўнг эришади, чунки $i = I_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$; бунда τ = L/r = =0,002 сек. Амалда эса ўткинчи ток t=5τ=0,01 сек. дан сўнг $i = 4(1-e^{-5})$= = 4 * 0,99325 = 3,97 А миқдорга эришиб, турғунлашган кийматидан 1 % дан камрок фарк килади. Аммо шундай r, L элементли занжирдаги L нинг индуктивлиги катталиги (масалан, йирик электромагнитлар ёки катта кувватли электр машиналарнинг ва трансформаторларнинг чулғамлари) ва r каршилигининг кичиклиги туфайли вакт доимийси секундлар хисобида ўлчаниб, бундай занжирдаги ўткинчи жараёнлар хатто бир неча секунд давом этиши мумкин.

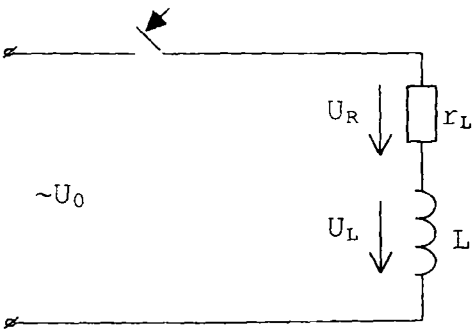
8.4. Индуктив ғалтакни синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига улаш

Актив каршилиги r ва индуктивлиги L бўлган ғалтакнинг синусоидал кучланиш $u=U_m\sin(\omega t+\Psi_u)$ манбаига улашдаги ўткинчи жараённи кў-риб чикамиз (8.4-расм). Бундай занжирнинг дифференциал тенгламаси куйидагича бўлиб,

$$L\frac{di}{dt}+ri=U_m\mathrm{Sin}(\omega t+\psi_u),$$

хусусий ечими турғунлашган ток

$$i_{тур}=\frac{U_m}{Z}\mathrm{Sin}(\omega t+\psi_u-\varphi)$$



8.4-расм

га тенг бўлади; бунда:

$$Z=\sqrt{r^2+\omega^2L^2}$$

занжирнинг тўла каршилиги:

$$\varphi=arctg\,\omega L/r$$

кучланиш u ва ток $i_{тур}$ орасидаги силжиш бурчаги.

Олдинги параграфдан маълумки, токнинг эркин ташкил этувчиси

$$i_{эрк}=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

бўлади. Демак, занжирдаги ўткинчи ток куйидаги конуният бўйича ўзгаради:

$$i = i_{тур} + i_{эрк} = \frac{U_m}{Z}\sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + Ae$$

Интеграллаш доимийси А ни аниқлаш учун бошланғич шартларга мурожаат қиламиз: коммутациянинг биринчи қонунига кўра

$$i(-0) = i(0) = \frac{U_m}{Z}\sin(\psi_u - \varphi) + A = 0$$

яъни $A = -\frac{U_m}{Z}\sin(\psi_u - \varphi)$. Шундай қилиб, занжирдаги ўткинчи ток:

$$i(t) = \frac{U_m}{Z}\sin(\omega t + \psi_u - \varphi) - \frac{U_m}{Z}\sin(\psi_u - \varphi)e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8.11)$$

Ғалтакнинг қисмаларидаги ўткинчи индуктив кучланиши:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \frac{\omega L}{Z}U_m\cos(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{r}{Z}U_m\sin(\psi_u - \varphi)e^{-\frac{t}{\tau}} =$$

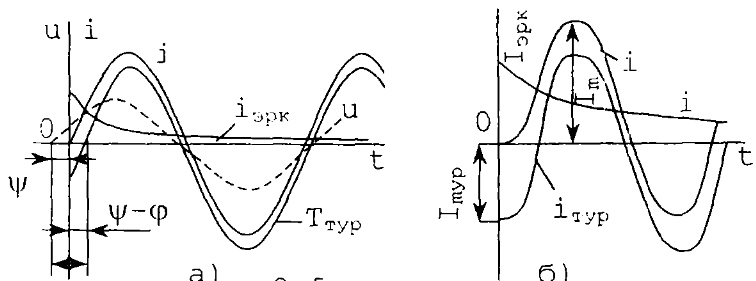
$$= U_m\left[\sin\varphi\cdot\sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\varphi\cdot\sin(\psi_u - \varphi)e^{-\frac{t}{\tau}}\right] \qquad (8.12)$$

Индуктивликдаги ўткинчи ток ва кучланишлар учун олинган ифодаларнинг тўғрилигига вақт t га 0 дан ∞ гача чегаравий қийматлар бериб ишонч хосил қилиш мумкин. Масалан, вақт t=0 бўлганда (8.11) тенгламанинг ўнг қисми нолга айланади, у эса индуктивли тармоқдаги ток учун коммутация қонуни билан тасдиқланади: $i(-0)=i(0)=0$. Ўткинчи жараён тугагандан сўнг ($t=\infty$, $i=i_{тур}=U_m/z\ \sin(\omega t+\Psi_u-\varphi)$; чунки $i_{эрк}=0$. (8.12) тенгламага кўра, коммутация пайтида

$u_L(0) = U_m[\sin\varphi\cdot\cos(\psi_u - \varphi) + \cos\varphi\cdot\sin(\psi_u - \varphi)] = U_m\sin\psi$ бўлади, яъни вақт t=0 да ғалтак қисмаларидаги кучланиш занжирга берилган кучланишнинг оний қийматига тенг. 8.5-а расмда $\Psi>0$, $\varphi > 0$ ва $\Psi - \varphi < 0$ ҳоллар учун занжирга берилган кучланиш $u = U_m\sin(\omega t+\Psi_u)$ нинг (пунктир чизиқ) ва ўткинчи ток i нинг (йўғон чизиқ) эгри чизиқлари кўрсатилган.

Булардан кўринадики, эркин ток $i_{эрк} = -\frac{U_m}{Z}\sin(\psi_u - \varphi)e$

нинг миқдори ва йўналиши коммутация пайтидаги турғунлашган токнинг бошланғич фазаси $\psi_i = \psi_u - \varphi$ га боғлиқ. Агар коммутация пайтида занжирга берилган кучланишнинг бошланғич фазаси ψ_u силжиш бурчагига тенг бўлиб қолса, у ҳолда ўткинчи ток i фақат турғунлашган ток $i_{тур}$ нинг



8.5-расм

қийматларидан иборат бўлади; чунки 8.11 тенгламага биноан $i_{эрк}=0$. Бу, занжирни улагандан сўнг дарҳол унда ҳеч қандай оралиқ эркин тебранишларсиз синусоидал ток $i = \frac{U_m}{Z}\sin\omega t$ турғунлашади ва аксинча, демакдир. Агар занжирни улаш $\psi = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$ да содир бўлса, эркин токнинг бошланғич чайқалиши ўзининг мумкин бўлган энг юқори қийматига эришади $i_{эрк}(0) = \pm \frac{U_m}{Z}$ (8.5-б расм). Шу туфайли занжирга берилган кучланиш даврининг ярмига тенг бўлган вақтдан сўнг ўткинчи ток ҳам ўзининг энг катта қиймати $i_{макс}$ га эришади. Аммо назарий жиҳатдан токнинг бу максимуми ҳатто вақт доимийси τ нинг энг катта қийматларида ҳам турғунлашган ток амплитудавий қийматини иккиланганидан ортмайди.

8.1-м и с о л. Параметрлари $r_L=10$ Ом ва $L=0{,}2$ Г бўлган индуктив галтак $t=0$ да $U_0=100$ В ўзгармас кучланиш манбаига уланган. Ўткинчи ток оний қийматининг $i(t_1)=7{,}5$ А бўлиш вақти аниқлансин.

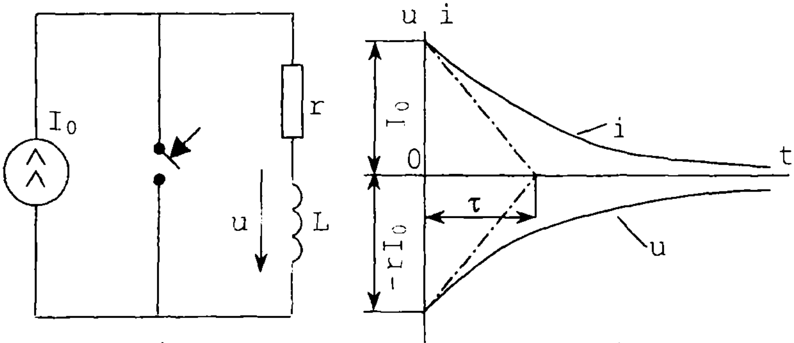
Е ч и ш. Занжирдаги ўткинчи ток қуйидаги қонун бўйича ўзгаради:

$$i = \frac{U_0}{r_L}\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = 10\left(1 - e \qquad\right)$$

бунда: $\tau = L/r_L = 0{,}02$ с, t_1 вақтдаги ўткинчи ток $i(t_1) = 7{,}5 = 10 - 10e^{-50t_1}$ бўлади; бундан $e^{-50t_1} = 0{,}25$ ёки $e^{50t_1} = 4$. Демак: $t_1 = \ln 4 / 50 = 1{,}385 / 50 = 0{,}0277$ сек.

8.5. Қолдиқ токка эга бўлган индуктив ғалтакдаги қисқа туташув

Энди, бошланғич (қолдиқ) токи $i(0) \neq 0$ бўлган ғалтакни қисқа туташганда вужудга келувчи ўткинчи жараёнларни кўриб чиқамиз. Бу занжир коммутацияга қадар ўзгармас ток манбаи I_0 га уланган бўлиб, t=0 пайтида қисқа туташади, деб фараз қилайлик (8.6-а расм). Агар коммутацияга қадар турғунлашган



а) б)

8.6-расм

ток I_0 бўлса, коммутациядан сўнг у нолга тенг, чунки контур манбадан ажралган бўлиб, илгари ғалтакка ток I_0 олиб кирган магнит майдоннинг энергияси $W_M = \frac{1}{2}LI_0^2$ ғалтакнинг актив қаршилиги r да иссиқлик энергиясига айланиб, аста-секин нолгача камаяди. Ўткинчи жараёндаги занжирнинг дифференциал тенгламаси

$$L\frac{di_{эрк}}{dt} + ri_{эрк} = 0$$ ўткинчи ток эса $i = i_{эрк} = Ae$

Интеграллаш доимийси А ни i(-0)=i(0) шартидан топамиз: яъни $A=I_0$, шундай қилиб

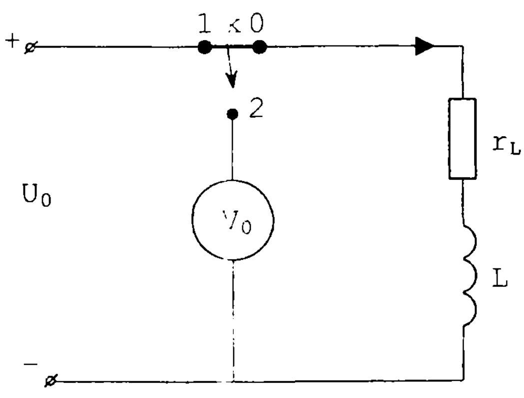
$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8.13)$$

бўлади.

Индуктив ғалтакдаги кучланиш:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = -rI_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8.14)$$

яъни у миқдор жиҳатидан қаршилиги r даги кучланишнинг тушуви: $u_r = r\ i = rI_0 e$ га тенг, ишораси қарама-қарши бўлади. Коммутация пайтида ўткинчи токнинг аввалги қиймати $i(-0)=i(0)=I_0$ ни сақлаган ток i дан фарқли, ғалтакдаги индуктив кучланиш $u_L(-0)=0$ дан $u_L(_+0)=rI_0$ гача сакраб ўзгариши мумкин (8.6-б расм). Ғалтакдаги э.ю.к. $e_L = -L\frac{di}{dt}$ нинг қутб ишоралари кучланишга ва токнинг вақт бўйича ўзгаришига боғлиқ: агар индуктивликка эга тармоқдаги ток ортга борса, э.ю.к. нинг ишораси $e_L=-u_L$ манфий (8.3-расм), камая борса, мусбат бўлади (8.6-б расм). Шундай қилиб, индуктив ғалтакни ўзгармас кучланиш манбаига улаш ва ажратиш натижасида индуктив тармоқдаги токнинг ҳар қандай ўзгариши э.ю.к.ни ҳосил қилишга ва унинг занжирдаги бошланғич мувозанат ҳолатини сақлаб туришга сабаб бўлади.



8. -расм

Энди индуктив ғалтакни энергия манбаидан ажратганда ундаги коммутацияга қадар турғунлашган ток I_0 билан уни ихтиёрий R_0 қаршиликка қайта улаш жараёни қатор ҳолларда назарий масаладан мухандислик ишлари муҳим бўлган амалий масалага айланишини кўриб чиқамиз. Масалан, хусусий актив қаршилиги r_L бўлган реал индуктив ғалтак турғунлашган ток $I_0=U_0/r_L$ ва t=0 да ички қаршилиги $r_V=R_0>>r_L$ бўлган вольтметрга қайта уланган бўлсин (8.7-расм). У ҳолда (8.13) ифодага биноан коммутация пайтида (t=0) вольтметрнинг қисмаларида илгари занжирга берилган кучланиш U_0 дан R_0/r_L марта ортиқ бўлган кучланиш $u_V(0)=R_0I_0$ бир зумда пайдо бўлади. Бу кучланиш фақат вольтметр учун хавфли бўлиб қолмасдан, ғалтак учун ҳам хавфлидир; бунинг сабаби шуки, (8.14) тенгламага биноан, ғалтак қисмаларидаги кучланишнинг қиймати бирданига I_0R_0 гача ортиб кетиши мумкин. Ғалтакни манбадан токли занжирни бевосита узиш билан ажратиш янада хавфли, бунда I_0 токли индуктив тармоқ $R_0 \approx\infty$ қаршиликка улангандек бўлади. Бундай ҳолларда галтак қисмаларида пайдо бўлган ҳаддан ташқари катта электр юритувчи куч (ўта кучланиш) унинг чулгамлари изоляциясини емириши мумкин. Чулгамнинг индуктивлиги катта бўлиб, аммо актив қаршилиги кичик бўлган катта қувватли электр машиналар ҳамда трансформаторлар билан коммутацион ишлар бажарилганда бу ҳодиса ҳар доим ҳисобга олиниши керак.

Энди 8.6-а расмдаги занжирда қисқа туташув ҳодисаси содир бўлгандан кейин r қаршиликдан иссиқлик тарзида ажралиб чиққан энергияни ҳисоблаймиз. Занжир қисқа туташув пайтидан бошлаб то ўткинчи жараён тугагунча ток $i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ қонуни бўйича ўзгариши туфайли аниқланаётган энергия

$$W_r = \int_0^\infty ri\,dt = rI_0^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}dt = -\frac{rI_0^2\tau}{2}\left|e^{-\frac{2t}{\tau}}\right|_0^\infty = \frac{1}{2}LI_0^2$$

бўлади; бунда $\tau = \frac{L}{r}$ қисқа туташган контур r, L нинг вақт доимийси.

Иссиқликка айланаётган энергиянинг катта-кичиклиги бошланғич вақт (t=0) да I_0 токка уланган индуктив ғалтакнинг актив қаршилигига боғлиқ бўлмай, магнит майдоннинг энергияси $W_M = L\frac{I_0^2}{2}$ миқдори билан аниқланади.

8.2 м и с о л. Параметрлари r = 40 Ом ва L=0,022 Г бўлган индуктив ғалтак t=0 вақтда u=120 (314t- -30⁰)В синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига уланган. Аммо t=0,01 с. дан сўнг индуктив ғалтак манбадан ажралиб, занжир қисқа туташтирилган. Шу иккинчи коммутациядан кейин ғалтакнинг r_L қаршилигида ажралган иссиқлик миқдори аниқлансин.

Е ч и ш 1. Ғалтакнинг ўзгарувчан токдаги тўла қаршилиги:

$$z = \sqrt{r_L^2 + \omega^2 L^2} = \sqrt{40^2 + 69{,}1^2} = 80 \text{ Ом}$$

2. Занжирдаги турғунлашган ток ва кучланиш орасидаги силжиш бурчаги:

$$\varphi = arctg\frac{\omega L}{r} = arctg\frac{69{,}1}{40} = 60^0$$

3. Занжирдаги турғунлашган ток:

$$i_{\square-р} = \frac{U_m}{z}\text{Sin}(314t - 30^0 - \varphi) = 1{,}5\text{Sin}(314t - 90^0)$$

4. Токнинг эркин ташкил этувчиси:

$$i_{эрк} A e^{-\frac{t}{\tau}} = A e^{-\frac{t}{5{,}5\cdot 10^{-4}}}$$

бунда $A = -i_{\square-р}(0) = -1{,}5\sin(-90^0) = 1{,}5$

5. Занжирдаги ўткинчи ток:

$$i = i_{\square-р} + i_{эрк} = 1{,}5\sin(314t - 90^0) + 1{,}5e^{-\frac{10^4}{5{,}5}t}$$

6. Занжир қисқа туташтирилгандаги ўткинчи токнинг оний қиймати:

$$i(t_1) = 1{,}5\sin\left(\frac{2\pi}{T}t_1 - \frac{\pi}{2}\right) + 1{,}5e^{-\frac{10^4}{5{,}5}t_1} \quad 1{,}5\sin\left(\frac{2\pi\cdot 0{,}01}{0{,}02} - \frac{\pi}{2}\right) + 1{,}5e^{-\frac{10^4\cdot 10^{-2}}{5{,}5}} =$$

$$= 1{,}5\sin\frac{\pi}{2} + 1{,}5e^{-18{,}2} = 1{,}5\text{A}$$

7. Иккинчи коммутациядан кейин ғалтакнинг r_l

каршилигида ажралган иссиклик энергияси индуктив ғалтакнинг магнит майдони энергиясига тенг:

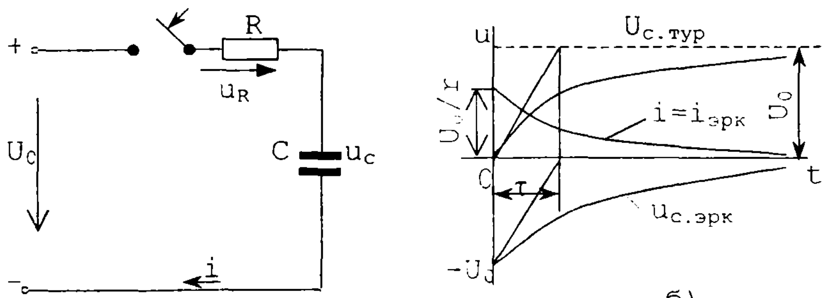
$$W_r = W_l = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{0,22\ 1,5^2}{2} = 0,2475 \cong 0,25 \text{ Жоул}$$

чунки киска туташув пайтидаги бирламчи ток:

$$I_0 = i(t_1) = 1,5A$$

8.6. Конденсаторни резистор орқали ўзгармас кучланиш манбаига улаш

8.8-а расмда вақтнинг t=0 пайтида R, C элементлари кетма-кет уланган занжирни ўзгармас кучланиш U_0 манбаига улаш



а) 8.8-расм б)

схемаси кўрсатилган. Энди ана шу занжирдаги ўткинчи жараённи текширамиз. Бунинг учун сиғимдаги кучланиш u_c ни ўзгарувчан хисоблаб, занжирнинг дифференциал тенгламасини тузамиз:

$$RC\frac{du_c}{dt} + u_c = U_0$$

бунда: $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_c}{dt}$ конденсатор С копламаларидаги ўткинчи ток.

Сиғимдаги ўткинчи кучланиш $u_c = u_{c.тур} + u_{c.эрк}$ ни билгач, эркин холат учун занжир тенгламасини тузамиз:

$$R C \frac{d u_{c.эрк}}{d t} + u = 0$$

Бунга мос тавсифий тенглама $RC\alpha + 1 = 0$ дан частота ўлчови с. га эга бўлган $\alpha = -\frac{1}{RC}$ илдизни топамиз. С ў -н и ш к о э ф ф и ц и е н т и нинг ишорасига кўра, сиғимдаги эркин кучланиш $u_{с\ эрк} = Ae^{\alpha t} = Ae^{-\frac{t}{RC}}$ вақт ўтиши билан (назарий жиҳатдан t=∞ да) нолгача камаяди. Интеграллаш доимийсини аниқлаш учун сиғимли занжир қисми учун коммутация қонунларидан келиб чиқадиган бошланғич шартлардан фойдаланамиз. Шунга биноан u_c (-0)=u_c (0) бўлади, яъни:

$$u_c(\_0) = 0 = u_{с.тур}(0) + u_{с.эрк}(0) = U_0 + A,\ \text{ёки}\quad A = -U_0,$$

чунки коммутацияга қадар сиғимдаги кучланиш нолга тенг эди [$u_c(0) = 0$]. Ўткинчи жараён тугагандаги турғунлашган кучланиш $u_{с.тур}=U_0$, чунки ўзгармас токдан конденсаторнинг қаршилиги ∞ га тенг, занжирдаги ток $i_{тур} = 0$. Шундай қилиб, сиғимдаги ўткинчи кучланиш:

$$u_c = u_{\_.\square\_р} + u_{\_.эр} = U_0 - U_0 e^{-\frac{t}{}} = U_0\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad (8.15)$$

бунда τ=RC ўткинчи жараённинг интенсивлигини тавсифловчи вақт доимийси (с). τ қанчалик катта бўлса, конденсатор С нинг зарядланиши шунчалик секин боради ва аксинча.

Ўткинчи ток $i = C\frac{du_c}{dt}$ (8.15) тенгламага биноан

$$i = CU_0\left[0 - \left(-\frac{1}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right] = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (8.16)$$

бўлади. (8.16) тенгламадан занжирнинг қисқа туташуви пайтида ток i(0=U_0 /R) максимал бўлиши, манбанинг барча кучланиши қаршилик R да тушиши, сиғим эса қисқа туташган симдек бўлиб қолиши кўриниб турибди. 8.8-б расмда текширилаётган занжирдаги ўткинчи кучланиш ва токлар графиклари кўрсатилган. Графиклардан, сиғимдаги кучланишдан фарқли ўлароқ, ўткинчи ток i коммутация пайтида нолдан U_0 /R қийматгача сакраш билан ортишини билса бўлади.

8.3 - м и с о л. Сиғим $C=100*10^{-6}$ Ф бўлган конденсатор қаршилиги R=40 Ом резистор орқали U_0=200 В ўзгармас кучланиш манбаига уланган. Агар улангандан кейин t_1=0,001 с. вақт утган бўлса, конденсаторнинг заряди ва кучланиши қанча бўлади?

Е ч и ш. t_1 вақтда сиғимдаги ўткинчи кучланиш

$$u_c(t_1) = U_0\left(1 \qquad\right) = 200\left(1 - e^{\frac{10}{4\ 10}}\right) = 200 \quad 0{,}22 = 44\ \text{В}$$

бўлади (бунда $\tau = r\cdot C = 40\cdot 10^{-4} = 0{,}004$ с.)

2. Ўша вақт давомида сиғимда тўпланган заряд:

$$q(t_1) = Cu_c(t_1) = 10^{-4}\cdot 44 = 4{,}4\cdot 10^{-3}\ \text{Кл}.$$

8.7. Конденсаторни резистор орқали синусоидал ўзгарувчан кучланиш манбаига улаш

R, C элементлари кетма-кет уланган занжирни синусоидал кучланиш $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$ манбаига улашда (8.9-расм) ҳосил бўлган ўткинчи кучланиш ва токларнинг ўзгариш қонунларини аниқлаш керак, деб фараз қилайлик. Ўткинчи кучланиш $u_c=u_{c.тур}+u_{c.эрк}$ иккита ташкил этувчидан иборат бўлиб, улардан биринчиси занжирдаги турғунлашган ток $i_{тур}$ га боғлиқ, иккинчиси эса $u_{c.эрк} = Ae^{t}$ га тенг. Занжирдаги турғунлашган ток $i_{тур} = \frac{U_m}{z}\sin(\omega t + \psi_u \quad \varphi)$ бўлади; бунда: $\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$ занжирнинг тўла қаршилиги; $\operatorname{arctg}\left(-\frac{1}{R\,\omega C}\right)$ ўткинчи жараён тугагандан кейин занжирдаги кучланиш билан ток орасидаги силжиш бурчаги.

Сиғимдаги турғунлашган кучланиш:

$$u_{c.тур} = \frac{U_m}{z\ \omega C}\sin\left(\omega t + \psi \quad - \varphi - \frac{\pi}{2}\right),$$

чунки у токдан $\pi/2$ бурчакка орқада қолаяпти. Шундай қилиб, ўткинчи кучланиш вақт жиҳатидан қуйидаги қонун бўйича ўзгаради:

$$u_c = \frac{U_m}{z\ \omega C}\sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi \quad \frac{\pi}{2}\right) + Ae$$

Интеграллаш доимийси А ни аниқлаш учун 8.6 да келтирилган бошланғич шартлардан фойдаланамиз:

$$u_c(0) = -\frac{U_m}{\omega C}\sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) + A = 0.$$

ёки

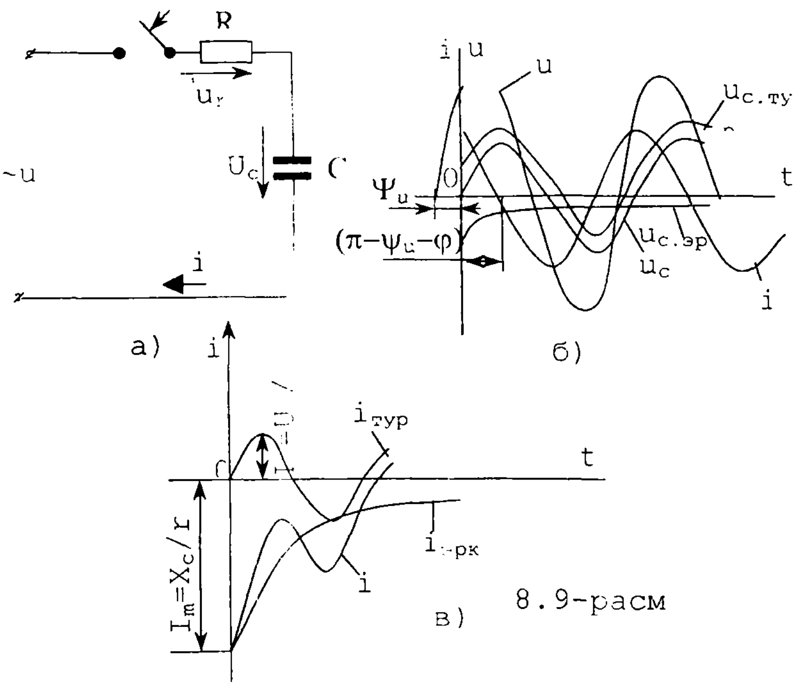
$$A = -\frac{U_m}{\omega C}\sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Кучланиш u_c учун қуйидаги ифодага эгамиз:

$$u_C(t) = \frac{U_m}{z\ \omega C}\sin\left(\omega t + \psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) - \frac{U_m}{z\ \omega C}\sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (8.17)$$

Бундан ўткинчи ток $i = C\dfrac{du_c}{dt}$ ни топамиз:

$$i = \frac{U}{z}\sin(\omega t + \psi_u - \varphi) + \frac{U}{z}\ \frac{1}{R\omega C}\sin\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)\cdot e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (8.18)$$



8.9-расм

8.9-б расмда кўрсатилган ўткинчи микдорларнинг эгри чизиқларидан сиғимдаги ўткинчи кучланиш u_c ўткинчи жараён давомида ўзининг оний қиймати бўйича (худди r, L занжирда кузатилаётгандек) турғунлашган режимда ушбу кучланиш амплитудасидан анча ортиши мумкин; аммо назарий жиҳатдан иккиланган амплитуда қийматидан камлигича қолади. Аммо бу кучланишнинг ўзгариш қонуни (8.17) формулага кўра, берилган кучланишнинг бошланғич фазаси қилиб $\psi_u = \varphi + \frac{\pi}{2}$ танланса, нисбий ўта кучланиш умуман пайдо бўлмаслиги мумкин. Бу ҳолда эркин тебранишлар тамомила бўлмайди; чунки $u_{c.эрк}=0$ сиғимдаги турғунлашган режим коммутациядан сўнг бирданига содир бўлади. Бинобарин, ўткинчи ток i нинг пайдо бўлиши ва унинг характери эркин ташкил этувчисининг ўзгариш қонуни билан боғлиқ. (8.18) тенгламага биноан, бу эркин ташкил этувчининг максимал қиймати

$$i_{эрг} = \frac{U_m}{} \frac{1/\omega C}{R} \cdot \sin\left(\psi - \varphi - \frac{\pi}{2}\right) e$$

синуснинг аргументи фақат $\left(\psi_u - \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$ га боғлиқ бўлмай $\frac{1/\omega C}{R}$ ёки X_C/R нисбатларга хам боғлик. Борди-ю, $\psi - \varphi = 0$ бўлса, t=0 коммутация пайтида ўткинчи ток

$$i(0) = -\frac{U_m}{z}\frac{X_c}{R}$$

яъни турғунлашган ток U_m/Z нинг амплитуда микдоридан X_c/R марта ортиқ (8.9-в расм). Бу эса сигими ўзгармас ва ўзгарувчан кучланиш манбаига улашдаги фаркдан иборат. X_c/R катталик тегишли мухандислик ҳисобларида эътиборга олинади. Ток тебранишининг энг катта амплитудаси ҳар қандай шароитда ҳам $I_m=U_m/R$ кийматдан ортиб кетмайди.

8.8. Зарядланган конденсаторни резисторга улаш

Фараз қилайлик, бошланғич (қолдиқ) кучланиш U_0 га эга бўлган конденсатор C қаршилиги R га тенг резисторга улансин ўртасида хеч қандай фарқ бўлмайди. Ўзгарувчан миқдор эркин ўткинчи ток i бўлса, занжирнинг дифференциал тенгламаси $\frac{d^2 i}{dt} + R/L \frac{di}{dt} + \frac{i}{LC} = 0$ куринишда ёзилади:

$2\delta = R/L$ ва $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ белгилашларни киритиб, (8.21) га мос тавсифий тенглама тузамиз.

$$\alpha^2 + 2\delta\alpha + \omega_0^2 = 0, \qquad (8.22)$$

унинг илдизлари $\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ ва $\alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ бўлади.

Демак, ўткинчи ток: $i = A_1 e^{\alpha_1 t} + A_2 e^{\alpha_2 t}$ Коммутация пайтида индуктивлик L токнинг сакраб ўзгаришига йўл қўймаслиги сабабли i(0)=0 ёки $A_1 + A_2 = 0$ ёки $A_1 = -A_2 = A$. Коммутациянинг иккинчи қонунига биноан, худди шу вақтда $u_c(0) = U_0 \neq 0$ бўлади. Кирхгофнинг иккинчи қонунига кура $u_R + u_L + u_C = 0$. Демак, t=0 вақт учун $\left[Ri + L\frac{di}{dt} + u_c\right]_{t=0} = 0$

яъни $\left[L\frac{di}{dt}\right]_{t=0} = -u_c(0) = -U_0$ ЛгЏ $LA\left[\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}\right]_{t=0} = -U_0$

Бундан $A = -U_0 : L(\alpha_1 - \alpha_2)$ бўлиб, ўткинчи ток:

$$i = -\frac{U_0}{L}\frac{e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2} \qquad (8.23)$$

Индуктив ғалтакдаги ўткинчи кучланиш:

$$u_L = L\frac{di}{dt} = -U_0 \frac{\alpha_1 e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}}{\alpha_1 - \alpha_2}. \qquad (8.24)$$

Сиғимдаги ўткинчи кучланишни занжирнинг электрик мувозанат тенгламаси $Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt = 0$ дан аниклаймиз.

Шунга кўра:

$$u_C = -Ri - L\frac{di}{dt} = \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2}\left[\frac{R}{L}\left(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}\right) + \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - e^{\ t}\right] =$$

$$= \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2}\left[(-\alpha_1 - \alpha_2)\left(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}\right) + \alpha_{\alpha_1} e^{\alpha_1 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}\right] =$$

$$= -\frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2}\left(\alpha_2 e^{\alpha_2 t} - \alpha_{\alpha_1} e^{\alpha_1 t}\right) = \frac{U_0\left(\alpha_{\alpha 1} e^{\alpha_2 t} - \alpha_2 e^{\alpha_1 t}\right)}{\alpha_1 - \alpha_2}, \qquad (8.25)$$

чунки $\qquad R\ L = -(\alpha_1 + \alpha_2) = 2\delta$..

Энди (8.23) (8.25) ифодалар орқали тасвирланган $i(t), u_L(t)$ ва $u_c(t)$ эгри чизиқлар кўринишнинг (8.22) тавсифий тенглама илдизлари билан боғлиқлигини кўриб чиқамиз.

Бошқача айтганда, занжирдаги ўткинчи жараён тамомила R, L ва C параметрларнинг миқдорлари нисбати билан аниқланади. Бу нисбатнинг учта вариантини кўриб чиқамиз;

1) α_1 ва α_2 илдизлар ҳақиқий ва турлича, яъни $\delta^2 - \omega_0^2 > 0$;

2) α_1 ва α_2 илдизлар ҳақиқий ва тенг, яъни $\delta^2 - \omega_0^2 = 0$;

3) $\delta^2 - \omega_0^2 < 0$; бўлганда $\alpha_1 = -\delta + j\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ ва $\alpha_2 = -\delta - j\sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ илдизлар қўшма (боғлиқ) комплекслардан иборат.

Дастлабки икки вариантда конденсаторнинг зарядсизланиши нодаврий равишда ўтса, учинчи вариантда бу жараён даврий (ёки тебранма) бўлади.

А. Конденсаторнинг нодаврий (апериоидик) зарядсизланиши

Энди ўткинчи жараённи $\delta > \omega_0$, ёки $\frac{R}{2L} > \frac{1}{\sqrt{LC}}$ ёхуд $R > 2\sqrt{L/C}$ ёки $R > R_{кр}$ ҳоллар учун текширамиз (бунда $R_{кр} = 2\sqrt{L/C}$ конденстаорнинг нодаврий тарзда зарядсизланишини сақлаб қоладиган чегаравий қаршилик). Шундай қилиб, ҳақиқий ва турлича илдизларга эга бўламиз:

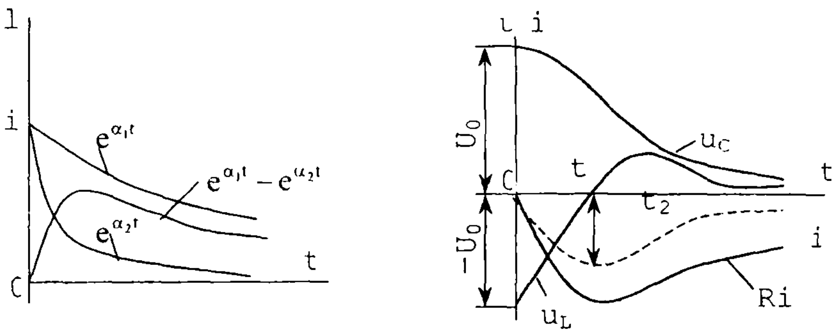
$\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ ва $\alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$ шу билан бирга, $\alpha_1 < 0, \alpha_2 < 0'$ ва $|\alpha_2| > |\alpha_1|$.. Бу ўз навбатида (8.23) ифодага кирувчи $(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t})$ айирманинг сўниш коэффициентларидан кескин фарқ қилувчи иккита экспонентанинг айирмасини ифодалайди (8.12-а расм).

Аммо $(\alpha_1 - \alpha_2) > 0$; $U_0 > 0$ ва $L > 0$ бўлгани учун ток i нинг (8.23) ифодадаги ишораси исталган вақт учун манфийлигича қолади.

Шунинг учун i(t) эгри чизиқ (пунктир чизиқ) ёки, бошқачароқ масштабда чизилган Ri(t) эгри чизиқлар, вақт ўқи t остида жойлашган бўлиши керак (8.12-б расм). Сиғимдаги ўткинчи кучланиш токдан фарқли ўларок, миқдор жиҳатидан ҳамма вақт мусбат бўлиб, максимумга эга бўлмай, нолгача бир хилда камая боради. Кучланиш u_c нинг мусбатлиги ва ўткинчи ток i нинг манфийлиги занжирдаги конденсаторнинг зарядсизланишини билдиради.

Бундай бир томонлама зарядсизланиш "нодаврий зарядсизланиш" дейилади. Ғалтак қисмаларидаги кучланиш u_L нинг (u_c ва i лардан фарқли равишда) вақт бўйича ўзгариши бирмунча бошқачарок. Ўткинчи кучланиш $u_L(0) = -U_0$ қийматдан бошлаб, нолгача кескин камаяди $[u_L(t_1)=0]$, сўнгра қандайдир маълум максимумга эришиб, яна нолгача монотон камайиб боради (8.12-б расм). Функция $u_L(t)$ нинг экстремал қийматларига мос t_1 ва t_2 вақтлар қуйидаги шартлардан аниқланади:

1). $u_L(t_1) = 0$ ёки $\alpha_1 e^{\alpha_1 t_1} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t_1} = 0$, ёки $e^{(\alpha_1-\alpha_2)t_1} = \dfrac{\alpha_2}{\alpha_1}$,



8.12-расм

бундан $t_1 = [\ln(\alpha_2/\alpha_1)] : (\alpha_1 - \alpha_2)$;

2) $u_L(t)_{[t=t_2]} = 0$, ёки $\alpha_1^2 e^{\alpha_1 t_2} - \alpha_2^2 e^{\alpha_2 t_2} = 0$, ёки $e^{(\alpha_1-\alpha_2)t_2} = \left(\dfrac{\alpha_2}{\alpha_1}\right)^2$

бундан $t_2 = 2t_1 \quad \dfrac{2\ln \alpha_2/\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}$.

Демак $u_L = L\,di/dt$ бўлгани туфайли $u_L(t_1)=0$ да $t=t_1$ бўлади ва токнинг максимум бўлган пайтига мос келади. Умуман, текширилаётган занжирдаги эркин жараён вақтини иккита ўзига хос даврга ажратиш мумкин:

а) $0 < t < t_1$, бўлганда, ток i мутлоқ қиймати жиҳатидан ўзининг максимумигача ортади; кучланиш u_c эса $U_R=Ri$ ва $u_L = L\,{}^{di}/_{dt}$ кучланишнинг тушуви билан мувозанатлашади (конденсаторнинг электр энергияси актив қаршилик R да иссиқлик энергиясига айланиб, бир қисми ғалтакда магнит энергияси тарзида тўпланади).

б) $t_1 < t < \infty$ бўлганда, ток i нолгача монотон камайиб бориб, кучланишлар u_c ва u_L эса кучланиш тушуви $u_R=Ri$ билан мувозанатлашади (конденсатордаги қолдиқ электр энергияси каби, ғалтакда қисман тўпланган магнит майдон энергияси резистор R да иссиқлик энергиясига айланади).

Б. Н о д а в р и й з а р я д с и з л а н и ш н и н г ч е г а р а в и й ҳ о л а т и.

Юқорида кўрсатилганидек, $R = R_{гр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ бўлганда ҳам нодаврий зарядсизланиш рўй беради. Ана шунда физик жараён ўзгармаса ҳам, аммо илдизлар $\alpha_1 = \alpha_2 = -\delta[\delta = \omega_0]$ нинг нисбатлари миқдори бирмунча бошқача бўлишини кўрсатиб ўтамиз. Ҳолбуки, ўткинчи миқдорлар учун олинган (8.23), (8.24) ва (8.25) ифодаларнинг суръат ва махражлари нолга тенг бўлганида ноаниқликка олиб келади. Лопитал қоидасидан фойдаланиб, бу ноаниқликларни ечамиз. Унда (8.23) ни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$i = -\frac{U_0}{L}\lim_{(\alpha_1 \to \alpha_2)}\frac{\frac{d}{d\alpha_1}\left(e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}\right)}{\frac{d}{d\alpha}(\alpha_1 - \alpha_2)} = -\frac{U_0}{L}te^{-\delta t}$$

яъни α_1 ни ўзгарувчи ҳисоблаб, уни $\alpha_2 = -\delta$ га интилувчи деб фараз қиламиз. (8.26) ифода бўйича u_L ва u_c ни аниқлаймиз:

$$u = L\frac{di}{dt} = -U_0\left(e^{-\delta t} - \delta t e^{-\delta t}\right) = -U_0(1 - \delta t)e^{-\delta t} \qquad (8.27)$$

$$u = -Ri - u_L = \frac{R}{L}U_0 e \quad + U_0(1 - \delta t)e^{-\delta t} = \qquad (8.28)$$
$$= U_0 e^{\delta t}(2\delta t - \delta t + 1) = U_0(1 + \delta)e^{-\delta t}$$

Конденсаторнинг зарядсизланиш характери нодаврий бўлиб, i, u_L ва u_c ларнинг вақт бўйича ўзгариш қонуни 8-

12- расмда кўрсатилган эгри чизиқларга ўхшаш бўлади. Бунда олдинги ҳолдан фарқли, $t_1 = 1/\delta,\ t_2 = 2/\delta$ бўлади.

