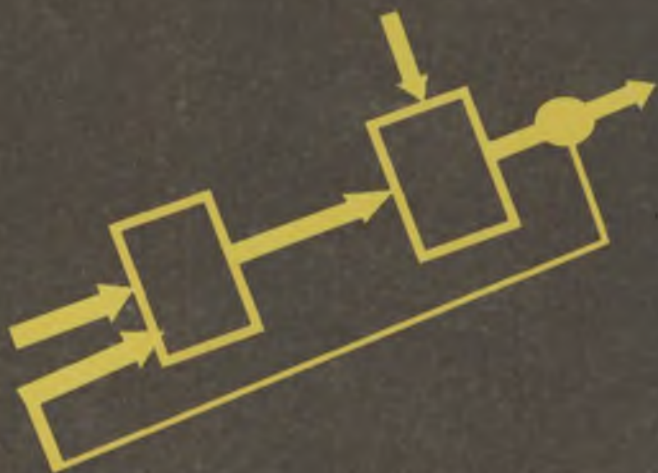


IGAMBERDIYEV X.Z.,
SEVINOV J.U.

BOSHQARISH NAZARIYASI



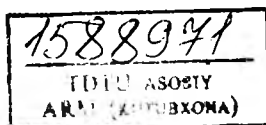
TOSHKENT

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA
MAXSUS TA'LIM VAZIRLIGI**

IGAMBERDIYEV X.Z, SEVINOV J.U.

BOSHQARISH NAZARIYASI

*O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim
vazirligi tomonidan darslik sifatida tavsiya etilgan.*



TOSHKENT – 2018

UO'K: 681.5.01(075.8)

KBK 65.050.2ya7

I-20

I-20 **Igamberdiyev X.Z., Sevinov J.U. Boshqarish nazariyasi.**
(Darslik). –T.: «Fan va texnologiya», 2018, 336 b.

ISBN 978–9943–11–921–5

Darslik boshqarish nazariyasining asosiy tushuncha va ta'riflari, avtomatik boshqarish tizimlarining matematik ifodalash usullari; chiziqli, nochiziqli va diskret avtomatik boshqarish tizimlarining turg'unligi tahlili, rostlash sifatini baholash va sintezlash, shuningdek, tasodifiy avtomatik boshqarish tizimlari haqida ma'lumotlar keltirilgan. Keltirilgan nazariy materiallar misollar yordamida yoritilgan, mustaqil tayyorlanish uchun esa nazorat savollari va testlar ilova qilingan.

В учебном пособии изложены основные понятия и определения теории автоматического управления, методы математического описания автоматических систем управления, анализа устойчивости линейных систем автоматического управления, оценки качества регулирования линейных систем, синтеза линейных систем автоматического управления, дискретные системы автоматического управления, а также в краткой форме описываются нелинейные системы автоматического управления. Представленные материалы иллюстрируются примерами, контрольными вопросами и сопровождаются тестовыми задачами для самостоятельной подготовки.

The tutorial presents the basic concepts and definitions of automatic control theory, the mathematical description of the methods of automatic control systems, stability analysis of linear automatic control systems, assess the quality of regulation of linear systems, synthesis of linear automatic control systems, as well as briefly describes the nonlinear automatic control system. The materials are illustrated by examples, control issues and are accompanied by test tasks for self-training.

UO'K: 681.5.01(075.8)

KBK 65.050.2ya7

Taqrizchilar:

- Gulyamov Sh.M.** – TDTU «Ishlab chiqarish jarayonlarini avtomatlashtirish» kafedrası professorı, texnika fanlari doktori;
- Azimov B.M.** – TATU huzuridagi Axborot-kommunikatsiya texnologiyalari ilmiy-innovatsion markazi «Texnik tizimlarda boshqaruv» laboratoriyasi mudiri, texnika fanlari doktori, professor.

ISBN 978–9943–11–921–5

© «Fan va texnologiya» nashriyoti, 2018;
© Toshkent davlat texnika universiteti, 2018.

KIRISH

Respublikada chuqur bilimga hamda yuqori saviyaga ega bo'lgan yosh kadrlarni tayyorlash va bu kadrlar yordamida ilm-fan, ishlab chiqarishdagi dolzarb masalalarni yechish, yangi natijalarga erishish ishlari jadal olib borilmoqda. Kadrlar tayyorlash milliy dasturi "Ta'lim to'g'risida"gi O'zbekiston Respublikasi qonunining qoidalariga muvofiq holda bo'lib, milliy tajribaning tahlili va ta'lim tizimidagi jahon miqyosidagi yutuqlar asosida tayyorlangan. Albatta, kadrlarni zamon talabi darajasida tayyorlashda fanlardan yaratilgan darslik va o'quv qo'llanmalar muhim ahamiyat kasb etadi. Bugungi kunda talabalarga har bir fandan nazariy bilimlarni amaliyotga tatbiq etishni mukammal o'rgata oladigan o'quv qo'llanmalarining mavjudligi muhim masalalardan biridir.

Boshqarish nazariyasi – fani nisbatan yaqinda vujudga kelgan bo'lsada, inson ishtirokisiz ishlovchi alohida qurilmalar qadimdan ma'lum bo'lgan.

Yevropa sanoatida XVIII asrning oxirida sodir bo'lgan birinchi keskin burilish natijasida vujudga kelgan rostlagichlar (1765-yilda I.I.Polzunov bug' mashinasi qozonidagi suv sathini rostlagichi, 1784-yilda J.Uatt bug' mashinasi valining aylanish tezligi rostlagichi) tashqi muhit ta'siri ostida ishlovchi texnik qurilmalarning ishini stabillashga mo'ljallangan edi. Eng samarali usul manfiy teskari bog'lanishdan foydalanish edi, XIX asrda poluintuitiv kiritildi va kerakli hisob-kitoblarsiz bu doim ham kerakli samarani bera olmasdi. Manfiy teskari bog'lanishli rostlagichlarni qo'llashda ko'pincha taxmin qilingan afzalliklar o'rniga kutilmagan texnik hodisalarga: noturg'unlik va yangi harakatlar paydo bo'lishiga duch kelishar edi. Bu hodisalarni tadqiq etish uchun mos usullar talab qilinardi, bu usullar g'ayrioddiy xususiyatlarni nafaqat tushuntirib berishi, balki rostlagichlar tavsifining unumiy qonuniyatlarini qarab chiqishga imkon berishi lozim edi. Ularning asoslari XIX asrning oxirlarida ingliz matematik-mexanigi D.Maksvellning (1866 y.) hamda rus mexanigi I.A.Vishnegradskiyning (1876, 1877 yy.) «rostlagichlar haqida»gi birinchi asarlarida bayon etib berildi. Yangi nazariyalarning jadal rivojlanishi elektrotexnik tizimlar, xususan elektromashinalar va radioavtomatika tizimlarining paydo bo'lishi bilan boshlandi. Shu paytgacha, elektr mashinaning tezligini rostlash tizimi avtomatik boshqarishning klassik namunasi hisoblanib kelindi. Keyinchalik ma'lum bo'ldiki, avtomatik boshqaruv nazariyasining usullari mexanika, energetika, radio- va elektrotexnikada, ya'ni

teskari aloqani qo'llash mumkin bo'lgan hamma sohadagi turli fizik tabiatli obyektlarning ishlashini tushuntirib berishi mumkin ekan. Barcha usullarni bir vazifa birlashtirib turadi: o'tish jarayonlaridagi kerakli aniqlikni va qanoatlantiruvchi sifatni ta'minlab berish. Shunday qilib, avtomatik boshqaruv nazariyasi, mohiyatiga ko'ra, manfiy teskari bog'lanishli tizimlardagi jarayonlar nazariyasi hisoblanadi. Ayni vaqtda, avtomatik boshqaruv nazariyasi o'zining tahliliy apparati bilan ilmiy fanga aylangan.

Texnologik jarayonlar va ishlab chiqarishni avtomatlashtirish masalalariga avtomatik boshqarishni qo'llash texnologik jarayonlarni avtomatik boshqarish tizimlari yordamida amalga oshiriladi. Ularda texnologik jarayon va texnologik obyekt holati zamonaviy EHMLardan foydalanilgan holda tahlil qilinadi. Shulardan ko'rinadiki, avtomatik boshqarish insonlar tomonidan amalga oshiriladi, boshqaruv tizimining texnik vositalari, shu jumladan, EHMLar boshqaruv yechimlarini ishlab chiqish va qo'llashning murakkab jarayonida inson imkoniyatlarini ko'p marta oshiruvchi qudratli vosita sanaladi. EHMLar asosidagi zamonaviy avtomatik boshqaruv tizimi hozirgi davr ishlab chiqarish amaliyotida keng qo'llanilmoqda.

Boshqaruv nazariyasining o'rganish predmeti teskari bog'lanishli avtomatik tizimlarni konstruksiyalash, ularning xossalari, hisoblash usullari hisoblanadi. Fan va texnikaning hozirgi taraqqiyotida modellarni tuzish uchun odatda, makroolam fizikasi va mexanikasining asosiy qonunlari shakllangan, ya'ni differensial tenglamalar apparatidan foydalaniladi. Shunday ekan, boshqaruv nazariyasining predmeti avtomatik tizim modelining xossalari hisoblanadi, bu xossalar differensial tenglamalar hamda ularning turli o'zgartirishlari va interpretatsiyalari ko'rinishida ifodalanadi.

I bob. BOSHQARISH NAZARIYASINING UMUMIY XUSUSIYATLARI VA TUSHUNCHALARI

1.1. Asosiy tushuncha va ta'riflar

Boshqarish nazariyasi (BN) boshqarish to'g'risida ta'lim beruvchi ilmiy fanlar qatoriga kiradi. Avtomatik boshqarish nazariyasi – bu avtomatik boshqarish tizimi (ABT)da kechuvchi axborot jarayonlari predmetini o'rganuvchi ilmiy fandır.

BN turli fizik tabiatli boshqarish tizimining o'ziga xos umumiy qonuniyatini va bu qonuniyat asosida yuqori sifatli boshqarish tizimlarini qurish prinsiplarini ishlab chiqadi.

BNda boshqarish prinsiplarini o'rganish orqali tizimning fizik va konstruktiv xususiyatlardan abstraktlashtiriladi va real tizimning o'rniga matematik modeli adekvat bo'lgan tizim ko'riladi. BNda asosiy tadqiqot usuli matematik modellashtirish hisoblanadi. Undan tashqari ABNning uslubiyot asoslarini quyidagilar tashkil etadi: odatdagi differensial tenglamalar nazariyasi; operatsion hisoblash; garmonik tahlil; vektor-matritsali algebra.

ABN boshqarish tizimlari elementlarining ishlash nazariyasi (datchik, registr) bilan birgalikda *avtomatikani* tashkil etadi. Avtomatika texnik obyektlarni boshqarish to'g'risidagi fan bo'lib, texnik kibernetikaning bir bo'lagi hisoblanadi. Shuningdek, avtomatika texnik obyektlarni boshqarish uchun kerak bo'lgan axborotlar va ularni qayta ishlash bilan shug'ullanuvchi – *axborotlar nazariyasi* va *BN* fanlariga bo'linadi.

Kibernetika – murakkab tizimlar (texnik obyektlar, texnologik jarayonlar, jonli organizmlar, jamoalar, tashkilotlar va h.k.) ni optimal boshqarish to'g'risidagi fan.

Texnik kibernetika (yoki *avtomatik boshqarish nazariyasi*) – kibernetikaning g'oya va usullari yordamida texnik tizimlarni o'rganuvchi fan sohasi. Texnik obyektlarni boshqarishning asosiy vazifasi – jarayonga qo'yilgan talablarni bajarilishida ayni sharoitda boshqarish algoritmlarini topish va amalga oshirishdir.

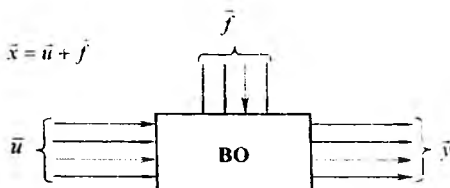
Boshqariluvchi obyekt va avtomatik boshqarish qurilmasi (rostlagich) birgalikda hamda ularni o'zaro ta'siri – *avtomatik boshqarish tizimi* deyiladi.

ABT – bu shunday tizimki, unda boshqarilish vazifasi avtomatik bajariladi, ya'ni inson ishtirokisiz.

Avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi – bu tizimda boshqarish vazifasini bir qismi avtomatik boshqarish qurilmasida bajariladi, bir qismi (ayniqsa, muhim va murakkab qismi)ni esa inson bajaradi.

Qurilma (tizim)ning ishlash algoritmi – bu qurilma (tizim)da texnik jarayonni to'g'ri bajarilishi haqida yetakchi buyruqlar majmui.

Boshqarish obyekt (BO) – texnik jarayonni amalga oshiruvchi va ishlash algoritmini amalga oshirish uchun maxsus tashkil etilgan tashqi ta'sirga muhtoj qurilma (qurilmalar majmui), moslama yoki jarayon. Boshqarish obyekt – zaruriy holatni ta'minlashi kerak (1.1-rasm).



1.1-rasm. *Boshqarish obyekt*.

ABNda *boshqarish obyekt* istalgan texnik obyekt, texnologik jarayon, shuningdek, sodda ABT bo'lishi mumkin.

Istalgan obyekt tashqi muhitning obyektga ta'siri, rostlagichli boshqarish signalining ta'siri, obyektning o'zida jarayonlarni belgilovchi *kattaliklar* qatorida tavsiflanadi.

Ta'sir deb tashqaridan obyektga ta'sir etuvchi kattaliklarga aytiladi (1.1-rasm). Ta'sirlarning ikki turi mavjud:

1. *Boshqaruv ta'siri* \bar{u} (boshqaruv signali, boshqaruvchi kirish kattaligi) – bu boshqaruvchi qurilma tomonidan ishlab chiqiluvchi (yoki inson tomonidan beriluvchi) ta'sir.

2. *G'alayon* \bar{j} – boshqarish tizimiga bog'liq bo'lmagan obyektga ta'sir. *G'alayon yuklamaga* – bu tizimning ishlashiga bog'liq bo'lgan tashqi ta'sir va *xalaqitga* – obyektga qo'shimcha ko'rinishda bog'liq bo'lgan zararli tashqi ta'sirlarga bo'linadi.

Ta'sirlar uch jihatdan quyidagilarga bo'linadi: *energetik* (energiyani o'zgartirish va uzatish), *metabolik* (kattalikning shakli va tarkibini

o'zgartirish), *axborot* – energetik va metabolik hosil bo'lgan har bir ta'sirlar bir vaqtini o'zida axborot bo'ladi.

Boshqarish obyektining ishlashini tavsiflovchi o'zgaruvchilarga – *chiqish kattaliklari* \bar{y} (bular barchasi fizik kattaliklar) deyiladi. Ba'zida ularni tizimning *chiqish koordinatalari* deb nomlanadi (1.1-rasm).

Boshqarish algoritmi – bu ishlash algoritmlarini amalga oshirish maqsadida obyektidagi tashqi ta'sirlar tavsifini aniqlovchi buyruqlar majmui.

Avtomatik boshqarish – bu boshqarish algoritmiga muvofiq ta'sirlarni amalga oshirish jarayoni.

Avtomatik boshqarish qurilmasi (ABQ) – boshqarish algoritmi bilan muvofiq kelishda ta'sirlarni amalga oshiruvchi qurilma.

Boshqarish qurilmasining ishlash algoritmi – bu mavjud boshqarish algoritmi.

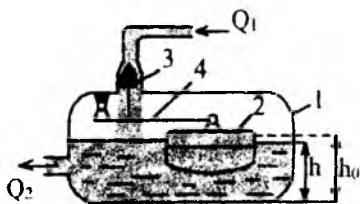
ABTda jarayonlarni o'rganishda muhim jihatlardan biri bu axborotdir. Bu jarayonlar signal o'zgartirgichlar hisoblanadi.

Signal – bu muayyan fizik kattaliklarni o'zgarishi.

Obyektning o'zida o'zgarishlarni tavsiflovchi kattaliklarga *ichki kattalik* yoki *obyekt holati* deyiladi.

Ular ichidan obyekt holatini tavsiflovchi va atayin o'zgartiriluvchi yoki doimiy ushlab turiluvchi – *boshqarish kattaligini* alohida keltirish mumkin.

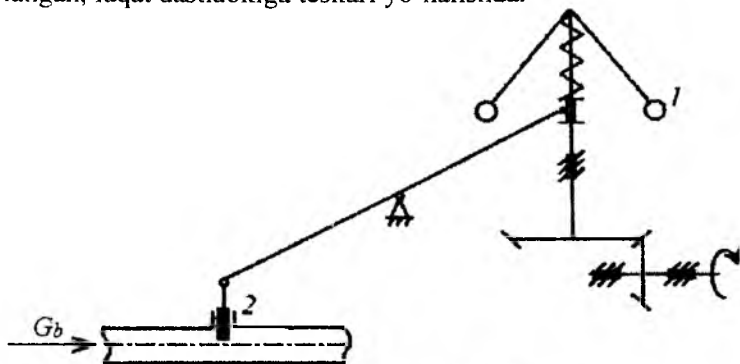
Sanoatda qo'llanilishi mumkin bo'lgan eng birinchi avtomatik rostlagich rus mexanigi I.I.Polzunov tomonidan (1765 y.) yaratilgan. Bu qurilma bug' mashinasi qozonidagi suv sathi balandligini inson ishtirokisiz bir me'yorda ushlab turishga mo'ljallangan qurilma edi (1.2-rasm). Ma'lumki, qozondagi suv miqdori uning bug'ga aylanishi va sarfi sababli kamayadi, natijada undagi bug' bosimi ham kamayadi. Bu o'z navbatida bug' mashinasining yomon ishlashiga, uning tezligi o'zgarib turishiga sabab bo'ladi. Shu sababli bug' qozonidagi suv sathi balandligi va bug' mashinasining aylanish tezligini saqlab turish o'sha davrning eng muhim muammolaridan hisoblanardi. Qozondagi 1 chiquvchi suvning sarfi Q_2 oshganda suv sathi h_0 balandlikdan kamayadi. Richak 4 ga mahkamlangan to'siq 3 qalqovuch 2 pasayishi hisobiga ochiladi va qozonga tushayotgan suv hajmi Q_1



1.2-rasm. *Polzunov rostlagichi.*

oshadi. Suvning sathi h oshganda qalqovuch 2 ko'tariladi hamda bu o'z navbatida qozonga tushayotgan suv hajmi Q_1 ni to'siq 3 orqali kamaytiradi. Polzunov yaratgan texnik vosita (rostlagich) tufayli, odam qozondagi suv sathi balandligini nazorat qilish, agar undagi suv sathi oldindan belgilab qo'yilgan suv sathi balandligidan kamaysa – suv quyib, ortib ketganda esa qozonga suv kelishini to'xtatish jarayonini boshqarib turish funksiyasini bajarishdan ozod bo'ldi.

1784-yida ingliz mexanigi Jems Uatt ikkinchi muammoni hal qildi – bug' mashinasi valining aylanish tezligini rostlay oladigan avtomatik qurilma – rostlagichni yaratdi (1.3-rasm). Valning aylanish soni o'zgarsa, markazdan qochma kuchlarning ta'siri ostida yuklar 1 o'z holatini o'zgartiradi hamda rostlash organi 2 joyini o'zgartirish hisobiga bug' uzatilishi o'zgaradi. Bu o'z navbatida valning aylanishlar soniga bog'langan, faqat dastlabkiga teskari yo'nalishda.



1.3-rasm. Uatt rostlagichi.

Bu ikki texnik qurilma yordamida o'sha vaqtdagi texnologik mashinalarning ishonchli va o'zgarmas tezlikda ishlashi birmuncha ta'minlangan. Polzunov va Uattlarning rostlagichlarida avtomatik rostlash tizimlarining asosiy elementlari sifatida obyekt – bug' qozoni va bug' mashinasini, rostlash qurilmasi – rostlovchi qopqoqli po'kak va markazdan qochma uzatgichlarni ko'rishimiz mumkin.

Boshqarish nazariyasining asoschisi 1876-yilda «Bevosita ta'sir qiluvchi rostlagichlar» to'g'risidagi ilmiy ishni chop ettirgan rus olimi va muhandisi I.A.Vishnegradskiy hisoblanadi. Ushbu ishda u rostlash obyekti va rostlagichni yagona rostlash tizimda ekanligini va shuning uchun rostlagich va boshqarish obyektidan o'tuvchi jarayon o'zaro

aloqada bo'ladi va birgalikda ko'rib chiqilishi shart ekanligini birinchi bo'lib isbotlab berdi.

O'sha vaqtlarda ushbu yo'nalishda Maksvell ham ishlagan. Keyinchalik mashhur rus olimlari A.M.Lyapunov va N.E.Jukovskiylar avtomatik boshqariladigan mashina va mexanizmlarda kechayotgan jarayonlarning matematik nazariyasi asoslarini yaratgan.

Zamonaviy boshqarish nazariyasining rivoji XX chi asrning 20-30-yillarida Minorskiy, Naykvist, Xazenlarning maqolalarini paydo bo'lishi bilan boshlandi. Nazariy ishlar muhandislar uchun klassik usullardan foydalanib avtomatik rostdash tizimlarini kundalik loyihalash imkonini yaratdi.

So'nggi vaqtlarda klassik usullar o'zining mukammalligiga erishganda turluqot ishlari optimal usullarni ishlab chiqish yo'nalishiga qaratilgan edi. A.S.Pontryagin o'zining «maksimum prinsipi» ni ishlab chiqqan bo'lsa, R.Bellman va R.Kalmanlar «Avtomatlashtirilgan boshqarishning optimallik prinsiplari» ni yaratganlar. Ushbu fanning rivojiga o'zbekistonlik olimlardan N.R.Yusupbekov, M.M.Komilov, T.F.Beknuratov, X.Z.Igamberdiyevlar o'zlarining ilmiy natijalari bilan hissalarini qo'shganlar.

1.2. Avtomatik boshqarish tizimlarining sxemalari

ABTda quyidagi sxemalardan foydalaniladi:

1. *Funksional sxema* – bu sxema tizimning qanday elementdan tashkil topganini bildiradi. Unda har bir elementga mos ravishda shu elementning nomi yoki u bajaradigan funksiyasining nomi keltiriladi.

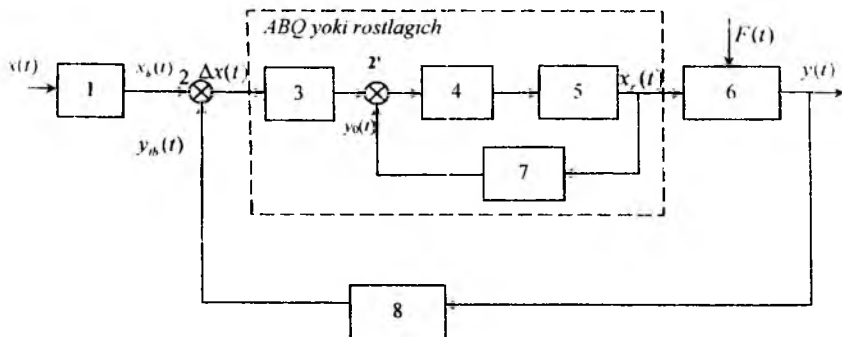
Oddiy avtomatik boshqarish tizimlarining funksional sxemasiga misol qilib, kirish va chiqish kattaligi bitta bo'lgan bir o'lchamli tizimni keltiramiz (1.4-rasm).

Bu yerda $x(t)$ – kirish signali; $y(t)$ – chiqish (rostlanuvchi yoki boshqariluvchi) kattalik; $x_b(t)$ – boshqariluvchi kattalikning berilgan qiymati; $\Delta x(t) = x_b(t) - y_b(t)$ – boshqariluvchi kattalikning berilgan qiymatdan chetlashishi yoki og'ishi; $F(t)$ – qo'zg'atuvchi signal yoki ta'sir; $y_b(t)$ – asosiy teskari bog'lanish signali; $y_0(t)$ – mahalliy teskari bog'lanish signali; $x_r(t)$ – boshqaruvchi, rostlovchi kattalik yoki signal.

1 – topshiriq beruvchi element. Boshqarish maqsadiga muvofiq keladigan boshqarish signallarini tashkil etish uchun mo'ljallangan.

2, 2' – taqqoslovchi yoki solishtiruvchi element. Bunda bir necha signal mutlaq (absolyut) qiymati bo'yicha solishtiriladi.

3. 4 – kuchaytiruvchi va o'zgartiruvchi element. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq signallarni kuchaytirish va o'zgartirish uchun mo'ljallangan.



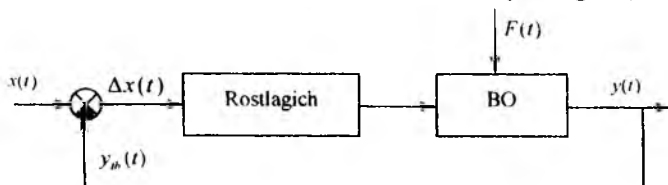
1.4-rasm. Bir o'lchamli oddiy ABT funksional sxemasi.

5 – ijro etuvchi element. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq boshqaruv obyektiga ta'sir etuvchi signalni tashkil etish uchun mo'ljallangan.

6 – boshqarish objekti. Bu boshqarish maqsadiga muvofiq, o'z holatini o'zgartirishi kerak bo'lgan har qanday fizik tabiiy jarayonlar, qurilmalar va hokozolar bo'lishi mumkin.

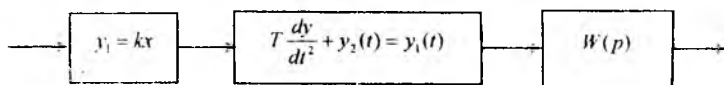
7 – mahalliy teskari bog'langan element yoki korrektlovchi qurilma. Bu tizimning dinamik xususiyatini yaxshilash uchun ishlatiladi.

8 – asosiy teskari bog'lanish elementi yoki axborot datchiklari deyiladi. Bu tizimda bo'layotgan jarayonlar to'g'risida teskari bog'lanish zanjiri orqali ma'lumot olish uchun mo'ljallangan (1.5-rasm).



1.5-rasm. Bir o'lchamli oddiy ABT soddalashtirilgan funksional sxemasi.

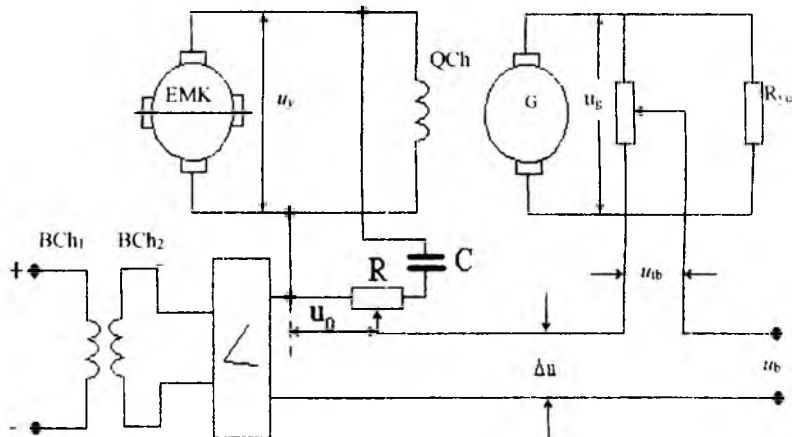
2. *Strukturaviy sxema (model)* – bu sxema tizimning matematik modelini bildiradi. Bunda har bir elementga mos ravishda algebraik, differensial, integral tenglamasi yoki qandaydir uzatish funksiyasi keltiriladi (1.6-rasm).



1.6-rasm. *Strukturaviy sxema.*

3. *Prinsipial sxema* – bu sxema funksional sxemani kengaytirilgan ko‘rinishi bo‘lib, bunda har bir elementni kengaytirib ko‘rsatiladi.

1.1-misol. O‘zgarmas tok generatorining kuchlanishini avtomatik boshqarish tizimining prinsipial sxemasi 1.7-rasmda keltirilgan bo‘lib, bu yerda EMK – elektr mashina kuchaytirgich; BCh₁; BCh₂ – EMK ning boshqarish chulg‘amlari; G – o‘zgarmas tok generatori; QCh – generatorning qo‘zg‘atuvchi chulg‘ami; R_{yu} – yuklama; u_g – boshqariluvchi, rostlanuvchi kattalik; u_{tb} – teskari bog‘lanish signali; Δu = u_b - u_{tb} – rostlanuvchi kattalikni berilgan qiymatdan og‘ishi; u_b – rostlanuvchi kattalikning berilgan qiymati; u_y – rostlovchi, boshqaruvchi signal.

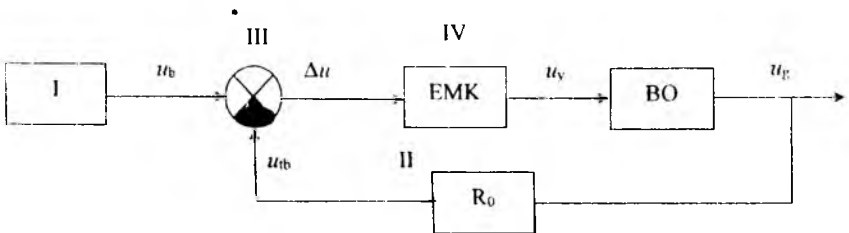


1.7-rasm. *O‘zgarmas tok generatorining kuchlanishini avtomatik boshqarish tizimining prinsipial sxemasi.*

Tizimning ishlash prinsipi quyidagicha:

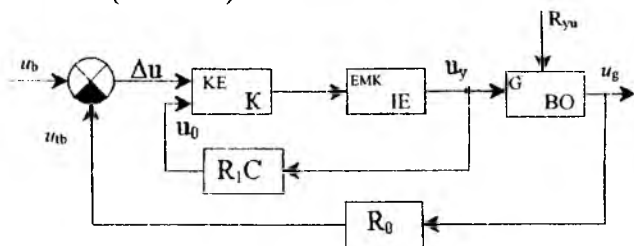
Tizimning maqsadi generator kuchlanishini u_g – o'zgarmas holda tutib turish. Buning uchun u_b kuchlanish olinadi, uning qiymati rostlanuvchi kattalik u_g kuchlanish bilan bir xil qilib olinadi, chunki generator nominal kuchlanish u_{gnom} ishlab chiqarganda $\Delta u = u_b - u_{tb} = \rightarrow 0$ bo'lishi kerak. Yuklama R_{yu} o'zgarishi bilan generator kuchlanishi u_g ham o'zgaradi, buning natijasida teskari bog'lanish kuchlanishi u_{tb} ham o'zgarib $\Delta u = u_b - u_{tb}$ kuchlanish hosil bo'ladi. Agar $\Delta u = u_b - u_{tb}$ ishorasi musbat (+) bo'lsa, ya'ni rostlanuvchi kattalik u_g o'z nominal qiymati u_{gnom} dan kichik bo'lsa, unda Δu signal EMKning ikkinchi boshqarish chulg'amida BCh₂ dagi magnit oqimiga mos yo'nalgan oqim hosil qiladi. Buning natijasida BCh₁ va BCh₂ chulg'amlardagi magnit oqimlari qo'shilib EMKning boshqaruvchi kattaligi u_y ko'tarilishiga olib keladi. EMK esa generatorning qo'zg'atuvchi chulg'amiga QCh qo'zg'atuvchi rolini o'taydi va oxir oqibatda generator kuchlanishi u_g nominal qiymat u_{gnom} ga teng bo'ladi. Agar $\Delta u = u_b - u_{tb}$ manfiy ishoraga ega bo'lsa, unda EMKning BCh₁ va BCh₂ chulg'amlaridagi magnit oqimlari qarama-qarshi yo'nalgan bo'lib, EMKning ishlab chiqargan kuchlanishi u_y kamayishiga olib keladi.

Endi bu tizim boshqarish tizimi ekanligini isbotlaymiz. Buning uchun boshqarishga muvofiq keluvchi 4 bosqichlarni aniqlaymiz (1.8-rasm): I – topshiriq $u_g = \text{const}$ bo'lishi kerak; II – boshqarish to'g'risida axborot u_{tb} ning o'zgarishi; III – taqqoslash, solishtirish, qaror qabul qilish, ya'ni $\Delta u = u_b - u_{tb}$; IV – qabul qilingan qarorni ijro etish, ya'ni kuchaytirgich va EMK yordamida amalga oshirish.



1.8-rasm.

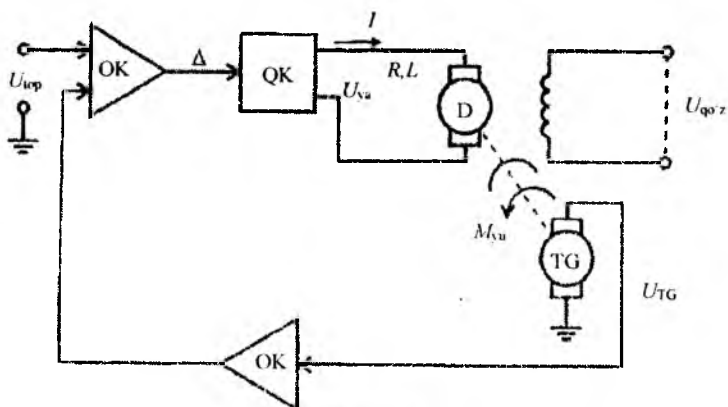
Ko'riyatgan tizimning ishlash prinsipiga ko'ra, uning funksional sxemasini tuzamiz (1.9-rasm).



1.9-rasm. *Funksional sxema:*

KE – kuchaytiruvchi element, IE – ijro elementi, K – kuchaytirgich.

1.2-misol. Eng ko'p tarqalgan avtomatik tizimlardan biri – *mustaqil qo'zg'atishli doimiy tok dvigateling aylanish tezligini stabilizatsiya tizimidir.* Uning ishlash maqsadi – valga «yuklanish» berilganda dvigatelning berilgan tezligini ushlab turishdan iborat. O'xshash tipdagi tizimlar, masalan, metall kesish dastgohlarida foydalaniladi va bunda metallning kesish chuqurligiga bog'liq bo'lgan holda berilgan aylanish tezligini ushlab turish lozim. 1.10-rasmda bunday tizimlarni amalga oshirishning soddalashtirilgan sxemasi keltirilgan.



1.10-rasm.

Bu yerda quyidagi belgilashlar kiritilgan: U_{top} – tizimga berilgan ta'sirning topshiriq qiymati (berilgan kuchlanish); OK – kirish va chiqish elektr zanjirlarini moslashtirish uchun operatsion kuchaytirgich; Δ –

berilgan kuchlanish va taxogenerator kuchlanishlari o'rtasidagi farq; QK – kichik quvvatli Δ signalni yuqori kuchlanish (dvigatel yakoridagi kuchlanish) ga o'zgartirib berish uchun quvvat kuchaytirgichi; D – elektr dvigatel; I – elektr dvigatel zanjiridagi tok; R, L – yakor zanjiridagi qarshilik va induktivlik; U_{ya} – elektr dvigatel yakori chulg'amidagi kuchlanish; U_{qoz} – qo'zg'atuvchi kuchlanish; TG – taxogenerator (elektr kuchlanishli kichik quvvatli generator), dvigatel aylanish tezligini datchigi sifatida foydalaniladi; U_{TG} – taxogenerator kuchlanishi; M_{yu} – yuklanish momenti.

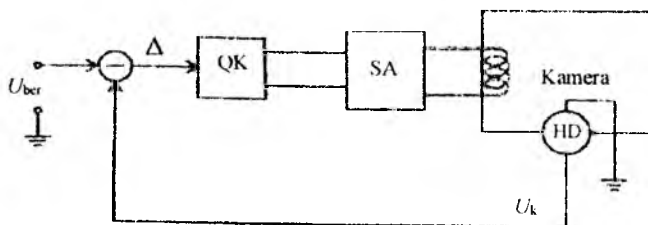
Ushbu tizimda manfiy teskari bog'lanish tashkil qilingan va u quyidagicha:

$$\Delta = U_{top} - U_{TG}.$$

Agar M_{yu} oshsa, U_{TG} pasayib (tushib) ketadi va U_{ya} oshib ketib, dvigatelda kuchlanish oshib ketganda dvigatel aylanishlarini «ushlab turish» imkonini beradi. Agar M_{yu} kamayib ketsa, dvigatelning aylanish tezligini juda ko'p miqdorda oshirish imkonini bera olmaydigan teskari jarayon yuz beradi.

Ushbu sinf misolini tavsiflashda dinamik tizimlarni tavsiflash uchun foydalaniladigan o'zgaruvchilar: kirish - U_{top} , chiqish - U_{TG} , g'alayon - M_{yu} , holat - I, U_{ya} , parametrlar - L, R kiritilgan.

1.3-misol. Endi maishiy texnika sohasidagi hammaga ma'lum sovutgich haroratini stabillash tizimini ko'rib chiqamiz. Har bir sovutgichda kameradagi massaning o'zgarishi va mahsulotlar harorati o'zgarganda yoki eshik ochilganda haroratni stabillashdan iborat maqsadni amalga oshiruvchi sodda avtomatik rostlash tizimi qo'llaniladi. 1.11-rasmda sovutgich haroratni rostlash tizimining soddalashtirilgan sxemasi keltirilgan.



1.11-rasm. **Sovutgich haroratini stabillash tizimining funksional sxemasi.**

Bu yerda, U_{ber} – berilgan haroratga mos keluvchi signal; HD – harorat datchiki; QK – boshqarish qurilmasi sifatida qo'llaniladigan releli xarakteristikali quvvat kuchaytirgichi, u sovuq agentni kameralarning quvurlari orqali «haydovchi» bo'lib, sovitish agregati (SA) ni qo'shadi yoki ajratadi.

Sovutgichlarda operatsion kuchaytirgichlar ishlatilmaydi; berilgan va haqiqiy haroratlarni solishtirish bevosita amalga oshiriladi. Sxemada ushbu amal mos element bilan ko'rsatilgan.

Tizim quyidagicha ishlaydi: agar eshik ochilib, kamera issiq mahsulotlarning bir qancha massasi quyilsa, unda kamerada harorat tezda oshib ketadi va berilgan (quyi) hamda oshib ketgan haqiqiy harorat o'rtasidagi Δ farq oshib ketadi va rele xarakteristikali QK qo'shiladi hamda sovutish agregati ishlay boshlaydi. Bir qancha vaqtdan so'ng Δ farq boshlang'ich qiymatdan kichik bo'ladi va rele QKni ajratib yuboradi. Bunday tizim faqat «bir tomon» sovutishga ishlaydi. Ushbu jarayonni quyidagi kattaliklar tavsiflaydi: kirish – U_{ber} , chiqish – harorat datchigidan chiquvchi kuchlanish; holat – kamera ichidagi harorat, xalaqit – qo'yilgan mahsulotdagi issiqlik miqdori.

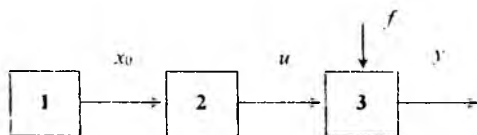
1.3. Boshqarishning fundamental prinsiplari

Tizimni boshqarishning statik va dinamik xususiyatlarini bilgan holda, tizimning matematik modelini qurish va aniq ta'sirlarda shu tizimning berilgan ishlash ketma-ketligini ta'minlab beruvchi boshqarish ketma-ketligini topish mumkin. G'alayonlantiruvchi ta'sirlar oldindan notanish tarzda o'zgarishi sababli model har doim haqiqiy tizimning xususiyatlarini yaqindan tasvirlab bera olmaydi. Shu sababli, tizimning topilgan boshqarish ketma-ketligida o'zini tutishi istalgan tizimdan farq qiladi. Tizimni o'zini tutishini talab qilingan darajaga yaqinlashtirish uchun boshqarish algoritmi nafaqat tizimning xususiyatlari va ishlash algoritmlarini, balki tizimni haqiqiy ishlashi bilan bog'liq bo'lishi kerak.

ABTlari asosida boshqarishning ayrim umumiy shartlari yotadi. Hozirgi vaqtda texnikada boshqarishning 3 ta asosiy prinsiplari aniqlangan va ulardan foydalanilmoqda. Ular quyidagilardir: ochiq boshqarish prinsipi, kompensatsiya prinsipi va teskari aloqa yoki og'ish prinsipi.

Ochiq boshqarish prinsipi. Bu prinsipning ma'nosi shundan iboratki, boshqarish ketma-ketligi faqatgina berilgan ishlash ketma-ketligi asosida ishlab chiqiladi va boshqa omillar – g'alayonlar yoki

jarayonning chiqish kattaliklari bilan nazorat qilinmaydi. Tizimning umumiy funksional sxemasi 1.12-rasmda keltirilgan.



1.12-rasm. **Ochiq boshqarish prinsipi.**

Ishlash ketma-ketligi topshirig'i $x_0(t)$ ni maxsus texnik qurilma – dastur topshiriq beruvchisi tomonidan ishlab chiqilgani kabi, oldindan tizim loyihalananayotgan vaqtda bajarilishi va undan keyin boshqarish qurilmasini (2) tuzatayotganda bevosita qo'llanilishi mumkin. So'nggi holatda sxemada blok 1 yo'q. Ikkala holatda ham sxema strelkalar bilan ko'rsatilgani kabi asosiy ta'sirlar kirish elementlaridan chiqish elementlariga (3) uzatiladigan ochiq zanjir ko'rinishga ega. Ochiq tizimlarida u va x_0 yaqinligi faqatgina hamma elementlaridan kuzatiladigan fizik qonuniyatlaridan tanlash va tuzish bilan ta'minlanadi.

Odatiy kamchiliklariga qaramay, bu prinsip juda keng qo'llaniladi.

Ochiq zanjirlarda qo'llaniladigan barcha elementlar istalgan tizim tarkibiga kirganligi, bu prinsip shunchalik sodda bo'lib tushunilganligi sababli uni har doim ham asosiy prinsiplardan biri kabi ajratmaslik imkonini beradi. Bunga ochiq zanjirlarni qurishning umumiy qonunlarini ajratish ham kiradi. Tuzuvchiga foydali bo'lgan asosiy qoidalar sezilarli darajada mustaqil qurilmalarning xususiyatlari bilan bog'liq va asbobsozlik hamda mashinasozlikning amaliy kurslarida maxsus o'rganiladi.

Yuqorida ta'kidlab o'tilgan operatsiyalar qo'shish, ajratish va qayta qo'shish ko'p hollarda har qaysisi ochiq zanjirda boshqarish elementi sifatida qaralishi mumkin bo'lgan turli mantiqiy elementlar va ularning to'plamlari (uzgich, rele, VA, YOKI, EMAS elementlari va boshqalar) yordamida amalga oshirilishi mumkin.

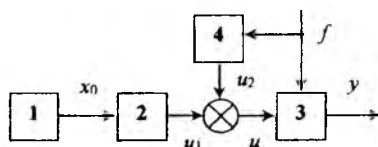
Bu elementlarning boshqa turi sifatida dasturiy elementni ishga tushiruvchi qurilmalar va dasturiy elementlarning o'zidan tashkil topgan dastur datchiklari qaralishi mumkin.

Elementlarning keyingi turi chiziqli o'zgartirgichlar hisoblanadi. Bunday o'zgartirgichlarning biri fizik kattalikni boshqa foydalanishga qulay bo'lgan kattalikka almashtirishni amalga oshiradi. Boshqa bir turi

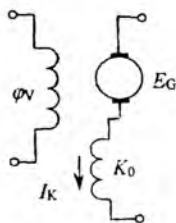
kuchaytirgichlarning kirish va chiqishida son qiymati har xil bo'lgan bir xil fizik kattaliklarga ega. Shuningdek, noxiziqli funksional o'zgartirgichlardan ham foydalaniladi.

Agar g'alayonlantiruvchi ta'sirlar ochiq zanjirda topshirilgan aniqlikda ishlash ketma-ketligini ta'minlab bermaydigan darajada yirik bo'lsa, aniqlikni oshirish maqsadida ayrim hollarda ta'sirni o'lchab, o'lchash natijalariga ko'ra ishlash algoritmini chetlanishga chiqishiga sabab bo'layotgan g'alayonlarni kompensatsiyalash maqsadida zanjir tarkibiga tahrirlovchi elementlarni kiritish mumkin. Boshqarishning bunday prinsipini – **kompensatsiyalash (g'alayon bo'yicha boshqarish) prinsipi** deyiladi.

Rostlanayotgan kattalikning chetlanishi faqatgina boshqaruvchi u ta'sirigagina emas, balki g'alayonlantiruvchi ta'sir f ga bog'liq bo'lgani uchun, ya'ni $y = F_1(u, f)$, boshqarishni $y = F_2(f)$ shunday tanlash mumkin, o'rnatilgan tartibda chetlanish bo'lmasin, ya'ni $\Delta y = x_0 - F_1(u, f) = 0$. Bu prinsipning funksional sxemasi 1.13-rasmda ko'rsatilgan. Harorat o'zgarganda mayatnik uzunligini bir xilda ushlab turishni ta'minlab beruvchi xronometr mayatnidagi turli issiqlik kengayish koeffitsiyentiga ega bimetallic sterjenlar tizimi bilan tushuntirish mumkin (1.14-rasm). Agar generator $E_G = k\varphi_V$ elektr yurituvchi kuchi φ_V ga chiziqli bog'liq bo'lsa, unda topshirilgan kuchlanish U_G ni bir xilda ushlab turish uchun generator elektr yurituvchi kuchini o'zgartirish lozim.



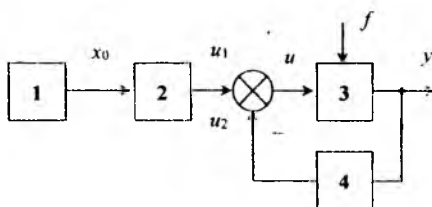
1.13-rasm. **Kompensatsiyalash (g'alayon bo'yicha boshqarish) prinsipi.**



1.14-rasm. **Bimetallic sterjenlar tizimi.**

1940-yilda G.V.Shipanov boshqarilayotgan kattaliklarni g'alayon ta'sirlardan invariantlikka erishish prinsipini taklif qildi. Shipanov kompensatsiyani ta'sirlardan o'lchamasdan, rostlagichni kompensatsiyaga mos tanlab bunga erishmoqchi edi. U bu tanlashni qanoatlantiruvchi matematik shartlarni oldi, lekin bu shartlarni fizikaviy jihatdan amalga oshirishda qiyinchiliklarga uchradi.

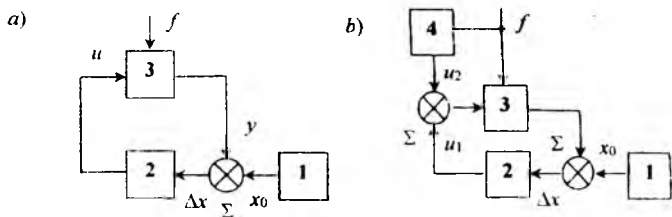
Testkari aloqa yoki og'ish prinsipi. Tizimni shunday qurish ham mumkinki, ishlash ketma-ketligining aniqligi g'alayonlarni o'lchamasdan ham ta'minlansin. 1.15-rasmda korrektlovchi qurilmalar boshqarish ketma-ketligiga 1.12-rasmda keltirilgan koordinatalarning qiymati bo'yicha kiritilgan. Bu maqsadda tizim tuzilishiga y ni o'lchashga mo'ljallangan va boshqarish qurilmasiga korrektlovchi ta'sirlarni ishlab chiqarishga mo'ljallangan elementlarni oluvchi qo'shimcha aloqalarni kiritish mumkin. O'z ichiga sxema berk zanjir ko'rinishiga ega va shu narsa bu prinsipga nom berishda ustuvor poydevor bo'lib xizmat qiladi. Kiritilgan qo'shimcha zanjir *testkari aloqa* zanjiri deb ataladi, bunga asos bo'lib esa ta'sirlarni qo'shimcha aloqa orqali qarama-qarshi boshqarish obyektiga uzatilishi sanaladi.



1.15-rasm. **Testkari aloqa yoki og'ish prinsipi.**

1.15-rasmda tasvirlangan sxemada umumiy holdagi berk tizim tasvirlangan. Shu sxema asosida ko'pgina o'zgartiruvchi va hisoblab-yechuvchi elementlar quriladi. Boshqarishda esa berk tizimning xususiy ko'rinishi keng tarqalgan. Bu sxemalarda boshqarish ketma-ketligi korreksiyasi bevosita y kattalik qiymatlariga binoan amalga oshiriladi, ularning qiymatlaridan chetlanishi bo'yicha esa, ishlash ketma-ketligi x_0 aniqlanadi, ya'ni $\Delta u = u_1 - u_2$.

Testkari aloqa bilan turli ko'rinishli boshqarishni amalga oshiruvchi sxema 1.16,a - rasmda keltirilgan: \mp element boshqarish ketma-ketligini topshiradi, solishtirish elementi Σ summator esa y ni x_0 dan keltirib chiqaradi, ya'ni chetlanish yoki xatolik deb ataluvchi Δx kattalikni ishlab chiqadi.



1.16-rasm. *Teskari aloqa bilan turli ko‘rinishli boshqarishni amalga oshiruvchi sxemalar.*

Ko‘p hollarda funksiya boshqaruvchi ta’sirlarni ishlab chiqishi emas, balki uning vaqt bo‘yicha hosila va integralini ishlab chiqishi maqsadga muvofiq bo‘ladi:

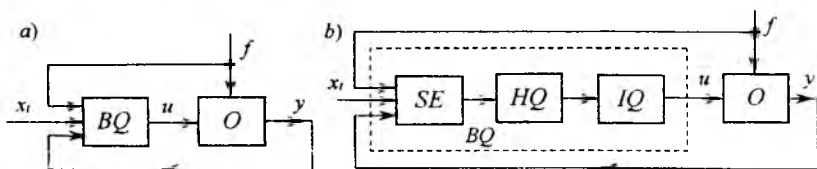
$$u = F(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \int_0^t \Delta x dt, \dots), \quad \Delta x = x_0 - x \quad (1.1)$$

F funksiya Δx funksiya bilan bir xil ishorali bo‘lmasligi va uning «kamayuvchisi» bo‘lmasligi kerak. Boshqa argumentlarga nisbatan uning qiymati tahlil natijalarida aniqlanadi.

Aytib o‘tilgan F funksiyaga bo‘lgan shartlarga ko‘ra chetlanish funksiyasidagi boshqarish *rostlash* deb ataladi. Bu holatda boshqaruvchi qurilmalar *avtomatik rostlagich* deb nomlanadi. Obyekt 3 va rostlagich 2 (1.16,b-rasm) *avtomatik rostlash tizimi* (ART) deb atalib, berk tizimni tashkil etadi. Boshqarish ta’siri u ni ishlab chiqarayotgan rostlagich boshqarish ketma-ketligi (1.1) ifodaga mos ravishda obyekt chiqishiga nisbatan manfiy aloqani paydo qiladi. Rostlagich orqali paydo bo‘ladigan teskari aloqa asosiy teskari aloqa deb ataladi. Bundan tashqari, rostlagich ichida boshqa mahalliy teskari aloqa mavjud bo‘lishi mumkin.

1.4. Avtomatik boshqarish tizimlarining sinflanishi

Avtomatik boshqarish tizimlari (ABT) ning asosiy turlari va ularga tegishli tushunchalar bilan tanishish uchun avtomatik boshqarish nazariyasi nuqtayi nazaridan jiddiy belgilari bo‘yicha tasnifini ko‘rib chiqamiz.



1.17-rasm. Avtomatik boshqarish tizimining blok-sxemasi (a) va funksional sxemasi (b).

Ochiq, berk va kombinirlashgan tizimlar. 1.17-rasmda tasvirlangan ABT sxemasida boshqaruvchi qurilmaga uch xil axborot kelib tushadi: obyektning holatini bildiruvchi kattalik y haqida, boshqarish maqsadini aks ettiruvchi kattalik x_i haqida va obyektning ish rejimini buzadigan g' alayon kattaligi f haqida.

Bu axborotlardan ba'zilarigina ishtirok etadigan ABTlar ham bo'ladi. Boshqaruvchi qurilma tomonidan foydalaniladigan axborot turiga qarab, ABTlar ikki turga ajratiladi: ochiq tizimlar va berk tizimlar.

Ochiq ABT da obyektдан chiqish kattaligi y o'lchanmaydi, ya'ni obyektning holati nazorat qilinmaydi. Obyektning chiqishi bilan boshqaruvchi qurilmaning kirishi teskari aloqa bilan bog'lanmagan ABTlar ochiq deyiladi, bog'langan bo'lsa – berk yoki berk konturli deyiladi.

Ba'zi ABT larda boshqaruvchi qurilma faqat bitta topshiriq beruvchi ta'sir - x_i ni, bitta qo'zg'atuvchi f ni o'lchaydi, ikkalasi bir vaqtning o'zida bajarilishi mumkin.

Ochiq ABT larning birinchi variantida berilgan topshiriq bo'yicha amalga oshiriladi: tashqaridan kelayotgan buyruq - x_i larni obyektning "chiqish" kattaligi - y ning tegishlicha o'zgarishiga keltiriladi (boshqaruvchi ta'sir - u ni o'zgartirish yo'li bilan). Bunda y va x_i kattaliklar o'rtasidagi moslikning aniqligi tizim va qo'zg'alish parametrlarining doimiyiligi bilan butkul aniqlanadi va nazorat qilinmaydi. Shuning uchun, bunday tizimlar amalda tizimning yuqorida aytilgan ish sharoitlari yuqori darajada stabil bo'lganda va aniqlik talabi pastroq bo'lganda yaroqli.

Ochiq ABT larning ikkinchi varianti - qo'zg'alishlar bo'yicha avtomatik boshqarish tizimi yoki avtomatik kompensatsiyalash tizimi deyiladi. Bunday tizimlar, boshqarish masalalari obyektning "chiqish" kattaligini o'zgarimas holda ushlab turishdan iborat bo'lgandagina qo'llanadi.

Topshiriq beruvchi va qo'zg'atuvchi ta'sirlar bo'yicha boshqarish tizimi ochiq ABT larning eng to'liq ko'rinishi hisoblanadi. Bu holda obyektning ikkita kattalik x , va y ning funksiyasi sifatida ko'riladi, ya'ni ochiq tizimlarning oldingi ikki varianti qo'shiladi.

Qo'zg'ovchining kompensatsiyalash prinsipi ochiq ABT larda boshqarish aniqligini sezilarli ko'taradi. Biroq, bu aniqlik juda ham baland bo'lmaydi. Buning sabablari: kompensatsiyalash bilan tizimga ta'sir etuvchi qo'zg'ovchilarning hammasini (shu jumladan, boshqaruvchi qurilmaga ta'sir etayotgan) qamrab olib bo'lmaydi; 2) vaqt o'tishi bilan obyekt va boshqaruvchi qurilmaning parametrlari o'zgarib turadi. Bu kompensatsiyalash parametrlariga ham tegishli. Kompensatsiyalash zanjirining noaniqligi va o'zgarib turishi ham obyektning "chiqish" kattaligini o'zgartirib yuboradi. Aytilgan sabablarga ko'ra, ochiq ABT lar boshqarish aniqligi bo'lgan talablar baland bo'lmagan hollardagina qo'llanadi.

Berk ABT larda boshqaruvchi qurilmaning "kirish"iga topshiriq ta'siri x , va "chiqish"iga y kattaligi beriladi. Boshqaruvchi qurilma x , kattaligidan kelib chiqib, y ning talab etilgan qiymatini aniqlaydi va uning joriy qiymatini bilgan holda, obyektga ta'sir o'tkazib, y va x , larni bir-biriga muvofiqlashtirib turadi.

Bunday ABT da boshqaruvchi qurilma y ning, x , talab etgan qiymatidan har qanday og'ishini yo'qotishga intiladi. Og'ishni keltirib chiqargan sabalar, shuningdek, har qanday qo'zg'ovchilar, tashqi va ichki holatlar, tizim parametrlarining o'zgarishlariga qarab o'tirmaydi.

1.17,b-rasmdan ko'rinadiki, bunday ABT obyekt va boshqaruvchi qurilmadan tashkil topgan berk konturdan iborat. Unda boshqaruvchi qurilma obyektning "chiqish" va "kirish" ini bog'lab, teskari aloqa hosil qiladi.

Berk ABT lar yana "teskari aloqali tizim" yoki "og'ishlar bo'yicha boshqarish tizimsi" deb ham ataladi.

Bu tizimlar boshqarishning cheksiz aniqligini ta'minlay oladi va shuning uchun ABT larning asosiy turi deb hisoblanadi.

Qurama ABT lar og'ishlar bo'yicha berk boshqaruv tizimsi va tashqi ta'sirlar bo'yicha ochiq boshqaruv tizimini bitta tizimga birlashtiradi (1.17-rasm) va obyektning "chiqish" kattaligiga qandaydir qo'zg'ovchining ta'sirini kompensatsiyalaydi, berk tizimning vazifasini osonlashtiradi va shu bilan, uni soddalashtiradi va boshqarish aniqligini oshiradi.

Qurama tizimlarda obyekt va tashqi vaziyat haqidagi axborotlardan to'liq foydalanilgani uchun ham boshqarish sifati ortadi.

Avtomatik rostdash tizimlari: stabillovchi tizimlar, dasturiy boshqarish tizimlari, qo'zg'atuvchi tizimlar. Avtomatik boshqaruv tizimlarining xususiy, lekin keng tarqalgan bu turi "Avtomatik rostdash tizimi" (ART) deyiladi. Uning vazifasi (masalasi) obyektning "chiqish" kattaligini berilgan daraja - x , da saqlab turishdan, ya'ni $y = x$, ni ta'minlashdan iborat.

ART lar, ko'rsatadigan ta'siriga qarab uch turga bo'linadi: stabillovchi tizimlar, dasturiy boshqarish tizimlar va qo'zg'atuvchi tizimlar. Birinchisida topshiriq o'zgarmaydi, ikkinchisida-avvaldan berilgan qonun bo'yicha o'zgaradi, uchinchisida ham o'zgaradi, lekin o'zgarish qonuni oldindan ma'lum bo'lmaydi.

Uchinchisida topshiriq (ta'siri) tizimga tashqaridan keladi va tizimning vazifasi - obyektning "chiqish" kattaligini shunday kuzatishdan iborat-ki, natijada $y = x$, tenglab ushlab turilsin.

ART dagi boshqaruvchi qurilma "rostlagich" deb, "chiqish" kattaligi esa "rostlanuvchi kattalik" deb ataladi.

Bir bog'lanishli va ko'p bog'lanishli tizimlar. Boshqarish obyektining "chiqish" kattaligining "chiqish" koordinatalari (ular "chiqish" kattaligining vektorini tashkil qiladi) soniga qarab, ABT lar bir bog'lanishli va ko'p bog'lanishli (ikki o'lchamli va h.k.) turlarga bo'linadi.

Ko'p bog'lanishli ABT (ART) lar o'z navbatida, "bog'langan" va "bog'lanmagan" boshqarish (rostlash) turlariga ajraladi.

"Bog'lanmagan boshqarish tizimi" bir nechta boshqaruv qurilmasiga ega bo'lib, har biri o'ziga tegishli "chiqish" koordinatasini boshqaradi. Bunda boshqaruv qurilmalari bir-biriga bog'lanmaydi.

"Bog'langan boshqarish tizimi" da boshqaruvchi qurilmalar bir-biriga, tashqi bog'lanishlar vositasida ulanadi.

Ko'p bog'lanishli boshqarish tizimsining tarkibiga kiradigan (bog'langan va bog'lanmagan) alohida boshqarish tizimi "avtonom" deb hisoblanishi uchun, obyektning u boshqaradigan chiqish koordinatasi boshqa koordinatalarning qiymatiga qaram bo'lmaydi, ya'ni boshqalarining o'zgarishi, unisi (birinchisi) ni o'zgartirmaydi.

Chiziqli va nochiziqli tizimlar. Noma'lum parametri birinchi darajada bo'lgan (chiziqli) tenglamalar bilan ifodalangan tizim "chiziqli tizim" deyiladi. Darajasi ikki va undan ko'p bo'lgan tenglamalar bilan ifodalanganlari "nochiziqli tizim" deyiladi. Tizimni nochiziqli deb atash uchun tenglamalar tenglamasida bitta bo'lsa ham nochiziqli tenglama bo'lishi kifoya.

Chiziqli tizimlar uchun superpozitsiya prinsipi xos. Buning ma'nosi shundan iboratki, tizim tashqi ta'sirlarning istalgancha kombinatsiyasiga ko'rsatgan qarshilik (reaksiyasi), har bir ta'sirga ko'rsatilgan alohida-alohida reaksiyalar yig'indisiga teng. Bu prinsipi tizimning istalgan bir reaksiyasini elementar namunaviy ta'sirga ko'rsatadigan reaksiyasi orqali ifodalash imkonini beradi. Buning uchun muayyan ta'sirni tanlangan namunaviy ta'sirlar majmuasi ko'rinishida ifodalash kifoya. Superpozitsiya prinsipi tufayli istalgan tartibdan chiziqli differensial tenglamalar bilan ifodalangan chiziqli ABT larning umumiy nazariyasi ishlab chiqilgan.

Superpozitsiya prinsipining nozichiqli tizimlarga nisbatan qo'llab bo'lmaydi. Bunday ABT lar uchun umumiy nazariyasi ishlab chiqarish imkonini beradigan nochiziqli differensial tenglamalarning umumiy nazariyasi ham yo'q. Faqat, yuqori darajali ba'zi nochiziqli tenglamalarni yechishga yaroqli bir qancha xususiy usullargina mavjud. Shu bilan birga, agar kirish ta'sirlarining o'zgarish diapazoni cheklab qo'yilmasa, hamma real ABT lar nochiziqli bo'lib qoladi.

Statsionar va nostatsionar tizimlar. Parametrlari vaqt o'tishi bilan o'zgarmaydigan tizim statsionar tizim deyiladi. Parametrlari o'zgarib turadigan tizim – nostatsionar tizim deyiladi. Bunday tizimning differensial tenglamalar tizimdagi ba'zi koeffitsiyentlar vaqt funksiyasi bo'ladi. Bu ta'riflarga ko'ra, statsionar tizimning birlik ta'sirga reaksiyasi ta'sir kuchga bog'liq bo'lmaydi.

Uzluksiz va diskret tizimlar. Tizimni tashkil etuvchi bo'g'inlarning ish turiga qarab, ABT lar uzluksiz va diskret jarayonli bo'ladi.

Uzluksiz tizimlarning bo'g'inlari uzluksiz ishlaydi, ya'ni "chiqish" kattaligi silliq o'zgaradi, "kirish kattaligi ham shunday o'zgarishi kerak.

Diskret tizim-shunday tizimki, hech bo'lmaganda bitta bo'g'ini diskret tarzda ishlaydi. Diskret bo'g'in shunday bo'g'inki, hech bo'lmaganda bitta bo'g'ini diskret tarzda ishlaydi, ya'ni sakrab-sakrab o'zgaradi, hatto "kirish" kattaligi silliq o'zgarsa ham.

Adaptiv va noadaptiv tizimlar. Adaptiv yoki o'z-o'zidan moslashuvchi tizim tashqi sharoitlarga moslashish xususiyatiga ega bo'ladi, shuningdek, tajriba orttirgani sari o'z ishini yaxshilab boradi. Noadaptiv yoki oddiy tizimlar bunday xususiyatga ega emas. Ular jonli moslashishga sozlangan. Agar bunday tizimning ishlash sharoiti o'zgarishi tufayli boshqarishning berilgan sifatini saqlab qolish maqsadida tizimning sozini ham o'zgartirish kerak bo'lsa, bu ishni odam bajarishi lozim. Tizim adaptiv bo'lgan holda bu ishni boshqaruv quzilmasining o'zi avtomatik tarzda bajaradi.

Adaptiv ABT larni qo'llash sohasi – bu ishlash xususiyatlari va sharoitlari yetarlicha aniq bo'lmagan yoki jiddiy beqaror bo'lgan obyektlarni boshqarishdan iborat. Bunday sharoitda oddiy adaptiv tizim yo qoniqarsiz ishlaydi yoki doimiy nazoratni talab qiladi.

Nazorat va muhokama savollari

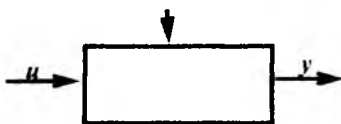
1. ABN qanday fanlar qatoriga kiradi?
2. ABNning uslubiyot asoslarini nimalar tashkil etadi?
3. Sanoatda qo'llanilishi mumkin bo'lgan eng birinchi avtomatik rostlagichlar qachon va kimlar tomonidan yaratilgan?
4. Ushbu fanni rivojlanishiga o'zlarini hissalarini qo'shgan Yevropa va o'zbekistonlik olimlardan kimlarni bilasiz?
5. Avtomatik va avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarini tushuntiring va ular orasidagi farqni ayting.
6. Avtomatik boshqarish tizimi deb nimaga aytiladi?
7. Ta'sir, g'alayon, signal, obyekt, qurilma kabi iboralarni tushuntiring.
8. Avtomatik boshqarish tizimlarida qanday sxemalardan foydalaniladi va ularni tushuntiring?
9. Boshqarishning qanday fundamental prinsiplarini bilasiz?
10. Kompensatsiyalash (g'alayon bo'yicha boshqarish) prinsipi bilan teskari aloqa (og'ish) prinsiplari orasida qanday farq bor?
11. Avtomatik boshqarish tizimlar asosiy sinfiy belgilariga ko'ra qanday turlarga bo'linadi?
12. Ochiq, berk va kombinirlashgan tizimlarning bir-biridan asosiy farqini tushuntiring.
13. Avtomatik rostlash tizimlari (stabillovchi tizimlar, dasturiy boshqarish tizimlari, qo'zg'atuvchi tizimlar) ning vazifasi qanday?
14. Bir bog'lanishli va ko'p bog'lanishli tizimlar deb nimaga aytiladi?
15. Chiziqli va nochiziqli tizimlar deb qanday tizimlarga aytiladi?
16. Statsionar va nostatsionar tizimlar deb qanday tizimlarga aytiladi?
17. Uzlüksiz tizimlarning diskret tizimlardan farqi nimada?
18. Adaptiv tizimlar deb nimaga aytiladi?

II bob. AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING MATEMATIK IFODASI

2.1. Dinamika va statika tenglamalari. Chiziqlantirish

Avtomatik boshqarish tizimlarini tadqiq etish va ishlab chiqishning ma'lum bir bosqichida tizimda kechadigan jarayonlar matematik tilda ifodalanadi. Bunday ifoda analitik (tenglamalar), grafik (grafiklar, sxemalar, graflar, diagrammalar) va jadval ko'rinishlarida bo'lishi mumkin.

Avtomatik boshqarish tizimlarining tenglamalari (shuningdek, strukturaviy sxemalari) *matematik model* deb ataladi. Bunday nonlanishining sababi, fizik jarayonlarni matematik ifodalar (tenglamalar) bilan ifodalashda qandaydir terminlar va farazlarga yo'l qo'yiladi. Bitta tizimning matematik modeli tadqiqot maqsadiga qarab har xil ko'rinishga ega bo'lishi mumkin.



2.1-rasm.

Boshqarish tizimi va uning istalgan bir elementi kirish signali $x(t)$ ni chiqish signali $y(t)$ ga aylantiradi. Matematik nuqtayi nazardan ular quyidagi tenglamada aks ettiriladi:

$$y(t) = Ax(t).$$

Bu tenglamaga ko'ra, kirish signali ($x(t) \in X$) ga oid X to'plamdan har bir $x(t)$ elementga chiqish signallari [$y(t) \in Y$] ga oid Y to'plamdagi ma'lum bir element $y(t)$ ga mos deb belgilanadi. Tenglamada keltirilgan A – *operator* deb ataladi. Boshqarish tizimining kirish va chiqish signallari (elementlari) o'rtasidagi muvofiqlikni belgilaydigan operator, shu *tizimning operatori* deyiladi. Tizimning operatorini berish – shu

tizimning chiqish signalini, kirish signali bo'yicha aniqlash qoidasini berish demakdir.

Uzluksiz boshqarish tizimlarini differensial tenglamalar yordamida matematik ifodalashni ko'rib chiqamiz. Ko'p hollarda zveno va tizimlar ixtiyoriy tartibda nochiziqli differensial tenglamalar bilan ifoda etiladi. Bu yerda zveno so'zi ostida elementning matematik modeli tushuniladi. Misol uchun, bitta zvenoni olib ko'ramiz (2.1-rasm), uni ikkinchi darajali differensial tenglama bilan ifoda etish mumkin:

$$F(y, \dot{y}, \ddot{y}, u, \dot{u}) + f = 0, \quad (2.1)$$

bu yerda, y – chiqish kattaligi; u, f – kirish kattaliklari; \dot{y}, \dot{u} – vaqt bo'yicha birinchi tartibli hosilalar; \ddot{y} – vaqt bo'yicha ikkinchi tartibli hosila.

Ixtiyoriy kirish ta'sirlari bo'lgan zvenoda jarayonlarni aks ettirgan (2.1) tenglamani *dinamika tenglama* deb ataladi. Faraz qilaylik kirish kattaliklari $u = u^0$ va $f = f^0$ o'zgarmas bo'lganda, zvenodagi jarayon vaqt o'tishi bilan muvozanatlashadi va chiqish kattaligi o'zgarmas qiymat $y = y^0$ qabul qiladi. Shundan (2.1) ni quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$F = (y^0, 0, 0, u^0, 0) + f^0 = 0. \quad (2.2)$$

Bu tenglama statik yoki muvozanatlashgan rejimlarni aks ettiradi va *statika tenglamasi* deb ataladi.

Statik tavsiflardan foydalanib statik rejimni grafik ko'rinishda aks etirishimiz mumkin. Zveno yoki element (shuningdek, tizim) ning *statik tavsifi* deganda, chiqish kattaligining kirish kattaligiga statik rejimdagi bog'liqligi tushuniladi.

Chiziqlantirish. Avtomatik tizimlar, odatda nochiziqli differensial tenglama bilan ifoda etiladi. Lekin ko'p hollarda chiziqli ko'rinishga keltirish mumkin, ya'ni dastlabki nochiziqli tenglamalarni tizimdagi jarayonlarni taxminiy aks ettiradigan chiziqli tenglamalar bilan almashtirish mumkin. Nochiziqli tenglamalarni chiziqli tenglamalarga o'zgartirish – *chiziqlantirish* yoki *chiziqli holatga keltirish* deyiladi.

Avtomatik tizimlarda berilgan rejim saqlanib turishi lozim, shunda tizim zvenolarining kirish va chiqish kattaliklari ma'lum bir qonuniyat bilan o'zgaradi. Xususan, stabillovchi tizimlarda ma'lum o'zgarmas qiymatlar qabul qilinadi. Biroq, turli g'alayon ta'sirida amaldagi rejim talab etilgan (oldindan berilgan) rejimdan farq qiladi, shuning uchun kirish va chiqish kattaliklarining joriy qiymatlari berilgan rejim

qiymatlariga teng bo'lmaydi. Normal ishlaydigan avtomatik tizimlarda amaldagi rejim talab etilgan rejimdan biroz farq qiladi, zvenolarning kirish va chiqish kattaliklari ham talab etilgan qiymatlardan biroz farqlanadi. Aynan shu holat, tenglamalarga kirgan noxizizliq funktsiyalarni Teylor qatoriga ajratib, chiziqiantirish amalini bajarish imkoniyatini beradi. Bu ishni zvenolar bo'yicha bajarish mumkin.

2.1-misol. Yuqorida bayon etilganlarni (2.1) tenglamada aks etgan zveno misolida ko'rib chiqamiz.

Quyidagi rejim berilgan bo'lsin:

$$u = u^*; \dot{u} = \dot{u}^*; f = f^*; y = y^*; \dot{y} = \dot{y}^*; \ddot{y} = \ddot{y}^*, \quad (2.3)$$

u , f va y larga tegishli real qiymatlarning talab etilgan qiymatlaridan og'ishini Δu , Δf va Δy bilan belilaymiz, ya'ni

$$\Delta u = u - u^*; \Delta f = f - f^*; \Delta y = y - y^*.$$

Shunda quyidagi tenglamani olish mumkin:

$$u = u^* + \Delta u; \dot{u} = \dot{u}^* + \Delta \dot{u}; f = f^* + \Delta f; y = y^* + \Delta y; \dot{y} = \dot{y}^* + \Delta \dot{y}; \ddot{y} = \ddot{y}^* + \Delta \ddot{y}.$$

Bu ifodalarni (2.1) ga qo'yamiz va F ni mustaqil o'zgaruvchi – u, \dot{u}, y, \dot{y} va \ddot{y} larning funktsiyasi deb qabul qilib, uni (2.3) nuqtada Teylor qatoriga yoyamiz va yuqori darajali kichik hadlarni tashlab yuboramiz. Unda (2.1) ifodaning ko'rinishi quyidagicha bo'ladi:

$$F^* + (\partial F / \partial y)^* \Delta y + (\partial F / \partial \dot{y})^* \Delta \dot{y} + (\partial F / \partial \ddot{y})^* \Delta \ddot{y} + (\partial F / \partial u) \Delta u + (\partial F / \partial \dot{u})^* \Delta \dot{u} + f^* + \Delta f = 0. \quad (2.4)$$

Bunda ifodalar tepasidagi yulduzchalar – tegishli funktsiyalar va hosilalar (2.3) formula bo'yicha aniqlangan argument qiymatlari bilan hisoblab topilishini bildiradi. Tizimda berilgan rejim o'rnatilganda, (2.1) tenglama $F^* + f^* = 0$ ko'rinishiga keladi. Bu tenglamani (2.4) dan ayirib tashlab, zvenoning og'ishlar bilan ifodalangan tenglamasini topamiz:

$$a_0 \Delta \ddot{y} + a_1 \Delta \dot{y} + a_2 \Delta y - b_0 \Delta u - b_1 \Delta \dot{u} - c_0 \Delta f = 0. \quad (2.5)$$

$$\text{Bunda } a_0 = (\partial F / \partial \ddot{y})^*; a_1 = (\partial F / \partial \dot{y})^*; a_2 = (\partial F / \partial y)^*;$$

$$b_0 = -(\partial F / \partial u)^*; b_1 = -(\partial F / \partial \dot{u})^*; c_0 = -1.$$

Agar vaqt t dastabki tenglama (2.1)ga aniq kirmasa va bundan tashqari, berilgan rejim statik, ya'ni y^* , u^* va f^* vaqtga bog'liq bo'lmasa, chiziqlantirilgan tenglama (2.5)ning koeffitsiyentlari o'zgar-mas (doimiy) bo'ladi.

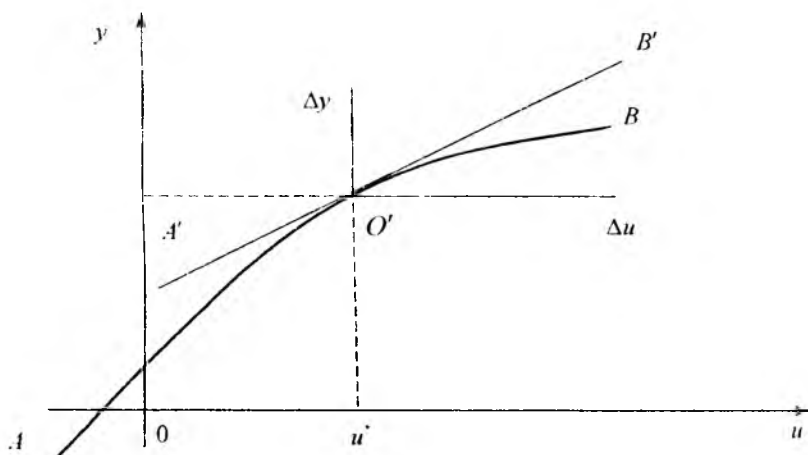
Chiziqli tenglamalar bilan bayon etiladigan zvenolar va tizimlar *chiziqli zvenolar* va *chiziqli tizimlar* deb ataladi.

(2.5) tenglama quyidagi farazlar bilan keltirib chiqarilgan:

1) chiqish Δy va kirish Δx og'ishlari yetarlicha kichkina;

2) funksiya F , berilgan rejimga mos keladigan nuqtalar atrofida o'zining hamma argumentlari bo'yicha uzluksiz xususiy hosilalarga ega.

Ko'pincha, zvenoning tenglamasiga kiruvchi alohida o'zgaruvchilar orasidagi nochiziqli bog'lanish egri chiziq ko'rinishida beriladi. Bunday hollarda chiziqlantirishni grafik usulida bajarish mumkin.



2.2-rasm. Ikkita o'zgaruvchi orasidagi nochiziqli bog'lanishni geometrik chiziqlantirish.

Ikkita o'zgaruvchi orasida nochiziqli bog'lanishni geometrik chiziqlantirish (2.2-rasm) dastlabki egri chiziq AB ni O' nuqtada o'tkazilgan urinmasining $A'B'$ kesmasi bilan almashtirishdan iborat. Bunda O' nuqta berilgan rejimga mos keladi va koordinata boshi shu nuqtaga parallel ko'chiriladi.

2.2. Laplas almashtirishi va uning xossalari

Chiziqli differensial tenglamalarni yechimini olish maqsadida samarali va bevosita yetakchi bo'lgan tabiiy matematik tahlilning operatsion hisoblash usullaridan foydalaniladi.

Laplas almashtirishi haqiqiy o'zgaruvchili funktsiyani (shu jumladan vaqt funktsiyasi) kompleks o'zgaruvchili funktsiyaga o'zgartiriladi. Laplas almashtirishi differensial va integral tenglamalar o'rniga algebraik tenglamalardan foydalanishga imkon beradi, ya'ni differensiallashtirish va integrallashtirish operatsiyalari ko'paytirish va bo'lish operatsiyalari bilan almashtiriladi. Bundan tashqari, differensial tenglamalarning operator shaklida yozilishi vaqt sohasidan chastota sohasiga o'tishni yengillashtiradi. Avtomatik rostdash tizimlarini hisoblashda esa chastotaviy usullardan keng foydalaniladi.

Quyidagi integral yordamida haqiqiy o'zgaruvchi « t » ga ega bo'lgan $f(t)$ funktsiyasini kompleks o'zgaruvchi « p » ga ega bo'lgan $F(p)$ funktsiyaga almashtirishga *Laplas almashtirishi* deyiladi

$$F(p) = L\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t)e^{-pt} dt,$$

bu yerda, $f(t)$ – original, $F(p)$ – tasvir, p – kompleks o'zgaruvchi.

Chiziqlilik xossasi.

$$L\{f_1(t) + f_2(t)\} = F_1(p) + F_2(p),$$

$$L\{kf(t)\} = kF(p).$$

Originalni differensiallashtirish va integrallashtirish xossasi.

$$L\{f^{(n)}(t)\} = p^n F(p) - \sum_{i=1}^n p^{n-i} f^{(i-1)}(0),$$

$$L\{f^{(-n)}(t)\} = \frac{F(p)}{p^n} + \sum_{i=1}^n \frac{f^{(i-1)}(0)}{p^{n-i+1}},$$

bu yerda, $f^{(-n)} = \int \dots \int f(t)(dt)^n$.

Laplas teskari almashtirishi.

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\} = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma - j\infty}^{\sigma + j\infty} F(p)e^{pt} dp.$$

bu yerda, L^{-1} – Laplas teskari almashtirishi.

$f(t)$ ning originali	$F(p)$ ning tasviri	$f(t)$ ning originali	$F(p)$ ning tasviri
$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
t	$\frac{1}{p^2}$	$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1}$	$\frac{1}{p^n}$
t^n	$\frac{n!}{p^{n+1}}$	$\frac{1}{\omega} \text{sh } \omega t$	$\frac{1}{p^2 + \omega^2}$
$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p + \alpha}$	$\text{ch } \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$t e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{(p + \alpha)^2}$	$e^{-\alpha t} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$e^{-\alpha t} \cos \omega t$	$\frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}$

Differensial yoki integral tenglamalarni operatsion hisoblash yordamida yechishdan maqsad – algoritmi moddiy o'zgaruvchi funksiyani kompleks o'zgaruvchili funksiyaga almashtirish, kompleks o'zgaruvchili sohada yechimlarni izlash va nihoyat teskari, ya'ni topilgan yechimni kompleks o'zgaruvchili sohadan moddiy o'zgaruvchili sohaga almashtirishdan iborat.

Amalda ishni osonlashtirish maqsadida har safar Laplas almashtirish operatsiyasini bajarmay, ko'p uchraydigan funksiyalarning tasvir va originallari hisoblangan jadvaldan foydalanish ancha qulay (2.1-jadval).

Keltirilgan jadvaldan teskari tartibda, ya'ni ma'lum $F(p)$ tasvir bo'yicha tegishli $f(t)$ originalni topish uchun foydalanish ham mumkin.

2.3. Uzatish funksiyasi

ABTlarni kirish va chiqish kattalıkları orasida o'zaro o'rnatilgan aloqasini quyidagi differensial tenglama ko'rinishida ifodalash mumkin:

$$\begin{aligned} a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = \\ = b_0 \frac{d^n x(t)}{dt^n} + b_1 \frac{d^{n-1} x(t)}{dt^{n-1}} + \dots + b_n x(t) + c_0 f(t). \end{aligned} \quad (2.6)$$

bu yerda, $x(t)$, $f(t)$ – elementning kirish kattalıkları; $y(t)$ – elementning chiqish kattalığı; a_i , b_i – tenglamaning koeffitsiyentlari.

(2.6) tenglamani operator formada yozishimiz mumkin. Ushbu formada yozish uchun differensiallashtirish operatsiyasini o'rniga qisqartirilgan shartli belgilash kiritamiz: $\frac{d}{dt} = p$. Mos ravishda k -chi

tartibli hosila $\frac{d^k}{dt^k} = p^k$ belgilanadi. Unda (2.6) tenglamani quyidagi ko'rinishda yozishimiz mumkin:

$$\begin{aligned} a_0 p^n y(t) + a_1 p^{n-1} y(t) + \dots + a_n y(t) = \\ = b_0 p^n x(t) + b_1 p^{n-1} x(t) + \dots + b_n x(t) + c_0 f(t) \end{aligned}$$

yoki

$$\begin{aligned} (a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(t) = \\ = (b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_n) x(t) + c_0 f(t). \end{aligned} \quad (2.7)$$

(2.7) tenglamaga quyidagicha belgilash kiritamiz:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n. \quad (2.8)$$

(2.8) tenglama chiqish kattalığining differensiallashtirish operatori *xususiy* yoki *xarakteristik operator* deb nomlanadi. Elementning xususiy harakati, ya'ni tashqi ta'sirlar bo'lmagandagi harakati ko'phadni tavsiflagani uchun uni shartli nomlanadi.

$$K_1(p) = b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_n, \quad K_2(p) = c_0. \quad (2.9)$$

(2.9) tenglama kirish kattalığining differensiallashtirish operatorlari *kirish*, *g'alayon operatorlari* deb nomlanadi.

Unda (2.7) tenglama quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$D(p)y(t) = K_1(p)x(t) + K_2(p)f(t).$$

Differensial tenglamani boshqacha tatbiq qilingan formada yozish Laplas almashtirishini qo'llashga asoslangan. Differensial tenglamaga Laplas almashtirishini qo'llashda tashqi ta'sir bo'lgunga qadar tizim tinch holatda deb hisoblanadi va barcha boshlang'ich shartlar nolga teng bo'ladi,

$$(a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) x(p).$$

Uzatish funksiyasi $W(p)$ deb – boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda chiqish signalining Laplas tasvirini kirish signalining Laplas tasviri nisbatiga aytiladi.

$$W(p) = \left. \frac{y(p)}{x(p)} \right|_{t=0} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}. \quad (2.10)$$

yoki

$$W(p) = \frac{K(p)}{D(p)},$$

bu yerda $K(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m$ - m darajali ko'phad;

$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n$ - n darajali ko'phad.

Odatdagi differensial tenglamalar bilan yoziluvchi real elementlar uchun (2.10) tenglama suratidagi ko'phad darajasi maxrajidagi ko'phad darajasidan kichik yoki teng bo'lishi kerak, ya'ni $m \leq n$ shart bajarilishi kerak. Uzatish funksiyasining barcha koeffitsiyentlari – element parametrlarini tavsiflovchi haqiqiy sonlardir.

Tartibi yuqori bo'lmagan ($n < 3$) uzatish funksiyasi bilan yoziluvchi elementlar uchun *standart formada* uzatish funksiyasini yozish qabul qilingan. Shuning uchun uzatish funksiyasi shunday yoziladiki, maxrajining erkin hadlari a_n birga teng bo'lsin. Suratining erkin hadlari b_m uzatish koeffitsiyentiga teng bo'ladi va uni qovusdan tashqariga chiqaziladi

$$W(p) = \frac{k(b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + 1)}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + 1}, \text{ bu yerda } k = \frac{b_m}{a_n}.$$

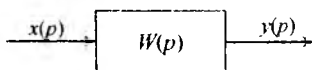
Uzatish funksiyasi bir necha kompleks o'zgaruvchi $p = \alpha \pm j\beta$ funksiya hisoblanadi. O'zgaruvchi p ning qiymatlari uzatish funksiyasi nolga aylansa, *nollari* deyiladi, cheksizga aylansa uzatish funksiyasining *qublari* deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, uzatish funksiyasining

nuqtat ildizlari uzatish funksiyasining *nollari*, maxraj ildizlari esa uzatish funksiyasining *qutblari* deyiladi.

(2.10) tenglamaga muvofiq zveno yoki tizimning chiqish signalini quyidagicha yozish mumkin:

$$y(p) = W(p) \cdot x(p). \quad (2.11)$$

Endi zveno yoki tizimning uzatish $W(p)$ funksiyasi bilan o'tkinchi funksiyasi $h(t)$ hamda impulsli o'tkinchi funksiyasi $\omega(t)$ orasidagi bog'lanishni ko'rib chiqamiz (2.3-rasm).



2.3-rasm.

a) Agar kirish signali $x(t) = 1(t)$ bo'lsa, unda uning Laplas tasviri $L\{x(t)\} = \frac{1}{p}$ bo'ladi. (2.11) formulaga muvofiq chiqish signalining

Laplas tasviri $y(p) = W(p) \cdot \frac{1}{p}$ ga teng bo'ladi. Bundan originalga o'tsak

$y(t) = h(t) = L^{-1}\left\{W(p) \cdot \frac{1}{p}\right\}$ bo'ladi.

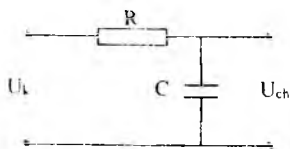
Demak, o'tkinchi funksiya $h(t)$ bilan uzatish funksiyasi $W(p)$ bir ma'noli bog'langan ekan.

b) Agar $x(t) = \delta(t)$ bo'lsa, unda $L\{x(t)\} = 1$ bo'ladi. (2.11) formulaga muvofiq chiqish signalining Laplas tasviri $y(p) = W(p)$ bo'lib, uning originali impulsli o'tkinchi funksiyasi bo'ladi, ya'ni $y(t) = \omega(t) = L^{-1}\{W(p)\}$.

Demak, impulsli o'tkinchi funksiya $\omega(t)$ uzatish funksiyasining originali ekan.

Endi uzatish funksiyasining mohiyatini aniq misolda ko'rib chiqamiz.

2.2-misol. RC zanjiri berilgan bo'lsin (2.4-rasm). Ushbu zanjirning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni toping.



2.4-rasm.

Yechish:

$$U_k(t) = R \cdot i(t) + \frac{1}{C} \cdot \frac{di(t)}{dt},$$

$$U_{ch}(t) = \frac{1}{C} \cdot \frac{di(t)}{dt},$$

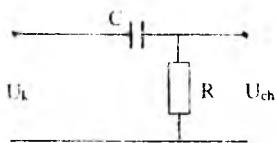
$$U_k(p) = R \cdot I(p) + \frac{I(p)}{Cp},$$

$$U_{ch}(p) = \frac{I(p)}{Cp},$$

$$W(p) = \frac{U_{ch}(p)}{U_k(p)} = \frac{\frac{1}{Cp} \cdot I(p)}{\left(R + \frac{1}{Cp}\right) \cdot I(p)} = \frac{1}{RCp + 1} = \frac{1}{Tp + 1},$$

bu yerda, $T = RC$ – vaqt doimiyligi.

2.3-misol. RC zanjiri berilgan bo'lsin (2.5-rasm). Ushbu zanjirning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni toping.



2.5-rasm.

Yechish:

$$U_k(t) = \frac{1}{C} \cdot \frac{di(t)}{dt} + R \cdot i(t),$$

$$U_{ch}(t) = R \cdot i(t),$$

$$U_k(p) = \frac{I(p)}{Cp} + R \cdot I(p),$$

$$U_{ch}(p) = R \cdot I(p)$$

$$W(p) = \frac{U_{ch}(p)}{U_k(p)} = \frac{R \cdot I(p)}{\left(\frac{1}{Cp} + R\right) \cdot I(p)} = \frac{RCp}{RCp + 1} = \frac{Tp}{Tp + 1},$$

bu yerda, $T = RC$ – vaqt doimiyligi.

2.4-misol. $\ddot{y} + 2\dot{y} + 3y = 4\dot{x} + 5x$ chiziqli tenglamani uzatish funksiyasi ko'rinishida ifodalang va uni MATLAB muhitida kiriting hamda nol-qutb formasida modelini quring.

Yechish: Yuqoridagi chiziqli tenglamani operator ko'rinishida quyidagicha yozish mumkin:

$$(p^2 + 2p + 3)y = (4p + 5)x \quad \text{yoki} \quad D(p)y = K(p)u$$

bu yerda $x(t)$ – kirish signali, $y(t)$ – chiqish signali, $p = \frac{d}{dt}$ – differensiallash operatori, $D(p) = p^2 + 2p + 3$ va $K(p) = 4p + 5$ – operator polinomlar.

Yuqorida keltirilgan tenglamadan zvenoning uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{4p + 5}{p^2 + 2p + 3}$$

ga teng.

MATLAB muhitida uzatish funksiyasi s kompleks o'zgaruvchidan ikki ko'phad (polinomlar) munosabatlari ko'rinishida kiritiladi. Polinomlar darajasi *kamayish* bo'yicha yozilgan massiv koeffitsiyentlari kabi saqlanadi, ya'ni

$$F(s) = \frac{4s + 5}{s^2 + 2s + 3}$$

Unda uzatish funksiyasi MATLAB muhitida quyidagi ko'rinishda kiritiladi:

```
>> n = [4 5]
      n =
         4     5
>> d = [1 2 3]
      d =
      1.0000  2.000  3.000
>> f = tf ( n, d )
      Transfer funksion:
         4 s + 5
      -----
         s^2 + 2 s + 3
```

yoki birdaniga, surat va maxrajlari dastlab qurilmasdan:

```
>> f = tf ( [4 5], [1 2 3] );
```

Xotirada uzatish funksiyasi tavsiflovchi **tf** obyekt sinfi yaratiladi. Buyruq oxiridagi nuqtali vergul natijani ekranga ko'rsatadi.

«Nol-qutb» formasida uzatish funksiyasi modelni oson qurish mumkin.

```
>> f_zpk = zpk(f)
```

Zero/pole/gain:

$$4(s+1.25)$$

$$(s^2 + 2s + 3)$$

Ushbu funksiya $s = -1.25$ nuqtada bitta nol hamda $s = -1 \pm 1.4142i$ nuqtalarda ikkita qutbga ega.

2.4. Avtomatik boshqarish tizimlarining vaqt xarakteristikalarini

ABTda vaqt xarakteristikalarini muhim rol o'ynaydi. Vaqt xarakteristikalariga o'tkinchi va impulsli o'tkinchi (vazn) funksiyalar hamda ularning grafiklari kiradi.

Boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda tizim (zveno)ning birlik pog'onali ta'sirdan olgan reaksiyasiga *o'tkinchi funksiya* deyiladi va $h(t)$ bilan belgilanadi.

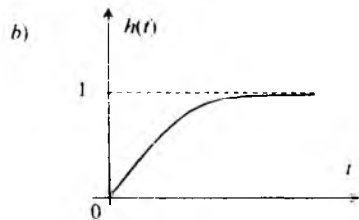
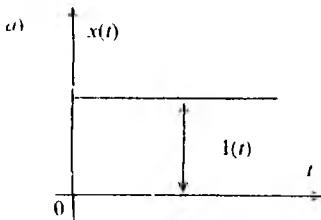
Birlik pog'onali ta'sir quyidagi funksiya bilan ifodalanadi (2.6.a-rasm):

$$1(t) = \begin{cases} 1, & \text{agar } t \geq 0, \\ 0, & \text{agar } t < 0. \end{cases}$$

Birlik pog'onali ta'sirning Laplas tasviri quyidagicha:

$$L\{A \cdot 1(t)\} = A \frac{1}{p}$$

O'tkinchi funksiyani grafik, ya'ni $h(t)$ funksiyani vaqt t ga bog'liqlik egri chizig'iga *o'tkinchi xarakteristika* deyiladi (2.6,b-rasm).



2.6-rasm. Birlik pog'onali ta'sir (a) va undan olingan o'tkinchi (b) xarakteristikalar.

Boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda tizim (zveno)ning birlik impulsli ta'sirdan olgan reaksiyasiga *impulsli o'tkinchi* yoki *vazn funksiyasi* deyiladi va $\omega(t)$ bilan belgilanadi.

Vazn funksiyasini aniqlashda birlik impuls tushunchasidan foydalaniladi. Birlik impulsni fizik jihatdan birlik yuza bilan chegaralangan juda tor impuls deb tasavvur etish mumkin. U matematik jihatdan $\delta(t)$ bilan ifodalanadi va *delta funksiya* deb nomlanadi. Delta funksiya umumlashgan funksiya hisoblanadi. Umumlashgan funksiya nazariyasi funksional tahlilning yangi bo'limi bo'lib, u bu yerda ko'rilmaydi. Faqat shuni aytish mumkinki, umumlashgan funksiya doirasida ixtiyoriy tartibli hosilalar ko'rinishidagi funksiya ifodalarini uchratamiz. Xususiyl holda birlik funksiyaning hosilasi delta funksiyaga tengdir, ya'ni

$$h'(t) = \delta(t). \quad (2.12)$$

Delta funksiyani matematik ifodasini keltiramiz (2.7,a-rasm)

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty, & \text{agar } t = 0, \\ 0, & \text{agar } t \neq 0. \end{cases}$$

Bundan quyidagini aniqlash mumkin:

$$\int_0^{\infty} \delta(t) dt = 1.$$

Impulsli signalning Laplas tasviri: $L\{\delta(t)\} = 1$.

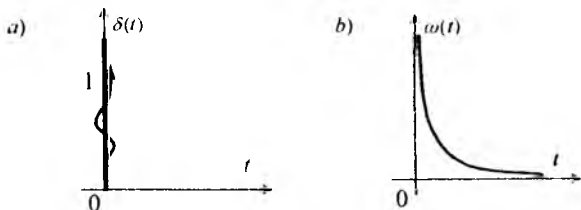
(2.12) ifodadan chiziqli zvenolarning o'tkinchi va vazn funksiyalari orasida quyidagi bog'liqlikni aniqlash mumkin

$$h'(t) = \omega(t)$$

yoki

$$h(t) = \int_0^t \omega(t) dt.$$

Impulsli o'tkinchi funksiyaning grafigi *impulsli o'tkinchi (vazn) xarakteristika* deyiladi (2.7,b-rasm).



2.7-rasm. Birlik impulsli ta'sir (a), impulsli o'tkinchi (vazn) xarakteristikasi (b).

2.5. Avtomatik boshqarish tizimlarining chastotaviy xarakteristikalari

Chiziqli stasionar tizimlarni tasvirlashda chastotali xarakteristikalar juda muhim rol o'ynaydi. Chastotaviy xarakteristikalar elementlarning uzatish xususiyatlari bilan ifodalanadi. Elementning chastotaviy xarakteristikalarini bilgan holda istalgan chastotalardagi garmonik ta'sirlarda, shuningdek turli chastotalardagi garmonik ta'sirlar yig'indisida uning reaksiyasini aniqlashimiz mumkin. ABN va amaliyotida chastotaviy xarakteristikalardan keng foydalaniladi.

