

M.K. MAMADJANOVA

MATNLI MASALALAR



O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIV TA'LIM, FAN VA INNOVATSIYALAR VAZIRLIGI

ANDIJON DAVLAT UNIVERSITETI

M.K. MAMADJANOVA

MATNLI MASALALAR

O'QUV QO'LLANMA
5111700-boshlang'ich ta'lim yo'nalishi talabalari uchun

Toshkent
"METODIST NASHRIYOTI"
2023

matnli masalalarni yechishning nazariy va amaliy asoslarini o'rganishga yordam berishni nazarda tutadi. Qo'llanmaga kiritilgan masalalarni yechish jarayonida talabalarda yosh bo'lgan o'quvchilarini matematikaga o'qitish uchun zarur bo'lgan kompetensiyalarini shakllantirishga alohida e'tibor qaratildi. Qo'llanma masalalari boshlang'ich sinflar matematika kursida o'rganiladigan tushunchalarni talabalar tomonidan o'zlashtirilishiga yo'naltirilgandir.

Bo'lajak boshlang'ich sinf o'qituvchisi 1-4 sinflar o'quvchilarini masalalar yechishga o'rgatishga tayyorgarligini ta'minlash faqat o'quv materialini mazmunini takomillashtirish asosidagina hal qilinmay, balki bu o'quv materialini talabalarga qay darajada bayon etilishiga ham ko'p jihatdan bog'liqdir. Qo'llanmada o'quv materialini bayon etishda bo'lajak boshlang'ich sinf o'quvchisi tomonidan u yoki bu masalani kiritilishi va qo'llanish sohalari mazmun mohiyatini tushunib yetishiga alohida e'tibor qaratilgan.

Qo'llanmada keltirilgan masalalar sistemasi talabalarning mantiqiy savodxonligini rivojlantirishga yo'naltirilgan bo'lib, kelgusida ular tomonidan boshlang'ich sinf o'quvchilarining o'quv faoliyatini shakllantirishiga ijobiy ta'sir o'tkazadi.

MATNLI MASALALAR VA ULARNI YECHISH JARAYONI

1-§. Matnli masala haqida tushuncha

Ixtiyoriy matnli masala real borliqdagi biron-bir hodisa (vaziyat, jarayon)ning tavsifi, ya'ni so'z bilan ifodalangan modelidir. Har qanday modelda bo'lgani kabi, matnli masalada ham hodisa to'laligicha bir butun emas, balki faqat ba'zi jihatlari, asosan uning miqdoriy xarakteristikasi bilan tavsiflanadi. Demak, matnli masala bu biror hodisaning qandaydir tarkibiy qismiga miqdoriy tavsif berish, komponentlari o'rtasida biron bir aloqaning mavjudligi, yoki yo'qligini aniqlash talabi bilan ma'lum bir hodisaning (vaziyatning, jarayonning) tabiiy tildagi tavsifidir.

Misol tariqasida quyidagi masalani ko'rib o'taylik: "Kitob javonining uchta tokchasida 96 ta kitob bor. Ikkinchi tokchaga birinchi tokchadagiga qaraganda 12 ta ortiq va uchinchi tokchadagiga qaraganda 18 ta kam kitob qo'yildi. Har bir tokchaga nechtdan kitob qo'yilgan?"

Masalada kitob javonining uchta tokchasiga qo'yilgan kitoblarning soni to'g'risida so'z yuritilmoqda. Ular masala ob'ektlaridir. Bu ob'ektlarga nisbatan ma'lum tasdiqlar va talablar o'rinlidir.

Tasdiqlar

1. Kitob javonining uchta tokchasida 96 ta kitob bor.
2. Ikkinchi tokchaga birinchi tokchadagiga qaraganda 12 ta ortiq kitob qo'yilgan.
3. Ikkinchi tokchaga uchinchi tokchadagiga qaraganda 18 ta kam kitob qo'yilgan.

Talablar:

1. Birinchi tokchaga nechta kitob qo'yilgan?
2. Ikkinchi tokchaga nechta kitob qo'yilgan?
3. Uchinchi tokchaga nechta kitob qo'yilgan?

Boshlang'ich sinflarda masalaning tasdiqlari shartlar deyiladi. Odatda masalada bitta emas, balki bir nechta elementar shartlar mavjud bo'lib, ular masala ob'ektlarining miqdoriy yoki sifat xususiyatlari va ular o'rtasidagi bog'lanishlarni ifodalaydi. Masalada talablar bir nechta bo'lib, ular so'roq va tasdiq shakllarda ifodalanishi mumkin. Masalan yuqoridagi masalada talablar so'roq

shaklda ifodalangan. Quyidagi masalada: "Archa daraxtining balandligi 12m, terakning balandligi undan 7 m baland. Terakning balandligini toping" talab tasdiq shaklda ifodalangan. Shartlar va talablar bir-biri bilan o'zaro bog'liqdir.

O'zaro bog'langan shartlar va talablar tizimi masalaning mulohazali modeli deyiladi. Demak, masala tarkibi qanday ekanligini tushunish uchun uning tuzilishiga ta'sir qilmaydigan, ikkinchi darajali ortiqcha faktlarga e'tibor bermasdan, masalaning ob'ektlari, shartlari va talablarini aniqlash kerak bo'ladi. Boshqacha so'z bilan aytganda, masalaning mulohazali modelini tuzish kerak bo'ladi.

Ushbu modelni hosil qilish uchun masala matnini kengaytirish (buni yozma yoki og'zaki amalga oshirilishi mumkin) kerak bo'ladi, chunki ko'p hollarda masala sharti qisqartirilgan shaklda beriladi. Buni amalga oshirish uchun masalani biroz o'zgartirib ifoda etish, uning grafik modelini qurish, qandaydir belgilashlar kiritish mumkin. Bundan tashqari, masalaning shartlarini ajratish, ularni tahlil qilishni turli xil darajada amalga oshirish mumkin. Masalaning shartlari va talablarini tahlil qilish, berilgan masala turi bilan o'quvchilar tanish ekanligiga va ularni yechish usullarini bilishlariga bog'liq bo'ladi.

1-misol. Masalaning shartlari va talablarini ifodalang:

Uzunligi 160 m bo'lgan sport yo'lkasi bo'ylab ikkita qiz bir vaqtning o'zida bir-biriga qarab yugurishni boshlashdi va 20 sekunddan keyin uchrashishdi. Ular uchrashganda birinchisi ikkinchisidan 20 m ortiq yugurganligi aniqlandi. Qiz bolalarning har biri qanday tezlik bilan yugurgan?

Masalada ikkita qizning bir-biriga qarab harakati to'g'risida so'z bormoqda. Ma'lumki, harakat uchta miqdor: masofa, tezlik va vaqt bilan xarakterlanadi.

Masala shartlari:

1. Yo'lka bo'ylab ikki qiz bir-biriga qarab yugurishmoqda.
2. Ular yugurib o'tgan masofa- 160 metr.
3. Qizlar bir vaqtning o'zida yugurishni boshladi.
4. Bir qiz ikkinchisiga qaraganda 20 metr masofa ortiq yugurgan.
5. Qizlar 20 sekunddan so'ng uchrashishdi.

6. Bir qizning xarakat tezligi ikkinchisining harakat tezligidan katta.

Masala talablari:

1. Birinchi qiz qanday tezlik bilan yugurgan?
2. Ikkinchi qiz qanday tezlik bilan yugurgan?

Shartlar va talablar o'rtasidagi munosabatlarga ko'ra quyidagi ko'rinishdagi masalalar farqlanadi:

- a) aniq masalalar - ularda berilgan shartlar soni talablarni bajarish uchun zarur va yetarli sonda bo'ladi;
- b) aniqlanmagan masalalar - ularda shartlar soni javobni olish uchun yetarli emas;
- c) ortiqcha aniqlangan masalalar - ularda ortiqcha shartlar mavjud bo'ladi.

Boshlang'ich maktabda aniqlanmagan masalalarni-ma'lumotlari etishmaydigan masalalar, ortiqcha aniqlangan masalalarni esa ortiqcha ma'lumotli masalalar deb nomlanadi.

Masalan, "Uy oldida 4 ta olma, 5 ta gilos va 7 ta terak daraxti o'sadi. Uyning oldida nechta mevali daraxt o'sadi?" masalasi ortiqcha ma'lumotli masaladir. Chunki ortiqcha shart mavjud (7 ta terak daraxti).

"Savatdan dastlab 7 ta olma olindi, keyin yana 5 ta olma olindi. Savatda nechta olma qoldi?" masalasi ma'lumotlari yetishmaydigan masala bo'lib, unda qo'yilgan savolga javob berish uchun shartlar yetarli emas. (Savatda dastlab nechta olma borligi ko'rsatilmagan).

Matnli masalalarni yechishning usullari va metodlari. Matnli masalalarni yechishning asosiy usullari arifmetik va algebraik usullardir.

Matnli masalani arifmetik usul bilan yechish - bu sonlar ustida arifmetik amallar bajarish orqali masala talabiga javob topish demakdir.

Bitta masalani turli xil arifmetik usullar bilan yechish mumkin. Ular biri ikkinchisidan qurilgan matematik model bilan farq qiladi.

Masalan, quyidagi masala "Har biriga 4 m mato sarflanib, 3 ta kostyum tikildi. Agar bitta yubkaga 2 m mato sarf qilinsa, bu matodan nechta yubka tikish mumkin?"

1-usul

- 1) $4 \cdot 3 = 12$ (m) - shuncha mato bor edi;

2) $12: 2 = 6$ (yubka) - 12 m matodan tikish mumkin bo'lgan yubkalar soni.

2-usul

1) $4: 2 = 2$ (marta) - kostyumga yubkaga qaraganda necha marta ortiq ketadigan mato;

2) $3 \cdot 2 = 6$ (yubka) - shuncha yubka tikish mumkin.

Algebraik usul bilan masalani yechish- bu tenglama yoki tenglamalar sistemasini tuzish va yechish orqali masala talabiga javobni topish demakdir.

Agar bitta masalani yechish uchun turli tenglamalar (tenglamalar sistemasi) tuzish mumkin bo'lsa, u holda bu masalani turli algebraik usullar bilan yechish mumkin bo'ladi.

Masalan, yuqorida ko'rib o'tilgan kitob javoni tokchalaridagi kitoblar soni haqidagi masalani uchta turli xil usullar bilan yechish mumkin.

1-usul. Birinchi tokchadagi kitoblar sonini x bilan belgilaymiz. U holda ikkinchi tokchadagi kitoblar soni $(x+12)$ ta, uchinchi tokchadagi kitoblar soni $((x+12)+18)$ ta bo'ladi. Uchala tokchadagi kitoblar soni 96 ta bo'lgani uchun, quyidagi tenglamani tuzamiz: $x+(x+12)+((x+12)+18)=96$. Tenglamani yechib, $x=18$ ni hosil qilamiz. Shunday qilib, birinchi tokchadagi kitoblar soni 18 ta, ikkinchi tokchadagi kitoblar soni 30 ta, chunki $12+18=30$, uchinchi tokchadagi kitoblar soni 48 ta, chunki $(12+18)+18=48$ ekanligini topamiz.

2-usul. Ikkinchi tokchadagi kitoblar sonini x bilan belgilaymiz. U holda birinchi tokchadagi kitoblar soni $(x-12)$ ta, uchinchi tokchadagi kitoblar soni $(x+18)$ ta bo'ladi. Uchala tokchadagi kitoblar soni 96 ta bo'lgani uchun, quyidagi tenglamani tuzamiz: $x+(x-12)+(x+18)=96$.

Tenglamani yechib, $x=30$ ni hosil qilamiz. Shunday qilib, ikkinchi tokchadagi kitoblar soni 30 ta, birinchi tokchadagi kitoblar soni 18 ta, chunki $30-12=18$, uchinchi tokchadagi kitoblar soni 48 ta, chunki $30+18=48$ ekanligini topamiz.

3-usul. Uchinchi tokchadagi kitoblar sonini x bilan belgilaymiz. U holda ikkinchi tokchadagi kitoblar soni $(x-18)$ ta, birinchi tokchadagi kitoblar soni $(x-18-12)$ ta bo'ladi. Uchala tokchadagi kitoblar soni 96 ta bo'lgani uchun quyidagi tenglamani tuzamiz:

$x+(x-18)+(x-18-12)=96$. Tenglamani yechib, $x=48$ ni hosil qilamiz. Shunday qilib, uchinchi tokchadagi kitoblar soni 30 ta, chunki $48-18=30$, birinchi tokchadagi kitoblar soni 18 ta, chunki $(48-18)-12=18$ ekanligini topamiz.

2-§. Masalalarni arifmetik usul bilan yechish

Ixtiyoriy masalani yechish - bu murakkab aqliy faoliyat jarayoni bo'lib, uni egallash uchun yechimning asosiy bosqichlari va ularni bajarishning ba'zi -bir usullarini bilish kerak bo'ladi.

Masalani arifmetik usul bilan yechish faoliyati quyidagi asosiy bosqichlarni o'z ichiga oladi:

1. Masalani tahlil qilish.
2. Masalani yechish rejasini izlash va tuzish.
3. Masalani yechish rejasini amalga oshirish.
4. Masalaning yechimini tekshirish.

Masalalarni yechish jarayonida bu sanab o'tilgan bosqichlar ba'zida aniq chegaralarga ega bo'lmaydi va doimo ham bir xil darajada to'la amalga oshirilmaydi. Ularning barchasi masala yechuvchining bilim va ko'nikmalari darajasiga bog'liq bo'ladi. Masalan, agar biron bir masalani o'qib chiqib, u sizga tanish bo'lgan turga tegishli ekanligi ayyon bo'lib, siz uni yechish yo'lini bilsangiz, u holda rejani izlash alohida bosqichda amalga oshirilmaydi.

Biroq, to'liq, mantiqiy oxirigacha yetkazilgan yechim, yuqoridagi bosqichlarning barchasini majburiy o'z ichiga oladi va ularni amalga oshirish usullarini bilish ixtiyoriy masalani yechish jarayonini ongli va maqsadga yo'naltirilgan qiladi.

1. Masalani tahlil qilish. Ushbu bosqichning asosiy maqsadi - masalada keltirilgan vaziyatni to'liq tushunish; shartlar va talablarni ajratish; ma'lum va izlanayotgan ob'ektlar hamda ular orasidagi barcha munosabatlarni (bog'lanishlarni) ko'rsatishdan iboratdir.

Masalani tahlil qilish jarayonida, uning shartlarini ajratishda, ularni masalaning talablari bilan mutanosibligini o'rnatish zarur bo'ladi. Boshqacha aytganda, masalani tahlili doimo uning talablariga yo'naltirilgan bo'ladi.

Masalaning mazmunini tushunish, sharti va talablarini ajratish uchun quyidagi maxsus savollar qo'yilib, ularga javoblar olinishi muhim ahamiyat kasb etadi:

- 1) Masala nima to'g'risida, ya'ni qanday jarayon (hodisa, vaziyat) qaralyapti; jarayonni qaysi miqdorlar tavsiflamoqda?
- 2) Masalada nimani topish kerak?
- 3) Masala matnida keltirilgan y yoki bu so'zlar nimani anglatadi?
- 4) Masalada nimalar noma'lum?
- 5) Masalada nimalarni topish talab etilmoqda?

Quyidagi masalani ko'raylik: "Velosipedchi va otliq A qishloqdan B qishloqqa turli yo'llar bilan yo'lga chiqdilar. Otliq 9 km qisqa bo'lgan yo'ldan yurib, lekin velosipedchidan 3 km/soat kam tezlik bilan harakatlandi. Velosipedchi 3 soat, 18 km/soat tezlik bilan harakatlandi. A qishloqdan B qishloqqa borish uchun otliq qancha vaqt sarflagan?"

Yuqorida ko'rsatilgan usuldan foydalanamiz.

- 1) Masala nima to'g'risida? Masala velosipedchi va otliq harakati to'g'risida. U harakat qatnashchilarining har biri uchun harakat tezligi, vaqt va bosib o'tilgan yo'l bilan xarakterlanadi.
- 2) Masalada nimani topish talab etilmoqda? Masalada otliqning A qishloqdan B qishloqqa bo'lgan masofani qancha vaqtda bosib o'tilishini topish talab etilmoqda.
- 3) Masalada uni har bir qatnashchisi harakati to'g'risida nima ma'lum? Masalada quyidagilar ma'lum: a) velosipedchi 18 km/soat tezlik bilan harakatlangan; b) otliqning tezligi velosipedchining tezligidan 3km/soatga kam; c) otliq bosib o'tgan yo'l velosipedchi bosib o'tgan yo'ldan 9 km.ga qisqa.
- 4) Masalada nimalar noma'lum? Masalada velosipedchi va otliq bosib o'tgan masofa noma'lum. Shuningdek otliqning tezligi va harakat vaqtini masala talabi bo'yicha topish kerak.
- 5) Nimalarni topish talab etilmoqda? Otliqning A qishloqdan B qishloqqa borishi uchun harakat vaqtini topish talab etilmoqda.

Masalani tushunishda uning matnini o'zgartirib, boshqacha ifoda etish katta yordam ko'rsatadi. U masala shartida yoritilayotgan vaziyatni, holatni barcha munosabatlarni,

bog'lanishlarni, miqdoriy xarakteristikalarni saqlagan holda ularni yaqqol ifodalashdan iborat bo'ladi. Bunga erishish uchun muhim bo'lmagan ortiqcha ma'lumotlarni tashlab yuborish, ba'zi tushunchalar mazmunini ularga mos terminlar bilan almashtirish va aksincha, ba'zi-bir terminlarni ularga mos tushunchalar mazmuni bilan almashtirish; masala matnini uni yechish rejasini izlash uchun qulay shaklga almashtirish orqali amalga oshiriladi.

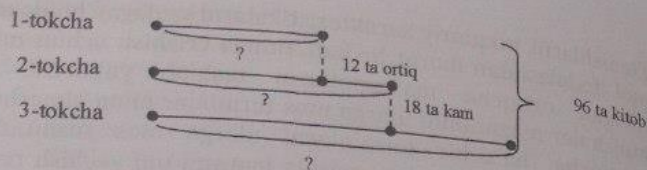
Bu usuldan foydalanish ayniqsa, masala matnini ma'no bo'yicha qismlarga ajratish bilan qo'llanilishi samarali bo'ladi. Masala matnini boshqacha ifoda etish natijasida asosiy vaziyat, holat ajratilishiga erishiladi.

Masalan yuqorida ko'rib o'tilgan velosipedchi va otliq to'g'risidagi masalani quyidagicha boshqacha ifodalash mumkin: "Velosipedchi va otliq A qishloqdan B qishloqqa qarab turli yo'llar bilan yo'lga chiqdilar. Velosipedchi yo'lni 3soatda, 18km/soat tezlik bilan bosib o'tdi(bu birinchi qism). Otliqning tezligi velosipedchining tezligidan 3km/soatga kam(bu ikkinchi qism), bosib o'tgan yo'li esa velosipedchi bosib o'tgan yo'ldan 9 km ga qisqa(bu uchinchi qism). Otliqning A qishloqdan B qishloqqa harakat vaqtini topish talab etiladi".

Boshqacha o'zgartirilib ifoda etilgan matnni ko'p hollarda jadval ko'rinishida yoki boshqa yordamchi model ko'rinishida ifodalash foydalidir. Ko'rilayotgan masala uchun quyidagi jadvalni qurish mumkin.

Harakat qatnashchilari	Tezlik	Vaqt	Bosib o'tilgan yo'l
Velosipedchi	18km/soat	3 soat	?
Otliq	?, velosipedchiga qaraganda 3km/soat kam	?	?,velosipedchiga qaraganda 9km qisqa

Kitob javonining uchta tokchasiga qo'yilgan kitoblar soni haqidagi masalani tahlil etish quyidagi sxematik chizmani qurish bilan yakuniga yetkazilishi mumkin. Buning uchun birinchi tokchadagi kitoblar sonini ixtiyoriy uzunlikdagi kesma bilan belgilaymiz. U holda ikkinchi va uchinchi javondagi kitoblar sonini quyidagicha tasvirlash mumkin:



Jadval ham, sxematik chizma ham masalaning yordamchi modellari hisoblanadi. Ular matnli masala tahlilining qayd etish shakli bo'lib, uning yechish rejasini asosiy vositasi hisoblanadi. Umuman aytganda, matnli masala yordamchi modelining vazifasi-bu masalani yechuvchiga maksimal tushunarli bo'lishini ta'minlash uchun uni belgili- simvolik shaklda ifodalshdan iborat bo'ladi.

Yordamchi model qurilgandan so'ng:

- modelda masalaning barcha ob'ektlari ko'rsatilganligini;
- ob'ektlar ortasidagi barcha munosabatlar aks etganligini;
- barcha sonli qiymatlar keltirilganligini;
- masalaning talabi bor yoki yo'q ekanligi va izlanayotgan miqdorni to'g'ri ko'rsatilganligini tekshirish zarur bo'ladi.

2. Masalani yechish rejasini izlash va tuzish. Ushbu bosqichning maqsadi berilgan va noma'lum ob'ektlar o'rtasidagi bog'lanishlarni o'rnatish, bajariladigan ishlar ketma-ketligini belgilashdan iboratdir.

Masalani yechish rejasi- bu uni yechish g'oyasi bo'lib, bajariladigan ishlarni yo'riqnomasini tuzishdir. Ba'zida topilgan g'oya noto'g'ri bo'lishi mumkin. Bu holda masalani tahlil qilishga yana qaytib, ishni yangitdan boshlash kerak bo'ladi.

Masalani yechish rejasini qanday qidirish kerak? Masalani yechish rejasini izlash murakkab jarayon bo'lib, uni bir qiymatli aniqlash mumkin emas, faqat bu bosqichni amalga oshirishga imkon beradigan ba'zi-bir usullarni ko'rsatish mumkin. Arifmetik usulda masalalarni yechish rejasini izlashning eng maqbul usullaridan biri bu masalani matn bo'yicha yoki uning yordamchi modelini qurish bo'yicha tahlil qilishdir. Masalanini tahlil qilish mulohazalar zanjiri qurish ko'rinishida amalga oshirilib uni masalada berilganlardan ham, shuningdek uning savollaridan ham boshlash mumkin.

Masalani berilganlardan savolga qarab tahlil qilinganda, yechuvchi masala matnida berilganlardan ikkita ma'lumotni tanlaydi va ular o'rtasidagi o'zaro bog'liqlikka asoslanib, qanday arifmetik amallardan foydalanib, qaysi noma'lumni topish mumkinligini aniqlaydi. So'ngra, bu noma'lumni berilgan deb hisoblab, yechuvchi yana bir-biri bilan bog'langan ikkita ma'lumotni tanlaydi. Ushbu ma'lumotlardan va qanday arifmetik amallardan foydalanib qaysi noma'lumni topilish mumkinligini aniqlaydi va hokazo natijada masalada noma'lum ob'ekt hosil qilinadi. Bu jarayon masala shartida berilgan ob'ektni hosil qilish uchun qaysi amal natijani hosil qilishga olib kelgunga qadar davom ettiriladi.

Quyidagi masala matni bo'yicha shunday tahlilni o'tkazamiz:

"Soatiga 84 km tezlik bilan harakatlanayotgan poezdda sayyoh 5 soat yo'l bosdi. Undan so'ng sayyohning bosib o'tilgan yo'lga qaraganda 3 marta ortiq masofani bosib o'tishi qoldi. Sayyohning butun bosib o'tadigan yo'lini toping?"

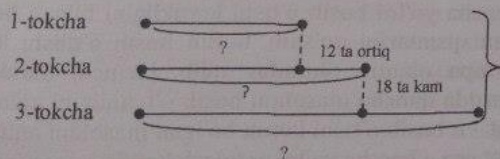
Mulohazani berilganlardan savolga qarab olib boramiz: sayyoh poezdda 5 soat soatiga 84 km tezlikda yurgan; ushbu ma'lumotlardan, sayyohning 5 soat ichida bosib o'tgan masofasini topish mumkin,- buning uchun tezlikni vaqtga ko'paytirish kerak. Masofani bosib o'tilgan qismini va qolgan masofa undan 3 marta ortiq ekanligini bilgan holda, uni nimaga teng ekanligini topish,- buning uchun bosib o'tilgan masofani 3 ga ko'paytirish (3 marta orttirish) kerak bo'ladi. Sayyoh necha kilometr yo'lni bosib o'tganligi va qancha yo'lni bosib o'tishi kerakligini bilgan holda, yo'lning topilgan qismlarini qo'shib, butun bosib o'tilishi lozim bo'lgan yo'lni topa olamiz. Shunday qilib, birinchi harakat - sayyohning poezdda qancha masofani bosib o'tganligini aniqlash; ikkinchi harakat - u bosib o'tishi kerak bo'lgan masofani aniqlash; uchinchi harakat esa - barcha yo'lni aniqlash bo'ldi.

Masalani savoldan berilganlarga qarab tahlil qilishda, masalaning savoliga e'tiborni qaratish (masalani tahlil qilish paytida olingan ma'lumotlarga asoslanib) va unga savolga javob berish uchun nima etarli ekanligini aniqlash kerak bo'ladi. Ushbuni amalga oshirish uchun shartlardan zaruriy ma'lumotlar mavjudligini aniqlash kerak bo'ladi. Agar bunday ma'lumotlar

bo'lmasa yoki faqat bitta ma'lumot mavjud bo'lsa, u holda yetishmayotgan ma'lumotni topish uchun nimani bilish kerakligi aniqlanadi. So'ngra masalani yechish rejasi tuziladi. Bu holda mulohazalar yurirtish teskari tartibda amalga oshiriladi.

