ELEKTR ENERGETIKASI

A.I. KARSHIBAYEV
J.A. MAVLONOV

ENERGETIKANING MATEMATIK MASALALARI

O’ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O’RTA
MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

A.I.KARSHIBAYEV,
J.A.MAVLONOV

ENERGETIKANING MATEMATIK MASALALARI

5310200 – Elektr energetikasi (elektr ta’minoti)

Navoiy-2019

UO’K: 621.311.16
KBK: 31.280.7

Karshibayev A.I., Mavlonov J.A.“Energetikaning matematik masalalari”: O’quv qo’llanma.

Ushbu qo‘llanma, murakkab elektr tarmoqlarning ishchi rejimlarini matrisa usulida umumlashgan holda echish va energetic masalalarni echishda ehtimollar nazariyasi usulidan foydalanish hamda elektr energetikadagi avtomatik tizim masalalarini echish va tahlil qilish usullariga asosida 5310200 – Elektr energetikasi (elektr ta’minoti) yo’nalishi talabalarida elektr ta’minoti tizimlarining matematik modellashtirish va taqiq qilish sohasidagi bilimlarini mustahkamlashtirish va qo’yilgan masalalarni mustaqil echish malaka va ko’nikmalarini hosil qilishga asoslangan.

Taqrizchilar:

X.X.Eshov – Navoiy issiqlik elektr stansiyasi etakchi muhandisi

O.A.Jumaev – NDKI, texnika fanlari nomzodi, dotsent

Annotatsiya

O‘quv qo‘llanmada energetikada matematik masalalarning asosiy tushunchalari, energiya iste’molini hisobga olish tizimlari, kompleks sonlar va matrisalar ustidagi amallar, elektr tizimlarining holat tenglamalari, elektr energetikaning optimallash masalalari, energetikada ehtimollar nazariyasi va matematik statistikaning qo’llanilishi, energetika tizimini elementlarini mustahkamlik ko’rsatkichlari, kontur toklari, tugun kuchlanishlari tenglamalari tuzish va ularni echish bo‘yicha asosiy qoidalar ko‘rib chiqilgan.

Аннотация

В учебном пособии приведены основные понятия математических задач в энергетике, систем учета энергопотребления, решения комплексных чисел и матриц, состояния уравнений электрических систем, вопросы оптимизации электроэнергии, теории вероятностей и применения математической статистики в энергетике, устойчивости элементов энергосистем, основные правила постановки и решения уравнения контурных токов и узловых напряжений.

Annotation

The tutorial presents the basic concepts of mathematical problems in the energy sector, energy metering systems, solving complex numbers and matrices, the state of the equations of electrical systems, issues of optimizing electricity, probability theory and the use of mathematical statistics in the energy sector, the stability of power system elements, the basic rules for setting and solving contour equations currents and nodal voltages..

MUNDARIJA

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

KIRISH

Ushbu o'quv qo'llanma energetik qurilmalar, ularning ishlash prinsiplari, qonuniyatlari va ularda sodir bo'ladigan jarayonlarning ba'zi bir masalalarning matematik yo`li, energetika tizimlari, ularning ishlash jarayonidagi qonunlar va shu qonunlarni energetik masalalarini yechishda qo`llash va tadqiq qilish haqidagi ma'lumotlarni o`z ichiga oladi.

Energetikaning matematik masalalari fani umumkasbiy fan hisoblanadi. Dasturni amalga oshirish o`quv rejasida rejalashtirilgan matematik va tabiiy (oliy matematika, fizika, nazariy mexanika), metralogiya, standartlashtirish va sertifikatlash, elektrotexnikaning nazariy asoslari, energetika qurilmalari, yo`nalishga kirish, energiya tejamkorligi asoslari va h.k fanlardan yetarli bilim va ko`nikmalarga ega bo`lish talab etiladi.

Elektr ta'minoti tizimlarini va tarmoqlarini loyihalash, ishlatish va holatlarini boshqarishda ularning xaraktiristikalarini hisoblash, almashtirish sxemalarini qurish, normal holatlarini hisoblash, holatlarni tahlil qilish zarurdir. Ushbu qo'llanma talabaga yuqoridagi vazifalarni bajarish uchun zaruriy bilimlarni beradi.

Shuning uchun, elektroenergetika yo'nalishida ta`lim olayotgan talabalar matematik masalalarni tushuna olishlari, ularni yechishning sonli-taqribiy, taqribiy-analitik usullarini nazariy o'zlashtirishlari hamda o'rganishlari, murakkab elektr tarmoqlarning ishchi rejimlarini matrisa usulida umumlashgan holda echish va energetic masalalarni echishda ehtimollar nazariyasi usulidan foydalanish hamda elektr energetikadagi avtomatik tizim masalalarini echish va tahlil qilish usullariga asosida elektr ta'minoti tizimlarining matematik modellashtirish va taqiq qilish sohasidagi bilimlarini mustahkamlashtirish va qo'yilgan masalalarni mustaqil echishda malaka va ko'nikmalarini hosil qilish uchun "Energetikaning matematik masalalari" fanining ahamiyati katta hisoblanadi.

I-BOB

ELEKTR ENERGETIKANING ASOSIY MATEMATIK MASALALARI

1.1. Elektr ta’minotining matematik tahlil qilishni talab qiluvchi masalalari, elektr ta’minoti tizimlarining rejimlari.

Energetikaning matematik masalalari fanining vazifasi. Energetikaning matematik masalalari fani tabiiy matematik fanalr majmuasiga taaluqli hisoblanadi.

“Energetikaning matematik masalalari” fanining bosh muhim fazifasi elektroenergetika tizimlarining matematik modellarini tahlili, qo`llanishi va ularning echish usullarini ishlab chiqish, algoritmlarini qurish, dastur ta`minotlarini yaratish va olingan natijalarni tahlil qilish usullarini o`rgatishdan iboratdir. O`z navbatida energetikaning matematik masalalari fanidan olingan bilimlar elektroenergetika yo`nalishining boshqa mutahassislik fanlarini o`qitishda nazariy asos bo`ladi.

Fanni o’qitilishidan maqsad - elektr ta’minoti sistemalarining matematik modellashtirish va tadqiq qilish sohasidagi bilimlarni mukammallashtirish va boshqa masalalarni mustaqil yechish malakalarini hosil qilish, elektr energetika yo’nalish profiliga mos, ta’lim standartida talab qilingan bilimlar, ko’nikmalar va tajribalar darajasini ta’minlashdir.

Fanning vazifasi - uni o’rganuvchilarga:

- matritsa va ular ustida amallar;
- Om va Kirxgof qonunlarining matritsa ko’rinishlari;
- tok va quvvat balansi tenglamalari;
- Gauss usuli;
- teskari matritsa usuli;
- iteratsiya usuli;
- xolat tenglamalari;
- Nyuton-Rafson usuli;
- nochiziqli va chiziqli tenglamalarni echish;

- ehtimollar nazariyasi va matematik statistika bo'yicha bilim berishdan iboratdir.

"Energetikaning matematik masalalari" fanini o'zlashtirish jarayonida talaba:

- energetikaning matematik masalalari fanining asosiy tushunchalari va tasavvurlarining umumiyligi haqida tasavvurga ega bo'lishi;
- matritsalar va ular ustida amallar;
-Om va Kirxgof qonunlarining matritsa ko'rinishlari;
- kontur toklari tenglamalarini M va N ulanish matritsalari asosida qurish;
- tok va quvvat balansi tenglamalarini bilishi va ulardan foydalana olishi;
- chiziqli programmalash dasturini o'rganish;
- tipik masalalarni echish;
- chiziqli programmalashtirish masalasini grafik usulini o'rganish;
- energetikada extimollar nazariyasi va matematik statistikani qo'llash;

ko'nikmalariga ega bo'lishi kerak;

- tugun kuchlanishlari tenglamalari;
- grafo-analitik usul va simpleks usullarini taqqoslash;
- ehtimollikni hisoblash malakalariga ega bulishi kerak.

Elektr ta'minotining matematik tahlil qilishni talab qiluvchi masalalar.

Elektr ta'minoti sistemalarini qulaylashtirish va loyihalash masalalarini turli matematik usullarni qo`llamasdan yechish mumkin emas. Elektr ta'minotining matametik tahlil qilinishni talab qiluvchi masalalari quyidagilar:

- elektr ta'minoti sistemasi barcha elementlarini ratsional tanlash (generator va transformatorlarning soni va quvvatini, o`tkazgichlar, shinalar va kabellar ko`ndalang kesim yuzalarini, kompensatsiyalovchi qurilmalarni, elektr apparatlarini va boshqalar.);

-tashqi va ichki elektr ta'minoti sistemalari kuchlanishlarini ratsional tanlash: (quyidagi usullardan foydalangan holda)

1. $U = 4.34 \cdot \sqrt{l + 0.016 \cdot P}$ kV ; bu yerda l = (km); P=(kVt);

- elektr yuklamalarini asosiy ko`rsatkichlarini hisoblash:

$$\Delta P = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} * R$$

$$\Delta Q = \frac{P^2 + Q^2}{U^2} * X$$

$$\Delta U = \frac{P * R + Q * X}{U}$$

$$\Delta Э = \Delta P \cdot t$$

-bosh pasaytirish nimstansiyasi va kompensatsiyalovchi qurilmalarning korxonalardagi joylashish qulay o`rinlarini hisoblash:

Transformatorlar, o`zgartkichlar, elektr liniyalari va yuklamalar va sistema holatini yoki rejimning boshqaruvchi, o`zgartiruvchi, rostlovchi va kuzatuvchi elementlarni oladi.

Elektroenergetika masalalarida amaliy matematika usullarini qo`llashni ko`rib chiqishdan oldin elektr ta’minoti sistemasini ishlashini ifodali modelini ko`rish kerak. Sistemaning ishi asosan quvvat energiyaning miqdori bilan harakterlanadi.

Elektr energiyasi - *elektr* ta’minoti sistemasini ishini miqdoriy ko`rsatkichidir.

Energiya sifati asosan iste’mol qilayotgan tokning kattaligi va chastotasi, ko’p fazali sistemalarda kuchlanishini simmetriyalik darajasi va kuchlanish xarakteristikasining sinusoidallik formasi bilan xarakterlanadi.

Rejim parametrlari - bu elektr ta’minoti sistemalari rejimlari o`zgarishi bilan bog`liq ko`rsatkichlardir. Rejim parametrlaridan bo`lib, elektr ta’minoti sistemasining turli nuqtalaridagi kuchlanishlar, elementlardagi toklar, E.Yu.K. va kuchlanish vektorlari orasidagi burchak, aktiv, reaktiv, to`la quvvat va energiya va hakozolar hisoblanadi.

Elektr ta’minoti sistemalarining parametrlaridan bo`lib generator, transformatorlar, liniyalarning va o`zgartkichlarning aktiv, reaktiv, to`la qarshiliklari, o`tkazuvchanliklari, transformatorlarning transformatsiya koeffitsiyentlari, kuchaytirish koeffitsiyentlari, elektr mashinalarning chulg`amlarining vaqt doimiysi, kuchlanishlarning transformatsiya pog`onalari hisoblanadi.

Elektr ta'minoti tizimning rejimlari. Elekr ta'minoti snstemalarini tahlil qilayotganda va matematik holatlarini tuzayotganda *uch x*il rejim kuzatiladi:

-normal turg`un rejim, sistema loyihalangan va texnik - iqtisodiy ko`rsatkichlar aniqlangan holat;

-shikastlanishdan keyingi turg`un rejim, bu shikastlanshdan keyin biror element yoki bir necha elementlar o`chirilgandan so`nggi holat (normal va shikastlanishdan keyingi turg`un rejim parametrlarni vaqt bo`yicha o`zgarmasliklari bilan xarakterlanadi, shuning uchun bu rejimlar parametrlari orasidagi bog`liqlik algebraik tenglamalar bilan ifodalanadi);

-o`tkinchi rejim, bunda vaqt mobaynida sistema bir holatdan boshqa holatga o`tadi.

1.2. Determinantlar

Ikkinchi tartibli determinant deb, ikkinchi tartibli kvadrat matritsa elementlari yordamida aniqlanuvchi quyidagi songa aytiladi.

$$\Delta=\begin{pmatrix} \boldsymbol{a_{11}} & \boldsymbol{a_{12}} \\ \boldsymbol{a_{21}} & \boldsymbol{a_{22}} \end{pmatrix} = \boldsymbol{a_{11}\cdot a_{22} - a_{12}\cdot a_{21}}$$

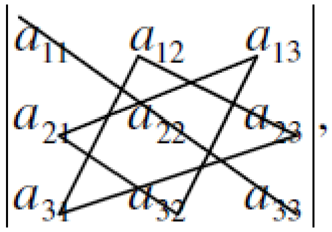
Determinantning bosh diagonalida joylashgan elementlar ko`paytmasidan, yordamchi diagonalda joylashgan elementlar ko`paytmasi ayiriladi.

Uchinchi tartibli determinant - deb, uchinchi tartibli kvadrat matritsa elementlari yordamida quyidagicha aniqlanuvchi songa aytiladi.

$$\Delta=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{11}a_{32}a_{23} \tag{1.1}$$

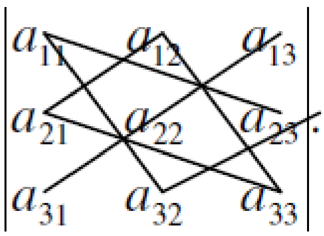
Bu formulani eslab qolish uchun uchburchaklar qoidasidan foydalanish mumkin. U quyidagilardan iborat:

Ko`paytmasi determinantga «+» belgisi bilan kiruvchi elementlari quyidagicha joylashadi (1.1-rasm):



1.1. rasm. «+» belgisi bilan kiruvchi elementlarning joylashuvi

Bosh diagonalga simmetrik bo`lgan ikkta uchburchak hosil qilinadi. Ko`paytmasi determinantga «-» belgisi bilan kiruvchi elementlar xam, xuddi shu kabi, yordamchi diagonalga nisbatan joylashadi (2.2-rasm):



1.2. Rasm. «-» belgisi bilan kiruvchi elementlarning joylashuvi

Determinantning asosiy xossalari. Determinantning xossalarini uchinchi tartibli determinant uchun keltiramiz:

1. Determinantda mos satrlarni mos ustunlar bilan almashtirilsa, determinantning qiymati o`zgarmaydi.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Bu xossani isbotlash uchun yuqoridagi determinantlarga (1) formulani tatbiq etish va olingan ifodalarning tug`riligiga ishonch xosil qilish yetarlidir.

2. Determinantning satr(yoki ustun) elementlari biror $k \neq 0$ songa ko`paytirilsa, determinantning qiymati shu songa ko`paytiriladi, ya'ni

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

isboti:

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{matrix} ka_{11}a_{22}a_{33} + ka_{12}a_{23}a_{31} + ka_{13}a_{21}a_{32} \\ - ka_{11}a_{23}a_{32} - ka_{13}a_{22}a_{31} - ka_{12}a_{21}a_{33} \end{matrix} = k\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Demak,biror satr(yoki ustun) elementlarining umumiy ko`paytuvchisini determinant belgisidan tashqariga chiqarish mumkin ekan.

Nolli satr(yoki ustun)ga ega bo`lgan determinant nolga teng

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0.$$

Bu xossani isbotlash uchun ikkinchi xossada k=0 deb olish kifoyadir.

3. Ikkita bir xil satr(yoki ustun)ga ega bo`lgan determinant nolga teng.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0.$$

Bu xossani isbotlash uchun determinantga (1) formulani tatbiq etish yetarlidir.

4. Ikkita satr(yoki ustun)i o`zaro proporsional bo`lgan determinant nolga teng.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ ka_{11} & ka_{12} & ka_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0.$$

Agar ikkita parallel satrning hadlari proporsional bo`lsa,u holda 2) xossaga asosan, bu satr elementlarinining umumiy ko`paytuvchisini determinant belgisidan tashqariga chiqarish mumkin natijada ikkita parallel bir xil satr qoladi, bu esa 4) xossaga asosan nolga teng.

5. Determinantda ikkita satr (yoki ustun) o`zaro almashtirilsa, uning qiymati

(-1) ga ko`paytiriladi.

$$\begin{vmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Bu xossa 1) xossa kabi isbotlanadi.

6. Agar determinantning biror satr(yoki ustun)ining har bir elementi ikkita qo`shiluvchining yig`indisidan iborat bo`lsa,u holda bu determinant ikki determinant yig`indisidan iborat bo`ladi.

$$\begin{vmatrix} b_1+c_1 & b_2+c_2 & b_3+c_3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Bu xossa determinantlarga (1) formulani qo`llash orqali tekshiriladi.

7. Determinantning biror satr(yoki ustun) elementlarini biror $k \neq 0$ songa ko`paytirib, ikkinchi satr(yoki ustun)ning mos elementlariga qo`shilsa, determinantning qiymati o`zgarmaydi.

$$\begin{vmatrix} a_{11}+ka_{21} & a_{12}+ka_{22} & a_{13}+ka_{23} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}.$$

Bu xossani tenglikning chap tomoniga 7) va 5) xossalarni qo`llab tekshirish mumkin.

Yuqori tartibli determinantlar.

n - tartibli kvadrat matritsani, ya’ni *n* - ta satr va *n* - ta ustundan iborat bo`lgan quyidagi jadvalni qaraymiz:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Bu matritsaning n- tartibli determinanti deb bunday belgilanadigan songa aytiladi:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Uchinchi tartibli determinantning barcha xossalari *n*- tartibli determinant uchun ham o`rinlidir,

Amaliyotda yuqori tartibli determinantlarni satr yoki ustun bo`yicha yoyishdan foydalanib hisoblanadi. Ustun yoki satr bo`yicha yoyish natijasida determinantning tartibi pasaytiriladi va natijada uni uchinchi tartibli determinantga olib kelish mumkin.

Misol: 4- tartibli determinantni xisoblansin

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} & \cdots & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ & \cdots & \end{bmatrix}; \tag{1.2}$$

Yechish. Determinantni shunday almashtiramizki, natijada bir ustun yoki satrda to`rtta elementdan uchtasi nolga aylansin Buning uchun 8-xossadan foydalanamiz. Agar determinantda ± 1 ga teng element bo`lsa, bu xossani qo`llash juda o`rinli bo`ladi. SHunday element sifatida $a_{13} = 1$ elementni tanlaymiz va uning yordamida 3-chi ustunning qolgan barcha elementlarini nolga aylantiramiz.

SHu maqsadda:

a) 2- satr elementlariga ularga mos 1- satr elementlarini qo`shamiz;

b) 1- star elementlarini 2 ga ko`paytirib 3- satr elementlaridan ayiramiz.

c) 4- satr elementlaridan 1- satr elementlarini ayiramiz.

Natijada quyidagi determinantni hosil qilamiz.

$$\Delta=\begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 & 6 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

Hosil qilingan determinantning 3- ustun bo`yicha yoyamiz

$$\Delta = 1\cdot(-1)^{1+3}\cdot\begin{vmatrix} -1 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Bu determinantning 2-chi satr elementlarini 2-ga kupaytirib, 1-chi satr elementlaridan ayiramiz.

$$\Delta=\begin{vmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Bu determinantni 1-satr elementlari bo`yicha yoyib natijani hosil qilamiz.

Algebraik to'ldiruvchilar va minorlar. Navbvtdagi xossalarni ta`riflash uchun minor va algebraik to'ldiruvchi tushunchalarini kiritamiz. Determinant biror elementning minori deb, shu determinantdan bu element turgan qator va ustunni o'chirishdan xosil bo'lgan determinantga aytiladi.

Soddalik uchun quyidagi uchinchi tartibli determinantni olamiz:

$$\Delta= \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}$$

Determinant a_{ik} elementning minori M_{ik} $(i, k = 1,2,3)$ bilan belgilanadi. Masalan, a_{11} elementining minori $\mathrm{M}_{11}=\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ son, a_{32} elementning minori esa $\mathrm{M}_{32}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}$ son bo'ladi va x.k. Determinantning biror a_{ik} elementi turgan qator va ustun tartib raqamlarining yig'indisi $i + k$ juft yoki toq son bo'lishiga bog'liq ravishda bu element juft yoki toq joyda tartibi deb ataladi. Masalan, a_{11} element determinantda juft joyni egallagan, chunki u birinchi qator va birinchi ustun kesishgan joyda turibdi, 1+1=2 esa juft son. a_{32} element esa toq joyni egallagan, chunki 3+2=5 toq son va x.k. Determinant biror elementning algebraik to'ldiruvchisi deb uning bu determinantda juft yoki toq joy egallaganiga bog'liq ravishda musbat yoki manfiy ishora bilan olingan minorga aytiladi. a_{ik} elementning algebraik to'ldiruvchisi A_{ik} bilan belgilanadi.

Masalan: a_{11} elementning algebraik to'ldiruvchisi $\mathrm{A}_{11} = (-1)^{1+1}$ x $\mathrm{M}_{11}=\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ son bo'ladi, chunki a_{11} element juft joyda turibdi, a_{32} elementning algebraik to'ldiruvchisi $\mathrm{A}_{32} = (-1)^{3+2}$x $\mathrm{M}_{32}=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{vmatrix}$ son bo'ladi, chunki a_{32} element toq joyda turibdi, va x.k.

Determinantning algebraik to'ldiruvchilarga bog'liq xossalari bilan tanishishda davom etamiz.

Determinant biror qator elementlari bilan ularning algebraik to'ldiruvchilariga ko'paytmalari yig'indisiga teng. Shunday qilib, ushbu tenglik o'rinli;

$$\Delta = a_{11}A_{11} + \quad a_{12}A_{12} + \quad a_{13}A_{13}, \quad \Delta = a_{21}A_{21} + \quad a_{22}A_{22} + \quad a_{23}A_{23}$$
$$\Delta = a_{31}A_{31} + \quad a_{32}A_{32} + \quad a_{33}A_{33}, \quad \Delta = a_{12}A_{12} + \quad a_{22}A_{22} + \quad a_{32}A_{32}; \quad (1.3)$$
$$\Delta = a_{11}A_{11} + \quad a_{21}A_{21} + \quad a_{31}A_{31}, \quad \Delta = a_{13}A_{13} + \quad a_{23}A_{23} + \quad a_{33}A_{33}$$

d) Determinantning biror qatori elementlarini parallel qator mos elementlarining algebraik to'ldiruvchilariga ko'paytmalari yig'indisi nolga teng.

Masalan:

$$a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23} = 0$$

ekanligini isbotlaymiz. Xaqiqatan xam,

$$a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = 0;$$

ana shuni isbotlash talab qilingan edi.

Misol. Ushbu to'rtinchi tartibli determinantni ikkinchi qator elementlari bo'yicha yoyish yo'li bilan hisoblanadi;

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 & 3 \\ 5 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & -1 & 6 & 3 \\ 1 & 5 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Echish . Quyidagiga egamiz:

$$\Delta = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23} + a_{24}A_{24} = -5 \bullet \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -1 & 6 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 0 \bullet$$
$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 \\ 2 & 6 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} + +1 \bullet \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} + 0 \bullet \begin{vmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 6 \\ 1 & 5 & -1 \end{vmatrix} = -5 \bullet \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 \\ -1 & 6 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{vmatrix} +$$
$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix} = 18;$$

n-tartibli determinant haqida tushuncha.

n- tartibli matrisani, ya`ni n x n ta sondan iborat ushbu jadvalni ko'ramiz;

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}$$

Bu matrisaning n-tartibli determinanti deb bunday belgilanadigan songa aytiladi;

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

n-tartibli determinant uchun yuqorida aytilgan barcha xossalar, jumladan, determinantni biror qator elementlari bo'yicha yoyish formulasi bu erda xam o'rinli.

Istalgan tartibli determinantni hisoblashda ayni shu formuladan foydalaniladi.

Nazorat savollari.

1. Ikkinchi tartibli determinant deb qanday matrisa ataladi va determinanti qanday belgilanadi?

2. Determinantning qatorlaridagi elementlari va ustunlardagi elementlari o'rinlari almashtirilganda uning mikdori qanday o'zgaradi?

3. Agar determinantning ikkita parallel qator elementlarining o'rinlari almashtirilsa, uning ishorasi qaday almashadi?

4. Agar determinant nollardan iborat bo'lgan qatorga ega bo'lsa, u nechaga teng boladi?

5. Determinant biror elementning minori deb, shu determinantdan qanday xosil bo'lgan determinantga aytiladi?

6. N -tartibli determinant haqida tushuncha bering.

II-BOB

ELEKTR TA'MINOTI TIZIMLARINING MATRISA KO'RINISHDAGI HOLAT TENGLAMALARINI TUZISH VA ECHISH USULLARI

2.1. Elektr ta'minoti tizimlarining matrisa ko'rinishdagi holat tenglamalarini tuzish va echish usullari

Matrisalar. Matrisalarning maxsus turlari. $M \times N$ ko'rinishidagi matrisa deb sonlarni to'g'ri burchakli tablisa ko'rinishiga aytiladiki, bunda sonlar m qator va n ustunlar shaklida yoziladi aij. A matrisaning elementlari; a_{ij} - i - qatorning va j - ustunning kesishgan joyidagi element.

Misol:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{24} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

Matrisani yozish uchun quyidagi belgilardan foydalanish mumkin:

A, $[a_{ij}]$

Matrisa $M \times N$ agar $M=N$ bo'lsa kvadrat matrisa deyiladi, $M=N$ bo'lmasa to'g'ri burchakli matrisa deyiladi.

Matrisa At berilgan A matrisaga nisbatan transponirlangan deyiladi, agar matrisa A elementlari matrisa At elementlariga aij barcha i va j larda teng bo'lsa:

Misol:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 7 & 5 \end{vmatrix} \qquad A^T = \begin{vmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 7 \\ 2 & 5 \end{vmatrix}$$

agar

Ikki bir xil razmerdagi A va V matrisalar teng hisoblanadi, ya`ni A= V agar ularning elementlari teng bo'lsa, ya`ni aij = bij.

Matrisalarning maxsus turlari. Barcha elementlari nolga teng matrisa nol matrisa deyiladi va O simvoli yoki (0) ko'rinishida belgilanadi.

Bosh diagonal elementlarigina noldan farqli kvadrat matrisalar diagonal matrisalar deyiladi, va quyidagicha tasvirlanadi.

$$\bar{C} = \begin{vmatrix} c_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & c_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & c_n \end{vmatrix}$$

Ya`ni, S=diag C= [δ_{ij} C_1]

bu erda δ_{ij} Kronekker belgisi.

Agar diagonal matrisaning barcha elementlari birga teng bo’lsa, ya`ni $S_{ij} = 1$ unday matrisa birlik matrisa deyiladi va quyidagicha belgilanadi

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Matrisa-qator yoki vektor-qator - bu razmeri $1\times m$ bo’lgan matrisa bo’lib bir qator va m ustundan iborat bo’ladi

Matrisa-ustun yoki vektor-ustun - bu razmeri $n\times 1$ bo’lgan matrisa bo’lib n qator va bir ustundan iborat bo’ladi.

$a_{ij} = a_{ji}$ shart bajarilgan matrisalar simmetrik matrisalar deyiladi.

Hozirgi kunda energetikaning matematik masalalarini hisoblashda kampyuter dasturlaridan: Mathematica, Maple, Matlab, MathCAD, Derive, Scientific WorkPlace va boshqalardan foydalaniladi. Bulardan birinchi ikkitasi professional matematiklar uchun mo’ljallangan bo’lib imkoniyatlarning boyligi, ishlatishda murakkabligi bilan ajralib turadi.

MatLab matrisalar bilan ishlashga va signallarni avtomatik boshqarish hamda qayta ishlashga mo’ljallangan.

MathCAD va Derive qo’llanilishi juda oson bo’lib talabalarning tipik talablarini qondirishni ta`minlaydi. Bular katoriga Eureka paketini ham qo’shish mumkin.

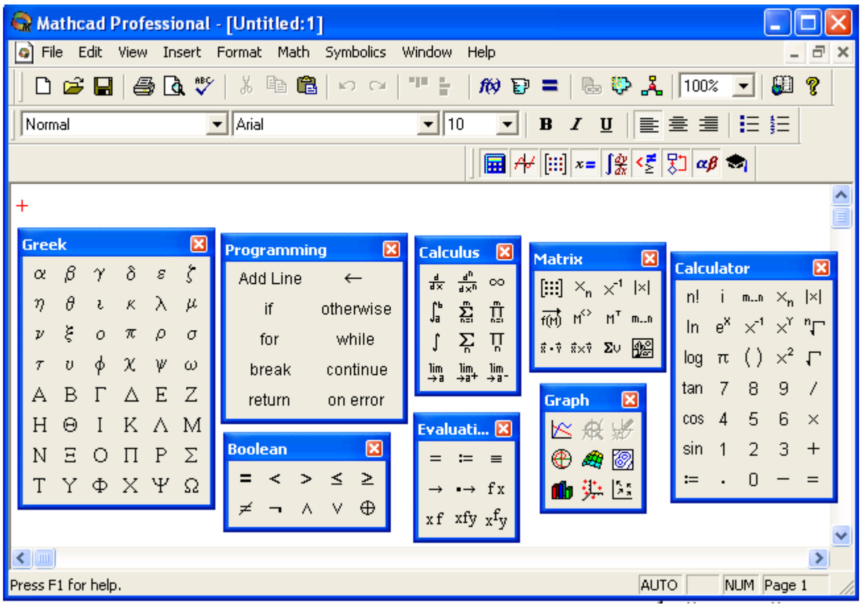
Scientific WorkPlace matematik qo'lyozmalarni LATEX tizimidan foydalangan holda tayyorlashga muljallangan bo'lib bir payda analitik va sonli amallarni bajarishi mumkin.

Zamonaviy kompyuter matematikasi matematik hisoblarni avtomatlashtirish uchun butun bir birlashtirilgan dasturiy tizimlar va paketlarni taqdim etadi. Bu tizimlar ichida Mathcad oddiy, yetarlicha qayta ishlangan va tekshirilgan matematik hisoblashlar tizimidir.

Umuman olganda Mathcad – bu kompyuter matematikasining zamonaviy sonli usullarini qo'llashning unikal kolleksiyasidir. U o'z ichiga yillar ichidagi matematikaning rivojlanishi natijasida yig'ilgan tajribalar, qoidalar va matematik hisoblash usullarini olgan.

Mathcad paketi muxandislik hisob ishlarini bajarish uchun dasturiy vosita bo'lib, u professional matematiklar uchun mo'ljallangan. Uning yordamida o'zgaruvchi va o'zgarmas parametrli algebraik va differensial tenglamalarni yechish, funksiyalarni tahlil qilish va ularning ekstremumini izlash, topilgan yechimlarni tahlil qilish uchun jadvallar va grafiklar qurish mumkin. Mathcad murakkab masalalarni yechish uchun o'z dasturlash tiliga ham ega.

Mathcad interfeysi Windowsning barcha dasturlari intefeysiga o'xshash. Mathcad ishga tushurilgandan so'ng uning oynasida bosh menyu va uchta panel vositasi chiqadi: Standart (Standart), Formatting (Formatlash) va Math (Matematika). Mathcad ishga tushganda avtomatik ravishda uning ishchi hujjat fayli Untitled 1 nom bilan ochiladi va unga Workshet (Ish varag'i) deyiladi. Standart (Standart) vositalar paneli bir necha fayllar bilan ishlash uchun buyruqlar to'plamini o'z ichiga oladi. Formatting (Formatlash) formula va matnlarni formatlash bo'yicha bir necha buyruqlarni o'z ichiga oladi. Math (Matematika) matematik vositalarini o'z ichiga olgan bo'lib, ular yordamida simvollar va operatorlarni hujjat fayli oynasiga joylashtirish uchun qo'llaniladi. Quyidagi rasmda Mathcadning oynasi va uning matematik panel vositalari ko'rsatilgan (2.1-rasm):



2.1-rasm. Mathcad paketi oynasi va uning matematik panel vositalari.

Matematik masalalarni yechishda Matchadning xizmati matrisalar ustida amallar bajarishda yaqqol ko’rinadi. Matrisalar katta bo’lganda bu amallarni bajarish ancha murakkab bo’lib, kompyuterda Matchadda dastur tuzishni talab etadi. Matchad tizimida bunday ishlarni tez va yaqqol ko’rinishda amalga oshirsa bo’ladi.

Matrisani tuzish. Matrisa yoki vektorni quyidagi prosedura yordamida aniqlash mumkin**:**

1. Matrisa nomini va (:=) yuborish operatorini kiritish.

2. Matematika panelidan Vector and Matrix Toolbar (Matrisa va vektor paneli) tugmachasi bosiladi. Keyin Matrix or Vector (Matrisa va vektor) tugmasi bosiladi, natijada Matrix (Matrisa) paneli ochiladi. Ochilgan muloqot oynasidan ustun va satr sonlari kiritilib Ok tugmasi bosiladi. Bu holda ekranda matrisa shabloni paydo bo’ladi.

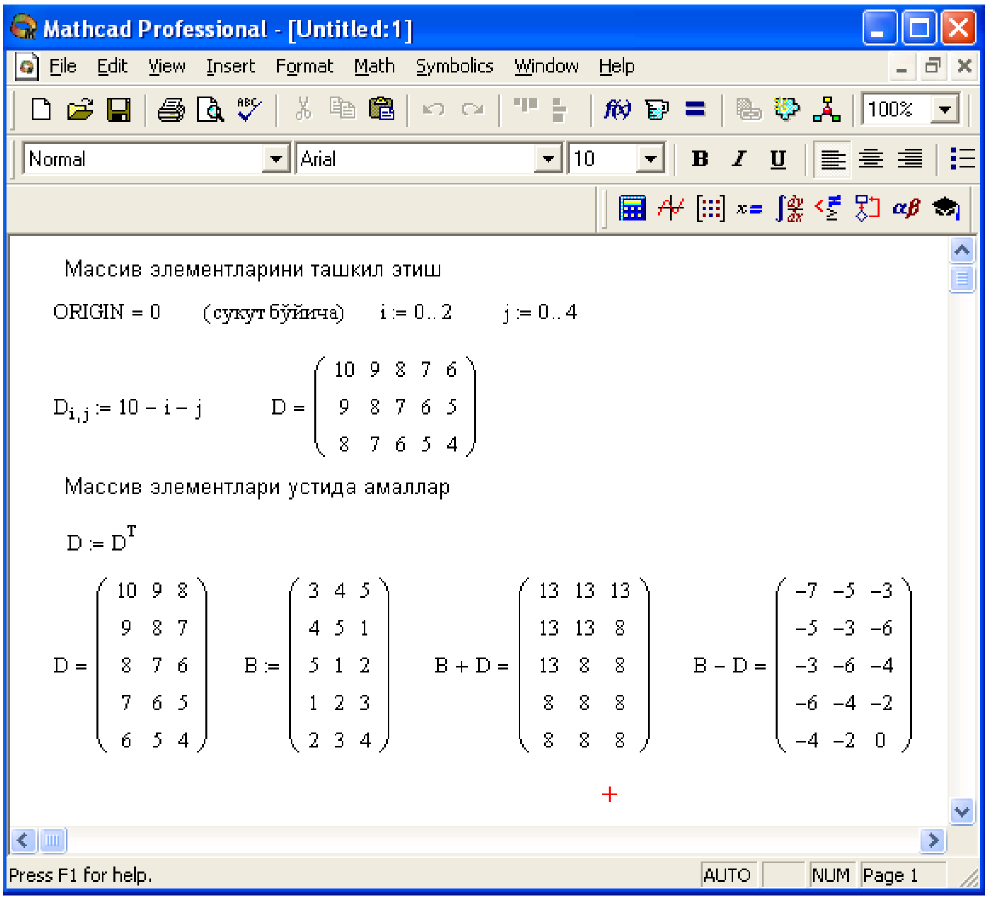
3. Har bir joy sonlar bilan to’ldiriladi, ya`ni matrisa elementlari kiritiladi.

Shablon yordamida 100 dan ortiq elementga ega bo’lgan matrisani kiritish mumkin. Vektor – bu bir ustunli matrisa deb qabul qilinadi. Har qanday matisa elementi matrisa nomi bilan uning ikki indeksi orqali aniqlanadi. Birinchi indeks qator nomerini, ikkinchi indeks – ustun nomerini bildiradi.Indekslarni kiritish uchun matematika vositalar paneldan Matrix panelini ochib, u yerdan Vector and

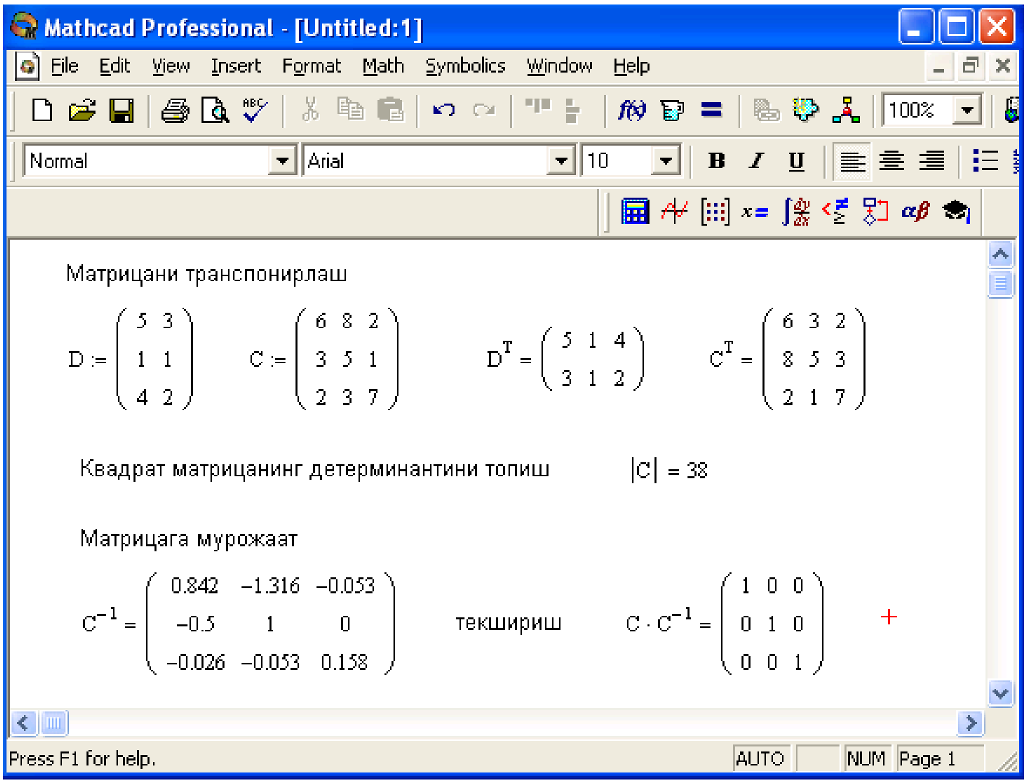
Matrix Toolbar, keyin Subscript (Pastki indeks) bosiladi. Klaviaturadan buni [(ochuvchi kvadrat qavs) yordamida bajarsa ham bo’ladi. Massiv elementi numeri 0, 1 yoki istalgan sondan boshlanishi mumkin (musbat yoki manfiy). Massiv elementi numeri boshqarish uchun maxsus ORIGIN nomli o’zgaruvchi ishlatiladi. Avtomatik 0 uchun ORIGIN=0 deb yoziladi. Bunda massiv elementlari nomeri nuldan boshlanadi. Agar nuldan boshqa sondan boshlansa unda ORIGIN dan keyin ikki nuqta qo’yiladi, masalan ORIGIN:=1.

2.2-rasmda D matrisaning pastki indekslardan foydalanib elementlarini topish ko’rsatilgan. ORIGIN=0 bo’lgani uchun avtomatik ravishda birinchi element 10 ga teng.

Matrisalar ustida asosiy amallar. Matchad matrisalar bilan quyidagi arifmetik operasiyalarni bajaradi: matrisani matrisaga qo’shish, ayirish va ko’paytirish, bundan tashqari transponirlash operasiyasini, murojaat qilish, matrisa determinantini hisoblash, *maxsus* son va maxsus vektorni topish va boshqa. Bu operasiyalarning bajarilishi 2.2, 2.3 -rasmlarda keltirilgan.



2.2-rasm. Matrisa ustida amallar bajarish.



2.3-rasm. Matrisa ustida amallar bajarish.

Oddiy differensial tenglama va oddiy differensial tenglamalar sistemasini yechishga mo'ljallangan Mathcad dasturi tarkibidagi standart funksiyalar

Ko'plab differensial tenglamalar va differensial tenglamalar sistemasining yechimlarini analitik (aniq, ya`ni funksiya ko'rinishda) topish mumkin. Qaralayotgan fizik jarayonni tahlil qilish, shular asosida ma`lum xulosalarga kelish uchun berilgan boshlang'ich ma`lumotlarning turli qiymatlarida, olingan analitik yechimning sonli qiymatlarini topish, ular asosida grafiklar qurish ehtiyoji tug'iladi.

Bulardan tashqari shunday differensial tenglamalar va differensial tenglamalar sistemalari mavjudki, ularning yechimini analitik ko'rinishda topib bo'lmaydi. Shuning uchun ham differensial tenglamalarni integrallashning taqribiy usullari keng tarqalgan.

Mathcad dasturi tarkibida birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar, yuqori tartibli oddiy differensial tenglamalar va birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini hamda chegaraviy masalalarni sonli yechishga mo'ljallangan o'ndan ortiq standart funksiyalar mavjud bo'lib, ularning asosiylari quyida keltirilgan.

- ***rkfixed (y, x1, x2, m, D)*** – bu funksiya birinchi tartibli oddiy differensial tenglama yoki birinchi tartibli *n* ta oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini berilgan kesmada to'rtinchi tartibli Runge-Kutta usulini qo'llab, integrallash qadami o'zgarmas bo'lgan hol uchun yechadi.

Bu yerda shuni ta`kidlash lozimki, ***rkfixed*** funksiyasi yordamida olingan sonli yechim ***(m+1)*** satr va ***(n+1)*** ta ustunga ega bo'lgan matrisaning elementlari ko'rinishida beriladi. Matrisaning birinchi ustuni argument ***x*** ning integrallash oralig'iga tegishli qiymatlari, ya`ni x_0 , x_1, x_2 , ... , x_n larni (boshlang'ich va integrallash nuqtalarini) o'z ichiga oladi. Ikkinchi ustunda $u_1(x)$ funksiyaning (ya`ni ***u(x)*** funksiyaning), uchinchi ustunda $u_2(x)$ funksiyaning (ya`ni $y'(x)$ funksiyaning), to'rtinchi ustunda $u_3(x)$ funksiyaning (ya`ni $y''(x)$ funksiyaning) va hokazo oxirgi ustunda $u_n(x)$ funksiyaning (ya`ni $u^{(n-1)}(x)$ funksiyaning) ***x*** ning yuqoridagi qiymatlariga mos qiymatlari joylashgan bo'ladi.

Agar differensial tenglama birinchi tartibli bo'lsa, olingan sonli yechim ikkita ustunli matrisa elementlari shaklida ifodalanadi. Birinchi ustunda argument *x* ning qiymatlari $(x_i = x_0 + i \cdot h, \quad h = (x2 - x1)/m)$, ikkinchi ustunda esa ana shu qiymatlarga mos yechimning qiymatlari $y_i = y(x_i)$ joy oladi $(i = 0,1,...,m)$.

- ***Rkadapt (u, x1, x2, m, D)*** - bu funksiya birinchi tartibli oddiy differensial tenglama yoki birinchi tartibli *n* ta oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini berilgan kesmada to'rtinchi tartibli Runge-Kutta usulini qo'llab, integrallash qadamini avtomatik tanlash yo'li bilan yechadi.
- ***Bulstoer (u, x1, x2, m, D)*** - bu funksiya birinchi tartibli oddiy differensial tenglama yoki birinchi tartibli *n* ta oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini berilgan kesmada Bulirish-shter usulini qo'llab, integrallash qadami o'zgarmas bo'lgan hol uchun yechadi.

Ushbu ***rkfixed, Rkadapt*** va ***Bulstoer*** funksiyalarining argumentlari bir xil ma`noni anglatadi va masalaning matematik qo'yilishi bo'yicha quyida-gicha aniqlanadi: $y = (y_{0,1}, y_{0,2}, ..., y_{0,n})^T$ - komponentlari berilgan boshlang'ich shartlardan tashkil topgan vektor funksiya; *x1, x2* - mos ravishda integrallash oralig'ining boshlang'ich va oxirgi qiymati; *m* - integrallash nuqtalari soni, ya`ni integrallash oralig'i *[x1; x2]* ning o'zgarmas qadam bilan bo'linish nuqtalari soni;

$$D(x, y) = (f_1(x, y_1, y_2, ..., y_n), ..., f_n(x, y_1, y_2, ..., y_n))^T \quad (2.1)$$

komponentlari (tashkil etuvchilari) differensial tenglamalar sistemasi-ning o'ng tomonida turgan funksiyalardan iborat bo'lgan *n* ta satr va 1 ta ustundan iborat vektor funksiya; *x*- skalyar miqdor; *u=u(x)* – izlanayotgan vektor funksiya.

Birinchi tartibli $y' = f(x, y)$ tenglama uchun *D(x,u)* funksiya

$$D(x, y) = f(x, y) \quad (2.2)$$

ko'rinishda yoziladi.

"Odesolve" funksiyasi yordamida ixtiyoriy tartibli oddiy differensial tenglama va birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar sistemasi uchun Koshi masalasini yechish texnologiyasi

Mathcad dasturi tarkibida ***n*** –tartibli (***n*** = 1, 2, …) oddiy differensial tenglamalar va birinchi tartibli oddiy differensial tenglamalar sistemasini sonli yechish uchun mo'ljallangan ***Odesolve*** funksiyasi mavjud bo'lib, u umumiy holda quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\textbf{\textit{Odesolve}}\ ([y], x, b, [m]) \quad (2.3)$$

bu yerda ***u*** – berilishi shart bo'lmagan va nomi qidirilayotgan funksiya nomidan, koordinatalari berilgan boshlang'ich shartlardan iborat vektor (oddiy differensial tenglamalar sistemasini yechishda uning berilishi shart); ***x***– erkli o'zgaruvchi; ***b*** - integrallash oralig'ining oxirgi qiymati; ***t*** – berilishi shart bo'lmagan, qiymati esa integrallash qadamlari sonini bildiruvchi butun son (integrallash oralig'i ***[a; b]*** ni bo'linishlar soni) bo'lib, sonli yechimni yuqori aniqlik bilan olish uchun xizmat qiladi. (***t*** ning qiymati ortishi bilan aniqlik ham ortadi, lekin shu bilan birga, integrallash uchun sarflanadigan kompyuter vaqti ham ortib boradi).