Uzatish funksiyasining ta'rifiga ko'ra

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{b_0 p^n + b_1 p^{n-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}$$

Uzatish funksiyasi $W(p)$ dan $p = j\omega$ bilan almashtirish orqali $W(j\omega)$ funksiya olinadi va uni *chastotaviy uzatish funksiyasi* deyiladi

$$W(j\omega) = \frac{b_0 (j\omega)^n + b_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + b_{m-1} (j\omega) + b_m}{a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \dots + a_{n-1} (j\omega) + a_n}$$

Chastotaviy uzatish funksiyasi $W(j\omega)$ chastota deb ataluvchi haqiqiy o'zgaruvchi « ω » ga bog'liq bo'lgan kompleks funksiya.

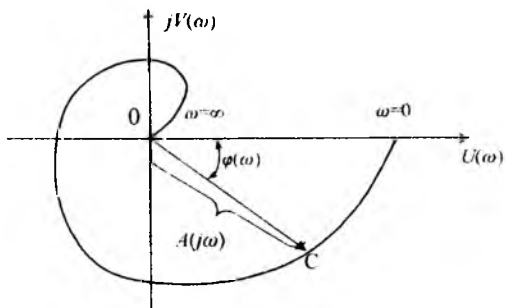
$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ – algebraik ko'rinishi;

$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ – darajali ko'rinishi;

$W(j\omega) = A(\omega)\cos\varphi(\omega) + jA(\omega)\sin\varphi(\omega)$ – trigonometrik ko'rinishi, bu yerda, $U(\omega)$ – haqiqiy qism; $V(\omega)$ – mavhum qism; $A(\omega)$ – amplituda; $\varphi(\omega)$ – faza.

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}; \varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$$

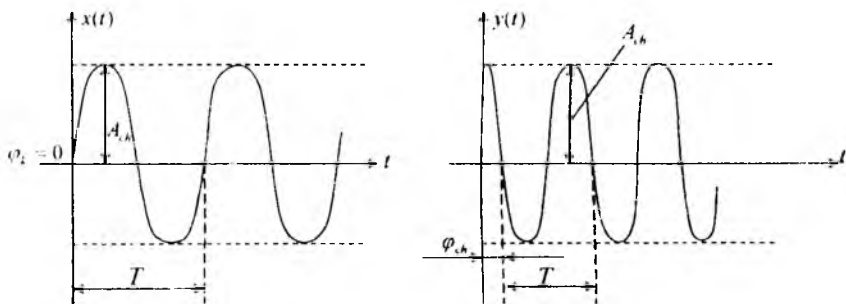
Kompleks tekisligida $W(j\omega)$ funksiyasini \overline{OC} vektor orqali ifodalash mumkin. Bu vektoring uzunligi chastotali uzatish funksiyasining amplitudasi « A »ga vektoring haqiqiy musbat o'q bilan hosil qilgan burchagi fazasi « φ »ga teng bo'ladi (2.8-rasm).



2.8-rasm. **Amplituda-fazali xarakteristika.**

Chastota noldan cheksiz ($0 < \omega < \infty$) oraliqda o'zgariganda \overline{OC} vektorining kompleks tekisligida chizgan egri chizig'iga *amplituda-fazali xarakteristika* (AFX) deyiladi yoki boshqacha qilib aytganda AFX deb kompleks tekisligida chastotaning o'zgarishiga qarab amplituda va fazaning o'zgarishiga aytish mumkin (2.8-rasm).

Chastotali uzatish funksiyasining *amplitudasi* chiqish signalining amplitudasini kirish signalining amplitudasiga nisbatan necha marotaba kattaligini ko'rsatadi. Chastotali uzatish funksiyasining moduli amplitudani beradi, ya'ni $A(\omega) = |W(j\omega)| = \frac{A_{ch}(\omega)}{A_k(\omega)}$; chastotali uzatish funksiyasining argumenti chiqish va kirish signallari orasidagi burchak siljishini ko'rsatadi, ya'ni $\varphi(\omega) = \arg W(j\omega)$ (2.9-rasm).



2.9-rasm. **Faza chastotaviy xarakteristika.**

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{A_{ch}(\omega)e^{j[\alpha\omega + \varphi_{ch}(\omega)]}}{A_k(\omega)e^{j[\alpha\omega + \varphi_k(\omega)]}} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$$

bu yerda. $A(\omega) = \frac{A_{ch}(\omega)}{A_k(\omega)}$; $\varphi(\omega) = \varphi_{ch}(\omega) - \varphi_k(\omega)$ bo'ladi.

Yuqoridagilardan kelib chiqqan holda barcha chastotaviy xarakteristikalarining ifodasi va qisqartmalarini keltirib o'tamiz:

$W(j\omega)$ – amplituda fazaviy xarakteristika (AFX);

$U(\omega)$ – haqiqiy chastotaviy xarakteristika (HChX);

$V(\omega)$ – mavhum chastotaviy xarakteristika (MChX);

$A(\omega)$ – amplituda chastotaviy xarakteristika (AChX);

$\varphi(\omega)$ – faza chastotaviy xarakteristika (FChX).

Bu xarakteristikalarining hammasi oddiy chiziqli masshtabda chiziladi.

Yuqorida keltirilgan chastotaviy xarakteristikalaridan tashqari yana logarifmik chastotaviy xarakteristikalar (LChX) ham mavjud. Ularga logarifmik amplituda chastotaviy xarakteristika va logarifmik faza chastotaviy xarakteristikalar kiradi.

Tizimning chastotaviy xarakteristikasining darajali tenglamasi $W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$ ni logarifmlaymiz:

$$\ln W(j\omega) = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega)$$

yoki

$$\lg W(j\omega) = \frac{\ln A(\omega) + j\varphi(\omega)}{2,3} \quad (2.13)$$

(2.13) ifodaning – haqiqiy qismi chastota funksiyasi modulining logarifmiga, mavhum qismi esa chastota funksiyasining argumentiga teng bo'lgan logarifmik amplituda-faza chastota xarakteristikasining ifodasidir. Bu xarakteristikani ikkita mustaqil – logarifmik amplituda chastota (LACHX) va faza chastotaviy xarakteristika (LFChX) larga bo'lish mumkin.

Tizim yoki zvenoning *logarifmik amplituda-chastota xarakteristikasi* chastota o'zgarishiga bog'liq bo'lgan chastota funksiyasidagi modul logarifmining o'zgarishini aniqlaydi, ya'ni amplitudaning $\lg \omega$ ga nisbatan chizilgan grafigiga *logarifmik amplituda-chastotaviy xarakteristika* (LACHX) deyiladi.

Logarifmik masshtabda qurilib, chastota o'zgarishiga bog'liq bo'lgan faza o'zgarishini aniqlovchi xarakteristika *logarifmik faza-chastotaviy xarakteristikasi* deyiladi. Boshqacha qilib aytganda, $\varphi(\omega)$ ni $\lg \omega$ ga nisbatan chizilgan grafigiga *logarifmik faza-chastotaviy xarakteristika* (L.FChX) deyiladi.

$e^{j\varphi(\omega)}$ davriy funksiya bo'lgani uchun, $\ln W(j\omega)$ ko'p qiymatli funksiyadan iborat. Shuning uchun biz keyinchalik (2.13) ifodada logarifmning asosiy ma'nosini nazarda tutamiz. Logarifmik xarakteristika va o'lchov birliklari akustika nazariyasidan olingan.

LACHX ni qurayotganda ordinatalar o'qiga modul logarifmi, absissa o'qiga esa chastota logarifmini qo'yamiz. LACHX ni qurganda $\ln A(\omega)$ o'rniga quyidagi funksiya ko'riladi:

$$L(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)| = 20 \lg A(\omega). \quad (2.14)$$

(2.14) ifoda tizimning chiqish amplitudasini kirish amplitudasiga nisbatini aniqlab, kirish signali orqali kuchlanish darajasini tasvirlaydi. $L(\omega)$ ning o'lchov birligi – desibel. Bir desibel amplitudaning $\sqrt[10]{10}$ marta o'zgarishiga to'g'ri keladi. Chastotalarning o'lchov birligi – oktava va dekada.

Agar ikki ω_1, ω_2 chastotalarning qiymati bir-biridan ikki marta farq qilsa, ularning farqi bir oktavaga teng bo'ladi:

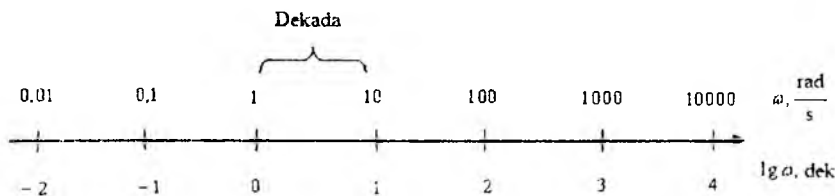
$$\omega_1/\omega_2 = 2 \quad \text{yoki} \quad \log(\omega_1/\omega_2) = \log_2 2 = 1 \text{ oktava.}$$

Agar ikki ω_1, ω_2 chastotalarning qiymati bir-biridan 10 martaga farq qilsa, ularning farqi 1 dekadaga teng bo'ladi:

$$\omega_1/\omega_2 = 10 \quad \text{yoki} \quad \lg(\omega_1/\omega_2) = \lg 10 = 1 \text{ dekada.}$$

Chastotaning dekada birligidagi qiymatini topish uchun shu chastotaning o'nlik logarifmini aniqlash kerak.

Demak, $\lg \omega$ ning o'lchov birligi «dekada», bir dekada chastotaning o'n marta oshishini bildiradi (2.10-rasm).



2.10 - rasm. Chastotaning dekada birligidagi masshtabi.

G.Bode ko'pincha birgina LACHX ni qurish bilan kifoyalanish mumkinligini ko'rsatadi, chunki faza xarakteristikadan amplituda va amplituda xarakteristikadan faza xarakteristikalarini aniqlash mumkin.

Agar tizimlarning LACHX va LFChX lari o'rtasida bir qiymatli bog'lanish mavjud bo'lsa, bunday tizimlar minimal fazali tizim deyiladi. Ko'p tizim va zvenolar uchun logarifmik xarakteristikalar oktavaga desibel va dekadaga desibel birligida ifodalanadigan, turli og'ishlarga ega bo'lgan to'g'ri chiziqdan iborat. (2.14) ifodadagi chastota funksiyasining modulini logarifmlashda ko'paytma va bo'linmalar, yig'indi va ayirmalar bilan almashtiriladi, bu esa tahlil qilinayotgan ifodalarni soddalashtiradi.

Logarifmik chastota xarakteristikalari chiziqli va chiziqli bo'lmagan avtomatik rostdash tizimlarini amalda hisoblashda keng foydalaniladi.

2.6. Elementar zvenolar va ularning xarakteristikalari

Boshqarish nuqtayi nazaridan avtomatik tizimlar va ularning tarkibiy zvenolari o'zlarining statik va dinamik xarakteristikalariga ko'ra sinflanadi. Bunday sinfiy chiqish va kirish kattaliklarining turg'unlashmagan rejimda vaqt funksiyasidagi bog'lanishiga asoslangan. Tadqiq qilinayotgan avtomatik tizimlarning dinamik xarakteristikalari oldindan ma'lum bo'lgan va bir-biri bilan bog'langan elementar (yoki tipik) zvenolar shaklida keltiriladi. Quyidagi uchta talabni qanoatlantiradigan zveno shartli ravishda elementar zveno deyiladi: 1) zvenoning differensial tenglamasi ikkinchi tartibdan yuqori bo'lmasligi shart; 2) zveno detektorlash qobiliyatiga ega bo'lib, signallarni bir yo'nalishda – kirishdan chiqishga tomon o'tkazishi kerak; 3) zvenoga boshqa zvenolar ulanganda, u o'zining dinamik xususiyatlarini o'zgartirmasligi lozim.

Avtomatik boshqarish tizimlarining zvenolari har xil fizikaviy tabiatga, ishlash prinsipiga, konstruktiv formaga hamda sxemalarga bo'linishi mumkin. Lekin bu zvenolarning dinamik xususiyatlarini o'rganishda, tadqiq qilishda uning chiqishidagi hamda kirishidagi kattaliklarni bog'lovchi tenglama muhim rol o'ynaydi. Elementar zvenolarning xarakteristikalarini tahlil qilish uchun standart shaklda yozilgan dinamik tenglamalar ishlatiladi.

Matematik ifodasi differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolarga *dinamik zveno* deyiladi. Tipik dinamik zveno deb, tartibi ikkidan yuqori bo'lmagan differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolarga aytiladi. Ularga asosan quyidagi zvenolar kiradi:

1. Kuchaytiruvchi (proporsional, inersiyasiz) zveno.
2. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno.
3. Integrallovchi zveno.
4. Differensiallovchi zveno.
5. Tebranuvchi zveno.
6. Tezlatuvchi zveno.
7. Kechikuvchi zveno.

Quyida shu zvenolarning vaqt hamda chastotali xarakteristikalarini ko'rib chiqamiz.

1. Kuchaytiruvchi (proporsional, inersiyasiz) zveno. Agar zveno tizimga kechikish va boshqa xatolar kiritmay faqat kirishga berilgan signalning masshtabini o'zgartirsa, bu zveno *kuchaytiruvchi* (proporsional, inersiyasiz) zveno deyiladi.

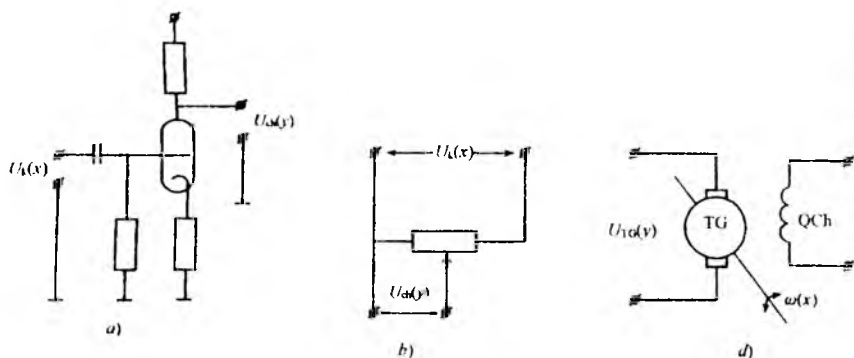
Kuchaytiruvchi zveno dinamikasining tenglamasi quyidagicha ifodalanadi:

$$y(t) = K \cdot x(t). \quad (2.15)$$

bu yerda, y – zvenoning chiqish kattaligi; K – zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti; x – zvenoning kirish kattaligi.

Bunday zvenoning chiqishidagi kattalik kirishidagi kattalikka nisbatan proporsional ravishda o'zgaradi.

Bu zvenoga elektron kuchaytirgich, potensiometr, taxogenerator kabi elementlar misol bo'la oladi (2.11-rasim.)



2.11-rasm. Elektron kuchaytirgich (a); potensiometr (b); taxogenerator (d), bu yerda « ω » o'qning aylanish tezligi.

(2.15) tenglamaga Laplas almashtirishlarini kiritamiz

$$y(p) = K \cdot x(p),$$

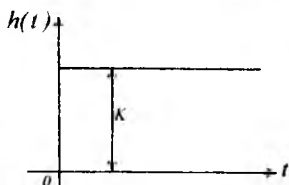
bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = K.$$

Shunday qilib, proporsional zvenoning uzatish funksiyasi kuchaytirish koeffitsiyenti « K » ga teng bo'ladi.

Uzatish funksiyasi orqali zveno yoki tizimning vaqt xarakteristikalarini aniqlash mumkin

$$h(t) = L^{-1} \left\{ W(p) \frac{1}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ K \frac{1}{p} \right\} = K \cdot 1(t).$$



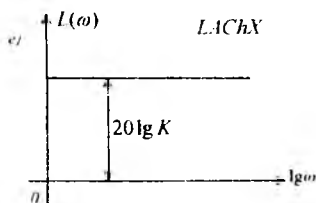
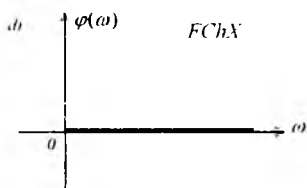
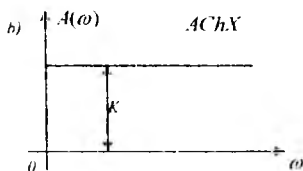
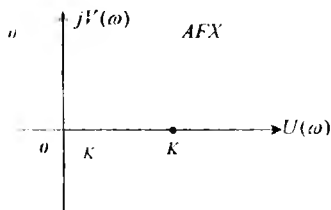
2.12-rasm. O'tkinchi xarakteristika.

Chastotaviy uzatish funksiyasini aniqlash uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ da « p » ni « $j\omega$ » bilan almashtiriladi

$$W(j\omega) = K; \quad A(\omega) = K; \quad \varphi(\omega) = 0,$$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K.$$

Kuchaytiruvchi zveno berilgan signallarga faza siljishlarini kiritmaydi va barcha chastotali signallarni ravon o'tkazadi. AFX ning gadografi (2.13-rasm) kompleks tekisligidagi haqiqiy o'qda boshlang'ich koordinatalardan K masofaga kechikkan nuqta bilan ifodalanadi. Zvenoning $A(\omega)$ amplituda-chastota xarakteristikasi – chastotalar o'qidan $A(\omega) = K$ miqdorga kechikkan to'g'ri chiziqdir.



2.13-rasm. Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d); logarifmik amplituda chastotali (e) xarakteristikalar.

$\varphi(\omega) = 0$ faza-chastota xarakteristika faza siljishlarning yo'qligini bildiradi. Amplituda, chastotaning cheksizlikka intilgan har bir qiymatida istalgan real kuchaytiruvchi zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti nolgacha kamayib ketadi.

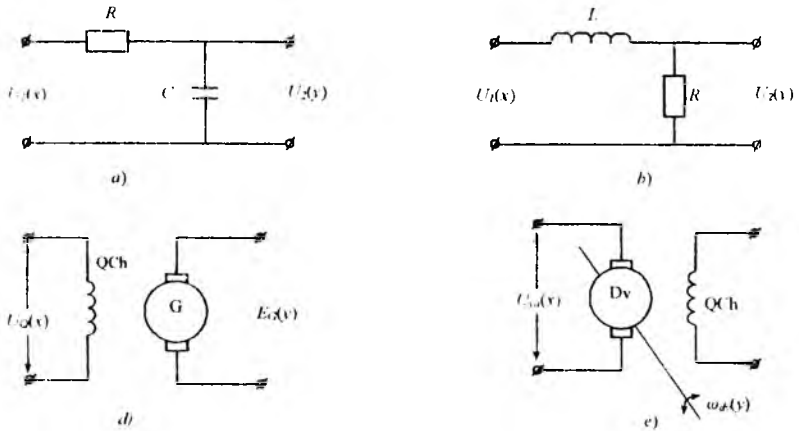
Ushbu zvenoning fazasi minimal qiymatga ega yoki nolga teng, ya'ni minimal fazalidir. Kuchaytirish koeffitsiyenti K chiziqli zveno uchun doimiy, chiziqli bo'lmagan zveno uchun esa o'zgaruvchidir.

2. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno. Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattaliklarini bog'lovchi tenglama birinchi tartibli differensial tenglamadan iborat:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = K \cdot x(t) \quad (2.16)$$

bu yerda, K – zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti; T – zvenoning vaqt doimiysi.

RC, RL – zanjirlari, o'zgarmas tok generatori va dvigatellari bu zvenoga misol bo'la oladi (2.14-rasm).



2.14-rasm. RC zanjiri (a); LR zanjiri (b); o'zgarmas tok generatori (d); o'zgarmas tok dvigateli (e).

(2.16) tenglamaga Laplas o'zgartirishini kiritib, bu zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$(Tp + 1) \cdot y(p) = Kx(p),$$

bundan

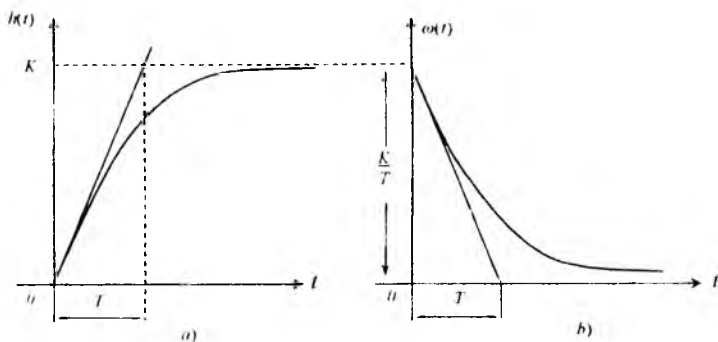
$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{Tp + 1}.$$

Inersial zvenoning o'tkinchi funksiyasi

$$h(t) = L^{-1} \left\{ W(p) \frac{1}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{1+Tp} \cdot \frac{1}{p} \right\} = K(1 - e^{-\frac{t}{T}}),$$

eksponenta qonuni bo'yicha o'zgaradi (2.15,a-rasm). Impulsi o'tkinchi funksiyani quyidagicha aniqlash mumkin (2.15,b-rasm):

$$\omega(t) = h'(t) = L^{-1} \{ W(p) \} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{1+pT} \right\} = \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}}.$$

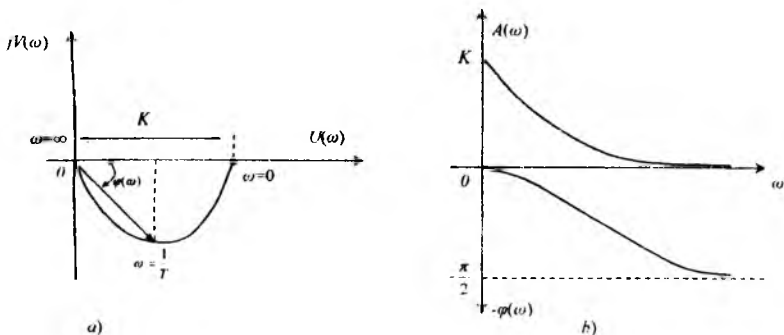


2.15-rasm. O'tkinchi xarakteristika (a); impulsi o'tkinchi xarakteristika (b).

Zvenoning chastotali uzatish funksiyasini hamda uning chastotali xarakteristikalarini aniqlash uchun uzatish funksiyasi $W(p)$ da « p »ni « $j\omega$ » bilan almashtirish kerak (2.16-rasm).

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{K}{1+j\omega T} = \frac{K(1-j\omega T)}{(1+j\omega T)(1-j\omega T)} = \\ &= \frac{K}{(1+\omega^2 T^2)} - j \frac{K\omega T}{(1+\omega^2 T^2)} = U(\omega) + jV(\omega); \end{aligned}$$

$$U(\omega) = \frac{K}{1+\omega^2 T^2} \text{ — haqiqiy qism; } V(\omega) = -\frac{K\omega T}{1+\omega^2 T^2} \text{ — mavhum qism}$$



2.16-rasm. Amplituda-fazali xarakteristika (a); amplituda-chastotali va faza-chastotali xarakteristikalar (b).

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} =$$

$$= \sqrt{\frac{K^2}{(1+T^2\omega^2)^2} + \frac{K^2T^2\omega^2}{(1+T^2\omega^2)^2}} = \frac{K\sqrt{1+T^2\omega^2}}{1+T^2\omega^2} = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}};$$

$$\varphi(\omega) = \text{arctg} \frac{V(\omega)}{U(\omega)} = \text{arctg} \frac{-KT\omega}{K} = -\text{arctg} \omega T;$$

Zvenoning logarifmik amplituda chastotali xarakteristikasi (LACHX) quyidagi ifoda yordamida aniqlanadi:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \left[\frac{K}{\sqrt{1+\omega^2T^2}} \right] = 20 \lg K - 20 \lg \sqrt{1+\omega^2T^2}.$$

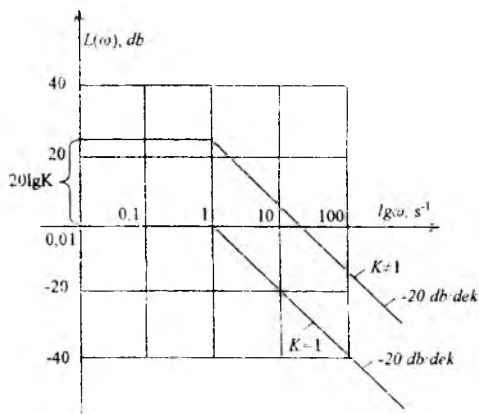
Bu zvenoning asimptotik LACHXni

$$L_a(\omega) = \begin{cases} 20 \lg K, & \omega \ll \frac{1}{T} \text{ bo'lganda,} \\ 20 \lg K - 20 \lg \omega T, & \omega \gg \frac{1}{T} \text{ bo'lganda,} \end{cases}$$

tenglama bilan ifodalanadi.

Shunday qilib, chastotaning $\omega \rightarrow \infty$ qiymatlarida $K=1$ bo'lganda $L(\omega)$ xarakteristikasi absissa o'qi bilan mos tushadi, chunki $L(\omega) = 20 \lg 1 = 0$. Agar $K \neq 1$ bo'lsa, unda shu chastota qiymatlarida $L(\omega)$ xarakteristikasi $20 \lg K$ balandlikda absissa o'qiga parallel

bo'lgan to'g'ri chiziq bo'ladi. $\omega \gg \frac{1}{T}$ bo'lganda $L_s(\omega) = -20 \lg \omega T$ ga teng bo'ladi (2.17-rasm).



$$\begin{aligned} \omega T = 1, \quad L(\omega) &= 0 \text{ db,} \\ \omega T = 10, \quad L(\omega) &= -20 \text{ db.} \end{aligned}$$

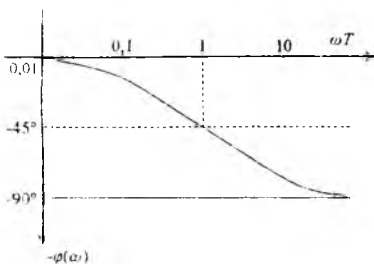
2.17-rasm. *Logarifmik amplituda chastotali xarakteristika.*

Shunday qilib, inersial zvenoning LACHX si tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ yoki $\omega T = 1$ gacha hech qanday o'zgarishsiz qoladi va shu chastotadan keyin -20 db/dek og'ish bo'yicha o'zgaradi.

Haqiqiy LACHX $L(\omega)$ asimptotik $L_s(\omega)$ xarakteristikadan birmuncha farq qiladi va bu farq faqat tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ yoki $\omega T = 1$ da eng katta qiymatga ega bo'lib, u taxminan -3,03 db ga teng, ya'ni

$$L(\omega) = L(1) = -20 \lg \frac{1}{\sqrt{1 + (1)^2}} = -20 \lg \frac{1}{\sqrt{2}} = -3,03 \text{ db.} \quad (2.17)$$

Amaliyotda LACHX ni aniq ko'rish talab qilinmaydi. Shuning uchun uni ikkita bir-biri bilan tutashgan to'g'ri chiziq ko'rinishida quriladi. Logarifmik faza-chastotali xarakteristika $\varphi(\omega) = -\arctg \omega T$ ifoda yordamida aniqlanadi (2.18-rasm).



$$\begin{aligned} \omega T = 0, & \quad \varphi(\omega) = 0; \\ \omega T = 1, & \quad \varphi(\omega) = -45; \\ \omega T = \infty, & \quad \varphi(\omega) = -90. \end{aligned}$$

2.18-rasm. Logarifmik faza-chastotali xarakteristika.

Tutash $\omega = \frac{1}{T}$ chastotada $\varphi(\omega) = -\arctg 1 = -45$ ga teng bo'lib, shu chastotaga nisbatan LFChX ning simmetriyaligi uning o'ziga xos xarakterli fazilati hisoblanadi.

3. Integrallovchi zveno. Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattaliklarini bog'lovchi tenglama quyidagicha:

$$y(t) = K \int_0^t x(t) dt, \quad (2.18)$$

(2.18) ifodadan chiqish kattaligi kirish kattaligining integraliga proporsional ekanligi kelib chiqadi. (2.18) tenglamani Laplas bo'yicha tasviri quyidagi ko'rinishga ega:

$$y(p) = \frac{K}{p} x(p),$$

zvenoning uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{p}.$$

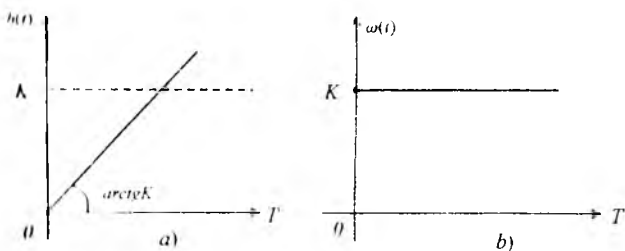
Bu zvenoni yana astatik zveno deb ham yuritiladi.

Integral zvenoning o'tkinchi funksiyasi

$$h(t) = L^{-1} \left\{ W(p) \frac{1}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{p} \cdot \frac{1}{p} \right\} = K \cdot t$$

va impulsli o'tkinchi (vazn) funksiyasi (2.19-rasm)

$$\omega(t) = h'(t) = K.$$

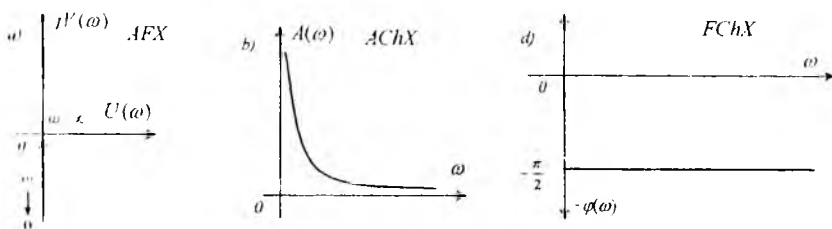


2.19-rasm. O'tkinchi xarakteristika (a); impulsli o'tkinchi xarakteristika (b).

Integral zvenoning chastotali uzatish funksiyasi

$$W(j\omega) = \frac{K}{j\omega} = \frac{K}{\omega} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad (2.19)$$

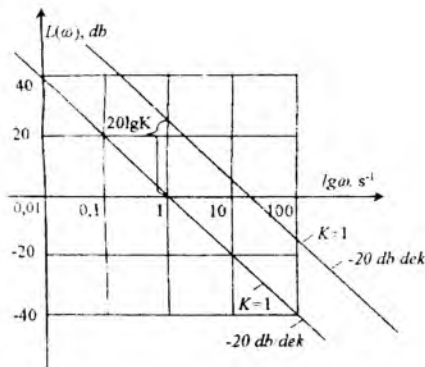
bo'lib, unda $A(\omega) = \frac{K}{\omega}$ – amplituda-chastota funksiyasi; $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2}$ – faza-chastota funksiyasi (2.20-rasm).



2.20-rasm. Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (d) xarakteristikalar.

Zvenoning AFX si (2.19) ifodaga muvofiq kompleks tekisligining manfiy mavhum o'qi bilan mos tushadi va chastota $0 < \omega < \infty$ bo'lganda koordinata o'qi boshiga tomon yo'nalgan bo'ladi.

Logarifmik amplituda-chastota xarakteristikasi $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg \frac{K}{\omega} = 20 \lg K - 20 \lg \omega$ ifoda yordamida aniqlanadi (2.21-rasm).



$$\begin{aligned} \omega = 1, & \quad L(\omega) = 0 \text{ db}; \\ \omega = 10, & \quad L(\omega) = -20 \text{ db}; \\ \omega = 100, & \quad L(\omega) = -40 \text{ db}; \\ \omega = 0,1, & \quad L(\omega) = 20 \text{ db}; \\ \omega = 0,01, & \quad L(\omega) = 40 \text{ db}. \end{aligned}$$

2.21- rasm. *Logarifmik faza-chastotali xarakteristika.*

Demak, bu zvenoning $L(\omega)$ xarakteristikasi koordinatalari $\omega = 1$ va $20 \lg K$ bo'lgan nuqtadan o'tgan og'ma to'g'ri chiziq bo'lib, chastota bir dekadaga ko'payganda $L(\omega)$ ordinatasi 20 db ga kamayadi. Shuning uchun $L(\omega)$ xarakteristikasining og'ishi -20 db/dek (minus 20 detsebel bir dekadaga deb o'qiladi).

4. Differensiallovchi zveno. Chiqish kattaligi kirish parametrlarining o'zgarish tezligiga proporsional bo'lgan zveno *differensiallovchi zveno* deyiladi. Bu ideal differensiallovchi zvenoning xususiyatlari

$$y(t) = K \cdot \frac{dx}{dt}, \quad (2.20)$$

tenglama bilan ifodalanadi. Bunda K – uzatish koeffitsiyenti. Unga elektr sig'im, induktivlik, taxogenerator (agar kirish kattaliga o'qning aylanish tezligi emas, burchak burilishi bo'lsa) misol bo'la oladi.

(2.20) tenglamani Laplas bo'yicha o'zgartirib, zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = Kp. \quad (2.21)$$

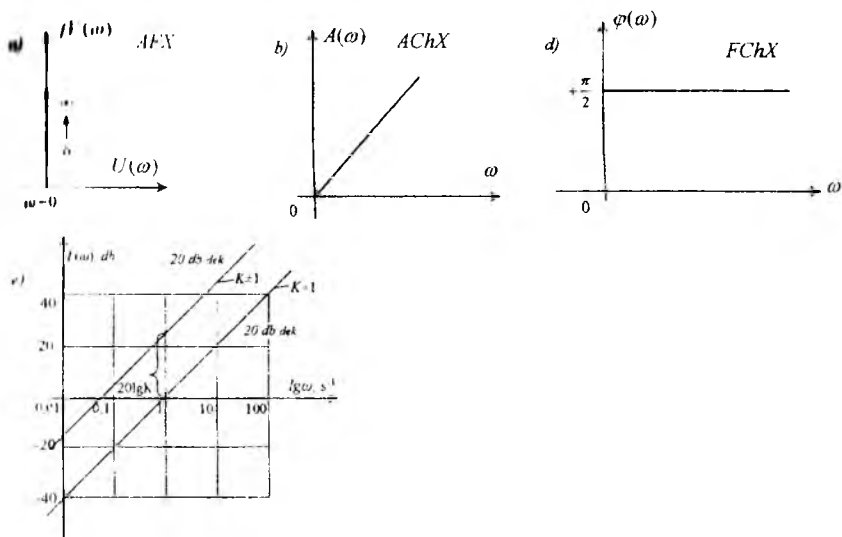
Bunda o'tkinchi $h(t)$ va impulsli o'tkinchi $\omega(t)$ funksiyalarni aniqlaymiz

$$\begin{aligned} h(t) &= L^{-1} \left\{ W(p) \frac{1}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ Kp \cdot \frac{1}{p} \right\} = K \cdot \delta(t), \\ \omega(t) &= h'(t) = K \cdot \delta'(t). \end{aligned}$$

(2.21) ifodada « p » ni « $j\omega$ » bilan almashtirib chastotali uzatish funksiyasini

$$W(j\omega) = K \cdot j\omega = K \cdot \omega e^{j\frac{\pi}{2}},$$

bundan chastotali xarakteristikalarini aniqlaymiz (2.22-rasm). Unda $A(\omega) = K\omega$ – amplituda chastotali funksiya; $\varphi(\omega) = \frac{\pi}{2}$ – faza chastotali funksiya; $L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K + 20 \lg \omega$ – logarifmik-amplituda chastota funksiyasi.



2.22-rasm. Amplituda-fazali (a); amplituda-chastotali (b); faza-chastotali (c); logarifmik amplituda chastotali (d) xarakteristikalar.

Shunday qilib, bu zvenoning AFX si kompleks tekisligining musbat mavhum o'qi bilan mos tushib, chastota $0 < \omega < \infty$ o'zgarganda yuqoriga qarab yo'naladi. LChXsi esa koordinatalari $\omega=1$ va $L(\omega) = 20 \lg K$ bo'lgan nuqtadan o'tgan to'g'ri chiziqdir. Shuning uchun $L(\omega)$ xarakteristikasining og'ishi $+20\text{db/dek}$ (plyus 20 desibel bir dekadaga deb o'qiladi).

Real differensiallovchi zvenolar dinamikasining umumiy tenglamasi quyidagicha

$$T \frac{dy}{dt} + y = K \frac{dx}{dt}. \quad (2.22)$$

(2.22) tenglamani Laplas bo'yicha o'zgartirib, zvenoning uzatish funksiyasini aniqlaymiz

$$W(p) = \frac{K \cdot p}{1 + Tp}$$

Real differensiallovchi zvenoning uzatish funksiyasidan ko'rinib turibdiki, real holatda idel integrallovchi zvenoni aperiodik zveno bilan birgalikda amalga oshirilgan ekan.

5. Tebranuvchi zveno. Ushbu zvenoning chiqish va kirish kattaliklari o'rtasidagi bog'lanish ikkinchi tartibli differensial tenglama orqali ifodalanadi:

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y(t) = K \cdot x(t), \quad (2.23)$$

bu yerda $0 < \xi < 1$ oralig'idagi qiymatga ega bo'lib, so'nish darajasi (koeffitsiyenti) deyiladi. Elektr tebranuvchi zanjir, elastik mexanik tizim bu zvenoga misol bo'la oladi.

(2.23) tenglamani Laplas almashtirishi orqali o'zgartirib

$$(T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1)y(p) = Kx(p),$$

zvenoning uzatish funksiyasi aniqlanadi

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}. \quad (2.24)$$

Chastotali uzatish funksiyasini aniqlash uchun (2.24) ifodada «p» ni «jω» bilan almashtiramiz.

$$W(j\omega) = \frac{K}{T^2(j\omega)^2 + 2\xi j\omega T + 1} = \frac{K[(1 - \omega^2 T^2) - j\omega 2\xi T]}{[(1 - \omega^2 T^2) + j\omega 2\xi T][(1 - \omega^2 T^2) - j\omega 2\xi T]};$$

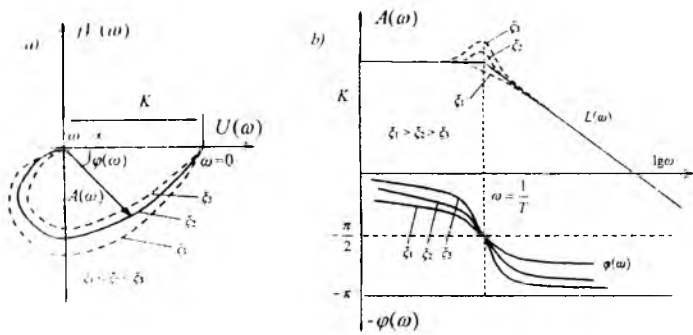
$$U(\omega) = \frac{K(1 - \omega^2 T^2)}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 T^2} \quad - \text{haqiqiy qism};$$

$$V(\omega) = -\frac{2K\xi\omega T}{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 T^2} \quad - \text{mavhum qism};$$

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)} = \frac{K}{\sqrt{(1 - \omega^2 T^2)^2 + 4\xi^2 \omega^2 T^2}} \quad - \text{amplituda-chastota funksiyasi};$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)} = -\arctg \frac{2\xi\omega T}{1 - \omega^2 T^2} \quad - \text{faza-chastota funksiyasi}.$$

2.23-rasmda tebranuvchi zvenoning chastotali xarakteristikallari keltirilgan.

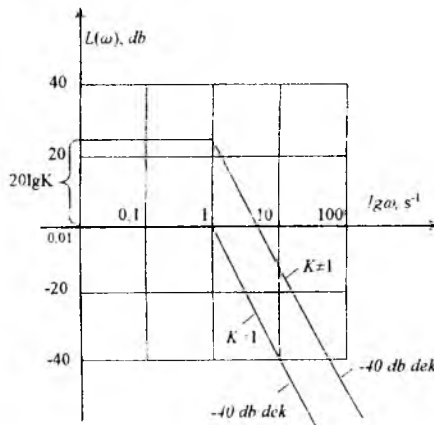


2.23-rasm. a) amplituda fazali; b) amplituda chastotali va faza chastotali xarakteristikalar.

Bu zvenolarning LACHX si ko'rilayotganda quyidagi asimptotik tenglamadan foydalaniladi:

$$L_u(\omega) = \begin{cases} 20 \lg K, & \omega \ll \frac{1}{T} \text{ bo'lganda;} \\ 20 \lg K - 40 \lg \omega T, & \omega \gg \frac{1}{T} \text{ bo'lganda.} \end{cases}$$

tutash chastota $\omega = \frac{1}{T}$ gacha bu zvenoning LACHX si absissa o'qi bilan mos tushadi, undan keyin -40 db/dek og'ishga ega bo'ladi (2.24-rasm).



2.24-rasm. Logarifmik amplituda chastotali xarakteristika.

Tebranuvchi zvenoning o'tkinchi funksiyasi

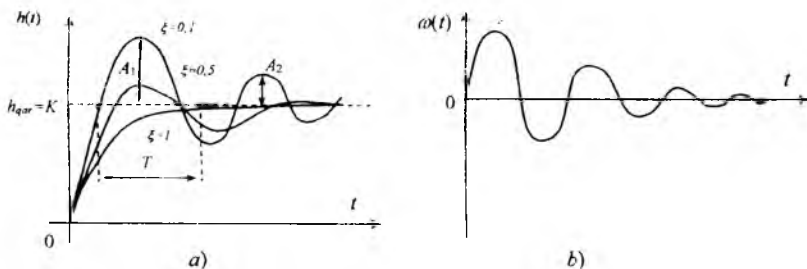
$$h(t) = L^{-1} \left\{ W(p) \cdot \frac{1}{p} \right\} = L^{-1} \left\{ \frac{K}{T^2 p^2 + 2\xi p T + 1} \cdot \frac{1}{p} \right\} = K \left[1 - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{\beta} e^{-\alpha t} \cdot \sin(\beta t + \varphi_0) \right],$$

bu yerda, $\alpha = \frac{\xi}{T}$; $\beta = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}$; $\varphi_0 = \arctg \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi}$; impulsli o'tkinchi

(vazn) xarakteristikasi $\omega(t) = h'(t) = \left(\frac{K(\alpha^2 + \beta^2)}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \beta t \right)$ ga

teng.

2.25-rasmda tebranuvchi zvenoning vaqt xarakteristikalari keltirilgan.



2.25-rasm. a) o'tkinchi xarakteristika; b) impulsli o'tkinchi (vazn) xarakteristika.

Tebranuvchi zvenoning o'tish jarayoni egri chizig'ining so'nish koeffitsiyenti ξ ning qiymatiga bog'liq. Agar $\xi > 1$ bo'lsa, o'tish jarayoni nodavriy jarayon xususiyatlariga ega, agar ξ noldan 1 gacha o'zgarsa, o'tish jarayonining xarakteri tebranma so'nuvchi bo'ladi. Bularni hisobga olib, tebranuvchi zvenoning uzatish funksiyasi $W(p)$ dan so'nish koeffitsiyenti « ξ » ning qiymatiga qarab quyidagi ikkita tipik bo'lmagan zvenolarning uzatish funksiyasini olish mumkin:

a) **Konservativ zveno** ($\xi = 0$). Uzatish funksiyasi

$$W(p) = \frac{K}{1 + p^2 T^2}.$$

Chastotali xarakteristikalari quyidagicha ifodalanadi (2.26-rasm).

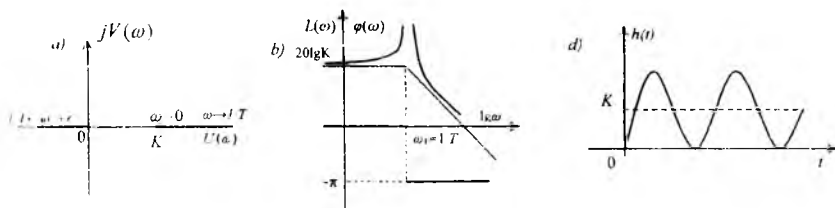
$W(j\omega) = \frac{K}{1 - \omega^2 T^2}$ – amplituda faza chastotali funksiyasi;

$L(j\omega) = \frac{K}{1 - \omega^2 T^2}$ – amplituda chastotali funksiya;

$\phi(\omega) = \begin{cases} 0; & \omega < \frac{1}{T} \text{ bo'lganda;} \\ -\pi; & \omega > \frac{1}{T} \text{ bo'lganda.} \end{cases}$ – faza chastotali funksiya;

$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg K - 40 \lg \omega T$ – logarifmik amplituda chastotali funksiya.

Konservativ zvenoning o'tkinchi funksiyasi $h(t) = K(1 - \cos \omega_1 t)$; $\omega_1 = \frac{1}{T}$ bo'lib, amplitudasi «K» ga teng bo'lgan ω_1 chastotali so'nuvchi bo'lmagan garmonik tebranishlarni ifodalaydi (2.26d-rasm).



2.26-rasm. a) AFX; b) LChX va LFChX; d) o'tkinchi xarakteristika.

b) **Ikkinchi tartibli inersial zveno** ($\xi \geq 1$). Bunda xarakteristik tenglamaning ildizlari faqat haqiqiy qismga ega bo'ladi va bu zvenoni ketma-ket ulangan ikkita birinchi tartibli inersial (aperiodik) zveno sifatida ko'rsatish mumkin, ya'ni

$$W(p) = \frac{K}{(1 + pT_1)(1 + pT_2)},$$

bunda $T_{1,2} = \frac{T}{\xi \pm \sqrt{\xi^2 - 1}}$.

6. Tezlatuvchi zveno. Bu zveno quyidagi tenglama bilan ifodalanadi:

$$y(t) = K \left[x(t) + T \frac{dx}{dt} \right]. \quad (2.25)$$

Uni proporsional va differensiallagich zvenolarning parallel ulanishi yordamida hosil qilish mumkin.

(2.25) tenglamaning Laplas tasviri

$$y(p) = K[x(p) + Tpx(p)]$$

orqali bu zvenoning uzatish funksiyasi aniqlanadi:

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = K(1 + pT).$$

Chastotali uzatish funksiyasi

$$W(j\omega) = K(1 + j\omega T) = K + jK\omega T$$

ko'rinishga ega.

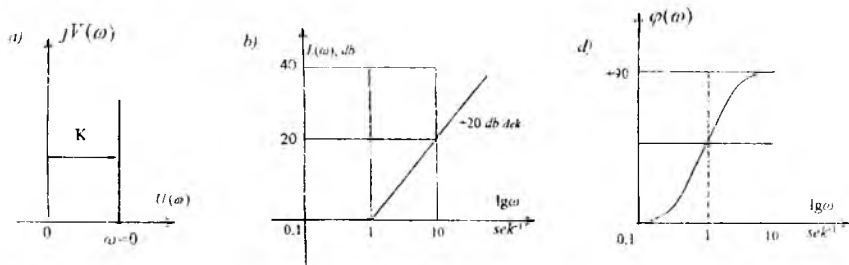
Bunda

$$A(\omega) = |W(j\omega)| = K\sqrt{1 + (\omega T)^2} \quad \text{-- AChX;}$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)} = \arctg \omega T \quad \text{-- FChX;}$$

$$L_c(\omega) = \begin{cases} 20 \lg K, & 0 < \omega < \frac{1}{T} \text{ bo'lganda,} \\ 20 \lg K + 20 \lg \omega T, & \omega > \frac{1}{T} \text{ bo'lganda.} \end{cases} \quad \text{-- LChX.}$$

Bu xarakteristikalar 2.27-rasmda keltirilgan.



2.27-rasm. a) AFX; b) LChX; d) LFChX.

Vaqt xarakteristikalari $h(t)$ va $\omega(t)$ quyidagi ifodalar bilan aniqlanadi.

$$h(t) = L^{-1} \left\{ K(1 + pT) \cdot \frac{1}{p} \right\} = K_0 \cdot 1(t) + KT\delta(t);$$

$$\omega(t) = h'(t) = K[T\delta(t) + \delta(t)]$$

Differensiallagich zvenolar kabi tezlatgich zvenolarni ideal ko'rinishda amalga oshirish mumkin emas, chunki real qurilmalarda, tizimlar tarkibida kichik parametr ga ega bo'lgan inersialliklar albatta bo'ladi. Ular uzatish funksiyasi $W(p)$ ning maxrajidagi polinomlar orqali xarakterlanadi. Odatda $W(p)$ maxrajidagi polinomlarning tartibi uning suratidagi polinomlar tartibidan ancha yuqori bo'ladi.

7. Kechikuvchi zveno. Umumiy holda, agar faza bo'yicha siljish shu zveno uchun mumkin ortib ketsa, zveno *nominal fazali* hisoblanadi. Bunday zvenolar qatoriga sof kechikish zvenosi kiradi. Bu zvenoning mohiyati shundan iboratki, u o'zining *sof* yoki *transport kechikish vaqti* deb ataladigan doimiy τ kechikish bilan kirish signalini xatosiz takrorlaydi. Zvenoning xususiyati $y(t) = x(t - \tau)$ tenglama bilan ta'riflanadi. Bu tenglamaning operator shakli quyidagicha

$$y(p) = e^{-p\tau} x(p).$$

Zvenoning uzatish funksiyasi yuqoridagi tenglamadan kelib chiqadi:

$$W(p) = e^{-p\tau}.$$

Zvenoning amplituda-faza xarakteristikasi:

$$W(j\omega) = e^{-j\omega\tau} = \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau.$$

Ko'rilayotgan zvenoning o'tish xarakteristikasi va impulsli o'tish xarakteristikasi quyidagicha

$$h(t) = 1(t - \tau),$$

$$\omega(t) = \delta(t - \tau).$$

Amplituda va faza chastota xarakteristikalari esa quyidagicha:

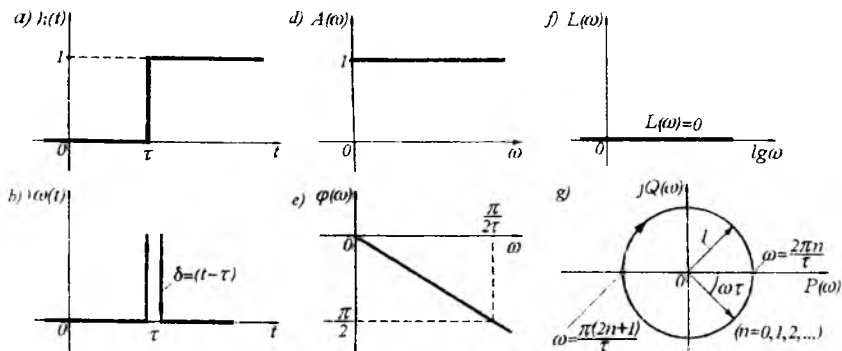
$$A(\omega) = \sqrt{\cos^2(\omega\tau) + \sin^2(\omega\tau)} = 1,$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{-\sin \omega\tau}{\cos \omega\tau} = -\arctg \left(\frac{\sin \omega\tau}{\cos \omega\tau} \right) = \arctg(-\operatorname{tg} \omega\tau) = -\omega\tau. \quad (2.26)$$

Ko'rinib turibdiki, logarifmik amplituda chastota xarakteristikasi

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg 1 = 0.$$

abssissa o'qiga mos bo'lib, faza esa (2.26) tenglamaga muvofiq ω chastota o'sish bilan cheksiz oshib boradi. 2.28-rasmda sof kechikish zvenosining xarakteristikallari keltirilgan.



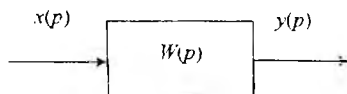
2.28-rasm. Sof kechikuvchi zvenosining xarakteristikallari.

2.7. Statsionar chiziqli tizimlarning strukturali sxemalari. Ochiq tizimning chastotaviy xarakteristikallari

Odatda avtomatik boshqarish tizimlarini ma'lum uzatish funksiyali dinamik zvenolarning kombinatsiyalari orqali tasvirlash mumkin.

Avtomatik boshqarish tizimlaridagi dinamik zvenolarni uzatish funksiyalarini va zvenolari orasidagi bog'liqlikni ko'rsatib grafik ko'rinishda tasvirlashga *strukturali sxema* deb ataladi.

Strukturali sxemada zvenolar shartli ravishda to'g'ri to'rtburchak shaklida ifodalanadi. Unda chiqish va kirish kattaliklari hamda zvenoning uzatish funksiyasi $W(p)$ ko'rsatiladi (2.29-rasm).



2.29-rasm. Strukturali sxema.

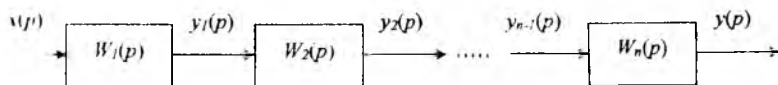
Strukturali sxema tizim tarkibidagi zvenolarning o'zaro bog'lanishni hamda tizimdan signallarning o'tishi va o'zgarishini yaqqol tas-

virlanganligi sababli amaliyotda ABT larni tadqiq qilishda hamda loyihalashtirishda juda keng qo'llaniladi.

Tizimlarni tadqiq etishda ko'p hollarda struktur sxemalarni o'zgartirishga to'g'ri keladi.

a) ketma-ket ulangan zvenolar.

Zvenolar ketma-ket ulangan taqdirda oldingi zvenoning chiqishidagi kattalik keyingi zvenoning kirishidagi kattalik rolini o'taydi (2.30-rasm).



2.30-rasm. **Ketma-ket ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.**

Zvenolarning uzatish funksiyasi $W_i(p)$ ma'lum bo'lsin. Shu bog'lanishning uzatish funksiyasi $W(p)$ ni aniqlash talab etiladi.

$$\left. \begin{aligned} y(p) &= W_n(p) \cdot y_{n-1}(p) \\ y_{n-1}(p) &= W_{n-1}(p) \cdot y_{n-2}(p) \\ &\dots\dots\dots \\ y_2(p) &= W_2(p) \cdot y_1(p) \\ y_1(p) &= W_1(p) \cdot x(p) \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

(2.27) tenglamalar tizimida oraliqdagi o'zgaruvchilarni yo'qotib, quyidagi ifoda olinadi:

$$y(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) \dots W_n(p) \cdot x(p),$$

bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) \cdot W_2(p) \dots W_n(p)$$

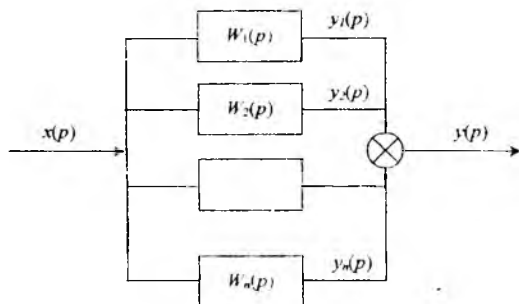
yoki

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = \prod_{i=1}^n W_i(p). \quad (2.28)$$

Shunday qilib, zvenolari ketma-ket ulangan bog'lanishning (ya'ni ochiq zanjirli tizimning) uzatish funksiyasi ayrim zvenolar uzatish funksiyasining ko'paytmasiga teng bo'lar ekan.

b) zvenolarning parallel ulanishi.

Bu holda hamma « n » ta zvenolarning kirishiga bitta signal ta'sir etadi, chiqish signallari esa qo'shiladi (2.31-rasm).



2.31-rasm. **Ketma-ket ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.**

$$y(p) = y_1(p) + y_2(p) + \dots + y_n(p), \quad (2.29)$$

$$\left. \begin{aligned} y_1(p) &= W_1(p) \cdot x(p) \\ y_2(p) &= W_2(p) \cdot x(p) \\ \dots &\dots \\ y_n(p) &= W_n(p) \cdot x(p) \end{aligned} \right\} \dots \quad (2.30)$$

(2.30) tenglamani (2.29) tenglamaga qo'yamiz va quyidagi ifodani olamiz:

$$y(p) = [W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p)] \cdot x(p),$$

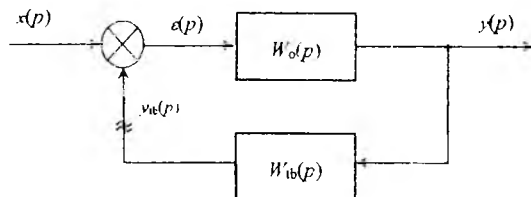
bundan

$$W(p) = \frac{y(p)}{x(p)} = W_1(p) + W_2(p) + \dots + W_n(p) = \sum_{i=1}^n W_i(p). \quad (2.31)$$

Shunday qilib, zvenolar parallel ulangan bog'lanishning uzatish funksiyasi undagi zvenolar uzatish funksiyalarining yig'indisiga teng bo'lar ekan.

d) zvenolarning teskari bog'lanish zanjiri orqali ulanishi.

Bunday bog'lanishning strukturali sxemasi 2.32-rasmida keltirilgan.



2.32-rasm. **Teskari bog'lanish zanjiri orqali ulangan zvenolarning strukturali sxemasi.**

Teskari bog‘lanish manfiy va musbat bo‘ladi. Agarda $\varepsilon(p) = x(p) - y_{tb}(p)$ bo‘lsa, manfiy teskari bog‘lanish aks holda musbat teskari bog‘lanish deyiladi.

Tizimda teskari aloqani taqqoslovchi elementdan oldin ajratib, ochiq tizimni hosil qilamiz. Bunda ikkita ketma-ket ulangan zvenolarning bog‘lanishi hosil bo‘ladi. Shuning uchun ochiq tizimning uzatish funksiyasi

$$y(p) = W_o(p) \cdot \varepsilon(p), \quad (2.32)$$

$$\varepsilon(p) = x(p) \pm y_{tb}(p). \quad (2.33)$$

(2.33) tenglamani berk tizimning ulanish tenglamasi deyiladi.

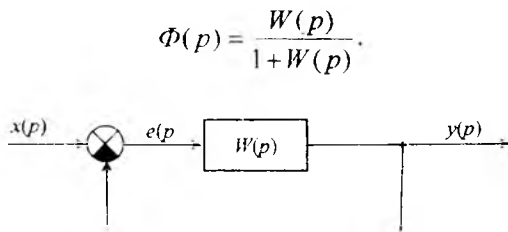
$$y_{tb}(p) = W_b(p) \cdot y(p). \quad (2.34)$$

(2.34) tenglamani oldin (2.33) ga keyin esa (2.32) tenglamaga qo‘yib, berk tizimning uzatish funksiyasi aniqlanadi.

$$\begin{aligned} y(p) &= W_o(p)[x(p) \pm W_b(p) \cdot y(p)], \\ y(p) &= [1 \mp W_o(p)W_b(p)] = W_o(p) \cdot x(p), \\ \Phi(p) &= \frac{y(p)}{x(p)} = \frac{W_o(p)}{1 \mp W_o(p)W_b(p)} = \frac{W_o(p)}{1 \mp W(p)}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

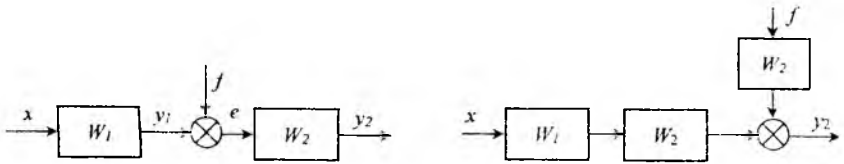
bu yerda, $W(p) = W_o(p) \cdot W_b(p)$.

Ochiq tizimga birlik manfiy teskari bog‘lanish kiritilganda berk tizimning uzatish funksiyasi (2.35) formulaga muvofiq quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi (2.33-rasm).



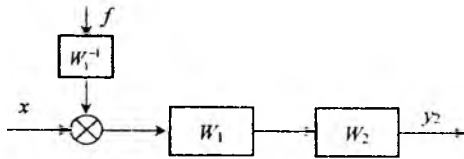
2.33-rasm. **Birlik manfiy teskari bog‘langan tizimning strukturali sxemasi.**

e) summatorni ko'chirish.



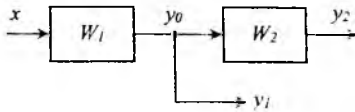
$$y_2 = [W_1 x + f] W_2,$$

$$y_2 = W_1 W_2 x + W_2 f = W_2 [W_1 x + f]$$

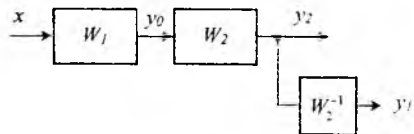


$$y_2 = W_1^{-1} W_1 W_2 f + W_1 W_2 x = W_2 [f + W_1 x].$$

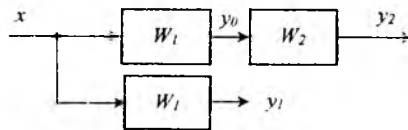
f) tugunni ko'chirish.



$$y_1 = W_1 x,$$



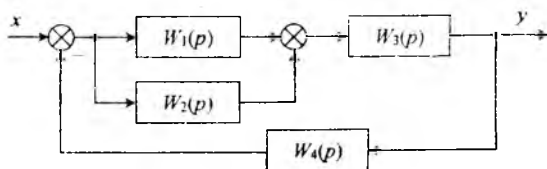
$$y_1 = W_1 W_2 W_2^{-1} x = W_1 x$$



$$y_1 = W_1 x.$$

2.5 - misol.

2.34-rasmda keltirilgan strukturali sxemadan tizimning umumiy uzatish funksiyasini aniqlang.



2.34-rasm. *Tizimning strukturali sxemasi.*

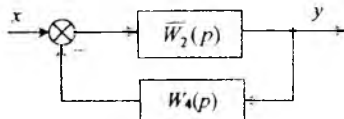
Yechish: Dastlab tipik ulangan zvenolarning uzatish funksiyalarini aniqlaymiz: parallel ulangan zvenolarning uzatish funksiyasi

$$\bar{W}_1(p) = W_1(p) + W_2(p),$$

ketma-ket ulangan zvenolarning uzatish funksiyasi

$$\bar{W}_2(p) = \bar{W}_1(p)W_3(p).$$

Kiritilgan belgilashlarni hisobga olib, tizimning tuzilishini 2.35-rasmda ko'rsatilgan ko'rinishga keltirish mumkin.



2.35-rasm. *Ekvivalent tizimning strukturali sxemasi.*

Strukturali o'zgartirishlardan foydalanib, tizimning umumiy uzatish funksiyasini yozamiz

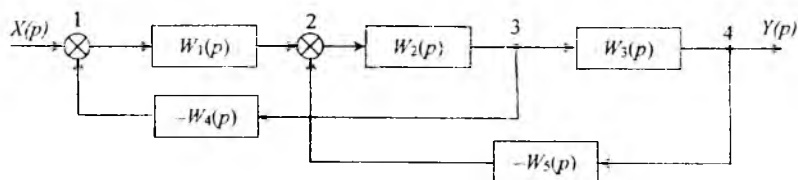
$$W(p) = \frac{\bar{W}_2(p)}{1 + \bar{W}_2(p)W_4(p)}.$$

$\bar{W}_1(p)$ va $\bar{W}_2(p)$ larning o'rniga qiymatlarini qo'yib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$W(p) = \frac{[W_1(p) + W_2(p)]W_3(p)}{1 + [W_1(p) + W_2(p)]W_3(p)W_4(p)}.$$

2.6 - misol.

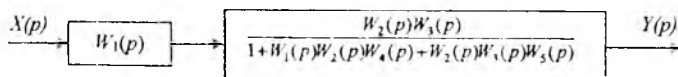
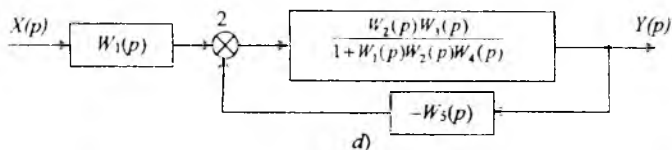
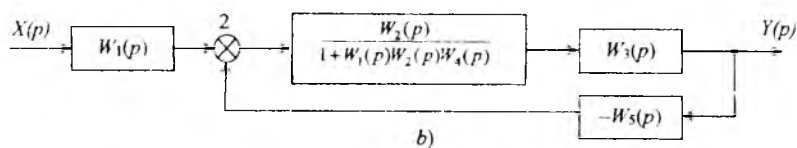
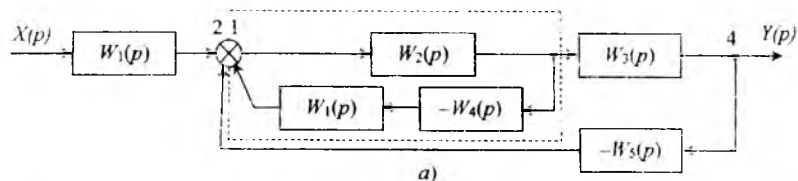
Boshqarish tizimining ko'pkonturli strukturali sxemasi berilgan (2.36-rasm). Struktur o'zgartirish qoidalari bo'yicha tizimning strukturali sxemasini soddalashtiring va uzatish funksiyasini aniqlang.



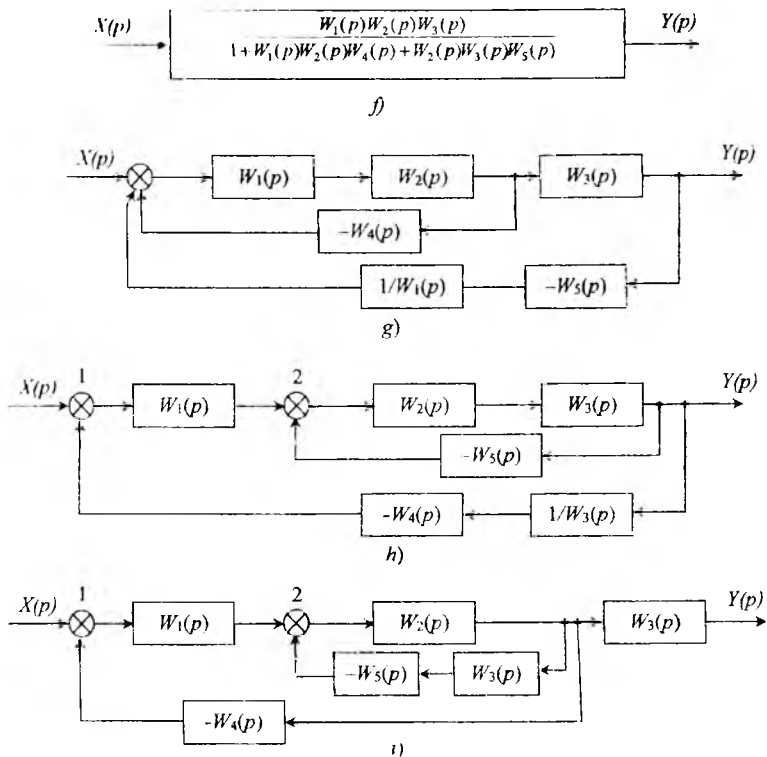
2.36-rasm. Tizimning strukturali sxemasi.

Yechish: 1) Sxemani soddalashtirish usullaridan foydalanib, summator yoki tugunni elementlararo shunday ko'chirish kerakki, qisqa yo'l bilan uni soddalashtirish mumkin bo'lsin. Buning uchun bir nechta variant mavjud:

1) summator 1 ni $W_1(p)$ zveno orqali signal yo'nalishi bo'yicha ko'chirish (2.37,a-rasm);



e)



2.37-rasm.

2) summator 2 ni $W_1(p)$ zveno orqali signalga teskari yo'nalish bo'yicha ko'chirish (2.37,g-rasm);

3) tugun 3 ni $W_3(p)$ zveno orqali signal yo'nalishi bo'yicha ko'chirish (2.37,h-rasm), bunda tugun 4 bilan tugun 3 bir-birini qoplaydi;

4) tugun 4 ni $W_3(p)$ zveno orqali signalga teskari yo'nalish bo'yicha ko'chirish (2.37,i-rasm).

Istalgan holatda biz manfiy bir-birini kesib o'tmaydigan bog'lanishli ko'pkonturli sxemani olamiz. So'ngra 2.37,a-f-rasmda ko'rsatilgan kabi teskari aloqaning ichki konturidan boshlab soddalashtirib boramiz.

Tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo'ladi:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{W_1(p)W_2(p)W_3(p)}{1 + W_1(p)W_2(p)W_4(p) + W_2(p)W_3(p)W_5(p)} \quad (2.36)$$

Ochiq tizimning chastotaviy xarakteristikalari. Agarda har bir zvenoning uzatish funksiyasi $W_i(p)$ ma'lum bo'lsa, u holda

$$W(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p). \quad (2.37)$$

ifodadan foydalanib ochiq tizimning chastotali xarakteristikalarini quyidagicha hisoblash mumkin

$$W(j\omega) = W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) \cdot \dots \cdot W_n(j\omega).$$

Ochiq tizimning AFX sini qurishda zvenolarning amplituda-chastotali xarakteristikalari ko'paytirilib, faza-chastotali xarakteristikalari esa qo'shiladi

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= [A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot \dots \cdot A_n(\omega)] e^{j[\varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega)]} = \\ &= \prod_{i=1}^n A_i(\omega) \cdot e^{j \sum_{i=1}^n \varphi_i(\omega)}. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Agarda har bir zvenoning AFX $W(j\omega)$ si berilgan bo'lsa, unda ochiq tizimning AFX sini $W(j\omega)$ ni qurish uchun har bir aniqlangan chastota uchun $|W_i(j\omega)|$ vektorlar modullarini ko'paytirish va hosil bo'lgan vektorni

$$\varphi(\omega) = \varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega) \quad (2.39)$$

burchak ostida yo'naltirish kerak.

Yuqorida aytilganlarni misollarda ko'rib chiqamiz.

2.7-misol. Ketma-ket ulangan ikki zvenoning uzatish funksiyasi berilgan bo'lsin (2.38-rasm.)



2.38-rasm. Ketma-ket ulangan ikkita zvenoning strukturali sxemasi.

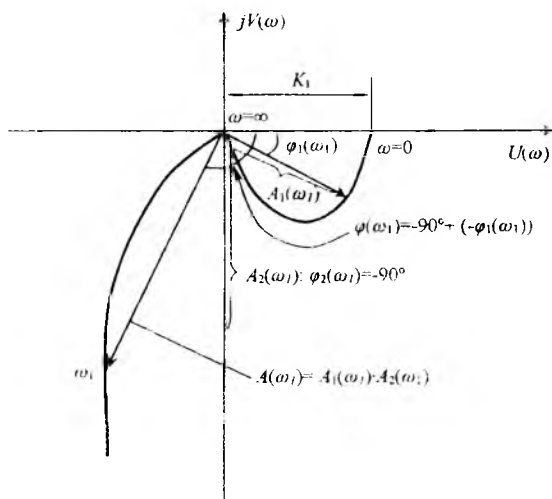
$$W_1(p) = \frac{K}{1 + pT_1}; \quad W_2(p) = \frac{1}{p}.$$

Bunda ochiq tizimning uzatish funksiyasi

$$W(p) = W_1(p) \cdot W_2(p) = \frac{K}{p(1 + pT_1)};$$

chastotali uzatish funksiyasi esa $W(j\omega) = W_1(j\omega) \cdot W_2(j\omega) = \frac{K}{(1 + j\omega T_1)j\omega}$ bo'ladi.

Inersial zvenoning AFX $W_1(j\omega)$ si va ideal integrallovchi zvenoning AFX $W_2(j\omega)$ sining grafigi ma'lum. Shuning uchun bu zvenolarning AFX si chizib olinadi hamda har bir belgilangan chastota uchun bu zvenolarning amplitudalarini ko'paytirib, $\varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) = \varphi(\omega)$ yoki $\varphi(\omega) = -90 - \varphi_1(\omega)$ burchak ostida yo'naltiriladi (2.39-rasm).



2.39-rasm. **Amplituda fazali xarakteristika.**

Masalan, ω_1 chastotaga to'g'ri kelgan nuqta uchun inersial zvenoning amplitudasi $A_1(\omega_1)$ ga fazasi esa $\varphi_1(\omega_1)$ ga, integrallovchi zvenoning amplitudasi $A_2(\omega_1)$ ga fazasi esa o'zgarimas $\varphi_2(\omega) = -90^\circ$ ga teng bo'ladi.

(2.38) ifodaga muvofiq bu chastota uchun $A(\omega_1) = A_1(\omega_1) \cdot A_2(\omega_1)$ bo'lib, bu amplitudani $\varphi(\omega_1) = -90^\circ + (-\varphi_1(\omega_1))$ burchak ostida yo'naltiriladi. Har bir belgilangan chastota uchun yuqoridagi tadbirlar qaytariladi va umumiy AFX chiziladi.

2.8. Ko'p o'lchamli obyektlarni vektor-matritsa shaklida ifodalash

Zamonaviy boshqarish tizimlarida bir necha kirish va bir necha chiqish o'zgaruvchili obyektlar ko'plab uchraydi. Bunday obyektlarni ko'p o'lchamli deyiladi.

Boshqarish obyektlarining o'zi ko'p o'lchamli obyektlardir. Ko'p o'lchamlilik boshqarish tizimining boshqa qismida ham bo'lishi mumkin.

Chiqish o'zgaruvchilari, odatda, o'lchash mumkin bo'lgan haqiqiy fizik kattaliklardir. Biroq chiqish o'zgaruvchisi sifatida bir necha mavhum o'zgaruvchilar bo'lishi mumkin, masalan, real chiqish o'zgaruvchisining hosilasi aniq fizik ma'noga ega emas, u holda bitta kirish va bitta chiqishli obyektlarni ham ko'p o'lchamli sifatida qarashimiz mumkin (bunda differensial tenglamaning tartibi ikki va undan yuqori bo'lishi kerak).

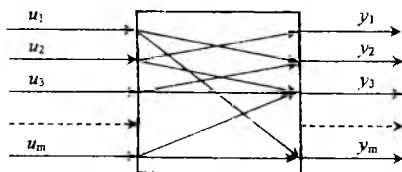
Har qanday chiziqli ko'p o'lchamli obyektlarning uzatish xossalari-ning matematik ifodasi ikki xil shaklda amalga oshirilishi mumkin:

1) real kirish va chiqish o'zgaruvchilari uchun ifodalanadigan dinamik xarakteristikalar (differensial tenglamalar, vaqt, uzatish va chastotaviy funksiyalar) dan foydalanish (kirish-chiqish ko'rinishida ifodalash);

2) Mavhum chiqish o'zgaruvchilar uchun ifodalanadigan Koshi shaklidagi differensial tenglamalardan foydalanish.

2.9. Avtomatik boshqarish tizimini "kirish-chiqish" ko'rinishida ifodalash

Ko'p o'lchamli obyekt m kirish o'zgaruvchi va n chiqish o'zgaruvchilariga ega bo'lsin (2.40-rasm).



2.40-rasm. Ko'p o'lchamli obyekt.

Umumiy holda har bir kirish o'zgaruvchilari har bir chiqish o'zgaruvchilari bilan bog'langan. Agar barcha kanallar $u_k - y_l$ o'zaro aloqasi bo'yicha chiziqli (chiziqlantirilgan) bo'lsa, u holda umumiy holatda obyektlarni quyidagi tizim ko'rinishida ifodalash mumkin:

$$\sum_{l=1}^n D_{il}(p)y_l(t) = \sum_{k=1}^m K_{ik}(p)u_k(t), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

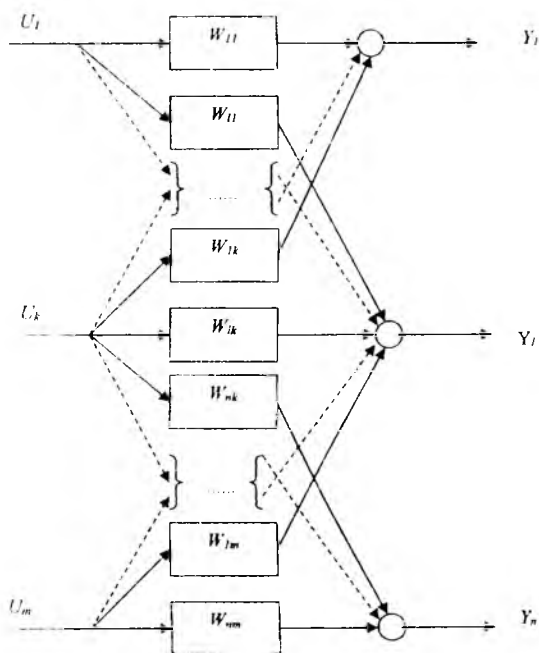
bu yerda $D_{il}(p), K_{ik}(p)$ – kirish va chiqishning differensial operatorlari.

Vektor tenglama ko'rinishida esa

$$D(p)Y(t) = K(p)U(t),$$

bu yerda $U(t), Y(t)$ – kirish va chiqish o'zgaruvchilari vektori

$$U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad D(p), K(p) \text{ – operator matritsalar } \underset{m \times n}{D_{il}(p)}, \underset{m \times m}{K_{ik}(p)}.$$



2.41-rasm. Ko'p o'lchamli obyektning kirish-chiqish ko'rinishida ifodalangan sxemasi.

Agar boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lsa, unda Laplas bo'yicha tasviri

$$D(p)Y(p) = K(p)U(p).$$

Endi obyektning uzatish funksiyasi matritsasini (uzatish matritsasini) aniqlash mumkin:

$$W(p) = \begin{bmatrix} W_{11}(p) & \dots & W_{1n}(p) \\ \vdots & \dots & \vdots \\ W_{n1}(p) & \dots & W_{nn}(p) \end{bmatrix} = D^{-1}(p)K(p).$$

Ushbu matrisaning elementlari o'zida alohida kanallar $u_k - y_l$ bo'yicha uzatish funksiyasini $W_{lk}(p)$ aks ettiradi. Agar $D(p)$ diagonalli bo'lsa, unda $W_{lk}(p)$ uzatish funksiyasini aniqlashdan foydalanib oson topiladi:

$$W_{lk}(p) = \frac{y_l(p)}{u_k(p)} = \frac{K_{lk}(p)}{D_{il}(p)}, i = 1, 2, \dots, n.$$

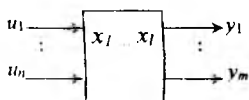
Unda tizimni vektorli operator tenglamasi yordamida ifodalash mumkin

$$Y(p) = W(p)U(p)$$

va boshlang'ich sxemani boshqasi bilan almashtiriladi (2.41-rasm):

2.10. Avtomatik boshqarish tizimini fazo holatida ifodalash

Ma'lum topshiriq ta'sirlari orqali tizimning o'zini tutishini bashoratlashga imkon beruvchi obyekt to'g'risidagi minimal axborot **ABTning holati** deyiladi.



ABN nuqtayi nazardan obyekt o'zida qora qutini aks ettiradi.

Vaqtning ixtiyoriy onida obyekt holatini uchta vektorli fazoni aniqlaydi:

1) **Kirishdagi** vektorli fazo $U = \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}$ obyektning (umumiy holda –

boshqaruvchi, xalaqit va yuklama) kirish ta'sirlarini aniqlaydi.

2) **Ichki holat** vektorli fazo $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_l \end{bmatrix}$ kirish ta'sirida tizimning

reaksiyasini aniqlaydi.

3) **Chiqishdagi** vektorli fazo $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix}$ chiqish o'zgaruvchilarini

aniqlaydi.

Ushbu vektorlar yig'indisi tizimning holatini (fazo holatini) aniqlaydi.

Uzluksiz chiziqli tizim uchun obyektning dinamika va statikasi quyidagi vektorli tenglama ko'rinishida ifodalaniladi:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = A^* X(t) + B^* U(t) \\ Y(t) = C^* X(t) + D^* U(t), \end{cases} \quad (2.40)$$

bu yerda, A^* – ABTning koeffitsiyentlar matritsasi; B^* – ABTning boshqarish (kirishdagi) matritsasi (g'alayon ko'rilmaydi); $A^* = [a_{ij}]_{l \times l}$, $B^* = [b_{ij}]_{l \times n}$ – obyektning konstruktiv parametrlariga bog'liq bo'lgan doimiy koeffitsiyentlar matritsalar; C^* – ABTning kuzatish (chiqishdagi) matritsasi; D^* – ABTning aylanib o'tish matritsasi.

$C^* = [c_{ij}]_{m \times l}$, $D^* = [d_{ij}]_{m \times n}$ – obyekt chiqishida holat va kirish ta'siri o'zgaruvchilarini inersiyasiz ta'sirini tavsiflovchi doimiy koeffitsiyentli matritsalar.

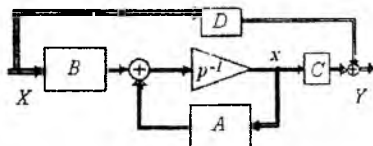
Ushbu ifoda ABTni har tomonlama aks ettirish imkonini beradi:

– birinchi tenglama ABTni dinamikasini ifodalaydi va *holat tenglamasi* deyiladi.

– ikkinchi tenglama ABTni statikasini ifodalaydi va chiqish (kuzatish) tenglamasi deyiladi. Bu tenglamalar chiqish (kuzatiluvchi)

o'zgaruvchilari bilan holat o'zgaruvchilari va kirish ta'sirlarini bog'laydi.

(2.40) tenglama ko'rinishida holat o'zgaruvchilari yordamida ifodalangan obyekt modeli quyidagi algoritmik sxemaga mos keladi (2.42-rasm):



2.42-rasm. **Obyekt modelining algoritmik sxemasi.**

Zvenoda \dot{X} va X lar orasida quyidagi bog'liqlik mavjud:

$$X = \frac{1}{p} I \dot{X},$$

bu yerda, $\frac{1}{p}$ – integrallash operatori, I – birlik matritsa.

Holat va chiqish tenglamalaridan quyidagi ko'p o'lchamli chiziqli obyektning statistik matritsali tenglamasini olish mumkin:

$$Y = K_U U,$$

bu yerda, $K_U = D^* - C^* (A^*)^{-1} B^*$ – obyektning uzatish koeffitsiyentlari matritsasi.

Amaliyotda kirish vektori va ichki holatni birgalikda birlashtirilsa qulay bo'ladi:

$$V = \begin{bmatrix} U(t) \\ X(t) \end{bmatrix} \text{ – umumlashtirilgan holat vektori.}$$

Shunday qilib, tenglamalar tizimini olamiz:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = A \cdot V(t), \\ Y(t) = C \cdot V(t). \end{cases}$$

Unda (2.40) tizimni quyidagi ko'rinishda ifodalash mumkin:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B^* & A^* \end{bmatrix} \text{ – koeffitsiyentlar matritsasi;}$$

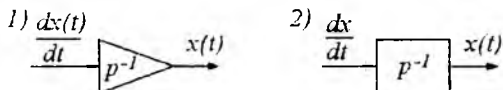
$$C = \begin{bmatrix} D^* & C^* \end{bmatrix} \text{ – chiqish matritsasi.}$$

Halo holatida tizimlarni grafik ko'rinishi sifatida A, C matritsalarini oson olishga imkon beruvchi holat o'zgaruvchilari sxemalarining maxsus strukturali sxemalari taklif etiladi.

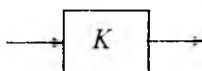
2.11. Holat o'zgaruvchilari sxemalari

Holat o'zgaruvchilari sxemalari quyidagi asosiy elementlardan tashkil topgan:

1) Holat o'zgaruvchilari sxemalari asosida birlik integrator yotadi:



2. Holat o'zgaruvchilari sxemalarining keyingi asosiy elementi proporsional (inersiyasiz) zveno hisoblanadi:



3. Summator.

Holat o'zgaruvchilari sxemalari obyektning uzatish funksiyasi bo'yicha quriladi. Holat sxemasini qurishning uch usuli mavjud:

- bevosita dasturlashtirish (bazali) usuli;
- parallel dasturlashtirish usuli;
- ketma-ket dasturlashtirish usuli.

Bevosita dasturlashtirish (bazali) usuli. ABTning ifodasi uzatish funksiyasi ko'rinishida berilgan bo'lsin:

$$W(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n}, \text{ bu yerda } n=m.$$

Holat o'zgaruvchilari sxemalarini bazali usulda qurish algoritmi.

1. O'zgartirilgan uzatish funksiyasini olamiz: berilgan surat va maxrajlarni eng yuqori darajali p ga bo'lamiz, shuningdek a_0 koef-fitsiyentga ham. Agar $m > n$ bo'lsa, holat o'zgaruvchilari sxemalarini qurib bo'lmaydi.

$$W(p) = \frac{b_0 + b_1 p^{-1} + \dots + b_{n-1} p^{-n+1} + b_n p^{-n}}{a_0 + a_1 p^{-1} + \dots + a_{n-1} p^{-n+1} + a_n p^{-n}} \Big|_{\div a_0}$$

$$W(p) = \frac{\frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0} p^{-1} + \dots + \frac{b_{n-1}}{a_0} p^{-n+1} + \frac{b_n}{a_0} p^{-n}}{1 + \frac{a_1}{a_0} p^{-1} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_0} p^{-n+1} + \frac{a_n}{a_0} p^{-n}};$$

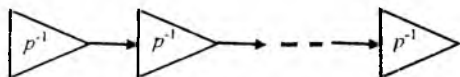
$$W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} \Rightarrow Y(p) = W(p) \cdot U(p);$$

$$Y(p) = E(p) \left(\frac{b_0}{a_0} + \frac{b_1}{a_0} p^{-1} + \dots + \frac{b_{n-1}}{a_0} p^{-n+1} + \frac{b_n}{a_0} p^{-n} \right), \text{ bu yerda } E(p) - \text{xatolik.}$$

$$E(p) = \frac{U(p)}{1 + \frac{a_1}{a_0} p^{-1} + \dots + \frac{a_{n-1}}{a_0} p^{-n+1} + \frac{a_n}{a_0} p^{-n}}.$$

$$E(p) = U(p) - E(p) \frac{a_1}{a_0} p^{-1} - \dots - E(p) \frac{a_n}{a_0} p^{-n}.$$

2. k birlik integratordan ketma-ket zanjir quramiz, bu yerda. k - o'zgartirilgan uzatish funksiyasi suratining p darajali maksimal moduli.

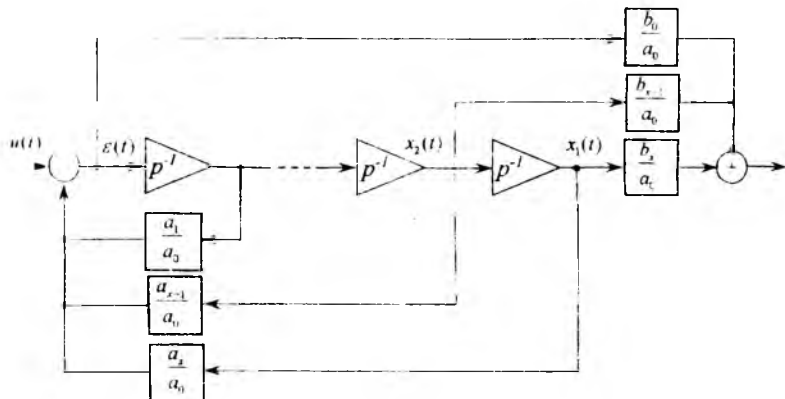


3. O'zgartirilgan uzatish funksiyasining surati to'g'ri aloqa tarmog'ini qurishga imkon beradi. Har bir (i -chi) integrator chiqishi mos ravishda koeffitsiyent ($\frac{b_i}{a_0}$)ga ko'paytiriladi, so'ngra olingan signallar

yig'iladi. Agar koeffitsiyent ($\frac{b_i}{a_0}$) = 0 bo'lsa, u holda mos ravishda

signallar qatnashmaydi. O'zgartirilgan uzatish funksiyasining qo'shiluvchi suratlari soni chiqish signalini hosil qiluvchi signallar soniga teng bo'ladi.

$\frac{b_m}{a_0}$ koeffitsiyent xatolik signaliga mos bo'ladi. Agar $m < n$ bo'lsa, u holda xatolik signaliga muvofiq koeffitsiyent nolga teng bo'ladi.



4. O'zgartirilgan uzatish funksiyasining maxraji teskari aloqa (analogik) chiziqlarini qurishga imkon beradi. (+) belgili maxraj koef-fitsiyentlari manfiy teskari aloqaga mos keladi va aksincha. Maxrajda bir bo'lishi shart, lekin u holat o'zgaruvchilari sxemalarida aks etmaydi.

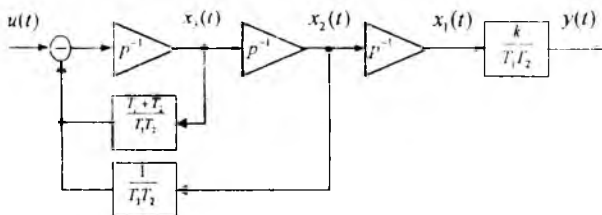
2.8-misol. Quyidagi uzatish funksiyasini ko'rib chiqamiz:

$$W(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)},$$

uni

$$W(p) = \frac{k}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2) p^2 + p} = \frac{\frac{k}{T_1 T_2} p^{-3}}{1 + \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} p^{-1} + \frac{1}{T_1 T_2} p^{-2}}$$

ga o'zgartiramiz. Berilganlar bo'yicha sxema quramiz:



Holat o'zgaruvchilarining ushbu sxemasi bo'yicha tenglamalar tizimini tuzamiz. Kengaytirilgan vektorni ko'ramiz:

$$V = \begin{bmatrix} u \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}, \text{ chiqish vektori - } Y = [y_1].$$

$u(t)$ – birlik pog‘onali funksiya bo‘lsa, u holda tenglamalar tizimi quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = 0; \\ \frac{dx_1}{dt} = x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} = x_3; \\ \frac{dx_3}{dt} = u - \frac{T_1 + T_2}{T_1 \cdot T_2} x_3 + x_2 \left(-\frac{1}{T_1 \cdot T_2} \right); \end{cases}$$

$y(t)$ uchun tenglama tuzamiz: $y(t) = \frac{k}{T_1 T_2} x_1$.

Matritsa koefitsiyentlarini aniqlaymiz: $A = \begin{bmatrix} u & x_1 & x_2 & x_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -\frac{1}{T_1 T_2} & -\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} \end{bmatrix}$.

Chiqishda matritsa: $C = \begin{bmatrix} 0 & \frac{k}{T_1 T_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$.

Ya‘ni, agar matritsali ko‘rinishda yozadigan bo‘lsak, unda quyidagi tenglamaga ega bo‘lamiz:

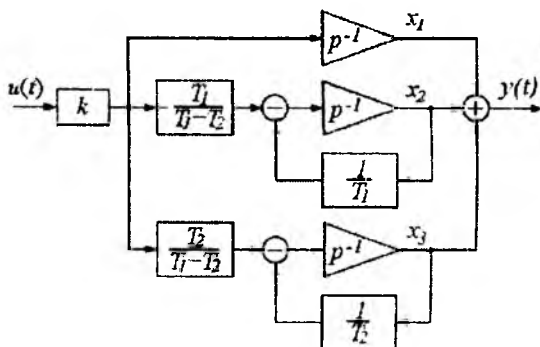
$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = A \cdot V(t), \\ Y(t) = C \cdot V(t). \end{cases}$$

Ketma-ket va parallel dasturlashtirish usuli. Ushbu holatda berilgan strukturali sxema bog‘langan zvenolar ko‘rinishida yoki oddiy zvenolar uzatish funksiyalarining ko‘paytmasi (yoki yig‘indisi) ko‘rinishida bo‘ladi. Bunda holat o‘zgaruvchilari sxemasi zvenolarning har biri (tayanch usullar) uchun holat o‘zgaruvchilari sxemasini ketma-ket qurish yo‘li bilan olinadi.

2.9-misol:

$$W(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} = k \left(p^{-1} \frac{T_1}{T_1 - T_2} \frac{p^{-1}}{1 + \frac{1}{T_1} p^{-1}} + \frac{T_2}{T_1 - T_2} \frac{p^{-1}}{1 + \frac{1}{T_2} p^{-1}} \right)$$

Holat sxemasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:



Tenglamalar tizimini tuzamiz:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = 0; \\ \frac{dx_1}{dt} = ku; \\ \frac{dx_2}{dt} = k \left(\frac{-T_1}{T_1 - T_2} \right) u - \frac{1}{T_1} x_2; \\ \frac{dx_3}{dt} = k \frac{T_2}{T_1 - T_2} u - \frac{1}{T_2} x_3; \\ y = x_1 + x_2 + x_3. \end{cases}$$

Unda A matritsa koeffitsiyentlari quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$A_n = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 \\ k \frac{-T_1}{T_1 - T_2} & 0 & -\frac{1}{T_1} & 0 \\ k \frac{T_2}{T_1 - T_2} & 0 & 0 & -\frac{1}{T_2} \end{bmatrix}.$$

Matritsa C esa quyidagiga teng: $C = [0 \ 1 \ 1 \ 1]$.

2.12. “Kirish-chiqish” va fazo holati ko‘rinishidagi ifodalarning o‘zaro aloqasi

Kirish-chiqish ko‘rinishida ifodalangan tenglama berilgan bo‘lsin

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = A^* X(t) + B^* U(t), \\ Y(t) = C^* X(t) + D^* U(t). \end{cases} \quad (2.41)$$

Boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganda $W(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$, u holda (2.41) ifodadagi birinchi tenglama quyidagicha bo‘ladi:

$$\begin{aligned} pX(p) &= A^* X(p) + B^* U(p), \\ (pI - A^*)X(p) &= B^* U(p), \\ X(p) &= (pI - A^*)^{-1} B^* U(p). \end{aligned}$$

$Y(p)$ ni o‘rniga qo‘ysak:

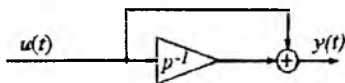
$$\begin{aligned} Y(p) &= C^* (pI - A^*)^{-1} B^* U(p) + D^* U(p), \\ \frac{Y(p)}{U(p)} &= W(p) = C^* (pI - A^*)^{-1} B^* + D^*. \end{aligned}$$

Bundan ko‘rinib turibdiki, $(pI - A^*)^{-1}$ matritsasining aniqlovchisi ($\det(pI - A^*)$) tizimning xarakteristik tenglamasi hisoblanadi, chunki

$$C^* (pI - A^*)^{-1} B^* + D^* = \frac{C^* \cdot \text{bog} \cdot B^*}{\det(pI - A^*)} + D^*.$$

2.10-misol.

Agar holat o'zgaruvchilari sxemasi quyidagi ko'rinishda bo'lsa, uzatish funksiyasini oling:



$$A^*=[0], B^*=[1], \quad C^*=[1], \quad D^*=[1],$$

$$W(p) = C^* \cdot (pI - A^*)^{-1} \cdot B^* + D^* = \frac{[1] \cdot [1] \cdot [1]}{p} + [1] = \frac{1}{p} + 1 = \frac{p+1}{p}.$$

2.13. O'tish matritsasi. O'tish matritsasini olishning analitik ko'rinishi

ABT ifodasi berilgan bo'lsin:

$$\begin{cases} \frac{dV(t)}{dt} = A \cdot V(t), \\ Y(t) = C \cdot V(t). \end{cases} \quad (2.42)$$

Ushbu tenglamalar tizimining yechimini topish kerak.

Ushbu tizimni yechish uchun (2.42) tenglamadagi birinchi tenglamaga Laplas to'g'ri almashtirishini qo'llaymiz, boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lmisligini ham hisobga olgan holda (tadqiq qilayotganda biz odatda boshlang'ich shartlar nolga teng deb hisoblaymiz, aslida esa boshqacha bo'lishi ham mumkin):

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} &= A \cdot V(t), \\ pV(p) - V(0) &= A \cdot V(p) \rightarrow pV(p) - A \cdot V(p) = V(0). \end{aligned}$$

Guruhlashtiramiz:

$$(pI - A) \cdot V(p) = V(0), \quad (2.43)$$

bu yerda, $(pI - A)$ kvadrat matritsa; I – birlik matritsa.

(2.43) tenglamaning chap tarafini $(pI - A)$ ning teskari matritsasiga ko'paytiramiz:

$$V(p) = (pI - A)^{-1} V(0),$$

$$V(p) = \Phi(p)V(0),$$

$\Phi(p)$ – o'tish matritsasining tasviri.