Yuqoridagi sayyohning harakatiga doir masalaning tahlilini savoldan berilganlarga qarab mulohazalar zanjirini qurish orqali amalga oshiramiz. Masalada sayyoh bosib o'tgan butun yo'lni topish talab etilmoqda. Biz yo'l ikki qismdan tashkil topishini o'rnatdik. Demak, masalaning talablarini bajarish uchun sayyoh necha kilometr bosib o'tganligi va yana necha kilometr bosib o'tishi kerakligini bilish yetarlidir. Lekin unisi ham, bunisi ham noma'lum. Bosib o'tgan yo'lni topish uchun sayyoh sarflagan vaqt va tezligini bilish yetarlidir. Tezlikni vaqtga ko'paytirib, sayyoh bosib o'tgan yo'lni aniqlaymiz. Bosib o'tilgan yo'lni 3 marta orttirib (3 ga ko'paytirib) qolgan yo'lni topish mumkin. Demak, dastlab bosib o'tilgan yo'lni topib, so'ng qolgan yo'lni topib, keyin esa ularni qo'shish orqali butun yo'lni topish mumkin.

Masalani yechish rejasini tuzish, uni tahlil qilishda qurilgan yordamchi modeldan ham amalda foydalanish mumkin. Bunda yordamchi model bu jarayonni sezilarli yengillashtiradi. Masalan, velosipedchi va o'tliq harakatini jadval ko'rinishida ifodalash asosida javobga olib keluvchi harakatlarni osonlikcha aniqlash mumkin. Kitob javoni tokchalaridagi kitoblar haqidagi masalani yechish rejasini izlashni sxematik chizma ko'rinishida quyidagicha ifodalash mumkin.



Agar barcha kitoblar sonidan 18 ni ayirsak, biz ikkinchi tokchada nechta kitob bo'lsa, xuddi shuncha kitob uchinchi tokchada ham bo'lishini bilib olamiz. So'ngra birinchi tokchadagi kitoblar soniga 12 ni qo'shsak, biz ikkinchi tokchadagi kitoblar soniga teng bo'lishini bilib olamiz. Hosil bo'lgan sonni 3 ga bo'lib, ikkinchi tokchadagi kitoblar sonini topamiz. Olingan natijadan 12

ayirib, birinchi tokchadagi kitoblar sonini topamiz, so'ngra esa natijaga 18 ni qo'shib uchinchi tokchadagi kitoblar sonini topamiz.

3. Masalani yechish rejasini amalga oshirish. Ushbu bosqichning maqsadi - rejaga muvofiq barcha harakatlarni bajarish orqali masala talabiga javob topishdir. Arifmetik usul bilan yechilgan matnli masala uchun quyidagi usullar qo'llaniladi.

- amallarni bajarish shaklida yozuv (tushuntirishlar bilan, tushuntirishlarsiz, savollar bilan);

- ifoda shaklida yozuv.

"Soatiga 84 km tezlik bilan harakatlanayotgan poezdda sayyoh 5 soat yo'l bosdi. Undan so'ng sayyohga bosib o'tilgan yo'lga qaraganda 3 marta ortiqroq masofani bosib o'tishi qoldi. Sayyohning butun bosib o'tadigan yo'lni toping?" masalasini yechish rejasining turli yozuvlardan foydalanib yechishni ko'rib o'tamiz:

Amallarni bajarish shaklida ularning har birini tushuntirib yechish:

- 1) $84 \cdot 5 = 420$ (km) - sayyoh 5 soatda bosib o'tgan yo'l;
- 2) $420 \cdot 3 = 1260$ (km) - qolgan yo'l;
- 3) $420 + 1260 = 1680$ (km) - sayyoh bosib o'tishi kerak bo'lgan yo'l.

Agar tushuntirishlar og'zaki ravishda berilsa (yoki umuman berilmasa), unda yozuv quyidagicha bo'ladi:

- 1) $84 \cdot 5 = 420$ (km)
- 2) $420 \cdot 3 = 1260$ (km)
- 3) $420 + 1260 = 1680$ (km)

Amallarni bajarish shaklida savollar bilan yechish:

- 1) Sayyoh poezdga necha kilometr yo'l bosgan?
 $84 \cdot 5 = 420$ (km)
- 2) Sayyoh yana necha kilometr yo'l bosishi qoldi?
 $420 \cdot 3 = 1260$ (km)
- 3) Sayyoh bosib o'tishi kerak bo'lgan yo'l necha kilometr?
 $420 + 1260 = 1680$ (km)

Ifoda shaklida yozib yechish.

Yechimni ushbu shaklda yozish bosqichma-bosqich amalga oshiriladi. Dastlab rejaga muvofiq alohida qadamlar yoziladi, so'ngra ifodalar tuzilib, ularning son qiymati topiladi. Odatda bu

qiymatni sonly ifodadan keyin tenglik belgisi qo'yish orqali yozilganligi uchun, yozuv sonli tenglik bo'lib, uning chap qismida masala shartiga asosan tuzilgan ifoda bo'lib, o'ng qismida esa uning son qiymati bo'ladi. Bu esa masala sharti bajarilganligi haqidagi xulosa chiqarishga asos bo'ladi. Ko'rilayotgan masala uchun ifoda shaklida yozish quyidagicha bo'ladi:

$$84 \cdot 5 = 420 \text{ (km)} - \text{sayyoh 5 soatda bosib o'tgan yo'l};$$

$$84 \cdot 5 \cdot 3 \text{ (km)} - \text{sayyoh bosib o'tishi kerak bo'lgan qolgan yo'l};$$

$$84 \cdot 5 + 84 \cdot 5 \cdot 3 \text{ (km)} \text{ sayyoh bosib o'tishi kerak bo'lgan yo'l};$$

$$84 \cdot 5 + 84 \cdot 5 \cdot 3 = 1680 \text{ (km)}.$$

Amallar bo'yicha tushuntirishlarni yozmasdan, ularni og'zaki ravishda ifodalash mumkin.

4. Masala yechimini tekshirish. Bu bosqichning maqsadi - yechimning to'g'riligi yoki xato ekanligini o'rnatishdir. Masala to'g'ri yechilganligini aniqlashga yordam beradigan bir nechta usullar mavjud. Ularning asosiylarini ko'rib o'tamiz.

a) Masalaning natijasi va shartlari o'rtasida moslikni o'rnatish.

Buning uchun topilgan natija masala matniga kiritiladi va mulohazalar yuritish asosida ziddiyat paydo bo'lishi yoki yo'qligi o'rnatiladi.

Bu usulni qo'llab sayyohning harakati to'g'risidagi masalani yechimi to'g'ri bajarilganligini tekshiramiz.

Biz sayyoh 1680 km yo'lni bosib o'tishi kerakligini aniqladik. Endi bu natija masalaga berilgan ma'lumotlarning biri bo'lsin. Ma'lumki, 5 soat ichida sayyoh 420 km ($84 \cdot 5 = 420$) yo'lni bosib o'tadi va u $1680 - 420 = 1260$ (km) ni bosib o'tishi qoladi. Masala shartiga ko'ra, bu masofa sayyohning poezdida 5 soatda bosib o'tgan masofasidan 3 marta ortiq bo'lishi kerak. Buni biz 1260 ni 420 ga bo'lish orqali tekshiramiz. Haqiqatan ham $1260 : 420 = 3$.

Demak, topilgan natijani masala shartiga qo'ysak, unda boshqa ma'lumotlar bilan, xususan, "3 marta ortiq bo'lish" munosabati bilan ziddiyat paydo bo'lmaydi. Demak, masala to'g'ri yechilgan.

Bu usulni qo'llaganda masalada berilgan barcha munosabatlar tekshiriladi va agar ziddiyat yuzaga kelmasa, masala to'g'ri yechilganligi haqida xulosa chiqariladi.

b) Masalani boshqa usul bilan yechish.

Aytaylik, masalani biron-bir usulda yechish asosida qandaydir natija olingan bo'lsin. Agar uni boshqa usul bilan yechish yana o'sha natijaga olib kelsa, u holda masala to'g'ri yechilganligi haqida xulosa chiqarish mumkin bo'ladi. Shuni aytish lozimki, agar masala dastlab arifmetik usulda yechilgan bo'lsa, uning to'g'ri yechilganligini algebraik usul bilan yechish orqali tekshirish mumkin.

Matnli masalalarni tekshirishlarsiz yechib bo'lmaydi deb o'ylamaslik kerak. Masala yechimning to'g'riligi, masala ustida ishlashning barcha bosqichlarida aniq va mantiqiy mulohazalar yuritish asosida ta'minlanadi.

3-§. Masalalar yechish jarayonini modellashtirish

Biz yuqorida matnli masala muayyan hodisa (vaziyat, jarayon)ning so'z bilan ifodalangan modeli ekanligini ko'rib o'tgan edik. Bunday masalani yechish uchun uni matematik tilga o'girish, ya'ni matematik modelini qurish kerak bo'ladi.

Modellashtirish masala shartini tushunganlik darajasini aniqlash bilan bir qatorda ularni yechishga o'rgatishning yetakchi metodi bo'lib, unga real borliqni muhim bilish vositasi sifatida qaraladi.

Model deganda moddiy yoki tafakkurda qurilgan ob'ekt tushunilib, u o'rganish jarayonida original ob'ektning vaqtincha o'rnini bosib, uning muhim xossalarini o'zida saqlaydi. Modelni qurish jarayoni hamda o'rganilayotgan ob'ektning tuzilishi, xossalari va munosabatlarini aniqlashda undan foydalanish modellashtirish deyiladi.

Ixtiyoriy matnli masalani yechishning, ajralmas qismi bu masala modelini qurishdir: ya'ni masalani o'rganish uchun uning o'rnini bosuvchi hamda barcha muhim xossalarini o'zida saqlaydigan moddiy yoki tasavvur qilinadigan ob'ektni qurish (tanlab olish) dan iboratdir. Bunda yangi qurilgan ob'ekt o'rganilib (tadqiq etilib), hosil qilingan natija dastlabki vaziyat yoki ob'ektga ko'chiriladi. Boshqacha so'z bilan aytganda masalani yechish jarayonida o'quvchi ikkinchi darajali tafsilotlarga e'tibor qaratmasdan, uning shartida berilgan va yechimga bevosita ta'sir

o'tkazadigan bog'lanishlar bilan batafsil ish ko'rishi kerak bo'ladi. Yechimni hosil qilishga ta'sir o'tkazmaydigan tafsilotlardan qutulish asosida u masala shartida berilgan real holatning abstrakt modelini quradi. Bu holda qurilgan model modellashtirilayotgan ob'ektning xossalari ega bo'ladi. Uni tadqiq qilish asosida masala shartini qanoatlantiradigan javobni olish vositasiga ega bo'linadi. Natijada, masala yechimi ko'p jihatdan bu modelning qanchalik to'g'ri qurilganligi va uni qurishda qo'llaniladigan usullarga bog'liq bo'ladi.

Masalaning matematik modelini qurishda o'quvchi uchun asosiy vazifa yechimni matematik ifoda ko'rinishida yozib olish bo'lgani uchun, ko'p hollarda uni yechish jarayonida yordamchi (oraliq) modellar deb nomlanuvchi rasm, jadval, chizma, sxema va shu kabilardan foydalaniladi. Ular masala tahlilining qayd etish shakli bo'lib, uni yechish rejasining asosiy vositasi hisoblanadi. Umuman, matnli masalalarning yordamchi modelining vazifasi – bu masalani yechuvchiga maksimal tushunarli bo'lishni ta'minlash uchun masalani belgili-simvolik shaklda ifodalashdan iborat bo'ladi.

Har qanday masala bu biror hodisa (vaziyat, jarayon) ning tarkibiy qismlariga miqdoriy tavsif berish, komponentlari orasidagi aloqaning mavjudligi yoki yo'qligini aniqlashning tabiiy tildagi tavsifi bo'lgani uchun masalani yechish jarayonida o'quvchi uchun eng muhimi unda qaralayotgan holatlarning miqdoriy xarakteristikasi va ular orasidagi bog'lanishlarni o'rnatish hamda ularni matematik simvollar bilan ifodalash asosida uning matematik modelini qurish, ya'ni matematik tilga o'girishdan iborat bo'ladi.

Matnli masala agar arifmetik usul bilan yechilayotgan bo'lsa, uning matematik modeli bu ifoda (yoki amallarni bajarish bo'yicha yozuv bo'ladi; agar masala algebraic usul bilan yechilayotgan bo'lsa, tenglama (yoki tenglamalar sistemasi) bo'ladi.

Masalani yechish jarayonida matematik modellashtirishning uchta bosqichi aniq farqlanadi.

I bosqich – masalani matematik tilga o'girish; bunda yechish uchun zarur bo'lgan berilgan va noma'lumlar ajratilib, ular o'rtasidagi bog'lanishlar matematik usul bilan tavsiflanadi;

II bosqich – model ichida yechim (ya'ni ifodaning son qiymatini topish, amallarni bajarish, tenglamani yechish) amalga oshiriladi.

III bosqich – olingan yechimni berilgan masala qaysi tilda ifodalangan bo'lsa, o'sha tilga o'tkazish.

Matnli masalalarni yechish jarayonida asosiy muammo bu tabiiy tilda ifodalangan matnni matematik tilga o'tkazish, ya'ni matematik modellashtirishning I bosqichini amalga oshirishdir. Ushbu holatni hal etish uchun yordamchi modellar: chizmalar, sxemalar, jadvallar, rasmlar va boshqalar quriladi. Bu holda masalani yechish jarayoni bir modeldan ikkinchisiga o'tish, ya'ni masalada keltirilgan real vaziyatning so'z bilan ifodalangan modelidan yordamchi modelga o'tish bo'lib, unda masalaning yechimi amalga oshiriladi.

Masalani yechish jarayoniga bunday yondashuvga psixologlar ham qo'shilishadi. Ular masalani yechish jarayonini modellar tizimini izlashning murakkab jarayoni bo'lib, modellashtirishning bir darajasidan, undan yanada umumlashgan ikkinchisiga o'tishning aniq ketma-ketligi, inson tomonidan masalani yechish esa uni qaytadan ifodalash jarayoni deb hisoblaydilar. Bunda qaytadan ifodalashni amalga oshirish tafakkur qilish formasi sifatida, sintez orqali analiz qilishdan iborat bo'lib, uning asosiy vositasi-modellashtirishdir.

Matematik modelni qurishning I bosqichida masala shartida berilganlar va so'ralayotganlar o'rtasidagi bog'lanishlarni aniqlash zarur bo'ladi. Shuning uchun masalani yechimini chuqurroq va samaraliroq tahlil qilish uchun so'z bilan ifodalangan vaziyatdan yordamchi modelni qurishga o'tiladi. Ixtiyoriy yordamchi model:

- a) masala matnini tahlil qilish asosida quriladi;
- b) abstrakt tushunchalarni real holat bilan maksimal yaqinlashtiradi;
- v) qaralayotgan konkret hol uchun masala ob'ektlarining muhim belgilari haqidagi axborotlarni o'zida saqlaydi;
- g) masalada so'z yuritilayotgan miqdorlar orasidagi bog'lanishlarni bevosita aniqlash imkoniyati mavjudligi va bu miqdorlarni o'zgartirishga yo'l qo'yilishi yoki yo'qligini belgilab beradi.

Modellashtirish usulining mazmun-mohiyati shundan iboratki, biron-bir ob'ektni tatqiq qilish uchun (bizning holimizda matnli masala) boshqa ob'ekt tanlanib (yoki qurilib), u biron-bir jihatdan tatqiq qilinayotgan ob'ektga o'xshash bo'ladi. Qurilgan yangi ob'ekt o'rganilib, uning yordamida tadqiqot masalalari yechiladi, so'ngra esa natija dastlabki ob'ektga o'tkaziladi.

Barcha modellarni ularni qurish uchun ishlatiladigan vositalar turiga ko'ra sxematik va belgili modellarga ajratish mumkin.

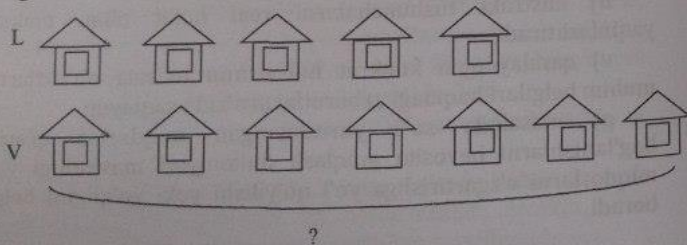
Sxematik modellar, o'z navbatida, qanday harakatni amalga oshirishiga qarab moddiy predmet va grafik modellarga bo'linadi. Matnli masalalarning moddiy modellari predmetlar bilan jismoniy harakatni ta'minlaydi. Ular qandaydir predmetlardan (tugmalar, gugurtlardan, qog'oz tasmachalar va boshqa) iborat bo'lishi va masala syujetiga qarab turli xil holatlarda qo'llanilishi mumkin. Ushbu turdagi modellar tarkibiga masalada ko'rsatilgan real vaziyatni fikran tasavvur ko'rinishida tafakkur qilish ham kiritiladi.

Grafik modellar, masalada qaralayotgan vaziyatni umumlashgan sxematik ifodalash uchun qo'llaniladi. Quyidagi ko'rinishdagi modellar grafik modellar tarkibiga kiritiladi:

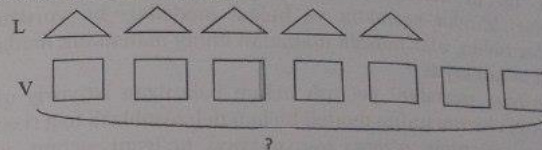
- 1) rasm;
- 2) shartli rasm;
- 3) chizma;
- 4) sxematik chizma (yoki sodda qilib sxema).

Bu modellar mohiyatini quyidagi masala misolida ko'rib o'taylik: "Lola 5 ta uyni suratini chizdi, Vasila esa 2 ta ortiq uyni suratini chizdi. Vasila nechta uy suratini chizdi?"

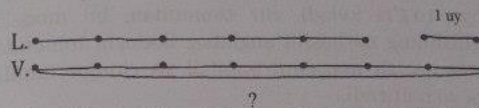
1) Bu masalaning rasm ko'rinishidagi grafik modeli quyidagi ko'rinishda bo'lishi mumkin.



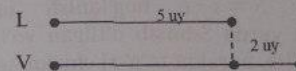
2) Shartli rasm ko'rinishdagi grafik modeli quyidagi ko'rinishda bo'lishi mumkin.



3) Chizma grafik model sifatida chizma asboblari yordamida bajarilib, unda berilgan munosabatlar saqlanadi.



4) Sxematik chizma (sxema) qo'lda bajarilishi mumkin va unda barcha ma'lum va noma'lum ma'lumotlar ko'rsatiladi.



Belgili modellar tabiiy tilda ham, matematik tilda ham bajarilishi mumkin. Tabiiy tilda bajarilgan belgili modellarga masalaning qisqa yozuvi, jadvallarni kiritish mumkin. Masalan, Lola va Vasilaning uylari haqidagi masalani qisqacha yozuvi quyidagicha bo'lishi mumkin.

L-5 uy
V-?, Loladan 2 ta ortiq

Jadval belgili modelning bir turi sifatida asosan masalada bir-biriga bog'liq bo'lgan bir nechta miqdorlar mavjud bo'lib, ularning har biri bitta yoki bir nechta qiymatlar bilan berilgan bo'lsa keng qo'llaniladi. Bunday jadvallar harakatga doir matnli masalalarni yechishda, shuningdek boshqa jarayinlarni o'rganishda keng qo'llaniladi.

Matnli masalalarning matematik tilda bajarilgan belgili modellari quyidagilardir: ifodalar, tenglamalar, tenglamalar sistemasi, masalani yechimini amallar bajarilishi bo'yicha

yozuvidir. Bu modellarda masalaning yechimi amalga oshirilgani uchun, ularni hal qiluvchi modellar deb nomlanadi. Boshqa modellar, barcha sxematik va belgili modellar- bu yordamchi modellar bo'lib, ular masala matnidan uning matematik modeliga o'tishni ta'minlaydi.

Berilgan masalani yechish uchun bajarilgan ixtiyoriy qisqa yozuv yoki chizma uning modeli bo'ladi deb hisoblash to'g'ri emas. Model masalaning o'ziga xos nusxasi bo'lgani uchun unda masalaning barcha ob'ektlari ular o'rtasidagi barcha munosabatlari aks ettirilgan bo'lib sharti va talablari ko'rsatilgan bo'lishi kerak.

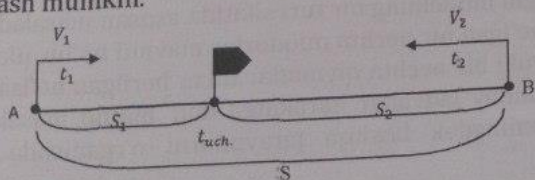
Ko'p matnli masalalarni yechish uchun turli xil yordamchi modellar qurishga to'g'ri keladi. Bir tomondan, bu modellar masalani tahlil qilishning natijasini anglatrsa, ikkinchi tomondan, bunday modellarni qurish masalani batafsil va chuqur tahlilini amalga oshirishga yo'naltiradi.

4-§. Harakatga va boshqa jarayonlarga doir masalalar

Harakatga doir masalalar $S = v \cdot t$ bog'lanish bilan yechiladigan masalalar bo'lib, bu yerda S -bosib o'tilgan yo'l, v -harakat tezligi, t -harakat vaqti bo'lib, harakat to'g'ri chiziqli tekis deb qaraladi.

Harakatga doir masalalarni yechishning o'ziga xos xususiyatlarini ko'rib o'tamiz.

1. Ikkita ob'ektni uchrashuviga doir masalalar. Aytaylik birinchi ob'ektning harakatlanishi S_1, v_1, t_1 miqdorlar bilan, ikkinchi ob'ektning harakatlanishi S_2, v_2, t_2 miqdorlar bilan harakterlansin. Bunday harakatni sxematik chizmada quyidagicha tasvirlash mumkin.



Agar ikkita ob'ekt bir-biriga qarab bir vaqtning o'zida harakatni boshlasa, u holda

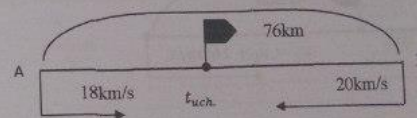
1) ular uchrashungacha qadar bir xil vaqt sarflaydi, ya'ni $t_1 = t_2 = t_{uch}$;

2) vaqt birligi ichida harakatlanayotgan ob'ektlarning bir-biriga qanday tezlikda yaqinlashishi, yaqinlashish tezligi deyiladi, ya'ni $v_{yaqin} = v_1 + v_2$;

3) uchrashishga doir harakatlanayotgan jismlar tomonidan bosib o'tilgan yo'l $S = v_{yaqin} \cdot t_{yaqin}$ formula bilan hisoblanishi mumkin.

1-masala. Oralaridagi masofa 76 km bo'lgan ikki punktdan bir vaqtda bir-biriga qarab ikki velosipedchi yo'lga chiqdi. Bir velosipedchining tezligi 18 km/soat, ikkinchisining tezligi 20 km/soat. Velosipedchilar necha soatdan keyin uchrashadi?

Yechish. Masalada ikki velosipedchining bir-biriga qarab harakati qaralmoqda. Ularning biri soatiga 18 km/soat tezlik bilan, ikkinchisi 20 km/soat tezlik bilan harakatlanmoqda. Ular bosib o'tishi lozim bo'lgan yo'l 76 km. Harakatni bir vaqtda boshlab, ular necha soatdan keyin uchrashishlarini topish talab etilmoqda. Yordamchi modelni sxematik chizma sifatida ifodalaymiz.



Ushbu masalani yechish rejasini izlashni berilganlardan savolga qarab borish asosida amalga oshirish qulay bo'ladi. Velosipedchilarning tezligi ma'lum bo'lganligi uchun ularning yaqinlashish tezligini topish mumkin. Velosipedlarning bir-biriga yaqinlashish tezligi va ular bosib o'tishi lozim bo'lgan masofani bilgan holda, ularning necha soatdan so'ng uchrashishini topish mumkin. Masala yechimini amallarni bajarish shaklida yozamiz:

$$1) 18 + 20 = 38 \left(\frac{\text{km}}{\text{soat}} \right);$$

$$2) 76 : 38 = 2 \text{ (soat)};$$

Demak, velosipedchilar harakat boshlangandan 2 soat keyin uchrashadi.

yozuvidir. Bu modellarda masalaning yechimi amalga oshirilgani uchun, ularni hal qiluvchi modellar deb nomlanadi. Boshqa modellar, barcha sxematik va belgili modellar- bu yordamchi modellar bo'lib, ular masala matnidan uning matematik modeliga o'tishni ta'minlaydi.

Berilgan masalani yechish uchun bajarilgan ixtiyoriy qisqa yozuv yoki chizma uning modeli bo'ladi deb hisoblash to'g'ri emas. Model masalaning o'ziga xos nusxasi bo'lgani uchun unda masalaning barcha ob'ektlari ular o'rtasidagi barcha munosabatlari aks ettirilgan bo'lib sharti va talablari ko'rsatilgan bo'lishi kerak.