В. Конденсаторнинг даврий (тебранма) зарядсизланиши.

(8-21)-тенгламанинг илдизлари қўшма комплекс бўлганда $\delta < \omega_0$ ёки $r < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ ҳоллар учун конденсаторнинг зарядсизланиш характерини текширамиз. Демак:

$$\alpha_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta + j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta + j\omega' = \omega_0 e^{j\theta}$$

$$\alpha_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2} = -\delta - j\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = -\delta - j\omega' = \omega_0 e^{-j\theta}$$ бунда:

$\theta = \operatorname{arctg}\left(-\frac{\omega'}{\delta}\right)$. Бурчак $90° < \theta < 180°$, чунки $\sin\theta = \omega'/\omega_0 > 0, \cos\theta = -\delta/\omega_0 < 0.$

Буларни (8.23) ифодага қўйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$i = \frac{U_0}{L}\frac{e^{-\delta t}e^{j\omega t} - e^{-\delta t}e^{-j\omega t}}{(-\delta + j\omega') - (-\delta - j\omega')} = \frac{U_0}{\omega' L}\frac{\left(e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}\right)}{2j}\cdot e^{-\delta t} =$$
$$= \frac{-U_0}{\omega' L}e^{-\delta t}\cdot \sin\omega' t = -I_0 e^{-\delta t}\cdot \sin\omega' t \qquad (8.29)$$

(8.29) ни ҳисобга олган ҳолда, индуктивликдаги ўткинчи кучланиш

$$u_L = L\frac{di}{dt} = \frac{U_0}{\omega'}\left[e^{-\delta t}\cdot\omega' t - \delta\ e^{-\delta t}\sin\omega' t\right] = \frac{U_0\omega_0}{\omega'}e -$$
$$-\delta t\left[-\frac{\delta}{\omega_0}\sin\omega' t + \frac{\omega'}{\omega_0}\cos\omega' t\right] = -\frac{U_0\omega_0}{\omega'}e^{-\delta t}\left[\sin\omega' t\cdot\cos - \cos\omega' t\cdot\sin\right] =$$
$$= -U_0\frac{\omega_0}{\omega'}\cdot e^{\ \delta t}\ \sin(\omega' t + 0) \qquad (8.30)$$

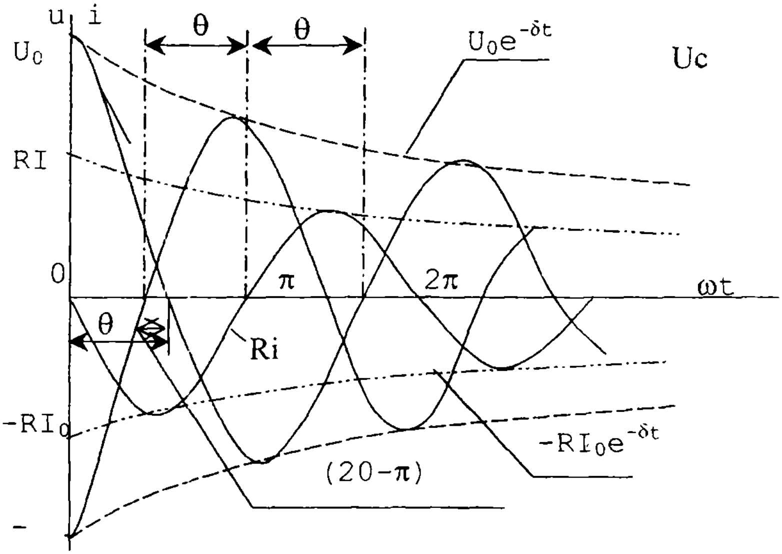
бўлади. Сиғимдаги ўткинчи кучланиш $u_c = \frac{U_0}{\alpha_1 - \alpha_2}\left(\alpha_1 e^{\alpha_2 t} - \alpha_2 e^{\alpha_2 t}\right)$ бўлгани учун

$$-\frac{U_0}{\omega'}\frac{R}{L}e^{-\delta t}\sin\omega' t + U_0\frac{\omega_0}{\omega'}e^{-\delta t}\left(-\frac{\delta}{\omega_0}\sin\omega' t + \omega'\cos\omega' t\right) = \frac{U_0}{\omega'}\omega_0 e^{-\delta t}$$

$$\cdot\left(-\frac{2\delta}{\omega_0}\sin\omega' t - \frac{\delta}{\omega_0}\sin\omega' t + \frac{\omega'}{\omega_0}\cos\omega' t\right) = -U_0\frac{\omega_0}{\omega'}e^{-\delta t}\left(-\frac{\delta}{\omega_0}\sin\omega' t - \frac{\omega'}{\omega_0}\cos\omega' t\right) =$$

$$= -U_0\frac{\omega_0}{\omega'}e^{-\delta t}(\sin\omega' t\cdot\cos\theta - \cos\omega' t\ \sin\theta) = --U_0\frac{\omega_0}{\omega'}e^{-\delta t}\sin(\omega' t-\theta) \quad (8.31)$$

Графикда (8.13-расм) бу ўткинчи микдорлар тебраниш дав-



8.13-расм

ри $T' = \frac{2\pi}{\omega'}$ бўлиб, амплитудалари вақт ўтиши билан $e^{-\delta t}$ қонун бўйича камаювчи синусоидаларни ифодалайди. Бунда Ri, u_L ва u_C оний қиймат-ларнинг исталган вақтдаги йиғиндиси нолга тенг. 8.13-расмдаги эгри чизиклардан кўринадики, ток i билан реактив элементлардаги кучланиш u_L ва u_C орасидаги фазавий силжиш турғунлашган ҳолатдагидек 90^o га тенг бўлмай, $\theta > 90$ бўлади. Бунинг сабаби шуки, ўткинчи кучланиш u ва ток i амплитудаларининг кўпайтма коэффициенти $e^{-\delta t}$ бўлади. Шу туфайли ҳақиқий амплитудалари вақт бўйича синусоида ярим тўлқини асосининг ўртасидан чапга силжиган бўлади. Шунга қарамасдан, ток максимал бўлган пайтларда кучланиш u_L нолдан ўтади, кучланиш u_C нинг максимуми эса вақт бўйича ток i нинг нолга тенг бўлган пайтларига мос келади. Бунинг сабаби вақтнинг исталган пайтда $u_L = L\frac{di}{dt}$ ва $i = C\frac{du_c}{dt}$ бўлади. Шундай қилиб, конденсаторнинг аввалдаги зарядсизланишидан ($R > R_{кр}$ да) фарқли ўлароқ, ўткинчи ток i вақт ўтиши билан ўзининг оний миқдорини ҳам, йўналишини ҳам такрор ўзгартиради. Токнинг сиғими орқали мусбат йўналиши конденсаторнинг зарядсизланишини билдирса ўткинчи жараён ғалтак магнит майдони энергиясининг даврий равишда конденсаторнинг электрмайдони энергиясига ўтиши билан кузатиладива аксинча. Токнинг иккала йўналишидаги даврий тебранишда учрайдиган қаршилик R нинг миқдори қанчалик кичик бўлса, конденсатор бир цикл тебранишда шунчалик кам энергия йўқотади, ўткинчи жараён шунчалик узоқ давом этади. Конденсаторнинг бундай зарядсизланиш жараёни даврий ёки тебранма ўткинчи ҳаракати дейилади. Тебранма ўткинчи жараённинг сўниш даражасини ўткинчи миқдорнинг ўзаро бир давр $T = 2\pi:\omega'$ масофада жойлашган иккита қушни максимумларнинг нисбати билан аниқлаш мумкин. Бу нисбат тебраниш декременти деб аталади ва у $\frac{U_0 e^{-\delta t}}{U_0 e^{-\delta(t+T')}} = e^{\delta T'} = \Delta$ бўлади.

Кўпинча тебранишнинг логарифмик декременти

$$\ln\Delta = \ln e^{\delta T'} = \delta T$$

дан фойдаланилади, $T \approx T_0$ да $\ln\Delta = \pi d$ бўлади.

Бунда $d = R\sqrt{\frac{L}{C}}$ контурнинг сўниш коэффициенти.

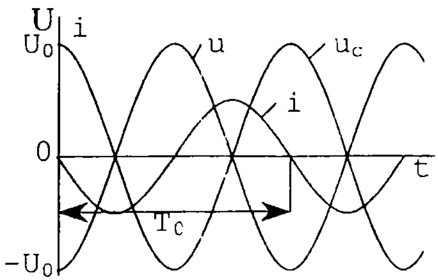
Демак, эркин тебранишларнинг сўниш тезлиги сиғимдаги бошланғич кучланиш $u_c(0)$ билан аниқланмасдан, занжирнинг параметрлари R. L ва C билан аникланади. Агар R=0 бўлса, эркин тебранишлар чексиз узоқ давом этади. Ҳақиқатан R=0 бўлганда $\delta=0$; $\alpha_{1,2}=\pm j\omega_0$; $\omega'=\omega_0$ $\theta=90^0$ га эгамиз. Демак, ўткинчи ток

$$i=-\frac{U_0}{\omega_0 L}\sin\omega_0 t=-I_m\sin\omega_0 t$$

бўлади, индуктивлик ва сиғимдаги кучланишлар мос равишда

$$u_L=-U_0\sin\left(\omega_0 t+\frac{\pi}{2}\right),$$

$$u_c=-U_0\sin\left(\omega_0 t-\frac{\pi}{2}\right)$$



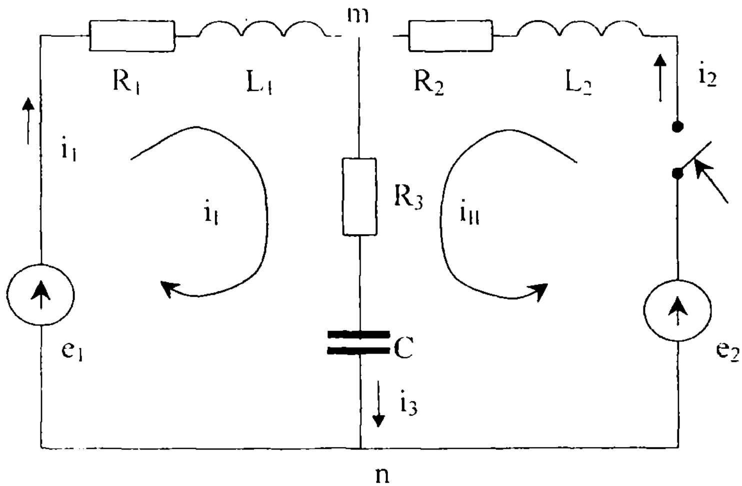
8.14-расм

Занжирда бўладиган барча сўнмас тебранишларнинг бурчак частотаси $\omega_0=1/\sqrt{LC}$ ва даври $T_0=2\pi\sqrt{LC}$ бўлган сўнмас (синусоидал) тебранишлардир (8.14-расм).

8.10. Мураккаб занжирлардаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш

8.15-расмда э.ю.к. e_1 манбага эга бир контурли занжирга t=0 вақтда R_2, L_2 тармоқ орқали иккинчи ўзгарувчан э.ю.к. манбаи $e_2=E_{2m}\sin(\omega t+\psi_2)$ уланадиган мураккаб ҳолат кўрсатилган. Занжирнинг параметрлари, шунингдек, э.ю.к. $e_1=E_{1m}\sin(\omega t+\psi_1)$ нинг миқдори берилган бўлиб, коммутация натижасида занжирда пайдо бўлган ўткинчи ток ва кучланишларни топиш талаб этилади.

Қўйилган масалани контур токлари i_I ва i_{II} (токларнинг йўналиши ёйсимон чизиқлар билан кўрсатилган) усули билан ечамиз. Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, занжирнинг электр мувозанати тенгламаси қуйидагича бўлади:



8.15-расм

$$(R_1 + R_3) i_I + L\frac{di_I}{dt} + \frac{1}{C_3}\int i_I dt + R_3 i_{II} + \frac{1}{C_3}\int i_{II} dt = e_1 \qquad (8.32)$$

$$R_3 i_I + \frac{1}{C_3}\int i_I dt + (R_2 + R_3) i_{II} + L\frac{di_{II}}{dt} + L_2\frac{1}{C_3}\int i_{II} dt = e_2 \qquad (8.33)$$

Модомики, (8.32) ва (8.33) дифференциал тенг-ламалар чизиқли экан, дифференциаллаш операцияси d/dt ни р символи билан, интеграллаш операцияси $\int dt$ ни эса 1/р символи билан алмаштириб, олинган тенгламалар системасини қайта ёзамиз:

$$\left(R_1 + R_3 + pL_1 + \frac{1}{pC_3}\right) i_I + \left(R_3 + \frac{1}{pC_3}\right) i_{II} = e_1$$

$$\left(R + \frac{1}{pC}\right) i_I + \left(R_2 + R + pL_1 + \frac{1}{pC}\right) i_{II} \qquad (8.34)$$

(8.34) системанинг биринчи тенгламасидан олинган токнинг қиймати $i_{II} = \frac{1}{R}\,\frac{1}{1\,pC_3}\left[e_1 - \left(R_1 + R_3 pL_1 + \frac{1}{pC_3}\right) i_I\right]$ ни иккинчи тенгламага қўйиб қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\left(R_3 + \frac{1}{pC_3}\right)^2 i_I - \left(R_1 + R_3 + pL_1 + \frac{1}{pC_3}\right)\left(R_1 + R_3 + pL_2 + \frac{1}{pC_3}\right) i_I = \qquad (8.35)$$

$$= \left(R_3 + \frac{1}{pC_3}\right) e_2 - \left(R_2 + R_3 + pL_2 + \frac{1}{pC_3}\right) e_1$$

(8.35) тенгламанинг иккала қисмини p га кўпайтириб, мураккаб бўлмаган ўзгаришлардан сўнг қуйидагига эга бўламиз:

$$L_1L_2p^3i + [(R_2+R_3)L_1 + (R_1+R_3)L_2]p^2i_1 + \left(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + \frac{L_1}{C_3}\right)pi_1 +$$

$$+\frac{R_1 - R_3 + 2R_2}{C_3}i_1 = p^2L_2e_1 + (R_2+R_3)pe_1 + \frac{1}{C_3}e_1 - R_3pe_2 - \frac{1}{C_3}e_2$$

ёки

$$a_3\frac{d^3i_1}{dt^3} + a_2\frac{d^2i_1}{dt^2} + a_1\frac{di_1}{dt} + a_0i_1 = b_2\frac{d^2e_1}{dt} + b_1\frac{de_1}{dt} + b_0e_1 - c_1\frac{de_2}{dt} - c_0e_2, \quad (8.36)$$

бу ерда:

$$a_0 = \frac{R_1 - R_3 + 2R_2}{C_3}; a_1 = \left(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3 + \frac{L_1}{C_3}\right);$$

$$a_2 = (R_2+R_3)L_1 + (R_1+R_3)L_2; a_3 = L_1L_2; b_0 = \frac{1}{C_3}; b_1 = (R_2+R_3),$$

$$b_2 = L_2; c_0 = \frac{1}{C_3}; c_1 = R_3; p^3i_1 = \frac{d^3i_1}{dt^3}; p^2i_1 = \frac{d^2i_1}{dt}; pi_1 = \frac{di_1}{dt}$$

Шундай қилиб, (8.36) тенглама биринчи контур токи i_1 га нисбатан 3-тартибли дифференциал тенгламадир. Бу токнинг коммутациядан кейинги турғунлашган қиймати $i_{l\ -p} = I_{1m}\sin(\omega t + \psi_{i1})$ (8.36) тенгламанинг хусусий ечими бўлиб, унинг амплитудаси I_{1m} ни ва бошланғич фазаси ψ_i ни топамиз. Ўткинчи ток i_1 нинг эркин ташкил этувчилари (8.36) тенгламанинг ўнг қисмисиз ечиш йўли билан топилади. Бунинг учун аввал унинг тавсифий тенгламасини тузамиз:

$$a_3\alpha^3 + a_2\alpha^2 + a_1\alpha + a_0 = 0. \quad (8.37)$$

Ўткинчи ток $i_1 = i_{1тур} + i_{1эрк}$ эканлигини билгач, қуйидагига эга бўламиз:

$$i_l = I_{1m}\sin(\omega t + \psi_{i1}) + A_1e^{\alpha_1 t} + A_2e^{\alpha_2 t} + A_3e^{\alpha_3 t} \quad (8.38)$$

Интеграллаш доимийларини аниқлаш учун қуйидаги шартлардан фойдаланамиз:

$$1) i_1(-0) = i_1(+0);\ 2) i_{11}(-0) = 0;\ 3) u_{c3}(0) = u_{стур}(-0).$$

Биринчи шартга кўра, коммутацияга қадар турғунлашган токнинг қиймати маълум бўлиши лозим:

$$i_{1тур}(-0)=\frac{E_{1m}}{Z_{11}}\sin(\omega t+\psi_1-\varphi_1)=\frac{E_{1m}\sin(\omega t+\psi_1-\varphi_1)}{\sqrt{(R_1+R_3)^2+\left(\omega L_1-\frac{1}{\omega C_3}\right)^2}}=$$

$$=I_{1m}^{(1)}\sin(\omega t+\psi_1-\varphi_1),$$

бу ерда:

$$\varphi_1=\operatorname{arctg}\frac{\omega L_1-\frac{1}{\omega C_3}}{R_1+R_3},\quad I_{1m}^{(1)}=\frac{E_{1m}}{Z_{11}}$$

Шундай қилиб, (8.38) га биноан, биринчи шартга кўра t=0 да:

$$i_1(0)=I_{1m}\sin\psi_{i1}+A_1+A_2+A_3=I_{1m}^{(1)}\sin(\psi_1-\varphi_1)\quad(8.39)$$

$$A_1+A_2+A_3=I_{1m}^{(1)}\sin(\psi_1-\varphi_1)-I_{1m}\sin\psi_{i1}$$

Иккинчи контурнинг турғунлашган токи қиймати (коммутациядан кейингиси)

$$i_{II\,тур}=I_{2m}\sin(\omega t+\psi_{i2})$$

маълум деб, $i_{II}\left(R_3+\frac{1}{pC_3}\right)=e_1-\left(R_1+R_3pL_1\frac{1}{pC_3}\right)i_1$ тенгламадан унинг амплитудавий қиймати I_{2m} ни ва бошланғич фазаси ψ_{i2} ни топамиз. Ана шу муносабатдан иккинчи контурнинг эркин токини аниқлаймиз:

$$i_{II\,эрк}=A_1'e^{\alpha_1 t}+A_2'e^{\alpha_2 t}+A_3'e^{\alpha_3 t}=k_1A_1e^{\alpha_1 t}+k_2A_2e^{\alpha_2 t}+k_3A_3e^{\alpha_3 t}$$

бунда

$$k_1=-\frac{R_1+R_3+\alpha_1L_1+\frac{1}{\alpha_1C_3}}{R_3+\frac{1}{\alpha_1C_3}};\quad k_2=-\frac{R_1+R_3+\alpha_2L_1+\frac{1}{\alpha_2C_3}}{R_3+\frac{1}{\alpha_2C_3}};$$

$$k_3=-\frac{R_1+R_3+\alpha_3L_1+\frac{1}{\alpha_3C_3}}{R_3+\frac{1}{\alpha_3C_3}}$$

Шу туфайли, иккинчи бошланғич шарт қуйидагини билдиради: $i_{II}(0)=I_{2m}\sin\psi_{i2}+k_1A_1+k_2A_2+k_3A_3=0$

C_3 сиғимли тармоқдаги турғунлашган (коммутациядан кейинги) ток

$$i_3=i_{I\,т-р}+i_{II\,т-р}=I_{1m}\sin(\omega t+\psi_{i1})+I_{2m}\sin(\omega t+\psi_{i2})=I_{3m}\sin(\omega t+\psi_{i3})$$

Демак, сиғимдаги турғунлашган кучланиш:

$$u_{c\,т-р}=\frac{I_{3m}}{\omega C_3}\sin\left(\omega t+\psi_{i3}-\frac{\pi}{2}\right),$$

сиғимдаги эркин кучланиш эса:

$$u_{c.эрк}=\frac{1}{C_3}\int i_{3.эрк}dt=\frac{1}{C_3}\int i_{I.эрк}dt+\frac{1}{C_3}\int i_{II.эрк}dt=$$

$$=\frac{A_1}{\alpha_1C_3}(1+k_1)e^{\alpha_1t}+\frac{A_2}{\alpha_2C_3}(1+k_2)e^{\alpha_2t}+\frac{A_3}{\alpha_3C_3}(1+k_3)e^{\alpha_3t}$$

(коммутацияга қадар) турғунлашган кучланиш қиймати:

$$u_{c\,т-р}=\frac{I_{1m}}{\omega C_3}\sin\left(\omega t+\psi_1-\varphi_1-\frac{\pi}{2}\right),$$

Шу сабабли учинчи бошланғич шарт қуйидагини билдиради:

$$u_c(0)=\frac{I_{3m}}{\omega C_3}\sin\left(\psi_{i3}-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{k_1+1}{\alpha_1C_3}A_1+\frac{k_2+1}{\alpha_2C_3}A_2+\frac{k_3+1}{\alpha_3C_3}A_3=$$
$$=\frac{I_{1m}}{\omega C_3}\sin\left(\psi_{i3}-\varphi_1-\frac{\pi}{2}\right). \qquad (8.39),$$

(8.40) ва (8.41) тенгламаларни биргаликда ечиш интеграллаш доимийси A_1, A_2 ва A_3 ларни ва шу билан бирга, барча эркин ўткинчи ток ва кучланишларни аниқлаш имконини беради.

8.11. Ихтиёрий шаклдаги кучланиш таъсир этган занжирдаги ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш (Дюамел интеграли)

Пассив занжирлар ўзгармас (ёки синусоидал) кучланишга уланганда бўладиган ўткинчи жараёнларни ҳисоблаш нисбатан оддий, чунки коммутациядан кейин турғунлашган шунингдек, эркин ток ва кучланишлар оддий ҳамда яхши ўрганилган қонунлар бўйича ўзгаради. Лекин манбанинг кучланиши вақт жиҳатидан ихтиёрий қонунга кўра ўзгарса (8.16- расмда кўрсатилганидек), масала бирмунча мураккаблашади. Аммо ана шу кучланишга уланадиган пассив занжирнинг структураси маълум бўлса, у ҳолда бу масалани қуйидагича ҳал қилиш мумкин. Масалан, шу занжир t=0 вақтда қандайдир ўзгармас кучланиш u_0 га уланган, деб фараз қилайлик. Занжир истеъмол қиладиган ўткинчи ток шу кучланишнинг ўткинчи ўтказувчанлик деб аталадиган Y(t)га кўпайтмасини ифодаловчи қандайдир вақт функцияси бўлсин:

$$i(t) = Y(t) \quad U$$

Функция Y(t) фақат занжирнинг структурасига боғлиқ бўлиб, берилган кучланиш U_0 нинг миқдорига боғлиқ эмас. Масалан, пассив икки қутблилик кетма-кет уланган R ва L элементлардан иборат бўлса,

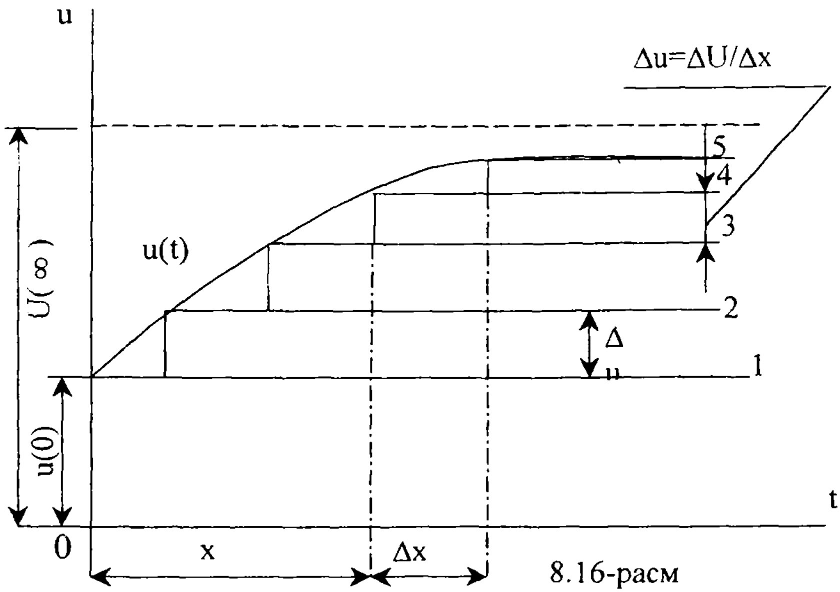
$$i(t) = U_0 \quad Y(t) = \frac{U_0}{R}\left(1 - e \quad \right)$$

ва ток i(t) нинг ўзгариш қонуни ушбу занжир ўткинчи ўтказувчанлигининг ўзгариш қонуни $Y(t) = 1/R\left(1 - e^{\frac{R}{L}t}\right)$ да акс эттирилган бўлади. Кучланиш U_0 ни ягона (яъни 1 В га тенг бўлган) импульс билан алмаштирсак,

$$i(t) = 1 \quad Y(t) = Y(t)$$

га эга бўламиз. Y(t) исталган пайтда ўткинчи ток i(t) нинг оний қийматини сон жиҳатдан аниқлайди.

Худди ана шу хусусият берилган кучланишнинг узлуксиз функцияси u(t) ни (8.16-расм) вақтнинг маълум ΔX оралиғидан сўнг икки қутбликка бериладиган поғонали функциянинг элементар импульси Δu га сакрашли тўғри бурчаклар билан алмаштиришга имкон беради. Бошлангич шартларни нолли бўлганда, шахобчалардаги барча ток ва кучланишларни нолга тенглаштириб, занжирнинг юқоридаги Δu импульсга уланишидаги ўткинчи жараённи вақт жиҳатидан бир неча бурчакларга ёямиз. Кучланиш u(0) нинг биринчи сакраши ўткинчи ток i(t) нинг u (0)Y(t) га тенг биринчи ташкил этувчисини беради. Оралиқ ΔX вақтдан сўнг Δu га сакраш бўлиб ўткинчи токни Δu*Y(t Δx) ташкил этувчи билан тўлдиради. Оралиқ x вақтдан сўнг ўткинчи ток $Y(t \quad \frac{\Delta u}{\Delta x}$ ни ҳосил



8.16-расм

қилувчи навбатдаги сакраш пайдо бўлади ва ҳ.к. (бу жараён $t \to \infty$ да ҳам давом этади). Кучланиш u(t) нинг занжирга натижавий таъсири қуйидаги ўткинчи ток билан ифодаланади:

$$i(t) \cong u(0) \cdot Y(t) + \sum_{x=0}^{x=t} Y(t-x) \frac{\Delta u}{\Delta x} \cdot \Delta x \qquad (8.42)$$

Орттирма Δu ва Δx қанчалик кичик бўлса, (8.42)-ифода ўткинчи жараённинг ҳақиқий манзарасини шунчалик аниқ ифода этади.

Δx → 0 бўлса, $$u'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} = \left(\frac{du}{dx}\right)$$

бўлади. Энди (8.42) ифоданинг ўрнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$$i(t) = u(0) \cdot Y(t) + \int_0^t Y(t-x) \cdot u'(x) dx \qquad (8.43)$$

Олинган ифода "Дюамел формуласи ёки интеграли" деб аталади ва занжир ихтиёрий шаклдаги кучланиш u(t) га улангандa юқорида келтирилган ўткинчи токнинг ўзгариш қонуниятини аниқлашга имкон беради.

8.5 - м и с о л. Вақт жиҳатдан узлуксиз ўзгарувчан кучланиш $u(t) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-}$ нинг таъсирида 8.17-расмдаги (U_0=100В, U_1=220 В ва Т = 0,02 с) R, С занжирда ҳосил бўладиган ўткинчи ток аниқлансин. Агар занжирнинг параметрлари R = 10^3 Ом ва С = 80 мкФ бўлса, ўткинчи жараён давомида R қаршиликда иссиқлик тарзида ажралиб чиққан энергия миқдори ҳам ҳисоблансин.

Е ч и ш. 1) Занжир R, С нинг ўткинчи ўтказувчанлиги қуйидагича:

$$Y(t) = \frac{1}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = 10^{-3}e^{-12.5t}\left[\frac{1}{\text{м}}\right]$$

бунда:

$$\tau = RC = 0.08\text{c}.$$

2) Занжирнинг кириш қисмларидаги кучланишнинг ўзгариш қонуни:

$$u(t) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-\frac{t}{T}}$$

ёки бу ҳам вақтнинг номаълум оралиғи х нинг функциясида

$$u(x) = U_1 - (U_1 - U_0)e^{-\frac{x}{T}} = 220 - 120e^{-50x}$$

бўлади.

3) Дюамел формуласига биноан қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$i(t) = u(0)\cdot Y(t) + \int_0^t Y(t-x)\cdot u'(x)dx = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} + \int_0^t \frac{1}{R}e^{-\frac{t-x}{\tau}}\cdot\frac{U_1 - U_0}{T}e^{-\frac{x}{T}}\cdot dx =$$

$$= \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{U_1 - U_0}{T}e^{-\frac{x}{T}}\int_0^t e^{-\left(\frac{1}{T}-\frac{1}{\tau}\right)}dx = \frac{U_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{(U_1 - U_0)\tau}{R(\tau - T)}e^{-\frac{x}{T}}\cdot\left[e^{-\frac{t}{T}}e^{\frac{t}{\tau}} - 1\right] =$$

$$= 0{,}1e^{-12{,}5t} + \frac{120}{10^3}\frac{0{,}08}{0.06}\left[e^{-12.5t} - e^{-50t}\right] = 0.26e^{-12.5t} - 0{,}16e^{-50t}$$

Занжирни улаш пайтида истеъмол қилинаётган ток максимал бўлади, яъни

$$i(0) = 0{,}26 - 0.16 = 0.1\,\text{A}$$

ўткинчи жараённинг охирида у нолга тенг, яъни $i(\infty)=0$.

8.12. Чизиқли электр занжирлардаги ўткинчи жараёнларни оператор усулида ҳисоблаш

Ўткинчи жараёнларни классик усул билан ҳисоблашда асосий қийинчилик шундаки, занжир мураккаблашган сари, унинг мувозанат ҳолатини англатувчи дифференциал тенгламанинг даражаси орта боради. Бу эса интеграллаш доимийси A_1, A_2,..., A_k ларни аниқлаш билан боғлиқ бўлган ҳисоблаш ишларининг орта боришини билдиради. Ўтган асрнинг ўрталарида рус математиги М.Е. Вашченко-Захарченко чизиқли дифференциал тенгламаларни ечишнинг Лаплас алмаштириш формуласига асосланган символик усулини тавсия этади. Унинг моҳияти шундан иборатки, вақт функцияси f(t) нинг интеграллаш ва дифференциаллаш ўрнига унинг оператор тасвири деб аталадиган функцияси F(p) билан алгебраик амаллар бажарилади. Агар системанинг мувозанат ҳолатини ифодаловчи дифференциал тенглама чизиқли бўлса, бундай ўтишнинг ҳаққонийлиги исботланган. Бунда тенглама ҳадларининг коэффициентлари ўзгармас ёки ўзгарувчан бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, оригинал деб аталувчи ҳар қандай вақт функцияси f(t)ни унга эквивалент бўлган комплекс ўзгарувчан $p=s+j\omega$ аргументли F(p) функция билан алмаштриш мумкин. Шу билан бирга оригинал функция f(t) нинг тасвир функцияси F(p) га тенг бўлмай, балки мос бўлишини эсда тутиш лозим. Бу ҳол математик кўринишда қуйидагича ифодаланади:

$$f(t) \doteqdot F(p) \quad ёки \quad F(p) \doteqdot f(t)$$

Берилган функция f(t) нинг тасвири F(p) "Лаплас алмаштириши" деб аталадиган формула

$$F(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \; f(t)dt \tag{8.44}$$

билан аниқланади. Бу формула бўйича алмаштиришни ҳар қандай $t<0$ да фақат нолга тенг ва пировард оралиқ вақтда Дирихле шартини қаноатлантирувчи f(t) функциялар учунгина бажариш мумкин. Бунда вақтнинг исталган пайтида оригинал функция f(t) нинг мутлоқ қиймати бўйича у билан солиштириладиган бошқа функция Me дан кичиклигича қолиши керак (яъни $[f(t)]<Me^{S_0 t}$; бу ерда $S > S_0 > 0$). Бу шартларга риоя қилиш Лаплас интегралини аниқ қийматли функция деб қаралишига имкон беради.

Оригинал f(t) дан унинг тасвири $\varphi(p)$ га ўтиш учун "Карсон-Хевисайд алмаштириши" деб аталувчи

$$\varphi(p) = p\int_0^\infty e^{-pt}\; f(t)dt \tag{8.45}$$

формуладан ҳам фойдаланилади, бу формула (8.44) формуладан оператор кўпайтирувчи билан фарқ қилади. Бунда $\varphi(p)= pF(p)$ эканлигини кўриш қийин эмас. Аммо бу ерда ва бундан сўнг (ҳисоблаш масалаларида) биз асосан Лаплас алмаштиришларидан фойдаланмиз.

8.13. Оддий функцияларни Лаплас формуласи бўйича алмаштириш

Берилган оддий функция $f(t) = U_0$ бўлганда унинг тасвири $F(p)$ ни топиш талаб этилади деб фараз қилайлик. Унда (8.44) формулага биноан

$$F(p) = \int_0^\infty U_0 e^{-pt}\cdot dt = -\frac{U_0}{p}\left|e^{-pt}\right|_0^\infty = \frac{U_0}{p}$$

бўлади, яъни ўзгармас катталикнинг тасвири шу катталикнинг оператори p га бўлинганига тенг.

Шунингдек, экспоненциал функция $f(t) = e^{\alpha t}$ нинг тасвири

$$F(p) = \int_0^\infty e \qquad e^{-pt}\; dt \qquad \frac{1}{p-\alpha}\left|e \qquad {}^{\alpha)t}\right|_0^\infty = \frac{1}{p\quad\alpha}$$

бўлади, яъни $e^{\alpha t} = \dfrac{1}{p-\alpha}$ Худди шунга ўхшаш, қуйидагиларни ҳам исбот этиш мумкин:

1) $e^{-\alpha t} \stackrel{\circ}{\underset{\circ}{=}} \dfrac{1}{p+\alpha}$; 2) $1 - e \quad = \dfrac{1}{p} - \dfrac{1}{p+\alpha} = \dfrac{\alpha}{p(\rho-\alpha)}$;

3) $e^{j(\omega t+\psi)} \stackrel{\circ}{\underset{\circ}{=}} e^{j\psi}\cdot e^{j\omega t} = \dfrac{e^{j\psi}}{p-j\omega}$;

4) $\operatorname{Sin}\omega t = \dfrac{e^{j\omega t}-e^{-j\omega t}}{j2} = \dfrac{1}{j2}\left[\dfrac{1}{p-j\omega} - \dfrac{1}{p+j\omega}\right] = \dfrac{\omega}{p^2+\omega^2}$;

$$5)\ \cos\omega t = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{p-j\omega} + \frac{1}{p+j\omega}\right] = \frac{p}{p^2+\omega^2};\ \text{ва ҳ.к.}$$

Қуйидаги жадвалда ўткинчи жараёнларни ҳисоблашда кўп учраб турадиган вақтли функциялар ва уларнинг тасвирлари кўрсатилган. Жадвал вақтли функцияларидан уларнинг тасвирига бевосита ўтиш имконини беради. Тасвирлар билан тегишли операциялар бажарилгандан сўнг оригиналлар $f_1(t)$; $f_2(t)$ ва бошқа функцияларнинг оригиналларига қайта ўтиши мумкин.

Энди вақт жиҳатидан x га силжиган оригинал функциянинг (бундай функцияни ўткинчи ўтказувчанлик Y(t x) кўринишида Дюамель интегралида учраган эди) тасвирини кўриб чиқамиз. Шундай қилиб, агар $f(t) \div F(p)$ бўлса, 8.44-формулага биноан,

$$f(t-x) = \int_0^\infty f(t-x)e^{-pt}dt = e^{-px}\int_0^\infty f(t-x)e^{-p(t-x)}d(t-x) =$$

$$= e^{-px}\int_0^\infty f(t')e^{-p't}dt' = e^{-px}\int_0^\infty f(t)e^{-p't}dt = e^{-px}\cdot F(p)$$

бўлади, яъни $f(t-x) = e^{-px}F(p)$ (бунда $t\text{-}x = t > 0$ янги координаталар боши $t + x = 0$ дан ҳисобланадиган шартли вақт, шунингдек (t-x) нолдан кичик бўлмаслиги керак).

8.1-жадвал.

Оргинал (асли)	Тасвир	Оригинал (асли)	Тасвир
A	A/p	$\sin(\omega t + \psi)$	$\frac{p\cdot\sin\psi + \omega\cos\psi}{p^2+\omega^2}$
$e^{\pm\alpha t}$	$\frac{1}{p\mp\alpha}$	$\cos(\omega t + \psi)$	$\frac{p\cdot\cos\psi + \sin\psi}{p^2+\omega^2}$
$1 - e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}$	$e^{-\alpha t}\sin\omega t$	$\frac{\omega}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$
$e^{j(\omega t+\psi)}$	$\frac{e^{j\psi}}{p-j\omega}$	$e^{-\alpha t}\cos\omega t$	$\frac{p+\alpha}{(p+\alpha)^2+\omega^2}$
$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$	t	$1/p^2$
$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$	$te^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p+\alpha)^2}$

8.14. Функция ҳосиласи ва интегралининг Лаплас бўйича тасвири

Берилган ҳосила функциясининг $\frac{d}{dt}[f(t)] = f'(t)$ тасвирини топиш талаб этилади, деб фараз қилайлик. (8.44) га биноан:

$$f'(t) = \int_0^\infty f'(t) \cdot e^{-pt} dt \qquad (*)$$

Қисмлар бўйича интеграллаш қоидаси

$$\int_0^t (uv)' dt = \int_0^t uv' dt + \int_0^t vu' dt$$

дан фойдаланиб, (*) ифоданинг ўрнига қуйидагини ёзамиз

$$f'(t) = e^{-pt} f(t)\Big|_0^\infty - \int_0^\infty f(t)(e^{-pt})' dt = p\int_0^\infty f(t) \cdot e^{-pt} dt - f(0) = pF(p) - f(0)$$

чунки

$$\int_0^\infty f(t) e^{-pt} \cdot dt = F(p), [f(t)] < M^{s_0 t} \text{ ва } \left[e^{-pt} \cdot f(t)\right]_{t=\infty} = 0$$

га биноан $f(t)_{t=\infty} \neq \infty$. Агар $f(0) = 0$ бўлса, у холда

$$f'(t) = pF(p)$$

бўлади, яъни $f(t)$ дан ҳосила олиш унинг тасвирини оператор p га кўпайтириш билан баробар.

Худди шунга ўхшаш, оригинал $f(t)$ нинг иккинчи ҳосиласи қуйидаги тасвирга эга эканлигини ҳам кўрсатиш мумкин:

$$f''(t) = p^2 F(p) - pf(0) - f'(0) = p^2 \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f'(0)}{p^2}\right]$$

$f(t)$ функция дан n –ҳосила

$$f^{(n)}(t) = p^n \left[F(p) - \frac{f(0)}{p} - \frac{f©(0)}{p^2} - \quad \frac{f^{(n-1)}(0)}{p^n}\right]$$

бўлади. Чунончи, $t=0$ пайтда функциянинг ўзи ва унинг барча ҳосилалари 0 га тенг бўлса, $f^{(n)}(t) \underset{o}{=} p^n F(p)$ бўлади. Агар энди $f(t)$ функциядан интеграл олинадиган бўлса, $\varphi(t) = \int_0^t f(t) dt$;

унинг Лаплас бўйича тасвири, (8.44) формулага биноан:

$$\psi(p) = \int_0^{\infty}\varphi(t)e^{pt}\,dt \qquad (**)$$

Бўлаклаб интеграллаш қоидасига биноан (**) ни қуйидагича қайта ёзамиз:

$$\psi(p) = -\frac{e^{-pt}}{p}\int_0^t f(t)dt \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty}\frac{e^{-pt}\cdot f(t)}{p}dt = 0 + \frac{1}{p}F(p).$$

Шунинг учун $\varphi(t) = \int_0^{\infty} f(t)dt = F(p)/p$, яъни функция интегралининг тасвири функция тасвирининг оператор p га бўлинганига тенг. Бироқ шуни ҳисобга олиш лозимки, бошлангич шартлар нолга тенг бўлмаган $f(0)\neq 0$ ҳолда, функциянинг интегралида бу ўзгармас катталик f(0) ҳам қатнашиш лозим. У ҳолда (**)ифодага $\varphi(t)$ тарзида $\left[\int_0^t f(t)dt + f(0)\right]$ функцияни киритиш керак бўлади. Унинг тасвири эса қуйидагича ифодаланади:

$$\psi(p) = \frac{1}{p}F(p) + \frac{f(0)}{p}$$

Сиғимдаги кучланиш $u_c = \int_0^t idt + u_c(0)$ ни аниқлашда бундай кўринишдаги интеграл илгари ҳам учраган эди. Агар умумий ҳолда $u_c(0)=0$ бўлса, бу кучланишнинг тасвири:

$$u_c(p) = \frac{I(p)}{p} + \frac{u_c(0)}{p}$$

8.15. Кирхгоф ва Ом қонунларининг оператор шаклдаги тасвири

Кирхгофнинг биринчи қонунига кўра, занжир тугунидаги токлар оний қийматларининг йиғиндиси нолга тенг:

$$\sum_{k=1}^{n} i_k = 0$$

1. r, L з а н ж и р н и ў з г а р м а с к у ч л а н и ш и U_0 г а у л а ш (8.2-расм). Занжирдаги ўткинчи ток $i(t)$ Ом қонунига биноан, оператор шаклида

$$I(p)=\frac{U_0(p)}{Z(p)}=\frac{U_0\ p}{r+pL}=\frac{U_0}{r}\left[\frac{r}{p(r+pL}\right]=\frac{U_0}{r}\left[\frac{1}{p}-\frac{1}{p+\frac{r}{L}}\right]$$

бўлади, бу эса оригинал $i(t)=\frac{U_0}{r}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ га мос келади.