Odesolve funksiyasi ***Given*** kalit so'z bilan birgalikda ishlatiladi (***Given*** – berilgan, berilgan ma`lumotlar ma`nolarini bildiradi). Amaliyotda ***Given*** va

Odesolve juftlik oralig'iga berilgan differensial tenglama yoki ularni sistemasi va berilgan boshlang'ich shartlar yoziladi (tenglik belgisini yozishda mantiqiy amal belgilari panelidagi tenglik belgisidan yoki ***[Ctrl ++]*** buyruqdan foydalaniladi). Tenglama va boshlang'ich shartlar tarkibiga kiruvchi kattaliklarning qiymatlari ***Given*** kalit so'zdan avval sonli tenglik belgisi ***(: =)*** yordamida kiritiladi.

Matrisalarni qo'shish va ayirish. Qo'shish. Ikki A va V matrisalarining yig'indilari shunday holda aniqlanadilarki bunda ikkala matrisa ham bir xil razmerga ega bo'ladilar. Yig'indi matrisaning elementlari qo'shilayotgan matrisalarining mos elementlarining yig'indisi ko'rinishida aniqlanadi, ya`ni

$$S = A + V: \quad c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}.$$

Yig'indini aniqlashdan quyidagi xossalar kelib chiqadi:

$$A+B=B+A \qquad A+(B+A)=(A+B)+C$$

A matrisaning k soniga ko'paytmasi shunday matrisani k×A, u matrisaning elementlari quyidagi ko'rinishda aniqlanadi.

Matrisani songa qo'shish va ko'paytirish distributivdir:

$$k(A+V) = k\times A + k\times V, \qquad (k+1)\times A = k\times A + 1\times A;$$

va kommutativdir k×1×A =1×k×A.

Matrisalarni songa qo'shish va ko'paytirish amallari matrisalarini farqi tushunchasini kiritish imkonini beradi. Barcha A qo'shish amaliga teskari amal -A mavjud va quyidagicha aniqlanadi -A = (-1) A, ikki matrisa A va V orasidagi farq quyidagicha yoziladi S = A - V.

Matrisalarni ko'paytirish. Matrisalarni ko'paytirish. Ikki matrisa A va V larining ko'paytmasi shunda va faqat shunda aniqlanilganki, bunda A matrisaning ustunlar soni V matrisaning qatorlar soniga teng bo'ladi. Agar matrisa A ning razmeri m×r bo'lsa va matrisa V ning razmeri r×n bo'lsa, u xolda matrisa S = A×V razmeri m×n ko'rinishda bo'ladi va uning elementlari s_{ij} quyidagi formuladan aniqlanadi,

$$C_{ij} = \Sigma\, a_{ik} \times b_{kj}$$

va ko'yidagi qoida bo'yicha aniqlanadi. s_{ij} elementni olish uchun A matrisaning i qatori elementlarini mos ravishda V matrisa j ustuni elementlariga ko'paytiriladi va xosil qilingan ko'paytmalar qo'shiladi.

Umumiy xolda matrisalarni ko'paytirish kommutativ emas, ya`ni

$$A \times V \neq V \times A$$

Yana shu erda, agar A x V = V x A bo'lsa matrisalar A va V ko'chiruvchan deyiladi.

Isbotsiz ravishda matrisalarni ko'paytirish hossalarini keltiramiz:

$$A \times 0 = 0 \times A = 0$$

$$A \times E = E \times A = A$$

$$(A + B) \times C = A^{*}C + B^{*}C$$

$$A^{*}(B + C) = A \times B + A \times C$$

$$(A^{*}B)C = A(B \times C)$$

$$(A^{\mathrm{T}} \times B^{T}) = B^{T} * A^{\mathrm{T}}$$

Om qonuni. Nemis fizigi G. Om, o`tkazgichlarni har xil kuchlanishlardagi toklarini o`lchab, ularning qarshiliklari berilayotgan kuchlanishga bog`liq bo`lmasdan, o`zgarmas kattalik ekanligi to`g`risida xulosaga keldi.

O`tkazgichlardagi kuchlanish tokka to`g`ri proportsionaldir:

$$U = R\ I,$$

bu yerda,

$$R = U / I = \text{const}; \qquad (2.4)$$

Bu tajribaviy munosabatni Om aniqladi va Om qonuni deb nom oldi.

Keyinroq ma'lum bo`ldiki, qarshilikni doimiyligi unga qo`yilgan kuchlanishga nisbatan ma'lum bir tok va kuchlanishlarning chegarasida va ayrim materiallar uchun o`rinlidir. Shuning uchun proporsional bog`liqlik (2.4) formula, ya'ni Om qonuni nisbiy bo`lib, chegaralangan sohada o`rinlidir.

(2.4) formula universal bo`lib, energiya to`planmasdan barcha elektr energiya yo`qotishlarining elektromagnit jarayonlari uchun o`rinlidir.

Xususiy hollarda (maxsus tayyorlangan metall o`tkazgichlarda) qarshilik doimiy bo`lib, tok va kuchlanishlarni o`zgarishida proportsional bog`liqlik to`g`ri chiziqli bo`ladi. Bunday qarshiliklarga chiziqli qarshiliklar deyiladi va sxemalarda to`g`ri burchakli to`rtburchak sifatida belgilandi (2.4 -rasm).

Misol. Om qonuni amalda bajarilishini tekshirish uchun R qarshilikli sxemani yig`amiz (2.4-rasm), bu yerda tekshirilayotgan element uchlariga voltmetr ulangan, ampermetr esa shu elementga ketma-ket ulangan. Reostat surgichini holatini o`zgartirib I_1 , I_2 , I_3 ... va U_1 , U_2 , U_3 larni o`lchaymiz va qarshiliklarini hisobalymiz.

Kirxgof qonunlari. Kirxgofning ikkita qonuni elektr zanjirini to`liq holatini aniqlaydi va ularni hisoblashda asos bo`lib xizmat qiladi. Barcha elektr zanjirlari Kirxgofning birinchi va ikkinchi qonunlariga (qoidalariga) bo`ysunadi.

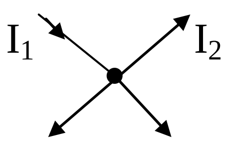
a) Kirxgofning birinchi qonuni. Bu qonun elektr zanjiri toklari uchun umumiy bo`lib, ikki xil ta'riflanadi:

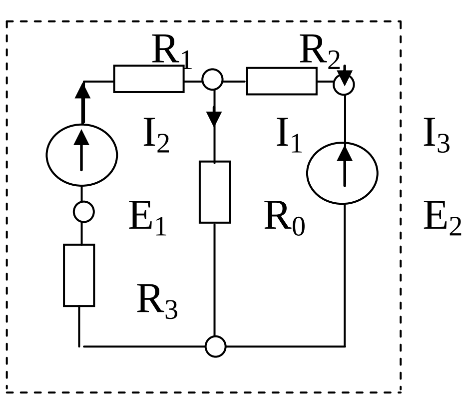
1) Elektr zanjirining istalgan tugunidagi toklarning algebraik yig`indisi nolga teng;

2) Elektr zanjirining istalgan tuguniga oqib keluvchi toklarning algebraik yig`indisi shu tugundan ketuvchi toklarning algebraik yig`indisiga teng.

Tugunga keluvchi toklarni musbat, tugundan ketuvchi toklarni manfiy deb olamiz. Birinchi ta'riflanishga asosan

$$5I_1 - I_2 - I_3 - I_4 = 0$$





2.4-rasm. Om qonunini tekshirish uchun R

qarshilikli sxemasi

ikkinchi ta'riflanishga asosan

$$I_1 = I_2 + I_3 + I_4$$

Umuman olganda $\sum_{k=1}^{n} I_k = 0$;

Kirxgofning birinchi qonuni fizik jihatdan shuni bildiradiki,zanjirda zaryadlar harakati shunday bo`ladiki,ular tugunlarda to`planib qolmaydi.

b) Kirxgofning ikkinchi qonuni. Kirxgofning ikkinchi qonuni kuchlanishlar uchun umumiy qonun bo`lib, elektr zanjirining yopiq konturi uchun qo`llaniladi. Bu qonunni ham ikki xil ta'riflash mumkin:

1) Istalgan yopiq konturdagi kuchlanishlar tushuvining algebraik yig`indisi shu konturdagi EYUK larning algebraik yig`indisi teng:

$$\Sigma\ U\ R = \Sigma\ E$$

Xar bir yig`indi kontur yo`nalishiga mos bo`lsa musbati ishora bilan, agarda kontur yo`nalishiga teskari bo`lsa manfiy ishora bilan kiradi;

2) Kuchlanishlarning algebraik yig`indisi (kuchlanishlar tushuvi emas) yopiq kontur bo`ylab nolga teng.

$$\sum U_k = 0.$$

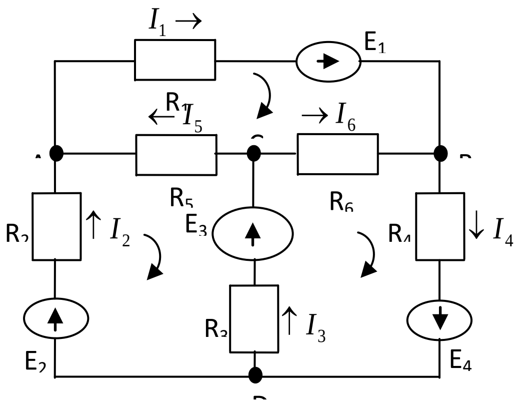
v) Elektr tokining musbat yunalishi. Aktiv qarshilik-elektr energiya iste'molchisi uchun quvvat (elektr energiyasini issiqlikka aylanish tezligi) musbat (nolga katta), agarda tok va kuchlanish tushuvi bir xil ishorada bo`lsa, ya'ni

$$P_{is} = U\ I \text{ va } R_{is} >,\ U>0 \text{ va } I>0 \text{ da}$$

Shuning uchun o`zgarmas tokda qarshiliklar uchun (umuman olganda istalgan iste'molchi uchun) tokning musbat yo`nalishi kuchlanishning musbat yo`nalishiga mos tushadi: musbatdan manfiyga, yuqori potentsialdan past potentsialga.

Elektr zanjirlarni hisoblashdan asosiy vazifa tokning zanjir tarmoqlaridan qanday taqsimlanganligini aniqlashdir. Bu kabi masalalarni yechishda elektr zanjir holat tenglamasini matrisa ko`rinishda shakllantirib, so`ngra matrisa ko'rinishdagi tenglamalar sistemasini yechish usullaridan foydalanamiz. Bu vazifa elektr zanjirlari uchun asosiy bo`lgan Om va Kirxgof qonunlaridan foydalanib hal etiladi.

Misol tariqasida 2.5 – rasmda ko'rsatilgan elektr zanjirlaridagi toklarini aniqlaylik. EYUK va qarshiliklar ma`lum, deb faraz qilaylik.



2.5-rasm. Elektr zanjiri sxemasi.

Zanjir tarmoqlaridagi toklarni aniqlash uchun Kirxgof konunlarini bevosita qo`llash usulidan foydalanamiz. Ushbu rasmda ko`rinib turibdiki, sxema soddalashmaydi. Mustaqil konturlarga ajratilgan (BCAB, BDCB, ACDA), e.yu.k qo`llanishi va toklarning shartli musbat yo`nalishi ko`rsatilgan. Konturni aylanib chiqishining ixtiyoriy yo`nalishi ko`rsatilgan. Demak, Kirxgof 1,2 qonunlari yordamida tenglamalar sistemasini tuzamiz. Sxemada n=4 ta tugun nuqta, k=6 ta no'malum toklar mavjud. Demak Kirxgof 1- qonuniga ko'ra n-1=4-1=3 ta - tenglama, Kirxgof 2 - qonuniga ko`ra k-(n-1)=6-(4-1)=3 ta tenglamasi tuziladi.

Yuqorida berilgan elektr zanjirlari sxemasi uchun quyidagi tenglamalarni olamiz.

D nuqta uchun $I_4 - I_3 - I_2 = 0;$ (2.5)

C nuqta uchun $I_3 - I_5 - I_6 = 0;$ (2.6)

B nuqta uchun $I_6 + I_1 - I_4 = 0;$ (2.7)

$$R_2 I_2 - R_5 I_5 - R_3 I_3 = E_2 - E_3; \quad (2.8)$$

$$R_3 I_3 + R_6 I_6 - R_4 I_4 = E_4 + E_3; \quad (2.9)$$

$$R_5I_5 - R_6I_6 - R_1I_1 = E_1; \qquad (2.10)$$

6 ta nomalum uchun, 6 ta tenglama hosil qilindi. (2.5), (2.6), (2.7) tenglamalar – Kirxgofning birinchi - qonuniga ko`ra, (2.7), (2.8), (2.9) tenglamalar Kirxgofning ikkinchi - qonuniga ko’ra hosil qilinadi.

2.5 - rasmda ko’rsatilgan elektr zanjiri uchun quyidagilar:

E_1=220 V,

E_2= 25 V,

E_3= E_4=15 V,

R_1=12 Om,

R_2=11 Om,

R_3=10 Om,

R_4=10 Om,

R_5= R_5=5 Om,

ma’lum bo`lsin.

Ushbu kattaliklarni (2.5) - (2.10) tenglamalarga qo`yib quyidagi tenglamalar sistemasi hosil qilamiz.

$$\begin{cases} I_4 - I_3 - I_2 = 0 \\ I_3 - I_5 - I_6 = 0 \\ I_6 + I_1 - I_4 = 0 \\ 11 \cdot I_2 - 5 \cdot I_5 - 10 \cdot I_3 = 10 \\ 10 \cdot I_3 + 5 \cdot I_6 + 10 \cdot I_4 = 30 \\ 5 \cdot I_5 - 5 \cdot I_6 + 12 \cdot I_1 = 20 \end{cases} \qquad (2.11)$$

(2.11)-sistemasi oliy matematika kursidan ma’lum bo`lgan A×X=B matrisa ko`rinishdagi tenglamalar sistemasi ekanligini bilish qiyin emas.

(2.11) tenglamalar sitemasini aniq usullari (Gauss, Kramer, bosh elementlar va x.k) yoki iterasion usullar (oddiy iterasiya) Zeydel relaksasiya va x.k) yordamida yechish mumkin.

Biz bu yerda xisoblar ishlarin osonlashtirish uchun va tenglamalar sistemasidan kelib chiqib noma’lumlarni o`rniga qo`yish usulidan foydalanib yechamiz. (2.11) tenglamalar sistemasi birinchi uchta tenglamalaridan foydalanib.

$$I_1 = I_4 - I_6, I_3 = I_4 - I_2, I_5 = I_4 - I_2 - I_6 \ ; \qquad (2.12)$$

munosabatlarini olib, qolgan 3 ta tenglamaga qo`yib, quyidagi 3 ta noma’lumli tenglamalar sistemasini hosil qilamiz.

$$\begin{cases} 26I_2 - 15I_4 + 5I_6 = 10 \\ -2I_2 + 4I_4 + I_6 = 6 \\ -5I_2 + 17I_4 - 22I_6 = 20 \end{cases} \qquad (2.13)$$

(2.13) tenglamalar sistemasini 2-tenglamasidan

$I_6 = 6 + 2I_2 - 4I_4$ - (3.11)

munosabatini olib qolgan tenglamalarga qo’yib, quyidagi 2 noma`lumli tenglamalar sistemasini xosil qilamiz.

$$\begin{cases} 36I_2 - 35I_4 = -20 \\ -49I_2 + 105I_4 = 152 \end{cases} \qquad (2.15)$$

$$I_2 = \frac{35I_4 - 20}{36} \qquad (2.16)$$

(2.16)- munosabatni (2.15)- tenglamalar sistemasini 2-tenglamasiga qo’yib:

$$-49\frac{35I_4 - 20}{36} + 105I_4 = 152$$ ekanini aniqlaymiz.

Bu tenglamani yechib:

$$-49\cdot 35I_4+49\cdot 20+36\cdot 105I_4=36\cdot 152$$
$$I_4=2.175\approx 2.18$$

ekanligini topamiz. Aniqlangan I_4 – qiymatni (2.16), (2.14), (2.12) – munosabatlariga qo'yib, qolgan noma'lum toklar qiymatini aniqlaymiz.

$$I_2=\frac{35\cdot 2.18-20}{36}\approx 1.56$$
$$I_6=6+2\cdot 1.56-4\cdot 2.18\approx 9.12-8.71=0.40$$
$$I_1=I_4-I_6=2.18-0.40\approx 1.78$$
$$I_3=I_4-I_2=2.18-1.56\approx 0.62$$
$$I_5=I_4-I_2-I_6=2.18-1.56-0.40\approx 0.22$$

Demak berilgan elektr zanjiri tarmoqlardagi toklar qiymati quyidagilarga teng ekan.

$$I_1=1.78A,\quad I_2=1.56A,\quad I_3=0.62A$$
$$I_4=2.18A,\quad I_5=0.22A,\quad I_6=0.40A$$

Ushbu natijalarni keltirilgan kontur toklar usuli yordamida olingan natijalar bilan solishtirib yechim aniq olinganligini ko'rish mumkin. I_1, I_5, I_6- qiymatlarining kichik farqini hisoblashlardagi yaxlitlash xatoligi bilan izohlash mumkin.

2.2 Kvadrat matrisalarning xossalari.

Kramer formulalari. Qabul qilamizki, noma`lumlar oldilaridagi koeffisientlardan tuzilgan aniqlovchi noldan farq qiladi

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Sistemaning birinchi tenglamasini A_{11} ga, ikkinchisini A_{21} ga va x.q. oxirgisini A_{n1} ga ko'paytiramiz va ularni qo'shamiz. Quyidagi tenglamani xosil qilamiz

$$x_1(a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + ... + a_{n1}A_{n1}) + x_2(a_{12}A_{11} + a_{22}A_{21} + ... + a_{n2}A_{n1}) + x_n(a_{1n}A_{11} + a_{2n}A_{n1}) + ...$$
$$= b_1A_{11} + b_2A_{21} + b_nA_{n1} \qquad (2.17)$$

yoki

$$x_1D = b_1A_{11}+b_2A_{22}+\dots\dots+b_nA_{n1} \qquad (2.18)$$

$x_2,\ x_3,\ \dots\dots x_n$ noma`lumlar oldidagi koeffisientlar da teorema 3 ga asosan nolga teng bo'lganligi uchun va x_1 oldidagi koeffisient teorema 2 ga asosan D ga teng. O'ng tomoni belgilaymiz

$$D_1=b_1A_{11}+b_2A_{21}+\dots..+b_nA_{n1}$$

Bu erda

$$X_2D = D_2;...;X_nD = D \qquad (2.18\ a)$$

bu erda D_1 – D aniqlovchidan i – ustunni ozod xadlar ustuni bilan almashtirishdan xosil bo'lgan aniqlovchi. (2.18) va (2.18 a) dan kelib chiqadiki,

$$X_1 = \frac{D_1}{D}; \qquad X_2 = \frac{D_2}{D}; \qquad ....; \qquad X_1 = \frac{D_1}{D}; \qquad (2.19)$$

Formulalar (2.19) Kramer formulalari deyiladi.

Misol:

Quyidagi chiziqli tenglamalar sistemasi echilsin

$$\begin{aligned} X+2_y+3_z &= 1 \\ 2_x+3_y+Z &= 0 \\ 3_x+Y+2_z &= 0 \end{aligned}$$

sistema aniqlovchisi

$$D=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}=18\neq 0$$

qo'shimcha aniqlovchilar

$$D_x=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}=5; \qquad D_Z=\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix}=-1;$$

$$D_y=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{vmatrix}=-1;$$

Kramer formulasi asosida

$$x=D_x /D=-5/18$$

$$y=D_y /D=1/18$$

$$z=D_z /D=7/18$$

n - tartibli aniqlovchi. n - tartibli aniqlovchi deb shunday kvadrat matrisadan olingan songa aytiladiki, bunda quyidagi qoidalardan foydalaniladi:

1.Anniqlovchi n! a`zolarning algebraik yig'indisidan iborat.

2.Yig'indining har bir a`zosi *p* elementning ko'paytmalari shaklida bo'lib ular matrisaning xar qatorini har ustunidan olinadi.

3.Yig’indi a`zosi musbat ishora bilan olinadi, agar ko’paytmaga kiruvchi elementning birinchi va ikkinchi indekslari elementlar yig’indisi musbat bo’lsa (ikkalasi ham juft yoki ikkalasi ham toq bo’lsa) va teskari xolda manfiy qilib olinadi.

(Ko’chirish (K) - 1, 2, 3 ... n -sonlarni ma`lum bir tartibda joylashtirishdir n sonlarning mumkin bo’lgan ko’chirishlar soni n! ga teng.

Misol:

1) n = 2 K ko’chirishlar soni - n! = 2!= 1 2 = 2,   K: 1, 2; 2,1.

2) n = 3, n!×1×2×3= 6; K: 1,2,3; 1,3,2; 3,1,2; 2,1,3; 2,3,1; 3,2,1.

A matrisasining aniqlovchisi |A|, det A yoki D ko’rinishida belgilanadi.

Aniqlovchini ochish teoremalari. Har bir aniqlovchi biror qator elementini element algebraik to’ldiruvchisi ko’paytmalari yig’indisiga teng.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \qquad a_{11} + A_{11} + a_{21} + A_{21} + \dots + a_{n1} + A_{n1} \quad (2.20)$$

Isbot uchun aniqlovchini 1- qator uchun aniqlovchini xisoblaymiz:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} + 0 + \dots + 0 & a_{12\dots}a_{1n} \\ 0 + a_{21} + \dots + 0 & a_{22\dots}a_{2n} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ 0 + 0 + \dots + a_{n1} & a_{n2}\dots a_{nn} \end{vmatrix}$$

Xossaga asoslanib

$$A = A^{(1)} + A^{(2)} + \dots + A^{(n)}$$

Bu erda

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \qquad A^{(2)} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{n1} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Bundan kelib chiqadiki

$$A=a_{11}A_{11}+a_{21}A_{21}+\ldots\ldots+a_{n1}A_{n1}$$

Ushbu teoremani kichik tartibli aniqlovchilarni xisoblash uchun ham tatbiq etish mumkin.

Misol:

To'rtinchi tartibli aniqlovchini hisoblash talab qilinadi

$$D=\begin{vmatrix} -5 & 1 & -4 & 1 \\ 1 & 4 & -1 & 5 \\ -4 & 1 & -8 & -1 \\ 3 & 2 & 6 & 2 \end{vmatrix}$$

D ni birinchi qator elementlari buyicha

$$D=(-5)*(-1)^{1+1}\begin{vmatrix} 4 & -1 & 5 \\ 1 & -8 & -1 \\ 2 & 6 & 2 \end{vmatrix}+1(-1)^{1+2}\begin{vmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -4 & -8 & -1 \\ 3 & 6 & 2 \end{vmatrix}+(-4)*(-1)^{1+3}*\begin{vmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -4 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}+$$

$$+1*(-1)^{1+4}\begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ -4 & 1 & -8 \\ 3 & 2 & 6 \end{vmatrix}=-5*74-(-15)-4*(-31)-33=-264$$

Teorema 3. Aniqlovchining ixtiyoriy ustunini elementlarini ko'paytmalarini yig'indisini boshqa ustun mos elementlari algebraik to'ldiruvchilariga ko'paytmasi nolga teng.

Isbot. Berilgan aniqlovchi

$$D=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1i} & \ldots & a_{1k} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{1i} & \ldots & a_{1k} & \ldots & a_{1n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{ni} & \ldots & a_{nk} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

k- ustunda, i – qator takrorlanuvchi D dan farqli boshqa aniqlovchini ko'ramiz:

$$D` = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1i} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{ni} & \dots & a_{ni} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Aniqlovchi D’ nolga teng, chunki ikkita xil ustunga ega. Uni k – ustun elementlari bo’yicha yoyamiz

$$D` = a_{1i}A_{1k} + a_{2i}A_{2k} + ... + a_{n1}A_{nk} = 0$$

Bu erda A_{jk}–k– ustun elementlari algebraik to’ldiruvchilari bo’lib ular berilgan D aniqlovchi uchun ham tegishli. Barcha i va k uchun

$$\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + ... + a_{nn}x_n = b_n \end{array} \qquad (2.21)$$

Sistema echimi deb noma`lumlarning shunday yig’indisiga aytiladikn $x_1=\alpha_1$, $x_2=\alpha_2$, $x_n=a_n$ ularni tenglamalar sistemasiga qo’yganda sistema tenglikka aylanadi.

Minor va algebraik to’ldiruvchi. Aniqlovchi |A| element a_{ii} ning minori M_{ij} deb shunday (n-1) -tartibli aniqlovchiga aytiladiki bunda u i-qator va j-ustuni o’chirishidan xosil bo’ladi

Misol:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \qquad M_{11} = \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad M_{21} = \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

<u>Algebraik to’ldiruvchi</u> A_{ij} element a_{ij} uchun uning minori $(-1)^{i+j}$ ishora bilan olinadi, ya`ni. $A_{ij} = (-1)^{i+j} \times M_{ij}$.

Aniqlovchining asosiy xossalari.

1.Aniqlovchi transponirlanganda, ya`ni qator elementlari ustun yoki ustun elementlari qator qilib yozilganda uning qiymati o’zgarmaydi.

Bu xossa aniqlovchini qatori va ustuniga tegishli barcha xulosalarni tasdiqlaydi. Boshqacha qilib aytganda aniqlovchining qatori va ustunlari teng xuqukli.

2.Aniqlovchining ikki qatorini (ustunini) o’rni almashtirilganda Aniqlovchining ishorasi qarama-karshisiga o’zgaradi.

Xulosa. Bir xil qiymatga teng ikki qatorli (ustunli) Aniqlovchining qiymati nolga teng.

Haqiqatdan xam ikkinchi xossaga ko’ra ikki qator (ustun) almashtirilganda

D= -D   bu erdan 2D = 0 yoki D = 0.

3. Agar aniqlovchining biror ustun yoki qator barcha elementlari nolga teng bo’lsa bu aniqlovchi nolga teng bo’ladi.

Bu xossa aniqlovchining ta`rifidan kelib chiqadi.

4. Aniqlovchi qatori (ustunn) barcha elementlari umumiy ko’paytmasini aniqlovchi belgisi tashqarisiga chiqarish mumkin.

Misol:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

a_{12} =1 bo’lganligi uchun va boshqa elementlar nolga teng bo’lishligi uchun a_{12} dan boshqa barcha elementlarning algebraik to’ldiruvchilari nolga teng.

Teskari matrisa. Berilgan kvadrat matrisaga teskari deb shunday matrisaga aytiladiki, bunda teskari matrisa xuddi berilgan matrisa bilan bir xil razmerda bo’ladi va quyidagi shartnn qanoatlantiradi :

$$A \times A^{-1} = A^{-1} \times A = E$$

Teskari matrisa $A\times^{[}$ ko’rinishida bo’ladi. Barcha matrisalar ham teskari matrisaga ega bo’lavermaydi. Teskari matrisaga ega bo’lish imkoniyati matrisaning xarakteristikasi - Aniqlovchi bilan xarakterlanadi.

Nazorat savollari:

1. Aniqlovchi deb qanday songa aytiladi?
2. Minorga ta`rif bering.?
3. Aniqlovchining asosiy xossalari.?
4. 1-teoremani ayting?
5. Aniqlovchini ochish teoremasini ayting.?
6. Kramer formulalarini keltiring.?

2.3 Matrisalarning asosiy xarakteristikalari.

Matrisalarning o'lchamlari.

Ushbu bo'limda matrisalarning asosiy xossalari bilan tanishiladi. Bnrinchi xarakteristika oldin ishlatilgan bo'lib u matrisaning o'lchamlari m × n bo'lib ular matrisaning qatorlar va ustunlar sonini belgilaydi. Kvadrat matrisa uchun matrisa razmeri n × n. Ikkinchi xarakteristika matrisaning aniqlovchisi. Agar kvadrat matrisaning aniqlovchisi nolga teng bo'lsa u matrisa maxsus matrisa bo'lib buzilgan deyiladi, aks xolda esa maxsus emas yoki buzilmagan deyiladi. Matrisaning buzilish darajasi matrisaning rangi bilan xarakterlanadi. Razmeri m × n bo'lgan matrisadan ba`zi qator va ustunlarni o'chirib va boshqa usullar bilan kvadrat matrisalar olish mumkin.

Matrisaning minori. Bu ko'rinishdagi matrisalarning aniqlovchilari matrisaning minori deyiladi. Ba`zi bir bu minorlar noldan farq qilishi mumkin ba`zilari esa nolga teng bo'ladi.

Misol:

2×3 o'lchamli matrisada

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Bu erda oltita birinchi tartibli va uchta ikkinchi tartibli minorni ajratish mumkin

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}, \qquad \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

To'rtinchi tartibli kvadrat matrisada esa

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 4 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

I- birinchi tartibli minor.

II-tartibli minor.

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \quad , \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 5 \end{vmatrix}$$

III-uchinchi tartibli minor va bitta to'rtinchi tartibli minor matrisa A ning aniqlovchisi bor.

Matrisaning rangi Matrisaning rangi deb matrisaning noldan farqli minorining maksimal tartibiga aytiladi. Matrisa nol rangli bo'ladi agar uning barcha elementlari nolga teng bo'lsa. Matrisa S ning izi deb matrisaning diagonal elementlarining yig'indisiga aytiladi.

Matrisaning normasi. Matrisalarni xarakterlash uchun ayniqsa qator yoki ustun matrisalarga matrisalar normasi belgilanadi. Keyinchalik n-norma ishlatiladiki, u matrisa maksimal elementidan aniqlanadi

$$\|A\|_n = \max|a_{ij}|$$

Ba`zi xollarda k –norma qo'llanilib u vektor uzunligini belgilaydi

$$\|A\|_k = \sqrt{\sum_{ij}|a_{ij}|^2}$$

va m-norma quyidagi formuladan aniqlaniladi

$$\|A\|_m = \max \sum_{ij} |a_{ij}|$$

Misollar:

$$A = [1 \quad 2 \quad -3]$$

1. $\|A\|_n = 3, \quad \|A\|_m = (1+2+3) = 6,$

$$\|A\|_k = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{14} = 3.75$$

$$B = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ -5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$$

2. $\|B\|_n = 5 \qquad \|B\|_m = \max \begin{matrix} 2+3+1=6 \\ 1+0+2=3 \\ 5+4+1=10 \end{matrix} = 10$

$$\|B\|_k = \sqrt{2^2 + 3^2 + 1^2 + 0^2 + 2^2 + 5^2 + 4^2 + 1^2} = \sqrt{61 = 7.81}$$

Nazorat savollari.

1. Matrisaning birinchi xarakteristikasi?
2. Qanday matrisa maxsus va maxsus bo’lmagan deyiladi?
3. Matrisaning rangi deb nimaga aytiladi?
4. Matrisaning normasi nima?

2.4 Blok matrisalar. Kompleks matrisalar

Blok matrisalar. Gorizontal va vertikal chiziqlar yordamida matrisalar bloklar yoki nim matrisalarga bo’linishi mumkin. Bloklarga bo’lingan matrisalarni qo’shish yoki ko’paytirish odatdagi formal qoidalarga mos olib boriladi.

Misol:

1. Kvadrat matrisani quyidagi ko’rinishda tasvirlash mumkin.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{vmatrix}$$

Bu erda:

$$A_1 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \qquad A_2 = \begin{vmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{vmatrix} \qquad A_3 = \begin{vmatrix} a_{31} & a_{32} \\ a_{41} & a_{42} \end{vmatrix} \qquad A_4 = \begin{vmatrix} a_{33} & a_{34} \\ a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$$

2. $A=[A_1/A_2]$ bo’laklash va mos xolda $V=[V_1/V_2]$

Bunda A×V ko’paytma ekvivalent.

$$A_1 \times V_1 + A_2 \times V_2$$

3. Bo’laklash.

$$A = \begin{vmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{vmatrix} \text{ va } X = \begin{vmatrix} x_1 \\ \hline x_2 \end{vmatrix}$$

Unda A×X ekvivalent

$$\begin{vmatrix} A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2 \\ A_3 \cdot x_1 + A_4 \cdot x_2 \end{vmatrix}$$

Matrisani o’rgana borib uning elementlarini xam xisobga olish kerak va takliflar kiritish kerak.

Kompleks matrisalar. Bilamizki matrisalarning elementlari butun, xakikiy va kompleks bo’ladilar.

Matrisalarning barcha xossalari ularning barcha turlariga mos keladilar.

Misol: $$Y = \begin{vmatrix} \dot{y}_{11} & \dot{y}_{12} & \cdots & y_{1n} \\ \dot{y}_{21} & \dot{y}_{22} & \cdots & \dot{y}_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \dot{y}_{m1} & \dot{y}_{m2} & \cdots & \dot{y}_{mn} \end{vmatrix}$$

y_{ij} – butun, xakikiy yoki kompleks son: $y_{ij}=g_{ij}+jb_{ij}$

Barcha kompleks matrisa Y elementi $y_{ij}=g_{ij}+jb_{ij}$ umumiy xolda Y=G+jV ko'rinishida tasvirlanishi mumkin, bunda G matrisa elementlari g_{ij}, matrisa V elementlari b_{ij}.

Kompleks matrisalarning xossalari. Kompleks matrisalarning aniqlovchilari odatda kompleks yoki haqiqiy bo'ladilar.

Misol:

$$A=\begin{vmatrix} 2+j3 & 1-j2 \\ 1+j2 & 2-j3 \end{vmatrix}$$

D=(2+j3)×(2-j3)-(1-j2)×(1+j2)=13-5=8

Barcha kompleks matrisalar uchun

$$Z=\begin{vmatrix} z'_{11}+j\,z''_{11} & z'_{12}+j\,z''_{12}\ldots z'_{1n}+j\,z'_{1n} \\ z'_{n1}+j\,z''_{n1} & z'_{n2}+j\,z''_{n2}\ldots z'_{nn}+j\,z''_{nn} \end{vmatrix}$$

Lekin aniqlovchi detZ ni xuddi $\det z' + \det z''$ ko'rinishida aniqlash noto'g'ri.

EHMlarda standart kompleks sonlarni xisoblash dasturlari bo'lmaganda kompleks matrisalarni blok xaqiqiy sonlar ko'rinishida tasvirlash mumkin. Kvadrat kompleks matrisa Y=G+jV ni quyidagicha ifodalash mumkin.

$$\begin{vmatrix} G & -B \\ B & G \end{vmatrix}$$

Matrisa – qator $X = x' + jx''$ va ustun $U = u' + ju''$ quyidagicha ifodalanadi:

$$X=\left|\frac{x'}{x''}\right| \quad U=\left|\frac{u'}{u''}\right|$$

Kompleks matrisalar ustida amallar. Yuqoridagi shakl almashtirishlari matrisalarni qo’shish va ko’paytirish amallari yordamida tekshirish qiyin emas.

Misol:

1. Y=G+jV, $U" = u' + ju"$ - ustun kompleks ko’rinishda

$$Y*U = (G + jB)*(U' = jU") = (GU' - BU") + j(GU" + BU') = I' + jI" = I$$

Bu erda $I' = GU' - BU"$, $I" = GU" + BU'$

Almashtirilgan ko’rinishda:

$$Y*U = \begin{vmatrix} G & -B \\ B & G \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} U' \\ U" \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G*U' & -BU' \\ B*U & G*U" \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} I" \\ I' \end{vmatrix} = I$$

2.Ikki matrisani ko’paytirish

Y= G+jB va Z= R+jx

Y×Z=(G+jB)×(R+jx)=(GR-Bx)+j(BR+Gx)=A’ +jA’’=A

$$\begin{vmatrix} G & -B \\ B & G \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} R & -x \\ x & R \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} GR - Bx & -(Gx + BR) \\ BR + Gx & -Bx + GR \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A' & -A' \\ A" & A' \end{vmatrix}$$

Nazorat savollari:

1. Butun, xaqiqiy va kompleks matrisalar?
2. Qanday qilib matrisalarni bloklarga bo’lish mumkin?
3. Matrisalarni qo’shish va ko’paytirish amallari qanday bajariladi?

2.5 Chiziqli tenglamalar sistemasini matrisa ko’rinishida yechish.

Matrisa o’zgartirishlari. Sistema m chiziqli va n uzgaruvchilardan iborat tenglamalarni o’z ichiga oladi (x_1, x_2, ……, x_n)

$$a_{11}+a_{12}+\ldots+a_{1n}x_n=b_1$$

$$a_{21}+a_{22}+\ldots+a_{2n}x_n=b_2 \qquad (2.22)$$

$$a_{m1}+a_{m2}+\ldots+a_{mn}x_n=b_m$$

matrisa ko’rinishida yozish qulay

$$A\times x=B \qquad (2.23)$$

Bu erda A to’g’ri burchakli matrisa sistema koeffisientlari, A va V mos ravishda noma`lumlar ustun matrisalari va o’ng tarafni ifodalaydi

$$A=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12}\ldots\ldots a_{1n} \\ a_{m1} & a_{m2}\ldots\ldots a_{mn} \end{vmatrix} \qquad x=\begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{vmatrix} \qquad B=\begin{vmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \ldots \\ b_m \end{vmatrix}$$

Agar bo’lsa, tenglamalar sistemasi to’la aniqlangan (noma`lumlardan tenglamalar ko’p), agar  (noma`lumlar tenglamalardan ko’p) sistema to’la aniqlanmagan deyiladi. Agar m<n va rang r=m bo’lsa, tenglama (2.23) ning echimi n-m erkinlik darajasiga ega deyiladi ya`ni (n-m) noma`lumlarning qiymatini ixtiyoriy berishimiz mumkin. Qolgan noma`lumlarni qiymatlarini esa sistemaning echib aniqlashimiz mumkin.

Matrisa A ni bloklarga bo’lib $[A_1, A_2, \ldots, A_n]$ ko’rinishida yozish mumkin.

$$A_1x_1 + A_2x_2 + \ \ldots A_n x_n =V, \text{ bu erda}$$

$$A_i=\begin{bmatrix} \begin{vmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ \ldots \\ a_{mi} \end{vmatrix} \end{bmatrix}$$

i – 1, 2, … n

Teskari matrisa yordamida aniqlovchini topish.

Teskari matrisa yordamida aniqlovchilarni topish bilan tanishamiz. Berilgan kvadrat matrisa A $_{n\times m}$ elementlari a_{IJ}. talab qilinadi A teskari V matrisani topish. Ya`ni n noma`lum elementli teskari A^{-1}=V matrisani topish.

$$A\times V=V\times A=E$$

yoki

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots\dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots. & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots. & 1 \end{bmatrix}$$

Oxirgi tenglamani yozishimiz mumkin

$$AxV_1=e_1,\ AxV_2=e_2,\ \dots,\ Ab_n=e_n \tag{2.24}$$

Teskari matrisaning xossalari.

Bu erda

$$B_I = \begin{bmatrix} b_{11} \\ b_{21} \\ \dots \\ b_{ni} \end{bmatrix} \qquad e_I = \begin{bmatrix} 0 \\ : \\ 1 \\ : \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ustun blok matrisaning xar bir tenglamasi n noma`lumli n tenglamalar sistemasini ifodalaydi.

2.6 Elektr ta`minoti sistemalarining chiziqli holat tenglamalarini echish usullari.

Chiziqli tenglamalarni teskari matrisa usulida echish. Elektr ta`minoti sistmalarining holat tenglamalarini echish usullarini ikki guruxga bo'lish mumkin : anik va iterasion (tarkibiy)

Tenglamalarni teskari matrisa usulida echish.

Berilgan n noma`lumli n tenglamali chiziqli sistema :

a11×x1 + a12×x2+…...+ a1n×xn=b1

a21×x1 + a22×x2+…...+ a2n×xn=b2 (2.25)

an1×x1 + an2×x2+…...+ ann×xn=bn

yoki matrisa xolida

A×X=B (2.26)

Agar A matrisa maxsus bo'lmasa, ya`ni det (A) ≠ 0, u xolda matrisa ko'rinishidagi tenglamalar sistemasi bir echimga ega bo'ladi.

det (A) ≠ 0 bo'lgan shartda teskari matrisa A mavjud bo'ladi

Misol. Tenglamalar sistemasi echilsin.

3X1 – X2 = 5

-2X1 + X2 + X3 =0

2X1 - X2 + X3= 15

Matrisa xolida

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 15 \end{bmatrix}$$

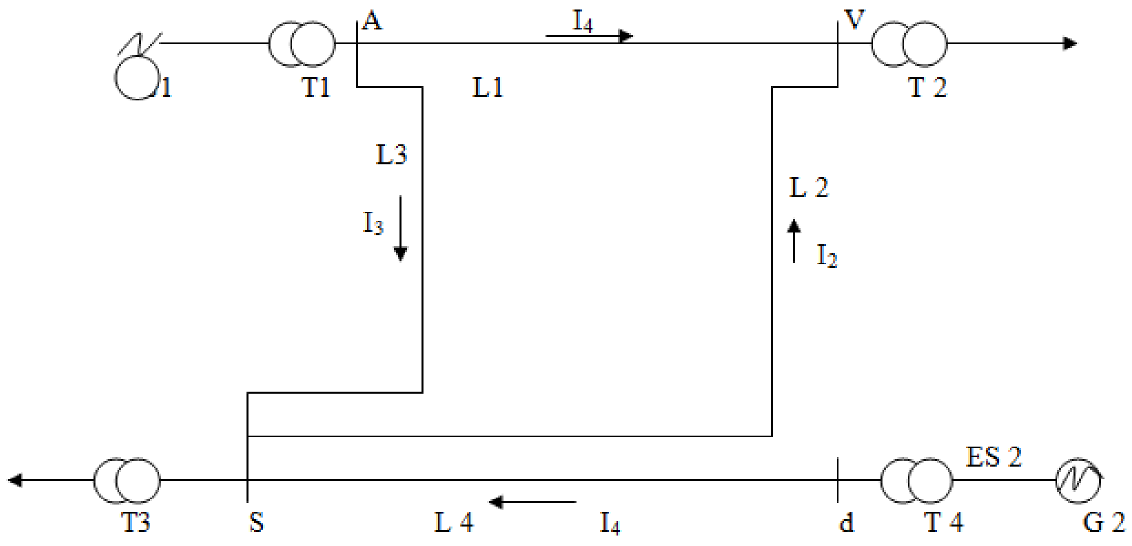
det A = 5 ≠ 0

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -3/5 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{bmatrix}$$

Noma`lumlarni xisoblaymiz :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4/5 & -1/5 \\ 2 & 12/5 & -3/5 \\ 0 & 1/5 & 1/5 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 15 \\ 15 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 * 5 + \frac{4}{5} * 0 - \frac{1}{5} * 15 \\ 2 * 5 + \frac{12}{5} * 0 - \frac{3}{5} * 15 \\ 0{,}5 + \frac{1}{5} * 0 + \frac{1}{5} * 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Elektr energetika tizimining printsipial sxemasi berilgan bo’lsa [ ], matritsa ko’rinishdagi holat tenglamasi tuzilsin.

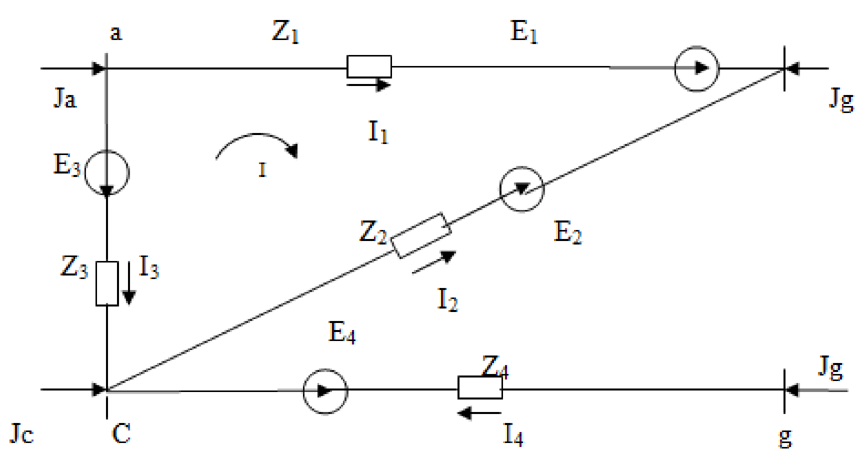


2.6 - rasm. Elektr energetika tizimining prinsipial sxemasi.

G1, G2 – ES 1 va ES 2 elektr stantsiyalari generatorlari, T1, T4–elektr stantsiyalar podstantsiyalari transformatorlari, T3, T4-podstantsiyalar transfarmatorlari, L1, L2 – elektr uzatish liniyalar

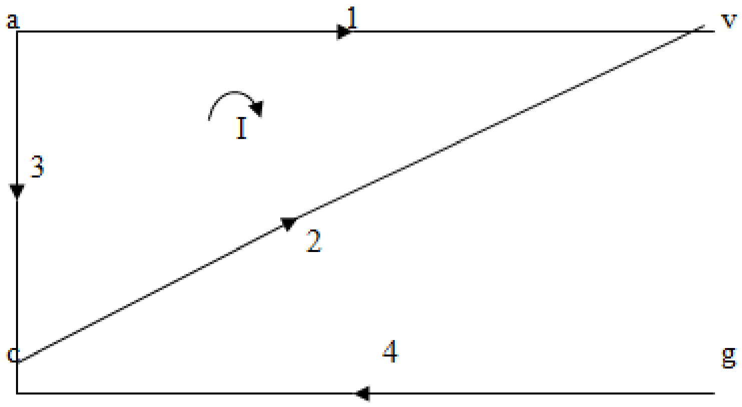
Elektr energetika tizimining sxemasi konfiguratsiyasini bog`langan graf shaklida tasvirlaymiz. Grafning tarmoqlari ma’lum bir belgilangan yo`nalishga ega bo`lganligi uchun (tok yo`nalishi bo`yicha), grafni yo`naltirilgan deb qabul qilamiz.