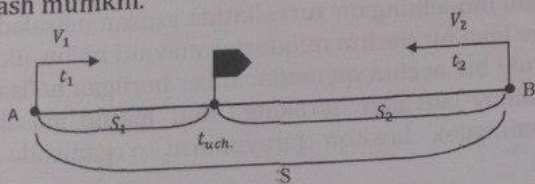
Ko'p matnli masalalarni yechish uchun turli xil yordamchi modellar qurishga to'g'ri keladi. Bir tomondan, bu modellar masalani tahlil qilishning natijasini anglatrsa, ikkinchi tomondan, bunday modellarni qurish masalani batafsil va chuqur tahlilini amalga oshirishga yo'naltiradi.

4-§. Harakatga va boshqa jarayonlarga doir masalalar

Harakatga doir masalalar $S = v \cdot t$ bog'lanish bilan yechiladigan masalalar bo'lib, bu yerda S -bosib o'tilgan yo'l, v -harakat tezligi, t -harakat vaqti bo'lib, harakat to'g'ri chiziqli tekis deb qaraladi.

Harakatga doir masalalarni yechishning o'ziga xos xususiyatlarini ko'rib o'tamiz.

1. Ikkita ob'ektning uchrashuviga doir masalalar. Aytaylik birinchi ob'ektning harakatlanishi S_1, v_1, t_1 miqdorlar bilan, ikkinchi ob'ektning harakatlanishi S_2, v_2, t_2 miqdorlar bilan harakterlansin. Bunday harakatni sxematik chizmada quyidagicha tasvirlash mumkin.



Agar ikkita ob'ekt bir-biriga qarab bir vaqtning o'zida harakatni boshlasa, u holda

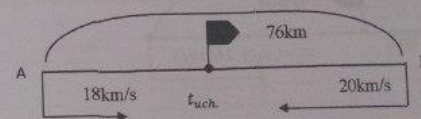
1) ular uchrashungacha qadar bir xil vaqt sarflaydi, ya'ni $t_1 = t_2 = t_{uch}$;

2) vaqt birligi ichida harakatlanayotgan ob'ektlarning bir-biriga qanday tezlikda yaqinlashishi, yaqinlashish tezligi deyiladi, ya'ni $v_{yaqin} = v_1 + v_2$;

3) uchrashishga doir harakatlanayotgan jismlar tomonidan bosib o'tilgan yo'l $S = v_{yaqin} \cdot t_{yaqin}$ formula bilan hisoblanishi mumkin.

1-masala. Oralaridagi masofa 76 km bo'lgan ikki punktdan bir vaqtda bir-biriga qarab ikki velosipedchi yo'lga chiqdi. Bir velosipedchining tezligi 18 km/soat, ikkinchisining tezligi 20 km/soat. Velosipedchilar necha soatdan keyin uchrashadi?

Yechish. Masalada ikki velosipedchining bir-biriga qarab harakati qaralmoqda. Ularning biri soatiga 18 km/soat tezlik bilan, ikkinchisi 20 km/soat tezlik bilan harakatlanmoqda. Ular bosib o'tishi lozim bo'lgan yo'l 76 km. Harakatni bir vaqtda boshlab, ular necha soatdan keyin uchrashishlarini topish talab etilmoqda. Yordamchi modelni sxematik chizma sifatida ifodalaymiz.



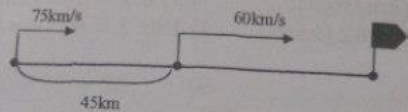
Ushbu masalani yechish rejasini izlashni berilganlardan savolga qarab borish asosida amalga oshirish qulay bo'ladi. Velosipedchilarning tezligi ma'lum bo'lganligi uchun ularning yaqinlashish tezligini topish mumkin. Velosipedlarning bir-biriga yaqinlashish tezligi va ular bosib o'tishi lozim bo'lgan masofani bilgan holda, ularning necha soatdan so'ng uchrashishini topish mumkin. Masala yechimini amallarni bajarish shaklida yozamiz:

$$1) 18 + 20 = 38 \left(\frac{\text{km}}{\text{soat}} \right);$$

$$2) 76 : 38 = 2 \text{ (soat)};$$

Demak, velosipedchilar harakat boshlangandan 2 soat keyin uchrashadi.

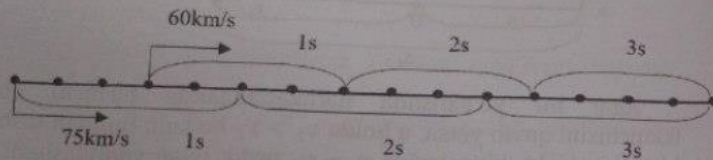
Masalaning yordamchi modelini sxematik chizma yordamida quramiz.



Avtomobillar tezligini taqqoslash bir soat ichida birinchi avtomobil ikkinchi avtomobilga 15 km ga yaqinlashishini ko'rsatadi. Ikkinchi avtomobil bilan uchrashgunga qadar birinchi avtomobil ikkinchisiga qaraganda 45 km ortiq masofani bosib o'tishi zarur. Shuning uchun birinchi avtomobil ikkinchi avtomobilga uchrashgunga qadar 45 km da 15 km necha marta joylashsa xuddi shuncha vaqt kerak bo'ladi. Masala yechimini tushuntirish asosida amallarni bajarish shaklida yozamiz:

- 1) $75 - 60 = 15$ (km/soat) - avtomobillarning yaqinlashish tezligi;
- 2) $45 : 15 = 3$ (soat) - bu vaqt ichida birinchi avtomobil ikkinchi avtomobilni quvib yetadi.

Yuqoridagilarni ko'rgazmali ravishda quyidagi sxemada tasvirlaymiz, bunda birlik kesma 15 km masofani ifodalaydi.



Demak, ikkinchi avtomobil birinchi avtomobilni 3 soatda quvib yetadi.

4-masala. Soat 8 da Toshkentdan soatiga 50 km/soat tezlik bilan yuk poyezdi yo'lga chiqdi. Soat 10 da o'sha yo'nalishda soatiga 75 km/soat tezlik bilan passajir poyezdi yo'lga chiqdi. Necha soatdan so'ng passajir poyezdi yuk poyezdini quvib yetadi?

Yechish. Masalada yuk va passajir poyezdlarini bir punktdan bir yo'nalishda lekin turli vaqtda boshlangan harakati ko'rilmogda. Yuk poyezdi va passajir poyezdi tezliklari, shuningdek, ular harakat

boshlagan vaqt ma'lum. Passajir poyezdi yuk poyezdini qancha vaqtdan keyin quvib yetishini topish talab etilmogda.

Masala shartidan yuk poyezdi passajir poyezdi harakat boshlagunga qadar ma'lum masofani bosib o'tganligini ko'rish mumkin. Agar bu masofa topilsa, berilgan masalani xuddi yuqoridagi masala kabi yechish mumkin bo'ladi.

Passajir poyezdi yo'lga chiqqunga qadar yuk poyezdi bosib o'tgan masofani aniqlash uchun u qancha vaqt yo'lga bo'lganligini topish zarur bo'ladi. Topilgan vaqtni yuk poyezdining tezligiga ko'paytirib, passajir poyezdi yo'lga chiqqunga qadar yuk poyezdi bosib o'tgan masofa topiladi.

Masala yechimini tushuntirish asosida amallarni bajarish shaklida yozamiz:

- 1) $10 - 8 = 2$ (soat) passajir poyezdi yo'lga chiqqunga qadar yuk poyezdi yo'lga bo'lgan vaqt;
- 2) $50 \cdot 2 = 100$ (km) passajir poyezdi yo'lga chiqqunga qadar yuk poyezdi bosib o'tgan yo'l;
- 3) $75 - 50 = 25$ (km/soat) passajir poyezdining yuk poyezdiga yaqinlashish tezligi;
- 4) $100 : 25 = 4$ (soat) passajir poyezdi yuk poyezdini quvib yetish vaqti.

Demak, passajir poyezdi yuk poyezdini 4 soatdan so'ng quvib yetadi.

3. Ikki ob'ektni qarama-qarshi yo'nalishda harakatiga doir masalalar. Bu turdagi masalalarda ikkita ob'ekt qarma-qarshi yo'nalishda harakatni bir nuqtadan:

- a) bir vaqtning o'zida;
- b) turli vaqtlarda boshlashlari mumkin.

Shuningdek, berilgan masofada turuvchi ikki turli nuqtalardan turli vaqtlarda boshlashlari ham mumkin.

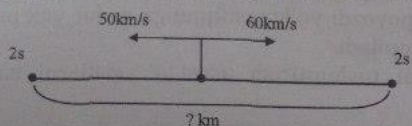
Ularni yechishda umumiy nazariy asos quyidagidan iboratdir: $v_{uzoq} = v_1 + v_2$, bu yerda v_1 va v_2 lar mos ravishda birinchi va ikkinchi ob'ektlar tezliklari, v_{uzoq} - uzoqlashish tezligi, ya'ni harakatlanayotgan ob'ektlar biri ikkinchisidan qanday tezlikda uzoqlashayotganligidir.

5-masala. Ikki avtobus avtoshohbekatdan bir vaqtda qarama-qarshi yo'nalishda yo'lga chiqdi. Birinchi avtobusning tezligi 50

km/soat, ikkinchisining tezligi 60 km/soat. 2 soatdan so'ng ular orasidagi masofa necha kilometr bo'ladi?

Yechish. Masalada ikki avtobus harakati qaralmoqda. Ular bir vaqtda avtoshohbektan yo'lga chiqib, qarama-qarshi yo'nalishda harakatlanmoqda. Avtobuslarning tezligi (50 km/soat va 60 km/soat) va ularning harakat vaqtlari (2soat) ma'lum. Ko'rsatilgan vaqtdan so'ng ular bir-biridan qanday masofada bo'lishligi topish talab etilmoqda.

Berilgan masalaning yordamchi modelini quramiz.



Masala savoliga javob berish uchun birinchi va ikkinchi avtobus 2 soatda bosib o'tgan masofani topish yetarli bo'lib, hosil bo'lgan natijalar qo'shiladi:

- 1) $50 \cdot 2 = 100 \text{ (km)}$;
- 2) $60 \cdot 2 = 120 \text{ (km)}$;
- 3) $100 + 120 = 220 \text{ (km)}$.

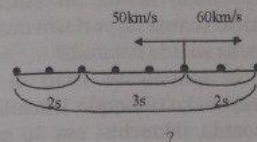
Ushbu masalani uzoqlashish tezligi tushunchasidan foydalanib boshqa usul bilan ham yechish mumkin.

- 1) $50 + 60 = 110 \text{ (km/soat)}$ - avtobuslarni uzoqlashish tezligi;
- 2) $110 \cdot 2 = 220 \text{ (km)}$ - 2 soatdan so'ng avtobuslar orasidagi masofa.

Demak, harakat boshlangandan 2 soatdan so'ng avtobuslar orasidagi masofa 220 km bo'ladi.

6-masala. A temir yo'l bekatidan 50 km/soat tezlik bilan poyezd yo'lga chiqdi. 3 soatdan so'ng shu bekatdan qarama-qarshi yo'nalishda 60 km/soat tezlik bilan boshqa poyezd yo'lga chiqdi. Ikkinchi poyezd yo'lga chiqqaniga 2 soat bo'lgandan so'ng poyezdlar orasidagi masofa necha kilometr bo'ladi?

Yechish. Bu masala yuqoridagi masaladan poyezdlar harakati turli vaqtda boshlanishi bilan farq qiladi.



Masalani tushuntirish asosida amallarni bajarish shaklida yozish bilan ikki usulda yechish mumkin:

1-usul.

- 1) $3 + 2 = 5$ soat -birinchi poyezd yo'lda bo'lgan vaqti;
- 2) $50 \cdot 5 = 250 \text{ (km)}$ - birinchi poyezd 5 soatda bosib o'tgan masofa;

- 3) $60 \cdot 2 = 120 \text{ (km)}$ -ikkinchi poyezd bosib o'tgan masofa;
- 4) $250 + 120 = 370 \text{ (km)}$ - poyezdlar orasidagi masofa.

2-usul.

- 1) $50 + 60 = 110 \text{ (km/soat)}$ -poyezdlarning uzoqlashish tezliklari;
- 2) $110 \cdot 2 = 220 \text{ (km)}$ - poyezdlar 2 soatda uzoqlashgan masofa;

- 3) $50 \cdot 3 = 150 \text{ (km)}$ - birinchi poyezd 3 soatda bosib o'tgan masofa;
- 4) $220 + 150 = 370 \text{ (km)}$ - poyezdlar orasidagi masofa.

Demak, ikkinchi poyezd yo'lga chiqqaniga 2 soat o'tgandan so'ng poyezdlar orasidagi masofa 370 km bo'ladi.

Boshqa jarayonlarga doir masalalar. Bizni o'rab turgan real borliqda inson turli jarayonlar: harakat, ish, tovarlarni sotib olish va boshqalar bilan ish ko'radi. Ular ko'p hollarda uchta miqdor bilan harakterlanadi: ish uchun- bu mehnat unumdorligi, ish vaqti va bajarilgan ish hajmi; tovarlarni sotib olishda esa- narx, tovarlar soni va uning summasidir. Bu miqdorlar uchligi orasidagi bog'lanish to'g'ri chiziqli tekis harakatda tezlik, vaqt va masofa o'rtasidagi bog'lanishga o'xshash bo'ladi. Shuning uchun ularni yechish jarayoni harakatga doir masalalarni yechish jarayoniga o'xshash bo'ladi.

7-masala. 1440 ta detal tayyorlash kerak. Bir ishchi bu detallarni 20 soatda, ikkinchi ishchi 30 soatda tayyorlashi mumkin. Ikkala ishchi birgalikda bu ishni necha soatda bajaradi?

Yechish. Masalada ikkita ishchi tomonidan 1440 ta detal tayyorlash topshirig'ini bajarish jarayoni ko'rilmogda. Ishchilardan biri bu detallarni barchasini 20 soatda, ikkinchisi esa 30 soatda tayyorlashi mumkin. Birgalikda ishlab ikkala ishchi 1440 ta detalni tayyorlash uchun ketgan vaqtni topish talab etilmogda. Masala talabiga javobni topish uchun uning shartida yoritilgan jarayon uchta miqdor bilan xarakterlanishini bilish kerak bo'ladi:

1) barcha tayyorlangan detallar soni- jarayon natijasi bo'ladi; uni P harfi bilan belgilaymiz;

2) vaqt birligi ichida detallarni tayyorlash tezligi-jarayon tezligi yoki ish unumdorligi bo'ladi, uni p harfi bilan belgilaymiz;

3) topshiriqni bajarish vaqti-jarayonni sodir bo'lish vaqti bo'ladi; uni t harfi bilan belgilaymiz;

Bu miqdorlar o'rtasidagi bog'lanish $P = p \cdot t$ formula bilan ifodalanadi.

Masala savoliga javob berish uchun, ya'ni t vaqtni topish uchun ikkala ishchi birgalikda 1 soat ishlaganda nechta detal tayyorlashini topib, so'ngra 1440 detalni topilgan mehnat unumdorligiga bo'lishi kerak.

Amallarni bajarish shaklida tushuntirishlar bilan masala yechimini yozamiz:

1) $1440:20 = 72$ (detal)-birinchi ishchi 1 soatda bajaradigan detallar soni;

2) $1440:30 = 48$ (detal)-ikkinchi ishchi 1 soatda bajaradigan detallar soni;

3) $72 + 48 = 120$ (detal)-ikkala ishchi birgalikda 1 soatda bajaradigan detallar soni;

4) $1440:120 = 12$ (soat)-ikkala ishchi birgalikda ishlab, ishni bajaradigan vaqt.

Demak, ikkala ishchi birgalikda bu ishni 12 soatda bajaradi.

8-masala. Birinchi idishda $320m^3$ suv, ikkinchisida $1200m^3$ suv bor. Birinchi idishga har soatda $60m^3$ suv quyiladi, ikkinchi idishdan esa $50m^3$ suv chiqarib to'kiladi. Necha soatdan so'ng idishlardagi suv miqdori teng bo'ladi?

Yechish. Masalada birinchi idishni suv bilan to'ldirish, ikkinchi idishdan esa suvni tortib chiqarish ko'rilmogda. Bu jarayon quyidagi miqdorlar bilan xarakterlanadi:

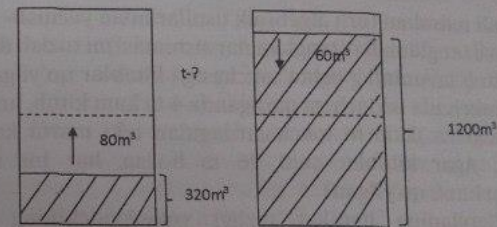
1) idishdagi suvning hajmi; uni V harfi bilan belgilaymiz;

2) suvning quyilishi (tortib chiqarish) tezligi; uni v harfi bilan belgilaymiz;

3) jarayonning davom etish vaqti; uni t harfi bilan belgilaymiz.

Bu miqdorlar orasidagi bog'lanish $V = v \cdot t$ formula bilan ifodalanadi.

Berilgan masalada qaralayotgan jarayon ikkita ob'ektni bir-biriga qarab harakatiga o'xshashdir. Buni yordamchi modelni qurish asosida ko'rgazmali tasvirlash mumkin.



Masala savoliga javob berish uchun idishlardagi suv sathini "yaqinlashish" tezligini va bu sathlar tenglashishi uchun kerak bo'ladigan suv hajmini topib, so'ngra bu hajmni "yaqinlashish" tezligiga bo'lib, necha soatdan so'ng idishlardagi suv sathi teng bo'lishini topish mumkin.

Yechimni amallarni bajarish shaklida yozamiz:

1) $60 + 50 = 110(m^3)$;

2) $1200 - 320 = 880(m^3)$;

3) $880:110 = 8$ (soat).

Demak, 8 soatdan so'ng idishlardagi suv miqdori teng bo'ladi.

MASALALAR

1. Quyidagi masalalarni har birini arifmetik va algebraik usullar bilan yeching.

a) Ikki ishchi birgalikda 96 ta detal tayyorladi. Birinchi ishchi kuniga ikkinchisiga qaraganda 3 ta detal ortiq tayyorlab 6 kun ishladi, ikkinchisi esa 7 kun ishladi. Har bir ishchi kuniga nechtadan detal tayyorlagan?

b) Uch kunda 410 kg olma sotildi. Ikkinchi kuni birinchi kundagidan 20 kg kam, uchinchi kuni esa ikkinchi kundagidan 3 marta ortiq sotildi. Birinchi kuni necha kilogramm olma sotilgan?

c) Uch kunda 400 kg meva terildi. Ikkinchi kuni birinchi kunga qaraganda 2 marta ortiq meva, uchinchi kuni esa ikkinchi kundagiga qaraganda 40 kg ortiq meva terildi. Birinchi kuni necha kilogramm meva terilgan?

2. Quyidagi matnli masalalarni turli algebraik usullarni qo'llab yeching.

Matnli masalani turli algebraik usullar bilan yechish - bu uning uchun turli tenglamalar (tenglamalar sistemasi)ni tuzish demakdir.

a) Kitob javonining uchta tokchasiga kitoblar qo'yilgan bo'lib, birinchi tokchada ikkinchiga qaraganda 4 ta kam kitob, uchinchi esa birinchi va ikkinchi tokchalardagidan ikki marta kam kitob qo'yilgan. Agar kitoblar soni 96 ta bo'lsa, har bir tokchaga nechtadan kitob qo'yilgan?

b) Piyodaning harakat tezligi velosipedchining harakat tezligidan 8 km/soat kam. Bir xil masofani velosipedchi 2 soatda, piyoda esa 6 soatda bosib o'tdi. Piyoda va velosipedchining tezligini toping?

3. Ikki shahardan bir-biriga qarab ikkita poyezd bir vaqtda yo'lga chiqdi. Birinchi poyezdning tezligi 65 km/soat, ikkinchisidiki - 60 km/soat. Poyezdlar 3 soatdan so'ng uchrashishdi. Shaharlar orasidagi masofani toping. Uchrashishga 1 soat vaqt qolganda poyezdlar orasidagi masofa qancha bo'lgan?

4. Avtomobil 4 soat 90 km/soat tezlik bilan harakatlandi. Agar piyodaning harakat vaqti 2 marta kam, harakat tezligi avtomobildan 15 marta kam bo'lsa, u qanday masofani bosib o'tadi?

5. Oralaridagi masofa 2 km 400 m bo'lgan ikki uydan bir vaqtda ikkita piyoda bir-biriga qarab yo'lga chiqdi va 10 minutdan keyin uchrashishdi. Piyodalarning biri 140 m/min tezlik bilan harakatlangan bo'lsa, ikkinchi piyodaning tezligini toping?

6. Oralaridagi masofa 530 km bo'lgan ikki shaxardan bir-biriga qarab ikki poyezd yo'lga chiqdi. Birinchi poyezd 2 soat oldin yo'lga chiqib 70 km/soat tezlik bilan harakatlandi. Ikkinchi poyezd yo'lga chiqqandan 3 soatdan so'ng poyezdlar ushrashishdi. Ikkinchi poyezd qanday tezlik bilan harakatlangan?

7. A va B punktlar orasidagi masofa 510 km. Soat 8 da A punktdan B ga qarab 50 km/soat tezlik bilan avtobus yo'lga chiqdi, soat 11 da esa B dan A ga qarab 40 km/soat tezlik bilan yuk avtomobili yo'lga chiqdi. Mashinalar A dan qancha masofada uchrashishadi?

8. Velosipedchi va motosiklchi bir vaqtda bir yo'nalishda harakat boshlashdi. Motosiklchining tezligi 45 km/soat, velosipedchidiki esa 15 km/soat. Necha soatdan so'ng ular orasidagi masofa 60 km bo'ladi?

9. Soat 8 da A punktdan velosipedchi yo'lga chiqdi. Soat 11 da o'sha yo'nalishda motosiklchi yo'lga chiqdi. Agar velosipedchining tezligi 20 km/soat, motosiklchining tezligi 50 km/soat bo'lsa, qancha vaqtdan so'ng motosiklchi velosipedchini quvib yetadi?

10. Ikkita yuk avtomobili bir vaqtda qarama-qarshi yo'nalishda harakat boshladi. 4 soatdan so'ng ular orasidagi masofa 440 kilometrni tashkil etdi. Agar avtomobillardan biri 4 soatda 240 km masofani bosib o'tgan bo'lsa, avtomobillardan ikkinchisining tezligi birinchisining tezligidan qancha kam bo'ladi?

11. Avtoshaxbektandan ikkita avtobus qarama-qarshi yo'nalishda harakat boshladi. Birinchi avtobus 40 km/soat tezlik bilan harakatlanib 2 soat yo'lda bo'ldi. Ikkinchisi esa bu vaqt ichida birinchi avtobusdan 20 km ortiq yo'l bosib o'tdi. Avtobuslar orasidagi masofani toping?

12. Bak 600 l suv sig'imiga ega. Birinchi jo'mrak orqali uni 10 minutda, ikkinchi jo'mrak orqali 15 minutda to'ldirish mumkin. Ikkala jo'mrakdan foydalanib bakni necha minutda to'ldirish mumkin?

13. Uchta idishda 400 litr benzin bor. Birinchi idishda ikkinchisiga qaraganda 2 marta kam, uchinchisida esa ikkinchiga qaraganda 100 litr ortiq benzin bor. Birinchi idishda necha litr benzin bor?

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Matnli masala tasdiqlari va talablari nimalardan iborat bo'ladi?
2. Qanday masalalar aniq masalalar deyiladi?
3. Qanday masalalar aniqlanmagan masalalar deyiladi?
4. Qanday masalalar ortiqcha aniqlangan masalalar deyiladi?
5. Matnli masalalarni yechishning qanday usullarini bilasiz?
6. Masalani arifmetik usul bilan yechish qanday bosqichlarni o'z ichiga oladi?
7. Matematik modellashtirish nima?
8. Masalani yechish jarayonida matematik modellashtirishning nechta bosqichi amalga oshiriladi?
9. Grafik modellarga nimalar kiradi?
10. Harakatga doir masalalarni yechishning qanday turlarini bilasiz?

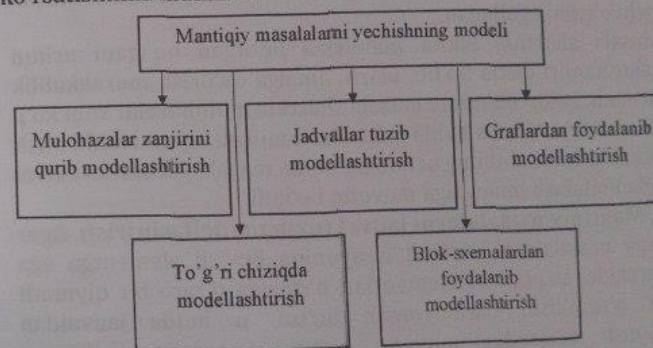
Tayanch so'zlar: matnli masala, masala sharti, masala talabi, aniqlangan masala, aniqlanmagan masala, ortiqcha aniqlangan masala, harakatga doir masala, masalani modellashtirish, masalani yechishning algebraik usuli, masalani yechishning arifmetik usuli

2-BOB. MANTIQUIY MASALALAR

1-§. Mantiqiy masalalarni yechish jarayonida modellashtirish

Mantiqiy masalalarni yechishda uning shartida berilgan bog'lanishlar alohida-alohida xulosalar shaklida ifodalanib, so'ngra ulardan keltirilib chiqariladigan xulosalar zanjiri qurilib, har bir xulosa natijasi (oxirgisidan tashqari) keyingi xulosani keltirib chiqarish uchun asos bo'ladi. Shuning uchun ham mantiqiy masalalarni yechishda modellashtirishga alohida ehtibor beriladi, chunki ko'p hollarda masalaning yechimi qurilgan modelning o'zida ayon bo'ladi. Bundan ko'rinadiki, mantiqiy masalalarni yechish uslublariga innovatsion yondashuvni masala modelini tuzishdagi o'ziga xos innovatsion yondashuv deb qarash mumkin.