Laplas teskari almashtirishini qo'llab, quyidagini olamiz:

$$V(t) = L^{-1} \left\{ \underbrace{(pI - A)^{-1}}_{\Phi(p)} \right\} V(0).$$

Shunday qilib, tenglama yechimi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$V(t) = \Phi(t)V(0),$$

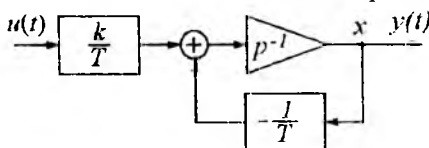
bu yerda, $\Phi(t)$ – o'tish (kengaytirilgan) matritsasi, $\Phi(t) = L^{-1} \left\{ (pI - A)^{-1} \right\}$.

Ushbu tenglamani tahlil qilib, agar boshlang'ich shartlar ma'lum bo'lsa (ular odatda ma'lum), u holda tizim o'zini tutishini, ixtiyoriy t vaqtda o'zgaruvchilar qiymati to'g'risida hammasini bilish uchun o'tish matritsasini topish kerak bo'ladi.

Bu matritsani uch usulda olish mumkin, birinchisi – analitik – biz yuqorida ko'rib chiqqan – $\Phi(t) = L^{-1} \left\{ (pI - A)^{-1} \right\}$ ni aniqlashda matritsani olish algoritmi.

2.11-misol:

Aperiodik zvenoni ko'rib chiqamiz – $W(p) = \frac{k}{p+1}$.



$$T=1, \begin{cases} \frac{du}{dt} = 0; \\ \frac{dx}{dt} = ku - x; \end{cases} \quad A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k & -1 \end{bmatrix}$$

$\Phi(t)$ ni topamiz:

$$pI = \begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix}; \quad (pI - A) = \begin{bmatrix} p & 0 \\ -k & p+1 \end{bmatrix}; \quad \Delta = p(p+1); \quad (pI - A)^{-1} = \begin{bmatrix} p & -k \\ 0 & p+1 \end{bmatrix};$$

$$[pI - A]_{\text{qo'shishi}} = \begin{bmatrix} p+1 & 0 \\ k & p \end{bmatrix}, \quad \{pI - A\}^{-1} = \frac{1}{p(p+1)} \begin{bmatrix} p+1 & 0 \\ k & p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{p} & 0 \\ \frac{k}{p(p+1)} & \frac{1}{p+1} \end{bmatrix}.$$

$$\Phi(t) = L^{-1}\{[pI - A]^{-1}\} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ k(1 - e^{-t}) & e^{-t} \end{bmatrix} - \text{Laplas jadvali bo'yicha qiymatlar.}$$

2.14. Holat o'zgaruvchilari sxemasi bo'yicha o'tish matritsalarini tasvirini olish

O'tish matritsasi quyidagi ko'rinishda desak

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & \dots & f_{1,n-1} & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & & f_{2,n-1} & f_{2n} \\ \vdots & & \ddots & & \\ f_{i-1,1} & & & f_{i-1,n-1} & f_{i-1,n} \\ f_{n1} & f_{n2} & \dots & f_{n,n-1} & f_{nn} \end{bmatrix} \quad V(t) = \Phi(t) \cdot V(0).$$

umumlashgan vektorning i -chi tashkil etuvchisini quyidagicha yozish mumkin:

$$v_i(t) = f_{i1}v_1(0) + f_{i2}v_2(0) + \dots + f_{in}v_n(0).$$

Ushbu tenglamada $\begin{matrix} v_i(0) = 1 \\ v_k(0) = 0 \end{matrix}$ bo'lishi mumkin;

Agar boshlang'ich shartlar $v_i(0) = 1$ bo'lsa, u holda bu integratorning j chi kirishiga birlik impuls berilganligini bildiradi (delta funksiyaning integrali birlik funksiyani beradi) va unda umumlashgan vektorning i chi tashkil etuvchisini tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$v_i(t) = f_{ij}.$$

ya'ni integratorning mos i chi kirishlari birlik impulsga reaksiyasi hisoblanadi va bu reaksiya $\Phi(t)$ o'tish matritsasining f_{ij} elementi hisoblanadi.

$F(t)$ o'tish matritsasining f_{ij} elementi boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda j -chi o'zgaruvchiga birlik impuls berilgan i -chi reaksiya kabi holat o'zgaruvchilar sxemasi bo'yicha aniqlanadi. Birlik impulsga reaksiya – bu vazn - $\omega(t)$ funksiyasini aniqlaydi.

Vazn funksiyasi va uzatish funksiyalarini orasidagi aloqani hisobga olgan holda j -chi integratorning kirishi va i -chi integratorning chiqishlari

orasidagi uzatish funksiyasini o'zida aks ettirgan $\Phi(t)$ o'tish matritsasining $f(p)_{ij}$ elementlaridan olamiz.

Holat o'zgaruvchilari sxemasi bo'yicha $\Phi(p)$ matritsani olish algoritmi quyidagicha:

1) Tizim kirishiga birlik pog'onali signal berilishini hisobga olgan holda tizim kirishiga qo'shimcha integratorni chizib olamiz.

2) Holat o'zgaruvchilari sxemasi bo'yicha $V(t)$ umumlashgan vektorda o'zgaruvchilarni tartiblaymiz.

3) Mos ravishda tanlangan tartib bilan chiqish integratorlarini nomerlaymiz.

4) Meyson formulasidan foydalanib, $\Phi(p)$ matritsa elementlarini olamiz.

5) Matritsa elementlarini olishda integrator ko'rsatkichi yo'nalishida, ya'ni chapdan o'ngga faqat asosiy kalan bo'yicha axborotlar uzatish qobiliyati kabi aniqlanadigan tizimning *detektirlik* xossasini hisobga olamiz.

Qatorga yoyish orqali o'tish matritsasini olish quyidagicha:

Buning uchun (2.41) differensial tenglamaning yechimi aniqlanadi.

$$V(t) = e^{At}V(0),$$

$$\Phi(t) = e^{At} \approx \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(At)^i}{i!} = I + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(At)^i}{i!}.$$

Hozirgi vaqtgacha hisoblash: $\left| \frac{(At)^{s-1}}{(s-1)!} - \frac{(At)^s}{s!} \right| \leq \varepsilon.$

O'tish matritsasini olishning bunday usuli kompyuterda oson amalga oshiriladi va shuning uchun hozirgi vaqtgacha ko'p foydalaniladi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Statik va dinamik modellarni tushuntiring.
2. Chiziqlantirish deb nimaga aytiladi va qanday usullari mavjud?
3. Avtomatik boshqarish tizimlarida foydalanadigan qanday asosiy (tipik) kirish signallarini bilasiz?
4. O'tkinchi xarakteristika deb nimaga aytiladi?
5. Impulsli signal (funksiya) ni tushuntiring.
6. Impulsli o'tkinchi xarakteristika yoki vazn funksiyasi deb nimaga aytiladi va u qanday belgilanadi?
7. Garmonik signal (funksiya) to'g'risida tushuncha bering.

8. Laplas almashtirishi deb nimaga aytiladi va uning qanday xossalari mavjud?
9. Uzatish funksiyasi deb nimaga aytiladi?
10. Uzatish funksiyasining nollari va qutblarini tushuntirib bering va ularga misollar keltiring.
11. Avtomatik boshqarish tizimlarining vaqt xarakteristikalariga nimalar kiradi?
12. Avtomatik boshqarish tizimlarining qanday chastotaviy xarakteristikalarini bilasiz?
13. Logarifmik amplituda va faza chastotaviy xarakteristikalarni tushuntirib bering hamda ular qanday masshtabda quriladi?
14. Tipik dinamik zvenolar deb nimaga aytiladi va ularga qanday zvenolar kiradi?
15. Birinchi tartibli inersial (aperiodik) zvenoga misollar keltiring va differensial tenglamasi, uzatish funksiyasi hamda chastotaviy xarakteristikalarini tushuntirib bering.
16. Integrallovchi va differensiallovchi zvenolarning vaqt va chastotaviy xarakteristikalarini quring.
17. Tebranuvchi zvenoning dempfilash (so'nish, tebranishni kamaytirish) koeffitsiyentini tushuntiring.
18. Tebranuvchi zvenoning xususiy chastotasi deganda nimani tushunasiz?
19. Tebranuvchi zvenoning doimiy vaqti bilan xususiy chastotasi qanday bog'langan?
20. Kechikuvchi zvenoning vaqt va chastotaviy xarakteristikalarini tushuntiring.
21. Strukturali sxema deb nimaga aytiladi.
22. Ketma-ket va parallel ulangan zvenolarning umumiy uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?
23. Zvenolar teskari bog'lanish zanjiri orqali ulanganda uzatish funksiyasi qanday topiladi?
24. Tugun va summatorni elementlararo ko'chirish qoidasini tushuntiring.
25. Fazoviy holatda modelni tushuntiring?
26. «Nol – qutb» ko'rinishidagi modelni tushuntiring?
27. Ko'p o'lchamli elementlarni vektor-matritsa shaklida qanday ifodalanadi?
28. Istalgan ko'p o'lchamli element uzatish xossasining matematik ifodasini qanday ko'rinishlarda ifodalash mumkin?

29. Holat o'zgaruvchilari sxemalari qanday quriladi va qanaqa usullari mavjud?
30. Holat o'zgaruvchilari sxemalarini bazali usulda qurish algoritmini tushuntiring.
31. «Kirish-chiqish» va fazo holati usuli ifodalarining o'zaro aloqasi.
32. O'tish matritsasi va uni olishning analitik uslubini tushuntiring.
33. Holat o'zgaruvchilari sxemasi bo'yicha matritsani olish algoritmi qanday amalga oshiriladi?
34. Qatorga yoyish orqali o'tish matritsasi qanday olinadi?

III bob. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING TURG'UNLIGI

3.1. Turg'unlik to'g'risida tushuncha

ABTlarni ishlash qobiliyatiga qo'yilgan talab, ularning turli xil tashqi qo'zg'atuvchi ta'siriga nosezgir bo'lishidir.

Agarda tizim turg'un bo'lsa, unda u tashqi qo'zg'atuvchi ta'sirlarga bardosh bera oladi va o'zining muvozanat holatidan chiqarilganda yana ma'lum aniqlikda dastlabki holatiga qaytib keladi. Agarda tizim noturg'un bo'lsa, unda u tashqi qo'zg'atuvchi ta'sir natijasida muvozanat holati atrofida cheksiz katta amplitudaga ega bo'lgan tebranishlar hosil qiladi yoki muvozanat holatidan cheksiz uzoqlashadi.

Agarda har qanday cheklangan kirish kattaligining absolyut qiymatida chiqish kattaligi ham cheklangan qiymatga ega bo'lsa, bunday tizim *turg'un* deb yuritiladi (3.1a-rasm).

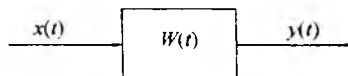


3.1-rasm. a - turg'un holat; b - noturg'un holat, d - neytral holat.

3.2. Chiziqli avtomatik boshqarish tizimining turg'unlik sharoitlari. A.M.Lyapunov teoremasi

Tizimning turg'unligini tahlil qilishda A.M.Lyapunov tomonidan yaratilgan usullarga asoslanadi. Chiziqli yoki chiziqlantirilgan tizim uchun turg'unlikning zarur va yetarli sharti sifatida birinchi yaqinlashish tenglamasi uchun tuzilgan xarakteristik tenglama ildizlari (qutblari) ning haqiqiy qismini manfiy ishorasi xizmat qiladi.

Kirish kattaligi $x(t)$ va chiqish kattaligi $y(t)$ bo'lgan tizimni ko'rib chiqamiz (3.2-rasm).



3.2-rasm.

Tizimning differensial tenglamasini umumiy ko‘rinishda quyidagicha yozish mumkin:

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y(t) = b_0 \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x(t). \quad (3.1)$$

Tizimning turg‘un yoki noturg‘unligini ko‘rish uchun (3.1) tenglamaning yechimini aniqlash kerak bo‘ladi.

$$y(t) = y_e(t) + y_n(t), \quad (3.2)$$

bu yerda $y_n(t)$ – (3.1) tenglamaning xususiy yechimi bo‘lib (majburiy tashkil etuvchi), tizimda muvozanat rejimini ifodalaydi; $y_e(t)$ – (3.1) tenglamaning o‘ng tomoni nolga teng bo‘lgandagi umumiy yechimi bo‘lib (erkin tashkil etuvchisi), u tenglamaning o‘tkinchi rejimini ifodalaydi.

$$t \rightarrow \infty \text{ bo‘lganda } y_e(t) \rightarrow 0 \quad (3.3)$$

bo‘lishi tizimning turg‘unligini ifodalaydi.

Agar (3.3) shart bajarilsa, unda tizim turg‘un bo‘ladi. (3.1) tenglamaning o‘tkinchi (erkin) tashkil etuvchisi $y_e(t)$

$$a_0 \frac{d^n y_e(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y_e(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y_e(t) = 0, \quad (3.4)$$

tenglamaning yechimini ifodalaydi.

Bu tenglamadan ko‘rinib turibdiki, uning yechimi (3.1) tenglamaning o‘ng tomonidagi b koeffitsiyentga va $x(t)$ funksiyaning o‘zgarish xarakteriga bog‘liq emas ekan. (3.3) shartga ko‘ra, tizimning turg‘unligi yoki noturg‘unligi koeffitsiyentlar b_i va kirish kattaligi $x(t)$ funksiyaga bog‘liq emas ekan.

Demak, tizimning turg‘unligi uning ichki xususiyati bo‘lib, unga ta’sir etuvchi signallarga bog‘liq emas.

(3.4) tenglamaning yechimini aniqlash uchun xarakteristik tenglamani olamiz:

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (3.5)$$

bu yerda $p_1, p_2, \dots, p_n - (3.5)$ xarakteristik tenglamaning ildizlari bo'lib, ular har xil bo'lsin, unda (3.4) tenglamaning yechimini quyidagi ko'rinishda ko'rsatish mumkin:

$$y_e(t) = \sum_{i=1}^n c_i e^{p_i t}, \quad (3.6)$$

bu yerda, $c_i -$ tizimga qo'yilgan boshlang'ich shartlar bo'yicha aniqlanadigan ixtiyoriy o'zgarmas son.

Shunday qilib, chiziqli tizimning turg'unligini xarakteristik tenglamaning ildizlari aniqlar ekan. Ildizlar esa haqiqiy, kompleks va mavhum bo'lishi mumkin.

Chiziqli tizim uzatish funksiyasi $W(p)$ ning barcha qutblari haqiqiy qismining manfiy ishoraga ega bo'lishi uning turg'un bo'lishining zarur va yetarli sharti hisoblanadi.

Uzatish funksiyasining maxrajidagi polinom ildizlarini uzatish funksiyasining qutblari, suratidagi polinom ildizlarini esa uzatish funksiyasining nollari deyiladi.

Ochiq tizim uchun

$$W(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}. \quad (3.7)$$

Ochiq tizim uzatish funksiyasining xarakteristik tenglamasi $Q(p)=0$ ning ildizlari haqiqiy qismining manfiy bo'lishi ochiq tizimning turg'un bo'lishining yetarli va zaruriy shartidir.

Berk tizim uchun

$$\phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{\frac{P(p)}{Q(p)}}{1+\frac{P(p)}{Q(p)}} = \frac{P(p)}{Q(p)+P(p)} = \frac{B(p)}{A(p)}, \quad (3.8)$$

$A(p) = 1+W(p) = 0 -$ berk tizimning xarakteristik tenglamasi.

Berk tizim xarakteristik tenglamasi $A(p)=0$ ildizlari haqiqiy qismining manfiy bo'lishi uning turg'un bo'lishining yetarli va zaruriy shartidir.

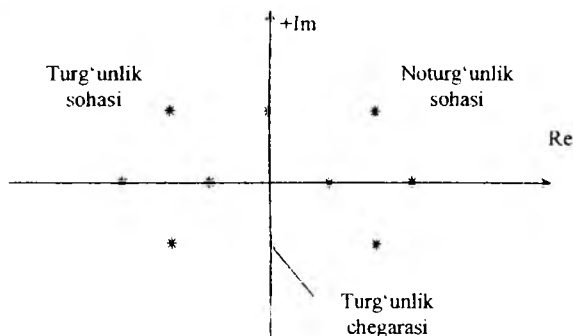
Turg'unlikning bu sharti A.M.Lyapunov tomonidan nochiziqli tizimlarning chiziqlantirilgan tenglamalari uchun isbotlandi va qo'llanildi. Quyida bu teoremani isbotsiz keltiramiz:

1-teorema: Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi barcha ildizlarining haqiqiy qismi manfiy bo'lsa, unda real tizim ham turg'un bo'ladi, ya'ni juda kichik nochiziqli hadlari tizimning turg'unlik holatiga ta'sir ko'rsata olmaydi (3.3-rasm).

2-teorema: Agarda chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasining birorta ildizi musbat haqiqiy qismga ega bo'lsa, unda real tizim noturg'un bo'ladi, ya'ni juda kichik nochiziqli hadlari tizimni turg'un eta olmaydi (3.3-rasm).

3-teorema: Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglomasining ildizlari mavhum yoki nolga teng bo'lsa, unda real tizim turg'unlik chegarasida bo'ladi, bunda juda kichik nochiziqli hadlar o'tkinchi jarayon ko'rinishini tubdan o'zgartirib yuborishi hamda real tizimni turg'un yoki noturg'un holatga keltirishi mumkin (3.3-rasm).

Shunday qilib, tizim turg'unligini tadqiq etish uning xarakteristik tenglamasi ildizlarining ishorasini aniqlashdan, ya'ni xarakteristik tenglama ildizlarini kompleks tekisligida mavhum o'qqa nisbatan qanday joylashganligini aniqlashdan iborat ekan.



3.3-rasm. Xarakteristik tenglama ildizlarining kompleks tekisligida joylashishi.

Yuqori darajadagi tenglamalarning ildizlari uchun umumiy ifodalarni xarakteristik tenglama koeffitsiyentlari bo'yicha yozish umuman mumkin emas. Shuning uchun ildizlarni hisoblamasdan tizim turg'unligini aniqlashga imkon beradigan qoidalar muhimdir. Ushbu qoidalar *turg'unlik mezonlari* deb ataladi. Turg'unlik mezonlari yordamida nafaqat tizimning turg'unligini o'rnatish yoki yo'q, balkim tizimda u yoki bu parametr va strukturaviy o'zgarishlar turg'unlukka qanday ta'sir etayotganligini aniqlash mumkin.

Turg'unlik mezonlarini algebraik va chastotaviy mezonlarga bo'lish mumkin. Matematik nuqtayi nazardan barcha mezonlar ekvivalent, biroq aniq masalani yechishda, turg'unlikni tadqiq etishning eng sodda yo'lini

amalga oshirishga imkon beruvchi u yoki bu turg'unlik mezonlarini tanlash maqsadga muvofiqdir.

3.3. Turg'unlikning algebraik mezonlari. Raus turg'unlik mezonlari

Tizimning turg'unligi xarakteristik tenglamalarning ildizlarini hisobga olmasdan turib aniqlaydigan qoidalarga algebraik mezonlar deyiladi. Turg'unlikning algebraik mezonlari xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlari orqali tizimning turg'unligi haqida fikr yuritish imkonini beradi. Turg'unlikning algebraik mezonidan Raus va Gurvis mezonlari eng ko'p qo'llaniladi. Xarakteristik tenglama quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (3.9)$$

Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlarini musbat bo'lishi tizimning turg'un bo'lishi uchun zaruriy shartdir

$$a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_n > 0. \quad (3.10)$$

Raus va Gurvis mezonlari matematik jihatdan ekvivalentdir.

Rausning turg'unlik mezonlari 1877-yil ingliz matematigi E.Raus tomonidan taklif qilingan. Bu mezonni quyidagi jadval orqali tushuntirish mumkin.

3.1-jadval

r_i koef-ti	i qator	Ustun			
		1	2	3	4
—	1	$c_{11}=a_0$	$c_{21}=a_2$	$c_{31}=a_4$
—	2	$c_{12}=a_1$	$c_{22}=a_3$	$c_{32}=a_5$
$r_3 = \frac{c_{11}}{c_{12}}$	3	$c_{13}=c_{21}-r_3 c_{22}$	$c_{23}=c_{31}-r_3 c_{32}$	$c_{33}=c_{41}-r_3 c_{42}$
$r_4 = \frac{c_{12}}{c_{13}}$	4	$c_{14}=c_{22}-r_4 c_{23}$	$c_{24}=c_{32}-r_4 c_{33}$	$c_{34}=c_{42}-r_4 c_{43}$
$r_5 = \frac{c_{11}}{c_{14}}$	5	$c_{15}=c_{21}-r_5 c_{24}$	$c_{25}=c_{31}-r_5 c_{34}$	$c_{35}=c_{41}-r_5 c_{44}$
.....
$r_i = \frac{c_{1,i-2}}{c_{1,i-1}}$	i	$c_{1,i}=c_{2,i-2}-r_i c_{2,i-1}$	$c_{2,i}=c_{3,i-2}-r_i c_{3,i-1}$	$c_{3,i}=c_{4,i-2}-r_i c_{4,i-1}$

3.1-jadvalning birinchi qatoriga xarakteristik tenglama koeffitsiyentlari indeksli oshib borish tartibida juft indeksli $a_0, a_2, a_4, a_6, \dots$, ikkinchi qatoriga esa toq indeksli $a_1, a_3, a_5, a_7, \dots$ koeffitsiyentlar joylashtiriladi.

Jadvalning qolgan har bir koeffitsiyentlari quyidagicha topiladi:

$$c_{k,i} = c_{k+1,i-2} - r_i c_{k+1,i-1}, \quad (3.11)$$

bu yerda

$$r_i = c_{i,i-2}/c_{i,i-1}. \quad (3.12)$$

(3.11) va (3.12) tenglamalarda k – indeks jadvaldagi ustunni nomerini i – indeks esa qator nomerini bildiradi.

Raus jadvalini qatorlar soni xarakteristik tenglamasi darajasi $n+1$ ga teng.

Raus jadvalini to'ldirgandan so'ng u tizim turg'un yoki noturg'unligini aniqlash mumkin. Raus turg'unlik mezonini quyidagicha ifodalanadi: ABT turg'un bo'lishi uchun Raus jadvalining birinchi ustuni koeffitsiyentlari bir xil ishorali bo'lishi, ya'ni $c_{i,n+1} > 0$ bo'lganda

$$c_{11} = a_0 > 0; c_{12} = a_1 > 0; \dots; c_{i,n+1} > 0, \quad (3.13)$$

shart yetarlidir.

Agar birinchi ustun koeffitsiyentlarining hammasi musbat bo'lmasa, tizim noturg'un bo'ladi hamda xarakteristik tenglamaning o'ng ildizlar soni Raus jadvali birinchi ustunidagi ishoralar o'zgarish soniga teng. Xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining son qiymati berilgan bo'lsa. Raus mezonidan foydalanish juda oson.

3.1-misol. Xarakteristik polinomi

$$D(p) = 0,104p^7 + 0,33p^6 + 5,5p^5 + 15,5p^4 + 25p^3 + 25p^2 + 19,7p + 9,5$$

bo'lgan tizimning Raus mezonini bo'yicha turg'unligini baholang.

Yechish: Raus mezonini bo'yicha hisoblashda 3.2-jadval ko'rinishida ifodalash qulaydir.

3.2-jadval

Parametrlar	$c_{11}=a_0$	$c_{21}=a_2$	$c_{31}=a_4$	$c_{41}=a_6$
	$c_{12}=a_1$	$c_{22}=a_3$	$c_{32}=a_5$	$c_{42}=a_7$
$r_1 = c_{11}/c_{12}$	$c_{13}=c_{21}-r_1c_{22}$	$c_{23}=c_{31}-r_1c_{32}$	$c_{33}=c_{41}-r_1c_{42}$	$c_{43}=0$
$r_2 = c_{12}/c_{13}$	$c_{14}=c_{22}-r_2c_{23}$	$c_{24}=c_{32}-r_2c_{33}$	$c_{34}=c_{42}-r_2c_{43}$	$c_{44}=0$
$r_3 = c_{13}/c_{14}$	$c_{15}=c_{23}-r_3c_{24}$	$c_{25}=c_{33}-r_3c_{34}$	$c_{35}=c_{43}-r_3c_{44}$	$c_{45}=0$
...

Berilgan tizim uchun Raus jadvali 3.3-jadval ko'rinishiga ega bo'ladi

$$D(p) = 0,104 p^7 + 0,33 p^6 + 5,5 p^5 + 15,5 p^4 + 25 p^3 + 25 p^2 + 19,7 p + 9,5$$

3.3-jadval

Parametrlar	$c_{11}=a_0=0,104$	$c_{21}=a_2=5,5$	$c_{31}=a_4=25$	$c_{41}=a_6=19,7$
	$c_{12}=a_1=0,33$	$c_{22}=a_3=15,5$	$c_{32}=a_5=25$	$c_{42}=a_7=9,5$
$r_1=0,315$	$c_{13}=0,6$	$c_{23}=17,1$	$c_{33}=16,7$	$c_{43}=0$
$r_2=0,55$	$c_{14}=6,0$	$c_{24}=15,8$	$c_{34}=9,5$	$c_{44}=0$
$r_3=0,1$	$c_{15}=15,52$	$c_{25}=15,75$	$c_{35}=0$	$c_{45}=0$
$r_4=0,386$	$c_{16}=9,7$	$c_{26}=9,5$	$c_{36}=0$	$c_{46}=0$
$r_5=1,6$	$c_{17}=0,55$	$c_{27}=0$	$c_{37}=0$	$c_{47}=0$
$r_6=0$	$c_{18}=9,5$	$c_{28}=0$	$c_{38}=0$	$c_{48}=0$

To'ldirilgan Raus jadvalining (3.3-jadval) birinchi ustun koeffitsiyentlari musbat bo'lgani uchun tizim turg'undir.

3.4. Gurvis turg'unlik mezon

Bu mezon 1895-yilda nemis matematigi Gurvis tomonidan taklif qilingan.

Xarakteristik tenglama quyidagi ko'rinishda berilgan bo'lsin:

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + a_2 p^{n-2} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0. \quad (3.14)$$

Gurvis turg'unlik mezoniga muvofiq xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlaridan Gurvisning bosh aniqlovchisi tuziladi. Bunda $a_0 > 0$ bo'lib, aniqlovchilarni quyidagi qoidalarga asosan hisoblash kerak:

1) koeffitsiyentlarni bosh diagonal bo'yicha « a_1 » dan to « a_n » gacha o'sish tartibi bilan yozib chiqiladi;

2) bosh diagonalga nisbatan qatorlarning pastga tomon indeksleri kamayuvchi, yuqoriga tomon indeksleri o'sib boruvchi koeffitsiyentlar bilan to'ldiriladi;

3) indeksleri noldan kichik hamda « n » dan katta bo'lgan koeffitsiyentlar o'rniga nollar yoziladi;

4) Gurvis aniqlovchisining yuqori tartibi xarakteristik tenglamaning darajasiga teng bo'ladi;

5) Gurvis aniqlovchisining oxirgi tartibi $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$ ga tengdir.

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & a_7 & \dots & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_n \end{vmatrix} \quad (3.15)$$

Gurvis mezonining ta'rif:

Agarda $a_0 > 0$ bo'lib, Gurvisning hamma aniqlovchilari noldan katta bo'lsa, u holda tizim turg'un bo'ladi, ya'ni $a_0 > 0$ bo'lganda $\Delta_1 > 0$; $\Delta_2 > 0$; $\Delta_3 > 0 \dots \Delta_n > 0$ bo'lishi kerak. $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1}$ bo'lishi Gurvis aniqlovchisining tuzilish strukturasi kelib chiqadi. Shunga ko'ra, agar $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1} = 0$ bo'lsa, tizim turg'unlik chegarasida bo'ladi. Bu tenglik esa ikki holda, ya'ni $a_n = 0$ yoki $\Delta_{n-1} = 0$ bo'lganda bajarilishi mumkin.

Agarda $a_n = 0$ bo'lsa, unda tekshirilayotgan tizim turg'unlik holatining aperiodik chegarasida bo'ladi (ya'ni xarakteristik tenglamaning bitta ildizi nolga teng bo'ladi).

Agarda $\Delta_{n-1} = 0$ bo'lsa, unda tekshirilayotgan tizim turg'unlik holatining tebranma chegarasida bo'ladi (ya'ni xarakteristik tenglama juft mavhum ildizga ega bo'ladi).

Endi tartibi $n=1,2,3,4$ ga teng bo'lgan xarakteristik tenglamalar bilan ifodalangan tizimlar uchun Gurvis mezonining shartlarini ko'rib chiqamiz.

a) $n=1, \quad a_0 p + a_1 = 0.$

Bunda $a_0 > 0$; $a_1 > 0$ turg'unlik sharti bo'ladi. Demak, birinchi tartibli tizimlar turg'un bo'lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo'lishi yetarlidir.

b) $n=2, \quad a_0 p^2 + a_1 p + a_2 = 0.$

Bunda turg'unlik shartlari quyidagicha bo'ladi:

$$a_0=0; a_1 > 0; a_2 > 0.$$

Demak, ikkinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizimlarning turg'un bo'lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo'lishi yetarli shart hisoblanadi.

$$d) n = 3, a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0$$

Turg'unlikning zaruriy shartlari:

$$a_0=0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

Shunday qilib, uchinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizim turg'un bo'lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo'lishi yetarli bo'lmay, bunda $(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0$ tengsizlikning bajarilishi zarur shart hisoblanadi.

$$e) n = 4, a_0 p^4 + a_1 p^3 + a_2 p^2 + a_3 p + a_4 = 0$$

Turg'unlik shartlari:

$$a_0=0; a_1 > 0; a_2 > 0; a_3 > 0; a_4 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0.$$

$$a_0 > 0; \Delta_1 = a_1 > 0; \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 a_2 a_3 + 0 + 0 - 0 - a_0 a_3^2 - a_1^2 a_4 = a_3 (a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0.$$

To'rtinchi tartibli tenglama bilan ifodalangan tizimlar turg'un bo'lishi uchun xarakteristik tenglama koeffitsiyentlarining musbat bo'lishidan tashqari yana ikki $(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0$, $a_1 (a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 > 0$ shartlar bajarilishi kerak.

Xarakteristik tenglamaning darajasi «n» ortgan sari yuqoridagi kabi bajarilishi kerak bo'lgan shartlar ham ko'payib boradi. Shuning uchun turg'unlikning Gurvis mezonining $n \leq 4$ bo'lgan tizimlar uchun qo'llash maqsadga muvofiq bo'ladi.

3.2-misol. Tizimni xarakteristik tenglamasi $12p^3 + 10p^2 + 8p + 10 = 0$ bo'lsa, Gurvis mezoni bo'yicha turg'unlikka tekshiring.

Yechish:

Bu yerda $a_0=12>0$, $a_2=8>0$,
 $a_3=10>0$, $a_3=10>0$.

Demak, Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilgan. Endi zaruriy shartini aniqlaymiz. Buning uchun Δ_2 ni aniqlaymiz

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ a_0 & a_3 \end{vmatrix} = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 10 \cdot 8 - 12 \cdot 10 = -40 < 0.$$

Noldan kichik bo'lganligi sababli tizim noturg'un bo'ladi.

3.3-misol. Tizimni xarakteristik $0,1p^3 + 6p^2 + 4p^2 + p + 4 = 0$ tenglamasi bo'lsa, Gurvis mezonini bo'yicha turg'unlikka tekshiring.

Yechish:

Bu yerda $a_0=0,1>0$, $a_1=6>0$, $a_2=4>0$,
 $a_3=1>0$, $a_4=4>0$.

Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilgan. Endi zarur shartini aniqlaymiz. Buning uchun Δ_2 va Δ_3 larni aniqlaymiz:

$$\Delta_2 = a_1 a_2 - a_0 a_3 = 6 \cdot 4 - 0,1 \cdot 1 = 23,9 > 0;$$

$$\Delta_3 = a_3(a_1 a_2 - a_0 a_3) - a_1^2 a_4 = 1 \cdot 23,9 - 6^2 \cdot 4 = 23,9 - 144 = -120,1 < 0.$$

Gurvis mezonining zaruriy sharti bajarilmaganli sababli tizim noturg'un.

3.4-misol. Tizimni xarakteristik $3p^5 + 10p^4 + 5p^3 - 7p^2 + p + 100 = 0$ tenglamasi bo'lsa, Gurvis mezonini bo'yicha turg'unlikka tekshiring.

Yechish:

Bu yerda $a_0 = 3 > 0$, $a_1 = 10 > 0$, $a_2 = 5 > 0$,
 $a_3 = -7 < 0$, $a_4 = 1 > 0$, $a_5 = 100 > 0$.

$a_3 = -7$ manfiy ishorali bo'lganligi sababli Gurvis mezonining yetarli sharti bajarilmayapti. Shuning uchun berilgan tizim noturg'un.

3.5. Lenar-Shipar turg'unlik mezonini

Bu mezon 1919-yil P.Lenar va R.Shipar tomonidan taklif qilingan. Xarakteristik tenglama berilgan bo'lsin

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (3.16)$$

bu xarakteristik tenglamada n ning qiymatlari katta bo'lganda Gurvis mezonining o'rniga Lenar-Shiparning turg'unlik mezonini qo'llash ancha qulaydir.

Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlari musbat bo'lganda $\Delta_1, \Delta_3, \dots$ toq indeksli aniqlovchilar musbat ekanligi va Gurvisning $\Delta_2, \Delta_4, \dots$ juft indeksli aniqlovchilari ham musbat va aksincha ekanligi isbotlangan.

Shuning uchun turg'unlikning zarur sharti bajarilgan holda, ya'ni xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlari musbat bo'lganda turg'unlik sharti Gurvis koeffitsiyentlari orasida

$$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4, \Delta_5$$

hamma juft indeksli yoki hamma toq indeksli aniqlovchilar musbat bo'lishi zarur va yetarlidir.

Tizim turg'un bo'lishi uchun quyidagi tengsizlik bajarilishi zarur va yetarlidir:

$$a_0 > 0, a_1 > 0, \dots, a_n > 0,$$

$$\Delta_1 > 0, \Delta_3 > 0, \Delta_5 > 0 \text{ yoki } \Delta_2 > 0, \Delta_4 > 0, \Delta_6 > 0$$

bo'lganda

$$\Delta_0 > 0, \Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \dots, \Delta_n > 0.$$

Turg'unlikning Gurvis mezoniga nisbatan Lenar-Shipar mezonida kamroq sonli aniqlovchilar topiladi.

3.6. Turg'unlikning chastotaviy mezonlari.

Argumentlar prinsipi

Turg'unlikning chastotaviy mezonlari avtomatik tizimlarning chastotaviy xarakteristikalari ko'rinishiga qarab ularning turg'unlik holatlarini tekshirish imkonini beradi.

Turg'unlikning chastotaviy mezonlari grafoanalitik mezon bo'lib, tizimlarning turg'unligini tekshirishda juda keng qo'llaniladi. Chunki bu mezonlar yordamida xarakteristik tenglamasini tartibi yuqori bo'lgan avtomatik tizimlarning turg'unlik holatini tekshirish ancha oson hamda ular sodda geometrik tasvirga egadir.

Turg'unlikning chastotaviy mezonlari asosida kompleks o'zgaruvchi funksiya nazariyasidan ma'lum bo'lgan argumentlar prinsipi yotadi.

Quyida argumentlar prinsipining qisqacha bayonini keltiramiz.

«n» – darajali polinom berilgan bo'lsin

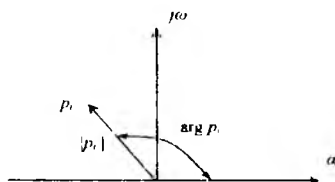
$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (3.17)$$

Bu polinomni Bezu teoremasiga asosan quyidagicha ifodalash mumkin:

$$D(p) = a_0 (p - p_1)(p - p_2)(p - p_3) \dots (p - p_n), \quad (3.18)$$

bu yerda, $p_1, p_2, \dots, p_n - D(p)=0$ xarakteristik tenglamaning ildizlari.

«p» kompleks tekisligida har qaysi ildizni koordinata o'qi boshidan «p» nuqtagacha o'tkazilgan vektor orqali ifodalash mumkin (3.4-rasm).

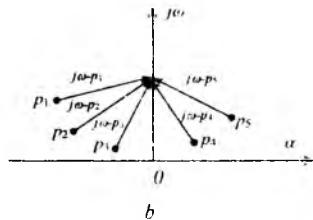
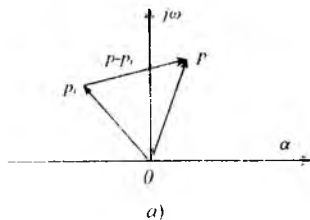


3.4-rasm.

Bu vektorning uzunligi kompleks sonning $p_i = \alpha + j\omega$, ning moduli $|p_i|$ ga shu vektorning musbat haqiqiy o'q bilan hosil qilgan burchagi esa p_i kompleks sonining argumentiga yoki fazasiga teng bo'ladi, ya'ni $\arg p_i$. $(p - p_i)$ miqdorning geometrik o'rni p_i nuqtadan ixtiyoriy «p» nuqtasiga o'tkazilgan vektor orqali ifodalanadi. Xususiyl holda $p = j\omega$ bo'lganda (3.18) ifodani

$$D(j\omega) = a_0 (j\omega - p_1)(j\omega - p_2)(j\omega - p_3) \dots (j\omega - p_n) \quad (3.19)$$

ko'rinishida ifodalash mumkin. (3.19) ifodaning geometrik tasviri 3.5-rasmda keltirilgan.



3.5 -rasm.

$D(j\omega)$ vektorning moduli $(j\omega - p_i)$ elementar vektor va a_0 koeffitsiyentning ko'paytmasiga

$$|D(j\omega)| = a_0 |j\omega - p_1| \cdot |j\omega - p_2| \cdot |j\omega - p_3| \cdot \dots \cdot |j\omega - p_n| \quad (3.20)$$

argumenti esa elementar vektorlar argumentining yig'indisiga teng bo'ladi

$$\arg D(j\omega) = \sum_{i=1}^n \arg(j\omega - p_i). \quad (3.21)$$

Chastota $-\infty < \omega < \infty$ o'zgariganda $D(j\omega)$ ning vektor argumentini o'zgarishi

$$\Delta \arg D(j\omega) = \sum_{i=1}^n \Delta \arg(j\omega - p_i) \quad (3.22)$$

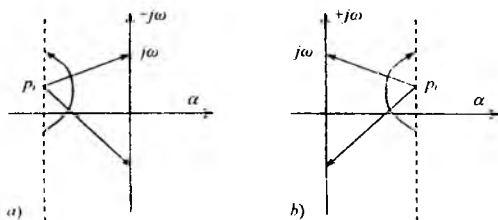
ga teng bo'ladi.

(3.22) ifodaga ko'ra $D(j\omega)$ vektor argumentining o'zgarishini hisoblash uchun $(j\omega - p_i)$ vektorlar argumenti o'zgarishining yig'indisini hisoblash zarur. Argumentning bu o'zgarishi esa p_i ildizning kompleks tekisligining qaysi tomonida joylashganligiga bog'liq.

1. p_i ildiz kompleks tekisligining chap tomonida joylashgan bo'lsin (3.6a-rasm).

$-\infty < \omega < \infty$ o'zgariganda $(j\omega - p_i)$ vektorning uchi mavhum o'q bo'yicha pastdan yuqoriga soat strelkasiga teskari (qarshi) yo'nalishda 180° burchakka buriladi, ya'ni

$$\Delta \arg(j\omega - p_i) = \pm \pi. \quad (3.23)$$



3.6-rasm.

2. p_i ildiz kompleks tekisligining o'ng tomonida joylashgan bo'lsin (3.6b-rasm).

Bu holda yuqoridagi kabi fikr yuritganimizda $(j\omega - p_i)$ vektori chastota $-\infty < \omega < \infty$ o'zgarganda soat strelkasi yo'nalishi bo'yicha (manfiy) $-\pi$ burchakka buriladi, ya'ni

$$\Delta \arg(j\omega - p_i) = -\pi. \quad (3.24)$$

$D(p) = 0$ tenglamaning « l » ildizlari kompleks tekisligining o'ng tomonida, $(n-l)$ ta ildizlari chap tomonida joylashgan deb faraz qilaylik. Unda (3.23) va (3.24) ifodalarga asoslanib, $D(j\omega)$ vektor argumentining o'zgarishi

$$\Delta \arg D(j\omega) = (n-l)\pi - l\pi = (n-2l)\pi \quad (3.25)$$

ga teng bo'lishini ko'ramiz.

(3.25) tenglik argumentlar prinsipining ifodasini bildiradi va uni quyidagicha ta'riflash mumkin.

Chastota $-\infty < \omega < \infty$ o'zgarganda $D(j\omega)$ vektori argumentining o'zgarishi chap va o'ng ildizlar ayirmasining « π » soniga ko'paytirilganiga teng bo'ladi.

Agarda $0 < \omega < \pi/2$ o'zgarsa, unda

$$\Delta \arg D(j\omega) = (n-2l)\frac{\pi}{2}$$

bo'ladi.

3.7. Turg'unlikning Mixaylov mezoni

Mixaylovning turg'unlik mezoni o'zining mohiyati jihatdan argumentlar prinsipining geometrik tasviridir.

Tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagicha bo'lsin

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0. \quad (3.26)$$

Tizim turg'un bo'lishi uchun (3.26) xarakteristik tenglamaning hamma ildizlari kompleks tekisligining chap yarim tekisligida joylashishi, ya'ni o'ng ildizlar soni $l=0$ bo'lishi kerak. U holda argumentlar prinsipiga muvofiq $\Delta_{0 \rightarrow \infty} \arg D(j\omega) = n \frac{\pi}{2}$ yoki $\Delta_{-\infty \rightarrow \infty} \arg D(j\omega) = n\pi$ shart bajarilishi kerak.

Chastota ω noldan cheksizga o'zgarganda $D(j\omega)$ vektorni kompleks tekisligida chizgan geometrik o'rniga *Mixaylov gadografi* deyiladi.

$$D(j\omega) = a_n (j\omega)^n + a_{n-1} (j\omega)^{n-1} + \dots + a_0 = U(\omega) + jV(\omega),$$

hunda $U(\omega) = (a_n - a_{n-2}\omega^2 + a_{n-4}\omega^4 - \dots)$ haqiqiy qism bo'lib, u chastotaga nisbatan juft funksiyadir, ya'ni $U(\omega) = U(-\omega)$.

Mavhum qism esa chastotaga nisbatan toq funksiya bo'ladi.

$$V(\omega) = \omega(a_{n-1} + a_{n-3}\omega^2 - a_{n-5}\omega^4 + \dots),$$

$$V(-\omega) = -V(\omega).$$

Shunday qilib,

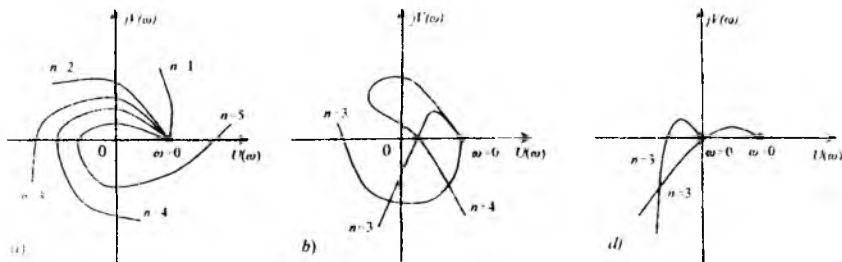
$$D(\omega) = U(\omega) - jV(\omega)$$

bo'ladi.

Mixaylov mezonining ta'rif:

Agar chastota $0 < \omega < \infty$ o'zgarganda Mixaylov gadografi $\omega=0$ da haqiqiy musbat o'qdan boshlab koordinata boshi atrofida musbat (soat strelkasiga qarshi) yo'nalishda $n\pi/2$ burchakka burilsa, u holda tizim turg'un bo'ladi (bu yerda «n» xarakteristik tenglamaning darajasi).

3.7.a-rasmda turg'unlik shartlari uchun Mixaylov gadograflarining ko'rinishlari keltirilgan.



3.7-rasm. Tizimning turg'unlik (a), noturg'unlik (b) va turg'unlik chegarasi (d) shartlari uchun Mixaylov gadograflarining ko'rinishlari.

Ushbu gadograflarni tahlil etib Mixaylov gadografi koordinata tekisligida kvadratlarni ketma-ket kesib o'tganda, u haqiqiy va mavhum o'qlarni birin-ketin kesib o'tishini ko'rishimiz mumkin.

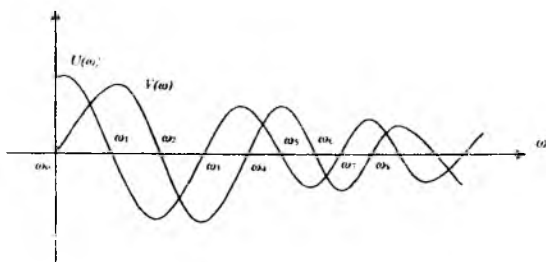
Mixaylov gadografi haqiqiy o'qni kesib o'tganda, uning mavhum funksiyasi $V(\omega)$ nolga aylanadi, mavhum o'qni kesib o'tganda esa Mixaylovning haqiqiy funksiyasi $U(\omega)$ nolga aylanadi.

Shuning uchun gadografning haqiqiy va mavhum o'qlarni kesib o'tgan nuqtalaridagi chastotaning qiymati

$$U(\omega) = 0, \quad (3.27,a)$$

$$V(\omega) = 0, \quad (3.27,b)$$

tenglamalarining ildizlari bo'lishi kerak. Ushbu funksiyalarning grafifi 3.8-rasmda keltirilgan.



3.8-rasm. Gadografning haqiqiy va mavhum o'qlarni kesib o'tgan nuqtalaridagi ko'rinish grafifi.

Bu egri chiziqlarning absissa o'qi bilan kesishgan nuqtalari (3.27,a) va (3.27,b) tenglamalarning ildizlarini bildiradi.

Agar $\omega_0, \omega_2, \omega_4, \dots$ (3.27,b) tenglamaning ildizlari $\omega_1, \omega_3, \omega_5, \dots$ esa (3.27,a) tenglamaning ildizlari bo'lib, shu bilan birga $\omega_0 < \omega_2 < \omega_4$ va $\omega_1 < \omega_3 < \omega_5$ bo'lsa, unda tizim turg'un bo'lishi uchun $\omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \omega_4 < \omega_5$ tengsizlik bajarilishi kerak.

3.5-misol. Tizimning xarakteristik $2p^3 + 6p^2 + 10p + 15 = 0$ tenglamasi bo'lsin. Mixaylov mezoni yordamida tizimning turg'unligini tekshiring.

Yechish: Buning uchun xarakteristik tenglamada «p» ni «j ω » bilan almashtiramiz va haqiqiy hamda mavhum qismlarga ajratamiz.

$$2(j\omega)^3 + 6(j\omega)^2 + 10(j\omega) + 15 = 0,$$

$$U(\omega) = 15 - 6\omega^2; \quad V(\omega) = \omega(10 - 2\omega^2)$$

$$a) \omega = 0 \text{ bo'lsa} \quad U(\omega) = 15; \quad V(0) = 0;$$

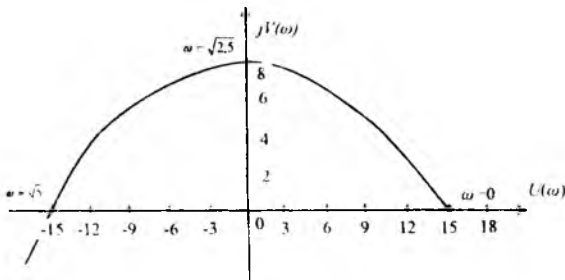
$$b) U(\omega) = 0; \quad 15 - 6\omega^2 = 0 \quad \omega^2 = 15/6 = 2.5;$$

$$V(\sqrt{2.5}) = \sqrt{2.5}(10 - 2 \cdot 2.5) = \sqrt{2.5} \cdot 5 \approx 8;$$

$$d) V(\omega) = 0; \quad (10 - 2\omega^2) = 2 \quad \omega^2 = 5;$$

$$U(\sqrt{5}) = 15 - 6 \cdot 5 = -15.$$

Shu qiymatlar asosida Mixaylov gadografini quramiz (3.9-rasm).



3.9-rasm.

Mixaylov gadografi uchta chorakni ketma-ket kesib o'tyapti, ya'ni I, II va III choraklarni. Shuningdek, xarakteristik tenglamaning darajasi ham $n=3$ teng. Ko'rinib turibdiki, tizim Mixaylov mezonidagi shartlarini qanoatlantirgani uchun u turg'undur.

3.6-misol. Tizimning xarakteristik $p^3 + 4p^2 + 10p + 40 = 0$ tenglamasi bo'lsin. Mixaylov mezoni yordamida tizimning turg'unligini tekshiring.

Yechish: Buning uchun xarakteristik tenglamada « p » ni « $j\omega$ » bilan almashtiramiz va haqiqiy hamda mavhum qismlarga ajratamiz.

$$(j\omega)^3 + 4(j\omega)^2 + 10j\omega + 40 = 0.$$

$$U(\omega) = 40 - 4\omega^2, \quad V(\omega) = \omega(10 - 2\omega^2).$$

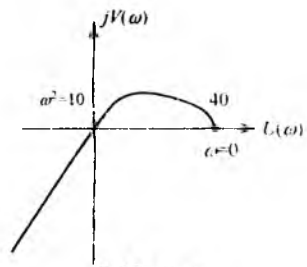
$$a) \omega = 0, \quad U(0) = 40$$

$$V(0) = 0,$$

$$b) U(\omega) = 0, \quad 40 - 4\omega^2 = 0,$$

$$\omega^2 = 10.$$

$$V(\sqrt{10}) = \sqrt{10}(10 - 10) = 0.$$



3.10-rasm.

3.10-rasmda keltirilgan gadografdan ko'rinib turibdiki, tizim turg'unlik chegarasida.

3.8. Naykvist turg'unlik mezoni

Ushbu turg'unlikning chastotaviy mezoni 1932-yilda amerikalik olim Naykvist tomonidan ishlab chiqilgan bo'lib, u ochiq tizimning amplituda faza xarakteristikasi (AFX) bo'yicha berk tizimning turg'unligini tekshirish imkonini beradi. Ochiq tizimning AFXsini esa ham analitik ham tajriba yo'li bilan olish mumkin.

Turg'unlikning ushbu mezoni aniq fizik ma'noga ega bo'lib, ochiq tizimning statsionar chastotali xususiyatlarini berk tizimning nostatsionar xususiyatlari bilan bog'laydi.

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi $W(p) = \frac{P(p)}{Q(p)}$ berilgan bo'lsin. Bu yerda $Q(p) = 0$ – ochiq tizimning xarakteristik tenglamasi. Berk tizimning uzatish funksiyasi:

$$\Phi(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} = \frac{\frac{P(p)}{Q(p)}}{1+\frac{P(p)}{Q(p)}} = \frac{P(p)}{Q(p)+P(p)},$$

$$A(p) = 1+W(p) = 1 + \frac{P(p)}{Q(p)} = \frac{Q(p)+P(p)}{Q(p)}. \quad (3.28)$$

Ochiq tizim turg'un bo'lsa, xarakteristik tenglamaning o'ng ildizlari soni $l = 0$ bo'ladi. Argumentlar prinsipiga asosan ochiq tizim xarakteristik tenglamasi argumentining o'zgarishi:

$$\Delta \arg Q(j\omega) = n \frac{\pi}{2}.$$

Endi berk tizim turg'un bo'lishini talab etamiz. Unda quyidagi tenglik bajarilishi lozim:

$$\Delta \arg [Q(j\omega) + P(j\omega)] = n \frac{\pi}{2}. \quad (3.29)$$

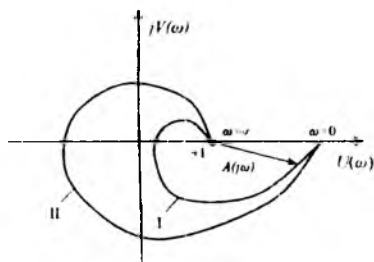
(3.28) ifodaga muvofiq berk tizimning xarakteristik tenglamasining argument o'zgarishi:

$$\Delta \arg A(j\omega) = \Delta \arg [Q(j\omega) + P(j\omega)] - \Delta \arg Q(j\omega) = n \frac{\pi}{2} - n \frac{\pi}{2} = 0. \quad (3.30)$$

Shunday qilib, berk tizim turg'un bo'lishi uchun chastota $0 < \omega < \infty$ o'zgarganda $A(j\omega)$ vektorining koordinata o'qi atrofidagi burchak burilishi (argument o'zgarishi) nolga teng bo'lishi kerak yoki chastota

$0 < \omega < \infty$ o'zgarganda berk tizim AFXsi $A(j\omega)$ koordinata boshini, ya'ni $(0; 0)$ nuqtani o'z ichiga olmasligi kerak.

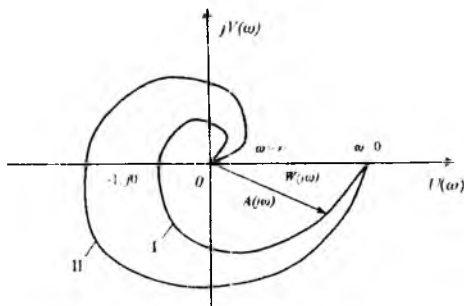
$A(j\omega) = 1 + W(j\omega)$ gadografining ko'rinishi 3.11-rasmda keltirilgan.



3.11-rasm. I – berk tizim turg'un; II – berk tizim noturg'un.

Berk tizimning AFX $A(j\omega) = 1 + W(j\omega)$ si ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ sidan «+1» ga farq qilgani uchun Naykvist mezonini quyidagicha ta'riflash mumkin:

Ochiq tizim turg'un bo'lganda, berk tizim turg'un bo'lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o'zgarganda ochiq tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ $(-1; j0)$ nuqtani qamrab olmasligi kerak (3.12-rasm).



3.12-rasm. I – berk tizim turg'un; II – berk tizim noturg'un.

Ochiq tizim noturg'un bo'lsa, xarakteristik tenglama «l» o'ng ildizga ega, ya'ni $l \neq 0$, unda argumentlar prinsipiga muvofiq

$$\Delta \arg Q(j\omega) = (n-2l) \frac{\pi}{2} \quad (3.31)$$

bo'ladi.

Agar berk tizimning turg'un bo'lishi talab etilsa, unda quyidagi shart bajarilishi kerak:

$$\Delta \arg [Q(j\omega) + P(j\omega)] = n \frac{\pi}{2} \quad (3.32)$$

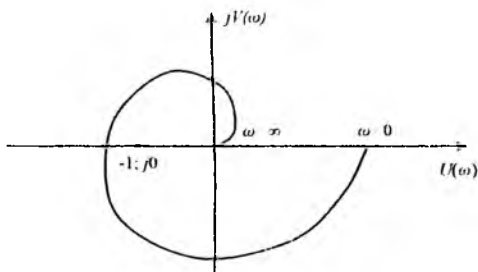
U holda $A(j\omega) = 1 + W(j\omega)$ vektorining argument o'zgarishi

$$\Delta \arg A(j\omega) = \Delta \arg [Q(j\omega) + P(j\omega)] - \Delta \arg Q(j\omega) = n \frac{\pi}{2} - (n-2l) \frac{\pi}{2} = l\pi \quad (3.33)$$

bo'ladi. Ya'ni $A(j\omega)$ vektori koordinata o'qining boshi atrofidagi summar burchak burilishi turg'un berk tizim uchun « $l\pi$ » ga teng bo'lishi lozim.

Bundan Naykvist mezonining quyidagi ta'rifi kelib chiqadi:

Ochiq tizim noturg'un bo'lganda, berk tizim turg'un bo'lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o'zgariganda ochiq tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ $(-1; j0)$ nuqtani musbat yo'nalishda $l/2$ marta qamrab olishi yetarli va zarurdir, bu yerda l - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o'ng ildizlar soni (3.13-rasm).

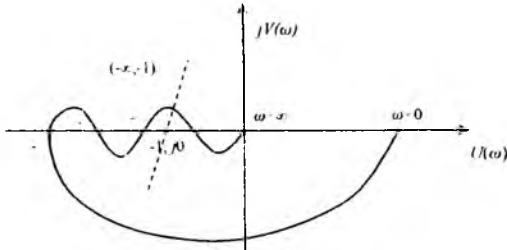


3.13-rasm.

$W(j\omega)$ gadografi $(-1; j0)$ nuqtani bir marta o'z ichiga olyapti. Shuning uchun bunda ochiq tizimning o'ng ildizlar soni $l = 2$, chunki $l/2 = 1 \Rightarrow l = 2$. Demak, ochiq tizimning o'ng ildizlar soni $l = 2$ bo'lsa, berk tizim ham noturg'un bo'ladi.

Amaliy masalalarni yechishda Ya.Z.Sipkin taklif etgan «o'tish qoidasini» qo'llash maqsadga muvofiqdir.

$W(j\omega)$ xarakteristikani o'tishi deganda shu xarakteristikaning kompleks tekisligida manfiy haqiqiy o'qni $(-1; j0)$ nuqtaning chap tomonini, ya'ni $(-\infty; -1)$ kesmani chastota $0 < \omega < \infty$ o'zgarganda yuqoridan pastga kesib o'tsa musbat o'tish, pastdan yuqoriga kesib o'tsa manfiy o'tish deyiladi (3.14-rasm).

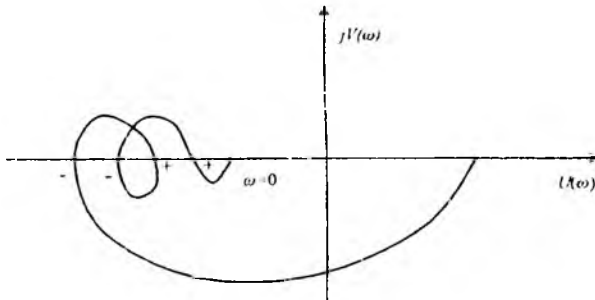


3.14-rasm.

Yuqorida aytilganlarni e'tiborga olgan holda Naykvist mezonini quyidagicha ta'riflash mumkin:

Ochiq tizim noturg'un bo'lganda, berk tizim turg'un bo'lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o'zgarganda ochiq tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ haqiqiy o'qini $(-\infty; -1)$ kesmasida musbat va manfiy o'tishlar soni orasidagi farq $l/2$ ga teng bo'lishi yetarli va zarurdir, bu yerda l - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o'ng ildizlar soni.

Agar ochiq tizimning AFXsi $\omega=0$ bo'lganda $(-\infty; -1)$ kesmada boshlansa yoki $\omega=\infty$ bo'lganda shu kesmada tugasa, unda bunday o'tishni yarim o'tish deyiladi (3.15-rasm).



3.15-rasm.

Statik ochiq tizimning $W(j\omega)$ xarakteristikalari chastota $-\infty < \omega < \infty$ o'zgarganda berk kontur hosil qiladi.

Integrallovchi zvenosi bo'lgan, ya'ni astatik ochiq tizimlarning $W(j\omega)$ xarakteristikalari chastota $-\infty < \omega < \infty$ o'zgarganda berk kontur hosil qilmaydi.

Δ) astatik tizim uchun Naykvist mezonini qo'llash.

Astatik tizimning AFX

$$W(j\omega) = \frac{P(j\omega)}{(j\omega)^r Q(j\omega)}, \quad (3.34)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Bunday tizimlar uchun ochiq tizimning xarakteristik tenglamasi nol ildizga ega bo'lib, quyidagi ko'rinishda yozilishi mumkin.

$$Q(p) = p^r Q_1(p), \quad (3.35)$$

bu yerda r – astatizm darajasi, ya'ni tizimdagi ideal integral zvenolar soni; $Q_1(p)$ – nol ildizga ega bo'lmagan polinom.

Astatik tizimlarning chastotaviy uzatish funksiyasi (3.34) ifodaga ko'ra $\omega = 0$ bo'lganda ∞ bo'ladi, uning AFXsi esa uzulishlarga ega bo'ladi. Shuning uchun kritik $(-1; j0)$ nuqtani «kontur ichida» yoki «kontur tashqarisida» ekanligini aniqlash qiyinlashadi, ya'ni $W(j\omega)$ xarakteristikasi $(-1; j0)$ kritik nuqtani o'z ichiga olishi yoki olmasligini aytish mumkin bo'lmay qoladi. O'z navbatida berk tizimning turg'unlik masalalarini yechish qiyinlashadi.

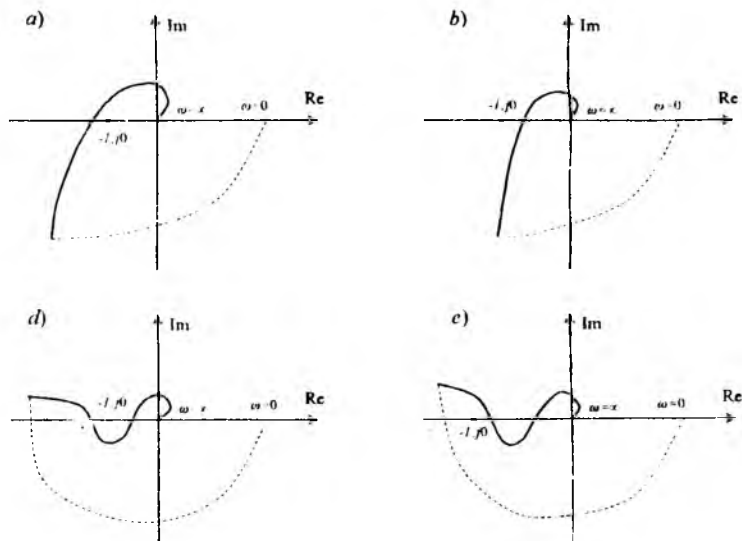
Tizim tarkibidagi integrallovchi zvenolar chastota $0 < \omega < \infty$ o'zgarganda $-r \frac{\pi}{2}$ burchak o'zgarishini beradi. Bunda r – ketma-ket ulangan integrallovchi zvenolar soni.

Shuning uchun $\Delta \arg A(j\omega)$ ni hisoblash uchun $W(j\omega)$ gadografi cheksiz katta radiusga ega bo'lgan aylananing yoyi bilan musbat haqiqiy yarim o'qqa qadar to'ldiriladi ($l=0$ yoki juft son bo'lganda). Unda Naykvist mezonini quyidagicha ta'riflash mumkin:

Ochiq astatik tizim noturg'un bo'lganda, berk tizim turg'un bo'lishi uchun chastota ω noldan cheksizlikka o'zgarganda ochiq astatik tizim amplituda faza xarakteristikasi $W(j\omega)$ ni to'ldiruvchi cheksiz radiusli $v\pi/2$ aylananing yoyi $(-1; j0)$ nuqtani musbat yo'nalishda $l/2$ marta

qamrab olishi yetarli va zarurdir, bu yerda l - ochiq tizim xarakteristik tenglamasining o'ng ildizlar soni.

3.16-rasmda ochiq tizim turg'un bo'lgan ($l = 0$) holda berk tizimning turg'unligini aniqlashga misollar keltirilgan.



3.16-rasm. a) $\nu=1$ berk tizim noturg'un; b) $\nu=1$ berk tizim turg'un; d) $\nu=2$ berk tizim turg'un; e) $\nu=2$ berk tizim noturg'un.

3.16-rasmda keltirilgan gadograflardan ko'rinib turibdiki, agar tizim turg'un bo'lsa, u holda kritik $(-1; j0)$ nuqta « ∞ » radiusga ega bo'lgan aylananing yoyi bilan to'ldirilgan ochiq tizim AFX sining tashqarisida yotadi. Agar bu nuqta shu xarakteristikaning ichida bo'lsa, unda tizim noturg'un bo'ladi.

Agar ochiq tizim turg'un bo'lsa, ($l = 0$), unda AFX manfiy haqiqiy yarim o'qni $(-\infty; -1)$ kesmada kesib o'tadi yoki bu kesmani juft marta kesib o'tadi. Agar $(-\infty; -1)$ kesmani kesib o'tishlar soni toq bo'lsa, unda berk tizim noturg'un bo'ladi.

Ochiq tizim yoki uning tarkibidagi birorta zvenoning tenglamasi noma'lum bo'lsa-yu, lekin ochiq tizimning $W(j\omega)$ AFX si tajriba yo'li bilan olingan bo'lsa, unda bunday tizimning turg'unligini tekshi-

rish uchun faqatgina Naykvist mezonini qo'llash mumkin. Bu esa Naykvist turg'unlik mezonining boshqa turg'unlik mezonlaridan afzalligini ko'rsatadi. Bundan tashqari, kechikuvchi tizimlarning turg'unligini tekshirishda faqatgina Naykvist mezonini qo'llash mumkin.

3.9. Logarifmik chastotaviy xarakteristika bo'yicha turg'unlikning tablili (Turg'unlikning logarifmik mezon)

Muhandislik amaliyotida ABT larning turg'unligini tahlil etishda ochiq tizimning logarifmik chastotaviy xarakteristikasi (LChX) dan keng foydalaniladi. Chunki ochiq tizimning asimptotik LChXsini qurish AFXni qurishdan ancha oson va qulaydir.

Tizimning turg'unligi ochiq tizim $W(j\omega)$ AFXsining $(-\infty; -1)$ kesmada manfiy haqiqiy o'qni kesib o'tishlar soni bilan bog'liqdir. Shuning uchun ochiq tizimning AFXsi $W(j\omega)$ bilan LChXsi orasidagi bog'liqlikni aniqlab olamiz.

Ochiq tizimning AFXsi $W(j\omega)$ manfiy haqiqiy o'qni kesib o'tganda, LFChX $\pm \pi(2i+1)$ chiziqlarning birini kesib o'tadi, bu yerda $i = 0, 1, 2, 3, \dots$. Tizimning turg'unligi nuqtayi nazaridan olganda, bu o'tishlar soni kritik $(-1; j0)$ nuqtaning o'ng tomonida, $|W(j\omega)| < 1$ AFX ning moduli birdan kichik bo'lganda, shuningdek LChX ordinalari manfiy $L(\omega) = 20 \lg|W(j\omega)| < 0$ bo'lsa, tizimning turg'unligiga hech qanday xavf tug'dirmaydi.

Shu sababli $L(\omega) = 20 \lg|W(j\omega)| < 0$ bo'lagi tizimning turg'unligini tekshirilayotganda unchalik ahamiyat kasb etmaydi.

$W(j\omega)$ xarakteristikaning $(-\infty; -1)$ kesma orqali musbat o'tishiga (yuqoridan pastga) LFChX ning $L(\omega) > 0$ bo'lagida $-\pi(2i+1)$ to'g'ri chiziqni pastdan yuqoriga (musbat o'tish) kesib o'tishi, $W(j\omega)$ xarakteristikaning $(-\infty; -1)$ kesma orqali manfiy o'tishiga (pastdan yuqoriga) esa LFChX ning manfiy o'tishi to'g'ri keladi.

Yuqorida aytilganlarni hisobga olib, turg'unlikning logarifmik mezonini quyidagicha ta'riflash mumkin:

Naykvist turg'unlik mezonini logarifmik chastota xarakteristikalariga qo'llaganda quyidagicha ta'rif kelib chiqadi: *avtomatik boshqarish tizimi turg'un bo'lishi uchun logarifmik faza chastotaviy xarakteristikasining barcha sohasida to'g'ri chiziq $\pm(2i+1)$, $i = 0, 1, 2, \dots$, dan o'tgan musbat va manfiy o'tishlar soni orasidagi farq $l/2$ (l - ochiq tizim xarakteristik*

tenglamasining o'ng ildizlari soni) ga teng bo'lishi zarur va yetarlidir, bu yerda logarifmik amplituda chastotaviy xarakteristika musbat, ya'ni $l(\omega) > 0$.

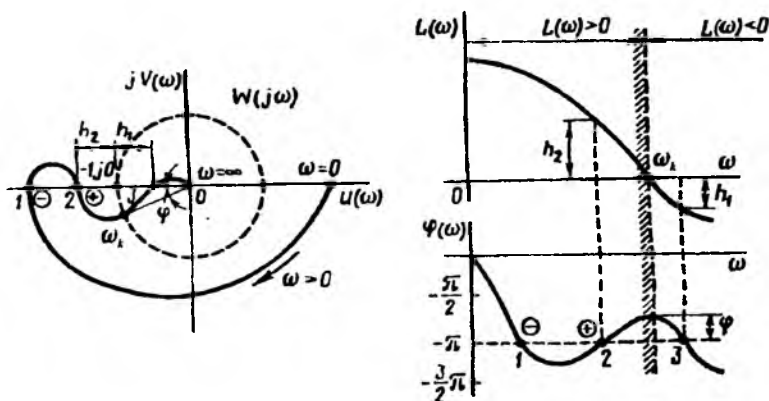
3.17-rasmda ochiq tizim turg'un bo'lgan holda, berk tizim turg'un yoki noturg'un holatlariga to'g'ri keladigan logarifmik xarakteristikalariga misollar keltirilgan.

Berk tizimning turg'unligini tekshirish ochiq tizim LACHX sining musbat ordinatasi bo'lagida tekshirilgan, rasmda u shtrixlangan chiziq bilan ko'rsatilgan. Logarifmik xarakteristikalar bilan birga ularga mos tushadigan ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ xarakteristikalari ham keltirilgan.

$W(j\omega)$ xarakteristikasining radiusi birga teng bo'lgan aylana bilan kesishiga LACHX ning absissa o'qi bilan kesishi to'g'ri keladi va bu chastotani kesish chastotasi deyiladi va ω_k bilan belgilanadi.

$W(j\omega)$ xarakteristikasining manfiy haqiqiy o'q bilan kesishgan nuqtasiga LFChX ning π to'g'ri chizig'ini kesib o'tishi to'g'ri keladi va bu chastotani ω_c o'tish chastotasi deyiladi.

Agar ochiq tizim turg'un ($l=2$) bo'lsa, unda berk tizim turg'un bo'lishi uchun $\omega_k < \omega_c$ sharti bajarilishi kerak. Aks holda berk tizim noturg'un bo'ladi.



3.17-rasm. Ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ si va unga mos keluvchi LACHX va LFChX lari.

3.17-rasmda misol sifatida ochiq tizimning AFX $W(j\omega)$ si va unga mos keluvchi LACHX va LFChX lari keltirilgan. Bu LACHX va LFChX

larini tahlilidan ko'rinadi-ki, LFChXni $L(\omega) > 0$ bo'lganda $-\pi$ to'g'ri chiziqdan o'tgan musbat va manfiy o'tishlar soni orasidagi farq nolga teng. Shunday qilib, agar ochiq tizim turg'un bo'lsa ($l = 0$), u holda berk tizim turg'un bo'ladi, bunda amplituda bo'yicha turg'unlik zaxirasi h_1 va h_2 ga, faza bo'yicha turg'unlik zaxirasi esa φ ga teng.

Odatda shunday tizimlar uchraydi-ki (ichki teskari aloqali), ularda turg'unlikning yo'qolishi nafaqat kuchaytirish koeffitsiyentini ortishi natijasida, balkim ularning kamayishi natijasida ham hosil bo'ladi. Ushbu holatda amplituda bo'yicha turg'unlik zaxirasi kritik nuqta $(-1; j0)$ va AFX orasidagi absissa o'qining ikkita kesmasi h kattaliklari bo'yicha aniqlanadi.

3.10. Tizim parametrlari tekisligida turg'unlik doirasini qurish. D – bo'linish usuli

ABT larni hisoblashda va loyihalashda uning ayrim parametrlarini tizim turg'unligiga ta'sirini tekshirish kerak bo'lib qoladi.

Bunday masalani yechishda turg'unlik sohalarini qurish, ya'ni tizim turg'un bo'lishi uchun parametr qiymatlarini shunday sohasini aniqlash zarur bo'ladi.

Tizim a) nol ildizga $a_n = 0$;

b) juft mavhum ildizga;

d) ∞ ildizga $a_0 = 0$

ega bo'lganda turg'unlik chegarasida bo'ladi.

Turg'unlik sohalari bir parametr tekisligida va ikki parametr tekisligida quriladi.

Parametrlar tekisligida ildizlarning tartibda joylashishiga qarab sohalarga ajratuvchi egri chiziqlar to'plamiga parametrlar tekisligining *D-bo'linishi* deyiladi.

Ayrim hollarda qandaydir k parametrni tizimning turg'unligiga bo'lgan ta'sirini aniqlash zarur bo'lib qoladi.

Masalan: shu k parametr xarakteristik tenglamaning ichiga chiziqli kirgan bo'lsin, ya'ni

$$A(p) = P(p) + kQ(p),$$

$p = j\omega$ almashtirishdan so'ng D-bo'linish chegarasini

$$A(j\omega) = P(j\omega) + kQ(j\omega) = 0$$

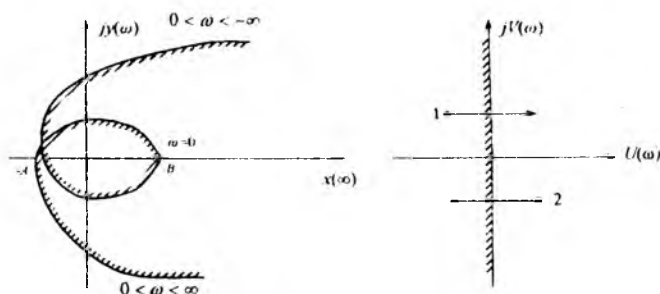
ko'rinishga keltirish mumkin.

$$\text{Bundan } k = -\frac{P(j\omega)}{Q(j\omega)} = x(\omega) + jy(\omega),$$

$x(\omega)$ – k parametrga nisbatan yozilgan xarakteristik tenglamaning haqiqiy qismi; $y(\omega)$ – esa mavhum qismi bo'ladi.

D – bo'linish chegarasini qurayotganda uni faqat chastotaning musbat qiymatlari uchun qurish yetarlidir, ya'ni $0 < \omega < \infty$. Undan keyin esa chastotaning manfiy qiymatlariga to'g'ri keladigan uchastkasini haqiqiy o'qqa nisbatan simmetrik ravishda chizib qo'yish mumkin. Chastota $0 < \omega < \infty$ o'zgarganda P tekisligida pastdan yuqori tomon chap yarim tekisligi (ya'ni turg'unlik sohasi) mavhum o'qning chap tomonida bo'ladi. Shuning uchun o'qning chap tomonini shtrixlaymiz.

Mavhum o'q bo'yicha bunday harakatga k tekisligidagi D – bo'linish chegarasining chastota $-\infty < \omega < +\infty$ gacha o'zgariganidagi chap tomonini shtrixlash to'g'ri keladi (3.18-rasm).



3.18-rasm.

Agar k tekisligida D – bo'linish chegarasini shtrixlash yo'nalishiga qarab kesib o'tilsa, unda (P tekisligida) ildizlar tekisligida bitta ildiz o'ng yarim tekisligidan chap yarim tekisligiga o'tgan bo'ladi (3.18-rasmdagi 2 nuqta).

O'zgaruvchi parametr k haqiqiy son bo'lgani uchun hosil bo'lgan turg'unlik sohasidan turg'unlik kesmasi ajratib olinadi. Ya'ni haqiqiy o'qdagi turg'unlik sohasida yotgan AB kesma ajratib olinadi. Demak, AB kesmaga to'g'ri keladigan v parametrlarning har qaysi qiymatida tizim turg'un bo'ladi.

3.11. Kechikishli va irratsional zvenoli tizimlarning turg'unligi

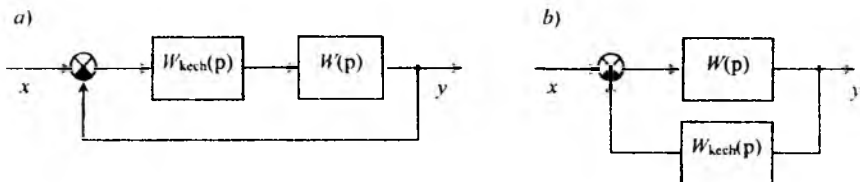
Avtomatik boshqarish tizimlari kirish kattaligi $x(t)$ va chiqish kattaligi $y(t)$ larining o'rtasidagi bog'liqlik quyidagi ko'rinishga ega bo'lgan zvenolardan tuzilishi mumkin:

$$y(t) = x(t - \tau), \quad (3.36)$$

bu yerda, τ – doimiy kattalik (miqdor) bo'lib, *kechikish vaqti* deyiladi. Bunday zvenolar kechikuvchi zvenolar deb ataladi va ular kirish kattaligining o'zgarishini yo'qotishlarsiz (buzilishlarsiz), lekin bir qancha τ kechikish vaqti bilan amalga oshiradi.

Kechikuvchi zvenolarning uzatish funksiyasi

$$W_{\text{kech}}(p) = e^{-p\tau}. \quad (3.37)$$



3.19-rasm.

Sof kechikish zvenolarni ko'pincha materiallar bir nuqtadan boshqasiga tasmali transporterlar orqali ko'chiriluvchi texnologik jarayonlarda; magnitli zaxira tizimlarida va boshqa tizimlarda uchratish mumkin.

Tarkibida hech bo'lmaganda bitta kechikuvchi zveno bo'lgan avtomatik boshqaruv tizimlari *kechikuvchi tizimlar* deyiladi. Kechikishli tizimlardagi jarayonlar differensial-ayirma tenglamalar yordamida tavsiflanadi.

Bitta kechikuvchi zvenodan tashkil topgan bir konturli avtomatik boshqaruv tizimining strukturaviy sxemasi, agar kechikuvchi zveno to'g'ri zanjirda bo'lsa, 3.19,a-rasmdagidek keltiriladi, agar kechikuvchi zveno teskari zanjirda bo'lsa, 3.19,b-rasmdagidek keltiriladi.

Kechikishli ochiq tizim uzatish funksiyasi quyidagiga teng:

$$W_r(p) = W_{\text{kech}}(p)W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)} e^{-p\tau}, \quad (3.38)$$

bu yerda $W(p) = \frac{R(p)}{Q(p)}$ – kechikish hisobga olinmagan ochiq tizimning oʻzida p operatorning ratsional-kasrli funksiyasini namoyon etuvchi uzatish funksiyasi.

Agar kechikuvchi zveno toʻgʻri zanjirda boʻlsa, unda berk tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha boʻladi:

$$W_{\text{os}}(p) = \frac{W_r(p)}{1 + W_r(p)} = \frac{R(p)e^{-pt}}{Q(p) + R(p)e^{-pt}} = \frac{R_r(p)}{D_r(p)}. \quad (3.39)$$

Agar ushbu kechikuvchi zveno teskari aloqa zanjirida boʻlsa, unda yopiq tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha boʻladi:

$$W_{\text{os}}(p) = \frac{W(p)}{1 + W_r(p)} = \frac{R(p)}{Q(p) + R(p)e^{-pt}} = \frac{R(p)}{D_r(p)}. \quad (3.40)$$

(3.39) va (3.40) lardan koʻrinib turibdiki, kechikuvchi zvenoning ulanish joyiga bogʻliq boʻlmagan holda kechikishli tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagi koʻrinishga ega:

$$D_r(p) = Q(p) + R(p)e^{-pt} = 0. \quad (3.41)$$

Bu xarakteristik tenglama tarkibida e^{-pt} borligi uchun u polinom hisoblanmaydi, p operatorning transsendent funksiyasi va odatdagi algebraik tenglamalardan farq qilgan holda cheksiz ildizlar koʻphadiga ega boʻladi.

Doimiy kechikishli chiziqli tizim turgʻun boʻlishi uchun (3.41) tenglamaning barcha ildizlari chap ildizlar boʻlishi zaruriy va yetarlidir. (3.41) tenglamaning ildizlarini topish mushkul, shuning uchun kechikishli tizimning turgʻunligini tadqiq qilishda turgʻunlik mezonlaridan foydalaniladi.

Kechikishli berk tizimning turgʻunligi haqidagi xulosa kechikishli ochiq tizim AFX si $W_r(j\omega)$ ni $(-1; j0)$ nuqtaga nisbatan tadqiq qilinishiga asoslanib amalga oshiriladi. Kechikishli tizimlar uchun Naykvist turgʻunlik mezonining ifodalanishi ratsional-kasrli uzatish funksiyasiga ega oddiy tizimlar uchun ifodalanishiga oʻxshashdir.

Kechikishli ochiq tizimning chastotali uzatish funksiyasi $W_r(j\omega)$ ni (3.38) tenglamadan $p \rightarrow j\omega$ bilan almashtirib hosil qilinadi:

$$W_r(j\omega) = W(j\omega)e^{-j\omega t} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}e^{-j\omega t} = A(\omega)e^{j\varphi_r(\omega)}, \quad (3.42)$$

bu yerda $W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega)$ – kechikish hisobga olinmagan ochiq tizimning AFX si; $A(\omega) = |W(j\omega)| = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$ – AChX; $\varphi(\omega) = \arctg \frac{V(\omega)}{U(\omega)}$ – FChX;

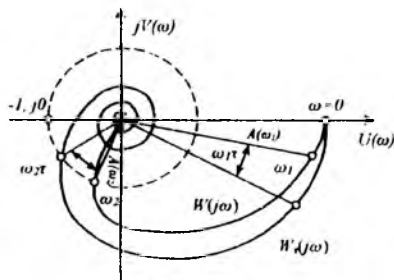
$$\varphi_r(\omega) = \varphi(\omega) - \omega\tau \quad (3.43)$$

kechikishli ochiq tizimning FChX si.

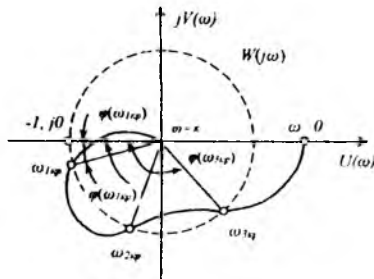
(3.42) va (3.43) lardan ko‘rinib turibdiki, kechikuvchi zvenoning mavjudligi ochiq tizimning AFX si moduli $A(\omega)$ ni o‘zgartirmaydi, faqatgina chastotaga proporsional ravishda manfiy $\omega\tau$ fazoviy siljish hosil qiladi, bunda kechikish vaqti τ proporsional koeffitsiyenti bo‘lib xizmat qiladi.

Kechikishi bo‘lmagan ochiq tizimning AFX si $W(j\omega)$ ni bilgan holda kechikishli berk tizimning AFX si $W_r(j\omega)$ ni oson qurish mumkin. Buning uchun $W(j\omega)$ AFX ning har bir modul vektori $A(\omega_i)$ ni soat strekasi yo‘nalishi bo‘yicha $\omega_i\tau$ burchakka burish kerak. ω chastotani oshishi bilan $\omega\tau$ burchak tez oshib boradi, $A(\omega)$ moduli esa odatda kamayadi, shuning uchun ham kechikishli ochiq tizimlarning AFX si $W_r(j\omega)$ koordinata boshini o‘rab oluvchi spiral ko‘rinishiga ega bo‘ladi (3.20-rasm). AFXni “o‘rab olish” da qo‘shimcha $\omega\tau$ fazaviy siljishning borligi, umuman aytganda, turg‘unlikni yomonlashtiradi, xuddi shunday AFX kritik nuqta $(-1; j0)$ ga yaqinlashib keladi. Biroq ba’zida murakkab formadagi $W(j\omega)$ AFX ga doimiy kechikishni kiritish turg‘unlik shartlarini yaxshilashi mumkin.

Kechikish vaqti τ ni keng chegaralarda o‘zgartirib, uning shunday qiymatini topish mumkinki, bunda berk tizim turg‘unlik chegarasiga tushib qoladi. Bunday hollarda $W_r(j\omega)$ xarakteristika $(-1; j0)$ nuqta orqali o‘tadi.



3.20-rasm.



3.21-rasm.

Kechikish vaqti τ_{kr} va unga mos keluvchi $W_r(j\omega)$ ni $(-1; j0)$ nuqta orqali o'tuvchi chastotasi ω_{kr} qiymati kritik deb ataladi.

Agar $W(j\omega)$ gadografning birlik radiusli aylana bilan bir nechta nuqtalarda kesishishga ega bo'lsa, masalan, ω_{1kr} , ω_{2kr} va ω_{3kr} (3.21-rasm) larda, unda tizim bir qancha kritik chegaraviy kechikish vaqtlariga ega bo'ladi:

$$\tau_{1kr} = \varphi(\omega_{1kr})/\omega_{1kr}; \tau_{2kr} = \varphi(\omega_{2kr})/\omega_{2kr}; \tau_{3kr} = \varphi(\omega_{3kr})/\omega_{3kr},$$

chunki minimal kechikish vaqti $\tau_{kr\min} = \tau_{1kr}$. Tizim $\tau < \tau_{1kr}$ da, shuningdek, $\tau_{2kr} < \tau < \tau_{3kr}$ da turg'un bo'ladi. Tizim $\tau_{1kr} < \tau < \tau_{2kr}$ da, shuningdek, $\tau > \tau_{3kr}$ larda noturg'un bo'ladi.

Ushbu holatni kuzatib, tizimning turg'unlik va noturg'unlik uchastkalarini τ ning uzluksiz (shuningdek, tizimning boshqa parametrlarida ham) almashish holati doimiy kechikishli ko'pgina tizimlarning xarakterli xususiyati hisoblanadi. Odatda, tizimni tezkorligi va aniqligini oshirish maqsadida kechikish vaqti τ ni kamaytirishga harakat qilinadi, shuning uchun ham turg'unlik mezonlari faqatgina minimal kechikish vaqtlari uchun ifodalanadi.

Agar kechikish vaqti τ minimal kritik kechikish vaqti $\tau_{kr\min}$ dan kichik bo'lsa, avtomatik boshqaruv tizimi turg'un bo'ladi:

$$\tau < \tau_{kr\min}.$$

Nazorat va muhokama savollari

1. ABTning turg'unligi deganda nimani tushunasiz?
2. Chiziqli ABTning turg'unligini yetarli va zaruriy shartlarini tushuntiring.
3. Chiziqli ABTning turg'unligi to'g'risidagi Lyapunov teoremasini ayting?
4. Turg'unlik mezonlari deb nimaga aytiladi?
5. Turg'unlikning algebraik mezonlariga qanday mezonlar kiradi?
6. Turg'unlikning Raus va Gurvis mezonlarini afzalliklari va kamchiliklari to'g'risida aytib bering.
7. Gurvis aniqlovchisi (determinanti) qanday qoidalarga asosan aniqlanadi?
8. Gurvis mezonining ta'rifini aytib bering.

9. Lenar-Shipar turg'unlik mezonini qachon va kim tomonidan taklif qilingan?

10. Turg'unlikning chastotaviy mezonini imkoniyatlari va qo'llanilishi to'g'risida nimalar deya olasiz?

11. Argumentlar prinsipini tushuntirib bering.

12. Mixaylov gadografi qanday tartibda quriladi.

13. Mixaylov mezonining ta'rifini aytib bering.

14. Naykvist mezonining qanday imkoniyatlari mavjud?

15. Ochiq tizim turg'un bo'lgan holatda berk tizim turg'un bo'lishi uchun Naykvist mezoniga asosan qanday shart bajarilishi kerak?

16. Ochiq tizim noturg'un bo'lgan holatda berk tizim turg'un bo'lishi uchun Naykvist mezoniga asosan qanday shart bajarilishi kerak?

17. Ya.Z.Sipkin taklif etgan «o'tish qoidasi»ni tushuntirib bering.

18. Astatik tizim uchun Naykvist mezonini qanday qo'llaniladi?

19. Turg'unlikning logarifmik mezonini tushuntirib bering.

20. D-bo'linishi deb nimaga aytiladi?

21. Kechikuvchi tizimlar deb nimaga aytiladi? Kechikishli va irratsional zvenoli tizimlarning turg'unligi to'g'risida tushuncha bering.

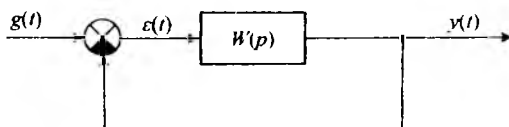
IV bob. CHIZIQLI TIZIMLARINING ROSTLASH SIFATINI BAHOLASH USULLARI

4.1. Umumiy tushunchalar

Avtomatik rostdash tizimlarini tadqiq etishda o'tish jarayonini talab etilgan sifat ko'rsatkichlarini ta'minlash: o'tkinchi jarayon tezkorligi, tebranuvchanlik, o'tarostlash, jarayon kechishini tavsiflovchi aniqligi va ravonligi muammosini hal qilish kerak. Avtomatik rostdash tizimi oldingi boblarda ko'rganimizdek, barqaror koeffitsiyentlarga ega chiziqli differensial tenglamalar tizimi bilan tavsiflanadi. Tizimning kirishida $g(t)$ ning ta'siri o'zgariganda $y(t)$ ning chiqish qiymati quyidagicha yozilishi mumkin (4.1-rasm):

$$y(t) = y_r(t) + y_n(t), \quad (4.1)$$

bu yerda, $y(t)$ – tizimni tavsiflovchi differensial tenglamaning yechimi; $y_r(t)$ – bir xil differensial tenglamaning mos umumiy yechimi bo'lib, o'tkinchi jarayonning erkin tashkil etuvchisi.



4.1-rasm.

Agar $y_r(t)$ karrali ildizga ega bo'lmasa, u holda quyidagicha bo'ladi:

$$y_r(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (4.2)$$

bu yerda, C_i – doimiy integrirlashgan qiymat, uning qiymati tizim parametrlari va dastlabki shartlar bilan belgilanadi; p_i – berk tizim xarakteristik tenglamasi $D(p) = 0$ ning ildizlari. $y_n(t)$ – o'zgarish qonuni $g(t)$ ga bog'liq holda, o'tkinchi jarayonning majburiy tashkil etuvchisi.

(4.1) tenglamadan ko‘rinib turibdiki, o‘tkinchi jarayonning sifatini uning $y_c(t)$ va $y_m(t)$ tashkil etuvchilari yordamida aniqlash mumkin ekan. Shu nuqtayi nazardan qaraganda rostdlash jarayonining sifatini aniqlash yoki baholash ikki guruhga bo‘linadi: birinchisi – o‘tkinchi jarayonning $y_c(t)$ ifodalovchi sifat ko‘rsatkichi; ikkinchisi – tizimning aniqligini belgilovchi, o‘tkinchi jarayonning majburiy tashkil etuvchisini $y_m(t)$ tavsiflovchi sifat ko‘rsatkichlari.

O‘tkinchi jarayon egri chizig‘i bo‘yicha bevosita aniqlanadigan sifat ko‘rsatkichlarini sifatini baholashni *bevosita usuli* deyiladi. O‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini tajriba hamda nazariy yo‘l bilan olish mumkin.

Ayrim hollarda yuqori tartibli tizimlar uchun o‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlash ancha qiyinchilik tug‘diradi. Bunday hollarda o‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlamasdan turib, shu jarayonning sifatini baholashga to‘g‘ri keladi. O‘tkinchi jarayon egri chizig‘ini aniqlamasdan turib, shu jarayonning sifatini baholashga imkon beruvchi usul, sifat ko‘rsatkichlarini baholashning *bilvosita usuli* deyiladi.

4.2. Barqaror rejimda rostdlash sifatini baholash (xatolik koefitsiyentlari)

Tizimni majburiy tashkil etuvchisining xatoligi $\varepsilon_m(t)$ ni tavsiflovchi sifat ko‘rsatkichini ko‘rib chiqamiz. Agat tizimning kirishiga $g(t)$ signal ta’sir qilsa, u holda rostdlash tizimining barqaror xatoligi $\varepsilon_m(t) = g(t) - y_m(t)$, bu yerda $y_m(t)$ – rostlanuvchi kattalikning majburiy tashkil etuvchisi (4.1).

Agar $g(t)$ $0 \leq t < \infty$ ning barcha oralig‘ida differensiallanuvchi bo‘lsa, u holda tizim xatoligi $\varepsilon_m(t)$ ni quyidagi qator ko‘rinishida tasvirlash mumkin:

$$\varepsilon_m(t) = C_0 g(t) + C_1 dg(t)/dt + \frac{1}{2!} C_2 d^2 g(t)/dt^2 + \dots + \frac{1}{m!} C_m d^m g(t)/dt^m, \quad (4.3)$$

bu yerda C_0, C_1, C_2, \dots koefitsiyentlar xatolik koefitsiyentlari deb qabul qilingan.

Nisbiy xatolik bo‘yicha berk tizimning uzatish funksiyasi (4.1-rasm)

$$W_{g_c}(p) = 1/(1+W(p)) = E_m(p)/G(p) \quad (4.4)$$

(4.4) ifodadan xatolikni tasvirlash uchun quyidagi tenglamani topish mumkin:

$$E_m(p) = G(p)/(1+W(p)). \quad (4.5)$$

Xatolik bo'yicha uzatish funksiyasi $W_{ge}(p)$ ni $\varepsilon = 0$ nuqta atrofida p ni darajasi o'sish tartibida (vaqtning ($t \rightarrow \infty$) katta qiymatlariga mos) qatorga yoyamiz, ya'ni berilgan boshqarish ta'sirida o'rnatilgan xatolik qiymatlari.

(4.5) ga mos ravishda quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$E_m(p) = \left[C_0 + C_1 p + \frac{1}{2!} C_2 p^2 + \frac{1}{3!} C_3 p^3 + \dots + \frac{1}{m!} C_m p^m \right] G(p). \quad (4.6)$$

Agar uzatish funksiyasi $W_{ge}(p)$ ratsional kasrli funksiya bo'lsa

$$W_{ge}(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n},$$

u holda $W_{ge}(p)$ ni, darajasi oshish tartibida ko'phad hadlarini joylashtirib, suratini maxrajiga bo'lish ko'rinishidagi qatorga yoyamiz. (4.6) dagi tasvirdan originalga o'tib, $\varepsilon_m(t)$ uchun (4.3) ifodani olish mumkin.

C_0, C_1, C_2, \dots xatolik koeffitsiyentlarini $W_{ge}(p)$ funksiyani Teylor qatoriga yoyish formulasi bo'yicha aniqlanadi.

$$C_0 = [W_{ge}(p)]_{p=0}; \quad C_1 = \left[\frac{\partial W_{ge}(p)}{\partial p} \right]_{p=0}; \quad (4.7)$$

$$C_2 = \left[\frac{\partial^2 W_{ge}(p)}{\partial p^2} \right]_{p=0}; \quad \dots; \quad C_m = \left[\frac{\partial^m W_{ge}(p)}{\partial p^m} \right]_{p=0}.$$

Agar $g(t) = 1(t)$ bo'lsa, u holda barcha hosilalar $dg(t)/dt = d^2g(t)/dt^2 = \dots = d^m g(t)/dt^m = 0$, unda

$$C_0 = W_{ge}(0), \quad C_1 \frac{dg(t)}{dt} = \frac{C_2}{2!} \frac{d^2g(t)}{dt^2} = \dots = \frac{C_m}{m!} \frac{d^m g(t)}{dt^m} = 0.$$

Ushbu holatda $C_0 = W_{ge}(0)$ berk tizimda o'rnatilgan xatolik qiymati.

Agar $g(t) = t$ bo'lsa, u holda $dg(t)/dt = 1$, $d^2g(t)/dt^2 = \dots$, $\dots = d^m g(t)/dt^m = 0$ koeffitsiyenlar esa

$$C_0 = W_{ge}(0), \quad C_1 \left[\frac{\partial W_{ge}(p)}{\partial p} \right]_{p=0}, \quad C_2 \frac{d^2g(t)}{dt^2} = \dots = \frac{C_m}{m!} \frac{d^m g(t)}{dt^m} = 0.$$

va hokazo.

C_0 koeffitsiyenti statik yoki pozitsion xatolik koeffitsiyenti, C_1 – tezlik bo'yicha xatolik koeffitsiyenti, C_2 – tezlanish bo'yicha xatolik koeffitsiyenti deyiladi.