2. r, L з а н ж и р н и с и н у с о и д а л к у ч л а н и ш г а у л а ш (8.4-расм). 8.1-жадвалга биноан, занжирга берилган кучланиш u(t) нинг функцияси қуйидаги тасвирга мос келади: $U(p)=U_m\frac{p\sin\psi+\omega\cos\psi}{p^2+\omega^2}$

Демак, оператор шаклидаги ўткинчи ток

$$I(p)=\frac{U(p)}{Z(p)}=U_m\frac{p\sin\psi+\omega\cos\psi}{(p^2+\omega^2)(r+pL)}=\frac{U_m/L(p\sin\psi+\omega\cos\psi)}{(p+j\omega)(p-j\omega)\left(p+\frac{r}{L}\right)}$$

Кўриб турибмизки, бу ифода оригиналдан бевосита тасвирга ўтиш учун имкон бермайдиган ва қисқартириб бўлмайдиган мураккаб тасвирдир:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)}=\frac{b_0p^m+b_1p^{m-1}+\quad+b_m}{a_0p^n+a_1p^{n-1}+...a_n}\qquad(8.49)$$

(бунда n>m).

Бундай ҳолларда олий математика курсида маълум бўлган ёйиш теоремасидан фойдаланилади. Унинг моҳияти шундаки, илдизлар ўзаро тенг бўлмаган кўп ҳадли функция $F_2(p)$ нинг илдизларини ёйиб, уни оддий касрларнинг йиғиндиси тарзида ифодалаш мумкин:

$$\frac{F_1(p)}{F_2(p)}=\frac{A_1}{p-p_1}+\frac{A_2}{p-p_2}+\qquad\frac{A_n}{p-p_n}=\sum_{k=1}^{n}\frac{A_k}{p-p_k}\qquad(8.50)$$

бунда A_1, A_2, A_n ёйиш коэффициентларини ифодаловчи оддий ҳақиқий сонлар; p_1, p_2, p_n эса $F_2(p)=0$ тенгламанинг илдизлари.

Коэффициент A_k қуйидагича аниқланади

$$A_k=F_1(p_k)\lim_{p\to p_k}\frac{p\quad p_k}{F_2(p)}=F_1(p_k)\lim_{p\to p_k}\frac{\frac{d}{dp}(p-p_k)}{\frac{d}{dp}F_2(p)}=\frac{F_1(p)}{F_2(p)}\qquad(8.50)$$

(бунда Лопиталь қоидасидан яна фойдаланилади, чунки $\lim\limits_{p \to p_k} \frac{p - p_k}{F_2(p)}$ да 0/0 туридаги ноаниқлик ҳосил бўлади).

Кўриб чиқилаётган мисолда текширилаётган оператор функция қуйидаги касрни ифодалайди:

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = \frac{U_m \ L(p \ \sin\psi + \omega \ \cos\psi}{(p + j\omega)(p - j\omega)(p + r \ L)},$$

махражнинг $F_2(p)$ илдизлари: $p_1 = - j\omega$, $p_2 = j\omega$ ва $p_3 = - r/L$.

Демак, (8.51) га биноан, бизнинг мисолда ёйиш коэффициентлари қуйидагича бўлади:

$$A_1 = \frac{\frac{U_m}{L}(-j\omega)\sin\psi + \frac{U_m \cdot \omega}{L}\cos\psi}{\left(p^3 + \frac{r}{L}p^2 + \omega^2 p + \omega^2 \frac{r}{L}\right)'_{[p_1=-j\omega]}} = \frac{\frac{\omega}{L}U_m(\cos\psi - j\sin\psi)}{\left(3p^2 + 2\frac{r}{L}p + \omega^2\right)_{[p=-j\omega]}} =$$

$$= -\frac{U_m \ L \cdot \omega e^{-j\psi}}{2\omega^2 + j2\omega\frac{r}{L}} = -\frac{U_m e^{-j\psi}}{2(\omega L + jr)} = -\frac{U_m e^{-j\psi}}{j2ze^{-j\varphi}} = -\frac{U_m e^{-j(\psi-\varphi)}}{j2z};$$

$$A_2 = \frac{U_m \cdot \omega(\cos\psi + j\sin\psi)}{L\left(3p^2 + 2\frac{r}{L}p + \omega^2\right)_{[p_2=j\omega]}} = \frac{U_m e^{j\psi}}{2j(r + j\omega L)} = \frac{U_m e^{j\psi}}{j2ze^{j\psi}} = \frac{U_m e^{j(\psi-\varphi)}}{j2z},$$

$$A_3 = \frac{\frac{U_m}{L}\left(-\frac{r}{L}\right)\sin\psi + \frac{U_m \cdot \omega}{L}\cos\psi}{\left(3p^2 + 2\frac{r}{L}p + \omega^2\right)_{\left[p_3=-\frac{r}{L}\right]}} = -\frac{U_m(r\sin\psi - \omega L\cos\psi)}{L^2\left(\omega^2 + \frac{r^2}{L^2}\right)} =$$

$$= \frac{U_m z(\sin\psi \cdot \cos\varphi - \cos\psi \cdot \sin\varphi)}{z^2} = -\frac{U_m}{z}\sin(\psi - \varphi).$$

(бунда $z = \sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}$ занжирнинг тўла қаршилиги, ёки $ze^{j\varphi}$ нинг модули, шу сабабли $Z = r + j\omega L$, $r = Z\cos\varphi$ ва $\omega L = Z\sin\varphi$).

Энди (8.50) ифодага биноан:

$$I(p) = \frac{F_1(p)}{F_2(p)} = -\frac{U_m e^{-j(\psi-\varphi)}}{j2z(p+j\omega)} + \frac{U_m e^{j(\psi-\varphi)}}{j2z(p-j\omega)} - \frac{U_m \sin(\psi-\varphi)}{z(p+\frac{r}{L})}$$

8.1-жадвалдан оддий касрлар йиғиндисининг ҳар бир ташкил этувчисига мос оригинални танлаймиз:

$$i(t) = \frac{U_m}{j2z} e^{-j(\psi-\varphi)} \cdot e^{-j\omega t} + \frac{U_m}{j2z} e^{j(\psi+\varphi)} \cdot e^{j\omega t} - \frac{U_m}{z} \sin(\psi-\varphi) e^{-\frac{r}{L}} =$$

$$= \frac{U_m}{j2z}\left[e^{j(\omega t+\psi-\varphi)} - e^{-j(\omega+\psi-\varphi)t}\right] - \frac{U_m}{z}\sin(\psi-\varphi)e^{-\frac{r}{L}t} =$$

$$= \frac{U_m}{z}\left[\sin\omega t + \psi - \varphi) - \sin(\psi-\varphi)e^{-\frac{r}{L}t}\right]$$

Бу ифоданинг илгари (8.4) ифодада олинган натижалари билан бир хиллиги кўриниб турибди.

3. R, C занжирни қисқа туташтириш. (8.10-расм).

Занжирнинг ўткинчи режимдаги дифференциал тенгламаси:

$$Ri + \frac{1}{C}\int idt = 0$$

Бунга мос алгебраик оператор тенглама

$$R\ I(p) + \frac{I(p)}{pC} + \frac{u_c(0)}{p} = 0$$

[$u_c(0)$ ҳад бошланғич шарт нолга тенг бўлмаганидан пайдо бўлди; чунки коммутацияга қадар сиғим зарядланган бўлиб, бошланғич кучланиш $u_c(0) = U_0$ эди].

Шунинг учун занжирдаги оператор ток:

$$I(p) - \frac{U_0}{p\left(R + \frac{1}{pC}\right)} = -\frac{U_0}{R}\ \frac{1}{p + \frac{1}{RC}}$$

8.1-жадвалдан шу функциянинг оригиналини топамиз:

$$I(p) = i(t) = -\frac{U_0}{R} e^{-\frac{t}{Rc}}$$ бунда $RC = \tau$.

бу 8.8 даги (8.20) ифода билан бир хиллиги яққол кўриниб турибди.

4. R, L занжирга конденсаторнинг нод аврий зарядсизланиши (8.11- расм).

Занжирнинг дифференциал тенгламаси $Ri + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt = 0$

Бунга мос алгебраик оператор тенглама:

$$R\ I(p) + pLI(p) - Li(0) + \frac{I(p)}{pC} + \frac{u_c(0)}{p} = 0$$

$i(0) = 0$ ва $u_c(0) = U$ эканлиги бошланғич шартдан маълум.

Демак,

$$I(p) = -\frac{U_0}{p\left(R + pL + \frac{1}{pC}\right)} = -\frac{U_0}{L}\ \frac{1}{p^2 + 2\delta p + \omega^2} = -\frac{U_0}{L}\ \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

бунда $F_1(p) = 1$ ва $F_2(p) = p^2 + 2\delta p + \omega^2$ ёйиш теоремасига мослаштирилган функциялар. $F_2(p) = 0$ нинг илдизлари:

$$p_1 = -\delta + \sqrt{\delta^2 - \omega^2} = \alpha_1 \text{ ва } p_2 = -\delta - \sqrt{\delta^2 - \omega^2} = \alpha_2$$

Функция $F_2(p)$ нинг биринчи ҳосиласи эса $F'_2(p) = 2p + 2\delta$, шунинг учун ёйиш коэффициентларини қуйидагича аниқлаймиз:

$$A_1 = \frac{1}{(p-\alpha_1)(2\alpha_1 + 2\delta)} \text{ ва } A_2 = \frac{1}{(p-\alpha_2)(2\alpha_2 + 2\delta)}$$

Энди функциянинг оригиналини янги ва унга эквивалент тасвирдан излаймиз:

$$I(p) = -\frac{U_0}{L}\left[\frac{1}{(\alpha_1-\alpha_2)(p-\alpha_1)} + \frac{1}{(\alpha_2-\alpha_1)(p-\alpha_2)}\right] =$$

$$= -\frac{U_0}{L((\alpha_1-\alpha_2)}\left[\frac{1}{(p-\alpha_1)} - \frac{1}{(p-\alpha_2)}\right]$$

чунки

$$2\alpha_1 + 2\delta = 2\alpha_1 - \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_1 - \alpha_2.$$
$$2\alpha_2 + 2\delta = 2\alpha_2 - \alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_2 - \alpha_1 = -(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Функция $I(p)$ нинг тасвирига қараганда, унинг оригинали

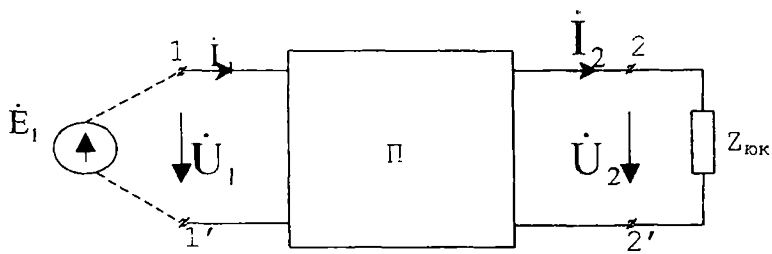
$$I(p) = i(t) = -\frac{U_0}{L(\alpha_1 - \alpha_2)}\left[e^{\alpha_1 t} - e^{\alpha_2 t}\right]$$

бўлади; бу эса 8.9 дан олинган (8.23) ифодага мос келади.

IX БОБ
ТЎРТҚУТБЛИКЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСЛАРИ

9.1. Пассив тўртқутбликларнинг асосий тенгламаси

Иккита кириш 1-1′ ва иккита чиқиш 2-2′ қисмлари (қутблари) бўлган ҳар қандай мураккаб электр занжир т ў р т -қ у т б л и к деб аталади (9.1-расм). Тўртқутбликнинг кириш қутблари (1-1′) кучланиш манбаи U_1 га, чиқиш қутблари (2-2′)



9.1-расм

эса электр энергиясининг қабул қилувчи юклама қаршилиги $Z_{юк}$ га уланади. Кўпқутбликлар (ёки бизнинг мисолимизда тўртқутблик) кўринишидаги мураккаб занжирларни ўрганишдан асосий мақсад, кўпқутбликлар (тўртқутбликлар) нинг ички тузилишларини ташкил этувчи элементларнинг иш режимларидан қатъи назар, занжирнинг кириш ва чиқиш қисмлари орасидаги функционал боғланишни аниқлашдан иборат. Бошқача қилиб айтганда (тўртқутбликлар бўлган ҳолда), бунинг маъноси манбанинг кучланиши $\dot{U}_1$ ва токи $\dot{I}_1$ маълум бўлса, истеъмолчининг кучланиши $\dot{U}_2$ ва токи $\dot{I}_2$ ни аниқлашнинг қонуниятларини ва боғланишини топиш демакдир. Занжир ички параметрларининг тавсифларига кўра, тўртқутбликнинг кириш ва чиқиш қисмаларини боғловчи тенглама чизиқли ёки ночизиқли бўлиши мумкин. Шунинг учун тўртқутблик биринчи ҳолда чизиқли, иккинчи ҳолда эса ночизиқли бўлади. Ички тармоқларида э.ю.к. ва ток манбаи бўлмаган тўртқутблик п а с с и в бўлади. Тўртқутбликларнинг бу туркумига иккита симли электр узатиш ва алоқа линиялари, трансформаторлар, тўғрилагичнинг кўприк схемалари, текисловчи фильтрлар ва ҳоказолар киради. Агар тўртқутбликнинг ичида жуда булмаганда битта энергия манбаи бўлса, у а к т и в бўлади. Қуйида чизиқли параметрларга эга бўлган фақат пассив тўртқутбликларни кўриб чиқамиз.

Энди қуйидаги назарий муаммони ҳал этамиз: мураккаб пассив занжир П нинг (9.1-расм) параметрлари ва унинг кириш қисмларидаги кучланиш $\dot U_1$ бўйича функционал боғланиш $\dot U_1 = f_1(\dot U_2, \dot I_2)$ ва $\dot I_1 = f_2(\dot U_2, \dot I_2)$ ни аниқлаймиз. Бу мураккаб занжирнинг ихтиёрий тармоғида кучланиш ва токни шартли равишда тўртқутбликнинг чиқиш қисмларида қуйидаги кучланиш $\dot U_2$ ва ток $\dot I_2$ га тенг деб фараз қиламиз. Бунинг учун занжирнинг тенгламалари системасини контур токлари усулида тузамиз:

$$\left.\begin{aligned} Z_{11}\dot I_1 + Z_{12}\dot I_2 + \ldots + Z_{1n}\dot I_n &= \dot U_1 \\ Z_{21}\dot I_1 + Z_{22}\dot I_2 + \ldots + Z_{2n}\dot I_n &= 0 \\ &\ldots\ldots \\ Z_{n1}\dot I_1 + Z_{n2}\dot I_2 + \ldots + Z_{nn}\dot I_n &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (9.1)$$

бунда: $\dot I_1, \dot I_2, \ldots, \dot I_n$ n та мустақил контур бўйича уланган контур токларининг комплекслари; Z_{kk} "k" контурга кирувчи барча қаршиликларнинг йиғиндисига тенг бўлган, шу контурнинг хусусий тўла қаршилигининг комплекси; Z_{qs} q ва S контурларнинг орасида ҳосил бўлган ёндош тармоқ; ($Z_{qs} = Z_{sq}$) барча қаршиликларнинг йиғиндисига тенг бўлган ўзаро тўла комплекс қаршилик.

Занжирда $\dot U_1$ дан бошқа ҳеч қандай кучланиш манбаи бўлмагани учун, (9.1) тенгламалар системасининг барча ўнг қисми (биринчисидан бошқалари) нолга тенг. Аммо юқоридаги шартга кўра номаълум боғловчи (9.1) тенгламада система иккинчи тенгламасининг иккинчи ҳадига кирган ошкор бўлмаган кучланиш $\dot U_2 = \dot I_2 Z_{ю}$ ҳам қатнашиши керак; чунки, $Z_{22}\dot I_2 = Z'_{22}\dot I_2 + Z_{юк}\dot I$ Шунинг учун (9.1) системани қуйидаги кўринишда қайта ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} Z_{11}\dot I_1 + Z_{12}\dot I_2 + \ldots + Z_{1n}\dot I_n &= \dot U_1 \\ Z_{21}\dot I_1 + Z'_{22}\dot I_2 + \ldots + Z_{2n}\dot I_n &= -\dot U_2 \\ \\ Z_{n1}\dot I_1 + Z_{n2}\dot I_2 + \ldots + Z_{nn}\dot I_n &= 0 \end{aligned}\right\} \qquad (9.2)$$

Бунда: $Z'_{22} = Z_{22}$ $Z_{юк}$ истеъмолчи $Z_{юк}$ қаршилигисиз иккин-чи контур барча қаршиликларининг йиғиндисига тенг комплекс қаршилик. Z'_{22} қаршилик 2-2′ қисмаларга нисбатан пассив тўртқутблик П нинг ичига кирувчи иккинчи контур хусусий қаршилигининг бир қисми.

(9.2) системанинг

$$\Delta = \begin{vmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z'_{22} & Z_{2n} \\ . & & . \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{nn} \end{vmatrix}$$

тўла аниқловчисини ва унинг Δ_{kk} ҳамда $\Delta_{qs} = \Delta_{sq}$ тарзидаги алгебраик тўлдирувчисини ҳисоблаб, контур токлари $\dot I_1$ ва $\dot I_2$ ни топамиз:

$$\dot I_1 = {\Delta_{11}}/{\Delta}\,\dot U_1 - \frac{\Delta_{12}}{\Delta}\dot U_2; \quad \dot I_2 = {\Delta_{21}}/{\Delta}\,\dot U_1 - \frac{\Delta_{22}}{\Delta}\dot U_2$$

ёки

$$\left.\begin{aligned} \dot I_1 &= Y_{11}\dot U_1 + Y_{12}\dot U_2 \\ \dot I_2 &= Y_{21}\dot U_1 + Y_{22}\dot U_2 \end{aligned}\right\} \qquad (9.3)$$

чунки $Y_{11} = \dfrac{\Delta_{11}}{\Delta}, Y_{22} = -\dfrac{\Delta_{22}}{\Delta}, Y_{12} = -\dfrac{\Delta_{12}}{\Delta}$ ва $Y_{21} = \dfrac{\Delta_{21}}{\Delta}$ нисбатлар ўтказувчанлик ўлчов бирлигига эга. (9.3) тенглама тўртқутбликнинг Y-параметрлар орқали ёзилган тенгламасини ифодалайди. Бунда пассив тўртқутбликнинг параметрлари чизиқли бўлганлиги туфайли $Y_{12}=-Y_{21}$; чунки $\Delta_{12}=\Delta_{21}$.

(9.3) муносабатни қаршилик ўлчамларини кўрсатувчи Z-параметрлар орқали ҳам ифодалаш мумкин, у ҳолда:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= Z_{11} \dot{I}_1 + Z_{12} \dot{I}_2 \\ \dot{U}_2 &= Z_{21} \dot{I}_1 + Z_{22} \dot{I}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (9.4)$$

бу ерда:

$$Z_{11} = \frac{Y_{11}}{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}, Z_{22} = \frac{Y_{22}}{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}},$$

$$Z_{12} = \frac{Y_{12}}{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}, Z_{21} = \frac{Y_{21}}{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}, Z_{12} = -Z_{21}.$$

Энди тўртқутбликнинг кириш комплекс миқдорлари $\dot{U}_1$ ва $\dot{I}_1$ нинг чиқиш комплекс миқдорлари: $\dot{U}_2$ ва $\dot{I}_2$ билан боғланишини бевосита ифодаловчи иккита тенгламалар ситемасига ўтиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= -\frac{Y_{22}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 = \frac{Y_{22}}{Y_{12}} \dot{U}_2 + \frac{1}{Y_{21}} \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= \frac{1}{Z_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Z_{22}}{Z_{12}} \dot{I}_2 = \frac{Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}}{Y_{21}} \dot{U}_2 + \frac{Y_{11}}{Y_{12}} \dot{I}_2 \end{aligned}\right\} (9.5)$$

ёки

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A \dot{U} + B \dot{I}_2 \\ \dot{I}_1 &= C \dot{U} + D \dot{I}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (9.5,a)$$

бунда: $A = \frac{Y_{22}}{Y_{12}} = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}}, B = \frac{\Delta}{\Delta_{21}}, C = \frac{\Delta_{11} \cdot \Delta_{22} - \Delta_{12}^2}{\Delta_{12} \cdot \Delta}, D = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}$

тўртқутбликнинг доимий параметрлари. Булар ҳам (яъни A, B, C ва D) Y ва Z параметрлар каби комплекс сонлардир.

(9.5) тенгламадан B параметрнинг ўлчов бирлиги Ом, C параметрнинг ўлчов бирлиги 1/Ом эканлигини, A ва D параметрларнинг ўлчов бирлиги эса йўқлигини кўриш осон. Бу параметрлар қуйидаги тенглама воситасида ўзаро боғланган:

$$AD \quad BC = 1 \qquad (9.6)$$

Шунинг учун булардан ўзаро боғланишсиз фақат учтаси берилиши мумкин: тўртинчисини эса (9.6) тенглама ёрдамида аниқласа бўлади.

(9.6) тенгламанинг тўғрилигига A, B, C ва D нинг қийматларини уларнинг аниқловчиси ва алгебраик тўлдирувчиси орқали қўйиб ишонч ҳосил қилиш мумкин:

$$AD - BC = \frac{\Delta_{22}}{\Delta_{12}} \cdot \frac{\Delta_{11}}{\Delta_{12}} - \frac{\Delta}{\Delta_{21}} \cdot \frac{\Delta_{11}\,\Delta_{22} - \Delta_{12}^2}{\Delta_{12}\,\Delta} = 1$$

Агар кучланиш манбаи $\dot{U}_1$ тўртқутбликнинг чиқиш қисми 2-2′ га, юклама $Z_{юк}$ га эса унинг кириш қисми 1-1′ га уланган бўлса, у ҳолда, авва.ги ток $\dot{I}_1$ ўрнига истеъмолчининг тескари йўналишидаги токи $-(-\dot{I}_2)$ оқиб ўтади. Бунда ток I_2 нинг ўрнига занжирнинг аввалги чиқиш (ҳозирги кириш) тармоғи 2-2′ га кучланиш $\dot{U}_1$ бераётган ток $(-\dot{I}_1)$ маълум бўлади. Шу сабабли (9.5) тенгламанинг ўрнига қуйидаги системани оламиз:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_2 &= A\dot{U}_1 - B\dot{I}_1 \\ -\dot{I}_2 &= C\dot{U}_1 - D\dot{I}_1 \end{aligned}\right\}$$

Тенгламаларнинг биргаликдаги ечими:

$$\dot{U}_1 = \frac{\dot{U}_2}{A} + \frac{B}{A}\dot{I}_1 = \frac{1}{A}\dot{U}_2 + \frac{B}{A}\left[\frac{C}{D}\dot{U}_1 + \frac{1}{D}\dot{I}_2\right]$$

ёки

$$\dot{U}_1\left(1 - \frac{BC}{AD}\right) = \frac{1}{A}\dot{U}_2 + \frac{B}{AD}\dot{I}_2$$

Аммо AD - BC =1 бўлгани учун

$$\dot{U}_1 = D\dot{U}_2 + B\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_1 = \frac{C}{D}\dot{U}_1 + \frac{1}{D}\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + \left(\frac{BC}{D} + \frac{1}{D}\right)\dot{I}_2 = C\dot{U}_2 + A\dot{I}_2 \quad (9.7)$$

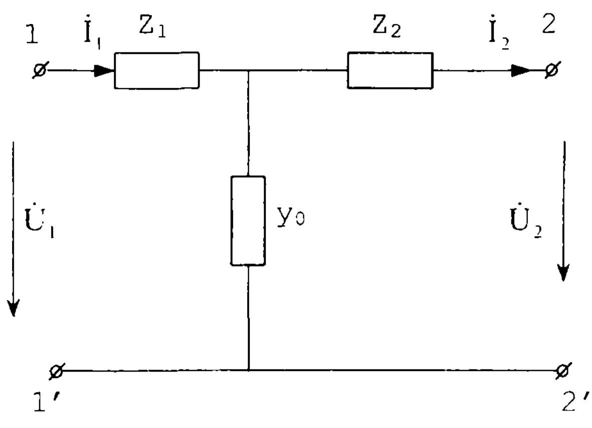
бўлади, яъни кучланиш манбаи $\dot{U}_1$ни тўртқутбликнинг чиқиш қисми 2-2′ га, юклама $Z_{юк}$ ни эса кириш қисми 1-1′ га қайта уланганда (9.5) тенгламадаги A ва D параметрлар ўрин алмашади. Агар бу параметрлар ўзаро тенг бўлса, 9.5 ифода ўз кучини сақлаб, тўртқутблик "кириш--чиқиш" йўналишида ва, шунингдек, тескари йўналишда энергия узатишда ўзини бир хил тутади. Параметрлари A=D бўлган тўртқутбликлар симметрик ҳисобланади.

9.2. Пассив тўртқутбикларнинг алмашиниш схемаси бўйича параметрларини аниқлаш

Электр машиналарда, трансформаторларда, электр узатиш ва алоқа линияларида ва бошқа амалий ҳолларда учрайдиган физик жараённинг таҳлилини қулайлаштириш учун тўртқутблик тарзида кўриб чиқилаётган қурилманинг реал схемасини унга эквивалент бўлган алмаштириш схемасига келтириш мумкин. Тузилиши жиҳатидан энг оддий схема Т шаклли (9.2-расм) ва П-шаклли (9.3-расм) алмашиниш схемаси бўйича тузилган уч элементли тўртқутбликдир. Бу тўртқутбликларнинг ички тузилишини ташкил этувчи қаршилик ва ўтказувчанликнинг берилган қийматлари орқали аниқлаймиз. 9.2-расм занжир учун Кирхгофнинг қонунларига биноан тузилган қуйидаги тенгламалар системасини оламиз:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_1 Z_1$$
$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 + (\dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_2) Y_0$$

иккинчи тенгламадан I нинг қийматини биринчи енгламага қўйсак,



9.2-расм

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_2 Z_1 Y_0 + \dot{I}_2 Z_1 + \dot{I}_2 Z_2 + \dot{I}_2 Z_1 Z_2 Y_0 = (1 + Z_1 Y_0)\dot{U}_2 + (Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0)\dot{I}_2$$

ҳосил бўлади. Олинган натижавий ифодани (9.5) тенглама кўринишида қайта ёзамиз:

$$\dot{U}_1=(1+Z_1Y_0)\dot{U}_2+(Z_1+Z_2+Z_1Z_2Y_0)\dot{I}_2=A\dot{U}_2+B\dot{I}_2$$

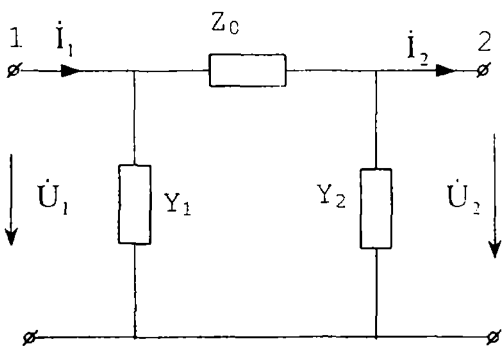
$$\dot{I}_1=Y_0\dot{U}_2+(1+Z_2Y_0)\dot{I}_2=C\dot{U}_2+D\dot{I}_2$$

Бу ерда мос равишда:

$$A=1+Z_1Y_0; B=Z_1+Z_2+Z_1Z_2Y_0; C=Y_0 \qquad D=1+Z_2Y_0$$

Шундай қилиб, тўртқутблик-нинг параметрлари Т-шаклли алмаши-ниш схемаси бўйи-ча бевосита пассив тўртқутблик тарзида берилган занжир ички элементлари қаршиликларининг ва ўтказувчанликла-рининг қийматлари-дан аниқлаш мум-кин. Аммо, кўпинча тескари масала қўйи-либ, бунда ички тузи-лиши мураккаб бўлган пассив тўртқутблик-нинг берилган A,B,C ва D параметрлари бўйича унинг Т-шаклли алмашиниш схемасини тузиб (9.2-расм),ва унинг учун Z_1, Z_2 ва Y_0 ларнинг қийматларини аниқлаш талаб этилади. Юқоридаги тенгламаларга кўра:

$$Z_1=\frac{A-1}{C}, Z_2=\frac{D-1}{C} \quad \text{ва} \quad Y_0=C$$



9.3-расм

Агар Z_1=Z_2 бўлса, Т-шаклли схема симметрик бўлади; чунки бу ҳолда A=D.

П-шаклли алмашиниш схемаси (9.3-расм) учун қуйидаги тенгламалар системасига эгамиз:

$$\dot{U}_1=\dot{U}_2+Z_0(\dot{I}_2+Y_2\dot{U}_2),$$
$$\dot{I}_1=\dot{I}_2+Y_2\dot{U}_2+Y_1\dot{U}_1,$$

бу тенгламаларни биргаликдаги ечими (9.5) система кўринишидаги ифодани беради:

$$\dot{U}_1=(1+Z_0Y_2)\dot{U}_2+Z_0\dot{I}_2=A\dot{U}_2+B\dot{I}_2;$$
$$\dot{I}_1=(Y_1+Y_2+Y_1Y_2Z_0)\dot{U}_2+(1+Y_1Z_0)\dot{I}_2=C\dot{U}_2+D\dot{I}_2,$$

яъни:

$$A=1+Z_0Y_2. B=Z_0, C=Y_1+Y_2+Y_1Y_2Z_0 \text{ ва } D=1+Y_1Z_0$$

Агар шу параметрлардан фойдаланиб, тўртқутбликнинг П-шаклли эквивалентини тузиш талаб этилса, у ҳолда:

$$Y_1 = \frac{D-1}{B}, Y_2 = \frac{A-1}{B} \quad \text{ва} \quad Z_0 = B$$

П-шаклли алмашиниш схемаси бўйича тўртқутбликнинг симметрия шарти $Y_1 = Y_2$ дир, чунки бунда $A = D$.

9.3. Тўртқутбликларнинг параметрларини тажриба йули билан аниқлаш

Пассив занжирларни, умуман олганда кўпқутбликлар, хусусий ҳолда эса тўртқутбликлар нуқтаи назаридан таҳлил қилишнинг асосий афзаллиги шуки, бу кўпқутбликлар (тўртқутбликлар)нинг ички тузилишидаги мураккаб занжир ва элементларни алоҳида таҳлил қилиш шарт эмас. Ички занжирларнинг катталиклари ўзгармас ва параметрларининг характерлари чизиқли бўлганда (9.5) тенглама билан аниқланадиган тўрткутбликнинг кириш ва чиқишидаги катталиклар орасидаги боғланиш занжирнинг ҳар қандай иш режимида $\dot{U}_1, \dot{I}_1$ ва $\dot{U}_2, \dot{I}_2$ ларнинг микдорий нисбатларини тавсифловчи қатъий математик қонуниятга айланади, яъни тўртқутбликнинг A, B, C ва D параметрлари занжирнинг ҳар қандай иш режимида, шунингдек, салт ишлашида ва киска туташганда ҳам (агар бу режим тўртқутбликнинг ички структурасинининг ўзгаришига сабаб бўлмаса) ўзгаришсиз қолади. Салт ишлаш ва қисқа туташиш тажрибалари асосида A,B,C ва D параметрларни тажриба ўтказиш йўли билан аниқлаш учун ана шу вазиятдан фойдаланамиз.

Салт ишлаш ҳолатида $Z_{юк}=\infty$ ва $I_{2c}= 0$ бўлса, (9.5) система ўрнига қуйидаги ифодани оламиз:

$$\dot{U}_{1c} = A\dot{U}_{2c};$$

$$\dot{I}_{1c} = C\dot{U}_{2c}$$

("с" индекс тегишли кучланиш ва токларнинг қаршилиги $Z_{юк}=\infty$ бўлиб, тўртқутбликнинг салт ишлаш режимида ўлчанганлигини билдиради).

Қисқа туташиш ҳолатида занжирнинг ташқи (чиқиш) кисмларида $Z_{юк} = 0$ ва $U_{2k} = 0$ бўлса, (9.5) система ўрнига

қуйидагини оламиз: $\dot U_{1к} = B\dot I_{2к}$
$\dot I_{1к} = D\dot I_{2к}$

("к" индекс тегишли ток ва кучланишларни тўртқутбликнинг қисқа туташиш режимида ўлчанганлигини билдиради).

Шундай қилиб, тўртқутбликнинг параметрлари қуйидагича аниқланиши мумкин:

$$A = \frac{\dot U_{1c}}{\dot U_{2c}};B = \frac{\dot U_{1k}}{\dot I_{2k}};C = \frac{\dot I_{1c}}{\dot U_{2c}} \quad \text{ва} \quad D = \frac{\dot I_{1k}}{\dot I_{2k}}.$$

Бу параметрлар тўртқутбликнинг кириш ва чиқишларида турғунлашган кучланиш ва токларга боғлиқ бўлмаганлиги туфайли юқоридаги тажрибаларни кучланиш U_1 ва ток I_1 нинг ўлчашга қулай бўлган ҳар қандай қийматларида бажариш мумкин. Умумий ҳолда A,B,C ва D параметрлар қуйидаги кўринишлдаги комплекс сонлардир:

$$\dot A = ae^{j\psi_a} \quad \dot B = be^{j\psi_b}, \dot C = ce^{j\psi_c} \text{ ва } \quad \dot D = de^{j\psi_d}$$

юқорида бажарилган ўлчашлар бу миқдорларнинг a; b; c ва d модулларини аниқлашга имкон беради. ψ_a, ψ_b, ψ_c ва ψ_d аргументларни аниқлаш учун бу тажрибаларни бошқа частотада бажариб, олинган натижаларни таққослаб, номаълум параметрларни аниқлашнинг тўла комплексига ўтиш мумкин.

Умуман A,B,C ва D параметрларни экспериментал аниқлаш тўртқутбликнинг иккита ихтиёрий ишчи ҳолати учун бажарилган ўлчашларни таққослашга асосланган бўлиши мумкин. Бу ҳолда, (9.5) системага биноан қуйидагига эга бўламиз:

$$\left.\begin{array}{l}\dot U_1 = A\dot U_2 + B\dot I_2\\ \dot I_1 = C\dot U_2 + D\dot I_2\end{array}\right\} \quad \text{ва} \quad \left.\begin{array}{l}\dot U_1' = A\dot U_2' + B\dot I_2'\\ \dot I_1' = C\dot U_2' + D\dot I_2'\end{array}\right\}$$

Бу тенгламалар системасининг биргаликдаги ечими:

$$A = \frac{\dot U_1\dot I_2' - U_1'U_2}{\dot U_2\dot I_2' - U_2'\dot I_2} B = \frac{\dot U_1\dot I_2' - U_2'U_1}{\dot U_2\dot I_2' - U_2'\dot I_2}$$

$$C = \frac{\dot I_1\dot I_2' - \dot I_1'\dot I_2}{\dot U_2\dot I_2' - U_2'\dot I_2} B = \frac{\dot U_2\dot I_1' - U_2'\dot I_1}{\dot U_2\dot I_2' - U_2'\dot I_2}$$

бунда $\dot U_1\dot I_1$ ва $\dot U_2\ \dot I_2$ тўртқутбликнинг кириш ва чиқишидаги биринчи ихтиёрий ҳолатда ўлчанган кучланиш ва токлар; $\dot U_1'\dot I_1'$ ва $\dot U_2'\dot I_2$ бошқа ихтиёрий режимда $\dot U_1$ ёки $Z_{юк}$ нинг ўзгариши туфайли юзага келган катталиклар.

9.4. Тўртқутбликнинг узатувчанлик функцияси ҳақида тушунча

Тўртқутбликларни дифференциаллаш ва интеграллаш хусусиятлари

Тўртқутбликнинг кириш $\dot{U}_1\ \dot{I}_1$ ва чиқиш $\dot{U}_2\ \dot{I}_2$ катталиклари орасидаги боғланишни ифодаловчи асосий тенгламаси бўлган (9.5) тенглама шундай ўзгартирилиши мумкинки, бунда тўртқутбликнинг берилган A,B,C ва D параметрларида истеъмолчининг $Z_{юк}$ қаршилигида унинг битта кириш ва битта чиқиш катталиклари орасидаги боғланиш бевосита ифода этилган бўлади. $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2$ бўлгани туфайли (9.5) системанинг ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{U}_1 &= \left(A + B\frac{1}{Z_{юг}}\right)\dot{U}_2 = f_1(\dot{U}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{U}_2 = F_1(j\omega)\dot{U}_1\\
\dot{U}_1 &= (AZ_{юг} + B)\dot{I}_2 = f_2(\dot{I}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{I}_2 = F_2(j\omega)\dot{U}_1\\
\dot{I}_1 &= \left(C + D\frac{1}{Z_{юг}}\right)\dot{U}_2 = f_3(\dot{U}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{U}_2 = F_3(j\omega)\dot{I}_1\\
\dot{I}_1 &= (CZ_{юг} + D)\dot{I}_2 = f_4(\dot{I}_2) \quad \text{ёки} \quad \dot{I}_2 = F_4(j\omega)\dot{I}_1
\end{aligned}\right\} (*)$$

бунда:

$$F_1(j\omega) = F_1(\omega)e^{j\alpha_1} = \frac{1}{A + B\ Z_{юг}},\ F_2(j\omega) = F_2(\omega)e^{j\alpha_2} = \frac{1}{AZ_{юг} + B};$$

$$F_3(j\omega) = F_3(\omega)e^{j\alpha_3} = \frac{1}{C + D\ Z_{юг}};\ F_4(j\omega) = F_4(\omega)e^{j\alpha_4} = \frac{1}{CZ_{юг} + D}$$

-комплекс кўпайтувчилар; уларнинг ёрдамида берилган кириш катталигидан номаълум чиқиш катталигига ўтилади.

Умуман, мураккаб занжирлар таҳлил қилинганда занжирнинг қандайдир тармоғига берилган (маълум) ток $i_1(t)$ ёки кучланиш $U_1(t)$ таъсирида бошқа тармоқларда ҳосил бўлган ток $i_2(t)$ ни ёки кучланиш $U_2(t)$ ни аниқлаш зарурати туғилади. Биринчи тармоқни қандайдир тўртқутбликнинг кириш ва иккинчи тармоқни эса чиқиш қисмлари деб қабул қилиб, берилган ва номаълум катталиклар орасидаги зарур боғланишни олиш учун (*) тенгламалар системасининг бирортасидан фойдаланиш мумкин. Кириш катталиклари $i_1(t)$ ва $u_1(t)$ ларни умумлашган функция $x_1(t)$ орқали, чиқиш катталиклари $i_2(t)$ ва

$u_2(t)$ ни эса $x(t)$ орқали белгилаб, бу ўзгарувчан катталиклар орасидаги боғланишни ифодаловчи ва узатувчанлик функцияси деб аталадиган $F(t)=x_2(pt)$: $x_1(pt)$ ни топамиз. Агар $x_1(t)$ ва $x_2(t)$ нинг ўрнига уларнинг оператор тасвири олинса, бу боғланиш оператор шаклида қуйидагича ёзилади:

$$F(p) = \frac{x_2(p)}{x_1(p)}, \qquad (**)$$

бунда $F(p)$ оператор шаклидаги узатувчанлик функцияси.

(*) ва (**) ифодаларни таққослаб, комплекс кўпайтирувчилар $F_1(j\omega)$, $F_2(j\omega)$ ва ҳоказоларнинг $p=j\omega$ да $F_1(p)$, $F_2(p)$ ва ҳоказо узатувчанлик функциялари маъносига эга бўлишини кўрамиз.

Фурье қаторини бевосита алмаштириш шаклини олиб,

$$F(j\omega) = \int_0^\infty f(t)e^{-pt}\ dt$$

уни вақт $t<0$ да $f(t)=0$ шартни қаноатлантирувчи вақт функцияси учун Лаплас алмаштириши

$$F(p) = \int_0^\infty f(t)e^{\ pt}\ dt$$

ни таққослашдан кейин ҳам шундай хулосага келиш мумкин.