Mantiqiy masalalarni yechishga o'rgatish tajribasini tahlil etgan holda boshlang'ich sinflar matematikasida mantiqiy masalalarni yechishning quyidagi modellashtirish usullarini ko'rsatishimiz mumkin:



1. Mantiqiy masalalarni mulohazalar zanjiri qurib modellashtirish. Bu usulni qo'llab matnli masalalarni yechishda uning shartida berilgan bog'lanishlar alohida-alohida xulosalar shaklida ifodalanadi va har bir xulosa natijasi (oxirgisidan tashqari) keyingi xulosani keltirib chiqarish uchun asos bo'ladi. Bu usuldan foydalanib quyidagi masala yechimini ko'ramiz.

1-masala. Yugurish musobaqasida Akrom, Vali va Sobir dastlabki 3 ta o'rinni egalladi. Agar Vali ikkinchi o'rinni ham, uchinchi o'rinni ham egallamagan, Sobir uchinchi o'rinni egallamagan bo'lsa, bolalarning har biri nechanchi o'rinni egallagan?

Yechish. Masala shartlarini aniqlaymiz. Ular ikkita:

- 1) Vali ikkinchi o'rinni ham, uchinchi o'rinni ham egallamagan;
- 2) Sobir uchinchi o'rinni egallamagan.

Bu shartlardan xulosalar zanjirini qurish orqali quyidagi natijalarni keltirib chiqaramiz:

-Vali ikkinchi o'rinni ham, uchinchi o'rinni ham egallamagan bo'lsa, u holda birinchi o'rinni egallagan bo'ladi;

- Sobir uchinchi o'rinni egallamagan bo'lib, Vali birinchi o'rinni egallagan uchun, u holda Sobir ikkinchi o'rinni egallagan bo'ladi;

- Vali birinchi o'rinni, Sobir ikkinchi o'rinni egallagan uchun, Akrom uchinchi o'rinni egallagan.

Demak, Vali birinchi o'rinni, Sobir ikkinchi o'rinni, Akrom uchinchi o'rinni egallagan.

Masala shartida ikkita mulohaza berilgan bo'lgani uchun xulosalar zanjiri qisqa bo'lib, ularni amalga oshirish murakkablik tug'dirmadi. Lekin mantiqiy masala shartida mulohazalar soni ko'p (2 tadan ortiq) bo'lsa, u holda xulosalar zanjirini og'zaki tahlil etish murakkablashadi, shuning uchun bu holda masala yechimini jadval shaklida ifodalash maqsadga muvofiq bo'ladi.

2. Mantiqiy masalalarni jadval tuzib modellashtirish. Agar mantiqiy masalalarni yechish jarayonida bir xil elementga ega bo'lgan ikkita to'plamlar elementlari o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatilishi qaralayotgan bo'lsa, u holda jadvaldan foydalanish maqsadga muvofiq bo'lib, u masala yechimini ko'rgazmali ifodalashga yordam beradi.

Jadval to'plamlar Dekart ko'paytmasini ifodalab, $n \times n$ katakdan (n - to'plamlardagi elementlar soni) iborat bo'ladi. Masalaning shartlari mos kataklarga quyidagicha: mantiqiy mulohazalar rost bo'lsa "+" belgisi bilan, yolg'on bo'lsa "-" belgisi bilan kiritiladi. Agar ikki to'plam o'rtasidagi munosabat o'zaro bir qiymatli bo'lsa, jadvalni to'ldirishda uning har bir satrida

(ustunida) faqat bitta "+" belgili katak hosil bo'ladi. Bu usulni qo'llanilishini quyidagi mantiqiy masalani yechish misolida ko'rib o'tamiz.

2-masala. Bankada, stakanda, piyolada va chinnida sut, sharbat, limonad va suv bor. Suv va sut bankada emasligi, limonad chinnida ham emas, bankada ham emasligi, sut stakanga quyilgani mahlum bo'lsa, qaysi idishga qanday suyuqlik quyilganligini aniqlang.

Yechish. Masalada ikkita to'plam: idishlar to'plami va ularga quyilgan suyuqliklar to'plami berilgan. Bu to'plamlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish zarur. Satrlari idishlar nomi bilan, ustunlari ularga quyilgan suyuqliklar bilan ifodalangan jadval tuzamiz. Masala shartini aniqlaymiz. Ular uchta:

- 1) suv va sut bankaga quyilmagan;
- 2) limonad chinniga ham, bankaga ham quyilmagan;
- 3) sut stakanga quyilgan.

Dastlab masala shartida berilgan bog'lanishlarni jadvalning mos kataklariga kiritamiz:

- Suv va sut bankaga quyilmaganligi uchun "Banka" satri va "Sut" ustuni kesishgan, hamda "Banka" satri va "Suv" ustuni kesishgan kataklarga "-" belgisini qo'yamiz.

- Limonad chinniga ham, bankaga ham quyilmaganligi uchun "Banka" satri va "Limonad" ustuni kesishgan, hamda "Chinni" satri va "Limonad" ustuni kesishgan kataklarga "-" belgisini qo'yamiz.

- Sut stakanga quyilganligi uchun "Stakan" satri va "Sut" ustuni kesishgan katakka "+" belgisini qo'yamiz.

Idishlar	Quyilgan suyuqliklar			
	Sut	Sharbat	Limonad	Suv
Banka	-		-	-
Stakan	+			
Piyola				
Chinni			-	

Shu tarzda masala shartida berilganlardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjiri qurib, jadvalni to'ldiramiz.

- Bankaga sut ham, limonad ham, suv ham quyilmagan. Demak, bankaga sharbat quyilgan, mos katakka "+" belgisini qo'yamiz.
- Stakanga sut quyilgani uchun unga boshqa suyuqliklar quyilmagan bo'ladi, mos kataklarga "-" belgisini qo'yamiz.
- U holda piyolaga limonad quyilgan bo'ladi, mos katakka "+" belgisini qo'yamiz.
- Piyolaga limonad quyilgani uchun unga boshqa suyuqliklar quyilmagan bo'ladi, mos kataklarga "-" belgisini qo'yamiz.
- U holda chinniga suv quyilgan bo'ladi, mos katakka "+" belgisini qo'yamiz.

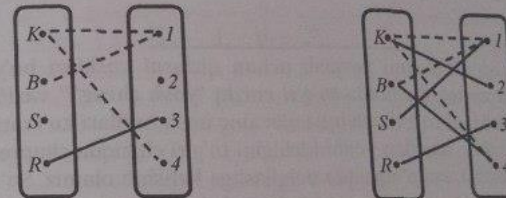
Idishlar	Quyilgan suyuqliklar			
	Sut	Sharbat	Limonad	Suv
Banka	-	+	-	-
Stakan	+	-	-	-
Piyola	-	-	+	-
Chinni			-	+

Jadvaldan bankaga sharbat, stakanga sut, piyolaga limonad, chinniga suv quyilganini aniqlaymiz.

3. Mantiqiy masalalarni graflardan foydalanib modellashtirish. Ikki to'plam elementlari o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatishga doir vaziyatlarni graflar yordamida ham modellashtirish mumkin. Bu holda berilgan to'plamlar elementlari nuqtalar bilan, ular o'rtasidagi moslik kesmalar bilan tasvirlanadi. Agar to'plamlar elementlari o'rtasida qaralayotgan moslik o'rinli bo'lmasa (inkori bo'lsa), u holda shtrix chiziq bilan tutashtiriladi. Masala shartidan foydalanib dastlab berilganlar grafda tasvirlanadi, so'ngra esa mantiqiy mulohaza yuritish asosida to'plamlar elementlari o'rtasidagi mosliklar o'rnatiladi. Agar o'zaro bir qiymatli moslik o'rinli bo'lsa, bir to'plamning har bir elementi ikkinchi to'plamning faqat bitta elementi bilan kesma yordamida tutashtiriladi, boshqa elementlari bilan esa shtrix chiziq bilan tutashtiriladi. Bu usuldan foydalanib, quyidagi masala yechimini ko'rib o'tamiz.

3-masala. Karim, Botir, Sobir va Rahimlar shaxmat musobaqasida ishtirok etdilar. Agar Botir birinchi o'rinni egallamaganligi, Rahim uchinchi o'rin uchun mukofotlanganligi, Karim esa birinchi o'rinni ham oxirgi o'rinni ham egallamagan ma'lum bo'lsa, bolalarning har biri nechanchi o'rinni egallagan?

Yechish. Masala shartidan foydalanib berilganlarni grafda ko'rgazmali tasvirlab, bolalar ismlari va ular egallagan o'rinlar to'plamini hosil qilamiz. Birinchi to'plam elementlarini K, B, R, va S nuqtalar (bolalar ismlarining bosh harflari) bilan, ikkinchi to'plam elementlarini 1, 2, 3 va 4 nuqtalar bilan (egallagan o'rinlar) bilan belgilaymiz. Masala shartiga ko'ra Botir birinchi o'rinni egallamagan, Karim birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi uchun shtrix chiziqlar bilan (B, 1), (K, 1), (K, 4) elementlarni tutashtiramiz.



Rahim uchinchi o'rinni egallaganligidan (R, 3) elementlarni kesma bilan tutashtiramiz. Natijada quyidagi graf hosil bo'ladi.

So'ngra masala shartidan keltirib chiqariladigan xulosalarni grafda belgilaymiz:

- Karim birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Rahim esa uchinchi o'rinni egallaganligi uchun, Karim ikkinchi o'rinni egallagan bo'ladi, (K,2) elementlarni kesma bilan tutashtiramiz.

- Botir birinchi o'rinni egallamaganligi, ikkinchi o'rinni Karim, uchinchi o'rinni Rahim egallaganligi uchun, Botir to'rtinchi o'rinni egallagan bo'ladi, (B,4) elementlarni kesma bilan tutashtiramiz.

- Ikkinchi o'rinni Karim, uchinchi o'rinni Rahim, to'rtinchi o'rinni Botir egallaganliklari uchun Sobir birinchi o'rinni

egallaganligini aniqlaymiz, (S ,1) elementlarni kesma bilan tutashtiramiz.

Grafdan Sobir birinchi o'rinni, Karim ikkinchi o'rinni, Rahim uchinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni egallaganliklarini aniqlaymiz.

4.Mantiqiy masalalarni to'g'ri chiziqda modellashtirish. Agar mantiqiy masalada to'plam elementlarini tartiblash talab etilsa, u holda uni to'g'ri chiziqda modellashtirish usuli bilan yechish maqsadga muvofiqdir. Bunda agar M to'plam chekli sondagi elementlardan iborat bo'lib tartiblangan bo'lsa, u holda uning barcha elementlarini belgilangan tartibda to'g'ri chiziqdagi nuqtalar bilan tasvirlash mumkin bo'ladi.

4-masala. Nasibaning yoshi Sevaradan katta, Irodaning yoshi Kamoladan kichik, lekin Nasibadan katta. Qizlardan qaysi birining yoshi eng katta?



Yechish. Masalani yechish uchun qizlarni yoshlari bo'yicha tartiblash zarur. Bu holda to'g'ri chiziq "yosh chizig'i" vazifasini o'taydi. Qizlarni to'g'ri chiziqda ularning bosh harflari ko'rsatilgan nuqtalar bilan, ulardan yoshi kichigini to'g'ri chiziqda chaproqda, yoshi kattasini esa o'ngroqda belgilashga kelishib olamiz. So'ngra har bir shartni tartib bilan to'g'ri chiziqda belgilaymiz:

– Nasibaning yoshi Sevaradan katta, N nuqta S nuqtadan o'ngda joylashadi;

– Irodaning yoshi Nasibadan katta, demak I nuqta N nuqtadan o'ngda joylashadi;

– Agar Irodaning yoshi Kamoladan kichik bo'lsa, Kamolaning yoshi Irodadan katta bo'ladi, demak K nuqta I nuqtadan o'ngda joylashadi.

To'g'ri chiziqda nuqtalarning joylashishidan qizlarning yoshi eng kattasi Kamola ekanligini aniqlaymiz.

5.Mantiqiy masalalarni blok-sxemalardan foydalanib modellashtirish. Mantiqiy masalalarni yechishda yuqoridagi modellashtirishlar bilan bir qatorda blok-sxema yordamida modellashtirish usulidan ham foydalaniladi. Masala yechimining

blok-sxemasi bloklar va strelkalardan iborat bo'lib u quyidagi tartibda amalga oshiriladi:

a) har bir qadam mahlum geometrik figura (blok) ko'rinishida ifodalanadi;

b) biror operatsiyani bajarish asosida yangi oraliq yoki so'ngi natija hosil bo'ladigan komandaga mos keluvchi blok to'g'ri to'rtburchak bilan ifodalanadi. To'g'ri to'rtburchak ichiga bajariladigan operatsiya yoziladi. Bu blok ko'p hollarda axborotlarni qayta ishlovchi blok deb nomlanadi;

c) biror shartni tekshirishni nazarda tutuvchi komandaga mos keluvchi blok romb bilan ifodalanadi. Tekshirilayotgan mantiqiy shart uning ichiga yoziladi. Aytish kerakki, bu komandani bajarish, albatta, yangi natija hosil qilishga olib kelmaydi, balki masalani yechishdagi keyingi qadamlarni aniqlash imkonini beradi. Bu blok mantiqiy blok deb nomlanadi;

d) agar A qadamdan so'ng B bevosita keyin keladigan qadam bo'lsa, u holda A blok B blok bilan strelka yordamida tutashtiriladi. Har bir axborotlarni qayta ishlovchi blokdan faqat bitta strelka chiqadi. Har bir mantiqiy blokdan ikkita strelka chiqadi: ulardan biri agar shart bajariladigan bo'lsa, mantiqiy blokdan keyin keladigan blokka yo'naltirilgan strelka bo'lib, "Ha" so'zi bilan (yoki "+" bilan) belgilanadi; ikkinchisi esa agar shart bajarilmasa, mantiqiy blokdan keyin keluvchi blokka yo'naltirilgan bo'lib, "Yo'q" so'zi bilan (yoki "-" bilan) belgilanadi.

e) blok-sxemaning boshlanishi va oxiri oval bilan ifodalani, ularning ichiga mos ravishda "Boshlash" va "Tugadi" so'zlari yoziladi.

Blok-sxemalardan foydalanib modellashtirish asosan tarozida tortishga doir mantiqiy masalalarni yechishda keng qo'llaniladi. Bu usuldan foydalanib, quyidagi masala yechimini ko'rib o'tamiz.

5-masala. Uchta tangadan bittasa qalbaki va u boshqalaridan massasi bilan farqlanadi. Toshsiz pallali tarozida ikki marta tortish orqali qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

Yechish. Tangalarni 1, 2 va 3 sonlari bilan belgilaymiz. So'ngra:

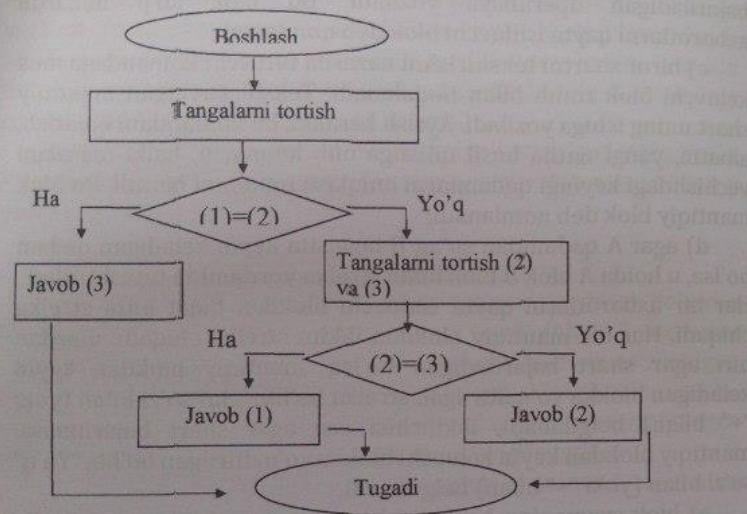
1) 1- va 2- tangalarni tortamiz;

2) agar ularning massasi teng bo'lsa, u holda ikkala tanga haqiqiy bo'lib, 3-tanga qalbaki bo'ladi;

3) agar ularning massasi teng bo'lmasa, u holda ulardan biri qalbaki bo'lib, uchinchi tanga esa haqiqiy bo'ladi;

4) qalbaki ligi gumon qilinayotgan tangalarning biri bilan haqiqiy tangani tortamiz. Masalan, 2- va 3-tangalarni tortamiz.

5) agar ularning massasi teng bo'lsa, u holda ikkala tanga haqiqiy bo'lib, 1-tanga qalbaki bo'ladi, aks holda esa 2-tanga qalbaki bo'ladi.



Masalani yechish jarayonida qo'llanilgan mulohazalar zanjirini yuqoridagi blok-sxema ko'rinishida ifodalash mumkin.

Yuqoridagilardan mantiqiy masalalarni yechish ko'nikmalarini tarkib toptirishda modellashtirish asosiy rol o'ynashi kelib chiqadi.

2-§. To'plam elementlarini tartiblash va to'plamlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatishga doir mantiqiy masalalar

2.1. To'plam elementlarini tartiblashga doir mantiqiy masalalar. Bu turdagi masalalarni yechishning asosida tartib

munosabati tushunchasi yotadi: R munosabat X to'plamda bir vaqtning o'zida antisimmetriklik va tranzitivlik xossalari ega bo'lsa, bu munosabat tartib munosabati deyiladi. Agar X to'plamda tartib munosabati berilgan bo'lsa, u holda X to'plam tartiblangan deyiladi. Shuning uchun bu turdagi masalalarni yechishda berilgan to'plam elementlarini to'g'ri tartiblash muhimdir.

To'plam elementlarini tartiblashga doir vaziyatlarni to'g'ri chiziqda modellashtirish maqsadga muvofiqdir. Bu turdagi masalalarni yechishda uning shartida berilgan to'plam elementlari to'g'ri chiziqda joylashgan nuqtalar bilan tasvirlanib, berilgan munosabat asosida ular birin-ketin tartiblanib joylashtiriladi.

1-masala. Sevara, Lazokat va Iroda opa-singillardir. Sevaraning yoshi Lazokatdan katta, lekin Irodadan kichik. Opa-singillardan qay birining yoshi eng katta ekanini aniqlang?

Yechish. Dastlab, masala modelini quramiz. Bu holda to'g'ri chiziq "yosh chizig'i" vazifasini o'taydi. Opa-singillarni to'g'ri chiziqda ismlarining bosh harflari ko'rsatilgan nuqtalar bilan hamda ularning yoshi kichigini to'g'ri chiziqda chaproqda, yoshi kattasini esa o'ngroqda belgilashga kelishib olamiz. So'ngra tartib bilan masalaning har bir shartini to'g'ri chiziqda belgilaymiz:

– Sevaraning yoshi Lazokatdan katta, demak, S nuqta L nuqtadan o'ngda joylashadi;

– Sevaraning yoshi Irodadan kichik bo'lsa, u holda Irodaning yoshi Sevaradan katta bo'ladi, demak, I nuqta S nuqtadan o'ngda joylashadi. To'g'ri chiziqda nuqtalarning joylashishidan opa-singillarning yoshi eng kattasi – Iroda ekanligini aniqlaymiz.



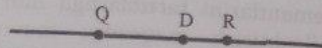
2-masala. Daftar ruchkadan arzon, lekin qalamdan qimmat. Bu o'quv jihozlari ichida eng arzonini aniqlang?

Yechish. Masala modelini quramiz. Bu holda to'g'ri chiziq "narx chizig'i" vazifasini o'taydi. O'quv jihozlari to'g'ri chiziqda ularning bosh harflari ko'rsatilgan nuqtalar bilan va arzon o'quv jihozini to'g'ri chiziqda chaproqda, qimmat jihozni esa o'ngroqda belgilashga kelishib olamiz. So'ngra tartib bilan har bir shartni to'g'ri chiziqda belgilaymiz.

- daftar ruchkadan arzon, demak D nuqta R nuqtadan chapda joylashadi;

- daftar qalamdan qimmat bo'lsa, u holda qalam daftardan arzon bo'ladi, yahni Q nuqta D nuqtadan chapda joylashadi.

To'g'ri chiziqda nuqtalarning joylashishidan eng arzon o'quv jihozi Q -qalam ekanligini aniqlaymiz.



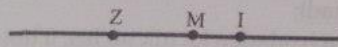
3-masala.

Mahmudning bo'yi Zokirdan baland, Ikromdan esa past. Bolalardan qay birining bo'yi eng baland ekanini aniqlang?

Yechish. Masala modelini quramiz. Bu holda to'g'ri chiziq "bo'y chizig'i" vazifasini o'taydi. Bolalarni to'g'ri chiziqda ularning bosh harflari ko'rsatilgan nuqtalar bilan, hamda ularning bo'yi pastini to'g'ri chiziqda chaproqda, bo'yi balandini esa o'ngroqda belgilashga kelishib olamiz. So'ngra tartib bilan masalaning har bir shartini to'g'ri chiziqda belgilaymiz:

-Mahmudning bo'yi Zokirdan baland, demak M nuqta Z nuqtadan o'ngda joylashadi;

-Mahmudning bo'yi Ikromdan past bo'lsa, u holda Ikromning bo'yi Mahmuddan baland bo'ladi, demak, I nuqta M nuqtadan o'ngda joylashadi. To'g'ri chiziqda nuqtalarning joylashishidan eng



baland bo'yli bola Ikrom ekanligini aniqlaymiz.

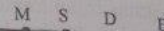
4-masala. Erta bilan sinfga dastlab, Dildora, Barno, Madina va Salimalar kelishdi. Agar Salima Dildoradan oldin kelgan bo'lib, lekin birinchi bo'lib kelmagan bo'lsa, Barno esa eng keyin kelgan bo'lsa, qizlar sinfga qanday ketma-ketlikda kelganligini aniqlang.

Yechish. Masala modelini quramiz. Bu holda to'g'ri chiziq "vaqt chizig'i" vazifasini o'taydi. Qizlarni to'g'ri chiziqda ularning bosh harflari ko'rsatilgan nuqtalar bilan, ularning oldin kelganini to'g'ri chiziqda chaproqda, keyin kelganini esa o'ngroqda belgilashga kelishib olamiz. So'ngra masalaning har bir shartini to'g'ri chiziqda belgilash uchun quyidagi mulohazalar zanjirini tuzamiz:

- Salima Dildoradan oldin kelgan, demak, S nuqta D nuqtadan chapda joylashadi;

- Barno eng keyin kelgan, demak B nuqta S va D nuqtalardan o'ngda joylashadi;

- M nuqtani to'g'ri chiziqda belgilaymiz. Salima birinchi bo'lib kelmaganligi, lekin Dildoradan oldin kelganligi, Barno esa eng keyin kelganligi uchun M nuqta S nuqtadan chapda joylashadi. Demak, Madina birinchi bo'lib kelgan.



To'g'ri chiziqda nuqtalarning joylashishidan qizlar Madina, Salima, Dildora Barno ketma-ketligida sinfga kelganligini aniqlaymiz.

5-masala. Akrom do'stlarini tug'ilgan kuniga taklif etdi. Mehmonlardan Laziz Mahmuddan oldin, Mahmud Zokirdan oldin, Vali Zokirdan keyin, Salim Validan keyin tabriklagani kelishdi. Mehmonlar qanday tartibda kelishgan?

Yechish: Masala modelini quramiz. Bu holda to'g'ri chiziq "vaqt chizig'i"ni ifodalaydi. Bolalarni to'g'ri chiziqda ularning bosh harflari ko'rsatilgan nuqtalar bilan hamda ulardan oldin kelganini to'g'ri chiziqda chaproqda, keyin kelganni esa o'ngroqda belgilashga kelishib olamiz. So'ngra masalaning har bir shartini to'g'ri chiziqda belgilash uchun quyidagi mulohazalar zanjirini quramiz:

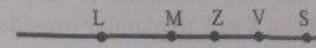
- Laziz Mahmuddan oldin kelgan, demak L nuqta M nuqtadan chapda joylashadi;

- Mahmud Zokirdan oldin kelgan bo'lsa, Zokir Mahmuddan keyin kelgan bo'ladi, demak Z nuqta M nuqtadan o'ngda joylashadi;

- Vali Zokirdan keyin kelgan, demak, V nuqta Z nuqtadan o'ngda joylashadi;

- Salim Validan keyin kelgan, demak, S nuqta V nuqtadan o'ngda joylashadi.

To'g'ri chiziqda nuqtalarning joylashishidan do'stlar quyidagi tartibda mehmondorchilikka kelganligini aniqlaymiz: Laziz, Mahmud, Zokir, Vali, Salim.



6-masala.

Yugurish bo'yicha musobaqada 5 ta o'quvchi: Ahmad, Botir, Vali, Salim va

Davron ishtirok etdi. Musobaqalar natijasi haqida Muhlisa dugonasiga quyidagilarni aytdi: Vali marraga Ahmaddan keyin, lekin Salimdan oldin keldi. Botir Ahmaddan oldin keldi, lekin birinchi bo'lmadi. O'quvchilarning har biri qaysi o'rinlarni egallaganligini aniqlang?