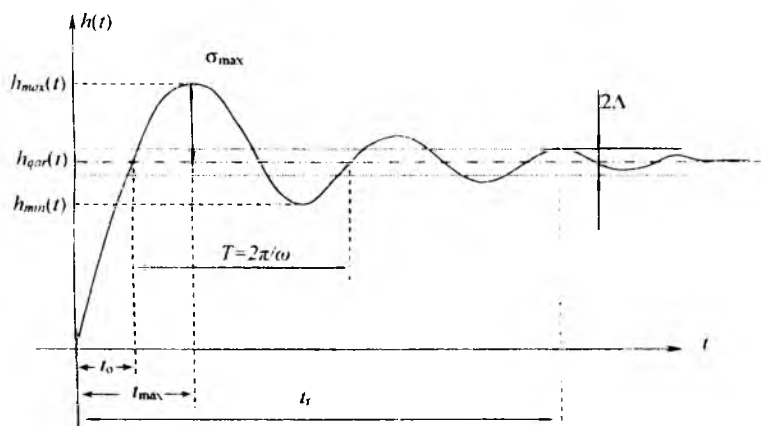
Statik tizimlarda C_0 koeffitsiyenti noldan farqli. Birinchi tartibli astatizimli tizimlarda $C_0 = 0; C_1 \neq 0$. Ikkinchi tartibli astatizimli tizimlarda $C_0 = 0; C_1 = 0; C_2 \neq 0$. Integral zvenolarning soni oshishi, tizimni astatizm darajasini oshishiga olib keladi, ya'ni xatolik koeffitsiyentlarining nolli qiymati tizimning turg'unlik ta'minotini qiyinlashtiradi.

4.3. Pog'anali signal ta'siri orqali o'tish jarayonning sifat ko'rsatkichlari

Tizimda o'tkinchi jarayon nafaqat ABT ning xossasiga, balkim umumiy holda murakkab vaqt funksiyasi bo'lgan tashqi ta'sirlarning tavsifiga ham bog'liqdir. Tizim xarakterini quyidagi tipik ta'sirlar orqali o'rganiladi: birlik pog'anali funksiya $l(t)$, impulsli $\delta(t)$ va garmonik funksiyalar. Sifatni bevosita baholash o'tkinchi xarakteristika $h(t)$ egi chizig'i bo'yicha olinadi, ya'ni boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda birlik pog'anali funksiya orqali

$$g(t) = l(t) = \begin{cases} 1, & \text{agar } t > 0, \\ 0, & \text{agar } t \leq 0. \end{cases}$$

Bu xarakteristikalarni chiqish kattaliklari yoki og'ish $\varepsilon_c(t)$ uchun qurish mumkin (4.2-rasm). Tizimning o'tkinchi xarakteristikasi bo'yicha quyidagi sifat ko'rsatkichlarini aniqlash mumkin:



4.2-rasm O'tkinchi xarakteristika.

1) Rostlanish vaqti yoki o'tkinchi jarayon vaqti – t . Bu rostlanuvchi qiymat o'zining qaror qiymatiga ma'lum Δ darajada aniq bo'lishi kerak. ya'ni

$$|h(t) - h_{qor}(t)| \leq \Delta,$$

bu yerda, Δ – doimiy kattalik bo'lib. chiqish kattaligi h_{qor} ning o'rnatilgan qiymatidan foiz ulushida beriluvchi kattalik, odatda $\Delta = h_{qor} \cdot (1 \div 5)\%$

2) O'ta rostlash – σ , o'tkinchi xarakteristikani qaror qiymatdan qanchaga o'zgarganligini (maksimal og'ganligini) bildirib, nisbiy yoki foizda beriladi:

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_{qor}}{h_{qor}} \cdot 100\%,$$

bu yerda, h_{\max} – birinchi maksimum qiymati yoki

$$\sigma = \frac{|\varepsilon_e(t)|_{\max}}{h_{qor}} \cdot 100\% = \frac{|\varepsilon_e(t)|_{\max}}{|\varepsilon_e(0)|} \cdot 100\%.$$

Har bir aniq holatda ruxsat etilgan o'ta rostlash qiymati tizimdan foydalanish tajribasidan aytiladi.

Har bir holatda ruxsat etilgan o'ta rostlash qiymati tizimni boshqarish tajribasidan kelib chiqadi, odatda $\sigma = 10 \div 30\%$, lekin ayrim hollarda 70% gacha ruxsat beriladi. Ba'zan o'ta rostlash umuman yo'l qo'yilmaydi.

3) Tebranish chastotasi (davri) – $\omega = \frac{2\pi}{T}$ yoki $T = \frac{2\pi}{\omega}$, bu yerda T – tebranuvchan o'tkinchi xarakteristika uchun tebranish davri.

4) Tebranishlar soni – μ . Rostlanish vaqti (t) dagi o'tkinchi xarakteristika $h(t)$ yoki $\varepsilon_e(t)$ ga ega bo'lgan tebranishlar soni. Odatda $\mu \leq (1 \div 2)$ gacha, ayrim hollarda $\mu \leq (3 \div 4)$ gacha, ba'zan esa umuman ruxsat etilmaydi.

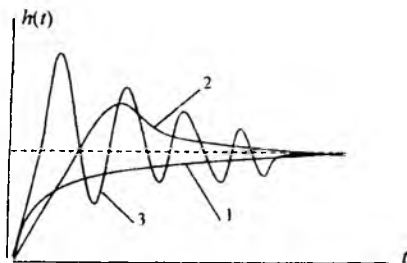
5) $h(t)$ xarakteristikaning maksimal qiymatga erishishga ketgan vaqt – t_{\max} .

6) Oshish vaqti – t_o , bu $h(t)$ ni h_{qor} qiymatining birinchi uchrashgan nuqtasidir.

7) So'nish dekrementi – χ . buning fizik ma'nosi o'tkinchi xarakteristikaning so'nish tezligini bildiradi.

$$\chi = \left| \frac{h_{\max 1} - h_{\text{qar}}}{h_{\max 2} - h_{\text{qar}}} \right|$$

Tizimni pog'onali ta'sirdan olgan reaksiyasiga qarab o'tkinchi xarakteristikalarini uch guruhga bo'lish mumkin, bular: monoton, aperiodik, tebranuvchi.



4.3-rasm.

Monoton jarayonda chiqish kattaligining birinchi tartibli hosilasi $\dot{y}(t)$ qiymatini o'zgartirmaydi (4.3-rasm (1)). Aperiodik jarayonlarda $\dot{y}(t)$ qiymatini bir martadan ortiq o'zgartirmaydi (4.3-rasm (2)), tebranuvchan jarayonda esa $\dot{y}(t)$ o'z qiymatini davriy o'zgartiradi (4.3-rasm (3)).

4.4. Rostlash sifatini baholashning ildizli usullari

Ma'lumki tizimda o'tish jarayonining tavsifini uning birlik pog'onali ta'sirga reaksiyasi bo'yicha aniqlanadi. Tizimning o'tish xarakteristikasi $h(t)$ Laplasning teskari almashtirishi (Xevisaydning ajratish formulalari) yordamida hisoblanishi mumkin:

$$h(t) = L^{-1} \left[\frac{1}{p} W_{\text{sv}}(p) \right] = L^{-1} \frac{P(p)}{pD(p)}$$

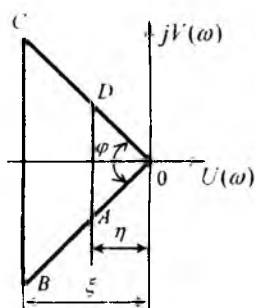
Agar $D(p)$ karrali ildizlarga ega bo'lmasa, demak

$$h(t) = \frac{P(0)}{D(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{P(p_i)}{p_i D'(p_i)} e^{p_i t}, \quad (4.8)$$

bu yerda, p_i – berk tizim xarakteristik polinomi $D(p)=0$ ning ildizlari; $D'(p_i) = dD(p)/dp|_{p=p_i}$ – xarakteristik polinom $D(p)$ ning $p = p_i$ bo'lganda p bo'yicha birinchi hosilasi.

(4.8) dan o'tish jarayonining xarakteriga berk tizimning uzatish funksiyasi $W_{\kappa}(p)$ ning ham sur'ati ham maxraji ta'sir ko'rsatishini ko'rish mumkin. Agar $W_{\kappa}(p)$ ning sur'ati nollarga ega bo'lsa, ya'ni doimiy kattalikni tashkil etsa, o'tish jarayonining xarakterini uning qutblari, ya'ni berk ABT ning xarakteristik tenglamasining ildizlari $D(p)=0$ bo'yicha aniqlash mumkin.

Tizimda o'tish jarayonining sifatini taxminan baholash uchun ildizlar tekisligi p da uning xarakteristik tenglamasining ildizlari joylashgan sohani ajratish kerak. Odatda, ushbu soha trapetsiya ko'rinishda belgilanadi (4.4-rasm).



4.4-rasm.

Xarakteristik tenglamaning ildizlari ushbu $ABCD$ trapetsiyaning ichida joylashsin, uning tomonlari va asoslarida hech bo'lmasa bittadan ildiz, tashqarisida esa – bitta ham ildiz bo'lmasin. Ildizlar tekisligida ushbu sohani belgilash uchun quyidagi parametrlar hisoblanadi: turg'unlik darajasi η , tebranuvchanlik μ va mavhum o'qdan maksimal uzoqlashgan ildizning haqiqiy qiymati ξ .

Turg'unlik darajasi η deb mavhum o'qdan eng yaqin ildizgacha yoki eng yaqin kompleks birlashgan ildizlar juftligigacha bo'lgan oraliqqa aytiladi. Turg'unlik darajasi η mavhum o'qqa eng yaqin bo'lgan trapetsiyaning asosi AD ni aniqlaydi (4.4-rasm).

Tizim differensial tenglamasining umumiy yechimi quyidagicha bo'lsin

$$x(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{p_i t}, \quad (4.9)$$

bu yerda $p, -D(p)=0$ xarakteristik tenglamaning ildizlari.

Turg'unlik darajasi bilan aniqlanadigan ushbu yechimning tashkil etuvchilarini quyidagicha yozib olamiz:

$$x_{\eta}(t) = C_{\eta} e^{-\eta t}, \quad (4.10)$$

haqiqiy ildizli holat uchun yoki ildizlar orasida kompleks birlashgan ildizlar juftligi mavjud bo'lgan holat uchun

$$x_{\eta}(t) = C_{\eta} e^{-\eta t} \sin \beta t. \quad (4.11)$$

Ko'plab holatlarda turg'unlik darajasi bilan aniqlanadigan o'tish jarayonining tashkil etuvchisi so'nganida o'tish jarayonini tugallangan deb hisoblash, ya'ni jarayon so'nish vaqti qiymatining darajasini eng sekin so'nadigan qismiga $x_{\eta}(t)$ ko'ra baholash [(4.10), (4.11) ifodalarga qarang] mumkin. Haqiqiy ildizlar mavhum o'qqa eng yaqin bo'lgan holatda (4.10) ifodadan quyidagi bog'liqlikni olish mumkin: $t_{\eta} \approx \frac{1}{\eta} \ln \frac{1}{\Delta}$.

Agar, masalan $\Delta=0,05$ qabul qilsak, o'tish jarayonining vaqti $t_{\eta} = \frac{1}{\eta} \ln \frac{1}{0,05} \approx 3/\eta$ bo'ladi. Ushbu holatda, mavhum o'qqa eng yaqini kompleks ildizlar juftligi bo'lgan holatda (4.11) dan o'tish jarayonining yuqori chegarasini aniqlash mumkin: $t_{\eta} \leq \frac{1}{\eta} \ln \frac{1}{\Delta}$.

Agar mavhum o'qni η kattalik chapga siljitganimizda bir ildiz mavhum o'qda bo'lsa, tizim turg'unlik chegarasida bo'ladi. Bu Gurvitsning katta aniqlovchisini nolga aylanishiga mos keladi: $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-1} = 0$. Ushbu shart koeffitsiyentlarni berib turib η ni aniqlash yoki teskari masalani yechish mumkin bo'lgan tenglamani beradi.

Tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagicha bo'lsin

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n = 0.$$

Yangi o'zgaruvchini kiritamiz $z = p + \eta$. $p = z - \eta$ qiymatni $D(p) = 0$ tenglamaga qo'yib, yangi siljigan tenglamaga ega bo'lamiz:

$$A_0 z^n + A_1 z^{n-1} + \dots + A_{n-1} z + A_n = 0, \quad (4.12)$$

bu yerda

$$A_i = \frac{1}{(n-i)!} \left[\frac{d^{n-i} D}{dp^{n-i}} \right]_{p=-\eta}. \quad (4.13)$$

Agar siljigan tenglamada $A_n = 0$ bo'lsa, u holda mavhum o'qqa eng yaqin ildizi nolinchi ildiz, agar $A_n \neq 0$ bo'lsa, u holda bog'langan kompleks ildizlar juftligi bo'lib qoladi.

(4.12) tenglama bilan ifodalangan tizim uchun turg'unlik chegarasi sharti Gurvitsning boshqa barcha turg'unlik shartlariga rioya qilib, Gurvits mezonini bo'yicha $\Delta_{n-1} = 0$ bo'ladi.

Tizimning tebranuvchanligi μ deb manfiy haqiqiy yarim o'q va koordinata boshidan mavhum qismining haqiqiy maksimal ildizigacha bo'lgan nur yordamida hosil bo'lgan burchak tangensiga aytiladi (4.4-rasm):

$$\mu = \operatorname{tg} \varphi = (\beta / \alpha)_{\max}, \quad (4.14)$$

bu yerda, $\beta - D(p)$ ildizlarining mavhum qismining qiymati; $\alpha -$ haqiqiy qism.

Tizimning parametrlari ma'lum bo'lganida tebranuvchanlik μ qiymatini (tebranuvchanlik tahlili masalasi) aniqlash yoki teskari masalani, ya'ni berilgan tebranuvchanlik bo'yicha ABTni sintezlash masalasini yechish mumkin. Buning uchun tizimning xarakteristik tenglamasiga mavhum o'qni $(\pi/2 - \varphi_M)$ burchakka burilishiga teng bo'lgan $p = jze^{-j\varphi_M}$ qiymat kiritiladi, bu yerda bog'langan kompleks ildizlar juftligi mavhum o'qda, soxta tizim esa turg'unlik chegarasida bo'ladi. Tebranuvchanlik μ o'tish jarayonining bahosi hisoblanib, μ ortganda rostlanish vaqtida tebranishlar soni n oshadi va qayta rostlanish (o'tarostlash) ham oshadi. Real o'tish jarayoni ancha yaxshiroq sifatga ega bo'lishi mumkin.

Siljish xarakteristik tenglamasini yozib olamiz:

$$B_0 z^n + B_1 z^{n-1} + \dots + B_{n-1} z + B_n = 0, \quad (4.15)$$

bu yerda

$$B_i = j^n \cdot e^{j(n-i)\varphi_M} a_i. \quad (4.16)$$

(4.13) da koeffitsiyentlarning bir qismi – kompleks sonlar.

Soxta tizim turg'unlik chegarasida bo'lgani sababli, (4.15) ifoda bir juft bog'langan mavhum ildizlarga ega bo'ladi: $p_i = \pm j\beta_i = \pm j\omega_i$.

Agar (4.15) ifodadagi z o'rniga $j\omega$ qo'ysak va birikkan xarakteristik polinomni mavhum va haqiqiy qismlarga ajratsak, ularni ketma-ket nolga tenglashtirib ikki tenglamadan iborat tizimga ega bo'lamiz

$$u(\varphi_M, \omega_i) = 0; \quad v(\varphi_M, \omega_i) = 0.$$

Ushbu tizimdan ω , olib tashlab, qidirilayotgan φ_{ν} va $\mu = \text{tg} \varphi_{\nu}$ qiymatlarini aniqlaymiz.

Ushbu masalani Viet tenglamalari orqali algebraik tenglama ildizlarining xususiyatlaridan foydalangan holda yechish mumkin.

4.5. O'tish jarayoni sifatining integral baholari

Sifatni integral baholari bu – o'tish jarayoni chiqish kattaligining erkin tashkil etuvchilari $x_c(t)$ ni yoki xatosi $\varepsilon_c(t)$ ni ba'zi funksiyalarining vaqt bo'yicha integralidir. Ushbu mezonlardan foydalanishdan maqsad rostlanadigan kattalikning belgilangan qiymatdan og'ishini va tezkorligini umumiy bahosini olishdan iborat. Chiziqli va kvadratik integral baholardan keng foydalaniladi.

Chiziqli baholar quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$J_0 = \int_0^{\infty} e^{-\sigma t^n} \varepsilon_c \quad (4.17)$$

Ammo ko'proq i -chi tartibli onlardan, ya'ni quyidagi ko'rinishdagi baholardan foydalanilmoqda

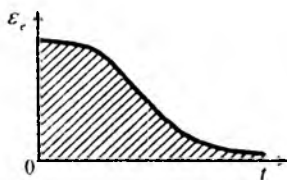
$$J_{0i} = \int_0^{\infty} \varepsilon_c(t) dt; \quad (4.18)$$

$$J_{01} = \int_0^{\infty} t \varepsilon_c(t) dt; \quad (4.19)$$

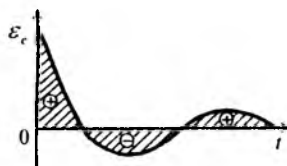
$$J_{0n} = \int_0^{\infty} t^n \varepsilon_c(t) dt. \quad (4.20)$$

Ushbu baholarning eng soddasi J_{00} (4.18) ifodadir. Agar tizim turg'un bo'lsa, u hoda $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_c(t) = 0$, integral J_{00} egrilik $\varepsilon_c(t)$ ostidagi maydonga teng bo'lgan chekli qiymatga intiladi (4.5-rasm). Tizimning tezkorligi qancha yuqori bo'lsa, kattalik J_{00} qiymati shunchalik kichik bo'ladi, shuning uchun tizim parametrlarini J_{00} minimumga intilgan holatda tanlash lozim, ya'ni $dJ_{00}/dA = 0$, bu yerda A – tizimning o'zgaruvchan parametri. Ushbu bahoning kamchiligi uni faqat monoton yoki aperiodik jarayonlarda qo'llash mumkinligi hisoblanadi. Tebranuvchan jarayonda (4.6-rasm) $\varepsilon_c(t)$ bilan chegaralangan yuzalar algebraik qo'shiladi va minimum J_{00} ga tebranishlar soni n ko'p jarayon

mos kelishi mumkin, ya'ni kichik tezkorlik va hattoki so'nmaydigan tebranishlarga ega jarayon.



4.5-rasm.



4.6-rasm.

$\varepsilon_c(p)$ ning Laplas bo'yicha tasviri

$$E(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} \varepsilon_c(t) dt.$$

Ushbu ifodani (4.18) bilan taqqoslaganda J_{00} uchun quyidagilarni yozish mumkin:

$$J_{00} = \int_0^{\infty} \varepsilon_c(t) dt = E_c(0). \quad (4.21)$$

e^{-pt} ni pt darajalari bo'yicha qatorga yoyib chiqamiz:

$$e^{-pt} = 1 - pt + 0,5p^2t^2 - \dots \quad (4.22)$$

$E_c(p)$ ni aniqlash uchun ifodaga (4.22) ni qo'yamiz, ya'ni

$$\begin{aligned} E_c(p) &= \int_0^{\infty} e^{-pt} \varepsilon_c(t) dt = \int_0^{\infty} \varepsilon_c(t) dt - p \int_0^{\infty} t \varepsilon_c(t) dt + \\ &+ 0,5p^2 \int_0^{\infty} t^2 \varepsilon_c(t) dt - \dots = J_{00} - pJ_{01} + 0,5p^2 J_{02} - \dots \end{aligned} \quad (4.23)$$

Agar $E_c(p)$ ni p darajalari bo'yicha qatorga yoyib chiqqanimizda:

$$E_c(p) = E_c(0) + \left(\frac{\partial E_c}{\partial p} \right)_{p=0} p - 0,5 \left(\frac{\partial^2 E_c}{\partial p^2} \right)_{p=0} p^2 + \dots, \quad (4.24)$$

(4.23) va (4.24)ni taqqoslaganda, p darajalar bo'yicha ifodalarni tenglashtirganda quyidagicha xulosa qilish mumkin:

$$J_{00} = \int_0^{\infty} \varepsilon_c(t) dt; \quad J_{01} = - \left(\frac{\partial E_c}{\partial p} \right)_{p=0}; \quad (4.25)$$

$$J_{01} = \left(\frac{\partial^2 E_\varepsilon}{\partial p^2} \right)_{p=0}; \quad (4.26)$$

$$J_{0n} = (-1)^n \left(\frac{\partial^n E_\varepsilon}{\partial p^n} \right)_{p=0}. \quad (4.27)$$

Agar (4.21), (4.25)-(4.27) natijalarini 4.2 da keltirilgan xatolik koefitsiyentlari bilan taqqoslaganda $J_{00} = C_0$; $J_{01} = (-1)C_1$;.....; $J_{0n} = (-1)^n C_n$ bo'ladi, bu yerda C_0, C_1, \dots, C_n - xatolik koefitsiyentlari.

Kvadratik integral baholar quyidagi formulalar bo'yicha hisoblanadi:

$$J_{20} = \int_0^\infty \varepsilon_c^2(t) dt; \quad (4.28)$$

$$J_{21} = \int_0^\infty [\varepsilon_c^2(t) + \tau_1^2 \varepsilon_c'(t)] dt; \quad (4.29)$$

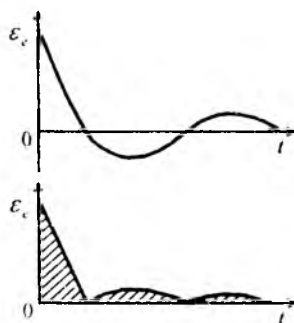
.....

$$J_{2n} = \int_0^\infty [\varepsilon_c^2(t) + \tau_1^2 \varepsilon_c'^2(t) + \dots + \tau_n^2 \varepsilon_c^{(n)}(t)] dt, \quad (4.30)$$

bu yerda, $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ - doimiy kattaliklar.

J_{21}, \dots, J_{2n} baholarni *umumlashtirilgan kvadratik baholar* deb ataladi.

Kvadratik integral baholarning geometrik mazmuniga 4.7-rasmda tushuntirish berilgan. Kvadratik integral bahoning minimumi J_{20} bo'yicha tizim parametrlarini tanlashda $\varepsilon_c(t)$ egri chiziqni ε_c va t o'qlariga yaqinlashtiramiz.



4.7-rasmi

Ushbu baholarni hisoblash usullari A.I.Mandelstam va N.D.Papaleksi tomonidan 1909-yilda taklif etilgan. 1937-yilda akad.A.A.Xarkevich ushbu bahoni kuchaytirgichning ishlash rejimlarini tadqiq etishda qo'llagan, 1948-yilda A.A.Krasovskiy va A.A.Feldbaum undan chiziqli avtomatik roslash tizimlarining sifatini tadqiq etishda foydalangan.

Kvadratik integral baholarni $\varepsilon_c(t) = h_{qor} - h(t)$ hisoblash usullarini ko'rib chiqamiz. Ta'rif bo'yicha,

$$L\{h(t)\} = H(p) = \frac{1}{p} W'_{gh}(p).$$

Chekli o'tishlar to'g'risidagi teorema bo'yicha,

$$h_{qor} = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} pH(p) = W'_{gh}(0);$$

demak,

$$E_c(p) = W'_{gh}(0) - \frac{1}{p} W'_{gh}(p).$$

Modomiki $W'_{gh}(p)$ – kasr-ratsional funksiya ekan, u holda $H(p)$ ni ham kasr-ratsional funksiya ko'rinishida yozish mumkin:

$$H(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} \quad (4.31)$$

$m < n$ da baho J_{20} ni (4.25) quyida ko'rsatilgan formulalar bo'yicha b_0, \dots, b_m , va a_0, \dots, a_n ko'effitsiyentlardan (4.28) foydalangan holda hisoblash mumkin:

$$J_{20} = \int_0^{\infty} \varepsilon_c^2(t) dt = \frac{1}{2a_n^2 \Delta} (B_0 \Delta_0 + B_1 \Delta_1 + \dots + B_{m-2} \Delta_{m-2} + B_{m-1} \Delta_{m-1} + B_m \Delta_m) - \frac{b_m b_{m-1}}{a_n^2}, \quad (4.32)$$

bu yerda, Δ – Gurvits aniqlovchisi bo'lib, quyidagi ko'effitsiyentlardan tuzilgan:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_n & -a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & -a_{n-3} & \dots & 0 \\ 0 & -a_n & a_{n-2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -a_{n-1} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_1 \end{vmatrix}, \quad (4.33)$$

bu yerda indeks 0 dan kichik va n dan katta barcha koeffitsiyentlarni nolga almashtiriladi. (4.33) ifodadan $\Delta_0, \dots, \Delta_m$ aniqlovchilarni olish uchun $(v+1)$ ustunni $a_{n-1}, a_n 0, \dots, 0$ ustun bilan almashtirish yo'li bilan hisoblanadi, bu yerda $v = 0, 1, \dots, m$.

$B_0, B_1, \dots, B_{m-1}, B_m$ koeffitsiyentlar quyidagicha aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} B_0 &= b_m^2; B_1 = b_{m-1}^2 - 2b_m b_{m-2}; \\ B_v &= b_{m-v}^2 - 2b_{m-v+1} b_{m-v-1} + \dots + 2(-1)^v b_m b_{m-2v}; \\ B_m &= b_0^2. \end{aligned} \right\} \quad (4.34)$$

Kvadratik integral baho J_{20} ni berk tizimning berilgan chastota xarakteristikasi bo'yicha aniqlash mumkin.

$E(j\omega)$ – funksiya $\varepsilon_{hd}(t)$ uchun Fure tasviri bo'lsin, o'tkazib yuborish teoremasi asosida kompleks sohada $L\{\varepsilon_c(t)\varepsilon_c(t)\}$ uchun $p=0$ yozish mumkin

$$J_{20} = \int_0^{\infty} \varepsilon_c^2(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |E_c(j\omega)|^2 d\omega; \quad (4.35)$$

$$\varepsilon_c(t) = h_{gr} - h(t) = E_c(j\omega) = \frac{1}{j\omega} [j\omega W_{gh}(0) - W_{gh}(j\omega)], \quad (4.36)$$

bu yerda, $W_{gh}(j\omega)$ – berk tizimning kompleks kuchaytirish koeffitsiyenti.

Shunday qilib, (4.35) va (4.36) bo'yicha J_{20} ni hisoblash mumkin. (4.35) ifoda Reley formulasi deb nomlanadi (bu formula Parseval tomonidan olinganligi sababli adabiyotlarda uni Parseval formulasi deb ham nomlanadi).

Funksiyada J_{20} integral koeffitsiyentlar b_0, \dots, b_m va a_0, \dots, a_n ni $m = n-1$ va $n=10$ gacha hisoblash uchun xato $E_v(p)$ signalining Laplas tasviriga o'tkazish jadvallari mavjud. 4.1-jadvalda $n=1 \div 5$ da J_{20} uchun formulalar keltirilgan.

Baho J_{20} ni minimumi bo'yicha tizim parametrlari tanlaganda tez-tez maqul bo'lmagan jarayon tebranuvchanligiga ega bo'ladi, chunki jarayon $h(t)$ ning ideal o'zgarishi dastlabki tezlikning keskin oshishi, bu esa o'z navbatida yuqori qayta rostdashga va turg'unlik zaxirasini kamaytirishga olib keladi. Umumlashtirilgan kvadratik baholarda J_{21}, \dots, J_{2n} nafaqat J_{21} dagi og'ish kattaligi $\varepsilon(t)$ ni, balki og'ish tezligi $\dot{\varepsilon}(t)$ ga ham ta'sir qiladi, shuningdek J_{22}, \dots, J_{2n} da ikkinchi, uchinchi va yuqori darajali hosilalarga ham ta'sir qiladi. Bu esa egri chiziqning pog'onali funksiyaga emas, J_{21} holatida eksponentaga J_{22}, \dots, J_{2n} foydalanilganda nisbatan silliq, ammo murakkab egri chiziqqa olib

keladi. J_{21}, \dots, J_{2n} minimumi bo'yicha ABT parametrlarini tanlaganda umumlashtirilgan kvadratik baholar (4.29), (4.30) da hosilalar vaznini aniqlovchi doimiylar τ_1, \dots, τ_n ni tanlash maqsadga muvofiq. τ_1, \dots, τ_n ning sezilarli oshishi qayta rostlanishni yo'qotib, rostlanish vaqtini oshiradi. Kichik τ_1, \dots, τ_n da tebranuvchanlikning oshishi sezilmas bo'ladi. τ_1, \dots, τ_n ni tanlash jarayonga yaqinlashtirish tavsiya etilib, ekstremalning vaqt doimiysini inobatga olgan holda amalga oshiriladi.

4.1-jadval

$$E_\epsilon(p) = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + b_{n-1} p + a_n}.$$

$$n=1. \quad J_{21} = b_0^2 / (2a_0 a_1).$$

$$n=2. \quad J_{21} = (b_0^2 a_0 + b_1^2 a_2) / (2a_0 a_1 a_2).$$

$$n=3. \quad J_{21} = \frac{b_0^2 a_1 a_2 + (b_1^2 - 2b_0 b_2) a_1 a_0 + b_2^2 a_1 a_0}{2a_0 a_1 (a_1 a_2 - a_0 a_1)}.$$

$$n=4. \quad J_{21} = \frac{b_0^2 (-a_1^2 a_1 + a_1 a_2 a_2) + (b_1^2 - 2b_0 b_2) a_1 a_2 a_0 + (b_2^2 - 2b_0 b_2) a_1 a_0 a_0 + b_3^2 (-a_1 a_2^2 + a_1 a_4 a_4)}{2a_0 a_1 (-a_1 a_2^2 - a_1^2 a_0 + a_1 a_2 a_1)}.$$

$$n=5. \quad J_{21} = \frac{1}{2\Delta_5} [b_0^2 m_0 + (b_1^2 - 2b_0 b_2) m_1 + (b_2^2 - 2b_0 b_2 + 2b_2 b_4) m_2 + (b_3^2 - 2b_0 b_2) m_3 + b_4^2 m_4].$$

bu yerda

$$m_0 = \frac{1}{a_0} (a_2 m_1 - a_1 m_2); \quad m_1 = \frac{1}{a_1} (a_3 m_2 - a_2 m_3);$$

$$m_1 = -a_3 a_2 + a_4 a_3; \quad m_2 = \frac{1}{a_5} (a_4 m_3 - a_3 m_4);$$

$$m_2 = -a_4 a_0 + a_5 a_1; \quad \Delta_5 = a_5 (a_4 m_4 - a_3 m_1 + a_0 m_1).$$

Keling, umumlashtirilgan kvadratik baho minimumi bo'yicha tizimni hisoblash uslubi ustida to'xtalamiz:

$$J_{21} = \int_0^{\infty} [\epsilon_\epsilon^2(t) + \tau_1 \dot{\epsilon}_\epsilon^2(t)] dt.$$

Ushbu integral ikkita integral yig'indisi sifatida ifodalanishi mumkin:

$$\begin{aligned} J_{21} &= \int_0^{\infty} [\epsilon_\epsilon(t) + \tau_1 \dot{\epsilon}_\epsilon(t)]^2 dt - 2\tau_1 \int_0^{\infty} \epsilon_\epsilon(t) \dot{\epsilon}_\epsilon(t) dt = \\ &= \int_0^{\infty} [\epsilon_\epsilon(t) + \tau_1 \dot{\epsilon}_\epsilon(t)]^2 dt - 2\tau_1 \int_0^{\infty} \dot{\epsilon}_\epsilon(t) \epsilon_\epsilon(t) dt. \end{aligned}$$

Agar tizim turg'un bo'lsa, $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_c(t) = 0$ teng, u holda

$$2\tau_1 \int_0^{\infty} \varepsilon_c(t) d\varepsilon_c(t) = \tau_1 \varepsilon_c^2(t) \Big|_0^{\infty} = \tau_1 \varepsilon_c^2(0).$$

Bundan tashqari, integral J_{21} imkon qadar minimal qiymatga ega bo'ladi

$$J_{21\min}^* = \tau_1 \varepsilon_c^2(0), \quad (4.37)$$

quyidagicha bo'lganida

$$\varepsilon_c(t) + \tau_1 \dot{\varepsilon}_c(t) = 0. \quad (4.38)$$

Agar

$$\tau_1 d\varepsilon_c(t)/dt + \varepsilon_c(t) = 0 \quad (4.39)$$

bo'lsa, differensial tenglama (4.39)ning yechimi

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_c(0)e^{-t/\tau_1}. \quad (4.40)$$

minimum bo'yicha optimal (ekstremal) o'tish jarayoni bo'ladi (bu yerda τ_1 – ushbu jarayonning vaqt doimiysi).

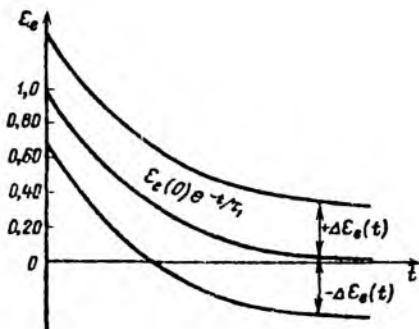
J_{21} minimumi bo'yicha tizim parametrlarini tanlaganda odatda eng kichik qiymat $J_{21\min}$ dan og'ish $J_{21\min}^*$ o'z o'rniga ega bo'ladi, ya'ni $J_{21\min}^* - J_{21\min} = \delta > 0$.

A.A.Feldbaumga ko'ra o'tish jarayoni ekstremaldan kichik bo'lgan kattalik $\sqrt{\delta/\tau_1}$ ga farqlanadi, ya'ni

$$|\Delta\varepsilon_c(t)| \leq \sqrt{\delta/\tau_1}. \quad (4.41)$$

Kattalik δ bo'yicha haqiqiy o'tish jarayonining ekstremaldan og'ishi $\varepsilon_c(t)$ ni baholash mumkin (4.8-rasm). Tizim darajasi oshganida, soha $\pm\sqrt{\delta/\tau_1}$ ni kengligi ham oshadi, bunda tizim sifatini baholash aniqligi kamayadi (o'tish jarayonining ekstremalga yaqinlashishi); buning oldini olish uchun (4.30) ko'rinishdagi baholardan foydalaniladi. Kattalik τ_1 qiymatini talab qilingan rostlash vaqti t_p bo'yicha belgilanadi, ya'ni $t_p/6 < \tau_1 < t_p/3$.

Ta'kidlash joizki, J_{20} yoki J_{21} minimumi bo'yicha parametrlarni tanlash masalasi ABTning kichik darajalari uchun murakkab bo'lmagan holda analitik usul bilan yechiladi. Aks holda hisoblash ancha murakkablashadi va masalani EHMda raqamli yechish kerak bo'ladi.



4.8-rasm.

4.6. Rostlash sifatini baholashning chastotaviy usullari

Boshqarish tizimlarini tadqiq etishning chastotaviy usullari muhandislik amaliyotida keng qo'llanilmoqda. Ular muhandislar uchun odatiy bo'lgan tizimlarning dinamik xarakteristikalarini grafik tasviriga asoslangani sababli avtomatlashtirilgan boshqarish tizimlarini hisoblashda keng qo'llanilib, avtomatlashtirilgan rostlash tizimlarini tahlil qilish va sintezlashning qator qulay muhandislik usullarini ishlab chiqish imkonini beradi. Chastotaviy usullarning targ'iboti va rivojlanishida V.V.Solodovnikov ishlari katta rol o'ynagan. Ularda sifatni haqiqiy chastotaviy xarakteristikalar bo'yicha baholash usuli, pog'onali ta'sirda haqiqiy trapetsiyasimon xarakteristikalar bo'yicha o'tish jarayonlarini qurish usuli hamda korreksiyalovchi qurilmalarni sintezlash usuli keltirilgan. Ishlarda chastotaviy usullarni taqsimlangan parametrlil va kechikishga ega turli tizimlarda qo'llash mumkinligi isbotlangan. Ushbu usullarning qo'llanilishi tezkorlik, qayta rostlash jarayon tebranuvchanligi kabi sifatning muhim ko'rsatkichlarini aniqlash imkonini beradi. Ushbu masalalar adabiyotda keng yoritilgan bo'lib, muhandislik hisob-kitoblarini ancha soddalashtiradigan ko'p miqdordagi yordamchi jadval va grafiklar mavjud.

Eng avvalo tizimning o'tish xarakteristikasi va chastotaviy xarakteristikalari o'rtasidagi analitik bog'liqlikka to'xtalib o'tamiz. Chiziqli tizimga garmonik signal ta'sir qilganida chiqish kattaligining o'rnatilgan qiymati ham garmonik bo'ladi:

$$X(j\omega) = W_{\text{ex}}(j\omega)G(j\omega), \quad (4.42)$$

bu yerda $X(j\omega)$ – Fure bo‘yicha chiqish kattaligi $x(t)$ ning tasviri; $G(j\omega)$ – Fure bo‘yicha chiqish kattaligi $g(t)$ ning tasviri; $W_{gr}(j\omega)$ – berk tizimning kompleks kuchaytirish koeffitsiyenti.

Tizimga bir pog‘onali funksiya $g(t) = 1(t)$ ta’sir qilganida, tizimning o‘tish xarakteristikasi bo‘lmish chiqish kattaligi $h(t)$ berk tizimning haqiqiy yoki mavhum chastotaviy xarakteristikasi orqali aniqlanadi:

$$x(t) = h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{P(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega. \quad (4.43)$$

bu yerda, $P(\omega)$ – berk ABTning haqiqiy chastotaviy xarakteristikasi;

$$x(t) = h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{Q(\omega)}{\omega} \cos \omega t d\omega + P(0). \quad (4.44)$$

bu yerda, $Q(\omega)$ – berk tizimning mavhum chastotaviy xarakteristikasi.

(4.43), (4.44) bo‘yicha o‘tish xarakteristikasini aniqlash faqat EHMni qo‘llagan holda raqamli usullar yordamida amalga oshirish mumkin. Lekin chiziqli-bo‘lakli funksiyalar bilan haqiqiy va mavhum chastotaviy xarakteristikalarning approssimatsiyalash bilan bog‘liq boshqa yo‘l ham bor. Bu taxminan o‘tish xarakteristikasini shakllantirish uchun bizga qulay ifodalarni olish imkonini beradi.

Tizimga ixtiyoriy g‘alayon ta’sir qilganida o‘tish jarayoni umumlashgan haqiqiy va mavhum xarakteristikalar bo‘yicha aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} P_{o6}(\omega) &= \operatorname{Re} [W_{gr}(j\omega)G(j\omega)]; \\ Q_{o6}(\omega) &= \operatorname{Im} [W_{gr}(j\omega)G(j\omega)]. \end{aligned} \right\} \quad (4.45)$$

bunda, $G(j\omega) = \int_0^{\infty} g(t)e^{-j\omega t} dt$ – Fure bo‘yicha chiqish kattaligi $g(t)$ ning tasviri. Bu yerda funksiya qutblari mavhum o‘qning chap tomonida bo‘lishlari kerak.

Haqiqiy chastotaviy xarakteristikalar va ularga tegishli o‘tish jarayonlarning asosiy xossalarini ko‘rib chiqamiz. (4.43)dan $P(\omega)$ va $h(t)$ ning quyidagi asosiy xossalari kelib chiqadi. Ularni isbotsiz keltiramiz.

1. Chiziqlilik xossasi: agar haqiqiy chastotaviy xarakteristikani quyidagi yig‘indi sifatida keltirish mumkin bo‘lsa,

$$\left. \begin{aligned} P(\omega) &= \sum_{i=1}^{\infty} P_i(\omega); \\ h_i(t) &= \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{P_i(\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega, \end{aligned} \right\} \quad (4.46)$$

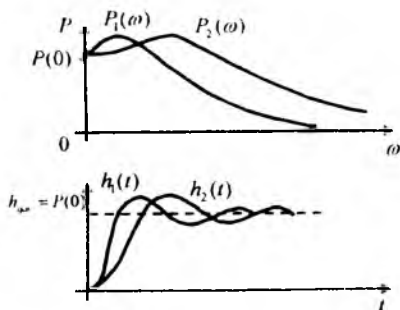
o'tish jarayoni $h(t)$ ni ham tarkibiy qismlar yig'indisi sifatida ko'rsatish mumkin:

$$h(t) = \sum_{i=1}^n h_i(t). \quad (4.47)$$

2. $P(\omega)$ va $h(t)$ uchun ordinatalar o'qi bo'yicha masshtablarning mosligi. Agar $P(\omega)$ ni doimiy ko'paytiruvchi a ga ko'paytirsak, $h(t)$ ning tegishli qiyamtlari ham ushbu ko'paytiruvchiga ko'paytiriladi.

3. $P(\omega)$ va $h(t)$ uchun absissalar o'qi bo'yicha masshtablarning mosligi. Agar chastotaviy xarakteristikaning tegishli ifodasida argument ω ni doimiy songa ko'raytirsak (4.9, a-rasm), o'tish jarayonining tegishli ifodasida argumenti ushbu songa bo'linadi (4.9, b-rasm), ya'ni

$$h(t/a) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \frac{P(a\omega)}{\omega} \sin \omega t d\omega. \quad (4.48)$$



4.9-rasm.

4. Haqiqiy chastotaviy xarakteristikaning boshlang'ich qiymati o'tish xarakteristikaning oxirgi qiymatiga teng:

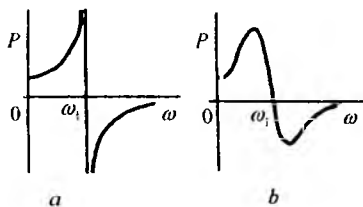
$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} P(\omega) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t).$$

Mavhum chastotaviy xarakteristikaning boshlang'ich qiymati nolga teng $Q(0) = 0$.

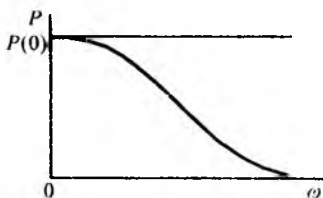
5. Haqiqiy chastotaviy xarakteristikaning oxirgi qiymati o'tish xarakteristika aslining boshlang'ich qiymatiga teng

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} P(\omega) = \lim_{t \rightarrow 0} x(t) = \lim_{t \rightarrow 0} h(t).$$

Haqiqiy chastotaviy xarakteristikada uzluksizlikning uzilishlari va cho'qqilari qiziqish uyg'otadi. Faraz qilaylik, $\omega = \omega_1$ da haqiqiy chastotaviy xarakteristikasida uzilishi mavjud $P(\omega_1) = \infty$, bunda tizimning xarakteristik tenglamasi mavhum ildizga ega bo'ladi $s_i = \pm j\omega_1$, ya'ni qolgan ildizlar chap ildizlar bo'lsa, tizimda so'nmaydigan garmonik tebranishlar o'rnatiladi. Ushbu holat uchun xarakteristika 4.10,*a*-rasmda keltirilgan. Chamasi chastotasi ω_1 chastotaga yaqinlashganda $P(\omega)$ noldan oshib ketadigan chastotaviy xarakteristikaning yuqori va qirra cho'qqisi sekin so'nib borayotgan tebranishlarga to'g'ri keladi (4.10,*b*-rasm).



4.10-rasm.



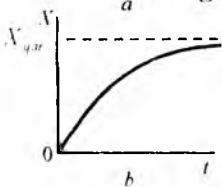
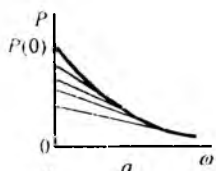
4.11-rasm.

6. Tizimning o'tish xarakteristikasida 18% ($\sigma \leq 18\%$) dan oshmaydigan qayta rostlash mavjud bo'lishi uchun haqiqiy chastotaviy xarakteristika chastotaning musbat qiymatidan oshmaydigan funksiyasi bo'lishi kerak (4.11-rasm), ya'ni $P(\omega) > 0$, $dP(\omega)/d\omega \leq 0$.

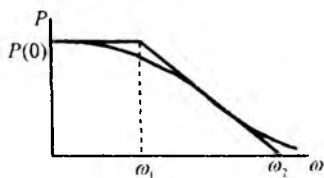
7. O'tish jarayoni bir xil o'tishining sharti. O'tish jarayoni monoton xarakterga ega bo'lishi uchun unga mos mutlaq qiymat bo'yicha kamayadigan manfiy hosilaga ega haqiqiy chastotaviy xarakteristika $P(\omega)$ si chastotaning musbat uzluksiz funksiyasi bo'lishi yetarlidir (4.12,*a,b*-rasm.), ya'ni

$$P(\omega) > 0, [dP(\omega)/d\omega] < 0.$$

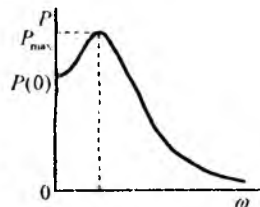
8. O'tish jarayoni qayta rostlashining eng katta qiymati σ_{\max} ni haqiqiy chastotaviy xarakteristika $P(\omega)$ ning maksimumi bo'yicha aniqlash (4.13-rasm):



4.12-rasm.



4.13-rasm.



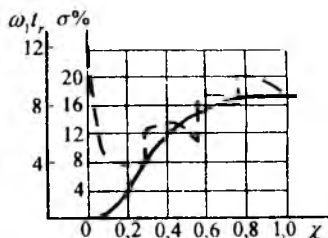
4.14-rasm.

$$\sigma_{\max} = [1,18P_{\max} - P(0)] / P(0). \quad (4.49)$$

bu yerda, P_{\max} - $P(\omega)$ ning maksimal qiymati; $P(\omega)$ - $P(\omega = 0)$ ning boshlang'ich qiymati.

9. Agar haqiqiy chastotaviy xarakteristika trapetsiya ko'rinishiga yaqin bo'lsa, ya'ni chastotalar diapazoni ω_2 va qiyalik koeffitsiyenti $\chi = \omega_1 / \omega_2$ bilan approksimatsiyalangan (4.14-rasm) bo'lsa, demak, tizim o'tish jarayoni qayta rostdash vaqti $\pi / \omega_2 < t, < 4\pi / \omega_2$ chegaralarda qamrab olingan.

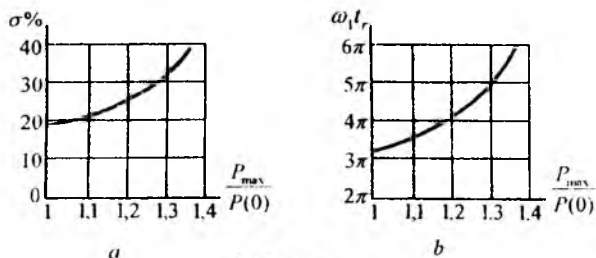
Rostlash t_p va qayta rostdash vaqtini 4.15-rasmda keltirilgan egri chiziqalar bo'yicha baholash mumkin. Buni oshmaydigan haqiqiy chastotaviy xarakteristikaga ega tizimlar uchun qo'llash mumkin.



4.15-rasm.

Haqiqiy chastotaviy xarakteristika $P(\omega)$ maksimum P_{\max} ga ega bo'lsa, qayta rostdash σ va rostdash vaqti $P_{\max} / P(0)$ nisbatga ko'ra

4.16,*a,b*-rasmdagi egri chiziqlar bo'yicha baholanadi. Bunda qayta rostlash vaqti $3\pi/\omega_2 < t_r < 8\pi/\omega_2$ chegarada qamrab olingan.



4.16-rasm.

Nazorat va muhokama savollari

1. Avtomatik boshqarish tizimlarining sifat ko'rsatkichlarini bevosita baholash usulini tushuntirib bering.

2. Sifat ko'rsatkichlarini baholashning bilvosita usuli, deb nimaga aytiladi?

3. Barqaror rejimda rostlash sifatini baholashda xatolik bo'yicha uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?

4. Xatolik bo'yicha uzatish funksiyasi asosida xatolik koeffitsiyentlari qaysi formula orqali hisoblanadi?

5. Qanday ta'sirlada xatolik koeffitsiyentlari usulini qo'llash maqsadga muvofiq?

6. O'tkinchi xarakteristika bo'yicha tizimning qanday sifat ko'rsatkichlarini aniqlash mumkin?

7. Rostlash sifatini baholashning ildiz usuli qaysi chegaralar orasidagi bog'liqlikni aniqlashga asoslangan?

8. Rostlash sifatini baholashning ildiz usulida so'nish koeffitsiyenti nimaga bog'liq?

9. O'tish jarayoni sifatining integral baholash usuli asosida nima yotadi?

10. Eng ko'p qo'llaniladigan integral baholash usuli ifodalarini keltiring.

11. Rostlash sifatini baholashning chastotaviy usulida haqiqiy chastota tavsifi va ularga mos keladigan o'tish jarayonining asosiy xossalari tushuntirib bering.

12. Rostlash sifatini baholashning chastotaviy usulining afzalligi va qo'llanilishi to'g'risida nimalar deyish mumkin?

V bob. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINI SINTEZLASH

5.1. Sintezlash masalasining qo'llanilishi

ABTni sintezlash deganda, uning struktura sxemasini va alohida zvenolarning parametrlari qiymatini shunday tanlash tushuniladiki, bunda barqarorlashgan tartibda berilgan aniqlik va o'tish jarayonlarining maqbul xarakteristikasi ta'minlanadi.

Hozirgi vaqtda sintezlash masalasiga nisbatan ikki xil fikr mavjud. Birinchidan, sintezlash variatsion masala kabi talqin etilib, ABT shunday quriladiki, berilgan ishlash sharoitlarida xatolikning nazariy minimumi ta'minlanadi. Ikkinchidan, sintezlash muhandislik masalasi kabi talqin etilib, ABT shunday quriladiki, unga qo'yilgan texnik talablar ta'minlanadi. Sintezlashda ABT dagi istalgan dinamik sifatlarini ta'minlash maqsadida uning biror o'zgarmaydigan qismiga qo'shilishi lozim bo'lgan korreksiyalovchi vositalarning ko'rinishi va parametrlar aniqlanadi.

Avtomatik boshqarish tizimini muhandislik sintezlarida, birinchidan, istalgan aniqlikni va ikkinchidan, o'tish jarayonlarining maqbul xarakterlarini ta'minlashi lozim.

Birinchi masalaning yechilishi ko'p hollarda tizimning istalgan umumiy kuchaytirish koeffitsiyentini va zarur bo'lganda tizim aniqligini oshiruvchi korreksiyalovchi vositalar ko'rinishini aniqlashga keltiriladi. Qiymatlarni parametrlarning katta bo'lmagan soniga nisbatan o'rnatilishi zarurligi natijasida yechim nisbatan sodda bo'ladi. Eng oddiy holda tizimining faqat umumiy kuchaytirish koeffitsiyentini topish zarur.

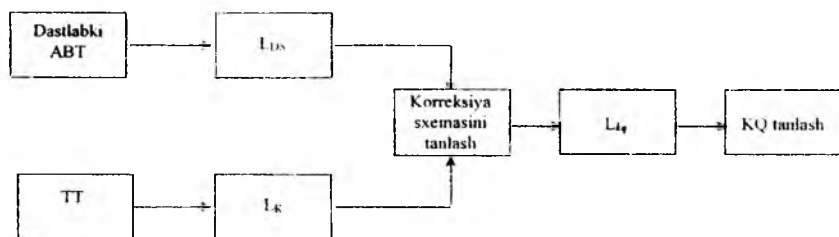
Ikkinchi masalaning yechilishi – o'tish jarayonlarining maqbul xarakterini ta'minlash – katta sonli parametrlarning variatsiyalanishi va tizimni dempferlash masalasi yechimining ko'p ma'noligi natijasida deyarli har doim qiyinroq bo'ladi. Shuning uchun mavjud muhandislik usullari faqat ikkinchi masalani yechish bilan chegaralanadi.

5.2. Logarifmik chastota xarakteristikalari usuli yordamida sintezlash

ABTni sintezlashda uning asosiy elementlari (boshqarish obyekti, datchiklar, ijro qurilmalari) berilgan deb hisoblanadi va uni shunday korrelyatsiyalash lozimki, tizimning istalgan sifati (berilgan aniqligi, tezkorligi, barqarorligi) ta'minlansin.

Sintezlash masalasining yechimi umuman olganda bir ma'noli, chunki berilgan sifat ko'rsatkichlarini qanoatlantiruvchi bir ma'noli, ammo turli korreksiyaga ega bo'lgan ABT larni yaratish mumkin. ABT ni shunday loyihalash lozimki, korreksiyalovchi qurilmalar (KQ) oddiy bo'lishi, korreksiya esa oddiygina amalga oshirilishi lozim.

Hozirgi vaqtda logarifmik xarakteristikalardan foydalanib korreksiyalash usullari eng ko'p tarqalgan bo'lib, minimal-fazaviy tizimlar uchun faqat LACHX ni qo'llash kifoyadir (5.1-rasm).



5.1-rasm. ABTni korreksiyalash.

Texnik topshiriq asosida korreksiyalangan tizim LACHX $L_k(\omega)$ si quriladi. Shu bilan birga dastlabki tizim ma'lum xarakteristikalar bo'yicha $L_n(\omega)$ quriladi. Ikkala LACHX ni taqqoslash asosida hamda keyingi texnik amalga oshirishning soddaligi nuqtayi nazaridan korreksiya sxemasi (ketma-ket, teskari bog'lanishli, kombinatsiyalashgan) tanlanadi. Undan keyin korreksiyalovchi qurilma LACHXsi $L_{kq}(\omega)$ topiladi va tanlanadi. Turli korreksiya sxemalari va mos KQ larni ko'rib, ulardan eng yaxshisi tanlanadi.

Texnik topshiriqda tizimga quyidagi shartlar qo'yiladi:

1) *aniqlik sharti*: a) y_{01} maksimal amplituda va ω_1 chastotali y_0 topshiruvchi garmonik ta'sirning (odatda kuzatuvchi tizimlar uchun)

yoki y_{0r} maksimal tezlik va $y_{0\omega}$ tezlanishlarga ega bo'lgan ixtiyoriy ta'sirlarning tizimda ishlanishidagi joiz xatolik,

b) tizimning astatizm tartibi ν yoki statik ba'zan kinetik xatolikka yo'l qo'yilmasligi:

2) *tezkorlik shartlari*: sakrama (pog'onali) ta'sirni ishlanishdagi rostlash vaqti t_s yoki tizimning kesishish chastotasi ω_k ;

3) *barqarorlik ko'lam sharti*: faza bo'yicha $\Delta\varphi$ va modul bo'yicha ΔL ko'lam, yoki pog'onali ta'sirni ishlanishdagi joiz ortiqcha rostlash h , yoki tebranish koeffitsiyenti M_m (odatda kuzatuvchi tizimlar uchun).

5.3. Texnik topshiriq bo'yicha LACHX ni qurish

Amalda barcha sifatli ABT lar chastota xarakteristikalarida namunaviy xususiyatlarga yoki namunaviy LACHX larga ega. Namunaviy LACHX lar uchun ularning parametrlari va texnik topshiriqlardagi parametrlar orasida bir ma'noli bog'lanishni barqarorlashtiruvchi nomogrammlar hisoblangan. Korreksiya qilingan LACHX qurish past chastotali sohadan boshlanadi.

1. Past chastotalar sohasida tizimning aniq ishlash shartidan ω_m, L_m koordinatalari nazorat nuqta K ning holati aniqlanadi, bu yerda ω_m – topshiruvchi ta'sirning maksimal chastotasi

$$L_m = L(\omega_m) = 20 \lg |W_r(j\omega_m)| = 20 \lg \frac{y_{0r}}{e_{joiz}}, \quad (5.1)$$

bu yerda, L_m – shu chastotadagi kuchaytirish koeffitsiyenti (db).

ABT aniqligini garmonik signalning tiklanishi bo'yicha osongina baholash mumkin. Agar texnik topshiriq bo'yicha tiklash uchun eng qiyin bo'lgan topshiruvchi ta'sir quyidagi ko'rinishga ega bo'lsa:

$$y_0(t) = y_{0m} \cdot \sin \omega_m t.$$

ABT xatoligi amplitudasi quyidagicha aniqlanadi:

$$e_m = y_{0m} \left| \frac{W_{ro}(j\omega_m)}{1 + W_{ro}(j\omega)} \right| = \frac{y_{0m}}{|1 + W_{ro}(j\omega)|} \cong \frac{y_{0m}}{|W_{ro}(j\omega)|}, \quad (5.2)$$

chunki ish chastotasi diapazonida odatda $W_{uz}(j\omega) \geq 1$, $e_m \leq e_{uz}$ shartidan (5.1) ni olamiz. Agar texnik topshiriqda topshiruvchi ta'sirning maksimal tezligi \dot{y}_{0m} va maksimal tezlanishi \ddot{y}_{0m} berilgan bo'lsa, uni quyidagi chastota va amplitudaga ega bo'lgan ekvivalent garmonik ko'rinishga keltirish mumkin:

$$\omega_m = \ddot{y}_{0m} (\dot{y}_{0m})^{-1}; y_{0m} = \dot{y}_{0m}^2 (\ddot{y}_{0m})^{-1}. \quad (5.3)$$

K nuqta orqali $L_k(\omega)$ kirishi mumkin bo'lmagan taqiqlangan zonani aniqlovchi ikkita asimptota o'tkaziladi (5.2-rasm). Birinchi asimptota ($\omega \leq \omega_m$ uchun) $(-\nu \cdot 20)$ db/dek og'ish bilan o'tkaziladi, bu yerda ν – texnik topshiriqda berilgan tizim astatizmi tartibi. Ikkinchi asimptota ($\omega > \omega_m$) uchun og'ish bilan o'tkaziladi. Agar ν kattalik berilmagan bo'lsa, ammo texnik topshiriqda statik e_{st} yoki kinetik e_{kin} xatolikning mumkinligi yoki yo'qligi shartlari izohlangan bo'lsa, ν kattalik quyidagi sxema bo'yicha tanlanadi:

$$e_{st} \neq 0 \rightarrow \nu = 0;$$

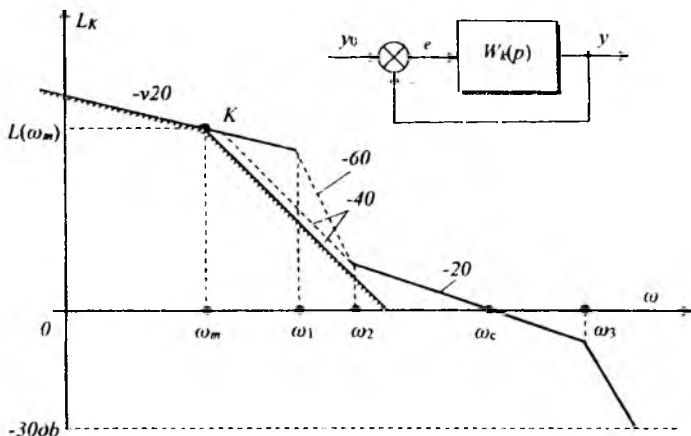
$$e_{st} = 0, e_{kin} \neq 0 \rightarrow \nu = 1;$$

$$e_{st} = 0, e_{kin} = 0 \rightarrow \nu \geq 2.$$

Shuni aytish lozimki, ABT narxi va murakkabligi odatda astatizm tartibi oshishi bilan oshadi. Korreksiyalangan tizim LACHX si $[\omega_1 \geq \omega_m]$ chastotagacha kuchaytirish kaskadlarining minimal soni bilan kifoyalanish uchun odatda joiz soha chegarasi bo'yicha o'tkaziladi.

2. O'rtacha chastotalar sohasida $[\omega_1, \omega_2]$ istalgan tezkorlikni ta'minlagan holda ω_1 nuqta orqali (-20) db/dek og'ish bilan asimptota o'tkaziladi (5.2-rasm). ω_1 nuqta texnik topshiriqda beriladi yoki berilgan rostdash vaqti kattaligi bo'yicha topiladi:

$$\omega_1 \cong k_k \cdot \frac{\pi}{t_k}, k_k = 2 \div 4. \quad (5.4)$$



5.2-rasm. *Korreksiyalangan tizimning logarifmik amplituda chastota xarakteristikalarini qurish.*

Minimal fazaviy tizimlar uchun LACHX ning bunday og'ishi $[\omega_2, \omega_1]$, $[\omega_1, \omega_3]$ kesmalar uzunligini tegishli ravishda tanlanganda ABT barqarorligini ta'minlaydi. Bu kesmalar qanchalik uzun bo'lsa, faza bo'yicha zaxira shunchalik katta va tebranish shuncha kichik bo'ladi (tizimning kuchliroq dempferlanishi). Odatda, bu chegaralar uzunligini ω_1 dan ikki tomonga qarab (0,2-0,9) dek ga teng qilib olinadi.

Agar tebranish ko'rsatkichi M_k berilgan bo'lsa (odatda kuzatuvchi tizimlar uchun), taqriban quyidagilarni topish mumkin:

$$\omega_2 \leq \omega_k \frac{M_m - 1}{M_m}; \quad \omega_3 \geq \omega_k \frac{M_m + 1}{M_m}. \quad (5.5)$$

$M_m=1,1-1,3$ kattalik juda yaxshi dempferlangan tizimga mos keladi; ko'pgina kuzatuvchi tizimlar uchun $M_m \leq 1,8$ kattalik joizdir.

3. LACHX ning past chastotali kesmasi bilan o'rtacha chastotali ($[\omega_1, \omega_2]$ diapazondagi) kesmani taqiqlangan zonaga tushmaydigan qilib (-40) db/dek yoki (-60) db/dek og'ish bilan asimptota o'tkaziladi.

4. Yuqori chastotalar sohasida ($\omega > \omega_3$ da) $L_k(\omega)$ iloji boricha $h_k(\omega)$ og'ishi bilan o'tkaziladi. LACHX ning bu qismini odatda $L = -30$ db qiymatgacha quriladi.

5. Nomogrammalar va texnik topshiriq bo'yicha $\omega_2, \omega_1, \omega_3$ qiymatlari aniqlanadi.

Keyin korreksiya sxemasini tanlashga o'tiladi. Shuni aytish lozimki, agar kesilish chastotasi ω_1 topshiruvchi ta'sir maksimal chastotasidan ikkidan ortiq tartibga katta bo'lsa, korreksiya masalasi nisbatan osonlashadi. Trakselga binoan korreksiya masalasini

$$L(\omega_m) < 33\eta \text{ [db]} \text{ bo'lsa oddiy deb, agar } L(\omega_k) > 33 \cdot n \text{ (db),}$$

(bu yerda $n = \lg \frac{\omega_k}{\omega_m}$) bo'lsa murakkab deb hisoblash mumkin.

5.4. ABT korreksiyasining ketma-ket sxemasi

Ketma-ket korreksiyalash sxemasida (5.3-rasm) KQ tizimda boshqa elementlar bilan injenerlik nuqtayi nazaridan mumkin bo'lgan joyda ketma-ket ulanadi.

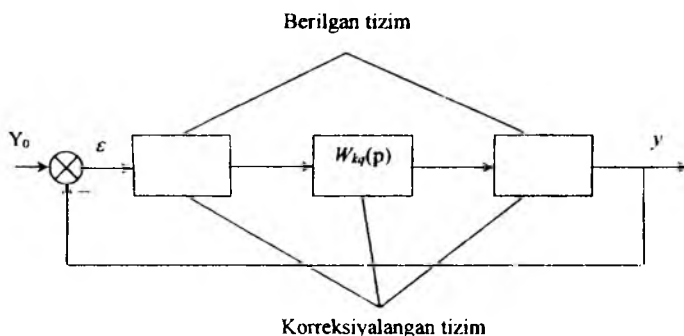
$$W_1(p) = W_d(p) \cdot W_{kq}(p).$$

Shuning uchun

$$L_1(\omega) = L_d(\omega) \cdot L_{kq}(\omega),$$

bundan KQ ning qidirilayotgan LAChX si quyidagicha topiladi:

$$L_{kq}(\omega) = L_1(\omega) - L_d(\omega). \quad (5.6)$$



5.3-rasm. ABTni ketma-ket korreksiyalash.

Agar korreksiyaning ketma-ket sxemasi tanlangan bo'lsa KQ LACHXsi (5.6) ga binoan juda oson topiladi. Agar KQ passiv KQ – zanjir ko'rinishida elektr zanjirda ishlashi shart bo'lsa, uning parametrlarini hisoblash uncha qiyinchilik tug'dirmaydi. Agar dastlabki ABTda elektr elementlar bo'lmasa $L_k(\omega)$ bo'yicha KQ uzatish funksiyasi topiladi va KQ munosib elementlardan yig'iladi.

5.1-misol. Kuzatuvchi tizimning struktura sxemasi 5.4-rasmda keltirilgan. Tizimning chastota xarakteristikasi quyidagicha:

$$W_d(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+j\omega T_1)(1+j\omega T_2)},$$

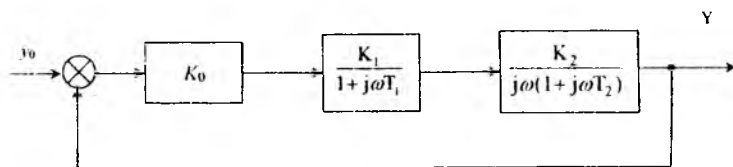
bu yerda $k = k_0 \cdot k_1 \cdot k_2 = 0,4$; $T_1=0,0625$ sek; $T_2=0,25$ sek.

1. Korreksiya usuliga binoan $L_d(\omega), \varphi_d(\omega)$ ni quramiz (5.5-rasm). $L_d(\omega)$ quyidagi tartibda quriladi:

a) tutash chastotalarni topamiz $T_2^{-1} = 4 \text{ s}^{-1}$, $T_1^{-1} = 16 \text{ s}^{-1}$;

b) ($\omega = 1 \text{ s}^{-1}$, $L_d(1) = 20 \lg k = -8 \text{ db}$) koordinatali nuqtadan T_2^{-1} chastotagacha (-20) db/dek og'ish bilan asimptota o'tkazamiz; keyin (-40) db/dek og'ish bilan T_1^{-1} chastotagacha asimptota o'tkazamiz; keyin (-60) db/dek og'ish bilan quyidagini quramiz.

$$\varphi_d(\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctg\omega T_1 - \arctg\omega T_2.$$



5.4-rasm. **Kuzatuvchi tizimning struktura sxemasi.**

2. Texnik topshiriq bo'yicha $L_k(\omega)$ ni quramiz. Texnik topshiriqda quyidagilar ko'rsatilgan:

a) topshiruvchi garmonik ta'sirning maksimal chastotasi

$$\omega_m = 0,05 \text{ sek}^{-1}$$

va mumkin bo'lgan nisbiy xatolik $\frac{e_{\text{sov}}}{Y_{\text{sm}}} \leq 0,1\%$; tizim astatizmi $\nu = 1$;

b) rostdash vaqti $t_r \leq 3c$.

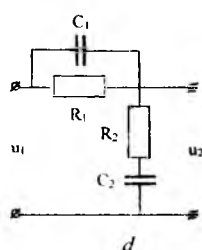
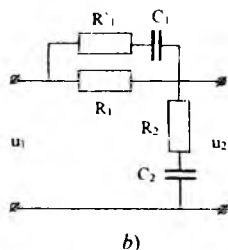
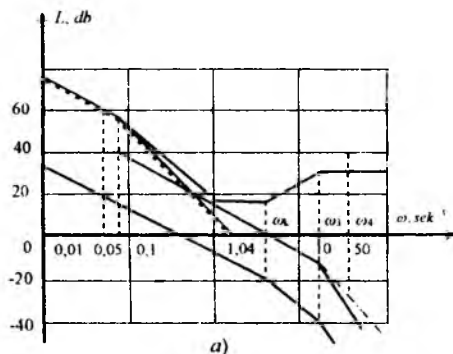
Texnik topshiriqqa asosan nazorat nuqta koordinatalarini topamiz $\omega_n = 0,05 \text{ sek}^{-1}$, $L_m = 20 \lg 1000 = 60 \text{ db}$.

Taqiqlangan zonani quramiz. Korreksiyalangan tizim kesilish

$$\omega_k \cong 4 \frac{\pi}{t_r} \cong 4 \text{ s}^{-1}$$

chastotasini topamiz va (-20) db/dek og'ish bilan asimptota o'tkazamiz. $[\omega_2, \omega_1]$, $[\omega_4, \omega_3] \cong 0,6$ kesmalarni shunday tanlaymizki, bunda $\omega_1 = 16 \text{ c}^{-1}$ va $\omega_4 = 1,0 \text{ c}^{-1}$ bo'lsin.

Past chastotali asimptotani o'rta chastotali asimptota bilan tutashirishni (-40) db/dek og'ish bilan amalga oshiramiz (5.5-rasm, a). Yuqori chastotali asimptotani $L_d(\omega)$ dagidek (-60) db/dek og'ish bilan o'tkazamiz.



5.5-rasm. *Logarifmik chastotaviy xarakteristika (a) va korrektlovchi zanjirlar (b,d).*

3. Ketma-ket korreksiyalash sxemasini tanlaymiz. (5.6) dan $L_{\text{ka}}(\omega)$ ni topamiz. Bunday KQ ni RC – zanjir ko‘rinishida (5.5-rasm, b) va kuchaytirish koeffitsiyenti 100 ga teng bo‘lgan kuchaytirgichni amalga oshirish yetarlicha oson bo‘lsa-da, KQ ni (5.5-rasm, d) $L_{\text{ka}_2}(\omega)$ bo‘yicha amalga oshirish undan ham osonligini ko‘rish qiyin emas. $L_{\text{ka}}(\omega)$ ni olish uchun $L_1(\omega)\omega > \omega_1$ chastotalarda oldin (-40) db/dek og‘ish bilan, keyin esa (-60) db/dek og‘ish bilan (5.5-rasm, a) dagi shtrix-punktir) chiziq o‘tishi lozim. Shu variantni va unga mos KQ tanlab elektron kuchaytirgich tanlaymiz.

4. KQ parametrlarini hisoblaymiz. $L_{\text{ka}}(\omega)$ bo‘yicha quyidagini topamiz:

$$W_{\text{ka}}(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{100(1 + p\omega_2^{-1})(1 + p\omega_1^{-1})}{(1 + p\omega_1^{-1})(1 + p\omega_4^{-1})}$$

bu yerda $\omega_1 = 0,08 \text{ s}^{-1}$; $\omega_2 = 1 \text{ s}^{-1}$; $\omega_3 = 4 \text{ c}^{-1}$; $\omega_4 = 50,0 \text{ s}^{-1}$.

Korreksiyalovchi qurilmalar jadvalidan kuchaytirgichsiz uzatish funksiyalari uchun nazariy yo‘l bilan aniqlangan (analitik) ifodani topamiz:

$$W_{\text{ka}}(p) = \frac{(1 + pR_1C_1)(1 + pR_2C_2)}{R_1R_2C_1C_2p^2 + [R_1C_1(1 + R_2R_1^{-1})R_2C_2] + 1}$$

Uzatish funksiyalarini solishtirib quyidagini topamiz:

$$R_1C_1 = \omega_2^{-1} = 1 \text{ c}; \quad R_2C_2 = \omega_1^{-1} = 0,25 \text{ s};$$

$$R_1R_2C_1C_2 = \omega_2^{-1}\omega_4^{-1} = 0,25 \text{ s}^2.$$

$$R_1C_1 + R_2C_2 + R_2C_1 = \omega_1^{-1} + \omega_4^{-1} = 12,52 \text{ s}.$$

Uchinchi tenglama oldingi ikki tenglamani bir-biriga ko‘paytirib olingan. Shunday qilib, to‘rtta noma‘lumni topish uchun uchta tenglamaga egamiz, shuning uchun KQ ning bitta parametrini ixtiyoriy tanlab olish mumkin. Lampaning to‘r qarshiligi kattaligi cheklanganligi sababli ($R_{10r} \leq 0,5 \text{ Mom}$); $R_1=0,5 \text{ Mom}$ deb tanlaymiz. Unda $C_1 = R_1^{-1} \cdot \omega_2^{-1} = 2 \text{ mkF}$. Oxirgi tenglamadan $R_2=5,63 \text{ Mom}$ ni olamiz. Unda $C_2=0,45 \text{ mkF}$.

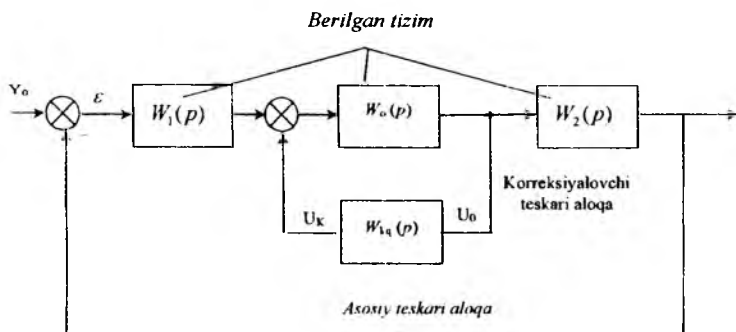
Shuni aytish lozimki, tanlangan KQ o‘zgarmas tok zanjirlari uchun korreksiyalovchi qurilmadir, shuningdek, masalan $L_a(\omega)$ si xuddi shunday o‘zgaruvchan tokli kuzatuvchi tizimni korreksiyalash uchun sxemasi boshqacha bo‘lgan (ko‘priqli RC – zanjir asosida) o‘zgaruvchan tokli KQ talab qilingan bo‘lar edi.

5.5. Teskari bog‘lanish yordamida korreksiyalash

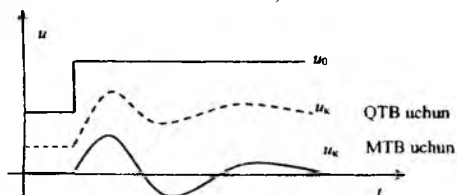
Teskari bog‘lanishli korreksiyalash sxemasida (5.6-rasm, a) KQ tizimga tizimning $W_{qam}(p)$ uzatish funksiyali qismini qamrab olish bilan kiritiladi. Manfiy korrektirlovchi teskari bog‘lanish qamrab olingan qismning tizim xarakteristikasiga ta‘sirini kamaytirish sababli, xarakteristikalarning barqarorligi kichik bo‘lgan elementlarni (elektron kuchaytirgichlar, kollektorli dvigatellar va sh.o‘.) teskari bog‘lanish orqali qamrab olishga intiladi.

Korreksiyalashni qat‘iy va moslanuvchan teskari bog‘lanish orqali amalga oshirish mumkin. Qat‘iy teskari bog‘lanish (QTB) o‘tish va bir qator tartibda ta‘sir qilsa, moslanuvchan teskari bog‘lanish (MTB) faqat o‘tish tartibida ta‘sir etadi (5.6-rasm, b).

Manfiy QTB da tizim qamrab olingan jismning statik ko‘chaytirish koeffitsiyenti kamayadi. Natijada korreksiyalangan tizim xatoligi ortadi. Shuning uchun amalda MTB yordamida korreksiyalash keng tarqaldi.



a)



b)

5.6-rasm. Teskari bog‘lanishli korreksiyalash sxemasi.

KQ ni topish usulini ko'raylik. Korreksiya sxemasidan (5.6-rasm, a) quyidagini olamiz:

$$W_k(p) = W_1(p) \frac{W_{qam}(p)}{1 + W_{qam}(p)W_{kq}(p)} W_2(p) = \frac{W_d(p)}{1 + W_{qam}(p)W_{kq}(p)}$$

Oxirgi ifoda LChX dan foydalanishga noqulay. Ammo agar chastotaning biror oralig'ida quyidagini ta'minlash talab etilsa,

$$W_k(j\omega) \cong W_d(j\omega), \quad (5.7)$$

agar quyidagi shart bajarilsa,

$$|W_{qam}(j\omega) \cdot W_{kq}(j\omega)| \ll 1, \quad \text{yoki} \quad L_{qam}(\omega) + L_{kq}(\omega) < 0. \quad (5.8)$$

Chastota boshqa oralig'ida

$$|W_{qam}(j\omega)W_{kq}(j\omega)| \gg 1, \quad \text{yoki} \quad L_{qam}(\omega) + L_{kq}(\omega) > 0 \quad (5.9)$$

bo'lsa,

$$W_k(j\omega) \cong \frac{W_d(j\omega)}{W_{qam}(j\omega)W_{kq}(j\omega)} = \frac{W_1(j\omega)W_2(j\omega)}{W_{kq}(j\omega)} \quad (5.10)$$

bo'ladi.

Shunday qilib, haqiqatan ham, yuqoridagi ma'lum shartlarda korreksiyalangan tizim xarakteristikalari tizimning qamrab olingan qismiga bog'liq bo'lmaydi. (5.10) dan $L_{kq}(\omega)$ ni topishga harakat qilamiz.

$$L_{qam}(\omega) + L_{kq}(\omega) = 0 \quad \text{dagi} \quad \omega', \omega''$$

chastotalar, ya'ni (5.8) yoki (5.9) bajariladigan chastotalar oralig'ining chegaralari teskari bog'lanishli korreksiyadagi tutash chastotalar deb ataladi. $L_{kq}(\omega)$ ni quyidagi tartibda qurish qulay:

1. Dastlabki tizim (LChX) $L_1(\omega)$ si quriladi.
2. Texnik topshiriq bo'yicha korreksiyalangan tizim LChX si quriladi.

3. (5.10) ga mos holda, ya'ni $[\omega', \omega'']$ biror chastota oralig'i uchun (5.9) shartidan jamlangan LACHX topiladi:

$$L_{\Sigma}(\omega) = L_{\text{qam}}(\omega) + L_{\text{ky}}(\omega) - L_i(\omega).$$

4. Texnik imkoniyatlar va xarakteristikalarining beqarorligi asosida tizimdagi qamrab olinuvchi qism belgilanadi.

5. $[\omega', \omega'']$ chastotalar oralig'i uchun

$$L_{\text{ky}}(\omega) = L_{\Sigma}(\omega) - L_{\text{qam}}(\omega)$$

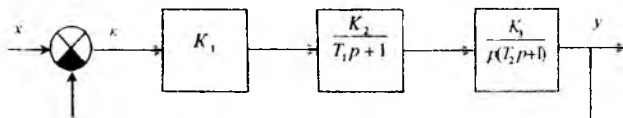
topiladi.

6. $L_{\text{ky}}(\omega)$ bo'yicha KQ tanlanadi. Agar uni amalga oshirish qiyin bo'lsa, tizimda qamrab olinuvchi qismning boshqa varianti tanlanadi.

5.2-misol.

Hisoblash uchun berilgan:

a) strukturaviy sxemasi



5.7- rasm.

b) elementlarning uzatish koeffitsiyentlari:

$$K_2=30; \quad K_3=3,0 \text{ grad/s};$$

d) elementlarning vaqt doimiyligi:

$$T_1=0,05 \text{ s}; \quad T_2=0,35 \text{ s};$$

d) kirish signalining o'zgarish tezligi:

$$v = \frac{dx}{dt} = 30 \text{ grad/s};$$

e) sintez qilinayotgan tizimga talablar:

- tezlik xatoligi $\varepsilon_r \leq 0,25 \text{ grad/s}$;
- o'tarostlash qiymati $\delta \leq 23 \%$;
- o'tkinchi jarayon vaqti $t_o \leq 0,6 \text{ s}$.

Berilgan aniqlik asosida tizimning va oldingi kuchaytirgichning zaruriy uzatish koeffitsiyentlarini aniqlaymiz.

Sistemaning zaruriy uzatish koeffitsiyenti K_z berilgan strukturaviy sxema uchun quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$K_z \geq \frac{v}{\varepsilon_s}$$

Statik tizimlar uchun:

$$K_z \geq \frac{x - \varepsilon_n}{\varepsilon_n} \quad (5.11)$$

bunda, x – kirish ta'sir miqdori, ε_n – statik xatolik qiymati. Berilgan son qiymatlarini qo'yib, $K_z \geq 120s$ ni topamiz.

Kuchaytirish elementining uzatish koeffitsiyenti quyidagicha topiladi:

$$K_1 = \frac{K_z}{\prod K} = \frac{K_z}{K_2 \cdot K_3} \quad (5.12)$$

Son qiymatlarni qo'yib, $K_1 = 1,33$ ni topamiz.

Sistemaning uzatish funksiyalarini topish.

Berilgan tizimning uzatish funksiyalari quyidagi formulalardan topiladi:

$$W_o(p) = \prod_{i=1}^n W_i(p) = \frac{K_1 K_2 K_3}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} \quad (5.13)$$

$$W_s(p) = \frac{W_o(p)}{1 + W_o(p)} = \frac{K}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K} \quad (5.14)$$

bu yerda $K = K_1 K_2 K_3$.

Berilgan tizimning logarifmik chastota xarakteristikasini qurish.

Berilgan tizim ketma-ket ulangan tipik dinamik zvenolardan tashkil topgan. Berilgan ochiq tizimning LChXsi $L_n(\omega)$ quyidagicha chiziladi: Koordinatalari $\omega = 1$ va $20 \lg K = 20 \lg 120 = 41,6$ db nuqtadan -20 db/dek og'malikda $\omega_2 = 1/T_2$ chastotagacha to'g'ri chiziq o'tkazamiz. Keyin ω_2 dan $\omega_1 = 1/T_1$ gacha $L(\omega)$ ning og'maligi -40 db/dek, ω_1 dan boshlab -60 db/dek bo'ladi. Sistemaning LFChXsi $\varphi(\omega)$ alohida zvenolarning $\varphi(\omega)$ lari yig'indisiga teng bo'ladi:

$$\varphi_n(\omega) = -90^\circ - \arctg \omega T_1 - \arctg \omega T_2 \quad (5.15)$$

Chastota ω ga 0 dan ∞ gacha qiymatlar berib, $\varphi_{\omega}(\omega)$ ni hisoblaymiz (5.1-jadval).

5.1-jadval

Chastotani 0 dan ∞ gacha o'zgarganda $\varphi_{\omega}(\omega)$ ning qiymatlari

Chastota, ω	0,10	0,16	0,25	0,40	0,63	1,00	1,58
$\varphi_{\omega}(\omega)$, grad	- 92,3	- 93,6	- 95,7	- 99,1	- 104,3	- 112,2	- 123,6
Chastota, ω	2,51	3,98	6,31	10,00	15,85	25,12	39,81
$\varphi_{\omega}(\omega)$, grad	- 138,5	- 155,6	- 173,2	- 190,7	- 208,2	- 225,1	- 239,3
Chastota, ω	63,10	100,00	158,49	251,19	398,11	630,96	1000
$\varphi_{\omega}(\omega)$, grad	- 249,9	- 257,1	- 261,9	- 264,9	- 266,8	- 268,0	- 268,8

Turg'unlik logarifmik mezoniga binoan tizim noturg'undir, chunki $\omega_{kb} > \omega_{sn}$, bu yerda: ω_{kb} , ω_{sn} berilgan tizimning kesishish va so'nish chastotalari (5.8-rasm).

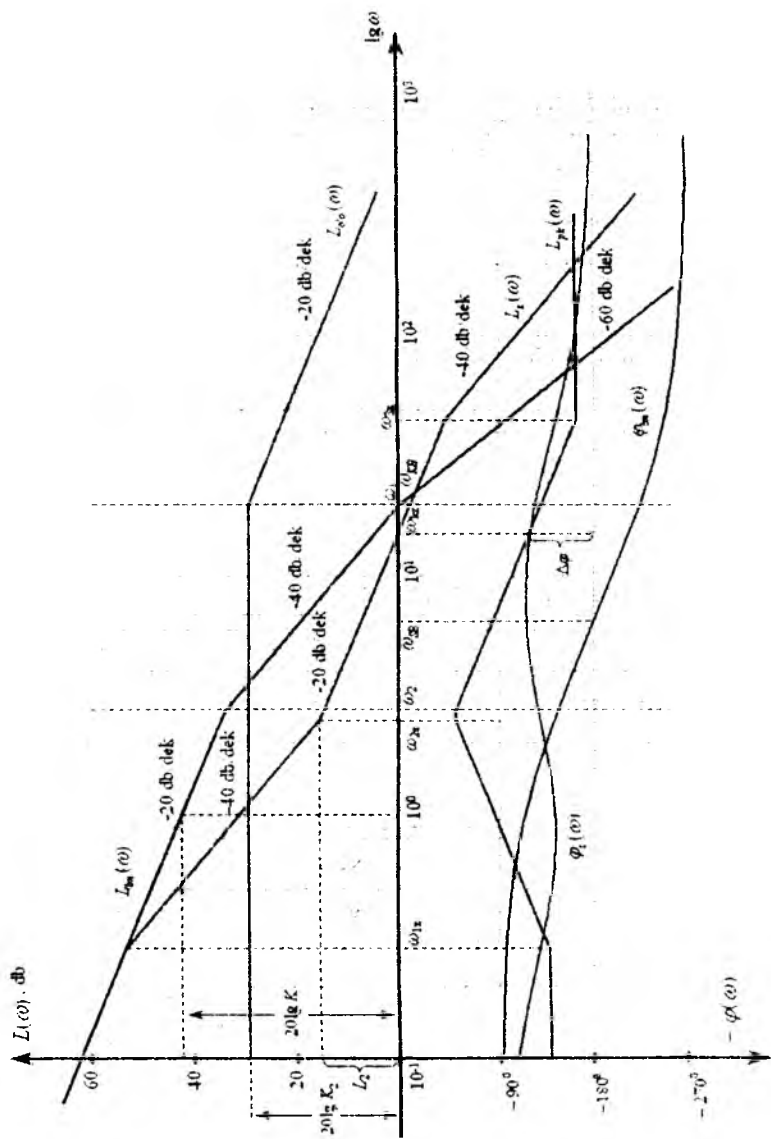
Zaruriy tizimning LACHX va LFChX sini qurish.

Ochiq tizimning zaruriy logarifmik xarakteristikalari loyihalashtirilayotgan tizimga qo'yilgan quyidagi talablar orqali quriladi: kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti, tizimning astatizmi darajasi, o'tkinchi jarayon vaqti, o'ta rostlash qiymati.

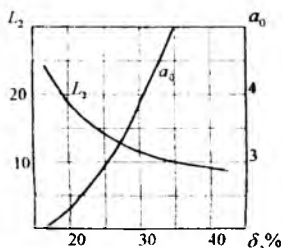
LACHX ning past chastotali qismi ochiq tizimning kuchaytirish koeffitsiyenti va astatizmi γ darajasi bilan aniqlanadi. Bu qism og'maligi -20γ db/dek ga teng bo'lib, ordinatasi $20lgK$ va absissasi $\omega=1$, nuqtadan o'tadi, bunda: γ -astatizm tartibi, K -tizimning kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti. Korrektlovchi element sodda bo'lishligi uchun bu qism iloji boricha berilgan tizim LACHXsi bilan ustma-ust tushishi kerak.

Amplitudaviy xarakteristikaning o'rta chastotali qismi eng ahamiyatga ega qismidir, chunki tizimning o'tkinchi jarayon sifati asosan shu qism xarakteri bilan aniqlanadi. Kesishish chastotasi ω_{kz} da LACHXning og'maligi -20 db/dek bo'lishi shart. Kesishish chastotasi o'tkinchi jarayon vaqti t_0 va o'ta rostlash qiymati δ bilan aniqlanadi.

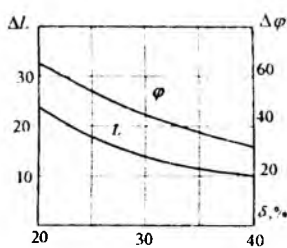
$\omega_{kz} \geq \frac{a_0\pi}{t_0}$, bunda a_0 koeffitsiyent δ ga asosan tanlanadi (5.9-rasm).



5.8-rasm Berilgan va zaruriy sistemaning logarifmik xarakteristiklari.



5.9-rasm. L_2 va a_0 ning δ ga bog'liqlik grafiklari.



5.10-rasm. ΔL va $\Delta\varphi$ ning δ ga bog'liqlik grafiklari.

Zaruriy LACHXning o'rta qismi chap va o'ng tomonlarga modul bo'yicha L_1 va L_2 ga yetguncha davom ettiriladi. L_1 va L_2 qiymatlar δ ga bog'liq holda topiladi (5.9-rasm). L_1 va L_2 ga mos keluvchi chastotalarni ω_{2z} va ω_{3z} orqali belgilaymiz. Shuni hisobga olish kerakki, agar $\omega_{2z} - \omega_{3z}$ va $\omega_{kz} - \omega_{3z}$ intervallar qancha katta bo'lsa, δ ning qiymati shuncha kichik bo'ladi. LACHX ning o'rta qismi past chastotali qism bilan og'maligi -40 db/dek -60 db/dek bo'lgan kesma orqali tutashtiriladi.

LACHX ning yuqori chastotali qismi tizimning dinamikasiga ta'sir ko'rsatmaydi, shuning uchun bu qismni ixtiyoriy ravishda olish mumkin. Bu qismni qurishda korrektlovchi qurilmaning soddaroq bo'lishiga intilish lozim.

Zaruriy LACHXni qurish tartibi:

Qo'yilgan talablar (K_z , δ , t_o , $I_{bn}(\omega)$): $L_z \rightarrow W_z(p) \rightarrow \varphi_z(\omega) \rightarrow \Delta L, \Delta\varphi \rightarrow$ sifatni baholash.

Qurilayotgan misol uchun $\omega_z = \frac{a_0 \pi}{t_o} = \frac{2.8 \cdot 3.14}{0.6} \approx 15 \text{ c}^{-1} (\lg \omega_z = 1.13)$ nuqtadan -

20db/dek og'malikda to'g'ri chiziq o'tkazamiz. ω_{2z} va ω_{3z} chastotalarni L_1 va L_2 asosida topamiz ($\delta=23\%$ da grafikdan $L_1=L_2=12 \div 15 \text{ db}$) L_z ning boshqa qismlarini chizish 5.8-rasmda ko'rsatilgan. $L_z(\omega)$ ga asosan uzatish funksiyasini yozamiz:

$$W_z(p) = \frac{K(T_{2z}p + 1)}{p(T_{1z}p + 1)(T_{3z}p + 1)} \quad (5.16)$$

Zaruriy tizimning LFChXsi quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$\varphi_z(\omega) = -90^\circ - \arctg T_{1z} \omega + \arctg T_{2z} \omega - \arctg T_{3z} \omega \quad (5.17)$$

Chastota 0 dan ∞ gacha o'zgarganda $\varphi_i(\omega)$ ning qiymatlari

Chastota, ω	0,10	0,16	0,25	0,40	0,63	1,00	1,58
$\varphi_i(\omega)$, grad	-107,3	-115,9	-126,2	-136,0	-142,3	-143,3	-138,9
Chastota, ω	2,51	3,98	6,31	10,00	15,85	25,12	39,81
$\varphi_i(\omega)$, grad	-130,9	-122,5	-116,5	-114,5	-117,0	-123,8	-134,3
Chastota, ω	63,10	100,00	158,49	251,19	398,11	630,96	1000,00
$\varphi_i(\omega)$, grad	-146,2	-156,8	-164,8	-170,3	-173,8	-176,1	-177,6

$L_i(\omega)$ va $\varphi_i(\omega)$ larga asosan amplituda va faza bo'yicha imkoniyatlar ΔL va $\Delta\varphi$ ni topamiz; $\Delta L = \infty$, $\Delta\varphi = 65^\circ$ grafikdan aniqlanishicha (5.10-rasm) berilgan $\delta \leq 23\%$ bajarilishi uchun $\Delta L \geq 19\text{db}$, $\Delta\varphi \geq 55^\circ$ bo'lishi kerak. Demak, qurilgan $L_A(\omega)$ tizimga qo'yilgan talablarni qanoatlantiradi.

LChXlar asosida korrektlovchi qurilmani qurish.

Parallel korreksiyaning hisoblash tartibi:

1. Berilgan tizim LACHXsi $L_{bn}(\omega)$ quriladi.
2. Sistemaga qo'yilgan talablar asosida zaruriy tizim LACHXsi quriladi.
3. Qurilgan LACHX larga binoan ularga mos keluvchi LFChX lar quriladi.
4. Korrektlovchi qurilmaning ulanish joyi belgilanadi va qurilma parallel ulangan qismi LACHXsi chiziladi.
5. Parallel ulangan korrektlovchi qurilma LACHXsi topiladi:

$$L_{\mu}(\omega) = L_{bn}(\omega) - L_i(\omega) - L_{\nu}(\omega). \quad (5.18)$$

6. Topilgan $L_{\mu}(\omega)$ ga asosan eng sodda korrektlovchi qurilma sxemasi tanlanadi.

Korrektlovchi qurilma ketma-ket ulanganda uning LACHXsi (4 va 5 punktlar o'rniga) quyidagi formula bo'yicha topiladi:

$$L_i(\omega) = L_i(\omega) - L_{\mu}(\omega). \quad (5.19)$$

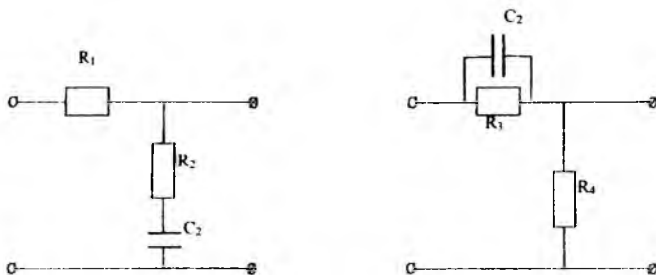
Qaysi xil korreksiyaning tanlash berilgan tizim xususiyatlari va unga qo'yilgan talablarga bog'liq. Ba'zan aralash korreksiya ham qo'llanadi.

Ko'rsatilayotgan misol uchun korrektlovchi elementni uzatish funksiyasi $W_{\nu}(p) = K, 1/(pT_1 + 1)$ bo'lgan zvenoga parallel ulaymiz.

1–6 punktlarni bajarib va o‘zgarmas tok korrektlovchi zvenolari jadvallaridan korrektlovchi element LACHxi va sxemasini topamiz.

$$W_{\mu}(p) = \frac{G_o (T_{1z} p + 1)(T_{3z} p + 1)}{(T_{2z} p + 1)(T_2 p + 1)}. \quad (5.20)$$

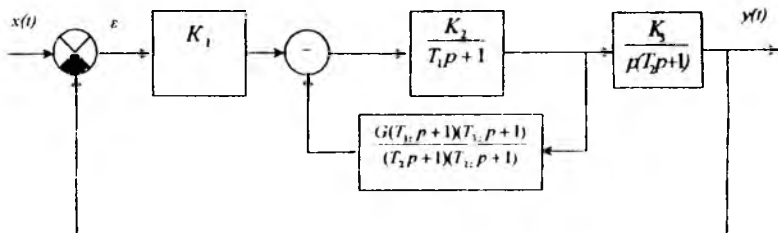
Bu korrektlovchi qurilmani ikkita korrektlovchi tipik zvenolarni, ya’ni differensiallovchi va integrallovchi zvenolarni ketma-ket ulab hosil qilish mumkin (5.11-rasm). Rezistorlar va kondensatorlar qiymati jadvallarda berilgan formulalar va LACHXdan topilgan quyidagi kattaliklar orqali topiladi: $T_{1z}=3,5$ s; $T_2=0,35$ s; $T_{3z}=0,022$ s; $T_{2z}=0,41$ s.



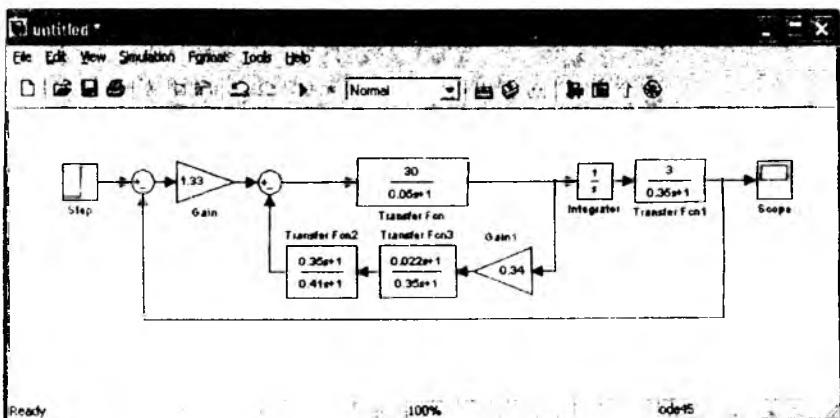
5.11-rasm. **Korrektlovchi qurilmaning sxemasi.**

Noma’lum tenglamalar soni tenglamalar sonidan ko‘p bo‘lgan taqdirda ba’zi elementlar (rezistor va kondensatorlar) parametrlari ixtiyoriy berilishi mumkin. Korrektlovchi zvenolar o‘zaro ketma-ket ulanganda ularning kirish va chiqish qarshiliklarini moslashtirishga ahamiyat berish zarur. Buning uchun ular oralig‘iga moslovchi qurilma qo‘yiladi yoki $Z_{1\text{chiq}} \ll Z_{2\text{kir}}$ (10–50 marta) shart bajarilishiga erishish lozim.