(*) ва (**) ифодалардан кўринадики, тўртқутбликнинг кириш қисмларидаги кучланиш $u_1(t)$ дан унинг чиқиш қисмларидаги кучланиш u_2 (t) га ёки ток $i_1(t)$ дан ток $i_2(t)$ га ўтишда узатувчанлик функцияси $F(j\omega)=F(p)$ нинг ўлчами нолга тенг. Агар $x_1(t)=i_1(t)$ ва $x_2(t)=u_2(t)$ бўлса, у ҳолда F (p) функция қаршилик ўлчамига эга бўлиб, тўртқутбликнинг кириш ва чиқиш қутблари орасидаги умумлашган (операторли) ўзаро қаршиликни ифодалайди. Агар $x_1(t)=u_1(t)$ ва $x_2(t)=i_2(t)$ бўлса, узатувчанлик ўлчамига эга бўлиб, кўриб чиқилаётган занжирнинг қисмалари орасидаги умумлашган (операторли) ўзаро ўтказувчанликни ифодалайди.

Юқорида киритилган тушунчаларнинг қаршилиги $Z_1=Z_2=j\omega L$ ва ўтказувчанлиги $Y=j\omega C_0$ бўлган Т-шаклли конкрет симметрик тўртқутбликнинг (9.2-расм) мисолида кўрамиз. Бу тўртқутбликнинг параметрлари

$$A = 1 + Z_1Y_0 = 1 + j\omega L \cdot j\omega C_0 = 1 - \omega^2LC_0; B = Z_1 + Z_2 + Z_1Z_2Y_0 = j2\omega L - \\ - j\omega^3L^3C_0 = j\omega L(2 - \omega^2LC_0); C = j\omega C_0 \qquad D = A = 1 - \omega^2LC_0$$

бўлади. Тўрткутбликнинг чиқиш қутбларидаги приёмникнинг қаршилигини $Z_{юк} = \infty$ деб ҳисоблаб (салт ишлаш режими) (9.4) системани келтирилган Z-параметрли тенглама орқали бу ҳол учун мумкин бўлган барча узатувчанлик функциясини ифодалаймиз. Тўрткутбликнинг (9.4) системаси бўйича ёзилган тенгламасининг оператор тасвири қуйидагича бўлади:

$$U_1(p) = Z_{11}(p)I_1(p) + Z_{12}(p)I_2(p).$$
$$U_2(p) = Z_{21}(p)I_1(p) + Z_{22}(p)I_2(p).$$

бунда $Z_{юк} = \infty$ ва $I_2(p) = 0$ бўлгани туфайли

$$F_1(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_{21}(p)}{Z_{11}(p)} = \frac{1}{pC_0\left(pL + \dfrac{1}{pC_0}\right)} = \frac{1}{1 + p^2LC_0}$$

бўлади, аммо (*) га биноан:

$$F_1(j\omega) = \frac{1}{A + B\ Z_{юг}} = \frac{1}{A} = \frac{1}{1 - \omega^2 LC_0}$$

$p = j\omega$ бўлганда F (p) билан F (jω) бир-бирига муносиб бўлади.

Тўрткутбликнинг кириш ва чиқиш қутблари орасидаги умумлашган (операторли) ўзаро қаршилиги:

$$F_3(p)\ \frac{U_2(p)}{I_1(p)} = Z_{21}(p) = \frac{1}{pC}.$$

бу эса (*) га биноан:

$$F_3(j\omega) = \frac{1}{C + D\ Z_{юг}} = \frac{1}{C} = \frac{1}{j\omega C_0}$$

занжирнинг умумлашган (операторли) ўзаро ўтказувчанлиги $F_2(p) = \dfrac{I_2(p)}{U_1(p)} = 0$, шунингдек, $F_2(j\omega) = \dfrac{1}{A\ Z_{юг} + B} = 0$ (демак, занжирнинг умумлашган (операторли) ўзаро қаршилиги ва ўтказувчанлиги бир-бирига қарама-қарши катталиклар эмас).

Узатувчанлик функцияси

$$F_4(p) = \frac{I_2(p)}{I_1(p)} ЛғЏ \qquad F_4(j\omega) = \frac{1}{CZ_{юг} + D}$$

ток $I_2(p) = 0$ ёки $Z_{юк} = \infty$ бўлганидан нолга тенг.

Энди тўрткутбликнинг кириш оператор қаршилиги тўғрисида тушунча киритамиз; шунга кўра,

$$Z_{1\text{ғЦр}}(p)=\frac{U_1(p)}{I_1(p)}\ \text{бу эса}\ I_2(p)=\frac{U_2(p)}{Z_{\text{юг}}}\neq 0$$

бўлган умумий ҳолда, (9.8) дан қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$Z_{1\text{ғЦр}}(p)=\frac{Z_{11}(p)\cdot Z_{\text{юг}}(p)-Z_{11}(p)Z_{22}(p)+Z_{12}(p)\cdot Z_{21}(p)}{Z_{\text{юг}}(p)-Z_{22}(p)}$$

Юқорида келтирилган мисол учун (салт юриш режимида ишлаётган Т-шаклли симметрик тўртқутблик) (9.8) га биноан, қуйидагига эгамиз:

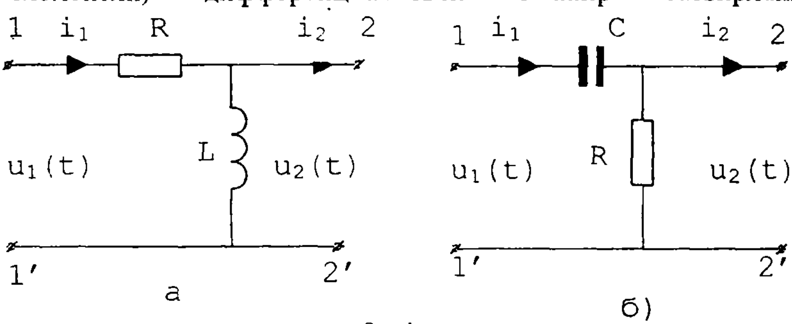
$$Z_{1\text{ғЦр}}(p)=\frac{U_1(p)}{I_1(p)}=Z_{11}(p)=pL+\frac{1}{pC_0}$$

ёки комплекс шаклда

$$Z_{\text{кир}}(p)=\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1}=Z_{11}=Z_1+\frac{1}{Y_0}=j\omega L+\frac{1}{j\omega C_0}=j\left(\omega L-\frac{1}{\omega C_0}\right)$$

Шундай тўртқутбликлар қуриш мумкинки, уларнинг чиқиш қисмларидаги кучланишлар вақт жиҳатидан кириш қисмларидаги кучланишларнинг ҳосиласини ёки интегралини беради.

Бу тўртқутбликлар алоҳида тоифани ташкил этади. Улар д и ф ф е р е н ц и а л л о в ч и ва и н т е г р а л л о в ч и з а н ж и р л а р деб аталади ва ўлчаш ҳамда ҳисоблаш техникасида, автоматика ва электроникада кенг қўлланилади. 9.4-а,б расмда R,L ва R, C параметрлардан тузилган оддий (икки элементли) дифференциалловчи занжир тасвирланган.



9.4-расм

Тўртқутбликнинг чиқиш қисмларидаги қаршилик $Z_{\text{юк}}=\infty$ ва ток $i_2\cong 0$ деб олинганда (реал занжирларда $i_2\neq 0$ бўлади, аммо $i_2 << i_1$). 9.4-а расмдаги занжирда бу нолли бошланғич шартларига биноан ва (9.8) ифодани ҳисобга олганда қуйидаги боғланиш мавжуд:

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \cdot I_1(p) = pLI_1(p) = \frac{pL}{R + pL} U_1(p)$$

Бу боғланиш эса ўтиш функцияси орқали амалга оширилиши мумкин:

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{pL}{R + pL}$$

Агар R,L звенонинг вақт доимийси $\tau = L/R$ унчалик катта бўлмаса, яъни кучланиш $u_1(t)$ нинг сезиларли ўзгариши учун кетган вақт интегралидан бирмунча кам деб олинса, у ҳолда тахминан $I(p) \cong \frac{U_1(p)}{R}$ деб қабул қилиш мумкин. Демак, $U_2(p) = \frac{L}{R} pU_1(p)$ ва $F(p) = \frac{L}{R} p$ бўлади. Нолли бошланғич шартларда $pU_1(p) = \frac{d}{dt} u_1(t)$ эканлигини ҳисобга олган ҳолда, қуйидагини ёзамиз:

$$u_2(t) \cong \frac{L}{R} \cdot \frac{d}{dt} u_1(t),$$

яъни тўртқутбликнинг 2-2′ чиқишидаги кучланиш $u_2(t)$ унинг 1-1′ киришидаги кучланиш $u_1(t)$ нинг ҳосиласига пропорционал (9.4-а расм).

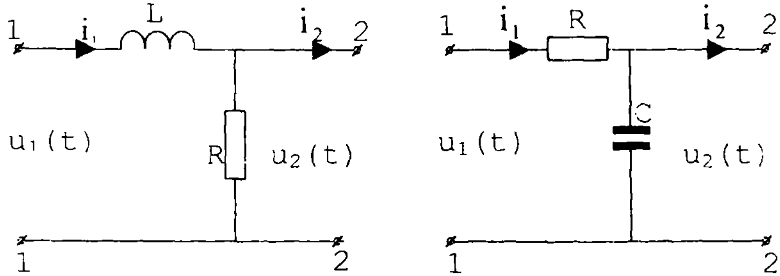
Худди шунга ўхшаш, 9.4-б расмдаги занжир учун (9.8) системага биноан

$$U_2(p) = Z_{21}(p) \; I_1(p) = R \frac{U_1(p)}{R + \frac{1}{pC}}, F(p) = \frac{R}{R + \frac{1}{pC}}$$

ни ёзиш мумкин. R,C звено вақт доимийси $\tau = RC$ нинг етарлича кичик қийматларида

$I_1(p) \cong pCU_1(p), U_2(p) \cong RCpU_1(p)$ ва $F(p) \cong RC \cdot p$ деб қабул қилиш мумкин; демак $u_2(t) \cong RC \frac{d}{dt} u_1(t)$ бўлади, яъни занжирнинг чиқиш қисмларидаги кучланиш $u_2(t)$ 9.4-б расмда ҳам унинг кириш қисмларидаги кучланиш $u_1(t)$ нинг ҳосиласига пропорционал.

9.5-а,б расмда R, L ва C параметрлардан тузилган оддий (икки элементли) интегралловчи занжир тасвирланган. Диффе-



9.5-расм

ренциални татбиқ этиб, занжирнинг кириш ва чиқиш қисмлари орасидаги катталикларнинг боғланишини ифодаловчи тенглама тузамиз.

9.5-а расмдаги занжир учун (9.8) га биноан,

$$U_2(p) = Z_{21}(p)\cdot I_1(p) = R\frac{U_1(p)}{R+pL}, F(p) = \frac{R}{R+pL}$$

9.5-а,б расмдаги занжир учун ҳам

$$U_2(p) = Z_{21}(p)\ I_1(p) = \frac{1}{pC}\cdot\frac{U_1(p)}{R+1/pC}, F(p) = \frac{1/pC}{R+1/pC}$$

9.5-а-расмдаги занжирда **R** нинг кичик қийматлари учун ва аксинча 9.5-б расмдаги занжирда **R** нинг етарлича катта қийматлари учун биринчи ҳолда тахминан

$$U_2(p) \cong \frac{R}{L}\frac{1}{p}U_1(p) \qquad \text{ва } F(p) \cong \frac{R}{pL}$$

деб, иккинчи ҳолда эса

$$U_2(p) \cong \frac{1}{RC}\frac{1}{p}U_1(p) \quad \text{ва } F(p) \cong \frac{1}{pRC}$$

деб қабул қилиш мумкин. Аммо $\frac{1}{p}U_1(p) = \int_0^t u_1(t)dt$

бўлгани учун 9.5-а,б расмдаги занжирда кириш кучланиши $u_1(t)$ ни интеграллаш жараёни содир бўлади.

Хулоса қилиб айтиш мумкинки, кириш кучланиши $u_1(t)$ ни дифференциаллаш ва интеграллашнинг эффектига R, L ва C параметрларнинг миқдорий нисбатлари бўйича қўйилган шартга кўра кириш сигналининг анчагина сўниши натижасида эришилади. Шунинг учун аниқ шароитда фазаси бўйича ўзгартирилган кучланиш $u_2(t)$ нинг юкламага узатишдан аввал кучайтириш лозим бўлади. Параметрларини танлаш нуқтаи-назаридан қўйилган шартларни қаноатлантирувчи энг яхши оптимал схема 9.4-а расмдаги дифференцияловчи занжир, 9.5-б расмдаги интеграловчи занжир ҳисобланади.

9.1-м и с о л. Агар $Z_1 = 3 + j4$ Ом, $Z_2 = 5 + j12$ Ом ва $Y_0 = j\,0{,}1$ 1/Ом маълум бўлса, Т-шаклли пассив тўртқутбликнинг (9.2-расм) параметрлари аниқлансин.

Е ч и ш.

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + (3 + j4) j0{,}1 = 0{,}6 + j0{,}3 = 0{,}671 \cdot e^{j26^0 30'}$$

$$B = Z_1 + Z_2 + Z_1 \cdot Z_2 Y_0 = 8 + j16 + 6{,}5e^{j210^0 40'} = 2{,}4 + j12{,}7 =$$

$$= 12{,}9e^{j79^0 20'}; C = Y_0 = j0{,}1 = 0{,}1e^{j90^0}$$

$$D = 1 + Z_2 Y_0 = -0{,}2 + j0{,}5 = 0{,}54e^{j111^0 480}$$

Ечимни текшириш: AD-BC = (0,6 + j 0,3)·(-0,2 + j 0,5)   (2,4 + j 12,7)· j 0,1 = - 0,12   j 0,06 + j 0,3 - 0,15   j 0,24 + 1,27 = 1

9.2-м и с о л. Кучланиши $\dot{U}_1 = 220$ вольтли мўътадил манбага пассив симметрик тўртқутблик (9.1-расм) уланган, унинг 2-2′ чиқиш қутбига қаршилиги $Z_{юк} = 30e^{j60^0}$ Ом бўлган юкламага уланган. Номинал режимда у орқали $\dot{I}_2 = -j4$ А ток оқиб ўтади. Юклама ажратилганда (салт ишлашда) занжирнинг чиқиш қисмларидаги кучланиш $\dot{U}_{2c} = 180e^{j60^0}$ Қуйидагилар аниқлансин: 1) тўртқутбликнинг A,B,C ва D параметрлари;

2)тўртқутбликнинг салт ишлаш, қисқа туташиш ва номинал режимларда унинг кириш қаршилиги;

3) тўртқутбликнинг номинал режимида унинг узатувчанлик функцияси;

Е ч и ш   1 А параметрини қуйидаги шартдан топамиз

$$\dot{U}_{1c} = A\cdot \dot{U}_{2c}\,(\dot{I}_2 = 0)$$

Шунинг учун

$$A = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{U}_{2c}} = -\frac{220}{180e^{-j60^0}} = 1{,}22e^{j60^0} = 0{,}61 + j1{,}05$$

бўлади.

2. Номинал режимда $\dot{U}_2 = Z_{юк}\dot{I}_2$ эканлигини билган ҳолда $\dot{U}_2 = 30e^{j60^0}\cdot 4\cdot e \quad = 120e$ га эга бўламиз; демак,

$$\dot{U}_1 = A\dot{U}_2 + B\dot{I}_2.$$

Бу ердан

$$B = \frac{\dot{U}_1 - A\dot{U}_2}{\dot{I}_2} = \frac{220 - 1{,}22e^{j60^0}\quad 120e^{-j30^0}}{4e^{-j90^0}} = 29{,}6e^{j51^0 48'}$$

3. Тўртқутбликнинг симметриклиги (A=D) ҳисобга олинган ҳолда богланиш тенгламаси AD-BC=1 дан қуйидагига эга бўламиз:

$$C = \frac{A^2-1}{B} = \frac{1{,}22^2e^{j120^0}-1}{29{,}6e^{j51^0 48'}} = \frac{-1{,}75+j1{,}3}{29{,}6e^{j51^0 48'}} = 0{,}074e^{j91^0 378} \cong j0{,}074 \quad 4.$$

Тўртқутбликнинг кириш қаршилиги:

а) салт ишлаш режимида:

$$Z_{1ғғЏр-} = \frac{\dot{U}_{1c}}{\dot{I}_{1c}} = \frac{A}{C} = \frac{1{,}22e^{j60^0}}{0{,}074e^{j60^0}} = 16{,}6e^{-j30^0}\ \text{м“}$$

б) қисқа туташиш режимида:

$$Z_{1ғғЏр.} = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = \frac{B}{D} = \frac{29{,}62e^{j51^0 48'}}{1{,}22e^{j60^0}} = 24{,}1e^{-j8^0 12'}\ \text{м“}$$

в) номинал режимда:

$$Z_{1ғғЏ} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{\dot{U}_1}{(CZ_{юк} + D)\dot{I}_2} = \frac{220e^{j90^0}}{\left(0{,}074e^{j90^0}\quad 30e^{j60^0} + 1{,}22e^{j60^0}\right)\cdot 4} =$$

$$= \frac{220}{10{,}1e^{j31^0}} = 21{,}8e^{-j31^0}\ \text{м“}$$

4.Тўртқутбликнинг номинал режимдаги узатувчанлик коэффициенти:

а) кучланиш бўйича:

$$F_u(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{120e^{-j30^0}}{220} = 0{,}54e^{-j30^0}$$

ёки оператор шаклида: $$F_u(p) = 0{,}545\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{p}{2\omega}\right);$$

б) ток бўйича: $$F_i(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{I}_1} = \frac{4e^{-j90^0}}{10.1e^{j31^0}} = 0.4e^{-j121^0}$$

ёки оператор шаклида: $$F_i(p) \cong 0{,}4\left(-0{,}5 - \frac{\sqrt{3}p}{2\omega}\right);$$

в) умумлашган ўзаро қаршилиги:

$$F_z(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{I}_Л} = \frac{120e^{-j30^0}}{10{,}1e^{j31^0}} = 11{,}9e^{-j61^0} \cong 11.9\left(0.5 - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

ёки $$F\ (p)\quad 11\ 9\left(0{,}5\qquad \frac{\sqrt{3}\,p}{2\,\omega}\right)$$

г) умумлашган ўзаро ўтказувчанлиги:

$$F_y(j\omega) = \frac{\dot{I}_2}{\dot{U}_1} = \frac{4e^{-j90^0}}{220} = -j0{,}01818$$

ёки $$F_y(p) = -0{,}01818\frac{p}{\omega}$$

X БОБ
ЗАНЖИРСИМОН (КАСКАДЛИ) СХЕМАЛАР ВА ЧАСТОТААЖРАТГИЧ ЭЛЕКТР ФИЛЬТРЛАРИ

10.1. Занжирсимон схемалар ва уларнинг асосий тенгламалари ҳамда тавсифлари

Бир қанча мухандислик масалаларида (алоқа канали бўйлаб ахборот узатиш, электр узатиш линиялари ва ҳ.к.) мураккаб занжирларни тахлил қилишда уларнинг айрим звеноларини (занжирсимон) улаш зарурати туғилади. Кўпинча бундай тўртқутбликлар пассив бўлиб, ҳар бир каскаднинг чиқиш қисми кейинги каскаднинг кириш қисми ҳисобланади (10.1-расм). Бундай занжирлар "занжирсимон схемалар" деб аталади. Ҳар қанча звеноли барча занжирсимон схемалар кириш қисмларига $\dot{U}_1$ кучланиш ва $\dot{I}_1$ ток, чиқиш қисмларига эса $\dot{U}_{n+1}$ кучланиш ва $\dot{I}_{n+1}$ ток таъсир этаётган ягона тўртқутблик деб қаралиши мумкин.

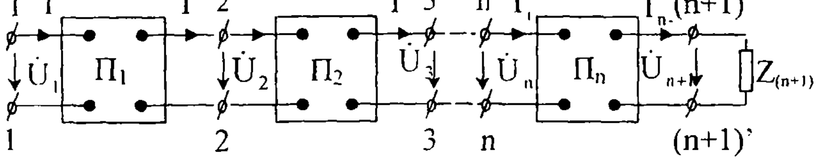
Бундай тўртқутбликнинг параметрларини 9.3 да кўрсатилганидек, назарий ҳисоблаш йўли билан, шунингдек, тажриба йўли билан аниқлаш мумкин. Тўртқутбликнинг звеноси алоҳида кўриб чиқилганда шу звенонинг ички структурасига боглиқ бўлган A,B,C ва D параметрларга эга. Шундай қилиб, k-нчи пассив тўртқутблик $П_k$ қуйидаги боғланиш тенгламаси билан ифодаланади:

$$\dot{U}_k = A_k \quad \dot{U}_{k+1} + B_k \dot{I}_{k+1}$$

$$\dot{I}_k = C_k \quad \dot{U}_{k+1} + D\dot{I}_{k+1}$$

Бу звенонинг кириш томонидаги тўла қаршилиги:

$$Z_{\text{к.кир}} = \frac{\dot{U}_k}{\dot{I}_k} = \frac{A_k \quad Z_{k+1} + B_k}{C_k Z_{k+1} + D_k}$$



10.1-расм

бунда: $Z = \frac{\dot{U}_{k+1}}{\dot{I}_{k+1}}$ – тўртқутблик $П_k$ нинг чиқиш томонидаги қаршилиги; A_k, B_k, C_k ва D_k шу тўртқутбликнинг доимий параметрлари.

Шундай қилиб, доимо ҳар бир кейинги звенодан олдингисига ўтиш йўли билан барча занжирли схеманинг 1-1′ қисмларига нисбатан кириш қаршилигини аниқлаш мумкин:

$$Z_{кир.1} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 \; Z_2 + B_1}{C_1 Z_2 + D_1}.$$

Бунда A_1, B_1 C_1 ва D_1 тўртқутблик $П_1$ нинг биринчи звеноси параметрлари; $Z_2 = \dot{U}_2 / \dot{I}_2$ -занжирсимон схеманинг 2-2′ қисмла-рига нисбатан кириш қаршилиги ёки биринчи тўртқутбликнинг чиқишидаги қаршилиги.

Занжирсимон схемаларнинг звеноларини мослашти-риш амалда кенг тарқалган, яъни алоҳида олинган тўртқутбликларнинг параметрларини бундай танлаш (10.1-расм), занжирсимон схеманинг чиқиш томонидаги қаршилик Z_{n+1} ни кучланиш манбаи $\dot{U}_{n+1}$ билан, кучланиш манбаи $\dot{U}_n$ ни эса қаршилик $Z_1 = \dot{U}_1 / \dot{I}_1$ билан алмаштирсак, кучланиш комплексларининг ток комплексларига нисбатлари барча қисмларда, бу мураккаб занжир манбага тўғри уланганидек ўзгаришсиз қолади. Биринчи тўртқутблик учун бу қуйидагини билдиради:

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{A_1 \dot{U}_2 + B_1 \dot{I}_2}{C_1 \dot{U}_2 + D_1 \dot{I}_2} = \frac{A_1 Z_2 + B_1}{C_1 Z_2 + D_1} = Z_1 \text{ (тўғри улаш)}, \qquad (10.1)$$

$$\frac{\dot{U}_2}{\dot{I}} = \frac{D_1 \dot{U}_1 + B_1 \dot{I}_1}{C_1 \dot{U}_1 - A_1 \dot{I}_1} = \frac{D_1 Z_1 + B_1}{C_1 Z_1 + A_1} = Z_2 \text{ (тескари улаш)}, \qquad (10.2)$$

бунда: $Z_1 = Z_{1c}$ ва $Z_2 = Z_{2c}$ занжирсимон схема мос равишда ишлаганда тўртқутбликнинг кириш ва чиқиш томонларидаги т а в с и ф и й қ а р ш и л и к л а р и

(10.1) ва (10.2) ни унча мураккаб бўлмаган ўзгартириш натижасида қуйидагиларни олиш мумкин:

$$Z_{1c} = \sqrt{\frac{A_1 B_1}{C_1 D_1}}; Z_{2c} = \sqrt{\frac{B_1 D_1}{A_1 C_1}}. Z_{1c} \;\; Z_{2c} \;\; \frac{B_1}{C_1}. Z_{1c} \;\; Z_{2c} = A_1 \;\; D_1; \qquad (*)$$

Тўртқутбликнинг параметрлари орасидаги $A_1D_1-B_1C_1=1$ боғланиш тенгламасига мос бўлган $Ch^2\gamma = A_1D_1$ ва $Sh^2\gamma = B_1C_1$ белгилашларни киритиб ва характеристик қаршиликлар оркали кўриб чиқилаётган қайтувчан тўртқутбликнинг параметрларини аниқлашга имкон берувчи қуйидаги муносабатларни ёза оламиз:

$$\left.\begin{aligned} A_1 &= \sqrt{Z_{1c}/Z_{2c}}\; ch\gamma, \quad B_1 = \sqrt{Z_{1c}\;Z_{2c}}\; sh\gamma_1 \\ C_1 &= \frac{1}{\sqrt{Z_{1c}\;Z_{2c}}}\; sh\gamma \quad \text{ва} \quad D_1 = \sqrt{\frac{Z_{2c}}{Z}}\; ch\gamma \end{aligned}\right\} \qquad (**)$$

"Тўртқутбликнинг узатиш ўлчови" деб аталувчи параметр умумий ҳолда комплекс миқдор бўлиб, қуйидагича ифодаланиши мумкин:

$$\gamma = \alpha + j\beta \qquad (10.3)$$

бунда: α тўртқутбликнинг сўниш коэффициенти; β фазавий коэффициенти.

Тўртқутблик симметрик ($A_1 = D_1$) бўлган ҳолда, (**) га биноан, занжирнинг умумий тавсифий қаршилиги

$$Z_{1c} = Z_{2c} = Z_c = \sqrt{\frac{B_1}{C_1}}$$

бўлади.

Бу қаршилик, бошқача айтганда "*тўртқутбликнинг такрорий қаршилиги*" деб аталади, чунки у тўртқутбликнинг юкламаси сифатида уланганда кейинги тўртқутбликнинг кириш томонида худди шу Z_c қаршиликка эга бўлади. Агар занжирсимон схеманинг звенолари (10-1-расм) фақат мосланган бўлмай, симметрик ҳам бўлганда юкламанинг қаршилиги $Z_{юк} = Z_c$ бўлса, занжирли схеманинг кириш томонидаги қаршилиги Z_1 ҳам Z_c га тенг бўлади.

Умумий ҳолда $Z_{1c} \neq Z_{2c}$ бўлганда, биринчи тўртқутбликнинг узатиш коэффициенти γ ни қуйидаги нисбатлардан ҳам аниқлаш мумкин:

$$\dot{U}_1/\dot{U}_2 = A_1 + B_1/Z_{2c} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_1/\dot{I}_2 = C_1 Z_{2c} + D_1$$

Буларни бирлаштириб, тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_2 \dot I_2} = A_1 C_1 Z_{2c} + A_1 D_1 + B_1 C_1 + B_1 D_1 \frac{1}{Z_{2c}}$$

$$= \left(\sqrt{A_1 D_1} + \sqrt{B_1 C_1}\right)^2 = (ch\gamma + sh\gamma)^2 = e^{2\gamma}$$

чунки $\quad ch\gamma = \frac{1}{2}\left(e^{\gamma} + e^{-\gamma}\right)$ ва $sh\gamma = \frac{1}{2}\left(e^{\gamma} - e^{-\gamma}\right)$

Шундай қилиб номаълум параметрлар

$$\gamma = \frac{1}{2}\ln\frac{\dot U_1 \dot I_1}{\dot U_2 \dot I_2} = \ln\left[\sqrt{A_1 D_1} + \sqrt{B_1 C_1}\right]$$

бўлади. Тўртқутблик симметрик бўлганда, яъни $A_1 = D_1$ ва $\frac{\dot U_1}{\dot I_1} = \frac{\dot U_2}{\dot I_2} = Z_c$ да $\gamma = \ln\left(A_1 + \sqrt{B_1 C_1}\right)$ бўлади. Аммо

$$\dot U_1 / \dot U_2 = A_1 + B_1 / Z_1 = A_1 + \sqrt{B_1 C_1} \quad \text{ва} \quad \frac{\dot I_1}{\dot I_2} = A_1 + \sqrt{B_1 C_1}$$

бўлгани туфайли

$$\gamma = \ln\frac{\dot U_1}{\dot U_2} = \ln\frac{\dot I_1}{\dot I_2}, \quad \text{ёки} \quad \frac{\dot U_1}{\dot U_2} = \frac{\dot I_1}{\dot I_2} = e^{\gamma}$$

ни ҳосил қиламиз. Амплитудавий ва фазавий нисбатларни ҳисобга олганда

$$\frac{\dot U_1}{\dot U_2} = \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_{u1} - \varphi_{u2})}$$

ва энди (10.3) ифода ўрнига қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \ln\left[\frac{U_1}{U_2} e^{j(\psi_{u1} - \psi_{u2})}\right] = \ln\frac{U_1}{U_2} + j(\psi_{u1} - \psi_{u2}) \quad (10.4)$$

Коэффициент γ нинг ҳақиқий қисми $\alpha = \ln(U_1:U_2)$ кириш кучланиши U_1 (ёки токи I_1) кўриб чиқилаётган занжирсимон схемадаги (10.1-расм) $П_1$ тўртқутбликдан ўтганда унинг модули қанча ўзгаришини кўрсатади. Тўртқутбликнинг кириш ва чиқиш қисмларидаги оний кучланишлар $u_1(t)$ ва $u_2(t)$ нинг бошланғич фазалари айирмасига тенг бўлган мавҳум қисми $\beta = \psi_{u1} - \psi_{u2}$ тўртқутбликка берилган кучланиш фазаларининг ўзгариш даражасини белгилайди.

Сўниш коэффициенти α непер (неп) ёки децибелл (дб) ҳисобида, фазалар коэффициенти β эса радиан (рад) ҳисобида ўлчанади. Сигналнинг 1 неп сўниши чиқиш кучланиш модули U_2 нинг (ёки ток I_2 нинг) кириш кучланиши U_1 (ёки ток I_1)

модулидан e=2,718 марта кичиклигини билдиради, яъни $U_1/U_2 = I_1/I_2 = e$. Сўниш бирликлари 1 неп билан 1 дб орасидаги боғланиш қуйидагича аниқланади:

1 неп = 8,086 дб, ёки 1 дб = 0,115 неп.

10.2. Частота ажратувчи электр фильтрлар

9.4 да кўрсатиб ўтилганидек, тўртқутбликнинг кириш томонидаги $x_1(t)$ сигнал билан унинг чиқиш томонидаги реакцияси $x_2(t)$ орасидаги миқдор ва сифат нисбатлар узатувчанлик функцияси F (jω) билан аниқланади. Узатувчанлик функцияси F (jω) нинг частотаси ўз навбатида тўртқутбликнинг ички параметрлари R, L ва C га боғлиқ бўлади. Параметрларнинг шундай нисбатини танлаш мумкинки, бунда узатувчанлик функцияси F (jω) сигнал $x_1(t)$ билан кираётган айрим частоталар ва частоталар ҳудуди учун танлаш хусусиятига эга. Частота танлаш хусусиятига эга бўлиб, айрим тўртқутбликлар ёки занжирли схемалар тарзида тузилган қурилмалар ч а с т о т а а ж р а т у в ч и э л е к т р ф и л ь т л а р деб аталади. Баъзи частоталар ўз диапазони билан аниқланиб, ў т к а з и ш ч е г а р а л а р и (ёки т и н и қ л и к з о н а с и) деб аталадиган ҳудудда электр фильтр сигнал $x_1(t)$ нинг бошланғич амплитудасини деярли камайтирмай (бунда сўниш коэффициенти $\alpha \rightarrow 0$ бўлади) ўтказади. Аксинча, тутиб қолиш ҳудудида (яъни, ўтказиш чегараларидан ташқарида) сигналнинг сўниши максимал бўлиб, фильтрнинг чиқиш томонида сигнал $x_2(t)$ нинг амплитудаси сигнал $x_1(t)$ нинг амплитудасига нисбатан ҳисобга олмаслик даражасида кичик бўлади. Электр фильтрлар алоқа техникасида, радиотехникада, автоматика ва телемеханика қурилмаларида ва бошқаларда кенг кўламда ишлатилади. Масалан, ўта сезгир частота фильтри бир жуфт сим орқали бир неча ўнтача телефон сигналларини узатишга, яъни кўп каналли алоқани амалга оширишга имкон беради. Фильтрларнинг танланган сиқиқ чегаралари частоталарига таъсири шаҳар радио тармоқлари орқали уч каналли радио узатишга ҳам асос қилиб олинган.

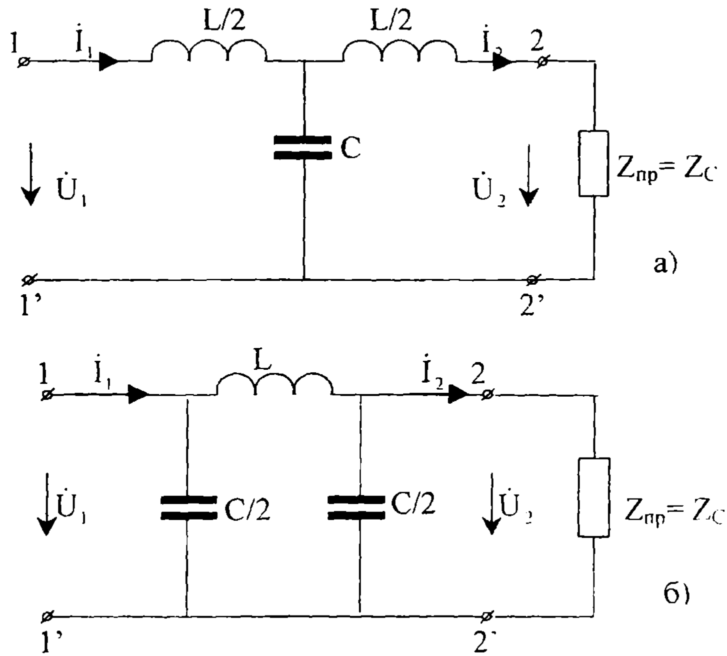
Ўзининг вазифаси ва схеманинг тузилиши жиҳатидан электр фильтрлар 1) қуйи частотали; 2) юқори частотали; 3) ҳудудли (частоталараро) ва 4) тўсувчи фильтрларга бўлинади.

Частота ажратувчи фильтрларнинг ишлаш принципи индуктивлик ва сиғимлар қаршиликларининг (ёки ўтказувчанликларнинг) сигнал частотаси ω қийматига боғлиқ ҳолда ўзгаришига асосланган. Частота ажратувчи фильтларнинг реактив элементи L ва C лардан тузилганлигининг яна бир сабаби шуки, уларда актив энергия исрофи минимал бўлади.

10.3. Қуйи частота фильтрлари

Нолдан ω_0 гача бўлган частоталардаги сигналларнинг эркин (бемалол) ўтишини таъминлаб, частотаси бир мунча юқори бўлган сигналларнинг ўтишига тўсқинлик қилувчи фильтлар *қуйи частота фильтрлари* деб аталади.

Қўйилган шартларни юқори частотали токларнинг максимал сўнишини таъминловчи кетма-кет индуктив ва параллел сиғим элементларидан тузилган тўртқутблик фильтрлари қаноатлантиради. 10.2-а ва б расмда тегишлича идеал реактив



10.2-расм

элемент L ва C дан тузилган "T" ва "П" шаклли қуйи частота фильтрлари кўрсатилган. Бу тўрткутбликларнинг фильтрлаш хусусиятини аниқлаш учун уларнинг сўниш ва фазалар коэффициентини, шунингдек, тавсифий қаршиликларини фильтрларнинг кириш томонидаги сигналнинг частоталарига боғлиқлигини текширамиз. Тавсифий қаршилик $Z_{кик}=Z_c$ га юкланган симметрик ва мосланган Т-шаклли тўрткутблик (10.2-а расм) учун (**) формула 10.1 га биноан,

$$A = ch\gamma = ch(\alpha + j\beta) = ch\alpha \cdot \cos\beta + j sh\alpha \cdot \sin\beta \qquad (10.5)$$

бўлади; бунда A тўрткутблик доимийси.

9.2 да баён қилинганига биноан 10.2-а расмдаги Т-шаклли тўрткутблик учун

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + j\omega_0 L/2 \ \ j\omega C = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2}$$

га эга бўламиз. Демак, (10.5) тенгламанинг мавҳум қисми нолга тенг, шунинг учун:

$$A = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = ch\alpha \cdot \cos\beta \qquad (10.5,a)$$

Тиниқлик (эркин ўтказиш) зонасида фильтрнинг сўниш коэффициенти $\alpha = 0$, демак, $Ch\alpha = 1$ (10.5,a) нинг ўрнига $A = 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} = \cos\beta$ ни ёзиш мумкин; A-катталик -1 дан +1 гача ($\beta=0\div\pi$) ўзгара олади.

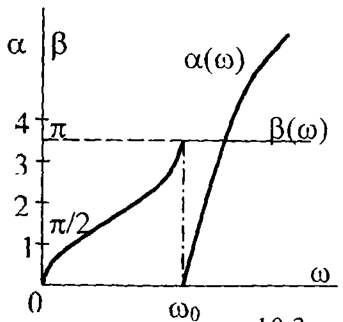
Энди $-1 \le 1 - \frac{\omega^2 LC}{2} \le 1$ нисбатга асосланиб, текширилаётган фильтрнинг қандай частоталар диапазонида ишлаётганини аниқлаш қийин эмас.

Фильтр $\omega=0$ дан то $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ гача диапазондаги частоталарни сўндирмай ($\alpha=0$) ўтказади. Бунда фаза коэффициенти $\omega=0$ $\beta=0$ ва $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ бўлганда $\beta=\pi$, тавсифий қаршилиги $\omega= 0$ бўлганда $Z_{-} = \sqrt{L/C}$ ва $\omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ бўлганда $Z_{ст} = 0$ бўлади, чунки

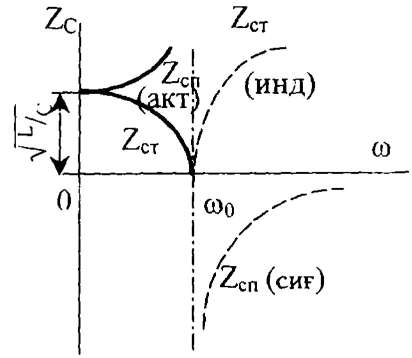
$$Z = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{1}{Y_1}(Z_1 + Z_2 + Y_0 \ \ Z_1 Z_2)} = \sqrt{\frac{L}{C} - \left(\frac{\omega L}{2}\right)^2}$$

(бунда, $Z_1 = Z_2 = j\omega L/2$, $Y_0 = j\omega C$, формуладаги индекс Т-фильтрнинг схемаси Т-шаклли эканлигини билдиради).

Сўниш коэффициентлари $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ нинг фильтрнинг кириш томонидаги сигналнинг частотасига боғлиқлигини ифодаловчи эгри чизиқлар 10.3-расмда, боғланиш $Z_{ст}(\omega)$ нинг эгри чизиғи эса 10.4-расмда кўрсатилган.



10.3- расм



10.4-расм

Т-шаклли фильтрнинг (10.2-б расм) тавсифлари $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ ҳам худди 10.3-расмда кўрсатилганидек бўлади; чунки улар $A = 1 + Z_0 Y_2 = 1 + j\omega L \; j\dfrac{\omega C}{2} = 1 - \dfrac{\omega^2 LC}{2} = \cos\beta$ га асосланган. Бунда $Y_2 = j\omega C/2$ параллел уланган сиғимли тармоқларнинг ўтказувчанлиги; $Z_0 = j\omega L$ кетма-кет уланган индуктив элементнинг қаршилиги.

Шундай қилиб, 10.2-а ва б расмдаги фильтрларнинг схемалари ўзаро эквивалент бўлиб, фақат бир-биридан 10.4-расмдагига боғланиш $Z_c(\omega)$ билан фарқ қилади; чунки:

$$\underline{Z}_{сп} = \sqrt{B/C} = \sqrt{Z_0} \quad \sqrt{Y_1 + Y_2 + Y_1 \quad Y_2 \quad Z_c} = \frac{1}{\sqrt{C/L - \left(\omega C/2\right)^2}}$$

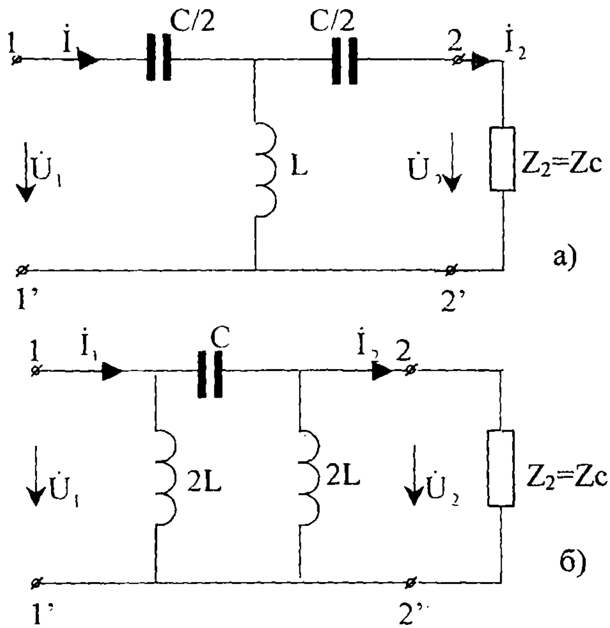
Кўриниб турибдики, $\omega = 0$ бўлганда П-шаклли тўртқутбликнинг тавсифий қаршилиги $\underline{Z}_{сп} = \sqrt{L/C}$ бўлади, аммо $\omega = \omega_0 = 2/\sqrt{LC}$ бўлганда тегишлича $Z_{ст} = \infty$ га эга бўламиз.