Elektr almashtirish sxemalarini tuzamiz (2.7-rasm).



2.7 – rasm. Elektr tizimining almashtirish sxemasi.

Elektr energetika tizimining sxemasi konfiguratsiyasini bog`langan graf shaklida tasvirlaymiz. Grafning tarmoqlari ma’lum bir belgilangan yo`nalishga ega bo`lganligi uchun (tok yo`nalishi bo`yicha), grafni yo`naltirilgan deb qabul qilamiz.



2.8 – rasm. Elektr energetika tizimining bog’langan yo`naltirilgan grafi.

Tuzilgan graf uchun 1-insedensiya matrisalari quyidagicha tuziladi:

Tarmoqlarning tugunlarda ulanishini ko`rsatuvchi 1-insedensiya matrisasi to`g`ri burchakli matrisa bo`lib, uning qatorlar soni elektr energetika tizimining tugunlari soniga (n ga), ustunlar soni esa elektr energetika tizimining tarmoqlari soniga (m ga) teng.

$$M_1 = (M_{ij}),\ i = \overline{1,n},\ j = \overline{1,m}$$

M_1 - matrisaning elementlari uchtadan bitta qiymatni qabul qiladi va quyidagicha tuziladi:

1) M_{ij}=+1; agar i-tugun j-tarmoqning boshlang`ich nuqtasi bo`lsa;
2) M_{ij}=-1; agar i-tugun j-tarmoqning oxirgi nuqtasi bo`lsa;
3) M_{ij}=0; agar i-tugun j-tarmoqqa tegishli bo`lmasa;

Demak, berilgan misol uchun

$$M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \left.\begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \end{matrix}\right\} \text{тугунлар}$$

$$\underbrace{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4}_{тармоклар}$$

Tuzilgan graf uchun 2-insedensiya matrisalari quyidagicha tuziladi:

Tarmoqlarning mustaqil konturlarda ulanishini ko`rsatuvchi 2-insedensiya matrisasi $M_2$ to`g`ri burchakli matrisa bo`lib, uning qatorlar soni elektr energetika tizimidagi mustaqil konturlar soniga (k ga), ustunlar soni esa elektr energetika tizimi tarmoqlari soniga (m ga) teng.

$$M_2 = (M_{ij}),\ i = \overline{1,k},\ j = \overline{1,m}$$

M_2-matrisaning elementlari uchtadan bitta qiymatni qabul qiladi va quyidagicha tuziladi:

1) M_{ij}=+1; agar j-tarmoq k konturga kirsa va ularning yo`nalishlari bir xil bo`lsa;
2) M_{ij}=+1; agar j-tarmoq k konturga kirsa va ularning yo`nalishlari teskari bo`lsa;
3) M_{ij}=-1; agar j-tarmoq k konturga kirmasa;

Demak, berilgan misol uchun

$M_2 = (1 \ \ -1 \ \ \ 1 \ \ \ 0) \quad 1ma\}$ bog`lik bo`lmagan mustaqil konturlar soni(k=1)

$$\underbrace{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4}_{тармоклар}$$

5. Elektr energetika tizimidagi berilgan parametrlar va kattaliklar matrisalari hamda 1-va 2- insedensiya matrisalar asosida elektr energetika tizimi almashtirish sxemasi parametrlarining asosiy matrisasi(A)ni va berilgan parametrlar va kattaliklarning asosiy matrisasi(F)ni tuzamiz.

$$A = \begin{pmatrix} M \\ M_2 * Z \end{pmatrix}, \qquad F = \begin{pmatrix} J \\ E \end{pmatrix},$$

bu yerda $Z = (Z_i),\ i = \overline{1,m}$ - tarmoqlar qarshiliklari diaganal matrisasi;

$J = (J_i),\ i = \overline{1,n-1}$ - tugunga berilgan toklari;

$E=(E_i),\ i=\overline{1,m}$ - tarmoq E.Yu.K. lari.

Qaralayotgan elektr energetika tizimida quyidagilar berilgan:

$$J=\begin{pmatrix}J_1\\J_2\\J_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-3\\-1\end{pmatrix},\quad E=(E_i)=0,\quad Z=(Z_i)=\begin{pmatrix}Z_1&0&0&0\\0&Z_2&0&0\\0&0&Z_3&0\\0&0&0&Z_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&2\end{pmatrix}$$

Demak, berilgan parametrlar va kattaliklarning asosiy matrisasi(F) quyidagicha tuziladi: $F=\begin{pmatrix}J\\E\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-3\\-1\\0\end{pmatrix}$

Endi elektr energetika tizimi almashtirish sxemasi parametrlarining asosiy matrisasi(A)ni tuzamiz:

D tugunni balanslovchi deb qabul qilib (oxirgi qatorda bo`lgani uchun) M_1 - matrisadan oxirgi qatorni uchirib, M matrisani xosil qilamiz.

$$M=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\-1&-1&0&0\\0&1&-1&-1\end{pmatrix}$$

$$M_2Z=\begin{pmatrix}1&-1&1&0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&0&0&0\\0&2&0&0\\0&0&2&0\\0&0&0&2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-2&-2&0\end{pmatrix}$$

Demak, $A=\begin{pmatrix}M\\M_2Z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0&1&0\\-1&-1&0&0\\0&1&-1&-1\\2&-2&-2&0\end{pmatrix}$

6. Yuqoridagi A va F matrisalar asosida elektr energetika tizimining umumlashgan holat tenglamasi $A\times I=F$ quyidagi ko`rinishda tuziladi:

$$\begin{pmatrix}1&0&1&0\\-1&-1&0&0\\0&1&-1&-1\\2&-2&-2&0\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}I_1\\I_2\\I_3\\I_4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-3\\-1\\0\end{pmatrix}$$

bu yerda $I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{pmatrix}$ - tarmoq tok kuchlari.

Teskari matrisa usulini chiziqli tenglamalar sistemasi echimini topishda qo'llashda noma`lumlarning soni ortishi bilan xisoblash qiyinlashadi.

Chiziqli tenglamalar sistemasini Gauss usulida echish. Gauss usuli yoki noma`lumlarni ketma- ket yo'qotish usuli eng ko'p tarqalgan noma`lumlarni aniq hisoblash usullaridan biri bo'lib sistemada noma`lumlarni birin ketin yo'kotishga asoslangan. Gauss usulini hisoblash sxemasi turlichadir. Ulardan biri bilan tanishib chiqamiz.

To'rtinchi tartibli to'rt noma`lumli tenglamani ko'ramiz.

$$\begin{cases} a11\times x1 + a12\times x2 + a13\times x3 + a14\times x4 = b1 \\ a21\times x1 + a22\times x2 + a23\times x3 + a24\times x4 = b2 \\ a31\times x1 + a32\times x2 + a33\times x3 + a34\times x4 = b3 \\ a41\times x1 + a42\times x2 + a43\times x3 + a44\times x4 = b4 \end{cases} \qquad (2.27)$$

Aniqlovchi va teskari matrisani Gauss usulida xisoblash.

A matrisa berilgan, Aniqlovchisi

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

bunda a11≠0 . element a11 ni birinchi qatordan chiqaramiz.

$$D = a_{11} \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

Keyingi xar bir qatordan birinchi qatorni mos xolda shu qatorning birinchi elementiga ko'paytirib ayramiz. Aniqlovchining xossasiga asosan bunda Aniqlovchining kiymati uzgarmaydi.

$$D = a_{11}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = a_{11}\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Agar $a_{22}^{(1)} \neq$bo'lsa qolgan (n-1) tartibli aniqlovchilarni ham xuddi shu tartibda hisoblaymiz.

Jarayon aniqlovchining miqdori bosh elementlarning ko'paytmasi shakliga kelguncha davom ettiriladi.

$$D = a_{11} * a_{22}^{(1)} * \dots * a_{nn}^{(n-1)} \tag{2.28}$$

Agar biror qadamda element $a_{ij}^{(k)} = 0$ yoki $a_{ij}^{(k)}$ nolga yaqin bo'lsa(hisoblash aniqligi hisobiga) qator yoki ustunlarni shunday joylashtirish kerakki bunda chap yukori joyda yo'qolmaydigan element bo'lsin.

Teskari matrisaning elementlarini olish uchun asosiy nisbatni e`tiborga olamiz

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{E}$$

Bu erda A maxsus bo'lmagan matrisa bo'lib uni elementlari aij bizga ma`lum. A=[Xij] ning teskari matrisasini topish uning x_{ij} elementlarini topishdan iboratdir.

Matrisani bloklarga bo'lishimiz mumkin

$$A = [\mathrm{X}1, \mathrm{X}2, \dots\dots \mathrm{X}n] = [e1, e2, \dots\dots en]$$

va chiziqli tenglamalar sistemasi ko'rinishida yozamiz

$$A * X1 = e1\ , A * X2 = e2\ , ..., A * Xn = en\ , \qquad (2.29)$$

Bu erda

$$x_1 = \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{21} \\ \cdots \\ x_{n1} \end{bmatrix} \quad e_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x_2 = \begin{bmatrix} x_{21} \\ x_{22} \\ \cdots \\ x_{n2} \end{bmatrix} \quad e_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}; \quad x_1 = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_{21} \\ \cdots \\ x_{n1} \end{bmatrix} \quad e_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix};$$

Nazorat savollari

1. Qanday shart bajarilsa teskari matrisa mavjud bo'ladi?
2. Gauss usuli yana qanday nomlanadi va nimaga asoslangan?
3. Jarayon qanday shakilga kelguncha davom ettiriladi?

2.7 Takomillashgan Gauss usuli.

Aniq usullar orasida eng keng tarqalgani noma`lumlarni ketma-ket yo'qotishga asoslangan Gauss usuli va uning takomillashgan ko'rinishlaridir. Gauss usuli, shuningdek, determinant va teskari matrisani hisoblashda ham samarali foydalaniladi.

Gauss usulining to'g'ri va teskari yurish jarayoni. Bu noma`lumlarni sistema tenglamalaridan ketma-ket tarzda yo'qotish orqali amalga oshiriladi. Avvalo, birinchi tenglama yordamida x_1 sistemaning barcha tenglamalarida yo'qotiladi. So'ngra, ikkinchi tengalama yordamida x_2 uchinchi va undan keyingi tenglamalarda yo'qotiladi. Ushbu jarayon Gaussning to'g'ri yurishi deb atalib, u oxirgi tenglamaning chap qismida xad noma`lumli bitta had qolguncha, ya`ni sistemaning matrisasi uchburchak ko'rinishiga kelguncha davom ettiriladi.

Gauss usulining teskari yurishi qidirilayotgan noma`lumlarning qiymatlarini ketma-ket hisoblashdan iborat. Oxirgi tenglamani echib, yagona noma`lum x_n topiladi. So'ngra uning qiymatidan foydalanib, bitta oldingi tenglamadan x_n-1 topiladi va h.k. Eng oxiri birinchi tenglamadan x_1 topiladi.

Sistemaning matrisasi uchburchak ko'rinishi Gauss usulining qo'llanilishini quyidagi sistema uchun ko'ramiz

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1,$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2,$$
$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \qquad (2.30)$$

Ikkinchi tenglamada x_1 ni yo'q qilish uchun o'nga birinchi tenglamani $-\frac{a_{21}}{a_{11}}$ ga ko'paytirib qo'shamiz. So'ngra, birinchi tenglamani $-\frac{a_{31}}{a_{11}}$ ga ko'paytirib, hosil bo'lgan tenglamani uchinchi tenglamaga qo'shib, unda ham x_1 yo'q qilamiz. Natijada (1) ga teng kuchli bo'lgan quyidagi tenglamalar sistemasi hosil bo'ladi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1,$$
$$a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 = b_2^{(1)},$$
$$a_{32}^{(1)}x_2 + a_{33}^{(1)}x_3 = b_3^{(1)}. \qquad (2.31)$$

Bu erda $a_{ij}^{(1)} = a_{ij} - \frac{a_{i1}}{a_{11}}a_{1j}, \quad i, j = 2,3$, $b_i^{(1)} = b_i - \frac{a_{i1}}{a_{11}}b_1, \quad i = 2,3$.

Bundan so'ng (2) sistemaning uchinchi tenglamasida x_2 ni yo'qotish lozim.

Buning uchun ikkinchi tenglamani $-\frac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}}$ ga ko'paytiramiz va paydo bo'lgan tenglamani uchinchi tenglamaga qo'shamiz.

Natijada quyidagi sistema paydo bo'ladi:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1,$$
$$a_{22}^{(1)}x_2 + a_{23}^{(1)}x_3 = b_2^{(1)},$$
$$a_{33}^{(2)}x_3 = b_3^{(2)}. \qquad (2.32)$$

Bu erda $a_{33}^{(2)} = a_{33}^{(1)} - \dfrac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} a_{23}^{(1)}, \qquad b_3^{(2)} = b_3^{(1)} - \dfrac{a_{32}^{(1)}}{a_{22}^{(1)}} b_2^{(1)}$.

(2.32) sistemaning matrisasi uchburchak ko'rinishda.

Shu bilan Gauss usulining to'g'ri yurishi tugaydi.

Yuqoridagilardan ko'rinadiki, noma`lumlarni yo'qotish jarayonida a_{11}, $a_{22}^{(1)}$ va h.k. koeffisientlarga bo'lish amallari bajariladi. Shu sababli ular noldan farq qilishi shart. Agar bu shart bajarilmasa, mos ravishda sistemadagi tenglamalarning o'rinlarini almashtirish lozim. Bu operasiyaning bajarilishi sistemani echishni EHMda amalga oshirish uchun hisoblash algoritmida ko'zda tutilgan bo'lishi shart.

Teskari yurish (2.32) sistemaning uchinchi tenglamasini echish bilan boshlanadi: $x_3 = \dfrac{b_3^{(2)}}{a_{33}^{(2)}}$.

Bu qiymatdan foydalanib, ikkinchi tenglamadan x_2 ni va so'ngra birinchi tenglamadan x_1 ni topish mumkin:

$$x_2 = \frac{1}{a_{22}^{(1)}}(b_2^{(1)} - a_{23}^{(1)} x_3), \qquad x_1 = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3).$$

Hisoblashlarni jadvalga joylashtirish qulay (2.1-jadval).

2.1-jadval

x_1	x_2	x_3	**Ozod hadlar**	Σ	**Sxema qismlari**
a_{11} a_{21} a_{31}	a_{12} a_{22} A_{32}	a_{13} a_{23} a_{33}	b_1 b_2 b_3	C_1 c_2 c_3	A
1	A_{12}/a_{11}	a_{13}/a_{11}	b_1/a_{11}	C_1/a_{11}	

	$a_{22}^{(1)}$ $a_{32}^{(1)}$	$a_{23}^{(1)}$ $a_{33}^{(1)}$	$b_2^{(1)}$ $b_3^{(1)}$	$c_2^{(1)}$ $c_3^{(1)}$	A_1
	1	$a_{23}^{(1)}/a_{22}^{(1)}$	$b_2^{(1)}/a_{22}^{(1)}$	$c_2^{(1)}/a_{22}^{(1)}$	
		$a_{33}^{(2)}$	$b_3^{(2)}$	$c_3^{(2)}$	A_2
			$b_3^{(2)}/a_{33}^{(2)}$	$c_3^{(2)}/a_{33}^{(2)}$	
		1	(x_3)	$(\bar{x}_3)$	
1	1	1	x_3 x_2 x_1	$\bar{x}_3$ $\bar{x}_2$ $\bar{x}_1$	B

Bu erda hisoblashlarning to'g'riligini tekshirib borish uchun Σ ustunida joylashgan va dastlabki matrisa qatorlaridagi elementlar hamda ozod hadning yig'indisidan iborat bo'lgan «nazorat yig'indilari»dan foydalaniladi:

$$c_i = \sum_{j=1}^{3} a_{ij} + b_i, \quad i = 1, 2, 3$$

Chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini echish algoritmi. Har qanday tartibli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasini echish uchun hisoblash algoritmi yuqoridagi kabi tuziladi. 1– chizmada n tartibli chiziqli algebraik tenglamalar sistemasi–(1) ni Gauss usuli yordamida echish algoritmining blok–sxemasi keltirilgan.

Blok sxemaning chap qismi to'g'ri yurishga mos keladi. Indekslarning ma`nosi bilan tanishamiz: $n$ – $x_k$ yo'qotilayotgan tenglamaning nomeri; $j$ – ustunning nomeri; $k$ – qolgan $n_k$ tenglamalardan yo'qotilayotgan noma`lumning nomeri (shuningdek x_k yo'qotishda foydalanilayotgan tenglamaning nomeri).

Tenglamalarning o'rinlarini almashtirish (ya`ni mos koeffisientlarning o'rinlarini almashtirish) amali nol elementga bo'linishning oldini olish uchun xizmat qiladi.

Nazorat savollari.

1. Gauss usulining to'g'ri va teskari yurish jarayoni qanday amalgam oshiriladi?
2. Sistemaning matrisasi uchburchak ko'rinishi qanday boladi?
3. Hisoblashlarning to'g'riligini tekshirib borish uchun nimadan iborat bo'lgan «nazorat yig'indilari»dan foydalaniladi?
4. Gauss usuli yordamida echish algoritmining blok–sxemasi keltiring.

2.8. Chiziqli tenglamalar sistemasini iterasiya usulida xisoblash.

Ketma ket yaqinlashish usuli. Chiziqli tenglamalar sistemasida noma`lumlarning soni katta miqdorda bo'lganda Gauss usulida xisoblar olib borish murakkablashadi. Bu sharoitda xisoblash sxemasi qulay bo'lgan ketma – ket yaqinlashish, ya`ni iterasiya usulidan foydalanish qulay.

Berilgan quyidagi tenglamalar sistemasi

$$\begin{cases} a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \ldots + a_{1n} * x_n = b_1 \\ a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \ldots + a_{2n} * x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \ldots + a_{nn} * x_n = b_n \end{cases} \tag{2.33}$$

yoki matrisa ko'rinishida

$$\mathrm{A} * \mathrm{X} = \mathrm{B}$$

Sistemaning xar bir diagonal elementini aii ni quyidagicha ifodalaymiz

$$aij = a^{`}ij + a^{``}ij \tag{2.34}$$

(2) ni hisobga olib quyidagicha yozamiz

$$
\begin{array}{l}
a_{11} \cdot x_1 = b_1 - [a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1n} \cdot x_n] \\
a_{22} \cdot x_2 = b_2 - [a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \ldots + a_{2n} \cdot x_n] \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{nn} \cdot x_n = b_n - [a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nn} \cdot x_n]
\end{array} \qquad (2.35)
$$

Tenglamalarni mos ravishda tenglamaning chap tarafidagi noma`lumlar oldidagi koeffisient aij ga bo'lib berilgan sistemaga ekvivalent sistemani xosil qilamiz.

$$
\begin{array}{l}
a_{11} * \beta_1 = b_1 - [a_{11} * x_1 + a_{12} * x_2 + \ldots + a_{1n} * x_n] \\
a_{22} * \beta_2 = b_2 - [a_{21} * x_1 + a_{22} * x_2 + \ldots + a_{2n} * x_n] \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_{nn} * \beta_n = b_n - [a_{n1} * x_1 + a_{n2} * x_2 + \ldots + a_{nn} * x_n]
\end{array} \qquad (2.36)
$$

bu erda

$$\beta_1 = b_i / a_{ii} \;, \quad a_{ii} = a_{ii}'' / a_{ii}'$$

$$a_{ij} = a_{ij} / a_{ii}' \;, \ (i=1,2,\ldots\ldots,n) \qquad (j=1,2,\ldots\ldots n)$$

quyidagi matrisalarni kiritamiz

$$
\alpha = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{bmatrix} \qquad \beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \ldots \\ \beta_n \end{bmatrix}
$$

sistema (4) matrisa holatida

$$X = \beta - \alpha \times X \qquad (2.37)$$

(5) sistemani iterasiya usulida echish uchun boshlang'ich yoki nol` qiymatlarini ixtiyoriy qabo'l qilamiz

$$x^{(0)} - \beta \qquad (x_1^{(0)} = \beta_1, x_2^{(0)} = \beta_{2,\ldots,} x^{(0)}{}_n = \beta_n)$$

Keyin ketma – ket vektorlarni (qator matrisa) xisoblaymiz

$X_1^{(1)} = \beta - \alpha \cdot X^{(0)}$ (birinchi yakinlashish)

$X_1^{(2)} = \beta - \alpha \cdot X^{(1)}$ (ikkinchi yakinlashish) va x.k

Ixtiyoriy (k + 1) yakinlashish quyidagi formuladan xisoblanadi.

$$X_1^{(\kappa+1)} = \beta - \alpha \cdot x^{(\kappa)} \tag{2.38}$$

Agar yakinlashishlar $X^{(0)}, X^{(1)},..., X^{(n)},$ quyidagicha chegaralangan bo'lsa

$$x = \lim_{k\to\infty} x^{(k)}$$

Sistemaning echimi. U xolda bu chegara (2.37) tenglamalar sistemasining echimi bo'ladi Hakikatda esa (2.38) chegaraga o'tib quyidagiga ega bo'lamiz

$$\lim_{k\to\infty} x^{(k+1)} = \beta + \alpha \lim_{k\to\infty} x^{(k)}$$

Yoki $\bar{X} = \beta + \alpha \cdot \bar{X}$

Ya`ni chegaraviy vektor $\bar{\mathbf{x}}$ ni sistema (2.37)ning echimi xisoblanadi.

Misol.

$$3 * X = 6$$
$$(2+3) * X = 6 \qquad 2 * X = 6 - X$$
$$X = 3 - 0{,}5 * X$$
$$X^{(0)} = 3$$
$$X^{(1)} = 3 - 0{,}5 * 3 = 3 - 15 = 1{,}5$$
$$X^{(2)} = 3 - 0{,}5 * 15 = 3 - 0{,}75 = 2{,}25$$
$$X^{(3)} = 3 - 0{,}5 * 2{,}25 = 3 - 1125 = 1875$$
$$X^{(4)} = 2063$$

Agar $\left|X^{(\kappa)}\right| \leq \xi$ bo'lsa, bu erda ξ berilgan aniqlik biz etarli aniqlikda sistemaning echimini hisoblagan bo'lamiz.

Umumiy xolda barcha (2.38) ko'rinishidagi va $X^{(0)}, X^{(1)}, \ldots, X^{(\kappa)},$ echimlar asosida qurilgan sistema ham chegaraga yoki echimga ega bo'la olmaydi.

Misol, agar $X = 6 - 2 * X$ ko'rinishidagi tenglama berilgan bo'lsa uning uchun ketma – ketliklarni ko'rishga xarakat qilamiz.

$$X^{(1)} = 6 - 2 * 6 = (-12), \quad X^{(2)} = 6 - 2*(-12) = 18,$$
$$X^{(4)} = 6 - 2*(-30) = 66, \quad X^{(5)} = 6 - 2*66 = -126,$$
$$X^{(3)} = 6 - 2*18 = -30,$$
$$X^{(6)} = 6 - 2*(-126) = 246,$$

Ko'rib turibmizki ketma-ketlik uzoqlashadi, ya`ni chegaraga bormaydi, lekin berilgan tenglama echimga ega.

Iterasiyaning yaqinlashish sharti. Berilgan sistemalarni hisoblamasdan iterasiya yo'li bilan echimga bora olish yoki olmaslikni jarayonni yaqinlashish shartidan foydalanib quyidagi ko'rinishda baholaymiz.

Teorema. Agar (2.37) sistemada quyidagi shartlardan birortasi bajarilsa

$$1) \ \sum_i \left|\alpha_{ij}\right| < 1 (i = 1, \ldots n) \quad (2.33)$$

$$\text{yoki} \ \sum_j \left|\alpha_{ij}\right| < 1 (i = 1, \ldots n) \quad (2.34)$$

U xolda (2.38) jarayon birgina shu sistemaning echimiga boshlang'ich shartidan kat`iy nazar yaqinlashadi.

Xulosa. Berilgan sistema iterasiya usulida echimga yaqinlashadi, agar quyidagi shart bajarilsa

$$\left|\alpha_{ij}\right| > \sum_j \left|\alpha_{ij}\right| \quad (I = 1, \ldots, n)$$

$$\left|\alpha_{ij}\right| > \sum_j \left|\alpha_{ij}\right| \quad (J = 1, \ldots, n)$$

yoki diagonal koeffisienti moduli sistemaning tenglamalarini noma`lumlarini boshqa koeffisientlarining yig’indisini modulidan katta bo’lsa.

Misol. Berilgan sistemani eching (yakinlashtiring)

$$\begin{cases} 4X_1+6X_2-8X_3+4X_4=6 & (A) \\ 2X_1-4X_2-10X_3+2X_4=4 & (B) \\ 10X_1-6X_2+2X_3-8X_4=2 & (C) \\ 20X_1+4X_2-2X_3+4X_4-8 & (D) \end{cases}$$

Iterasiya usulini qo’llash uchun qulay ko’rinishga olib kelamiz va yaqinlashish shartini ta`minlaymiz.

(D) tenglamani birinchi qilib yozamiz. (B) tenglamani uchinchi qilib yozamiz. (A) tenglamadan (B) tenglamani ayiramiz va natijani ikkinchi tenglama qilib yozamiz. (A) tenglamadan (B) tenglamani ayirib , o’nga (C) tenglamani qo’shib va uni 2 ga ko’paytirib va (D) tenglamani ayiramiz, ya`ni (A) – (B) + 2M(C) – (D) xosil bo’lgan natijani to’rtinchi qilib yozamiz.

Shunday qilib quyidagiga ega bo’lamiz:

$$\begin{cases} 20X_1+4X_2-2X_3+4X_4=-8 \\ 2X_1+10X_2-2X_3+0X_4=2 \\ 2X_1-4X_2-10X_3+2X_4=4 \\ 2X_1-6X_2+8X_3-20X_4=-14 \end{cases}$$

Ushbu sistema uchun iterasiya jarayonini yaqinlashishi bajarilgan .

Zeydal usuli. Iterasiya usulining modifikasiyasi qilib Z e y d e l (tezlashtirilgan iterasiya usuli) metodini qurish mumkin. Bu usulning g’oyasi (k+1) yaqinlashishdagi noma`lumlar $X_i^{(k+1)}$ ni hisoblayotganda shunga qadar k yaqinlashishda qiymati aniqlangan $X_1^{(k)}$, $X_2^{(k)}, ...,$ $X_{i-j}^{(k)}$, noma`lumlarning miqdoridan foydalaniladi.

Berilgan sistema X = β – α×X uchun (k+1) qadamdagi noma`lumlarning qiymatlari quyidagi formuladan aniqlanadi.

$$\left.\begin{array}{l}
X_1^{(k+1)} = \beta_1 - [\alpha_{11}\chi_1^{(k)} + \alpha_{12}\chi_2^{(k)} + \ldots + \alpha_{1i}\chi_i^{(k)} + \alpha_{1n}\chi_n^{(k)}] \\
X_2^{(k+1)} = \beta_2 - [\alpha_{21}\chi_1^{(k)} + \alpha_{22}\chi_2^{(k)} + \ldots + \alpha_{2i}\chi_i^{(k)} + \alpha_{2n}\chi_n^{(k)}] \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X_i^{(k+1)} = \beta_i - [\alpha_{1i}\chi_i^{(k)} + \alpha_{2i}\chi_2^{(k)} + \ldots + \alpha_{ij}\chi_i^{(k)} + \alpha_{in}\chi_n^{(k)}] \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
X_n^{(k+1)} = \beta_n - [\alpha_{n1}\chi_1^{(k)} + \alpha_{n2}\chi_2^{(k)} + \ldots + \alpha_{ni}\chi_i^{(k)} + \alpha_{nn}\chi_n^{(k)}]
\end{array}\right\} \qquad (2.39)$$

Yuqorida aytilgan yakinlashish shartlari Zeydel usuli uchun xam uzgarmaydi.

Nazorat savollari.

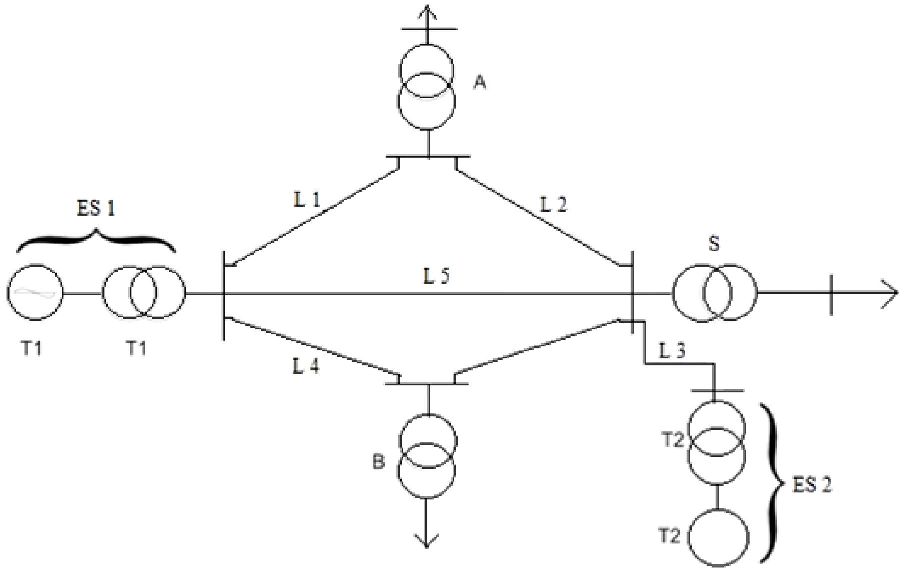
1. Qanday sharoitda iterasiya usulidan foydalanish qulay?
2. Sistemani echish uchun boshlang’ich yoki nol qiymatlarini qanday qabul qilamiz?
3. Sistemaning echimi formulasi qanday?
4. Yaqinlashish sharti nimadan iborat?
5. Zeydel usulining g’oyasi.?

2.9 Graflar nazariyasini elektr ta`minoti sistemalarini holat tenglamalarini echishda qo’llanilishi

Elektr ta`minoti sistemalarining almashtirish sxemalari. Elektr sistemalarini turg’un rejimlarini hisoblashda mos ravishda almashtirish sxemalari tuziladi. Bu almashtirish sxemalari real sistemning har bir aloxida elementlarini almashtirish sxemalari va ulanishlariga mos keladi. 2.8-rasmda elektr sistemasinining prinsipial sxemasi keltirilga.

Sistema o’zaro bir-birlari bilan bir nominal kuchlanishli oltita (L1-L6) elektr uzatish liniyasi orqali ulangan ikki elektrostansiya (ES1, ES2) va uch pasaytiruvchi podstansiyadan iborat.

Elektr sistemalarining turg’un holat tenglamalarini tuzishda sistemaning aloxida elementlari elektr zanjirining elementlari tok yoki kuchlanish manbasi va qarshiliklar ko’rinishida tasvirlanadilar.Elektr energiyasining manbalari quyidagicha tasvirlanadi:



2.8-rasm Elektr sistemasinining prinsipial sxemasi

Generatorlar, transformatorlar va elektr uzatish liniyalari almashtirish sxemalarida qarshilik ko’rinishida tasvirlanadi. Ba`zi xollarda transformatorlarning almashtirish sxemalari mos manbalar yoki yuklamalar bilan umumlashtirilishi xam mumkin.

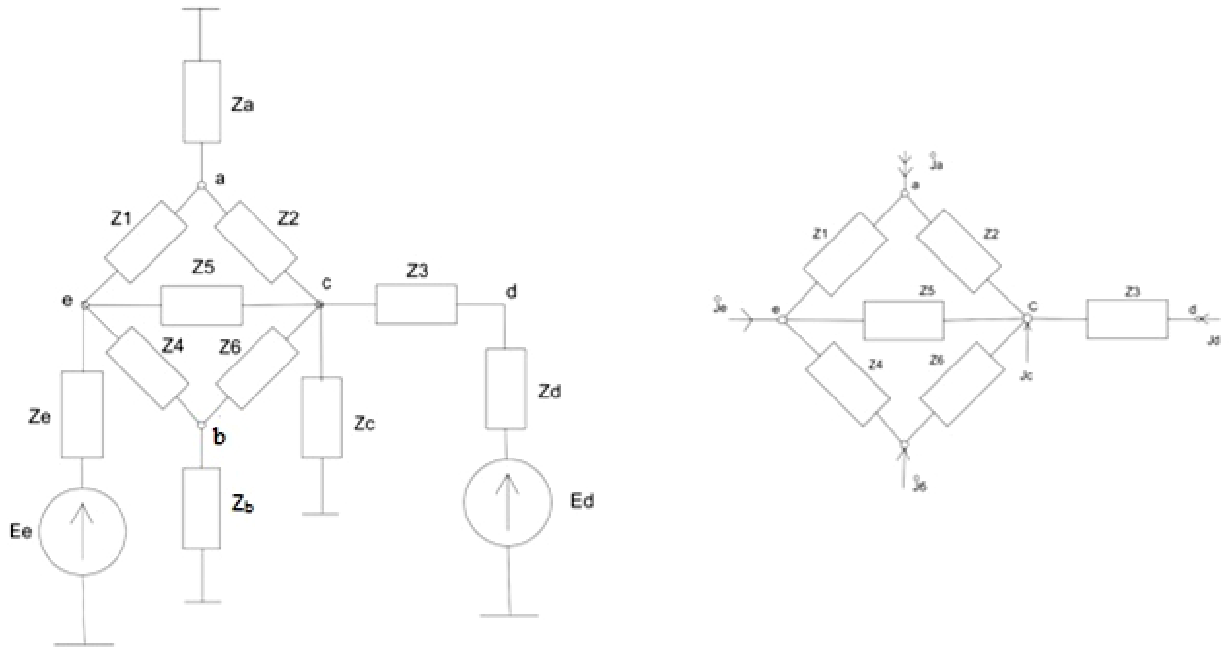
2.9-(a) va (b) rasmlarda berilgan elektr sistemasining almashtirish sxemalarining variantlari ko’rsatilgan:

Shunday qilib, turg’un rejimlarini xisoblash uchun ishlatiluvch elektr ta`minot sistemalarining almashtirish sxemalari ko’rinishi bo’yicha elektr zanjirini ifodalaydi. Bu bildiradiki, elektr sistemalarining almashtirish sxemalariga elektr zanjirlarini xarakterlovchi tarmoq, tugun va kontur kabi tushunchalar qo’llanilishi mumkin.

Tarmoq deb zanjirning e.yu.k. va qarshiliklar ketma-ket ulanishidan xosil bo’lagiga aytiladi.

Tugun – ikki yoki undan ko’p tarmoqlarning ulanish nuqtasi.

Kontur – zanjirning shunday bir necha tarmoqlarning ketma-ket ulanishida xosil bo’lgan bo’lagiki bunda konturning birinchi tarmog’ining boshlanishi konturga kiruvchi oxirgi tarmoqning oxiri bilan bir tugunda ulangan bo’ladi



2.9-rasm, (a)- elektr stansiya generatorlari kuchlanish manbasi ko’rinishida, nimstansiya transformatorlari karshilik ko’rinishida tasvirlangan:

Elektr ta`minoti sistemalarning almashtirish sxemalaridagi qarshilik turg’un rejimlarini xisoblayoganda odatda o’zgarmas deb qabul qilinadi, ya`ni tok kuchlanishning miqdoriga bog’lik emas deb hisoblanadi. Bunda elektr sistemasini almashtirish sxemasi chiziqli elektr zanjirini ifodalaydi. Shuning uchun elektr ta`minoti sistemasining turg’un holat rejimining matematik ifodasi chiziqli elektr zanjirining holat tenglamasi deyiladi.

**Elektr ta`minoti sistemalarining holat tenglamalari.** Elektr ta`minoti sistemalarining almashtirish sxemalarining tuzilish graf ko’rinishida ifodalash mumkin. Graf ko’plab uch (tugun) va kirra (tarmoqlar) iborat bo’lib, kirralar ma`lum bir (yoki barcha) uchlar juftligini ulagan bo’lishi mumkin .

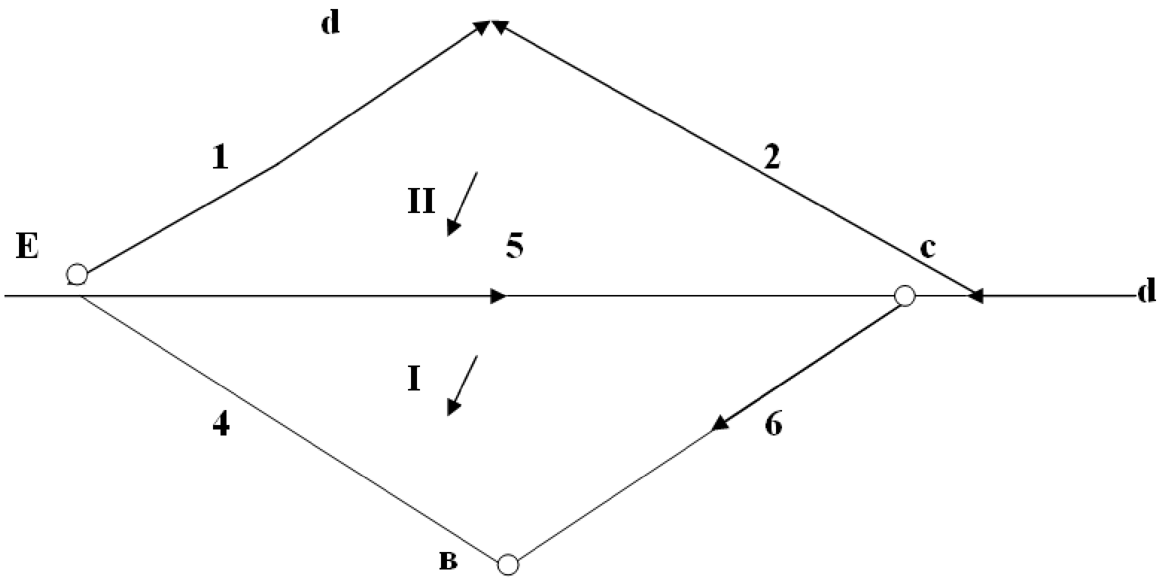
Grafning ixtiyoriy qismiga nimgraf deyiladi. Ikki ixtiyoriy uchni ulab qirralar turkumiga nimgraf deyiladi va u graf yo’lini belgilaydi.

Agar graf yo’lining boshlanhich va oxirgi uchlari mos kelsa bu graf yopiq va tashkil qilgan deyiladi.

Agar grafda shunday yo’l topish mumkin bo’lsaki u grafning ixtiyoriy ikki uchini bog’lasa u graf bog’langan graf deyiladi, aks xolda bog’lanmagan deyiladi. Agar graf qirrasi ma`lum bir belgilangan yo’nalishga ega bo’lsa bu graf yo’naltirilgan deyiladi. Elektr ta`minoti sistemasining almashtirish sxemasi odatda bog’langan graf tugunlarga (uchlarga) tarmoqlardan (kirralardan) iborat bo’ladi Tarmoqlarni xar birini ifodalovchi barcha kattaliklar (toqlar, E.Yu.K., kuchlanishlar tushuvlari) ma`lum yo’nalishiga ega bo’ladilar (usiz berilgan sxemaning rejimi hisoblanilmaydi).

2.10-rasmda berilgan sxema uchun bog’langan yo’naltirilgan grafni chizish mumkin.

Bu erda tarmoqlarning yo’nalishi ko’rsatilgan, tarmoq va tugunlarninglari ko’rsatilgan. Sxemalarini graf ko’rinishida ifodalaganda qarshilik va e.yu.k. maxsus belgilanishlariga extiej yo’q.



2.10 rasm - Bog’langan yo’naltirilgan graf

Yo’naltirilgan grafni analitik ifodasi.

Yo'naltirilgan grafni analitik ifodalash uchun ikki matrisani hisoblash mumkin:

- tarmoqlarni tugunlarda ulanishlar matrisasi (birinchi insedensiya (ulanishlar) matrisasi M);

- tarmoqlarni mustaqil konturlarda ulanishlar matrisasi (ikkinchi insedensiya (ulanishlar) matrisasi N).

a) Tarmoqlarni tugunlarda ulanishlar matrisasi M- bu to'g'ri burchakli matrisa bo'lib, uning qatorlar soni grafning uchlari soniga, ustunlar soni esa qirralar soniga teng.

Matrisani quyidagicha ifodalaymiz:

$M_\Sigma = (m_{ij})$; i=1,   =1,…,n.

Matrisa M_Σ ning elementlari quyidagi uchtadan bitta qiymatni qabul kiladi:

m_{ij} =+1 agar tugun i tarmoq j ning boshlangich uchi bo'lsa;

m_{ij} =-1 agar tugun i tarmoq j ning oxirgi uchi bo'lsa;

m_{ij} =0 agar tugun i tarmoq j ning uchi bo'lmasa.

M_Σ matrisaning har bir qatori tarmoqlar qaysi mos uchlar bilan ulanganligini ko'rsatadi, har bir ustuni esa qaysi tugunlar ko'rilayotgan tarmoqning uchlari ekanini ko'rsatadi.

Agar matrisa M_Σ da shunday bir tugunga mos qator belgilansa va balanslovchi deb qabul qilinsa (bu qator matrisaning eng oxirgi qatori bo'lishi kerak) u xolda bu shart quyidagicha yoziladi:

$$[m_t * 1] * \begin{bmatrix} M \\ M_б \end{bmatrix} = 0 \qquad m_t = [1111 \ldots 1] \tag{2.40}$$

Xosil bo'lgan M matrisa balanslovchi tugunsiz ulanishlari matrisasi bo'ladi

2.10-rasmda ko'rsatilgan yo'naltirilgan graf uchun M_Σ matrisa quyidagicha:

$$M_\Sigma = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \left. \begin{matrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{matrix} \right\}$$

$$\underbrace{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6}_{TARMOQLAR}$$

Tugunni balansovchi deb qabul qilib M_Σ matrisadan oxirgi qatorni olib tashlab M matrisani xosil qilamiz.

$$M_\Sigma = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

b) Tarmoqlarni mustaqil konturlarda ulanishlar matrisasi to’g’ri burchakli matrisa bo’lib, uning qatorlar soni mustaqil konturlar soniga (K) ustunlar soni esa tarmoqlar soniga teng.

Matrisa quyidagicha belgilanadi:

$N=(n_{ij})$; $i=1,\dots,K$; $J=1,\dots,n$

N matrisaning elementlari quyidagicha aniqlanadi:

$n_{ij}=+1$ agar tarmoq j kontur i ga kirsa va ularni yo’nalishlari bir xil bo’lsa;

$n_{ij}=-1$ agar tarmoq j kontur i ga kirsa va ularni yo’nalishlari bir xil bo’lsa;

$n_{ij}=0$ agar tarmoq j kontur i ga kirmasa

N matrisaning har bir qatori mustaqil konturga qaysi tarmoqlar kiradi ular kontur yo’nalishga nisbatan qanday yo’nalganligini ko’rsatadi, xar bir ustun esa ushbu tarmoq qanday mustaqil konturlarga kiradi va uning yo’nalishi konturlar yo’nalishi bilan mos kelish kelmasligini ko’rsatadi.

2.10-rasmda keltirilgan yo'naltirilgan graf uchun N matrisasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$N = \left.\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\begin{matrix} I \\ II \end{matrix}\right\} \quad \text{mustaqil konturlar}$$

$$\underbrace{1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 6}_{TARMOQLAR}$$

M va N matrisalar elektr zanjirini holat tenglamasini matrisa ko'rinishda yozish imkonini beradi. Kirgof 1 konunini bog'liq bo'lmagan tenglamalar sistemasini M matrisasi yordamida quyidagicha yozish mumkin:

MI=Y

bu erda : I= (I*i*) *i*=1,…,m tarmoqlardagi toklar ustuni,

Y=(Y*i*) *i*=1,…,m-1 tugunlarga beriluvchi toqlar ustuni.

Kirxgof 2 konunini bog'liq bo'lmagan tenglamalar sistemasi N matrisasi yordamida quyidagicha yozish mumkin:

N×Ut=0,

bu erda: Ut=(Uti), i=1,…m sxema tarmoqlaridagi kuchlanishlar tushuvi ustuni.

Kirxgof 2 konuni tenglamalariga tarmoqlardagi toqlarni kiritish uchun Om qonunidan foydalanamiz.

Ixtiyoriy ko'rinishdagi m o'zaro induktivligi bo'lmagan tarmoqlardan iborat simmetrik rejimda ishlayotgan elektr sistemasi uchun qonunlarni ifodalovchi matrisa tenglamasi quyidagicha yoziladi:

Ut=ZtI-E,

bu erda Zt=diag(Zti), i=1,…m-tarmoqlar qarshiliklari diagonal matrisasi;

i=1,…, m – tarmoqlar e.yu.k. ustuni.

N×(Zt×I-E)=0

yoki

N×ZtI=Ek

bu erda Ek=N×E - kontur e.yu.k.lari ustuni

Kontur e.yu.k.lari ustuni aloxida mustaqil konturga kiruvchi tarmoqlar e.yu.k.lari algebraik yig'indasidan iborat bo'ladi

Kirxgofning 1 va shakl o'zgartirilgan 2 konunlarini tenglamalari asosida elektr zanjirining umumlashgan holat tenglamasini xosil qilamizki bunda u elektr sistemasining elementlari ulanishlari va kattaliklarini o'z ichiga olgan bo'ladi:

$$\left.\begin{array}{c} MIY \\ N * Zt * I = E_{к} \end{array}\right\}$$

Barcha tenglamalar asosida elektr ta`minoti sistemasining umumlashgan holat tenglamasini quyidagicha xosil qilamiz.

A×I=F

Bunda A va F umumiy matrisaning bloklari deyiladi:

$$A = \begin{bmatrix} M \\ NZm \end{bmatrix}; \qquad F = \begin{bmatrix} Y \\ Ek \end{bmatrix}$$

bu erda A matrisasi kvadrat matrisasi bo'lib odatda maxsus emas matrisadir, shuning uchun xosil qilingan holat tenglamasini tarmoq toqlariga nisbatan echish mumkin.