Agar tanlangan korrektlovchi qurilma hisoblanganidan farq qilsa, unda sxemaga ulangan korrektlovchi qurilma hisobga olingan holda korrektlangan sxemani uzatish funksiyasi $W_{\mu}(p)$ topiladi. Ko‘rilayotgan misolda $W_{\mu}(p) = W_z(p)$, shuning uchun keyingi hisoblarda $W_z(p)$ ni ishlatish mumkin. Korrektlangan tizimning strukturaviy sxemasi (5.12-rasm) da berilgan.



5.12-rasm. Korrektlangan tizimning strukturaviy sxemasi.

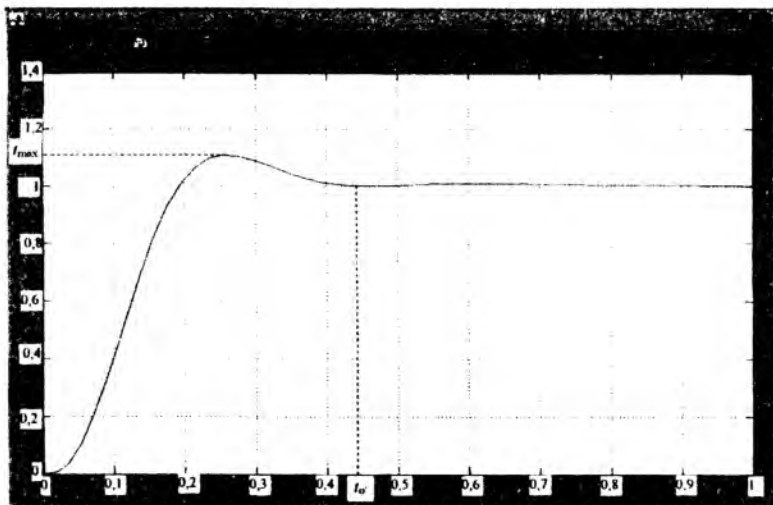


5.13-rasm. MatLAB dasturida korrektlangan tizimning strukturaviy sxemasi.

O'tkinchi jarayonni EHMda hisoblash.

O'tkinchi jarayonni har xil usullar yordamida hisoblash mumkin. Kurs ishida korrektlangan tizim o'tkinchi jarayonini EHMda hisoblash uchun tizimni **MatLAB** amaliy dasturi orqali ifodalaymiz. Strukturaga qiymatlarni kiritib (5.13-rasm), o'tkinchi jarayon $h(t)$ xarakteristikasini olamiz.

O'tkinchi jarayon grafigi 5.14-rasmda ko'rsatilgan.



5.14-rasm. **Korrektlangan tizimning birlik pog'onali kirish ta'siridagi o'tkinchi jarayon grafigi.**

Grafikdan o'ta rostlash qiymatini va o'tkinchi jarayon vaqti $t_0=0,43$ s ni topamiz.

$$\delta = \frac{h_{max} - h_x}{h_x} \cdot 100\% = \frac{1,1 - 1,0}{1,0} \cdot 100\% = 10\%$$

Korrektlangan tizimning bu qiymatlari loyihalanaotgan tizimga qo'yilgan talablarni qanoatlantiradi. Aks holda zaruriy tizim LACHXi qaytadan qurilib, yangi korrektlovchi qurilma topilishi lozim.

5.6. Korreksiyalash usullarini qiyosiy baholash

Ketma-ket korreksiyalashning afzalligi uni amalga oshirishdagi soddaligi va ayniqsa KQ ni RC – zanjiri ko'rinishida bo'lishidadir. Ammo bunday korreksiyalashning imkoniyatlari nisbatan katta emas: bu usul odatda dastlabki tizim barqarorlikka yaqin yoki barqaror bo'lganida, ammo o'tish jarayonlarining sifati yomonligida (ortiqcha tebranishli, kichik tezkorli) qo'llaniladi. Bu hollarda faza bo'yicha ilgariylashni beruvchi turli RC – zanjirlar (differensiallovchi bo'g'inlar) keng qo'llaniladi. Ammo qator hollarda ular yuqori chastotali xalaqitlarning ta'sirini ta'kidlaydi. Undan tashqari, dastlabki tizim xarakteristikalarining beqarorligida ketma-ket korreksiyalash samarasiz.

Manfiy teskari bogʻlanish orqali korreksiyalash, aksincha, tizim xarakteristikalarining dastlabki tizimdagi qamrab olingan qismi xarakteristikalarining barqarorligiga bogʻliqligini kamaytiradi. Bu usulning kamchiligi sifatida KQ larni amalga oshirishdagi nisbatan murakkablikni koʻrsatish mumkin. Bunday korreksiyaning amalga oshirish uchun katta datchiklar zarur. Bunday datchiklar qoʻpol va qimmat boʻladi.

Nazorat va muhokama savollari

1. ABTni sintezlash deganda nimani tushunasiz?
2. Sintezlash masalasiga nisbatan qanday fikrlar mavjud?
3. Korreksiyalangan tizim LChXsi nimaga asosan quriladi?
4. Texnik topshiriqda tizimga qanday shartlar qoʻyiladi?
5. Texnik topshiriq boʻyicha LChX nechta sohaga ajratiladi?
6. Zaruriy LFChXsi qanday quriladi?
7. LChXda kesishish chastotasi qanday hisoblanadi?
8. LChXlar asosida korrektlovchi qurilma qanday quriladi?
9. ABT korreksiyasining ketma-ket sxemasini tushuntiring?
10. Teskari bogʻlanish yordamida korreksiyalash qanday amalga oshiriladi?

VI bob. NOCHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR

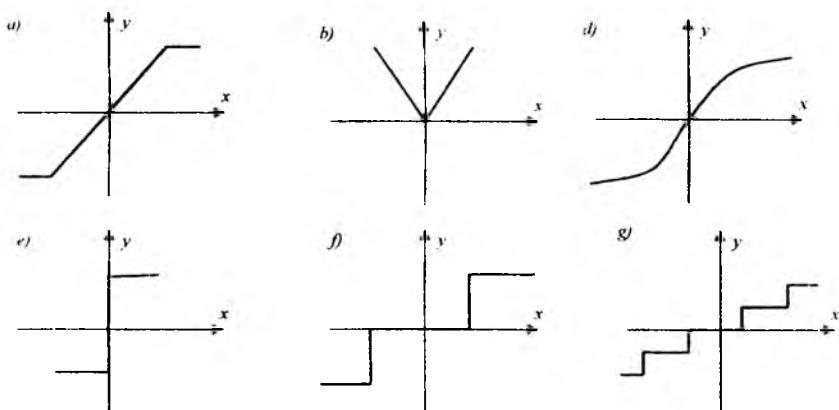
6.1. Nochiziqli tizimlarning xususiyatlari

Real tizimlarning elementlari o'zining konstruksiyasiga nisbatan nochiziqlidir va ularning statik xarakteristikallari kirish signallarining chegaralangan qiymatlaridagina chiziqli xarakterga egadir.

Nochiziqlikning hosil bo'lish sabablariga quyidagilar kiradi: to'yinish (nasisheniya); quriq sirpanish; qismlar orasidagi bo'shliqlar; sezmaslik zonalarining mavjudligi; turli xil lyuftlar va hokazo.

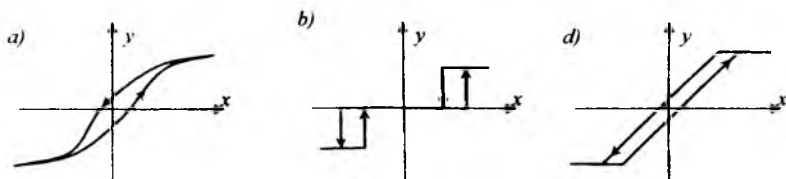
Nochiziqli avtomatik tizimlar deb tarkibida oddiy differensial tenglamalar bilan yoziluvchi zvenolardan tashqari hech bo'lmaganda bitta nochiziqli xarakteristikaga ega bo'lgan zvenoli tizimlarga aytiladi.

Tizimlarda uchraydigan nochiziqliklar chiziqlantirish mumkin bo'lgan va mumkin bo'lmaganlarga bo'linadi. Shuningdek, nochiziqliklar tekis xarakteristikali (uzluksiz) (6.1-rasm,d) va uzluqliga (6.1-rasm,e,f,g) ajratish mumkin.



6.1-rasm. Nochiziqli elementlarning xarakteristikallari.

Nochiziqililar shuningdek, bir qiymatli (6.1-rasm) va ko'p qiymatli (6.2-rasm) bo'linishi mumkin.



6.2-rasm. **Ko'p qiymatli nochiziqli elementlarning xarakteristikalari.**

Nochiziqli tizimlar asosan ikkiga bo'linadi:

- 1) Statik xarakteristikalar ko'rinishidagi nochiziqlilik.
- 2) Differensial tenglamalar orqali ifodalangan nichiziqlilik.

Nochiziqlilik tizimga tabiatan xos bo'lishi mumkin va ko'p hollarda u tizimning xarakteristikasini yomonlashtiradi. Bunday hollarda nochiziqlilikning ta'sirini kamaytiriladi. Shu bilan bir qatorda tizimning tarkibiga unga zaruriy xususiyatlarni berish uchun sun'iy ravishda nochiziqililar kiritiladi.

Nochiziqli avtomatik tizimlar quyidagi xususiyatlarga ega:

1. Nochiziqli tizimlarda superpozitsiya usulini qo'llash mumkin emas, chunki nochiziqli elementning parametrlari kirish signallarini qiymatiga bog'liqdir.
2. Komutativlik prinsipini qo'llash mumkin emas, ya'ni chiziqli va nochiziqli elementlarni o'rnini almashtirib bo'lmaydi.
3. Laplas va Fure almashtirishlarini qo'llab bo'lmaydi, chunki nochiziqli elementning xarakteristikasi uzluklidir.
4. Nochiziqli tizimlarning turg'unligi murakkab xarakteristikaga ega. Ularda bir necha muvozanat va turg'un holatlar hamda avtotebranishlar rejimi hosil bo'lishi mumkin.

Nochiziqli tizimlardagi jarayonlarda chiziqli tizimlarda uchramaydigan bir qator jiddiy alohidaliklar bor. Bu muhim alohidaliklar sababli nochiziqli avtomatik boshqarish tizimlar turg'unligi to'g'risidagi masala ham murakkablashadi.

Tizimning turg'unligiga struktura va parametrlaridan tashqari boshlang'ich shartlar ham katta ta'sir ko'rsatadi. Barqaror jarayonlarning yangi ko'rinishi – avtotebranishlar bo'lishi mumkin. Avtotebranish bu so'nmas tebranish. Tebranma tizimga tashqi qarshilik kuchi

ta'sir etsa, tebranish so'nadi, ya'ni uning tebranish amplitudasi (energiyasi) vaqt o'tishi bilan kamayadi. Tebranishni so'ndirmaslik uchun tebranma tizimni energiya bilan ta'minlab turiladi. Bunday tizim *avtotebranma* tizim deyiladi. Avtotebranish nazariyasi A.A.Andropov va boshqa olimlar tomonidan ishlab chiqilgan. Avtotebranishga quyidagilar misol bo'la oladi: mayatnikning o'zgaras tebranishi, spiral prujina energiyasi hisobiga yoki ko'tarilgan yuk energiyasi hisobiga ishlaydigan soatlar, akkumulator batareyasining energiyasi hisobiga ishlaydigan radiouzatgich, elektr qo'ng'iroq, pnevmatik bolg'a, generator lampadagi elektr tebranishlar va boshqalar.

Umumiy holda nochiziqli tizimlarda chiziqli tizimlardagidek turg'unlik sohasi yoki noturg'unlik sohasi ikki xil ko'rinishda emas, balki nisbatan ko'proq:

1) Kichik qiymatlardagi turg'unlik. Bunda kirish signali juda kichik o'zgarganda tizim turg'un qoladi.

2) Katta qiymatlardagi turg'unlik. Bunda kirish signali katta, lekin chegaralangan qiymatlaridagi turg'unligiga aytiladi.

3) To'la turg'unlik. Bunda kirish signalining qiymati cheksiz katta bo'lishi mumkin.

Nochiziqli tizimlarning turg'unligi uning strukturasi, parametrlariga, o'zgaruvchilarining boshlang'ich holatining qiymatiga va kirish signaliga bog'liq bo'ladi.

6.2. Nochiziqli tizimlarning statik xarakteristikalar

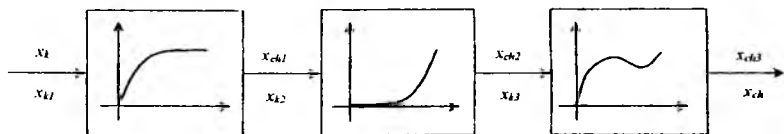
Tizimning xususiyatlari ularning statik va dinamik xarakteristikalar orqali ifodalanadi.

Statik xarakteristika deb tizimning muvozanat holatida uning kirish va chiqish signallari orasidagi munosabatga aytiladi.

Statik xarakteristikalar tenglama, jadval yoki grafik shakllarda berilishi mumkin. Nochiziqli tizimlarning statik xarakteristikalarini uning tarkibiga kiruvchi elementning statik xarakteristikalariga va ulanish qoidalariga bog'liq bo'ladi.

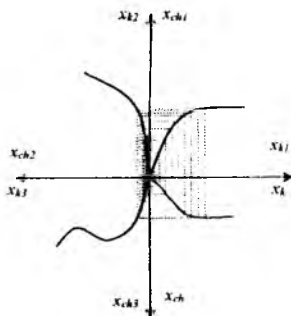
Statik xarakteristikalar grafik shaklda berilgan bo'lsin.

1. Elementlar ketma-ket ulangan bo'lsin (6.3-rasm).



6.3-rasm. **Elementlarning statik xarakteristikalarini ketma-ket ulanishi.**

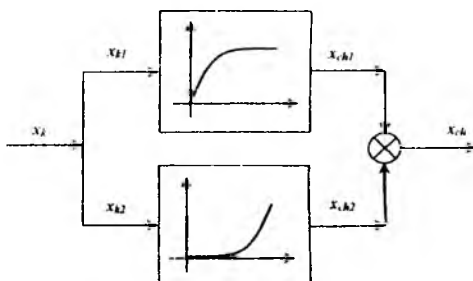
Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun to'g'ri chiziqli koordinatalar tizimidan foydalanamiz (6.4-rasm):



6 4-rasm. **Statik xarakteristika.**

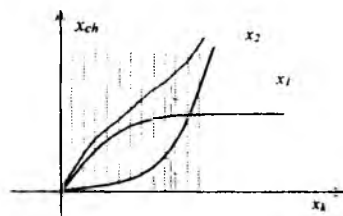
Agar 2 ta statik xarakteristika ketma-ket berilgan bo'lsa, $K=1$ ya'ni uchinchi chorakdan 45° li burchak ostida o'tkazib yuboriladi.

2. Tizimning elementlari parallel ulangan bo'lsin (6.5-rasm).



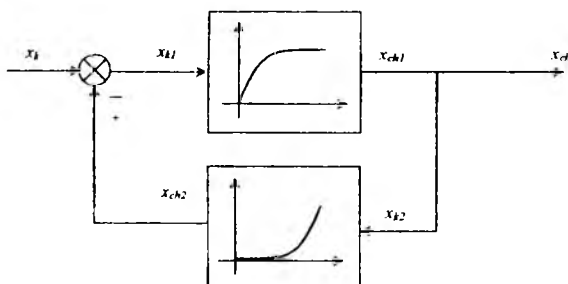
6.5-rasm. **Elementlarning statik xarakteristikalarini parallel ulanishi.**

Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun grafikni qo'shish orqali umumiy grafik chiqariladi (6.6-rasm).



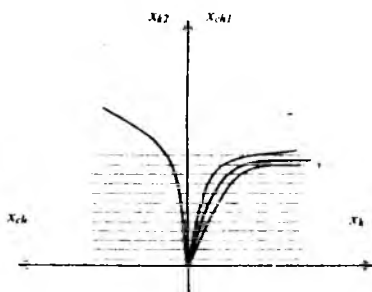
6.6-rasm. *Statik xarakteristika.*

3. Tizimning elementlari teskari aloqa orqali ulangan bo'lsa



6.7-rasm. *Elementlarning statik xarakteristikalarini teskari aloqa orqali ulanishi.*

Tizimning statik xarakteristikasini topish uchun grafikni qo'shish orqali umumiy grafik chiqariladi (6.8-rasm).



6.8-rasm. *Statik xarakteristika.*

6.3. Fazaviy fazo usuli

Tizimlarning tarkibida nohiziqli elementning bo'lishi uning dinamikasini nohiziqli differensial tenglama orqali yozilishiga olib keladi. Bu esa bunday tizimlarni tekshirish masalasini murakkablashtiradi. Chunki nohiziqli differensial tenglamalarni yechishning yagona usuli mavjud emas. Hozirda nohiziqli tizimlarni tekshirishning turli xil analitik va grafoanalitik usullari mavjuddir. Eng ko'p qo'llanilayotganlari quyidagilar:

- fazaviy fazo usuli;
- garmonik chiziqlantirish usuli;
- chastotaviy usullar;
- raqamli modellashtirish usullari.

Fazaviy fazo usuli.

Fazaviy fazo – koordinatalari qiymati ko'rilyotgan tizim holatini to'la-to'kis aniqlovchi fazodir. Ikkinchi tartibli differensial tenglama orqali tavsiflanuvchi tizimni tadqiq qilganda fazaviy fazo fazaviy tekislikka o'zgaradi.

Bu usul umumiy va samarador usul bo'lib, jarayon haqida yaqqol geometrik tasvirlash imkonini beradi. U jarayonni, ya'ni tizimning harakatini fazoda tasvirlashga asoslangandir. Bu yerda faza jarayonning ayrim bosqichlari yoki qismlari deb tushuniladi.

Umumiy holda nohiziqli tizimning dinamikasini quyidagicha yozish mumkin:

$$\Phi(x_1, x_2, \dots, x_n; \frac{dx_1}{dt}, \frac{d^2x_2}{dt^2}, \dots, \frac{d^n x_n}{dt^n}; g, f) = 0. \quad (6.1)$$

(6.1) tenglamani birinchi tartibli differensial tenglamalar tizimi shaklida tasvirlab olish mumkin

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \Phi_1(x_1, x_2, \dots, x_n, g, f) \\ \frac{dx_2}{dt} &= \Phi_2(x_1, x_2, \dots, x_n, g, f) \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= \Phi_n(x_1, x_2, \dots, x_n, g, f) \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

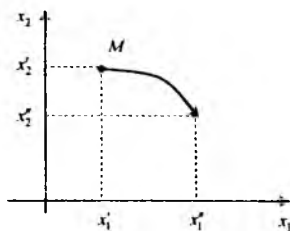
bu yerda, x_1, x_2, \dots, x_n – vaqt bo'yicha o'zgaruvchi, ya'ni izlanayotgan vaqt funksiyalaridir (x_1 rostlanuvchi kattalik deyishimiz mumkin va \dot{x}_2 ,

..., x_n yordamchi o'zgaruvchilar); g va f – boshqariluvchi (topshiriq beruvchi) va tashqi ta'sir (qo'zg'atuvchi) ta'sirlar.

Tenglamalar tizimini yechish uchun boshlang'ich shartlar ma'lum bo'lishi kerak. Faraz qilaylik differensial tenglamaning tartibi $n=2$ ga teng bo'lsin. $t=t_0$ vaqtda o'zgaruvchilar ma'lum qiymatlarga ega bo'lsin: $x_1 = x'_1$, $x_2 = x'_2$. Bu qiymatlarni to'g'ri burchakli koordinatalar tizimida belgilab olishimiz mumkin (6.9-rasm). $t=t_1$ vaqtda o'zgaruvchilar ma'lum qiymatga ega bo'ladi. Bu yerda M nuqta *tasvirlovchi nuqta* deyiladi.

Tasvirlovchi nuqta vaqt davomida harakatda bo'ladi. Qaralayotgan to'g'ri burchakli koordinatalar tizimi *fazalar fazosi* deyiladi. Tasvirlovchi nuqta qoldirgan iz esa *fazalar trayektoriyasi* deyiladi.

Tizimning harakatini bunday tasvirlaganimizda vaqt o'zgaruvchisi ishtirok etmaydi. Bu esa fazalar fazosi o'tkinchi jarayonini miqdorini emas, balki sifatinigina aniqlash imkonini beradi.



6.9-rasm. M tasvirlovchi nuqtani faza tekisligidagi trayektoriyasi.

Odatda fazalar fazosi koordinatalar o'qlariga rostlanuvchi kattalikning qiymati emas, balki uni turg'un qiymatdan farqi qo'yiladi. Shuning uchun turli boshlang'ich qiymatlarda turlicha fazalar trayektoriyasi hosil bo'ladi.

Ma'lumki tizimning turg'un holatida rostlanuvchi kattalik berilgan qiymatga teng bo'ladi. Uning hosilasi ham «0»ga teng bo'ladi. Bu esa koordinata boshi tizimning turg'un holatiga mos kelishini ko'rsatadi. Fazalar trayektoriyasini qurish uchun tizimning dinamikasini ifodalovchi tenglamadan o'zgaruvchi vaqt olib tashlanadi, ya'ni

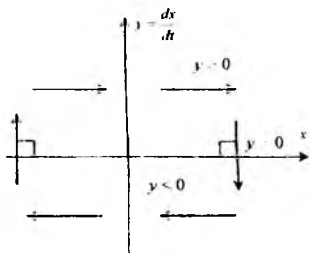
$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = x, \\ \frac{dx}{dt} = \Phi(x, y). \end{cases} \quad (6.3)$$

(6.3) tenglamadan quyidagini hosil qilamiz:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{\Phi(x, y)}{x}. \quad (6.4)$$

(6.4) tenglama fazalar trayektoriyasining tenglamasi deyiladi. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida quyidagi qoidalarga amal qilish kerak:

1. Yuqori yarim tekislikda fazalar trayektoriyasi chapdan o'ngga yo'naltirilgan bo'ladi.
2. Pastki yarim tekislikda o'ngdan chapga yo'nalgan bo'ladi. Chunki $y < 0$.
3. Fazalar trayektoriyasi absissa o'qini to'g'ri burchak ostida kesib o'tadi, chunki $y = 0$.
4. Bitta tizimning fazalar trayektoriyasi turli boshlang'ich qiymatlarda bir-birini kesib o'tmaydi.



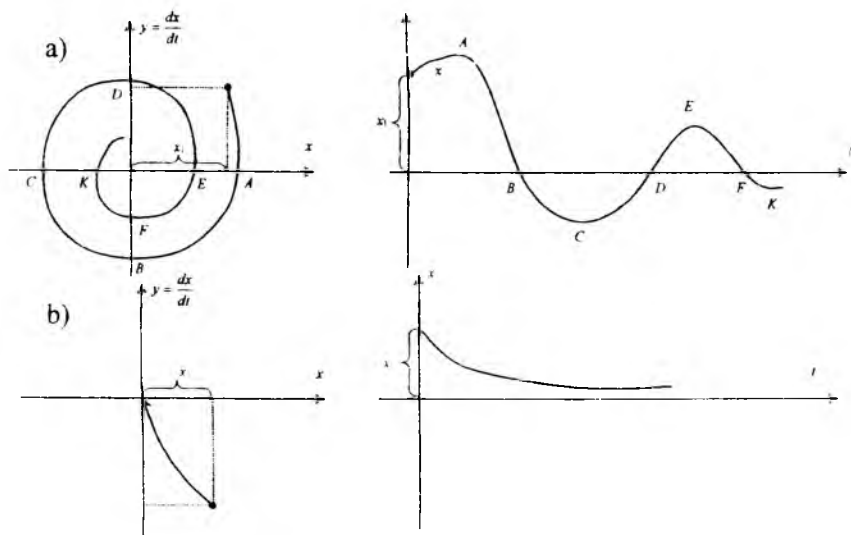
6.10-rasm. *Faza tekisligi.*

Fazaviy portret hamda vaqt funksiyasida koordinatalar o'zgarishini aks ettiruvchi nuqtalarga misollar 6.11-rasmda keltirilgan.

Ushbu usulning *afzalligi* turli boshlang'ich shartlardagi o'tkinchi jarayonning shaklini yagona fazalar portretida ifodalash mumkin. *Kamchiligi* esa 3 va undan ortiq tartibli tizimni tadqiq qilish murakkabdir.

Bu usul yordamida quyidagi masalalarni yechish mumkin:

1. Tizimning mumkin bo'lgan ishlash rejimlarini aniqlash;
2. Tizimning turg'unligi haqida va uning chegaraviy qiymatlari to'g'risida xulosa chiqarish;
3. Avtotebranish va uning parametrlarini aniqlash;
4. Boshlang'ich shartlar sohalarini aniqlash;
5. Tizimning sifat ko'rsatkichlarini aniqlash, ya'ni tebranishlar soni, maksimal og'ish va h.k.



6.11-rasm. **Faza tekisligi.**

Shunday qilib, fazaviy fazo dinamik jarayonlarning geometrik shaklini tasvirlaydi. Bu geometrik tasvirlashda faqat koordinatalar qatnashadi, vaqt esa qatnashmaydi.

6.4. Oddiy chizikli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar

Ba'zi bir tizimning o'tish jarayoni ikkinchi tartibli tenglama bilan ifodalansin:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = 0. \quad (6.5)$$

Bu tenglamani birinchi tartibli differensial tenglamalar orqali ifodalash mumkin

$$y = \frac{dx}{dt} \quad (6.6)$$

belgilash kiritib, (6.5) tenglamani quyidagicha yozamiz.

$$\frac{dy}{dt} = -a_1 y - a_2 x. \quad (6.7)$$

O'zgaruvchi vaqtni yo'qotish maqsadida (6.7) ni (6.6) ga bo'lib (x va $y \neq 0$):

$$\frac{dy}{dx} = -a_1 - a_2 \frac{x}{y} \quad (6.8)$$

hosil qilamiz.

(6.8) tenglamaning yechimi integral egri chiziqlar oilasini ifodalaydi va turli boshlang'ich shartlarda turlicha ko'rinishga ega bo'ladi. Bu egri chiziqlar oilasining hamma to'plami har xil fazo trayektoriyalarini ifodalaydi.

(6.5) tenglama $p^2 + a_1 p + a_2 = 0$ xarakteristik tenglama orqali ifodalanadi va u

$$p_{1,2} = -\frac{a_1}{2} \pm \sqrt{\frac{a_1^2}{4} - a_2}$$

ildizlariga mos keladi. Bunda 6 ta holat bo'lishi mumkin:

1) ildizlar mavhum, ya'ni $a_1 = 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'unlik chegarasida);

2) kompleks ildizlar manfiy haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2, a_1 > 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'un);

3) kompleks ildizlar musbat haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2, a_1 < 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg'un);

4) ildizlar haqiqiy manfiy, ya'ni $a_1^2 < 4a_2, a_1 > 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim turg'un);

5) ildizlar haqiqiy musbat, ya'ni $a_1^2 < 4a_2, a_1 < 0, a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg'un);

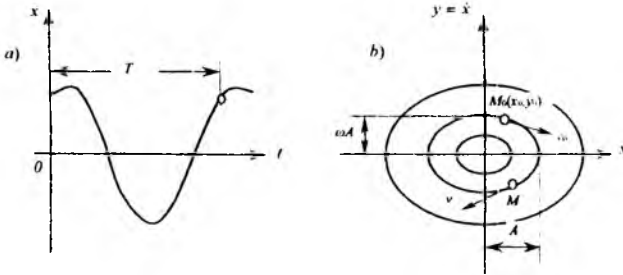
6) ildizlar haqiqiy va $a_2 < 0$ da har xil ishoraga ega (chiziqli tizim noturg'un).

Ko'rib chiqilgan har bir hol uchun fazoviy trayektoriyalar chizamiz:

1) Ildizlar mavhum, ya'ni $a_1 = 0, a_2 > 0$ (6.12-rasm). Bunda differensial tenglamaning yechimi so'nmas tebranishni beradi.

$$x = A \sin(\omega t + \beta), \quad y = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \beta), \quad \omega = \sqrt{a_2},$$

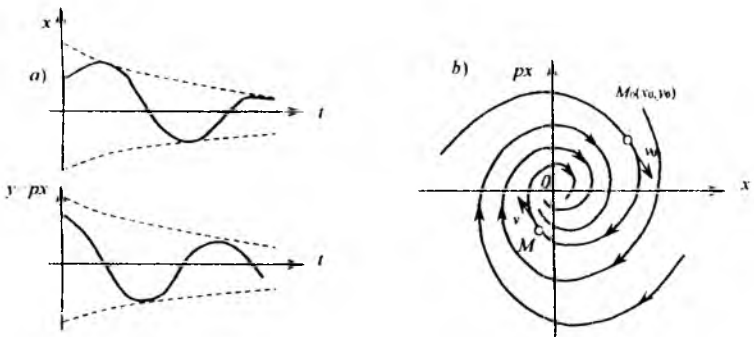
Ikkinchi tartibli tizimning fazo trayektoriyasi va undagi o'tish jarayoni ($\xi=0$).



6.12-rasm. Tizim turg'unlik chegarasida.

2) Kompleks ildizlar manfiy haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2$, $a_1 > 0$, $a_2 > 0$ (6.13-rasm).

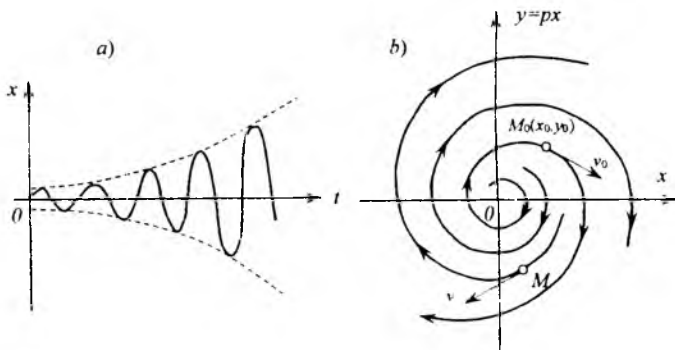
Ikkinchi tartibli tizimning $0 < \xi < 1$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.13-rasm. Tizim turg'un.

3) Kompleks ildizlar musbat haqiqiy qismga ega, ya'ni $a_1^2 < 4a_2$, $a_1 < 0$, $a_2 > 0$ (tizim noturg'un) (6.14-rasm).

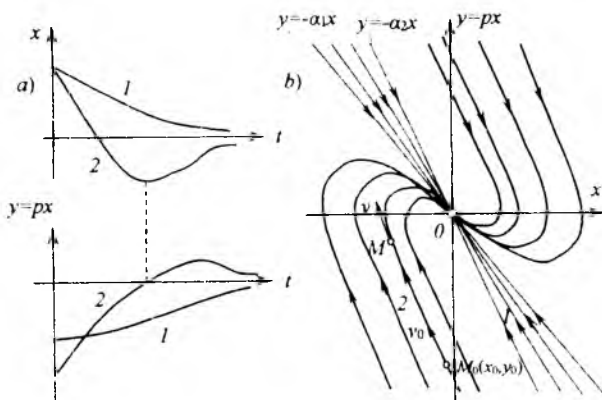
Ikkinchi tartibli tizimning $-1 < \xi < 0$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.14-rasm. *Tizim noturg'un.*

4) **Ildizlar haqiqiy manfiy**, ya'ni $a_1^2 < 4a_2$, $a_1 > 0$, $a_2 < 0$ (chiziqli tizim turg'un) (6.15-rasm).

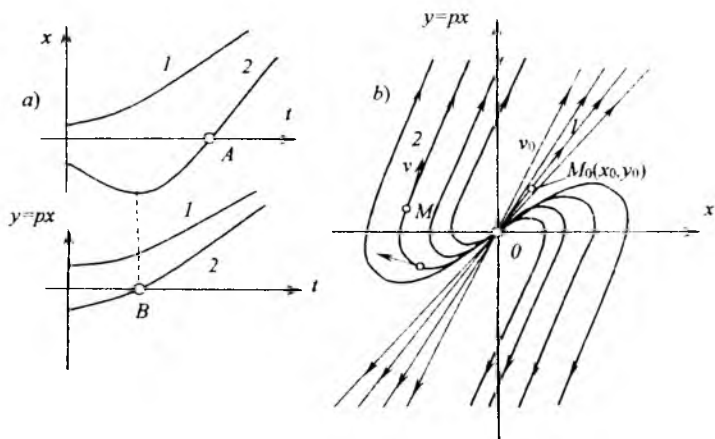
Ikkinchi tartibli tizimning $\xi > 0$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.15-rasm. *Tizim turg'un.*

5) **Ildizlar haqiqiy musbat**, ya'ni $a_1^2 < 4a_2$, $a_1 < 0$, $a_2 > 0$ (chiziqli tizim noturg'un) (6.16-rasm).

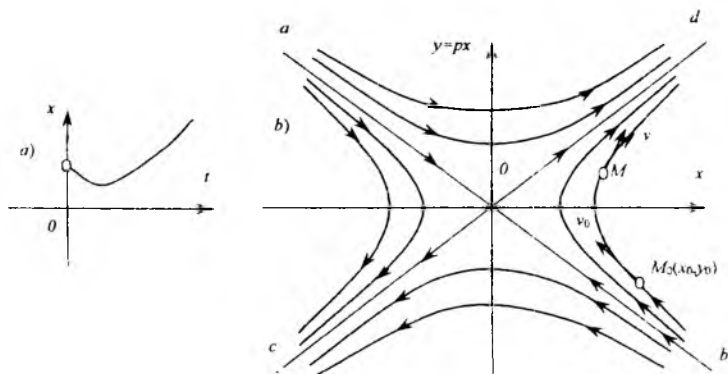
Ikkinchi tartibli tizimning $\xi < 1$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.16-rasm. *Tizim noturg'un.*

6) Ildizlar haqiqiy va $a_2 < 0$ da har xil ishoraga ega (chiziqli tizim noturg'un).

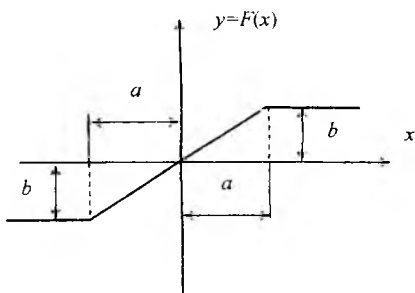
Ikkinchi tartibli tizimning $\xi > 1$ bo'lganda fazo trayektoriyasi va o'tish jarayoni



6.17-rasm. *Tizim noturg'un.*

6.1-masala. To'yinish chegaralari 6.18-rasmda keltirilgan statik xarakteristikali nohiziqli element uchun kompleks garmonik uzatish koeffitsiyenti $J(A)$ ni aniqlang.

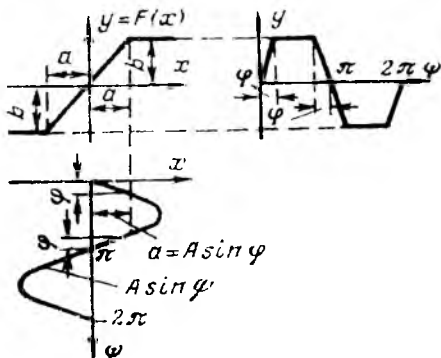
Yechish: $A > a$, bo'lganda $x = A \sin \omega t$ sinusoidal kirish signali uchun chiqishdagi $y = F(x)$ signalning grafigini quramiz (6.19-rasm). Nohiliqlilik bir qiymatli kompleks uzatish koeffitsiyentidan iborat faqat haqiqiy qism



6.18-rasm.

$$J(A) = q(A) = B_1 / A.$$

Fure qatori va 6.19-rasmdagi tavsifdan koeffitsiyent uchun formulalardan foydalanib, nohiziqli element chiqishidagi birinchi garmonika sinus tashkil etuvchisidan B_1 amplitudani aniqlaymiz



6.19-rasm.

$$B_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} F(A \sin \psi) \sin \psi d\psi = \frac{4}{\pi} \left[\int_0^{\varphi} k A \sin^2 \psi d\psi + \int_{\varphi}^{\pi-\varphi} b \sin \psi d\psi \right] =$$

$$= \frac{4}{\pi} \left[k A \left(\frac{\psi}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\psi \right) - b \cos \psi \right]_{\varphi}^{\pi-\varphi} = \frac{4}{\pi} \left(\frac{k A}{2} \varphi - \frac{k A}{4} \sin 2\varphi + b \cos \varphi \right), \quad (6.9)$$

bu yerda

$$k = \frac{b}{a}; \quad \psi = \omega t. \quad (6.10)$$

6.19-rasmni inobatga olgan holda

$$\begin{aligned}\sin \varphi &= \frac{a}{A}; \quad \varphi = \arcsin\left(\frac{a}{A}\right); \\ \cos \varphi &= \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}.\end{aligned}\quad (6.11)$$

Nochiziqli element parametri a va chiqishdagi signal amplitudasi A ni ikkilamchi sinus burchak deb belgilab olamiz:

$$\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi = 2 \frac{a}{A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}.\quad (6.12)$$

(6.10)-(6.12) ifodalardan foydalanib, (6.9) tenglikni quyidagicha yozish mumkin:

$$B_1 = \frac{4}{\pi} \left(\frac{kA}{2} \arcsin \frac{a}{A} - \frac{ka}{2} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} + ka \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right) = \frac{2k}{\pi} \left(A \arcsin \frac{a}{A} + a \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right).$$

Nochiziqli elementning kompleks garmonik uzatish koeffitsiyenti quyidagicha:

$$J(A) = \frac{B_1}{A} = \frac{2k}{\pi} \left(\arcsin \frac{a}{A} + \frac{a}{A} \sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}} \right).$$

6.2-masala. Garmonik tebranishi $x = A \sin \omega t$ qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi nuqta uchun fazoviy portretni quring.

Yechish: Fazoviy portretni qurish uchun x koordinatalaridan hosilani aniqlaymiz

$$\frac{dx}{dt} = A\omega \cos \omega t.\quad (6.13)$$

Fazoviy trayektoriya tenglamasini olish uchun x va $\frac{dx}{dt}$ tenglamadan t vaqtni olib tashlaymiz. $\frac{dx}{dt}$ ni y bilan belgilab, (6.13) tenglamani kvadratga oshiramiz

$$y^2 = A^2 \omega^2 \cos^2 \omega t. \quad (6.14)$$

Xuddi shunaqa x tenglamani kvadratga oshirib, ω^2 ga ko'paytiramiz

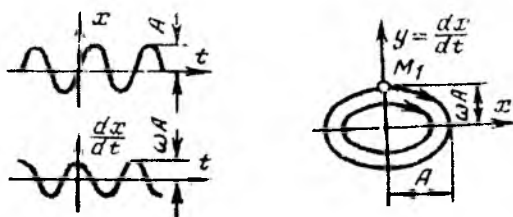
$$\omega^2 x^2 = A^2 \omega^2 \sin^2 \omega t. \quad (6.15)$$

(6.14) va (6.15) tenglamaning o'ng va chap tomonlarini qo'shib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$y^2 + \omega^2 x^2 = A^2 \omega^2 \text{ yoki } \frac{x^2}{A^2} + \frac{y^2}{A^2 \omega^2} = 1. \quad (6.16)$$

(6.16) tenglama fazoviy trayektoriyani aks ettiruvchi tenglama hisoblanadi. 6.20-rasmda vaqt funksiyasida x koordinatalar o'zgarishini aks ettiruvchi nuqtalar va $y = \frac{dx}{dt}$ tezlik hamda fazoviy portret keltirilgan.

Fazoviy portret o'zida ellipsislar oilasini aks ettiradi.



6.20-rasm.

6.5. Lyapunov usuli asosida nochiziqli tizimlarning turg'unligi tahlili

Faraz qilamiz, nochiziqli tizimning hamma o'zgaruvchilari uchun o'tish jarayoni chetlanishlari ularning barqaror jarayonlarining qiymatlariga nisbatan differensial tenglamalari berilgan. U holda n – tartibli chiziqli tizim uchun quyidagi tenglamalar tizimini yozishimiz mumkin:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= X_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \frac{dx_2}{dt} &= X_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\dots\dots\dots \\ \frac{dx_n}{dt} &= X_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{aligned} \right\} \quad (6.17)$$

X_1, X_2, \dots, X_n – nohiziqlarning har qanday ko‘rinishini o‘zida mujassamlashtirgan va har doim quyidagi

$$X_1, X_2, \dots, X_n = 0$$

shartlarni qanoatlantiradigan ixtiyoriy funksiyalar.

Tahlil qilish uchun quyidagi tushunchani kiritamiz, bu yerda va keyinchalik ko‘p o‘zgaruvchili funksiya sifatida n o‘lchovli Evklid fazosini ko‘rib chiqamiz

$$V = V(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n).$$

Evklid fazosi deb xossasi absolyut geometriya aksiomalari va Evklidning parallel to‘g‘ri chiziqlar haqidagi (postulati) aksiomasi bilan ta’rif qilinadigan fazoga aytiladi.

Ta’rif: V – funksiya ba’zi bir sohada, agar u shu sohaning har bir nuqtalarida boshlang‘ich koordinata atrofida bir xil ishorali bo‘lib qolsa va faqat koordinata boshidan boshqa yerda nolga aylansa, uning ishorasi aniqlangan deyiladi.

Agar V – funksiya bir xil ishorani saqlab qolsa va faqat koordinata boshidagina emas, balki shu sohaning boshqa nuqtalarida ham nolga aylanishi mumkin bo‘lsa, uni doimiy ishorali deyiladi.

Agar V – funksiya berilgan sohada boshlang‘ich koordinata atrofida har xil ishoraga ega bo‘lsa, u o‘zgaruvchi ishorali deyiladi.

$n=2$ va $V = x_1^2 + x_2^2$ bo‘lsin. $x_1 = x_2 = 0$ bo‘lganda $V = 0$ va har qanday x_1, x_2 - larda $V > 0$ bo‘ladi, ya’ni V ishorasi aniqlangan musbat funksiya bo‘ladi.

Shunga o‘xshab, har qanday n uchun funksiya $V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2$ ishorasi aniqlangan musbat funksiya bo‘ladi.

$V = -(x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2)$ ko'rinishdagi funksiya, ishorasi aniqlangan manfiy funksiya bo'ladi.

Endi $n=3$ bo'lgan holda quyidagi funksiyani ko'rib chiqamiz:

$$V = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$$

Bu funksiya endi ishorasi aniqlangan emas, balki doimiy ishorali bo'ladi. Chunki u x_1, x_2, x_3 -- larning har qanday qiymatlarida musbat bo'lib qoladi, lekin nafaqat $x_1, x_2, x_3 = 0$ bo'lganda 0 ga aylanib qolmay, balki $x_1, x_2 = 0$ bo'lgan holda x_3 ning har qanday qiymatlarida ham doimiy ishorali musbat bo'ladi.

$V=x+x$ ko'rinishdagi funksiyani ko'rib chiqamiz. Bu funksiyaning ishorasi o'zgaruvchandir, chunki $x=-x$ to'g'ri chiziqning o'ng tekisligida hamma nuqtalar uchun musbat va shu to'g'ri chiziqning chap tekisligidagi hamma nuqtalar uchun manfiydir.

Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo'yicha hosilasi tushunchasini kiritamiz.

Har qanday funksiya

$$V = V(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$$

$x_1 = x_2 = \dots = x_n = 0$ bo'lganda aynan nolga aylanadigan bo'lsa va unda x_1, x_2, \dots, x_n kattaliklari tizimning o'tish o'zgaruvchilarga nisbatan olingan bo'lsa va (6.17) -- tenglama bu tizim uchun quyidagicha yozilishi mumkin bo'lsa:

$X_1=x_1(t), X_2=x_2(t), \dots, X_n=x_n(t)$ uni Lyapunov funksiyasi deyiladi.

Lyapunov funksiyasidan vaqt bo'yicha hosila quyidagicha bo'ladi:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} \frac{dx_1}{dt} + \frac{\partial V}{\partial x_2} \frac{dx_2}{dt} + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} \frac{dx_n}{dt}$$

bu tenglama (6.17) -- tenglamadan $\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \dots, \frac{dx_n}{dt}$ larni qiymatini qo'yamiz:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x_1} X_1 + \frac{\partial V}{\partial x_2} X_2 + \dots + \frac{\partial V}{\partial x_n} X_n$$

X_1, X_2, \dots, X_n – lardan (6.17) – tizimning o‘ng qismlari bo‘lib, berilgan funksiyasidan x_1, x_2, \dots, x_n – lardan chetlanishlarini ko‘rsatadi.

Shunday qilib, Lyapunov funksiyasining vaqt bo‘yicha hosilasi ham V – funksiyasiga o‘xshab, ba’zi bir chetlanishlarning funksiyasi bo‘ladi:

$$\frac{dV}{dt} = W(x_1, x_2, \dots, x_n).$$

Lyapunov funksiyasining hosilasiga yuqorida ko‘rsatib o‘tilgan ishorasi aniqlangan, doimiy ishorali va o‘zgaruvchan ishorali tushunchalarni qo‘llash mumkin.

Nochiziqli tizimlarning turg‘unligi to‘g‘risidagi Lyapunov teoremasini isbotsiz keltiramiz.

Teorema: Agar (6.17) – tenglama shaklida berilgan n – chi tartibli tizimlarda shunday ishorasi aniqlangan $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ Lyapunov funksiyasini tanlab olish mumkin bo‘lsa, uning vaqt bo‘yicha hosilasi $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ham ishorasi aniqlangan bo‘ladi, lekin $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ – da ishorasi teskari ishorali bo‘lsa, u holda bunday tizim turg‘un bo‘ladi.

W – funksiyaning ishorasi aniq bo‘lganda tizim asimtotik turg‘un bo‘ladi.

Yuqoridagi teorema turg‘unlikning faqat yetarli shartini berishi va nochiziqli tizim turg‘unlik sohasidan tashqari bir qator alohida sohalarga ega bo‘lishi mumkinligidan, nochiziqli tizimlarning nochiziqligini aniqlashda alohida zarurat kelib chiqadi.

Nochiziqli tizimlarning noturg‘unligini aniqlashda Lyapunovning quyidagi teoremasidan foydalaniladi.

Agar (6.17) tenglama shaklida berilgan n -chi tartibli tenglamalar tizimining $W(x_1, x_2, \dots, x_n)$ hosilasi Lyapunovning biror $V(x_1, x_2, \dots, x_n)$ funksiyasida ishorasi aniqlangan bo‘lib, V – funksiyaning o‘zi birorta soha koordinata boshiga kelib qo‘shilsa, uning ishorasi hosila W ishorasi bilan bir xil bo‘lib, tizim noturg‘un bo‘ladi.

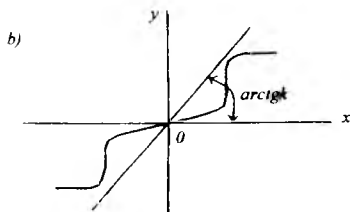
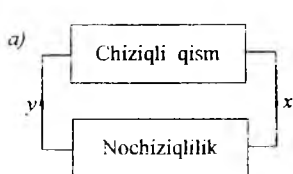
6.6. V.M.Popovning mutlaq turg‘unlik mezon

Bir ma’noli nochiziqliklarni o‘z ichiga olgan nochiziqli tizimlarning turg‘unligini o‘rganishda ko‘pincha rumin olimi V.M.Popov tomonidan tadqiq qilingan turg‘unlikning chastota mezonidan foydalaniladi. Birorta nochiziqli tizim o‘zida bir ma’noli nochiziqlikka ega bo‘lsin

$$y = F(x), \quad (6.18)$$

tizimning chiziqli qismi ham quyidagi tenglama bilan ifodalansin:

$$Q(p) = -R(p)y, \quad (6.19)$$



6.21-rasm.

Bu yerda $Q(p)$ va $R(p)$ quyidagi ko'phadlarga teng:

$$Q(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n,$$

$$R(p) = b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_{m-1} p + b_m,$$

bu yerda $m < n$.

$y = F(x)$ nochiziqlilik ixtiyoriy ko'rinishda bo'lib, berilgan $arctg k$ burchak chegarasidan chiqmasin.

Shunday qilib, nochiziqlilik quyidagi shartni qanoatlantiradi:

$$0 < F(x) < kx.$$

$Q(p) = 0$ ning hamma ildizlari manfiy haqiqiy qismli yoki ulardan tashqari ikkitadan ortiq bo'lmagan nol ildizlariga ega. Boshqacha qilib aytganda $a_n = 0$ yoki $a_n = a_{n-1} = 0$.

qayd etilgan shartni o'qov turg'unlik mezonining ta'rifini isbotsiz keltiramiz.

Nochiziqli tizimning turg'unligini aniqlash uchun shunday chekli haqiqiy son h - ni tanlab olish kerakki, unda hamma $\omega > 0$ bo'lganda quyidagi tengsizlik bajarilsin:

$$Re(1 + j\omega h)W(j\omega) + \frac{1}{k} > 0, \quad (6.20)$$

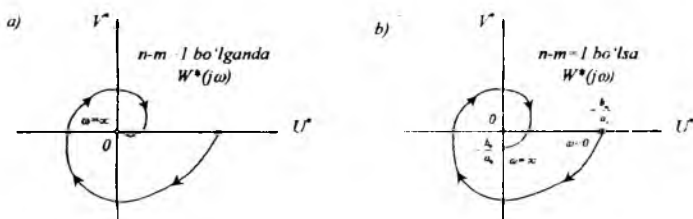
bu yerda, $W(j\omega)$ - chiziqli tizimning AFX si.

Teoremaning boshqacha ta'rifidan qulay geometrik izohlanadigan chastota xarakteristikasining ko'rinishini o'zgartirish bilan bog'liq.

O'zgaruvchan ko'rinishli chastotaviy xarakteristika $W^*(j\omega)$ quyidagicha aniqlanadi:

$$\left. \begin{aligned} U^*(\omega) &= \operatorname{Re} W^*(j\omega) = \operatorname{Re} W(j\omega), \\ V^*(\omega) &= \operatorname{Im} W^*(j\omega) = \omega T_0 \operatorname{Im} W(j\omega), \end{aligned} \right\} \quad (6.21)$$

$T_0 = 1$ sek normallovchi ko'paytiruvchi.



6.22-rasm.

Analogik $W(j\omega)$ qachonki $Q(p)$ va $R(p)$ tenglamalarda darajalar farqi $n-m > 1$ bo'lganda $W^*(j\omega)$ grafigi 6.22,a-rasm ko'rinishga ega bo'ladi. Agarda darajalar farqi $n-m = 1$ bo'lsa, u holda $W^*(j\omega)$ grafik oxiri mavhum o'qning koordinata boshidan pastda bo'ladi (6.22,b-rasm).

(6.20) tengsizlikning chap qismini quyidagicha o'zgartiramiz:

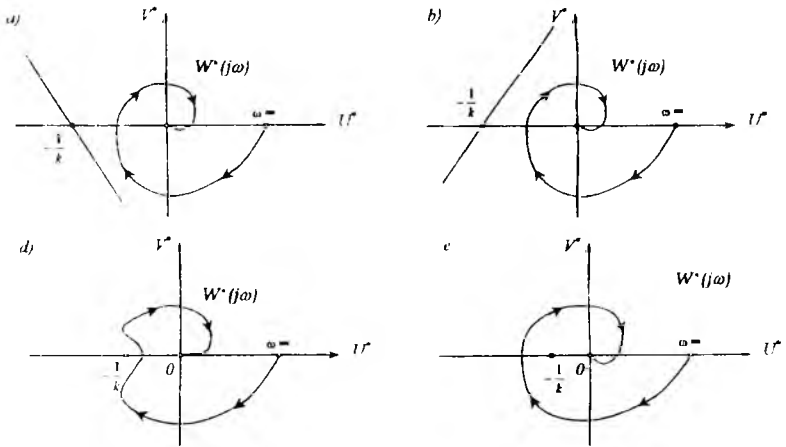
$$\operatorname{Re}(1 + j\omega h) W(j\omega) + \frac{1}{k} = \operatorname{Re} W(j\omega) - \omega h \operatorname{Im} W(j\omega) + \frac{1}{k} > 0. \quad (6.22)$$

Unda, $w^*(j\omega) = U^*(\omega) + jV^*(\omega)$ va (6.21) chi munosabatlardan foydalanib, (6.22) tengsizikni barcha $\omega \geq 0$ da o'zgartiramiz:

$$U^*(\omega) - \frac{1}{T_0} V^*(\omega) + \frac{1}{k} = U^*(\omega) - h_0 V^*(\omega) + \frac{1}{k} > 0. \quad (6.23)$$

$U^*(\omega) - h_0 V^*(\omega) + \frac{1}{k} > 0$ bo'lganda $W^*(j\omega)$ tekisligida to'g'ri chiziqni ifodalaydi. Bundan V.M.Popov teoremasining geometrik izohi kelib chiqadi: *nochizikli tizimning turg'unligini aniqlash uchun $W^*(j\omega)$*

tekisligida shunday to'g'ri chiziqni tanlab olish kerakki, u $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ nuqtasidan o'tganda $W^*(j\omega)$ egri chizig'i bu chiziqning o'ng tomonida yotsin.



6.23-rasm. *a va b hollarda tizim mutlaq turg'un; d va e hollarda tizim noturg'un.*

Tizimning chiziqli qismini va nochiziqli zvenoning uzatish koeffitsiyenti $k = k_{ch}k_n$ shartli ravishda nochiziqli zvenoga kiritilgan. Agar nochiziqli zveno xarakteristikasi $(0, k)$ sektorda joylashgan bo'lsa, k -ning qanday qiymatlarida tizim mutlaq turg'un bo'lishini aniqlang.

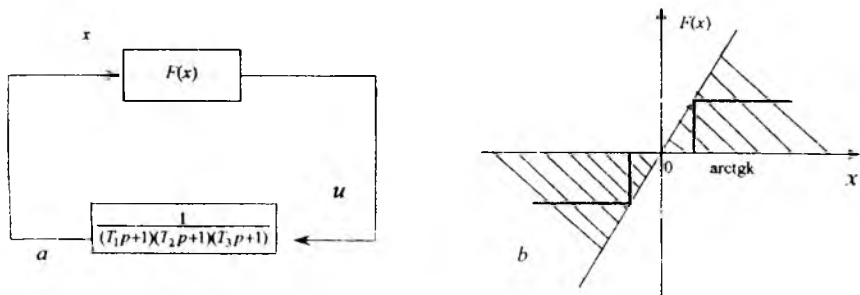
Boshlang'ich ma'lumotlar: tizim chiziqli qismining doimiy vaqtlari

$$T_1=0,5 \text{ sek. } T_2=0,2 \text{ sek } T_3=0,1 \text{ sek.}$$

6.3-masala. Nochiziqli avtomatik tizimning struktura sxemasi 6.25.a-rasmda keltirilgan.

Yechish: Tizim chiziqli qismining chastotali uzatish funksiyasni quyidagi ko'rinishga ega:

$$W(j\omega) = \frac{1}{(1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2)(1 + j\omega T_3)}. \quad (6.24)$$



6.24-rasm.

Uning haqiqiy va mavhum qismlari mos ravishda quyidagiga teng

$$U(\omega) = \operatorname{Re}W(j\omega) = \frac{1 - \omega^2(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}, \quad (6.25)$$

$$V(\omega) = \operatorname{Im}W(j\omega) = \frac{-\omega(T_1 + T_2 + T_3) + \omega^3T_1T_2T_3}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}. \quad (6.26)$$

$U^*(j\omega)$ va $V^*(j\omega)$ ga ba'zi funksiyalar kiritamiz:

$$U^*(\omega) = \operatorname{Re}W(j\omega) = \frac{1 - \omega^2(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3)}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}, \quad (6.27)$$

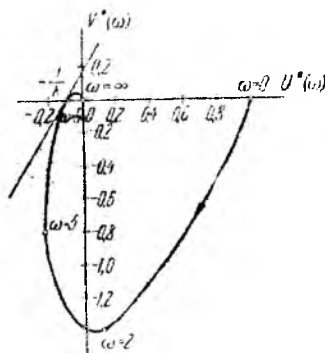
$$V^*(\omega) = \omega \operatorname{Im}W(j\omega) = \frac{-\omega^2(T_1 + T_2 + T_3) + (\omega^4T_1T_2T_3)}{(1 + \omega^2T_1^2)(1 + \omega^2T_2^2)(1 + \omega^2T_3^2)}. \quad (6.28)$$

(6.27) va (6.28) tengliklar bo'yicha $V^*(\omega) = f[U^*(\omega)]$ xarakteristikani

quramiz (6.25-rasm) va $\left(-\frac{1}{k}, j0\right)$ bo'yicha

Popov to'g'ri chizig'ini shunday o'tkazamizki, bunda qurilgan xarakteristika bu chiziqdan o'ng tomonda yotsin. 6.25-rasmga binoan $\frac{1}{k} \approx 0,08$. Shuning uchun

tizim $0 < k < 12,5$ sektorda yotuvchi hamma noxiziqli xarakteristikalar uchun mutlaq turg'undur, shu jumladan 6.25-rasmda ko'rsatilgan rele tipli xarakteristika ham turg'un.

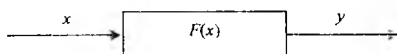


6.25-rasm.

Shunday qilib, berk nohiziqli tizimning mutlaq turg'unligining yetarli sharti ochiq holda k uzatish koeffitsiyentiga ega bo'lgan tutash chiziqli tizimning zaruriy va yetarli sharti bajarilishiga keltirilyapti.

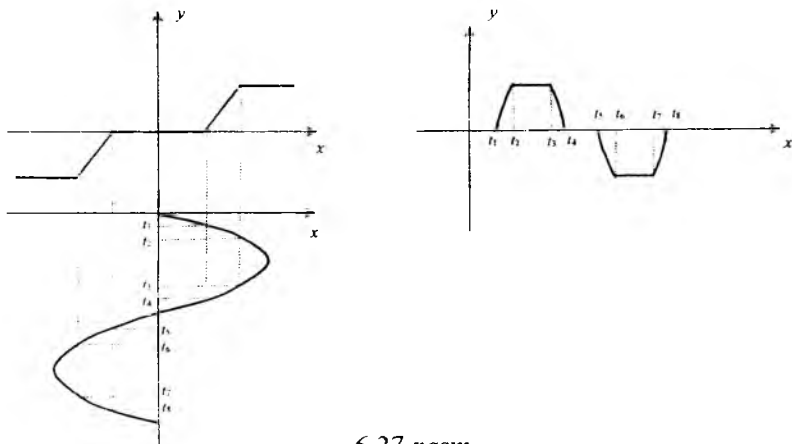
6.7. Garmonik balans usuli

Bu usul dinamikasi ikki va undan yuqori tartibli nohiziqli differensial tenglama bilan yoziluvchi tizimlarni tekshirish, nohiziqli tizimlarni majburiy harakatini taqriban tahlil qilish, tizimining turg'unligini mavjud bo'ladigan avtotebranishlarni parametrlarini aniqlash imkonini beradi. Tizim tarkibida nohiziqli element bo'lsin.



6.26-rasm.

Bu elementning kirishiga sinusoidal signal berilsa, uning chiqishida davriy signal hosil bo'ladi (6.27-rasm).



6.27-rasm.

Hosil bo'lgan davriy signalni Fure qatoriga yoyamiz

$$y = F(a \sin \omega t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \sin n\omega t + B_n \cos n\omega t),$$

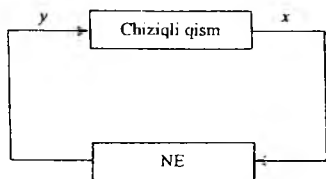
$$\text{bu yerda } A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) dt;$$

$$A_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) \sin \omega t dt;$$

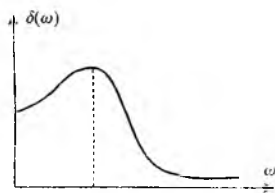
$$B_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} F(a \sin \omega t) \cos \omega t dt.$$

Qaralayotgan tizim ixtiyoriy strukturaga ega bo'lsin. Lekin uning tarkibida bir donagina nochizikli element bo'lsin. U holda sistemani strukturasi quydagicha tasvirlab olish mumkin (6.28-rasm).

Agarda chizikli qismning uzatish funksiyasi maxrajining darajasi suratining darajasiga nisbatan katta bo'lsa, chizikli qism yuqori chastotali signallarni so'ndiradi (6.29-rasm).



6.28-rasm.



6.29-rasm.

NE-nochiziq element

$$W(p) = \frac{(A(p))^m}{(B(p))^n}, \quad n \gg m$$

$$|W(j\omega)| \gg |W(jn\omega)|, \quad n = 2, 3, \dots$$

Chizikli qismning bu xossasi filtrli xossasi deyiladi.

$$y = A_1 \sin \omega t + A_2 \sin \omega t + \dots + B_1 \cos \omega t + B_2 \cos \omega t + \dots$$

$$y = A_1 \sin \omega t + B_1 \cos \omega t,$$

bu yerda $\sin \omega t = \frac{x}{a}$, $\omega \cos \omega t = \frac{1}{a} \frac{dx}{dt} \Rightarrow \cos \omega t = \frac{1}{a\omega} \frac{dx}{dt}$ deb quyidagi tenglamani hosil qilamiz

$$y = \frac{A_1}{a} x + \frac{B_1}{a\omega} \frac{dx}{dt}.$$

Bu tenglama nochizikli elementning differensial tenglamasi deyiladi.

Quyidagi belgilashni kiritib $q(A) = \frac{A_1}{A}$, $q'(A) = \frac{B_1}{A} px$, $p \rightarrow j\omega$

$$y = q(A)x + jq'(A)x, \quad K_N(A) = q(A) + jq'(A),$$

Nochiziqli elementning uzatish funksiyasi deb chiqish signalining birinchi garmonikasi amplitudasini kirish signalining amplitudasi nisbatiga aytiladi. Agarda nochiziqli element bir qiymatli bo'lsa $q'(a) = 0$ bo'ladi.

Nochiziqli elementning AFXsini qurish uchun quyidagi formuladan foydalaniladi:

$$Z_N(A) = -\frac{1}{K_N(A)}.$$

Avtotebranishni aniqlash usullari.

Nochiziqli tizimlarni tekshirishda birinchi navbatda quyidagi savollarga javob berish kerak:

1. Tizimda avtotebranish mavjudmi?
2. Mavjud avtotebranish turg'unmi?
3. Avtotebranishning parametrlari qanday?

Bu savollarga javob berish uchun avtotebranishni aniqlash zarur bo'ladi. Aniqlashning 2 usuli mavjud:

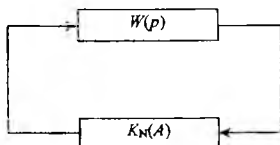
1. Analitik usul.
2. Chastotaviy usul (Goldfarb usuli).

I. Analitik usul. Ushbu usuldan foydalanishda tizimning strukturasi quyidagi ko'rinishga keltirib olinadi (6.30-rasm).

Bunda chiziqli qismning ko'rinishi quyidagiga ega

$$W(p) = \frac{A(p)}{B(p)}.$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi topiladi



6.30-rasm.

$$W_B(p) = \frac{W(p)}{1 + W(p) \cdot K_N(A)}$$

Berk tizimning xarakteristik tenglamasini nolga tenglaymiz

$$1 + W(p) \cdot K_N(A) = 0,$$

$$1 + \frac{A(p)}{B(p)} \left[q(A) + \int q'(A) \right] = 0.$$

$$B(p) + A(p) \left[q(A) + \int q'(A) \right] = 0.$$

$p \rightarrow j\omega$ bilan almashtirib xarakteristik tenglamaning haqiqiy va mavhum qismlar topiladi. Haqiqiy va mavhum qismlar amplituda A va chastota ω ga bog'liq munosabat ko'rinishda bo'ladi, ya'ni

$$X(A, \omega) + jY(A, \omega) = 0.$$

Ularni nolga tenglab, tenglamalar tizimini hosil qilamiz:

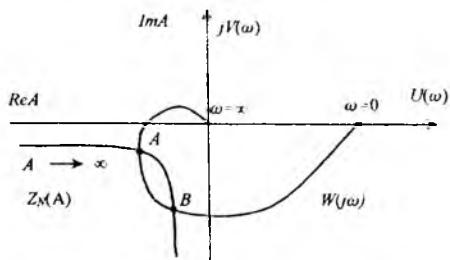
$$\begin{cases} X(A, \omega) = 0, \\ Y(A, \omega) = 0. \end{cases}$$

Agarda tenglamalar tizimini yechimi haqiqiy va musbat qiymatga ega bo'lsa, tizimda avtotebranish mavjud bo'ladi.

2. Goldfrarb usuli. Bu usul uncha murakkab bo'lmagan tizimlar uchun qo'llanilib chiziqli qism filtrl xususiyatiga ega bo'lishi kerak. Bunda tizim ikki qismga ajratib olinadi: chiziqli va nochiziqli.

Avtotebranishni topish algoritmi quyidagidan iborat:

1. Chiziqli qismning AFXsi quriladi.
2. Nochiziqli elementning teskari uzatish funksiyasi topiladi



6.31-rasm.

$$Z_N(A) = -\frac{1}{K_N(A)} = -\frac{1}{q(A) + jq'(A)}$$

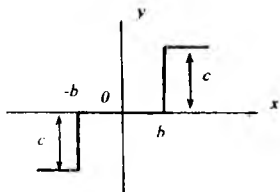
3. Amplitudani 0 dan ∞ gacha o'zgartirib nochiziqli elementning teskari AFXsi quriladi.

Popov mezon: Agarda ikkala AFX o'zaro kesishsa tizimda o'zaro avtotebranish mavjuddir.

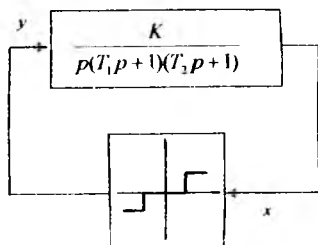
Avtotebranishni turg'un yoki noturg'unligini aniqlash uchun quyidagidan foydalaniladi:

Agarda amplituda 0 dan ∞ ga o'zarganda nochiziqli elementning AFXsi chiziqli qismning AFXsining konturiga kirsas shu nuqtada noturg'un avtotebranish mavjud. Konturdan chiqadigan nutada turg'un avtotebranish mavjud.

6.4-masala. Agar chiziqli qism parametrlari $k=0,82 \text{ sek}^{-1}$, $T_1=T_2=0,05 \text{ sek}$ va nochiziqli zveno ($b=0,25$, $c=110$) statistik xarakteristikasi 6.32-rasmdagi kabi bo'lsa, 6.33-rasmda keltirilgan struktur sxemali nochiziqli tizimning turg'unligini tadqiq qiling.



6.32-rasm. Statik xarakteristika.



6.33-rasm. Strukturli sxema.

Yechish: Tizimning chiziqli qism $W_{ch}(j\omega)$ amplituda-faza chastotaviy xarakteristikasi va garmonik chiziqlantirilgan nochiziqli

zveno $-Z_N(A) = -\frac{1}{K_N(A)}$ ning gadografni quramiz.

Strukturli sxemaga asosan tizimning chiziqli qism chastotaviy uzatish funksiyasi

$$W_{ch}(j\omega) = \frac{k}{j\omega(1+T_1j\omega)(1+T_2j\omega)}$$

uning moduli

$$|W_{ch}(j\omega)| = \frac{k}{\omega \sqrt{(1+T_1^2\omega^2)(1+T_2^2\omega^2)}}$$

va fazasi

$$\phi(\omega) = -90 - \arctg\omega T_1 - \arctg\omega T_2$$

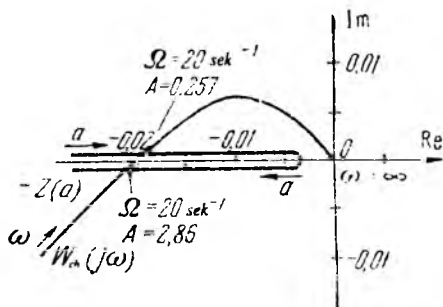
ni yozishimiz mumkin.

Son qiymatlarini quyib, quyidagiga ega bo'lamiz:

$$|W_{ch}(j\omega)| = \frac{0,82}{\omega \sqrt{(1+0,00025\omega^2)}}, \quad (6.29)$$

$$\phi(\omega) = -90^\circ - 2\arctg 0,05\omega. \quad (6.30)$$

$0 \leq \omega \leq \infty$ o'zgartirib, tizimning chiziqli qism AFXsi $W_{ch}(j\omega)$ quramiz (6.34-rasm).



6.34-rasm. Chiziqli qism va nochiziqli zvenoning chastotaviy xarakteristikasi.

Nochiziqli zvenoning garmonik chiziqantirilgan uzatish funksiyasi quyidagicha:

$$K_N(A) = q(A) = \frac{4c}{\pi A} \sqrt{1 - \frac{b^2}{A^2}}, \quad a \geq b.$$

Bundan

$$-Z_n(A) = -\frac{1}{K_N(A)} = -\frac{\pi A^2}{4c} \frac{1}{\sqrt{a^2 - b^2}}.$$

Nochiziqli zvenoning son qiymatlarini qo'ygandan so'ng quyidagiga ega bo'lamiz:

$$-Z(A) = -\frac{\pi a^2}{440} \frac{1}{\sqrt{a^2 - 0,0625}}. \quad (6.31)$$

A ning qiymatini $A = b = 0,25$ dan ∞ gacha o'zgartirib, nohiziqli zveno $-Z(A)$ ning gadografini quramiz (6.34-rasm). Ushbu holda bu gadograf musbat haqiqiy yarim o'q bilan ustma-ust tushadi va ikki o'ramli bo'ladi. $-Z(A)$ funksiya modulining minimal qiymati $A = b\sqrt{2} \approx 0,352$ ga teng bo'lganda

$$|Z(A)|_{\min} = \frac{\pi b}{2c} = \frac{\pi \cdot 0,25}{2 \cdot 110} \approx 0,0036$$

ga erishadi.

$W_{ch}(j\omega)$ va $-Z(A)$ larning gadograflari ikki nuqtada kesishadi. Bu

$$W_{ch}(j\omega) = -\frac{1}{W_N(A)} = -Z(A)$$

tenglama 6.34-rasmga asosan ($\Omega = 20 \text{ sek}^{-1}$, $A_1 = 0,257$, $A_2 = 2,86$) ikkita davriy yechim

$$\left. \begin{aligned} x &= A_1 \sin \Omega t \\ x &= A_2 \sin \Omega t \end{aligned} \right\} \quad (6.32)$$

ga ega bo'ladi.

Davriy yechim turg'un bo'lishi uchun tizimning chiziqli qism $W_{ch}(j\omega)$ AFX si kichik amplitudaga mos keluvchi $-Z(A)$ gadograf qismini o'rab oldi. Shuning uchun, (6.32) tenglamaning birinchi yechimi noturg'un hisoblanadi, ikkinchi yechimi esa turg'undur. Shunday qilib, tizimda amplitudasi $A = 2,86$ va chastotasi $\Omega = 20 \text{ sek}^{-1}$, $x = 2,86 \sin 20t$ bo'lgan avtotebranish hosil bo'ldi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Nohiziqli tizim deb nimaga aytiladi?
2. Nohiziqlilikning hosil bo'lish sabablariga nimalar kiradi?
3. Nohiziqli tizimlarning sinflanishi.
4. Nohiziqli avtomatik tizimlar qanday xususiyatlarga ega?

5. Qanday tizmlar avtotebranma tizim deyiladi?
6. Statik xarakteristika deb nimaga aytiladi?
7. Elementlarining statik xarakteristikalari grafik shaklda berilgan tizimning umumiy statik xarakteristikasini topish qanday amalga oshiriladi?
8. Nochiziqli tizimlarni turg'unligini tekshirishning qanday usullari mavjud?
9. Fazalar trayektoriyasini qurish vaqtida qanday qoidalarga amal qilinadi?
10. Fazaviy fazo usulining avzallik va kamchiliklarini tushuntirib bering.
11. Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar qanday quriladi?
12. Nochiziqli tizimlarning turg'unligi to'g'risida Lyapunov teoremasini tushuntirib bering.
13. V.M.Popov mezoni nima uchun mutlaq turg'unlik mezoni deb yuritiladi?
14. V.M.Popov turg'unlik mezonini isbotsiz keltiring.
15. Avtotebranishni aniqlashning qanday usullari mavjud?

VII bob. DISKRET AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR. UMUMIY MA'LUMOTLAR. DISKRET TIZIMLARNING MATEMATIK IFODASI

7.1. Umumiy ma'lumotlar

7.1.1. Asosiy tushunchalar

Diskret tizim deb, tarkibida uzluksiz dinamik zvenolardan tashqari, hech bo'lmaganda bitta uzluksiz signalni kvantlab diskret signalga aylantirib beruvchi elementi mavjud bo'lgan tizimga aytiladi.

Agar signal vaqtning bir-biriga teng onlari t_0, t_1, \dots, t_k bilan aniqlansa, bunday signal *vaqt bo'yicha kvantlangan* (diskretlangan) deyiladi va $f(t_k)$ deb ifodalanadi. Kvantlash onlari orasida signal aniqlanmaydi. $T = t_k - t_{k-1}$ kattaligi *kvantlash davri yoki qadami* deyiladi va bunday tizim – *impulslı tizim* deyiladi.

Radio va optik lokatsiya tizimlari, chastotali datchiklari mavjud tizimlar impulslı tizimga misol bo'la oladi.

Agar signal qat'iy aniq qiymatlar (sathlar)ga f_0, f_1, \dots, f_i ega bo'lsa, sath bo'yicha kvantlangan signal deyiladi. $\Delta_i = f_i - f_{i-1}$ kattalik sath bo'yicha kvantlash qadami deyiladi. Ushbu holatda tizimning o'zini esa *releli tizim* deyiladi.

Releli tizimlarni amalga oshirish oson. Ish sifati esa, qoniqarli bo'lgani uchun ro'zg'or texnikasida keng ko'lamda qo'llanadi. Masalan, sovutish va elektr ititish asboblariidagi haroratni rostlovchi tizimlar.

Shunday signallar ham bo'ladiki, bir yo'la vaqt va sath bo'yicha kvantlanadi. ya'ni diskret vaqt onlari, t_0, t_1, \dots, t_k da aniqlanadi va aniq qiymatlar f_0, f_1, \dots, f_i qabul qiladi. Bunday tizimlar *raqamli tizim* deyiladi.

Berk konturni ichiga raqamli hisoblash qurilmasi o'rnatilgan avtomatik boshqarish tizimlari "raqamli tizim" deyiladi. Bunday tizim boshqarishning murakkab algoritmlarini amalga oshirish imkonini beradi. Uning kirish joyida uzluksiz kattaliklar diskretlashtiriladi, chiqish joyida esa, teskari jarayon sodir bo'ladi.

Diskret tizimlarning rivojlanishi boshqarishga qo'yilgan konstruktiv, eksplutatsion va metrologik talablarning muttasil oshib borishi bilan bog'liq. Misol uchun, zamonaviy elektromexanik tizimlarda 0,5 m/sek tezlik bilan surilish ta'minlanishi va bunday tezlikni 1% ga yaqin aniqlik bilan ushlab turish talab etiladi. Bunda pozitsiyalash xatoligi 1-2 mkm.dan oshmasligi kerak. Analog boshqarish tizimlari inertsiyaligi va operatsiya kuchaytirgichlarining "nol dreyfi" sababli bunday aniq ko'rsatgichlarni ta'minlab bera olmaydi. Boshqarish tizimlari o'sha ikkita sababsiz amalga oshmaydi. Bundan tashqari, tizimning ish rejimi o'zgarganda rostlagichning parametrlarini qayta sozlash, boshqarish tizimi strukturasi o'zgartirishga to'g'ri kelishi mumkin. Bunday amal ko'p vaqtni talab etadi, demak, jihozlarning ish unumi pasayishi kuzatiladi.

Diskret tizimlarda "nol dreyfi" yo'q, ular xalaqitlardan ancha yuqori himoyalangan va g'alayonlarga turg'un, o'lchamlari va og'irligi kichik. Boshqarish qonuni ularda dasturlar yordamida amalga oshiriladi, bu esa, rostlagichlarning parametrlarini tez o'zgartirish zarur bo'lsa, strukturasi ham o'zgartirish imkonini beradi. Diskret tizimlarda mikroprosessorlardan foydalanish boshqarish funksiyalarini kamaytirish imkonini beradi, masalan, tizim elementlari ishini testli nazorat qilishni tashkil etish, elementlarning ishlash qobiliyatini buzilishini o'z vaqtida aniqlash, tizimni "buzilish" joyini ko'rsatish, elementlarning jismoniy imkoniyatini hisobga olish.

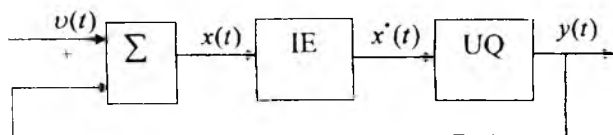
Ayni vaqtda raqamli diskret tizimlarni hisoblash va loyihalash qator masalalarni aniq ta'riflash (qo'yish)ni talab etadi: boshqarish algoritmlarini puxta ishlab chiqish, ularni amalga oshirish uchun texnik vositalarni mohirona tanlash, xususiy buyruqlar tizimi va hisoblash vositalari arxitekturasi, dasturiy ta'minot vositalarini loyihalash.

7.1.2. Impulslı tizimlarnı sinflanishi

Yuqorida ta'kidlanganidek, impulslı avtomatik boshqarish tizim (IABS)larning o'ziga xos xususiyati shuki, hech bo'lmaganda bitta o'zgaruvchan parametri (kattaligi) vaqt bo'yicha kvantlanishi kerak. Bu kattalik impulslı modulatsiyalash yo'li bilan impulslar ketma-ketligiga aylantiriladi va ular keyinchalik, tizimning uzluksiz qismiga ta'sir ko'rsatadi. Kvantlash va impulslı modulatsiyalash jarayonlari impulslı element yordamida amalga oshiriladi. Impulslı tizimni umumiy

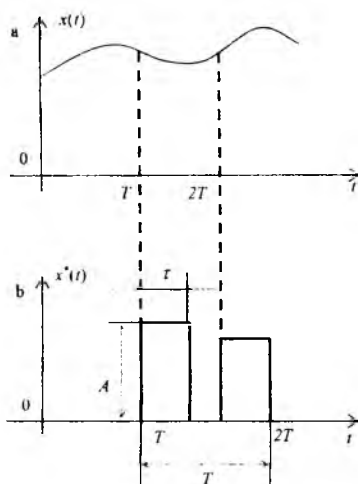
holda impulsli element (IE) va uzluksiz qism (UQ)dan iborat sxema ko'rinishida tasavvur qilish mumkin (7.1-rasm).

IE uzluksiz o'zgaradigan kattalik $x(t)$ ni modulatsiyalangan impulslar $x'(t)$ ketma-ketligiga aylantirib beradi. Bunda signal avval kvantlanadi (7.2.a-rasm) va keyin modulatsiyalanadi (7.2.b-rasm).



7.1 - rasm. **LABSning namunaviy strukturasi:**

$v(t)$ - kirish signal; $x(t)$ - nomuvofiqlik signali, IEning kirishidagi signal;
 $x'(t)$ - impulsli elementning chiqish joyidagi (impulslangan) signal;
 $y(t)$ - chiqish signali.



7.2-rasm. **IE ning ishidagi vaqt diagrammalari.**

Impulsli modulatsiyalash jarayoni davriy takrorlanadigan impulslarning qandaydir parametrini ma'lum bir qonun bilan o'zgartirishdan iborat.

Modulatsiyalash qonunini aniqlaydigan kattalik "modulatsiyalovchi kattalik" deyiladi.

Impulsi ketma-ketlikning asosiy parametrlari quyidagilar: A – impulsning amplitudasi (balandligi); τ – impulsning davomiyligi (eni); T – kvantlash (takrorlanish, diskretlik) davri; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ – takrorlanish chastotasi.

Impulslar ketma-ketligining qaysi parametri o'zgarishiga qarab, impulsi modulatsiyalash turlari quyidagicha bo'ladi:

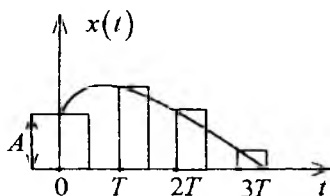
1. Amplituda-impulsi modulatsiyalash (AIM), bunda impuls amplitudasi kirish signaliga proporsional.

2. Kenglik-impulsi modulatsiya (KIM), bunda impulsning uzunligi (kengligi) kirish signaliga proporsional.

3. Vaqt-impulsi modulatsiyalash (VIM), unga faza-impulsi modulatsiyalash (FIM) kiradi. Bunda impulsning diskretlik davrining boshiga nisbatan fazasi yoki vaqt bo'yicha siljishi kirish signaliga proporsional. VIMga, yana chastota-impulsi modulatsiyalash (ChIM) ham kiradi; diskretlik chastotasi kirish signaliga proporsional.

Bundan tashqari, impulsi modulatsiyalash ikki turga bo'linadi. Agar impulslar ketma-ketligining parametrlari: bir-biridan bir xil vaqt onlarida keyingi modulatsiyalovchi kattalikning qiymatlariga qarab o'zgarsa, bunday modulatsiyalash birinchi turdagi impulsi modulatsiyalash deyiladi. Agar modulatsiyalovchi kattalikning joriy qiymatiga qarab o'zgarsa, ikkinchi turdagi modulatsiyalash deyiladi.

Faqat AIM-1ga ega IABSlarning chiziqli ekanligini ko'rsatish qiyin emas, chunki ularda IEning chiqish signallari amplitudasi diskret vaqt onlaridagi kirish signallari qiymatiga proporsional (7.3-rasm).

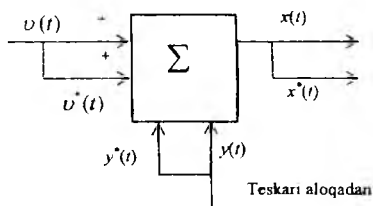


7.3-rasm. AIM-1 ga ega IE dagi chiqish signali.

Modulatsiyalashning boshqa turlarida impuls kengligi τ ning eni (KIMda) yoki surilishi (VIMda) diskretlash davri – T chegaralarida cheklanganligi sababli IE to'yinib qoladi, bu esa, uning chiziqli emasligidan (matematik ifodalari ko'p darajali ekanidan) darak beradi.

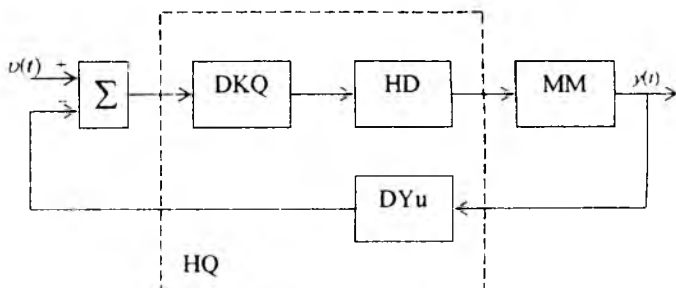
7.1.3. Diskret tizimlarga misollar

Diskret tizimlarning turli-tuman ko'rinishlari mavjud. Ular bir-biridan, avvalo, teskari aloqa (TA) zanjiridagi signallarni taqqoslash blokining strukturasi bilan farq qiladi. Bu blok zanjirga ta'sir impuls-larini berib turadi (7.4-rasm).



7.4-rasm. Taqqoslash bloki.

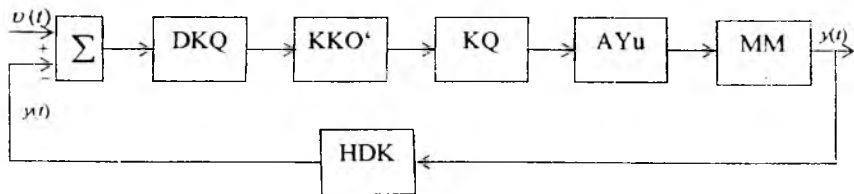
O'z navbatida, blokning strukturasi teskari aloqa zanjiridagi datchiklarga bog'liq. Datchiklar esa, ijrochi qurilma, o'zgartiruvchi va korrektlovchi elementlarning turiga bog'liq. Bularga misol sifatida qadamli va elektrogidravlik dvigatellarda qo'llaniladigan raqamli yuritmaga ega bolgan tizimni keltirish mumkin.



7.5 - rasm. Raqamli yuritmaga ega bo'lgan diskret tizimning strukturali sxemasi:

DKQ – diskret korreksiyalovchi qurilma; DYu – diskret yuritma; MM – mashina mexanizmi; HD – holat datchigi (raqamli); HQ – hisoblovchi qurilma.

Bunday tizimlarning afzalligi shundan iboratki, boshqarish signalini kodlardan chiqarish zarurati qolmaydi. Agar tizimda oddiy yuritma bo'lsa, diskret tizim quyidagicha ko'rinish oladi:

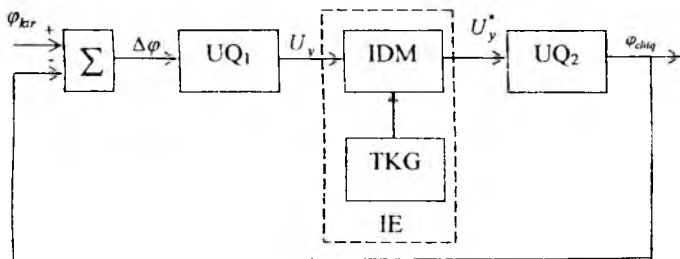


7.6- rasm. **Analog tizimli diskret tizimning strukturaviy sxemasi:**

KKO' – "kuchlanish – kod" o'zgartiruvchisi; KQ – korrektlovchi qurilma (analog); AYu – analogli yuritma; HDK – holat datchigining kodlovchisi.

Zamonaviy tizimlarning teskari aloqa zanjirida impuls datchiklaridan keng foydalaniladi. Ular mashina mexanizmining holatiga qarab impuls ketma-ketligini shakllantiradi. Agar bunday tizimlarning parametrlarini korreksiyalash uchun hisoblash vositalaridan foydalanilsa, bunday ketma-ketlik kodga aylantiriladi.

Impuls yuritmalı diskret tizim 7.7 - rasmda keltirilgan. Uning o'ziga xos xususiyati IDM va TKG dan iborat IE bo'lib, u uzluksiz signalni ishorasi o'zgaruvchan yuqori chastotali impulslarga aylantirib beradi.

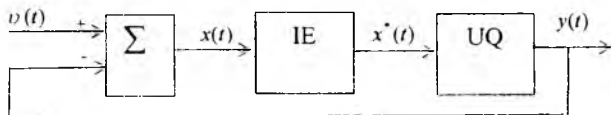


7.7 - rasm. **Impuls yuritmalı diskret tizim:**

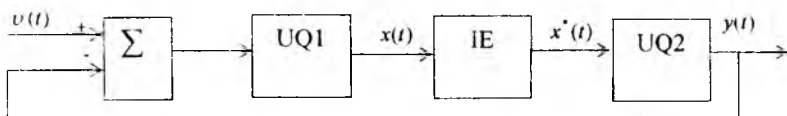
UQ₁ – uzluksiz qism, o'Ichagich – o'zgartirgich, dastlabki kuchaytirgich, korreksiyalovchi zvenodan iborat bo'lib, boshqarish signali U_y ni shakllantiradi; IDM – impuls uzunligi modulatori, chiqish joyida boshqarish signali impulsi U_y^* shakllanadi; TKG – tayanch kuchlanish generatori; UQ₂ – uzluksiz qism, kuch kanali (quvvat kuchaytirgichi, dvigatel, mexanik uzatma) xususiyatlarini aks ettiradi.

Impulsi tizimlar turli-tuman bo'lishiga qaramay, ularning strukturaviy sxemalarini ikki turga keltirish mumkin (7.8 - rasm):

a

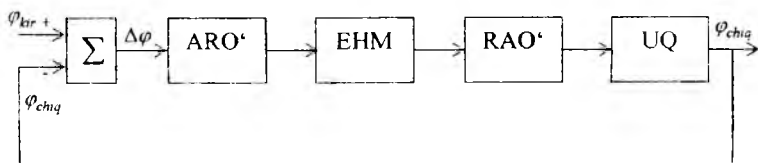


b



7.8 - rasm. **IABS ning umumlashgan strukturaviy sxemasi:**
 a – uzluksiz qismi ajratilmagan tizim, b – uzluksiz qismi ajratilgan tizim.

Nihoyat, raqamli tizim quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi (7.9 - rasm).



7.9 - rasm. **Raqamli tizimning strukturaviy sxemasi:**
 ARO' – analog-raqamli o'zgartirgich; RAO' – raqam-analogli o'zgartirgich.

Bunday tasavvur diskret tizimlarning tahlili bilan bog'liq qator qiyinchiliklarni chetlab o'tish imkonini beradi, chunki teskari aloqa uzluksiz bo'ladi.

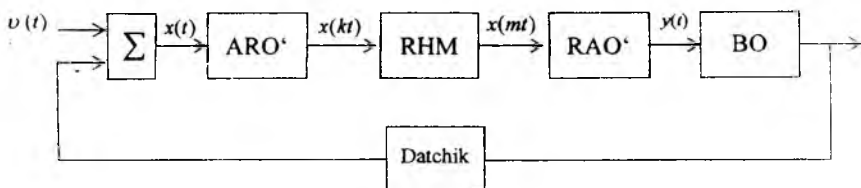
Yuqorida keltirilgan turli diskret tizimlarning tahlili shuni ko'rsatadiki, diskret tizim uzluksiz tizimdan IE, RAO', ARO'larning mavjudligi bilan farq qilar ekan.

7.2. Diskret tizimlarning matematik ifodasi

7.2.1. Diskret vaqtli tizim tushunchasi

Ushbu darslikning oldingi boblarida ko'rib chiqilgan tizimlar uzluksiz vaqtda ishlaydi. Ularning dinamikasi o'zgarmas koeffitsiyentli differensial tenglamalar bilan ifodalanadi. Diskret tizimlarni o'rganishda diskret vaqtlarda kechadigan jarayonlarni ko'rib chiqamiz, ular ayirmali tenglamalar bilan ifodalanadi.

Raqamli ABSning strukturasi quyidagicha bo'lsin (7.10- rasm).



7.10 - rasm. Raqamli boshqarish tizimi.

Bu sxemada raqamli hisoblash mashinasi (RHM) rostlagich vazifasini bajaradi va uning amallarni bajarish vaqti T ga qaraganda juda kichik.

Faraz qilaylik $t=1$ da RHM ning kirishida $x(0)$, chiqishida $m(0)$ signal bor. RHM chiziqli amallarni bajargani uchun $m(0) = b_0 x(0)$; bo'ladi, bu yerda $b_0 = const$. Ushbu holda $m(T)$ uchta ifoda $x(0)$, $m(0)$, $x(T)$ ning funksiyasi bo'ladi:

$$m(T) = b_0 x(T) + b_1 x(0) - a_1 m(0),$$

$$m(2T) = b_0 x(2T) + b_1 x(T) + b_2 x(0) - a_1 m(T) - a_2 m(0),$$

$$m(kT) = b_0 x(kT) + b_1 x[(k-1)T] + \dots + b_n x[(k-n)T] - a_1 m[(k-1)T] - \dots - a_n m[(k-n)T].$$

So'nggi formuladan T ni chiqarib tashlasak, quyidagi ko'rinishga keladi:

$$m(k) = b_0 x(k) + b_1 x(k-1) + \dots + b_n x(k-n) - a_1 m(k-1) - \dots - a_n m(k-n). \quad (7.1)$$

(7.1) tenglama diskret filtrning ayirmali tenglamasi deyiladi.

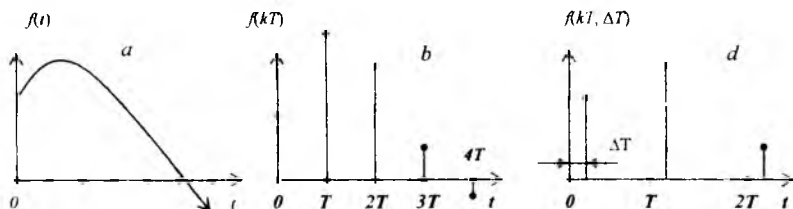
Diskret vaqtli tizimlarni tadqiq etish uchun panjarali funksiyalarni, ayirmali tenglamalarni, Laplasning diskret o'zgartiruvchisi va uning turli ko'rinishlarini o'z ichiga olgan matematik apparatdan foydalaniladi.

7.2.2. Panjarali funksiya va ayirmali tenglamalar

Panjarali funksiya (7.11 - rasm) deganda, diskret vaqt oraliqlari – kT da aniqlanadigan diskret argumentning funksiyalari tushuniladi. Bunda $k = 0, 1, 2, 3, \dots$, T diskretlash davri:

$$f(kT) = f(t)|_{t=kT} \text{ yoki } f(k) = f(t)|_{t=k, T=1} \quad (7.2)$$

Diskretli funksiyaning $t = kT$ onlaridagi qiymatlari “diskretlar” deyiladi. Siljirilgan panjarali funksiyalar - $f(kT, T)$ yoki $f(k, \varepsilon)$ ham qo‘llanadi, bu yerda $\varepsilon = \frac{\Delta T}{T} \leq 1$.

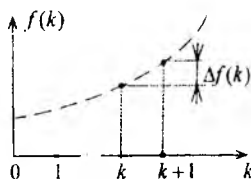


7.11-rasm. *a* – uzluksiz funksiya; *b* – panjarali funksiya; *d* – aralash panjarali funksiya.

Shuni nazarda tutish kerakki, uzluksiz funksiya bo‘yicha panjarali funksiyani osongina topish mumkin. Teskari masala esa, ya‘ni panjarali funksiya bo‘yicha uzluksiz funksiyani shakllantirish bir xil kechmaydi, chunki panjarali funksiyaning oraliq qiymatlari noma‘lum.

Uzluksiz funksiyaning birinchi hosilasining panjarali funksiya uchun o‘xshashi (analogi) birinchi ayirmadan iborat (1 - tartibli ayirma) (7.12 - rasm):

$$\Delta f(k) = f(k+1) - f(k). \quad (7.3)$$



7.12 - rasm. **Panjarali funksiyaning ayirmasini topish.**

Ikkinchi ayirma quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\begin{aligned}\Delta^2 f(k) &= \Delta f(k+1) - \Delta f(k) = f(k+2) - f(k+1) - \{f(k+1) - f(k)\} = \\ &= f(k+2) - 2f(k+1) + f(k),\end{aligned}$$

n -chi ayirma:

$$n^n f(k) = \Delta^{n-1} f(k+1) - \Delta^{n-1} f(k) = \sum_{i=0}^n C_n^i f(k+n-i)(-1)^i, \quad (7.4)$$

bu yerda $C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}$ (birikishlar soni).