Yechish. Masala modelini quramiz. Bu holda to'g'ri chiziq "vaqt chizig'i"ni ifodalaydi. O'quvchilarni to'g'ri chiziqda ularning bosh harflari ko'rsatilgan nuqtalar bilan hamda ulardan oldin kelganini to'g'ri chiziqda chaproqda, keyin kelganini esa o'ngroqda belgilashga kelishib olamiz. So'ngra masalaning har bir shartini to'g'ri chiziqda belgilash uchun quyidagi mulohazalar zanjirini quramiz:

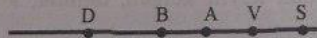
– Vali Salimdan oldin kelgan, demak, V nuqta S nuqtadan chapda joylashadi;

– Vali Ahmaddan keyin kelgan bo'lsa, u holda Ahmad Validan oldin kelgan bo'ladi, yahni A nuqta V nuqtadan chapda joylashadi;

– Botir Ahmaddan oldin kelgan, demak, B nuqta A nuqtadan chapda joylashadi.

– Davronning egallagan o'rnini aniqlaymiz, yahni D nuqtani to'g'ri chiziqda belgilaymiz. Botir birinchi bo'lib kelmaganligi, lekin Ahmaddan oldin kelganligi, Ahmad esa Validan oldin, Vali esa Salimdan oldin kelganligi uchun, Davron birinchi bo'lib kelgan, yahni D nuqta B nuqtadan chapda joylashadi.

To'g'ri chiziqda nuqtalarning joylashishidan Davron birinchi o'rinli, Botir ikkinchi o'rinli, Ahmad uchinchi o'rinli, Vali to'rtinchi o'rinli, Salim beshinchi o'rinli egallaganligini aniqlaymiz.



2.2. To'plamlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatishga doir mantiqiy masalalar. Ma'lumki X to'plamning har biri elementiga Y to'plamning yagona elementi mos keltirilsa va Y to'plamning har biri elementi X to'plamning faqat bitta elementiga mos kelsa X va Y to'plamlar orasidagi moslik o'zaro bir qiymatli moslik deyiladi. Shuning uchun bu turdagi masalalarni

yechishda to'plamlar elementlari o'rtasida talab etilayotgan moslikni to'g'ri o'rnatish muhim ahamiyat kasb etadi.

To'plamlar elementlari o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatishga doir vaziyatlarni xulosalar zanjirini qurish yo'li bilan, graflar yordamida yoki jadvallar tuzish yo'li bilan modellashtirish mumkin. Bu turdagi masalalarni:

a) xulosalar zanjirini qurish yo'li bilan yechishda uning shartida berilgan bog'lanishlar alohida-alohida xulosalar shaklida ifodalanadi va har bir xulosa natijasi (oxirgisidan tashqari) keyingi xulosani keltirib chiqarish uchun asos bo'ladi va h.k.

b) graflar yordamida yechishda berilgan to'plam elementlari nuqtalar bilan belgilanib, ular o'rtasida moslik o'rinli bo'lsa kesmalar bilan, agar to'plam elementlari orasida qaralayotgan moslik o'rinli bo'lmasa (inkori bo'lsa), shtrix chiziqlar bilan tutashtiriladi.

v) jadvallar tuzish yo'li bilan yechishda berilgan elementlar jadval satrida va ustunida ifodalaniib, ular o'rtasida moslik o'rinli bo'lsa, "+" belgisi, o'rinli bo'lmasa (inkori bo'lsa), "-" qo'yiladi.

1-masala. Karim, Vali va Sobir ko'paytirish jadvalini o'rganmoqda. Ulardan biri 4 ga, ikkinchisi 6 ga, uchinchisi esa 7 ga ko'paytirish jadvalini o'rganmoqda. Agar Vali 6 ga ko'paytirish jadvalini bilsa, Karim esa 6 ga va 7 ga ko'paytirish jadvalini bilsa, bolalarning har biri nechaga ko'paytirish jadvalini o'rganmoqda?

Yechish. a) masalani xulosalar zanjiri qurish yo'li bilan yechish.

Vali 6 ga ko'paytirish jadvalini biladi, demak, u 4 ga yoki 7 ga ko'paytirish jadvalini o'rganishi kerak. Karim 6 ga va 7 ga ko'paytirish jadvalini biladi. Demak, u 4 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi. U holda Vali 7 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi. Demak, Sobir 6 ga ko'paytirish jadvalini o'rganmoqda.

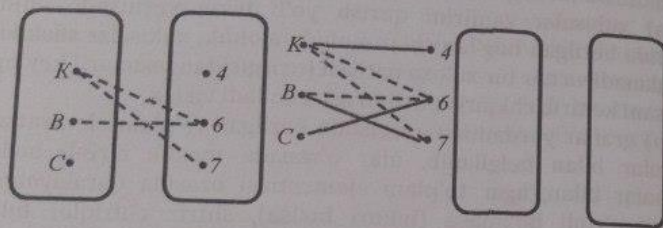
b) masalani graflar yordamida yechish.

O'quvchilar ismlarini K , V va S nuqtalar (o'quvchilar ismlari bosh harflari) bilan, ko'paytirish jadvali o'rganilayotgan sonlarni 4, 6 va 7 nuqtalar bilan belgilaymiz.

Dastlab, masala shartida berilgan bog'lanishlar asosida graf yasaymiz:

-Vali 6 ga ko'paytirish jadvalini bilgani uchun, u bu songa ko'paytirish jadvalini o'rganmaydi, mos nuqtalarni shtrix chiziq bilan tutashtiramiz;

-Karim 6 ga va 7 ga ko'paytirish jadvalarini bilgani uchun, u bu sonlarga ko'paytirish jadvalarini o'rganmaydi, mos nuqtalarni shtrix chiziq bilan tutashtiramiz.



So'ngra berilgan bog'lanishlardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjiriga asoslangan holda yechimni ifodalovchi grafni hosil qilamiz:

-Karim 6 ga va 7 ga ko'paytirish jadvalarini biladi, demak, u 4 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-6 ga ko'paytirish jadvalini Karim va Vali biladi, demak Sobir 6 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-U holda Vali 7 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

Grafdan Karim 4 ga ko'paytirish jadvalini, Vali 7 ga ko'paytirish jadvalini, Sobir 6 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotganligini aniqlaymiz.

c) masalani jadval tuzish yo'li bilan yechish.

Satrlari ko'paytirish jadvali o'rganilayotgan sonlardan, ustunlari esa o'quvchilar ismlaridan iborat bo'lgan jadval tuzamiz. Jadvalni to'ldirishga kirishishdan oldin "Bolalar qaysi songa ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'lsa, jadvalning mos katagida "+" belgisini, o'rganmayotgan bo'lsa "-" belgisini qo'yishga kelishib olamiz.

Ko'paytirish jadvali	O'quvchilar ismi		
	Karim	Vali	Sobir
4 ga ko'paytirish	+		
6 ga ko'paytirish	-	-	+
7 ga ko'paytirish	-	+	

Masala shartiga ko'ra, Vali 6 ga ko'paytirish jadvalini biladi. Demak, u 6 ga ko'paytirish jadvalini o'rganmaydi. U holda "6 ga ko'paytirish" satr va "Vali" ustuni kesishish katagiga "-" belgisini qo'yamiz. Karim 6 ga va 7 ga ko'paytirish jadvalini biladi. U ushbu sonlarga ko'paytirish jadvalarini o'rganmaganligi uchun mos kataklarga "-" belgilarini qo'yamiz. Demak, Karim 4 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi, mos katakka "+" belgisini qo'yamiz.

Shu tarzda masala shartida berilgan, shuningdek, ulardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjirini qurib, jadvalni to'ldiramiz:

-Vali 6 ga ko'paytirish jadvalini bilgani uchun, uni o'rganmaydi. Karim 4 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotganligi uchun, Vali 7 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi, mos katakka "+" belgisini qo'yamiz.

- Agar Karim 4 ga ko'paytirish, Vali 7 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'lsa, u holda Sobir 6 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotgan bo'ladi, mos katakka "+" belgisini qo'yamiz. Jadvaldan Karim 4 ga ko'paytirish, Vali 7 ga ko'paytirish, Sobir esa 6 ga ko'paytirish jadvalini o'rganayotganligini aniqlaymiz.

2-masala. Sinfda o'tkazilgan shashka musobaqasida Ahmad, Botir, Vali va Sobir ishtirok etdi. Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Sobir ikkinchi o'rinni egallaganligi, Botir esa birinchi o'rinni egallamaganligi mahlum bo'lsa, ishtirokchi bolalarning har biri qaysi o'rinni egallagan?

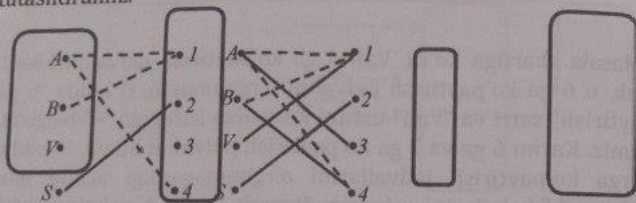
Yechish. a) masalani graflar yordamida yechish.

O'quvchilar ismlarini A, B, V, va S nuqtalar (o'quvchilar ismlari bosh harflari) bilan, egallangan o'rinlarni 1,2,3 va 4 nuqtalar bilan

belgilaymiz. Dastlab, masala shartida berilgan bog'lanishlar asosida graf yasaymiz:

-Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Botir esa birinchi o'rinni egallamaganligi uchun mos nuqtalarni shtrix chiziqlar bilan tutashtiramiz;

-Sohib ikkinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz.



So'ngra berilgan bog'lanishlardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjiriga asoslangan holda yechimni ifodalovchi grafni hosil qilamiz:

-Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Sohob ikkinchi o'rinni egallaganligi uchun, Ahmad uchinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-Botir birinchi o'rinni egallamaganligi, Salim ikkinchi o'rinni, Ahmad uchinchi o'rinni egallaganligi uchun, Botir to'rtinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-Sohob ikkinchi o'rinni, Ahmad birinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni egallaganligi uchun, Vali birinchi o'rinni egallagan bo'ladi, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz.

Grafdan Ahmad uchinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni, Vali birinchi o'rinni, Sohob ikkinchi o'rinni egallaganligini aniqlaymiz.

v) masalani jadval tuzish yo'li bilan yechish.

Satrlari egallangan o'rinlardan, ustunlari o'quvchilar ismlaridan iborat bo'lgan jadval tuzamiz. Jadvalni to'ldirishga kirishishdan avval "Agar o'quvchi egallagan o'rni ma'lum bo'lsa, jadvalning mos katagida "+" belgisini, agar egallamagan bo'lsa "-" belgisini qo'yishga kelishib olamiz.

Masala shartiga ko'ra Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi uchun "1-o'rin" satri va "Ahmad" kataklariga "-" belgisini qo'yamiz.

Shu tarzda masala shartida berilgan, shuningdek, ulardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjirini qurib, ularga tayangan holda jadvalni to'ldiramiz:

- Sohob ikkinchi o'rinni egallaganligi ma'lum, "+" belgisini qo'yamiz. Boshqa ishtirokchilar ikkinchi o'rinni egallay olmaydi, mos kataklarga "-" belgisini qo'yamiz.

- U holda Ahmad uchinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz. Boshqa ishtirokchilar uchinchi o'rinni egallay olmaydi, mos kataklarga "-" belgisi qo'yamiz.

- Botir birinchi o'rinni egallamaganligi ma'lum, "-" belgisini qo'yamiz;

- Ikkinchi o'rinni Sohob, uchinchi o'rinni Ahmad egallagan uchun Botir to'rtinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz;

- Sohob ikkinchi o'rinni, Ahmad uchinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni egallagan uchun, Vali birinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz.

Egallangan o'rin	O'quvchilar ismi			
	Ahmad	Botir	Vali	Sohob
1 - o'rin	-	-	+	
2 - o'rin	-	-	-	+
3 - o'rin	+	-	-	-
4 - o'rin	-	+		

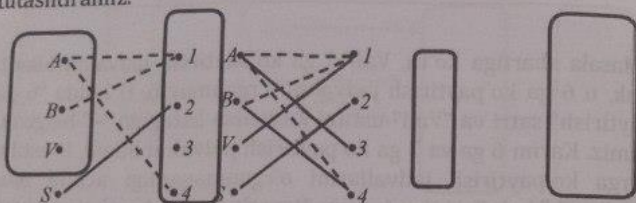
3-masala. Matematikadan o'tkazilgan olimpiadada Barno, Karim va Lobar sovrinli o'rinlarni egallashdi. Lobar birinchi o'rinni egallamaganligi, Barno birinchi o'rinni ham, ikkinchi o'rinni ham egallamaganligi ma'lum bo'lsa, ishtirokchi bolalarning har biri qaysi o'rinni egallagan?

Yechish. a) xulosalar zanjiri qurib, uni jadval ko'rinishida modellashtirish asosida masalani yechish. Satrlari egallangan o'rinlardan, ustunlari o'quvchilar ismlaridan iborat bo'lgan jadval

belgilaymiz. Dastlab, masala shartida berilgan bog'lanishlar asosida graf yasaymiz:

-Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Botir esa birinchi o'rinni egallamaganligi uchun mos nuqtalarni shtrix chiziqlar bilan tutashtiramiz;

-Sohib ikkinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz.



So'ngra berilgan bog'lanishlardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjiriga asoslangan holda yechimni ifodalovchi grafni hosil qilamiz:

-Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Sohib ikkinchi o'rinni egallaganligi uchun, Ahmad uchinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-Botir birinchi o'rinni egallamaganligi, Salim ikkinchi o'rinni, Ahmad uchinchi o'rinni egallaganligi uchun, Botir to'rtinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-Sohib ikkinchi o'rinni, Ahmad birinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni egallaganligi uchun, Vali birinchi o'rinni egallagan bo'ladi, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz.

Grafdan Ahmad uchinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni, Vali birinchi o'rinni, Sohib ikkinchi o'rinni egallaganligini aniqlaymiz.

v) masalani jadval tuzish yo'li bilan yechish.

Satrlari egallangan o'rinlardan, ustunlari o'quvchilar ismlaridan iborat bo'lgan jadval tuzamiz. Jadvalni to'ldirishga kirishishdan avval "Agar o'quvchi egallagan o'rni ma'lum bo'lsa, jadvalning mos katagida "+" belgisini, agar egallamagan bo'lsa "-" belgisini qo'yishga kelishib olamiz.

Masala shartiga ko'ra Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi uchun "1-o'rin" satri va "Ahmad" ustuni kesishgan hamda "4-o'rin" satri va "Ahmad" ustuni kesishish kataklariga "-" belgisini qo'yamiz.

Shu tarzda masala shartida berilgan, shuningdek, ulardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjirini qurib, ularga tayangan holda jadvalni to'ldiramiz:

- Sohib ikkinchi o'rinni egallaganligi ma'lum, "+" belgisini qo'yamiz. Boshqa ishtirokchilar ikkinchi o'rinni egallay olmaydi, mos kataklarga "-" belgisini qo'yamiz.

- U holda Ahmad uchinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz. Boshqa ishtirokchilar uchinchi o'rinni egallay olmaydi, mos kataklarga "-" belgisi qo'yamiz.

- Botir birinchi o'rinni egallamaganligi ma'lum, "-" belgisini qo'yamiz;

- Ikkinchi o'rinni Sohib, uchinchi o'rinni Ahmad egallagan uchun Botir to'rtinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz;

- Sohib ikkinchi o'rinni, Ahmad uchinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni egallagan uchun, Vali birinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz.

Egallangan o'rin	O'quvchilar ismi			
	Axmad	Botir	Vali	Sohib
1-o'rin	-	-	+	
2-o'rin	-	-	-	+
3-o'rin	+	-	-	-
4-o'rin	-	+		

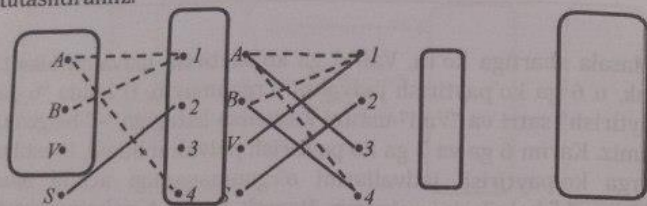
3-masala. Matematikadan o'tkazilgan olimpiadada Barno, Karim va Lobar sovrinli o'rinlarni egallashdi. Lobar birinchi o'rinni egallamaganligi, Barno birinchi o'rinni ham, ikkinchi o'rinni ham egallamaganligi ma'lum bo'lsa, ishtirokchi bolalarning har biri qaysi o'rinni egallagan?

Yechish. a) xulosalar zanjiri qurib, uni jadval ko'rinishida modellashtirish asosida masalani yechish. Satrlari egallangan o'rinlardan, ustunlari o'quvchilar ismlaridan iborat bo'lgan jadval

belgilaymiz. Dastlab, masala shartida berilgan bog'lanishlar asosida graf yasaymiz:

-Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Botir esa birinchi o'rinni egallamaganligi uchun mos nuqtalarni shtrix chiziqlar bilan tutashtiramiz;

-Sohib ikkinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz.



So'ngra berilgan bog'lanishlardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjiriga asoslangan holda yechimni ifodalovchi grafni hosil qilamiz:

-Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi, Sohib ikkinchi o'rinni egallaganligi uchun, Ahmad uchinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-Botir birinchi o'rinni egallamaganligi, Salim ikkinchi o'rinni, Ahmad uchinchi o'rinni egallaganligi uchun, Botir to'rtinchi o'rinni egallagan, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz;

-Sohib ikkinchi o'rinni, Ahmad birinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni egallaganligi uchun, Vali birinchi o'rinni egallagan bo'ladi, mos nuqtalarni kesma bilan tutashtiramiz.

Grafdan Ahmad uchinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni, Vali birinchi o'rinni, Sohib ikkinchi o'rinni egallaganligini aniqlaymiz.

v) masalani jadval tuzish yo'li bilan yechish.

Satrlari egallangan o'rinlardan, ustunlari o'quvchilar ismlaridan iborat bo'lgan jadval tuzamiz. Jadvalni to'ldirishga kirishishdan avval "Agar o'quvchi egallagan o'rni ma'lum bo'lsa, jadvalning mos katagida "+" belgisini, agar egallamagan bo'lsa "-" belgisini qo'yishga kelishib olamiz.

Masala shartiga ko'ra Ahmad birinchi o'rinni ham, oxirgi o'rinni ham egallamaganligi uchun "1-o'rin" satri va "Ahmad" kataklariga "-" belgisini qo'yamiz.

Shu tarzda masala shartida berilgan, shuningdek, ulardan keltirib chiqariladigan xulosalar zanjirini qurib, ularga tayangan holda jadvalni to'ldiramiz:

- Sohib ikkinchi o'rinni egallaganligi ma'lum, "+" belgisini qo'yamiz. Boshqa ishtirokchilar ikkinchi o'rinni egallay olmaydi, mos kataklarga "-" belgisini qo'yamiz.

- U holda Ahmad uchinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz. Boshqa ishtirokchilar uchinchi o'rinni egallay olmaydi, mos kataklarga "-" belgisi qo'yamiz.

- Botir birinchi o'rinni egallamaganligi ma'lum, "-" belgisini qo'yamiz;

- Ikkinchi o'rinni Sohib, uchinchi o'rinni Ahmad egallagan uchun Botir to'rtinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz;

- Sohib ikkinchi o'rinni, Ahmad uchinchi o'rinni, Botir to'rtinchi o'rinni egallagan uchun, Vali birinchi o'rinni egallagan, "+" belgisini qo'yamiz.

Egallangan o'rin	O'quvchilar ismi			
	Axmad	Botir	Vali	Sohib
1-o'rin	-	-	+	
2-o'rin	-	-	-	+
3-o'rin	+	-	-	-
4-o'rin	-	+		

3-masala. Matematikadan o'tkazilgan olimpiadada Barno, Karim va Lobar sovrinli o'rinlarni egallashdi. Lobar birinchi o'rinni egallamaganligi, Barno birinchi o'rinni ham, ikkinchi o'rinni ham egallamaganligi ma'lum bo'lsa, ishtirokchi bolalarning har biri qaysi o'rinni egallagan?

Yechish. a) xulosalar zanjiri qurib, uni jadval ko'rinishida modellashtirish asosida masalani yechish. Satrlari egallangan o'rinlardan, ustunlari o'quvchilar ismlaridan iborat bo'lgan jadval

Masalaning 1-usulda yechimi

Birinchi qirg'oq	Daryo	Ikkinchi qirg'oq
1)(90)	(65) va (70) → qayiqdagi odamlar massasi 135kg	-
2)(90)	← (70) qayiqdagi odamlar massasi 70kg	(65)
3)(70)	(90) → qayiqdagi odamlar massasi 90kg	(65)
4)(70)	← (65) qayiqdagi odamlar massasi 65kg	(90)
5)-	(65) va (70) → qayiqdagi odamlar massasi 135kg	(90)

Masalaning 2-usulda yechimi

Birinchi qirg'oq	Daryo	Ikkinchi qirg'oq
1) (90)	(65) va (70) → qayiqdagi odamlar massasi 135kg	-
2) (90)	← (65) qayiqdagi odamlar massasi 65kg	(70)
3) (65)	(90) → qayiqdagi odamlar massasi 90kg	(70)
4) (65)	← (70) qayiqdagi odamlar massasi 70kg	(90)
5) -	(65) va (70) → qayiqdagi odamlar massasi 135kg	(90)

Kechib o'tishga doir masalalarni jadval ko'rinishida ifodalab yechishdan tashqari ularni gipotezalar tuzish yo'li bilan ham yechish mumkin.

3-masala. Ota ikkita o'g'li bilan daryodan o'tishi kerak. Qirg'oqda bitta qayiq bo'lib, u faqat otani yoki ikkita o'g'ilni ko'tara oladi, xolos. Ota bilan o'g'illar qanday qilib daryoning u qirg'og'iga o'tishi mumkin.

Yechish. Daryodan o'tishni qanday boshlash kerakligini aniqlash uchun ikkita gipoteza tuzamiz:

A - ota daryodan o'tadi;

B - 2 ta o'g'il daryodan o'tadi.

A gipotezani tekshiramiz. Agar ota daryodan o'tsa, qayiq daryoning boshqa qirg'og'ida bo'lib, o'g'illar daryodan o'tisha olmaydi. Demak, A gipoteza rost emas, uni rad etamiz.

B gipotezani tekshiramiz. Agar ikkala o'g'il daryodan o'tsa, qayiq daryoning boshqa qirg'og'ida bo'ladi. Qayiqni orqaga qaytarish kerak, buni esa o'g'illardan biri bajaradi. Demak, B gipoteza rost. Bundan esa birinchi harakat bilan 2 ta o'g'il daryodan o'tishi kelib chiqadi.

Ikkinchi harakat bilan daryodan kim o'tishi kerakligini aniqlash uchun yangi 2 ta gipoteza tuzamiz:

A - o'g'il daryodan o'tadi;

B - ota daryodan o'tadi.

Gipotezalarni tekshirish natijasida A gipoteza rost emasligiga, B gipoteza rost ekanligiga ishonch hosil qilamiz. Demak, ikkinchi harakat bilan ota daryodan o'tadi.

Qayiqni ortga qaytarishni o'g'illarning ikkinchisi amalga oshiradi. Oxirgi harakat bilan ikkala o'g'il daryoning boshqa qirg'og'iga o'tadi.

3.2. Quyishga doir mantiqiy masalalar. Quyishga doir mantiqiy masalalar hajmi mahlum bo'lgan ikki yoki ikkidan ortiq bo'sh idishlardan foydalangan holda, talab etilgan miqdordagi suyuqlikni o'lchab olish haqidagi masalalardir. Ularni yechishda bir idishdan ikkinchi idishga suyuqlikni quyish, idishdagi suyuqlikni to'la bo'shatish yoki idishga to'ldirib suyuqlikni quyishga ruxsat beriladi.

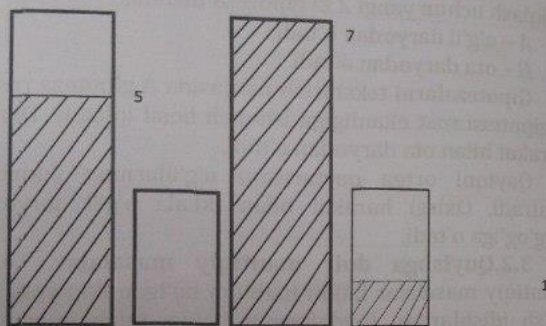
Bu masalalarni innovatsion yondashuv asosida yechish uslublarini ko'rib o'tamiz.

1-masala. 7 litrli va 3 litrli idishlardan foydalanib, ichimlik suvi quvuridan 5 litr suvni qanday qilib quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

Yechish. 1. Masalani tahlil etib, bir necha urinishlardan so'ng (masalan, katta idishni to'ldirib, so'ngra undan kichik idishga quyib, 4 litr suvni hosil qilamiz; lekin biz 5 litr suvni olishimiz zarur. Shuning uchun yana ikkala bo'sh idishlardan foydalanib, ularni to'ldirib va bo'shatib, bu holda ham muvaffaqiyatsizlikka uchrasak, boshqa holni sinab ko'rish uchun ishni yangidan boshlaymiz va h.k.) uning yechimini topishimiz mumkin. Demak, agar masala

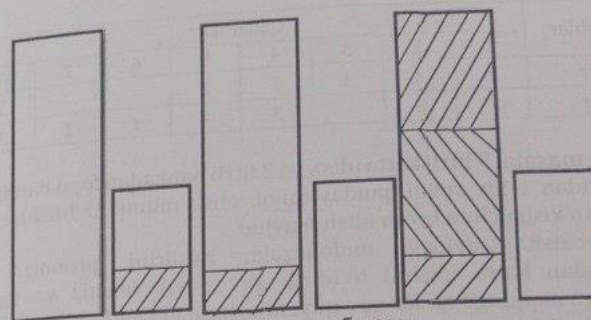
shartida berilganlardan nomahlumga qarab boradigan bo'lsak, bir necha urinishlardan so'ng tasodifiy holda biz yechimni hosil qilishimiz mumkin. Lekin bu usulni qo'llash, yahni berilganlardan talab etilayotganga qarab borish (boshidan oxiriga qarab borish) usulining samaradorligi past bo'ladi.