Elektr ta`minoti sistemasini kontur tenglamasi

Berilgan elektr ta`minoti sistemasining umumiy holat tenglamasini tuzamiz.

$$E_k = NE = \begin{bmatrix} 10 \quad\quad 0 \\ 000-111 \end{bmatrix} x \begin{bmatrix} E1 \\ E2 \\ E3 \\ E4 \\ E5 \\ E6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E1 - E2 - E3 \\ -E4 + E5 - E6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ek \\ Ek \end{bmatrix}$$

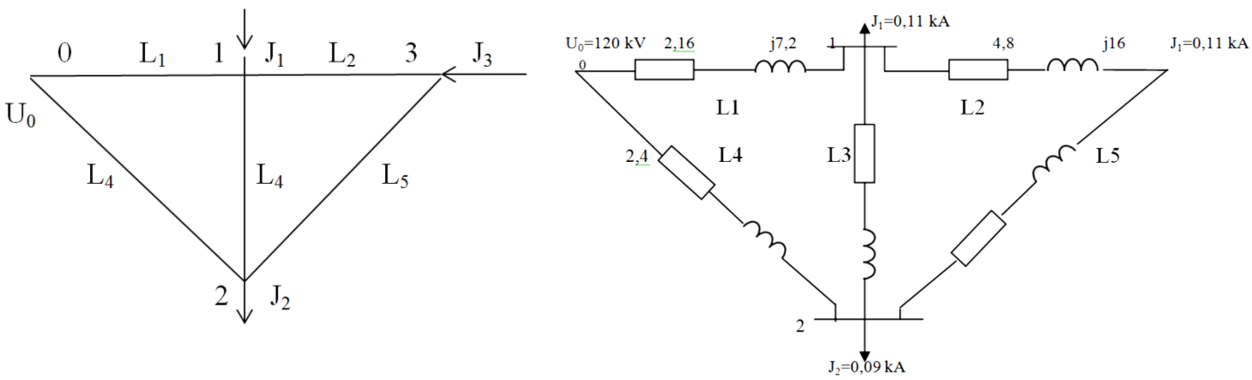
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ Z1 & -Z2 & 0 & 0 & -Z5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -Z4 & Z5 & Z6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \\ I4 \\ I5 \\ I6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ya \\ Y\text{в} \\ Yc \\ Yd \\ Ek1 \\ Ek2 \end{bmatrix}$$

Bu erda shtrix chiziqlar bilan A va Z matrisalarning bloklari ko’rsatilga Xosil qilingan umumiy matrisa ko’rinishidagi tenglama elektr sistemasini kontur tenglamalari deyiladi.

Elektr ta`minoti sistemalarning tugun tenglamalarini tuzish bilan quyidagi misol yordamida tanishamiz.

Berilgan quyidagi elektr ta`minotini sxemasi sistema va rejim parametrlari 2.11-rasmda ko’rsatilgan:

Misol.



a) **b)**

2.11-Rasm. Elektr ta`minotini sxemasi sistema va rejim parametrlari

U_o=120kV; L_1=18 km.

I_1=110A L_2=40 km

I_2=90A L_3=15 km

I_3=100A L_4=20km

r_0=0,12 Om/km L_5=10km

x_0=0,4 Om/km

Echish:

$$\begin{cases} \dfrac{(U_1 - U_0)}{Z_{01}} + \dfrac{(U_1 - U_3)}{Z_{13}} + \dfrac{(U_1 - U_2)}{Z_{12}} = -I1 \\ \dfrac{(U_2 - U_0)}{Z_{01}} + \dfrac{(U_2 - U_1)}{Z_{12}} + \dfrac{(U_2 - U_3)}{Z_{23}} = -I2 \\ \dfrac{(U_3 - U_1)}{Z_{13}} + \dfrac{(U_3 - U_2)}{Z_{23}} = I3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \left(\dfrac{1}{2.16 + j7.2} + \dfrac{1}{4.8 + j16} + \dfrac{1}{1.8 + j6}\right)U_1 - \dfrac{1}{1.8 + j6}U_2 - \dfrac{1}{4.8 + j16}U_3 = \dfrac{1}{2.16 + j7.2}120 - 0.11 \\ -\dfrac{1}{1.8 + j6}U_1 + \left(\dfrac{1}{2.4 + j8} + \dfrac{1}{1.8 + j6} + \dfrac{1}{1.2 + j4}\right)U_2 - \dfrac{1}{1.2 + j4}U_3 = \dfrac{1}{2.4 + j8}120 - 0.09 \\ -\dfrac{1}{4.8 + j16}U_1 - \dfrac{1}{1.2 + j4}U_2 + \left(\dfrac{1}{4.8 + j16} + \dfrac{1}{1.2 + j4}\right)U_3 = 0.1 \end{cases}$$

Nazorat savollari:

1. Elektr energiyasining manbalari qanday tasvirlanadi?
2. Tarmoq, tugun va kontur tushunchalariga ta`rif bering?
3. ETS almashtirish sxemalarining tuzilishi qanday ko’rinishda ifodalash mumkin?
4. M_{Σ} va N matrisalar qanday matrislar?
5. Elektr ta`minoti sistemasining umumlashgan holat tenglamasini formulasini keltiring?
6. ETS kontur va tugun tenglamasini tuzish qanday amalga oshiriladi?

III – BOB
ELEKTR ENERGIYANING OPTIMALLASH REJIM VA PARAMETRLARINI QULAYLASHTIRISH USULLARI

3.1 Elektr ta`minoti sistemalarnning turg'un holatlarnni nochiziqli tenglamalar echish usullari

Nochiziqli tenglamalar xossalari. Quyidagi ko'rinishdagi tenglamaga nochiziqli (algebraik) tenglama deyiladi:

$$A_0\Pi^n + A_1\Pi^{n-1} + ... + A_{n-1}\Pi + A_n = 0$$

bu erda $A_0, A_1, ..., A_{n-1}, A_n$ - berilgan haqiqiy yoki kompleks son (tenglama koeffisentlari)

$n = \{F, U, S, ...\}$ - aniqlanayotgan noma`lum (elektr ta`minoti sistemasini parametrlari)

Berilgan tenglamaning chap qismidagi ifoda ko'pxad deyiladi. Agar *f(a)=0,* bo'lsa songga funksiya *f(n)*ning echimi deyiladi. Berilgan nochiziqli tenglama koeffisentlari xoxlagan xaqiqiy yoki kompleks son xususiy xollarda esa nolga teng bo'lish mumkin. n – ko'pxadning darajasi deyiladi.

***Gauss teoremasi*.** *n* – darajali ko'pxad aniq n xaqiqiy yoki kompleks echimga (ildizga) ega.

Ko'phadlarni bo'linishi. Agar quyida berilgan ko'pxadning darajasi *n*

$$P(\Pi) = A_0\Pi^n + A_1\Pi^{n-1} + ... + A_n$$

quyida berilgan ko'pxadning darajasi m dan katta yoki teng bo'lsa

$$Q(\Pi) = B_0\Pi^m + B\Pi^{m-1} + ... + B_m$$

U xolda *P(P)* ni (umumiy xolda qoldiq bilan) *Q(P)* ga bo'lish mumkin. Natijada quyidagi ifoda xosil bo'ladi:

$$P(П) = Q(П)q(П) + r(П)$$

bu erda *q(P)* va *r(P)* ko'pxadlar bo'lib, mos xolda xususiy va qoldiq deyilib xususiyning darajasi n-m ga teng qoldiqning darajasi esa m dan kichik.

Ko'pxadlarni bo'lish (yaxlit bo'lish) Agar ko'pxadni ko'pxadga bo'lganda *r(P)=0* bo'lsa, u xolda ko'pxad *R(P)* ko'pxad *R(P)*ga qoldiqsiz bo'linadi, butun bo'linadi yoki bo'linadi deyiladi. Bu xolda bo'linuvchi ko'pxad *R(P)* ning xar bir echimi bo'linuvchi ko'pxad R(P)ning echimi xam xisoblanadi. Maxsus o'rinli ko'pxadni chiziqli ikkixad P-a ga bo'lish egallaydi. Bunday bo'linishdan xosil bo'lgan qoldiq birinchi tartibga ega bo'lib ma`lum bir son V ni ifodalaydi.

$$P(П) = (П - a)Q(П) + B$$

Agar a=b bo'lsa, Bezu teoramasiga asosan quyidagiga ega bo'lamiz.

$$P(a) = B$$

***Bezu teoremasi*.** Ko'pxad *R(P)* ni ikkixad *P-a* ga bo'lishdan qoldiq berilgan ko'pxadning *P=a* dagi qiymatiga teng. Xususiy xolda agar *a* soni ko'pxad *R(P)* ning echimi bo'lsa, u xolda qoldiq nolga teng bo'ladi, ko'pxad *R(P)* ikkixad *P-a* ga bo'linadi

G. Algebraik tenglamaning darajasini pasaytirish

Qabul qilamizki, *R(P)* ko'pxadni echishda *P=a* ildizni topish imkoniga ega bo'ldik.U xolda ko'pxad *R(P)* ikki xad *P-a* ga qoldiqsiz bo'linadi:

$$P(П) = (П - a)Q(П)$$

Qolgan ildizlar ko'pxad *R(P)* ning ildizlari hisoblanadi. Shunday qilib masala ko'pxad *Q(P)* ni ildizlarini topishga aylandi:

$$Q(П) = 0$$

Qo'pxad *Q(P)* ning darajasi berilgan *R(P)* ko'pxadning darajasidan bittaga kichik.

Xulosa qilib aytganda, algebrik tenglamalarning bitta ildizi tenglamaning darajasini bittaga kamaytirish imkoniyatini beradi.

Ko'pxadda argumentni almashtirish. Algebrik tenglamalarni echish mobaynida ko'pchilik xollarda noma`lumni almashtirishga to'g'ri keladi:

$$\Pi = R + a$$

Ko'pxadda *R(P)* noma`lum o'rniga uning yangi qiymatini qo'yib quyidagiga ega bo'lamiz:

$$P(R+a) = A_0(R+a)^n + A_1(R+a)^{n-1} + \ldots + A_{n-1}(R+a) + A_n$$

Qavslarni ochib, mos elementlarini birlashtirgandan so'ng quyidagi ifodani xosil qilamiz:

$$P(R+a) = B_0R^n + B_1R^{n-1} + \ldots + B_{n-1}R + B_n$$

Bu erda $B_0, B_1, B_2, \ldots, B_n$ - ba`zi yangi sonli koeffisentlar.

Ketma-ket bo'lish jarayoni Berilgan *P* argumentli ko'pxadda *P* ni *R=P–a* bilan almashtirib quyidagini xosil qilamiz:

$$P(\Pi) = B_0(\Pi - a)^n + B_1(\Pi - a)^{n-1} + \ldots + B_{n-1}(\Pi - a) + B_n$$

P–a ni qavsdan chiqarib oxirgidan boshqa elementlarni guruxlab quyidagini xosil qilamiz:

$$P(\Pi) = [B_0(\Pi - a)^{n-1} + B_1(\Pi - a)^{n-2} + \ldots + B_{n-1}](\Pi - a) + B_n$$

Shunday qilib *bp* element *R(P)* ni *P–a* ga bo'lishdan qoldiq xisoblanadi, kvadrat qavsning ichidagi ifoda xususiyga teng va uni birinchi xususiy deymiz:

$$q_1(\Pi) = B_0(\Pi - a)^{n-1} + B_1(\Pi - a)^{n-2} + \ldots + B_{n-1}$$

Yana oxirgidan tashqari elementlarni guruxlab va *P–a* ni qavsdan chiqarib quyidagini xosil qilamiz:

$$q_1(\Pi) = [B_0(\Pi - a)^{n-2} + B_1(\Pi - a)^{n-3} + ... + B_{n-2}](\Pi - a) + B_{n-1}$$

Shunday qilib *bp–1* elementning birinchi xususiy $Q_1(P)$ni *P–a* ga bo'lishdan xosil bo'lgan xususiy yoki ikkinchi xususiy deyiladi:

$$q_2(\Pi) = B_0(\Pi - a)^{n-2} + B_1(\Pi - a)^{n-3} + ... + B_{n-2}$$

Amallar ko'rsatadiki barcha tanishilgan xisoblar berilgan *R(P)* ko'pxadi ikkixad *P–a* ga bo'lishi ko'rsatadi.

Xosilani xisoblash. Berilgan ko'pxad *R(P)* ni daraja *P–a* bo'yicha Teylor qatoriga echamiz (tarqatamiz).. Xisobga olamizki *p+1* dan boshlab barcha ko'pxad xosilalari nolga teng:

$$P(\Pi) = P(a) + P(a)(\Pi - a) + \frac{1}{2!}P^n(a)(\Pi - a)^2 + ... + \frac{1}{n!}P^n(a)(\Pi - a)^n$$

R(P) ni *P–a* ga solishtirib ko'rib quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$P(a) = b_n; P'(a) = b_{n-1}; P''(a) = 2b_{n-2}; P^k(a) = k!b_{n-k}; P^n(a) = n!b_0$$

Yuqoridagi formulalar yordamida xosilaning qiymatlari xisoblanadi.

Viet formulasi yordamida ko'phadlarning ildizlarini taqriban hisoblash. Ushbu usul ko'pxadning eng katta va eng kichik ildizlarini oson topish imkoniyatini beradi. Boshqa usullardan ushbu usulning afzalligi shundaki, bunda kam sonli xisoblashlar bilan xisoblar natijasiga erishiladi, kamchiligi esa xisoblash aniqligi kichik. Viet fomulasi *R(P)* ko'pxadni ildizlari $n_1, n_2, ..., n_n$ ko'pxadni koeffisientlari $A_0, A_1, A_2, ..., A_n$ bilan bog'laydi:

$$\begin{cases} -\dfrac{A_1}{A_0} = \Pi_1 + \Pi_2 + \ldots + \Pi_n \\ \dfrac{A_2}{A_0} = \Pi_1\Pi_2 + \Pi_3\Pi_4 + \ldots + \Pi_{n-1}\Pi_n \\ -\dfrac{A_3}{A_0} = \Pi_1\Pi_2\Pi_3 + \Pi_2\Pi_3\Pi_4 + \ldots + \Pi_{n-2}\Pi_{n-1}\Pi_n \\ ----------------------------- \\ (-1)^{n-1}\dfrac{A_{n-1}}{A_0} = \Pi_1\Pi_2\Pi_3\Pi_4\ldots\Pi_{n-1} + \Pi_1\Pi_2\Pi_3 + \ldots + \Pi_1\Pi_2\ldots\Pi_n \\ (-1)^n\dfrac{A_n}{A_0} = \Pi_1\Pi_2\ldots\Pi_n \end{cases}$$

Eng katta va eng kichik ildizlar quyidagicha xisoblanadi:

Eng katta ildizni xisoblash:

Agar $|n_1| \geq |n_2| \geq \ldots \geq |n_n|$ bo'lsa, ya`ni $|n_1|$ boshqa ildizlar modullaridan sezilarli katta bo'lsa Viet formulasiga asosan $n_2, n_3, \ldots, n_n$ elementlarni xisobga olmaslik mumkin. U xolda:

$$-\frac{A_1}{A_0} \approx \Pi_1$$

Shunday qilib eng katta ildiz quyidagi tenglamani qanoatlantiradi.

$$A_0\Pi + A_1 = 0$$

Agar birinchi ikki ildiz boshqa ildizlardan sezilarli katta bo'lsa, ya`ni $|n_1| \geq |n_2| \geq |n_3| \geq \ldots \geq |n_n|$ u xolda Vietning birinchi ikki formulasidan quyidagini xosil qilamiz:

$$-\frac{A_1}{A_0} = \Pi_1 + \Pi_2$$

$$\frac{A_2}{A_0} = \Pi_1\Pi_2$$

Shunday qilib, eng katta ikkita ildiz kuymdagi tenglamani kanoatlantiradi:

$$A_0 П^2 + A_1 П + A_2 = 0$$

Analogik tarzda modullarni eng katta ildiz taqriban quyidagi tenglamani qanoatlantiradi.:

$$A_0 П^3 + A_1 П^2 + A_2 П + A_3 = 0$$

Yuqorida tenglama ushbu Viet formulasidan kelib chiqadi:

$$-\frac{A_1}{A_0} \approx П_1 + П_2 + П_3; \frac{A_2}{A_0} \approx П_1 П_2 + П_1 П_3 + П_2 П_3; -\frac{A_3}{A_0} = П_1 П_2 П_3$$

Eng kichik ildizni xisoblash :

Berilgan ko'pxadda argument $\frac{A_1}{A_0} = П_1 \;\; R = \frac{1}{П}$ bilan almashtirib va eng katta ildizni topishdagi natijalarni qo'llaganlardan so'ng $R = \frac{1}{П}$ dan argument P ga o'tib quyidagi natijaga erishamiz:

Agar ildiz $|П_n|$ ni moduli berilgan R(P) ko'pxadni boshqa ildizlari modullaridan eng kichik bo'lsa, uning taqriban quyidagicha xisoblash mumkin:

$$A_{n-1} П + A_n = 0$$

Agar ildizlar $П_{n-1}$ va $П_n$ ni modullari boshqa ildizlar modullaridan sezilarli kichik bo'lsa $П_{n-1}$ va $П_n$ larni qiymatlari taqriban quyidagi formuladan aniklanadi:

$$A_{n-2} П^2 + A_{n-1} П + A_n = 0$$

Analogik xolda boshqa eng katta va eng kichik moduli ildizlar uchun xam Viet formulalarini qo'llash mumkin.

Misol:

Quyidagi ko'pxadni ildizlarini toping:

$$P(П) = П^4 + 39П^3 + 958П^2 - 1080П - 2000$$

Eng katta ildizni quyidagi tenglamadan topishga urinamiz:

$$P=39=0 \qquad P_1=-39$$

Lekin $P_1=-39$ ni berilgan ko'phadga qo'ysak $P_1=-39$ ildiz emasligiga amin bo'lamiz.

Ikkinchi tenglamalarni ko'ramiz:

$$\Pi^2+39\Pi+958=0$$

Tenglamani ildizlarini xisoblaymiz:

$$P_1=-19{,}5 + J24{,}04$$

$$P_2=-19{,}5 - J24{,}04$$

Ular berilgan ko'pxadni qanoatlantiradi.

Eng kichik ildizini quyidagi tenglamadan topishga urinamiz:

$-1080P-2000=0$

Lekin $P_4=-1{,}85$ ni berilgan ko'pxadga ko'ysak $P_4=-1{,}85$ ildiz emasligiga amin bo'lamiz.

Ikkinchi tenglamani ko'ramiz.

$958P^2-1080P-2000=0$

Tenglamani ildizini xisoblaymiz.

$P_4=-0{,}99$; $P_3=2{,}12$

Ular berilgan ko'pxadni kanoatlantiradi.

Nazorat savolllari:

1. Qanday tenglama nochiziqli tenglama deyiladi?
2. Ko'phadga ta`rif bering?
3. Gauss teoremasi?
4. Qaysi shart bajarilganda ko'phad qoldiqsiz bo'linadi deyiladi?
5. Qanday qilib algebraik tenglamaning darajasini bittaga kamaytirish mumkin.?
6. Tenglamaning eng katta va eng kichik ildizlarini topish usuli ?

3.2 Elektr taminoti sistemalarining rejim va parametrlarini kulaylashtirish usullari.

Approksimasiya va interpolyasiya usullari. Elektr taminoti sistemalarining ishlashlarini kulay shartlarini qanoatlantirishning elektr energiyasini ishlab chiqish, o'zgartirish, uzatish va iste`mochilar xo'jaligidagi bajarilishi shart bo'lgan iktisodiy masalalarini o'z minimallashtirish bilan bog'liq. Elektr ta`minoti sistemasining minimallashtirish deyilganda elektr stansiyalari va iste`molchilari orasida aktiv va reaktiv kuvvatni qulay tarqalishini reaktiv quvvat manbaalaridan bo'lgan sinxron kompensator, boshqariluvchi reaktorlar va statik kondensator batareyalari ishlab chiqayotgan reaktiv quvvatni qulay tarqalishi tushuniladi.

Approksimasiya va interpolasiya usullarini elektr ta`minoti sistemasi xisoblarida ko'llanishi.

Elektr ta`minoti masalalarini ko'p variantligi texnik-iqtisodiy hisoblarini amalga oshirishni talab qiladiki bu hisoblar qabul qilingan texnik echimni iqtisodiy tasdiqlab beradi. Tanlov texnik-iqtisodiy ko'rsatgichlarni har tomonlama iqtisodiy tahlil asosida olib boriladi.

Elektr ta`minoti sistemalarining variant va parametrlarini tanlash ikki usulda amalga oshiriladi.

O'zini oqlash vaqti usuli:

$$Ток = \frac{К_л - К_б}{С_б - С_а}$$

K_l ,K_b - variantlarda kapital mablag' sarflari,

S_l ,S_b - yillik ishlatish sarfi xarajatlari

6, Keltirilgan kumulyativ(yig'indi) sarfi xarajatlari.

$$Z_i = E_n\text{-}K_n+Si$$

Elektr ta`minoti sistemasi soxasi loyixalanayotganda yoki ishlatilayotganda hisobchi ko'lda yoki EHM yordamida keltirilgan kommulyativ sarfi xarajatlari bilan elektr ta`minoti sistemasi parametri (liniyalar simlar ko’ndalang kesim yuzalari, kuchlanishlar, kuvvatlar va boshqalar) orasidagi bog’liqni hisoblaydilar. Bu bog’liqlik tablisa yoki grafik ko’rinishida tasvirlash mumkin.

Yillik kommulyativ sarf xarajatlar quyidagicha tasvirlanadi:

Z = f(P) = f(F, U, S…)

Bu erda P= *f(F, U, S…)* - qulaylashtirilayotgan parametrlar.

Interpolyasion polinomlarining turlari. Interpolyasiya nazariyasi asosida berilgan ko’pxad *P(P)* ma`lum nuktalarida berilgan funksiya *f(P)* bilan bir xil qiymatlar qabul qilinadi ya`ni shu nuqtalarida quyidagi farq nolga teng bo’ladi

P(P)- *f(P)=0*

Bu erda $P_1, P_2, P_{3,\ldots}\ P_n$ interpolyasiya tugunlari

Darajali interpolyasion polinom (ko’pxad) quyidagi ko’rinishga ega.

$$P(\Pi) = C_0\Pi^n + C_1\Pi^{n-1} + C_2\Pi^{n-2} + \ldots + C_n$$

$S_0, S_1, \ldots\ S_n$ –koeffisientlardan aniqlanadi.

Interpolyasion polinomlarining turlari. Isbot qilinganki barcha *f(P)* interpolyasion funksiyaga egadirlar. Interpolyasion polinomlar bir necha turlari mavjud: darajali, Lagranj va

N`yutonning interpolyasion polinomlari.

Langrajning interpolyasion polinomi. Elektr ta`minoti sistemalari xisoblari uchun ko’llaniluvchi Lagranjning interpolyasion polinomi quyidagi ko’rinishga ega:

$$P(\Pi) = \sum_{m=0}^{n} Y_m \frac{(\Pi - \Pi_0)\ldots(\Pi - \Pi_{m-1})(\Pi - \Pi_{m-n})\ldots(\Pi - \Pi_n)}{(\Pi_m - \Pi_0)\ldots(\Pi_m - \Pi_{m-1})(\Pi_m - \Pi_{m-1})\ldots(\Pi_m - \Pi_n)}$$

Agar funksiya *y*= *f(P)* tablisa ko’rinishida berilgan bo’lsa:

$P\ \ P_0\ P_1\ P_2 \ldots\ P_n$

$U\ \ U_0\ U_1\ U_2 \ldots\ U_n$

U xolda Lagranjning interpolyasion polinomi quyidagi ko’rinishga ega bo’ladi:

$$P(\varPi)=\frac{(\varPi-\varPi_1)...(\varPi-\varPi_n)}{(\varPi_0-\varPi_1)...(\varPi_0-\varPi_n)}Y_0+\frac{(\varPi-\varPi_0)(\varPi-\varPi_2)...(\varPi-\varPi_n)}{(\varPi_1-\varPi_0)(\varPi_1-\varPi_2)...(\varPi_1-\varPi_n)}Y_1+...+\frac{(\varPi-\varPi_0)...(\varPi-\varPi_{n-1})}{(\varPi_n-\varPi_0)...(\varPi_n-\varPi_{n-1})}Y_n$$

To’rt interpolyasiya tugunli funksiya uchun Lagranjning formulasi quyidagi ko’rinishga ega:

$$P(\varPi)=-\frac{1}{W}\left(D_1\varPi^3-D_2\varPi^2+D_3\varPi-D_4\right)$$

$$W=\begin{vmatrix}\varPi_0^3 & \varPi_0^2 & \varPi_0 & 1\\ \varPi_1^3 & \varPi_1^2 & \varPi_1 & 1\\ \varPi_2^3 & \varPi_2^2 & \varPi_2 & 1\\ \varPi_3^3 & \varPi_3^2 & \varPi_3 & 1\end{vmatrix}\ \text{- Vandermond Aniqlovchisi}$$

$$Д_1=\begin{vmatrix}\varPi_0^3 & \varPi_0 & 1 & У_0\\ \varPi_1^3 & \varPi_1 & 1 & У_1\\ \varPi_2^3 & \varPi_2 & 1 & У_2\\ \varPi_3^3 & \varPi_3 & 1 & У_3\end{vmatrix}\qquad Д_2=\begin{vmatrix}\varPi_0^3 & \varPi_0 & 1 & У_0\\ \varPi_1^3 & \varPi_1 & 1 & У_1\\ \varPi_2^3 & \varPi_2 & 1 & У_2\\ \varPi_3^3 & \varPi_3 & 1 & У_3\end{vmatrix}$$

$$Д_3=\begin{vmatrix}\varPi_0^3 & \varPi_0^2 & 1 & У_0\\ \varPi_1^3 & \varPi_1^2 & 1 & У_1\\ \varPi_2^3 & \varPi_2^2 & 1 & У_2\\ \varPi_3^3 & \varPi_3^2 & 1 & У_3\end{vmatrix}\qquad Д_4=\begin{vmatrix}\varPi_0^3 & \varPi_0^2 & 1 & У_0\\ \varPi_1^3 & \varPi_1^2 & 1 & У_1\\ \varPi_2^3 & \varPi_2^2 & 1 & У_2\\ \varPi_3^3 & \varPi_3^2 & 1 & У_3\end{vmatrix}$$

Qulay nuktani absissasi P_e ni topish uchun soddalashtirilgan formuladan xosila olib uni nolga tenglaymiz:

$$\varPi_Э=\frac{Д_2\pm\sqrt{Д_2^2-3Д_1Д_3}}{3Д_1}$$

N`yutonning interpolyasion polinomi N`yutonning interpolyasion formulasi quyidagicha:

a. Agar P_0 boshlangich nukta deb qabul kilinsa (h=*const*):

$$P(П) = y_0 + g\Delta y_0 + \frac{g(g-1)}{2!}\Delta^2 y_0 + ... + \frac{g(g-1)...(g-(n-1))}{n!}\Delta^n y_0$$

$$g = \frac{П - П_0}{h}; \quad \Delta y_0 = (y_0 - y_1); \quad \Delta^2 y_0 = \Delta y_1 - \Delta y_0 = (y_2 - y_1) - (y_1 - y_0);$$

$$\Delta^3 y_0 = \Delta^2 y_1 - \Delta^2 y_0 = (\Delta y_2 - \Delta y_1) - (\Delta y_1 - \Delta y_0);$$

$$\Delta^n y_0 = \Delta y^{n-1} - \Delta y^{n-1};$$

h – interpolyasiya qadami.

B. Agar P_n boshlangiya nukta deb qabul kilinsa: *(h=const)*

$$P(П) = y_n + g\Delta y_{n-1} + \frac{g(g+1)}{2!}\Delta^2 y_{n-2} + \frac{g(g+1)(g+2)}{3!}\Delta^3 y_{n-3} + ... + \frac{g(g+1)...(g+n-1)}{n!}\Delta^n y_0$$

V. Bir xil qadamda ega *f(P)* funksiya uchun

$$P(П) = y_0 + [П_0; П_1](П - П_0) + [П_0; П_2](П - П_0)(П - П_1) + [П_0; П_n](П - П_0)(П - П_1)...(П - П_{n-1});$$

$$[П_0; П_1] = \frac{y_1 y_0}{П_1 П_0}; [П_1; П_2] = \frac{y_2 - y_1}{П_2 - П_1}; ...; [П_i; П_{i+1}] = \frac{y_{i+1} - ???}{П_{i+1} - ????};$$

$$[П_0; П_2] = [П_0; П_1; П_2] = \frac{[П_1; П_2] - [П_0; П_1]}{П_2 - П_0};$$

$$[П_1; П_2; П_3] = \frac{[П_2; П_3] - [П_1; П_2]}{П_3 - П_1};$$

N`yuton interpolyasion formulasini Lagranj interpolyasion formulasidan afzal bo’lib yangi tugunlar qo’shilganda xisoblar qaytadan bajarilmaydi.

Nazorat savollari

1. ETS variant va parametrlarini tanlash nechta usulda amalga oshiriladi?
2. Darajali interpolyasion polinom qanday ko’rinishga ega bo’ladi?
3. Langrajning formulasini keltiring.?

4. N`yutonning rinterpolyasion formulasi qanday yoziladi, uning avzalligi nimadan iborat?

3.3. Eng kichik kvadratlar usuli

Eng kichik kvadratlar usuli. Interpolyasiya usullarini yordamida doimo ham tablisa ko'rinishida berilgan funksiyaga qulay yaqinlashilavermaydi.

Buni ikki xil sababi bor:

Birinchidan agar interpolyasiya tugunlari soni juda ko'p bo'lsai nterpolyasiya ko'pxadi juda murakkab bo'ladi,

Ikkinchidan tablisa holatida berilgan funksiya qiymatlari tasodifan biror xatoga ega bo'lsalar, bu xato interpolyasiya polinomida ham qatnashib ketadi.

Eng kichik kvadratlar usulini ko'p marotaba qo'llanilishidan shunday xulosaga kelishimiz mumkinki eng muximi bo'lib tajriba yoki xisoblashlar natijasida olingan ma`lumotlarni xisoblari tanlangan yoki berilgan almashtiruvchi tenglamaning turiga bog'liq. Shu bilan birga chegaralanamizki qachonki almashtiruvchi funksiya quyidagi ko'pxad ko'rinishida bo'ladi:

$$P(\Pi) = A_0 + A_1\Pi + A_2\Pi^2 + A_3\Pi^3 + \ldots + A_m\Pi^m$$

Masala shundan iborat bo'ladiki bunda A_0, A_1,... A_m koeffisientlarning shunday qiymatlarini topish kerakki, bu qiymatlarda imkon qadar F(P) funksiya grafigi berilgan nuqtalar $(P_{1,}Y_1)$; $(P_{2,}Y_2)$ …$(P_{n,}Y_n)$ ga yaqin masofa o'tsin.

h tugunlar soni P(P) funksiya darajasi m+1 dan sezilarli katta, shuning uchun barcha berilgan nuqtalardan funksiya P(P)ning grafigi o'tmaydi.

Agar berilgan nuqtalarning koordinatalarini funksiya P(P) tenglamasiga ko'ysak, quyidagi tenglamalar sistemasini xosil qilamiz:

$$A_0 + A_1\Pi_1 + A_2\Pi_1^2 + \ldots + A_m\Pi_1^m - y_1 = \delta_1$$

$$A_0 + A_1\Pi_2 + A_2\Pi_2^2 + \ldots + A_m\Pi_2^m - y_2 = \delta_2$$

- -

$$A_0 + A_1\Pi_n + A_2\Pi_n^2 + \ldots + A_m\Pi_n^m - y_n = \delta_n$$

bu erda $\delta_1, \delta_2, ..., \delta_n$ tuzatmalar

Eng kichik kvadratlarning prinsiplar Funksiya *f(P)* ning eng yaxshi qiymatlari tuzatmalar summasining eng kam qiymatiga mos keladi, ya`ni:

$$\sum_{i=1}^{n}\delta_i^2 = \sum_{i=1}^{n}(A_0 + A_1\Pi_1 + ... + A_n\Pi_i^m - y_i)^2 \to \min$$

Ko'p o'zgaruvchanli funksiyaning minimumini aniqlash sharti bo'lib, funksiyadan olingan xususiy xosilani nolga tenglash hisoblanadi:

$$2\sum_{i=1}^{n}(A_0 + A_1\Pi_i + ... + A_n\Pi_i^m - y_i) = 0$$
$$2\sum_{i=1}^{n}(A_0 + A_1\Pi_i + ... + A_n\Pi_i^m - y_i)\Pi_i = 0$$
$$-------------------------$$
$$2\sum_{i=1}^{n}(A_0 + A_1\Pi_i + ... + A_n\Pi_i^m - y_i)\Pi_i^m = 0$$

Natijada berilgan n tenglamali m+1 noma`lumli sistemaning o'rniga $A_0$, $A_1$,... $A_m$ larga nisbatan chiziqli va noma`lumlar soni tenglamalar soniga teng sistema xosil qilinadi:

$$A_0 n + A_1\sum_{i=1}^{n}\Pi_i + A_2\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^2 + ... + A_m\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^m = \sum_{i=1}^{n}Y_i$$
$$A_0\sum_{i=1}^{n}\Pi_i + A_1\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^2 + A_2\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^3 + ... + A_m\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^{m+1} = \sum_{i=1}^{n}\Pi_i Y_i$$
$$-------------------------------$$
$$A_0\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^m + A_1\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^{m+1} + A_2\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^{m+2} + ... + A_m\sum_{i=1}^{n}\Pi_i^{2m} = \sum_{i=1}^{n}\Pi_i^m Y_i$$

Yuqorida keltirilgan chiziqli tenglamalar sistemasini ma`lum teskari matrisa, Gauss va ketma-ket yaqinlashishi usullari bilan xisoblash mumkin.

Eng kichik kvadratlarning chiziqli va uvadrat interpolyasiyasi. Eng kichik kvadratlarning chiziqli va kvadrat interpolyasiyasi:

$$y = A_0 + A_1 P$$

ko'rinishidagi bog'liqliq, agar n ta berilgan nuqtalardan juda kichik farqlansa, tajribalar yoki xisoblar yordamida topilgan natijalar n=1 quyidagi tartibli chiziqli tenglamalar sistemasini echish natijasida xosil qilinadi. Bunda tenglamalar sistemasi A_0 va A_1 larga bog'liq ikki noma`lumli ikkinchi tartibli tenglamalar sistemasiga aylanadi.

$$A_0 n + A_1 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i = \sum_{i=1}^{n} Y_0$$

$$A_0 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \Pi_i Y_i$$

Yuqorida tenglamalar sistemasini echib A_0 va A_1 ni topiladi.

Interpolyasiyada m=2 masala ikkinchi tartibli

$$y = A_0 + A_1 \Pi + A_2 \Pi^2$$

Ushbu ko'pxad grafigi berilgan n nuktada eng kichik farqga ega bo'ladi Tenglamalar sistemasi m=2 da quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi

$$A_0 n + A_1 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i + A_2 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^2 = \sum_{i=1}^{n} Y_i$$
$$A_0 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i + A_1 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^2 + A_2 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^3 = \sum_{i=1}^{n} \Pi_i Y_i$$
$$A_0 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^2 + A_1 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^3 + A_2 \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^4 = \sum_{i=1}^{n} \Pi_i^2 Y_i$$

Yuqorida tenglamalar sistemasini echib A_0, $A_{1,}$ A_2 noma`lumlar topiladi.

Nazorat savollari:

1. Nima uchun berilgan funksiyaga qulay yaqinlashavermaydi?

2. Qanday shart bajarilganda ko'p o'zgargan funksiyaning minimumini aniqlash shart deyiladi?

3. Eng kichik kvadrat chiziqli va kvadrat interpolyasiya formulalar?

3.4. Funksiyalarni bir o'lchovli minimallash usullari

Funksiyalarni bir ulchovli minimallash usullari. Berilgan (a,v)interval uchun shunday P nuktani topish talab qilinadiki , unda berilgan funksiya o'zining eng kichik kiymatiga ega bo'ladi.

Funksiya f(P) interval [a¸v]nukta P×.

Agar funksiya f(P) kesimda faqat bitta minimal nuktaga ega bo'lsa u xolda funksiyaga unimodan funksiya deyiladi .

Funksiyalarni minimallashning bir necha usullari mavjud :

-vatar usuli ;

-Urinma (N`yuton) usuli;

-vatar va urinma usullarining kombinasiyasi;

-dixotamiya (ikkiga bo'lish) usuli;

-iterasiya (ketma–ket yakinlashish) usuli;

-N`yuton–Rafson usuli va boshqalar.

Biroq amalda bunday oddiy usullar yordamida echish mumkin bo'lmagan tenglamalar ko'plab uchraydi. Odatda ularni echish uchun iterasion, ya`ni ketma-ket yaqinlashish usullari qo'llaniladi. Iterasion usul yordamida tenglamaning ildizini topish algoritmi quyidagi ikki bosqichdan iborat:

ildizning taxminiy qiymatini yoki u yotgan kichik oraliqni aniqlash;
taxminiy ildizni berilgan darajagacha aniqlashtirish.

Ildizning taxminiy qiymati (boshlang'ich yaqinlashish) turli yo'llar yordamida aniqlanishi mumkin: fizik tasavvurlardan kelib chiqib; shunga o'xshash masalani boshqa dastlabki ma`lumotlar bilan grafik usullar yordamida echish orqali. Agar dastlabki yaqinlashishni ushbu yo'llar bilan topishning imkoni bo'lmasa, u holda $F(x)$ funksiya qiymatining ishoralari turlicha, ya`ni $F(a)\ F(b)<0$ bo'lgan, bir-biriga yaqin joylashgan ikkita a va b nuqtalar olinadi. Bunday holda a va b nuqtalar orasida $F(x)=0$ bo'lgan kamida bitta nuqta mavjud. Boshlang'ich yaqinlashish x_0 sifatida $[a,b]$ oraliqning o'rtasidagi nuqtani, ya`ni $x_0=(a+b)/2$ ni qabo'l qilish mumkin.

Iterasiya jarayoni boshlang'ich yaqinlashish x_0 ni ketma-ket aniqlashtirishdan iboratdir. Aniqlashtirishdagi har bir bunday qadam iterasiya deyiladi. Iterasiyalar natijasida ildizning taxminiy qiymatlari ketma-ketligi x_1, x_2, ..., x_n aniqlanadi. Agar bu qiymatlarning ortib borishi bilan ildizning haqiqiy qiymatiga yaqinlashib borsa, u holda iterasiya jarayoni yaqinlashadi deyiladi.

Quyida egri chiziqli tenglamalarni echishning ayrim usullari ko'riladi.

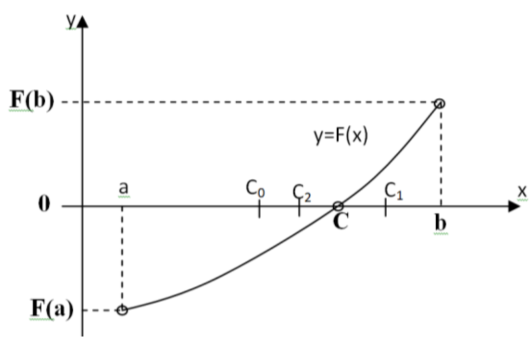
Dixotomiya (oraliqni teng ikkiga bo'lish usuli) usuli.

Usul goyasi :[a,v] oraliq olinadi .

$$Y=f(P)$$

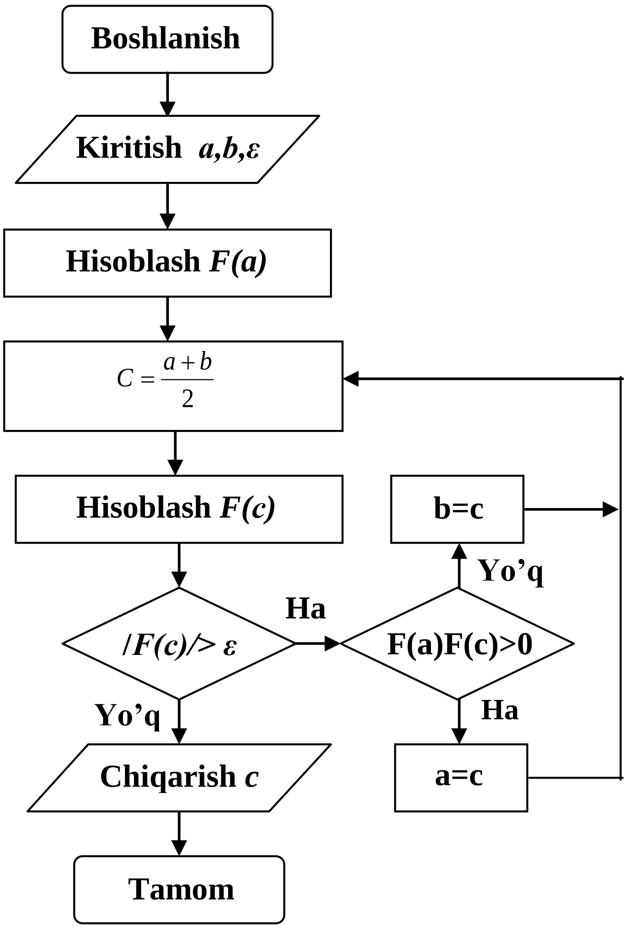
Bu usul egri chiziqli tenglamalarning ildizlarini topishining eng oddiy usullaridan biridir. Uning ma`nosi quyidagicha: faraz qilaylik, qidirilayotgan ildiz $x=c$ joylashgan oraliq $[a,b]$ ($a<x<b$) aniqlangan. Ildizning boshlang'ich yaqinlashishi $c_0$ sifatida oraliqning o'rtasidagi nuqta $c_0=(a+b)/2$ ni qabo'l qilamiz. So'ngra funksiyaning $[a,c_0]$ va $[c_0,b]$ oraliqlarning chekkalaridagi, ya`ni a, c_0, b nuqtalardagi qiymatlarini tekshiramiz. Ulardan chekkalarida $F(x)$ funksiya turli ishorali qiymatlarga ega bo'ladiganida qidirilayotgan ildiz mavjuddir. Shu sababli, uni yangi oraliq sifatida qabo'l qilamiz. $[a,b]$ oraliqning $F(x)$ funksiyaning ishorasi o'zgarmaydigan ikkinchi yarmini tashlab yuboramiz. Ildizning birinchi iterasiyadagi qiymati sifatida yangi oraliqning o'rtasini qabul qilamiz. Shunday qilib, har bir iterasiyadan keyin ildiz joylashgan oraliq ikki marta kichiklashadi, ya`ni n ta iterasiyadan keyin u $2n$ marta qisqaradi.

Usulning ma`nosi bilan chuqurroq tanishish uchun uning geometrik tasvirini ko'rib o'tamiz.



3.1-rasm. Ildizning iterasiya qiymati

Bu erda dastlab ildiz joylashgan oraliq [*a,b*] ma`lum bo'lib, *F(x)*<0,



3.2 rasm. Blok-sxema

F(*b*)>0. Ildizning boshlang'ich yaqinlashishi sifatida $c_0=(a+b)/2$ ni qabo'l qilamiz. Ko'rilayotgan holda $F(c_0)<0$ bo'lganligi sababli $c_0<c<b$, va bundan keyin $[c_0,b]$ oraliqni olamiz.

Navbatdagi yaqinlashish: $c_1=(c_0+b)/2$. Bunda $F(c_1)>0$ va $F(b)>0$ bo'lganligi sababli $[c_1,b]$ oraliqni tashlab yuboramiz.

Bundan keyingi yaqinlashishlarni ham shu tariqa topamiz: $c_2=(c_0+c_1)/2$ va h.k.

Iterasiya jarayonini *n*- iterasiyadan so'ng *F(x)* funksiyaning qiymati modul bo'yicha oldindan berilgan kichik son å dan kichik bo'lguncha, ya`ni $|F(c_n)| < \varepsilon$ shart bajarilguncha davom ettiramiz.

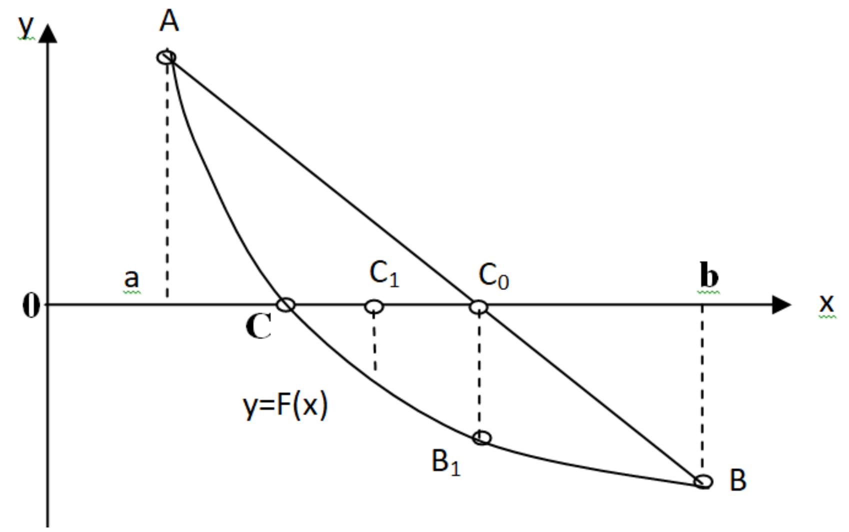
Jarayonning yaqinlashishini, shuningdek, paydo bo’lgan oraliqning uzunligi bo’yicha ham tekshirish mumkin: agar u ruhsat etilgan xatolikdan kichik bo’lib qolsa, u holda hisoblash to’xtatiladi.

3.2 rasmda *F(x)*=0 ko’rinishidagi egri chiziqli tenglamaning ildizini topishda amalga oshiriluvchi iterasiya jarayonining blok-sxemasi keltirilgan. Bu erda oraliqning torayib borishi *a* yoki *b* chegaralarni *c* ildizning joriy qiymatiga almashtirish orqali amalga oshiriladi. Ushbu holda *F(a)* funksiyaning qiymati bir marta hisoblanadi, chunki bizga *F(x)* funksiyaning oraliqning chap chegarasidagi ishorasi kerak bo’lib, u iterasiya jarayonida uzgarmaydi.