Integralning analogi yig'indi hisoblanadi:

$$F_{\Sigma}(k) = \sum_{i=0}^{k-1} f(i) = f(0) + f(1) + \dots + f(k-1). \quad (7.5)$$

Yig'indilar ayirmasi quyidagi ifoda bo'yicha hisoblanadi:

$$\Delta F_{\Sigma}(k) = F_{\Sigma}(k+1) - F_{\Sigma}(k) = f(k). \quad (7.6)$$

Panjarali funksiya va uning ayirmalarini diskret qurilmaning chiqish va kirish joyida bog'laydigan ifoda so'nggi ayirmali tenglama deyiladi. Bu tenglamani n -chi tartibli qurilma uchun umumiy holda quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned}\alpha_0 \Delta^n y(k) + \alpha_1 \Delta^{n-1} y(k) + \dots + \alpha_n y(k) = \\ = \beta_0 \Delta^m v(k) + \beta_1 \Delta^{m-1} v(k) + \dots + \beta_m v(k),\end{aligned} \quad (7.7)$$

bu yerda, $m < n$, $y(k)$ – qurilmaning chiqish signali; $v(k)$ – qurilmaning kirish signali.

$$\begin{aligned}a_0 y(k+n) + a_1 y(k+n-1) + \dots + a_n y(k) = \\ = b_0 v(k+m) + b_1 v(k+m-1) + \dots + b_m v(k),\end{aligned} \quad (7.8)$$

bu yerda, $a_i = \sum_{j=0}^i (-1)^{i-j} \alpha_j c_{n-i}^{j-i}$, $c_{n-i}^{j-i} = \frac{(n-i)!}{(i-n)!(n-l)!}$

$$b_l = \sum_{j=0}^l (-1)^{l-j} \beta_j c_{m-l}^{j-l}, \quad c_{m-l}^{j-l} = \frac{(m-l)!}{(l-i)!(m-l)!}$$

7.2.3. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari

Uzluksiz funksiya $f(t)$ lar uchun Laplas almashtirishining analogi panjarali funksiya $f(k)$ lar uchun Laplasning diskret o'zgartiruvchisidir.

To'g'ri diskret o'zgartirishi

$$F^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)e^{-pkT}, \quad (7.9)$$

teskari diskret o'zgartirishi

$$f(t) = \frac{1}{j\omega_0} \int_{c-j\frac{\omega_0}{2}}^{c+j\frac{\omega_0}{2}} F^*(p)e^{pkT} dp, \quad (7.10)$$

bu yerda, $F^*(p)$ panjarali funksiya $f(k)$ ning tasviri, $f(k)$ funksiya esa haqiqiy (original) deyiladi.

(7.9) va (7.10) dagi p – kompleks o'zgaruvchi; c – mutlaq yaqinlashuv absissasi; $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$ - diskretlash chastotasi.

Bu formulalar quyidagicha timsoliy ko'rinishga ega bo'ladi:

$$F^*(p) = D\{f(k)\}, \quad (7.11)$$

$$f(k) = D^{-1}\{F^*(p)\}. \quad (7.12)$$

$F^*(p)$ tarkibida e^{pT} ko'paytma borligi sababli, funksiya noratsional bo'lib qolishidan qutilish uchun formuladagi o'zgaruvchilarni almashtirib, ratsional ko'rinishga keltiriladi:

$$e^{pT} = z, \quad p = \frac{1}{T} \ln z. \quad (7.13)$$

Shunday qilib,

$$F(z) = Z\{f(k)\} = F^*(p) \Big|_{p=\frac{1}{T} \ln z} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}, \quad (7.14)$$

$$f(k) = Z^{-1}\{F^*(z)\} = \frac{1}{2\pi j} \oint F^*(z)z^{k-1} dz. \quad (7.15)$$

Diskret tizimlar nazariyasida z – almashtirishidan foydalanganda shuni unutmash kerakki, chiziqli tizimning vaqt funksiyasining qiymatlarini faqat kvantlash onidagina aniqlaydi (ya'ni funksiyaning kvantlash onlari orasidagi qiymatlari haqida axborotga ega bo'lmaydi).

Bundan tashqari, uzluksiz tizimning uzatish funksiyasi qutblar soni nollar sonidan hech bo'lmaganda bittaga ko'p bo'lishi kerak. Bu real tizimlarda amalda doim bajariladi.

z – almashtirishiga o'tish uchun maxsus jadvallardan foydalaniladi. Eng ko'p ishlatiladigan o'zgartirishlarni keltiramiz (7.1- jadval).

Quyida z – almashtirishining asosiy xossalarini ko‘rib chiqamiz.

Chiziqlilik xossasi

$$af(k) \rightarrow aF(z); \quad f_1(k) + f_2(k) \rightarrow F_1(z) + F_2(z). \quad (7.16)$$

Siljish teoremasi (ilgarilash va kechikish)

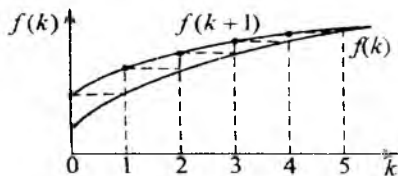
Ilgarilash 7.13-rasmda ko‘rsatilgan, quyidagi formula yordamida hisoblanadi.

$$Z\{f(k+1)\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(k+1)z^{-k} = f(1)z^{-0} + f(2)z^{-1} + \dots = \sum_{k=1}^{\infty} f[k]z^{-(k-1)} = z \sum_{k=1}^{\infty} f(k)z^{-k}.$$

7.1 - jadval

Laplas almashtirishi va z – almashtirishi

Uzlüksiz funksiya		Panjarali funksiya	
Original	Laplas almashtirishi	Original	z – almashtirishi
$1(t)$	$\frac{1}{p}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
t	$\frac{1}{p^2}$	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{t^2}{2}$	$\frac{1}{p^3}$	$\frac{(kT)^2}{2}$	$\frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$	e^{-akT}	$\frac{Tz}{z-e^{-aT}}$
$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{p(p+a)}$	$1 - e^{-akT}$	$\frac{z(1 - e^{-aT})}{(z-1)(z - e^{-aT})}$
$\sin bt$	$\frac{b}{p^2 + b^2}$	$\sin bkT$	$\frac{z \sin bT}{z^2 - 2z \cos bT + 1}$
$\cos bt$	$\frac{p}{p^2 + b^2}$	$\cos bkT$	$\frac{z(z - \cos bT)}{z^2 - 2z \cos bT + 1}$



7.13 - rasm. Ilgarilash haqidagi tenglama uchun.

Ifodaning o‘ng tomonida $f(0)$ ni qo‘shib va ayirib hosil qilamiz.

$$Z\{f(k+1)\} = z[F(z) - f(0)]. \quad (7.17)$$

Boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda $f(0) = 0$ va

$$Z\{f(n+1)\} = zF(z). \quad (7.18)$$

2 taktga ilgarilanganda va boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda

$$Z\{f(k+2)\} = z^2 F(z).$$

m – taktga ilgarilanganda

$$Z\{f(k+m)\} = z^m F(z). \quad (7.19)$$

Kechikishni hisoblash uchun xuddi shu yo'llar bilan formulalar keltirib chiqariladi (7.14-rasm).

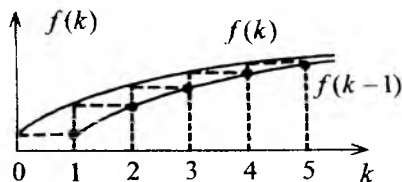
$$Z\{f(k-1)\} = \sum_{i=0}^{\infty} f(k-1)z^{-k} = 0 \cdot z^{-0} + f(0)z^{-1} + f(1)z^{-2} + \dots = \quad (7.20)$$

$$= \sum_{i=0}^{\infty} f(k)z^{-(k+1)} = z^{-1}F(z),$$

$$Z\{f[k-2]\} = z^{-2}F(z),$$

$$\dots \dots \dots \quad (7.21)$$

$$Z\{f[k-m]\} = z^{-m}F(z).$$



7.14 - rasm. **Kechikish teoremasiga doir.**

Ayirmalarni tasvirlash

Dastlabki shartlar nol bo'lganda:

$$Z\{\Delta f(k)\} = Z\{f(k+1)\} - Z\{f(k)\} = zF(z) - F(z) = (z-1)F(z). \quad (7.22)$$

.....

$$Z\{\Delta^n f(k)\} = (z-1)^n F(z). \quad (7.23)$$

Yig'indini tasvirlash

Yig'indining ayirmasi $\Delta F_z(k) = f(k)$ bo'lgani uchun tasviri $Z\{\Delta F_z(k)\} = F(z)$ bo'ladi. (7.22) tufayli $Z\{\Delta F_z(k)\} = (z-1)Z\{F_z(k)\}$ bo'lgani uchun uzil - kesil hosil qilamiz:

$$Z\{F_z(k)\} = \frac{F(z)}{z-1}. \quad (7.24)$$

m - tartibli yig'indi uchun

$$Z\{F_z^m(k)\} = \frac{F(z)}{(z-1)^m}. \quad (7.25)$$

Panjarali funktsiyaning chekli qiymati

$$f(\infty) = \lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)F(z). \quad (7.26)$$

Panjarali funktsiyaning dastlabki qiymati

$$f(0) = \lim_{k \rightarrow 0} f(k) = \lim_{z \rightarrow \infty} F(z)$$

Panjarali funktsiyalar o'rami:

Agar $Z\{f_1(k)\} = F_1(z)$ va $Z\{f_2(k)\} = F_2(z)$ bo'lsa,

$$F_1(z) \cdot F_2(z) = Z\left\{\sum_{v=0}^k f_1(v)f_2(k-v)\right\} = Z\left\{\sum_{v=0}^k f_2(v)f_1(k-v)\right\} \quad (7.27)$$

bo'ladi.

O'zgartirish formulasi:

$$f(k) = \frac{1}{2\pi j} \oint F(z)z^{k-1} dz = \sum_{v=1}^l \operatorname{Re} p_v F(z)z^{k-1}. \quad (7.28)$$

Integrallash radius $R > |z_v|_{\max}$, aylanasi bo'ylab bajariladi, bunda z_v - $F(z)$ funktsiyaning qutblarini, $z = z_v$ - oddiy qutblar uchun nuqtadagi chegirma.

$$\operatorname{Re} p_v F(z)z^{k-1} = \lim_{z \rightarrow z_v} (z - z_v)F(z)z^{k-1}. \quad (7.29)$$

Yoyish formulasi:

a) faraz qilaylik $F(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{zA_0(z)}{B(z)}$ bo'lsin, maxrajning ildizlari oddiy, suratning darajasi maxrajnikidan kichkina, shunda:

$$f(k) = \sum_{v=1}^n \frac{A_0(z_v)}{B(z_v)} z_v^k, \quad (7.30)$$

bu yerda, z_v - maxrajning ildizlari.

b) Faraz qilaylik $F(z) = \frac{A(z)}{B(z)}$ bo'lsin, suratning nol ildizi yo'q, suratning darajasi maxrajnikidan kichik, shunda:

$$f(k) = \sum_{v=1}^n \frac{A(z_v)}{B'(z_v)} z_v^{-k-1}, \quad k \geq 1. \quad (7.31)$$

d) Faraz qilaylik $F(z) = \frac{A(z)}{B(z)}$, suratning darajasi maxrajnikiga teng, shunda $A(z)$ ni $B(z)$ ga bo'lib hosil qilamiz:

$$F(z) = f(0) + \frac{A_0(z)}{B(z)},$$

ya'ni b) holatga kelamiz.

Umumiy holda (jumladan, butun ildizlarda) $F(z)$ ni bo'laklarga yoyish usulidan foydalanish mumkin.

Loran qatoriga yoyish:

$F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k} = f(0) + f(1)z^{-1} + f(2)z^{-2} + \dots$, bo'lgani uchun $F(z)$ ni, (z) ning kamayib boradigan darajalari bo'yicha Loran qatoriga yoyib va $F(z)$ ning suratini maxrajiga bo'lib, $F(z) = c_0 + c_1z^{-1} + c_2z^{-2} + \dots$ ni hosil qilamiz. Ikkala qatorni taqqoslab, quyidagini chiqaramiz:

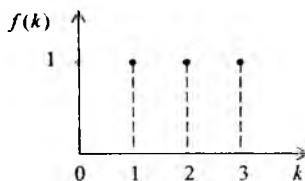
$$f(0) = c_0, f(1) = c_1, f(2) = c_2, \dots \quad (7.32)$$

7.1-misol. $F(z) = \frac{z}{z-1}$ bo'lsa $f(k)$ ni topish kerak.

Yechish: Bo'lish usulidan foydalanib quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{array}{r} z \\ z-1 \quad \Bigg| \quad \frac{z-1}{1+z^{-1}+z^{-2}+\dots} \\ \hline -1 \\ \frac{1-z^{-1}}{z^{-1}} \\ \hline -z^{-1} - z^{-2} \\ \hline \dots \end{array}$$

Funksiyaning grafigi 7.15-rasmda berilgan.



7.15 - rasm. $F(z) = \frac{z}{z-1}$ ning tasviriga mos original.

Impulsi tizimlarda axborotning bir qismi kvantli, boshqa qismi uzluksiz (yechib olish onlari orasida) bo'ladi. Korrektlovchi qurilmasi yoki boshqarish qurilmasi sifatida tezkor hisoblash texnikasidan foydalanish shunga olib keladi-ki, axborotni istalgan vaqt onida baholash mumkin. Umuman, hisoblash qurilmasi yoki uning dasturiga oid impulsi xarakteristikani o'zgaruvchi parametrlarni uzluksiz funksiyalar bilan ifodalanganligini to'g'ri hosil qilish mumkin. Shuning uchun yechib olishlar orasida axborot olishning bir qancha usullari ishlab chiqilgan. Ulardan bittasi – modifikatsiyalangan z - o'zgartirish. U shundan iboratki, axborotni yechib olish uchun εT kechikish beriladi, bunda $0 \leq \varepsilon T \leq 1$, $t = kT + \varepsilon T$. Modifikatsiyalangan z - o'zgartirish quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$F(z, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT + \varepsilon T) z^{-k}. \quad (7.33)$$

O'z-o'zidan ayonki, $\varepsilon = 0$ bo'lganda oddiy z - o'zgarishga aylanib qoladi.

7.2.4. Ayirma tenglamalarni yechish

Chiziqli ayirma tenglamalarni yechishning uchta asosiy usullarini ko'rib chiqamiz.

Birinchisi chiziqli tenglamalarni yechishning klassik usulida erkin va majburiy qism (had)larini topishdan iborat. U diskret tizimlardagi jarayonlarni tadqiq etishda qo'llaniladi.

Ikkinchi usul – rekkurentli usul bo'lib, tizimning ayirmali tenglamalaridan bevosita kelib chiqadi.

Uchinchi usul z - "o'zgartirish" bo'yicha originalni (panjarali funksiya originali) topishga asoslanadi, bunda original Loran qatoriga yoyiladi.

Keyingi ikki usulni misolda ko'rib chiqamiz.

7.2 - misol. Faraz qilaylik,

$$u(k) = x(k) - x(k-1) - u(k-1), \quad k \geq 0, \quad x(-1) = u(-1) = 0 \text{ va}$$

$$x(k) = \begin{cases} 1, & \text{juft } k \text{ - lar uchun} \\ 0, & \text{toq } k \text{ - lar uchun,} \end{cases}$$

Bo'lsin. $k = 0, \dots, 4$ lar uchun $u(k)$ ning qiymatlarini topish kerak.

$$u(0) = x(0) - x(-1) - u(-1) = 1 - 0 - 0 = 1,$$

$$u(1) = x(1) - x(0) - u(0) = 0 - 1 - 1 = -2,$$

$$u(2) = x(2) - x(1) - u(1) = 1 - 0 - (-2) = 3,$$

$$u(3) = x(3) - x(2) - u(2) = 0 - 1 - 3 = -4,$$

$$u(4) = x(4) - x(3) - u(3) = 1 - 0 - (-4) = 5.$$

k - ning ko'proq qiymatlarini olish uchun MATLAB dasturidan foydalanish mumkin:

```
uk minus 1=0; xk minus 1=0; xk=1;
```

```
for k=0:4
```

```
    uk=xk-xk minus 1-uk minus 1;
```

```
    [k xk uk]
```

```
    uk minus 1=uk;
```

```
    xk minus 1=xk;
```

```
    xk=1-xk;
```

```
end
```

Ushbu dastur bo'yicha hisoblanganda quyidagi koeffitsiyentlar matrisasi olindi:

0	1	1
1	0	-2
2	1	3
3	0	-4
4	1	5

z - "o'zgarish" jadvallaridan foydalanib, uchinchi usulni ko'rib chiqamiz. Oldingi misol shartlari uchun kechikish teoremasini hisobga olgan holda z - "o'zgartirish"ni topamiz:

$$U(z) = X(z) - z^{-1}X(z) - z^{-1}U(z).$$

bunda $U(z) = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} X(z)$,

$$x(k) = \begin{cases} 1, & \text{juft } k\text{-lar uchun} \\ 0, & \text{toq } k\text{-lar uchun,} \end{cases}$$

sharti asosida va qatorlar nazariyasidagi formuladan foydalanib, yozamiz:

$$X(z) = 1 + 0 \cdot z^{-1} + 1 \cdot z^{-2} + 0 \cdot z^{-3} + 1 \cdot z^{-4} + \dots = \frac{1}{1-x^{-2}} = \frac{1}{1-z^{-2}} = \frac{z^2}{z^2-1},$$

va

$$U(z) = \frac{z-1}{z+1} \frac{z^2}{z^2-1} = \frac{z^2}{z^2+2z+1}$$

topamiz.

Suratni maxrajga bo'lib hosil qilamiz:

$$\begin{array}{r} \frac{z^2}{z^2+2z+1} \Big| \frac{z^2+2z+1}{1-2z^{-1}+3z^{-2}-4z^{-3}+5z^{-4}-\dots} \\ \underline{-z^2+2z+1} \phantom{1-2z^{-1}+3z^{-2}-4z^{-3}+5z^{-4}-\dots} \\ -2z-4-2z^{-1} \phantom{1-2z^{-1}+3z^{-2}-4z^{-3}+5z^{-4}-\dots} \\ \phantom{-2z-4-2z^{-1}} \underline{3+2z^{-1}} \\ -3+6z^{-1}+3z^2 \phantom{1-2z^{-1}+3z^{-2}-4z^{-3}+5z^{-4}-\dots} \\ \phantom{-3+6z^{-1}+3z^2} \underline{-4z^{-1}-3z^2} \\ -4z^{-1}-8z^{-2}-4z^{-3} \\ \phantom{-4z^{-1}-8z^{-2}-4z^{-3}} \underline{5z^{-4}+4z^{-1}} \end{array}$$

$U(z) = 1 - 2z^{-2} + 3z^{-2} - 4z^{-3} + 5z^{-4}$, ya'ni $u(k)$ ning qiymatlari oldingi usul bilan topilganidek bo'ldi.

7.2.5. Uzatish funksiyalari va diskret tizimlarni modellashtirish sxemalari

Diskret tizim n – tartibli, umumiy ko‘rinishdagi ayirmali tenglama bilan ifodalangan bo‘lsin:

$$\begin{aligned} a_0 y(k) + a_1 y(k-1) + \dots + a_n y(k-n) = \\ = b_0 v(k) + b_1 v(k-1) + \dots + b_m v(k-m). \end{aligned} \quad (7.34)$$

Uni z - “almashtirish” yo‘li bilan, boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lgan holat uchun hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} a_0 Y(z) + a_1 z^{-1} Y(z) + \dots + a_n z^{-n} Y(z) = \\ = b_0 V(z) + b_1 z^{-1} V(z) + \dots + b_m z^{-m} V(z). \end{aligned} \quad (7.35)$$

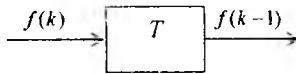
Bundan topamiz:

$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (7.36)$$

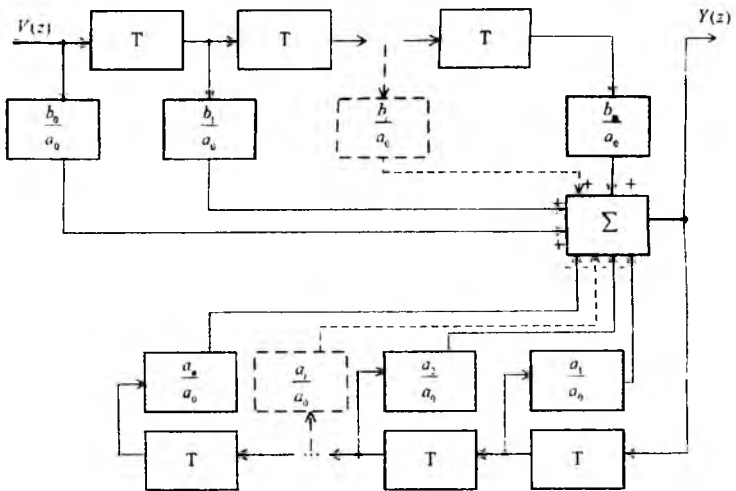
Bu ifoda diskret, uzatuvchi funksiya deyiladi. Bunday funksiyani ayirmali tenglama (7.8) dan ham, uni z - o'zgartirib hosil qilish mumkin:

$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{b_0 z^n + b_1 z^{n-1} + \dots + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (7.37)$$

Diskretli tizimlarni modellashtirish uzluksiz tizimlardagiga o'xshash bo'ladi. Integrator o'rniga siljish registratoridan foydalaniladi:



U (registrator) diskretlash davriga kechiktiradi. Qolgan o'rinlarda modelni tuzish prinsiplari uzluksiz tizimdagi kabi bo'ladi. Ayirmali tenglama (7.34) yoki uzatish funksiyasining modeli 7.16 - rasmda berilgan. Bu sxema yagona emas, boshqacha ko'rinishlari ham bor. 7.16-rasm. (7.34) yoki (7.36)ni modellashtirish sxemasi.



7.16 - rasm. Modellashtirish sxemasi (7.34) yoki (7.36).

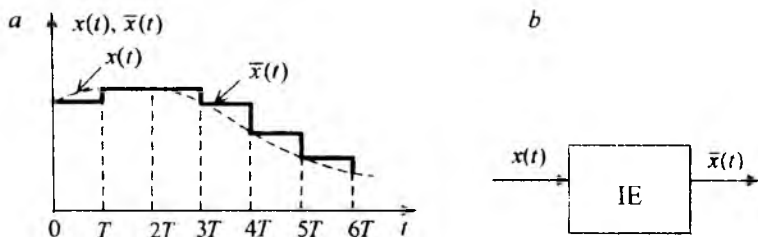
7.2.6. Ma'lumotlarni impulsli tizimda ifodalash

7.1 - rasmda keltirilgan tizimni ko'rib chiqamiz. Bu strukturadagi impulsli element (IE) signalni kvantlaydi va modulatsiyalaydi. Tabiiyki, uzluksiz signalni kvanlanganda axborot qisman yo'qoladi, chunki kvantlangan signalning qiymati faqat diskretlangan vaqt oni uchun ma'lum. Kvantlanganda axborot yo'qolishini kamaytirish uchun ma'lumotlarni tiklaydigan qurilma (fiksator) kiritiladi. Uning vazifasi – kvantlangan signalni dastlabki signalga yaqin uzluksiz signalga o'zgartirishdan iborat. Nol tartibli fiksator keng tarqalgan. U kvantlangan signalni kvantlash davri davomida eslab qoladi.

Real impulsli element kvantlovchi bilan fiksatorni birlashtiradi. alohida mavjud bo'lmaydi. IENing signallari va sxemasi 7.17 - rasmda ko'rsatilgan.

IENing chiqish joyidagi signalni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\bar{x}(t) = x(0)[1(t) - 1(t-T)] + x(T)[1(t-T) - 1(t-2T)] + x(2T)[1(t-2T) - 1(t-3T)] + \dots$$



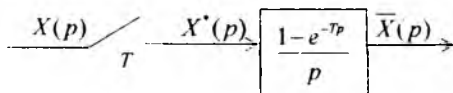
7.17 - rasm. IENing signali(a), IENing tasviri(b).

Bu ifodani Laplas usuli bilan o'zgartirishdan hosil qilamiz:

$$\begin{aligned} \bar{X}(p) &= x(0) \left[\frac{1}{p} - \frac{e^{-Tp}}{p} \right] + x(T) \left[\frac{e^{-Tp}}{p} - \frac{e^{-2Tp}}{p} \right] + x(2T) \left[\frac{e^{-2Tp}}{p} - \frac{e^{-3Tp}}{p} \right] + \dots \\ &= [x(0) + x(T)e^{-Tp} + x(2T)e^{-2Tp} + \dots] \frac{1 - e^{-Tp}}{p} = \left[\sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTp} \right] \frac{1 - e^{-Tp}}{p}. \end{aligned} \quad (7.38)$$

Kvadrat qavslar ichidagi ifoda uzluksiz signalni kvantlash amalini, ikkinchi ko'paytma esa - fiksatsiya (tiklash)ni aks ettiradi. Keyingisi IENing tasviriga (7.18 - rasm) ekvivalent. Boshqacha aytganda, impulsli

element ideal impulsli element (kvantlovchi)dan kalit va uzatish funksiyasi $\frac{1-e^{-Tp}}{p}$ bo'lgan fiksatoridan tashkil topadi.



7.18 - rasm. **IE ning tasviri.**

Ideal impulsli elementning matematik modelini ko'rib chiqamiz. Undagi $X^*(p)$ ni $x(t)$ signalni Laplas usuli bilan o'zgartirilgan ko'rinishi deb ataymiz va quyidagi ifoda orqali topiladi:

$$X^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTp}. \quad (7.39)$$

Bu formuladan Laplas teskari almashtirishni bajarib, ideal impulsli elementning vaqt tekisligidagi matematik modelini hosil qilamiz:

$$x^*(t) = L^{-1}\{X^*(p)\} = x(0)\delta(t) + x(T)\delta(t-T) + x(2T)\delta(t-2T) + \dots \quad (7.40)$$

Bunda, $\delta(t-kT)$ – birlik impulsli funksiya, $t=kT$ vaqt onida mavjud; $x^*(t) - \delta$ – funksiyaning ulushlari bilan ketma - ketligi; ulushlar kT diskret vaqt onlaridagi dastlabki uzluksiz signallar qiymatiga teng. Biroq (7.39) va (7.40) – ideal IENing modellari xolos. Real IE – bu, kvantlovchi (ideal IENi) va funksator (shakllantiruvchi qurilma) yig'indisidir.

7.3 - misol. Birlik pog'onali signal $x(t) = 1(t)$ uchun $X^*(p)$ ni topilsin.

$$X^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-kTp} = x(0) + x(T)e^{-Tp} + x(2T)e^{-2Tp} + \dots = 1 + 1 \cdot e^{-Tp} + 1 \cdot e^{-2Tp} + \dots$$

Bu quyidagi qatorga mos keladi: $\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + \dots$, $|x| < 1$. Shunda

$$X^*(p) = \frac{1}{1-e^{-Tp}}, \quad |e^{-Tp}| < 1 \quad \text{bo'ladi.} \quad |e^{-Tp}| = z^{-1} \quad \text{bo'lgani uchun}$$

$$X^*(p) = E(z) \Big|_{z=e^{Tp}} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots \quad \text{bo'ladi.}$$

7.2.7. Diskretli o'zgartirishning chastota xususiyatlari

Diskret o'zgartirishlar (yulduzcha bilan ifodalangan)ni boshqacha ko'rinishda ham tasavvur qilish mumkin.

Quyidagicha foydalanamiz:

$$F^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} F(p + jk\omega_p) + \frac{f(0)}{2} \quad (7.41)$$

yoki

$$F^*(p) = \frac{1}{T} [F(p) + F(p + j\omega_p) + F(p + j2\omega_p) + F(p - j\omega_p) + F(p - j2\omega_p) + \dots] + \frac{f(0)}{2},$$

bunda $\omega_p = \frac{2\pi}{T}$ – kvantlash chastotasi, rad./s.

Bunday o'zgarishning asosiy xususiyatlarini aytib o'tamiz.

1. $F^*(p)$ bu $-j\omega_p$ davr bilan o'zgaruvchi p parametrlarning davriy funksiyasi:

$$F^*(p) = F^*(p + j\omega_p). \quad (7.42)$$

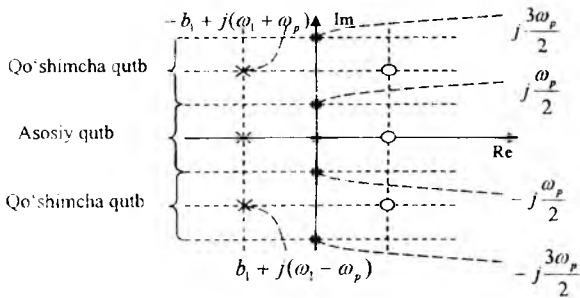
$$(7.39) \text{ ga ko'ra } F^*(p + j\omega_p) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kT(p + j\omega_p)}.$$

Eyler formulasi asosida $\omega_p = \frac{2\pi}{T}$; $e^{-j\frac{2\pi}{T}kT} = e^{-jk2\pi} = 1$, chunki $e^{-j2\pi k} = \cos 2k\pi - j \sin 2k\pi = 1$.

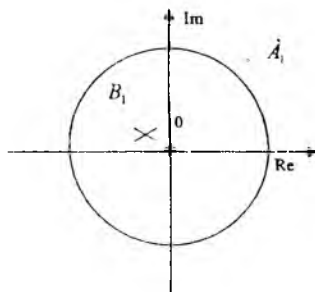
Demak, $F^*(p + j\omega_p) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kTp} e^{-jkT\omega_p} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) e^{-kTp} = F^*(p)$, shuni isbotlash talab etilgan edi.

2. Agar $F(p)$ funksiyaning $p = p_1$ qutbi bor bo'lsa, $F^*(p)$ ning qutblari $p = p_1 + jm\omega_p$, bunda $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ bo'ladi.

$F^*(p)$ ning nollari holati ham $j\omega_p$ davr bilan davriylikka ega (7.19 - rasm). Rasmda nollar doirachalar bilan, qutblar – kesishgan chiziqlar (x) bilan ifodalangan. Ular asosiy va qo'shimcha polyuslarda cheksiz marta hozir. Bu kamchilikdan qutilish uchun e^{pT} ni z ga almashtirish ($e^{pT} = z$) kerak. Shunda s tekisligining xayoliy o'qidagi $-\frac{\omega_p}{2}$ dan $\frac{\omega_p}{2}$ gacha kesimi z tekislikdagi birlik radiusli aylanasiga o'tadi (7.20 - rasm).



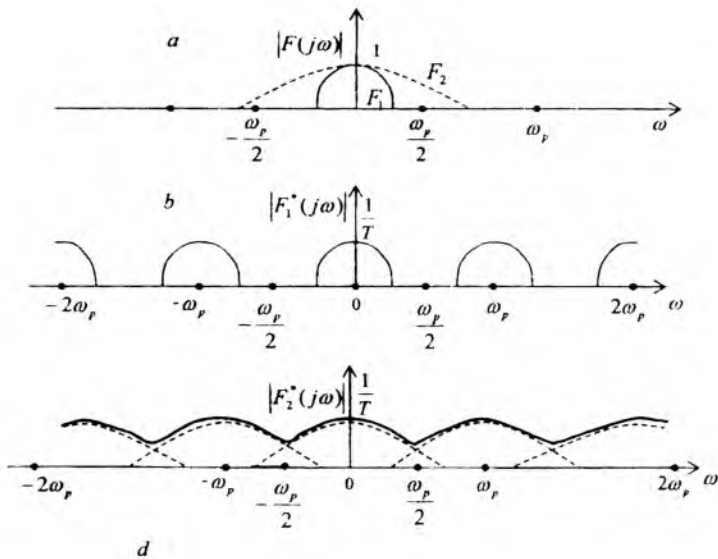
7.19 - rasm. $F'(p)$ ning qutblari va nollarining joylashuvi.



7.20 - rasm. $F(z)$ ning qutblari va nollarining joylashuvi.

Bunda p tekislikning chap yarmidagi davriy takrorlanuvchi qutblarga (misol uchun) mos hamma nuqtalar z tekisligining doirasi ichidagi bitta nuqta (B_1)ga o'tadi. O'ng o'ringidagi davriy takrorlanadigan nollarga (misol uchun) hamma nuqtalar esa z tekisligining doirasidan tashqaridagi bitta nuqta (A_1)ga o'tadi.

3. Agar 7.21,a - rasmda keltirilgan, amplituda spektrli signallar kvantlansa, amplitudali spektr $F_1^*(j\omega)$ 7.21,b - rasmdagi kabi, $F_2^*(j\omega)$ esa 7.21,d - rasmdagi kabi bo'ladi. Boshqacha aytganda ideal filtrda signalni tanlash mumkin, noidealda – iloji yo'q. Ideal filtr deganda, o'tkazish polosasidagi birlik kuchaytirish koeffitsiyenti va polosadan tashqarida nolli kuchaytirish koeffitsiyenti bo'lgan filtr tushuniladi.



7.21 - rasm. $F(j\omega)$ va $F^*(j\omega)$ signallarning chastotali spektrlari.

7.2.8. Ma'lumotlarni tiklash

1Ening ikkinchi qismi – nollinchi tartibli ekstropolyatorning chastotali tavsiflarini ko'rib chiqamiz. Ekstropolyatorning uzatish funksiyasi:

$$K(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p} \quad (7.43)$$

$$K(p) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} e^{j\omega T/2} e^{-j\omega T/2} = \frac{2e^{j\omega T/2}}{\omega} \frac{e^{j\omega T/2} - e^{-j\omega T/2}}{2j} = T \frac{\sin\left(\frac{\omega T}{2}\right)}{\frac{\omega T}{2}} e^{-j\omega T/2}$$

$\frac{\omega T}{2} = \frac{\omega}{2} \frac{2\pi}{\omega_p} = \frac{\pi\omega}{\omega_p}$ bo'lgani uchun, quyidagini hosil qilamiz

$$K(j\omega) = T \frac{\sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right)}{\frac{\pi\omega}{\omega_p}} e^{-j\frac{\pi\omega}{\omega_p}} \quad (7.44)$$

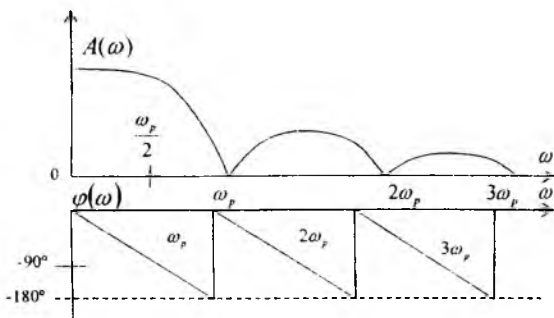
Nollinchi tartibli ekstropolyatorning amplituda – chastotali tavsifi

$$A(\omega) |K(j\omega)| = T \frac{\sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right)}{\frac{\pi\omega}{\omega_p}} \quad (7.45)$$

Shu ekstropolyatorning faza – chastotali tavsifi:

$$\varphi(\omega) = \arg K(j\omega) = \begin{cases} -\frac{\pi\omega}{\omega_p} + \pi, \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right) < 0 \\ -\frac{\pi\omega}{\omega_p}, \sin\left(\frac{\pi\omega}{\omega_p}\right) > 0. \end{cases} \quad (7.46)$$

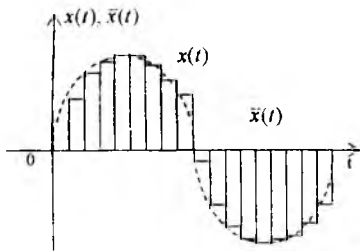
$A(\omega)$ va $\varphi(\omega)$ tavsiflar 7.22 - rasmda ko'rsatilgan.



7.22 - rasm. Nol tartibli ekstropolyatorning chastotali tavsifi.

Rasmdan ko'rinadiki, $\omega \ll \frac{\omega_p}{2}$ bo'lganda ekstropolyatorning chiqish joyida signalning amplitudaviy va fazoviy buzilishi minimal ekan.

7.23 - rasmda kvantlovchining kirish joyidagi va ekstropolyatorning chiqish joyidagi, aniqrog'i – IEning kirish va chiqish joyidagi signallar ko'rsatilgan.



7.23 - rasm. IE ning kirish – $x(t)$ va chiqish $\bar{x}(t)$ signallari.

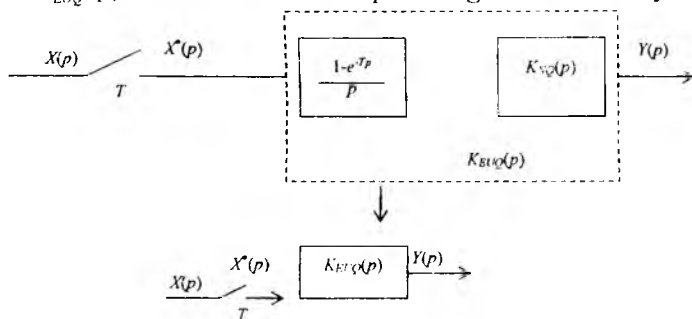
7.2.9. Ochiq tizimning impulsli uzatish funksiyasi

7.24 - rasmda keltirilgan IABTni ko'rib chiqamiz.

Ekstroplyatorning uzatish funksiyasi uzluksiz qismining uzatish funksiyasi bilan birlashtiriladi:

$$K_{EUQ}(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} K_{NQ}(p),$$

bu yerda $K_{EUQ}(p)$ - ekvivalent uzluksiz qismining uzatish funksiyasi.



7.24 - rasm. IABTning strukturasi.

Dastlabki shartlarni nol faraz qilib, hosil qilish mumkin:

$$Y^*(p) = [K_{EUQ}(p)X^*(p)] = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Y(p + jk\omega_p), \quad (7.47)$$

bundan kelib chiqadi $Y^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{EUQ}(p + jk\omega_p)X^*(p + jk\omega_p)$, $X^*(p)$ - davriy funksiya bo'lgani uchun $X^*(p + jk\omega_p) = X^*(p)$ va:

$$Y^*(p) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_{EUQ}(p + jk\omega_p)X^*(p). \quad (7.48)$$

(7.48) ga $z = e^{Tp}$ ni qo'yib, $Y(z) = K_{EUQ}(z)X(z)$ ni hosil qilamiz.

$K_{EUQ} = \frac{Y(z)}{X(z)}$ - ochiq ABSning impulsli uzatish funksiyasi deyiladi.

Turli strukturaga ega bo'lgan, uzluksiz qismi ikkita uzatish funksiyasidan iborat IABTlarni ko'rib chiqamiz (7.25 - rasm).

IABTning har bir uzluksiz qismi IEdan oldinda joylashgan struktura (7.25, a - rasm) uchun tizimning uzatish funksiyasi qismlarning impulsli uzatish funksiyalari ko'paytmasiga teng:

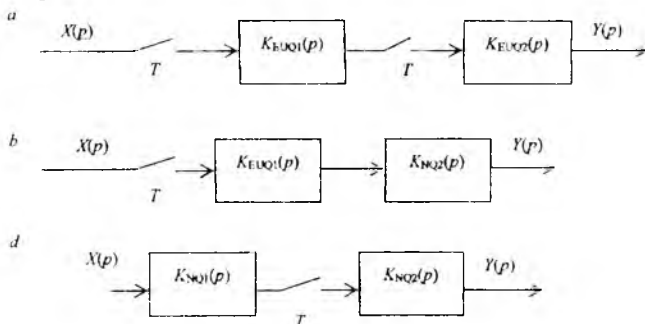
$$K(z) = K_{EUVQ1}(z)K_{EUVQ2}(z). \quad (7.49)$$

IABTning ikkinchi uzluksiz qismi oldida IE bo'lmagan struktura uchun tizimning umumiy uzatish funksiyasi:

$$K(z) = K_{EUVQ}(z), \quad (7.50)$$

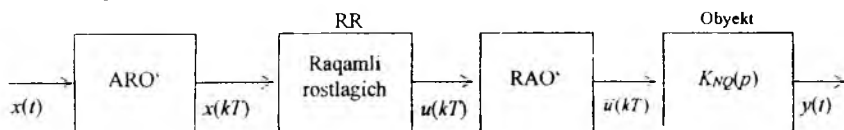
hunda $K_{EUVQ}(z) = Z\{K(p)K_{NQU1}(p)K_{NQU2}(p)\}$.

IABTning 7.25,*d* - rasmdagi strukturasida impulsli uzatish funksiyasi yo'q, chunki kirish signali kvantlanmaydi.



7.25 - rasm. IABT ning strukturalari.

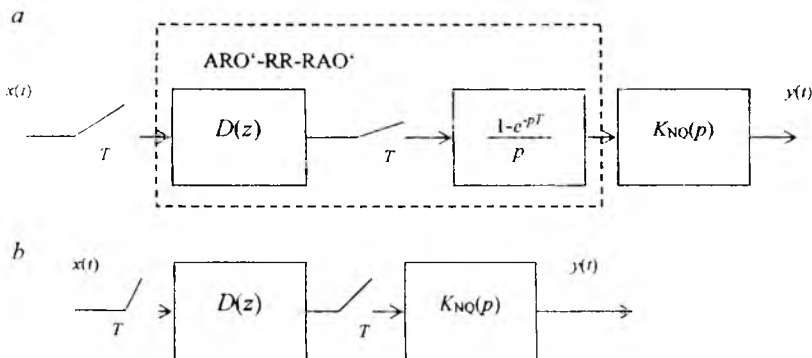
Raqamli tizim (7.26 - rasm)ni ko'rib chiqamiz.



7.26 - rasm. Raqamli ABT.

Analog - raqamli o'zgartirgich (ARO')ning uzatish koeffitsiyenti $\delta_{ARO'} = \frac{1}{2^\alpha - 1}$, bunda α - razryadlar soni; raqamli-analog o'zgartirgichning (RAO')ning uzatish koeffitsiyenti $\delta_{RAO'} = 2^\alpha - 1$. ARO' va RAO'larning razryadlar soni bir xil bo'lganda umumiy uzatish koeffitsiyenti 1,0 ga teng. Odatda, $\alpha \geq 10$ bo'ladi, shuning uchun $2^\alpha - 1 = 1023$ va ARO' bilan RAO'ning statik tavsiflarini chiziqli deb atash mumkin.

Diskretli tizimlarni - ARO' ni hisoblashda raqamli rostlagich (RR) va RAO'lar 7.27,*a* - rasmdagi modelga, jami tizimni esa, 7.27,*b* - rasmdagi almashtiriladi.



7.27 - rasm. Raqamli tizimning modeli.

Shunda $K(z) = Z\{K_{EUV}(p)\}D(z)$, bo'ladi; bunda $D(z)$ - RRning diskretli uzatish funksiyasi.

7.4-misol. Agar $K_{NO}(p) = \frac{1}{p+1}$, a $K(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p}$ bo'lsa, ochiq IABTning diskretli uzatish funksiyasini toping.

$$\text{Yozamiz: } K_{EUV}(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} \frac{1}{p+1} = (1 - e^{-Tp}) \frac{1}{p(p+1)}.$$

$$\text{Belgilaymiz: } e^{Tp} = z; \text{ shunda } K_{EUV}(p) = (1 - z^{-1}) \frac{1}{p(p+1)} = \frac{z-1}{z} \frac{M(p)}{N(p)}.$$

$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{1}{p(p+1)}$ ni oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz:

$$\frac{M(p)}{N(p)} = \frac{\beta_1}{(p-p_1)} + \frac{\beta_2}{p-p_2}, \text{ bunda } p_1 = 0; p_2 = -1.$$

$$\beta_1 = (p-p_1) \frac{M(p)}{N(p)} \Big|_{p=p_1} = \frac{(p-p_1)}{(p-p_1)(p-p_2)} \Big|_{p=p_1} = \frac{1}{0-(-1)} = 1.$$

$$\beta_2 = (p-p_2) \frac{M(p)}{N(p)} \Big|_{p=p_2} = \frac{(p-p_2)}{(p-p_1)(p-p_2)} \Big|_{p=p_2} = \frac{1}{-1-0} = -1.$$

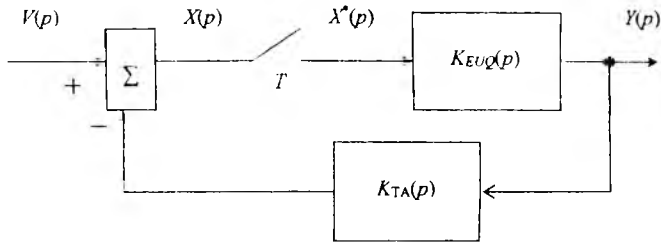
$$\text{Shunda } K_{EUV}(p) = \frac{z-1}{z} = \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1} \right).$$

Tegishli jadvallardan topamiz: $\frac{1}{p} \xrightarrow{\cdot} \frac{z}{z-1}$; $\frac{1}{p+1} \xrightarrow{\cdot} \frac{z}{z-e^{-T}}$. Uzil - kesii hosil qilamiz:

$$K(z) = \frac{z-1}{z} \left[\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \right] = 1 - \frac{z-1}{z-e^{-T}} = \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}.$$

7.2.10. Berk tizimning impulsli uzatish funksiyasi

7.28 - rasmda tasvirlangan berk IABTni ko'rib chiqamiz



7.28 - rasm. **Berk IABTning strukturasi.**

$$Y(p) = K_{EUQ}(p)X^*(p),$$

$$X(p) = V(p) - K_{TA}(p)Y(p) = V(s) - K_{EUQ}(p)K_{TA}(p)X^*(p).$$

Keyingi tenglamaning chap va o'ng qismlaridagi diskret o'zgarishlar topilsa, $X^*(p) = V^*(p) - (K_{EUQ}K_{TA})^*(p)X^*(p)$ ni hosil qilamiz; bundan

$$X^*(p) = \frac{V^*(p)}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})^*(p)}, \quad X(z) = \frac{V(z)}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})(z)}.$$

Shunday qilib berk IABT xatolik bo'yicha uzatish funksiyasiga

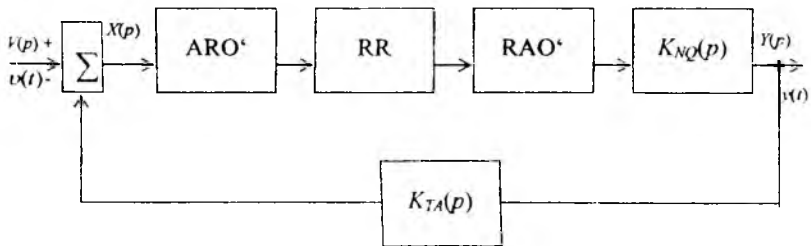
$$K_s(z) = \frac{X(z)}{V(z)} = \frac{1}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})(z)} \quad (7.51)$$

va asosiy uzatish funksiyasiga

$$K_b(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{K_{EUQ}(z)}{1 + (K_{EUQ}K_{TA})(z)}. \quad (7.52)$$

Bu formulalardagi $(\cdot)^*(s)$ va $(\cdot)^*(z)$ yozuvlari shuni ko'rsatadiki, Laplas usuli bo'yicha diskret o'zgartirish va "z - o'zgartirish" amallari bajarilishidan oldin tegishli uzatish funksiyalarini ko'paytirib chiqish, keyin oddiy kasrlarga yoyish va shulardan keyingina, "z - o'zgartirish" amalini bajarish kerak.

Berk raqami ABT (RABT)ni ko'rib chiqamiz (7.29 - rasm).



7.29 - rasm. **Raqamli ABTning strukturasi.**

Ochiq qismining modeli 7.27 - rasmga to'g'ri keladi. Berk tizimdagi xatolik signalining tasviri $X(p) = V(p) - K_{EUQ}(p)X^*(p)D^*(p)K_{TA}(p)$, chiqish koordinatasining tasviri esa $Y(p) = K_{EUQ}(p)D^*(p)X^*(p)$.

Birinchi ifodani Laplas bo'yicha diskret o'zgartirib hosil qilamiz:

$$X^*(p) = \frac{V^*(p)}{1 + D^*(p)(K_{EUQ}K_{TA})^*(p)}$$

$Y(p)$ ni z - o'zgartirib va unga $X^*(p)$ ning hosil qilingan ifodasini quyib, hosil qilamiz:

$$Y(z) = \frac{D(z)K_{EUQ}(z)}{1 + D(z)(K_{EUQ}K_{TA})(z)}V(z).$$

Shunday qilib, berk RABTning uzatish funksiyasi:

$$K_B(z) = \frac{D(z)K_{EUQ}(z)}{1 + D(z)(K_{EUQ}K_{TA})(z)}. \quad (7.53)$$

7.2.11. Impulsi tizimlardagi jarayonlar

IABTdagi jarayonlar uzluksiz tizimlardagi kabi, yo ichki koordinatalarning o'zgarishi (boshlang'ich shartlar variatsiyasi) hisobiga, yo tashqi ta'sirlar (boshqaruvchi yoki qo'zg'atuvchi) hisobiga yuzaga keladi.

Umumiy holda, jarayonlarni hisoblashda IABTning dinamikasini aks ettiruvchi ayirmali tenglamani yechish kerak. Ma'lumki, umumiy yechim

$$y(k) = y_c(k) + y_n(k),$$

bunda, $y_e(k)$ – erkin tashkil etuvchi bo‘lib, nol bo‘lmagan boshlang‘ich shartlarga bog‘liq; $y_m(k)$ – majburiy tashkil etuvchi bo‘lib, tashqi ta’sirlarga bog‘liq.

Bu tashkil etuvchilarni hisoblash uchun z – tasvirning yoyish formulalaridan foydalanish mumkin.

Faraz qilaylik, IABT chiqish koordinatalarining z – tasviri quyidagicha bo‘lsin:

$$Y(z) = K_B(z)V(z),$$

bunda $K_B = \frac{K(z)}{Q(z)}$, a $V(z) = \frac{R(z)}{L(z)}$.

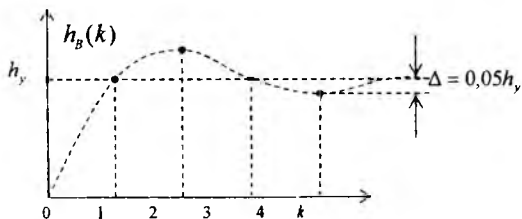
Erkin harakatlar berk tizimning xarakteristik (tavsifiy) tenglamasi $Q(z) = 0$ ning ildizlari $z_{e\nu}, \nu = \overline{1, n}$ bilan, majburiy harakatlar esa $L(z) = 0$ tenglamaning ildizlari $z_{m\nu}, \nu = \overline{1, m}$ bilan bog‘liq.

$$Y(z) = Y_e(z) + Y_m(z),$$

bu yerda $Y_e(z) = \sum_{\nu=1}^n c_{e\nu} \frac{z^{-k}}{z - z_{e\nu}}$ $\rightarrow y_e(k) = \sum_{\nu=1}^n c_{e\nu} z_{e\nu}^k$, $Y_m(z) = \sum_{\nu=1}^m c_{m\nu} \frac{z^{-k}}{z - z_{m\nu}}$ $\rightarrow y_m(k) = \sum_{\nu=1}^m c_{m\nu} z_{m\nu}^k$.

$c_{e\nu}$ va $c_{m\nu}$ koefitsiyentlar $K_B(z)$ va $V(z)$ larning ko‘rinishiga qarab yoyish formulalari orqali aniqlanadi.

IABTda, uzluksiz tizimlardagi kabi, o‘tish funksiyasi $h_B(k)$ ko‘riladi. Bu funksiya IABTning pog‘onali panjarali ta’siri $\nu(k) = 1(k)$ ga bo‘lgan reaksiyasidir, shuningdek, uzluksiz tizimlardagi kabi tushunchalar kiritiladi: o‘tarostlash σ , rostlash vaqti t_r .



7.30 - rasm. IABTning o‘tish jarayoni.

O‘tish funksiyasining hisoblashning asosiy usullari:

1) Analitik usul - $Y(z)$ tasvirni elementar tashkil etuvchilarga yoyish, z -tasvirlar va originallarni muvofiqlik jadvallardan foydalanish, $Y(z)$ ni Loran qatoriga yoyish;

2) Kompyuterda modellashtirish (masalan, Matlab muhitida).
Birinchi usulni ko'rib chiqamiz.

Agar $Y(z) = K_B(z)V(z)$, $K_B(z) = \frac{K(z)}{Q(z)}$ va $V(z) = \frac{z}{z-1}$ bo'lsa,

$$Y(z) = \frac{zK(z)}{(z-1)Q(z)} \text{ bo'ladi.}$$

Bu tasvir elementar tashkil etuvchilarga yoyish uchun z -tasvirning birinchi holatiga mos keladi. Bu holda original $y(k) = h_B(k)$ quyidagi formula bo'yicha hisoblanadi:

$$h_B(k) = \frac{K(1)}{Q(1)} - \sum_{v=1}^n \frac{K(z_v)}{(1-z_v)Q(z_v)} z_v^k.$$

Birinchi tashkil etuvchi barqaror tashkil etuvchi ($z = e^{Tn} = 1$)ga, $\sum_{v=1}^n (\bullet)$ esa - o'tkinchi tashkil etuvchiga mos keladi. Bu formula oddiy ildizlar z_v uchun yaroqli. Ildizlar butun son bo'lganda ifoda murakkablashadi, bunda Loran qatoriga yoygan ma'qul.

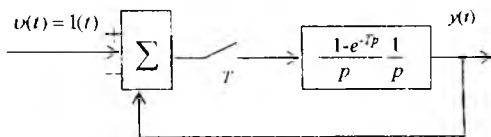
IABTda uzluksiz tizimlardan farqli ravishda, o'tish jarayonning tugal davomiyligiga erishish mumkin.

Agar $K_B(z)$ da $a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0$ xarakteristik tenglamada $a_1 = \dots = a_{n-1} = 0$ bo'lsa, u $a_0 z^n = 0$ ko'rinishga keltiriladi. Shunda, suratning darajasi maxrajnikidan hech bo'lmaganda, bittaga kichik bo'lsa:

$$K_B(z) = \frac{b_0 z^{n-1} + \dots + b_{n-1}}{a_0 z^n} = \frac{b_0}{a_0} z^{-1} + \frac{b_1}{a_0} z^{-2} + \dots + \frac{b_{n-1}}{a_0} z^{-n}.$$

Bu formuladagi $\frac{b_i}{a_0}$ koeffitsiyentlarni $F(z) = \sum_{k=0}^{\infty} f(k)z^{-k}$ ifodasidagi z -tasvirning ulushlari bilan taqqoslab, hosil qilamiz:
 $f(0) = 0$; $f(1) = \frac{b_0}{a_0}; \dots$; $f(2) = \frac{b_1}{a_0}; \dots$; $f(n) = \frac{b_{n-1}}{a_0}$ ya'ni impulsli o'tish funksiyasi diskretlashning " n " davrida tugaydigan tugal qatordir. Demak, o'tish jarayoni $h_B(k)$ ham nk yoki nkT vaqtda tugaydi.

7.5-misol. 7.31 - rasmdagi ochiq va berk IABTning birlik pog'onali ta'sirga reaksiyasini toping. $T = 1$ sek deb qabul qilinsin.



7.31 - rasm. **LABTning** *strukturasini*.

Ochiq ABSning uzatish funksiyasi $K(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\}$.

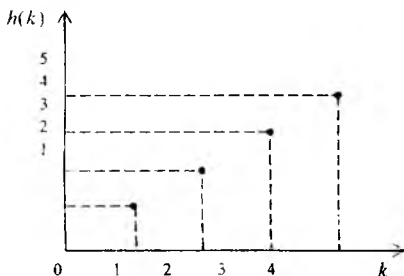
Muvofiqlik jadvaliga ko'ra $Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$ ga, $T = 1$ sek ni qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\} = \frac{z}{(z-1)^2} \text{ va } K(z) = \frac{z-1}{z} \cdot \frac{z}{(z-1)^2} = \frac{1}{z-1}$$

O'tish funksiyasi:

$$h(k) = Z^{-1}\{Z\{l(k)\}K(z)\} = Z^{-1}\left\{\frac{z}{z-1} \frac{1}{z-1}\right\} = Z^{-1}\left\{\frac{z}{(z-1)^2}\right\} =$$

$$= kT = 0 + T + 2T + \dots = 0 + 1 + 2 + \dots$$



7.32 - rasm. **Ochiq LABTning o'tish funksiyasi.**

Unday natija $\frac{z}{(z-1)^2}$ ni Loran qatoriga yoyganda ham olinadi.

$$= \frac{z}{z-2} + \frac{1}{z} \left| \frac{z^2 - 2z + 1}{z} + \frac{2}{z^2} + \frac{3}{z^3} + \dots = 0 \cdot z^0 + 1 \cdot z^{-1} + 2 \cdot z^{-2} + 3 \cdot z^{-3} + \dots \right.$$

$$\frac{z}{z-2} = 2 - \frac{1}{z}$$

$$= 2 - \frac{4}{z} + \frac{2}{z^2}$$

$$\frac{3}{z} - \frac{2}{z^2}$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi

$$K_B(z) = \frac{K(z)}{1+K(z)} = \frac{\frac{T}{z-1}}{1 + \frac{T}{z-1}} = \frac{1}{z}$$

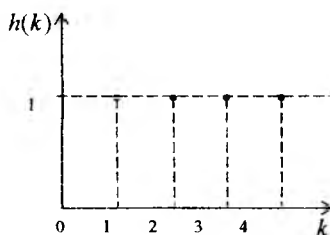
Berk tizimning o'tish funksiyasi:

$$h_b(k) = Z^{-1}\left\{\frac{z-1}{z}\right\} = Z^{-1}\left\{\frac{1}{z-1}\right\}.$$

$\frac{1}{z-1}$ tasvirni Loran qatoriga yoyib olamiz:

$$\begin{aligned} & - \frac{1}{1-\frac{1}{z}} \left| \frac{z-1}{z} \right. \\ & \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} + \frac{1}{z^3} + \dots = 0 \cdot z^0 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3} + \dots \\ & - \frac{1}{z} \\ & \frac{1}{z^2} \\ & - \frac{1}{z^2} \\ & \frac{1}{z^3} \\ & - \frac{1}{z^3} \\ & \dots \end{aligned}$$

Ordinatalar $h_b(k)$ ning qiymatlariga mos (7.33 - rasm).



7.33- rasm. **Berk LABTning o'tish funksiyasi.**

Shunday natija $h_b(k) = Z^{-1}\left\{\frac{z-1}{z}\right\}$ ifodaning tahlilidan ham kelib chiqadi. $\frac{1}{z}$ ifodasi kechikish tomonga surilishga to'g'ri kelgani uchun pog'onali sakrashga to'g'ri keladigan panjarali funksiya $Z\{1(k)\} = \frac{z}{z-1}$ bitta taktga suriladi; uzatish funksiyasidan foydalanganda $h(0)$ ning qiymati nol deb qabul qilingani uchun 7.33 - rasmda ham $h_b(0) = 0$.

Nazorat va muhokama savollari

1. Diskret tizim deb nimaga aytiladi?
2. Vaqt bo'yicha kvantlangan signallarni tushuntiring.
3. Kvantlash davri yoki qadami deb nimaga aytiladi?
4. Releli va raqamli tizimlar deb nimaga aytiladi?
5. Impulsi avtomatik boshqarish tizimlarning o'ziga xos xususiyati nimada?
6. Impulsi avtomatik boshqarish tizimining namunaviy strukturasi qanday ko'rinishga ega?
7. Impulslar ketma-ketligining parametri o'zgarishiga qarab impulsi modulatsiyalash qanday turlarda bo'ladi?
8. Panjarali funksiya deganda qanday funksiyani tushunasiz?
9. To'g'ri va teskari ayirmali tenglamalarni tushuntiring.
10. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari.
11. Chiziqli ayirma tenglamalarni yechishning qanday usullarini bilasiz?
12. Diskret uzatish funksiyasini tushuntiring.
13. Diskret tizimlarni chastotaviy tavsiflari qanday quriladi?
14. Ochiq va berk tizimlarning impulsi uzatish funksiyasi qanday aniqlanadi?
15. Diskret tizimlarning o'tish tavsifi qanday quriladi?

VIII bob. DISKRET TIZIMLARNING TURG'UNLIGINI TAHLIL QILISH

8.1. Turg'unlik shartlari

Berk tizimning dinamikasini aks ettiruvchi tenglamaning yechimi ikki qismdan iborat:

$$(a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n)Y(z) = (b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m)V(z),$$
$$y(k) = y_e(k) + y_m(k), \quad (8.1)$$

Birinchi qismi erkin harakatni, ikkinchisi – majburiy harakatni bildiradi.

IABTning turg'unligini baholashda, uzluksiz tizimdagi kabi, erkin harakat o'rganiladi. Bunday harakatni bir jinsli ayirmali (qaytuvchi) tenglamani (o'ng tomoni yo'q) yechishda topish mumkin.

$$a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = 0, \quad (8.2)$$

Bu tenglama berk IABTning xarakteristik tenglamasi deyiladi. Uni berk tizimning uzatish funksiyasini, uning maxrajini nolga tenglashtirib ham hosil qilish mumkin:

$$1 + K(z) = 0. \quad (8.3)$$

(8.3) tenglamaning yechimi quyidagi ko'rinishda qidiriladi:

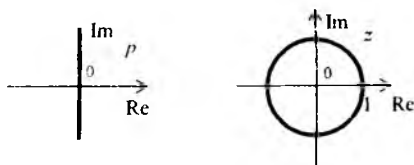
$$y_e(k) = \sum_{i=0}^n c_i z_i^k,$$

bu yerda, c_i – o'zgarmas koeffitsiyentlar, z_i – xarakteristik tenglama ildizlari.

IABTning turg'unligi uchun $\lim_{k \rightarrow \infty} y_e(k) = 0$ bo'lishi zarur va yetarli ekani ayon. Buning uchun xarakteristik tenglamaning hamma ildizlari $-z_i$ ning moduli birdan kichkina. Shunday qilib, turg'unlik sharti quyidagi nisbatdan iborat:

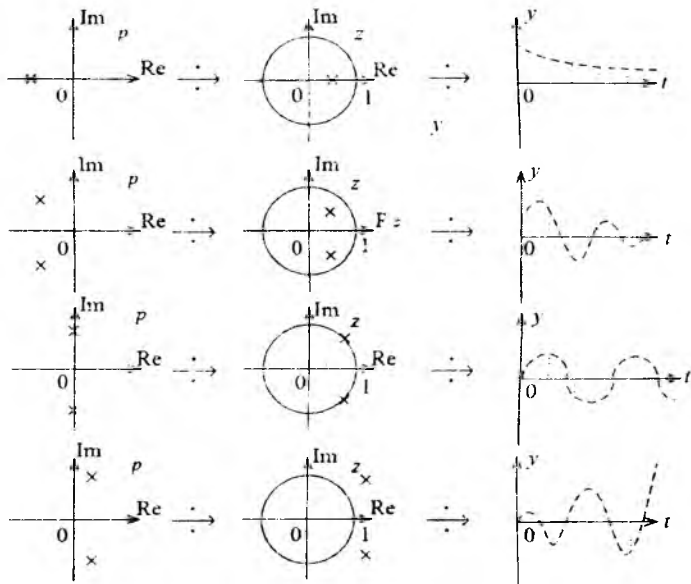
$$|z_i| < 1. \quad (8.4)$$

Bu shartni grafik yo'l bilan talqin qilish uchun p -tekislikni z -tekislikka o'zgartirish kerak. $z = e^{pT}$ bo'lgani uchun, unga $p = j\omega$ ni qo'yib (bu mavhum o'qqa mos), $z = e^{j\omega T}$ ni hosil qilamiz. Bu birlik radiusli bo'lgan aylanadir (8.1 - rasm).



8.1- rasm. s -tekislikni z -tekislikda aks ettirish.

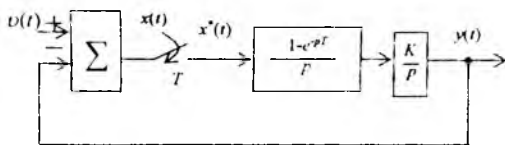
Agar $p = c + j\omega$ bo'lsa, $z = e^{pT} = e^{cT} e^{j\omega T}$ bo'ladi va $c \rightarrow -\infty$ da o'zgaruvchi $z \rightarrow \infty$. Buning ma'nosi shuki, p -tekislikning chap yarmi z -tekislikning birlik radiusli bo'lgan doirasi ichida, o'ng yarmi esa doiradan tashqarida aks ettiriladi. p -tekislik, z -tekislik va xarakteristik tenglamaning turli tasodifiy ildizlariga oid vaqt tavsiflariga muvofiq kelishi 8.2 - rasmda tasvirlangan.



8.2- rasm. Xarakteristik tenglama ildizlarining p -tekislikka, z -tekislikka va vaqt tavsiflariga muvofiqligi.

Demak, IABTning turg'unligi uchun berk tizimning xarakteristik ildizlari birlik radiusli bo'lgan doira ichida bo'lishi zarur va yetarli.

8.1-misol. 8.3-rasmdagi impulsli tizimning turg'unligini baholang.



8.3 - rasm. IABTning strukturasi.

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi: $K_{\text{UDQ}}(p) = (1 - e^{-pT}) \frac{K}{p^2}$.

z - almashtirishi orqali quyidagini hosil qilamiz:

$$K(z) = \frac{z-1}{z} \frac{KTz}{(z-1)^2} = \frac{KT}{z-1}$$

Berk tizimning uzatish funksiyasi: $K_s(z) = \frac{K(z)}{1-K(z)} = \frac{KT}{z-1+KT}$. bundan

xarakteristik tenglamani keltirib chiqaramiz: $z + (KT - 1) = 0$. Uning yagona ildizi bor $z = (1 - KT)$. Turg'unlik sharti bo'yicha $|z| < 1$, ya'ni $|1 - KT| < 1$ va turg'unlik sohasi $0 < KT < 2$ tengsizlik ko'rinishida bo'ladi. K va T ning boshqa hamma qiymatlarida impulsli tizim noturg'un bo'ladi.

Diskret tizimlarda ham, uzluksiz tizimlarda ham turg'unlik mezonlaridan foydalaniladi. Ularning qo'llanishi ikkichizikli o'zgartirish formulasiga asoslanadi.

8.2. Ikki chiziqli o'zgartirish

Almashtirish ifodasi $z = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w}$ yoki $w = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right)$ yordamida ikki-

chiziqli o'zgartirish amali bajariladi, ya'ni z - tekislikdagi birlik radiusli bo'lgan aylanani w - tekislikdagi mavhum o'qda aks ettiriladi. Buni quyidagicha tushuntirish mumkin:

$$w = \frac{2}{T} \left(\frac{z-1}{z+1} \right) \Big|_{z=e^{j\omega T}} = \frac{2 e^{j\omega T} - 1}{T e^{j\omega T} + 1} = \frac{2 e^{j\omega T} - e^{j\frac{\omega T}{2}} e^{-j\frac{\omega T}{2}}}{T e^{j\frac{\omega T}{2}} + e^{-j\frac{\omega T}{2}}} = \frac{2 e^{j\frac{\omega T}{2}} (e^{j\frac{\omega T}{2}} - e^{-j\frac{\omega T}{2}})}{T e^{j\frac{\omega T}{2}} (e^{j\frac{\omega T}{2}} + e^{-j\frac{\omega T}{2}})}$$

Eyler formulasi bo'yicha:

$$w = \frac{2}{T} j \frac{\sin \frac{\omega T}{2}}{\cos \frac{\omega T}{2}} = j \frac{2}{T} \operatorname{tg} \omega \frac{T}{2}. \quad (8.5)$$

(8.5)ning tahlilidan ko'rinadiki, $\omega = 0$ da $w = j_0$, $\omega = \frac{\omega_p}{2}$ da yoki

$\omega \frac{T}{2} = \frac{\pi}{2}$ da $w = j_\infty$. Boshqacha aytganda, p -tekislikdagi $0 \leq j\omega \leq j\frac{\omega_p}{2}$

oraliq z -tekislikning yuqori yarim aylanasida va w -tekislikning mavhum o'qi aylanasida yuqori yarmida akslantiriladi. Shunda tizimning w -tekislikdagi turg'unlik sohasi uning chap yarmida bo'ladi.

(8.5) ifodasi p -tekislikdagi chastota bilan w -tekislikdagi psevdochastota o'rtasida bog'lanish hosil qiladi. Agar $j\omega_w$ o'zgaruvchi

ning mavhum qismi bo'lsa, $j\omega_w = j\frac{2}{T} \operatorname{tg} \omega \frac{T}{2}$ va

$$\omega_w = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \omega \frac{T}{2}. \quad (8.6)$$

Shuni ta'kidlash kerakki, p -tekislikdagi kichik chastotalarda,

$\operatorname{tg} \frac{\omega T}{2} \approx \frac{\omega T}{2}$ bo'lganda, (8.6) ifodasi boshqacha ko'rinish oladi:

$$\omega_w \approx \frac{2}{T} \omega \frac{T}{2} = \omega_w = \omega. \quad (8.7)$$

Bu quyidagi shartda to'g'ri bo'ladi:

$$\omega < \frac{2\pi}{10T} = \frac{\omega_p}{10}. \quad (8.8)$$

Shunday qilib, (8.8) shart bajarilganda ω va ω_w chastotalarni bir-biriga mos deb hisoblash mumkin, katta chastotalarda esa, psevdochastotadan foydalanish kerak.

8.3. Raus-Gurvis mezon

Ikkichiziqli o'zgartirishni qo'llab, berk diskret tizim uchun xarakteristik tenglamani chiqarish kerak:

$$1 + K(w) = 1 + K(z) \Big|_{\substack{z = \frac{1+T}{1-\frac{T}{2}w} \\ w = \frac{2}{1+T}z}} = 0. \quad (8.9)$$

Keyin, uzluksiz tizimlardagi kabi algoritim bo'yicha Raus jadvali tuziladi. Agar shu jadvalning birinchi ustunidagi hamma elementlari $a_0 > 0$ bo'lganda, musbat bo'lsa, diskret tizim turg'un deb hisoblanadi.

8.2-misol. 8.3 - rasmda keltirilgan tizimni ko'rib chiqamiz. Berk tizimning xarakteristik tenglamasi $D(z) = z - 1 + KT = 0$. Bundan $D(w)$ ga o'tamiz.

$$D(w) = D(z) \Big|_{\substack{z = \frac{1+T}{1-\frac{T}{2}w} \\ w = \frac{2}{1+T}z}} = \frac{1 + \frac{T}{2}w}{1 - \frac{T}{2}w} + (KT - 1) = \frac{w(2T - T^2K) + 2KT}{2 - Tw} = 0.$$

Xarakteristik tenglamani quyidagicha yozamiz:

$$\underbrace{(2T - T^2K)w}_{a_0} + \underbrace{2KT}_{a_1} = 0.$$

Radius jadvalini tuzamiz:

$$\begin{array}{l|l} w^1 & 2T - T^2K \\ w^0 & 2KT \end{array}$$

Diskret tizim barqaror bo'lishi uchun birinchi ustunning hamma elementlarining (bu misolda birinchi ustun - yagona) ishorasi bir xil bo'lishi kerak. Bundan kelib chiqadiki, $T > 0$ va $K > 0$ da $2KT > 0$ bo'ladi; $TK < 2$ da $2T - T^2K > 0$ bo'ladi. Bu natija 8.1 - misol natijasi bilan mos keladi.

Ko'rib chiqilgan misollardan xulosa qilish mumkinki, kvantlash diskret tizimlarning turg'unlik sohasi o'xshash uzluksiz tizimlarga (bir xil uzluksiz qismlarga ega) qaraganda torayib qoladi. Birinchi tartibli uzluksiz tizimda xarakteristik tenglamaning hamma musbat koeffitsiyentlarida turg'unlik ta'minlanadi, diskret tizimda esa qat'iy cheklanish ($TK < 2$) tushadi.

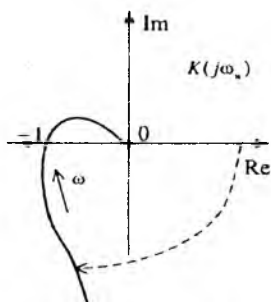
8.4. Naykvist mezonlari

Naykvist mezonini diskret tizimlarga ham, uzluksiz tizimlarga ham qo'llasa bo'ladi. Ochiq tizim uchun AFChX (amplituda – faza chastotaviy xarakteristika)ni qurish har bir turdagi model uchun, o'zgaruvchi parametr va shu xarakteristikaning o'zgarish diapazoni bilan farqlanadi (8.1 - jadval).

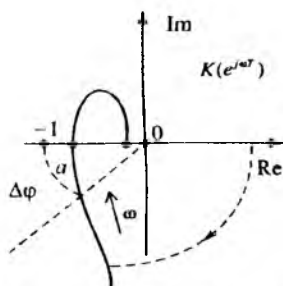
8.1 - jadval

Ochiq tizimning uzatish funksiyasi	O'zgaruvchi	O'zgaruvchining o'zgarish diapazoni
$K(p)$	$p = j\omega$	$0 \leq j\omega \leq j\infty$
$K(z)$	$z = e^{j\omega T}$	$0 \leq \omega T \leq \pi$
$K(w)$	$w = j\omega_w$	$0 \leq j\omega_w \leq j\infty$

$K(j\omega_w)$ va $K(j\omega)$ ning AFChXlari bir - biriga mos (8.4 - rasm).



8.4- rasm. $K(j\omega)$ va $K(j\omega_w)$ larning AFChXsi.



8.5- rasm. $K(e^{j\omega T})$ AFChXsi

$K(e^{j\omega T})$ niki ham shunday ko'rinishga ega, lekin koordinata boshida emas, haqiqiy o'qda tugaydi, chunki oxirgi nuqta $\omega = \frac{\omega_r}{2}$ chastotaga to'g'ri keladi; bunda ochiq tizimning kuchayish koeffitsiyenti nolga teng (8.5 - rasm). Agar $K(j\omega_w)$ yoki $K(e^{j\omega T})$ $(-1; j_0)$ nuqtani qamrab olmasa, diskret tizim turg'un hisoblanadi. Turg'unlik zaxiralari uzluksiz tizimlardagi kabi topiladi: $\frac{1}{a}$ moduli bo'yicha, $\Delta\phi$ faza bo'yicha.

8.5. Naykvistning logarifmik mezozi

Diskretli tizimlarning chastotali xarakteristikasi, real chastota – ω dan psevdochastota – ω_w ga o‘tilgandan keyin, (8.6) ga muvofiq quriladi. Bunda uzluksiz tizimlarning shunday xarakteristikasini chizish uslubi qo‘llanadi. Logarifmik chastotali xarakteristika (LChX)lar past va yuqori chastotalar uchun alohida - alohida quriladi. Past chastotali va yuqori chastotali sohalarni ajratib turuvchi chegara sifatida kesishish chastotasi – ω_k xizmat qiladi. Bunda $\omega_k < \frac{2}{T}$ deb faraz qilinadi. Turg‘unlik zaxirasi va tizimning aniq ishlashini ta‘minlash uchun qo‘yiladigan talablar sababli shu shartni ham bajarish kerak.

LChXni qurish uslubini ko‘rib chiqamiz. Buning uchun umumlashgan uzatish funksiyasi tarkibiga uzluksiz qismi bo‘lgan tizimni qo‘shib misol qilib olamiz.

$$K_{NQ}(p) = \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \tau_j p)}{p^n \prod_{l=1}^n (1 + T_l p)}. \quad (8.10)$$

Qurish uchun quyidagi farazlar qabul qilinadi:

1. $\omega_k < \frac{2}{T}$.
 2. Uzluksiz qismning asimitotik logarifmik - amplitudali xarakteristikasi (LAX) desibellarning nol o‘qini manfiy – 20 dB/dek og‘malikda kesib o‘tadi.
 3. Vaqt τ_j ($j = 1, 2, \dots, m$) ning doimiylariga kesishish chastotalaridan kichik chastotalarni bog‘lovchilar to‘g‘ri keladi.
 4. Vaqt T_l ($l = 1, 2, \dots, n$) ning l ($l < n$) doimiylari bor; ularga kesishish chastotasidan kichik chastotalarni bog‘lovchilar to‘g‘ri keladi.
- Farazlar qabul qilinganda, past chastotalar sohasi uchun uzluksiz qismning uzatish funksiyasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$K_{NQ}^P(p) = \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \tau_j p)}{p^n \prod_{l=1}^l (1 + T_l p)}, \quad (8.11)$$

yuqori chastotalar sohasi uchun:

$$K_{NQ}^p(p) = \frac{\omega_k}{p \prod_{i=1}^n (1 + T_i p)}. \quad (8.12)$$

Shu ikkita (8.11), (8.12) formula va (8.6) asosida ochiq impulsli tizimning past chastotalar sohasiga tegishli chastotali xarakteristikasini hosil qilamiz:

$$K_{NQ}^p(j\omega_w) = (1 - j\omega_w T/2) \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \omega_w \tau_j)}{(j\omega_w)^n \prod_{i=1}^n (1 + j\omega_w T_i)}. \quad (8.13)$$

Yuqori chastotali sohasi uchun

$$K_{NQ}^p(j\omega_w) = \frac{\omega_k (1 - j\omega_w T/2) \left[1 + j\omega_w \left(T/2 - T_{\Sigma} \right) \right]}{(j\omega_w)^n (1 + j\omega_w T/2)}, \quad (8.14)$$

bu yerda $T_{\Sigma} = \sum_{i=1}^n T_i$.

Bu formulalarning tahlilidan ko'rinadiki, impulsli tizimning uzatish funksiyasini past chastotalar sohasidan, uzluksiz qismning shunday funksiyasidan keltirib chiqarish mumkin. Buning uchun $p = j\omega_w$ ifoda o'sha funksiyaga almashtirib kiritiladi va qo'shimcha ko'paytiruvchi $(1 - j\omega_w T/2)$ ham kiritiladi. Bu sohada psevdochastota ω_w burchak chastotasi $-\omega$ bilan deyarli teng bo'ladi. Qo'shimcha ko'paytiruvchining ta'sirini hisobga olmasa ham bo'ladi, chunki $\omega_k < 2/T$.

Past chastotalar sohasida impulsli tizimning chastotali xarakteristikasi uning uzluksiz qismiga oid shunday xarakteristika bilan mos keladi. Yuqori chastotalar sohasida bunday bo'lmaydi, shuning uchun xarakteristikani psevdochastota $-\omega_w$ bo'yicha qurish kerak.

Ochiq diskret tizimning chastotali uzatish funksiyasi psevdochastotalar tekisligida quyidagicha ifodalanadi:

$$K(j\omega_w) = \frac{K \prod_{j=1}^m (1 + \omega_w \tau_j) \left[1 + j\omega_w (T/2 - T_{\Sigma}) \right] (1 - j\omega_w T/2)}{(j\omega_w)^n \prod_{i=1}^n (1 + j\omega_w T_i) (1 + j\omega_w T/2)}. \quad (8.15)$$

Bu formula elementar namunaviy ko'paytuvchilar ko'paytmasidan iborat, shuning uchun undan impulsli tizimlarning logarifmik chastotali xarakteristikasini qurishda foydalanish oson. Yakunlovchi fazoviy surilish quyidagicha aniqlanadi:

$$\varphi(\omega_*) = -\nu \cdot 90^\circ + \sum_{i=1}^n \operatorname{arctg} \omega_* \tau_i + \operatorname{arctg} \omega_* \left(\frac{T}{2} - T_\Sigma \right) - \sum_{i=1}^l \operatorname{arctg} \omega_* T_i - 2 \operatorname{arctg} \omega_* \frac{T}{2} \quad (8.16)$$

Qurilgan logarifmik chastotali xarakteristikalar yordamida turg'unlik zaxirasi topiladi.

8.3-misol. Nolinchi tartibli ekstrapolyatorli va impulsli elementning diskretlik davri $T = 4 \text{ sek}$ bo'lgan tizimning logarifmik chastotali xarakteristikasi qurilsin. Tizimning uzluksiz qismi uzatish funksiyasi quyidagicha ko'rinishda berilgan:

$$K_{\text{MQL}}(p) = \frac{K(1+25p)}{p^2(1+0,5p)(1+0,3p)}, \quad K = 0,01s^{-1}.$$

Qirg'ish chastotasini topamiz: $\omega_k = 2/T = 0,5 \text{ s}^{-1}$. Vaqtning berilgan doimiylariga muvofiq bog'lovchi chastotalarni hisoblab topamiz:

$$\omega_{\text{bog}'1} = \frac{1}{25} = 0,04s^{-1} - \text{past chastotali diapazon};$$

$$\omega_{\text{bog}'2} = \frac{1}{0,5} = 2s^{-1} - \text{yuqori chastotali diapazon};$$

$$\omega_{\text{bog}'3} = \frac{1}{0,3} = 3,33s^{-1} - \text{yuqori chastotali diapazon};$$

$$T_\Sigma = T_1 + T_2 = 0,5 + 0,3 = 0,8; \quad \frac{T}{2} - T_\Sigma = 2 - 0,8 = 1,2s.$$

Shulardan kelib chiqib, quyidagini hosil qilamiz:

$$K(j\omega_*) = \frac{K(1+j\omega_* \cdot 25)(1+j\omega_* \cdot 1,2)(1-j\omega_* \cdot 2)}{(j\omega_*)^2(1+j\omega_* \cdot 2)},$$

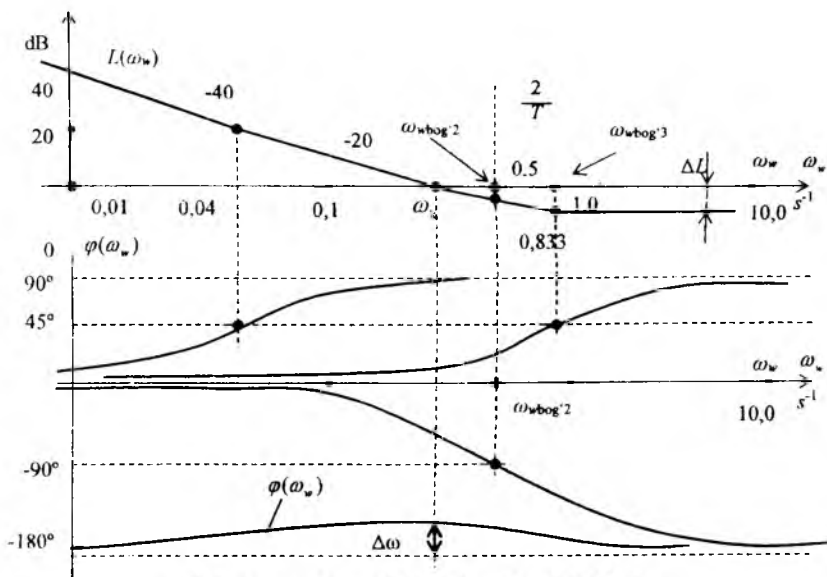
$$\varphi(\omega_*) = -2 \cdot 90^\circ + \operatorname{arctg} 25\omega_* + \operatorname{arctg} 1,2\omega_* - 2 \operatorname{arctg} 2\omega_*.$$

Bog'lovchi psevdochastotalarni hisoblaymiz:

$$\omega_{\text{wbog}'1} = \omega_{\text{bog}'1} = \frac{1}{25} = 0,04s^{-1}; \quad \omega_{\text{wbog}'2} = \frac{1}{T/2} = \frac{1}{2} = 0,5s^{-1};$$

$$\omega_{\text{wbog}'3} = 1 / \left(\frac{T}{2} - T_\Sigma \right) = 1 / (2 - 0,8) = 0,833s^{-1}.$$

Hosil qilingan ifodalarga mos asimitotik LAX (logarifmik amplitudali xarakteristika) va LFX (logarifmik fazaviy xarakteristika) 8.6 - rasmda ko'rsatilgan.



8.6 - rasm. *Impulsi tizimning LChXsi.*

Ko'paytuvchi $(1 - j\omega_w \cdot 2)$ kompleks uzatish funksiyasida nominal-fazaviy zvenoga to'g'ri keladi. U LAXni yuqori chastotalarda $+20\text{dB/dek}$ qiymatga ko'taradi. Bizning misolda bu zvenoda LAXning -20dB/dek qiymatga pasayishini, maxrajda $(1 + j\omega_w \cdot 2)$ ko'paytma borligi sababli kompensatsiyalaydi. Shu nominal-fazaviy zveno $-\arctg\omega_w \cdot \frac{T}{2}$ ga teng, manfiy fazaviy siljish kiritadi. 8.6 - rasmdan kelib chiqadiki, tizim turg'unlik zaxirasiga ega: amplituda bo'yicha 10dB atrofida, faza bo'yicha 25° atrofida.

8.6 Mixaylov mezon

IABTning turg'unligini aniqlash uchun Mixaylov mezonidan ham foydalanish mumkin.

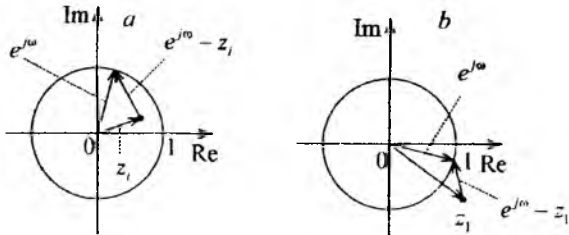
Berk ABTning xarakteristik tenglamasiga mos keladigan quyidagi vektorni faraz qilamiz:

$$D(z) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n = a_0 (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n) = 0.$$

$z = e^{j\omega T}$ va $T = 1$ bo'lganda

$$D(e^{j\omega}) = a_0(e^{j\omega} - z_1)(e^{j\omega} - z_2)\dots(e^{j\omega} - z_n) = 0.$$

ABT turg'un bo'lishi uchun $0 \leq \omega \leq \frac{2\pi}{T}$ ($T=1 \text{ da}$, $0 \leq \omega \leq 2\pi$) da vektorlar $(e^{j\omega} - z_i)$ ning jami burilishi $\Delta\varphi_{\Sigma} \quad i=1, \dots, n$ da $2\pi m$ bo'lishi zarur va yetarlidir. Ildizlar birlik radiusli doira ichida yotganda bu shart bajariladi (8.7a - rasm). Misol uchun, doira tashqarisida yotgan z_1 ildiz, vektor $(e^{j\omega} - z_1)$ 2π ga burilganda (8.7b-rasm) $\Delta\varphi_1 = 0$ natijani beradi va turg'unlik sharti bajarilmaydi.



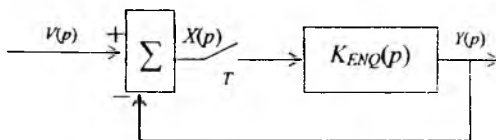
8.7- rasm. $e^{j\omega} - z_1$ vektorning burilish burchagining o'zgarishi: a - doira ichidagi ildiz uchun ($\Delta\varphi_1 = 2\pi$); b - doiradan tashqaridagi ildiz uchun ($\Delta\varphi_1 = 0$).

8.7. Diskret tizimlarning aniqligi

Impulslı tizimning aniqligini barqaror rejimda ko'rib chiqamiz. Bunday sharoitdagi uzluksiz tizimlarning aniqligi Laplasning uzluksiz funksiyasining so'nggi qiymatiga oid o'zgarishlari xususiyatlari asosida tadqiq etilgan. Xuddi shunday natijalarni impulslı tizimlar uchun, panjarali funksiyaning so'nggi qiymatiga oid z - o'zgartirish asosida olish mumkin:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(kT) = \lim_{z \rightarrow 1} (z-1)X(z), \quad (8.17)$$

bu yerda $X(z) = x(kT)$ tizimning diskret vaqt onlaridagi xatolarni z - tasvirlash (8.8 - rasm).



8.8 - rasm. LBT ning strukturasi.

Xatolikning z - tasviri:

$$X(z) = V(z) - Y(z) = V(z) - \frac{K(z)}{1 + K(z)} V(z) = \frac{1}{1 + K(z)} V(z).$$

Bu ifodadan kelib chiqadiki, berk tizimning xatolik bo'yicha diskret uzatish funksiyasi:

$$K_x(z) = \frac{X(z)}{V(z)} = \frac{1}{1 + K(z)}. \quad (8.18)$$

So'nggi qiymat haqidagi xossa asosida qaror xatolikni quyidagicha ifodalash mumkin

$$x_{\text{qar}}(kT) = \lim_{z \rightarrow \infty} x(kT) = \lim_{z \rightarrow \infty} (z-1)K_x(z)V(z). \quad (8.19)$$

Pog'anali ta'sir $-V1(kT)$ dagi qaror xatolikni ko'rib chiqamiz. Bu holda $V(z) = V \frac{z}{(z-1)}$ va

$$\begin{aligned} x_{\text{qar}}^0(kT) &= \lim_{z \rightarrow \infty} (z-1)K_x(z)V \frac{z}{z-1} = \lim_{z \rightarrow \infty} K_x(z)V(z) = \\ &= V \lim_{z \rightarrow \infty} K_x(z) = \frac{V}{1 + \lim_{z \rightarrow \infty} K(z)} = \frac{V}{1 + K_0}, \end{aligned} \quad (8.20)$$

bu yerda $K_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} K(z)$ - holat bo'yicha xatolik koeffitsiyenti deyiladi.

Agar $K(z)$ ning $z=1$ qutubi bo'lsa, ya'ni maxrajda $(z-1)$ ko'paytuvchi mavjud bo'lsa, $K_0 = \infty$ va holat bo'yicha xatolik nolga teng bo'ladi. Bu, birinchi tartibli astatizmi bo'lgan uzluksiz tizimga to'g'ri keladi.

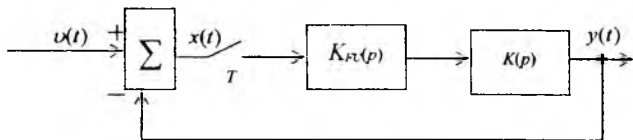
Endi chiziqli o'sib boruvchi ta'sir $V \cdot kT$ dagi qaror xatolikni ko'rib chiqamiz. Bu holda $V(z) = V \frac{Tz}{(z-1)^2}$ bo'ladi.

$$\begin{aligned} x_{\text{qar}}^1(kT) &= \lim_{z \rightarrow \infty} (z-1)K_x(z)V \frac{Tz}{(z-1)^2} = \lim_{z \rightarrow \infty} K_x(z)V \frac{Tz}{(z-1)} = \\ &= \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{VTz}{[1 + K(z)](z-1)} = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{VTz}{(z-1) + (z-1)K(z)} = \frac{VT}{\lim_{z \rightarrow \infty} (z-1)K(z)} = \frac{V}{K_0}, \end{aligned} \quad (8.21)$$

bu yerda $K_0 = \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{1}{T}(z-1)K(z)$ - tezlik bo'yicha xatolik koeffitsiyenti deyiladi.

Agar $K(z)$ ikkita qutbga ega bo'lsa, $z_1 = z_2 = z_3$, $K_0 = \infty$ va tezlik bo'yicha xatolik nolga teng bo'ladi. Bu ikkinchi tartibli astatizimli bo'lgan uzluksiz tizimga to'g'ri keladi.

8.4 - misol. Impulsi tizim 8.9 - rasmdagi strukturaga ega. Holat bo'yicha barqaror xatolarni (yolg'iz sakrashga reaksiya sifatida) ikki holat $K(p) = \frac{K}{p+1}$, $K(p) = \frac{K}{p}$ uchun topish kerak.



8.9- rasm. IABT ning strukturasi.

Birinchi holatda:

$$K(z) = Z\{K_{FU}(p)K(p)\} = Z\left\{\frac{1-e^{-pT}}{p} \frac{K}{p+1}\right\} = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{K}{p(p+1)}\right\}.$$

Katta qavslar ichidagi ifodani oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz:

$$\frac{K}{p(p+1)} = \frac{\beta_1}{p} + \frac{\beta_2}{p+1}; \quad \beta_1 = \frac{pK}{p(p+1)} \Big|_{p=0} = K; \quad \beta_2 = \frac{K(p+1)}{p(p+1)} \Big|_{p=-1} = -K.$$

Muvofiqlik jadvalidan quyidagini topamiz:

$$Z\left\{\frac{K}{p} - \frac{K}{p+1}\right\} = K \frac{z}{z-1} - K \frac{z}{z-e^{-T}} = K \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \right).$$

Diskret uzatish funksiyasi:

$$K(z) = \frac{z-1}{z} K \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-T}} \right) = K \left(1 - \frac{z-1}{z-e^{-T}} \right) = K \frac{1-e^{-T}}{z-e^{-T}}.$$

Holat bo'yicha barqaror xatolik $x_{qar}^0(kT) = \frac{V}{1+K_0}$, $V=1$.

$$K_0 = \lim_{z \rightarrow 1} K(z) = \frac{1}{1+K}.$$

Ikkinchi holatda

$$K(z) = \frac{z-1}{z} Z\left\{\frac{K}{p^2}\right\} = \frac{z-1}{z} \frac{Tz}{(z-1)^2} = \frac{T}{z-1},$$

$$x_{qar}^0(kT) = \frac{V}{1+K_0} = \frac{1}{1+\infty} = 0.$$

Bu natijalar nazariy xulosalarga to'g'ri keladi. Shunday qilib, diskret tizim uzluksiz qismining astatizm darajasi saqlanib qoladi.

Nazorat va muhokama savollari

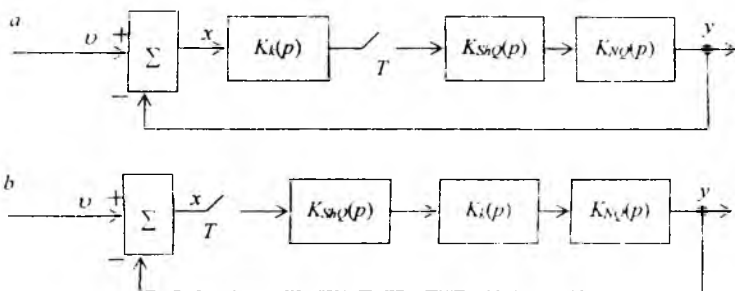
1. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarda turg'unlik tushunchasi.
2. Impulsli avtomatik boshqarish tizimining turg'unligini zaruriy va yetarli sharti.
3. Turg'unlikning Raus-Gurvis mezonini.
4. Naykvist mezonini diskret tizimlarga qanday tatbiq etiladi?
5. Naykvistning logarifmik mezonini.
6. Impulsli avtomatik boshqarish tizimlarning turg'unligini aniqlash uchun Mixaylov mezonidan qanday foydalanish mumkin?

IX bob. DISKRET TIZIMLARNI SINTEZ QILISH

Diskret tizimlarni sintez qilishda qo'yiladigan masala uzluksiz tizimlarnikidan farq qilmaydi, ya'ni boshqarish sifatining talab etilgan ko'rsatgichlarini ta'minlash kerak. Uzluksiz tizimlarda bu maqsadga yetish uchun boshqaruv konturiga analogli rostlagichlar yoki korrektlovchi qurilmalar ulanadi. Bunda ulanish joyi, dinamik struktura va parametrlari aniqlanadi. Diskret tizimlarda sintezning imkoniyatlari keng, chunki analogli rostlagichlardan tashqari diskret rostlagichlar va korrektirovkalovchi qurilmalardan foydalanish mumkin, hisoblash texnikasidan foydalanganda esa korreksiyalash uchun hisoblash algoritmlari qo'llanadi.

9.1. Diskret tizimni uzluksiz ekvivalent tizimga almashtirish

Korreksiyalovchi diskret tizimning ikkita strukturaviy sxemasini ko'rib chiqamiz (9.1 - rasm).



9.1- rasm **Korreksiyalanuvchi diskret tizimlarning strukturaviy sxemasi:** *a* – kalitning kirish joyida korreksiyalash; *b* – uzluksiz qismning kirish joyida korreksiyalash.

Sistemaning birinchi turi (9.1,*a*-rasm) xatolikning uzluksiz signali va uzluksiz chiqish signali bilan xarakterlanadi. Shuning uchun korrektirovkalash qurilmalarini sintez qilishda uzluksiz tizimlar usulidan bevosita foydalanish mumkin.

Ikkinchi tur tizimlarda (9.1, b-rasm) masala murakkablashadi. Muhandislik amaliyotida bunday strukturaviy sxema odatda, ekvivalent uzluksiz sxemaga keltiriladi. Bunda quyidagi o'zgartishlarga asoslaniladi:

$$X^*(p) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-pkT}, \quad X(p) = \int_{0^+}^T x(t)e^{-pt} dt = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)e^{-pkT}T. \quad (9.1)$$

Quyidagi ifodani ideal impulsli elementning modeli deb hisoblash mumkin.

$$K_{in} = \frac{X^*(p)}{X(p)} = \frac{1}{T}.$$

Nolinchi tartibli ekstrapolyator uchun $K_{szo}(p) = \frac{1 - e^{-pT}}{p}$.