10.4. Юқори частота фильтрлари

Тиниқлик зонаси $\omega=\omega_0$ дан то $\omega=\infty$ гача бўлган частоталар диапазонида ётган фильтрлар юқори часто-та фильтрлари деб аталади. Ушбу частоталар диапазонидаги сўниш коэффициенти α нолга тенг бўлганидан бу хил фильтрларга асос қилиб олинган тўртқутбликларнинг доимийси

$$A = ch\gamma = ch(j\beta) = Cos\beta \qquad (*)$$

бўлиб, частоталарга боғлиқ ҳолда -1 дан +1 гача ўзгаради. Энди 10-5, а ва б-расмда тасвирланган Т ва П шаклли схема-



10.5-расм

лар учун $\alpha(\omega)$, $\beta(\omega)$ ва $Z_c(\omega)$ боғланишларни текширамиз. Занжирларнинг структураларидан кўриниб турибдики, кетма-кет уланган сиғимли элементлар қуйи частотали токларнинг амплитудаларини имкони борича камайтириб, параллел уланган индуктивликлар эса ўша токларнинг манба занжири билан туташувининг қисқа йўлини ҳосил қилади.

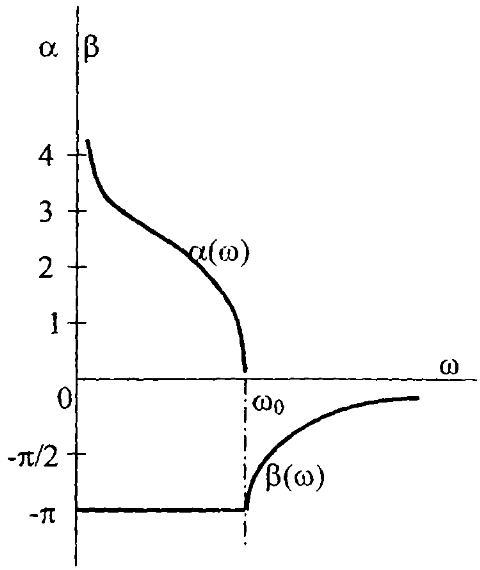
9.2 да баён қилинганига биноан, Т-шаклли тўрт-қутбликнинг (10.5-а расм) параметри А қуйидагидек аниқланади

$$A = 1 + Z_1 Y_0 = 1 + \frac{1}{j2\omega C} \cdot \frac{1}{j\omega L} = 1 - \frac{1}{2\omega^2 LC} (^{**})$$

Аммо фаза коэффициенти β(*) бўйича, 0 дан π гача ўзгарганлиги туфайли $-1 \le 1 - \dfrac{1}{2\omega^2 LC} \le 1$

бўлади. Демак фильтр

$\omega_0 = \dfrac{1}{2\sqrt{LC}}$ $(\cos\beta = -1)$ дан $\omega = \infty(\cos\beta = -1)$ гача бўлган диапазондаги частоталарни сўндирмай ўтказади. 10.6-расмда тек-ширилаётган занжир учун $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ боғла-нишларнинг эгри чизиқ-лари кўрсатилган; ун-дан қуйи частотали сигнал-ларнинг энг кўп сўниши тавсиф-ларининг бошла-нишида бўлиб, частота ω_0 нинг яқинида улар-нинг юкла-ма занжирига кириши сезиларли бўлиши кўринади.



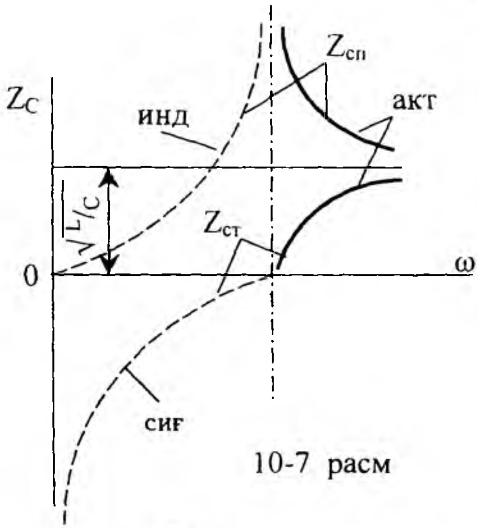
10.6-расм

Т-шаклли схема бўйича йиғилган юқори частотали фильтри тав-сифий қаршилиги $Z_{ст}$ нинг частотага боғлиқ-лиги қуйидагича аниқ-ланади:

$$Z_{ст} = \sqrt{B/C} = \sqrt{\frac{Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y_0}{Y_0}} = \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{1}{4\omega^2 C^2}}$$

Бу формулага биноан $\omega = 0$ бўлганда $Z = -\infty$, $\omega = \omega_0$ бўлганда $Z_{ст} = 0$,

$\omega \to \infty$ бўлганда эса $Z_{сп} = \sqrt{L/C}$ бўлади. Буларга оид $Z_{ст}(\omega)$ эгри чизиғи 10.7-расмда тасвирланган. П-шаклли схема бў-йича йиғилган (10.5-б расм) юқори частота фильтри ўтказиш қо-билияти жиҳатидан бундан олдин баён қи-линган фильтр-га экви-валент бўлиб унинг тавсифлари $\alpha(\omega)$ ва $\beta(\omega)$ 10.6 расмда кўр-сатилган эгри чи-зиқ-лари билан мос ту-шади. Т-шаклли фильт-рдан фарқли равишда боғланиш $Z_{сп}(\omega)$ қуйи-дагича ҳисобланади:



10-7 расм

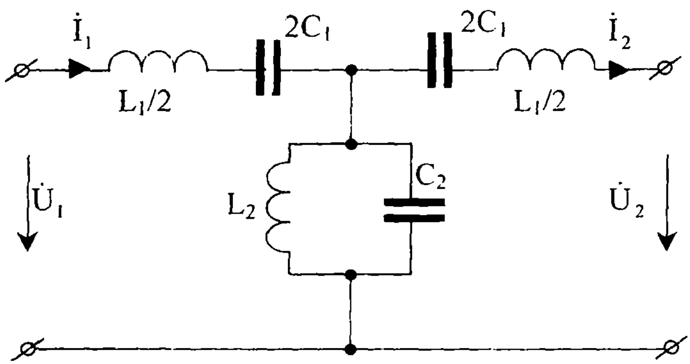
$$Z_{сп} = \sqrt{\frac{B}{C}} = \sqrt{\frac{Z_0}{Y_1 + Y_2 + Y_1 Y_2 Z_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{C}{L} - \frac{1}{4\omega^2 L^2}}};$$

Бу формулага биноан $\omega = 0$ бўлганда $Z_{сп} = 0$, $\omega = \omega_0$ бўлганда $Z_{сп} = \infty$, $\omega \to \infty$ бўлганда эса $Z_{сп} \to \sqrt{L/C}$ бўлади. Буларга оид $Z_{сп}(\omega)$ эгри чизиғи 10.7-расмда тасвирланган.

10.5. Икки частота билан чегараланган (худудли) фильтрлар

ω_1 дан ω_2 гача бўлган диапазондаги частотали сигналларни сўндирмай (бунда $\alpha = 0$ бўлади), ўтказувчи фильтлар ҳ у д у д л и, ёки ч а с т о т а в и й ч е к л а н -г а н ф и л ь т р л а р деб аталади. Бундай фильтрлар алоқа техникасида ва объ-ектларни бошқариш системаларида кенг кўламда ишлатилади. Бу хил юқори частота фильтрлари частоталарнинг умумий спектридан фойдали сигнални элтувчи жуда сиқик частоталар полосасини (чегараларини) ажратишга ҳамда 0дан ω_1гача ва ω_2 дан ∞ гача бўлган барча частоталарни тўсишга имкон беради.

Оддий ҳудудли фильтр ω_1 ва унинг юқори частотали сигналларни сўндирмай ўтказувчи юқори частота фильтларини (10.5-а расм) ва $\omega=0$ дан $\omega=\omega_2$, (бунда $\omega_2 > \omega_1$) гача бўлган сигналларни сўндирмай ўтказувчи (бунда $\alpha=0$ бўлади) қуйи частота фильтрларини (10.2-а ва б расм) каскадли кетма-кет улаш йўли билан тузиш мумкин. Бундай каскаднинг хусусиятини Т-шаклли схема бўйича йиғилган (10.8-расм) ягона схе-



10.8-расм

мада мужассамлаштириш мумкин. Бу тўртқутбликнинг доимийси А бир томоннинг бўйлама қаршилиги $Z_1=Z_2= j\ (\omega L_1/2\ \ 1/2\omega C_1)$ ва кўндаланг ўтказувчанлиги $Y_0 = -j\ (1/\omega L_2\ \ \omega C_2)$ дан қуйидагича аниқланади:

$$A = 1 + Z_{.}Y = 1 + \frac{1}{2}\left(\frac{L}{L} - \omega^{2} L C - \frac{1}{\omega LC} + \frac{C}{C}\right), \qquad (*)$$

фазавий коэффициент β нинг ўзгариш частоталари бўйича:

$$-1 \le \cos\ \beta \le 1$$

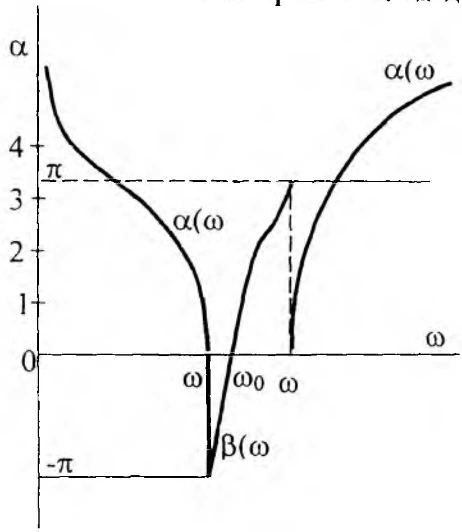
демак, $-1 \le A \le +1$ ни билган (*) тенгламани аввал битта $A=-1$ чегаравий қиймат учун

$$\omega^4 - \frac{L_1C_1 + 4L_2C_1 + L_2C_2}{L_1L_2C_1C_2}\omega^2 + \frac{1}{L_1L_2C_1C_2} = 0 \quad (**)$$

кўринишида, сўнгра бошқа $A = 1$ чегаравий қиймат учун

$$\omega^4 - \frac{L_1C_1 + L_2C_2}{L_1L_2C_1C_2}\omega^2 + \frac{1}{L_1L_2C_1C_2} = 0 \qquad (***)$$

кўринишда ечиб, ω_1 ва ω_2 чегаравий частоталарни топамиз. Масалани осонлаштириш мақсадида $L_1C_1 = L_2C_2 = 1/\omega_0^2$ деб қабул қиламиз. У ҳолда частоталар $\frac{1}{\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2C_2}}$ учун қаршиликлар Z_1, Z_2 ва ўтказувчанлик Y_0 нолга тенг бўлади, бу эса $\dot{U}_2 = \dot{U}_1$ ва $\dot{I}_2 = \dot{I}_1$ эканлигини билдиради. Демак, бу частота фильтрининг ўтказиш йўлига кирар экан ($\omega_1 < \omega_0 < \omega_2$). Энди (**) нинг ўрнига ω^4 $2(1+2m^2)*\omega_0^2*\omega^2+\omega_0^4 = 0$ ни оламиз; бунда $m^2 = L_2/L_1 = C_1/C_2$. Бу биквадрат тенгламани ечиш натижасида қуйидагини ҳосил қиламиз:



10.9-расм

$$\omega_{1,2}^2 = \left[(1+2m^2) \pm 2m\sqrt{1+m^2}\right]\omega_0^2 = \left[\sqrt{m^2+1} \pm m\right]^2 \omega_0^2$$

Демак,

$$\omega_1 = \omega_0\left(\sqrt{m^2+1} - m\right) \qquad \omega_2 = \omega_0\left(\sqrt{m^2+1} + m\right)$$

(манфий илдизларни тушириб қолдирамиз, чунки ω мусбат катталикдир).

Кўриниб турибдики, $\omega_1*\omega_2=\omega_0^2$ Бу эса, ўз навбатида, резонансли частота ω_0 нинг текширилаётган фильтрнинг тиниқлиги зонасидаги частота диапазонига тегишли эканлигини билдиради. Ягона $\omega=\omega_0$ илдизли тенглама (***) ни ечиб, бунга ишонч ҳосил қилишимиз мумкин. 10.9-расм сўниш $\alpha(\omega)$ ва фаза $\beta(\omega)$ коэффициентлари эгри чизиқларининг фильтрнинг кириш томонидаги сигналнинг частотага боғлиқлиги кўрсатилган. Эгри чизиқлардан кўриниб турибдики, ω частота ω_0 частотадан ўтганда β нинг ишораси ўзгариб "фаза тўнтариш" содир бўлади.

Ниҳоят, шуни айтиш мумкинки, тўсувчи фильтрлар сигналларнинг ω_1 дан то ω_2 гача диапазондаги частоталарни тўсиш учун мўлжалланган бўлиб, бу фильтрлар ҳам қуйи ва юқори частота фильтрларини ўзида мужассамлаштирган. Ишлаш жиҳатидан олганда бу фильтрнинг ҳудудий фильтрлардан фарқи шуки, улар 0 дан ω_1 гача ва ω_2 дан ∞ гача бўлган частоталар учун "тиниқ" бўлиб, $\omega_1 \div \omega_2$ гача диапазондаги частоталар учун катта ($\alpha >> 1$) қийматга эга сўниш коэффициентини таъминлайди.

10.1-мисол. Тўртқутбликнинг П-шаклли алмашиниш (эквивалент) схемаси (10.2-б расм) бўйича йиғилган қуйи частота фильтри, $f = 0 \div 1$ кГц диапазондаги частотада тиниқлик зонасига эга бўлганда, $L = 0{,}05$ Г учун қуйидагилар аниқлансин: 1) фильтрнинг параллел тармоқларидаги сиғим $C' = C/2$ 2) $f_1 = 1{,}2$ кГц частотадаги сўниш коэффициенти; 3) $f = 0{,}2$; $0{,}6$; $1{,}2$ кГц частоталардаги тавсифий қаршилик Z_c.

Е ч и ш: 1. Параллел тармоқнинг сиғимини $1 \quad \frac{\omega^2 LC}{1} = -1$ дан қуйидагича аниқлаймиз:

$$C' = \frac{C}{2} = \frac{4}{2L\omega_0^2} = \frac{2}{0{,}05\,(2\pi \quad 10^3)^2} \cong 10^{-6}\,\text{ф} = 1\ \text{мкФ}$$

2. Тўртқутбликнинг $\omega_1 = 2\pi f = 6{,}28 \quad 1200 = 7550$ радиан/с. частотадаги доимийси

$$A \quad 1 \quad \frac{\omega_1^2 LC}{2} = 1 - \frac{57 \quad 10^6 \quad 0{,}05 \quad 2 \quad 10^{-6}}{2} = -1{,}85$$

Аммо $\omega \geq \omega_0$ частотада $\beta = \pi$ const бўлгани туфайли $\mathrm{Ch}\,\alpha \quad \frac{A}{\cos\beta} = 1{,}85$ ёки $\alpha = 1{,}225$ бўлади;

3. Фильтрнинг тавсифий қаршилиги қуйидагича топилади:

$$Z \quad \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \frac{1}{\sqrt{1 \quad \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} = 158 \quad \sqrt{1 \quad \left(f/f_0\right)^2}$$

Шу сабабли, $f_1 = 200$ Гц, $f_2 = 600$ Гц ва $f_3 = 1200$ Гц частоталар учун у мос равишда қуйидагича бўлади;

$$Z_{c1} \quad 158 \quad \sqrt{1 - 0{,}2^2} = 161\ \text{м}; \quad Z_{c2} = 158 \quad \sqrt{1 - 0{,}6^2} \quad 198\ \text{м};$$

$$Z \quad 158 \quad \sqrt{1 \quad 1{,}2^2} = -j238\ \text{м}$$

XI БОБ

ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР

11.1 Умумий тушунчалар

Биз олдинги бобларда, асосан, йиғиқ параметрли, яъни элементлари бир-биридан яққол фарқ қилувчи ва аниқ R, L ва C параметрларга эга бўлган занжирларни кўриб чиқдик. Занжир структурасини бу хилда идеаллаштириш унда кечаётган муҳим физик жараёнларнинг таҳлилини соддалаштириб, кўпгина ҳолларда муҳандислик ҳисобларининг аниқлигига таъсир этмайди. Аммо занжирнинг айрим қисмларида R, L ва C параметрларни "йиғиқ" деб қараш тўғри бўлавермайди, бир қанча ҳолларда хато ҳам бўлиб, текширилаётган занжирдаги ҳақиқий физик манзарани бузиб кўрсатади.

Бунга электр энергиясини узатиш (ёки алоқа) линияси яққол мисол бўлиб, унинг узунаси бўйлаб исталган нуқтасида R, L ва C параметрлардан бирортасининг намоён бўлишини кўрсатиш мумкин эмас. Линиянинг охиридаги кучланиш U_2 линиянинг бошидаги кучланиш U_1 га тенг эмас; чунки борувчи ва қайтувчи симларда уларнинг актив, индуктив қаршиликлари ҳисобига кучланишнинг ΔU пасайиши юз беради. Ана шу қаршиликлар линиянинг бутунлай узунаси бўйлаб тақсимланган, чунки линиянинг ҳар қандай бўлаги актив қаршилик R ва симдаги токнинг ўз магнит майдони билан таъсири ҳисобига ҳосил бўлган индуктивлик L га эга. Худди шунга ўхшаш, линиянинг охиридаги ток I_2 унинг бошланишидаги ток I_1 га тенг эмас, чунки асосий токдан ташқари, симларнинг изоляцияси мукаммал бўлмаганлигидан уларнинг орасидаги ўтказувчанлик токи, шунингдек, сиғимларда ва симлараро ҳамда симлар билан ер орасида пайдо бўлувчи силжиш токи ҳам бўлади. Линия бўйлаб унинг ҳар бир бўлагида (масалан, ҳар бир километрида) унинг индуктивлиги ва сиғими ҳисобига кучланиш U ва ток I кучланиш U_1 дан ва ток I_1 дан фазалари Ψ_u ва Ψ_i жиҳатидан фарқ қилади.

Шундай қилиб, бундай занжирлардаги кучланиш ва ток фақатгина вақт функцияси u(t) ва i(t) деб қаралмасдан, манба (ёки юклама) жойлашган ердан бошлаб масофа (линиянинг узунлиги) функцияси u (x) ва i (x) тарзида ҳам қаралиши лозим. Линия қанчалик узун бўлса, унинг R, L, G ва C параметрларини йиғиқ деб ҳисоблаб бўлмайди.

Кўриб чиқилаётган ҳолда линиянинг "фақат тарқоқ параметрли занжир" деб қараш лозим. Кўрсатилган категориядаги занжирларни ҳисоблашга бундай ёндошишнинг иккинчи муҳим омили вақт омилидир, чунки линия узайган сари энергиянинг манбадан истеъмолчига етиб бориш вақти сезиларли даражада орта боради. Гап шундаки, электр узатиш (ёки алоқа) линияси узунлигининг ортиб кетиши ёки ўзгарувчан ток генератори частотасининг ортиши билан линия бўйлаб сигналнинг тарқалиш тезлиги ва сигналнинг ўзгариш тезлиги бир-бирига таққослаб бўладиган ўзаро яқин катталикларга айланади. Масалан, алоқа электр линияларида даврий ўзгарувчан сигнал манбаини уланган пайтидан бошлаб, уни истеъмолчи қабул қилгунга қадар шу сигналнинг бир нечта ўзгариш даврига тенг бўлган вақт ўтиши мумкин.

Энди тарқоқ параметрли занжирлар учун ҳосил бўлган асосий физик қонунларни узун линиялар деб аталадиган линиялардаги турғунлашган жараёнларни таҳлил қилиш мисолида кўриб чиқамиз. Бунда масофа ва сигналнинг тарқалиш вақти (тезлиги) электр энергиясини (ёки алоқа сигналларини) узатиш линиялари учун муҳим омил ҳисобланади.

11.2. Бир жинсли линиянинг дифференциал тенгламалари

Параметрлари линиянинг бутун узунлиги бўйлаб бир текис тақсимланган линия бир жинсли деб аталади. 11.1-расмда линиянинг бошланишидан x масофада жойлашган икки симли узун линия элементар dx қисмининг эквиваленти, алмашиниш схемаси кўрсатилган. Барча линия жуда кўп элементар қисмлардан иборат бўлиб, бу қисмларнинг ҳар бири қаршилиги R_0dx га, линия симларининг индуктивлик L_0dx га, актив ўтказувчанлик G_0dx га ва симлараро ҳамда симлар билан ер орасидаги сиғим C_0dx x га эга. Агар элементар қисмнинг "a-в" кириш томонидаги оний кучланиш u бўлса, унинг c-d чиқиш томонидаги кучланиш $\left(u \quad \frac{\partial u}{\partial x}\, dx\right)$ бўлади; чунки элементар қисм dx нинг чегараларида кучланишнинг $\Delta u = \left(R_0 dxi + L_0 dx \frac{\partial i}{\partial t}\right)$ га тенг пасайиши содир бўлади. Худди шундай элементар қисмнинг кириш томонидаги ток i унинг чиқиш томонидаги ток $\left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx\right)$ га тенг эмас; чунки умумий токнинг $\Delta i = \left(G_0 dxu + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t}\right)$ қисми бир симдан бошқасига ўтказувчанлик токи $G_0 dxu$ ва силжиш токи $C_0 dx \cdot \partial u / \partial t$ тарзида тармоқланади. Шундай қилиб, ток i каби симлараро кучланиш u фақат вақт t га боғлиқ бўлмай, линиянинг кўриб чиқилаётган қисми жойлашган масофа x га ҳам боғлиқ.

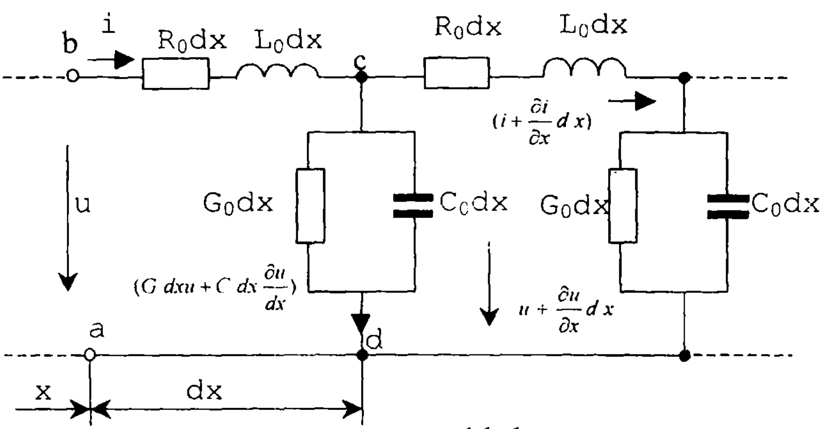
Кирхгофнинг иккинчи қонунига биноан, abcd берк контурдаги кучланишлар йиғиндиси нолга тенг; яъни:

$$-u + \left(R\,dx\ \ i + L\,dx \frac{\partial i}{\partial t}\right) + \left(u + \frac{\partial u}{\partial x} dx\right) = 0$$

ёки

$$-\frac{\partial u}{\partial x} = R_0 i + L_0 \frac{\partial i}{\partial t} \qquad (11.1)$$

бунда $-\frac{\partial u}{\partial x}$ кучланишнинг x нуқтадан (x + dx) нуқтага ўтишдаги орттирмаси: R_0 борувчи ва қайтувчи симларнинг линия узунлик бирлигига тўғри келган актив қаршилиги (Ом/км); L_0 симларнинг линия узунлик бирлигига тўғри келган индуктивлиги (Г/км).



11.1-расм

Кирхгофнинг биринчи қонунига биноан, "c" тугундаги токлар оний қийматларининг йиғиндиси нолга тенг:

$$i - \left(i + \frac{\partial i}{\partial x} dx \right) - \left(G_0 dx \quad u + C_0 dx \frac{\partial u}{\partial t} \right) = 0$$

ёки

$$- \frac{\partial i}{\partial x} = G_0 u + C_0 \frac{\partial u}{\partial tt} \qquad (11.2)$$

бунда: $\left(-\partial i / \partial x \right)$ токнинг "x" нуқтада (x + dx) нуқтага ўтишдаги орттирмаси; G_0 линиянинг узунлик бирлигига тўғри келган симлараро ўтказувчанлиги (1/Ом.км); C_0 узунлик бирлигига тўғри келган симлараро ва симлар билан ер орасидаги сиғим (Ф/км).

Узун линиянинг R_0, L_0, G_0 ва C_0 параметрлари унинг бирламчи параметрлари деб аталади. Агар линия бир жинсли бўлса, улар линиянинг узунлигига боғлиқ бўлмайди, линиянинг геометрик параметрлари (симларнинг ердан баландлиги, диаметри ва улар орасидаги масофа, ҳамда материали ва уни изоляцияловчи модда ва муҳит)дан аниқланади.

(11.1) даги кучланиш $\partial u / \partial x$ ва ток $\partial i / \partial x$ (11.2) даги орттирмалари олдидаги манфий ишора масофа x ортиши билан u ва i катталикларининг камайишидан дарак беради.

11.3. Синусоидал кучланишга уланган бир жинсли линиядаги турғунлашган режим

Узун линиянинг бошланишига уланган генераторнинг ω бурчак частотали, кучланиши ва токи синусоидал қонуният асосида ўзгармоқда, деб фараз қилайлик. Даврий катталикларни ҳисоблашнинг комплекс усулини татбиқ этиб, (11.1) ва (11.2) тенгламалар ўрнига икки тенгламали системани ёзиш мумкин:

$$- \frac{d\dot{U}}{dx} = R_0 \dot{I} + j\omega L_0 \dot{I}$$
$$- \frac{d\dot{I}}{dx} = G_0 \dot{U} + j\omega C_0 \dot{U} \qquad (11.3)$$

Бунда кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ нинг комплекслари фақат линиянинг узунлиги х нинг функциялари ҳисобланади; чунки вақт t бу ифодаларда яққол намоён бўлмайди. Шунинг учун хусусий ҳосила тенгламаларидан кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ учун оддий дифференциал тенгламаларга ўтиш мумкин.

Биринчи тенгламани х бўйича дифференциаллаб, сўнгра иккинчи тенгламадан унга $\dfrac{d\dot{I}}{dx}$ нинг қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$\frac{d^2\dot{U}}{dx^2} = (R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)\dot{U} = \gamma^2\dot{U} \qquad (11.4)$$

Бунга мос тавсифий тенглама $\alpha^2 - \gamma^2 = 0$ иккита $\alpha_1 = \gamma$ ва $\alpha_2 = -\gamma$. илдизларга эга. Бу ерда

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$$

линиянинг тарқалиш коэффициенти бўлиб, унинг α ва β ташкил этувчилари тегишлича сўниш ва фаза коэффициентлари ҳисобланади. Шундай қилиб, (11.4) тенгламанинг умумий ечими қуйидагича бўлади:

$$\dot{U} = A_1 e^{-\gamma x} + A_2 e^{\gamma x} \qquad (11.5)$$

Токнинг ўзгариш қонуниятини (11.3) системадан қуйидагича ҳосил қилиш мумкин:

$$\dot{I} = -\frac{1}{R_0 + j\omega L_0}\cdot\frac{d\dot{U}}{dx} = \frac{\gamma}{R_0 + j\omega L_0}\left(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}\right) =$$

$$= \sqrt{\frac{G_0 + j\omega C_0}{R_0 + j\omega L_0}}\left(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}\right) = \frac{1}{Z_c}\left(A_1 e^{-\gamma x} - A_2 e^{\gamma x}\right),$$

бу ерда: $Z_C = \sqrt{\dfrac{R_0 \quad j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = Z_C e^{j\theta}$ линиянинг тўлқин ёки тавсифий қаршилиги.

Агар линиянинг бошланиши х=0 даги кучланиш $\dot{U}_1$ ва ток I_1 маълум бўлса, ёки линиянинг охири (х = l, l - линиянинг узунлиги) га уланган истеъмолчининг қисмларидаги кучланиш

$\dot{U}_2$ ва ундан ўтаётган ток I_2 берилган бўлса, интеграллашнинг A_1 ва A_2 доимийларини бошланғич шартлардан аниқлаш мумкин. Масалан, x=0 бўлганда

$$\dot{U}_1 = A_1 + A_2 \qquad \text{ва} \qquad \dot{I}_1 Z_c = A_1 - A_2$$

бўлади, бундан эса

$$A_1 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c) \qquad \text{ва} \qquad A_2 = \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)$$

келиб чиқади. Демак, бу линиянинг исталган x нуқтасидаги кучланиш ва ток қуйидагича бўлади:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c)e^{-\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)e^{\gamma x} \\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c)e^{-\gamma x} - \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c)e^{\gamma x} \end{aligned}\right\} \qquad (11.7)$$

Энди $\frac{1}{2}(e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}) = ch\gamma x$ ва $\frac{1}{2}(e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}) = sh\gamma x$ лигини билган ҳолда, (11.7) системани ёзилиши ихчамроқ бўлган гиперболик функцияли қуйидаги тенгламалар системаси билан алмаштириш мумкин:

$$\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_1 ch\gamma x - I_1 Z\; sh\gamma x \\ \dot{I} &= \dot{I}_1 ch\gamma x - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} sh\gamma x \end{aligned} \qquad (11.8)$$

Линиянинг охири $x=l$ даги кучланиш ва ток, (11.8) тенгламага биноан, қуйидагича бўлади:

$$\begin{aligned} \dot{U}_2 &= \dot{U}_1 ch\gamma l - \dot{I}_1 Z_c sh\gamma l \\ \dot{I}_2 &= \dot{I}_1 ch\gamma l - \frac{\dot{U}_1}{Z_c} sh\gamma l \end{aligned} \qquad (11.8,a)$$

Биринчи тенгламани $ch\gamma l$ га, иккинчисини эса $Z_c Sh\gamma l$ га кўпайтириб ва уларни қўшиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\dot{U}_1(ch^2\gamma l - sh^2\gamma l) = \dot{U}_2 ch\gamma l + \dot{I}_1 Z_c sh\gamma l$$

Энди биринчи тенгламани $\frac{1}{Z_c}sh\gamma l$ га, иккинчисини эса $ch\gamma l$ га аввал кўпайтириб, сўнгра уларни қайтадан қўшсак, натижада қуйидаги ҳосил бўлади:

$$\dot{I}_1(ch^2\gamma l - sh^2\gamma l) = \dot{U}_2\frac{1}{Z_c}sh\,\gamma l + \dot{I}_2 Z_c sh\,\gamma l$$

$ch^2\gamma l - sh^2\gamma l = 1$ бўлгани учун:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \dot{U}_2 ch\gamma l + \dot{I}_1 Z_c sh\gamma l \\ \dot{I}_1 &= \dot{U}\frac{1}{Z}sh\gamma l + \dot{I}_2 ch\gamma l \end{aligned}\right\} \qquad (11.9)$$

Бу системанинг ташқи кўринишидан фойдаланиб, уни доимийлари (параметрлари) $A = D = ch\gamma l, B = Z_c sh\gamma l$ ва $C = {}^1/_{Z_c}\, Sh\gamma l$ бўлган симмет-рик тўртқутблик деб фараз қиламиз. Ҳақиқатан ҳам, тўрткутбликларга оид $AD - BC = Ch^2\gamma - Sh^2\gamma l = 1$ шарт қаноат-лантиряпти.

Бундан келиб чиқадики, узун линияни унга эквивалент бўлган тўртқутбликни Т ёки П-шаклли схема билан алмаштириш мумкин. Бундай алмаштириш фақат занжирнинг кириш томонидаги кучланиш U ва ток I билан унинг чиқиш томонидаги кучланиш U ва ток I орасидаги нисбатлар бизни қизиқтирганда амалга оширилиши мумкин. Линиянинг айрим нуқталаридаги кучланиш ва токларни билиш керак бўлган ҳолларда узун линия, одатда, занжирсимон алмаштириш схемаси билан эквивалентлаштирилади. Звенолар сони ортган сари бажарилаётган ҳисобнинг аниқлик даражаси ҳам ортиб боради.

11.4. Югурма тўлқинлар

Линиянинг ҳар қандай нуқтасидаги кучланиш учун ёзилган (11.7) ифодадан кўринадики, линиянинг бошидан масофа x орта борган сари унинг ўзгариш қонунияти иккита ташкил этувчи билан тавсифланади, улардан бири

$$\dot{U}_q = \frac{1}{2}\left(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c\right)e^{-\gamma x} \qquad (*)$$

масофа x ортиши билан камаяди, иккинчиси

$$\dot{U} = \frac{1}{2}\left(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c\right)e \qquad (**)$$

эса аксинча ортади. Уларни мос холда

$$\dot U_q = \dot U_{q1} e^{-\gamma x} \quad \text{ва} \quad \dot U = \dot U_{s1} e^{\gamma x}$$

векторлар билан белгилаб, (11.7) системанинг биринчи тенгламаси ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\dot U = \dot U_{q1} e^{-\gamma x} + \dot U_{s1} e^{\gamma x} = \dot U_{q1} e^{j\psi_q} \cdot e^{-\gamma x} + U_{s1} e^{j\psi_s} e^{\gamma x} =$$
$$= U_{q1} e^{-\alpha x} e^{j(\psi_s - \beta x)} + U_{s1} e^{\alpha x} e^{j(\psi_s + \beta x)}$$

Кучланишнинг комплекс қийматларидан унинг оний қийматларига ўтиб, қуйидагини оламиз:

$$u = u_q + u_s = \sqrt{2} U_{q1} e^{-\alpha x} \sin(\omega t + \psi_q - \beta x) + \sqrt{2} U_{s1} e^{\alpha x} \sin(\omega t + \psi_s + f x)$$

Бундан келиб чиқадики, линиянинг истаган нуқтасидаги кучланишнинг оний қиймати бир томондан, вақт t нинг, бошқа томондан эса линиянинг бошланишидан ҳисобланган x масофанинг синусоидал функцияси бўлади. Агар $x = x_0$ const деб қабул қилсак, у ҳолда, линиянинг танланган нуқтасидаги кучланиш вақт t нинг

$$u = \sqrt{2} U_1 \sin(\omega t + \psi_1)$$

кўринишидаги синусоидал функцияси бўлиб қолади, бунда $\dot U_1$ - натижавий вектор

$$\dot U_1 = \left| U_{q1} e^{-\alpha x} e^{j(\psi_q - \beta x_0)} + U_{s1} e^{\alpha x} e^{j(\psi_s + \beta x_0)} \right| = U_1 e^{j\psi_1}$$

нинг модули ва ψ_1 унинг бошланғич фазаси.

Худди шунга ўхшаш, $\alpha = 0$ ва $t = t_0$ const бўлганда, линия бўйлаб кучланиш u(x) нинг *тақсимланиш* қонунияти линиянинг бошланишидан унинг охирига қараб x масофанинг синусоидал функцияси бўлади. Ана шу тақсимланиш қонуниятини акс эттирувчи синусоидал тўлқиннинг узунлиги λ ни ташкил этувчи βx ни ҳосил қилган ва 2π га тенг фаза силжиши бурчаги тарзида аниқланиши мумкин, яъни:

$$\beta x_2 - \beta x_1 = \beta\lambda = 2\pi$$

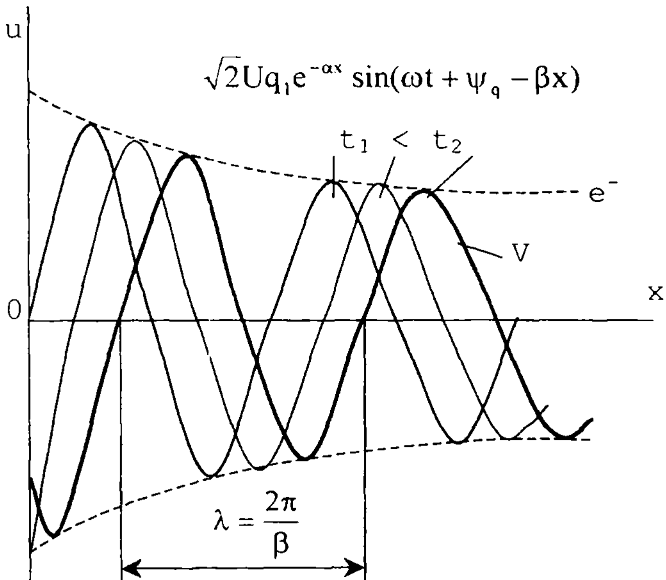
бунда x_2 $x_1 = \lambda$. Демак, тўлқиннинг узунлиги:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} \qquad (11.10)$$

Вақт ўтиши билан линия бўйлаб кучланишнинг тақсимланиш тўлқини қуйидаги ўзгармас тезлик v билан тарқалади. Унинг қийматини аниқлаш учун кучланишнинг фазасини ўзгармас деб оламиз: $\omega t + \varphi_q - \beta x = \text{const}$ Бунга биноан:

$$\frac{d}{dt}\left(\omega t + \psi_q - \beta x\right) = \omega - \beta\frac{dx}{dt} = 0$$

Бунда $v = \dfrac{dx}{dt} = \dfrac{\omega}{\beta}$, яъни тўлқин тарқалишининг фаза тезлиги деб аталадиган тезлик v бурчак частота ω нинг фаза коэффициенти β га бўлган нисбатига тенг. Шундай қилиб. узун линиянинг ихтиёрий нуқтасидаги кучланишнинг ўзгариш характери тўлқинлидир. Шу сабабдан, линия бўйлаб (бирор йўналишда) бораётган кучланиш тўлқинининг тақсимланиши югурма тўлқинлар деб аталади (11.2-расм).



11.2-расм

Линиянинг бошланишидан унинг охирига қараб бораётган тўлқинлар тўғри ёки тушувчи тўлқинлар деб аталади. Линиянинг охиридан унинг бошланишига қараб келаётган тўлқинлар эса тескари ёки акс тўлқинлар дейилади.