2. Agar analiz usulini, yahni "oxiridan boshiga qarab borish" usulini qo'llasak, yahni masala yechilgan deb hisoblasak, u holda javobni quyidagicha tasavvur qilamiz: 7 litrli idishda 5 litr suv bo'lib, 3 litrli idish bo'sh bo'ladi (1-rasmga qarang).



1-rasm. Masala javobini 2-rasm. Masalani yechish g'oyasi tasavvur qilish

Bu natijani (1-rasmda tasvirlangan) undan oldingi qaysi natijadan hosil qilishimiz mumkinligini aniqlaymiz. Buning uchun 7 litrli idishni to'ldirib, undan aniq 2 litr suvni quyib olishimiz zarur. Buni amalga oshirish uchun esa 3 litrli idishda 1 litr suv bo'lishi shart. Masalani yechishga olib keladigan g'oya ham xuddi shundan iboratdir (2-rasmga qarang).



3-rasm 4-rasm 5-rasm

Masalani yechish bosqichlari

3-rasmda tasvirlangan holatga kelish uchun 2-rasmdagi katta idishdagi suvni bo'sh idishga to'kamiz. 4-rasmdagi holatni hosil qilish uchun kichik idishdagi suvni katta idishga quyamiz. Shuni aytish lozimki, 2-3-4-rasmdagi holatlarning birortasini hosil qilish mumkin bo'lsa, u holda ulardan ixtiyoriy boshqalarini ham hosil qilish mumkin bo'ladi.

4-rasmdagi holat 5-rasmda ko'rsatilgan holatdan quyidagicha hosil bo'lishini o'rnatamiz: suv quvuridan katta idishni to'ldirib suv olib kichik idish to'lgunga qadar quyamiz, so'ngra uni bo'sh idishga to'kamiz. Bu ishni ikki marta bajarganimizdan so'ng katta idishda 1 litr suv qoladi. Natijada biz bajargan ishlar ketma-ketligi masalani yechish g'oyasini amalga oshirishga olib keldi. Lekin bu ketma-ketlik teskari tartibda o'rnatildi, shuning uchun biz aniqlagan oxirgi holatdan boshlab, bu jarayonni tartibini teskarisiga o'zgartiramiz: dastlab 5-rasmdan ko'rinib turgan harakatlarini bajarib, 4-rasmdagi holatga kelamiz, so'ngra 3-rasmdagi holatga o'tamiz, so'ngra esa 2-rasmdagi va nihoyat 1-rasmdagi holatga kelamiz va masala yechimini hosil qilamiz.

Masalani yechishda qo'llanilgan mulohazalar zanjiri ketma-ketligini quyidagi jadval ko'rinishda ifodalaymiz.

Idishlar	Qadamlar							
	1	2	3	4	5	6	7	8
7 litr	7	4	4	1	1	-	7	8
3 litr	-	3	-	3	-	1	1	3

2-masala. 5 litrli katta idish va 2 litrli bankadan foydalanib suv quvuridan 1 litr suvni qanday quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

Yechish. Quyidagi mulohazalar zanjirini quramiz: Suv quvuridan katta idishni to'ldirib suv quyib olamiz va undan bankaga siqqunga qadar suv quyamiz, natijada katta idishda 3 litr suv qoladi. So'ngra bankadagi bor suvni bo'sh idishga to'kib, katta idishdan yana unga siqqunga qadar suv quyamiz, natijada katta idishda 1 litr suv qoladi. Ushbu mulohazalar zanjirini quyidagi jadval ko'rinishida ifodalaymiz.

Masala yechimining 1-usuli

No	Quyishlar	Katta idish, 5l	Banka, 2l
1	Suv quvuridan → katta idishga	5	0
2	Katta idishdan → bankaga	3	2
3	Bankadan → bo'sh idishga	3	0
4	Katta idishdan → bankaga	1	2

Masala yechimining 2-usuli

No	Quyishlar	Banka, 2l	Katta idish, 5l
1	Suv quvuridan → bankaga	2	0
2	Bankadan → katta idishga	0	2
3	Suv quvuridan → bankaga	2	2
4	Bankadan → katta idishga	0	4
5	Suv quvuridan → bankaga	2	4
6	Bankadan → katta idishga	1	5

Masala yechimini rasmiylashtirishda yuqoridagi usulda jadval tuzish ko'p vaqt talab etgani uchun sekin-asta mulohazalar zanjirini og'zaki ifodalagan holda, har bir qadamni quyida keltirilgan

jadvallar ko'rinishida rasmiylashtirishga o'tish maqsadga muvofiqdir.

Yuqoridagi masalaning 1-usulda yechimi

Idishlar	Qadamlar			
	1	2	3	4
5 litr	5	3	3	1
2 litr	0	2	0	2

Yuqoridagi masalaning 2-usulda yechimi

Idishlar	Qadamlar					
	1	2	3	4	5	6
5 litr	0	2	2	4	4	5
2 litr	2	0	2	0	2	1

3 - masala. 5 litrli va 3 litrli idishlardan foydalanib, suv quvuridan 1 litr suvni qanday qilib quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

Yechish: Masala yechimini jadval ko'rinishida ifodalaymiz

Idishlar	Qadamlar			
	1	2	3	4
5 litr	-	3	3	5
3 litr	3	-	3	1

Ushbu masala shartlari saqlangan holda 2litr, 3litr, 4litr, 5litr, 6litr, 7litr va 8litr suvni qanday qilib quyib olish mumkinligini aniqlaylik.

- 3litr, 5litr va 8litr suvni oson quyib olish mumkin. Buning uchun idishlardan birini yoki ikkalasini to'ldirish etarli.

- 6 litr suvni quyib olish uchun 3 litrli idishni to'ldirib, uni 5 litrli idishga quyamiz, so'ngra yana 3 litrli idishni to'ldiramiz, ikkala idishdagi suv 6 litrni tashkil etadi;

- 2 litr suvni quyib olish uchun 5 litrli idishni to'ldirib, undan 3 litrli idishga quyamiz.

- Agar, so'ngra 3 litrli idishni to'kib bo'shatib, unga katta idishdagi 2 litr suvni quysak va 5 litr idishni to'ldirsak, ikkala idishdagi suv 7 litrni tashkil etadi;

4 litr suvni quyib olish uchun 5 litrli idishni to'ldirib, uni 3 litrli idishga quyib va uni to'kib bo'shatib, unga endi katta idishdagi 2 litr suvni quyib, undan so'ng, yana 5 litrli idishni to'ldirib, undan 3 litr idish to'lgunga qadar suv quysak, katta idishda 4 litr suv qoladi.

Ko'rinib turibdiki ushbu yechimlardan foydalanib bu turdagi masalalarni Yechishda qo'llanilgan xulosalar zanjirni qurishga "umumiy" yondoshishni aniqlash qiyinchilik tug'diradi.

Yechimlarni tizimli "umumiy" usuldan foydalanib hosil qilish uchun, quyidagicha ish tutamiz: quyib olinayotgan suvni ko'z chama bilan emas balki aniq o'lchashni amalga oshiradigan operatsiyalarni komandalar deb nomlaymiz va ular uchun quyidagi qisqartirilgan belgilashlarni kiritamiz:

KT- katta idishni suv quvuridan to'ldirish;

kT - kichik idishni suv quvuridan to'ldirish;

KB - katta idishdagi suvni bo'sh idishga to'kib, to'la bo'shatish;

kB- kichik idishdagi suvni bo'sh idishga to'kib, to'la bo'shatish;

KkQ- katta idishdan kichik idishga suvni u to'la bo'shaguncha, yoki kichik idish to'lguncha quyish;

kkQ -kichik idishdan suvni katta idishga quyish;

Endi faqat kT, KB va kKQ operatsiyalarni bajarish natijasida, qanday miqdordagi suvni quyib olish mumkinligini aniqlaymiz.

Bunda katta idish to'lgan hollarning barchasida kKQ operatsiyadan keyin, har doim KB operatsiyasi, kichik idish bo'shatilgan bo'lsa, kT operatsiyasi agar bir vaqtda ularning ikkalasi bo'lsa, u holda oldin KB operatsiyasi har doim bajariladi.

Bu operatsiyalar ketma-ketligini quyidagi blok-sxema yordamida ifodalaymiz.

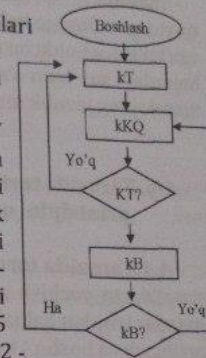
Sxemada yana ikkita yordamchi:

KT? - katta idish to'lgani yoki yo'qligini tekshirish (ko'rish);

kB? - kichik idish bo'shatilgani yoki yo'qligini tekshirish (ko'rish) komandalari mavjud.

Bu komandalar "shartli o'tish" komandalari bo'lib, idishlardagi suv miqdorini tekshirish natijasiga tayangan holda, biz shartli ravishda u yoki bu komandani bajarishga o'tamiz.

Idishlardagi suvning miqdorini $X:Y$ ko'rinishda yozishga kelishib olamiz, (bu erda X kichik idishdagi Y esa katta idishdagi suvning hajmi). Masalan 2:5 yozuv kichik idishda 2 litr, katta idishda esa 5 litr hajmdagi suv borligini bildiradi. yuqoridagi blok-sxema bo'yicha idishlardagi suvning miqdori quyidagicha o'zgaradi: 0:0 - 3:0 - 0:3 - 3:3 - 1:5 - 1:0 - 0:1 - 3:1--0:4 - 3:4 - 2:5 - 2:0 - 0:2 - 3:2 - 0:5 - 0:0, so'ngra esa bu ketma-ketlik to'la qaytariladi. Natijada ikkala idishdagi suvning birgalikdagi miqdori quyidagi ketma-ketlikni tashkil etadi: 0,3,6,1,4,7,2,5,0,3,6,... va hokazo. Demak, ushbu blok-sxema asosida ish ko'rib, 1 litrdan 7 litrga qadar suvni quyib olish mumkin. 8 litr suvni o'lchash uchun esa, ikkala idishni to'ldirish kerak.



Quyib olishga doir masalalarning ba'zi-birlari yechimga ega bo'lmasligi mumkin.

4- masala. 9 litrli va 12 litrli idishlardan foydalanib, 4 litr suvni o'lchab olish mumkinmi?

Yechish. Dastlab idishlarning hajmi litrlarda 9 va 12 bo'lib, bu sonlarning eng katta umumiy bo'luvchisi 3 ga teng ekanligidan, ushbu idishlar yordamida o'lchab olinadigan ixtiyoriy suvning hajmi 3 ga bo'linishini ko'rsatamiz. Berilgan idishlar yordamida talab etilayotgan hajmdagi suvni o'lchash oldingi masaladagi kabi oddiy operatsiyalar ketma- ketligini tashkil etadi. U holda agar idishlardagi suvning miqdori operatsiyalar boshlangunga qadar 3 ga karrali bo'lsa, bu operatsiyalarning har biridan so'ng idishlar yordamida o'lchab olingan suv hajmi ham 3 ga karrali bo'ladi. Masala shartiga ko'ra dastlab ikkala idish bo'sh bo'lgani uchun ular saqlayotgan suyuqlik hajmi nolga teng bo'lib, 3 ga bo'linganligi uchun, undan so'ng unga quyilgan suv hajmi 3 ga karrali bo'ladi.

Masalada qo'llanilgan xulosalar zanjirini aynan qaytarib, quyidagi xulosaga kelamiz: agar idishlar hajmi umumiy bo'luvchiga ega bo'lsa, u holda bu idishlar bilan aniq o'lchab olinadigan ixtiyoriy hajmdagi suv ham o'sha bo'luvchiga teng bo'ladi. Demak, berilgan masalaning javobi: mumkin emas.

4-§. Tarozida tortish, eng yomon holni ko'rish va Dirixle printsipini qo'llashga doir mantiqiy masalalar

4.1. Tarozida tortishga doir mantiqiy masalalar. Bu turdagi masalalarni yechish asosida u yoki bu faktni o'rnatish (haqiqiy tangalar ichidan qalbaki tangani aniqlash, massasiga ko'ra yuklarni tartiblash va boshq.) toshsiz, pallali tarozida amalga oshiriladi. Ko'p hollarda masala shartida tortilayotgan obyektlar sifatida tangalar ishlatilib, talab etilayotgan faktni ko'rsatilgan miqdorda tortishlar bajarib aniqlash yoki talab etilayotgan faktni o'rnatish uchun eng kam tortishlar sonini aniqlash talab etiladi.

Tangalar ichidan qalbakisini topishga doir masalalar shartida qalbaki tanga massasi boshqa tangalar massasidan yengil yoki og'ir ekanligi ko'rsatilgan bo'lsa, uni yechishda tortishlar soni kamayadi.

1-masala. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 3 ta tanganing bittasi qalbaki. Uning massasi boshqa tangalar massasidan yengil. Toshsiz, pallali tarozida bir marta tortish orqali qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

Yechish. Tarozining har bir pallasiga bittadan tanga qo'yamiz. Quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

1-hol. Tarozining har bir pallasiga qo'yilgan tangalar bir xil massaga ega. Bu holda ularning ikkalasi haqiqiy bo'lib, chetga olib qo'yilgan tanga qalbaki bo'ladi.

2-hol. Tarozining qaysi bir pallasiga qo'yilgan tanganing massasi yengil bo'lsa, u qalbaki bo'ladi.

2-masala. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 9 ta tanganing bittasi qalbaki. Uning massasi boshqa tangalar massasidan yengil. Toshsiz pallali tarozida necha marta tortish orqali qalbaki tangani aniqlash mumkin?

Yechish. 9 ta tangani 3 tadan qilib, 3 guruhga ajratamiz. Birinchi tortishda 1- va 2-guruhlardagi 3 tadan tangalarni tarozining har bir pallasiga qo'yamiz. Bunda quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

1-hol. Tarozini pallasiga qo'yilgan tangalar bir xil massaga ega. Bu holda ikkala guruhdagi tangalar haqiqiy bo'lib, qalbaki tanga 3-guruhda bo'ladi.

2-hol. Agar ular bir xil massaga ega bo'lmasa, bu holda qaysi guruhdagi tangalar massasi yengil bo'lsa, qalbaki tanga o'sha guruhga tegishli bo'ladi.

Ikkala holda ham ikkinchi tortishda qalbaki tangani aniqlash yuqoridagi 1-masala yechimiga keltiriladi. Buni amalga oshirish uchun 1 marta tortish bajarilishi zarur. Demak, 2 marta tortish orqali qalbaki tangani aniqlash mumkin.

3-masala. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 81 ta tanganing bittasi qalbaki. Uning massasi boshqa tangalar massasidan yengil. Toshsiz, pallali tarozida to'rt marta tortish orqali qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

Yechish. 81 ta tangani 27 tadan 3 guruhga ajratamiz. Birinchi tortishda tarozining har bir pallasiga 1- va 2-guruhlardagi 27 tadan tangalarni qo'yamiz. Bunda quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

1-hol. Tarozini pallasiga qo'yilgan tangalar bir xil massaga ega. Bu holda ikkala guruhdagi tangalar haqiqiy bo'lib, qalbaki tanga 3-guruhda bo'ladi.

2-hol. Agar ular bir xil massaga ega bo'lmasa, bu holda qaysi guruhdagi tangalar massasi yengil bo'lsa, qalbaki tanga o'sha guruhga tegishli bo'ladi.

Ikkala holda ham ikkinchi tortishni amalga oshirish uchun qalbaki tangani o'zida saqlashi gumon qilinayotgan guruhdagi 27 ta tangani 9 tadan qilib, 3 ta guruhga bo'lamiz. So'ng tarozining har bir pallasiga 1- va 2-guruhlardagi 9 tadan tangalarni qo'yamiz. Bunda ham quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin.

1-hol. Tarozini pallasiga qo'yilgan tangalar bir xil massaga ega. Bu holda ikkala guruhdagi tangalar haqiqiy bo'lib, qalbaki tanga 3-guruhda bo'ladi.

2-hol. Agar ular bir xil massaga ega bo'lmasa, bu holda qaysi guruhdagi tangalar massasi yengil bo'lsa, qalbaki tanga o'sha guruhga tegishli bo'ladi.

Ikkala holda ham uchinchi tortishni amalga oshirish uchun qalbaki tangani o'zida saqlashi gumon qilinayotgan guruhdagi 9 ta tangani 3 tadan qilib 3 ta guruhga bo'lamiz va qalbaki tangani aniqlash yuqoridagi 2-masala yechimiga keltiriladi. Buni amalga oshirish uchun 2 marta tortish bajarilishi zarur. Demak, biz 4 marta tortish orqali 81 ta tangadan qalbaki (agar uning massasi boshqa tangalar massasidek yengil bo'lsa) tangani aniqlash mumkinligini ko'rsatdik.

4-masala. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 8 ta tangananing bittasi qalbaki. Uning massasi boshqa tangalar massasidan yengil. Toshsiz, pallali tarozida necha marta tortish orqali qalbaki tangani aniqlash mumkin?

Yechish. 8 ta tangani 3 tadan qilib 2 ta guruhga ajratsak, u holda 3-guruhda 2 ta tanga bo'ladi. Birinchi tortishda 1- va 2-guruhlardagi 3 tadan tangalarni tarozining har bir pallasiga qo'yamiz. Bunda quyidagi ikki hol bo'lishi mumkin:

1-hol. Tarozi pallasiga qo'yilgan tangalar bir xil massaga ega. Bu holda ikkala guruhdagi tangalar haqiqiy bo'lib, qalbaki tanga 3-guruhda bo'ladi. U holda ikkinchi tortishda 3-guruhdagi 2 ta tangani tarozining har bir pallasiga bittadan qo'yamiz. Tarozining qaysi bir pallasiga qo'yilgan tangananing massasi yengil bo'lsa, u qalbaki bo'ladi.

2-hol. Agar ular bir xil massaga ega bo'lmasa, bu holda qaysi guruhdagi tangalar massasi yengil bo'lsa, qalbaki tanga o'sha guruhga tegishli bo'ladi va qalbaki tangani aniqlash, yuqoridagi 1-masala yechimiga keltiriladi.

Uning yechimiga ko'ra buni amalga oshirish uchun 1 marta tortish bajarilishi zarur. Demak, 2 marta tortish orqali qalbaki tangani aniqlash mumkin.

4.2. Eng yomon holni ko'rishga doir mantiqiy masalalar. Bu turdagi masalalarni yechishda talab etilayotgan tasdiq eng yomon (noqulay) holat uchun o'rinli ekanligi ko'rsatilsa, u holda qolgan boshqa barcha hollar uchun u albatta doimo o'rinli bo'lishiga

asoslanadi. Shuning uchun bunday masalalarni yechishda muhimi eng yomon holni to'g'ri aniqlashdan iborat bo'ladi.

1-masala. Xaltada 6 ta oq va 3 ta qora shar bor. Xaltadan eng kam sondagi nechta sharlar olinganda, ular orasida, albatta:

1) hech bo'lmaganda, bitta oq shar;

2) hech bo'lmaganda, bitta qora shar bo'ladi.

Yechish. 1) Ravshanki, bu yerda eng yomon hol biz xaltadan doimo qora sharlarni tortib olishimiz bo'ladi. Bunda 3 ta sharni tortib olganimizdan keyin ham biz oq sharni tortib ololmaymiz. Lekin 4 ta sharni tortib olsak, u holda bu 4 ta sharlardan hech bo'lmaganda bittasi albatta oq shar bo'ladi.

2) Bu yerda eng yomon hol biz xaltadan doimo oq sharni tortib olishimiz bo'ladi. Bunda 6 ta sharni tortib olganimizdan keyin ham qora sharni tortib ololmaymiz. Biroq biz agarda 7 ta sharni tortib oladigan bo'lsak, ana shu 7 ta shardan hech bo'lmaganda bittasi albatta qora shar bo'lishi aniq.

2-masala. Xaltada bir xil o'lchamdagi 10 juft yashil rang va 10 juft sariq rang qo'lqoplar bor. Xaltadan nechta qo'lqopni olgandan so'ng, ular orasida bir xil rangdagi bir juft qo'lqop bo'ladi?

Yechish. Bu yerda eng yomon hol biz xaltadan doimo turli rangdagi va bir qo'l uchun (o'ng yoki chap) qo'lqopni olishimiz bo'ladi. Bunda 20 ta qo'lqopni olganimizdan keyin ham biz bir xil rangdagi bir juft qo'lqopni hosil qila olmaymiz. Lekin 21 qo'lqopni olsak, u holda bu 21 ta qo'lqoplar ichida hech bo'lmaganda bir jufti bir xil rangdagi qo'lqoplar bo'ladi.

3-masala. Kartochkalarga 1dan 20 gacha bo'lgan sonlar yozilgan bo'lib, ular ag'darib qo'yilgan. Nechta kartochkani olgandan so'ng ularda yozilgan sonlardan hech bo'lmaganda bittasi:

a) 2 ga qoldiqsiz bo'linadi?

b) 3 ga qoldiqsiz bo'linadi?

v) 2 ga va 3 ga qoldiqsiz bo'linadi?

Yechish. a) Ravshanki, bu yerda eng yomon hol biz har gal kartochkani olganimizda unda yozilgan sonning doimo toq son bo'lishidir, yahni 2 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan son bo'lishidir. 1 dan 20 gacha bo'lgan sonlar ichida toq sonlar soni 10 ta bo'lgani uchun, biz 10 ta kartochkani olganimizdan keyin ham ularda

yozilgan sonlar 2 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan sonlar bo'ladi. Lekin 11-kartochkani olsak, bu 11 ta kartochkalarda yozilgan sonlarning hech bo'lmaganda bittasi albatta, 2 ga qoldiqsiz bo'linadi.

b) 1dan 20 gacha bo'lgan sonlar ichida 3 ga qoldiqsiz bo'linadigan sonlar: 3,6,9,12,15,18 bo'lib, ularni soni 6 tadir. Bu yerda eng yomon hol biz har gal kartochkani olganimizda, unda yozilgan sonning 3 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan (karrali bo'lmagan) son bo'lishidir. 1 dan 20 gacha bo'lgan sonlar ichida 3 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan (karrali bo'lmagan) sonlar $20-6=14$ ta bo'lgani uchun, biz 14 ta kartochkani olganimizdan so'ng ham ularda yozilgan sonlar 3 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan sonlar bo'ladi. Lekin 15-kartochkani olsak, u holda bu 15 ta kartochkalarda yozilgan sonlarning hech bo'lmaganda bittasi albatta 3 ga qoldiqsiz bo'linadi.

v) 1dan 20 gacha bo'lgan sonlar ichida 2 ga va 3 ga qoldiqsiz bo'linadigan sonlar 6,12,18 bo'lib, ularning soni 3 tadir. Bu yerda eng yomon hol biz har gal kartochkani olganimizda unda yozilgan sonning 2 ga va 3 ga, ya'ni 6 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan (karrali bo'lmagan) son bo'lishidir. 1dan 20 gacha bo'lgan sonlar ichida 2 ga va 3 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan (karrali bo'lmagan) sonlar $20-3=17$ ta bo'lgani uchun, biz 17 ta kartochkani olganimizdan so'ng ham ularda yozilgan sonlar 2 ga va 3 ga qoldiqsiz bo'linmaydigan sonlar bo'ladi. Lekin 18-kartochkani olsak, bu 18 ta kartochkalarda yozilgan sonlarning hech bo'lmaganda bittasi albatta 2 ga va 3 ga qoldiqsiz bo'linadi.

4.3. Dirixle printsipini qo'llashga doir mantiqiy masalalar.

Dirixle printsipi berilgan xossalarga ega bo'lgan objektning mavjudligini bilvosita isbotlashda qo'llaniladigan mantiqiy usullardan biri bo'lib, uning mazmuni quyidagichadir: n ta qutiga soni n dan ortiq bo'lgan predmetlar joylashtirilsa, u holda shunday quti topiladiki, unda bittadan ortiq predmet joylashadi.

Dirixle printsipini qo'llab mantiqiy masalalarni yechish uchun masala shartida "quti"lar nimani va ularga joylashtirilayotgan "predmetlar" nimani anglatishini tushunib yetish muhimdir.

1-masala. Umumiy o'rta tahlim maktabida 30 ta sinf bo'lib, uning hududidagi "Kengash" mahallasida maktabning 34 ta

o'quvchisi yashaydi. Bu o'quvchilar ichidan hech bo'lmaganda ikkitasi albatta sinfdosh ekanligini tasdiqlash mumkinmi?

Yechish. Masala savoliga javob berish uchun qanday hol "eng yomon" bo'lishligini aniqlaymiz. Bu aniqki, maktabning har bir sinfida "Kengash" mahallasida yashovchi o'quvchining bor ekanligi bo'ladi. Lekin maktabda 30 ta sinf bo'lib, "Kengash" mahallasida yashovchi o'quvchilar soni 34 tadir. SHuning uchun qaysi bir sinflarda bu mahallada yashovchi hech bo'lmaganda 2 ta o'quvchi topiladi. Demak, "Kengash" mahallasida yashovchi 34 ta o'quvchilar ichidan sinfdosh bo'lgan hech bo'lmaganda 2 ta o'quvchi albatta topiladi.