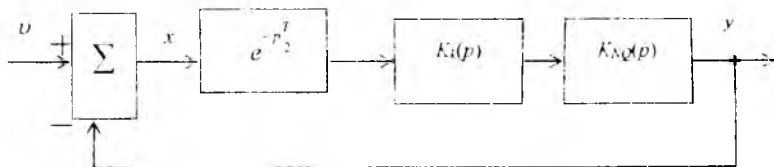
Yuqorida ko'rsatilganidek, $K_{szo}(j\omega) = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega} = T e^{-j\omega T/2} \frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2}$.

Agar $\frac{\omega T}{2} \ll 1$ bo'lsa, $\frac{\sin \omega T/2}{\omega T/2} = 1$, $K_{szo}(j\omega) = T e^{-j\omega T/2}$ bo'ladi va impulsli

elementning uzatish funksiyasi quyidagicha ifodalanadi:

$$K_{it}(p) = K_{in}(p)K_{szo}(p) = \frac{1}{T} T e^{-pT/2} = e^{-pT/2}. \quad (9.2)$$

Shunday qilib, axborotni saqlash qurilmasi bor real impulsli element $\frac{T}{2}$ ga teng kechikish kiritadi. Shu yo'l bilan o'zgartirilgan strukturaviy sxema 9.2 - rasmda.



9.2- rasm. Diskret tizimning o'zgartirilgan strukturaviy sxemasi.

Amaliyotda modellashtirishda yanada aniqroq ifoda qo'llanadi:

$$K_{IE}(p) = e^{-p\frac{T}{2}} = \frac{1 - p\frac{T}{2}}{1 + p\frac{T}{2}} \quad (9.3)$$

Bundan kelib chiqadiki, bu uzatish funksiyasi minimal bo'lmagan fazaviy zvenoga to'g'ri keladi.

Diskret tizimni ekvivalent uzluksiz tizimga almashtirish haqida qaror qabul qilishda diskretlash davri T qiymatini tizimdagi jarayonlarga ta'sir etadigan bir qator kattaliklar bilan taqqoslash zarur bo'ladi. Bir qancha shartlar bajarilganda ekvivalentlash mumkin:

1. $T \ll \frac{\pi}{\omega_{\max}}$, bunda ω_{\max} - berilgan va qo'zg'atuvchi signallarining eng katta chastotasi. Odatda $\omega_{\max} = (2 \div 5)\omega_1$ qabul qilinadi.

2. $T \ll \frac{t_r}{n}$, bunda, t_r - roslash vaqti; n - tizimning tartibi.

3. Dinamik aniqlik hisobga olinadigan kuzatuvchi tizimlarda $T \ll \sqrt{\frac{8e_{\text{qo'sh}}}{\ddot{u}_{\max}}}$, bunda, $e_{\text{qo'sh}}$ - kuzatish uchun berilgan xatolik; \ddot{u}_{\max} - kirish signalining maksimal tezlanishi.

4. Turg'unlik zaxirasining yomonlashishini hisobga olganda, $T \ll (0,1 \div 0,5)/\omega_r$, bunda, ω_r - tizimdagi signallarning ishchi chastotasi.

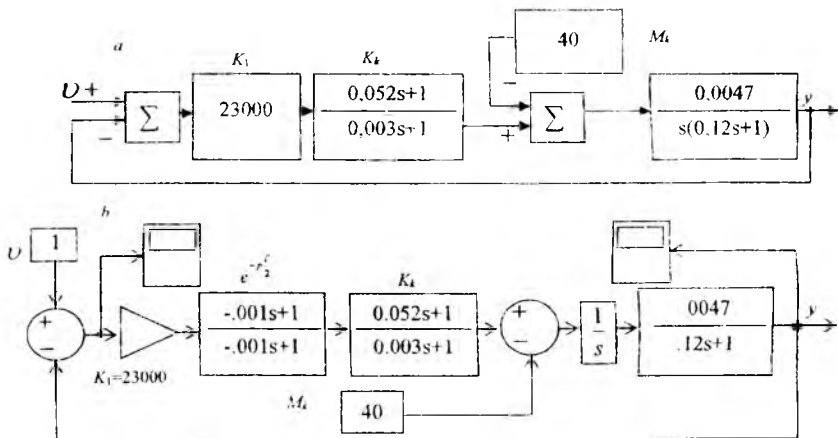
5. Tebranuvchanlik ko'rsatkichini hisobga olganda

$$T \ll (2/\omega_p)M/(M+1).$$

Cheklovlar ichidan eng qat'iylari tanlanadi.

Shundan keyin uzluksiz tizimlarning usullari asosida korreksiyalar hisoblanadi. Diskretlash davrining qanchalik to'g'ri tanlangani tizimni kompyuterda modellashtirish natijalariga qarab tekshiriladi.

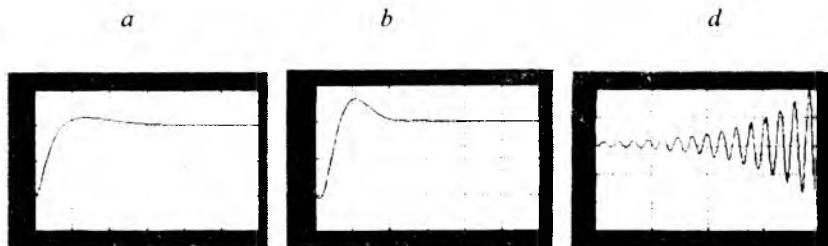
9.1-misol. Diskretlash davri qiymatining tizimdagi jarayonlarga ta'sirini modellashtirish yo'li bilan baholansin. Faraz qilaylik, korreksiyalangan tizimning strukturasi 9.3.a - rasmdagidek bo'lsin. SIMULINK bilan modellashtirish sxemasi 9.3.b - rasmda berilgan.



9.3- rasm. **Korreksiyalangan tizim:**

a – strukturaviy sxema; b – SIMULINK bilan modellashtirish sxemasi.

Tizimni $T=0,002$ sek qiymat bilan tadqiq etish natijasida, o'tish jarayonning (egri) chiziq-lari uzluksiz tizimda ($e^{-pT/2}$ elementsiz) va diskretlashni hisobga olganda ($e^{-pT/2}$ mavjud bo'lganda) deyarli bir xil bo'ldi (9.4,a-rasm). $T \approx 0,01$ sek.da tizimda qayta tartiblash (перерегулирование) sezgilarda ortadi (9.4,b-rasm); $T=0,03$ sek.da esa, jarayon tebranuvchi, tarqaluvchi bo'ladi (9.4,d-rasm).

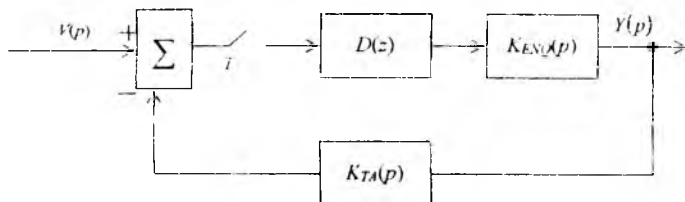


9.4-rasm. **O'tish jarayonlari.**

a – uzluksiz tizimda va $T=0,002$ sek. bo'lganda diskret tizimda; b – $T=0,01$ sek.da diskret tizimda; d - $T=0,03$ sek. da diskret tizimda.

9.2. w – almashtirish usuli bilan raqamli tizimlarni sintezlash

9.5 - rasmdagi strukturaga ega bo'lgan raqamli tizimni ko'rib chiqamiz.



9.5 - rasm. **Raqamli boshqarish tizimi:**

$D(z)$ – raqamli rostlagich; $K_{TA}(p)$ – datchik.

Berk tizimning uzatish funksiyasi $K_b(z) = \frac{D(z)K_{ENO}(z)}{1 + D(z)(K_{ENO}K_{TA})(z)}$, uning karakteristik tenglamasi:

$$1 + D(z)(K_{ENO}K_{TA})(z) = 0. \quad (9.4)$$

Birinchi tartibli korreksiya qurilmani ko'rib chiqamiz:

$$D(z) = \frac{K_d(z - z_0)}{z - z_p} \quad (9.5)$$

Bunda, z_0 – nol; z_p – qutb; K_d – uzatish funksiyasi $D(z)$ ni uzatish koeffitsiyenti.

Sintezning chastotali usulidan foydalanish uchun z – tekislikdan w – tekislikka o'tish zarur. Buning uchun z o'zgaruvchi w ga almashtiriladi:

$$D(w) = D(z) \left| \begin{array}{l} z = \frac{1+T}{1-T} w \\ z = \frac{1-T}{1+T} w \end{array} \right. \quad (9.6)$$

$D(w)$ – birinchi tartibli bo'lib, quyidagi ko'rinishga ega:

$$D(w) = \frac{1 + \frac{w}{\omega_{w0}}}{1 + \frac{w}{\omega_{wp}}}, \quad (9.7)$$

Bunda, ω_{w0} va ω_{wp} – w – tekislikdagi nol va $D(w)$ ning qutbi.

Rostlagichni amalga oshirish uchun $D(w)$ dan $D(z)$ ga o'tish kerak:

$$D(z) = \frac{1 + \frac{w}{\omega_{wo}}}{1 + \frac{w}{\omega_{wp}}} \Big|_{z \rightarrow z+1} = \frac{\omega_{wp}(\omega_{wo} + \frac{2z-1}{T})}{\omega_{wo}(\omega_{wp} + \frac{2z-1}{T})} = \frac{\omega_{wp} \omega_{wo} T(z+1) + 2(z-1)}{\omega_{wo} \omega_{wp} T(z+1) + 2(z-1)} = \frac{\omega_{wp} T \left[(\omega_{wo} + \frac{2}{T})z - (\frac{2}{T} - \omega_{wo}) \right]}{\omega_{wo} T \left[(\omega_{wp} + \frac{2}{T})z - (\frac{2}{T} - \omega_{wp}) \right]} = \frac{\omega_{wp} (\frac{2}{T} + \omega_{wo})}{\omega_{wo} (\frac{2}{T} + \omega_{wp})} \quad (9.8)$$

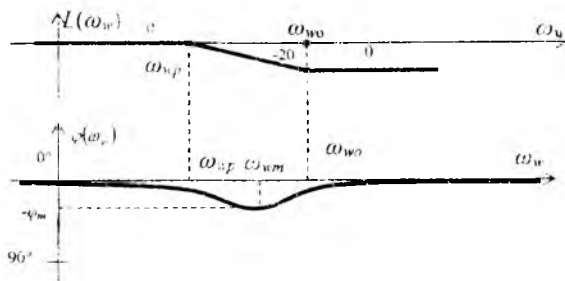
(9.5) ni hisobga olib, rostlagichning z – tezlikdagi parametrlari:

$$K_d = \frac{\omega_{wp} (\frac{2}{T} + \omega_{wo})}{\omega_{wo} (\frac{2}{T} + \omega_{wp})}; \quad z_0 = \frac{\frac{2}{T} - \omega_{wo}}{\frac{2}{T} + \omega_{wo}}; \quad z_1 = \frac{\frac{2}{T} - \omega_{wp}}{\frac{2}{T} + \omega_{wp}} \quad (9.9)$$

Bunda, agar $\omega_{wp} < \omega_{wo}$ bo'lsa, rostlagich faza bo'yicha orqada qolishi mumkin; aksincha, ya'ni $\omega_{wp} > \omega_{wo}$ bo'lsa – faza bo'yicha ilgariyladi.

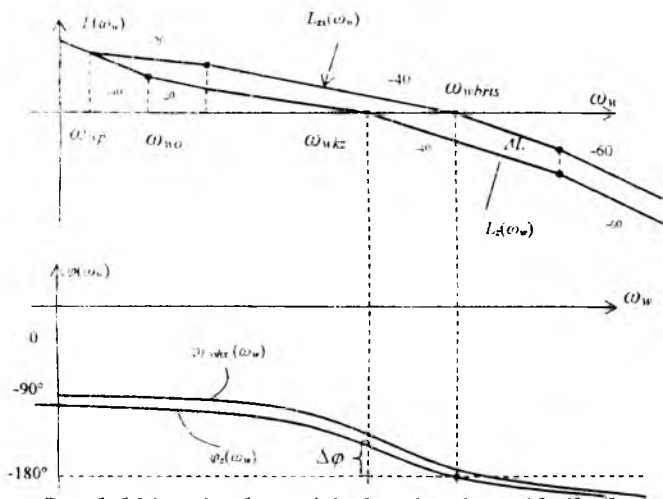
9.3. Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichni sintezlash

Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichning uzatish funksiyasi (9.7) ko'rinishga ega; unda $\omega_{wp} < \omega_{wo}$; bu 9.6-rasmda keltirilgan logarifmik chastotali tavsiflarga to'g'ri keladi.



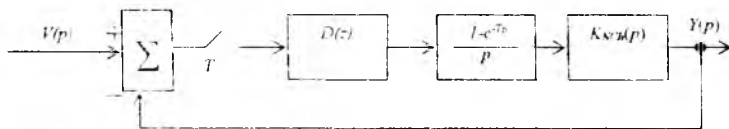
9.6 - rasm. Faza bo'yicha ortda qoladigan LChX – rostlagich.

Bu rasmdan ko'rinadiki, bu rostlagich past chastotalarda hech narsani buzib ko'rsatmaydi, lekin yuqori chastotalarda sustlashuv hosil qiladi. Bunday turg'unlik zaxirasini ko'paytirishda foydalaniladiki, 9.7 - rasmdan ko'rish mumkin. Unda dastlabki va istalgan tizimlarning tavsiflari tasvirlangan.



9.7- rasm. Dastlabki va istalgan tizimlarning logarifmik chastotali xarakteristiklari (tavsiflari).

Rostlagichning sintezini raqamli tizim misolida ko'rib chiqamiz (9.8- rasm).



9.8- rasm. Raqamli tizimning strukturasi.

Sintezlash tartibi:

1. $K_{EVQ}(z)$ ning uzluksiz qismiga ekvivalent diskret uzatish funksiyasini ushbu kitobning oldingi qismlarida bayon etilgan usul bilan hosil qilamiz.

2. (9.6) formula yordamida z -tekislikdan w -tekislikka o'tib, $K_{EVQ}(w)$ ni hosil qilamiz.

3. Ochiq tizimning chastotali xarakteristikasini qurish uchun $K_{ENV}(j\omega_w) = K_{ENV}(w) \Big|_{w=j\omega_w}$ deb yozamiz va LACHni $L_{ENV} = f(\omega_w)$ sifatida quramiz; bunda ω_w –pseudochastota. Bunda past chastotali uchastka tizimning aniqligiga oid berilgan talablarni qoniqtirish kerak, ya'ni ekvivalent uzluksiz qismning uzatish funksiyasiga shunday qo'shimcha koeffitsiyent kiritish kerak bo'ladiki, natijada ochiq tizimni kuchaytirishning umumiy koeffitsiyenti K_z ga teng bo'lsin (K_z - istalgan qiymat).

4. Berilgan tezlik (t_p) yoki faza bo'yicha talab etilgan zaxira ($\Delta\varphi$) ni ta'minlaydigan qirqish chastotasi $\omega_{skz} = \frac{b\pi}{t_p}$, bunda $b = 2 \div 5$. Ikkinchi holatda:

$$\omega_{skz} = \arg K_{ENV}(j\omega_{skz}) = -180 + \Delta\varphi + 5, \quad (9.10)$$

bu yerda 5 tuzatish shuning uchun kiritilganki, rostlagich kesishish chastotasida shuncha fazaviy surish bo'ladi.

5. Rostlagichning nol holatiga mos bog'lovchi chastotani kesishish chastotasidan 10 marta kichik qabul qilamiz:

$$\omega_{no} = 0,1\omega_{skz}. \quad (9.11)$$

6. Rostlagichning qutubiga mos bog'lovchi chastotani quyidagi nisbatdan topamiz:

$$\frac{\omega_{sp}}{\omega_{no}} = \frac{1}{|K_{ENV}(j\omega_{skz})|}. \quad (9.12)$$

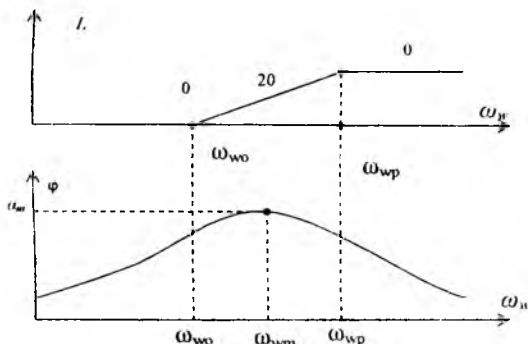
7. Ketma-ket ulanadigan rostiagichning uzatish funksiyasini yozamiz:

$$D(w) = K_z \frac{1+w}{1+\frac{\omega_{no}}{w}}. \quad (9.13)$$

8. (9.5) va (9.6) formulalar bo'yicha $D(z)$ da $D(w)$ ni hisoblanadi.

9.4. Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichni sintezlash

Bu holda $\omega_{wo} < \omega_{wp}$ va rostlagichning chastotali xarakteristikasi 9.9-rasmdagidek bo'ladi.



9.9-rasm. *Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichning chastotali xarakteristikasi.*

Rostlagichning nol holati va qutbi kritik chastota yaqinida bo'lishi kerak. Shunda amplituda ham, faza ham ko'tarilib, tizimning turg'unligi yaxshilanib, tezligi ortadi. Agar rostlagich passiv elementlar yordamida amalga oshirilsa, to'g'ri zanjirda kuchayish koeffitsiyentini ko'paytirish bilan amplitudani ko'tarish mumkin.

Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichni sintezlashga oid analitik muolajani ko'rib chiqamiz.

Rostlagichning uzatish funksiyasi quyidagicha bo'lsin:

$$D(w) = \frac{a_0 w + a_1}{b_0 w + 1} \quad (9.14)$$

Chastota $w = 0$ bo'lganda, rostlagichning uzatish koeffitsiyenti a_1 bo'lsin.

Kesishish chastotasida $D(j\omega_{skz})G(j\omega_{skz}) = e^{j(-180 + \Delta\varphi)}$. Shunda:

$$a_0 = \frac{1 - a_1 |K_{ENQ}(j\omega_{skz})| \cos \theta}{\omega_{skz} |K_{ENQ}(j\omega_{skz})| \sin \theta}, \quad b_0 = \frac{\cos \theta - a_1 |K_{ENQ}(j\omega_{skz})|}{\omega_{skz} \sin \theta} \quad (9.15)$$

$$\theta = \arg D(j\omega_{skz}) = -180 + \Delta\varphi - \arg K_{ENQ}(j\omega_{skz}), \quad (9.16)$$

$$|D(J\omega_{wkz})| = \frac{1}{|K_{EKQ}(J\omega_{wkz})|} \quad (9.17)$$

Rostlagichni sintez qilishda $a_1, \omega_{wkz}, \Delta\varphi$ ma'lum bo'lishi kerak. Past chastotalardagi uzatish koeffitsiyenti a_1 aniqlik talablari asosida tanlanadi.

Qirqish chastotasi ω_{wkz} ni (9.16) dan topish mumkin. Bunda burchak θ musbat bo'lishi kerakligini hisobga olish kerak:

$$\arg K_{EKQ}(J\omega_{wkz}) < -180 + \Delta\varphi \quad (9.18)$$

Bunda, uzluksiz tizimning kesishish chastotasini aniqlashda, tizimning tezligini ko'zlab yondfshish mumkin:

$$\omega_k \cong \frac{8-10}{t_p \cdot tg(\Delta\varphi)}$$

Rostlagichning parametrlarini hisoblagandan keyin, Matlab dasturi yordamida modellashtirib, korreksiyalangan tizim turg'un ekanligiga va dastlabki talablarni qoniqtirishiga ishonch hosil qilish kerak.

9.5. Raqamli PID – rostlagichlar

Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichlarni ilgarilaydigan rostlagichlar bilan birlashtirib PID – rostlagich ko'rinishida ancha egiluvchan korreksiya hosil qilish mumkin.

Agar PID – rostlagich quyidagi uzatish funksiyasi

$$K_{PID}(p) = K_p + \frac{K_I}{p} + K_D p$$

va uzluksiz tenglama $U(t) = K_p x(t) + K_I \int x(t) dt + K_D \frac{dx(t)}{dt}$ bilan ifodalansa, raqamli PID – rostlagichning diskret uzatish funksiyasi va ayirmali tenglama bilan ifodalanadi. Integratorning diskretli uzatish funksiyasini ifodalaydigan tenglamani hosil qilamiz:

$$u((k+1)T) = u(kT) + Tx((k+1)T), \quad (9.19)$$

Bu tenglama raqamli integrallashning to'g'ri to'rtburchaklar qoidasi (Eyler usuli)ga mos keladi.

(9.19) tenglamani z -o'zgartirib, $z[U(z) - u(0)] = U(z) + Tz[X(z) - x(0)]$ ni hosil qilamiz, boshlang'ich shartlar nol bo'lganda esa:

$$K_I(z) = \frac{U(z)}{X(z)} = \frac{Tz}{z-1} \quad (9.20)$$

Differensiallashni ayirmali tenglama bilan ifodalaymiz:

$$u((k+1)T) = \frac{x((k+1)T) - x(kT)}{T}, \quad (9.21)$$

uzatish funksiyasi esa quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$K_D(z) = \frac{z-1}{Tz}. \quad (9.22)$$

Proporsional, integrallovchi va differensiyallovchi zvenolarning uzatish funksiyalarini birlashtirib, raqamli PID – rostlagichning uzatish funksiyasini hosil qilamiz:

$$K_{PID}(z) = K_P + K_I \frac{Tz}{z-1} + K_D \frac{z-1}{Tz}. \quad (9.23)$$

Bu uzatish funksiyasiga quyidagi ayirmali funktsiya to'g'ri keladi:

$$u(k+1) = K_P x(k+1) + K_I [u(k) + Tx(k+1)] + K_D \frac{x(k+1) - x(k)}{T}. \quad (9.24)$$

9.2-misol. Uzluksiz tizimni korreksiyalashda uzatish funksiyasi $K_{PID}(p) = 2 + 0,001 \frac{1}{p} + 1,5p$ bo'lgan PID – rostlagich hosil qilingan bo'lsin. Diskretlash davri $T = 0,01 \text{sek}$ bo'lgan diskret rostlagichning uzatish funksiyasini yozish kerak.

$$\frac{1}{s} \rightarrow \frac{Tz}{z-1} \text{ va } s \rightarrow \frac{z-1}{Tz} \text{ bo'lgani uchun, } K_{PID}(z) = 2 + \frac{0,00001z}{z-1} + 150 \frac{z-1}{z}.$$

9.6. Diskretli korreksiyalashni amalga oshirish xususiyatlari

Boshqarishning diskretli algoritmlarini uch yol bilan amalga oshirish mumkin: apparatli, dasturli va kombinirlashgan (aralash) usulda.

Apparatlar yordamida amalga oshirilganda impulsli rostlagichlardan foydalaniladi. Bu rostlagich tarkibida kirish signalini modullaydigan (AIM, KIM, VIM) modulyator bo'ladi. Yuqorida ta'kidlanganidek, diskretlash davrini aniq tanlagandan keyin impulsli rostlagichni uzluksiz, ekvivalent rostlagichga ketirish mumkin. Diskret va analog rostlagichni taqqoslashdan ko'rinadiki, apparatli analog rostlagichlar boshqarish algoritmlarini amalga oshirish nuqtayi nazaridan kamroq egiluvchan, parametrlari "dreyf"lanadi, past shovqinlarga turg'un.

Boshqarish qonunini (9.24)ga o'xshagan ayirmali tenglama ko'rinishida yoki (9.23) uzatish funksiyasi ko'rinishida ifodalash, mohiyatan dasturlash algoritmi bo'lib, sanoat rostlagichi yordamida apparatli yoki dasturli amalga oshiriladi.

Mikroprosessorlar bazasida amalga oshiriladigan diskretli rostlagichlar aralash usulda amalga oshirish bo'ladi. Bunday rostlagichlar

egiluvchan, barqaror va aniq ishlaydi. Masalan, razryadlar soni $N = 12$ bo'lganda xatolik 0,05% dan oshmaydi.

Nazorat va muhokama savollari

1. Diskret tizimlarni sintez qilishda qo'yiladigan masala uzluksiz tizimlarnikidan farqi nimada?
2. Nima uchun diskret tizimni uzluksiz ekvivalent tizimga almashtiriladi?
3. Qanday shartlar bajarilganda diskret tizimni ekvivalent uzluksiz tizimga almashtirish mumkin?
4. Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichni sintezlash tartibi qanday?
5. Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichni sintezlash tartibi qanday?
6. Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichlarni ilgarilaydigan rostlagichlar bilan birlashtirib qanday ko'rinishidagi rostlagichlarni hosil qilish mumkin?
7. PID – rostlagich qanday zvenolarning uzatish funksiyalaridan tarkib topgan?
8. Diskretli korreksiyalashni amalga oshirish xususiyatlarini tushuntiring.

X bob. CHIZIQLI DISKRET TIZIMLARNI FAZO HOLATIDA MATEMATIK IFODALASH

10.1. Diskret tizimlarning holat tenglamalari va modellashtirish sxemalari

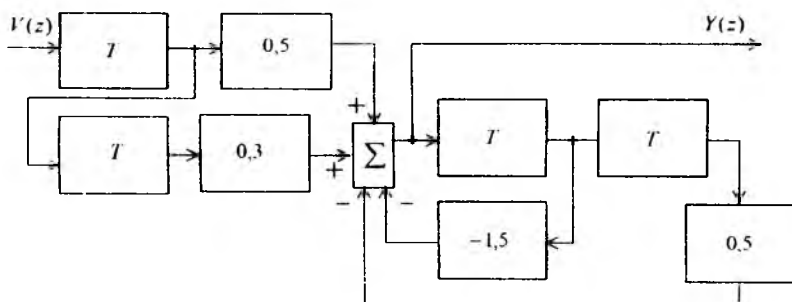
Diskret tizim quyidagi ayirmali tenglama bilan ifodalangan bo'lsin:

$$y(k) = 0,5v(k-1) + 0,3v(k-2) + 1,5y(k-1) - 0,5y(k-2), \quad (10.1)$$

bunda $v(k)$ –tizimning kirish signali; $y(k)$ –tizimning chiqish koordinatasi. Bu tenglamani z –o'zgartirib, diskret uzatish funksiyasini hosil qilamiz:

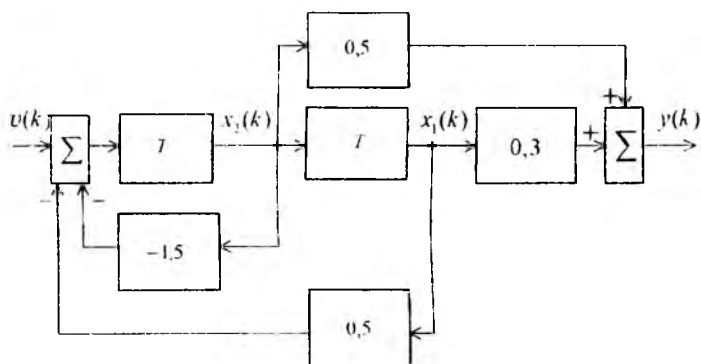
$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{0,5z^{-1} + 0,3z^{-2}}{1 - 1,5z^{-1} + 0,5z^{-2}} = \frac{0,5z + 0,3}{z^2 - 1,5z + 0,5}. \quad (10.2)$$

Keltirilgan ikki formula (10.1) va (10.2)ga modellashtirishning turli sxemalari mos kelishi mumkin. Shulardan biri 10.1 - rasmda berilgan.



10.1- rasm. *Diskret uzatish funksiyasini modellashtirish sxemasi.*

Modelni (10.1) tenglamada ifodalangan tizimning holat o'zgaruvchilarida tasvirlash (aks ettirish) uchun holat o'zgaruvchisi sifatida ushlab qoluvchi har bir elementning chiqish signali – T ni qabul qilamiz. Biz ko'rayotgan holatda tizim ikkinchi tartibli, shuning uchun holat o'zgaruvchilari ikkita: $x_1(k)$ va $x_2(k)$. Shunda modellashtirish sxemasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi (10.2 - rasm).



10.2- rasm. *Ayirmali tenglamani holat o'zgaruvchilarida model-
lashtirish sxemasi.*

Bu sxemaga muvofiq va ushlab qoluvchi elementlarning kirish joyi $x_1(k+1)$ va $x_2(k+1)$ ko'rinishida ifodalanishini e'tiborga olib, holat tenglamalarini quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{cases} x_1(k+1), \\ x_2(k+1) = -0,5x_1(k) + 1,5x_2(k) + v(k), \\ y(k) = 0,3x_1(k) + 0,5x_2(k). \end{cases} \quad (10.3)$$

Vektor - matsitsali ko'rinishda hosil qilamiz:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0,5 & 1,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} v(k), \\ y(k) = [0,3 \quad 0,5] \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (10.4)$$

So'nggi ixcham ko'rinishda:

$$\begin{cases} X(k+1) = AX(k) + Bv(k), \\ y(k) = CX(k). \end{cases} \quad (10.5)$$

Bu mulohazalarni eng umumiy holat uchun yoyib, holat o'zgaruvchilari tenglamalarini yozamiz:

$$\begin{cases} X(k+1) = AX(k) + BV(k), \\ Y(k) = CX(k) + DV(k), \end{cases} \quad (10.6)$$

bunda, A – asosiy, V – kirish, C – chiqish, D – bog‘lanish matritsalarini bo‘lib, ularning o‘lchami, uzluksiz tizimlardagi kabi mos ravishda $n \times n, n \times m, p \times n, p \times m$. Real tizimlarda bog‘lanish matritsasi, odatda, nolga teng, shuning uchun uni hisobga olmaymiz.

10.2. Holat tenglamalarini yechish

(10.6) tizimning birinchi holat tenglamasi matritsasini ko‘rib chiqamiz:

$$X(k+1) = AX(k) + BV(k). \quad (10.7)$$

Uni iteratsiya usuli bilan ham, z -o‘zgartirish usuli bilan ham yechish mumkin.

Birinchi usul bilan yechamiz. Bunda k -ning hamma qiymatlari uchun $X(0)$ va $V(0)$ ni bilishi kerak:

$$k = 0: X(1) = AX(0) + BV(0);$$

$$k = 1: X(2) = AX(1) + BV(1) = A[AX(0) + BV(0)] + BV(1) = A^2X(0) + ABV(0) + BV(1);$$

$$k = 2: X(3) = AX(2) + BV(2) = A[A^2X(0) + ABV(0) + BV(1)] + BV(2) = \\ = A^3X(0) + A^2BV(0) + ABV(1) + BV(2);$$

⋮

$$k = n-1: X(n) = A^nX(0) + A^{n-1}BV(0) + A^{n-2}BV(1) + \dots + ABV(n-2) + BV(n-1).$$

(10.7) tenglamaning yechimi umumiy ko‘rinishda quyidagicha:

$$X(n) = A^nX(0) + \sum_{k=0}^{n-1} A^{n-1-k} BV(k). \quad (10.8)$$

Ikkinchi usul bilan yechamiz. Buning uchun (10.7) tenglamani yoyib yozamiz:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = a_{11}x_1(k) + \dots + a_{1n}x_n(k) + b_{11}v_1(k) + \dots + b_{1m}v_m(k), \\ x_n(k+1) = a_{n1}x_1(k) + \dots + a_{nm}x_n(k) + b_{n1}v_1(k) + \dots + b_{nm}v_m(k). \end{cases}$$

Bu tenglamalarga z -o‘zgarishni qo‘llaymiz:

$$\begin{cases} z[X_1(z) - x_1(0)] = a_{11}X_1(z) + \dots + a_{1n}X_n(z) + b_{11}V_1(z) + \dots + b_{1m}V_m(z), \\ z[X_n(z) - x_n(0)] = a_{n1}X_1(z) + \dots + a_{nm}X_n(z) + b_{n1}V_1(z) + \dots + b_{nm}V_m(z). \end{cases}$$

Keyingi tenglamalar vektor - matritsali ko‘rinishda bo‘ladi:

$$z[Y(z) - X(0)] = AX(z) + BV(z),$$

bundan kelib chiqadi:

$$X(z) = z[zE - A]^{-1} X(0) + [zE - A]^{-1} BV(z), \quad (10.9)$$

bunda, E – birlik diagonalli matritsa $\text{diag}[1 \dots 1]$.

(10.9)ni teskari z -o'zgartirib, quyidagi ko'rinishli yechimni hosil qilamiz:

$$X(n) = \Phi(n)X(0) + \sum_{k=0}^{n-1} \Phi(n-1-k)BV(k). \quad (10.10)$$

(10.10) va (10.8)ni bir - biri bilan taqqoslashdan kelib chiqadi:

$$\begin{aligned} \Phi(n) &= Z^{-1} \{z[zE - A]^{-1}\} = A^n, \\ \Phi(n-1-k) &= Z^{-1} \{z[zE - A]^{-1}\} = A^{n-1-k}. \end{aligned} \quad (10.11)$$

Bittadan kirish va chiqish joyi bo'lgan diskret tizimni ko'rib chiqib, tizimning uzatish funksiyasini matritsalar bo'yicha hosil qilish mumkin.

Agar dastlabki shartlar nol bo'lsa (ya'ni $X(0)=0$), (10.9)dan kelib chiqadi:

$$X(z) = [zE - A]^{-1} BV(z).$$

Bu ifodani ikkinchi tenglama (10.5)ning z -o'zgarishiga qo'yib, quyidagini hosil qilamiz:

$$Y(z) = CX(z) = C[zE - A]^{-1} BV(z).$$

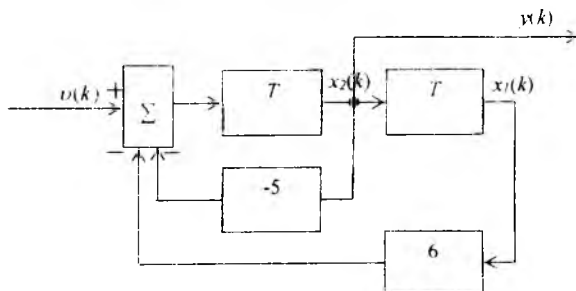
bundan

$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = C[zE - A]^{-1} B. \quad (10.12)$$

10.1-misol. Diskret tizimning uzatish funksiyasi quyidagicha bo'lsin:

$$K(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{z}{z^2 - 5z + 6}.$$

Fazo holatida modelni tasvirlaymiz (10.3 - rasm).



10.3- rasm. Modelning sxemasi.

Holat tenglamalarining yoyilgan holatda ko'rinishi:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = x_2(k), \\ x_2(k+1) = -6x_1(k) + 5x_2(k) + \nu(k), \\ y(k) = x_2(k); \end{cases}$$

vektor - matritsali ko'rinishi:

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \nu(k), \\ y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} X(k). \end{cases}$$

Tenglamani iteratsiya usuli bilan yechamiz. Buning uchun $k=0,1,2,\dots$; $y(0)=0$ da $X(0); \nu(k)=1$ deb faraz qilamiz.

$$X(1) = AX(0) + B\nu(0) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad y(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 1;$$

$$X(2) = AX(1) + B\nu(1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad y(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} = 6;$$

$$X(3) = AX(2) + B\nu(2) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} 1 = \begin{bmatrix} 6 \\ 25 \end{bmatrix}, \quad y(3) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ 25 \end{bmatrix} = 25;$$

Tenglamalarni z -o'zgartirish yordamida yechamiz.

$$\begin{aligned} [zE - A] &= \begin{bmatrix} z & -1 \\ 6 & z-5 \end{bmatrix}; \quad |zE - A| = z^2 - 5z + 6; \\ & z^2 - 5z + 6 = 0 \end{aligned}$$

tenglamaning ildizlari: $z_1 = 2, z_2 = 3$, shunda

$$[zE - A]^{-1} = \frac{1}{|zE - A|} [zE - A]_{\nu}, \quad \text{bu yerda } [zE - A]_{\nu} - \text{ bu } [zE - A] \text{ matritsasiga nisbiy biriktirilgan matritsa.}$$

$$X(z) = [zE - A]^{-1} B V(z), \quad V(z) = \frac{z}{z-1} \text{ bo'lgani uchun:}$$

$$X(z) = \frac{1}{z^2 - 5z + 6} \begin{bmatrix} z-5 & 1 \\ -6 & z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{z^2 - 5z + 6} \begin{bmatrix} 1 \\ z \end{bmatrix} = \frac{z}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)} + \frac{z^2}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)}$$

$$Y(z) = CX(z) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)} \\ \frac{z^2}{(z-1)(z^2 - 5z + 6)} \end{bmatrix} = \frac{z^2}{(z-1)(z-2)(z-3)}$$

$\frac{Y(z)}{z} = \frac{z}{(z-1)(z-2)(z-3)}$ ifodani oddiy kasrlarga yoyib chiqamiz.

$$\frac{z}{(z-1)(z-2)(z-3)} = \frac{\beta_1}{z-1} + \frac{\beta_2}{z-2} + \frac{\beta_3}{z-3},$$

bu yerda

$$\beta_1 = \left. \frac{(z-1)z}{(z-1)(z-2)(z-3)} \right|_{z=1} = \frac{1}{2}; \quad \beta_2 = \left. \frac{(z-2)z}{(z-1)(z-2)(z-3)} \right|_{z=2} = -2;$$

$$\beta_3 = \left. \frac{(z-3)z}{(z-1)(z-2)(z-3)} \right|_{z=3} = 1.5.$$

Shunda $Y(z) = \frac{0.5z}{z-1} - \frac{2z}{z-2} + \frac{1.5z}{z-3}$ bo'yicha va tasvirlar bilan originallarning muvofiqlik jadvalidan $y(k) = 0.5 - 2(2)^k + 1.5(3)^k$ ekanini topamiz; bundan kelib chiqadiki, $y(0) = 0; y(1) = 1; y(2) = 6; y(3) = 25$. Ikkala usulning natijalari bir xil chiqdi.

Nihoyat, (10.12) formula bo'yicha diskret uzatish funksiyasini keltirib chiqaramiz.

$$[zE - A]^{-1} = \frac{1}{z^2 - 5z + 6} \begin{bmatrix} z-5 & 1 \\ -6 & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{z-5}{\Delta} & \frac{1}{\Delta} \\ -\frac{6}{\Delta} & \frac{z}{\Delta} \end{bmatrix}, \text{ bu yerda } \Delta = z^2 - 5z + 6.$$

$$K(z) = C[zE - A]^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{z-5}{\Delta} & \frac{1}{\Delta} \\ -\frac{6}{\Delta} & \frac{z}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{6}{\Delta} & \frac{z}{\Delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{z}{\Delta} = \frac{z}{z^2 - 5z + 6},$$

bular dastlabki uzatish funksiyasiga mos.

10.3. Impulsi tizimlar holat tenglamalarining asosiy shakllari

Umumiy holda IABT dinamikasi (10.6) tenglamalar bilan ifodalanadi:

$$X(k+1) = AX(k) + BV(k),$$

$$Y(k) = CX(k).$$

Agar A matritsa Frobenius matritsa shaklida ifodalangan bo'lsa

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & -a_{n-2} & \dots & -a_1 \end{bmatrix} \quad (10.13)$$

normal shakldagi holat tenglamalariga ega bo'lamiz.

Holat tenglamalarining boshqa shaklini hosil qilamiz. Berk IABTning diskret uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishga ega bo'lsin

$$K_B(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n} \quad (10.14)$$

bu yerda z_1, z_2, \dots, z_n - xarakteristik tenglama ildizlari va $m < n$.

Agar ildizlar oddiy bo'lsa, $K_B(z)$ ni oddiy kasrlar ko'rinishida yoyish mumkin

$$K_B(z) = \frac{\beta_1}{z - z_1} + \frac{\beta_2}{z - z_2} + \dots + \frac{\beta_r}{z - z_n} \quad (10.15)$$

bunda $\beta_i = (z - z_i)K_B(z) \Big|_{z=z_i}$.

Shunda

$$Y(z) = K_B(z)V(z) = \sum_{i=1}^n \frac{\beta_i}{z - z_i} V(z). \quad (10.16)$$

$\frac{\beta_i}{z - z_i} V(z) = X_i(z)$ deb belgilasak, unda $Y(z) = \sum_{i=1}^n X_i(z)$ bo'ladi.

Teskari z -o'zgartirishdan foydalanib va $x_i(k+1) = Z^{-1}\{zX_i(z)\}$, $v_i(k) = Z^{-1}\{V_i(z)\}$ ekanini hisobga olib, originallarga o'tamiz:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = z_1 x(k) + \beta_1 v(k), \\ \dots \\ x_n(k+1) = z_n x(k) + \beta_n v(k), \\ y(k) = x_1(k) + x_2(k) + \dots + x_n(k). \end{cases} \quad (10.17)$$

yoki matritsa ko'rinishida:

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & z_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & z_m \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \dots \\ \beta_n \end{bmatrix} V(k), \\ Y(k) = [1, \dots, 1] X(k) \end{cases} \quad (10.18)$$

Ixcham ko'rinishda quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{cases} X(k+1) = ZX(k) + BV(k), \\ Y(k) = CX(k). \end{cases} \quad (10.19)$$

Holat tenglamalarining (10.18) shakli kanonik deb nomlanadi. Uning asosiy matritsasi diagonalli hioblanadi:

$$Z = \text{diag}[z_1, z_2, \dots, z_n]. \quad (10.20)$$

Agar karakteristik tenglamaning ildizlari orasida karrali qiymatlar bo'lsa, asosiy matritsa Jordan shakliga ega bo'ladi.

10.2-misol. Berk IABTning uzatish funksiyasi quyidagi ko'rinishda bo'lsin:

$$K_B(z) = \frac{0,4z}{z^2 - 0,7z + 0,1}.$$

Xarakteristik tenglama $z^2 - 0,7z + 0,1 = 0$ ning ildizlari $z_1 = 0,2$ va $z_2 = 0,5$ bo'ladi.

β_i ni aniqlaymiz:

$$\beta_1 = \frac{0,4z(z - z_2)}{(z - z_1)(z - z_2)} \Big|_{z=0,2} = \frac{0,4 \cdot 0,2}{0,2 - 0,5} = -\frac{4}{15}.$$

$$\beta_2 = \frac{0,4z(z - z_1)}{(z - z_1)(z - z_2)} \Big|_{z=0,5} = \frac{0,4 \cdot 0,5}{0,5 - 0,2} = \frac{2}{3}.$$

Tenglamani (10.18)ga ko'ra fazo holatida yozamiz:

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} 0,2 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} -\frac{4}{15} \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix} V(k), \\ Y(k) = [1 \quad 1] X(k). \end{cases}$$

10.4. Holat tenglamalarini o'zgartirish

Normal shakldan kanonik shaklga o'tish uchun modal matritsa - M dan foydalaniladi. Xususan, agar A matritsa Frobenius matritsasi

bo'lsa va turli xususiy raqamlar $-z_1, z_2, \dots, z_n$ ga ega bo'lsa, modal matritsa uzluksiz ABTlardagi kabi, quyidagi ko'rinishga ega bo'ladi:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ z_1 & \dots & z_n \\ \vdots & \dots & \vdots \\ z_1^{n-1} & \dots & z_n^{n-1} \end{bmatrix},$$

bu yerda, n – impulsli tizimning xarakteristik tenglamasi tartibi, z_i – tenglama ildizlari.

$X(k) = MQ(k)$ ifodadan yangi holat o'zgaruvchisi $-Q(k)$ ni kiritib, dastlabki tenglamalar (10.6) va (10.13)ni uzluksiz tizimlardagiga o'xshatib quyidagicha yozamiz:
$$\begin{cases} Q(k+1) = ZQ(k) + M^{-1}BV(k), \\ Y(k) = CMQ(k). \end{cases}$$

10.3-misol. IABT quyidagi normal shakldagi tenglamalar bilan ifodalansin:

$$\begin{cases} X(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -20 & -4 \end{bmatrix} X(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} V(k), \\ Y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} X(k). \end{cases}$$

A matritsa kuzatuvchi bo'lgani uchun tizimning xarakteristik tenglamasi quyidagi ko'rinishda bo'ladi: $\det[A - zE] = (0 - z)(-4 - z) - (-20) \cdot 1 = 0$, bundan kelib chiqadiki $z^2 + 4z + 20 = 0$ va ildizlari $z_{1,2} = -2 \pm 4j$.

Shunda modal matritsa quyidagi ko'rinishni oladi:

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 + 4j & -2 - 4j \end{bmatrix}.$$

$X(k) = MQ(k)$ tenglab, dastlabki tenglamani quyidagi ko'rinishga keltiramiz:

$$\begin{cases} Q(k+1) = M^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -20 & -4 \end{bmatrix} MQ(k) + M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} V(k), \\ Y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} MQ(k), \end{cases}$$

$$\text{bu yerda } M^{-1} = \frac{1}{|M|} M_{ki} = \frac{1}{-8j} \begin{bmatrix} -2-4j & -1 \\ 2-4j & 1 \end{bmatrix} = 0,5 \frac{j}{4} \begin{bmatrix} -2-4j & -1 \\ 2-4j & 1 \end{bmatrix}$$

$$M^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0,5 \frac{j}{4} \begin{bmatrix} -2-4j & -1 \\ 2-4j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 0,5 \frac{j}{4} \begin{bmatrix} -4-4j \\ 4-4j \end{bmatrix} = 0,5 \begin{bmatrix} -j & 1 \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

So'ngida quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{cases} Q(k+1) = \begin{bmatrix} -2+4j & 0 \\ 0 & -2-4j \end{bmatrix} Q(k) + 0,5 \begin{bmatrix} -j & 1 \\ j & 1 \end{bmatrix} I'(k), \\ I'(k) = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2+4j & -2-4j \end{bmatrix} Q(k) = \begin{bmatrix} -7+16j & -7-16j \\ -9+20j & -9-20j \end{bmatrix} Q(k). \end{cases}$$

Dastlabki holat tenglamalaridagi asosiy matritsa ixtiyoriy bo'lgan umumiy holatlarda kanonik shaklga o'tish uchun $\lambda = M Q$ z -o'zgartiriladi. Bunda modal matritsa, uzluksiz tizimlardagi kabi vektor-ustun x' lardan tashkil topadi. Vektor-ustunlar esa, quyidagi tenglamalarni yechib hosil qilinadi:

$$[z, E - A]x' = 0. \quad (10.21)$$

Modal matritsa quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$M = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_n^1 & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{bmatrix}. \quad (10.22)$$

10.5. Diskret tizimlarning boshqaruvchanligi va kuzatuvchanligi

Diskret tizimlarning boshqaruvchanlik va kuzatuvchanlik tushunchalari uzluksiz tizimlardagi kabi ma'noga ega.

(10.5) tenglama bilan ifodalangan diskret tizim quyidagi shartlarda to'liq bajariladigan tizim deb ataladi: $t(0)$, $t(l)$ vaqt onlari va $x(t_0)$, $x(t_l)$ holatlar uchun boshqarish $-u(k)$ mavjud; bunda $0 \leq k \leq l$; boshqarish dastlabki holat $-x(t_0)$ ni so'nggi holat $-x(t_l)$ ga o'tkazadi.

Boshqarilish mezoni boshqarilish matrisasi $K_b = [B; AB; \dots; A^{n-1}B]$ ning buzilmaganligiga bog'liq. Bittadan kirish va chiqishli tizim uchun boshqarilish mezoni quyidagi shartga keltiriladi:

$$\det K_b \neq 0. \quad (10.23)$$

Buni isbotlash uchun (10.8) formuladan foydalanish mumkin. Vaqt onini $l = n$ deb qabul qilib, quyidagini topamiz:

$$x(n) = A^n x(0) + A^{n-1} B v(0) + \dots + B v(n-1). \quad (10.24)$$

Bu ifodani quyidagi ko'rinishga keltirish mumkin:

$$x(n) = A^n x(0) + \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1} B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(n-1) \\ v(n-2) \\ \dots \\ v(0) \end{bmatrix}. \quad (10.25)$$

(10.25)dan quyidagini hosil qilamiz:

$$\begin{bmatrix} v(n-1) \\ v(n-2) \\ \dots \\ v(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1} B \end{bmatrix}^{-1} [x(n) - A^n x(0)] = K_b^{-1} [x(n) - A^n x(0)], \quad (10.26)$$

bunga erishish uchun $\det K_b \neq 0$ bo'lishi kerak, chunki $K_b^{-1} = \frac{1}{\det K_b} K_{buzh}$.

Agar diskret tizimni kuzatish oni $t = t(l)$ da, o'lchash ma'lumotlari $y(t_i)$ va ma'lum qiymatlar $v(t_i)$ bo'yicha. $k=0$ onda, holat vektorni tiklash mumkin bo'lsa, bunday diskret tizim to'liq kuzatiluvchi deyiladi. Kuzatilish kirish joyidagi o'zgaruvchanga bog'liq bo'lmagani uchun tizimni avtonom deb qarash mumkin, ya'ni (10.8)ni quyidagicha yozish mumkin:

$$X(n) = A^n X(0). \quad (10.27)$$

Kuzatilish mezoni kuzatilish matritsasi $K_K = [C^T : A^T C^T : \dots : (A^T)^{n-1} C^T]$ ning buzilmaganligiga bog'liq. Bir o'lchamli tizim uchun bu mezonning ko'rinishi:

$$\det K_K \neq 0. \quad (10.28)$$

$l = n-1$ va (10.27)ni hisobga olib, $y(0), \dots, y(n-1)$ qiymatlarni topamiz:

$$y(0) = C^T x(0), y(1) = C^T A x(0), \dots, y(n-1) = C^T A^{n-1} x(0),$$

yoki ixcham ko'rinishda yozamiz:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \dots \\ y(n-1) \end{bmatrix} = [C^T : C^T A^T : \dots : C^T (A^T)^{n-1}] x(0) = K_k x(0). \quad (10.29)$$

Agar K_k matritsa ortga qaytuvchi ($\det K_k \neq 0$) bo'lsa, quyidagini topish mumkin:

$$x(0) = K_k^{-1} \begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \dots \\ y(n-1) \end{bmatrix}. \quad (10.30)$$

Nazorat va muhokama savollari

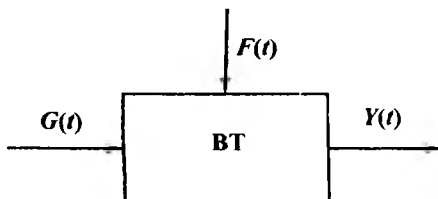
1. Holat o'zgaruvchilari tenglamalarini qanday yozish mumkin?
2. Umumiy holda IABT dinamikasi holat tenglama ko'rinishida qanday ifodalanadi?
3. Holat tenglamalarini yechishning qanday usullarini bilasiz?
4. Normal shakldan kanonik shaklga qanday o'tish mumkin?
5. Holat tenglamalaridagi A , B , C , D matritsalarini mos ravishda qanday ma'noni bildiradi?
6. Agar xarakteristik tenglamaning ildizlari orasida karrali qiymatlar bo'lsa, asosiy matritsa Jordan shakliga ega bo'ladi.

XI bob. BOSHQARISH TIZIMLARIDA TASODIFIY JARAYONLAR

11.1. Tasodifiy ta'sirlar

Ilgari faraz qilinganidek, boshqarish tizimining kirishidagi muhit modeli – M_T , ma'lum, determinirlangan: topshiriq beruvchi – $g(t)$ va qo'zg'atuvchi – $f(t)$ vaqt funksiyalari bilan ifodalanishi mumkin. Bunda tizimning holati, istalgan vaqtda, qat'iy ravishda, ma'lum boshlang'ich holat bilan aniqlanadi. Holatni oldindan bilish mumkin bo'lgan bunday tizimlar *determinirlangan tizimlar* deyiladi.

Amaliyotda tasodifiy (stoxastik) tarzda o'zgaradigan, tizimda tasodifiy signallar hosil qiladigan ta'sirlar ko'p uchraydi. Bunday tizimlarning holatini qandaydir ehtimollik bilan oldindan bilish mumkin.



11.1-rasm. Boshqarish tizimida paydo bo'lgan tasodifiy ta'sirlar.

Tasodifiy ta'sirlar (11.1-rasm) determinirlangan ta'sirlar singari, topshiriq beruvchi – $G(t)$ va g'alayon yoki halal beruvchi – $F(t)$ turlarga ajratiladi. Bulardan birinchisi boshqarish uchun foydali axborot eltadi (foydali signal) ikkinchisi – boshqarish tizimi (BT) ning chiqishidagi foydali signallarni buzib ko'rsatadi. Xalaqitlar, kelib chiqish sabablariga ko'ra ichki va tashqi bo'ladi.

Tashqi tasodifiy xalaqitlar, masalan, suvda ketayotgan kemaga, uchuvchi apparat yoki radiolokatsiya antenasiga ta'sir etuvchi shamol ko'rinishida, kemani kutilmagan vaqtda chayqaltiradigan dengiz to'lqinlari shaklida, elektr kuchaytirgichlarning tok manbai kuchlanishini o'zgarishlari va shu kabilar shakllarida namoyon bo'ladi. Iqtisodiy tizimlarda oldindan bilib bo'lmaydigan siyosiy voqealar tashqi xalaqit bo'lishi mumkin. Ular, masalan fond birjalaridagi narxlarni

tasodifan o'zgartirib yuborishi mumkin. Biologik tizimlarda, aytaylik, qurg'oqchilik yoki o'rmonga o't ketishi tashqi xalaqitga misol bo'la oladi va muayyan biologik turlarning ko'payishiga tasodifan ta'sir qilishi mumkin. Keltirilgan misollarda amplituda spektrlari, past chastotali diapazonda yotadi. Radiosignallarni qabul qiluvchi qurilmalarda yuzaga keladigan tashqi xalaqitlar "shovqin" ga o'xshaydi. Bular elektromagnit to'lqinlarning tarqalishi va qaytishi bilan bog'liq fizik sharoitlar bilan bog'liq bo'lib, amplituda spektrlari yuqori chastotali diapazonida yotadi.

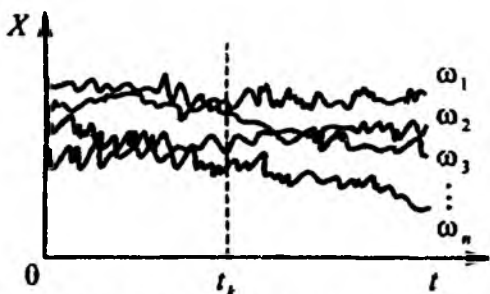
Ichki tasodifiy xalaqitlar tizimdagi elementlarning parametrlari beqaror (o'zgarib turadigan) bo'lishi bilan bog'liq. Ular elektron sxemalar va mexanik birikmalarning ishqalanuvchi elementlarida turli muhitlar orasidagi chegaralarda zaryad eltuvchilarning tebranishlari (fluktuatsiya) tufayli yuzaga keladi.

Kirishdagi ta'sirlar tasodifiy xususiyatga ega bo'lganda, boshqarish tizimlarini hisoblash uchun o'sha tasodifiy hodisalar haqidagi statistik ma'lumotlarning yoki bu ma'lumotlarning ehtimolliklarining taqsimlanish qonunlarini e'tiborga olish lozim. Bunda jarayonlarning sifat ko'rsatkichlari tasodifiy ta'sirlarning sodir bo'lishi ehtimolliklari (joiz ehtimollik) ga mos kelishi kerak.

Bunday yondashuv, kam ehtimollik bilan sodir bo'ladigan hollarda tizim ishining sifati pasayishi mumkinligini oldindan taxmin qilinadi. Har qanday ta'sirlar sodir bo'lganda ham ish sifati kamaymasligi talab etilganda hisoblar, ehtimolligi juda oz, eng noqulay holatlarga mo'ljallab bajariladi. Bunda determinirlangan tizimlar uchun mo'ljallangan hisoblash usullaridan foydalaniladi, biroq tizim ehtimolliklar asosidagi hisoblashga qaraganda murakkablashib va qimmatlashib ketadi.

11.2. Tasodifiy jarayon va uning asosiy tavsiflari

Boshqarish tizimini tasodifiy ta'sirlar bo'ladigan holatlar uchun hisoblaganda tasodifiy funksiyalar nazariyasi deb atalgan matematik apparatdan foydalaniladi. Tasodifiy funksiya, tasodifiy kattalik singari, sinovning oxiri – ω deb atalgan elementar hodisaga bog'liq holda, turli qiymatlar qabul qiladi. Bundan tashqari, tasodifiy funksiya tasodifiy bo'lmagan qandaydir λ parametrغا ham bog'liq bo'ladi, ya'ni $X(\lambda, \omega)$.



11.2-rasm. Tasodifiy jarayonlarning kechishi.

Agar λ parametri o'rnida vaqt t ishlatilsa, tasodifiy funksiya $X(t, \omega)$ tasodifiy jarayon deb ataladi. Elementar hodisa $\omega = \omega_0$ qayd etilganda t argumentning muntazam (tasodifiy bo'lmagan, ya'ni determinirlangan) funksiyasi $x(t)$ hosil bo'ladi. Qayd etilgan ω da tasodifiy jarayonning muayyan ko'rinishi $X(t, \omega)$ tasodifiy jarayonning amalga oshishi (to'g'rirog'i, kechishi) deb ataladi. Hamma "kechish"larning yig'indisi tasodifiy jarayonlarning ansambli, deyiladi. 11.2-rasmda $X(t, \omega)$ tasodifiy jarayonning mustaqil $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n, \dots$ hodisalarda amalga oshishi (kechishi) ko'rsatilgan. Masalan, "amalga oshish" deganda, uchayotgan samolyotning tezligini bir xil ushlab turishga qaratilgan choralar ko'rilsa ham, har safar uchganda tezlikning vaqtga bog'liq holda o'zgarishlarini tushunish mumkin.

Tasodifiy jarayonlarni tadqiq etishning ehtimollik nazariyasiga asoslangan usuli ansambilga kirgan har bir "kechinma" (amalga oshish) $x_i(t)$ ni emas, balki jami "kechinma"larni o'z ichiga olgan to'planning xususiyatlarini o'rganadi. Bunda har bir "kechinma" ning xususiyatlaridan o'rtacha qiymat chiqariladi.

Ko'rsatkich $t = t_k$ qayd etilganda tasodifiy jarayonning "kesimi" hosil bo'ladi. U elementar hodisaga ω ga bog'liq bo'ladi va demak, tasodifiy kattalik $X(\omega)$ bo'lib qoladi.

Agar tasodifiy jarayonning n -ta kesimi $X(t_1, \omega), X(t_2, \omega), \dots, X(t_n, \omega)$ ko'rilayotgan bo'lsa, tasodifiy jarayon $X(t, \omega)$ ga tegishli n -o'lchamli tasodifiy kattalik hosil bo'ladi. Odatda, qisqaroq yozish maqsadida argument ω tushirib qoldiriladi.

Tasodifiy jarayon $X(t)$ ni vaqtga bog'liq holda o'zgaradigan, ehtimolliklarining qiymati ko'p o'lchamli (n -o'lchamli) funksiya

bo'yicha taqsimlanadigan (interval taqsimot qonuni) tasodifiy kattalik sifatida ko'rish mumkin

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = P\{X(t_1) < x_1; X(t_2) < x_2; \dots; X(t_n) < x_n\}$$

yoki ehtimolliklari ko'p o'lchamli zichlik bilan taqsimlangan (differensial taqsimot qonuni) tasodifiy kattalik sifatida ham ko'rish mumkin:

$$W_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = \frac{\partial^n F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n}$$

Ikkala holatda ham hamma x_1, x_2, \dots, x_n o'zgaruvchilar bo'yicha xususiy hosilalar mavjud bo'lish sharti bor. n -ning tartibi qancha baland bo'lsa, tasodifiy jarayonning ehtimollik xususiyatlari shunchalik to'liq ifoda etiladi.

Tasodifiy jarayonlar ko'pincha normal qonun bilan taqsimlanadi. Tasodifiy jarayon normal taqsimlangan yoki Gauss qonuni bo'yicha taqsimlangan deb hisoblanishi uchun uning istalgan tartibli ehtimolliklari zichligi normal qonun bilan taqsimlangan bo'lishi kerak. Bu qonunning grafik ko'rinishi bir o'rkachli tuyaning o'rkachiga o'xshagan qavariq chiziq bo'lib, vertikal o'rta o'qiga nisbatan simmetrik bo'ladi. Normal taqsimlangan tasodifiy jarayonlarda ehtimollik xususiyatlari ehtimolliklarning ikki o'lchamli zichligi bilan aniqlanadi

$$W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) = \frac{\partial^2 F_2(x_1, x_2; t_1, t_2)}{\partial x_1 \partial x_2}$$

Normal tasodifiy jarayonlarning taqsimlanish funksiyasi

$$F_2(x_1, x_2; t_1, t_2) = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

Ko'p o'lchamli taqsimlanish funksiyalaridan amalda foydalanish qiyinroq. Shuning uchun tasodifiy ta'sirlarga uchrab turadigan boshqarish tizimlari hisobini soddalashtirish maqsadida tasodifiy jarayonlarning boshqa oddiyroq, o'zi tasodifiy bo'lmagan miqdoriy ko'rsatkichi kiritiladi. Bunday ko'rsatkich sifatida ko'pincha matematik kutilma, dispersiya va korrelatsiyali funksiya ishlatiladi.

Tasodifiy jarayon $X(t)$ ning matematik kutilmasi (o'rtacha qiymati) shunday funksiya $m_1(t)$ ni uning qiymati har bir on t da tasodifiy jarayonning tegishli kesimining matematik kutilmasiga teng bo'ladi, ya'ni

$$m_1(t) = M[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) W_1(x, t) dx$$

Matematik kutilma shunday o'rtachalashtirilgan jarayon-ki, tasodifiy jarayonning ehtimoliy kechishi unga yaqin bo'ladi.

Muntazam jarayon $X(t)$ ning matematik kutilmasi jarayonning o'zi bilan mos tushadi, ya'ni $m_x(t) = x(t)$.

Tasodifiy jarayon $x(t)$ ning dispersiyasi shunday $D_x(t)$ funksiyaki, uning qiymati har bir on t da tasodifiy jarayonning tegishli kesimining dispersiyasiga teng bo'ladi, ya'ni

$$D_x(t) = D[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t) - m_x(t)]^2 W_1(x, t) dx.$$

Dispersiya, tasodifiy jarayon matematik kutilmasidan qancha og'ib ketishi mumkinligini ko'rsatadi va tasodifiy jarayonning kvadrati bilan o'lchanadi, shuning uchun hisoblash qulay bo'lishi maqsadida "o'rta kvadratik og'ish" ko'rsatkichidan foydalaniladi

$$\sigma_x(t) = \sqrt{D_x(t)}.$$

Bu parametrlarning o'lchov birligi tasodifiy jarayoni bilan bir xil.

Matematik kutilma va dispersiya o'z qiymati atrofida birmuncha "yo'lak" qoldiradiki, unda ma'lum ehtimollik bilan tasodifiy jarayonning ehtimoliy kechishi joylashishi mumkin, biroq aytilgan ikki tavsif (parametr) "kechinmalar" qanday tarzda o'zgarishi mumkinligini bildiradi olmaydi.

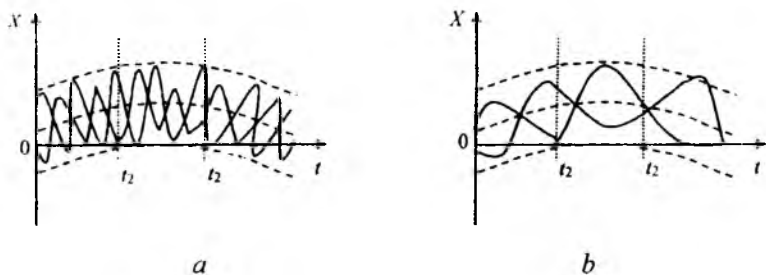
Tasodifiy funksiyaning o'zgaruvchanlik darajasi yoki ikkita ixtiyoriy tanlangan kesimlari orasidagi ehtimoliy yoki statistik bog'liqlik darajasi korrelatsion funksiya bilan tavsiflanadi.

Tasodifiy jarayon $x(t)$ ning korrelatsiya (avtokorrelatsiya)li funksiyasi ikki o'zgaruvchi (t_1, t_2) ning shunday $K_{xx}(t_1, t_2)$ funksiyasiki, uning ixtiyoriy har bir juft on t_1, t_2 dagi qiymati markazlashgan tasodifiy jarayon $\overset{\circ}{X}(t) = X(t) - m_x(t)$ ning tegishli kesimiga oid korrelatsiyali momentiga teng bo'ladi, ya'ni

$$K_{xx}(t_1, t_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2) \right] = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x_1(t_1) - m_x(t_1)] [x_2(t_2) - m_x(t_2)] W_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2.$$

Bu funksiya $X(t_1)$ va $X(t_2)$ tasodifiy kattaliklar orasidagi ehtimoliy bog'lanish (korrelatsiyani) aks ettiradi. Ehtimoliy bog'lanish qancha kam bo'lsa, $K_{xx}(t_1, t_2)$ ning qiymati ham shuncha kichik va tasodifiy jarayon $x(t)$ ning qiymatlari shunchalik tez o'zgaradi.

11.3-rasmda matematik kutilma va dispersiyasi bir xil bo'lgan ikkita tasodifiy jarayonning tavsifi ko'rsatilgan. 11.3,*a*-rasmdagi tasodifiy jarayon tez o'zgarayapti va bunda jarayonning kesimlari orasidagi ehtimoliy bog'lanish tez o'zgarayapti. 11.3,*b*-rasmdagi tasodifiy jarayonda kesimlar orasidagi ehtimoliy bog'lanish katta. Shuning uchun $t_2 - t_1$ ayirmasi kattalashganda korrelatsiyali funksiya 11.3,*a*-rasmdagiga qaraganda sekin (asta)roq so'nadi. Shunday qilib, aytish mumkinki, korrelatsion funksiya tasodifiy jarayonning ichki strukturasi tavsiflaydi.



11.3-rasm. Matematik kutilma va dispersiyasi bir xil bo'lgan ikki tasodifiy jarayonning tavsifi.

Korrelatsion funksiya t_1, t_2 o'zgaruvchilarga nisbatan simmetrik bo'ladi

$$K_{xx}(t_1, t_2) = K_{xx}(t_2, t_1)$$

Agar $t_1 = t_2 = t$ deb qabul qilsak, korrelatsion funksiya dispersiyaga teng bo'ladi, ya'ni

$$K_{xx}(t, t) = D_x(t)$$

Boshqarish tizimlarining xususiyatlarini tadqiq etayotganda, olimlar ko'pincha, tizimdagi turli tasodifiy jarayonlar o'rtasidagi bog'lanishni izlaydilar. $X(t)$ va $Y(t)$ tasodifiy jarayonlar orasidagi ehtimoliy bog'lanish ularning o'zaro korrelatsion funksiyasi bo'yicha baholanadi.

Ikkita tasodifiy jarayon $X(t)$ va $Y(t)$ ning o'zaro korrelatsiyali funksiyasi $K_{xy}(t_1, t_2)$ yuqorida ta'riflangan korrelatsiya (avtokorrelatsiya)li funksiyaning aynan o'zi bo'lib, ikkala jarayon uchun bunday yoziladi: $\hat{X}(t) = X(t) - m_x(t)$ va $\hat{Y}(t) = Y(t) - m_y(t)$, ya'ni

$$K_{xy}(t_1, t_2) = M \left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_2) \right] = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [x(t_1) - m_x(t_1)] [y(t_2) - m_y(t_2)] W_2(x, y, t_1, t_2) dx dy.$$

O'zaro korrelatsiyali funksiyalar simmetrik emas:

$$K_{yx}(t_1, t_2) \neq K_{xy}(t_1, t_2)$$

Biroq quyidagi tenglik o'rinli:

$$K_{yx}(t_1, t_2) = K_{xy}(t_2, t_1)$$

11.3. Statsionar tasodifiy jarayonlar

Boshqarish tizimlarida kechadigan tasodifiy hodisalar statsionar va nostatsionar turlarga ajratiladi. Vaqtga bog'liq holda kechsa, *nostatsionar*, bog'liq bo'lmasa, *statsionar* deyiladi. Amalda nostatsionar tasodifiy jarayonlar ko'p uchraydi, ularning matematik apparat yordamida tadqiq etib, parametrlarining analitik ifodasini keltirib chiqarish juda qiyinlashib ketadi va har bir son uchun alohida-alohida ifodalar topish lozim bo'ladi.

Shu sabablarga ko'ra, tasodifiy jarayon statsionar deya faraz etiladi.

Tasodifiy jarayon $X(t)$ ni *statsionar*, deb atash uchun uning ehtimollik tavsiflari vaqtga bog'liq bo'lmasligi kerak, ya'ni $X(t+\tau)$ tasodifiy jarayonning tavsiflari istalgan τ da $X(t)$ jarayonning tavsiflari bilan mos tushishi lozim.

Statsionarlik tor va keng ma'nolarga ega.

Agar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning n o'lchamli taqsimot funksiya va istalgan n dagi ehtimolliklar zichligi t_1, t_2, \dots, t_n qatorning har bir oni uchun vaqtning surilishi τ ga bog'liq bo'lmasa, tor ma'noda statsionar va qat'iy statsionar deyiladi, ya'ni:

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \dots, t_n + \tau),$$

$$W_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = W_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \dots, t_n + \tau), n = 1, 2, \dots$$

Keltirilgan ta'rifdan statsionar tasodifiy jarayonning hamma ehtimollik tavsiflari vaqtga nisbatan invariantligi ko'rinadi. Bu tavsiflar, shuningdek, vaqt bo'yicha hisob boshiga ham bog'liq bo'lmaydi.

Tasodifiy jarayon $X(t)$, keng ma'noda statsionar yoki bo'sh (sust) statsionar deyilishi uchun uning matematik kutilmasi o'zgarmas:

$$m_x(t) = M[X(t)] = m_x = const,$$

va korrelatsiyali funksiyasi faqat bitta o'zgaruvchi $\tau = t_2 - t_1$ ga bog'liq bo'lishi kerak:

$$K_{\alpha}(\tau) = K_{\alpha}(t_1, t_1 + \tau) = M \left[\overset{\circ}{X}(t_1) \overset{\circ}{X}(t_1 + \tau) \right] = \\ = \int \int_{-\infty}^{\infty} [x_1(t_1) - m_1][x_2(t_1 + \tau) - m_2] W_2(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2.$$

Tasodifiy jarayonlar $X(t)$ va $Y(t)$ larni bir-biriga statsionar bog'langan, deb atash uchun ularning o'zaro korrelatsiyali funksiyasi faqat vaqtning surilishi $\tau = t_2 - t_1$ ga bog'liq bo'lishi kerak, ya'ni

$$K_{\alpha}(t_1, t_2) = K_{\alpha}(\tau).$$

Tor ma'nodagi statsionar tasodifiy jarayonlar keng ma'noda ham, albatta statsionar bo'ladi, biroq buning teskarisi bo'lmaydi. Normal taqsimlangan tasodifiy jarayonlar uchun keng va tor ma'nodagi statsionarlik tushunchalari bir-biriga mos keladi, chunki ularning matematik kutilish va korrelatsiyali funksiyasi ehtimolliklarning n -o'lchamli zichligini to'liq aniqlaydi. Bundan keyin faqat keng ma'noda statsionar tasodifiy jarayonlar ustida so'z yuritiladi.

Agar tasodifiy jarayon statsionarlik shartiga javob bermasa, nostatsionar deyiladi. O'tish jarayoni esa statsionar bo'lmaydi.

Boshqarish jarayonlaridagi statsionar tasodifiy jarayonlarni o'rganishda o'rta qiymatlarining ikki turi ishlatiladi: to'plam bo'yicha o'rta va vaqt bo'yicha o'rta.

To'plam (ansambl) bo'yicha o'rta qiymat tasodifiy jarayonning bitta vaqt onida kechishlari (amalg oshirishlari) to'plami bilan aniqlanadi:

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x W_1(x) dx.$$

Bunda m_x kattaligi x tasodifiy kattaligi (ma'lum vaqt onidagi $X(t)$ tasodifiy jarayon)ning ehtimoliy o'rtachalashtirish onini ko'rsatadi. Bunda tasodifiy kattalik x ning har bir ehtimoliy qiymati $W_1(x) dx$ ehtimollikka teng ulush bilan hisoblanadi.

Vaqt bo'yicha o'rtacha qiymat $x(t)$ tasodifiy jarayonni cheksiz vaqt oraliq $i-T$ da bir marta kechishi bo'yicha aniqlanadi, ya'ni:

$$\bar{x} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt$$

Umumiy holda vaqt bo'yicha o'rtacha qiymat tasodifiy jarayon $-X(t)$ ning har bir kechishida har xil bo'ladi. Bundan tashqari, bitta tasodifiy jarayonning to'plam bo'yicha va vaqt bo'yicha o'rta qiymatlari bir xil emas. Masalan, 11.4-rasmdagi statsionar tasodifiy jarayonning har bitta

kechishi shu bilan tavsiflanadi-ki, istalgan vaqt onida to'plam bo'yicha o'rtacha qiymat $m_x = 0$, ayni vaqtda qaysidir bitta kechishi $-x_t$ dagi vaqt bo'yicha o'rtacha qiymat $\bar{x}_t \neq 0$.



11.4-rasm. Statsionar tasodifiy jarayon.

11.4. Ergodik tasodifiy jarayonlar

Shunday tasodifiy jarayonlar borki, ularning to'plam bo'yicha va vaqt bo'yicha o'rtacha qiymatlari bir-biriga teng, ya'ni $m_x = \bar{x}$. Bunday tasodifiy jarayonlar «Ergodik jarayon» deyiladi.

Agar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning ehtimollik tavsiflari, jarayonning kechishi tartib raqamiga bog'liq bo'lmasa, bunday jarayon ergodik deyiladi.

Bitta tasodifiy jarayon bitta ehtimollik tavsiflarga nisbatan ergodik bo'lib, boshqalariga nisbatan noergodik bo'lishi mumkin. Statsionar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning korrelatsiya funksiyasiga quyidagicha shart yetarli bo'ladi:

$$\lim_{|\tau| \rightarrow \infty} K_{xx}(\tau) = 0.$$

Ergodik xususiyatning amaliy ahamiyati muhim. Ko'plab tizimlarda o'rtacha qiymatni aniqlash uchun tasodifiy jarayonni bir vaqt onining o'zida eksperiment yo'li bilan ko'plab marta amalga oshirish ancha uzoq vaqt oralig'ida alohida bitta "kechinma"ni kuzatishdan ko'ra ancha murakkab.

Ergodik tasodifiy jarayonning dispersiyasi:

$$D_x = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \bar{x}]^2 dt,$$

bunda $x(t)$ – tasodifiy jarayonning istalgan bir amalga oshishi (kechishi).

Ergodik tasodifiy jarayonning korrelatsiya funksiyasi:

$$K_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \bar{x}][x(t + \tau) - \bar{x}] dt,$$

Agar $\bar{x} = 0$ bo'lsa,

$$K_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t)x(t + \tau) dt.$$

Korrelatsiyali funksiyaning dastlabki qiymati $K_x(\tau)$ tasodifiy jarayonning dispersiyasiga teng: $K_x(0) = D_x$.

Ergodik tasodifiy jarayonlarning o'zaro korrelatsiyali funksiyasi:

$$K_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [x(t) - \bar{x}][y(t + \tau) - \bar{y}] dt,$$

bu yerda, $x(t)$, $y(t)$ – tasodifiy jarayonlar $X(t)$ va $Y(t)$ ning istalgan kechishi (amalga oshishi); \bar{x} , \bar{y} – vaqt bo'yicha o'rtacha qiymatlar.

Bu ifodadan kelib chiqadi:

$$K_{xy}(\tau) = K_{yx}(-\tau), K_x(\tau) = K_x(-\tau)$$

$K_{xy}(\tau)$ funksiyasi $X(t)$ va $Y(t)$ tizimidagi ikkita tasodifiy jarayonlarning turli vaqt onlarida va bir-biridan τ vaqt oralig'i narida turgan tasodifiy jarayonning ehtimoliy o'zaro bog'liqligini tavsiflaydi.

$K_{xy}(0)$ ning $\tau = 0$ dagi qiymati bir vaqtdagi shunday bog'lanishni ko'rsatadi. Bir-biriga ehtimollik bilan bog'lanmagan tasodifiy jarayonlar $X(t)$ va $Y(t)$ uchun o'zaro korrelatsiyali funksiya:

$$K_{xy}(\tau) \equiv 0.$$

11.5. Korrelatsiyali funksiyaning asosiy xossalari

Korrelatsiyali funksiyaning asosiy xossalari quyidagilarni kiritish mumkin:

1. Dastlabki qiymat

$$K_x(0) = D_x.$$

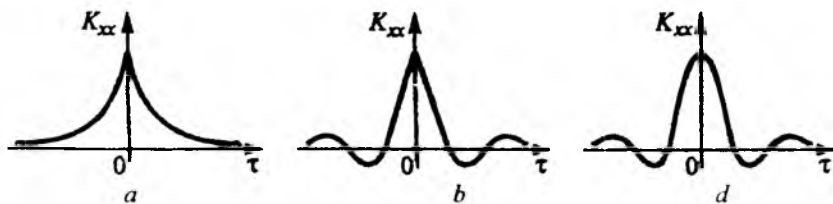
2. Cheklanganlik

$$|K_x(\tau)| \leq D_x.$$

3. Juftlik

$$K_x(\tau) = K_x(-\tau).$$

Bundan kelib chiqadiki, korrelatsiyali funksiyaning grafigi ordinata o'qiga nisbatan simmetrik.



11.5-rasm. Ko'p uchraydigan korrelatsiyali funksiyalar.

4. Tasodifiy jarayonlarning yig'indisi $Z(t) = X(t) + Y(t)$:

$$K_{zz}(\tau) = K_{xx}(\tau) + K_{yy}(\tau) + K_{xy}(\tau) + K_{yx}(\tau)$$

5. O'zgarmas jarayon $x(t) = a$:

$$K_{xx}(\tau) = a^2,$$

ya'ni korrelatsiyali funksiya ham o'zgarmas.

6. Garmonik jarayon $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$:

$$K_{xx}(\tau) = 0,5 A^2 \cos \omega_0 \tau,$$

ya'ni korrelatsiyali funksiya τ ga nisbatan juft garmonik funksiya bo'ladi va o'sha chastota ω_0 ga ega, lekin fazaning siljishi φ ga bog'liq emas.

Statsionar tasodifiy jarayonlarning ko'p uchraydigan korrelatsiyali funksiyalari namunalari 11.5-rasmda berilgan. Ularni ko'pincha quyidagi analitik ifodalarga o'xshatishadi:

$$K_{xx}(\tau) = D e^{-\mu|\tau|} \quad (11.5, a\text{-rasm});$$

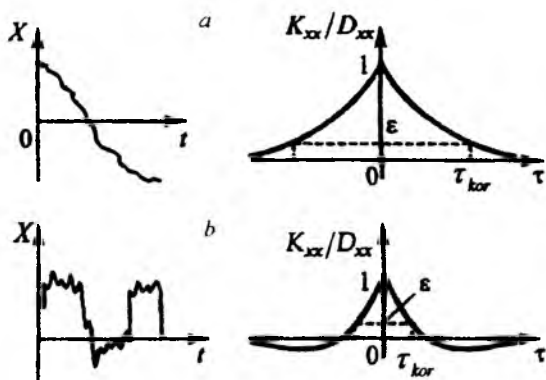
$$K_{xx}(\tau) = D e^{-\mu|\tau|} \cos \omega_0 \tau \quad (11.5, b\text{-rasm});$$

$$K_{xx}(\tau) = D e^{-\mu|\tau|} \cos(\omega_0 \tau + \gamma \sin \omega_0 |\tau|) \quad (11.5, d\text{-rasm})$$

Bunda, D – tasodifiy jarayonning dispersiyasi; μ, ω_0, γ – konstantalar.

Grafiklardan ko'rinadiki 11.5-rasmdagi τ kattalashganda, $x(t)$ bilan $x(t + \tau)$ orasidagi bog'lanish susayadi, korrelatsiyali funksiya kamayadi. Korrelatsiyali funksiyalarning manfiy qiymatlari bo'lishi (14.5, b, d-rasmlar), tasodifiy jarayon strukturasi davriylik borligidan darak beradi. shuning uchun ham tasodifiy jarayonning qiymatlari o'rtasida manfiy korrelatsiya uchraydi: bitta kesimdagi musbat og'ishlarga, ma'lum vaqt o'tgandan keyin boshqa kesimda manfiy og'ish to'g'ri keladi va aksincha. Tasodifiy jarayon qanchalik o'zgaruvchan bo'lsa,

ya'ni hosilalarining qiymati qanchalik katta bo'lsa, yoki boshqacha aytganda, jarayon spektrida yuqori chastotali tashkil etuvchilar mavjud bo'lsa, unga tegishli korrelatsiyali funktsiya shunchalik tez pasayadi (11.6,a,b-rasmlar).



11.6 - rasm. Tasodifiy jarayonlar va ularning korrelatsiyali funktsiyalari.

Ikkita kesim: $X(t)$ va $X(t+\tau)$ o'rtasida korrelatsiyali bog'lanishning davomiylig sifatida tasodifiy jarayonning korrelatsiya vaqti (oralig'i) deb atalgan τ_{kor} kattalik xizmat qiladi. Bunda quyidagi shart bajariladi:

$$|K_{xx}(\tau_{kor})/D_{xx}| \leq \varepsilon,$$

bunda ε –kichkina kattalik (odatda, 0,05–0,1 oralig'ida qabul qilinadi).

Oldingi va keyingi qiymatlari orasida hech qanaqa bog'lanish bo'lmagan tasodifiy jarayon “mutlaqo tasodifiy jarayon” yoki “oq shovqin” deyiladi. Bu xususiyat uni boshqa tasodifiy jarayonlar orasida alohida ko'rsatib turadi va tasodifiy jarayonning eng sodda modeli sifatidagi alohida ahamiyatini ko'rsatadi. “Oq shovqin”da $\tau_{kor} = 0$ bo'ladi. Uning ko'rinishi va korrelatsiyali funktsiyasi 11.7-rasmda ko'rsatilgan.

“Oq shovqin”ning korrelatsiyali funktsiyasi δ -funktsiya bilan quyidagicha yoziladi

$$K_{xx}(\tau) = \overline{N} \delta(\tau)$$

bunda \overline{N} –jadallik.



11.7-rasm. Oq shovqin va uning korrelatsiyali funksiyasi.

“Oq shovqin” turidagi tasodifiy jarayon jismonan amalga oshmaydi, chunki uning dispersiyasi $D_x = K_{xx}(0)$ cheksiz katta qiymatlarga ega bo‘ladi. Jadalligi doimo cheksiz bo‘lgan dispersiya o‘rniga tavsif (xarakteristika) sifatida qabul qilinadi.

11.6. Spektral zichlik va uning korrelatsiyali funksiya bilan bog‘liqligi

Tasodifiy jarayon $X(t)$ ning Fure usuli bilan o‘zgartirilgan korrelatsiyali funksiya $K_{xx}(\tau)$ si spektral zichlik $S_{xx}(\omega)$ deb ataladi, ya’ni:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \quad (11.1)$$

Bu ifodani, Eyler formulasi ($e^{-j\omega\tau} = \cos \omega\tau - j \sin \omega\tau$)ni hisobga olib, quyidagi ko‘rinishda yozish mumkin:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau - j \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \sin \omega\tau d\tau.$$

Integral ostidagi ifodalar: $K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau$ - juft funksiya; $K_{xx}(\tau) \sin \omega\tau$ - toq funksiya. Shu sababdan:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau = 2 \int_0^{\infty} K_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau. \quad (11.2)$$

Spektral zichlik chastota - ω ga nisbatan haqiqiy va juft funksiya hisoblanadi, ya’ni:

$$S_{xx}(\omega) = S_{xx}(-\omega).$$

Demak, $S_{xx}(\omega)$ ning grafigi ordinata o‘qiga nisbatan simmetrik.

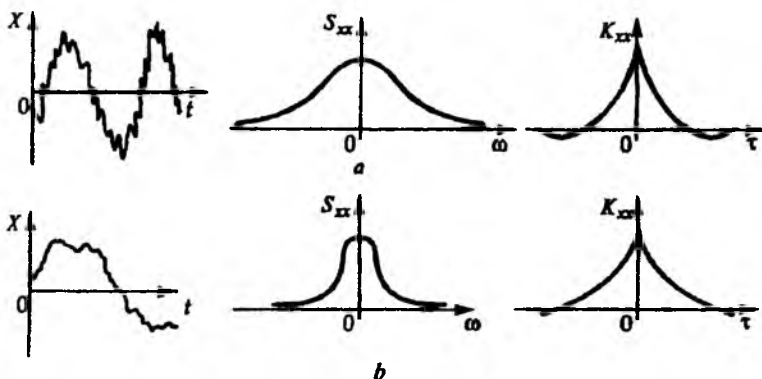
Istalgan stasionar tasodifiy jarayon uchun spektral zichlik musbat funksiya - ω dan iborat.

Tasodifiy jarayonning ma’lum spektral zichligi $S_{xx}(\omega)$ bo’yicha, Furening qayta o‘zgartirish usulidan foydalanib, tasodifiy jarayonning korrelatsiyali funksiyasini aniqlash mumkin:

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos \omega\tau d\omega, \quad (11.3)$$

Bundan tasodifiy jarayonning dispersiya ifodasini hosil qilamiz:

$$D_x = K_{xx}(0) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega. \quad (11.4)$$



11.8-rasm. Tasodifiy jarayonlar, ularning spektral zichliklari va korrelatsiyali funksiyalari.

Statsionar tasodifiy jarayonning korrelatsiyali funksiyasini va spektral zichligini bir-biriga bog'laydigan (11.2) va (11.3) ifodalar "Viner Xinchin formulalari" deb ataladi.

Spektral zichlik va korrelatsiyali funksiyaning grafiklari, tasodifiy jarayonlarning tavsifiga bog'liq holda, 11.8-rasmda keltirilgan. Ulardan ko'rinadi-ki, $S_{xx}(\omega)$ ning garfigi qancha keng bo'lsa $K_{xx}(\tau)$ ning garfigi shunchalik tor. Bunday holda 11.8,a-rasmdagi tasodifiy jarayon yuqoriroq chastotali tashkil etuvchiga, demakki, 11.8,b-rasmdagi tasodifiy jarayonga qaraganda o'zgaruvchanroq tashkil etuvchiga ega.

Spektral zichlik tushunchasining muhim amaliy ahamiyati shundaki uning yordamida tasodifiy signallarning chiziqli tizimlardan o'tishi nisbatan oson o'rganiladi.

Spektral zichlikning fizik ma'nosini tushuntiramiz. Buning uchun "so'ngi (finit) funktsiya" degan tushunchani ko'rib chiqamiz, u quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$x_{\tau} = \begin{cases} x(t), & |t| \leq T \text{ bo'lganda,} \\ 0, & |t| > T, \text{ bo'lganda,} \end{cases}$$

Bu yerda T – funktsiya $x(t)$ ning davomiylik intervali.

Bu funksiya uchun Fure o'zgartiruvchisini qo'llab spektral tavsifini hosil qilamiz:

$$X_T(j\omega) = \int_{-T}^{\infty} x_T(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-T}^T x(t) e^{-j\omega t} dt.$$

Shunda Parseval formulasi muvofiq, so'nggi funksiya uchun quyidagi tenglik o'rinli:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_T^2(t) dt = \int_{-T}^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |X_T(j\omega)|^2 d\omega,$$

bunda integral ostidagi $|X_T(j\omega)|^2$ ifoda $x_T(t)$ funksiyasi energiyasining spektral zichligi bo'ladi. Keltirilgan ifodani $2T$ ga taqsimlab davomiylik- T ni cheksizlikka intiltirib, yozamiz:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 d\omega.$$

$\bar{x} = 0$ bo'lganda tenglamaning chap qismi dispersiyaga teng bo'ladi, ya'ni

$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 d\omega.$$

Bu ifodani (11.4) bilan taqqoslab yozish mumkin:

$$S_{xx}(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} |X_T(j\omega)|^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} X_T(j\omega) X_T(-j\omega).$$

Shunday qilib, spektral zichlik tasodifiy jarayon energiyasining so'nggi (finit) funksiya bilan ifodalangan spektral zichligining cheksizlikka intilgan davomiylikka nisbatidan iborat bo'ladi. Demak, spektral zichlik tasodifiy jarayonda *spektral quvvatni* bildiradi.

Ikkita tasodifiy jarayon - $X(t)$ va $Y(t)$ ga oid o'zaro korrelatsiyali funksiya - $K_{xy}(\tau)$ ning Fure usuli bilan o'zgartirilgan ko'rinishi tasodifiy jarayonlarning o'zaro *spektral zichligi* $S_{xy}(j\omega)$ deyiladi, ya'ni:

$$S_{xy}(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} K_{xy}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

O'zaro spektral zichlik $S_{xy}(j\omega)$ kompleks funksiya bo'lib, ikkita tasodifiy jarayon $X(t)$ va $Y(t)$ ning ehtimoliy bog'lanish darajasini ko'rsatadi. Bu zichlik uchun quyidagini hosil qilamiz:

$$S_{xy}(j\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} X_T(j\omega) Y_T(-j\omega).$$

Spektral zichlikni bilish $X(t)$ va $Y(t)$ jarayonlarning o'zaro korrelatsiyali funksiyasini aniqlash imkonini beradi:

$$K_{xy}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xy}(j\omega) e^{j\omega\tau} d\omega.$$

Misol: Statsionar tasodifiy jarayon $X(t)$ ning korrelatsiyali funksiyasi quyidagicha:

$$K_{xx}(\tau) = D e^{-\mu|\tau|}.$$

Spektral zichlik – $S_{xx}(\omega)$ ni aniqlash talab etiladi.

Yechish: (11.1) formulaga binoan quyidagicha yozish mumkin:

$$\begin{aligned} S_{xx}(\omega) &= D \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\mu|\tau|} e^{-j\omega\tau} d\tau = D \left[\int_{-\infty}^0 e^{\mu\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau + \int_0^{\infty} e^{-\mu\tau} e^{-j\omega\tau} d\tau \right] = \\ &= D \left[\frac{-1}{\mu - j\omega} e^{-(\mu - j\omega)\tau} + \frac{-1}{\mu + j\omega} e^{-(\mu + j\omega)\tau} \right]_{-\infty}^{\infty} = D \left[\frac{1}{\mu - j\omega} + \frac{1}{\mu + j\omega} \right] = \frac{2D\mu}{\mu^2 + \omega^2}. \end{aligned}$$

Tasodifiy jarayonning spektrdagi μ parametrlarning qiymati kamayganda past chastotali tashkil etuvchilarning ulushi ortadi: spektral zichlikning (egri) chizig'i ikki biqinidan siqilib, tepaga cho'zilib chiqadi, $\mu \rightarrow 0$ chegarada $S_{xx}(\omega)$ chizig'i (egri) vertikal chiziqqa aylanib, buziladi. μ ning qiymati oshganda tasodifiy jarayonning spektridagi past chastotali tashkil etuvchilarning ulushi kamayadi, egri chiziq $S_{xx}(\omega)$ chastotalar o'qi bo'ylab yotiqroq joylashadi.

11.4. Tasodifiy ta'sirlarning modellari

Ehtimollik tavsiflari keltirilgan tasodifiy ta'sirlarning keng tarqalgan bazi modellarini ko'rib chiqamiz.

1. *Ideal oq shovqin.* Chastotalar diapazoni $(-\infty; \infty)$ da spektral zichligi o'zgarmas bo'lgan tasodifiy ta'sir:

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{N} \delta(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = \overline{N} e^{-j\omega\tau} \Big|_{\tau=0} = \overline{N} = c^2,$$

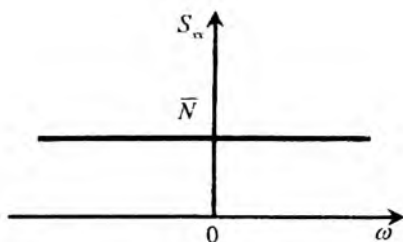
bunda c^2 – jadallik.

Oq shovqinning spektral zichligi grafigi 11.9-rasmda ko'rsatilgan; hamma chastotalar bo'yicha bir xil taqsimlangan.

Korrelatsiyali funksiyasi

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos \omega\tau d\omega = c^2 \delta(\tau).$$

$K_{xx}(\tau)$ ning grafigi 11.7-rasmda keltirilgan.

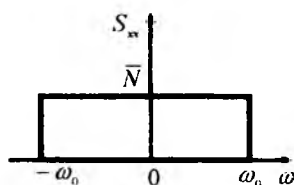


11.9-rasm. Ideal oq shovqinning spektral zichligi.

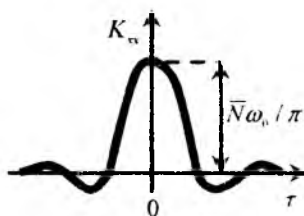
2. *Real oq shovqin.* Oq shovqin ko'rinishidagi model ta'sirlarni juda ideallashtirib yuboradi, shuning uchun, amaliyotda spektral zichligi cheklangan real oq shovqin ko'rinishidagi real modeldan foydalaniladi (11.10,a-rasm):

$$S_{xx} = \bar{N} = c^2, \text{ agar } |\omega| \leq \omega_0 \text{ bo'lganda;}$$

$$S_{xx} = 0, \text{ agar } |\omega| > \omega_0 \text{ bo'lganda.}$$



a



b

11.10-rasm. Real oq shovqinning spektral zichligi (a) va korrelatsiyali funksiyasi (b).

Bu holda, dispersiya:

$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_{xx}(\omega) d\omega = \frac{c^2 \omega_0}{\pi},$$

va korrelatsiyali funksiya (11.10,b-rasm):

$$K_{xx}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} c^2 e^{j\omega\tau} d\omega = \frac{c^2}{2\pi} \frac{1}{j\tau} e^{j\omega\tau} \Big|_{-\omega_0}^{\omega_0} = \frac{c^2}{\pi\tau} \sin \omega_0 \tau.$$

3. *Silliqlik real oq shovqin.* Analitik tadqiqotlarda ideal oq shovqinning spektral zichligini uzluksiz, siniqlik funksiya bilan almashtirish afzalroq:

$$S_{xx}(\omega) = \frac{2D\mu}{\omega^2 + \mu^2},$$

bunda D, μ – tavsifning parametrlari; so‘nishni ifodalaydigan parametr – μ ning o‘lchov birligi chastota – ω niki bilan bir xil, ya‘ni rad/sek. Spektral zichlik – $S_{xx}(\omega)$ ning grafigi 11.11, a-rasmda ko‘rsatilgan

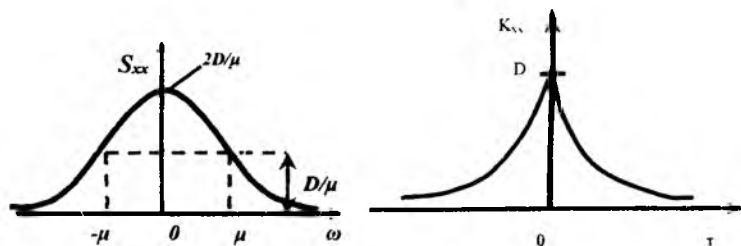
Bu funksiya $\omega \in [-\mu, \mu]$ oraliqda, amaliyotga kerakli aniqlik bilan ideal oq shovqinni aks ettira oladi.

Bu holda dispersiya quydagicha bo‘ladi:

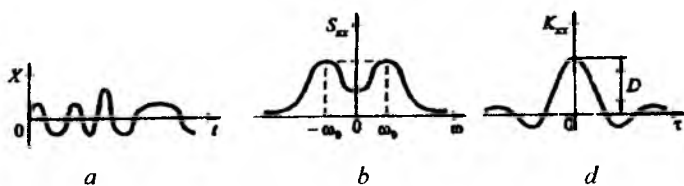
$$D_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{2D\mu}{\omega^2 + \mu^2} d\omega = \frac{D\mu}{\pi} \frac{1}{\mu} \arctg \frac{\omega}{\mu} \Big|_{-\infty}^{\infty} = D,$$

korrelatsiyali funksiya esa (11.11, b-rasm)

$$K_{xx}(\tau) = D \cdot e^{-\mu|\tau|}.$$



11.11-rasm. Silliqliq, real oq shovqinni spektral zichligi (a) va korrelatsiyali funksiyasi (b).