Кучланишнинг тарқалиши тўғрисида юқорида келтирилган мулоҳазалар линиянинг ихтиёрий нуқтасидаги ток $\dot{I}$ га ҳам тегишлидир. Дарҳақиқат, 11.7 системага биноан, ток ифодасини қуйидаги кўринишда қайта ёзиш мумкин:

$$\dot{I} = \dot{I}_q + \dot{I}_s$$

бунда

$$\dot{I}_q = \frac{1}{2Z_c}\left(\dot{U}_1 + \dot{I}_1 Z_c\right)e^{-\gamma x} \quad \text{ва} \quad \dot{I}_s = \frac{1}{2Z_c}\left(\dot{U}_1 - \dot{I}_1 Z_c\right)e^{\gamma x}$$

Демак, кучланиш каби, ток i ҳам тўғри i_q ва қайтган i_s тўлқинлардан иборат. Тўғри тўлқин кучланиши комплексининг тўғри тўлқин токи комплексига бўлган нисбати қаршилиги z_c га, қайтувчи тўлқиннинг ана шу миқдори комплексларининг нисбати эса $(-z_c)$ га тенг эканлигини кўриш осон:

$$\dot{U}_q \big/ \dot{I}_q = Z_c \text{ ва } \quad \dot{U}_s \big/ \dot{I}_s = -Z_c \qquad (11.11)$$

Электромагнит энергиянинг тўлқинли тарқалиш назариясига биноан, тўғри ва қайтган тўлқинларни тушувчи ва қайтувчи тўлқинлар деб қараш мумкин. Ҳақиқатан ҳам тўлқиннинг қайтиши фақат у бир муҳитдан бошқасига ўтганда содир бўлади. Бизнинг ҳолда муҳитнинг ўзгариши R_0, L_0, G_0 ва C_0 тармоқ параметрли занжирдан қаршилиги $Z_2 = Z_{юк}$ бўлган йиғиқ R_0, L_0, C_0 параметрли занжирга ўтишига эквивалент. Бунда қаршилик Z_2 нолга, шунингдек, чексизга тенг бўлиши мумкин. Бундан $Z_2 = Z_c$ ҳол мустаснодир, чунки текширилаётган линиянинг охирида бундай қаршиликни улаш линияни чексизга ўзгартириш билан баравар. Тушувчи ва қайтувчи тўлқинларнинг кучланишлари амплитудасини миқдорий тақсимлаш учун кучланишни қайтиш (аксланиш) коэффициенти K_u (ёки ток учун K_i) деб аталадиган коэффициентидан фойдаланиш қулай. Бу коэффициент линиянинг охиридан қайтган тўлқин $\dot{U}_{s2}$ нинг тўғри тўлқин $\dot{U}_{q2}$ (ёки $\dot{I}_{s2}$ нинг $\dot{I}_{q2}$) га нисбатига тенг. Шу сабабли, линиянинг охиридаги кучланиш $\dot{U}_2 = \dot{U}_{q2} + \dot{U}_{s2}$ (илгари келтирилган $\dot{U}_1 = \dot{U}_{q1} + \dot{U}_{s1}$ га ўхшаш), ток эса

$\dot{I}_2 = \dot{I}_{q2} \quad \dot{I}_{s2} \quad \dot{U}_{q2}\big/Z_c \quad \dot{U}_{s2}\big/Z$ бўлса, у ҳолда:

$$2\dot{U}_{s2} = \dot{U}_2 - \dot{I}_2 Z_c = \dot{I}_2 (Z_{юк} - Z_c)$$

$$2\dot{U}_{q2} = \dot{U}_2 + \dot{I}_2 Z_c = \dot{I}_2 (Z_{юк} + Z_c)$$

(бу ерда: $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_{юк}$), бундан:

$$K_u = \frac{\dot{U}_{s2}}{\dot{U}_{q2}} = \frac{Z_{юк} - Z_c}{Z_{юк} + Z_c} \quad \textbf{ва}\ K_i = \frac{\dot{I}_{s2}}{\dot{I}_{q2}} = \frac{Z_c - Z_{юк}}{Z_c + Z_{юк}} = -K_u \quad (11.12)$$

чунки $\dot{I}_{s2} = -\dot{U}_{s2}/Z_c$ бўлиб, $\dot{I}_{q2} = -\dot{U}_{q2}/Z_c$ яъни $k_i / k_u = -1$

Салт ишлаш режимида ($Z_{юк} = \infty$) қайтиш коэффициентлари тегишлича қуйидагиларга тенг:

$$k_u = \frac{1 - Z_c\ Z_{юк}}{1 + Z_c\ Z_{юк}} = 1 \qquad \text{ва} \qquad k_i = -k_u = -1$$

яъни ўзаро тенг бўлган тушувчи ва қайтувчи тўлқинлар қўшилиб, линиянинг охирида тушувчи тўлқин $\dot{U}_{q2}$ нинг икки-ланган қийматига тенг бўлган кучланиш $\dot{U}_{2x}$ ни ҳосил қилади. Ток $\dot{I}_2 = 0$, чунки ўзаро тенг, аммо ишоралари қарама-қарши бўлган тушувчи ва қайтувчи тўлқинларнинг $\dot{I}_{q2}$ ва $\dot{I}_{s2}$ токлар йиғиндисидан иборат.

Қисқа туташув режимида ($Z_{юк} = 0$): $k_u = -1$ ва $k_i = 1$ яъни амплитудалари бўйича тенг, аммо ишоралари қарама-қарши бўлиб, ўзаро тенг бўлган тушувчи $\dot{U}_{q2}$ ва қайтувчи $\dot{U}_{s2}$ тўлқинлар йиғиндиси $\dot{U} = 0$, ток $\dot{I}_{2k}$ эса тушувчи тўлқин $\dot{I}_{q2}$ нинг иккиланган қийматига тенг. Истеъмолчининг қаршилиги линиянинг тавсифий қаршилигига тенг бўлган $Z_{юк} = Z_c$ ҳол алоҳида ўзига хос режимдир. (11.12) формулага биноан, қайтиш коэффициентлари нолга тенг бўлиб, линияда қайтувчи тўлқинлар бўлмайди, яъни линиянинг ҳар қандай нуқтасидаги кучланишнинг токка нисбати характеристик қаршилик Z_c га тенг: $\dot{U}/\dot{I} = \dot{U}_q/\dot{I}_q = Z_c$ Бундай режим "мосланган режим" деб аталади.

11.5. Бир жинсли линиянинг тавсифи. Сигналнинг шаклини бузмайдиган линиялар

Узун линиянинг энг муҳим параметрлари узун линия бўйлаб энергияни узатишни таъминловчи электромагнит тўлқинларнинг миқдор ва сифатининг ўзгаришини тавсифловчи сўниш коэффициенти α, фаза коэффициенти β ва тавсифий қаршилиги Z_c дир. Булар бир жинсли линиянинг иккиламчи параметрлари ёки, оддий қилиб айтганда, тавсифлари деб аталади. Тарқалиш коэффициенти $\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \alpha + j\beta$ ни билгач, α ва β ни бирламчи параметрлар R_0, L_0, G_0 ва C_0 орқали белгилаймиз. Тарқалиш коэффициентининг мутлақ қиймати (модули)

$$|\gamma| = \sqrt[4]{\left(R_0^2 + \omega^2 L_0^2\right)\left(G_0^2 + \omega^2 C_0^2\right)} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \qquad (*)$$

бўлади; бошқа томонидан унинг комплекси квадратини

$$\gamma^2 = (\alpha + j\beta)^2 = \alpha^2 + j2\alpha\beta - \beta^2,$$

ёки

$$\gamma^2 = R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + j\omega(G_0 L_0 + R_0 C_0) \qquad (**)$$

тарзида ёзиб: (*) ва (**) ни бир системага келтириш мумкин:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \sqrt{\left(R_0^2 + \omega^2 L_0^2\right)\left(G_0^2 + \omega^2 C_0^2\right)}, \qquad (***)$$

$$\alpha^2 - \beta^2 = R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0,$$

буларнинг ечими қуйидагиларни беради:

$$\alpha = \sqrt{\frac{1}{2}\left[R_0 G_0 - \omega^2 L_0 C_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)}\right]} \qquad (11.13)$$

$$\beta = \sqrt{\frac{1}{2}\left[\omega^2 L_0 C_0 - R_0 G_0 + \sqrt{(R_0^2 + \omega^2 L_0^2)(G_0^2 + \omega^2 C_0^2)}\right]}$$

(11.13) ифодадан кўринадики, α ва β тавсифлар ҳам худди тавсифий қаршилик $Z = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}}$ каби, бир жинсли линияни таъминловчи манбанинг бирламчи параметрлари ва ток частотаси ω га боғлиқ. Агар сигнал кўп частотали спектрга эга бўлса (масалан, алоқа линияларидаги товуш сигналлари), у ҳолда турли частоталарнинг кучланиш ва токлари истеъмолчига турлича амплитуда ва фазалар билан етиб келади, яъни линиянинг чиқиш томонидаги носинусоидал сигнал, линиянинг кириш томонига берилган бирламчи носинусоидал сигналдан шакл жиҳатидан фарқ қилиб, умуман ахборот бузилган бўлади. Ана шундай сигнал частотаси бўйича созланмаган узун линиялар "сигнални бузувчи линиялар" деб аталади. Бундай линиялардан фақат бир частотали (бир гармоникали) сигналларни (масалан, саноат частотасидаги f = 50 Гц ли токларни) узатиш мумкин.

Сўниш коэффициенти α тўлқин қаршилиги Z_c ва тўлқиннинг фазавий тарқалиши тезлиги $v = \omega/\beta$ ларнинг бурчак частотаси ω га боғлиқ бўлмаслиги учун, бирламчи параметрлар қуйидаги нисбатда танланиши лозим:

$$R_0/L_0 = G_0/C_0 \tag{11.14}$$

Ҳақиқатан ҳам, шартга биноан,

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}\sqrt{\frac{R_0\ L_0 + j\omega}{G_0\ C_0 + j\omega}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \tag{11.15}$$

ва

$$\gamma = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0)(G_0 + j\omega C_0)} = \sqrt{L_0C_0}\sqrt{\left(R_0/L_0 + j\omega\right)\left(G_0/C_0 + j\omega\right)} =$$

$$= \sqrt{L_0C_0}\sqrt{\left(R_0/L_0 + j\omega\right)} = \sqrt{R_0G_0} + j\omega\sqrt{L_0C_0} \tag{11-16}$$

Тўлқиннинг линия бўйлаб фазавий ҳаракат тезлиги

$$= \omega/\beta = 1/\sqrt{L_0C_0} \tag{11.17}$$

ҳам бурчак частота ω га боғлиқ эмас. Фаза коэффициенти $\beta = \omega\sqrt{L_0C_0}$ сигналнинг частотасига тўғри пропорционал бўлиб, линиянинг бошланишидан берилаётган сигналнинг охирида қабул қилинаётган сигнал билан сифат жиҳатидан мослик (яъни, формаси бир хил бўлиши) шартини қаноатлантиради. (11.14) формуланинг шартларини қаноатлан-тирувчи бир жинсли линия "сигнални бузмайдиган линия" дейилиб, алоқа каналлари тарзида кенг кўламда ишлатилади. Қайтувчи тўлқинлардан ҳосил бўладиган бузилишларнинг олдини олиш мақсадида истеъмолчининг қаршилиги тўлқин қаршилигига тенг $\left(Z_{юг} = Z_c = \sqrt{L_0/C_0}\right)$ қилиб танланади. Энди юклама билан мосланган линия ўзини манбага нисбатан фаол қаршиликдек тутади ва линиянинг ҳар қандай нуқтасидаги оний кучланиш u ва ток i фазалари жиҳатидан мос тушиб; уларнинг нисбати $u/i = z_c = \sqrt{L_0/C_0}$ бўлади. Бундан $\frac{L_0 i^2}{2} = \frac{C_0 u^2}{2}$, келиб чиқади яъни юклама билан мосланган сигнални бузмайдиган линиянинг магнит майдони энергияси вақтнинг исталган пайтида электр майдоннинг энергиясига тенг.

Реал алоқа линияларида R_0/L_0 нисбат G_0/C_0 нисбатга қараганда бир мунча катта бўлиб, (11.14) формуланинг шарти бирламчи параметрлар бироргасини тўғрилаш ҳисобига қаноатлантиради. Масалан, актив қаршилик R_0 нинг қийматини камайтириш, симларнинг диаметрини ошириш ва қиммат турадиган рангли металлар ишлатиш ҳисобига қаноатлантирилиши мумкин, аммо бу иқтисодий жиҳатидан зарарли. Ёмон изоляция ишлатиш ҳисобига актив ўтказувчанлик G_0 ни ошириш сигналнинг кўпроқ сўнишига олиб келади, сиғим C_0 ни камайтириш амалда мумкин эмас. Шунинг учун, одатда, линиянинг маълум масофаларида индуктив ғалтак улаб, параметр L_0 ни сунъий равишда оширишга ҳаракат қилинади. Кабелли линияларда бундай эффектларга кабелнинг ташқи изоляцияси қобиғи устига пўлат тасмалар ўраш ҳисобига эришилади.

11.6. Бир жинсли линиянинг турли ҳолатларда (режимларда) ишлаши

Энди истеъмолчининг $Z_{юк} = Z_2$ ихтиёрий қаршилигига юкланган узун линиядаги турғунлашган режимларни, шунингдек салт ишлаш ($Z_{юк}$ = =∞) ва қисқа туташиш ($Z_{юк}$ = 0) режимларини кўриб чиқамиз. Тахлил қулай бўлиши нуқтаи назаридан масофа санашни линиянинг охиридан бошланиши томон x'= l x координаталар бўйича олиб борамиз (бунда x'= 0 бўлганда x = l, x' = l бўлганда x = 0 бўлади). Айтилганларни ҳисобга олиб,

$$\dot{U} = A_1e^{-\gamma x} + A_2e^{\gamma x}$$
$$\dot{I}\,\underline{Z}_C = A_1e^{-\gamma x} - A_2e^{\gamma x}$$

тенгламалар системасида координата x ни (l- x) билан алмаштирамизда, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\begin{aligned}\dot{U} &= A_1e^{-\gamma l}e^{\gamma x} + A_2e^{\gamma l}e^{-\gamma x} = A_3e^{\gamma x} + A_4e^{-\gamma x}\\ \dot{I}Z_c &= A_1e^{-\gamma l}e^{\gamma x} - A_2e^{\gamma l}e^{-\gamma x} = A_3e^{\gamma x} - A_4e^{-\gamma x}\end{aligned} \qquad (11.18)$$

бунда: $A_3 = A_1e^{-\gamma l}$ ва $A_4 = A_2e^{\gamma l}$ ўзгарувчан x ни $(l - x)$ га алмаштиришга мос янги интеграллаш доимийлари.

Энди, (11.18) системага биноан, кучланиш ва ток масофа x = 0 бўлганда линиянинг охирига тегишли бўлишини билган ҳолда $\dot{U}_2 = A_3 + A_4$ ва $\dot{I}_2Z_c = A_3 - A_4$ шартлардан A_3 ва A_4 ни аниқлашимиз мумкин; шу сабабли $A_3 = \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2Z_c)$ ва $A_4 = \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2Z_c)$ бўлади. Энди линиянинг охиридан x масофага жойлашган, исталган нуқтасидаги кучланиш $\dot{U}$ ва ток $\dot{I}$ нинг тегишлича қиймати қуйидагича бўлиши мумкин:

$$\left.\begin{aligned}\dot{U} &= \frac{1}{2}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2Z_c)e^{\gamma x} + \frac{1}{2}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2Z_c)e^{-\gamma x}\\ \dot{I} &= \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 + \dot{I}_2Z_c)e^{\gamma x} + \frac{1}{2Z_c}(\dot{U}_2 - \dot{I}_2Z_c)e^{-\gamma x}\end{aligned}\right\} \qquad (11.19)$$

Системани гиперболик функцияларда ифодаласак:

$$\left.\begin{aligned}\dot{U} &= \dot{U}_2\operatorname{ch}\gamma x + \dot{I}_2Z_c\operatorname{sh}\gamma x\\ \dot{I} &= \dot{I}_2\operatorname{ch}\gamma x + \frac{\dot{U}_2}{Z_c}\operatorname{sh}\gamma x\end{aligned}\right\} \qquad (11.20)$$

Салт ишлаш режимида, яъни $Z_{юк}$ = ∞ ва ток I_2=0 бўлганда линия бўйлаб (унинг охиридан бошлаб) кучланиш ва токнинг тақсимланишини кўриб чиқамиз. У ҳолда (11.20) системанинг ўрнига қуйидагига эга бўламиз:

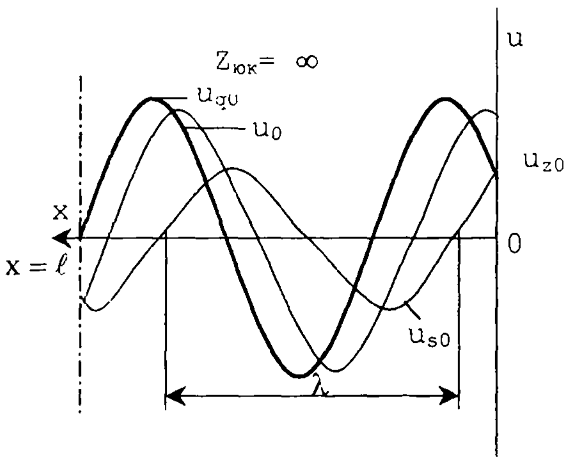
$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_0 &= \dot{U}_{20}\,\mathrm{ch}\,\gamma x \\ \dot{I}_0 &= \frac{U_{20}}{Z_c}\,\mathrm{sh}\,\gamma x \end{aligned}\right\} \qquad (11.20а)$$

бунда: $\dot{U}_{20}$ узун линиянинг охирги қисмаларидаги (x=0) салт ишлаш кучланиши.

(11.20а) системага биноан, линиянинг генератор томондаги кириш қаршилиги:

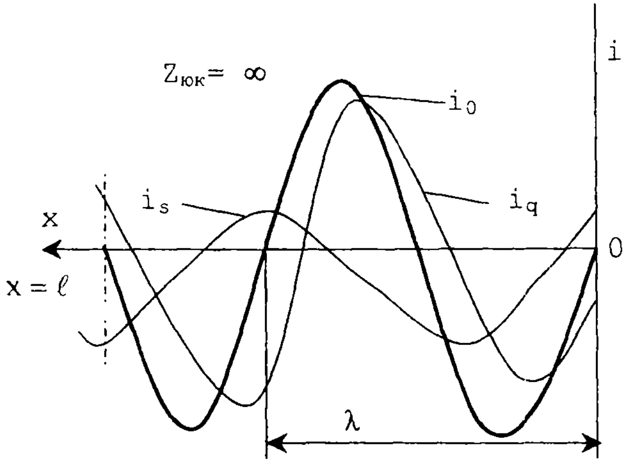
$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{\dot{U}_{20}\mathrm{ch}\gamma l}{\dot{U}_{20}/Z_c \quad \mathrm{sh}\gamma l} = Z_c \cdot \mathrm{cth}\gamma l = \frac{Z_c}{\mathrm{th}\gamma l} \qquad (*)$$

Масофа x ни линиянинг охиридан бошлаб ҳисоблаганимизда кучланишнинг линия бўйлаб тақсимланиши эгри чизиғи 11.3-расмда кўрсатилган. Тўғри ва тескари тўлқинларнинг кучланиши қайтиш нуқтасида ўзларининг оний



11.3-расм

қийматлари бўйича ўзаро тенг ва ишоралари бир хил. Демак, қайтиш коэффициенти K_u=1 бўлиб, натижавий кучланиш $\dot{U}_{20}$ нинг оний қиймати x=0 нуқтада u_q ва u_s оний миқдорларнинг йиғиндисига тенг. Аксинча, салт ишлаш токнинг тақсимланиш эгри чизиғи (11.4-расм) $i_0 = 0$ қийматдан бошланади. Чунки



11.4-расм

токнинг қайтиш коэффициенти K_i=-1 бўлиб, тушувчи ва қайтувчи тўлқинларнинг токлари миқдорий жиҳатидан ўзаро тенг, аммо ишоралари қарама-қарши бўлгандан оний қийматларининг йиғиндиси нолга тенг.

Истеъмолчининг қисмларида қисқа туташиш ($Z_{юк}$=0 ва U_2=0) бўлганда линия бўйлаб кучланиш ва токнинг тақсимланиши (11.20) тенгламалар системасига биноан қуйидаги қонундан келиб чиқади:

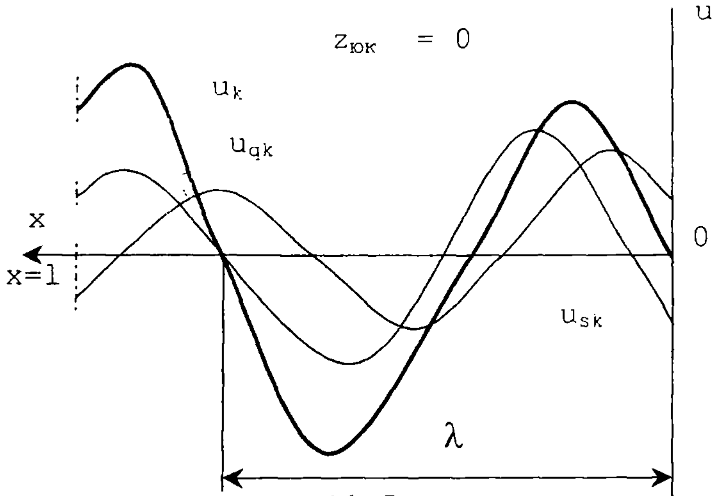
$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_k &= \dot{I}_{2k}\ Z_c \cdot \mathrm{sh}\gamma x \\ \dot{I}_k &= \dot{I}_{2k} \cdot \mathrm{ch}\gamma x \end{aligned}\right\} \qquad (11.20\ б)$$

бунда $\dot{I}_{2k}$ - линиянинг охиридаги қисқа туташиш токи.

Линиянинг манба томонидан кириш қаршилиги

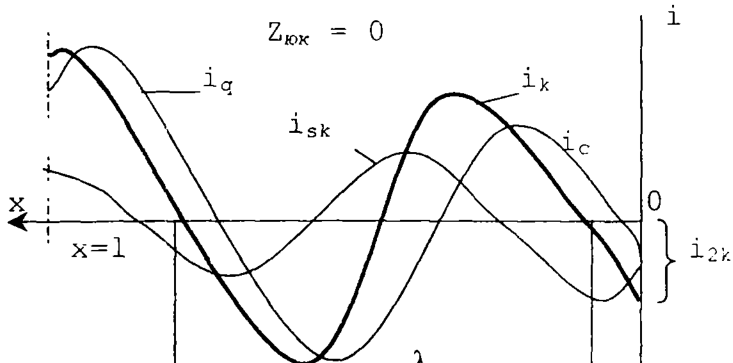
$$Z_k = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = Z_c \mathrm{th}\gamma l \qquad (**)$$

11.5 ва 11.6-расмларда исталган пайт учун кучланиш ва токнинг тақсимланиш эгри чизиқлари кўрсатилган. Салт ишлаш режимидан фарқли равишда, кучланиш бўйича қайтиш коэффициенти K_u=-1 ва кучланиш $u_к(x)$ нинг эгри чизиғи x=0 да нол нуқтадан ўтади. Линиянинг охиридаги токнинг



11.5-расм

оний қийматлари ўзаро тенг ва ишоралари бир хил бўлган тўғри ва тескари тўлқинлар токларининг оний қийматлари



11.6-расм

йиғиндисига тенг бўлиб, бирор $i_{2к}$ максимумга эришади.

(*) ва (**) формулаларга биноан, яна қуйидагиларни ёзиш мумкин: $Z_c = \sqrt{Z_0 Z_1}$ ва $\text{th}\,\gamma l = \sqrt{\dfrac{Z_k}{Z_0}}$

яъни салт ишлаш ва қисқа туташув режимларига асосланиб, узун линиянинг (агар унинг узунлиги маълум бўлса) тавсифий қаршилиги ва тарқалиш коэффициентини аниқлаш мумкин.

Энди линиянинг охири ихтиёрий қаршилик $Z_{юк} = Z_2$ га бўлган истеъмолчига уланганда линия бўйлаб кучланиш ва токнинг тақсимланиш қонуниятини умумий ҳолда кўриб чиқамиз. Кучланиш $\dot{U}_2 = \dot{I}_2 Z_2 = \dot{I}_2 Z_{юк}$ эканлигини билган ҳолда, (11.20) системанинг ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2\left(\mathrm{ch}\gamma x + \frac{Z_c}{Z_2}\mathrm{sh}\gamma x\right) = \dot{U}_2\,\frac{\mathrm{ch}(\gamma x + \delta)}{\mathrm{ch}\delta} \\ \dot{I} &= \dot{I}_2\left(\mathrm{ch}\gamma x + \frac{Z_2}{Z_c}\mathrm{sh}\gamma x\right) = \dot{I}_2\,\frac{\mathrm{sh}(\gamma x + \delta)}{\mathrm{sh}\delta} \end{aligned}\right\} \qquad (11.21)$$

бунда $Z_{юк} = Z_2$ бўлганда линиянинг кириш қаршилиги:

$$Z_{ғцр} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = Z_c\,\frac{Z_2 + Z_c\mathrm{th}\gamma l}{Z_c + Z_2\mathrm{th}\gamma l}$$

Бу ерда: $\dfrac{\underline{Z}_c}{\underline{Z}_2} = th\delta$ шартли белги ифодаси.

11.7. Исрофсиз линия ва турғун (кўзғалмас) тўлқинлар

Кўпгина амалий ҳолларда узун линиялардан алоқа ва масофадан бошқариш каналлари тарзида фойдаланилганда унинг бирламчи параметрлари R_0 ва G_0 мос холда L_0 ва C_0 га нисбатан ҳисобга олмаслик даражада кичик бўлади. Шунинг учун бундай линияларнинг иш режими ҳисобланганда R_0 ва G_0 параметрлар нолга тенг, деб қабул қилинади. $R_0 \cong 0$ ва $G_0 \cong 0$ шартларни қаноатлантирган линиялар "исрофсиз линиялар" деб аталади.

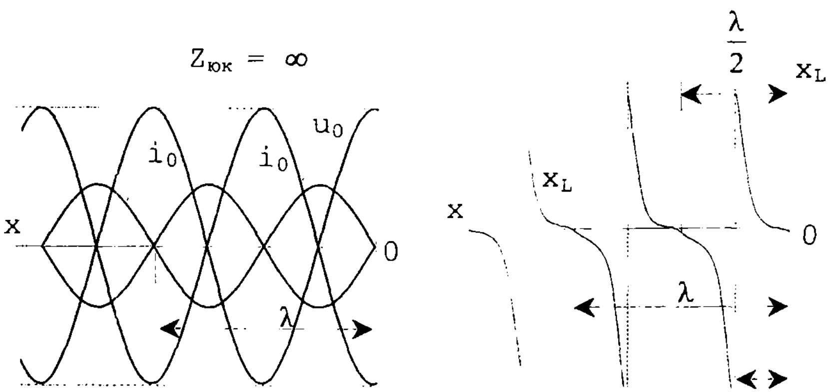
Энди ана шундай линияларнинг тавсифлари билан боғлиқ бўлган ўзига хос хусусиятларини кўриб чиқамиз. $R_0 \cong 0$ ва $G_0 \cong 0$ бўлганда 11.1 га биноан, қуйидағиларга эга бўламиз:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{L_0C_0}, \quad \text{яъни} \quad \alpha = 0, \quad \beta = \omega\sqrt{L_0C_0}$$

$$Z_c = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}; \quad V = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0C_0}} \quad \text{ва} \quad \lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

яъни исрофсиз линия сўниш ҳосил қилмайди; унинг тўлқин қаршилиги Z_C актив бўлиб, частотага боғлиқ эмас. Шу билан бир вақтда бундай линия “сигнални бузмайдиган линия” деб ҳам ҳисобланади.

Берилган кучланиш $\dot{U}_2$ ва ток $\dot{I}_2$ бўйича линия бўйлаб кучланиш ва токнинг тақсимланиш қонунияти қуйидагича ёзилади:



а) 11.7-расм б)

$$\left.\begin{aligned} \dot{U} &= \dot{U}_2 \mathrm{ch}\gamma x + \dot{I}_2 Z_c \mathrm{sh}\gamma x = \dot{U}_2 \mathrm{Cos}\,\beta x + j\dot{I}_2 Z_c \mathrm{Sin}\,\beta x \\ \dot{I} &= \dot{I}_2 \mathrm{ch}\gamma x + \frac{\dot{U}_2}{Z_c}\mathrm{sh}\gamma x = \dot{I}_2 \mathrm{Cos}\,\beta x + j\frac{\dot{U}_2}{Z_c}\mathrm{Sin}\,\beta x \end{aligned}\right\} \quad (11.22$$

чунки $\mathrm{Ch}(j\beta x) = \mathrm{Cos}\beta x; \mathrm{Sh}(j\beta x) = j\mathrm{Sin}\beta x$

$Z_{юк} = Z_2$ бўлганда исрофсиз линиянинг кириш қаршилиги

$$Z_{кир} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \frac{Z_2 \cdot \mathrm{Cos}\beta l + jZ_c \mathrm{sh}\beta l}{\mathrm{Cos}\beta l + j^{Z_2}\!/_{Z_c} \cdot \mathrm{Sin}\beta l} = Z_c \frac{\underline{Z}_2 + j\underline{Z}_c \mathrm{tg}\beta l}{\underline{Z}_c + j\underline{Z}_2 \mathrm{tg}\beta l} \qquad (*)$$

бўлади. Исрофсиз линия салт ишлаганда ($Z_{юк} = \infty$, $I_2 = 0$ ва $\dot{U}_2 = \dot{U}_{20}$) (11.22) системанинг ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$\dot{U}_0 = U_{20} \cos \beta x, \qquad \dot{I}_0 = j\frac{\dot{U}_{20}}{\underline{Z}c} \sin \beta x \qquad (11.23)$$

яъни кучланиш ва ток линия бўйлаб сўнмас синусоидал қонун бўйича тақсимланиб, турғун тўлқинлар ҳосил қилади (11.7-а расм). Бу турғун тўлқинлар амплитудалари бир хил бўлган иккита сўнмас югурувчи (тўғри ва тескари) тўлқинларни устлашдан иборат. Ҳақиқатан ҳам, x=0, $\lambda/2$, λ. $3\lambda/2$ ва ҳ.к. бўлган ҳолларда $\cos\beta x = \pm 1$ бўлиб, $x=\lambda/4$, $3\lambda/4$, $5\lambda/4$ ва ҳ.к. бўлган ҳолларда $\cos\beta x$ нолга айланади. x масофада кучланиш $\dot{U}_0$ ҳам худди шундай қонуният билан ўзгариб, $\cos\beta x = \pm 1$ да кучланишлар б ў р т и қ л а р и н и $\cos\beta x = 0$ да кучланишлар т у г у н л а р и н и ҳосил қилади. Аксинча, ток I_0 исрофсиз линияда βx нинг синусли функцияси бўла туриб, $\cos\beta x = \pm 1$ бўлган барча нуқталарда нолга тенг бўлиб, тугунлар ҳосил қилади ва линиянинг $\cos\beta x = 0$ бўлган нуқталарида максимал бўлиб, тугунлар ҳосил қилади.

Исрофсиз линия салт ишлаганда, (*) формулага биноан, унинг кириш қаршилиги

$$Z_0 = \frac{\dot{U}_{10}}{\dot{I}_{10}} = \frac{Z_c}{j\mathrm{tg}\beta l} = -jZ_c\mathrm{ctg}\beta l = jxl \qquad (**)$$

бўлади, бунда $xl = -Z_c ctg\beta l$ - линия тавсифий қаршилигининг модули, шу сабабли $\theta = 0$, $Z_c = z_c$.

Реактив қаршилик x нинг қиймати ва хусусияти линиянинг узунлигига боғлиқлиги 11.7-б расмда кўрсатилган. Агар исрофсиз линиянинг узунлиги тўлқин узунлигининг тўртдан биридан ортмаса, яъни $0<l<\lambda/4$ бўлса, у ҳолда унинг кириш қаршилиги xl сиғим хусусиятига эга, чунки $\mathrm{ctq}\beta l$ нинг қиймати нолдан ∞ гача бўлган ораликда ётади. Агар линиянинг узунлиги $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ ва ҳ.к. ларни ташкил этса, унинг кириш қаршилиги нолга тенг. Бундай линия ўзини худди кучланиш резонансли идеал кетма-кет тебраниш контуридай тутади. Узунлиги $\lambda/4 < l < \lambda/2$ (ёки $3\lambda/4 < l < \lambda$ ва ҳ.к.) бўлган линиянинг кириш қаршилиги индуктив хусусиятга эга. Охири ажратилган линия $L = \lambda/2$; λ; $3\lambda/2$ ва ҳ.к. ларда ўзини худди токлар резонанси режимидаги идеал параллел тебраниш контуридек тутади. Шундай қилиб, 11.7-б расмда кўрсатилганидек, истеъмолчи томонидан ажратилган линия кириш қаршилигининг қиймати ва хусусияти унинг узунлиги l га боглиқ.

Энди исрофсиз линиядаги қисқа туташув ($Z_{юк}=0$ ва $U_2=\theta$) режимини кўриб чиқамиз. Бундай линиянинг кириш қаршилиги (*) формулага биноан:

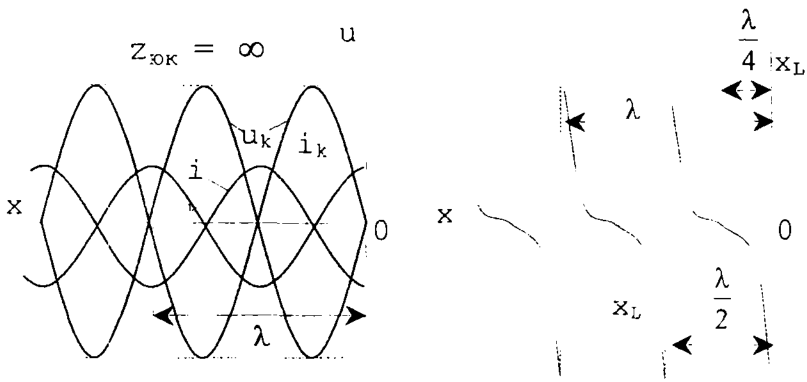
$$Z_k = \frac{\dot{U}_{1k}}{\dot{I}_{1k}} = jZ_c tg\beta l = jxl \qquad (***)$$

Энди, линиянинг ҳар қандай нуқтасидаги кучланиш ва ток қуйидагидек аниқланади:

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_k &= j\dot{I}_{2k} Z_c \mathrm{Sin}\,\beta x \\ \dot{I}_k &= \dot{I}_{2k} \mathrm{Cos}\,\beta x \end{aligned}\right\} \qquad (11.24)$$

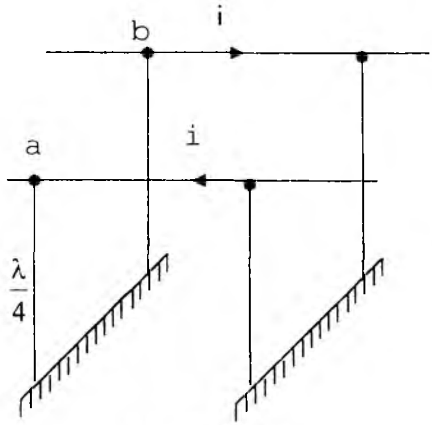
бунда: I линиянинг охиридаги қисқа туташув токининг комплекси.

Қисқа туташув режимида ҳосил бўлган турғун тўлқинлар ҳудуди салт ишлаш режимидагидек бўлиб, фақат фазалари



11.8-расм

жиҳатидан λ/4 масофага (сигнал тўлқин узунлигининг тўртдан бирига) силжиган (11.8-а расм). Линиянинг узунлиги $l = 0$; λ/2; λ ва ҳ.к. бўлганда линияда ток бўртиқлари ва кучланиш тугунларининг, линиянинг охирида $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ ва ҳ.к. масофаларда жойлашган нуқталарда эса кучланиш бўртиқлари $u_к$ ва ток тугунлари $i_к$ нинг ҳосил бўлиши кузатилади. Узунлиги $l = \lambda/2$; λ, $3\lambda/2$ ва ҳ.к. бўлиб, охирида қисқа туташган линияинг кириш қаршилиги $Z_{кир}$ (*) ифодага биноан, нолга тенг ва бундай линия ўзини худди кучланиш резонансли занжирдай тутади. Узунлиги $l = \lambda/4$; $3\lambda/4$; $5\lambda/4$ ва ҳ.к. бўлган линиянинг кириш қаршилиги $Z_к$ чек- сизга тенг бўлиб, ўзини худди токлар резонансли занжирдай тутади (11.8-б расм). Бундан ис-



11.9-расм

исрофсиз линиянинг юқори частотали қурилмалар учун соф таянч изоляторлари ясашда фойдаланилади (11.9-расм). Сигналнинг частотаси орта бориши билан исроф ҳам ортиб борадиган оддий изоляторнинг ўрнига, умумий узунлиги линиядаги ток тўлқини узунлигининг тўртдан бири $\lambda/4$ га тенг бўлган иккита ерга уланган қозиқчадан фойдаланилади. Шундай қилиб, линиянинг маҳкамланган жойларидан қисқа туташган исрофсиз элементар линиялар ҳосил бўлади, уларнинг маҳкамланиш нуқталари a ва b га нисбатан кириш қаршилиги чексизга тенг. Энди, исрофсиз линия реактив қаршилиги $Z_{юк} = jx_{юк}$ бўлган юкламага уланган бўлсин. У ҳолда линиянинг охиридан масофага узоқлашган ҳар қандай нуқтадаги кучланиш ва ток мос ҳолда қуйидагича бўлади:

$$\left.\begin{aligned} \dot U &= \dot U_2\left(\cos\beta x + \frac{Z_c}{X_{юғ}}\sin\beta x\right) = \dot U_2\,\frac{\sin(\beta x+\sigma)}{\sin\sigma} \\ \dot I &= \dot I_2\left(\cos\beta x - \frac{X_{юғ}}{Z_c}\sin\beta x\right) = \dot I_2\,\frac{\cos(\beta x+\sigma)}{\cos\sigma} \end{aligned}\right\}\quad(11.25)$$

Бунда $tg\delta = X_{юк}/Z_c$ юклама қаршилиги модулнинг линия тўлқин қаршилиги модулига нисбати.

(11.25) системага биноан, линиядаги кучланиш ва токлар ҳам турғун тўлқинлар ҳосил қилади, аммо салт ишлаш ва қисқа туташув режимларидан фаркли равишда линиянинг охирида на бўртиқ ва на тугун ҳосил бўлади. Масалан, кучланишнинг биринчи бўртиғи ва токнинг биринчи тугуни линиянинг охиридан

$$x = \frac{\pi}{2\beta} - \frac{\delta}{\beta} = \frac{\lambda}{4} - \frac{\delta}{\beta}$$

масофаларга жойлашган, чунки $Sin(\beta x + \delta) = 1$ бўлиб,

$$Cos(\beta x + \delta) = 0$$

Реактив қаршиликка уланган линиянинг кириш қаршилиги

$$Z_{кир} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = jX_{юк} tg(\beta l + \delta) ctg\delta = jZ_c tg(\beta l + \delta)$$

бўлади, шу сабабли узунлиги $l = \lambda/4 - \delta/\beta$ бўлган линиянинг кириш қаршилиги $Z_{кир} = \infty$ бўлиб, узунлиги $l = \lambda/2 - \delta/\beta$ бўлган линиянинг кириш қаршилиги $Z_{кир} = 0$ дир.

Энди узунлиги $l = \lambda/4$ бўлиб, актив қаршиликка ($Z_{юк} = R_{юк}$) уланган исрофсиз линияни кўриб чиқамиз. Бу ҳолда

$$ch\gamma l = Cos\beta l = Cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\ \frac{\lambda}{4}\right) = Cos\frac{\pi}{2} = 0,$$

$$sh\gamma l = jSin\beta l = j\sin\frac{\pi}{2} = j$$

бўлиб, линиянинг бошланишидаги кучланиш ва ток:

$\dot{U}_1 = j\dot{I}_2 Z_c$ ва $\dot{I}_1 = j\dfrac{\dot{U}_2}{Z_c}$ ёки $\dot{U}_1 = j\dot{U}_2 \dfrac{Z_c}{R_{юк}}$ ‰€ $\dot{I}_1 = j\dot{I}_2 \dfrac{R_{юк}}{Z_c}$

Бундай линияни трансформациялаш коэффициенти $k = \dfrac{Z_c}{R_{юк}}$ бўлган соф трансформатор деб қараш мумкин; чунки $U_1 = kU_2$ ва $I_1 = I_2/k$, ундан ички қаршилиги R_L бўлган генераторни ва $R_{юк}$ қаршиликли истеъмолчининг иш режимларини мослаштириш учун фойдаланса бўлади. Кўриб чиқилаётган линиянинг кириш қаршилиги $Z_{кир} = \dfrac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = \dfrac{Z_c^2}{R_{юк}}$ бўлгани туфайли, генератор ва истеъмолчи мослашган режимда ишлайди:

$$Z_{кир} = R_г = \frac{Z_c^2}{R_{юк}} \text{ ёки } \quad Z_c = \sqrt{R_{юк}\ R_г}$$

Демак, мослашган генератор билан истеъмолчи орасидаги тўлқин қаршилиги $Z_c = \sqrt{R_{юг} R_c}$ ва узунлиги $\lambda/4$ бўлган линия улаш йўли билан амалга оширилади. Тўлқин қаршиликлари Z_{c1} ва Z_{c2} бўлган икки линияни мослаштиришда ҳам шундай операцияни бажариш мумкин. Бунинг учун уларнинг орасига тавсифий қаршилиги $Z_c = \sqrt{Z_{c1} \; Z_{c2}}$ ва узунлиги $l = \lambda/4$ бўлган линияни улаш лозим.

11.1-М и с о л. Бошланғич параметрлари $R_0 = 0{,}08$ Ом/км, $G_0 = 4 \; 10^{-8}$ 1/Ом·км, $L_0 = 1{,}5 \; 10^{-3}$ Г/км ва $C_0 = 8{,}2 \; 10^{-9}$ Ф/км бўлиб, узунлиги $l = 200$ км бўлган икки симли линиядан саноат частотасидаги электр энергиясини узатиш учун фойдаланилади. Линиянинг кириш томонидаги кучланиши $U_1 =$ 220 кВ, унинг охирги уланган юклама қаршилиги эса $Z_{юк} = 800e^{j30^0}$ Ом. Қуйидагилар аниқлансин: 1) линиянинг тавсифий қаршилиги, сўниш ва фаза коэффициенти;

2) Истеъмолчининг қисмаларидаги кучланиш ва ток; 3) кучланиш ва ток бўйича қайтиш коэффициенти; 4) линия фойдали иш коэффициенти.