2-masala. Sinfdagi 25 ta o'quvchi bor. Ularning ichidan tug'ilgan kuni bir oyda bo'lgan hech bo'lmaganda 3 ta o'quvchi topiladi deb tasdiqlash mumkinmi?

Yechish. Masala shartida "quti"lar bu oylar soni bo'lib, "predmetlar" esa sinfdagi o'quvchilar sonidir. Kalendar yilda 12 oy bo'lgani uchun, "eng yomon" hol har bir oyda tug'ilgan o'quvchilar soni 2 ta bo'lishidir. U holda ularning soni 24 ta bo'ladi. Demak, 25-o'quvchi tug'ilgan kuni bir oyda bo'ladigan uchinchi o'quvchi bo'ladi.

MASALALAR

1. Agar Mahmud Vohiddan 2 yosh katta, Vohid esa Odildan 3 yosh katta bo'lsa, kimning yoshi kichik: Mahmudnikimi yoki Odilnikimi?

2. Olimning yoshi Doniyordan kichik, Doniyorning yoshi esa Komilning yoshidan kichik. Kimning yoshi kichik: Olimnikimi yoki Komilnikimi?

3. Vohid masalani Kozimdan ko'ra tezroq yechdi, Kozim esa masalani Ilhomdan ko'ra tezroq yechdi. Bolalardan qaysi biri masalani hammadan tez yechdi?

4. Uchta futbol to'pidan qizil rangli to'p sariq rangli to'pdan og'irroq, sariq rangli to'p esa zangori rangli to'pdan og'irroq. Zangori rangli yoki qizil rangli to'plardan qaysi biri og'irroq ekanligini aniqlang.

5. Sobirning bo'yi Ozodnikidan baland, lekin Davronnikidan past bo'lsa, bolalardan qay birining bo'yi eng baland?

6. Olma massasi olxo'ri massasidan og'ir, ammo anor massasidan yengil. Mevalardan qaysi birining massasi eng yengil?

7. Yugurish musobaqasida 3ta qiz ishtirok etib, Aziza Odinadan tezroq, lekin Sevaradan sekinroq harakatlangan bo'lsa, ishtirokchi qizlar qaysi tartibda marraga yetib kelgan?

8. Uzunlikka sakrash musobaqasida Davron, Yusuf va Olimlar ishtirok etdi. Agar Davron Olimdan uzoqroqqa, lekin Yusufdan yaqinroqqa sakragan bo'lsa, eng uzoqqa kim sakragan?

9. Qayin daraxti sadadan baland, terakdan esa past. Daraxtlarning qay biri eng baland ekanligini aniqlang.

10. Dilshodning bo'yi Rahimning bo'yidan past lekin Qobilning bo'yidan baland. Bolalar ichida bo'yi eng balandini toping?

11. Latofat, Komila va Vasila bitta uyda lekin turli qavatlarda yashaydilar. Vasila Komiladan ikki qavat yuqorida, lekin Latofatdan uch qavat pastda yashaydi. Latofat sakkizinchi qavatda yashaydi. Kim qaysi qavatda yashaydi?

12. To'rt qavatli uyda Vali Karimdan yuqori, lekin Alisherdan pastki qavatda, Rahim esa Karimdan pastki qavatda yashaydi. Kim qaysi qavatda yashaydi?

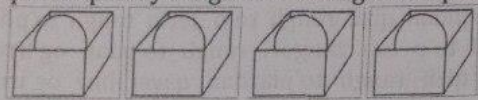
13. Uchta qutida bittadan turli rangli: qizil, sariq va zangori shar bor.



qizil yoki sariq shar sariq shar zangori shar

Qutilar ostiga yozilganlarning barchasi yolg'on. Har bir qutida qanday rangli shar borligini aniqlang.

14. To'rtta qutida bittadan turli rangli: sariq, qizil, ko'k va zangori shar bor. Qutilar ostidagi yozuvlarning barchasi rost. Har bir qutida qanday rangli shar borligini aniqlang.



sariq emas

zangori ham va sariq emas

qizil ham va zangori emas

ko'k emas, zangori emas, qizil emas

15. Salim, Vali va Rahim turli yoshda bo'lib, ulardan biri 4 yoshda, ikkinchisi 7 yoshda, uchinchi 11 yoshda. Rahim Validan katta emas, Salim Rahimdan katta emas bo'lsa, har bir bolaning yoshi nechada?

16. Dilshod, Bahrom, Mo'ydin va Sobir sport zali oldida uchrashishga kelishishdi. Agar Sobir Dilshoddan oldin, lekin birinchi bo'lib kelmagan bo'lsa, Bahrom esa eng keyin kelgan bo'lsa, bolalar uchrashish joyiga qanday ketma-ketlikda kelganligini aniqlang?

17. Botir va Karim sinfdoshlar bo'lib, ulardan birining familiyasi Ahmedov, ikkinchisniki Salimov. Agar Botirning yoshi Salimovdan katta bo'lsa bolalarning ismi va familiyasini aniqlang?

18. Remontchilar brigadasi suvoqchi, bo'yoqchi va duradgordan iborat bo'lib, ularning familiyalari, Karimov, Sobirova va Ergashev. Suvoqchi va duradgor-erkak kishilar bo'lib, Ergashev suvoqchining akasi bo'lsa, ularning har biri qaysi kasb egasi bo'ladi?

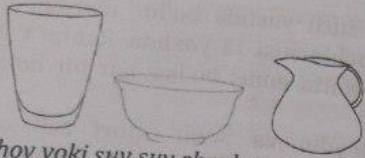
19. Karim, Odil va Davron Andijonda, Farg'onada va Namanganda yashaydi. Agar Karim Andijonda yashamasa, Davron esa Andijonda yoki Namanganda yashamasa, kim qaysi shaharda yashashini aniqlang.

20. Anvar, Botir va Salim ko'paytirish jadvalini o'rganmoqda. Ulardan biri 5 ga, ikkinchisi 6 ga, uchinchi esa 8 ga ko'paytirish jadvalini o'rganmoqda. Agar Botir 6 ga ko'paytirish jadvalini bilsa, Anvar esa 6 ga va 8 ga ko'paytirish jadvalini bilsa, bolalarning har biri nechaga ko'paytirish jadvalini o'rganmoqda?

21. Yugurish musobaqasida Alisher, Vohid va Sanjar dastlabki 3 ta o'rinni egalladi. Agar Vohid ikkinchi o'rinni ham, uchinchi o'rinni egallamagan bo'lib, Sanjar uchinchi o'rinni egallamagan bo'lsa, ularning har biri nechanchi o'rinni egallagan?

22. Ahmad, Temir, Malikning familiyalari Oripov, Sodiqov va Yoqubov. Agar Temir, Malik va Sodiqov matematika to'garagining ahozolari, Malik bilan Yoqubov musiqa bilan shug'ullansa, bolalardan har birining ismi va familiyasini aniqlang.

23. Stakan, piyola va ko'zaga, suv, choy va sharbat quyilgan. Rasmlar ostiga yozilgan yozuvlarning barchasi yolg'on bo'lsa,



choy yoki suv suv sharbat

qaysi idishga qanday ichimlik quyilganini aniqlang?

24. Stakan, piyola va kosaga sut, choy va kofe quyilgan. Agar piyolaga kofe quyilgani yolg'on bo'lsa, kosaga esa kofe ham, choy ham quyilgani yolg'on bo'lsa, qaysi idishga qanday suyuqlik quyilgan?

25. Bankada, stakanda, piyolada va chinnida sut, sharbat, limonad va suv bor. Suv va sut bankada emasligi, limonad chinnida ham emas, bankada ham emasligi, sut stakanga quyilgani ma'lum bo'lsa, qaysi idishga qanday suyuqlik quyilgan?

26. Karim, Botir, Mansur va Alisher matematika olimpiadasida birinchi to'rtta o'rinni egallashdi. Karim birinchi o'rinni ham to'rtinchi o'rinni ham egallamaganligi, Botir ikkinchi o'rinni egallaganligi, Mansur esa to'rtinchi o'rinni egallamaganligi ma'lum bo'lsa, bolalardan qaysi biri nechanchi o'rinni egallagan?

27. Ikkita bola qayiqda sayr qilmoqda. Qirg'oqqa 5 ta askarlar kelishdi. Qayiq shunday kichikki, unga faqat ikkita bola yoki bitta askar sig'adi. Askarlar bu qayiqda necha marta kechib o'tishda qarama – qarshi qirg'oqqa o'tib oladilar?

28. Uchta aka ukalar daryoning bir qirg'og'idan ikkinchi qirg'og'iga o'tishi lozim. Qirg'oqda 150 kg yuk ko'tara oladigan qayiq bor. Eng katta akaning massasi 90 kg, o'rtancha akaning massasi 75 kg, kichik ukaning massasi 70 kg. Daryoning bir qirg'og'idan ikkinchi qirg'og'iga o'tib olish uchun ular qanday harakat qilishlari lozim?

29. 5 litrli va 4 litrli bo'sh idishlar yordamida suv quvuridan 2 litr suvni qanday quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

30. 4 litrli va 3 litrli bo'sh idishlar yordamida suv quvuridan 2 litr suvni qanday quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

31. 8 litrli va 5 litrli bo'sh idishlar yordamida suv quvuridan 7 litr suvni qanday quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

32. 7 litrli va 12 litrli bo'sh idishlar yordamida suv quvuridan 4 litr suvni qanday quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

33. 7 litrli va 5 litrli bo'sh idishlar yordamida suv quvuridan 4 litr suvni qanday quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

34. 3 litrli va 5 litrli bo'sh idishlar yordamida suv quvuridan 4 litr suvni qanday quyib olish mumkin? Idishlardagi suvni to'kish uchun bo'sh idish mavjud.

35. 6 litrli idishda to'la yog' bo'lib, 5 litrli va 1 litrli bo'sh idishlar yordamida 3 litr yog'ni qanday quyib olish mumkin?

36. 8 litrli idishda to'la sut bo'lib, 3 litrli va 5 litrli idishlar yordamida sutni qanday qilib teng ikkiga bo'lish mumkin?

37. 16 litrli idishda to'la yog' bo'lib, 6 litrli va 10 litrli bo'sh idishlar yordamida yog'ni qanday qilib teng ikkiga bo'lish mumkin?

38. 10 litrli idishda to'la sut bo'lib, 7 litrli va 2 litrli bo'sh idishlar yordamida sutni qanday qilib teng ikkiga bo'lish mumkin?

39. 9 litrli va 11 litrli bo'sh idishlardan foydalanib hovuzdan 4 litr suvni qanday olish mumkin?

40. 5 litrli va 9 litrli bo'sh idishlardan foydalanib, hovuzdan 3 litr suvni qanday olish mumkin?

41. 3 litrli va 7 litrli bo'sh idishlardan foydalanib, hovuzdan 5 litr suvni qanday olish mumkin?

42. 4 litrli va 9 litrli bo'sh idishlar yordamida hovuzdan 6 litr suvni qanday olish mumkin?

43. Uchta shokoladdan bittasi yong'oqli va uning massasi boshqalardan og'irroq. Toshsiz pallali tarozida bir marta tortish orqali uni aniqlash mumkinmi?

44. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 4 ta tanganing bittasi qalbaki bo'lib, uning massasi boshqa tangalardan bir oz yengil. Toshsiz, pallali tarozida ikki marta tortish orqali qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

45. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 5 ta buyumning 4 tasi bir xil massaga ega bo'lib, bittasining massasi boshqalardan bir oz og'ir.

Toshsiz, pallali tarozida ikki marta tortish orqali qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

46. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 6 ta tanganing bittasi qalbaki bo'lib, uning massasi boshqa tangalardan bir oz yengil. Toshsiz, pallali tarozida necha marta tortish yordamida uni aniqlash mumkinmi?

47. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 7 ta tanganing bittasi qalbaki bo'lib, uning massasi boshqa tangalardan biroz yengil. Toshsiz, pallali tarozida ikki marta tortish orqali, qalbaki tangani aniqlash mumkinmi?

48. Toshsiz pallali tarozida 24 kg mixni, 9 kg va 15 kg qismlarga bo'lish mumkinmi?

49. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 12 ta tanganing bittasi qalbaki bo'lib, uning massasi boshqa tangalardan yengil. Toshsiz pallali tarozida necha marta tortish orqali qalbaki tangani aniqlash mumkin?

50. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 14 ta tanganing bittasi qalbaki bo'lib, uning massasi boshqa tangalardan og'ir. Toshsiz pallali tarozida uch marta tortish orqali qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

51. Ko'rinishi bir xil bo'lgan 21 ta tanganing bittasi qalbaki bo'lib, uning massasi qolgan tangalardan og'ir. Toshsiz pallali tarozida necha marta tortish orqali qalbaki tangani qanday aniqlash mumkin?

52. Sinfda 15 ta o'quvchi bor. Ularning ichidan tug'ilgan kun bir oyda bo'lgan 2 ta o'quvchi topiladi deb tasdiqlash mumkinmi?

53. Maktabning boshlang'ich sinf o'quvchilari soni 380 ta. Ularning ichidan hech bo'lmaganda 2 ta o'quvchining tug'ilgan kuni bir kunda ekanligini ko'rsating.

54. Sinfda 30 ta o'quvchi bor. Matematikadan yozma ishda Anvar 8 ta xatoga, qolgan o'quvchilarda esa undan kam xatoga yo'l qo'yishdi. Sinfdagi o'quvchilardan hech bo'lmaganda 4 tasi teng sondagi xatoga yo'l qo'yganligini ko'rsating.

55. Kasalxonada 8 ta hamshira bo'lib, ularning har biri haftaning 1 kuni navbatchilikda turadi. Kamida 2 ta hamshira bir kunda navbatchilik qiladigan kun topiladimi?

56. Ichi ko'rinmas paketda 3 ta shokolad va 4 ta karamelg' bor. Kamida nechta qandlar olingandan so'ng, ular orasida ikki xil qand bo'ladi?

57. Qutida 2 juft oq va 3 juft qora paypoqlar bor. Qutiga qaramasdan kamida nechta paypoq olingandan so'ng ular orasida albatta ikkita paypoq bir xil rangda bo'ladi?

58. Sinfda 30 ta o'quvchi bo'lib, familiyasi bir xil xarf bilan boshlanadigan kamida ikkita o'quvchi topiladi deb tasdiqlash mumkinmi? Agar sinfda o'quvchilar soni 25 ta bo'lsachi?

59. Qutida 3 ta ko'k, 4 ta jigarrang va 4 ta qora paypoqlar bor. Qutiga qaramasdan nechta paypoqlar olinganda ular orasida albatta

- a) bir xil rangdagi kamida ikkita paypoq;
- b) jigar rangdagi kamida ikkita paypoq;
- c) har bir rangdagi kamida ikkitadan paypoq bo'ladi?

60. Shkafda bir xil kattalikda va bir xil bichimda 5 juft sariq rangli botinkalar va 5 juft qora rangli botinkalar aralash yo'tibdi. Shkafga qaramasdan kamida nechta botinka olingandan so'ng, ular orasida chap va o'ng oyoqqa bir xil rangdagi bir juft botinka olingan bo'ladi?

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Mantiqiy masala deb qanday masalaga aytiladi?
2. Mantiqiy masalalarni modellashtirishning o'ziga xos xususiyati nimadan iborat?
3. To'plam elementlarini tartiblashga doir masalalar qanday usullar bilan yechiladi?
4. To'plamlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatishga doir mantiqiy masalalarni yechish usullarini tushuntirib bering?
5. Kechib o'tishga doir mantiqiy masalalar qanday yechiladi?
6. Qanday masala quyishga doir mantiqiy masala deyiladi va u qanday yechiladi?
7. Tarozida tortishga doir mantiqiy masalalar blok-sxema yordamida qanday yechiladi?
8. Eng yomon holni ko'rishga doir mantiqiy masalalar qanday yechiladi?

9. Dirixle prinsipini qo'llashga doir mantiqiy masalalarni yechishning o'ziga xos xususiyati nimadan iborat?

Tayanch so'zlar: mantiqiy masala, mantiqiy masala turlari, to'plam elementlarini tartiblashga doir masala, to'plamlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatishga doir masala, kechib o'tishga doir masala, quyib olishga doir masala, tarozida tortishga doir masala, eng yomon holni ko'rishga doir masala, Dirixle prinsipiga doir masala.

III BOB. KOMBINATORIK MASALALAR

1-§. Kombinatorik masala haqida tushuncha. Kombinatorik masalalarning asosiy turlari

Ko'p hollarda amaliy faoliyatda bir necha turli yechimlar variantlariga ega bo'lgan masalalar uchraydi. Bu turdagi masalalarni yechishda tanlovni to'g'ri amalga oshirish uchun ularning birortasini ham tushurib qoldirmaslik muhimdir. Buning uchun esa barcha bo'lishi mumkin bo'lgan hollarni tanlashni amalga oshirish yoki ularning sonini aniqlash talab etiladi. Yechimni topishga bunday yondoshishni talab etadigan masalalar kombinatorik masalalar deyiladi. Demak, kombinatorik masalalarni yechish bu biror top'lamdan berilgan aniq xossalarni qanoatlantiruvchi to'plam ostilarini tanlab olish va ularni tartiblash bilan bog'liq bo'ladi.

Kombinatorik masalalar berilgan shartlarni qanoatlantiruvchi kombinatorik birlashmalarning mavjud ekanligini aniqlashga doir; barcha mumkin bo'lgan birlashmalar sonini aniqlashga doir va berilgan tamoyillar bo'yicha eng maqbul bo'ladigan imkoniyatlarni aniqlashga doir bo'lishi mumkin.

Kombinatorik masalalarni yechish asosida: yig'indi va ko'paytma qoidalari yotadi.

Yig'indi qoidasi quyidagicha ta'riflanadi: agar a ob'ektni m usul bilan va b ob'ektni k usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, u holda " a yoki b " ob'ektni $m+k$ usul bilan tanlash mumkin.

Ko'paytma qoidasi quyidagicha ta'riflanadi: agar a ob'ektni m usul bilan va b ob'ektni k usul bilan tanlash mumkin bo'lsa, u holda (a, b) juftni $m \cdot k$ usul bilan tanlash mumkin.

1-masala. Tarelkada 4 ta olma va 3 ta anor bor. 1) Bitta mevani necha usul bilan tanlab olish mumkin? 2) Bir juft turli mevalarni necha usul bilan tanlab olish mumkin?

Yechish. 1) Masala shartiga ko'ra olmani to'rt usul bilan, anorni esa uch usul bilan tanlab olish mumkin. Shartga ko'ra bitta mevani, ya'ni bitta olmani yoki bitta anorni necha usul bilan tanlab olish mumkinligi so'ralayotgani uchun, yig'indi qoidasiga asosan, bu tanlab olishni $4+3 = 7$ usul bilan amalga oshirish mumkin.

2) Olmani to'rt usul bilan, anorni esa uch usul bilan tanlab olish mumkin. Shartga ko'ra bir juft, ya'ni bitta olma va bitta anorni (olma, anor) necha usul bilan tanlab olish so'ralayotganligi uchun, ko'paytma qoidasiga asosan uni $4 \cdot 3 = 12$ usul bilan amalga oshirish mumkin.

Javob: a) 7 usul bilan; b) 12 usul bilan.
Bu ko'rib o'tilgan yig'indi va ko'paytma qoidalarini ob'ektlar soni k ta bo'lgan hol uchun umumlashtirish mumkin.

2-masala. Agar sonning yozuvida raqamlar takrorlanmasa 7,3 va 6 raqamlaridan nechta ikki xonali son tuzish mumkin?

Yechish. Ikki xonali sonni yozish uchun o'nlar xonasidagi raqamni va birlar xonasidagi raqamni tanlab olishimiz zarur. Masala shartiga ko'ra sonning yozuvidagi o'nlar xonasida 7,3 va 6 raqamlarning ixtiyoriy biri bo'lishi mumkin, ya'ni o'nlar xonasidagi raqamni uch usul bilan tanlash mumkin. O'nlar xonasidagi raqam aniqlangandan so'ng, sonning yozuvida raqamlar takrorlanmasligi shartidan birlar xonasidagi raqamni tanlash uchun ikkita imkoniyat qoladi. Ixtiyoriy ikki xonali son o'nlar xonasidagi va birlar xonasidagi raqamlardan tuzilgan tartiblangan juft bo'lgani uchun, ko'paytma qoidasiga asosan ularni tanlashni $3 \cdot 2 = 6$ usul bilan amalga oshirish mumkin.

Javob: 6 ta ikki xonali son tuzish mumkin: 73,76,36,37,67,63.

3-masala 7,3 va 6 raqamlaridan foydalanib nechta ikki xonali son tuzish mumkin?

Yechish. Bu xolda ham sonning yozuvidagi o'nlar xonasida 7,3 va 6 raqamlarining ixtiyoriy biri bo'lishi mumkin, ya'ni o'nlar xonasidagi raqamni uch usul bilan tanlash mumkin. O'nlar xonasidagi raqam aniqlangandan so'ng, birlar xonasidagi raqamni ham uch usul bilan tanlash mumkin (chunki sonning yozuvida raqamlar takrorlanishi mumkin); ixtiyoriy ikki xonali sonning yozuvi ikkita raqamdan tuzilgan tartiblangan juft bo'lgani uchun, ko'paytma qoidasiga asosan ularni tanlashni $3 \cdot 3 = 9$ usul bilan amalga oshirish mumkin.

Javob: 9 ta ikki xonali son tuzish mumkin: 77, 73, 76, 37, 36, 33, 67, 66, 63 **4-masala** 7,3 va 6 raqamlaridan foydalanib nechta uch xonali son tuzish mumkin?

Yechish. Masala shartiga ko'ra uch xonali sonlar yozuvida raqamlar takrorlanishi mumkinligidan yuzlar, o'nlar va birlar xonasidagi raqamlarni har birini uch usul bilan tanlash mumkin bo'ladi. Ixtiyoriy uch xonali sonning yozuvi uchta raqamdan tuzilgan tartiblangan uchlikdan iborat bo'lgani uchun ko'paytma qoidasiga asosan ularni tanlashni $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ usul bilan amalga oshirish mumkin.

Javob: 27 ta uch xonali son tuzish mumkin: 333,336,337,363,366,367,373,376,377,633,636,637,663,666,667,673,676,677,

733,736,737,763,766,767,773,776,777.

5-masala. Agar sonning yozuvida raqamlar takrorlanmasa, 7, 3 va 6 raqamlaridan foydalanib nechta uch xonali son tuzish mumkin?

Yechish. Sonning yozuvida yuzlar xonasida 7, 3 va 6 raqamlarining ixtiyoriy biri bo'lishi mumkin ya'ni yuzlar xonasidagi raqamni uch usul bilan tanlash mumkin. Yuzlar xonasidagi raqam aniqlangandan so'ng shartga ko'ra raqamlar takrorlanmasligidan o'nlar xonasidagi raqamni tanlash uchun ikkita imkoniyat qoladi. O'nlar xonasidagi raqam ham aniqlangandan so'ng birlar xonasidagi raqamni faqat bitta usul bilan tanlash mumkin bo'ladi. Ixtiyoriy uch xonali sonning yozuvi uchta raqamdan tuzilgan tartiblangan uchlik bo'lgani uchun ko'paytma qoidasiga asosan ularni tanlashni $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ usul bilan amalga oshirish mumkin.

Javob: 6 ta uch xonali son tuzish mumkin: 736, 763, 376, 367, 673, 637.

6-masala. 0 va 3 sonlaridan nechta uch xonali son tuzish mumkin?

Yechish. Ixtiyoriy uch xonali sonning yozuvi uchta raqamdan tuzilgan tartiblangan uchlikdan iborat bo'ladi. Bu uchlikning birinchi raqamini faqat bitta usul bilan tanlash mumkin, chunki sonning yozuvi 0 raqami bilan boshlanishi mumkin emas. O'nlar xonasidagi raqam yo 0, yoki 3 bo'lishi mumkin, ya'ni ikkita tanlab olish imkoniyati mavjud. Birlar xonasidagi raqamni tanlashning ham xuddi shuncha imkoniyati mavjud. Demak, yuzlar xonasidagi raqamni bir usulda, o'nlar xonasidagi raqamni ikki usulda, birlar

xonasidagi raqamni ham ikki usulda tanlash mumkinligidan, ko'paytma qoidasiga asosan $1 \cdot 2 \cdot 2 = 4$ sonni tuzish mumkin.

Javob: 4 ta uch xonali son tuzish mumkin: 300, 303, 330, 333

7-masala. 0, 2, 4 va 5 raqamlarining har biri sonning yozuvida faqat bir marta qo'llanilsa, nechta uch xonali son yozish mumkin?

Yechish. Sonning yozuvi 0 raqami bilan boshlanishi mumkin emasligidan yuzlar xonasining raqamini uch usul bilan tanlash mumkin. Yuzlar xonasidagi raqam aniqlangandan so'ng o'nlari xonasining raqamini uch usul bilan tanlash mumkin bo'ladi (sonning yozuvida raqamlar takrorlanmasligi zarurligidan hamda berilgan 4 ta raqamlardan (0 dan tashqari) bittasi yuzlar xonasini yozuvida qo'llanilganligi uchun); ikkita raqam aniqlanganidan so'ng birlar xonasining raqamini tanlash uchun ikkita imkoniyat qoladi. Ko'paytma qoidasiga asosan berilgan to'rtta raqamlardan tuzilgan uch xonali sonlarni $3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ usul bilan yozish mumkinligi kelib chiqadi.