Oraliqni teng ikkiga bo’lish usuli bo’yicha hisoblash jarayoni anchagina sekin bo’lib, u har doim yaqinlashadi, ya`ni undan foydalanilganda echim har doim berilgan aniqlikda hosil bo’ladi.

Vatar usuli. Faraz qilaylik, *F*(*x*) funksiyaning ishorasi o’zgaruvchi [*a*,*b*] oralig’i ma`lum. Bunda *F*(*a*)>0, *F*(*b*)<0 bo’lsin (3.3-rasm).

Ushbu usulda iterasiya jarayoni shundan iboratki, *F*(*x*)=0 tenglamaning ildiziga yaqinlashishlar sifatida kesuvchining abssissa o’qi bilan kesishish nuqtalari c_0, c_1, c_2, ... qabul qilinadi.



3.3-rasm. Kesuvchining abssissa o’qi bilan kesishish nuqtasi

Avvalo *AV* kesuvchining tenglamasini topamiz:

$$\frac{y - F(a)}{F(b) - F(a)} = \frac{x - a}{b - a}.$$

Bu tenglamadan kesuvchining abssissa o’qi bilan kesishish nuqtasi c_0 (x= c_0, y=0) uchun formulani hosil qilamiz:

$$c_0 = a - \frac{b-a}{F(b)-F(a)}F(a) \quad . \tag{3.1}$$

So’ngra, ko’rilayotgan holat uchun $F(a)$ va $F(c_0)$ qiymatlarning ishoralarini solishtirib, ildiz $[a,c_0]$ oraliqda ekanligi haqida xulosaga kelamiz, chunki $F(a)F(c_0)<0$. $[c_0,b]$ oraliqni tashlab yuboramiz. Keyingi iterasiya AV_1 kesuvchining abssissa o’qi bilan kesishish nuqtasi sifatidagi c_1 yaqinlashishni topishdan iborat va h.k. Iterasiya jarayoni F(c_n) ning qiymati modul bo’yicha berilgan kichik sondan kichik bo’lib qolguncha davom ettiriladi.

Kesuvchilar usulining blok-sxemasi oraliqni teng ikkiga bo’lish usulining 2-rasmda keltirilgan blok-sxemasiga juda o’xshash bo’lib, asosiy farq faqat ildizni $c=(a+b)/2$ formula bo’yicha topish o’rniga (1) formula bo’yicha topishdan iborat. Bundan tashqari, ushbu holda, blok-sxemaga yangi oraliqlarning chegaralarida $F(x)$ funksiyaning qiymatlarini hisoblash operatorlarini kiritish lozim.

Ko’rinib turibdiki, oraliqni teng ikkiga bo’lish va kesuvchilar usullarining algoritmlari juda o’xshash, biroq ularning ikkinchisi, bir qator hollarda, iterasiya jarayonini tez yaqinlashishini ta`minlaydi. Bunda uning haqiqiy ildizga yaqinlashishi, oraliqni teng ikkiga bo’lish usulidagi kabi kafolatlangan.

Kesuvchilar usuli ba`zan proporsional qismlarga bo’lish usuli deb ham yuritiladi.

Keyin bu oraliq ikkiga bo’linadi Funksiyaning chegaradagi qiymatlari xisoblanadi .V_1 nukta topiladi va Yangi interval tuziladi [a,v] . Berilgan f(P) funksiyaning [a,v] intervalda uzluksizligi va $f(a)\times f(v)<0$ funksiyaning echimini yakkaligini ta`minlaydi .

Faraz qilaylik, $F(x)$ funksiyaning ishorasi uzgaruvchi $[a,b]$ oralig’i ma`lum. Bunda $F(a)>0$, $F(b)<0$ bo’lsin (3 -rasm).

Ushbu usulda iterasiya jarayoni shundan iboratki, $F(x)=0$ tenglamaning ildiziga yaqinlashishlar sifatida kesuvchining abssissa o'qi bilan kesishish nuqtalari c_0, c_1, c_2, ... qabo'l qilinadi.

Avvalo AV kesuvchining tenglamasini topamiz:

$$\frac{y - F(a)}{F(b) - F(a)} = \frac{x - a}{b - a}$$

Bu tenglamadan kesuvchining abssissa o'qi bilan kesishish nuqtasi c_0 ($x= c_0$, $y=0$) uchun formulani hosil qilamiz:

$$c_0 = a - \frac{b - a}{F(b) - F(a)} F(a) \quad . \tag{3.2}$$

So'ngra, ko'rilayotgan holat uchun $F(a)$ va $F(c_0)$ qiymatlarning ishoralarini solishtirib, ildiz $[a,c_0]$ oraliqda ekanligi haqida xulosaga kelamiz, chunki $F(a)F(c_0)<0$. $[c_0,b]$ oraliqni tashlab yuboramiz. Keyingi iterasiya AV_1 kesuvchining abssissa o'qi bilan kesishish nuqtasi sifatidagi c_1 yaqinlashishni topishdan iborat va h.k. Iterasiya jarayoni $F(c_n)$ ning qiymati modul bo'yicha berilgan kichik sondan kichik bo'lib qolguncha davom ettiriladi.

Kesuvchilar usulining blok-sxemasi oraliqni teng ikkiga bo'lish usulining 2-rasmda keltirilgan blok-sxemasiga juda o'xshash bo'lib, asosiy farq faqat ildizni $c=(a+b)/2$ formula bo'yicha topish o'rniga (1) formula bo'yicha topishdan iborat. Bundan tashqari, ushbu holda, blok-sxemaga yangi oraliqlarning chegaralarida $F(x)$ funksiyaning qiymatlarini hisoblash operatorlarini kiritish lozim.

Ko'rinib turibdiki, oraliqni teng ikkiga bo'lish va kesuvchilar usullarining algoritmlari juda o'xshash, biroq ularning ikkinchisi, bir qator hollarda, iterasiya jarayonini tez yaqinlashishini ta`minlaydi. Bunda uning haqiqiy ildizga yaqinlashishi, oraliqni teng ikkiga bo'lish usulidagi kabi kafolatlangan.

Kesuvchilar usuli bazan proporsional qismlarga bo'lish usuli deb ham yuritiladi.

Bu usulda ixtiyoriy nukta emas ,M(a,f(a)) grafik vatari va X N[v;f (v)] bilan kesishgan nuqtasi olinadi .

f(a)×(v-a) f(v)-(v-a)

X_1=a- ---------------- =v- ----------------

f(v)-f(a) f(v)-f(a)

So'ngra X_2 =X_1- [f(X_1)(v-X_1)]/[f(v)-f(X_1)]

Bu usulni davom ettirib , kerakli aniqlikka erishamiz : X_{n-1}-X_n <ε

Masalan : y = -2x^3+5x+6   ε=0.01

Interval [1,542,1] 1,5<ξ<2,1

f(2,1)

X_1=1,5- ------------- -------×(2,1-1,5)=1,5- 6,75/(-2,092-6,75)×(2,1-1,5)=1,9614

f(2,1)-f(1,5)

f(x)=f(1,9614)=-15,09+15,80=0,711

x_2=1,9614- f(x_1)/(-2,022-0,71)×(2,1-1,9914)=1,9899

f(1,9899)=-15,758+15,945=0,1906

x_3=1,9899-0,1906×(2.1-1,9899)/(-2,022-0,1989901,999938

f(1,999938)=-15,9852+15,99969=0,014

aniqligi , 1,999938-1,9899=0,01=ε

Nyuton usuli. Bizga x_0 tenglamaning echimi deb faraz qilishimiz mumkin , shunda tenglamaning xaqiqiy echimini quyidagicha aniklaymiz .

$\bar{X}$ =X_0-h

Teylor qatori formulasidan foydalanib

$f(x_0-h)=f(x_0)+h/1!\times f'(x_0)+$ …………..

Lekin bo'lishi kerak .

$f(x_0)+hf'(x_0)\approx 0$

bu erda

$h\approx -f(x_0)/f'(x_0)$, yoki $\overline{X}\approx x_0-f(x_0)/f'(x_0)$

birinchi yaqinlashuv uchun

$x_1=x_0-f(x_0)/f'(x_0)$

X_1 nuqta bilan shularni qilib , ikknchi yakinlashuv X_2 topiladi. va x.k. $X_n-X_{n-1}\,|<\varepsilon$ shart bajarilgunicha davom ettiriladi .X_n biz qidirayotgan tenglamaning ildizi bo'ladi, usulning geometrik ma`nosi .

$X_1\rightarrow \overline{X}$

$Y=-2x^3+5x+6 \quad \varepsilon=0{,}01$

$X_0=1{,}5$ intervaldan [1,5;2,1] olamiz .

$f(1{,}5)=6{,}75$

$f'(1{,}5)=-6X^2+5=-8{,}5$

$X_1=1{,}5-6{,}75/(-8{,}5)=2{,}29$

$f(2{,}29)=-6{,}56 \quad f'(2{,}29)=-26{,}46$

$X_2=2{,}29-6{,}56/26{,}46=2{,}042$

Nazorat savollari:

1. Qanday funksiya unimadal funksiya deyiladi.
2. Funksiya minimallash turlarini keltiring.?

3. Nima uchun berilgan funksiyaga qulay yaqinlashavermaydi?

4. Kanday shart bajarilganda ko’p o’zgaruvchanli funksiyaning mini-mumini aniqlash sharti deyiladi?

5. Eng kichik kvadrat chiziqli va kvadrat interpolyasiyasi formula-larini ko’rsatib bering?

6. Kanday funksiya unimodal funksiya deyiladi?

7. Funksiya minimallash turlarini keltiring?

8. Dixotomiya va N`yuton usul-larining g’oyalari nimadan iborat?

IV-B O B

VARIASION QATORLAR VA ULARNING STATISTIK TAVSIFNOMALARI

4.1. Variatsion qatorlar tushunchasi

Agar mavjud ro'yxatlarda va jurnallarda qayd etilgan o'nlab yoki yuzlab sonli belgilar kuzatilagan tartibda ko'rsatilsa, insonning ongi ushbu ko'rsatgichlarni to'liq anglab ololmaydi.

Kon qazilmasi namunasining siqilish davridagi me'yoriy mustahkamlik ko'rsatgichini aniqlash uchun, ulchami 7*7*7 sm bo'lgan kubik olinadi, aniqlash ko'rsatgichlari kuzatilgan ketma-ketlikda qayd etiladi. (4.1-jadval)

4.1-jadval

Kuzatilgan ko'rsatgichlarning ketma-ketligi

Namuna	Siqish vaqtidagi mustahkamlik
1	52:8
2	48:4
3	60.0
118	56.0
119	49.7
120	56.4

Hodisaning tavsifli urinishini aniqlash, kuzatiladigan ko'rinishning holatini o'zgartirish uchun, tajriba natijasida olingan ko'rsatgichlarni yig'ish va to'plash lozim. x_1, x_2, x_n ni belgining alohida ko'rinishini (belgining variantlari) belgilaymiz. Variantlarning qancha kuzatilishi soni **chastota** deb ataladi va m_1, m_2,...,m_n deb belgilanadi. Variantlarni kamayish yoki ko'payish tartibida joylashtirib, har bir variantning chastotasini ko'rsatib, belgilanishning tarqalishiga yok tartibli variatsion qatorga ega bo'lamiz. Variatsion qator odatda ikki qatorli jadvaldan iborat bo'ladi: jadvalning birinchi qatorida variantning belgilanishi, jadvalning ikkinchi qatorda chastotalar ko'rsatiladi (4.2-jadval).

4.2.-jadval

Variatsion qatorlarning variantlari va chastotalari

Variantlar x_i, *kg/sm*^{2}	**Chastota** m_i	**Variantlar** x_i, *kg/sm*^{2}	**Chastota** m_i
48.4	1	52.4	1
48.9	1	52.7	2
49.2	1	52.8	4
49.3	2	53.0	1
49.7	1	53.4	3
50.3	2	54.3	4
50.8	2	54.5	1
51.0	2	54.6	1
51.2	1	55.4	1
51.4	1	56.4	3
51.8	1	57.2	1
52.2	2	60.0	1

Diskret va interval qatorlar. Belgilar variatsiyasi ikkinchi jadvalda ko'rsatilgandek diskret qatorda joylashishi mumkin.(belgilarning alohida ko'rinishlari bir-biridan yakuniy ko'rinishi bilan farq qiladi, chastotalar ko'rinishining alohida belgilariga tegishli bo'ladi)

Ikkinchi jadvalda ko'rsatilgan variatsion qator juda katta bo'lib, uni interval qatorda ko'rsatish qulay. (chastotalar ko'rinishining alohida belgilariga emas, interval o'rtasiga teng bo'ladi) Intervalning optimal kattaligi:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{1 + 3.21 \lg n}; \qquad (4.1)$$

bu yerda n - umumiylashtirishning son birligi.

Ikkinchi jadvalda 40 ta son birligi umumiylashtirilgan. (lg40 =1,6). Bundan kelib chiqib:

$$h = \frac{60-48.4}{1+3.2\cdot 1.6} \approx 2 \qquad (4.2)$$

Quyida keltirilgan dajadvalda, 4.2-dajadvaldan kelib chiqib, interval variatsion qator ko'rsatilgan (interval kattaligi h=2)

4.3-jadval

Variatsion qatorlaqrning intervali (interval kattaligi h=2)

Namunaning o`rtadagi siqish mustahkamligi *W*, *kg/sm*^{2}	**Oradagi masofaning qiymati** x_i	**To`plangan chastota** m_i	**Chastota** m'
48-50	49	6	0.150
50.1-52	51	5	0.225
52.1-54	53	28	0.325
54.1-56	55	35	0.175
56.1-58	57	39	0.100
58.1-60	59	40	0.025

4.3-jadvalning so'nggi qatorida intervallar ko'plik birligi statistik umumiyligida bo'lish natijasidan kelib chiqqan intervallarning chastotasi ko'rsatilgan.

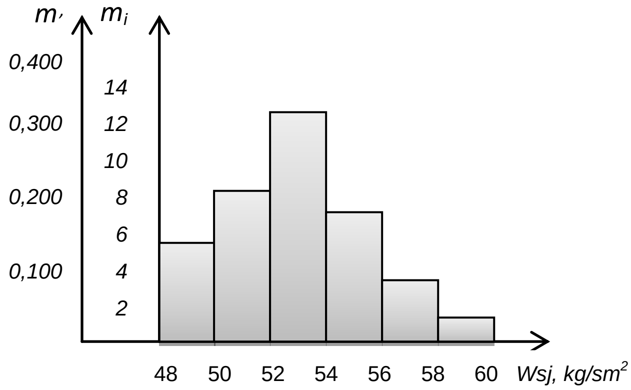
Ko'plik birligi (chastota) ushbuga tengdir:

$$\sum_1^n m_i = 1; \qquad (4.3)$$

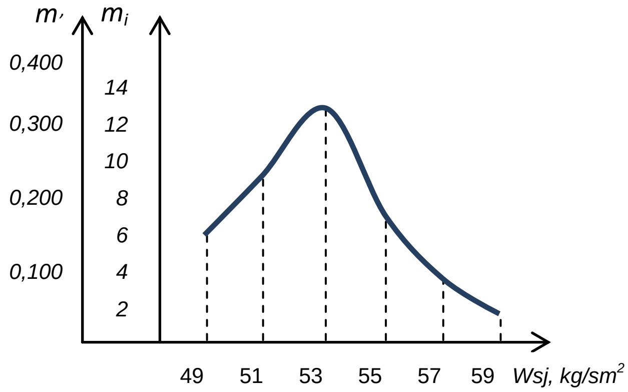
Ayrim hollarda, ko'plik birligi (chastota) foiz hisobida ko'rsatiladi, u holda barcha ko'plik birligining (chastota) yig'indisi 100% teng. Interval variatsion qatorda har bir interval (sinf) o'zining yuqori va quyi chegarasini ko'rsatadi. Har bir interval sonlar belgisi jihatidan intervalning quyi chegarasidan ko'p, yuqori chegarasiga teng yoki undan kam bo'lgan variantlarni o'z ichiga oladi.

Variatsion qatorning grafikli ko'rinishi. Taqsimlanishning *gistogrammasi* absissaning to'g'ri burchakli interval variatsion qatorning proportsional kesimlariga ajraladi va har birida qabul qilingan masshtabda to'g'ri burchak hosil qiladi. To'g'ri burchak balandligi berilgan toifada chastota yoki ko'plik birligiga (chastota) teng.

Variatsion qatorning grafik ko'rinishi 4.1- rasmda, poligon ko'rinishi esa 4.2-rasmda ko'rsatilgan.



4.1- rasm. Variatsion qatorning grafik ko'rinishi



4.2- rasm. Variatsion qatorning polygon ko'rinishi

Taqsimlanishning *poligoni* to'g'ri burchakli koordinatalar tizimida tuziladi. Absissalar o'qida interval o'rtasining belgisi mos nuqtalarda belgilanadi, ushbu nuqtalardan perpendikulyarlar tashkil etiladi va shu perpendikulyarlarga chastotalar va variantlar ko’plik birligining (chastota) proportsionalligiga loyiq absissa o’qidan kesimlar tushiriladi. Ordinatalarning yuqori nuqtasi to’g’ri chiziqlar bilan tutashtiriladi. Poligonlardan asosan diskret variatsion qatorlarning ko’rinishi uchun, ayrim holatlarda interval qatorlarning ko’rinishi uchun foydalaniladi. (4.2-rasm).

Yig’ilgan chastotalar. Aniqlangan variantlarning yig’ilgan chastotalarini, variant barcha chastotalarining yig’indisini ushbu variant chastotasiga qo’shish yo’li bilan aniqlanadi. Chastotalarning yig’indisi ko’payish yoki kamayish yo’li bilan amalga oshiriladi.

4.3-jadvaldan kelib chiqib, berilgan variatsion qatorning yig’ilgan chastotalari 4.4-jadvalda ko’rsatilgan.

4.4-jadval

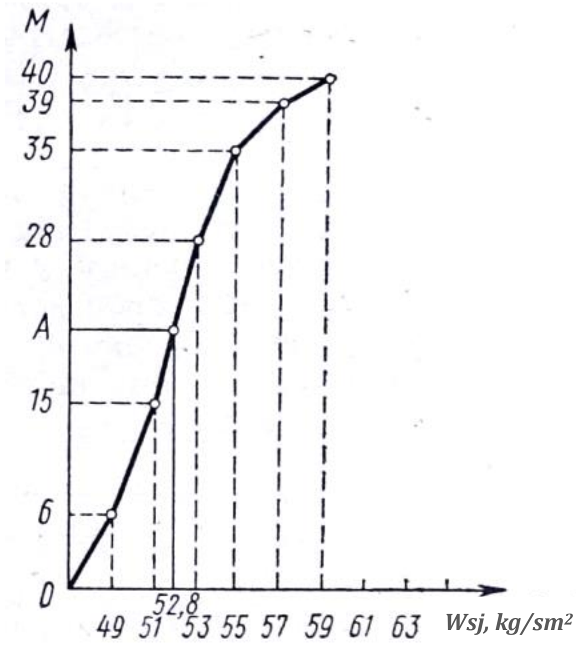
Variatsion qatorning yig’ilgan chastotalari

Oraliq masofa chegarasi *kg/sm*^{2}		Oradagi masofaning qiymati x_i	Chastota m_i	Chiqib kelayotgan chastotani qo`shish y`oli bilan hisoblash M'	Chiqib ketayotgan chastotani qo`shish y`oli bilan hisoblash M'
dan	gacha				
48	-50	49	6	6	40
50.1	-52	51	9	15	34
52.1	-54	53	13	28	25
54.1	-56	55	7	35	12
56.1	-58	57	4	39	5
58.1	-60	59	1	40	1

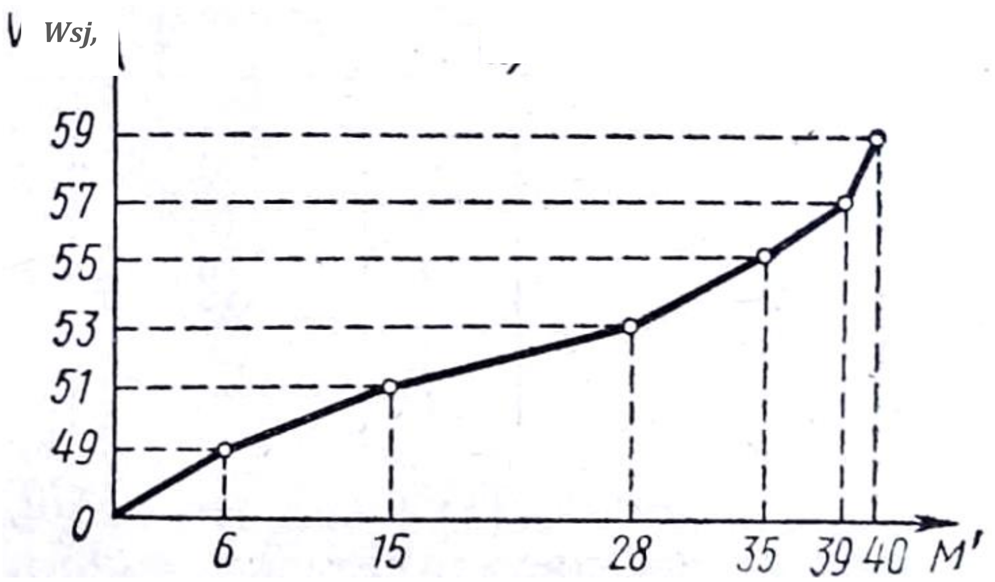
Kumulyativ egrilik *(kumulyata)* - variatsion qatorda chastotalar yigindisining to’g’ri burchakli koordinatalar sistemasidagi tasviri. Absissalar o’qiga ko’rinishning belgilari (variantlar) tushiriladi, ordinatalar o’qida u yoki bu chastotalar, yoki bo’lmasa, u yoki bu ko’plik birligi (chastota) chastotalar yig’indisiga proportsional bo’lgan uzunlikdagi kesimlar tushiriladi. Agar ordinataning yuqori nuqtasidan to'g'ri chiziqlarni o'tkazsak, u holda kumulyativ egrilik - kumulyata hosil bo'ladi.

Birinchi interval variatsion qatorining pastki chegara kumulyatiga 0 ga teng bo'lgan chastota yoki ko'plik birligi (chastota) teng bo'ladi, birinchi interval variatsion qatorining yuqori chegara kumulyatiga chastota yoki qatorning ko'plik birligi (chastota) teng keladi, ikkinchi interval variatsion qatorining yuqori chegara kumulyatiga birinchi qatordan umumiy yig'ilgan chastotasi teng bo'ladi va hokazo. Yakuniy intervalning yuqori chegarasiga barcha chastotalarning umumiy yigindisi teng bo'ladi. 4.3-a rasmda 4.4-jadvalda berilgan variatsion qatorning kumulyativ egriligi ko'rsatilgan.

Agar ordinata o'qiga ko'rinishning belgilari tushirilsa, abstsissa o'qiga esa yig'ilgan chastotalar va ko'plik birligi (chastota) tushirilib, abstsissaning yuqori nuqtasini to'g'ri chiziqlar bilan tutashtirilsa, u holda sinik egrilik kelib chiqadi. Agar, egrilik rasmi tushirilgan kog'ozni olib, uni 90° bursak va kog'ozning orqa tomonidan ko'rib chikilsa, u holda kumulyata tasvirini kurish mumkin. 4.3-b rasmda 4.4-jadvalda berilgan variatsion qatorning ogivasi ko'rsatilgan.



a)



b)

4.3-rasm. a) variatsion qatorning kumulyativ egriligi, b) variatsion qatorning ogivasi.

4.2. Variasion qatorning o'rtacha ko'rinishlari.

Variatsion qatorning umumiy tavsifi sifatida o'rtacha ko'rsatgich qabul qilingan. Variatsion qatorning umumiy o'rtacha ko'rsatgichini aniqlash usullari turli xil bo'ladi. Ko'rinish belgilarini kuzatishning tabiati o'rtacha ko'rsatgichni hisoblab chiqarish usulini aniqlab beradi.

Variatsion qatorda ko'rinish belgilarining taqsimlanishining umumiyligining $\varphi(x)$ funktsiyasi orqali ifodalash mumkin. Agar barcha x_i ni o'rtacha arifmetik $\overline{X} = \sum_1^{\pi} x_i/n$ ga almashtirilsa,tenglik saqlanib qoladi.

$$\varphi(x) = F(\overline{X})$$

Tenglikning chap tomoni (a) – $\varphi(x)$ni analitik ifoda etuvchi qiyshiklik, tenglikning ung tomoni esa – $\overline{X}$ ga teng nuqtali gorizontal to'g'ri chiziq.

Shundan kelib chikkan holda, variatsion qatorning o'rtacha ko'rinish belgilarini topish uchun:

1) $\varphi(x)$ funktsiyasini yeki uning grafikiy ko'rinishini aniqlash;

2) barcha x_i larni o'rtacha $\overline{X}$ ga almashtirish, ya'ni qiyshiklikni $\overline{X}$ ga teng nuqtali gorizontal chiziq bilan almashtirish;

3) $\overline{X}$ nuqtasini aniqlash lozim.

O'lchovli o'rtacha. Kon sanoatida foydali qazilmalarning joylashuv qatlamlarining quvvatini tekshirish, aniqlash va xisob-kitobini chiqarish ishlari doio olib boriladi. Ushbu olib borilgan ishlar keyingi interval variatsion qatorda keltirilgan:

Qatlamning quvvati, m 0—1 1—2 2—3 3—4 4—5

Ushbu quvvatni kursatgan o'lchovlar soni,

(chastotalar) .... 120 200 360 400 200.

Agar, alohida olib borilgan o'lchovlar quvvatining umumiy yigindisi ko'rib chiqilsa, 0 dan 1m. gacha bo'lgan sonlarni 120 marta qayta ko'shish kerak; 3 dan 4 m. gacha bo'lgan sonlarni 400 marta qayta ko'shish kerak. Buning urniga asosan birinchi interval ko'rsatgichining o'rtasi interval chastotasiga ko'paytiriladi: 0,5*120=60; hosil bo'lgan birinchi natijaga (ikkinchi interval ko'rsatgichining o'rtasi interval chastotasiga ko'paytiriladi) kushiladi: 1,5*200=300; . Bu holda ushbu ko'rsatgich hosil bo'ladi:

(0,5*120)+(1,5*200)+(2,5*360)+(3,5*400)+(4,5*200)/1280=2,8

Foydali qazilmalar joylashish qatlamlarining o'rtacha quvvat miqdorini barcha o'lchovlarning yigindisini birlashtirib, hisoblash usuli - *o'lchovli usul* deb, intervallarning chastotasi - ko'rinish belgilarning *statistik ogirligi* deb ataladi.

O'lchovlarni qo'llash yo'li bilan aniqlangan o'rtaliklar-*o'lchovli o'rtaliklar* deb ataladi.O'lchovli o'rtaliklar bilan arifmetik o'rtaliklarning orasida printsipial farq yuk.Agarda, barcha ogirliklar proportsional ko'paytirilsa yoki kamaytirilsa, o'lchovli o'rtaliklarning shakli o'zgarmay kolishini anglab yetish mushkul bulmaydi.

Variatsion qatorning ko'rinish belgilarining o'rtacha ko'rsatgichini intervallar o'rtalarining intervallar ko'plik belgilariga (chastota) ko'rsatgan ta'sirining yig'indisi deb qabul qilish ham mumkin. Masalan, 4.3-jadvalda keltirilgan variatsion qator uchun ko'rinish belgilarining o'rtacha ko'rsatgichlari (qumli qazilma namunasida siquv mustahkamligi ko'rinish belgilarining o'rtacha ko'rsatgichi,kg/sm^2)

W=(49x0,150)+(51x0,225)+(53x0,325)+(55x0,175)+(57-0,100)+(59-0,025)=52,9kg/sm^2.

4.3. Mediana va moda.

Mediana. Mediana-tartiblashtirilgan variatsion qatorning o'rtasida joylashgan ko'rinish belgilaring mazmuniy ko'rsatmasi.

Variatsion qatorning o'rtasida joylashgan tavsiflaridan biri mediana Me, ya'ni o'zgaruvchan-harakatlanuvchi ko'rsatgichlarning ko'rinishlarini ifoda etuvchi belgilari.

Variantlarning sonlari tok bo'lganida, mediana ushbu asosida aniqlanadi:

$$Me = X_{m+1.} \quad (4.4)$$

Variantlarning sonlari juft bo'lganda, medianani ushbu asosida aniqlash mumkin:

$$Me = \frac{x_m + x_m + 1}{2}; \quad (4.5)$$

Variatsion qatorning sonlari tok, ya'ni 2m+1 bo'lsa, ushbu holatda ko'rinishning belgilari (m+1) uchun medianli bo'ladi.Variatsion qatorning sonlari juft, ya'ni (2m) bo'lsa, ushbu holda mediana ko'rinishning arifmetik ikkita o'rtacha belgilariga teng bo'ladi.

4.1-Masala. Karyerdan keltirilgan ohaktoshning 9 namunasi silindrlarni qizdirish usluli yordamida sinovdan o'tkazilgan. O'tkazilgan sinovlarning natijalari 4.5- jadvada ko'rsatilgan.

4.5-jadval

O'tkazilgan sinovlarning natijalari

Silindir diametri ***d,mm***	**Silindir uzunligi** ***l, m***	**Ajralish tekisligining maydoni** ***S, sm²***	**Bo'zish bosimi** ***R, kg***	$\mathbf{W_{hisobiy}}$ $\boldsymbol{kg/sm^2}$
30	10	3.0	130	43.3
30	10	3.0	140	46.7
30	9.7	2.0	140	48.1
30	10.1	3.0	146	48.2
30	10.2	3.1	148	48.4
20.1	9.9	2.1	110	52.9
20.1	20.2	2.1	115	53.7
20.1	10.3	2.2	120	55.3
20.1	10.1	2.1	120	56.6
				453.2

bu yerda variatsion qatorning variantlari soni toq, ya'ni:

$$2m+1=9;$$

$$2m=8;$$

$$m=4.$$

Ushbu holda $Me=x_{4+1}=x_5=48,4$.

4.2-Masala. Tekshirish uchun keltirilgan gabbro porodasining 10 ta namunaning silindrlarini qizdirish usluli yordamida sinovdan o'tkazilgan. O'tkazilgan sinovlarning natijalari 4.6-jadvalda ko'rsatilgan.

4.6-jadval

O'tkazilgan sinovlarning natijalari

Namuna uzunligi *L,m*	**Namuna diametri** *d,mm*	**Ajralish tekisligining maydoni** *S, sm²*	**Bo'zish bosimi** *R, kg*	**$W_{hisobiy}$** *kg/sm²*
68.7	49.5	34.0	5700	168
3.0	22	6.6	1160	176
37.0	42.5	15.7	2810	179
33.0	69.0	22.8	3920	172
60.0	71.0	42.6	8300	195
129.1	71.0	91.6	18300	200
65.1	71.0	46.2	9250	200
34.5	69.0	23.8	4980	205
40.0	42.5	17.0	3880	228
30.0	42.5	12.8	3020	236

Bu yerda variatsion qatorning variantlarining soni juft bo'ladi, bundan kelib chiqib, $2m = 10$, $m = 5$ va $Me = X_5 + X_6/2 = 197{,}5$.

Variatsion qator interval ko'rinishga ega bo'lsa, medianani aniqlash uchun avval tarkibida mediana mavjud bo'lgan yig'ilmali chastotalar yoki yig'ilmali ko'plik birliklari (chastota) yordamida interval topiladi. Medianali interval deb yig'ilmali chastotalari umumiylashgan hajmning yarmidan ko'p qismini egallagan intervalga aytiladi.

Intervallar (sinflar) ichidagi zichlikning doimiyligida mediananing ko'rinishlari ushbu orqali aniqlanadi:

$$M_e = x_{med(min)+h\frac{\frac{\sum m}{2}-M_{med-1}}{m_{med}}}; \qquad (4.6)$$

bu yerda; $x_{med(min)}$ —mediana qatorning pastki chegarasi; h- intervallarning farqlari; M-medianli intervaldan oldin joylashgan intervallarning yigilmali chastotasi; M_{med}-medianli intervalning chastotasi.

4.3-Masala. 5.6-Jadvalda keltirilgan ko'rsatgichlar asosida mediananing ko'rinishini hisoblaymiz. Bu yerda chastotalarning yigindisi 40 ga teng:

$x_{med(min)}$ =52,1;

h = 2;

m_{med-1} =15;

m_{med} =13.

Bundan:

Me = 52,1 = 2 (20 - 15)/13 = 52,9

Mediananing grafik usulida aniqlanishi. Mediana kumulyatining so'ngi ordinatasi (barcha chastotalar, yoki ko'plik birliklarining (chastota) yig'indisiga proportsional grafik aniqlanish davrida teng ikkiga bo'linadi. Hosil bo'lgan nuqta (nuqta A. 4.3-a rasm) nuqtaga qarab kumulyata bilan kesishgan nuqtagacha perpendikulyar chiziq o'tkaziladi. nuqtaning abstsissasi (4.3-a rasm 52,8 ga teng) mediana hisoblanadi.

Moda. Berilgan ushbu diskret variatsion qatorda ko'p uchraydigan chastotali variantlar – moda deb aytiladi. Modaga diskret variatsion qatorda joylashgan ko'p chastotali variantlar mos keladi.

Interval qatorida joylashgan intervalni (modal interval) chastotalarning ko'pligi (intervallar teng) yoki intervallarning juda zichligi (intervallar teng emas) jihatidan aniqlanadi. Moda ushbu orqali aniqlanadi:

$$M_0 = x_{mod(\min\ )} + h\frac{m_{mod}-m_{mod}-1}{(m_{mod}-m_{mod-1})+(m_{mod}-m_{mod+1})}; \qquad (4.7)$$

bu yerda; $x_{mod(min)}$-modal intervalaning quyi chegarasi; m_{mod}-modal intervalining chastotasi.

Intervalning zichligi - interval chastotalarining interval kattaligiga bo'lgan nisbiy aloqasidir.

4.4-Masala. 5.6-Jadvalda 13 ga teng bo'lgan, ko'p uchraydigan chastota 52,1 – 54 intervalga mos bo'ladi. Ushbu interval modal interval hisoblanadi:

$$x_{mod(\min)} = 52.1; \quad h = 2; \quad x_{mod} = 13; \quad x_{mod+1} = 7;$$

$$x_{mod-1} = 9.$$

Ushbu ko'rsatgichlardan, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$M_o = 52.1 + 2\frac{13-9}{(13-9)+(13-7)} = 52.9; \qquad (4.8)$$

Simmetrik variatsion qatorlar deb, o'rta chiziqdan teng o'zoqlikda joylashgan, variantlar chastotasi o'zaro teng bo'lgan qatorlarga aytiladi.

Simmetrik variatsion qatorlar o'zaro uchta tavsifining tengligi bilan ajralib turadi:

$$X = Me = Mo; \qquad (4.8)$$

Agar, varatsion qatorning o'rta nuqtasiga nisbatan ikki tomonida joylashgan chastotalar turli xil o'zgarishlar hosil qilsa, bunday qatorlar *asimmetrik yoki* (*egri)* qatorlar deb ataladi.

Chap tomonli asimmetriya va o'ng tomonli asimmetriya o'zaro farq qiladi.Variatsion qatorning simmetriyadan chetga chiqishini asimmetriya koeffitsiyenti ko'rsatadi:

$$R_A = \frac{\overline{X}-Mo}{\sigma}; \qquad (4.9)$$

$R_A > 0$ bo'lganda,variatsion qator chap tomonli asimmetriyaga, $R_A < 0$ bo'lganda,variatsion qator ung tomonli asimmetriyaga ega bo'ladi. Variatsion qator simmetrik holatda $R_A = 0$ ko'rinishga ega bo'ladi.

4.4. Belgilanishning variasiya (tebranish) choralari.

Belgilanishning variatsion darajasini aniqlashda bir necha usullardan foydalaniladi. Belgilanishning variatsion darajasinining o'rtacha baholanishini aniqlashda R variatsion qulochidan foydalaniladi. (ushbu quloch (razmax) belgilanish ekstremal ko'rsatgichlarining farqliklariga teng).

Oddiy o'rtacha o'zgarishlar variantlardagi absolyut ko'rinishli o'zgarishlarining o'rtacha arifmetik ko'rsatgichlarini ko'rsatib beradi va quyidagi keltirilganlar yordamida hisoblanadi:

$$\Delta = \frac{\sum_1^n |x_i - \overline{X}|}{n}; \tag{4.9}$$

$$\Delta = \frac{\sum_1^n |x_i - \overline{X}| m}{\sum m}; \tag{4.10}$$

(4.9) va 4.10) qo'shtirnok ichida variantlarning orasidagi va o'rtacha variantlarning orasidagi farqlar keltirilgan. Bu yerda o'lchash davridagi va o'lchashdan keyingi davrdagi umumiylashtirish, belgilanishlarni hisobga olmasdan amalga oshiriladi.

Dispersiya $σ^2$ (o'zgarishlarning o'rtacha kvadrati) belgilanish ko'rsatgichining tebranish darajasida juda ko'p uchraydigan tavsifi.

Dispersiya quyidagilar asosida aniqlanadi:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - \overline{X})^2}{n-1}; \tag{4.11}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_1^n (x_i - \overline{X})^2 m}{\sum_1^n m}; \tag{4.12}$$

(4.11) interval qatorlarda umumlashmagan ko'rsatgichlar uchun,- (4.12) esa interval qatorlarda umumlashgan ko'rsatgichlar uchun qo'llaniladi.

$σ$ dispersiyasidagi kvadrat ildiz *o'rta-kvadratli o'zgarish* yoki *standart o'zgarish* deb ataladi. Δ va $σ$ belgilari, variantlar bilan bir-xildagi o'lchovli ko’rsatgichlarga ega bo’lgan absolyut kattaliklar. Umumiylashtirish hajmining kattaligida va variatsion qatorda belgilanishning normal taqsimlanishiga yaqin holatda, Ϭ va Δ belgilarining o’rtasida ushbu o’zviy aloqa hosil bo’ladi:

$$\sigma = 1,25\Delta.$$

Belgilanishning variatsion darajasini tavsiflashda, ko’p hollarda nisbiy ko’rsatgichlar variatsiya koeffitsientlaridan foydalaniladi, ushbu koeffitsiyentlar quyidagi asosida aniqlanadi:

$$V_{\Delta} = \frac{\Delta}{x} \cdot 100; \qquad (4.13)$$

$$V_{\sigma} = \frac{\sigma}{x} \cdot 100; \qquad (4.14)$$

Dispersiyaning asosiy jihatlari.

1) Doimiy kattalikdagi dispersiya nolga teng bo’ladi:

$$\sigma^2_s = 0.$$

2) Belgilanish variantlarining barcha ko’rsatgichlari doimiy kattaliklarga kamaytirilsa, dispersiya o’zgarmay qoladi:

$$\sigma^2_{x-s} = \sigma^2_x.$$

3) Agar, (x_i) variantlarning barcha ko’rsatgichlar marta kamaytirilsa, u holda dispersiya R^2 martaga kamayadi:

$$\sigma^2_{x/R} = \sigma^2_{x/R} x R^2.$$

4.5. Taqsimlanish lahzalari.

Variantning R- tartibli lahzasi deb, variantning doimiy S-ko’rsatgichidan o’rtacha R- darajasining o’zgarishiga aytiladi:

$$Ak = (x_i - C)^k$$

Agar, o’rtacha ko’rsatgichni hisoblashda, yordamchi sifatida ko’plik ko’rsatgichlaridan (chastota) yoki chastotalardan foydalanilsa, ushbu lahzalar empiric lahzalar deb, agar, o’rtacha ko’rsatgichni hisoblashda, yordamchi sifatida ehtimollik nazariyasidan foydalanilsa,ushbu lahzalar nazariy lahzalardeb nomlanadi.

Variantning R- tartibdagi empirik lahzasini hisoblash uchun ushbu ishlatiladi:

$$\alpha k=\frac{\sum(x_i-C)^h m}{\sum m}; \tag{4.15}$$

Quyidagi lahzalar alohida farqlanadi:

1) boshlangich lahzalar (C = 0):

$$ak = \frac{\sum_{xi} k\cdot m_i}{\sum m_i}; \tag{4.16}$$

Nol tartibli boshlangich lahza (R=0):

$$\alpha_o = \frac{\sum x_i \cdot m_i}{\sum m_i} = 1$$

Birinchi tartibli boshlangich lahza (R= 1):

$$\alpha_1 = \frac{\sum x_i \cdot m_i}{\sum m_i} = \overline{X}$$

va hokazo:

2) shartli lahzalar (C – belgilangan ko’rsatgich).

(4.15) hisoblash davrida oson bo’lishi uchun C ko’rinishini taxminiy arifmetik o’rtalikga yaqin etib belgilanadi.Bu holatda S ko’rinishi yolg’onli nol deb ataladi.

Shartli lahzalar yolg’onli nolga nisbatan ushbu holatda uchraydi:

$$\alpha_k = \frac{\sum(x_i-C)^k\cdot m_i}{\sum m_i}; \tag{4.17}$$

3)markaziy lahzalar (C—X) markaziy lahzalar bilan shartli lahzalarning o’rtasida ushbu aloqalar mavjud:

$$\alpha_2^0 = h^2[\alpha_2' - (\alpha_1')^2]$$
$$\alpha_3^0 = h^3[\alpha_3' - 3\alpha_1' \cdot \alpha_2' + 2(\alpha_2')^3]$$
$$\alpha_4^0 = h^4[\alpha_4' - 4\alpha_1' \cdot \alpha_3' + 6(\alpha_1')^2 - 3\alpha_1']; \tag{4.18}$$

(4.15) ni x – S= ξ ko'rinishda belgilaymiz, ushbu holatda variantning R-tartibdagi shartli laxzasini aniqlash si quyidagicha bo'ladi:

$$\sigma_k' = \frac{\sum \xi^k}{\sum m}; \qquad (4.19)$$

Birinchi tartibning shartli laxzasi (R= 1)

$$\sigma_1' = \frac{\sum \xi}{\sum m}$$

Ikkinchi tartibning shartli laxzasi (R = 2)

$$\sigma_2' = \frac{\sum_{\xi}^{2} \cdot m}{\sum m}$$

va hokazo.

4.5-Masala. 4.3-Jadvalda keltirilgan variatsion qatorning markaziy va shartli lahzalarini hisoblab chikamiz. Barcha xisobotlarni 4.7-jadvalga joylashtiramiz.

4.7-Jadval olingan ma'lumotlarni (4.19) ga joylashtirib, shartli lahzalarning belgilarini aniqlaymiz:

a_1 = -1,1;

a'_2= 2,8;

a'_3= -5,9;

a_4= 16,6.

$\overline{X}$ ko'rinishini aniqlaymiz:

$$\overline{X} = h_{a1} + C = 2(-1.1) + 55 = 52.8$$

bu yerda; h – 4.7-jadval intervalning(sinf) bosgan kadami, C- yolgonli nolning ko'rinishi(C = 55 misolida).

Markaziy lahzalarning ko'rinishlarini xisoblaymiz:

$$3\alpha_2^0 = \alpha^2 = h^2[\alpha_2' - (\alpha_1')^2] = 2^2 \cdot [2.28 - (-1.1)^2] = 6.4$$

$$\alpha_2^0 = h^3[\alpha_3^0 - 3\alpha_2^0(\alpha_1^0) + 2(\alpha_2^0)^3] = 8 \cdot [-5.9 - 3 \cdot 2.28(-1.1) - 2(-1.1)^2] \\ = 5.6$$

$$\alpha_4^0 = h^4[\alpha_4^0 - 4(\alpha_3^0 \cdot \alpha_1^0) + 6\alpha_2^0 \cdot (\alpha_1')^2 - 3(\alpha_1')^4]$$
$$= 16 \cdot [16.6 - 4(-1.1) \cdot (-5.9) + 6(-1.1)^2 \cdot 2.8 - 3(-1.1)^4]$$
$$= 105.6$$

4.7-jadval

Oraliq masofa chegarasi	**Oraliq masofa qiymati**	**chastota**	$\boldsymbol{\xi = \frac{x_i - 55}{2}}$	$\boldsymbol{m\xi}$	$\boldsymbol{m\xi^2}$	$\boldsymbol{m\xi^3}$	$\boldsymbol{m\xi^4}$
48-50	49	6	-3	-18	54	-162	486
50-52	51	9	-2	-18	36	-72	144
52-54	53	13	-1	-18	13	-13	13
54-56	55	7	0	0	0	0	0
56-58	57	4	1	4	4	4	4
58-60	59	1	2	2	4	8	16
		40	-	-43 l_1	111 l_2	-247 l_3	663 l_4

a_2°ni, a_3°ni va a_4°ni hisoblash davrida, sonlarni umumiylashtirish natijasida hosil bo’lgan xatoliklarni kamaytirish uchun, ushbu dan foydalaniladi:

$$\alpha_2^0 = \sigma^2 = h^2 \frac{l_2 - \frac{l_1^2}{n}}{n}$$

$$\alpha_3^0 = h^3 \left[l_3 - \frac{3l_1 l_2}{n} + \frac{2l_1^3}{n^2}\right]$$

$$\alpha_4^0 = h^4 \left[\frac{l_4 - \frac{4l_1 l_2}{n} + \frac{6l_1^2 l_2}{n^2} - 3\frac{l_1^4}{n^3}}{n}\right]; \qquad (4.20)$$

bu yerda; $l_k = \sum m_i \xi_i^k$

Keltirilgan masala uchun quyidagilarga egamiz:

$$\alpha_2^0 = 4 \cdot \left[\frac{40 \cdot 111 - (-43)^2}{40^2}\right] = 6.5$$

$$\alpha_3^0 = 2^3 \left[\frac{-235 - \frac{3(-43)\cdot 111}{40} \frac{2(-43)^2}{40^2}}{40}\right] = 4.7$$

$$\alpha_4^0 = 2^4 \left[\frac{663 - \frac{4(-43)(-235)}{40} + \frac{6(-43)^2\cdot 111}{40^2} - 3\,\frac{(-43)^4}{40^3}}{40}\right] = 106$$

Uchinchi va turtinchi tartiblarning markaziy lahzalarini bilgan holda, variatsion qatorning *asimmetriyasini*va *ekstsessini* aniqlash kerak.