Е ч и ш 1. Линиянинг тавсифий қаршилиги:

$$Z_C = \sqrt{\frac{R_0 + j\omega L_0}{G_0 + j\omega C_0}} = \sqrt{\frac{8 \; 10^{-2} + j314 \cdot 1.5 \; 10^{-3}}{4 \; 10^{-8} + j314 \cdot 8.2 \; 10^{-9}}} \; 10^3 \sqrt{\frac{8 + j741}{4 + j252}} = 432e^{-j1^0 48'} \text{ Ом}$$

Тарқалиш коэффициенти:

$$\gamma = \beta + j\beta = \sqrt{\left(8 \cdot 10^{-2} + j314 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-3}\right)\left(4 \cdot 10^{-8} + j314 \cdot 8{,}2 \; 10^{-9}\right)} =$$

$$= (1{,}1 + j11{,}1) \; 10^{-4}$$

Сўниш коэффициенти: $\alpha = 1{,}1 \; 10^{-4}$ НП/км

Фаза коэффициенти: $\beta = 1{,}1 \; 10^{-4}$ Рад/км

2. Истеъмолчининг қисмларидаги кучланиш:

$$\dot{U}_2 = \frac{\dot{U}_1}{ch\gamma l + \frac{Z_c}{Z_{юг}} \cdot sh\gamma l} = \frac{220 \cdot 10^3}{ch(2.2 \cdot 10^{-2} + j22.2 \cdot 10^{-2}) + 0.504e^{-j13^0 48'} sh(2.2 \cdot 10^{-2} + j22.2 \cdot 10^{-2})} =$$

$$= \frac{220 \; 10^3}{1{,}048 + j0{,}09} \quad 209 \; 12 \; 10^3 e^{-j5^0} \text{ В}$$

Линиянинг охиридаги ток (юклама токи):

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_2}{Z_{юк}} = 209{,}12\ 10^3 e^{-j5^o} : 800 e^{j30^o} = 261{,}4 e^{-j36^o}\ A$$

3. Кучланиш ва ток бўйича қайтиш коэффициентлари:

$$k_u = (z_{юк} - z_c)(z_{юк} + z_c) = 516 e^{j59^o30'} : 1170 e^{j17^o40'} = 0{,}44 e^{41^o50'}$$

$$k_i = -k_u = -0{,}44 e^{j41^o50'}$$

4. Линиянинг фойдали иш коэффициенти (Ф.И.К.):

$$\eta = P_2 / P_1 = \frac{U_2 I_2 Cos\varphi_{юг}}{U_1 I_1 Cos\varphi_1} = \frac{209{,}12\ 10^3\ 261{,}4 \cdot Cos30^o}{220 \cdot 10^3\ 220{,}9 \cdot Cos8^o21©} = 0{,}984$$ бунда: I_1

линиянинг кириш томонидаги токнинг таъсирий қиймати; у қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$\dot{I}_1 = \dot{I}_2 ch\gamma l + \dot{I}_2 \frac{z_{юг}}{z_c} sh\gamma l = 261{,}4 \cdot e^{-j35^o} *$$

$$* \left[0{,}976 + j0{,}0044 + 1{,}98 e^{j35^o}(0{,}02 + j0{,}22)\right] = 220{,}9 e^{-j8^o20} A.$$

11.2-Мисол. Олдинги мисолда берилган электр узатиш линиясидан, бир вақтнинг ўзида f = 400 кГц элтувчи частота алоқа ва телебошқариш сигналларини узатиш учун фойдаланилади.

Қуйидагилар аниқлансин: 1) линиянинг ана шу частотадаги тавсифлари; 2) сигналнинг фазавий тарқалиш тезлиги ва тўлқин узунлиги; 3) линиянинг приёмник томонидан салт ишлаш ва қисқа туташиш бўлганда унинг кириш қаршилиги.

Е ч и ш. Линиянинг тўлқин қаршилиги:

$$Z_C = \sqrt{(R_0 + j\omega L_0):(G_0 + j\omega C_0)} \cong \sqrt{L_0 : C_0} =$$

$$= \sqrt{1{,}5 \cdot 10^{-3} : 8{,}2 \cdot 10^{-9}} = 428\ \text{Ом}$$

Тарқалиш коэффициенти:

$$\gamma = \alpha + j\beta \cong j\omega\sqrt{L_0 C_0} = j8{,}83\ 1/км$$

Сўниш коэффициенти $\alpha = 0$; фаза коэффициенти

$$\beta = 8{,}83\ рад/км$$

яъни алоқа сигналларининг частоталарини бузмайди ва унинг энергиясини исроф қилмайди.

2. Тўлқин фазавий тарқалиш тезлиги:

$$V = \frac{\omega}{\beta} = \frac{2\pi \cdot 400 \cdot 10^3}{8{,}83} = 284\ 10^3\ \text{км}/\text{с}$$

яъни бу тезлик ёруғлик тезлиги С = 300 * 10^3 км/сек. га яқин. Кузатилаётган сигналнинг тўлқин узунлиги:

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{6{,}28}{8{,}83} = 0{,}71\ \text{км}$$

3. Линиянинг салт ишлагандаги кириш қаршилиги:

$$Z_0 = -jZ_c \text{ctg}\beta l = -jZ_c \text{ctg}\frac{2\pi}{\lambda} l = -j428\text{ctg}\frac{400\pi}{0{,}71} =$$

$$= -j428\text{ctg}1{,}4\pi = -j428 \cdot \text{ctg}72^0 = -j139\ \ \text{Om}$$

Линиянинг қисқа туташгандаги кириш қаршилиги:

$Z_k = jZ_c\ \text{tg}\beta l = j428\text{tg}1{,}4\pi = j1317{,}2$м“

Шундай қилиб, салт ишлагандаги линиянинг кириш қаршилиги реактив ва сиғим, қисқа туташганда эса реактив ва индуктив хусусиятга эга.

XII БОБ.

ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРИДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

12.1. Ўткинчи жараёнларнинг вужудга келиши ва унинг сабаблари

Энг аввал шуни айтиш лозимки, мужассам параметрли занжирларга нисбатан тарқоқ параметрли электр занжирлардаги ўткинчи жараёнлар фақатгина вақт мобайнида жойлашган бўлмай, масофа бўйлаб ёйилган ҳаракатга ҳам боғлиқ бўлади. Масалан, узун электр ёки алоқа линиясини оладиган бўлсак, унинг охирида содир бўлган қисқа туташиш линиянинг кириш қисмидаги токнинг қиймати ва шаклини ўзгартириш учун бирмунча вақт талаб қилади. Аммо бу вақт фақатгина энергиянинг занжирнинг бир элементидан иккинчисига ўтиш жараёнига сарф қилинишидан ташқари рўй бераётган ўзгаришларнинг тегишли масофани ўтиб манбага таъсир эта бошлашига ҳам кетади. Қуйида кўрсатиладики, бу жараён тўлқинсимон ва мураккаб кўринишда ўтади.

Ўткинчи жараёнларнинг вужудга келиш сабабларини таърифлайдиган бўлсак, булар асосан занжирнинг улаш ва узиш, унинг айрим участкаларидаги ўлчамларнинг ўзгариши, унинг чиқиш қисмларидаги юкламаларнинг кескин ўзгариши (масалан, қисқа туташув) ва ҳ.к.лардир. Ушбу сабаблар катта ўлчамли электр машина ва трансформаторларга ҳам хосдир. Ундан ташқари ўткинчи жараёнлар ва унга доир тўлқинсимон ўзгаришлар узун линияларнинг бир туридан (масалан, ҳаво линиясидан) иккинчи турига (масалан, кабел линиясига) ўтиш жойларида ҳам содир бўлади. Узун очиқ линиялардаги ўткинчи жараёнларга ташқи атмосферадаги ҳодисалар (яшин зарядлари) сабабчи бўлиши мумкин.

12.2. Ўткинчи ҳолат тенгламаларининг тузилиши ва ечими

Тарқоқ параметрли занжир сифатида узун, икки симли электр линиясини оламиз ва унинг 11.2 да келтирилган асосий (11.1) ва (11.2) дифференциал тенгламаларидан фойдаланамиз.

Ўткинчи жараённи таҳлил этишни осонлаштириш мақсадида линияни исрофсиз деб оламиз: яъни $R_0 = 0$, $G_0 = 0$ деб ҳисоблаймиз. Шунда қуйидагига эга бўламиз

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\partial u}{\partial x} &= L\frac{\partial i}{\partial t} \\ -\frac{\partial i}{\partial x} &= C_0\frac{\partial u}{\partial t} \end{aligned}\right\} \qquad (12.1)$$

Биринчи тенгламанинг иккинчи даражали хусусий ҳосиласини қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -L_0\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right) = -L_0\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right).$$

Энди иккинчи тенгламани ҳисобга олганда,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = L_0\frac{\partial}{\partial t}\left(C_0\frac{\partial u}{\partial t}\right) = L_0C_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \qquad (12.2)$$

келиб чиқади. Бу тенглама эса математик физикада т о р т е б р а н и ш т е н г л а м а с и деб аталади ва унинг ечимини машҳур француз математиги Даламбер қуйидагича қилиб берган:

$$u = f_1(x - vt) + f_2(x + vt) = u_q + u_s. \qquad (12.3)$$

Бу ерда: $V = 1/\sqrt{L_0C_0}$ линияда содир бўлган тўлқиннинг тарқалиш тезлиги ва $f_1(x\text{-}vt)$ кучланишнинг бошидан охири томон ҳаракат қилувчи яккаланган т ў ғ р и т ў л қ и н и (u_q) Агарда $x\text{-}vt=const$ бўлса, бу ташкил этувчи ўзининг қийматини ўзгармас ҳолатда сақлайди; тўлқин эса $v = dx/dt$ тезлик билан тарқалади; чунки $\frac{d}{dt}(x - vt) = 0$. Шунга ўхшаш f_2 $(x+vt)$ кучланишнинг линия охиридан боши томон ҳаракат қилувчи яккаланган т е с к а р и т ў л қ и н и (u_s) ҳисобланади.

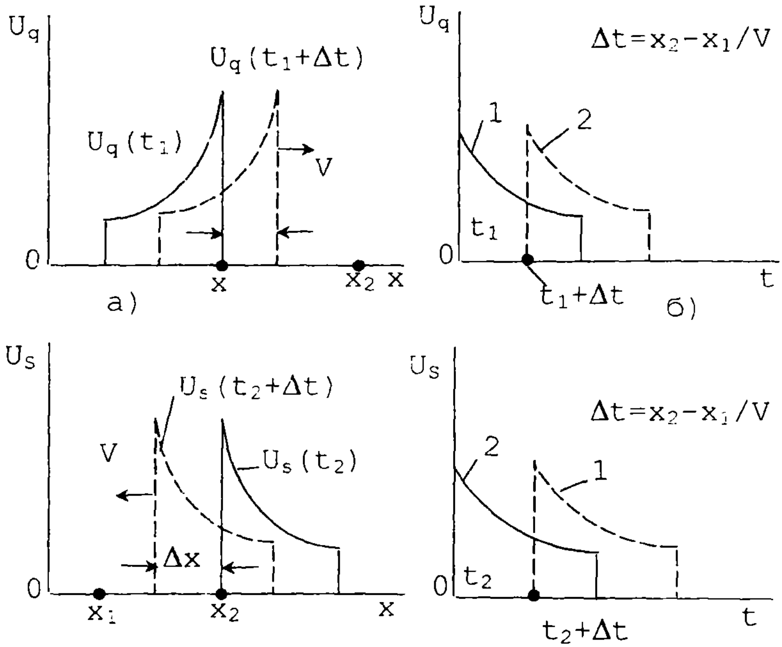
Қийин бўлмаган математик ўзгартиришлар киритиб, линиядаги ток i нинг ҳам тенгламаларини олиш мумкин яъни

$$i = \sqrt{C_0/L_0}\cdot\left[f_1(x - vt) - f_2(x + vt)\right] = \frac{1}{Z_c}(u_q - u_s) = i_q - i_s.$$

Бу ерда: $Z_c = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$ – линиянинг тавсифий ёки тўлқин қаршилиги (Ом), i_q токнинг т ў ғ р и т ў л қ и н и ва i_s унинг т е с к а р и т ў л қ и н и. Кўриниб турибдики,

$$u_q = Z_c i_q \quad \text{ва} \quad u_s = Z_c i_s \tag{12.5}$$

Энди тўғри ва тескари тўлқинларни вақт t ва масофа x ўзгариши билан қандай боғланганлигини қараб чиқайлик. Фараз қилайлик, бирор танланган $t = t_1$ вақт учун линия бўйича кучланишининг тўғри тўлқини 12.1-а расмда кўрсатилгандек



12.1-расм

бўлиб, қуйидагига тенг бўлсин:

$$u_q(t_1) = f_1(x - vt_1) \tag{12.6}$$

Унда $t = t_1 + \Delta t$ вақтда

$$u_q(t_1 + \Delta t) = f_1(x - v\Delta t - vt_1) = f_1(x - \Delta x - vt_1)$$

бўлади (бу ерда $\Delta x = v\Delta t$). Сўнгги тенгламадан кўриниб турибдики, u_q $(t_1 + \Delta t)$ эгри чизиғи u_q (t_1) га нисбатан ўнгроқда жойлашган, яъни вақтнинг Δt га ўсиши ҳисобига у $\Delta x = V\,\Delta t$ оралиғига силжиган бўлиб чиқади. Аммо линия исрофсиз ва сигнал шаклини бузмайдиган ўлчамларга эга бўлгани туфайли ($R_0=0$, $G_0=0$) кучланиш импульси ўз шаклини сақлаб қолади. Агар $t = t_1$ онда импульс $x=x_1$ нуқтага ўз фронти билан кириб келган бўлса ва шу пайтдан бошлаб кучланиш u_q ўлчана бошланса, унинг вакт мобайнида жойлашиши 12.1-б расмда кўрсатилганидек бўлади (сидирға чизиқ 1). Агар ушбу ўлчов асбоби $x = x_2$ нуқтага қўйилган бўлса, у кўрсатган кучланиш Δt вақтдан кейин сезила бошлайди 12.1-расм. (пунктир чизиқ 2).

Тескари тўлқин $u_s(t\ )$ га ўтсак ва уни акс этиш натижасида шакли ва кучи ўзгармаган деб олсак, қайтган импульснинг кўриниши 12.1-в расмда келтирилган. Кўриниб турибдики, Δt вақтда у чап томонга $\Delta x=Vdt$ оралиққа силжийди. Энди x_2 нуқтада жойлашган ўлчов асбоби (масалан, вольтметр) $t = t_2$ ондан бошлаб сидирға чизиқ 2 ни қайд қилади (12.1-г расм). Умуман олганда, кучланиш (ёки ток) тўлқинларини вақт ўзгаришига боғламоқчи бўлсак, уларни ўзгача кўринишда олганимиз маъқул. Масалан, (12.6) ўрнига

$$u_q = \varphi_1\left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad (12.7)$$

тескари тўлқин бўлмиш $u_s = f_2\ (x + vt)$ ўрнига

$$u_s = \varphi_2\left(t + \frac{x}{v}\right) \qquad (12.8)$$

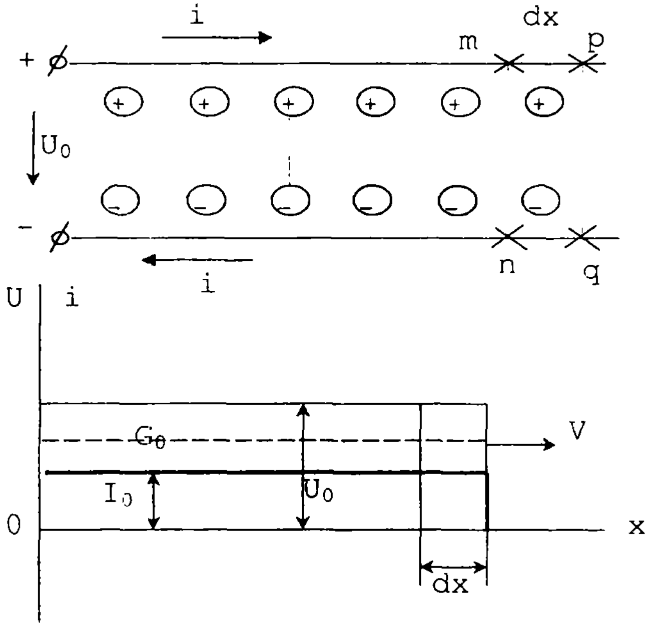
ёзилиши тавсия этилади. Агар 12.1-б ва г расмларда кўрсатилганидек, $u_q(t)$ ва $u_s(t)$ функциялар x_1 ва x_2 нуқталар учун маълум бўлса, (12.3) га биноан қуйидагиларни ёзиш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} u_q(x,t) &= u_q\left(t - \frac{x - x_1}{v}\right) \\ u_s(x,t) &= u_s\left(t + \frac{x - x_2}{v}\right) \end{aligned}\right\} \qquad (12.9)$$

Энди ҳар қандай вақт учун линиядаги кучланиш ва токни икки томонга (қарама-қарши) йўналган тўғри ва тескари тўлқинлар йиғиндиси деб ҳисоблаш мақсадга мувофиқдир.

12.3. Тўғри бурчакли фронтга эга бўлган тўлқинларнинг содир бўлиши. Линияни ўзгармас токка улаш вақтидаги ўткинчи жараёнлар

Энг кўп тарқалган ва таҳлил қилишга осон бўлган мисол сифатида икки симли узун электр линиясини ўзгармас кучланиш U_0 га уланишини кўриб чиқайлик (12.2-расм). Линия



12.2-расм

уланган пайтидан бошлаб, унинг симларида манбадан юклама томон йўналган кучланиш тўғри тўлқини $u_q=u_0$ пайдо бўлади. У линия элементларини x масофа бўйлаб зарядлай бошлайди [тепада +, пастда ишорали]. Зарядлаш (электрлаш) $V=3*10^8$ м/с тезлигида чапдан ўнгга тўлқинсимон тарқалади. Агар тўлқин x масофани $t = x/V$ вақтда босиб ўтиб, линияни "mn" кесимига етиб келган бўлса, бу вертикал чизиқ тўғри тўлқин фронти ҳисобланади. Яъни "mn" дан чапроқ бўлган томонда $u_x = U_0$, ўнгроқ бўлган томонда эса $u'_x = 0$ Тўлқин dx оралиғига силжиши натижасида фронт "pq" кесимига ўтади. Шу туфайли "mpqn" орасидаги элемент $dq=q_0\ dx=C_0U_0dx$ миқдорда зарядланади (электрланади), чунки тўлқин фронтининг чап томонида масофанинг ҳар бир бўлакчасида $q_0 = C_0U_0$ га тенг заряд тўпланган бўлади. Заряднинг линия бўйлаб тарқалиши (ёйилиши) эса ток ҳосил қилмасдан вужудга кела олмайди. Мазкур ток, ўз навбатида, қуйидагига тенг:

$$i = \frac{dq}{dt} = q_0 {dx}/{dt} = C_0 U_0 v = I_0 \qquad (12.10)$$

Табиийки, юқори симда мусбат зарядлар элементма-элемент чапдан ўнгга сурилиб борар экан, пастдаги симда уларга қарама-қарши манфий зарядлар ҳам вужудга келаверади, чунки бусиз симлараро кучланиш U_0 пайдо бўлолмайди. Ундан ташқари, мусбат ва манфий зарядларнинг юқори ва пастки симларда V тезликда тарқалиши улардаги икки томонга йўналган ягона ток i нинг вужудга келишини таъминлайди. Демак, икки симли узун линияни чексиз узунликка эга бўлган электродлардан тузилган ва диэлектриги ҳаводан бўлган конденсатор билан таққосласак бўлади. Шундай экан, унга юқори симдан пастдагига йўналган силжиш токи ҳам мансубдир. Демак ток i симлар оралиғида сиғим токи сифатида ўтади ва у ҳам тўлқинсимон линиянинг бошидан охирига қараб $V=3*10^8$ м/с тезлик билан ҳаракатда бўлади.

Ўз навбатида линия бўйлаб тарқалаётган ток i ўз атрофида магнит куч чизиқлари ва тегишлича магнит оқимини ҳосил қилади. Ток тўлқини dx=vdt оралиққа силжиши натижасида ҳосил бўлган магнит оқимининг ўсиш миқдори $d\Phi=L_0\ I_0dx = L_0I_0Vdt$. Бунинг ҳисобига вужудга келган э.ю.к.

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L_0 v I_0, \qquad (12.11)$$

яъни у кучланиш $U_0=L_0VI_0$ га нисбатан қарама-қарши йўналган бўлади; чунки $U_0 = I_0 Z_0 = I_0\sqrt{L_0/C_0}$ Тўлқинлар шаклини 12.2-расм (қуйи қисми) дан кўрса бўлади: иккаласи ҳам U ва I) тўғри бурчак кўринишига эга бўлиб, тик (вертикал) фронтлидир.

12.4. Тўлқинларнинг линия чегарасидан (охиридан) акс этиб қайтиши

Фараз қилайлик, кучланиш ва ток Z_c тўлқин қаршилигига эга бўлган линияни кесиб ўтиб, уни охирига етиб келди ва у ерда уланган мураккаб юклама қаршилиги Z_2 га дуч келди. Шу вазиятга қандай ўткинчи жараёнлар содир бўлади? Юқорида келтирилган ифодалардан фойдаланган ҳолда тўғри ва тескари тўлқинларни қуйидагича боғлайлик:

$$u = u_q + u_s, i = i_q + i_s = (u_q - u_s)\ z_c, \quad \text{ёки } z_c i = u_q - u_s$$

(бу ерда $u_q = U_0$, $i_q = I = 1/z_c\ U_0$). Бундан:

$$2u_q = \underline{z}_c i + u, \quad \text{ёки} \quad 2U_0 = \underline{z}_c i + u \qquad (12.12)$$

яъни, агар линия ўзгармас кучланиш манбаига уланган бўлса, уни кириш қисмида $2u_q$ қийматга эга бўлган кучланишга кетма-кет уланган $R=Z_c$ ва $Z_2=R_2=u_2/i$ (юклама қаршилиги) қаршиликлардан иборат бўлган занжирга алмаштирсак бўлади. Шундай қилиб, шу эквивалент занжир учун маълум бўлган u_q ва z_c билан R_2 параметрлар орқали ток i ва қайтган тўлқинлар u_s ва i_s ни топа оламиз:

$$u_s = u_q - z_c i \quad \text{ва} \quad i_s = -\frac{u_3}{\underline{z}_c} \qquad (12.13)$$

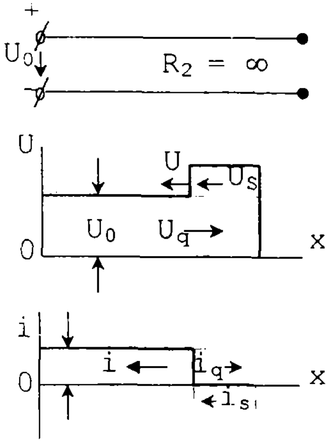
Энди бир жинсли узун линияни ташқи қаршилик R_2 га уланган деб олсак, унда (12.12) асосида қуйидагини ёза оламиз:

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{2u_q}{z_c + R_2}, u_s = u_q - z_c i = \frac{R_2 - z_-}{R_2 + z_-} \cdot u_q \\ i_s &= -\frac{u_s}{z_-} = \frac{z_- - R_2}{z_- + R_2} \cdot i_q \end{aligned}\right\} \qquad (12.14)$$

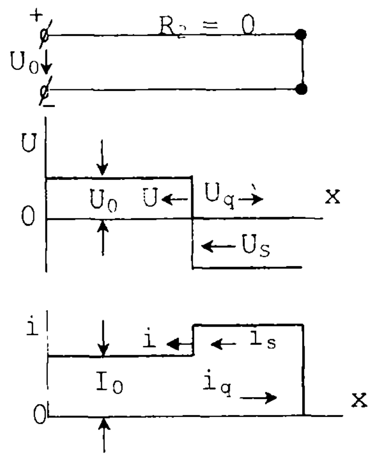
Тўғри ва тескари тўлқинлар қувватини аниқлайдиган бўлсак, линия чегарасидаги оний қувват (юклама ва истеъмол қилаётган қувват)

$$p = ui = (u_q + u_s)\frac{u_q - u_s}{z_c} = \frac{u_q^2}{z_c} - \frac{u_s^2}{z_c} = p_q - p_s, \qquad (12.15)$$

яъни у тўғри ва тескари тўлқинлар қувватларининг айирмасига тенг (12.14) тенгламадан кўриниб турибдики, агар юклама қаршилиги линия тўлқин қаршилигига тенг бўлса ($R_2 = Z_c$), тескари тўлқин вужудга келмайди, яъни $u_s = 0$, $i_s = 0$. Шу ту-



12.3-расм



12.4-расм

файли $P_s = 0$ ва линиядан етиб келган барча қувват юклама томонидан тўла-тўкис истеъмол қилинади. Юқоридаги ифодалардан фойдаланиб, линиянинг салт юриши ва қисқа туташув ҳолатларини ҳам кўриб чиқсак бўлади:

а) салт юришда $R_2 = \infty$; демак $u_s = u_q$ ва $i_s = -i_q$;

б) қисқа туташув ҳолатида $R_2 = 0$, демак $u_s = -u_q$ ва $i_s = i_q$.

Иккала ҳолатда ҳам тескари тўлқинлар қиймати тўғри тўлқинлар билан бир хил. Фақат учи очиқ (салт) линия чегарасидан ток тўлқини, учи ёпиқ (қисқа туташув) линия чегарасидан эса кучланиш тўлқини ўз ишораларини ўзгартириб қайтадилар. Натижада, биринчи ҳолатда ўткинчи жараён тугагандан кейин ток i, иккинчи холатда эса кучланиш u нолга интилиб боради.

Агар линия ихтиёрий каршилик $R_2 \neq Z_c$ га уланган бўлса, куйидаги ифодаларни ёзамиз:

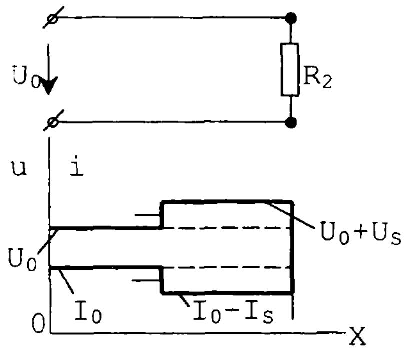
$$\left.\begin{aligned}
&u_q = U_0, i_q = \frac{1}{Z_c}U_0 = I_0,\\
&u_2 = 2U_0 - i_2 z_c = 2U_0 - \frac{2U_0}{R_2 + Z_c}\, z_c =\\
&= 2U_0\, \frac{R_2}{R_2 + Z_c}.\\
&i_2 = \frac{2U_0}{R_2 + z_c}
\end{aligned}\right\} \qquad (12.14)$$

Линиянинг охиридаги кучланиш u_2 тескари тўлқин u_s нинг қиймати ва ишорасига боғлиқ ва (12.14) тенгламага асосан:

$$\left.\begin{aligned} u_s &= \frac{R_2 - z_c}{R_2 + z_c} \cdot U_0 = k_a U_0 \\ &\text{ток эса} \\ i_s &= \frac{R_2 - z_c}{R_2 + z_c} \cdot I_0 = k_a I_0 \end{aligned}\right\} \qquad (12.17)$$

(Бу ерда: $k_a = \dfrac{R_2 - Z_c}{R_2 + Z_c}$ акс коэффициенти; у ҳамма вақт 1 дан кичик бўлиб, фақат $R_2 = 0$ ва $R_2 = \infty$ бўлганда ± 1 га тенг бўлади). Биз олган мисолда $R_2 \neq Z_c > 0$, шу сабабли тескари тўлқинлар тўғри тўлқинлардан кичикроқ бўлади, яъни $u_s < u_q = U_0$ ва $i_s < i_q = I_0$. Шундай қилиб, бизни қизиқтирган линия чегарасидаги кучланиш ва ток қуйидагиларга тенг:

$$\left.\begin{aligned} u_2 &= U_0 + u_s = (1 + k_a)U_0 \\ i_2 &= I_0 - i_s = (1 - k_a)I_0 \end{aligned}\right\} \qquad (12.18)$$



12.5-расм

12.15-расмда $1 > k_a > 0$, яъни $R_2 > Z_c$ ҳолат учун олинган тўлқинлар ҳаракати кўрса-тилган. Акс коэффициент $k_a > 0$ бўлгани сабабли истеъмолчига етиб келган тўлқин $u_q = U_0$ катта қаршиликка дуч келади ва унинг зарядлари тўла нейтралланишга имкон топмайди ва қисман қайтувчи тўлқинга ўтади ($u_s > 0$).

Шунинг учун $u_2 = (1 + k_a)U_0 > U_0$. Агар <0 бўлса (яъни $R_2 < Z_c$ бўлса), тўғри тўлқин келтирган зарядлар R_2 даги токни таъминлашга етмайди ва қўшимча зарядлар линиядан тортила бошлайди. Шунинг ҳисобига линиядаги кучланиш $u = u_q + u_s = (1 + k_a)\, U_0 < U_0$ бир неча марта камаяди.

Кўриб чиқилган ўткинчи жараёнларни яна бир мисол билан якунлайлик: линия охирига r_2, L_2 параметрларга эга бўлган занжир уланган ҳолатини кўрайлик. Энди тўла занжирнинг эквивалент схемаси актив қаршилик (Z_c + R_2) ва индуктивлик L_2 дан иборат бўлади. Демак, у ўзгармас кучланиш $u_q = U_0$ - const га уланганда, занжирдаги ток

$$i = \frac{2u_q}{z_c + R_2}\left[1 - e^{-t\,\tau}\right] = \frac{2U_0}{z_c + r_2}\left(1 - e^{-t\,\tau}\right) \qquad (12.19)$$

бўлади (бу ерда $\tau = L_2 \ (Z_c + R_2)$. (12.14) га биноан:

$$u_s = \left[\frac{r_2 - z_c}{r_2 + z_c} + \frac{2z_c}{r_2 + z_c}e^{-\frac{t}{\tau}}\right]U_0, \qquad (12.20)$$

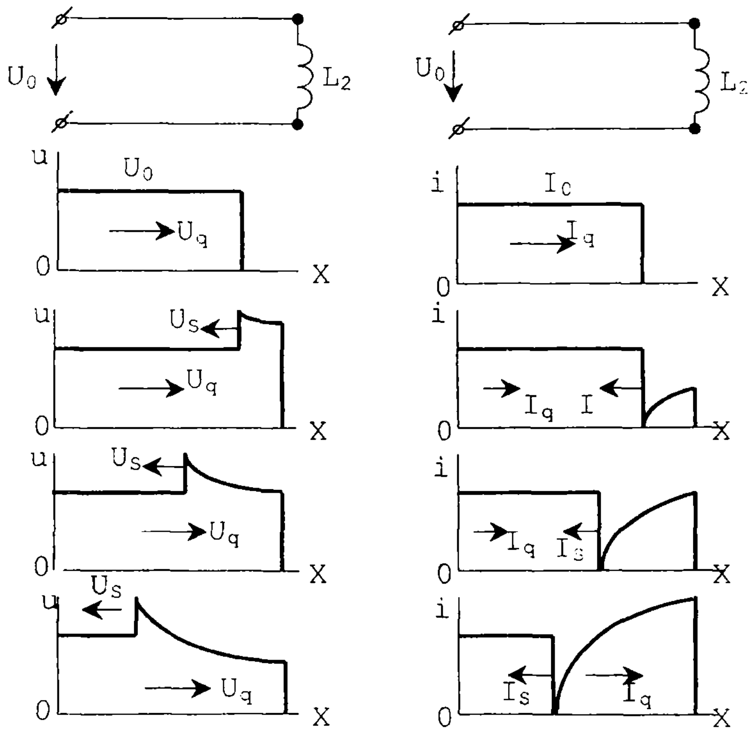
$$i_s = \left[\frac{z_c - r_2}{z_c + r_2} - \frac{2z_c}{z_c + r_2}e^{-\frac{t}{\tau}}\right]\frac{U_0}{z_c} \qquad (12.21)$$

Линия уланган ондаёқ (t=0) R_2, L_2 занжир акс эттириш қобилияти салт юришдаги линиядан фарқ қилмайди. Вақт ўтган сари ($t \to \infty$) ва линияга фақат R_2 улангандек ўзгара бошлайди. 12.6-расмда кучланиш ва ток тўлқинларининг тарқалиши $R_2 = 0$ учун кўрсатилган. (12.20) ва (12.21) тенгламага биноан

$$u_s = \left[-1 + 2e^{\frac{z_c}{L_2}t}\right]U_0, \qquad (12.22)$$

$$i_s = \left[1 + 2e^{-\frac{z_c}{L_2}t}\right]\frac{U_0}{Z_c} \qquad (12.23)$$

12.6-а расмдан кўриниб турибдики, линия чегарасигача кучланиш U_0 катталигида етиб боради ва тескари тўлқин ҳисобига бирмунча кўпайиб, орқага қайтади. Аммо тескари тўлқин амплитудаси вақт ўтишига боғлиқ экспоненциал қонуният билан камайгани туфайли 12.6-расм. u_2 нолга интила бошлайди ва ниҳоят L_2 қисмларидаги кучланиш нолга тенг бўлиб қолади ($t = \infty$). Ток тўлқинларининг ҳаракати 12.6-а расмда кўрсатилган: уларни (12.23) тенгламага қараб, тушуниш қийин эмас.



12.6-расм

12.5. Тўлқинларнинг икки линия туташган жойида акс этиши ва синиши

Тўлқинлар фақатгина линия охиридан ёки унга қаршилик уланган жойдан акс этмасдан, линиянинг бошқа линияга уланган жойидан ҳам қайтарилиши ёки с и н и ш и мумкин. Агар биринчи линиянинг тўлқин қаршилигини Z_{c1}, кучланишини u_1 ва токини i_1 деб олсак, иккинчи линияга тегишли қийматлар z_{c2}, u_2 ва i_2 бўлади. Линиялар туташган жойда $u_1 = u_2$ ва $i_1 = i_2$. Агар биринчи линия манбага уланаётганда иккинчи линияда ҳеч қандай кучланиш ва ток бўлмаган бўлса, биринчи туташувчи тўлқин u_{q1} иккинчи туташувчи тўлқин u_{q2} га айланади. Биринчи тўлқинга нисбатан иккинчиси синган тўлқин ҳисобланади ($u_{q2} \neq u_{q1}$). Шу билан бир вақтда ва $u_{q2} \neq u_{q1}$ туфайли линиялар туташган жойдан манба томон қайтувчи тескари тўлқин u_{s1} ҳам ҳосил бўлади. Айтганларни қуйидаги тенгламалар билан изоҳласа бўлади:

$$\left.\begin{aligned} u_1 &= u_{q1} + u_{s1} = u_{q2} = u_2 \\ i_1 &= (u_{q1} - u_{s1}) : Z_{c1} = u_{s2} : Z_{c2} = i_2 \end{aligned}\right\} \qquad (12.24)$$

Энди кўриниб турибдики,

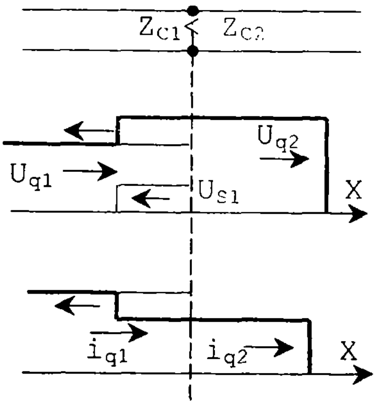
$$\left.\begin{aligned} u_{q2} &= \frac{2Z_{c2}}{Z_{c1}+Z_{c2}} \cdot u_{q1}, u_{q1} = \frac{Z_{c2}-Z_{c1}}{Z_{c2}+Z_{c1}} \cdot u_{q1} \\ i_{q2} &= \frac{2Z_{c1}}{Z_{c1}+Z_{c2}} \cdot i_{q1}, i_{s1} = \frac{Z_{c1}-Z_{c2}}{Z_{c1}+Z_{c2}} \cdot i_{q1} \end{aligned}\right\} \qquad (12.25)$$

Агар (12.17) тенгламага биноан $K_a = \left|\frac{Z_{c1} - Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_{c2}}\right|$ -акс коэффициенти деб олинса, унда (u_{q2} u_{q1}) ва (i_{q2} i_{q1}) нисбатларини "с и н и ш к о э ф ф и ц и е н т л а р и деб аташ мақсадга мувофиқ, яъни:

$$\left.\begin{aligned} K_{c(u)} &= \frac{u_{q2}}{u_{q1}} = \frac{2z_{c2}}{z_{c1}+z_{c2}} \\ K_{c(i)} &= \frac{i_{q2}}{i_{q1}} = \frac{2z_{c1}}{z_{c1}+z_{c2}} \end{aligned}\right\} \qquad (12.26)$$

(12.26) ифодалардан кўри-ниб турибдики, синиш натижасида тўлқин ўз ишо-расини на кучланишда, на токда ўзгартирмайди. Линиялар туташган жойдан қайтган тўлқинлардан бири эса (ёки u_{s1}, ёки i_{s1}) ўз ишорасини қарама-қаршисига ўзгартиради; бу Z_{c1} билан Z_{c2} нинг қийматига боғлиқдир. Масалан, $Z_{c2} > Z_{c1}$ бўлса (кабел линиядан ҳаво линияга ўтишини олганда), кучланиш тўлқи-ни синиш натижасида зўраяди, ток тўлқини эса кучсизланиб ўтади. Линияларни туташув чегарасидан қайтувчи кучланиш тўлқини мусбатлигича қолса, токнинг тескари тўлқини манфий ишора билан қайтади.

12.7 а ва б-расмда қайтувчи ва синган тўлқинларнинг ҳаракати икки хил ўтиш шароити учун кўрсатилган. Биринчи ҳолда биринчи линиянинг тўлқин қаршилиги Z_1 кичикроқ бўлгани сабабли чегарагача бўлган кучланиш қайтувчи тўлқин



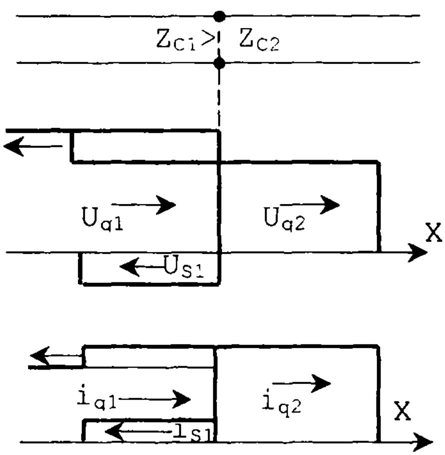
12.7-а расм

u_{s1} ҳисобига бирмунча кўпаяди, ток эса $i_{s1} < 0$ бўлгани туфайли бирмунча камаяди (12.7-а расм). Иккинчи ҳолда, яъни $Z_{c1} > Z_{c2}$ бўлгани сабабли, тескари самарани кузатамиз: u_1 камаяди, i_1 эса аксинча, кўпаяди (12.7-б расм). Шуни ҳам қайд этиб ўтиш керакки, Z_{c1} ва Z_{c2} бир-биридан қанчалик фарқ қилмасин, тўлқинлар устлашида ҳосил бўлган тўлқин қиймати икки баравардан ортиқ кўпая олмайди.

Линиядан ўтаётган қувватнинг чегарадаги қийматларини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$p = u_1 i_1 = u_2 i_2$, ёки

$$(u_{q1}+u_{q2})(u_{q1}-u_{q2})\cdot\frac{1}{Z_{c1}} = u_{q1}^2 : z_{c1} - u_{s1}^2 : z_{c1} = \frac{u_{q2}^2}{z_{c2}}$$



12.7-б расм

демак,

$$\frac{u_{q1}^2}{z_{c1}} = \frac{u_{s1}^2}{z_{c1}} + \frac{u_{q2}^2}{z_{c2}},$$

ёки

$$p_{q1} = p_{s1} + p_{q2}$$

[бу ерда P_{q1}, P_{s1} ва P_{q2} тегишлича тўғри (тушувчи), тескари (қайтувчи) ва синган тўлқинлар қуввати]. (12.27) ифодадан кўриниб турибдики, манбадан келаётган қувватнинг тўғри тўлқини қисман биринчи линиядан иккинчисига синиш натижасида ўтади, қисман эса тескари тўлқин сифатида манба томон қайтади.

XIII БОБ.

ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР СИНТЕЗИ

13.1. Умумий тушунчалар. Синтез олдидаги масалалар

Юқоридаги бобларда қўйилган таҳлил масалаларида асосан ягона саволга жавоб изланар эди: занжирнинг кириш қисмига берилган сигнал (таъсир) $f_1(t)$ қонунида ўзгараётган бўлса, унинг мураккаб таркибининг ихтиёрий элементидаги ҳаракат $f_2(t)$ қандай ўзгариш қонунига эга. С и н т е з эса тескари масалани ечишга имкон беради, яъни занжирнинг чиқиш қисми (элементи) даги ток (ёки кучланиш) қонунияти f_2 (t), кириш қисмида эса f_1 (t) бўлганда занжирнинг таркибий тузилишини аниқлайди. Синтез қилишдан олдин бирмунча шарт-шароитлар тўғрисида келишиб олиш мақсадга мувофиқдир. Биринчидан: берилган функцияларнинг ўхшашлиги шарт: яъни $f_1(t)$ ва $f_2(t)$ ҳар хил ўзгармас сон, ёки ҳар хил амплитуда ва фазаларга эга, аммо баробар даврли синусоидал функция (мос $u_1=U_{m1}\sin(\omega t+\psi_1)$ ва $u_2=U_{m2}\sin(\omega t + \psi_2)$ ва ҳ.к. Иккинчидан, кириш сигнали $f_1(t)$ билан чиқишдаги реакция (акс таъсир) $f_2(t)$ орасидаги тахминий занжир шакли энг содда ва кам элементлардан ташкил топган бўлиши шарт. Учинчидан, тахминий занжир ички генератордан холи, яъни пассив бўлиши шарт.