11.12-rasm. Nomuntazam chayqalish turidagi tasodifiy jarayon va uning ehtimollik tavsiflari.

4. *Nomuntazam chayqalish.* Ko‘plab harakatlanuvchi obyektlar, masalan, uchish apparatlari, kemalar, avtomobillar doimo nomuntazam ta’sirlar ostida bo‘ladi (atmosfera ta’sirlari, dengiz to‘lqinlari, yo‘lning notekisligi kabilar). Ularning harakati tasodifiy qonunlar bilan kechadi (11.12, a-rasm). Obyektlarning bunday tasodifiy harakatlari *nomuntazam chayqalish* deyiladi. Muntazam chayqalish ham bor, bundagi harakat davriy xususiyatga ega bo‘ladi.

Nomuntazam chayqalishning korrelatsiyali funksiyasi

$$K_{xx}(\tau) = D \cdot e^{-\mu|\tau|} \cos \omega_0 \tau,$$

spektral zichligi

$$S_{xx}(\omega) = \mu D \left[\frac{1}{\mu^2 + (\omega_0 - \omega)^2} + \frac{1}{\mu^2 + (\omega_0 + \omega)^2} \right],$$

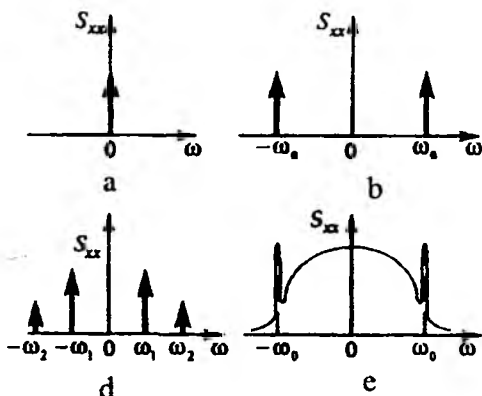
bu yerda, ω_0 – rezonansli chastota; μ – so‘nish parametri; D – dispersiya.

Endi, ta’sirlar modeli sifatida ba’zi muntazam jarayonlarning spektral zichligini ko‘rib chiqamiz.

5. O‘zgarmas (doimiy) jarayon $x(t) = a$. Spektral zichligi

$$S_{xx}(\omega) = 2\pi a^2 \delta(\omega).$$

11.13,a-rasmda spektral zichlik grafigi ko‘rsatilgan. Unga qaraganda, jarayonning hamma quvvati nol chastotada mujassamligini ko‘rish mumkin.



11.13-rasm. Turli tasodifiy jarayonlarning spektral zichliklari.

6. Garmonik jarayon $x(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$. Spektral quvvat

$$S_{xx}(\omega) = 2\pi \left(\frac{A}{2} \right)^2 [\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)].$$

$S_{xx}(\omega)$ ning 11.13,b-rasmdagi grafigidan ko‘rinidiki, jarayonning hamma quvvati ω_0 va ω chastotalarda to‘plangan. Agar faqat musbat chastotalar diapazoni ko‘riladigan bo‘lsa, quvvat ω_0 chastotaga jamlanadi.

7. Fure qatorining xususiy yig‘indisi $x(t) = c_0 + \sum_{i=1}^n c_i \sin(\omega_i t + \varphi_i)$.

Spektral quvvati quyidagicha:

$$S_{xx}(\omega) = 2\pi \left\{ c_0^2 \delta(\omega) + \sum_{k=1}^n \left(\frac{c_k}{2} \right)^2 [\delta(\omega - \omega_k) + \delta(\omega + \omega_k)] \right\}.$$

$S_{xx}(\omega)$ ning 11.13,*d*-rasmdagi grafigi chiziqli (diskret) spektrdan iborat. Bunda impulslar shunday tasvirlanadiki, ularning amplitudasi Furening tegishli koeffitsiyentlari kvadratiga proporsional bo'ladi, ya'ni c_0^2 va $(c_k/2)^2$.

8. *Muntazam garmonik tashkil etuvchilar qo'yilgan tasodifiy jarayonlarning spektral zichligida rezonansli cho'qqilar aniq ko'rinib turadi. Bu cho'qqilarni ba'zi "kechinma" larda ko'rish qiyin bo'lgan garmonikalarga mos keladi (11.13,e-rasm).*

Nazorat va muhokama savollari

1. Tasodifiy jarayonlarning korrelatsion funksiyasini tushuntirib bering.
2. Spektral zichlik nima?
3. Chiziqli tizimlar kirishida o'rtacha kvdratik og'ish va dispersiya qanday hisoblanadi?
4. Signal manbai sifatida ishlatiladigan „Oq shovqin“ni tushuntiring.
5. Tasodifiy jarayonlarning korrelatsion funksiyasini qanday hisoblanadi?
6. Ma'lum korrelatsion funksiya bo'yicha tasodifiy jarayonlarning spektral zichligini hisoblash tartibini tushuntiring.
7. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligini baholashda Fureye almashtirishidan qanday foydalaniladi?
8. Tasodifiy jarayonlarning spektral zichligi bahosini qanday silliq-lantiriladi?

TEST SAVOLLARI

1. Birinchi sanoat rostlagichi nechanchi yilda va kim tomonidan kashf qilingan?

- A) 1765-yil rus mexanigi I.I.Polzunov tomonidan.
- B) 1784-yil ingliz mexanigi J.Uatt tomonidan.
- D) 1876-yil rus olimi va muhandisi A.I.Vishnegradskiy tomonidan.
- E) 1866-yil ingliz matematik-mexanigi D.Maksvell tomonidan.

2. Bug' mashinasi valining aylanish tezligini rostlovchi avtomatik qurilma kim tomonidan va qachon yaratilgan?

- A) Rus mexanigi I.I.Polzunov tomonidan 1765-yilda.
- B) Ingliz mexanigi J.Uatt tomonidan 1784-yilda.
- D) Rus olimi va muhandisi A.I.Vishnegradskiy tomonidan 1876-yilda.
- E) Ingliz matematik-mexanigi D.Maksvell tomonidan 1866-yilda.

3. Rostlagichlar tavsifining umumiy qonuniyatlari, ya'ni "rostlagichlar haqida"gi birinchi asar kimlar tomonidan bayon etilgan?

- A) D.Maksvell va A.I.Vishnegradskiylar.
- B) A.M.Lyapunov va N.E.Jukovskiylar.
- D) R.Bellman va R.Kalmanlar.
- E) I.I.Polzunov va J.Uattlar.

4. "Maksimum prinsipi" kim tomonidan ishlab chiqilgan?

- A) A.S.Pontryagin.
- B) A.I.Vishnegradskiy.
- C) R.Bellman.
- D) A.M.Lyapunov.

5. Avtomatik boshqarish tizimi deb qanday tizimlarga aytiladi?

- A) Inson ishtirokisiz asosiy jarayonni amalga oshiradigan.
- B) Boshqarish obyektini nazorat qilish vazifasini bajaradigan.
- D) Mashina va inson orasida boshqarish funksiyasi teng bo'lingan.
- E) Sifatli boshqarishni amalga oshirish.

6. Adaptiv tizim deb nimaga aytiladi?

- A) Tashqi ta'sir o'zgarishiga moslashish xususiyatiga ega bo'lgan tizimlarni.
- B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimlarni.
- D) Boshqarilayotgan kattalikning berilgan qiymati juda keng chegarada ixtiyoriy qonun bo'yicha o'zgaruvchi tizimlarni.
- E) Oldindan ma'lum bo'lgan qonunga ko'ra o'zgaradigan tizimlarni.

7. Kuzatuvchi avtomatik rostdash tizimi deb nimaga aytiladi?

- A) Tashqi ta'sir o'zgarishiga moslashish xususiyatiga ega bo'lgan tizimlarni.
- B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimlarni.
- D) Boshqarilayotgan kattalikning berilgan qiymati juda keng chegarada ixtiyoriy qonun bo'yicha o'zgaruvchi tizimlarni.
- E) Oldindan ma'lum bo'lgan qonunga ko'ra o'zgaradigan tizimlarni.

8. Chiziqli tizimi deb nimaga aytiladi?

- A) Ustlash (superpozitsiya) usulini qo'llash mumkin bo'lgan tizimlarga.
- B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimga.
- D) Tarkibida bitta boshqaruvchi va bitta boshqariluvchi kattalikka ega bo'lgan tizimga.
- E) Tizim elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o'zgar-maydigan tizimga.

9. Statsionar tizimi deb nimaga aytiladi?

- A) Tizim elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o'zgarmasa.
- B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lsa.
- D) Boshqarilayotgan kattalikning berilgan qiymati juda keng chegarada ixtiyoriy qonun bo'yicha o'zgarsa.
- E) Oldindan ma'lum bo'lgan qonunga ko'ra o'zgarsa.

10. Bir o'lchamli tizim deb nimaga aytiladi?

- A) Ustlash (superpozitsiya) usulini qo'llash mumkin bo'lgan tizimlarga.
- B) Kerakli boshlang'ich axborot to'liq bo'lgan tizimga.

D) Tarkibida bitta boshqaruvchi va bitta boshqariluvchi kattalikka ega bo'lgan tizimga yoki bitta kirish va bitta chiqish parametriga ega bo'lgan tizim.

E) Tizim elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o'zgarmaydigan tizimga.

11. Qaysi tizimda rostlanuvchi kattalik o'zgarmas qiymatda saqlanadi?

A) Kuzatuvchi.

B) Dasturli.

D) Rostlash.

E) Adaptiv.

12. Og'ish va g'alayonli ta'sirlar bo'yicha boshqarish prinsipi qanday tizimda tatbiq qilinadi?

A) Kombinirlashgan.

B) G'alayonli ta'sirlar bo'yicha.

D) Berk.

E) Ochiq.

13. Yumshoq (gibkiy) teskari bog'lanish nima?

A) Muvozanat rejimdagi tizimning teskari bog'lanishi.

B) Signallar yig'indisini hosil qilishda ishlatiladigan teskari bog'lanish.

D) Dinamik rejimdagi tizimning teskari bog'lanishi.

E) Signallar ayirmasini hosil qilishda ishlatiladigan teskari bog'lanish.

14. Uzatish funksiyasi deb nimaga aytiladi?

A) Chiqish kattaligining kirish kattaligiga nisbati kuchaytirish koeffitsiyenti.

B) Boshlang'ich shartlar nolga teng bo'lganda chiqish kattaligining Laplas tasvirini kirish kattaligining Laplas tasviriga nisbati (munosabati).

C) Chiqish kattalik Laplas tasviri.

D) Chiqish va kirish kattaliklari Laplas tasvirlari ko'paytmasi.

15. Ushbu $h(t) = K(1 - e^{-t})$ o'tish funksiyasi qaysi dinamik

zvenoga tegishli?

A) Tebranuvchi.

B) Aperiodik.

C) Differensial.

D) Integral.

16. Ushbu $h(t) = Kt$ o'tish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?

A) Differensial.

B) Kechikuvchi.

C) Integral.

D) Aperiodik.

17. $W(p) = \frac{K}{1+PT}$ uzatish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?

A) Differensial.

B) Kechikuvchi.

C) Integral.

D) Aperiodik.

18. Qaysi o'tish funksiyasi kechikishli zvenoga ega?

A) $h(t) = 1(t - \tau)$.

B) $h(t) = 1(t)$.

C) $h(t) = KT(t - \tau)$.

D) $h(t) = \frac{K}{T}(t - \tau)$.

19. $L(\omega) = -20\text{db/dek}$ ko'rinishdagi LChX ga qaysi zveno tegishli?

A) Tebranuvchi.

B) Integrallovchi.

C) Aperiodik.

D) Kechikuvchi.

20. Ushbu FChX $\varphi(\omega) = -\text{arctg}(\omega T)$ qaysi zvenoga tegishli?

A) Aperiodik.

B) Tebranuvchi.

C) Integrallovchi.

D) Differensiallovchi.

21. Ushbu FChX $\varphi(\omega) = -90$ qaysi zvenoga tegishli?

A) Aperiodik.

B) Tebranuvchi.

C) Integrallovchi.

D) Differensiallovchi.

22. Ketma-ket ulangan zvenolarga xos ifodani toping.

A) $W_1(p) + W_2(p) + \dots$

B) $W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots$

C) $W(p)/(1+W(p))$.

D) $W(p)/(1-W(p))$.

23. Parallel ulangan zvenolarga xos ifodani toping.

A) $W_1(p) + W_2(p) - \dots$

B) $W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots$

- C) $W(p)/(1+W(p))$. D) $W(p)/(1-W(p))$.

24. Manfiy teskari aloqali bog'lanishga xos ifodani toping.

- A) $W_1(p) + W_2(p) + \dots$ B) $W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots$
C) $W(p)/(1+W(p))$. D) $W(p)/(1-W(p))$.

25. Berk tizimiga xos uzatish funksiyasi ifodasini toping.

- A) $(W_1(p)W_2(p))/(1+(W_1(p)W_2(p)))$.
B) $(W_1(p)+W_2(p))/W_1(p)W_2(p)+\dots$
C) $(W_1(p)+W_2(p))/(1+(W_1(p)+W_2(p)))$.
D) $(W_1(p)+W_2(p))/(1+(W_1(p)W_2(p)))$.

26. Tizimning o'tish funksiyasi $h(t)$ qaysi ifoda bilan aniqlanadi?

- A) $L^{-1}\{W(p)\}$. B) $L^{-1}\{W(p)/p\}$.
C) $L^{-1}\{W(t)\}$. D) $L^{-1}\{W(j\omega)\}$.

27. O'tish $h(t)$ va vazn $\omega(t)$ funksiyalarini o'zaro bog'liqligini ko'rsatuvchi ifodani toping.

- A) $h(t) = \int \omega(t) dt$. B) $h(t) = t\omega(t)$.
C) $h(t) = \omega(t)/t$. D) $h(t) = d\omega(t)/dt$.

28. Qaysi atamada holat bo'shlig'i usulida boshqarish obyektining tavsifi ishlab chiqiladi?

- A) «Kirish-holat-chiqish». B) «Kirish-chiqish».
C) «Kirish-holat». D) «Holat-chiqish».

29. Tizimning $\omega(t)$ vaznli funksiyasi qaysi ifoda yordamida aniqlanadi?

- A) $L^{-1}\{W(p)\}$. B) $L^{-1}\{W(p)/p\}$.
C) $L^{-1}\{W(t)\}$. D) $L^{-1}\{W(j\omega)\}$.

30. Ushbu $h(t) = \delta(t)$ o'tish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?

- A) Differensiallovchi. B) Kechikuvchi.
C) Integrallovchi. D) Aperiodik.

31. Ushbu $\omega(t) = \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}}$ vaznli funksiyasi qaysi dinamik zvenoga

tegishli?

- A) Differensiallovchi. B) Kechikuvchi.
C) Integrallovchi. D) Aperiodik.

32. $L(w) = -40 \text{ db/dek}$ ko'rinishli LACHX qaysi dinamik zvenoga tegishli?

- A) Aperiodik. B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi. D) Tebranuvchi.

33. Ushbu $W(p) = K(1 + pT)$ uzatish funksiyasi qaysi dinamik zvenoga tegishli?

- A) Tezlatuvchi (jadallash). B) Kechikuvchi.
C) Integrallovchi. D) Aperiodik.

34. Qaysi o'tish funksiyasi kechikuvchi zvenoga tegishli?

- A) $h(t) = \delta(t - \tau)$. B) $h(t) = \delta(t)$.
C) $h(t) = KT\delta(t - \tau)$. D) $h(t) = \frac{K}{T}\delta(t - \tau)$.

35. $\varphi(\omega) = 90$ FChX qaysi dinamik zvenoga tegishli?

- A) Tebranuvchi. B) Integrallovchi.
C) Differensiallovchi. D) Kuchaytiruvchi.

36. Qaysi uzatish funksiyasi jadallashtiruvchi (tezlatuvchi) zvenoga qarashli?

- A) $W(p) = K(1 + pT)$. B) $W(p) = K/(1 + pT)$.
C) $W(p) = KT(1 + pT)$. D) $W(p) = KT/(1 + pT)$.

37. $h(t) = 1(t - \tau)$ o'tish funksiyasi qaysi dinamik zvenoni tavsiflaydi?

- A) Integrallovchi. B) Aperiodik.
C) Differensiallovchi. D) Kechikuvchi zveno.

38. $W(p) = K(1 + pT)$ uzatish funksiyali statik tavsifga ega zvenoni ko'rsating?

- A) $y = Kx$. B) $y = K/x$.
C) $y = K$. D) $y = x$.

39. Quyida keltirilgan tenglamalardan qaysi biri $1(t)$ birlik pog'onali funksiyadan olingan hosilani tavsiflaydi?

- A) $\delta(t)$. B) $KT\delta(t)$.
C) $K/T\delta(t)$. D) $\delta'(t)$.

40. Tizimning statik xarakteristikasi nima?

- A) Muvozanat rejimdagi kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.
B) Kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.
C) Tizimning birlik pog'onali signalga reaksiyasi.
D) Tizimning impulsli signalga reaksiyasi.

41. Tizimning dinamik xarakteristikasi nima?

- A) Kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.
B) O'tkinchi holat rejimidagi kirish va chiqish signallari orasidagi bog'lanish.
C) Garmonik signal reaksiyasi.
D) Tizimning impulsli signal reaksiyasi.

42. Qaysi uzatish funksiyasi tebranuvchi zvenoga tegishli?

- A) $W(p) = k * p$. B) $W(p) = \frac{k}{pT + 1}$.
C) $W(p) = \frac{k}{p^2 T^2 + 2\xi p T + 1}$. D) $W(p) = k$.

43. Qaysi uzatish funksiyasi differensiallovchi zvenoga tegishli?

- A) $W(p) = \frac{k}{p}$. B) $W(p) = \frac{k}{pT + 1}$.
C) $W(p) = k * p$. D) $W(p) = \frac{k}{p^2 T^2 + 2\xi p T + 1}$.

44. Qaysi uzatish funksiyasi integrallovchi zvenoga tegishli?

- A) $W(p) = \frac{k}{pT + 1}$. B) $W(p) = \frac{k}{p}$.
C) $W(p) = k$. D) $W(p) = k * p$.

45. Qaysi uzatish funksiyasi inersial zvenoga tegishli?

A) $W(p) = \frac{k}{pT + 1}$.

B) $W(p) = k$.

C) $W(p) = \frac{k}{p^2T^2 + 2\xi pT + 1}$.

D) $W(p) = \frac{k}{p}$.

46. Qaysi uzatish funksiyasi proporsional zvenoga tegishli?

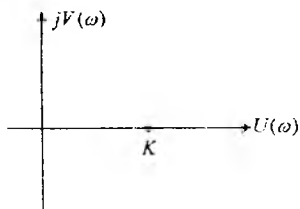
A) $W(p) = \frac{k}{p^2T^2 + 2\xi pT + 1}$.

B) $W(p) = k * p$.

C) $W(p) = \frac{k}{pT + 1}$.

D) $W(p) = k$.

47. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?



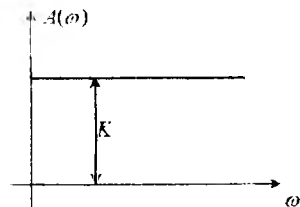
A) Kuchaytiruvchi (proporsional).

B) Integrallovchi.

C) Differensiallovchi.

D) Aperiodik.

48. Quyidagi rasmda keltirilgan AChX qaysi zvenoga tegishli?



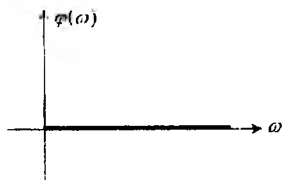
A) Kuchaytiruvchi (proporsional).

B) Integrallovchi.

C) Differensiallovchi.

D) Aperiodik.

49. Quyidagi rasmda keltirilgan FChX qaysi zvenoga tegishli?



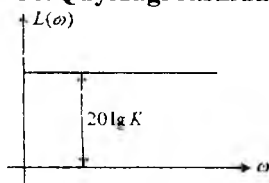
A) Kuchaytiruvchi (proporsional).

B) Integrallovchi.

C) Differensiallovchi.

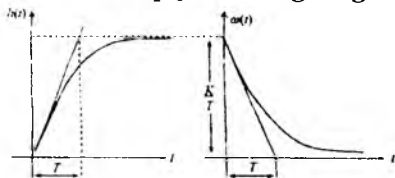
D) Aperiodik.

50. Quyidagi rasmda keltirilgan LChX qaysi zvenoga tegishli?



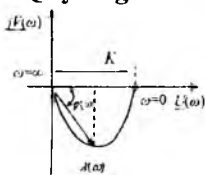
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

51. Quyidagi rasmda keltirilgan o'tkinchi va impulsli o'tkinchi xarakteristika qaysi zvenoga tegishli?



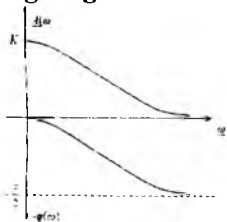
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

52. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?



- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

53. Quyidagi rasmda keltirilgan LChX va LFChX qaysi zvenoga tegishli?

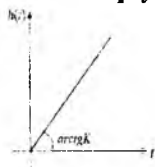


- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

54. $L(\omega) = 20 \lg k - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2}$ ifoda yordamida qaysi zvenoning LChX aniqlanadi?

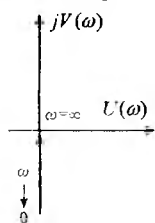
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

55. Quyidagi rasmda keltirilgan o'tkinchi va impulsli o'tkinchi xarakteristika qaysi zvenoga tegishli?



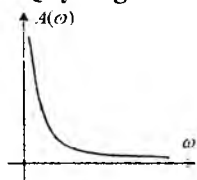
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

56. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?



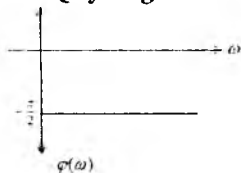
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

57. Quyidagi rasmda keltirilgan AChX qaysi zvenoga tegishli?



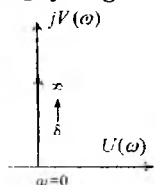
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

58. Quyidagi rasmda keltirilgan FChX qaysi zvenoga tegishli?



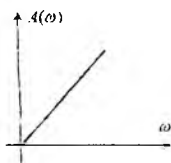
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

59. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?



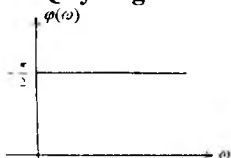
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

60. Quyidagi rasmda keltirilgan AChX qaysi zvenoga tegishli?



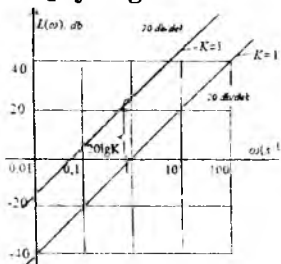
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

61. Quyidagi rasmda keltirilgan FChX qaysi zvenoga tegishli?



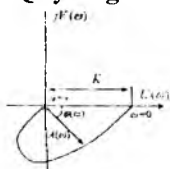
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

62. Quyidagi rasmda keltirilgan LChX qaysi zvenoga tegishli?



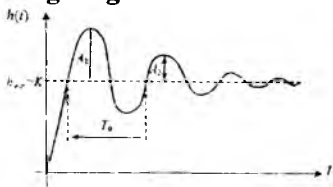
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional).
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

63. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?



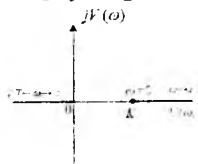
- A) Tebranuvchi.
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

64. Quyidagi rasmda keltirilgan o'tkinchi xarakteristika qaysi zvenoga tegishli?



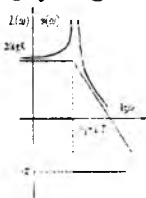
- A) Tebranuvchi.
- B) Integrallovchi.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

65. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?



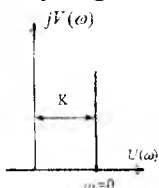
- A) Tebranuvchi.
- B) Konservativ.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

66. Quyidagi rasmda keltirilgan LAFChX qaysi zvenoga tegishli?



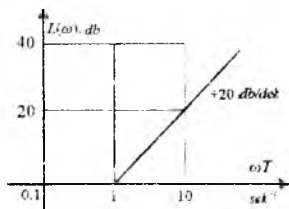
- A) Tebranuvchi.
- B) Konservativ.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

67. Quyidagi rasmda keltirilgan AFX qaysi zvenoga tegishli?



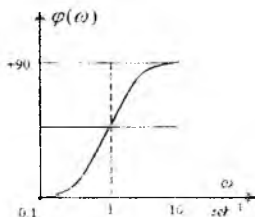
- A) Tezlatuvchi (jadallovchi).
- B) Konservativ.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

68. Quyidagi rasmda keltirilgan LAFChX qaysi zvenoga tegishli?



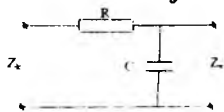
- A) Tezlatuvchi (jadallovchi).
- B) Konservativ.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

69. Quyidagi rasmda keltirilgan LFChX qaysi zvenoga tegishli?



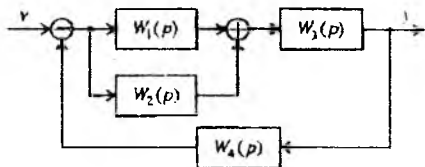
- A) Tezlatuvchi (jadallovchi).
- B) Konservativ.
- C) Differensiallovchi.
- D) Aperiodik.

70. Ushbu zanjirning uzatish funksiyasi qaysi zvenoga tegishli



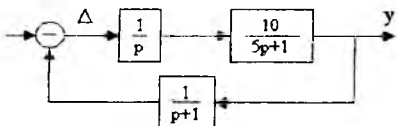
- A) Kuchaytiruvchi (proporsional)
- B) Konservativ
- C) Differensiallovchi
- D) Aperiodik

71. Ushbu sxemaning umumiy uzatish funksiyasi to'g'ri keltirilgan javobni tanlang.



- A) $W(p) = \frac{(W_1(p) + W_2(p))W_3(p)}{1 + (W_1(p) + W_2(p))W_3(p) + W_4(p)W_1(p)}$
- B) $W(p) = \frac{(W_1(p) + W_2(p)) + W_3(p)}{1 + (W_1(p) + W_2(p)) + W_3(p)W_4(p)}$
- C) $W(p) = \frac{(W_1(p) + W_2(p))W_3(p)}{1 + (W_1(p) + W_2(p))W_3(p)}$
- D) $W(p) = \frac{(W_1(p)W_2(p) + W_3(p))}{1 + (W_1(p)W_2(p) + W_3(p))}$

72. Ushbu sxemaning umumiy uzatish funksiyasi to'g'ri keltirilgan javobni tanlang.



- A) $W(p) = \frac{10(p+1)}{p(5p+1)(p+1) + 10}$
- B) $W(p) = \frac{(p+1)}{p(5p+1)(p+1) + 1}$
- C) $W(p) = \frac{10(p+1)}{p(5p+1)(p+1) + 1}$
- D) $W(p) = \frac{10}{p(5p+1)(p+1)}$

73. Birlik pog'onali signal yoki pog'onali funktsiya ifodasi to'g'ri keltirilgan javobni toping.

- A) $x(t) = A \cdot 1(t)$, $A = const$, $1(t) = \begin{cases} 1 & \text{agar } t \geq 0, \\ 0 & \text{agar } t < 0. \end{cases}$
- B) $x(t) = A \cdot \delta(t)$, $A = const$, $\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{agar } t = 0; \\ 0 & \text{agar } t \neq 0. \end{cases}$
- C) $x(t) = A_1(\omega) \sin(\omega t + \varphi_1(\omega))$, $x(t) = A_1(\omega) \cos(\omega t + \varphi_1(\omega))$.
- D) $A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}$.

74. Impulsi signal (funksiya) ifodasi to'g'ri keltirilgan javobni aniqlang.

A) $x(t) = A \cdot 1(t)$, $A = const$, $1(t) = \begin{cases} 1 & \text{agar } t \geq 0. \\ 0 & \text{agar } t < 0. \end{cases}$

B) $x(t) = A \cdot \delta(t)$, $A = const$, $\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{agar } t = 0; \\ 0 & \text{agar } t \neq 0. \end{cases}$

C) $x(t) = A_1(\omega) \sin(\omega t + \varphi_1(\omega))$, $x(t) = A_2(\omega) \cos(\omega t + \varphi_2(\omega))$.

D) $A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + I^2(\omega)}$.

75. Tizim yoki zvenoning garmonik signaldan olingan reaksiyasiga qanday xarakteristika deyiladi.

A) Chastotaviy.

B) O'tkinchi.

C) Impulsi o'tkinchi.

D) Amplituda fazali.

76. Chastota noldan cheksiz oraliqda o'zgarganda \overline{OC} vektorning kompleks tekisligida chizgan egri chizig'iga nima deyiladi?

A) Amplituda-fazali xarakteristika (AFX).

B) Amplituda-chastotali xarakteristika (AChX).

C) Mavhum-chastotali xarakteristika (MChX).

D) Haqiqiy-chastotali xarakteristika (XChX).

77. Chastotali uzatish funksiyasining argumenti nimani ko'rsatadi?

A) Chiqish va kirish signallari orasidagi burchak siljishini.

B) Chiqish signalining amplitudasini kirish signalining amplitudasiga nisbatan necha marotaba kattaligini.

C) Chastotali uzatish funksiyasining modulini.

D) Chastotaning o'zgarishiga qarab amplituda va fazaning o'zgarishini.

78. $\lg \omega$ qanday o'lchov birligida o'lchanadi?

A) Dekada.

B) Desibel.

C) Santimetr.

D) Millimetr.

79. Bir dekada chastotani necha marta oshishini bildiradi?

A) 10.

B) 100.

C) 1000.

D) 10000.

80. $L(\omega)$ qanday o'lchov birligida o'lchanadi?

- A) Dekada. B) Desibell.
C) Santimetr. D) Millimetr.

81. Bir desibel necha bellga teng?

- A) $\frac{1}{10}$ bell. B) 10 bell.
C) 100 bell. D) $\frac{1}{100}$ bell.

82. $y(t) = u(t - \tau)$, bu yerda τ – doimiy kattalik (miqdor) bo'lib, nima deyiladi?

- A) Kechikish vaqti. B) Doimiy vaqt.
C) O'sish vaqti. D) O'tkinchi jarayon vaqti.

83. Kechikuvchi zvenoning uzatish funksiyasi to'g'ri keltirilgan javobni toping.

- A) $W_{kech}(p) = e^{-p\tau}$. B) $W_{kech}(p) = e^{p\tau}$.
C) $W_{kech}(p) = e^{i\tau}$. D) $W_{kech}(p) = e^{-i\tau}$.

84. Tipik ta'sir $\delta(t)$ ga teng bo'lgan reaksiya qanday nomlanadi?

- A) Vazn funksiyasi. B) O'tish funksiyasi.
C) Uzatish funksiyasi. D) Chastotaviy funksiya.

85. Turg'un rejimda garmonik ta'sirga bo'lgan reaksiya nima deb nomlanadi?

- A) Chastotaviy funksiya. B) O'tish funksiyasi.
C) Uzatish funksiyasi. D) Impulsi funksiya.

86. $1/s^2$ ni Laplas bo'yicha tasviri quyida keltirilgan qaysi tipik ta'sirga mos keladi?

- A) t . B) $\delta(t)$.
C) $\sin(t)$. D) $1(t)$.

87. $\frac{1}{2s+1}$ zveno qanday nomlanadi?

- A) Aperiodik. B) Astatik.
C) Proporsional. D) Tebranuvchi.

88. $\frac{1}{2s^2 + 1}$ zveno qanday nomlanadi?

- A) Konservativ. B) Astatik.
C) Proporsional. D) Tebranuvchi.

89. Differensiallovchi zvenoning AFChXsi qanday ko'rinishda bo'ladi?

- A) To'g'ri chiziq. B) Ellips.
C) Uchburchak. D) Ko'pburchak.

90. Integrallovchi zvenoning AFChXsi qanday ko'rinishda bo'ladi?

- A) To'g'ri chiziq. B) Ellips.
C) Uchburchak. D) Ko'pburchak.

91. Quyidagi shartlar qay biri bajarilganda zveno konservativ deb ataladi?

- A) $\xi = 0$. B) $0 < \xi < 1$.
C) $\xi = 1$. D) $\xi > 1$.

92. Agar barcha chastotalarda noldan cheksizgacha $A(\omega) = 1$ bo'lsa, unda zveno qanday nomlanadi?

- A) Kechikuvchi. B) Integrallovchi.
C) Differensial. D) Proporsionallovchi.

93. Qaysi ibora tipik dinamik zveno talablariga javob bermaydi?

- A) Zvenoning kuchaytirish koeffitsiyenti – musbat.
B) Zveno bitta erkin o'zgaruvchi bilan aniqlanadi.
C) Zveno boshqa zvenolarga ulanganda o'z tavsiflarini o'zgartirmaydi.
D) Zveno ikkinchi tartibdan yuqori bo'lmagan differensial tenglama bilan ifodalanadi.

94. Agar aperiodik (inersion) zvenoning vaqt doimiysi T ni nolgacha kamaytirilsa, u qanday zvenoga aylanadi?

- A) Proporsional zvenoga.
B) Integrallovchi zvenoga.
C) Differensiallovchi zvenoga.
D) Tebranuvchi zvenoga.

95. Uzatish funksiyasining nollari deganda nimani tushunasiz?

- A) Surat ildizlari.
- B) Maxraj ildizlari.
- C) O'tkinchi funksiya hosilasi.
- D) Vazn funksiyasi.

96. Uzatish funksiyasining qutblari deganda nimani tushunasiz?

- A) Surat ildizlari.
- B) Maxraj ildizlari.
- C) O'tkinchi funksiya hosilasi.
- D) Vazn funksiyasi.

97. Agar tizimning xarakteristik tenglamasini ildizlari kompleks tekisligining chap yarim tekisligida joylashgan bo'lsa, uzluksiz tizim qaysi holatda bo'ladi?

- A) Turg'unlik chegarasida.
- B) Noturg'un.
- C) Turg'un.
- D) Shartlar yetarli emas.

98. Agar tizimning xarakteristik tenglamasini ildizlari kompleks tekisligining chap va o'ng yarim tekisliklarida joylashgan bo'lsa, tizim qaysi holatda bo'ladi?

- A) Tizim noturg'un.
- B) Tizim turg'un.
- C) Tizim neytral.
- D) Shartlar yetarli emas.

99. Agar tizimning xarakteristik tenglamasini ildizlari kompleks tekisligining chap yarim tekisligida va mavhum o'qida joylashgan bo'lsa, tizim qaysi holatda bo'ladi?

- A) Turg'unlik chegarasida.
- B) Tizim turg'un.
- C) Tizim neytral.
- D) Shartlar yetarli emas.

100. Uzatish funksiyasi $W(p) = K/(1 + T_1 p)(1 + T_2 p)$ bo'lgan tizimning turg'unligini aniqlang.

- A) Noturg'un.
- B) Turg'un.
- C) Turg'unlik chegarasida.
- D) Ma'lumotlar yetarli emas.

101. Uzatish funksiyasi $W(p) = K(1 + T_2 p) / p(1 + T_1 p)(1 + T_3 p)$ bo'lgan tizimning turg'unligini aniqlang.

- A) Noturg'un.
- B) Turg'un.
- C) Turg'unlik chegarasida.
- D) Ma'lumotlar yetarli emas.

102. Xarakteristik tenglamasi $5p^3 + 4p^2 + 2p + 1 = 0$ **bo'lgan tizimning turg'unligini aniqlang.**

- A) Noturg'un. B) Turg'un.
C) Turg'unlik chegarasida. D) Ma'lumotlar yetarli emas.

103. Xarakteristik tenglamasi $5p^3 + 4p^2 + p + 4 = 0$ **bo'lgan tizimning turg'unligini aniqlang.**

- A) Noturg'un. B) Turg'un.
C) Turg'unlik chegarasida. D) Ma'lumotlar yetarli emas.

104. Xarakteristik tenglamasi $3p^5 + 10p^4 + 5p^3 - 7p^2 + p + 100 = 0$ **bo'lgan tizimning turg'unligini aniqlang.**

- A) Noturg'un. B) Turg'un.
C) Turg'unlik chegarasida. D) Ma'lumotlar yetarli emas.

105. Agar Mixaylov gadografi ω chastotaning noldan cheksizlikkacha o'zgarishida soat strelkasiga teskari koordinatali tekisligining kvadrantini ketma-ket aylanib chiqsa, uchinchi tartibli tizim turg'un bo'ladimi?

- A) Turg'unlik chegarasida. B) Noturg'un.
C) Turg'un. D) Ma'lumotlar yetarli emas.

106. Quyida keltirilgan javoblarning qaysi birida turg'unlikning Mixaylov mezoni haqida to'g'ri fikr yuritilgan?

A) Mixaylovning turg'unlik mezoni o'zining mohiyati jihatdan argumentlar prinsipining geometrik tasviridir.

B) Turg'unlikning chastotaviy mezonlari asosida kompleks o'zgaruvchi funksiya nazariyasidan ma'lum bo'lgan argumentlar prinsipi yotadi.

C) Tizimning turg'unligi xarakteristik tenglamalarning ildizlarini hisobga olmasdan turib aniqlaydigan qoidalar turg'unlikning Mixaylov mezonini bildiradi.

D) Chastota $-\infty \leq \omega \leq \infty$ o'zgarganda $D(j\omega)$ vektori argumentining o'zgarishi chap va o'ng ildizlar ayirmasining « π » soniga ko'paytirilganiga teng bo'ladi.

107. Ochiq tizimning AFX bo'yicha berk tizimning turg'unligini tahlil masalasi ko'rilmoqda. Quyida keltirilganlardan turg'unlik mezonlarining qaysi biri ushbu masalani yechadi?

- A) Naykvistning turg'unlik mezoni.
- B) Mixaylovning turg'unlik mezoni.
- C) Mixaylovning turg'unlik mezoni.
- D) D-bo'lish usuli.

108. Ochiq tizimning AFX $(-1; j0)$ koordinatali nuqtani musbat yo'nalishda ikki marta aylanadi, uning xarakteristik tenglamasi esa to'rtta o'ng yechimlarga ega. Berk tizim turg'unmi?

- A) Turg'unlik chegarasida topiladi.
- B) Neytral.
- C) Turg'un.
- D) Noturg'un.

109. Ochiq tizimning AFX $(-1; j0)$ koordinatali nuqtani musbat yo'nalishda bir yarim marta aylanadi. Ochiq tizimning xarakteristik tenglamasining qanday sonli o'ng yechimlarda berk tizim turg'un bo'ladi?

- A) Uch.
- B) To'rt.
- C) Olti.
- D) Nol.

110. Agar Mixaylov gadografi ω chastotaning noldan cheksizlikkacha o'zgarishida soat strelkasiga teskari koordinatali tekisligining beshta kvadrantini ketma-ket aylanib chiqsa, to'rtinchi tartibli tizim turg'un bo'ladimi?

- A) Shartlar yetarli emas.
- B) Turg'unlik chegarasida.
- C) Noturg'un.
- D) Turg'un.

111. Avtomatik boshqarish tizimining turg'unligi nima?

- A) Tizimni tashqi ta'sirlardan so'ng muvozanat holatiga yana qaytish qobiliyati.
- B) Tizimni boshlang'ich holatiga qaytish qobiliyati.
- C) Tizimning dinamik xususiyatlarini hisobga olish qobiliyati.
- D) Tizimning statik xususiyatlarini hisobga olish qobiliyati.

112. Turg'unlikning Gurvis mezon shartini ko'rsating.

- A) Xarakteristik tenglamaning koeffitsiyentlari noldan katta bo'lishi kerak.
B) Hech bo'lmaganda bitta aniqlovchi noldan katta bo'lishi kerak.
C) Matritsaning diagonal elementlari noldan katta bo'lishi kerak.
D) Agar xarakteristik tenglamaning barcha tartibli koeffitsiyentlari va aniqlovchilari noldan katta bo'lsa.

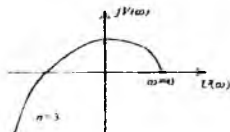
113. Tizimning xarakteristik tenglamasi nima?

- A) Tizimning dinamikasini aniqlovchi ildizlari.
B) Laplas o'zgartirishini differensial tenglamalarga qo'llanilishi.
C) Tizimning harakat xarakteristikasini aniqlovchi ildizlari.
D) Tizimning statikasini aniqlovchi ildizlari.

114. Agar ochiq tizim o'ng yechimlarga ega bo'lmasa, qaysi holatda berk tizim turg'un bo'ladi?

- A) Agar ochiq tizimning AFX si $(-1, j0)$ kritik nuqtani qamrab olmasa.
B) Agar ochiq tizimning AFX si $(-1, j0)$ kritik nuqtani qamrab olsa.
C) Agar yopiq tizimning AFX si $(-1, j0)$ kritik nuqtani qamrab olmasa.
D) Ochiq tizimning AFX si $(-1, j0)$ kritik nuqtani n marta qamrab olmasa.

115. Rasmda keltirilgan Mixaylov gadografiga qarab tizimning turg'unligi to'g'risida qanday fikr yuritishimiz mumkin?



- A) Turg'un.
B) Noturg'un.
C) Turg'unlik chegarasida.
D) Ma'lumotlar yetarli emas.

116. Turg'unlik sharti to'g'ri keltirilgan javob variantini toping

- A) $t \rightarrow \infty$ bo'lganda $y_r(t) \rightarrow 0$.
B) $t \rightarrow \infty$ bo'lganda $y_m(t) \rightarrow 0$.
C) $t \rightarrow \infty$ bo'lganda $y_r(t), y_m(t) \rightarrow 0$.
D) $t \rightarrow \infty$ bo'lganda $y_r(t), y_m(t) \rightarrow 1$.

117. Qaysi javobda A.M.Lyapunov tomonidan nochiziqli tizimlarning chiziqlantirilgan tenglamalari uchun turg'unlikning 1-teoremasi to'g'ri keltirilgan?

A) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining haqiqiy qismi manfiy bo'lsa, unda real tizim ham turg'un bo'ladi.

B) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining haqiqiy qismi musbat bo'lsa, unda real tizim ham turg'un bo'ladi.

C) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining mavhum qismi musbat bo'lsa, unda real tizim ham turg'un bo'ladi.

D) Agar chiziqlantirilgan tizim xarakteristik tenglamasi hamma ildizlarining mavhum qismi manfiy bo'lsa, unda real tizim ham turg'un bo'ladi.

118. Turg'unlikning algebraik mezonlari qaysi javobda to'g'ri keltirilgan?

A) Gurvis mezoni, Rauss mezoni.

B) Gurvis mezoni, Mixaylov mezoni.

C) Naykvist mezoni, Rauss mezoni.

D) Mixaylov mezoni, Naykvist mezoni.

119. Turg'unlikning chastotaviy mezonlari qaysi javobda to'g'ri keltirilgan?

A) Gurvis mezoni, Rauss mezoni.

B) Gurvis mezoni, Mixaylov mezoni.

C) Naykvist mezoni, Rauss mezoni.

D) Mixaylov mezoni, Naykvist mezoni.

120. Tizimning turg'unligi xarakteristik tenglamalarning ildizlarini hisobga olmasdan turib aniqlaydigan qoidalar turg'unlikning qanday mezonlari deyiladi?

A) Algebraik.

B) Chastotaviy.

C) Logarifmik.

D) Ma'lumot yetarli emas.

121. Turg'unlikning algebraik mezoni xarakteristik tenglaning ... orqali tizimning turg'unligi haqida fikr yuritish imkonini beradi.

A) Koeffitsiyentlari.

B) O'zgaruvchilari.

C) Operatorlari.

D) Ildizlari.

122. Xarakteristik tenglamaning hamma koeffitsiyentlarini musbat bo'lishi tizimning turg'un bo'lishi uchun qanday shart hisoblanadi.

- A) Zaruriy shart.
- B) Yetarli shart.
- C) Zaruriy va yetarli shart.
- D) Hech qanday shart hisoblanmaydi.

123. Rauss jadvalini to'ldirish uchun qanday ifodadan foydalanamiz?

- A) $c_{n,i} = c_{n+1,i-2} - r_i c_{n+1,i-1}$, n -ustun, i -qator.
- B) $c_{i,n} = c_{n-1,i+2} - r_i c_{n-1,i+1}$, n -ustun, i -qator.
- C) $c_{n,i} = c_{n+2,i-1} - r_i c_{n+2,i-1}$, n -ustun, i -qator.
- D) $c_{n,i} = c_{n+2,i-2} - r_i c_{n+2,i-2}$, n -ustun, i -qator.

124. Gurvis turg'unlik mezonining zaruriy va yetarli sharti to'g'ri keltirilgan javobni tanlang.

A) n -tartibli chiziqli tizimning turg'un bo'lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlardan tashkil topgan n ta aniqlovchilar musbat bo'lishi zarur va yetarli.

B) n -tartibli chiziqli tizimning turg'un bo'lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlardan tashkil topgan n ta aniqlovchilar manfiy bo'lishi zarur va yetarli.

C) n -tartibli chiziqli tizimning turg'un bo'lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlar musbat bo'lishi zarur va yetarli.

D) n -tartibli chiziqli tizimning turg'un bo'lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlar manfiy bo'lishi zarur va yetarli.

125. Gurvis aniqlovchisi (determinanti) ning oxirgi tartibi nimaga teng.

- A) $\Delta_i = a_n \cdot \Delta_{n-1}$.
- B) $\Delta_n = a_n \cdot \Delta_{n-2}$.
- C) $\Delta_n = a_{n-1} \cdot \Delta_{n-1}$.
- D) $\Delta_n = a_{n-2} \cdot \Delta_{n-1}$.

126. Turg'unlikning logarifmik mezonining to'g'ri tarifi keltirilgan javobni toping.

A) Agar ochiq tizim turg'un bo'lsa, unda berk tizim turg'un bo'lishi uchun $\omega_k < \omega_c$ (kesishish va o'tish chastotalari) sharti bajarilishi kerak. Aks holda berk tizim noturg'un bo'ladi.

B) Agar ochiq tizim turg'un bo'lsa, unda berk tizim turg'un bo'lishi uchun $\omega_k > \omega_c$. (kesishish va o'tish chastotalari) sharti bajarilishi kerak. Aks holda berk tizim noturg'un bo'ladi.

C) n -tartibli chiziqli tizimning turg'un bo'lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlardan tashkil topgan n ta aniqlovchilar musbat bo'lishi zarur va yetarli.

D) n -tartibli chiziqli tizimning turg'un bo'lishi uchun berilgan tizimning xarakteristik tenglamasida koeffitsiyentlar manfiy bo'lishi zarur va yetarli.

127. Parametrlar tekisligida ildizlarning tartibda joylashishiga qarab sohalarga ajratuvchi egri chiziqlar to'plamiga qanday bo'linish deyiladi.

- A) Parametrlar tekisligining D-bo'linishi.
- B) Parametrlar tekisligining S-bo'linishi.
- C) Bir parametr va ikki parametrlar tekisligi.
- D) Ikki parametrlar tekisligi.

128. D-bo'linish chegarasini qarayotganda uni faqat chastotaning qanday qiymatlari uchun qurish yetarlidir?

- A) Musbat ya'ni $0 < \omega < \infty$.
- B) Manfiy ya'ni $\infty < \omega < 0$.
- C) Musbat va manfiy ya'ni $\infty < \omega < \infty$.
- D) Ma'lumotlar yetarli emas.

129. Tarkibida hech bo'lmaganda bitta kechikuvchi zveno bo'lgan avtomatik boshqarish tizimlari qanday tizimlar deyiladi?

- A) Kechikuvchi.
- B) Optimal.
- C) Adaptiv.
- D) Suboptimal.

130. Agar kechikish vaqti τ minimal kritik kechikish vaqti τ_{kpm} dan kichik (ya'ni $\tau < \tau_{kpm}$) bo'lsa, avtomatik boshqaruv tizimi qanday bo'ladi?

- A) Turg'un.
- B) Noturg'un.
- C) Turg'unlik chegarasida.
- D) Bunday bo'lishi mumkin emas.

131. O'tarostlash qiymati qaysi xususiyatni ko'rsatadi?

- A) O'tish vaqti.
- B) Maksimal dinamik xatolik.
- C) Sezuvchanlik.
- D) Asllik.

132. O'tkinchi jarayon vaqti qaysi xususiyatni ko'rsatadi?

- A) Doimiy vaqt. B) Statik holati.
C) Sezuvchanlik. D) Asllik.

133. Tizimning statik xatoligi asosan qaysi parametrga bog'liq?

- A) Vaqt doimiysi.
B) Kuchaytirish ko'effitsiyenti.
C) Kechikish vaqti.
D) Vaqt doimiysi va kuchaytirish ko'effitsiyenti.

134. O'tarostlash qiymati qaysi ifoda bilan hisoblanadi?

- A) h_{\max} / h_{\min} . B) h_z / h_{\max} .
C) $(h_{\max} - h_z) / h_{\max}$. D) $\frac{(h_{\max} - h_z)}{h_{\max}} \cdot 100\%$.

135. Boshqarish tizimining tezligini oshirish usulini ko'rsating.

- A) Tizim tarkibiga integrallovchi zveno kiritish orqali.
B) Tizim tarkibiga kuchaytiruvchi zveno kiritish orqali.
C) Tizim tarkibiga korrektlovchi zveno kiritish orqali.
D) Tizim tarkibiga differensiallovchi zveno kiritish orqali.

136. Boshqarish tizimining aniqligini oshirish usulini ko'rsating.

- A) Tizim tarkibiga differensiallovchi zveno kiritish orqali.
B) Tizim tarkibiga integrallovchi zveno kiritish orqali.
C) Tizim tarkibiga kuchaytiruvchi zveno kiritish orqali.
D) Tizim tarkibiga korrektlovchi zveno kiritish orqali.

137. O'tkinchi jarayon egri chizig'i bo'yicha aniqlangan sifat ko'rsatkichlarini tizimning sifatini baholashning qanday usuli deyiladi?

- A) Bevosita. B) Bilvosita.
C) Xatolik ko'effitsiyenlar. D) Chastotaviy.

138. Ayrim hollarda yuqori tartibli tizimlar uchun o'tkinchi jarayon egri chizig'ini aniqlash ancha qiyinchilik tug'diradi. Shunday hollarda o'tkinchi jarayon egri chizig'ini aniqlamasdan turib shu jarayonning sifatini baholashga imkon beruvchi usulni sifat ko'rsatkichlarini baholashning qanday usuli deyiladi?

- A) Bevosita. B) Bilvosita.

C) Xatolik koeffitsiyentlar.

D) Chastotaviy.

139. Barqaror rejimda rostdash sifatini baholashda xatolik koeffitsiyentlari qanday ifoda yordamida aniqlanadi?

A) $C_n = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^n} [\Phi_n(p) - C_0 - C_1 p - \dots - C_{n-1} p^{n-1}]$.

B) $C_2 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p^2} [\Phi_2(p) - C_0 - C_1 p]$.

C) $C_1 = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{p} [\Phi_1(p) - C_0]$.

D) $C_0 = \lim_{p \rightarrow 0} \Phi_n(p)$.

140. Pog'onali signallar ta'siri orqali o'tish jarayonining sifatini baholashda so'nish dekrementi qanday topiladi?

A) $\chi = \left| \frac{h_{\max} - h_{\text{qar}}}{h_{\text{min}} - h_{\text{qar}}} \right| \cdot 100\%$.

B) $\chi = \left| \frac{h_{\max} - h_{\text{qar}}}{h_{\text{qar}}} \right| \cdot 100\%$.

C) $\chi = \left| \frac{h_{\text{qar}} - h_{\max}}{h_{\text{min}}} \right| \cdot 100\%$.

D) $\chi = \left| \frac{h_{\text{max}}}{h_{\text{min}} - h_{\text{qar}}} \right| \cdot 100\%$.

141. Rostlash sifatini baholashning ildizli usullari nimaga asoslangan?

A) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga va o'tish jarayonining sifati bilan ko'rsatilgan chegaralar orasidagi bog'liqlikni aniqlashga asoslangan.

B) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga asoslangan.

C) O'tish jarayonining sifati bilan ko'rsatilgan chegaralar orasidagi bog'liqlikni aniqlashga.

D) Bu usul o'tish jarayonining tebranuvchanligini va rostdash vaqtini yetarli darajada tez aniqlashga imkon beradi.

142. Rostlash sifatini baholashning ildizli usullarini afzalligi (qanday imkon beradi)?

A) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga va o'tish jarayonining sifati bilan ko'rsatilgan chegaralar orasidagi bog'liqlikni aniqlashga asoslangan.

B) Xarakteristik tenglamaning chegaralarini aniqlashga asoslangan.

C) O'tish jarayonining sifati bilan ko'rsatilgan chegaralar orasidagi bog'liqlikni aniqlashga.

D) Bu usul o'tish jarayonining tebranuvchanligini va rostdash vaqtini yetarli darajada tez aniqlashga imkon beradi.

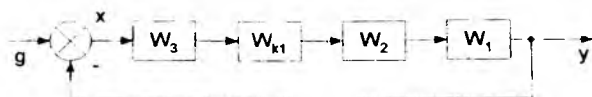
143. Korrektlovchi qurilma avtomatik rostdash tizimiga turli tarzda kiritilishi mumkin. Korrektlovchi qurilmani tizimga ketma-ket ulananganda qanday qurilma deb ataladi?

- A) Ketma-ket korrektlovchi.
- B) Parallel korrektlovchi.
- C) Ketma-ket va parallel korrektlovchi.
- D) Aralash korrektlovchi.

144. Korrektlovchi qurilma avtomatik rostdash tizimiga turli tarzda kiritilishi mumkin. Korrektlovchi qurilmani tizimga parallel ulanganda qanday qurilma deb ataladi?

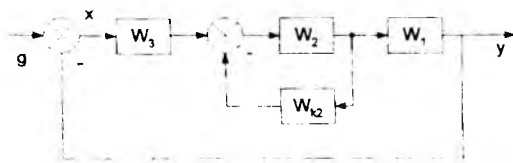
- A) Ketma-ket korrektlovchi.
- B) Parallel korrektlovchi.
- C) Ketma-ket va parallel korrektlovchi.
- D) Aralash korrektlovchi.

145. Quyidagi rasmda korrektlovchi qurilma avtomatik rostdash tizimiga qanday tarzda kiritilgan?



- A) Ketma-ket.
- B) Parallel.
- C) Ketma-ket va parallel.
- D) Aralash.

146. Quyidagi rasmda korrektlovchi qurilma avtomatik rostdash tizimiga qanday tarzda kiritilgan?



- A) Ketma-ket.
- B) Parallel.
- C) Ketma-ket va parallel.
- D) Aralash.

147. Korrektlovchi qurilma avtomatik rostdash tizimiga parallel kiritilganda ushbu qism qanday nomlanadi?

- A) O'rab olingan.
- B) Zaruriy.

C) Berilgan.

D) Kesishgan.

148. Chiziqli ARTni sintez qilishda zaruriy LACHXni qurishdan asosiy maqsad nima?

A) Amplituda va faza bo'yicha zaxiralarni aniqlash.

B) O'tish jarayoni vaqtini aniqlash.

C) O'tarostlashni aniqlash.

D) Xatolik koeffitsiyentini aniqlash.

149. Ochiq tizimning zaruriy logarifmik xarakteristikalari loyihalalanayotgan tizimga quyilgan qanday talablar orqali quriladi?

A) Kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti, tizimning astatizm darajasi, o'tkinchi jarayon vaqti va o'tarostlash qiymati.

B) Kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti, tizimning astatizm darajasi.

C) O'tkinchi jarayon vaqti va o'tarostlash qiymati.

D) Kerakli kuchaytirish koeffitsiyenti va o'tarostlash qiymati.

150. Ochiq tizimning zaruriy logarifmik xarakteristikalari loyihalalanayotganda LACHXning past chastotali qismi nimalar orqali aniqlanadi?

A) Ochiq tizimning kuchaytirish koeffitsiyenti va astatizm darajasi.

B) Ochiq tizimning o'tkinchi jarayon vaqti va o'tarostlash qiymati.

C) Ochiq tizimning kuchaytirish koeffitsiyenti va o'tarostlash qiymati.

D) Ochiq tizimning astatizm darajasi va o'tarostlash qiymati.

151. Zaruriy tizimning LACHXsi qurilayotganda kesishish chastotasi qanday aniqlanadi?

A) O'tkinchi jarayon vaqti va o'tarostlash qiymati.

B) Kuchaytirish koeffitsiyenti va o'tarostlash qiymati.

C) Astatizm darajasi va o'tarostlash qiymati.

D) Kuchaytirish koeffitsiyenti va astatizm darajasi.

152. Zaruriy LAFChXni qurish tartibi to'g'ri keltirilgan javobni aniqlang.

A) Qo'yilgan talablar ($K_z, \delta, t_o, L_{bn}(\omega)$): $L_x \rightarrow W_x(p) \rightarrow \varphi_x(\omega) \rightarrow \Delta L, \Delta \varphi \rightarrow$ sifatini baholash.

B) Qo'yilgan talablar ($K_z, \delta, t_o, L_{bn}(\omega)$): $\rightarrow W_x(p) \rightarrow \varphi_x(\omega) \rightarrow \Delta L, \Delta \varphi \rightarrow$ sifatini baholash.

C) Qo'yilgan talablar ($K_z, \delta, t_o, L_{bn}(\omega)$): $L_x \rightarrow \Delta L, \Delta \varphi \rightarrow$ sifatini baholash.

D) Qo'yilgan talablar ($K_z, \delta, t_0, L_{bn}(\omega)$): $L_z \rightarrow W_z(p) \rightarrow \varphi_z(\omega) \rightarrow$ sifatini baholash.

153. Parallel ulangan korrektlovchi qurilma LACHXsini topish ifodasi to'g'ri keltirilgan javobni aniqlang.

- A) $L_{z_1}(\omega) = L_{m_1}(\omega) - L_z(\omega) - L_{o_1}(\omega)$.
- B) $L_{z_1}(\omega) = L_{m_1}(\omega) - L_z(\omega) + L_{o_1}(\omega)$.
- C) $L_{z_1}(\omega) = L_{m_1}(\omega) + L_z(\omega) + L_{o_1}(\omega)$.
- D) $L_{z_1}(\omega) = L_{m_1}(\omega) + L_z(\omega) - L_{o_1}(\omega)$.

154. Garmonik chiziqslashtirish usuli orqali o'rganilayotgan nochizikli tizimlar tartibi chegaralanadimi?

- A) Yo'q.
- B) Ha.
- C) Ma'lumotlar yetarli emas.
- D) Kanal xatoligi bo'yicha uzatish koeffitsiyenti kattaligi.

155. Qanday avtokorrelatsion funksiya tasodifiy jarayonlarda oq shovqin tipida bo'ladi?

- A) Pog'onasimon funksiya ko'rinishida.
- B) Trapetsiyasimon funksiya ko'rinishida.
- C) Delta-funksiya ko'rinishida.
- D) Qo'ng'iroqsimon funksiya ko'rinishida.

156. Turg'un tizimda:

- A) Vaqtning cheksiz oshishi natijasida erkin kuzatuvchi tashkil etuvchi majburiy harakatga mos keladi.
- B) Vaqtning cheksiz oshishi natijasida majburiy tashkil etuvchi nolga intiladi.
- C) Istalgan kiruvchi ta'sir natijasida majburiy tashkil etuvchi cheklangan bo'ladi.
- D) Vaqtning cheksiz oshishi natijasida erkin tashkil etuvchi nolga intiladi.

157. Qanday nochizikli dinamik tizim mutlaq turg'un deb nomlanadi?

- A) Nochiziqlikning muayyan sinfi ichidagi istalgan xarakterdagi nochizqlik "butun holatda" turg'undir.
- B) "Kichik holatda" turg'undir.
- C) "Katta holatda" turg'undir.
- D) "Butun holatda" turg'undir.

158. Dinamik tizim harakati ko'rinishining qanday xususiyati Lyapunov bo'yicha turg'unlik hisoblanadi?

- A) Garmonik tashqi ta'sirlar orqali majburiy.
- B) Pog'onali tashqi ta'sirlar orqali majburiy.
- C) Boshlang'ich og'ish nol bo'lishi orqali erkin.
- D) Impulsi tashqi ta'sirlar orqali majburiy.

159. Faqat koordinata boshida nolga aylanadigan, qolgan koordinatalarda bitta belgini saqlaydigan va dinamik tizim fazo holatining qaralayotgan barcha sohalarida uzluksiz funksiya qanday nomlanadi?

- A) Doimiy belgili.
- B) Aniqlangan belgili.
- C) O'zgaruvchan belgili.
- D) Aniqlanmagan belgili.

160. Qanday dinamik tizim "butun holatda" turg'un deyiladi?

- A) "Kichik" boshlang'ich og'ishlarda turg'un.
- B) "Kichik" boshlang'ich og'ishlarda asimptotik turg'un.
- C) Istalgan boshlang'ich og'ishlarda turg'un.
- D) "Katta" boshlang'ich og'ishlarda turg'un.

161. Faqat koordinata boshida nolga aylanadigan, qolgan koordinatalarda bitta belgini saqlaydigan va dinamik tizim fazo holatining qaralayotgan barcha sohalarida uzluksiz funksiya qanday nomlanadi?

- A) Doimiy belgili.
- B) Aniqlangan belgili.
- C) O'zgaruvchan belgili.
- D) Aniqlanmagan belgili.

162. Qaralayotgan sohada bitta belgini saqlamaydigan uzluksiz funksiyalar qanday nomlanadi?

- A) Doimiy belgili.
- B) Aniqlangan belgili.
- C) O'zgaruvchan belgili.
- D) Aniqlanmagan belgili.

163. Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo'yicha hosilasiga qanday cheklanishlar quyilganda turg'unlik to'g'risida Lyapunov mezoni bilan mos keladi?

A) Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo'yicha hosilasi aniqlangan belgili, belgisi bo'yicha qarama-qarshi bo'lishi kerak.

B) Lyapunov funksiyasi - aniqlangan belgili; uning vaqt bo'yicha hosilasi - doimiy belgili, qarama-qarshi belgili.

C) Lyapunov funksiyasidan vaqt bo'yicha hosilasi - aniqlangan belgili; Lyapunov funksiyasining belgisi Lyapunov funksiyasining vaqt bo'yicha hosilasi belgisi bilan mos tushadi.

D) Lyapunov funksiyasi va uning vaqt bo'yicha hosilasi doimiy belgisi, belgisi bo'yicha qarama-qarshi bo'lishi kerak.

164. Geometrik nuqtayi nazardan tuzilgan dinamik tizimlar harakat tenglamasining kuchida Lyapunov funksiyasining vaqt bo'yicha hosilasi o'zida nimani aks ettiradi?

- A) Fazoviy vektor tezligini.
- B) Lyapunov funksiyasi gradiyentini.
- C) Fazoviy vektor tezligida Lyapunov funksiyasi gradiyentining skalyar hosilasini.
- D) Fazoviy vektor tezligida Lyapunov funksiyasi gradiyentining vektor hosilasini.

165. Nochiziqli ABTning turg'unlik shartida nochiziqlikning o'zini parametrlari chiqmagan holat nimani anglatadi?

- A) Ushbu shart butun turg'unlik sharti hisoblanadi.
- B) Ushbu shart asimptotik turg'unlik sharti hisoblanadi.
- C) Ushbu shart mutlaq turg'unlik sharti hisoblanadi.
- D) Ushbu shart asimptotik bo'lmagan turg'unlik sharti hisoblanadi.

166. Dinamik tizimlarning qanday fazasi fazoviy faza deyiladi?

- A) Holat o'zgaruvchilari fazasi.
- B) Tashqi ta'sirlar fazasi.
- C) Parametrlar fazasi.
- D) Rostlash o'zgaruvchilari fazasi.

167. Fazoviy fazada nochiziqli dinamik tizimlarning muvozanat holati koordinatalari qanday aniqlanadi?

- A) Muvozanat holati doimo bitta va koordinata boshida joylashadi.
- B) Tizim harakati differensial tenglamasi o'ng qismi funksiyasini nolga tenglashtirib.
- C) Differensial tenglamaning umumiy yechimi asosida olib.
- D) Turli boshlang'ich shartlar orqali differensial tenglamani sonli integrirlash asosida olib.

GLOSSARIY

Boshqarish nazariyasi – bu boshqarish tizimida kechuvchi axborot jarayonlari predmetini o'rganuvchi ilmiy fandir.

Kibernetika – murakkab tizimlar (texnik obyektlar, texnologik jarayonlar, jonli organizmlar, jamoalar, tashkilotlar va h.k.) ni optimal boshqarish to'g'risidagi fan.

Avtomatik boshqarish tizimi – bu shunday tizimki, unda boshqarilish vazifasi avtomatik bajariladi, ya'ni inson ishtirokisiz. Boshqariluvchi obyekt va avtomatik boshqarish qurilmasi (rostlagich) birgalikda hamda ularni o'zaro ta'siri – *avtomatik boshqarish tizimi* deyiladi.

Avtomatik boshqarish qurilmasi – boshqarish algoritmi bilan muvofiq kelishda ta'sirlarni amalga oshiruvchi qurilma.

Avtomatlashtirilgan boshqarish tizimi – bu tizimda boshqarish vazifasini bir qismi avtomatik boshqarish qurilmasida bajariladi, bir qismi (ayniqsa muhim va murakkab qismi)ni esa inson bajaradi.

Boshqarish obyekti – texnik jarayonni amalga oshiruvchi va ishlash algoritmini amalga oshirish uchun maxsus tashkil etilgan tashqi ta'sirga muhtoj qurilma (qurilmalar majmui), moslama yoki jarayon.

Boshqarish algoritmi – bu ishlash algoritmlarini amalga oshirish maqsadida obyektidagi tashqi ta'sirlar tavsifini aniqlovchi buyruqlar majmui.

Funksional sxema – bu sxema tizimning qanday elementdan tashkil topganini bildiradi. Unda har bir elementga mos ravishda shu elementning nomi yoki u bajaradigan funksiyasining nomi keltiriladi.

Strukturaviy sxema (model) – bu sxema tizimning matematik modelini bildiradi. Bunda har bir elementga mos ravishda algebraik, differensial, integral tenglamasi yoki qandaydir uzatish funksiyasi keltiriladi.

Prinsipial sxema – bu sxema funksional sxemani kengaytirilgan ko'rinishi bo'lib, bunda har bir elementni kengaytirib ko'rsatiladi.

Axborot – birlamchi manbasi tajribaga asoslangan holda tekshirilayotgan obyekt to'g'risidagi har qanday ma'lumotlar majmuasi.

Chiziqli tizim – ustlash (superpozitsiya) usulini qo'llash mumkin bo'lgan tizimlar.

Nochiziqli tizim – tarkibida hech bo‘lmaganda bitta nochiziqli element yoki nochiziqli tenglamasi bo‘lgan tizim.

Statsionar tizim – elementlarining parametrlari vaqt mobaynida o‘zgar olmaydigan tizimlar.

Nostatsionar tizim – parametrlari vaqtga bog‘liq bo‘lmagan tizimlar.

Uzluksiz tizim – ABTLarining barcha zvenolari vaqt bo‘yicha uzluksiz kirish signaliga mos ravishda chiqish signallari ham uzluksiz bo‘lgan tizim.

Uzluqli yoki diskret tizimlar deb – tarkibida hech bo‘lmaganda bitta zveno diskret (yoki impulsi) chiqish signaliga ega bo‘lgan ABTLarga aytiladi.

Taqsimlangan parametrli tizimlar – elementlarining xossalari boshqarish obyektining fazoviy koordinatalariga bog‘liq holda o‘zgaragan tizimlar.

To‘plangan parametrli tizimlar – elementlarining xossalari boshqarish obyektining fazoviy koordinatalarga bog‘liq bo‘lmagan tizimlar.

Bir konturli tizimlar – tarkibida faqat bitta asosiy teskari bog‘lanishi mavjud bo‘lgan ABTLar.

Ko‘p konturli tizimlar deb – tarkibida faqat bitta asosiy teskari bog‘lanishdan tashqari mahalliy teskari bog‘lanishlari ham mavjud bo‘lgan ABTLarga aytiladi.

Bir o‘lchamli tizimlar – tarkibida bitta boshqaruvchi va bitta boshqariluvchi kattalikka ega bo‘lgan ABTLar yoki boshqacha qilib aytganda, bitta kirish va bitta chiqish parametriga ega bo‘lgan ABTLar.

Chiziqlantirish – nochiziqli differensial tenglamani chiziqli differensial tenglama bilan almashtirish.

O‘tkinchi xarakteristika – tizimga yoki zvenoning pog‘onali signaldan olingan reaksiyasi.

Impulsi o‘tkinchi xarakteristika (vazn funksiyasi) – tizim yoki zvenoning birlik impulsi funksiyadan olingan reaksiyasi.

Chastotaviy xarakteristika – tizim yoki zvenoning garmonik signaldan olingan reaksiyasi.

Laplas almashtirishi – haqiqiy o‘zgaruvchili funksiyani (shu jumladan vaqt funksiyasi) kompleks o‘zgaruvchili funksiyaga o‘zgartirish.

Uzatish funksiyasi – boshlang‘ich shartlar nolga teng bo‘lganida chiqish signalining Laplas tasvirini kirish signalining Laplas tasviri signali nisbatiga aytiladi.

Tipik dinamik zveno – tartibi ikkidan yuqori bo‘lmagan differensial tenglama bilan ifodalanadigan zvenolar.

Diskret tizim – tarkibida uzluksiz dinamik zvenolardan tashqari, hech bo‘lmaganda bitta uzluksiz signalni kvantlab diskret signalga aylantirib beruvchi elementi mavjud bo‘lgan tizimga aytiladi.

Vaqt bo‘yicha kvantlangan signal deb – vaqtning bir-biriga teng onlari bilan aniqlangan signallarga aytiladi.

Sath bo‘yicha kvantlangan signal deb – agar signal qat’iy aniq qiymatlar (sathlar)ga ega signalga aytiladi.

Raqamli tizim deb – berk konturni ichiga raqamli hisoblash qurilmasi o‘rnatilgan avtomatik boshqarish tizimlariga aytiladi. Bunday tizim boshqarishning murakkab algoritmlarini amalga oshirish imkonini beradi. Uning kirish joyida uzluksiz kattaliklar diskretlashtiriladi, chiqish joyida esa, teskari jarayon sodir bo‘ladi.

Panjarali funksiya deganda – diskret vaqt oraliqlarida aniqlanadigan diskret argumentning funksiyalari tushuniladi.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Norman S. Nise. Control Systems Engineering. New York, John Wiley, 7 edition, 2015, 944 p.
2. Yusupbekov N.R., Muxamedov B.E., G'ulomov Sh.M. Texnologik jarayonlarni boshqarish tizimlari. – Toshkent: «O'qituvchi», 1997, 704 b.
3. Unbehauen, H. Control Engineering. 3 Vols. Braunschweig, F. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft. German. 2001, 1273 p.
4. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. – М.: Изд-во МЭИ, 2004, 400 с.
5. Benjamin C. Kuo, Farid Golnaraghi. Automatic Control Systems. New York, John Wiley; 8 edition. 2002, 624 p.
6. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. Том 1-4. – М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
7. Katsuhiko Ogata. Modern Control Engineering. Pearson Higher Ed USA. 5 edition. 2009, 912 p.
8. Ерофеев А.А. Теория автоматического управления. Учебник для вузов. – СПб.: Политехника, 2003, 302 с.
9. Richard C. Dorf, Robert H. Bisho. Modern Control Systems. Pearson Higher Ed USA; 12 edition, 2010, 1104 p.
10. Automation Control - Theory and Practice. Edited by A.D.Rodić, Tech, 2009, 360 p.
11. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического управления. –СПб.: Профессия, 2004, 752 с.
12. Потапенко Е.М., Казурова А.Е., Основы теории автоматического управления. – Запороже: ЭНТУ, 2007.
13. Texnologik jarayonlarni avtomatlashtirish asoslari: O'quv qo'llanma. 1,2-qism. Yusupbekov N.R, Igamberdiyev X.Z., Malikov A.V. – Toshkent: ToshDTU, 2007.
14. Андрищенко В.А. Теория систем автоматического управления: Учеб. пособие. – Л.: СЗПИ, 1990, 252 с.

15. Бурьян Ю.А. и др. Теория автоматического управления: линейные системы. Учебное пособие. –Омск: Изд-во ОмГТУ, 2005, 76 с.
16. Власов К.П. Теория автоматического управления (особые, дискретные и нелинейные системы) / К.П.Власов, М.К.Аникин. – СПб.: Санкт-Петербургский горный институт, 2006, 99 с.
17. Власов К.П. Теория автоматического управления. Учебное пособие. – Х.: Изд-во Гуманитарный центр, 2007, 526 с.
18. К.Ю.Поляков.Теория автоматического управления. Часть I. - СПб., 2008, 80с.
19. К.Ю.Поляков. Теория автоматического управления. Часть II. - СПб., 2009, 59 с.
20. Мирошник И.В. Теория автоматического управления. Линейные системы. – СПб: Питер, 2005, 333 с.
21. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.1. Учеб. пособие. –СПб.: СЗТУ, 2005, 74 с.
22. Клавдиев А.А. Теория автоматического управления в примерах и задачах. Ч.2: Моделирование линейных непрерывных систем автоматики. Учебное пособие. –СПб: СЗТУ, 2005, 81 с.
23. Ким Д.П. Теория автоматического управления. Учеб. пособие для студентов вузов. –М.: Физматлит, 2003, 287 с.
24. Туманов М.П. Теория управления. Теория линейных систем автоматического управления. Учеб. пособие. – М.: МГИЭМ, 2005, 82 с.
25. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Линейные системы автоматического регулирования. Учебное пособие. –Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2001, 264 с.
26. Лазарева Т.Я., Мартемьянов Ю.Ф. Основы теории автоматического управления. Учебное пособие. –Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2004, 352 с.
27. Сборник задач по теории автоматического управления. Учебно-методическое пособие для студентов технических специальностей / Сост. В.А. Бороденко. – Павлодар : Кереку, 2009, 112 с.
28. Леонов А.С. Решение некорректно поставленных обратных задач: очерк теории, практические алгоритмы и демонстрации в МАТЛАБ. 2010, 336с.

29. Grewal M.S., Andrews A.P. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB. Second Edition. New York e.a.: Wiley, 2001, 401 pp.

30. Бозиев С.Н. MATLAB 2006a в примерах. – М.: РГУ нефти и газа им. И.М. Губкина, 2006, 150 с.

31. Дьяконов В.П. MATLAB 6. Учебный курс. – СПб.: Питер, 2001, 592 с.

32. Валерий Потемкин. MATLAB 6: среда проектирования инженерных приложений. Изд-во: Диалог-МИФИ 2003, 448 с.

33. Дьяконов В., Круглов В. Математические пакеты расширения MATLAB. Специальный справочник. – СПб.: Питер, 2001, 480 с.

34. Амос Гилат. MATLAB. Теория и практика. Изд-во: ДМК Пресс, 2016, 416 с.

35. Николай Смоленцев. MATLAB. Программирование на C++, C#, Java и VBA. Изд-во: ДМК Пресс, 2015, 498 с.

MUNDARIJA

Kirish	3
--------------	---

I BOB. BOSHQARISH NAZARIYASINING UMUMIY XUSUSIYATLARI VA TUSHUNCHALARI

1.1. Asosiy tushuncha va ta'riflari	5
1.2. Avtomatik boshqarish tizimlarning sxemalari	9
1.3. Boshqarishning fundamental prinsiplari	15
1.4. Avtomatik boshqarish tizimlarining sinflanishi	19
Nazorat va muhokama savollari	24

II BOB. AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING MATEMATIK IFODASI

2.1. Dinamika va statik tenglamalari. Chiziqlantirish	25
2.2. Laplas almashtirishi va uning xossalari	29
2.3. Uzatish funksiyasi	31
2.4. Avtomatik boshqarish tizimlarning vaqt xarakteristikalari	36
2.5. Avtomatik boshqarish tizimlarining chastotaviy xarakteristikalari	38
2.6. Elementar zvenolar va ularning xarakteristikalari	42
2.7. Statsionar chizikli tizimlarning strukturali sxemalari. Ochiq tizimning chastotaviy xarakteristikalari	60
2.8. Ko'p o'lchamli elementlarni vektor-matritsali shaklda ifodalash	70
2.9. Avtomatik boshqarish tizimini "kirish-chiqish" usulida ifodalash	70
2.10. Avtomatik boshqarish tizimini fazo holatida ifodalash	72
2.11. Holat o'zgaruvchilari sxemalari	75
2.12. «Kirish-chiqish» va fazo holati usuli ifodalarning o'zaro aloqasi	80
2.13. O'tish matritsasi. O'tish matritsasini olishning analitik ko'rinishi	81
2.14. Holat o'zgaruvchilari sxemasi bo'yicha o'tish matritsalarini tasvirini olish	83
Nazorat va muhokama savollari	84

III BOB. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINING TURG'UNLIGI

3.1. Turg'unlik to'g'risida tushuncha	87
3.2. Chizikli avtomatik boshqarish tizimining turg'unlik sharoitlari. A.M.Lyapunov teoremasi	87
3.3. Turg'unlikning algebraik mezonlari. Raus turg'unlik mezoni	91
3.4. Gurvis turg'unlik mezoni	93
3.5. Lenar-Shipar turg'unlik mezoni	96

3.6.	Turg'unlikning chastotaviy mezonlari. Argumentlar prinsipi	97
3.7.	Turg'unlikning Mixaylov mezoni	100
3.8.	Naykvist turg'unlik mezoni	104
3.9.	Logarifmik chastotaviy xarakteristika bo'yicha turg'unlikning tahlili (Turg'unlikning logarifmik mezoni)	110
3.10.	Tizim parametrlari tekisligida turg'unlik doirasini qurish. D- bo'linish usuli	112
3.11.	Kechikishli va irratsional zvenoli tizimlarning turg'unligi.....	114
	Nazorat va muhokama savollari	117

IV BOB. CHIZIQLI TIZIMLARINING ROSTLASH SIFATINI BAHOLASH USULLARI

4.1.	Umumiy tushunchalar	119
4.2.	Barqaror rejimda rostlash sifatini baholash	120
4.3.	Pog'anali signal ta'siri orqali o'tish jarayonning sifat ko'rsatkichlari... ..	122
4.4.	Rostlash sifatini baholashning ildizli usullari	124
4.5.	O'tish jarayoni sifatining integral baholari	128
4.6.	Rostlash sifatini baholashning chastota usullari	135
	Nazorat va muhokama savollari	140

V BOB. CHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLARINI SINTEZLASH

5.1.	Sintezlash masalasining qo'llanilishi	141
5.2.	Logarifmik chastota xarakteristikalar usuli yordamida sintezlash	142
5.3.	Texnik topshiriq bo'yicha LAChX ni qurish	143
5.4.	ABT korreksiyasining ketma-ket sxemasi	146
5.5.	Teskari bog'lanish yordamida korreksiyalash	150
5.6.	Korreksiyalash usullarini qiyosiy baholash	160
	Nazorat va muhokama savollari	161

VI BOB. NOCHIZIQLI AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR

6.1.	Nochiziqli tizimlarning xususiyatlari	162
6.2.	Nochiziqli tizimlarning statik xarakteristikalar	164
6.3.	Fazaviy fazo usuli	167
6.4.	Oddiy chiziqli tizim uchun fazoviy trayektoriyalar	170
6.5.	Lyapunov usuli asosida nochiziqli tizimlarning turg'unligi tahlili	177
6.6.	V.M.Popovning mutlaq turg'unlik mezoni	180
6.7.	Garmonik balans usuli	185
	Nazorat va muhokama savollari	191

**VII BOB. DISKRET AVTOMATIK BOSHQARISH TIZIMLAR.
UMUMIY MA'LUMOTLAR. DISKRET TIZIMLARNING
MATEMATIK IFODASI**

7.1. Umumiy ma'lumotlar	193
7.1.1. Asosiy tushunchalar	193
7.1.2. Impulslı tizimlarnı sinflanishi	194
7.1.3. Diskret tizimlarga misollar	197
7.2. Diskret tizimlarning matematik ifodasi	200
7.2.1. Diskret vaqtli tizim tushunchasi	200
7.2.2. Panjarali funksiya va ayirmali tenglamalar	201
7.2.3. Laplasning diskret almashtirishi va uning xossalari	202
7.2.4. Ayirma tenglamalarnı yechish	208
7.2.5. Uzatish funksiyalari va diskret tizimlarnı modellashtirish sxemalari ...	210
7.2.6. Ma'lumotlarnı impulslı tizimda ifodalash	212
7.2.7. Diskretli o'zgartirishning chastota xususiyatlari	214
7.2.8. Ma'lumotlarnı tiklash	216
7.2.9. Ochiq tizimning impulslı uzatish funksiyasi	218
7.2.10 Berk tizimning impulslı uzatish funksiyasi	221
7.2.11 Impulslı tizimlardagi jarayonlar	222
Nazorat va muhokama savollari	227

**VIII BOB. DISKRET TIZIMLARNING TURG'UNLIGINI
TAHLIL QILISH**

8.1. Turg'unlik shartlari	228
8.2. Ikkichizikli o'zgartirish	230
8.3. Raus-Gurvis mezoni	232
8.4. Naykvist mezoni	233
8.5. Naykvistning logarifmik mezoni	234
8.6. Mixaylov mezoni	237
8.7. Diskret tizimlarning aniqligi	238
Nazorat va muhokama savollari	241

IX BOB. DISKRET TIZIMLARNI SINTEZ QILISH

9.1. Diskret tizimni uzluksiz ekvivalent tizimga almashtirish	242
9.2. w – almashtirish usuli bilan raqamli tizimlarnı sintezlash	246
9.3. Faza bo'yicha ortda qoladigan rostlagichni sintezlash	247
9.4. Faza bo'yicha ilgarilaydigan rostlagichni sintezlash	250
9.5. Raqamli PID -- rostlagichlar	251
9.6. Diskretli korreksiyalashni amalga oshirish xususiyatlari	252
Nazorat va muhokama savollari	253

**X BOB. CHIZIQLI DISKRET TIZIMLARNI FAZO HOLATIDA
MATEMATIK IFODALASH**

10.1. Diskret tizimlarning holat tenglamalari va modellashtirish sxemalari ...	254
--------------------------------------------------------------------------------	-----

10.2. Holat tenglamalarini yechish	256
10.3. Impulslı tizimlar holat tenglamalarining asosiy shakllari	260
10.4. Holat tenglamalarini o'zgartirish	261
10.5. Diskret tizimlarning boshqaruvchanligi va kuzatuvchanligi	263
Nazorat va muhokama savollari	265

XI BOB. BOSHQARISH TIZIMLARIDA TASODIFIY JARAYONLAR

11.1. Tasodifiy ta'sirlar	266
11.2. Tasodifiy jarayon va uning asosiy tavsiflari	267
11.3. Statsionar tasodifiy jarayonlar	272
11.4. Ergodik tasodifiy jarayonlar	274
11.5. Korrelatsiyali funksiyaning asosiy xossalari	275
11.6. Spektral zichlik va uning korrelatsiyali funksiya bilan bog'liqligi	278
11.7. Tasodifiy ta'sirlarning modellari	281
Nazorat va muhokama savollari	285
Test savollari	286
Glossariy	316
Foydalanilgan adabiyotlar	319

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА I. ОБЩИЕ СВОЙСТВА И ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	
1.1. Основные понятия и определения	5
1.2. Схемы систем автоматического управления	9
1.3. Фундаментальные принципы управления	15
1.4. Классификация систем автоматического управления	19
Контрольные вопросы	24
ГЛАВА II. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ	
2.1. Динамические и статические модели	25
2.2. Линеаризация	29
2.3. Типовые входные сигналы систем автоматического управления	31
2.4. Преобразование Лапласа и его свойства	36
2.5. Передаточные функции	38
2.6. Временные характеристики систем автоматического управления	42
2.7. Частотные характеристики систем автоматического управления	60
2.8. Логарифмические частотные характеристики	70
2.9. Элементарные звенья и их характеристики	70
2.10. Структурные схемы стационарных линейных систем	72
2.11. Частотные характеристики разомкнутых систем	75
2.12. Векторно-матричная форма описания многомерных элементов систем автоматического управления	80
2.13. Описание системы автоматического управления в виде «вход- выход»	81
2.14. Описание системы автоматического управления методом про- странства состояния	83
Контрольные вопросы	84
ГЛАВА III. УСТОЙЧИВОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ	
3.1. Понятие устойчивости	87
3.2. Условия устойчивости линейных систем автоматического управ- ления. Теорема А.М.Ляпунова	87
3.3. Алгебраические критерии устойчивости. Критерий устойчивости Рауса	91
3.4. Критерий устойчивости Гурвица	93

3.5.	Критерий устойчивости Льенара-Шипара	96
3.6.	Частотные критерии устойчивости. Принцип аргумента	97
3.7.	Критерий устойчивости Михайлова	100
3.8.	Критерий устойчивости Найквиста	104
3.9.	Анализ устойчивости по логарифмическим частотным характеристикам	110
3.10.	Построение областей устойчивости в плоскости параметров системы. Понятие о D – разбиении	112
3.11.	Устойчивость систем с запаздыванием и систем с иррациональными звеньями	114
	Контрольные вопросы	117

ГЛАВА IV. МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РЕГУЛИРОВАНИЯ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

4.1.	Общие положения.	119
4.2.	Оценка качества регулирования в установившемся режиме	120
4.3.	Оценка качества переходного процесса при воздействии ступенчатой функции	122
4.4.	Корневые методы оценки качества регулирования	124
4.5.	Интегральные оценки качества переходных процессов	128
4.6.	Частотные методы оценки качества регулирования	135
	Контрольные вопросы	140

ГЛАВА V. СИНТЕЗ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

5.1.	Общие положения	141
5.2.	Синтез систем автоматического управления с помощью логарифмических частотных характеристик	142
5.3.	Построение логарифмических частотных характеристик по техническим заданиям	143
5.4.	Последовательные схемы коррекции систем автоматического управления	146
5.5.	Коррекция систем автоматического управления с обратной связью	150
5.6.	Сравнительные оценки метода коррекции	160
	Контрольные вопросы	161

ГЛАВА VI. НЕЛИНЕЙНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

6.1.	Особенности нелинейных систем	162
6.2.	Статические характеристики нелинейных систем	164
6.3.	Метод фазового пространства	167
6.4.	Фазовые траектории для обыкновенных линейных систем	170

6.5.	Анализ устойчивости нелинейных систем на основе метода Ляпунова	177
6.6.	Критерий абсолютной устойчивости В.М.Попова	180
6.7.	Метод гармонического баланса	185
	Контрольные вопросы	191

ГЛАВА VII. ДИСКРЕТНЫЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

7.1.	Общие сведения	193
7.1.1.	Основные понятия	193
7.1.2.	Классификация импульсных систем	194
7.1.3.	Примеры дискретных систем	197
7.2.	Математическое описание дискретных систем	200
7.2.1.	Понятие систем с дискретным временем	200
7.2.2.	Решетчатые функции и разностные уравнения	201
7.2.3.	Дискретное преобразование Лапласа и его свойства	202
7.2.4.	Решение разностных уравнений	208
7.2.5.	Передаточные функции и схемы моделирования дискретных систем	210
7.2.6.	Представление данных в импульсной системе	212
7.2.7.	Частотные свойства дискретного преобразования	214
7.2.8.	Восстановление данных	216
7.2.9.	Импульсная передаточная функция разомкнутой системы	218
7.2.10.	Импульсная передаточная функция замкнутой системы	221
7.2.11.	Процессы в импульсных системах	222
	Контрольные вопросы	227

ГЛАВА VIII. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

8.1.	Условия устойчивости	228
8.2.	Билинейное преобразование	230
8.3.	Критерий Рауса-Гурвица	232
8.4.	Критерий Найквиста	233
8.5.	Логарифмический критерий Найквиста	234
8.6.	Критерий Михайлова	237
8.7.	Точность дискретных систем	238
	Контрольные вопросы	241

ГЛАВА IX. СИНТЕЗ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ

9.1.	Замена дискретной системы эквивалентной непрерывной системой	242
9.2.	Синтез регулятора с отставанием по фазе	246
9.3.	Синтез регулятора с опережением по фазе	247

9.4.	Цифровые ПИД-регуляторы	250
9.5.	Особенности реализации дискретной коррекции	251
	Контрольные вопросы	253

ГЛАВА X. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЯ

10.1.	Уравнения состояния дискретных систем и схемы моделирования	254
10.2.	Решение уравнений состояния	256
10.3.	Основные формы уравнений состояния импульсных систем	260
10.4.	Преобразование уравнений состояния	261
10.5.	Управляемость и наблюдаемость дискретных систем	263
	Контрольные вопросы	265

ГЛАВА XI. СЛУЧАЙНЫЕ ПРОЦЕССЫ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

11.1.	Случайные воздействия	266
11.2.	Случайный процесс и его основные характеристики	267
11.3.	Стационарные случайные процессы	272
11.4.	Эргодические случайные процессы	274
11.5.	Основные свойства корреляционной функции	275
11.6.	Спектральная плотность и ее связь с корреляционной функцией..	278
11.7.	Модели случайных воздействий	281
	Контрольные вопросы	285

Тестовые вопросы	286
Глоссарий	316
Литература	319

TABLE OF CONTENTS

Introduction	3
---------------------------	---

Chapter I. GENERAL FEATURES AND CONCEPTS OF CONTROL THEORY

1.1. Basic concepts and definitions of control theory	5
1.2. Schemes of automatic control systems	9
1.3. Fundamental principles of control	15
1.4. Classification of automatic control systems	19
Control questions	24

CHAPTER II. MATHEMATICAL DESCRIPTION OF AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

2.1. Dynamic and static models	25
2.2. linearization	29
2.3. Typical input signals of automatic control systems	31
2.4. Laplace transform and its properties	36
2.5. Transfer functions	38
2.6. Temporal characteristics of automatic control systems	42
2.7. The frequency characteristics of automatic control systems	60
2.8. The logarithmic frequency characteristics of automatic control systems	70
2.9. Elementary units and their characteristics	70
2.10. Block diagrams of stationary linear systems	72
2.11. The frequency characteristics of open systems	75
2.12. Vector-matrix form describing multidimensional elements of automatic control systems	80
2.13. Description of the automatic control system in the form of "input-output"	81
2.14. Description of the automatic control system by the state space	83
Control questions	84

CHAPTER III. STABILITY OF LINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEM

3.1. The concept of sustainability.	87
3.2. Terms stability of linear automatic control systems. Theorem Lyapunov	87

3.3.	Algebraic stability criteria. Routh stability criterion	91
3.4.	Hurwitz stability criterion	93
3.5.	Stability criterion of Lienard-Shepherd	96
3.6.	Frequency stability criteria. The principle argument	97
3.7.	Mikhailov stability criterion	100
3.8.	Nyquist stability criterion	104
3.9.	Stability analysis of logarithmic frequency characteristics	110
3.10.	Building stability regions in the plane of the system parameters. The concept of the D - partition	112
3.11.	Stability delay systems and systems with irrational links	114
	Control questions	117

CHAPTER IV. METHODS FOR ASSESSING THE QUALITY CONTROL OF LINEAR SYSTEMS

4.1.	General	119
4.2.	Evaluation of the quality of regulation in the steady state	120
4.3.	Evaluation of the quality of the transition process under the influence of a step function	122
4.4.	Root methods for evaluating the quality of regulation	124
4.5.	Integral evaluation of the quality of transients	128
4.6.	Frequency methods for evaluating the quality of regulation	135
	Control questions	140

CHAPTER V. SYNTHESIS OF LINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEM

5.1.	General	141
5.2.	Synthesis of automatic control systems using a logarithmic frequency characteristics	142
5.3.	Construction of logarithmic frequency characteristics on the performance specifications	143
5.4.	Successive correction circuit of automatic control systems	146
5.5.	Correction of automatic control systems with feedback	150
5.6.	Comparative evaluation of methods of correction	160
	Control questions.....	161

CHAPTER VI. NONLINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEM

6.1.	Features of non-linear systems	162
6.2.	The static characteristics of non-linear systems	164
6.3.	The method of phase space	167
6.4.	The phase trajectories for ordinary linear systems	170
6.5.	Stability analysis of nonlinear systems based on Lyapunov method ..	177
6.6.	Popov's criterion for absolute stability	180
6.7.	Harmonic Balance Method.	185

Control questions	191
-------------------------	-----

CHAPTER VII. DISCRETE AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

7.1. General information	193
7.1.1. Basic concepts	193
7.1.2. Classification of impulse systems	194
7.1.3. Examples of discrete systems	197
7.2. Mathematical description of discrete systems	200
7.2.1. The concept of systems with discrete time	200
7.2.2. Lattice functions and difference equations	201
7.2.3. Discrete Laplace Transform and Its Properties	202
7.2.4. Solution of difference equations	208
7.2.5. Transfer functions and simulation schemes for discrete systems	210
7.2.6. Representation of data in a pulse system	212
7.2.7. Frequency Properties of Discrete Transformation	214
7.2.8. Data recovery	216
7.2.9. Pulse transfer function of the open system	218
7.2.10 Pulse transfer function of a closed system	221
7.2.11 Processes in impulse systems	222
Control questions	227

CHAPTER VIII. ANALYSIS OF THE STABILITY OF DISCRETE SYSTEMS

8.1. Stability conditions	228
8.2. Bilinear transformation	230
8.3. The Routh-Hurwitz criterion	232
8.4. Nyquist Criterion	233
8.5. The logarithmic criterion of Nyquist	234
8.6. Criterion of Mikhailov	237
8.7. Accuracy of Discrete Systems	238
Control questions	241

CHAPTER IX. SYNTHESIS OF DISCRETE SYSTEMS

9.1. Replacement of a discrete system by an equivalent continuous system	242
9.2. Synthesis of a regulator with a phase lag	247
9.3. Synthesis of the controller with phase advance	250
9.4. Digital PID Controllers	251
9.5. Features of implementation of discrete correction	252
Control questions	253

CHAPTER X. THE MATHEMATICAL DESCRIPTION OF LINEAR DISCRETE SYSTEMS IN THE STATE SPACE

10.1. Equations of state of discrete systems and simulation schemes	254
10.2. Solution of the equations of state	256
10.3. Basic forms of equations of state of impulse systems	260
10.4. Transformation of the equations of state	261
10.5. Controllability and observability of discrete systems	263
Control questions	265

CHAPTER XI. RANDOM PROCESSES IN AUTOMATIC CONTROL SYSTEMS

11.1. Random processes and their basic statistical characteristics	266
11.2. Correlation functions of stochastic processes	267
11.3. Spectral densities of random processes	272
11.4. The relationship between the correlation functions and the spectral densities of a random process at the input and output of a linear sys- tem	274
11.5. Calculation of linear systems with random effects	275
Control questions	285
Test questions	286
Glossary	316
The literature	319

**IGAMBERDIYEV XUSAN ZAKIROVICH
SEVINOV JASUR USMONOVICH**

BOSHQARISH NAZARIYASI

Darslik

Toshkent – «Fan va texnologiya» – 2018

Muharrir:	M.Hayitova
Tex. muharrir:	A.Moydinov
Musavvir:	F.Tishabayev
Musahhih:	Sh.Mirqosimova
Kompyuterda sahifalovchi:	N.Raxmatullayeva

E-mail: tipografiyacent@mail.ru Tel: 71-245-57-63, 71-245-61-61.

Nashr.lits. AL№149, 14.08.09. Bosishga ruqsat etildi 28.11.2018.

Bichimi 60x84 1/16. «Timez Uz» garniturası. Ofset bosma usulida bosildi.

Shartli bosma tabog'i 20,75. Nashriyot bosma tabog'i 21,0.

Tiraji 100. Buyurtma № 483.

**«Fan va texnologiyalar Markazining bosmaxonasi» da chop etildi.
100066, Toshkent sh.. Olmazor ko'chasi, 171-uy.**