Variatsion qatorasimmetriyasining belgisining ko'rsatgichi sifatida uchinchi tartibning normalangan laxzasi xizmat qiladi:

$$A = \frac{\alpha_3^0}{\alpha^3}; \qquad (4.21)$$

Simmetrik qatorning asimmetrik ko'rsatgichi nolga teng bo'ladi. Bir modalli qatorda joylashgan variantlarning kata qismi $\overline{X}$nuqtasiga nisbatan ung tomonda joylashgan bo'lsa, u holda A ko'rinish musbat bo'ladi (ung tomon asimmetriyasi), bir modally qatorda joylashgan variantlarning kattaqismi $\overline{X}$ nuqtasiga nisbatan chap tomonda joylashgan bo'lsa, bu holatda A ko'rinishi manfiy bo'ladi (chap tomon asimmetriyasi).

4.5-Masaladan kelib chiqib:

$$A = \frac{4.7}{2.5} = 0.3$$

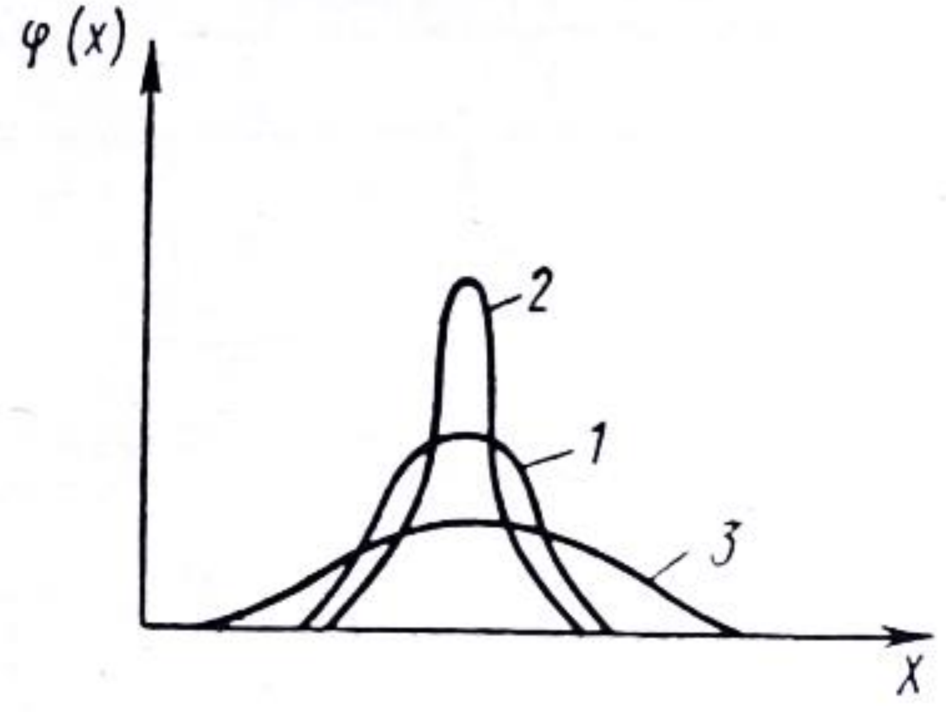
Demak, variatsion qator kam miqdorli ung tomon asimmetriyaga ega bo'ladi.

Variatsion qator qiyshikligi yassiligining ekstsessi quyidagi bo’yicha aniqlanadi:

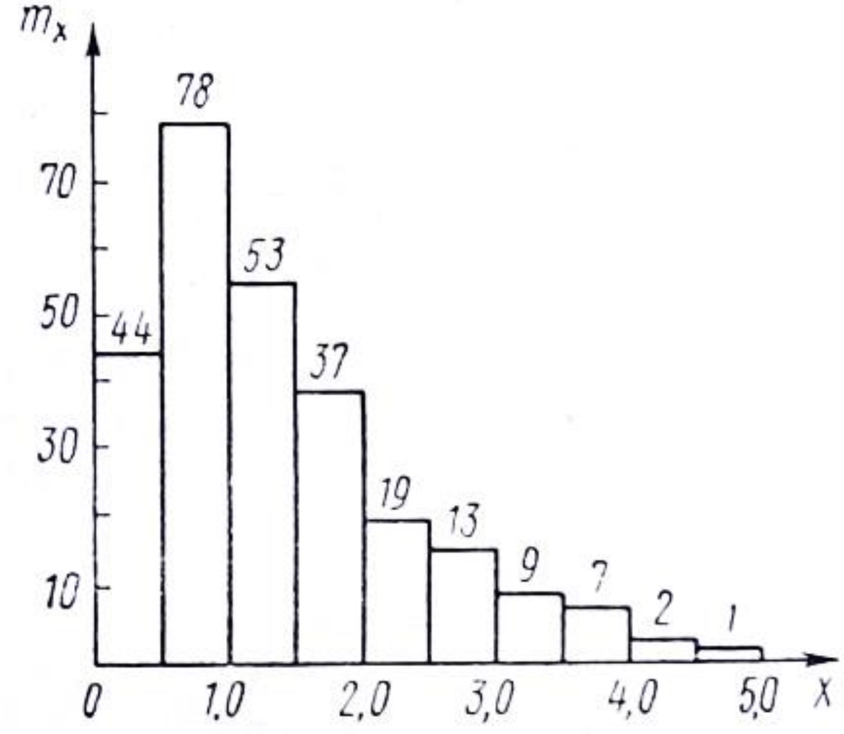
$$E = \frac{\alpha_4^0}{\alpha^4} - 3 \ ; \qquad (4.22)$$

Ekstsess taqsimlanishning uchli qirrali yoki yassi qirrali ekanligini tavsiflab beradi (4.4-rasm).

Ekstsessning musbat ko’rsatgichi moda tevaragidagi variatsion qatorning qiyshiqligi, moda tevaragida gisimmetrik qatorning (bir xil markaz va dispersiyaga ega) qiyshikligiga nisbatan yanada yuqorirok va yanada uchlirok chukkiga ega bo’lishini ko’rsatib beradi. Ekstsessning manfiy ko’rsatgichi variatsion qatorning qiyshikligi simmetrik qatorning (bir xil markaz va dispersiyaga ega) qiyshikligiga nisbatan yanada pastrok va yanada yassiroq chuqqiga ega bo’lishini ko’rsatib beradi.



4.4-rasm. Eksess taqsimlanishning qirralari



4.5-rasm. Variatsion qatorning grafik ko'rinishi.

To'rtinchi qatorning normalangan markaziy lahzasi simmetrik qiyshiklik uchun 3 ga teng, demak uning uchun ekstsess nolga teng bo'ladi.

4.5-Masaladan kelib chiqib, quyidagi hosil bo'ladi:

$$E= 106 / 2,5^4 – 3 = - 0,3.$$

4.6-Masala. Bir yarim metall konining turli kovjoylaridan va to'g-kon ishlab chiqarish nuqtalaridan 263 borozdali namuna olib keltirilgan.

Keltirilgan namunalardagi qo'rgoshinning tarkibini aniqlash konchilik kimyoviy tahlilxonasida o'tkazilgan, ushbu sinovlarning natijalari maxsus ro'yxatlar daftarida qayd etilgan bo'lib, natijalar shuni ko'rsatadiki, qo'rgoshinning minimal ko'rsatgichi x_{min} =0%, qo'rgoshinning maksimal ko'rsatgichi x_{max} =5%.

Interval variatsion qatorni tashkil etish uchun interval (sinf) ning optimal kattaligini aniqlaymiz:

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{1 + 3.21 \lg n}$$

bu yerda; n=263 va lg 263 = 2,42 demak,

$$h = \frac{5 - 0}{1 + 3.2 \cdot 2.4} = 0.57$$

qabul o'ilamiz. h = 0,5%.

Variatsion qatorda keltirilgan 263 ta namunada qo'rgoshin tarkibining statistik tavsifini hisoblash uchun xisobotli jadval tuzamiz. (4.8-jadval)

Namunaning kimyoviy tahlillarini qayd etish daftaridan olib alohida intervallar uchun tahlillarning (chastotalar) sonlarini aniqlaymiz, natijalarni 4.8-jadvalning 1-qatoriga tushiramiz. 4.8-Jadvalning 1-qator ko'rsatgichlariga asoslanib, variatsion qatorning chizmasini tuzamiz. (4.5-rasm)

4.8-Jadvalning 4-qator yigindisini umumiylashtiramiz:

$$\sum m\,\xi + n = \sum m(\xi + 1) = 38 + 263 = 301$$

5.8-Jadvalning 6-qator yigindisini tekshiramiz:

$$\sum m\,\xi^2 + 2\sum m\,\xi + n = \sum m\,(\xi + 1)^2 = 924 + 2 \cdot 38 + 263 = 1263$$

5.8-Jadvalning 8-qator yigindisini tekshiramiz:

$$\sum m\,\xi^2 + 3\sum m\,\xi^2 + 3\sum m\,\xi + n = \sum m\,(\xi + 1)^3$$
$$= 2336 + 3 \cdot 924 + 3 \cdot 38 + 263 = 5485$$

Nyuton binomisiga asosan tekshiramiz:

$$\sum \boldsymbol{m}\xi^4 + 4\sum m\,\xi^3 + 6\sum m\,\xi^2 + 4m\xi^2 + n = \sum m\,(\xi + 1)^4$$
$$= 13848 + 4 \cdot 2336 + 6 \cdot 924 + 4 \cdot 38 + 263 = 29151$$

Shartli lahzalarning belgilarini topamiz:

$\alpha_2' = \frac{38}{263}$=0.14 $\qquad (\alpha_1')^2 = 0.02(\alpha_1')^3 = 0.003$

$(\alpha_1')^4 = 0.0004$

$\alpha_1' = \frac{924}{263} = 3.5\alpha_3' = \frac{2336}{263} = 8.9 \qquad \alpha_4' = \frac{13848}{263} = 52.7$

O'rtacha ko'rsatgichni aniqlaymiz:

X = Na 1 + S = 0 ,5 - 0 ,1 4 + 1,25 = 1,32%

Dispersiyaning ko'rsatgichini aniqlaymiz:

$$\alpha_1' = \sigma^2 = h^2[\alpha_2' - (\alpha_1')^2] = 0.5^2(3.5 - 0.14^2) = 0.87$$

σ^2 = 0,9% deb qabul o'ilamiz.

Uchinchi va turtinchi tartiblaring markaziy lahzalarini hisoblab chikamiz :

$\alpha_3^0 = h^3[\alpha_3' - 3\alpha_1' \cdot (\alpha_1') + 2(\alpha_2')^3]$ $=0.5^3 \cdot [8.9 - 3.35 \cdot (0.14) + 2(0.14)^3] = 1.1$

a°$_3$ = 1,0 qabul o'ilamiz, u holda:

$\alpha_4^0 = h^4[\alpha_4' - 4\alpha_1' \cdot \alpha_3' + 6(\alpha_1')^2 - 3\alpha_1']$=*0.06*$\cdot$ $[52.7 - 4 \cdot 0.14 \cdot 8.9 + 6 \cdot 0.02 \cdot 3.5 - 3 \cdot 0.0004] = 2.9$

Sonlarni umumiylashtirish natijasida hosil bo'lgan xatolarni kamaytirish uchun markaziy lahzalarning ko'rsatgichlarini ushbu yordamida hisoblanadi:

$$\alpha_2' = \sigma^2 0.25 \frac{263 \cdot 924 - 38^2}{263^2} = 0.87 \approx 0.9$$

$$\alpha_3^0 = 0.125 \left[\frac{2336 - \frac{3 \cdot 38 \cdot 924}{263} + \frac{2.38^2}{263^2}}{263} \right] = 0.9$$

$$\alpha_4^0 = 0.06 \left[\frac{13848 - \frac{4 \cdot 38 \cdot 2336}{263} + \frac{6 \cdot 38^2 \cdot 924}{263^2} - \frac{38^2}{263^3}}{263} \right] = 2.9$$

Uchinchi va turtinchi tartiblarning markaziy lahzalarini aniqlab, variatsion qatorning asimmetriya va ekstsesslarini hisoblab chiqamiz:

$$A = \frac{a_3^o}{a^3} = \frac{0.9}{0.95^3} = 1.1$$

Asimmetriyaning musbat ko'rsatgichi variatsion qatorning ung tomon asimmetriyasini ko'rsatadi:

$$\mathrm{E} = \frac{a_4^o}{a^4} - 3 = \frac{2.9}{0.8} - 3 = 0.6$$

Ekstsessning musbat ko'rsatgichi moda tevaragidagi variatsion qatorning (5.5-rasm) qiyshikligi moda tevaragidagi simmetrik qatorning (bir xil dispersiyaga ega) qiyshiqligiga nisbatan yanada yuqoriroq va yanada uchliroq chukkiga ega bo'ladi.

4.8-jadval

Interval chegerasi	**Intervalning o'rta qiymati** x_i	**Chastota** m_i	$\xi = xi - 1,25/0,5$	$\xi + 1$	$m\xi$	$m(\xi + 1)$	$m\xi^2$	$m(\xi + 1)^2$	$m\xi^3$	$m(\xi + 1)^3$	$m\xi^4$	$m(\xi + 1)^4$
a	b	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0-0,50	0,25	44	-2	-1	-88	-44	176	44	-352	-44	704	44
0,51-1,00	0,75	78	-1	0	-78	0	78	0	-78	0	78	0
1,01-1,50	1,25	53	0	1	0	53	0	53	0	53	0	53
1,51-2,00	1,75	37	1	2	37	74	37	148	37	296	37	592
2,01-2,50	2,25	19	2	3	38	57	76	171	152	513	304	1539
2,51-3,00	2,75	13	3	4	39	52	117	208	351	832	1053	3328
3,01-3,50	3,25	9	4	5	36	45	144	225	576	1125	2304	5625
3,51-4,00	3,75	7	5	6	35	42	175	252	875	1512	4375	9072
4,01-4,50	4,25	2	6	7	12	14	72	98	432	686	2592	4802
4,51-5,00	4,75	1	7	8	7	8	49	64	343	512	2401	4096
		263			+38	+301	924	1263	+2336	+5485	13848	29151

4.7-Masala. Polimetal kon shaxtalaridan 199 borozdali namuna olib keltirilgan. Keltirilgan namunalardagi qo'rgoshin (Y) va rux (X) tarkibini aniqlash interval variatsion qator ko'rinishida 4.9, 4.10-jadvallarda ko'rsatilgan. (qator 1,2,3) Ushbu jadvallarga qo'rgoshin va ruxning statistik tar qalish tavsifini hisoblash uchun alohida hisobot qatorlari va grafalari kiritilgan.

Hisobotlarning nazorati:

118 - (- 81) = 199; 244 - 207 - 2 (- 81) = 199.

4.9-Jadvalning ko'rsatgichlariga asosan hisoblaymiz:

$$\overline{Y} = \frac{\sum ym}{\sum m} = \frac{217.5}{199} = 1.09 \approx 1.1$$

4.9-jadval

Interval qiymati %	**Intervalning o'rta qiymati** ***y, %***	**Chastota** ***m***	***y*m***	η	η+1	$m^*\eta$	$m(\eta+1)$	$m\eta^2$	$(\eta+1)^2$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,0-1,0	0,5	121	60,5	-1	0	-121	0	121	0
1,0-2,0	1,56	53	79,5	0	1	0	53	0	53
2,0-3,0	2,5	16	40,0	1	2	16	32	16	64
3,0-4,0	3,5	5	17,5	2	3	10	15	20	45
4,0-5,0	4,5	2	9,0	3	4	6	8	18	32
5,0-6,0	5,5	2	11,0	4	5	8	10	32	50
		199	217,5			-81	118	207	244

Dispersiyaning belgisini quyidagi yordamida topamiz:

$$\sigma_y^2 = h^2\left[\frac{\sum m_{n^2}}{\sum m} - \left(\frac{\sum m_n}{\sum m}\right)^2\right]; \qquad (4.23)$$

bu yerda; $\Sigma m_n/\Sigma m$ = Y – C = 1,1 – 1,5 = - 0,4.

4.9-jadvalda keltirilgan shartli (yolg'onli) nol uchun belgilangan intervalning (1,5) o'rtacha ko'rsatgichi:

$$\sigma_v^2 = \left[\frac{207}{199} - (-0.4)^2\right] \cdot 1^2 = 0.88$$

$$\sigma_v = \sqrt{0.88} = \pm 0.94$$

4.10-Jadvalda hisobotlarning nazorati ko'rsatilgan:

285 – 86 = 199; 737 – 366 – 2 x 86 = 199.

4.10-Jadvalda berilgan ko'rsatgichlar asosida hisoblaymiz:

$$\overline{X} = \frac{384.5}{199} = 1.9 \qquad \overline{X} - C = 1.9 - 1.5 = 0.4$$

$$\frac{\sum \xi^4 m}{\sum m} = \frac{366}{199} = 1.84 \qquad \sigma_\alpha^2 = 1.84 - (0.4)^2 = 1.68$$

$$\sigma_x = \sqrt{1.68} = \pm 1.3$$

4.10-jadval

Interval qiymati %	**Intervalning o'rta qiymati *x, %***	***m***	***x*m***	***ξ***	***ξ+1***	***m* ξ***	$\boldsymbol{m(\xi+1)}$	$\boldsymbol{m\xi^2}$	$\boldsymbol{(\xi+1)^2}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0,0-1,0	0,5	41	20,5	-1	0	-41	0	41	0
1,0-2,0	1,56	91	136,5	0	1	0	91	0	91
2,0-3,0	2,5	33	82,5	1	2	33	66	33	132
3,0-4,0	3,5	18	63	2	3	36	54	72	162
4,0-5,0	4,5	9	40,5	3	4	27	36	81	144
5,0-6,0	5,5	4	22	4	5	16	20	64	100
6,0-7,0	6,5	3	19,5	5	6	15	18	75	108
		199	384,5			+86	285	366	737

4.7-Masala. Umumiy shaxtalarda 46 ta qazib olish ishlari bo'yicha, 166 ta shtrek-oylik ko'zatuvlar o'tkazilgan.

O'zgaruvchan-harakatlanish (variro'yushiy) belgilarning birini ko'zatamiz, masalan, qaytarilish shtreklarining utish tezligi (ushbu tezlik uchun intervalli variatsion qatorni to'zamiz va uning statistik tavsifini hisoblab chikamiz).

Eng avval, intervalli variatsion qatorning kattaligini aniqlaymiz:

$$h = \frac{50.1 - 6.2}{1 + 3.2\ lgn} = \frac{43.9}{1 + 3.2lgn} = \frac{43.9}{1 + 3.2 \cdot 2.201} = 5.04$$

Intervalda olingan belgili ko'rsatgichlarni besh martaga yaqin o'rab olish (okruglit), bu holda interval variatsion qatorning 9 ta satriga ega bo'lamiz. Belgining barcha 166 ta ko'rsatgichini (shtreklarda utishning tezligi) intervalli variatsion qatorning satrlariga tarqatib, har bir satrning chastotasini hisoblaymiz.

So'ng, chastotalarning ko'rsatgichlari va intervallar o'rtasining ko'rsatgichlariga asoslanib, avval shartli, so'ngra markaziy lahzalarini topamiz va ular orqali tashkil bo'lgan variatsion qatorning statistik tavsiflarini hisoblab chikamiz. Barcha hisobotlarni 4.11-jadvalga tushiramiz.

4.11-Jadvalda berilgan hisobotlarning to'g'riligini tegishli belgilar yordamida tekshiramiz:

$$\sum \xi m + n = \sum m(\xi + 1) \quad - 119 + 166 = 47\,;$$

$$\sum \xi^2 m + 2\sum \xi m + n = \sum m(\xi + 1))^2\,;$$

371+2(-119)+166=299;

$$\sum m\xi^3 + 3\sum \xi m^2 + \mathbf{3}\sum m\ \xi + n = \sum m(\xi + 1))^3\mathbf{;}$$

$$115+3\cdot 371 + 3(-119) + 166 = 1037;$$

$$\sum m\xi^4 + 4\sum \xi m^3 + 6\sum m\ \xi^2 + 4m\xi + n = \sum m(\xi + 1)^4)\mathbf{;}$$

$$3167 + 4 \cdot 115 + 6 \cdot 371 + 4(-119) + 166 = 5543;$$

4.11-jadval

Interval chegarasi qiymati, m	**O'rta qiymati, x_i**	**Chastota, m**	$\xi = xi - 17,5/5$	$\xi+1$	$m*\xi$	$m(\xi+1)$	$m\xi^2$	$m(\xi+1)^2$	$m\xi^3$	$m(\xi+1)^3$	$m\xi^4$	$m(\xi+1)^4$
1	2	3	4		6	7	8	9	10	11	12	13
5.0-10.0	7.5	41	-2	-1	-82	-41	16	41	-328	-41	656	41
10.0-15.0	12.5	78	-1	0	-78	0	78	0	-78	0	78	0
15.0-20.0	17.5	28	0	1	0	28	0	28	0	28	0	28
20.0-25.0	22.5	10	1	2	10	20	10	40	10	80	10	160
25.0-30.0	27.5	1	2	3	20	3	4	9	8	27	16	87
30.0-35.0	32.5	6	3	4	18	24	54	96	162	384	486	1536
35.0-40.0	37.5	0	4	5	0	0	0	0	8	0	0	0
40.0-45.0	42.5	1	5	6	5	6	25	36	125	216	625	1296
45.0-50.0	47.5	1	6	7	6	7	36	49	216	343	1296	2401
		166			-119	47	371	299	115	1037	3167	5543

4.11-Jadvalda keltirilgan tegishli ko'rsatgichlarni-5.19 ga joylashtirib, shartli lahzalarning ko'rsatgichlarini aniqlaymiz:

$$\sigma_1' = \frac{\sum m\xi}{\sum m} = \frac{119}{166} = 0.72;$$

$$\sigma_2' = \frac{\sum m\xi^2}{\sum m} = \frac{371}{166} = 2.24;$$

$$\sigma_3' = \frac{\sum m\xi^3}{\sum m} = \frac{115}{166} = 0.70;$$

$$\sigma_4' = \frac{\sum m\xi^4}{\sum m} = \frac{3167}{166} = 27.30.$$

Belgilanishning o'rtacha ko'rsatgichini topamiz;

X = ha'$_1$ + S = 5,0 (- 0,72) + 17,5 = 13,9 yoki 139 m/oy.

Markaziy lahzalarning ko'rsatgichlarini xisoblaymiz:

$$\alpha_2^0 = \sigma^2 = h^2[\alpha_2' - (\alpha_1')^2] = 5.0^2[2.24 - (-.072)^2] = 5.0^2 \cdot 1.72 = 43;$$

$$\sigma = \sqrt{43} = 6.6\, m;$$

Dispersiyani hisoblashning to'g'ri ekanligini -5.20 orqali tekshiramiz:

$$\alpha_2^0 = \sigma^2 = h^2 \frac{nl_2 - l_1^2}{n^2} = 5^2 \cdot \frac{166 \cdot 371 - (-119)^2}{166^2} = 25 \cdot \frac{47425}{27556} = 43;$$

$$\alpha_3^0 = h^3[\alpha_3' - 3\alpha_2' \cdot \alpha_1' + 2(\alpha_2')^3] = 5^3 \cdot [0.70 - 3 \cdot 2.24(-0.72 + 2(-0.72)^3)] = 598.8 \alpha_4^0 = h^4[\alpha_4' - 4(\alpha_1' \cdot \alpha_3' + 6\alpha_2' \cdot \alpha_1')^2 - 3(\alpha_1')^4] = 5^4 \cdot [27.3 - 4 \cdot (-0.72) \cdot 0.70 + 6 \cdot (-0.72)^2 \cdot 2.24 - 3 \cdot (-0.72)^4] = 20687.5;$$

Dispersiyani va o'rta kvadratli o'zgarishlarni (ayrim holatlarda standart o'zgarish deb ataladi), variatsion qatorning (1000 dan ziyod) ko'psonli ko'rsatgichlarida va simmetrik yoki asta-sekin kamayadigan tuxtovsiz taqsimlanish, shuningdek, intervalning 1/20 variatsion yoyilishi kattaligi (h) daguruhlanishdagi Sheppardning tuzatilish ko'rsatmalari asosida quyidagi orqali aniqlanadi:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum \xi^2 m}{n} - \left(\frac{\sum \xi m}{\sum m}\right)^2 - \frac{h^2}{12}; \tag{4.24}$$

Agar, umumiy sonlarning yigindisi kata bulmasa, tanlashning hodisaviy harakatlanishining oldida Sheppardning tuzatilish ko'rsatmalari ikkinchi darajali bo'ladi va Sheppardning tuzatilish ko'rsatmalari inobatga olinmaydi.

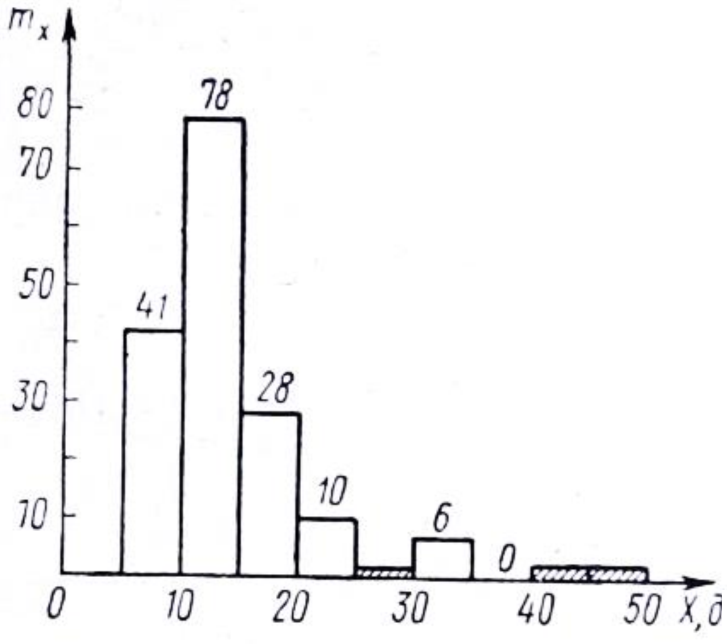
4.11-Jadvalda keltirilgan kattaliklarni 4.24 ga solishtirib, ushbuni qabul o'ilamiz:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{371}{166} - (\frac{-119}{166})^2} = \sqrt{2.24 - 0.52} = \sqrt{1.72} = 1.31;$$

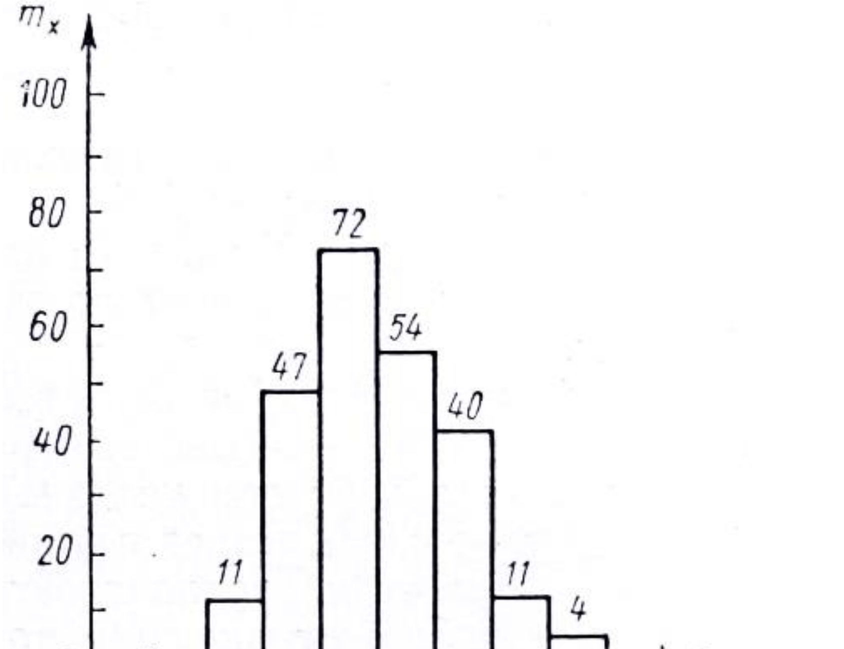
Interval qatorning hisoblab chiqilgan o'rta kvadratli o'zgarishlarining ko'rsatgichlari ξ ning ko'rsatgichlar bilan bir xil bo'lishi kerak. 4.11-Jadvalga asoasan ξning har bir sinfiy ko'rsatgichi – *x* intervalning 5 lik ko'rsatgichiga, ya'ni 5 des.m.teng bo'ladi. 4.24 da ko'rsatilgan xisoblar natijasida ko'rinadiki, interval qatorning o'rtacha shartli belgisi sifatida xohlagan satrning ko'rsatgichini olish mumkin. Interval qatorning o'rtacha shartli belgisiga (ξ_i) nisbatan boshqa satrlarning o'zgarishlari (h) intervalining bir turagi (sinfiy) ko'rsatgichlari bo'lib xizmat qiladi. Shu asosida, har bir satrdagi ko'rsatgichlar ushbu berilgan satrning o'rtacha ko'rsatgichining atrofida yigiladi deb hisoblash mumkin.

Simmetriyali taqsimlanishga (eki asta-sekin qaytarilish) monand bo'lgan takdirda, har bir satrning o'rtasi,berilgan satrning o'rtasiga nisbatan ko'proq taqsimlanishning o'rtasiga nisbatan yaqinroq bo'lgan masofada joylashishga harakat qiladi, σ^2_x ni 4.24 ga asosan hisoblashda dispersiyaning o'rtakvadratli o'zgarishiga olib keladigan yunalish(tendentsiya) vujudga keladi. Ushbu o'rta kvadratli o'zgarishiga olib keladigan yunalish (tendentsiya) Sheppardning to'zatilish ko'rsatmalari yordamida uchirib yuboriladi.

Yer osti qazilma boyliklarining joylashish makoni yoki konchilik ishining ishlab chiqarish va fizikaviy jarayonlarining ko'rsatgichlarining statistik tahlil qilish davrida, variatsion qatorning sonli ko'rinishlari oddiy unlik yoki yuzlik ko'rsatmalariga ega bo'ladi, shuning uchun Sheppard tuzatilish ko'rsatmalaridan foydalanish shart emas.



a)



b)

4.6-rasm. Variatsion qator chastotalarining tarqalish gistogrammasi

Uchinchi va turtinchi tartiblarning markaziy lahzalarini bilgan holda, variatsion qatorning asimmetriyasi va uning ekstsessi aniqlanadi.

$$A = \frac{\alpha_3^0}{\alpha^3} = \frac{598.8}{6.6^3} = \frac{598.8}{283.8} = 2.1;$$

$$E = \frac{\alpha_4^0}{\alpha^4} - 3 = \frac{20687.5}{1867.8} - 3 = 11.1 - 3 = 8.1;$$

Asimmetriya va ekstsessning ko'rsatgichlari tekshiriladigan variatsionning qator modasining tevaragida musbat (o'ng tomon) asimmetriyali va uchli chuqqili tavsifini ko'rsatadi.

4.11-Jadvalda berilgan ko'rsatmalar asosida variatsion qator chastotalarining tarqalish gistogrammasi tuziladi.(4.6- a-rasm).

Shuningdek, shtrek o'tuvchisining ishlab chiqarish samaradorligi ko'rsatgichlari chastotalarining tarqalish jadvalini tuzib, tarqalishning gistogrammasi quriladi. (4.6- b-rasm).

4.6. Variasion qatorlar sonli tavsiflarining aniqligi.

Konchilik korxonalaridagi va yer ostida ro'y beradigan fizikaviy jarayonlardagi asosiy statistik jarayonlarida *tanlanma ko'rsatgichlar* uchraydi. Tekshiriladigan *N* hajmli asosiy statistik umumiyliklardan tasodifiy holda *n* sonni tanlab olishni amalga oshirish ko'zda tutilgan.

Agar, asosiy umumiylikning har bir a'zosiga tenglik asosida tanlov umumiyligiga saylanish sharoitlari yaratilsa, tanlash har doim tasodifiy bo'ladi. Maslan, ko'rsatilgan namunalarning umumiy sonlaridan v sm^3 ulchamli kon porodalariniing mustahkamlik tavsiflarini o'rganishda, namunalarning umumiy sonlaridan $V/v = N$, (V-tekshiriladigan poroda massivining umumiy hajmi) faqat namunalarni tanlab olamiz.

Kon zaxiralaridagi porodaning tarkibini tekshirish uchun namunalarning umumiy sonidan $Q/q = N$; n ta namuna tanlab olinadi. (Q –konporodalarning umumiy zaxiralari).

Tanlangan variatsion qator belgilarining sonli tavsiflari asosiy statistik umumiylashuvga tegishli yaqin belgilari sifatida xizmat ko'rsatadi.

Tanlash jarayonining stoxastik tavsiflari natijasida tanlangan variatsion qatorning turli xil tavsiflari tasodifiy kattalik hisoblanadi.

Katta sonlar qonuniga asosan, tanlashning katta hajmida, tanlash natijasida xisoblangan (t) tavsiflar, ehtimollik ko'rsatgichlari bo'yicha asosiy umumiylik tavsiflarining tegishli belgilari tomonga harakatlanadilar.

Tanlangan umumiyliklar va asosiy umumiyliklar tavsiflaridagi farqlar tanlab olishdagi xatoliklarni keltirib chiqaradi:

$$R_0 - r = \varepsilon_r,$$

$$x_0 – X = \varepsilon x,$$

$$б_0 - б = \varepsilon_б.$$

Bu xatoliklar tasodifiy kattaliklar bo'lib, shu sababli har qaysi holatda alohida ushbu xatolikning nafaqat ulchamini, balki bu xatolikning ulchami kattalashib ketmasligining ishonchini korsatish lozim.

Bu yerda; $\overline{X}$-ε_x va $\overline{X}$+ε_x ko'rinishlari $\overline{X}$ kattaligining ishonchli chegaralari deb nomlanadi.

ε_x kattaligi ushbu ishonchlilikda tanlab olishning aniqligini tavsiflaydi. Bu kattalik qancha kichik bo'lsa, $\overline{X}$ kattaligi ishonch sifatidan shuncha aniq kursatiladi.

ε kattaligi V tanlab olish davridagi ishonch va ko'plik belgilari (chastota) hajmining ma'lum ko'rinishi bir-birlari bilan ushbu ko'rinishda o'zaro bogliq bo'ladi:

$$B\left(\frac{m}{n} - \varepsilon \leq P \leq \frac{m}{n} + \varepsilon\right) = F(t); \qquad (4.25)$$

4.25 da ko'rinishning ung tomoni - Laplass funktsiyasi:

$$F(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-e}^{+t} e^{\frac{t^2}{2}} dt; \qquad (4.26)$$

F(t) funktsiyasi tabulirovka qilingan, ushbu funktsiyadagi tegishli belgilarning jadvallari ehtimollik nazariyasi va matematik statistikaning barcha kurslarida keltirilgan.

4.26 ga asoslanib, t koeffitsientining ayrim belgilari uchun V ishonchlilikning belgilari aniqlangan. (4.12-jadval)

4.12-jadval

l	**Mustahkamlik qiymati *V %***	**Ehtimollik *P***
0.68	50	0.504
1.00	68	0.683
1.16	75	0.754
1.50	87	0.866
1.65	90	0.991
2.00	95	0.955
2.50	99	0.988
3.00	99.7	0.997
4.00	99.994	0.99994

Belgilarni tanlab olishda vrida o'rtacha xatolikning belgilari alohida aniqlanish standartining tavsifi bilan ko'rsatiladi va kata hajmdagi tanlab olishda vrida quyidagi asosida aniqlanadi:

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1}\sum m_1 (x_i - \overline{X})^2; \qquad (4.27)$$

Kichik hajmli tanlab olish davrida tanlab olish dispersiyalari turli tanlab olishlarning σ_0^2. Oliy dispersiyasining atrofida emas, balki ushbu $\frac{n-1}{n}\sigma^2 = \sigma^2 - \frac{1}{n}\sigma^2$ kattaliklarning atrofida to'planadi.

Bundan kelib chiqib, yaqinlashgan tenglikdan foydalanishda, $\sigma^2 \approx \sigma_0^2$ ko'rsatgichda tanlangan dispersiyaning $\frac{1}{n}\sigma_0^2$ ga teng sistematik xatoliklari paydo bo'ladi (kichik hajmli tanlab olishda σ_0^2 kattaligining juda ham kamayishiga olib keladi).

Katta hajmli tarqalish davrida o'rtacha tanlangan n normal qonunlarga bo'ysunishini inobatga olib, $\overline{\mathrm{X}}$ belgisining o'rtacha arifmetik xatosini quyidagi asosida aniqlaymiz:

Ushbu dan kelib chiqib, X o'rtacha ko'rinishning n taqsimlanishi normal qonunga bo'ysunishini inobatga olib, X belgisining berilgan o'rtacha arifmetik xatoliklar ko'rsatgichlarini aniqlaymiz:

$$\varepsilon_x = \frac{t \cdot \sigma_x}{\sqrt{n}}; \tag{4.28}$$

Ushbu ni inobatga olib, $\overline{\mathrm{X}}$ belgisining berilgan ε_x o'rtacha xataoligini va berilgan V ishonchliligining n taqsimlanishining o'rtacha tanlash hajmini aniqlaymiz:

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\varepsilon_x^2}; \tag{4.29}$$

4.9-Masala. 4.4-masalada berilgan qazilma porodasining siqilish mustahkamligini aniqlash ko'rsatgichlari asosida 40 ta namuna(kubik) hisoblab chiqilgan:

$$\overline{\mathrm{X}} = 52{,}8 \text{ kG/sm}^2 \text{ va } \sigma^2 = 6{,}4 \text{ kG/sm}^2.$$

Alohida (har qaysi) ko'rsatilgan namunaning siqilish mustahkamligini aniqlashdagi o'rtakvadratli xatoni aniqlaymiz:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{6.4} \approx 2.5 \text{ kg/sm}^2$$

O'rtacha arifmetik ko'rsatgichlarning xatoliklari ($\overline{\mathrm{X}}$ = 52,8):

$$\varepsilon_x = \frac{t \cdot \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2.25}{\sqrt{40}} = \frac{5}{6.33} \approx \pm 0.8 \text{ kg/sm}^2$$

Bundan chiqadiki, jadval-12. dan kelib chiqib, 95% ishonch bilana ytish mumkinki, (t=2 bo'lgan holatda) $\overline{X}$=52,8 kG/sm^2 ko'rsatgichida (ε_x) $\pm$0,8 kg/sm^2 xatoliklarga yo'l ko'yilganligi aniqlandi. 95% ishonch bilana ytish deganda, har 100 ta voqeadan faqatgina 5 ta holatda $\pm$0,8kg/sm^2 dan yuqori ko'rinishdagi xatolar kelib chiqadi.

Bu yerda ishonch ishonchli chegaralar quyidagicha: 52,8 - 0,8 va 52,8 + 0,8 (B = $\Phi(t)$ = 95,5%, bo'lganida).

Berilgan ko'rsatgichlarning yordamida *B* ning ishonch kattaligini aniqlaymiz, u tanlashning me'yoriy xatoligi bo'lishi mumkin. ε_x = 1 kG/sm^2.

hisoblab chiqamiz:

$$t = \frac{\varepsilon_x \sqrt{n}}{\sigma} = \frac{1\sqrt{40}}{2.5} = \frac{6.33}{2.5} = 2.53$$

Ushbu ko'rsatgichlarni Laplas funktsiyasiga ko'yib, quyidagilarni hosil o'ilamiz:

$$B = \Phi\ (\mathrm{t}) = \Phi\ (2{,}53) = 98{,}9\%.$$

Tanlash hajmining q'anday ko'rinishga ega bo'lishini: me'yoriy xatolik ε_x= 1 kG/sm^2 bo'lganda, *B*= 99,7% ishonchli kafolatlangan, *B* = 95,5% ishonchlilik ko'rsatgichga ega bo'lganida, n tanlanishning hajmini aniqlaymiz.

B =Φ(t) = 99,7 tenglikdan, t=3 topamiz:

$$T = \frac{\varepsilon_{x\sqrt{n}}}{\sigma} \quad \text{bu erda} \quad n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\sigma_x^2}$$

Kerakli kattaliklarni qo'yib, T uchun, topamiz:

t = 3 bo'lganda:

$$n' = \frac{3^2}{1^2} \cdot 6.4 \approx 58$$

t=2 bo'lganda:

$$n'' = \frac{2^2}{1^2} \cdot 6.4 \approx 26$$

Tanlashhajminingqandayko'rinishdabo'lishini: me'yoriyxatolik ξ_x = 0,5 kG/sm^2 bo'lganda, *B* = 90% ishonchlilik ko'rsatgichga (t = 1,65) egabo'lganholatda, *n* tanlanishning hajmini aniqlaymiz:

$$n = \frac{1.65^2 \cdot 6.4}{0.5^2} \approx 69$$

4.10-Masala. 5.8-masalada 166 shtrek-oyda o'tkazilgan qaytarilish shtreklari tezligining o'rtacha ko'rsatgichi hisoblab chiqilgan.

X = 139 m/oy;

$\sigma = \sqrt{\sigma 2} = \sqrt{43} = \pm 6{,}6$ yoki $\pm 66\ m/s$

O'rtacha arifmetik xatoliklar:

$$\xi_x = \frac{t * \sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2 * 66}{\sqrt{166}} = \frac{132}{12{,}9} \approx \pm 10{,}2\ m/s;$$

Bundan kelib chiqib, 95,5% ishonch bilan (t = 2 bo'lganda) $\overline{X}$ =139 m/oy kattaligi $\varepsilon_x = \pm 10{,}2$ m/oy xatolik bilan aniqlangan. Bu yerda, Φ(t) = 0,954 bo'lganda, ishonchli chegaralarning ko'rsatgichlari quyidagicha bo'ladi: 139 - 10,2 va 139+10,2.

Xuddi yuqoridagidek sharoitlarda, me'yoriy xatoliklar($\varepsilon_x = \pm 10$ m/oy) bo'lsa, 90% ishonchli ko'rsatgichlar (ehtimollik ko'rsatgichi-0,90) bo'lganda, *n* taksimlanining kuzatishlar hajmini aniqlaymiz.

Φ (t) = 0,90 tenglikdan kelib chiqib: t= 1,65 topamiz. U holda:

$$n = \frac{t^2 \sigma^2}{\varepsilon_x^2} = \frac{(1{,}65)^2}{10^2} * 6{,}6^2 = \frac{2{,}7 * 43{,}56}{100} \approx 118\ shtrek - oy;$$

Keltirilgan o'lchovli belgilarda funktsiya bahosining aniqligi. Bir-biriga bogliq bulmagan o'zgaruvchan belgilar $x_1, x_2, \ldots x_n$ va ularga bogliq bo'lgan Y kattalik orasida o'zviy matematik aloqaning mavjudligi ushbu tenglama bilan iflanadi:

$$Y = f(x_1, x_2, \ldots x_m); \qquad (4.30)$$

Xatoliklar nazariyasida funktsiyaning aniqligini baholash uchun; o'lchovlar (kuzatishlar), natijasida kulga kiritilgan dalillar (belgilar) ko'rinishlar funktsiyasi uchun belgilangandan foydalanish lozim:

$$\varepsilon_y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 \varepsilon\, x_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 \varepsilon\, x_2^2 \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 \varepsilon\, x_n; \qquad (4.31)$$

Ko'rinishning funktsiyasi uchun:

$$Y = x_1, x_2, x_3, \ldots x_n; \qquad (4.32)$$

4.31 ga asosan nisbiy xatoliklar quyidagi tenglamada keltiriladi:

$$\frac{\varepsilon_y}{Y} = \sqrt{+\left(\frac{\varepsilon_1}{x_1}\right)\left(\frac{\varepsilon_1}{x_1}\right)^2}; \qquad (4.33)$$

Ko'rinishning chiziqli funktsiyasi uchun:

$$Z=k_1x_1+k_2x_2+_{\dots}k_nx_n\,; \qquad (4.34)$$

Absolyut xatoliklar ushbu yul bilan aniqlanadi:

$$\varepsilon_z^2=k_1^2\varepsilon_1^2 + k_2^2\varepsilon_2^2 +_{\dots}+ k_n^2\varepsilon_n^2$$

bu yerda; k_1, k_2, k_n- doimiy sonlar.

$U = kx$ funktsiyasi uchun

absolyut xatoliklar ushbu bilan aniqlanadi:

$$\varepsilon_u= kx\ \varepsilon_x$$

4.11-Masala. Kombinat shaxtalarining ko'pgina shtreklaridagi utishning statistik ko'rsatgichlariga asosan, v shtreklarida S kesimli o'tqazishning tezligi, utish brigadasidagi utuvchilarning soni N, ko'mir qatlamining quvvati m, shpurlarining chuqurligi lva shtrekning k sonlari har bir pogon metrida $\bar{C}$ oylik ish xakiga nisbatan qilingan harajatlar to'g'risidagi quyidagi statistik aloqa aniqlangan:

$$\bar{C}= 0{,}06v +1{,}75S + 0{,}2N + 2{,}9j + 2l + 0{,}4k + 1{,}0.$$

$\bar{C}$ kattalikni aniqlashdagi xatolik shunday aniqlanadi:

$$\varepsilon_c^2=0.06^2\varepsilon_n^2+1.7^2\varepsilon_s^2+0.2^2\varepsilon_n^2+2.9^2\varepsilon_f^2+2^2\varepsilon_n^2+0.4^2\varepsilon_k^2$$

bu yerda;ε_i-v, S, N, j, l, k ko'rsatgichlarni (dalillar) aniqlashdagi xatoliklar.