Синтез масалаларини ечиш вариантларидан бири номаълум занжирни пассив тўртқутблик билан алмаштиришдир. Ҳақиқатан ҳам, тўртқутблик таркибида ҳар қандай мураккабликда ихтиёрий шаклда актив, индуктив ва сиғим элементлари тўпланган бўлиши мумкин. Унинг кириш ва чиқиш қисмидаги кучланиш ва токлар турли у з а т и ш ф у н к ц и я л а р и билан боғланган бўлади. Масалан, умумий ҳолда тўртқутбликнинг тенгламалар системаси

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= A\dot{U} + B\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= C\dot{U} + D\dot{I}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (13.1)$$

кўринишда ёзиладиган бўлса ва чиқиш қисмидаги ташқи (юклама) қаршилиги Z аниқ бўлса, (13.1) ўрнига (13.2) ёзиш мумкин, яъни, тўрттала функция ($\dot{U}_1, \dot{I}_1, \dot{U}_2$ ва $\dot{I}_2$) ўзаро ҳар қандай вариацияда (13.2) ёрдамида боғланиши мумкин.

$$\left.\begin{aligned} \dot{U}_1 &= \left(A + \frac{B}{\underline{Z}^2}\right)\dot{U}_2 = \left(A\underline{Z} + B\right)\dot{I}_2, \\ \dot{I}_1 &= \left(C + \frac{D}{\underline{Z}_2}\right)\dot{U}_2 = \left(C\underline{Z}_2 + D\right)\dot{I}_2 \end{aligned}\right\} \qquad (13.2)$$

Шу боғловчи ёки узатиш функцияларидан бири

$$F(j\omega) = \frac{\dot{U}_2}{\dot{U}_1} = \frac{1}{A + B/Z_2}$$

бўлиши мумкин. Кўриниб турибдики, берилган $\dot{U}_1, \dot{U}_2$ ва Z_2 орқали тўрткутблик доимийлари A,B,C ва D ни топиш мумкин. Ўзгармас коэффициентлар ёрдамида эса занжир шаклини ва унинг параметрларини топиш қийин эмас.

Умумий ҳолда кириш қисмидаги сигнални $f_1(t)$, чиқиш қисмидагини $f_2(t)$ деб олсак, уларнинг оператор усулида олинган тасвирлари тегишлича $F_1(p)$ ва $F_2(p)$ бўлади (бу ерда $p=s+j\omega$). Демак, оператор шаклида олинган узатиш функцияси қуйидаги кўринишда бўлади:

$$K(p) = F_2(p)/F_1(p)$$

Чизиқли параметрларга эга бўлган занжирларни таҳлил қилганда, бир хил функционал вазифа бажарувчи занжир икки хил шаклда тузилган бўлиши мумкинлигини кўрдик (масалан, дифференциалловчи ва интегралловчи занжирлар, (9.4 ва 9.5-расм). Шундай бўлиши ҳам мумкинки, узатувчи функция маълум, аммо уни амалга ошириб бўлмайди, яъни унга муносиб ҳақиқий занжир мавжуд эмас. Бу саволларга жавобни K(p) функциядан қидириш керак, чунки у ҳамма вақт ҳам оддий кўринишда учрайвермайди. Кўпинча биз излаётган занжирлар ҳақиқий R, L ва C элементлардан ташкил топган бўлади ва шу туфайли уларни ифодаловчи дифференциал тенгламалардаги доимий коэффициентлар ҳақиқий сонлардир. Демак, дифференциал тенгламаларга тегишли оператор тасвирлар ҳам ҳақиқий сонли коэффициентлар иштирокида тузилган алгебраик тенгламалардир.

13.2. Узатиш функцияларини оддий касрлар тарзида ифодалаш. Пассив икки қутбликларга оид кириш функцияларини ўзгартириш усуллари

Ҳар қандай узатиш функцияси иккита оператор сонининг бир-бирига бўлган нисбатидир, яъни у ҳам қандайдир оператор сон. Умумий ҳолда мазкур функция қуйидаги каср тарзида кўрсатилиши мумкин:

$$F(p) = G(p) / H(p) \tag{13.3}$$

Ўз навбатида (13.3) бир неча оддий касрлар йиғиндиси билан алмаштирилиши мумкин, бу эса G(p) ва H(p) функцияларининг p ташкил этувчи қисмларидаги оператор p нинг энг юқори даражасига боғлиқ. Агар уларни тегишлича

$$\left.\begin{aligned} G(p) &= a_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0, \\ H(p) &= b_m p^m + A_{m-1} p^{m-1} + \quad + b_0 \end{aligned}\right\} \tag{13.4}$$

кўринишда олсак, уч ҳолат содир бўлиши мумкин: m>n, m=n ва m<n. Умумий ҳолда (13.3)каср қуйидагича ёзилиши мумкин:

$$F(p) = \frac{G(p)}{H(p)} = A_\infty \ p + A_0 + \frac{A_1}{p - p_1} + \frac{A_2}{p - p_2} \ldots + \frac{A_m}{p - p_m} \tag{13.5}$$

(бу ерда p_1, p_2, ...p_m полином H(p) нинг илдизлари). Коэффициентларга келганда , $A_\infty \neq 0$, агар $n = m + 1$ бўлса; $A_\infty = 0$ ва $A_0 \neq 0$, агар $m = n$ бўлса ва ниҳоят $A_\infty = 0$, $A_0 = 0$, агар $m = n + 1$ бўлса. Кўриниб турибдики, $A_\infty = \left|\frac{F(p)}{p}\right|_{p=\infty} = a_n / b_m$

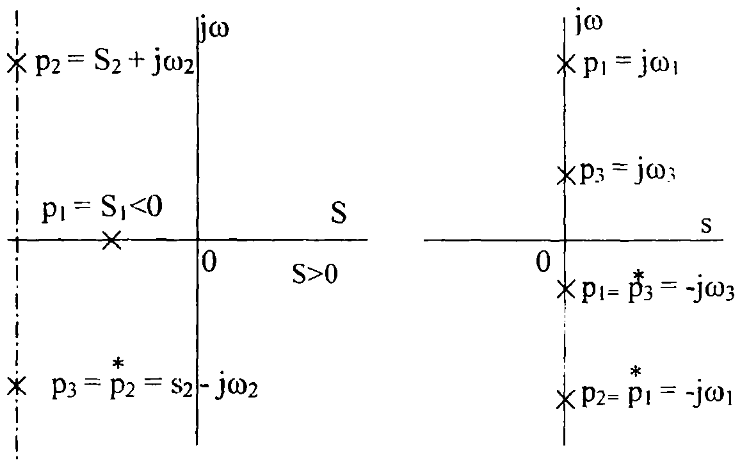
қолган коэффициентлар 8.16 да келтирилган ё й и ш т е о р е м а с и д а н фойдаланган ҳолда топилади.

Юқорида айтилганидек, узатиш функцияси F (p) нинг ўлчов бирлиги ихтиёрий бўлиши мумкин: Ом, См = 1/Ом, ёки ўлчовсиз. Буни иккиқутблик синтези мисолида кўриш мумкин. Фараз қилайлик, иккиқутбликнинг узатиш фунцияси унинг кириш қисмидаги кучланиш U(p) ток I(p) га нисбати тарзида берилган. Яъни, бу ихтиёрий оператор қаршилик

$$Z(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = A_\infty \ p + A_0 + \frac{A_1}{p - p_1} + \ldots + \frac{A_m}{p - p_m}$$

Кўриниб турибдики, тенгламанинг дастлабки икки ҳади тегишлича қандайдир индуктив қаршилик X(p)=pL (бу ерда L =

A_∞) ва резистор $R_0 = A_0$. Бошқа ҳадларга келганда, уларнинг кўриниши фақатгина p_1, p_2, ...p_n ларнинг қийматига боғлиқдир. Агар ихтиёрий илдизнинг умумий кўринишини $p_k = s_k + j\omega_k$ деб олсак, энг аввал унинг ҳақиқий қисми доимо манфийлигини эсда тутишимиз лозим, яъни $s_k < 0$. Акс ҳолда (яъни, $s_k > 0$ бўлса) бундай занжирда ўткинчи жараёнлар сўнмайди, ёки унинг ичида қўшимча энергия манбаи бор, деб тан олишга тўғри келади. Иккинчи навбатда шуни қайд қилиш лозимки, ҳар қандай $p = S_k + j\omega_k$ комплекс сонли илдизнинг $P_{k+1} = S_k - j\omega_k$ кўринишдаги боғланган комплекс сонли жуфтловчи илдизи ҳам бўлади. Бу шарт бажарилмаган ҳолда занжирдаги кучланиш u(t) ва ток i(t) ларга тегишли ечимлар ҳақиқий бўла олмайди. Ва ниҳоят, айрим илдизлар фақат мавҳум сонлардан ташкил топган бўлса, улар ўзаро карралик нисбатларда (масалан, $p_q = j\omega_q$ ва $p_t = j7\omega_q$) бўлмаслиги шарт. (13.5) нинг илдизларини тегишли комплекс текислигида тасвирлаш мумкин (13.1- а ва б расм): илдизлар ҳақиқий ва



а) б)

13.1 расм

боғланган комплекс сонлардан иборат бўлса, улар мазкур текисликнинг чап томонида (±jω ўқига нисбатан) жойлашган бўлади (13.1-а расм). Илдизлар мавҳум бўлса, улар мавҳум ўқ

$j\omega$ устида жойлашган бўлади (13.1- б расм). Биринчи ҳолда операторнинг қаршилиги Z_p, резистор R, индуктивлик L ва сиғим C лардан ташкил топган бўлади.

Илдизлар фақат мавҳум бўлганда синтез қилинувчи занжир реактив элементлар ва C дан ташкил топади. Яъни бундай занжирда фаол исрофлар содир бўлмайди: ундаги магнит ва электр майдонлари энергияси ўзгариб туради холос.

Энди 13.5-а расмда келтирилган узатиш функциясининг (ёки аниқроғи, к и р и ш ф у н к ц и я с и н и н г илдизларини фақат мавҳум (ёки ҳақиқий) сонлардан иборат деб оламиз. Биринчи ҳолда $p_k = j\omega_k$ ва $p_{(k+1)} = -j\omega_k$ бўлса, $A_k = \alpha_k' + +j\alpha_k''$ ва $A_{(k+1)} = \alpha_k'$ $j\alpha_k''$ бўлади. Шу туфайли

$$\frac{A_k}{p-p_k}+\frac{A_{k+1}}{p-p_{k+1}}=\frac{a'_k+ja''_k}{p-j\omega_k}+\frac{a'_k-ja''_k}{p+j\omega_k}=-\frac{2a'_k\cdot p}{p^2+\omega_k^2}-\frac{2a''_k\cdot\omega_k}{p^2+\omega_k^2},$$

аммо $S\geq0$ бўлганда, ҳар қандай оператор функция F(p) нинг ҳақиқий қисми Re $[F(p)] \geq 0$ бўлиши учун $\alpha''_k = 0$ бўлиши шарт. Шундай экан, сўнгги тенгламани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\frac{A_k}{p-p_k}+\frac{A_{k+1}}{p-p_{k+1}}=\frac{2a'_k\cdot p}{p^2+\omega_k^2}=\frac{B_k\cdot p}{p^2+\omega_k^2} \qquad (13.6)$$

(бу ерда $B_k = 2\alpha'_k$ ҳақиқий сондир).

Иккинчи турли илдизларни ҳақиқий сонлар деб қабул қилсак, яъни $P_i = S_i = -\gamma_i$, уларга тегишли оддий касрлар қуйидаги кўринишда бўлади:

$$\frac{A_i}{p-p_i}=\frac{A_i}{p+\gamma_i} \qquad (13.7)$$

Шундай қилиб, илдизлар фақат мавҳум ва фақат ҳақиқий сонлардан иборат бўлса, кириш функция оператори:

$$Z(p)=A_\infty p+A_0+\frac{B_1 p}{p^2+\omega_1^2}+\frac{B_3 p}{p^2+\omega_2^2}+\quad+\frac{A_{m-1}}{p+\gamma_{m-1}}+\frac{A_m}{p+\gamma_m} \qquad (13.8)$$

Қўйилган масалани аниқлаштириш мақсадида қуйидаги яққол мисолни кўрайлик: кириш функцияси

$$Z(p)=A_\infty p+A_0+\frac{B_1 p}{p^2+\omega_1^2}+\frac{A_3}{p+\gamma_3}=Z_\infty(p)+Z_0(p)+Z_1(p)+Z_3(p) \qquad (13.8\ а)$$

бўлган занжирни қандай элементлардан тузилиши мумкинлигини кўриб чиқайлик. Юқорида кўрсатилганга биноан,

$Z_\infty(p) = p\,L_\infty$ ($L_\infty = A_\infty$) ва $Z_0(p) = R_0$ ($R_0 = A_0$), яъни улар кетма-кет уланган индуктивлик L_∞ ва резистор R_0 дир. Учинчи ташкил этувчи Z_1 (р) ни

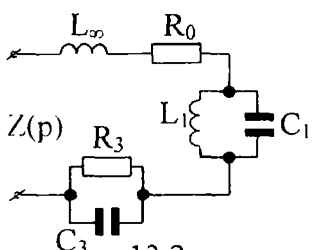
$$\frac{B_1(p)}{p^2+\omega_1^2} = \frac{1}{\frac{p}{B_1} + \frac{\omega_1^2}{pB_1}} \tag{13.9}$$

кўринишда ёзиш мумкин. Энди бу қаршилик фақат реактив элементлардан ташкил топганини ҳисобга олсак, хусусий ҳолда параллел уланган индуктивлик L_1 ва сиғим C_1 параметрларнинг эквивалент қаршилигини эслатади. Ҳақиқатан, бундай оператор қаршилик

$$Z_1(p) = \frac{pL_1 \frac{1}{pC_1}}{pL_1 + \frac{1}{pC_1}} = \frac{1}{pC_1 + 1/pL_1}, \tag{13.10}$$

яъни (13.9) тенглама билан солиштирилганда $C_1 = 1/B_1$ ва $L_1 = B_1/\omega_1^2$ Шуни қайд қиламизки, $\omega_1 = 1/\sqrt{L_1C_1}$ ушбу тебраниш контурининг хусусий бурчак частотасига тенг. Шундай қилиб, синтез ёрдами билан қидирилаётган номаълум занжирнинг учинчи участкаси параллел тебраниш контури L_1 C_1 дан иборат экан. Ва ниҳоят, Z (р) нинг тўртинчи ташкил этувчиси $Z_3(p) = \frac{A_3}{p+\gamma_3}$ параллел уланган резистор R_3 ва сиғим C_3 лардан иборат, деб олсак бўлади; чунки бу ҳолда

$$Z_3(p) = \frac{R_3 \frac{1}{pC_3}}{R_3 + \frac{1}{pC_3}} = \frac{1/C_3}{p + 1/R_3C_3} \tag{13.11}$$



13.2 расм

Кўриниб турибдики, номаълум қаршилик $R_3 = A_3/\gamma_3$ ва сиғим $C_3 = 1/A_3$. Шундай қилиб, (13.8 а) га мутаносиб занжир 13.2 расмда келтирилган схема бўлиб чиқади. Умуман олганда, ихтиёрий занжир синтезида асосий узатиш функцияси F(р) сифатида кириш ўтказувчанлиги $Y'(p)$ ҳам берилиши мумкин. Бу ҳолда, синтезланувчи элементлар занжир участкаларини ташкил қилади. Тўла занжир бир неча параллел уланган тармоқлардан иборат бўлиб, улар $Y(p)$ нинг тегишлича ташкил этувчилари кўринишига қараб тузилади. Энди бир неча мисоллар кўриб чиқайлик.

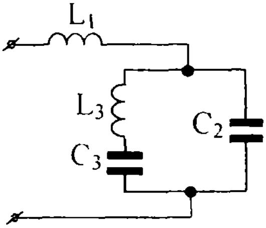
13.1 - мисол. Пассив иккиқутбликнинг кириш функцияси (оператор қаршилиги) $Z(p)=\frac{p^4+4p^2+3}{p^3+2p}$ бўлса, у қандай кўринишли занжирга мутаносиб?

Е ч и ш. Берилган касрнинг суратини махражига бўлиш натижасида қуйидагини олиш мумкин:

$$Z(p)=p+\frac{1}{0.5p+\frac{0{,}25p}{p^2+1{,}5}}=Z_1(p)+\frac{1}{Y_2(p)+Y_3(p)} \qquad (*)$$

Оператор қаршилигининг биринчи ташкил этувчиси $Z_1(p)=pL_1=p\cdot 1$, демак бу элемент индуктивлик $L=1$(Г). Тўла қаршиликнинг иккинчи қисми $z_2(p)=\frac{1}{Y_2(p)+Y_3(p)}$, яъни у иккита параллел уланган ўтказувчанлик $Y_2(p)=0{,}5p$ ва $Y(p)=\frac{0{,}25p}{p^2+1{,}5}$ дан иборат. Демак, $Y_2(p)=p\ C_2$ сиғим ўтказувчанлиги. Бундан маълум бўладики, $C=0{,}5$ (ф). Сўнгги ўтказувчанликка келсак, у юқорида келтирилган $F_k(p)=\frac{B_k p}{p^2+\omega_k^2}$ ифодани эслатади. Демак, бу тенглама кетма-кет уланган (L_3 C_3) тебранма контурни тасвирлайди. Бу ҳолда

$$L_k=L_3=\frac{1}{B_k}=\frac{1}{0{,}25}=4(\Gamma) \quad \text{ва} \quad C_k=C_3=\frac{B_k}{\omega_k^2}=\frac{0{,}25}{1{,}5}=\frac{1}{6}(\Phi)$$



13.3 - расм

Занжирнинг тўла қаршилиги ифодаси (*) га қараганда, унинг кўриниши 13.3-расмда кўрсатилгандек бўлади. Синтез қилиб олинган занжирга ишонч ҳосил қилиш учун уни тўла оператор қаршилигини занжирнинг параметрларига қараб тузайлик:

$$Z(p)=pL_1+\frac{\left(pL_3+\frac{1}{pC_3}\right)\frac{1}{pC_2}}{pL_3+\frac{1}{pC_2}+\frac{1}{pC_3}}=p+\frac{\left(4p+\frac{6}{p}\right)\frac{2}{p}}{4p+\frac{2}{p}+\frac{6}{p}}=p+\frac{2p^2+3}{p^3+2p}=$$

$$=\frac{p^4+4p^2+3}{p^3+2p}.$$

яъни изланган занжир тўғри тузилган.

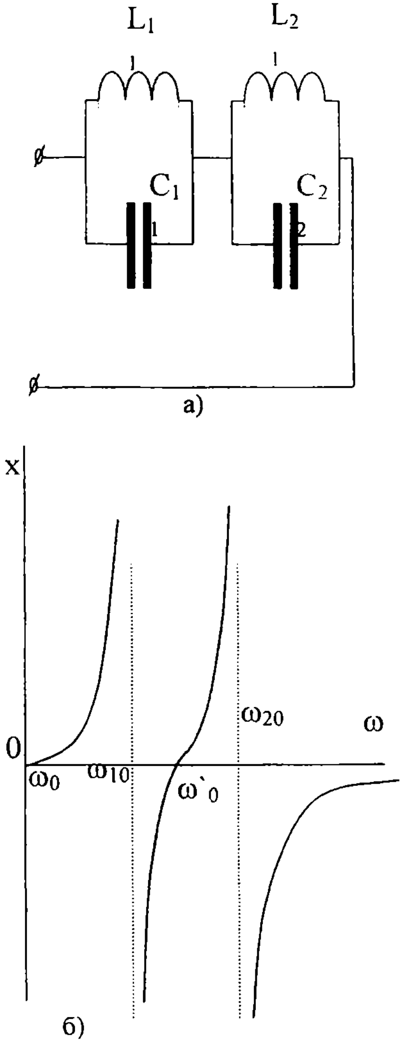
13.3. Реактив икки қутбликларнинг частотавий характеристикаси. Нол ва қутблар тўғрисида тушунчалар

Пассив иккиқутбликларни таърифлашда келтирилган мисолларга қараганда, улар кўпинча реактив элементлардан иборат бўлади. Бунинг сабаби, кўпчилик энергия ўзгартирувчи занжир ва уларнинг элементлари олдига қўйиладиган талаблардан бири берилган қувватни сарфламасдан манбадан истеъмолчига ўтказишдир. Мазкур вазифа эса резисторсиз, яъни фақат индуктивлик ва сиғимлардан ташкил топган занжир зиммасига қўйилади. Шундай экан, узатиш функцияси Z(p)=x(p) мавҳум сон бўлгани туфайли оператор $p = j\omega$ деб ишлатилиши мумкин. Демак занжирнинг тўла реактив қаршилигини

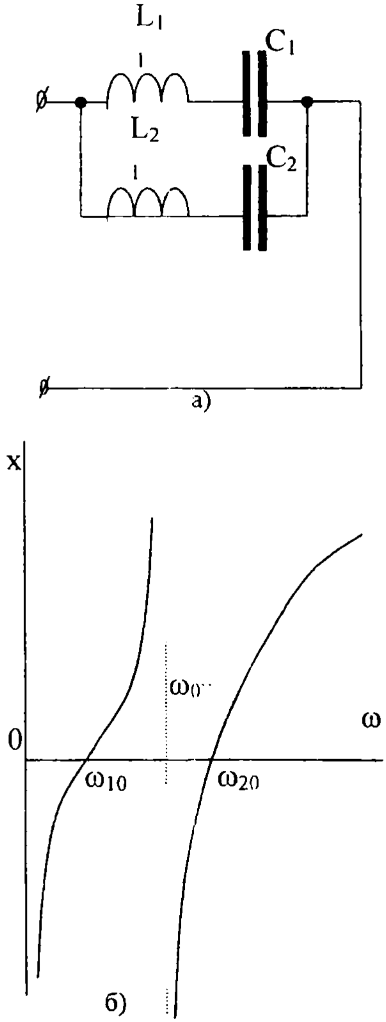
$$Z(p)=x(j\omega)=jk\frac{\left(\omega^2-\omega_1^2\right)\left(\omega^2-\omega_3^2\right)\ldots\left(\omega^2-\omega_n^2\right)}{\omega\left(\omega^2-\omega_0^2\right)\left(\omega^2-\omega_2^2\right)\ldots\left(\omega^2-\omega_{m-1}^2\right)}\qquad(13.12)$$

тарзда ёзиш мумкин (бу ерда ω_1, ω_3, ω_n суратдаги полином илдизлари, ω_0, ω_2, ω_{m-1} махраждаги полином илдизлари). ω_1, ω_3, ва ҳ.к. лардан бирортаси ω га тенг бўлса, $x(j\omega) = 0$ бўлади, яъни шу нуқтада узатиш функцияси нолдан ўтади. Агар ω_0, ω_2, ва ҳ.к. лардан бири (ёки бир нечтаси) ω га тенг бўлса, $x(j\omega) = \pm\infty$ бўлади, яъни шу нуқтада узатиш функцияси қутб атрофида жойлашади.

Айтилганларни икки хил реактив элементли исрофсиз занжир мисолида кўриб чиқайлик. Биринчи ҳолда, "занжирни иккита кетма-кет уланган параллел тебраниш контурларидан иборат” деб олсак (13.4- а расм), иккинчи ҳолда уни “иккита параллел уланган кетма-кет тебраниш контурларидан ташкил топган” деб оламиз (13.5-а расм). Занжирнинг биринчи контури учун:



13.4- расм



13.5 - расм

$$Y_1(j\omega) = b(j\omega) = -j\left[\frac{1}{\omega L_1} - \omega C_1\right] = j\left(\omega C_1 - \frac{1}{\omega L_1}\right)$$

ёки

$$x_1(j\omega) = \frac{1}{Y_1(j\omega)} = -j\frac{\dfrac{L_1}{C_1}}{\omega L_1 - \dfrac{1}{\omega C_1}} = j\frac{\dfrac{\omega}{C_1}}{\omega_{10}^2 - \omega^2}$$

Худди шунга ўхшаш унинг иккинчи контури қаршилиги:

$$x_2(j\omega) = j\frac{\omega/C_2}{\omega_{20}^2 - \omega^2}$$

Бу ерда $\omega_{10} = 1/\sqrt{L_1C_1}$ ва $\omega_{20} = 1/\sqrt{L_2C_2}$ тебраниш контурларининг хусусий частоталари. Занжирнинг тўла қаршилиги, ёки унинг кириш функцияси:

$$z(j\omega) = x(j\omega) = x_1(j\omega) + x_2(j\omega) = j\left[\frac{\omega/C_1}{\omega_{10}^2 - \omega^2} + \frac{\omega/C_2}{\omega_{20}^2 - \omega^2}\right] =$$

$$j\omega\frac{\dfrac{1}{C_1}\left(\omega_{20}^2 - \omega^2\right) + \dfrac{1}{C_2}\left(\omega_{10}^2 - \omega^2\right)}{\left(\omega_{10}^2 - \omega^2\right)\left(\omega_{20}^2 - \omega^2\right)}$$

Кўриниб турибдики, $x\ (j\omega) = 0$ бўлиши учун ёки $\omega = 0$, ёки $\omega = \infty$ шарти бажарилиши лозим. Аммо бу яққол ҳолатлардан ташқари яна бир нуқта бор; яъни $[(\omega_{20}^2\ \ \omega^2)\ 1/C_1 + (\omega_{10}^2\ \ \omega^2)\ 1/C_2] = 0$, ёки бир қанча алгебраик ўзгартиришлардан кейин:

$$\omega = \omega'_0 = \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{L_1L_2(C_1 + C_2)}} \qquad (13.14)$$

Топилган илдиз қийматлари $Z\ (p) = x\ (j\omega)$ функциясининг н о л л а ри бўладиган бўлса, унинг қ у т б л а р и $x(j\omega) = \infty$ шарти бажарилганда топилади. Бу эса (13.13) нинг махражи нолга тенг бўлганда аниқланади, яъни $(\omega_{10}^2\ \ \omega^2)\ (\omega_{20}\ \ \omega^2) = 0$, ёки қутбли нуқталарда:

$$\omega^2 = \omega_{10}^2 = \frac{1}{L_1C_1} \quad \text{ва} \quad \omega^2 = \omega_{20}^2 = \frac{1}{L_2C_2} \qquad (13.15)$$

Занжир қаршилигининг частотага боғланиши $x(\omega)$ эгри чизиқлари 13.4-б расмда кўрсатилган.

13.5-а расмда берилган занжир учун айрим қаршиликлар $Z_1(p)=x_1(j\omega)$ ва $Z_2(p) = x_2(j\omega)$ қуйидагича ифодаланади:

$$x_1(j\omega) = pL_1 + \frac{1}{pC_1} = j\omega L_1 + \frac{1}{j\omega C_1}, \qquad x_2(j\omega) = j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$$

Занжирнинг тўла қаршилиги $x(j\omega) = \frac{x_1(j\omega)\cdot x_2(j\omega)}{x_1(j\omega)+x_2(j\omega)}$, ёки

$$x(j\omega) = j\frac{(\omega^2 - \omega_{10}^2)(\omega^2 - \omega_{20}^2)}{\omega\left[\frac{1}{L_1}(\omega^2 - \omega_{20}^2) + \frac{1}{L_2}(\omega^2 - \omega_{10}^2)\right]} \tag{13.16}$$

Кўриниб турибдики, функция н о л л а р и икки нуқтада жойлашган:

$$\omega^2 = \omega_{10}^2 = 1/L_1C_1, \qquad \omega_{10} = \sqrt{\frac{1}{L_1C_1}},$$
$$\omega^2 = \omega_{20}^2 = 1/L_2C_2, \qquad \omega_{20} = \sqrt{\frac{1}{L_2C_2}} \tag{13.17}$$

Қ у т б л а р н и аниқлашдаги шартни бажариш учун (13.16) тенгламанинг махражини нолга тенг деб олишимиз керак, яъни

$$\left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\omega^2 - \left(\frac{\omega_{10}^2}{L_2} + \frac{\omega_{20}^2}{L_1}\right) = 0,$$

ёки
$$\omega = \omega''_0 = \sqrt{\frac{C_1 + C_2}{(L_1 + L_2)C_1C_2}} \tag{13.18}$$

Тегишли эгри чизиқлар X (ω) 13.5- б расмда келтирилган ва улар занжирнинг ч а с т о т а в и й т а в с и ф л а р и деб ҳам аталади.

13.4. Пассив тўртқутблик синтез асослари

Агар пассив иккиқутблик узатиш функцияси асосан кириш қаршилик Z (p). ёки ўтказувчанлик Y(p) тарзида учрайдиган бўлса, тўртқутблик учун бундай функция кучланишнинг кучланишга бўлган ўлчовсиз нисбатлари $U_2(p)/U_1(p)$ тарзида ҳам берилиши мумкин. Масалан. тўртқутблик тенгламалар системаси

$$\left.\begin{aligned} U_1(p) &= AU_2(p) + BI_2(p), \\ I_1(p) &= CU_2(p) + DI_2(p) \end{aligned}\right\} \tag{13.19}$$

кўринишда ёзилган бўлса, унга тўрт хил узатиш функцияси тааллуқлидир:

$$K_u(p) = {U_2(p)}/{U_1(p)} \cdot K_i(p) = {I_2(p)}/{I_1(p)},$$
$$K_y(p) = {I_2(p)}/{U_1(p)} \text{ ва } K_z(p) = {U_2(p)}/{I_1(p)}$$

Умумий ҳолда ҳар бир функция ихтиёрий равишда

$$K(p) = \frac{G(p)}{N(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \ldots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \ldots + a_0} \qquad (13.20)$$

каср тарзида берилган бўлиши мумкин (бу ерда $m<n$).

$G(p)$ полиномининг илдизларини p_{10}, p_{20}, p_{m0} ва $N(p)$ полиномининг илдизларини $p_{1\infty}$, $p_{2\infty}$, $p_{n\infty}$ деб белгиласак, (13.19) ўрнига

$$K(p) = C\frac{(p - p_{10})(p - p_{20})\ldots(p - p_{m0})}{(p - p_{1\infty})(p - p_{2\infty})\ldots(p - p_{n\infty})} \qquad (13.20,a)$$

ни ёзиш мумкин (бу ерда $C = b_m/a_n$). Демак, тегишлича шартлар қўйилса, занжирнинг частотавий тавсифини қуриш қийин эмас. Пассив тўртқутбликлар ҳам кўпинча энергия узатувчи сифатида ўз элементларида энергия сарфламайдиган занжир ҳисобланади. Шу туфайли улар реактив элементлардан ташкил топган бўлади. Иккинчи томондан, синтез қилинаётган занжирнинг тузилиши (структураси) мутлақо номаълум деб ҳисоблаш ҳам тавсия этилмайди. Буни сабаби кўп ҳолларда учрайдиган тўртқутбликларнинг Т-П ёки кўприк шаклларидаги соддагина алмаштириш схемалари ёрдамга келади. Масалан, Т-симон алмаштириш схемасини (13.19) да кўрсатилган тенгламалар системасини оладиган бўлсак, унинг доимий коэффициентлари тегишли равишда

$A = 1 + Z_1(p)\ Y_0(p)$, $B = Z_1(p) + Z_2(p) + Z_1(p)\cdot Z_2(p)\ Y_0(p)$, $C = Y_0(p)$ ва $D = 1 + Z_2(p)\ Y_0(p)$ бўлади.

Демак, узатиш функциясининг оператор тасвири (13.20) тенглама кўринишида берилган бўлса, уни (13.19) билан мослаштирсак, масала ҳал бўлади. Пассив тўртқутбликнинг айрим элементларини ташкил этувчи L ва C параметрларга келганда, уларнинг ҳаммасини L_1 C_1, L_2 C_2 ва L_0 C_0 параллел резонанс контурлардан иборат деб фараз қилайлик. Бу ҳолда ҳар бир қаршилик ва ўтказувчанлик оператор шаклининг қуйидагича ёзилиши керак:

$$Z_1(p) = \frac{p/C_1}{p^2 + \omega_1^2};\quad Z_2(p) = \frac{p/C_2}{p^2 - \omega_2^2} \quad \text{ва} \quad Y_0(p) = \frac{p^2 + \omega_0^2}{p/C_0}$$

Энди фараз қилайлик, шундай тўртқутблик тузиш керакки, унинг узатиш функцияларидан бири $k_u(p)=U_2(p)/U_1(p)$ ва иккинчиси $k_i(p)=I_2(p)/I_1(p)=(p\cdot\cos\alpha-\omega\sin\alpha):(p\cdot\sin\alpha+\omega\cos\alpha)$ аниқ оператор тасвирларга эга бўлсин. Энди (13.19) тенглама ўрнига

$$\left.\begin{matrix} 1 & A\ \ K_u(p)+B\ \dfrac{I_2(p)}{U_1(p)} \\ 1 & C\ \dfrac{U_2(p)}{I_1(p)}+D\ \ k_i(p) \end{matrix}\right\},$$

ёки $\quad [1-A\cdot k_u(p)][1-D\cdot k_i(p)]=BC\cdot k_u(p)\cdot k_i(p) \qquad (13.21)$

ни ёзиш мумкин. Тўртқутбликлар мувозанатига доир AD-BC=1 тенгламани ҳисобга олганда, (13.21) тенглама ўрнига қуйидагини ёзамиз:

$$1-A\cdot k_u(p)-D\cdot k_i(p)+k_u(p)\cdot k_i(p)=0. \qquad (13.22)$$

Масалани осонлаштириш мақсадида тўртқутбликни симметрик деб оламиз, яъни Z_1 (p) = Z_2 (p) , ёки

$$A=D=1+Z_1(p)\cdot Y_0(p)=1+Z_2(p)\ Y_0(p)=1+\frac{p/C_1}{p^2+\omega_1^2}\cdot\frac{p^2+\omega_0^2}{p/C_0} \qquad (13.13)$$

(13.22)тенглама билан (13.23) тенгламаларни бирга ечиш натижасида қуйидагиларга эришамиз:

$$\frac{k_u(p)\ k_i(p)+1}{k_u(p)+k_i(p)}=1+\frac{C_0}{C_1}\cdot\frac{p^2+\omega_0^2}{p^2+\omega_1^2},$$

ёки

$$\frac{(p^2+\omega^2)\cdot\cos\alpha}{(p-\omega^2)\cdot\sin\alpha+2p\omega\cdot\cos\alpha}=1+\frac{C_0}{C_1}\frac{p^2+\omega_0^2}{p^2+\omega_1^2}. \qquad (13.24)$$

Бу ерда: ω - манба частотаси, $\omega_1=1/\sqrt{L_1C_1}$ ва $\omega_0=1/\sqrt{L_0C_0}$;

α ток I_2 билан кучланиш U_2 орасидаги силжиш бурчаги. Оператор p = jω деб олинса, (13.24)-тенгламадан

$$=\sqrt{\frac{1}{L_0L_1}\ \frac{(L_0+L_1)}{(C_0+C_1)}} \qquad (13.25)$$

чиқади. Демак, тўртқутбликдаги тебраниш контурларининг параметрлари L_0, L_1, C_0 ва C_1 ихтиёрий вариантда танланиши мумкин.

Электр ва магнит катталикларнинг бирликлари

Электромагнит катталиклар номи	Катталик белгиси	Бирлиги	Бирлик номи	Бирлик белгиси
1.Умумий электр ва магнит катталиклари				
Электр миқдори (ҳажми) заряд	Q, q	Ампер-секунд	Кулон	Кл
Электр майдоннинг кучланганлиги, потенциал градиенти	E, gredφ	Вольт тақсим метр		В/м
Электр заряд силжиши	D	Кулон тақсим метр кв.		$Кл/м^2$
Электр доимийси	ε_0	Фарада тақсим метр		Ф/м
Электр сиғим	C	Кулон тақсим метр	Фарада	Ф
Электр юритувчи куч, кучланиш, потенциал	e, u, φ	Вольт	Вольт	В
Электр ток	I, i	Ампер	Ампер	А
Электр токнинг зичлиги	δ	Ампер тақсим метр квадрат		$А/м^2$
Электр қаршилик	R, r	Вольт тақсим ампер	Ом	Ом
Электр ўтказувчанлик	G, g	Ампер тақсим вольт	Сименс	См
Электр энергия (электр бажарган иш)	W, A	Вольт-ампер-секунд (ватт-секунд)	Жоуль	Ж
Электр қувват	P, p	Вольт-ампер	Ватт	Вт
Магнит оқими	Φ	Вольт-секунд	Вебер	Вб
Илашган магнит оқими	Ψ=wΦ			Вб

Магнит индукция	B	Вольт-секунд	Вебер	Тл
Магнит майдон кучланганлиги	H	Вебер тақсим метр квадрат	Тесла	А/м
Магнит доимийси	μ_n	Ампер тақсим метр	-	Г/м
Индуктивлик	L	Генри тақсим метр	-	Г
Ўзароиндуктивлик	M	Вебер тақсим ампер	Генри	Г
		Вебер тақсим ампер	Генри	А
Магнит юритувчи куч (магнитловчи куч)	$F=Hl$	Ампер	Ампер	
II. Ўзгарувчан (синусоидал) токларга оид катталиклар				
Электр ток: оний	i	Ампер	Ампер	А
амплитудавий	I_m	Ампер	Ампер	А
эффектив (амалий)	$I = I_m / \sqrt{2}$	Ампер	Ампер	А
ўрта	$I_{ўр}$	Ампер	Ампер	А
Ток даври	T	секунд	секунд	с
Ток частотаси	$f=1/T$	бир тақсим секунд	Герц	Гц
Бурчак частота	$\omega=2\pi/T$	радиан тақсим секунд	-	рад/с
Токнинг (э.ю.к.нинг, кучланишнинг) бошланғич фазаси	$\Psi_i(\Psi_e, \Psi_u)$	радиан (градус	-	-
Ток ва кучланиш ўртасидаги фазавий силжиш	$\varphi=\Psi_u-\Psi_i$	радиан (градус)	-	-

Қувват: актив	P=UI*Cosφ	вольт ампер	Ватт	Вт
реактив	Q=UISinφ	вольт-ампер	Вольт-ампер реактив	вар
Тўла	S=UI	вольт-ампер	Вольт-ампер	ВА
Қувват коэффициенти	Cosφ	-	-	-
Резонанс частотаси	$\omega_c = \frac{1}{\sqrt{LC}}$	радиан тақсим секунд	-	рад/с
Тўлқин қаршилик	$P = \sqrt{LC}$	вольт тақсим ампер	Ом	Ом

МУНДАРИЖА

III БОБ. БИР ФАЗАЛИ СИНУСОИДАЛ ЎЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИ

IY БОБ. ЎЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИНИ КОМПЛЕКС УСУЛДА ҲИСОБЛАШ

Y БОБ. ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРИДАГИ РЕЗОНАНС ҲОДИСАЛАРИ

YI БОБ. УЧ ФАЗАЛИ ЎЗГАРУВЧАН ТОК ЗАНЖИРЛАРИ

YII БОБ. НОСИНУСОИДАЛ ДАВРИЙ КУЧЛАНИШ ВА ТОКЛАР

YIII БОБ. ЙИҒИҚ ПАРАМЕТРЛИ ЧИЗИҚЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

IX БОБ. ТЎРТҚУТБЛИКЛАР НАЗАРИЯСИ АСОСЛАРИ

X БОБ. ЗАНЖИРСИМОН (КАСКАДЛИ) СХЕМАЛАР ВА ЧАСТОТА АЖРАТГИЧ ЭЛЕКТР ФИЛЬТРЛАРИ

XI БОБ. ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР

XII БОБ. ТАРҚОҚ ПАРАМЕТРЛИ ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАРИДАГИ ЎТКИНЧИ ЖАРАЁНЛАР

XIII БОБ. ЭЛЕКТР ЗАНЖИРЛАР СИНТЕЗИ

А.С.КАРИМОВ

НАЗАРИЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

(икки томли дарслик)

I ТОМ

Тошкент – 2003

Нашр учун масъул Н. Ҳалилов

Таҳририят мудири М. Миркомилов

Муҳаррир Д.Саъдуллаева

Мусаҳҳиҳа О.Меденова

Босишга рухсат этилди 25.05.2003 й. Бичими 84х108 $^{1}/_{32}$.
Офсет қоғози. Шартли босма табоғи 25,1. Нашр табоғи 25,0.
Адади 1000. Буюртма 100.

«ЎАЖБНТ» Маркази, 700078,

Тошкент, Мустақиллик майдони, 5.

Андоза нусхаси Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг «ЎАЖБНТ» Маркази компьютер бўлимида тайёрланди.

Электр занжир/= [illegible] [illegible] ва [illegible] [illegible] [illegible]

Бир фазали занжир актив қуввати