4.12-Masala. qazib olish bo'limidagi metallning zaxirasini topish uchun ushbu dan foydalanadi:

$$P = \frac{F\bar{l}\bar{J}C}{100}\mathrm{T}_1$$

bu yerda; P- qazib olish bo'limidagi metalning zaxirasi, tonna; F - qazib olish bo'limidagi qatlamning maydoni, m^2; $\bar{l}$- qazib olish bo'limidagi qatlamning o'rtacha quvvati, m; $\bar{J}$ -qazib olish bo'limidagi rudaning hajmiy ogirlik belgisi; $\bar{C}$ -qazib olish bo'limidagi ruda tarkibidagi metallning o'rtacha miqdori %.

4.31 asosida metallning zaxirasini aniqlashdagi nisbiy xatolikni aniqlash mumkin:

$$(\frac{\varepsilon_p}{P})^2=(\frac{\varepsilon_f}{F})^2+(\frac{\varepsilon_l}{\bar{l}})^2+(\frac{\varepsilon_j}{\bar{J}})^2++(\frac{\varepsilon_c}{\bar{C}})^2$$

bu yerda; ε_i- zaxira ko'rsatgichlarini aniqlashdagi xatolik.

4.7. Kichik hajmli qazib olishlarda ishonchli intervallar.

Tanlab olishlarning soni 30 dan kam bulmaganda, o'rtacha hajmni qazib olishning intervallari (Taqsimlanishi tasodifiy tanlash yo'li bilan aniqlanadi) hisoblanadi. Ushbu holda o'rtacha ko'rsatgichlar (Taqsimlanishi tasodifiy tanlash yo'li bilan aniqlanadi) belgilarning umumiylashtirilgan tarkatilishidan ka'tiy nazar (simmetrik yoki asimmetrik tavsif) simmetrik ko'rinishga yaqinrok bo'ladi.

Tanlab olishlarning kichik hajmida (30 ko'zatuvdan ziyod bulmagan) tanlashning o'rtacha Taqsimlanishi simmetrik ko'rinishdan farq qiladi, tanlashning kichik sonli bo'lganda,simmetrik Taqsimlanish kamroq uchraydi. (4.13-jadval).

4.13-jadval

Ishonchli oraliq masofa	**Ko'zatuvdagi namuna olish taxmini**				
	5	**10**	**16**	**20**	**30**
$\overline{X} = \sigma_x$	0.637	0.657	0.668	0.670	0.683
$\overline{X} = 2\sigma_x$	0.898	0.923	0.936	0.940	0.954
$\overline{X} = 3\sigma_x$	0.970	0.985	0.991	0.993	0.997
$\overline{X} = 4\sigma_x$	0.990	0.997	0.999	0.999	0.99995

Agar, tanlash davrida sonlar kata (kuzatuvlar soni 30 dan oshiq) bo'lsa va belgilanishning xaqiqiy o'rtalik ko'rsatgichi $X \pm \sigma$ intervalida yotgan bo'lsa, unda biz har 100 taholatdan 68 da tasodif bo'lishiga ishonch hosil qilamiz. Agar 5 ta kuzatuvda tanlash davrida sonlar miqdorining hajmini nazarda tutsak, unda biz o'rtacha har 100 voqeaning 64 tasida tasodifga ega bo'lamiz.

Belgilanishning haqiqiy o'rtalik ko'rsatgichi $X \pm 3\sigma$ intervalida yotishini nazarda tutsak, tanlash davrida mingta voqeaning 15 holatidan 10 ta holatida sonlarini, yoqiming ta voqeaning 5 holatli 30 ta holatida sonlarini hisoblashda xatolikka yo'l qo'yishimiz mumkin. Agar, tanlash davrida sonlarining yigindisi katta (30 dan ziyod) bo'lsa, u holda bizning belgilanish har mingta voqeaning 3 ta holatida xato bo'ladigan o'rtacha ko'rsatgichi $X \pm 3\sigma$ intervalida joylashgan deb aytgan taxminlarimiz har ming ta voqeaning 3 ta holatida xato bo'ladi.

4.11-jadvalda berilgan ko'rsatgichlar tanlash davrining utgan vaqtlarida bajarilgan.

Biz utgan vaqtga ta'sir ko'rsata olmaymiz, ammo kelajakda o'zgarishlarni amalga oshirishimiz mumkin. Qaytarilish shtreklarining utish dasturlarini tuzish vaqtida, utishning tezlik ko'rsatgichlarini, utgan oylar davridagi mavjud bo'lgan kon-geologik sharoitlarida, usha holatdagi mexanizatsiyalarda va shtreklar va boshqalar uchun usha davrdagidek ishning tashkil etilish sharoitlarida, oldindan kurish mumkin. Utgan oylar davomi yul ko'yilgan kamchiliklarningtahlillari kelajakda to'g'ri qarorlar qabul qilishga yordam beradi.

Utib bulingan ko'rinishlarni kelajakka tatbiq qilish uchun, biz ushbu ko'rinishlarning paydo bo'lish sabablarini anglashimiz va ushbu ko'rinishlar kelajakda qanday ta'sir ko'rsata olishini aniqlashimiz kerak bo'ladi.

Ushbu vazifalar statistikaning aniqlanish belgisi emas, balki kon texnologlari tomonidan amalga oshiriladi. Agar, kon texnologi qabul qilib olingan kengaytirilgan kon-texnologik ma'lumotlar bilan statistik ko'rsatgichlarni umumlashtirib, to'g'ri qaror qabul qilmasa, u holda o'tgan voqealarning qilingan tahlillari kelajakda masalaning yechimini to'g'ri topishda yordam bermaydi.

V-B O B

EHTIMOLLIK NAZARIYASINING ASOSIY TUSHUNCHALARI VA ULARNING KONCHILIK ISHLARIDA TUTGAN O’RNI.

5.1. Asosiy tushunchalar.

Voqea. Voqea – deb, sinashlar davomida ro’y berishi yoki ro’y bermasligi mumkin bo’lgan ehtimollarga aytiladi.

Voqealarga keltirilgan misollar:

1) tekshiriladigan chiziqlarda bir-biridan 10 m o’zoqlikda joylashgan quduqlar (shurflar) yordamida topilgan tik holatli (vertikal) joylashgan gorizontal quvvati 12 m bo’lgan qazilma boyliklar qatlamini aniqlash (5.1-rasm);

2) tekshiriladigan chiziqlarda bir-biridan 30 m o’zoqlikda joylashgan tik holatli (vertikal) quduqlar (skvajinalar) yoki shurflar yordamida topilgan qazilma boyliklar qatlamini aniqlab, topish;

3) tangani bir marta yuqoriga otish vaqtida gerbning paydo bo’lishi;

4) tangani ikki marta yuqoriga otish vaqtida gerbning paydo bo’lishi.

Misol tariqasida keltirilgan voqealardan har biri boshqalariga nisbatan sinashlar natijasida yuz berishi mumkin bo’lgan ko’proq ehtimollik darajasiga, boshqalari esa sinashlar natijasida yuz berishi mumkin bo’lgan kamroq ehtimollikarga ega bo’ladi. Shunday qilib, «1» voqeaning yuz berishi mumkin bo’lgan ehtimoli «2» voqeaning yuz berishi mumkin bo’lgan ehtimoliga nisbatan ko’proq bo’ladi va «3» voqeaning yuz berish ehtimoli «4» voqeaning yuz berish ehtimoliga nisbatan ko’proq bo’ladi.

Voqealarning yuz berish ehtimollari. Voqealarning yuz berishi mumkin bo’lgan Ehtimollarining sonli solishtirmasi uchun, har qaysi voqea uchun ro’y berish Ehtimoli ko’proq bo’lgan alohida sonlar tayinlanadi. Ushbu sonlar *Voqealarning yuz berish ehtimolliklari* deb ataladi.Voqealarning yuz berish ehtimollari ro’y berishi mumkin bo’lgan voqealarning sonli darajasining ko’rsatgichi bo’lib xizmat qiladi.Tez-tez ro’y beradigan voqealar ro’y berishi mumkin bo’lgan voqealarning ko’proq ehtimolini, kamroq ro’y beradigan voqealar ro'y berishi mumkin bo'lgan voqealarning kamroq ehtimolini, tabiatda uchramaydigan voqealar esa – umuman ro'y bermaydigan voqealar deb ataladi. Shunday qilib, voqealarning ehtimollik tushunchasi ro'y beradigan voqealar chastotasining sinovli tushunchasi bilan bogliq bo'ladi.

Ehtimollik voqeasining o'lchov ko'rsatgichi sifatida bo'lib o'tadigan voqeaning aniqligi, ya'ni sinov o'tqazish davrida albatta *ro'y berishi kerak bo'lgan voqea* ko'rsatgichi qabul qilingan. Ro'y berishi kerak bo'lgan voqea ehtimolligi ko'rsatgich bo'lib xizmat qiladi. Ro'y berishi kerak bo'lgan voqea ehtimolligiga misol keltiramiz:

-o'yinchi tomonidan bir marta o'yin toshlari tashlanganda, 6 dan ko'p bulmagan sonning tushishi.

Ro'y berishi mumkin bulmagan voqealar — ushbu sinov vaqtida umuman ro'y bermaydigan voqealar. Bunday voqeaning uchrash ehtimoli 0 ga teng bo'ladi. Ro'y berishi mumkin bulmaydigan voqealarga misol keltiramiz:

-o'yinchi tomonidan bir marta o'yin toshlari tashlanganda, 12 sonning tushishi.

Ro'y berishi kerak bo'lgan voqeaning ehtimollik ko'rsatgichi 1 ga teng bo'lsa, qolgan barcha voqealar ehtimolligi kichik ko'rsatgichlari bilan, (ya'ni 1 ko'rsatgichining juda mayda qismlari bilan) belgilanadi.

Bundan kelib chiqib, istalgan voqeaning ro'y berish ehtimollik diapazoni 0 dan 1 gacha bo'lgan oraliqni tashkil etadi.

Ro'y berishi mumkin bo'lmaydigan voqealar. Ro'y berishi mumkin bo'lmaydigan voqealar deb, bir vaqtning o'zida o'zaro vujudga kela olmaydigan voqealarga aytiladi. Sinov davrida ro'y berishi mumkin bo'lmaydigan voqealarga misol keltiramiz: o'yinchi tomonidan bir marta o'yin tangasi tashlanganda, o'yin toshining yerga ham gerbli tomoni bilan tushishi, ham sonli tomoni bilan tushishi - umuman mumkin bulmagan holat.

Teng imkoniyatli voqealar. Teng imkoniyatli voqealar deb ushbu sinovda voqeaning turli-xil ko'rsatgichlari bir-biridan yaxshiroq, aniqroq bo'lgan holatiga aytiladi, masalan, bir marta tanga tashlash vaqtida tanganing ramzli (gerbli) tomoni va tanganing sonli tomonining tushishi. Shunday voqealar borki, ularni bir vaqtning o'zida ro'y berishi mumkin bulmaydigan voqealar va ular bilan birga teng imkoniyatli voqealar deb atash mumkin, masalan, bir marta tanga tashlash vaqtida tanganing ramzli (gerbli) tomoni va tanganing sonli tomonining tushishi.

Ushbu guruhlarni tashkil etadigan voqealarni - **Baxtli voqealar** deb atashadi.

Baxtli voqea — shunday voqeaki, mavjud bo'lgan voqeaning orqasidan xuddi ana shunday voqea keladi. O'tkazilgan sinovlar xaqida «hodisalar chizmasi» deb nomlangan atamaga borib taqaladi, ushbu sinovlar turli-xil natijalarning yakuniy simmetriyali, teng imkoniyatli va bir-biriga istisno bo'lgan sinov natijalariga ko'ra, yakuniy holdagi tizimiga ega bo'ladi.

Ushbu o'tkaziladigan sinovlarda ayrim V voqealarning ehtimollik ko'rsatgichlari baxtli voqealarning nisbiy qismi yordamida baholanadi:

$$P(V) = \frac{B}{N}; \qquad (5.1)$$

bu yerda; $P(V)$- V voqeasining ehtimolligi;

N - voqealarning umumiy soni;

B -V voqeasining paydo bo'lish soni.

Ehtimollik nazariyasidagi (5.1) formulasini ko'p holatlarda «klassik» deb atashadi va o'tkaziladigan sinovlar «hodisalar chizmasi» deb nomlangan atamaga taqalsa, ushbu asosida ehtimollik xisobotini tayyorlashadi.

5.1-Masala. Qutida 10 ta shar bor, ularning 3 tasi qora rangli va 7 tasi oq rangli sharlar. Sharlar aralashtirilgan va bir-biridan farq qilmaydi. Qutiga boqmay, bitta sharni olishda, qora rangli sharni tanlab chiqarish imkoniyati qancha bo'ladi?

Qora sharni tanlab, chiqarishga qulay imkoniyati 3 ga teng, umumiy imkoniyatlarning soni 10 ga teng. Demak,

$$P_{(q.shar)} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

Chastota va voqealarning chastotasi. Sinovlarning berilgan qismida voqealarning chastotasi - deb, V voqeasi paydo bo'lgan sinovlar sonining umumiy o'tkazilgan sinovlar soniga nisbatan bo'lgan munosabatiga aytiladi:

$$P(V) = \frac{m}{n}; \qquad (5.2)$$

Voqealarning chastotasi ayrim hollarda nisbiy chastota deb ataladi. Voqealarning chastotasi tasodifiy ko'rinishga ega bo'ladi. 5.1-Masalada ko'rsatilganidek, unta sharning barchasini har safar birma-bir qutidan olib, uning rangini aniqlab, sharni yana qutiga joylashtirish va sharlar yana aralashtirilgan holatda, qora shar yana 9 marta paydo bo'lishi mumkin, ya'ni qora sharning paydo bo'lishi voqealarning chastotasi ushbu sinovda 0,9 ga teng bo'ladi; masalaning boshqa shartida 10 sharni qutidan olishda, qora shar faqat bir marta uchrashi mumkin, ya'ni qora sharning voqealarining chastotasi paydo bo'lish ehtimoli 0,1 ga teng bo'ladi. Agar, sinovlar sonini, masalan, ming martaga, ko'paytirsak, (sharni qutidan olib, sharning rangini aniqlab, qayta qutiga joylashtirib, sharlarni yana aralashtirsak va hokazo) u holda qora sharning voqealarning chastotasi paydo bo'lish ehtimoli 0,1 ko'rsatgichidan qutidan sharlarni qancha ko'p olinishiga qarab, shuncha marta kamayib boradi. Voqealarning chastotasi ushbu xususiyati tasodifiy hodisalarning tavsifli xususiyati bo'ladi.

Ko'p sonli «hodisalar chizmasi» nomli atamaga moslashtirilib o'tkazilgan sinovlarning natijalari shuni ko'rsatadiki, voqealarning chastotasi sinovlar soni ko'payganda voealarning ehtimollik ko'rsatgichlari tomon harakatlanadi.

«Hodisalar chizmasi» nomli atamaga moslashmagan voqealar uchun ko'p sonli o'tkazilgan sinovlar natijasida voqealarning chastotasi va ushbu ko'rsatgichning mazmuni ushbu voqealarning ehtimollik ma'nosiga yaqin ko'rsatgichlari aniqlanadi. Shuning bilan birgalikda sinovlar sonining ortishi sababli voqealarning chastotasi ehtimollik ko'rsatgichlari tomon aniqlik bilan emas, balki yuqori ehtimollik bilan harakatlanadi. Ushbu hollarda voqealarning chastotasi voqeaning ehtimollik ko'rsatgichlari tomon harakat qiladi deb emas, balki Voqealarning chastotasi va ehtimollik bilan qushiladi deb aytish mumkin bo'ladi.

5.2. Ehtimollik nazariyasining asosiy teoremalari.

Ehtimollik qo'shimchalarining nazariyasi. Agar *A,B,C,.....* voqealari ro'y berishi mumkin bo'lmagan holatda bo'lsa, u holda bu ko'rsatgichlarning har biri ushbu voqealar ehtimolligining umumiy yigindisiga teng bo'ladi:

$$P = P(A) + P(B) + ... + P(C);$$

Berilgan nazariyani isbotlaymiz.

5.2-Masala. Zaboyning istalgan joyidan sinov uchun bir dona namuna olinadi.(6.1-rasm). Ko’plik belgisi (chastota), namunadagi metallning tarkibiy ko’rsatgichi 1% ga teng bo’lganda, 7/35=0,200 bo’ladi. (5.1-Jadval)

Keltirilgan barcha 35 ta voqeadan, *D* voqeaning kelib chiqarishining baxtli (namunadagi metallning tarkibiy ko’rsatgichi 5% dan ko’p bo’lmaganda) ehtimoli;

$m_D=7+5+4+2+1=19$ ni tashkil qiladi, shu sababli *D* voqeaning kelib chiqish ehtimoli:

$$P(D) = P(<5\%) = \frac{m_d}{n} = \frac{19}{25} = 0.543;$$

Shunga o’xshash bo’lgan *E* voqeaning kelib chiqishi ehtimoli (namunadagi metallning tarkibiy ko’rsatgichi 5% dan ko’p bo’lganda) quyidagi kurinshga ega bo’ladi:

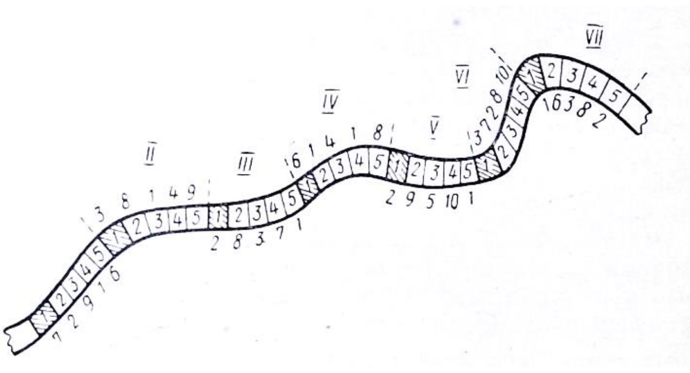
$$P(E) = P(>5\%) = \frac{m_e}{n} = \frac{16}{35} = 0.457;$$

Barcha, $n=m_D+m_E$ voqealari uchun, *D* voqealari yoki *E* voqealari uchun omadli hisoblanadi, shuning uchun:

$$P(D\ yoki\ E) = \frac{m_{d+}m_E}{n};$$

yoki

$$P(D\ yoki\ E) = P(D) + P(E)\ ; \qquad (5.3)$$



5.1-rasm. Sinov uchun olingan namuna.

5.1-jadval

Metallning qo`llanilish qiymati %	Qo`llanishlar soni	Chastota
1	7	0.200
2	5	0.143
3	4	0.114
4	2	0.057
5	1	0.029
6	3	0.086
7	3	0.086
8	5	0.143
9	3	0.086
10	2	0.057
		1.00

5.3-Masala. Uch soni yoki juft son tushish ehtimolini ko’zda tutib, o’yin toshlarini tashlaymiz. Ushbu holatda P(3) = 1:6; P (juft son) = 1:2 ko’rinishga ega bo’ladi.

Uch soni va juft sonning bir vaqtda tushishi -ro’y berishi mumkin bo’lmaydigan holatdir, shu sababli,

P (3 yoki juft son) = 1:6 + 1:2 = 2:3 ga teng bo’ladi.

Mustaqil voqealar ehtimolligini ko’paytirish nazariyasi. Voqealardan birining paydo bo’lishi qolgan voqealar paydo bo’lish ehtimolini o’zgartirmaganda – bu voqealar mustaqil voqea deb ataladi. Mustaqil voqealar «qaytarilgan sharlar sxemasi» deb nomlangan sinovlar o'tkaziladigan, ya'ni har bir sinovdan so'ng ajratib olingan element (shar) qutiga qaytariladigan vaqtda ro'y beradi.

5.4-Masala. Qutida 6 dona qizil shar va 4 dona oq shar bor. Sharlar aralashtirilgan va ushlab ko'rganda, bir-biridan farq qilmaydi. Bir dona sharni olib, uning rangini aniqlab, so'ng ushbu sharni yana qutiga joylashtiramiz. Sharlarni aralashtiramiz va qutidan yangi sharni olamiz. Ajratib olingan sharlarning ikkalasi ham qizil rangda bo'lishi ehtimoli qanday bo'ladi? Ikkala voqea ham– qutidan ikki marta qizil sharni tanlab, chiqarib olish – mustaqil voqea hisoblanadi. Ko'rsatilgan voqealar uchun quyidagi mustaqil voqealar ehtimolligini ko'paytirish nazariyasi ma'qul bo'ladi. *A, B, C, N,* mustaqil voqealarning bir vaqtda paydo bo'lish ehtimolligi ushbu voqealarning ehtimollik unumdorligiga teng bo'ladi:

$$P\ (A, B, C, N) = P_A x\ P_B\ x\ P_C\ .....\ P_N; \qquad (5.4)$$

5.4-Masalada ko'rsatilgan

R(q.sh. va q.sh.) = (6:10) (6:10) = 0,36.

Cheksiz katta ko'rinishda bo'lgan umumiylashtirish natijalarini tanlab olishda, sinov natijalarini umumiy ko'rinishda (o'tkazilgan har bir sinovdan so'ng tanlab olingan elementlar (shar) qutiga qaytarilmasligi mumkin) mustaqil deb hisoblash mumkin. Qazilma boyliklarni tekshirishda olingan namunalarning hajmi tekshiriladigan ob'ektning juda ham kichik bo'lgan qismini tashkil etadi, shuning uchun ham olingan komponentning (belgi) ko'rsatgichlarini mustaqil voqea deb hisoblash mumkin.

5.5-Masala. Namunalarni qisqartirish bir nechta ketma-ketlikdagi bosqichda olib boriladi, har qaysi bosqichdan so'ng kelajakda ishlatish uchun namunaning bir qismi ajratib olinadi. *A* voqeasida ajratib olingan namunada aniqlanishi kerak bo'lgan komponentlarning (belgi) ko'rsatgichlari tanlab olingan hajmning ko'rsatgichlariga nisbatan ko'proq (yoki kamroq) bo'lishi ko'rsatilgan. Ushbu voqeaning ro'y berish ehtimolligi P (A) = 0,5 ga teng.

Namunalarni bosqichma-bosqich qisqartirish vaqtida, har qaysi bosqichda bir belgili xatolikning paydo bo'lish thtimolini aniqlash ma'lum belgili xatoliklarning bo'linishning barcha bosqichlarida paydo bo'lishi – tasodifiy mustaqil voqealar sarasiga kiradi. Bir belgili xatolikning barcha bosqichlarda paydo bo'lish ehtimoli (5.4) keltirilgan:

$$P\,(A_i)^k = 0{,}5; \qquad (5.5)$$

Ehtimollikni ko'paytirish nazariyasining umumiy ko'rinishi. Tasodifiy voqealikning paydo bo'lishi sinovlarning o'tqazish sharoitlariga bog'liq bo'ladi. O'tkaziladigan sinovlar sharoitining o'zgarishi, tasodifiy voqealar to'g'risidagi mavjud bo'lgan ko'rsatmalarga yangi ma'lumotlarning kiritilishi - voqealar ehtimolligini tubdan o'zgartirishi mumkin.

5.6-Masala. 5.4-Masalada berilgan sinov shartlarini o'zgartiramiz. Bir dona sharni olib, uning rangini aniqlaymiz, ushbu sharni qaytarib qutiga solmaymiz va qutidan yangi sharni olamiz.

Ajratib olingan sharlarning ikkalasi ham qizil rangda bo'lishi ehtimoli qanday bo'ladi? Bu yerda ushbu ikki voqea o'zaro bir-biri bilan bog'liq bo'ladi, shuning uchun nisbiy ehtimollikni bilib olish kerak.

E ning nisbiy ehtimolligi deb–taxmin qilish yo'li bilan (ehtimol *D*, voqea sodir bo'lgan va bu ehtimol *P(E/D)* bilan belgilanadi) hisoblab chiqilgan ehtimollikka aytiladi.

Ehtimollik nazariyasida ushbu **nazariya** isbot etilgan. *Ikkita tashkil etuvchi oddiy voqealardan tashkil topgan bitta murakkab voqeaning ehtimollik ko'rsatgichi,(birinchi oddiy voqeaning sodir bo'lish taxminlari asosida hisoblab chiqilgan) birinchi oddiy voqea ehtimollik ko'rsatgichning ikkinchi oddiy voqeaning nisbiy ehtimollik ko'rsatgichiga teng bo'ladi:*

$$P(E \text{ va } D) = P(E)\,P(D/E); \qquad (5.6)$$

Berilgan masalada:

$$P(q.sh. \text{ va } q.sh.) = P(q.sh)*P(q.sh./q.sh.)=6:10 * 6:9=0{,}40.$$

0,40 ehtimolligi birinchi shar oq rangli shar degan taxminlar asosida hisoblab chiqilgan.Agar birinchi sharning ranggi qizil bo'lsa, u holda:

$$P(q.sh.\ va\ q.sh.)= P(q.sh.)*P(q.sh./k.sh.)=6:10* 5:9=0,33.$$

5.7-Masala. Rudnik uchun zarur bo'lgan kimyoviy tahlillarni ikkita laboratoriya: D_1 laboratoriya va D_2 laboratoriya bajaradi. D_1 laboratoriyasi o'rtacha har 100 ta tahlil namunasidan (analiz) 3 tasini xatolik bilan bajaradi, D_2 laboratoriyasi esa o'rtacha har 100 ta tahlil namunadan 4 tasida xatolikka yo'l qo'yadi.

Agar, qilingan tahlil namunasi (analiz) D_1 laboratoriya tomonidan bajarilgani ma'lum bo'lsa, u holda nisbiy ehtimollik ko'rsatgichi $P_1(E/D_1) = 0,03$ ga teng bo'ladi.

Tahlil etish sharoitlari o'zgargan holda, (tahlil namunasi D_2 laboratoriyada bajarilgan) nisbiy ehtimollik ko'rsatgichi $P_2(E/D_2)= 0,04$ ga teng bo'ladi.

Ma'lumki, rudnik uchun bajarilgan tahlillarning 60% D_1 laboratoriyasi tomonidan, 40% esa D_2 laboratoriyasi tomonidan bajariladi. Tahlil namunasida xatolikning paydo bo'lish ehtimolligi:

$$P (E)= 0,6*0,03 + 0,4*0,04 = 0,034.$$

Shundan kelib chiqib, o'rtacha har 1000 ta tahlil namunasidan (analiz) 34 tasida xatolik mavjud bo'ladi.

5.8-Masala. Rudnik burg'ulash koronkalarining 30% - B zavodidan va 70% - *D* zavodidan oladi. B zavodi tomonidan yuborilgan har 15 ta burg'ulash koronkalarining 2 ta donasi va *D* zavodi tomonidan yuborilgan har 15 ta burg'ulash koronkalarining 4 ta donasi zavod tomonidan ko'rsatilgan muddatdan ilgari ishdan chiqqanligi aniqlangan. Ajratib olingan koronka belgilangan muddatidan ilgari ishdan chiqqan. Ushbu koronka B zavodi tomonidan yuborilganlik ehtimolini aniqlash.

Ushbu koronka *B* zavodi tomonidan yuborilganlik ehtimolining aniq ko'rsatgichi 0,3 ga teng, ushbu koronka *D* zavodi tomonidan yuborilganlik ehtimolining aniq ko'rsatgichi 0,7 ga teng.

Agar koronka B zavodi tomonidan yuborilganligi aniq bo'lsa, u holda yuborilgan koronka yaroqsizligining nisbiy ehtimolligi ushbu ko'rsatgichni tashkil etadi:

$$P(E/B)=2:15 = 0{,}134.$$

Shu jumladan, *D* zavodi tomonidan yuborilgan koronkalar partiyasida yaroqsiz koronkalarning paydo bo'lish nisbiy ehtimolligi.

$$P(E /B)= 4:15 = 0{,}267.$$

Ushbu holda yomon koronka paydo bo'lishining aniq ehtimolligi.(E voqeasi)

$$P(E)= 0{,}3*0{,}134 + 0{,}7*0{,}267 = 0{,}227.$$

P(B/E) – voqeaning ehtimollik ko'rsatgichini aniqlash uchun, B zavodi tomonidan yuborilgan yomon koronka, murakkab voqea uchun ko'paytirish nazariyasidan foydalanadi:

$$P(E \text{ va } B) = P(E)* P(B/E)$$

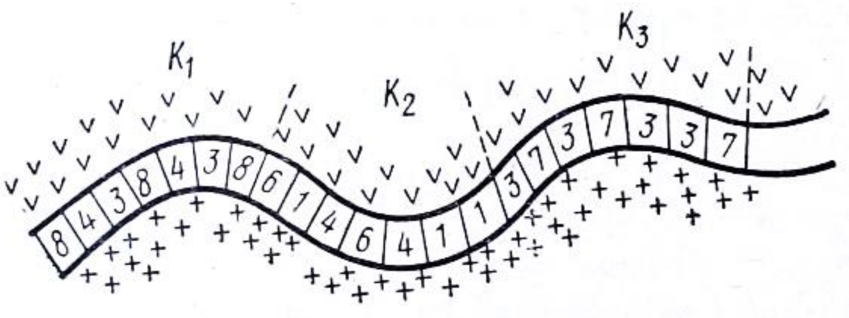
bundan,

$$P(B/E) = P(E \text{ va } B) /P_{(E)}; \qquad (5.7)$$

bu yerda; P(E va B) – murakkab voqeaning ehtimolligi, B zavodi tomonidan yuborilgan yomon koronka; B va E voqealarning ehtimollik ko'rsatkichiga teng va ushbu ko'rinish yordamida aniqlanadi:

$$P(E \text{ va } B) = P(B \text{ va } E) = P(B)*P(E/B) = 0{,}3*0{,}134 = 0{,}04;$$

$$P(B/E) = 0{,}04:0{,}228 = 0{,}18.$$



5.2-rasm. Sinov uchun olingan namuna.

To'liq ehtimollik - qo'shishning ehtimollik nazariyasi va ko'payti-rishning ehtimollik nazariyasining yig'indilari natijasida hosil bo'ladi.

5.9-Masala. (5.27-Rasm) dagi qazish ishlarini olib borish joylaridagi tekshirishlar natijasida ayrim qazish ishlarini olib borish joylaridagi porodaning har bir pogon metridagi metallning tarkibi ma'lum. Zaboy uzunligi bo'yicha uchta uchastkalarga ajratilgan: K_1, K_2, K_3. Har bir uchastkaning namunalaridagi metallning tarkibiy ko'rsatgichlari 5.2-jadvalga kiritilgan.

Namuna olinadigan uchastka quyidagi usulda aniqlanadi. Zaboyda uchastkalarning biridan bitta namuna olinadi. Uchta chiptaga (bilet) K_1, K_2, K_3, uchastkalarining sonlari yozilib, qutiga joylashtiriladi va aralashtiriladi. So'ng bitta chipta (bilet) olinadi va kerakli uchastka aniqlanadi. Xuddi shu usulda, yettita namunani olish uchastkalari aniqlanadi.

Keltirilgan namunalar orasida tarkibida metall ko'rsatgichi 4% bo'lgan namunaning uchrash ehtimollari qanday bo'ladi?

Namuna tarkibida metall ko'rsatgichi 4% bo'lgan hollarni B hodisasi deb ataymiz. K_1, K_2, K_3 hodisalari bir-biriga zid hodisalarning to'liq guruhini tashkil qiladi. Ushbu hodisalar gipoteza deb nomlanadi va quyidagicha isbotlanadi:

$$P(B) = \sum_1^n P(K_i) \cdot P(B/K_i) \; ; \tag{5.8}$$

B hodisaning ehtimolligini har bir gipoteza ehtimollik ko'rsatgichining ushbu berilgan gipotezada ro'y beradigan hodisa ehtimolligining yig'indisi deb ko'rsatish mumkin. (6.8) *to'liq ehtimollik* deb ataladi.

B voqeasi ko'rsatilgan K_1, K_2, K_3 gipotezalarning biri bilan hamkorlikda vujudga kelishi mumkin. Shundan kelib chiqib:

$$B = (K_1 B) + (K_2 B) + (K_3 B).$$

K_1B, K_2B, K_3B ko'rinishlarning kombinatsiyalari mutlaqo bir-biriga zid bo'lgan ko'rinishlar, chunki K_1,K_2,K_3 - gipotezalari o'zaro bir-biriga zid gipotezalar. Qo'shish nazariyasini qo'llab, ushbuni ko'ramiz:

$$P(B) = P(K_1B) + P\ (K_2B) + P(K_3B) = \Sigma\ P(K_iB).$$

(K_1B) voqeasiga nisbatan ko'paytirish nazariyasini qo'llab, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$P(B) = \Sigma P(K_i)*P(B/K_i);$$

Keltirilgan masalaning shartlari bo'yicha: K_1, K_2, K_3 gipotezalari teng sharoitli, shuning uchun:

$$P(K_1) = P(K_2) = P(K_3) = 1:3 = 0{,}33.$$

B hodisaning nisbiy ehtimolligi – K_1, K_2, K_3 gipotezalarda namunalar tarkibida metallning ko'rsatgichi 4% bo'lgan bir namunaning paydo bo'lish ehtimoli teng bo'ladi. (6.2-jadval):

$$P(B/K_1) = P(4\%/\ K_i) = 2:7 = 0{,}29.$$

bu yerda; 2–K_1 uchastkasidagi tarkibida metallning ko'rsatgichi 4% bo'lgan namunalar soni, ushbu uchastkada bunday namunalarning soni – 7 ta.

Xuddi shuningdek;

$$P\ (B/\ K_2) = P\ (4\ \%\ /K_2) = 2:7 = 0{,}29;$$

$$P\ (B/\ K_3) = P\ (4\ \%\ /K_3) = 4:7 = 0{,}57;$$

U holda

$$P(B) = P(4\%) = (0{,}33*0{,}29) + (0{,}33*0{,}29) + (0{,}33*0{,}57) = 0{,}39.$$

5.2-jadval

Metallning saqlanish qiymati %	K_1		K_2		K_3		$K_1+K_2+K_3$	
	m	m/7	m	m/7	m	m/7	$\sum m$	$\sum m/21$
1	-	-	3	0.43	-	-	3	0.14
3	2	0.29	-	-	-	-	2	0.10
4	2	0.29	2	0.29	4	0.57	8	0.38
6	-	-	2	0.29	-	-	2	0.10
7	-	-	-	-	3	0.43	3	0.14
8	3	0.43	-	-	-	-	3	0.14
	7	1.01	7	1.01	7	1.01	21	1.00

Shunday qilib, (5.2-rasm) qazib olish joyidan tasodifiy tanlab olingan namunaning 0,39 ehtimollik ko’rsatgichi tarkibida metal miqdori 4% bo’lganligini ko’rsatadi. Ushbu usulda olingan namuna tarkibida metal miqdori 8% ga teng bo’lishi ehtimoli ushbuni tashkil etadi:

$$P(8\%) = (0{,}33*0{,}43) + (0{,}33*0) + (0{,}33*0) = 0{,}24.$$

Xuddi shuningdek (5.2-jadvaldan):

$$P(7\%) = (0{,}33 * 0) + (0{,}33 * 0) + (0{,}33 * 0{,}43) = 0{,}14;$$

$$P(6\%) = (0{,}33 * 0) + (0{,}33 * 0{,}29) + (0{,}33 * 0) = 0{,}10;$$

$$P(3\%) = (0{,}33 * 0{,}29) + (0{,}33 * 0{,}43) + (0{,}33 * 0) = 0{,}24.$$

B hodisalarining paydo bo’lishi – aniq biror-bir ko’rinishdir:

$$\Sigma\ R\ (V_i) = 0,14 + 0,14 + 0,10 + 0,39 + 0,24 = 1,01.$$

5.10-Masala. Rudnik xisobot davrida uchta ekspluatatsion blokdan (A_1,A_2,A_3) ruda qazib olgan. Barcha bloklarda qazib olishning kon-geologik sharoitlari bir xil. Shuningdek, barcha bloklarda olib boriladigan ishning tashkil etilishi, ishning texnologiyalari va ishning mexanizatsiyasi ham bir xil. Har bir vagonetkadan mahsulotning namunasi olingan. Tekshirish va kimyoviy tahlillarning natijasiga asosan har bir vagonetkadan olingan ruda tarkibida metall miqdori aniqlangan. Barcha statistik ko'rsatgichlar 5.3-jadvalda to'plangan.

5.3-jadval.

Davr hisobotini berish	Metallning vagonda saqlanish qiymati soni				Umumiy
	1-3 C_1	3-5 C_2	5-7 C_3	7-9 C_4	
A_1 blokdan	180	80	60	20	340
A_2 blokdan	90	140	80	20	330
A_3 blokdan	60	140	80	50	330
	330	360	220	90	1000

O'xshash bo'lgan jadval matritsa deb nomlanadi. Ushbu matritsaning tartib rakami (A_i * C_i) - berilgan holatda 3x4 (3-satrlar soni, 4-qatorlar soni).

Namuna qaysi blokdan olinganligi to'g'risidagi ko'rsatgichlar va namuna tarkibidagi metall miqdorining ko'rsatgichlari to'g'risidagi ma'lumotli vagonetkalar sonini tushiramiz. Ushbu biletlarni o'rab, bir xil rangli, hajmli, massali patronlarga joylashtiramiz va patronlarni qutiga solib, aralashtiramiz. To'g'ri kelgan bir biletni tanlab, qutidan chiqarib olamiz. (shu yo'l bilan har bir biletning tortib olinish teng ehtimolligi ortadi).

Tozalash bloklaridan keltirilgan vagonetkalarning umumiy soni - ko'rsatilgan blokdan paydo bo'ladigan vagonetkalarning absolyut aniq chastotasi deb yuritiladi.

Ushbu chastotalar:

A_1 bloki uchun = 340;

A_2 bloki uchun = 330;

A_3 bloki uchun = 330.

Paydo bo'ladigan vagonetkalarning absolyut aniq chastotasi: tarkibida metall miqdori 7-9% bo'lgan (C_4) uchun-90 ko'rsatgichini tashkil etadi,tarkibida metall miqdori 5-7% (C_3) uchun-220 ko'rsatgichini,tarkibida metall miqdori 3-5% (C_2) uchun-360 ko'rsatgichini va tarkibida metall miqdori 0-3% (C_1) uchun-330 ko'rsatgichini tashkil etadi.

Agar, absolyut aniq chastotani belgilovchi matritsaning barcha elementlarini vagonetkalarning umumiy soniga bo'lsak (N = 1000), 5.4-jadvalda ko'rsatilgan natijalar hosil bo'ladi.

5.4-Jadvalda matritsaning har bir elementi hodisaning statistik ehtimolligini (A_i va C_i) shartlarining bir vaqtda bajarilishini ta'minlaydi) ko'rsatib beradi va quyidagi holatga keladi:

$$P(AiCj) = \frac{m_{ij}}{N} = Pij;$$

5.4-jadval.

Ishonchlilik statistikasi	**Metallning chidamliligi**				**Umumiy**
	1-3 C_1	**3-5C_2**	**5-7 C_3**	**7-9 C_4**	
A_1	0.180	0.080	0.060	0.020	0.340
A_2	0.090	0.140	0.080	0.020	0.330
A_3	0.060	0.140	0.080	0.050	0.330
	0.330	0.360	0.220	0.090	1.000

Shunday qilib, tanlab olingan vagonetka A_3 blokdan keltirilgan C_2 (tarkibida metal miqdori 3-5% bo'lgan) bo'lib chiqarishi ehtimoli:

$$P(A_3C_2) = 140:1000 = 0{,}140.$$

$P(A_3C_2)$ kattaligi (Ai va Ci) hodisalarining qo’shma ehtimolligi (yoki bo’lmasa, joy almashtirishning ehtimolligi) deb ataladi.

Faqat bitta A ko’rinishning belgisi (yoki faqat C ko’rinishning belgisi) ko’rib chiqilsa, u holda P(Ai) yoki P(Ci) aniq ehtimollik ko’rsatgichiga ega bo’lish mumkin.

C_2 hodisaning aniq ehtimolligi (tarkibida metall miqdori 3-5% bo’lgan) shunday belgilanadi:

$$P(S_2) = P(A_1 C_2) + P(A_2C_2) + P(A_3C_2) = 0{,}080 + 0{,}140 + 0{,}140 = 0{,}360 \text{ va hokazo.}$$

Tanlab olingan vagonetka A_3 blokdan keltirilgan C_2 (tarkibida metall miqdori 3-5% bo’lgan) bo’lib chiqarishi ehtimolligi qanday bo’ladi? Bu holat $P(C_2/A_3)$ ko’rinishida yoziladi.

A_3 hodisasi ro’y berganda, C_2 ning ehtimollik ko’rsatgichi A_3 hodisasi ro’y berganda C_2ning nisbiy ehtimolligi kattaligi bo’ladi.

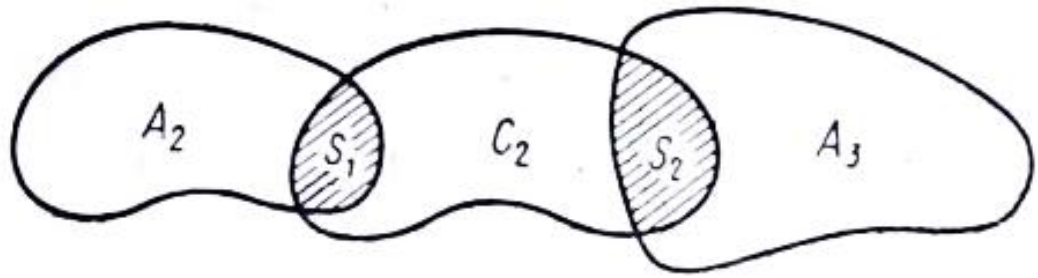
A_3 blokidan ketirilgan 330 ta vagonetkalardan faqatgina 140 ta vagonetkada C_2 (tarkibida metall miqdori 3-5% bo’lgan) ko’rsatgichining mavjudligi ma’lum bo’ladi.

Demak, A_3 blokdan keltirilgan vagonetkalar C_2 (tarkibida metall miqdori 3-5% bo’lgan) bo’lib chiqarishi ehtimolligi 1 4 0 :3 3 0 = 0,424ga teng. Bu quyidagi bilan kursatilishi mumkin:

$$P(C_2 / A_3) = P(C_2 A_3) / P(A_3); \qquad (5.9)$$

C_2 hodisaning nisbiy ehtimollik ko’rsatgichigi A_3 hodisaning bajarilishida C_2 va A_3 hodisalarining (A_3 hodisasining aniq ehtimolligiga bulingan) birga yurishiga teng bo’ladi. Ushbu holda:

$$P(C_2 / A_3) = 0{,}140 / 0{,}330 = 0{,}424.$$



5.3-rasm. A_2, A_3, C_2 hodisalariningo'zaro ko'pliklar ko'rinishi

5.3-rasmda A_2, A_3, C_2 hodisalari o'zaro ko'pliklar ko'rinishida ko'rsatilgan. Hodisalarning ehtimolligi, bu holda A_2 hodisasi kelib chiqadimi yoki C_2 hodisasi kelib chiqadimi, ana shuni aniqlashimiz kerak bo'ladi:

$$P\ (A_2 \text{ yoki } C_2) = P\ (A_2) + P\ (C_2) - P\ (C_2A_2)\ ; \qquad (5.10)$$

Keltirilgan vagonetkalar A_3 blokidan C_2 (tarkibida metall miqdori 3-5% bo'lgan) bo'lishining yoki A_2 tozalash blokidan bo'lishining ehtimolligi:

1) A_3 blokidan keltirilgan C_2 (tarkibida metall miqdori 3-5%) $C_2P(C_2)$=0,360 ko'rsatgichli bo'lishi mumkinligining aniq Ehtimoliga,

2) A_2 tozalash blokidan keltirilgan A_2P (A_2)=0,330 ko'rsatgichli bo'lishi mumkinligining aniq ehtimoliga,

3) Ushbu ikkita hodisaning $P(C_2A_2)$=0,140 ko'rsatgichli bir vaqtda ro'y berish ehtimolining ayirmasi, va ushbu ko'rsatgichlarning umumiylashtirilgan yig'indisiga teng bo'ladi:

$$P\ (A_2 \text{ yoki } C_2) = 0{,}360 + 0{,}330 - 0{,}140 = 0{,}550.$$

5.3-rasmdan ko'rinib turibdiki, aniq ehtimolliklarni ko'shish vaqtida, $P(A_2\ C_2)$ kattaligi (rasmda maydon 5-raqamda, shtrixlab bo'yalgan) ikki marta: birinchi marta $P(A_2)$ qo'shilmasi ko'rinishida va ikkinchi marta $P(C_2)$ qo'shilmasi ko'rinishida qo'shilgan. Ushbu holat ro'y bermasligi uchun, $P(A_2C_2)$ ayriladi. Demak, (6.9) ehtimolliklarni ko'paytirish (A_2 yoki A_3) hodisalarning ehtimolligi qanday bo'ladi? 5.4-Jadvaldan kelib chiqib, $P(A_2)$=0,330; $P(A_3)$=0,330. A_2 va A_3 hodisalari–o'zaro bir-birini yo'qotuvchan hodisalar, shundan kelib chiqib, (A_2 va

A_3) – ro'y berishi mumkin emas hodisalar, ularning ehtimollik ko'rsatgichlari 0 ga teng.

$$P(A_2 \text{ yoki } A_3) = 0{,}330 + 0{,}330 - 0 = 0{,}660.$$

(A_2) hodisasi statistik ma'noda (A_2 yoki A_3) hodisalariga nisbatan qarama-qarshi joylashadi.

(A_1yoki A_3) hodisasini (A_2) hodisasi orqali belgilaymiz, u holda:

$$P(A_2) + P(A_2) = 1.$$

shuningdek:

$$P(C_2) + P\ (C_2) = 1.$$

A_i hodisaning (C_i hodisa ro'y bergan holatda) nisbiy ehtimollik ko'rsatgichi Ahodisaning (C_i hodisa ro'y bergan holatda) nisbiy ehtimolllik ko'rsatgichiga teng bo'ladi.

$$P(A_i/C_i) = P(A_i/C_i)\ ; \qquad (5.11)$$

C_i va A_i hodisalari statistik ma'noda bir-biriga nisbatan mustaqil bo'ladi. Agar, (6.10) to'g'ri bo'lsa, u holda:

$$P(A_i/C_i) = P(A_i)\ ; \qquad (5.12)$$

$$P(A_i) = P(A_iC_i) + P(A_iC_i).$$

demak,

$$P(A_i) = P(A_i\ /C_i)\ xP(C_i) + P(A_i/C_i) * P(C_i).$$

(5.12) ega bo'lamiz;

$$P(A_i) = P(A_i/C_i)\ [P(C_i) + P(C_i)]$$

$$P\ (A_i)= P(A_i/C_i).$$

chunki,

$$P(A_i\ /C_i) = P(A_i\ /\ C_i)\ /\ P(C_i)$$

u holda

$$P(AC_i) = P(A_i)P(C_i) \; ; \qquad (5.13)$$

Agar, ikki hodisa statistik ma'noda bir-biriga nisbatan mustaqil bo'lsa, u holda ularning bir vaqtda paydo bo'lish ehtimoli:berilgan ko'rinishlarning aniq ehtimolligiga teng bo'ladi.

(5.13) tengligi statistic mustaqillikni ifodalaydi. Tanlab olingan vagonetkalarning har ikkisi ham A_2 blokidan olinganligining ehtimolligi qanday bo'ladi? Tanlab olingan vagonetkalardan biri A blokidan olinganlik ehtimoli 0,330 teng.

Hodisalarning mustaqilligi sababli vagonetkalardan birining tasodifan tanlab olinishi ikkinchi vagonetkani tanlashga hech qanday ta'sir ko'rsatmaydi.

Tanlab olingan vagonetkalarning har ikkisi ham A_2 blokidan olinganligining ehtimoli:

$$P(A_2\, A_2) = P(A_2)*P(A_2) = \; 0{,}330 * 0{,}330 = 0{,}109.$$

Gipotezalar nazariyasi (Beyes formulasi). Gipotezalar nazariyasi ko'paytirishlar nazariyasi va to'liq ehtimolliklarining natijasida paydo bo'ladi.

O'zaro bir-biriga zid bo'lgan K_1, K_2, ..., K_n, gipotezalarning to'liq guruhi mavjud. Ushbu gipotezalarning ehtimolligi ma'lum va $P(K_1)$, $P(K_2)$, $P(K_n)$ ga teng.

O'tkazilgan sinov natijasida B hodisasi paydo bo'lgan. B hodisasining paydo bo'lishi munosabati bilan gipotezalar ehtimolliklarini qanday o'zgartirish mumkin? Har qaysi gipoteza uchun alohida-alohida P(K/B) nisbiy ehtimolligini topish lozim.

Ehtimolliklarni ko'paytirish nazariyasidan kelib chiqib, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$P(B)\cdot P(Ki/B) = P(Ki)\cdot P(Bi/Ki) \quad (i = 1{,}2{,}3, \dots, n);$$

bu yerdan;

$$P(Ki/B) = \frac{P(K_i)P(B/K_i)}{P(B)}(i = 1{,}2{,}3, \dots n) \; ; \qquad (5.14)$$

P(B) ning to'liq ehtimolliklar formulasidan foydalanib, Beyes formulasiga ega bo'lamiz:

$$P(Ki/B) = \frac{P(K_i)P(B/K_i)}{P(K_i)P(B/K_i)}(i = 1,2,3, \dots n)\ ; \qquad (5.15)$$

K_i hodisasining ehtimolligini, boshqa B hodisasi ro'y bergan sharoitda, hisoblab chiqib, P(Ui) ko'rinishini belgilab, Π ko'paytirish belgisini kiritamiz. Ushbu holda Beyes formulasi quyidagicha bo'ladi:

$$P(Uj) = \frac{P_j \Pi P_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} P_j \Pi P_{ij}}\ ; \qquad (5.16)$$

Agar, gipotezalarning aprior ehtimolligi noaniq bo'lsa, unda gipotezalar teng sharoitli deb qabul qilinadi va Beyes formulasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$P(Uj) = \frac{\Pi P_{ij}}{\sum_{j=1}^{n} \Pi P_{ij}}\ ; \qquad (5.17)$$

Agar, U hodisasi bir yoki bir nechta o'zaro bir-biriga zid bo'lgan gipotezalarni tashkil etish davrida ro'y bersa, u holda Beyes formulasidan foydalanish:

$$\sum_{j=1}^{n} P(\mathrm{U_j})=1\ ; \qquad (5.18)$$

Qazib olishga tayyorlash ishlari davrida tomning siljishini oldindan bilib, aniqlash (prognozirovanie) masalasini yechishda ko'rib chiqamiz.

5.11-Masala. Konlarda qazib olishga tayyorlash ishlari davrida tomning siljishini oldindan bilib, aniqlash .Qazib olishga tayyorlash ishlarini o'tqazishni loyixalashtirish davrida qotiruvni to'g'ri tanlab, ushbu qotiruvning zarur bo'lgan egiluvchanlik interval o'lchamini aniqlash lozim. Qotiruvning egiluvchanlik kattaligi qazib olish joyidagi tomning siljish ko'rsatgichi bilan belgilanadi. Shaxtada qazib olish joyi konturidagi tomning siljish kattaligi turli bo'limlarda turli xil bo'ladi va kon-texnikaviy hamda kon-geologik omillarning (ushbu omillarni kuzatish mumkin, ammo ularni hisoblab chiqarish mumkin emas) ko'rsatgichi deb hisoblanadi.

Qazib olish joylarining konturlarida siljishlar kattaliklarini prognoz qilish uchun ko'p sonli qazib olish joylarida porodalar siljishini joyiga borib kuzatish ko'rsatgichlari va qazib olish joylarida ishning to'xtovsiz borishini ta'minlovchi omillarni yaxshi bilish zarur bo'ladi.

Ko'mir kombinatining shaxtalarida poroda massivlari va butli yo'laklari tomonidan himoyalangan 69 ta qazib olish joylaridagi tom siljishining ko'p yillik kuzatishlarning natijalari keltirilgan. Aniqlab, ro'yxatga olingan siljishlarning vaqtlari keltirilgan jadvaldagi qatorlar *l* (qator- 12) dan *v* (qator-9) gacha bo'lgan masofa yordamida aniqlanadi.

Qazib olishning har bir omili ma'lum chegaralarda harakatlanib, sonli ko'rinishga (qazib olish joyi joylashish chuqurligi, ko'mir qatlamining quvvati) yoki sifatli ko'rinishga (muayyan tomli porodalarning turlari) ega bo'lishi mumkin. Ammo qazib olish joyining har bir bo'linmasi (tomning siljish holatlari ko'zatilgan) har bir omilning tavsifi uchun alohida belgilarga ega bo'ladi. Jadvalning ko'rsatgichlari, qazib olish joyining joylashish chuqurligi 84 m dan 1038 m gacha bo'lishini, ko'mir qatlamining quvvati 0,45 m dan 1,7 m gacha bo'lishini, berilgan qazilmaning bir o'qli siqilishida, to'g'ridan-to'g'ri tomining quvvati 170 –1086 kg/sm^2, qazib olish joyidagi kuzatish joyidan tozalash zaboygacha bo'lgan masofa – 0 250 m, qazib olish joyi yorug'ligining kesimi: 5,0 - 17,4 m^2, butli yulaklarning kengligi 5–37 m, tozalash zaboyining uzunligi 100–305 m, tozalash zaboyining harakatlanish tezligi 10 – 70 m/oy, to'g'ridan-to'g'ri tomning quvvati 1,5–16,7 m bo'ladi.

Qazilmaning tom ostidagi siljishi 12 mm dan 912 mm gacha atrofida harakat qiladi.

Siljishlarning umumiy ko'rsatgichlarini (diapazon) quyidagi uchta intervalga ajratiladi:

$$0 < U_1 < 100,$$

$$100 < U_2 < 300,$$

$$U_3 > 300.$$

Qazib olish joyi tomining siljishini alohida-alohida etib joylashtirish natijasida ushbuni ko’ramiz: U_1 intervaliga 34 ta qazib olish joyi to’g’ri kelgan, U_2 intervaliga 22 ta qazib olish joyi to’g’ri kelgan, U_3 intervaliga 13 ta qazib olish joyi to’g’ri kelgan. (qazib olish joylarining umumiy soni 34 + 22 + 13 = 69).

Shuningdek, 34 ta qazib olish joyidan 22 qazib olish joyi (qatlamning joylashish chuqurligi H_1 dan 500 m gacha) joylashgan, 11 ta qazib olish joyi (qatlamning joylashish chuqurligi H_2 dan 500 - 700 m gacha) joylashgan, 1 ta qazib olish joyi (qatlamning joylashish chuqurligi H_3 dan 700 m dan ziyod) joylashgan .

$P_{1\,j}$ ehtimolliklarini hisoblab chiqamiz:

$$P_{1.1} = 22:34 = 0{,}65;$$

$$P_{1.2} = 11:34 = 0{,}32;$$

$$P_{1.3} = 1: 34 = 0{,}03;$$

$$\Sigma\, P_{ij} = 1.$$

Hisoblash ko’rsatgichlarini 1-qatorning 4-satr, 5-satr va 6-satrlarda ko’rsatamiz. (ushbu ko’rsatgichlar qazilma tomining 100 mm gacha bo’lgan siljishiga mos bo’ladi).

Xuddi shunday usulda P_{2j} va P_{3j} ehtimolliklarni hisoblab chikamiz.

$$P_{2.1} = 6 : 22 = 0{,}27;$$

$$P_{2.2} = 9 : 22 = 0{,}41;$$

$$P_{2.3} = 7 : 22 = 0{,}32;$$

$$\Sigma\, P_{2j} = 1.$$

$$P_{3.1} = 2 : 13 = 0{,}15;$$

$$P_{3.2} = 8 : 13 = 0{,}62;$$

$$P_{3.3} = 3: 13 = 0{,}23;$$

$$\Sigma P_{3\,j} = 1.$$

Hisoblash ko’rsatgichlarini 2-qator va 3-qatorlarning 4-satr, 5-satr va 6-satrlarda ko’rsatamiz.

Xuddi shunday, P_{ij} siljishning boshqa belgi va amallariga nisbatan ehtimollik ko’rsatgichlari hisoblanadi. Hisobotlarning natijalari 5.5 va 5.6-jadvalga tushiriladi.

5.5-jadval

Siljitish masofasi	Konni tozalash masofasi			chuqurlik		Oraliq kenglik masofasi			Chidamlilik turi			
	100	100-200	>200	<500	500-700	>700	<15	15-25	>25	<500	600-800	>800
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
<100	0.76	0.21	0.03	0.65	0.32	0.03	0.59	0.26	0.15	0.38	0.36	0.26
100-300	0.45	0.41	0.14	0.27	0.41	0.32	0.68	0.27	0.05	0.32	0.45	0.23
>300	0.08	0.38	0.54	0.15	0.62	0.23	0.69	0.16	0.15	0.38	0.42	0.15

5.6-jadvalda P_{ij} ehtimollikning aposterior ko’rsatgichlari (turli kon- geologik sharoitlardagi qazib olish joylari tomining siljishini ko’p sonli joyiga chiqib kuzatishlar natijasi xisoblangan) qayd etilgan.

5.6-jadval

Aralash oraliq masofa	kesim		Kuchlilik qatlami		Vulqon uzunligi		Itaruvchi kuch		Bevosita kuchlanish		Porodaning nomlanishi		
	<8	>8	<1	>1	<180	>180	<30	>30	<5	>5	Gillik slanes	Qumli slanes	qum
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
<100	0.44	0.56	0.29	0.71	0.56	0.44	0.59	0.41	0.39	0.63	0.53	0.44	0.03
100-300	0.50	0.50	0.23	0.77	0.41	0.59	0.55	0.45	0.32	0.68	0.64	0.26	0.10
>300	0.46	0.54	0.15	0.85	0.31	0.69	0.60	0.31	0.05	0.92	0.85	0.05	0.10

Ushbu jadvalga asosan, (5.17) formulasi bo’yicha loyixalashtiriladigan qazib olish joyining qazilma tomining siljish kattaligining qayta hisoboti o’tkaziladi.

Masalan, kon razvedkasi va kon ishlari rejasi loyixasiga asosan, qazib olish ishlari tozalash zaboydan so’ng bajarilishi va «butli yo’lak – kon massivi» sxemasi asosida himoyalanishi kerak.

Qazib olish joyidagi qatlamning chuqurligi H = 1000 m, qazib olish joyidagi qatlamning kesimi S =14m^2. Qazib olish joyi tomining ostida quvvati $m_{n.k.}$=10 m, birukli siqilish mustahkamligi σ_k= 400 kG/sm^2 bo’lgan gilslanets qatlami joylashgan. Uzunligi Z = 250 m bo’lgan tozalash kovjoyi qatlamining quvvati m_u =1,3 m va harakatlanish tezligi v=20 m/oy, butli yo’lakning eni l_g = 8 m bo’lgan qatlamni ishlab chiqaradi.

Qazib olish joyi tozalash zaboyidan l = 250 m uzoqlikda joylashgan tomning siljish kattaligiga to’g’ri keladigan U_i intervalni aniqlash.

Masalaning qo’yilishiga asoslanib, qazib olish joyi (tozalash zaboyidan 250 m uzoqlikda joylashgan) berilgan uchta siljish intervallariga U_1 U_2 U_3 to’g’ri keladi degan gipotezalar oldinga suriladi. 5.5-Jadvalda qator-3,6,7,10,14,16,18,19,22,23 berilgan belgi-omillarning (qazib olish joyining tom siljish kattaligiga ta’sir etadi) P_{ij} belgilari qayd etiladi.

5.7-jadval

Aralash oraliq masofa	l	H	l_b	σ	S	m_y	Z
<100	0.03	0.03	0.59	0.38	0.56	0.71	0.44
100-300	0.14	0.32	0.68	0.32	0.50	0.77	0.59
>300	0.54	0.23	0.69	0.38	0.54	0.85	0.69

Keyingi harakatlar P_{ij} belgilari va ularning ko'rsatgichlarini topib, hosil bo'lgan ko'rsatgichlarni 5.6-jadvalning oxirgi qatorlariga qayd etiladi.

Beyes formulasining oxirgi qatoridagi (5.17) ko'rsatgichlariga asoslanib, 5.6-jadvalda keltirilgan P_1, P_2 ,P_3 ehtimolliklar hisoblab chiqiladi. Masalaning yechimidan ko'rinib turibdiki, qazib olish joyining loyixalash tomning siljishi 300 mm dan ziyod bo'ladi, bundan kelib chiqadiki, qotiruvning egiluvchanligini va uning belgilangan egiluvchanlik intervalining kerakli bo'lgan ko'rinishli o'lchovlarini aniqlash lozim bo'ladi.

5.3. Tasodifiy kattaliklar va ularning taqsimlanishi.

Tasodifiy kattaliklar deb, o'tkaziladigan sinovlar natijasida turli xil ko'rinishga, hatto ma'lum bo'lmagan ko'rinishga ega bo'ladigan kattaliklarga aytiladi.

Tasodifiy kattaliklardan farq etadigan, o'zining aniq ko'rinishiga ega bo'ladigan kattaliklar - ***aniq tasodifiy kattaliklar*** deb ataladi.

Tasodifiy kattaliklar turli ko'rinishda: uziluvchan yoki diskret ko'rinishda va o'zliksiz ko'rinishda uchrashi mumkin. Diskret tasodifiy kattalikka misol tariqasida qazilma konida (rudnik) bir ish smenasi davomida ishdan chiqadigan uruvchi bolg'alarning sonli ko'rsatgichlarini olish mumkin. Bu yerda tasodifiy kattalik butun sonli ko'rinishda bo'ladi.

Aniq tasodifiy kattaliklar o'tkaziladigan sinovlar natijasida ayrim belgilangan chegaralarda turli xil ko'rinishlarga ega bo'ladi. Aniq tasodifiy kattaliklarga tegishli bo'ladi: tekshiruvlar natijasida aniqlangan qazilmali rudaning tarkibidagi metall miqdori; o'tkazilgan o'lchovlardagi xatoliklar, masalan, chiziqli kattalik o'lchovlaridagi xatoliklar yoki burchakli o'lchovlardagi xatoliklar va hokazolar.

Kelgusida tasodifiy kattaliklarni (X, Y, va hokazo) katta harflar bilan kursatamiz, ularning ehtimolli ko'rinishlarini esa (x_1,x_2,..., x_n, y_1, y_2,…,y_n) kichik harflar bilan kursatamiz.

5.8-jadval

v	$m_{n.k}$	Poroda	$\prod_{i=1}^{n}.$	$P(U_j)$
0.59	0.63	0.53	0.000006900	P_1=0.0011
0.55	0.68	0.64	0.0005293	P_2=0.0867
0.69	0.92	0.85	0.005567	P_3=0.9122

X tasodifiy diskret kattalikni x_1, x_2,....,x_n ehtimoliy ko'rsatgichlari bilan ko'rib chiqamiz. X tasodifiy diskret kattaligi ayrim p_i ehtimolligi bilan x_i ko'rinishga ega bo'lishi mumkin. Bu yerda: x_1, x_2,...,x_n - bir-birga zid bo'lgan hodisalar, shu sababli ular $\sum_1^n p_i = 1$ to'liq guruhini tashkil etadi.

Bu umumiylashgan ehtimollik to'liq guruhning har bir ko'rinishi uchun alohida taqsimlangan.

Tasodifiy kattaliklarning taqsimlanish qonuni deb, tasodifiy kattalikning ko'rsatgichlari va ularning ehtimollik ko'rsatgichlari orasidagi tengligiga aytiladi.

Ushbu qonun ishlashining oddiy ko'rinishiga tasodifiy kattalikning ehtimoliy ko'rinishlari va ularga xos bo'ladigan ehtimolliklar keltirilgan jadval misol bo'ladi.

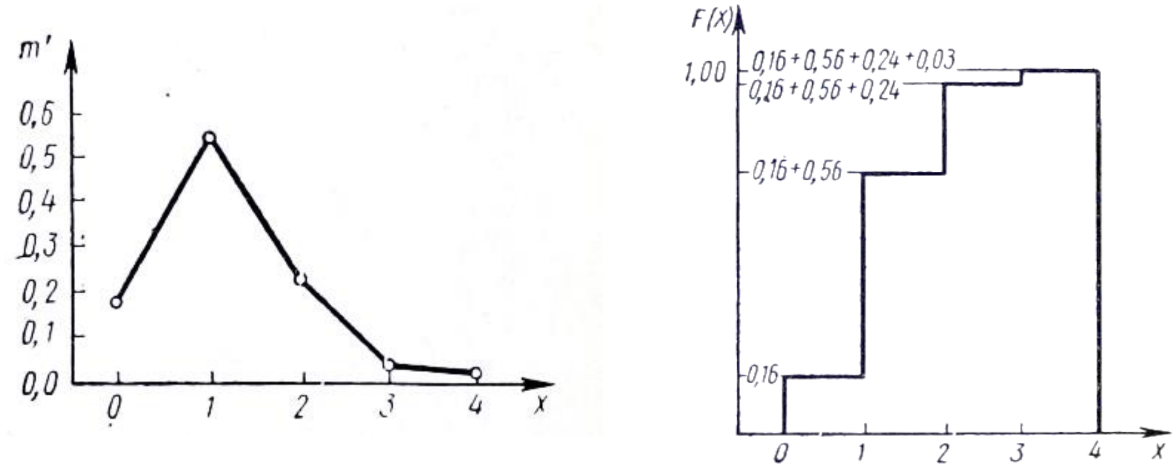
5.12-Masala. Ruda konida 100 ta smena davomida, mehnat qiladigan ishchilarning umumiy sonidan kelib chiqib, u yoki bu sabablarga asosan, ishdan chiqadigan uruvchi bolg'alarning soni qayd etilgan. Ushbu kuzatishlarning natijalari 5.8-jadvalda belgilangan. 5.8-jadvalni X tasodifiy diskret kattalikning *tarqatilish qatori* deb atashadi.

X tasodifiy diskret kattalikning taqsimlanish qatorining umumiy ko'rinishini yana ham yaxshi o'zgartirish uchun chizmalarni grafikliklar ko'rinishda ko'rish mumkin. (5.4-rasm)

Tasodifiy kattaliklarning taqsimlanish funktsiyasi. Tasodifiy kattaliklar taqsimlanishning sonli tavsifida tasodifiy kattaliklar X=*x* hodisasining ehtimolligidan emas, X < *x* hodisasining ehtimolligidan foydalanadi. Bu yerda; *x* - ayrim o'zgaruvchanlik ko'rsatgichi.

5.9-jadval

Bolg’aning o’zgartirish sonini anglatuvchi holat	Kuzatuvlar soni, vaqti, joyi	Bo’laklari
0	16	0.16
1	56	0.56
2	24	0.24
3	1	0.03
4	3	0.01



a) b)

5.4-rasm. a-X tasodifiy diskret kattalikning taqsimlanish funksiyasi, b-kamaymaydigan funksiyaning umumiy ko’rinishi

X<*x* hodisasining ehtimolligi x dan ko’rsatilgan funktsiya bo’lib, X tasodifiy kattalikligining taqsimlanish funktsiyasi deb ataladi va quyidagi ko’rinishda bo’ladi:

$$F(x) = P(X < x); \qquad (5.19)$$

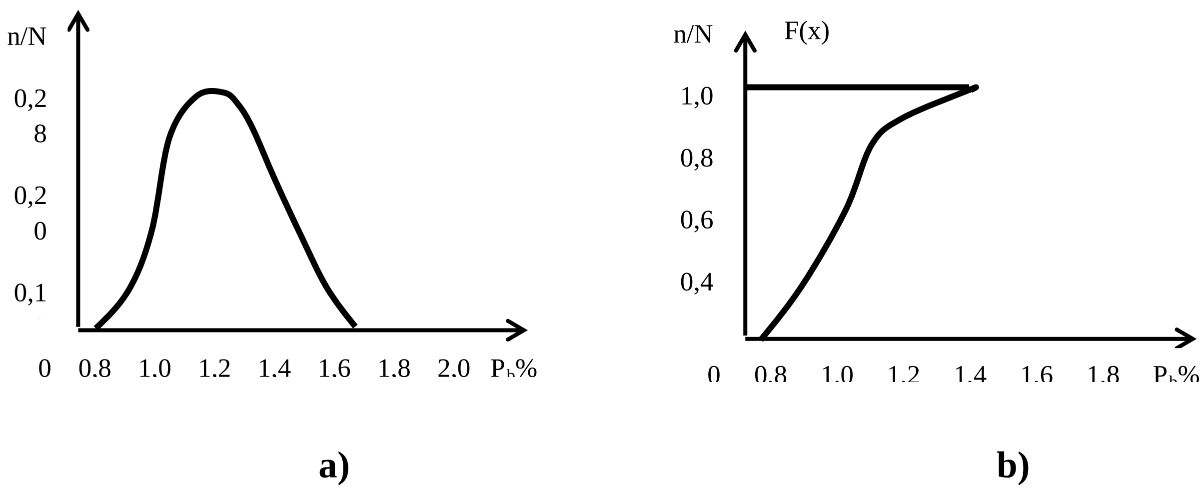
Shuningdek, ushbu funktsiyani *taqsimlanishning integral funktsiyasi* yoki *taqsimlanishning integral qonuni* ham atashadi. 5.19 funktsiyasi –tasodifiy kattalikning eng oddiy tavsifi bo'lib, ushbu funktsiyadan ham diskret kattalikning tavsifi sifatida, ham o'zgarmas aniq kattaliklarning tavsifi sifatida foydalanish mumkin bo'ladi.

F(x) funktsiyasi tasodifiy kattalikni ehtimollik jihatidan to'liq tavsiflaydi va tarqatilish qonunining ko'rinishlaridan biri bo'ladi. 5.4-rasm (a) (5.8-jadval) ko'rsatilgan X kattalikning taqsimlanish funktsiyasi ko'rilgan:

$$F\,(x) = P\,(X < x) = \sum_{X < x} P\,(X < x)$$

X < x tengsizlikning miqdor belgisi ko'rsatadiki, umumiylashtirish ko'rsatmasi X kattalikdan kichik x ko'rsatgichlarining barcha ko'rsatgichlariga ta'sir qiladi.

5.4-Rasm (b) ko'rsatilgan F(x) funktsiyasi chizmasining ko'rinishi 0 dan 1 gacha bo'lgan, kamaymaydigan funktsiyaning chizmasini ko'rsatib beradi.



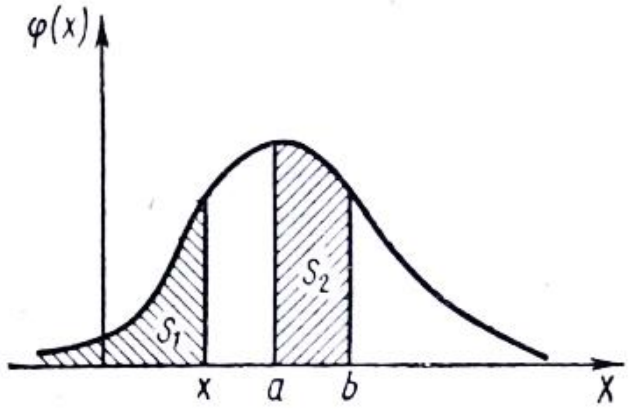
5.5-rasm. .(a)-tasodifiy o'zgarmas kattaliklar bo'laklaririning taqsimlanish egriligi, .(b)–tasodifiy o'zgarmas kattaliklar uchun taqsimlanishning integral funktsiyasi

X ning doimiy o'zgaruvchanliklari x_i ning 0, 1, 2, 3, 4, ga teng kattaliklaridan kesib o'tsa, taqsimlanish funktsiyasi sakrab o'zgaradi, bu yerda sakrash kattaliklari 0, 1, 2, 3, 4 ko'rinishlar kattaliklariga teng bo'ladi. (demak, 0,16; 0,56; 0,24; 0,03; 0,01).

F (x) funktsiyasining barcha sakrash kattaliklarining umumiy miqdori birga teng bo’ladi.

5.5- a-rasmda tasodifiy o’zgarmas kattaliklar bo’laklaririning taqsimlanish egriligi chizib ko’rsatilgan, b-rasmda esa tasodifiy o’zgarmas kattaliklar uchun taqsimlanishning integral funktsiyasi chizib ko’rsatilgan.

Tasodifiy o’zgarmas kattaliklar uchun taqsimlanishning integral funktsiyasi ko’rsatgichi X = *x* ordinatasining chap tomonida joylashgan *φ(x)* tasodifiy kattaliklarning taqsimlanish egriligining maydoniga mos bo’ladi.(5.6-rasm, maydon S_1).



5.6-rasm. ***φ(x)*** **tasodifiy kattaliklarning taqsimlanish egriligi**

5.6-Rasmda S umumiy maydonini aniqlash ma’lum bir integral ko’rsatgichini hisoblash bilan bog’liq bo’ladi.

$$P(X<x)=\int_{-\infty}^{\infty}\varphi(x)dx; \qquad (5.20)$$

Taqsimlanishning differentsial funktsiyasi. Taqsimlanish integral funktsiyasining birinchi ko’rinishi *taqsimlanishning differentsial funktsiyasi* deb nomlanadi. (5.20) funktsiyasini differentsiallashtirib, taqsimlanishning differentsial funktsiyasiga ega bo’lamiz:

$$(F)'=\frac{dF(x)}{d(x)}=\varphi(x); \qquad (5.21)$$

Taqsimlanishning differentsial funktsiyasi $\varphi(x)$ tasodifiy kattaliklar taqsimlanish egriligining analitik ko'rinishi bo'ladi. Taqsimlanishning integral funktsiyasi kamaymayadigan funktsiya bo'lgani uchun, taqsimlanishning differentsial funktsiyasi musbat bo'ladi.

X tasodifiy kattaligi $a< X <b$ chegaralarida X taqsimlanishining X=a va X=b ordinatalarining o'rtasida joylashgan X taqsimlanish qiyshikliklarining maydoniga son jihatidan teng bo'lishi ehtimoli mavjud. (5.6-rasm. maydon - S_2)

$\varphi(x)$ funktsiyasi ko'rsatilgan nuqtada tasodifiy kattalik tarqatilish ko'rinishlarining zichligini tavsiflaydi.

Ushbu funktsiya *taqsimlanish zichligi* yoki *ehtimollik zichligi* deyiladi. Ayrim hollarda ushbu funktsiyani taqsimlanishning differentsial funktsiyasi yoki X tasodifiy kattalikning taqsimlanish qonuni ham deb atashadi.

Ko'pgina statistik-ehtimollik masalalarini yechishda tasodifiy kattalikning sonli tavsiflaridan foydalaniladi. Ushbularga: X_0 tasodifiy kattalik yoki unga yaqin bo'lgan $\bar{X}$, moda, mediana, lahzalar, dispersiya, o'rta kvadratli o'zgarishlar (standart), asimmetriya, ekstsesslar misol bo'ladi.

Tasodifiy kattaliklarning sonli tavsiflarini hisoblash uslubi yuqorida ko'rib chiqilgan variatsion qatorning sonli tavsiflarini hisoblash uslubiga o'xshaydi.

Tasodifiy kattalikning sonli tavsiflaridan eng muhimi X_0 matematik kutilishi bo'ladi, ushbu ko'rsatgich ayrim holatlarda tasodifiy kattalikning o'rtacha ko'rsatgichi deyiladi.

Tasodifiy kattalikning *matematik kutilishi* tasodifiy kattalik ko'rinishlarining ushbu ko'rinish ehtimollariga nisbatan ko'rsatilgan umumiy ta'siri bo'ladi.

Agar, X qiymat r_1, r_2, ...r_n tasodifiy kattalikdagi x_1,x_2,....x_n; ehtimollariga ega bo'lsa, ushbu holatda tasodif kattalikning o'rtacha ko'rinishi shunday tavsiflanadi:

$$X_o=\frac{\sum_1^n P_i x_i}{\sum_1^n P_i};$$

Ushbuni $\sum_1^n P_i=1$ inobatga olib, quyidagilarga ega bo'lamiz:

$$X_o=\sum_1^n x_i p_i\,; \qquad (5.22)$$

Ushbu o’rtacha o’lchamli ko’rinish tasodifiy kattalikning matematik kutilishi deyiladi.

O’tkazilgan ko’p sonli sinovlar natijasida, $\bar{X}$ tasodif kattalikning kuzatiladigan o’rtacha arifmetik ko’rinishlari ehtimollik sifatidan ushbu ko’rinishlarning matematik kutilishlariga o’tadi.

Agar X tasodifiy kattaligi ma’lum ko’rinishlarga ega bo’lganda, N mustaqil sinovlar o’tkazilganda:

$$X=\sum_1^n X_i\frac{m_i}{N}; \qquad (5.23)$$

bu yerda; $\frac{m_i}{N}$; X=x hodisaning nisbiy chastotasi yoki statistik ehtimolligi. Ushbu nisbiy chastotani p’ ko’rsatgichi orqali belgilab, quyidagiga ega bo’lamiz:

$$X=\sum_1^n x_i p_i'; \qquad (5.24)$$

Bu yerda tasodifiy kattalikning kuzatiladigan o’rtacha arifmetik ko’rinishlari ushbu ehtimollik ko’rinishlarning nisbiy chastotasi taqsimlanishning umumiylik ko’rsatgichiga teng bo’ladi.

N nisbiy chastotasi ko’payishi natijasida p' ko’rsatgichlari mavjud bo’lgan p ehtimolliklariga yaqinlashadi, $\bar{X}$ tasodif kattaliklarning kuzatiladigan o’rtacha ko’rinishlari esa X_o matematik kutilishga yaqinlashadi (ehtimollik bo’yicha birlashadi).

Tasodifiy kattalikning uzliksiz ko’rinishi uchun umumiylik belgisi integralga almashtiriladi:

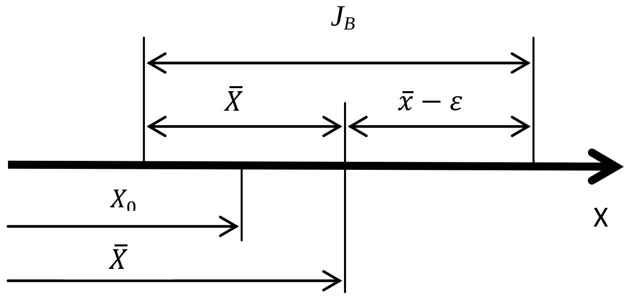
$$X_o=\int_{-\infty}^{\infty} x\varphi(x)dx; \qquad (5.25)$$

bu yerda; $\varphi(x)$ -X kattalikning taqsimlanish zichligi .

Ishonchli interval. Ishonchli ehtimollik. Berilgan ayrim masalalarda nafaqat, $\bar{X}$ matematik kutilishning yaqinlashgan ko’rinishlarini topish , balki uning aniqligi va ishonchligini topish kerak bo’ladi. Berilgan bunday baho kam sonli sinovlarni o’tkazish uchun zarur.

$\bar{X}$ ko’rsatgichining aniqligi va ishonchliligini baholash uchun matematik statistikada ishonchli interval hamda ishonchli ehtimollikdan foydalaniladi.

B ehtimollik natijasida X_o noma’lum ko’rinishi J_B intervalda joylashadi



5.7-rasm. J_B intervalda noma’lum ko’rsatgichlarning joylashuvi

$$J_B=(\bar{X}-\varepsilon;\ \bar{X}+\varepsilon),$$

bu yerda; ε – X_o ko’rsatgichini $\bar{X}$ ga almashtirish vaqtida ro’y berish ehtimolli ko’rinishlarining diapazoni.

5.7-rasmda ko’rsatilgan absissalar o’qida joylashgan J_B intervalining (intervalning uzunligi 2ε va $\bar{X}$markaz) holati tasodifiy bo’ladi, chunki $\bar{X}$ ko’rsatgichi sinovlarning natijasida hisoblab chiqiladi. B ehtimolligi - *ishonchli ehtimollik*, J_B intervali -*ishonchli interval*. $X_1 = \bar{X}-\varepsilon$ va $X_2= \bar{X}+\varepsilon$ intervallarining chegaralari -*ishonchli chegaralar* deyiladi.

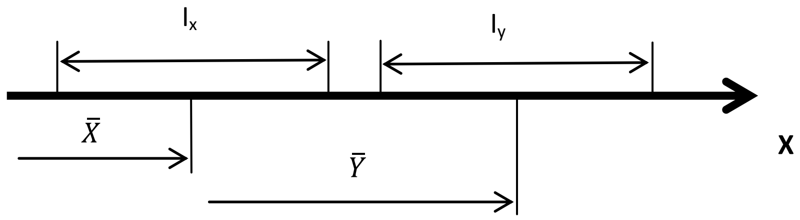
X_o ishonchli intervallari ro’y berishi mumkin bo’lgan ehtimolli ko’rinishlarning chegaralarini aniqlaydi va quyidagi me’yorda ko’rsatiladi:

$$\bar{X} + t\sigma_x < a_1 < \bar{X} - t\sigma_x;$$

t ning qiymati shu tarzda tanlanadiki belgilangan doirada ehtimollik belgisining qiymati berilgan qiymatdan kam bo’lmasligi kerak.

Ishonchli intervallari yordamida X va Y mustaqil namunaning natijalari yordamida namunaviy o'rtacha farqlari o’rnatiladi.

5.8-rasmda X va Y ning ishonchli intervallari ko’rsatilgan.



5.8-rasm. X va Y ning ishonchli intervallari

Agar, ishonchli intervallar yopilsa, u holda baholanadigan o'rtacha X va Y ko'rinishlarning tengligi to'g'risida yakuniy xulosa qilish mumkin emas, bu holatda faqat tanlash natijasida tashkil bo'lgan X va Y ko'rinishlar o'rtacha ko'rsatgichlarning tengligi gipotezasiga qarshi chiqmaydi deb ta'kidlash mumkin bo'ladi. Gipotezalarni tekshirishda, ehtimollikning kichik ko'rinishdagi darajalari qabul qilinadi, chunki ular ko'rib chiqish davrida ro'y berishi mumkin bo'lmagan hodisalarga mos keladi. Ehtimollikning ushbu ko'rinishlari ahamiyatli daraja belgisi deyiladi. Ko'p hollarda besh foizli, ikki foizli yoki, bir foizli ahamiyatli daraja belgilari qabul qilinadi.

Belgilangan hududidan tashqariga chiqqan tekshirishlarning tahliliy ko'rinishlari muhim maydonni tashkil etadi. Agar tanlash natijasida olingan tekshirishning tahliliy ko'rinishlari ko'rsatilgan muhim maydondan chiqib ketsa, u holda gipoteza rad etiladi.

XULOSA

Zamonaviy sharoitda energetikaning matematik masalalarini iqtisidiy o'sishning asosiy omillardan biri deb qarash maqsadga moafiqdir. Energetikada matematik masalalar ishlab chiqarish korxonalarini hamda xalq xo'jaligini iqtisodiy barqarorlatirishga olib keluvchi asosiy omillardan biri bo'lib hisoblanadi. Bu esa energiya va resurs tejamkorligiga olib keluvchi siyosatning dolzarb yo'nalishlaridan biri hisoblanadi. Bunday tadbirlarini orqaga surish, mamlakatning iqtisodiyotiga va atrof muhitga o'z ta'sirini ko'rsatadi.

Elektr energiyasini tejash esa, energetik resurslari va elektr energiyasidan oqilona foydalanish kabi bir nechta omillarga bog'liq. Shuning uchun, elektroenergetika yo'nalishida ta`lim olayotgan talabalar hayotiy masalalarning matematik modellarini tushuna olishlari, ularni yechishning sonli-taqribiy, taqribiy-analitik usullarini nazariy o'zlashtirishlari hamda o'rganishlari, murakkab elektr tarmoqlarning ishchi rejimlarini matrisa usulida umumlashgan holda echish va energetik masalalarni echishda ehtimollar nazariyasi usulidan foydalanish hamda elektr energetikadagi avtomatik tizim masalalarini echish va tahlil qilish usullariga asosida elektr ta'minoti tizimlarining matematik modellashtirish va taqiq qilish sohasidagi bilimlarini mustahkamlashtirish va qo'yilgan masalalarni mustaqil echishda malaka va ko'nikmalarini hosil qilishlari muhim ahamiyat kasb etadi.

Elektr energiyasini tejash davlat dasturida ko'rsatilgan texnika va texnologiyalarni jiddiy ko'rikdan o'tkazib, yaroqsizlarini almashtirish chora-tadbirlarini amalga oshirish zaruratini talab etadi. Bu chora-tadbirlarni amalga oshirish bevosita ishlab chiqarishning energiya samaradorligini oshirish, energiya sarfini kamaytirish, korxonalarning rentabelligini oshirish hamda raqobatbardoshligini oshirishda energetik menejmentni va auditni amalga oshirish orqali salmoqli yutuqlarga erishiladi.

O'zbekiston Respublikasi yonilg'i energitika majmunini rivojlantirishning strategik yo'nalishi energiyadan oqilona foydalanish va energiya tejamkorligi masalalari hisoblanadi. Ushbu masalalarni ko'rib chiqishda elektr energiyani tejashning siyosiy, iqtisodiy, tashkiliy, boshqaruv, texnik va texnologik jihatlariga kompleks tarzda yondoshish lozimdir.

Shu sababli bugungi kunda “Energetikaning matematik masalalari” fanining bosh muhim fazifasi elektroenergetika tizimlarining matematik modellarini tahlili, qo`llanishi va ularning echish usullarini ishlab chiqish, algoritmlarini qurish, dastur ta`minotlarini yaratish va olingan natijalarni tahlil qilish usullarini o`rgatishdan iboratdir. O`z navbatida energetikaning matematik masalalari fanidan olingan bilim va ko'nikmalar elektroenergetika yo`nalishining boshqa mutahassislik fanlarini o`qitishda nazariy asos bo`lib hisoblanadi.

GLOSSARIY

Aniqlovchini ochish - har bir aniqlovchi biror qator elementini element algebraik to’ldiruvchisi ko’paytmalari yig’indisi

Algebraik to’ldiruvchi - A_{ij} element a_{ij} uchun uning minori $(-1)^{i+j}$ ishora bilan olinadi, ya`ni. $A_{ij} =(-1)^{i+j} * M_{ij}$.

Bog’langan graf - grafning ixtiyoriy ikki nuqtasini bog’lagan yo’l.

Blok matrisalar - gorizontal va vertikal chiziqlar yordamida bloklarga yoki nim matrisalarga bo’linishi

Bezu teoremasi - Ko’pxad R(p)ni ikkixad P_A ga bo’lishdan qoldiq berilgan ko’pxadning P-adagi qiymatiga teng.

Gauss teoremasi - p darajali ko’pxad aniq xaqiqiy yoki kompleks echimga (ildizga) ega.

Graf - ko’plab uch(tugun) va qirra (tarmoqlar)dan iborat bo’lib, qirralar ma`lum bir (yoki barcha) uchlar juftligini ulanishi.

Matrisa – kator - Matrisa-qator yoki vektor-qator - bu razmeri 1 x m bo’lgan matrisa bo’lib bir qator va m ustundan iborat

Dixotomiya usuli – ikkiga bo’lish usuli.

Yopiq graf - boshlang’ich va oxirgi uchlari mos kelgan grafning yo’li.

Interpolyasion polinomlarning bir necha turlari mavjud: darajali, Lagranj va N`yuton interpolyasion polinomlari.

Iterasiya usuli - tenglamalar sistemasida noma`lumlarning soni katta miqdorda bo'lganda, ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanish usuli.

Yo'naltirilgan graf – qirrasi ma`lum bir belgilangan yo'nalishga ega bo'lgan graf.

Kontur - zanjirning shunday bir necha tarmoqlarning ketma-ket ulanishidan hosil bo'lgan bo'lagiga, bunda konturning birinchi tarmog'ining boshlanishi-konturga kiruvchi oxirgi tarmoqning oxiri.

Kompleks matrisalarning aniqlovchisi – elementlari kompleks yoki haqiqiy bo'ladi

Matrisaning m-normasi - qator elementlar yig'indisining maksimal qiymati.

Matrisaning izi – matrisaning diagonal elementlarning yig'indisiga aytiladi

Matrisaning rangi - deb matrisaning noldan farqli minorining maksimal tartibiga aytiladi.

Matrisa – ustun - Matrisa-ustun yoki vektor-ustun - bu razmeri n x 1 bo'lgan matrisa bo'lib n qator va bir ustundan iborat.

Matrisa – kator - Matrisa-qator yoki vektor-qator - bu razmeri 1 x m bo'lgan matrisa bo'lib bir qator va m ustundan iborat

M matrisa - tarmoqlarda ulanishlar matrisasi, to'g'ri burchakli matrisa bo'lib, uning qatorlar soni grafning uchlari soniga,ustunlar soni esa qirralar soni.

Matrisaning n-normasi - matrisaning vektor uzunligini belgilaydi.

Matrisa r-norma - matrisaning maksimal elementidan aniqlanadi.

Maxsus matrisa - matrisaning diterminanti nolga teng bo'ladi va teskari matrisa mavjudligi sharti .

Maxsus bo'lmagan matrisa – matrisaning diterminanti noldan farqli va tenglamalar sistemasi bir echimga ega.

Nochiziqli tenglamani koeffisientlari - istalgan xaqiqiy yoki kompleks son, xususiy xollarda esa nolga teng.

N - burchakli matrisa bo'lib, uning qatorlar soni mustaqil konturlar soniga, ustunlar soni esa tarmoqlar soniga teng.

Nimgraf - grafning ixtiyoriy qismi, ikki ixtiyoriy uchni ulab qirralar turkumi va u graf yo'lini belgilaydi.

Tarmoq - zanjirning e.yu.k. va qarshiliklar ketma-ket ulanishidan xosil bo'lagi.

To'liq aiiqlanmagan sistema - agar noma`lumlar soni tenglamalardan ko'p bo'lsa.

To'la aniqlangan sistema - agar noma`lumlar soni tenglamalardan kam bo'lsa.

Tugun- ikki yoki undan ko'p tarmoqlarning ulanish nuqtasi.

Unimodal funksiya – funksiya f(p) kesimda faqat bitta minimal nuqtaga ega bo'lgan funksiya**.**

Elektr energiyasi - elektr ta`minoti sistemasini ishini miqdoriy ko'rsatkichidir.

**Elektr ta`minoti sistemasining minimallashtirish -** elektr stansiyalari va iste`molchilari orasida aktiv va reaktiv quvvatni qulay tarqalishi tushuntiriladi.

Elektr ta`minoti sistemalarining variant va parametrlarini tanlash ikki xil usulida:

1) o'zini oqlash vaqti usuli;

2) keltirilgan kummulyativ (yig'indi) sarfi xarajatlar.

Elektr ta`minoti sistemalarini taxlil qilayotganda va matematik xolatlarini tuzayotganda uch xil rejim kuzatiladi:

normal turg'un rejim;

shikastlanishdan keyingi turg'un rejim;

o'tkinchi rejim**.**

ADABIYOTLAR RO'YXATI

1.Аллаев К.Р. Электроэнергетика Узбекистана и мира, – Т.: «Fan va texnologiya», 2009. – 464 с.

2.Хошимов Ф.А., Таслимов А.Д. Энергия тежамкорлиги асослари. Ўқув қўлланма. –Т.: "Ворис", 2014. -192 б.

3.Xoshimov F.A., Taslimov A.D., Raxmonov I.U. Elektr ta'minoti tizimida energiya nazorati va hisobi. – T.: 2015. – 154 b.

4. Зорин В.А., Копченова Н.В. Некоторые методы решения оптимизационных задач. - М.: МЭИ, 1995.

5. Кодиров Т.М., Алимов Х.А., Рафикова Г.Р. Сакоат корхоналари ва фукаро биноларининг электр таъминоти. Укув куллакма. -Т.: "Чулпон", 2007.

6. Веников В.А. Математические задачи энергетики. -М.: Энергоатомиздат, 1997.

7. Гурман Г.А. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Статистика, 1998. -204 с.

8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие для вузов / Гмурман В.Е. - М.: Высшая школа, 2001.- 400 с.

9. Кривелев А.В. Основы компьютерной математики с использованием MATLAB: учеб. пособие для вузов / Кривелев А.В. - М.: Лекс-Книга, 2005.- 496 с.

10. Сайт: www. energystrategy.ru

11. Сайт: www. uzenergy.uzpak.uz