Javob: 18 ta uch xonali son yozish mumkin. 204, 205, 240, 245, 250, 254, 402, 405, 420, 425, 450, 452, 502, 504, 520, 524, 540, 542.

Yig'indi va ko'paytma qoidalari kombinatorik masalalarni yechishning umumiy qoidalaridir. Lekin kombinatorikada bir nechta turdagi sodda, standart ko'rinishdagi masalalar mavjud bo'lib, ularning shartida talab etilayotgan birlashmalar turiga qarab, guruhlashga doir, o'rin almashtirishlarga doir, o'rinlashtirishlarga doir masalalar ko'riladi.

Agar masala shartiga ko'ra tuzilgan birlashmada elementlar tarkibi muhim ro'l o'ynasa, guruhlashlar haqida so'z yuritiladi. O'rin almashtirishlarda birlashmaning tarkibiga kiruvchi elementlarning tartibi muhim ro'l o'ynaydi. Agar elementlar tarkibi bilan bir qatorda ularning tartibi ham muhim ro'l o'ynasa u holda o'rinlashtirishlar to'g'risida so'z yuritiladi. Bundan tashqari elementlarni tanlab olish sxemasiga ko'ra: elementlari takrorlanmaydigan va elementlari takrorlanuvchi birlashmalar farqlanadi.

Ko'p hollarda boshqa kombinatorik masalalarni yechishda guruhlashlarga doir, o'rin almashtirishlarga doir, o'rinlashtirishlarga doir birlashmalar sonini topish formulalaridan foydalaniladi.

Bu formulalarni keltirib chiqarishda kortej tushunchasidan foydalaniladi. Shuning uchun ushbu tushuncha mazmuni bilan tanishamiz. Aytaylik X_1, X_2, \dots, X_n to'plamlar berilgan bo'lsin. X_1 to'plamdan birorta a_1 element, so'ngra X_2 to'plamdan a_2 element, ..., X_n to'plamdan a_n elementni tanlab olib, ularni tartib bilan joylashtiraylik $(a_1; a_2; \dots; a_n)$.

Biz X_1, X_2, \dots, X_n to'plamlardan tanlab olingan, tartiblangan n-likni (n ta elementdan iborat bo'lgan birlashmani) hosil qilamiz. Tartiblangan n-lik so'zini o'rniga qisqacha qilib, "kortej" deyiladi. n sonini kortejning uzunligi $a_1; a_2; \dots; a_n$ elementlarni esa komponentlari deyiladi.

X_1, X_2, \dots, X_n to'plamlar umumiy elementlarga ega bo'lishi yoki ustma-ust tushishi ham mumkin. Masalan $(m, a, t, e, m, a, t, i, k, a)$ bu uzunligi 10 ga teng bo'lgan kortejdir.

O'rinlashtirishlar. Ta'rif. k elementdan m elementli takrorlanadigan o'rinlashtirishlar deb, k elementli toplaning m elementidan tuzilgan va uzunligi m ga teng bo'lgan kortejga aytiladi.

Ta'rifdan ko'rinadiki, k elementdan m elementli takrorlanadigan ikkita o'rinlashtirishning biri ikkinchisidan yo elementlari tarkibi bilan, yoki ularning joylashish tartibi bilan farq qiladi.

Yuqorida 3-masalaning javobida ko'rsatilgan ikki xonali 77, 73, 76, 37, 36, 33, 67, 66, 63 sonlari biri ikkinchisidan, yo elementlari tarkibi bilan (73 va 76) yoki ularning joylashish tartibi bilan (73 va 37) farqlangani uchun uchta elementdan ikki elementli takrorlanuvchi o'rinlashtirishga misol bo'ladi.

Biz yuqorida 7, 3 va 6 raqamlaridan foydalanib nechta turli xil ikki xonali son tuzish mumkinligi haqidagi savolga 3-masalada javob bergan edik. Uni umumlashtirib, berilgan k elementli to'plamdan har biri m elementdan iborat bo'lgan nechta turli o'rinlashtirishlarni tuzish mumkinligini aniqlaymiz.

X to'plam k elementni o'zida saqlasin. Ulardan m elementli turli kortejlarni tuzaylik. Bu kortejlar m ta ko'paytuvchini o'zida saqlovchi $X \times X \times \dots \times X$ to'plamni tashkil qiladi. Ko'paytma

qoidasiga asosan $n(X \times X \times \dots \times X) = \underbrace{n(X) \cdot n(X) \cdot \dots \cdot n(X)}_{m \text{ ta korpaytuvchi}} =$

$$\underbrace{k \cdot k \cdot k \cdot \dots \cdot k}_{m \text{ ta korpaytuvchi}} = k^m \text{ ga teng.}$$

Demak, k elementli X to'plam elementlaridan tuzilgan m o'rinli kortejlari soni k^m ga teng bo'ladi. Kombinatorikada bunday kortejlarni k elementdan m elementli takrorlanadigan o'rinlashtirishlar deyiladi. Ularning soni A_k^m bilan belgilanadi. $A_k^m = k^m$ formulani qo'llab 7,3 va 6 raqamlaridan foydalanib nechta ikki xonali sonni tuzish mumkinligini oson hisoblash mumkin. Bu yerda so'z uchta elementdan ikki elementli takrorlanadigan o'rinlashtirishlarni tuzish to'g'risida ketayotganligi uchun $A_3^2 = 3^2 = 9$ bo'ladi.

Ko'p hollarda shunday kombinatorik masalalar uchraydiki, ularda berilgan k elementli to'plamdan m uzunlikka ega bo'lgan kortejlari sonini elementlar takrorlanmaydigan holda topish talab etiladi. Bunday kortejlari k elementdan m elementli takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar deb nomlanadi.

Takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar. Ta'rif. k elementdan m elementli takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar deb, k elementli to'plamning takrorlanmaydigan elementlaridan tuzilgan va uzunligi m ga teng bo'lgan kortejga aytiladi.

k elementdan m elementli takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar soni A_k^m bilan belgilanadi va $A_k^m = k \cdot (k-1) \cdot \dots \cdot (k-m+1)$ formula bilan hisoblanadi.

Haqiqatan ham aytaylik, X to'plam k elementni o'zida saqlasin. Ulardan m elementli takrorlanmaydigan turli o'rinlashtirishlarni tuzamiz. Bunday kortejlarning birinchi elementini k usul bilan tanlash mumkin; birinchi element aniqlangandan so'ng, ikkinchi element $k-1$ usul bilan (chunki kortejning birinchi elementi tanlangandan so'ng X to'plamda $k-1$ ta element qoladi) tanlash mumkin. O'rinlashtirishning uchinchi elementini $k-2$ usul bilan va hokazo m -chi elementni $k-(m-1)$ usul bilan tanlash mumkin. m elementdan tuzilgan tartiblangan birlashmani $k(k-1) \dots (k-m+1)$ usul bilan tanlash mumkinligidan

$$A_k^m = k(k-1) \dots (k-m+1) \text{ bo'ladi.}$$

Masalan yuqoridagi 2-masalaning yechimida ko'rsatigan ikki xonali 73,76,36,37,67,63 sonlari biri ikkinchisidan yo elementlar tarkibi bilan (73 va 76) yoki ularning tartibi bilan (73 va 37) farqlangani uchun 7,3, va 6 raqamlaridan tuzilgan uchta elementdan ikki elementli takrorlanmaydigan o'rinlashtirish bo'ladi.

$$A_3^2 = 3(3-1) = 3 \cdot 2 = 6$$

5-masalada ko'rilgan 7,3 va 6 raqamlaridan tuzilgan raqamlari takrorlanmaydigan uch xonali sonlar: 736,763,376,367,637,673 uchta elementdan uchta takrorlanmaydigan o'rinlashtirish bo'ladi.

$$A_3^3 = 3(3-1)(3-2) = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Bu holda turli sonlar berilgan raqamlarni o'rin almashtirilishi natijasida hosil bo'ladi. Shuning uchun ham k elementdan k elementli takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlarni k elementli takrorlanmaydigan o'rin almashtirishlar deyiladi. k elementdan tuzilgan takrorlanmaydigan o'rin almashtirishlar soni P_k bilan belgilanadi va $P_k = k!$ formula bilan hisoblanadi. Bu yerda $k! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k$ bo'lib, uni "k factorial" deb o'qiladi. $1! = 1$; $0! = 0$ deb qabul qilingan. Yuqoridagilardan 5-masala yechimini $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ formula bilan ham topish mumkinligi kelib chiqadi.

Guruhlashlar. $X = \{7,3,6\}$ to'plam elementlaridan nafaqat turli uzunlikdagi kortejlarni tuzish mumkin, balki turli to'plam ostilarini, masalan, ikki elementli to'plam ostilarini ham tuzish mumkin. Kombinatorikada ularni uchta elementdan ikkitadan takrorlanmaydigan guruhlashlar deb nomlanadi.

Ta'rif: k elementdan m tadan takrorlanmaydigan guruhlashlar deb, k ta elementni saqlovchi to'plamning m elementli to'plam ostilariga aytiladi.

Ikki k elementdan m tadan tuzilgan guruhlashlar biri-ikkinchisidan hech bo'lmaganda bitta element bilan farq qiladi va ularning soni C_k^m bilan belgilanadi. Bu sonni topish uchun dastlab yuqorida ko'rib o'tilgan masalalarni qaraylik. $X = \{7,3,6\}$ to'plam elementlaridan tuzilgan ikki elementli to'plam ostilari soni uchta bo'ladi: $\{7,3\}$, $\{7,6\}$, $\{3,6\}$. Bu to'plam ostilarining har biridan uzunligi 2 ga teng bo'lgan 2! kortej tuzish mumkin: $(3,7)$, $(6,7)$, $(6,3)$, $(7,3)$, $(7,6)$, $(3,6)$.

Hosil bo'lgan kortejlarning barchasi uchta elementdan ikkitadan takrorlanmaydigan o'rinlashtirishlar bo'lib, ularning soni $A_3^2 = 3 \cdot 2 = 6$ ga teng. Ikkinchi tomondan bu son $2! \cdot C_3^2$ ko'paytmaga teng. Demak, $A_3^2 = 2! \cdot C_3^2$ bo'lib, bundan esa $C_3^2 = \frac{A_3^2}{2!}$ kelib chiqadi. Bu bog'lanish umumiy hol uchun ham o'rinli, ya'ni $C_k^m = \frac{A_k^m}{m!}$ ekanligini ko'rsatamiz.

Aytaylik, X to'plam k elementni o'zida saqlasin. Ulardan m elementli takrorlanmaydigan guruhlashlar tuzamiz. Ular X to'plamning m elementli to'plam ostilaridan iborat bo'lib, barcha to'plam ostilarining soni C_k^m bo'ladi. Har bir m elementli to'plam ostilarining elementlaridan m! o'rin almashtirishlarini, ya'ni m uzunlikka teng bo'lgan kortejlarni tuzish mumkin. Natijada X to'plamning k elementidan uzunligi m ga teng bo'lgan m! C_k^m kortejlarini hosil qilamiz. Ularning soni A_k^m ga teng. Demak, $A_k^m = m! \cdot C_k^m$ bo'lib, undan $C_k^m = \frac{A_k^m}{m!}$ kelib chiqadi. Ko'p hollarda kombinatorik masalalarni yechishda guruhlashning quyidagi formulasidan keng foydalaniladi: $C_k^m = \frac{A_k^m}{m!} = \frac{k(k-1)\dots(k-m+1)(k-m)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1}{m!(k-m)\dots 3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{k!}{(k-m)!m!}$

8-masala. Karimda uchta: qizil, ko'k va zangori ruchka bor. Ularning ikkitasini u o'rtog'iga sovg'a qilmoqchi bo'ldi. Karimning ikkita ruchkani tanlash imkoniyati nechta?

Yechish. Masala shartiga ko'ra uchta elementli (qizil, ko'k va zangori ruchkalar) to'plamidan ikkita elementli to'plam ostilarini ajratish to'g'risida so'z ketmoqda, chunki ruchkalarni tanlash tartibi muhim emas. Shuning uchun $C_3^2 = \frac{3!}{(3-2)! \cdot 2!} = \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{1 \cdot 2 \cdot 1} = 3$

2-§. Boshlang'ich sinflar matematika kursida kombinatorik masalalar

Yuqorida biz yig'indi va ko'paytma qoidalaridan foydalanib, shuningdek, formulalarni qo'llab kombinatorik masalalarni yechish usullarini ko'rib o'tdik. Lekin, bu usullarni to'g'ridan-to'g'ri boshlang'ich sinflarda kombinatorik masalalarni yechishga

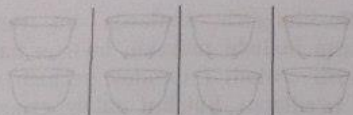
qo'llash mumkin emas. Boshlang'ich sinflarda bu turdagi masalalarni yechishda bevosita bo'lishi mumkin bo'lgan barcha hollarni tanlash usullari ko'rib o'tiladi (bunday yechish usuli formulalarni qo'llashni va ta'riflarni bilishni talab etmaydi). Shuning uchun ham bu turdagi masalalarni yechishda asosiy e'tibor bevosita turli birlashmalarni tuzish jarayoniga qaratilgan bo'lib, masalalarning yechimi nechtaligini emas, balki qanday imkoniyatlar hosil bo'lishini aniqlashga qaratiladi. Buning uchun o'quvchilar barcha bo'lishi mumkin bo'lgan imkoniyatlarni to'g'ri va tez topish bilan bir qatorda, boshqa imkoniyatlar mavjud emasligini ko'rsatishlari kerak bo'ladi. Dastlabki kombinatorik masalalarni yechishda o'quvchilar masala shartida talab etilayotgan ob'ektlarni tanlab olishni, tasodifiy, tartibsiz holda amalga oshiradilar. Shuning uchun masala shartida talab etilayotgan barcha birlashmalar topilganligiga ishonch hosil qilish o'quvchilar uchun muhimdir. Buni amalga oshirish uchun dastlabki masalalar yechimlari ko'rgazmali holda chizma ko'rinishda ifodalanib, ularning soni barcha bo'lishi mumkin bo'lgan birlashmalar sonidan ortiq bo'lib, o'quvchilardan chizmalarni bo'yash asosida javob berishni so'rash maqsadga muvofiqdir. Natijada o'quvchilar javobni qanoatlantiruvchi chizmalarni bo'yash orqali masala yechimini topadilar hamda bo'yalmay qolgan chizmalar ortiqcha ekanligini izohlay oladilar.

Bu jarayonni quyidagi masalalarni yechish misolida ko'rib o'taylik.

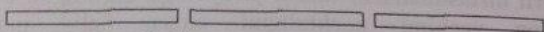
1-masala. Piyolalarni turli ranglarga bo'yang. Karimning ikkita yoqtiradigan piyolalari bor. Bu qaysi piyolalar bo'lishi mumkin?



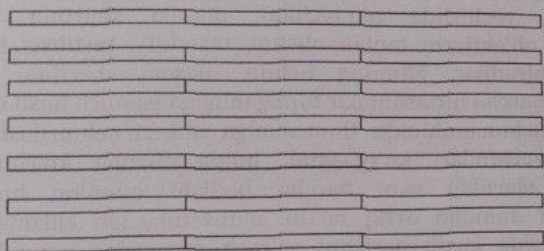
Yechish. Masalaning yechimini topish uchun 4 juft piyolalar chiziladi va o'quvchilardan ularni masala shartini qanoatlantiradigan yechimlarini bo'yash so'raladi. O'quvchilar dastlabki 3 juft piyolalarni turli ranglarga bo'yashandan so'ng, to'rtinchi juftni bo'yay olmaydilar. O'qituvchi bo'yalgan uchta piyolalar jufti masala shartini to'liq qanoatlantirishi hamda 4-juft piyolalar ortiqcha ekanligini (yechim emasligini) o'quvchilarga tushuntirishi talab etiladi.



2-masala. Uchta har xil rangdagi qog'oz tasmalar berilgan.



Bu tasmalarni bo'yang va ularni kleylab bitta uch xil rangdagi tasma tuzing. Rasmda nechta turli tasmalar paydo bo'lishini ko'rsating.



Yechish. O'quvchilar tuzilgan tasmalarni bo'yab, bu holda ham javoblar ichida bitta tasma ortiq ekanligini aniqlashi ular tomonidan barcha birlashmalarni to'g'ri topganligi belgisi bo'ladi.

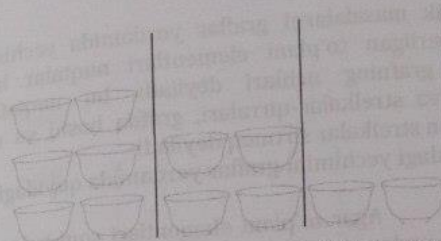
O'quvchilarda kombinatorik masalalarni yechish bilim va ko'nikmalari rivojlanib borgan sari sekin-asta tartibli, izchil ravishda barcha imkoniyatlarni tanlab olish uchun asos yaratiladi. Quyidagi masalani yechish jarayonida buni amalga oshirishni ko'rib o'tamiz.

3-masala. Piyolalarni turli ranglarga bo'yang.



Karimning ikkita yoqtiradigan piyolasi bor. Bu qaysi piyolalar bo'lishi mumkin?

Yechish. Bu masalani yechish uchun quyidagi rasm chizilishi maqsadga muvofiqdir.



O'quvchilar tomonidan tartib bilan har bir ajratilgan juftlik ustunlarining chap tomonidagi piyolalari bir xil rangga bo'yalishi, o'ng tomondagi piyolalar turli ranglarga bo'yalishi natijasida barcha mumkin bo'lgan imkoniyatlar ko'rib o'tilganligini o'qituvchi tomonidan ta'kidlanishi maqsadga muvofiqdir.

Tanlash jarayonini yengillatish va sistemali amalga oshirish uchun kombinatorik masalalarni yechishda jadvallar, graflar hamda "graf-daraxt" kabi modellardan keng foydalaniladi. Ularni qo'llash o'quvchilarining pedagogik-psixologik xususiyatlari, abstract tafakkur qilish qobiliyatlari yetarlicha rivojlanmaganligi bilan bog'liqdir.

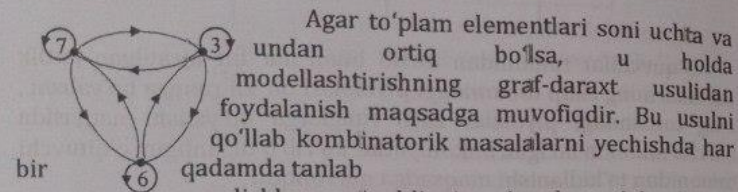
Jabovlar tuzib kombinatorik masalalarni yechish o'quvchilarga tanlash jarayonini tartibli, izchil amalga oshirishga yordam berish bilan bir qatorda ular tomonidan birlashmalarni qaytarilishiga yo'l qo'ymaslik uchun sharoit yaratadi. Natijada barcha bo'lishi mumkin bo'lgan birlashmalarni tuzish, shuningdek masala shartini qanonatlantirmaydiganlarini chiqarishga erishiladi.

Masalan, oldingi paragrafda ko'rib o'tilgan 7,3 va 6 raqamlaridan foydalanib, nechta ikki xonali sonni yozish mumkinligi haqidagi masala yechimini jadval yordamida quyidagicha ifodalash mumkin.

Birliklar O'nliklar	7	3	6
7	77	73	76
3	37	33	36
6	67	63	66

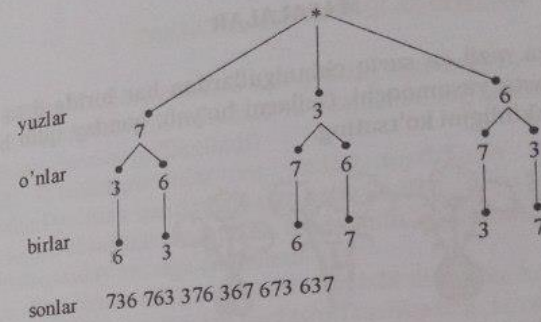
Kombinatorik masalalarni graflar yordamida yechishda masala shartida berilgan to'plam elementlari nuqtalar bilan belgilanib, ularni grafning uchlari deyiladi, bu nuqtalarni tutashtiruvchi yoy va strelkalar-qirralari, grafda boshi va uchi ustma-ust tushadigan strelkalar sirtmoq deyiladi.

Masalan, yuqoridagi yechimini graflar yordamida quyidagicha ifodalash mumkin:

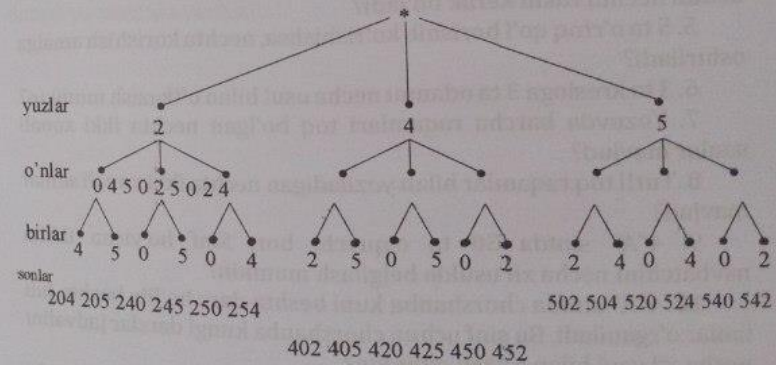


Agar to'plam elementlari soni uchta va undan ortiq bo'lsa, u holda modellashtirishning graf-daraxt usulidan foydalanish maqsadga muvofiqdir. Bu usulni qo'llab kombinatorik masalalarni yechishda har qadamda tanlab olishlar soni oldingi qadamda tanlab olingan elementlarga bog'liq bo'ladi. Uni qurish ketma-ketligi quyidagichadir: dastlab birinchi qadamda bitta nuqtadan barcha mumkin bo'lgan tanlashlar soniga teng bo'lgan kesmalar o'tkaziladi; so'ngra ikkinchi qadamda bu kesmalar har birining oxiridan boshlab mumkin bo'lgan barcha tanlashlar soniga teng kesmalar o'tkaziladi va hokazo. Sxemani graf-daraxt deb, nomlanishiga sabab u shoxlari pastga qaratilgan daraxtga o'xshashligidir.

Masalan, oldingi paragrafda ko'rib o'tilgan agar sonning yozuvida raqamlar takrorlanmasa, 7,3 va 6 raqamlaridan foydalanib nechta uch xonali son tuzish mumkinligi haqidagi masala yechimini "graf-daraxt"ni qo'llab quyidagicha tasvirlanishi mumkin:

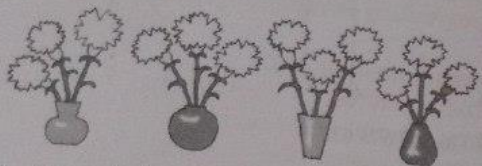


Xuddi shuningdek, 0,2,4 va 5 raqamlarining har biri sonning yozuvida faqat bir marta qo'llanilsa, nechta uch xonali son yozish mumkinligi haqidagi masala yechimini "graf-daraxt"ni qo'llab quyidagicha tasvirlash mumkin.



MASALALAR

1. Nargiza qizil va sariq chinnigullardan har birida 3 ta gul bo'lgan guldasta yasamoqchi. Gullarni bo'yab, qanday qilib buni bajarish mumkinligini ko'rsating.



2. Ahmad, Botir, Vasila va Karim maktabning eng yaxshi shashkachilari. Musobaqada qatnashish uchun uchta o'quvchidan iborat komanda tuzish kerak. Bunday komandani necha xil usul bilan tuzish mumkin?

3. Har bir keyingi raqami oldingisidan bittaga ortiq bo'lgan nechta uch xonali son yozish mumkin.

4. 5 ta o'rtoq o'zlarining rasmlari bilan almashdilar. Buning uchun nechta rasm kerak bo'ladi?

5. 5 ta o'rtoq qo'l berishib ko'rishishsa, nechta korishish amalga oshiriladi?

6. 3 ta kresloga 3 ta odamni necha usul bilan o'tkazish mumkin?

7. Yozuvda barcha raqamlari toq bo'lgan nechta ikki xonali sonlar mavjud?

8. Turli toq raqamlar bilan yoziladigan nechta ikki xonali sonlar mavjud?

9. 4"A" sinfda 30 ta o'quvchi bor. Sinf bo'yicha ikkita navbatchini necha xil usulda belgilash mumkin?

10. 4"A" sinfda chorshanba kuni beshta dars bo'lib, beshta tuli fanlar o'rganiladi. Bu sinf uchun chorshanba kungi darslar jadvalini necha xil usul bilan tuzish mumkin?

11. 7,0,5 raqamlaridan foydalanib, barcha mumkin bo'lgan ikki xonali sonlarni yozing.

12. Seyf 5,2 va 7 raqamlaridan tuzilgan kod yordamida ochiladi. Seyfning kodi 500 dan katta bo'lgan toq son bo'lib, beshga karralidir. Bu qaysi son bo'ladi?

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Kombinatorik masala deb qanday masalaga aytiladi?
2. Kombinatorik masalalarni yechishda yig'indi va ko'paytma qoidalari qanday qo'llaniladi?
3. O'rinlashtirishlar va undan foydalanib kombinatorik masalani yechish qanday amalga oshiriladi?
4. Guruhlashlar va undan foydalanib kombinatorik masalani yechish qanday amalga oshiriladi?
5. Kombinatorik masalalarni bo'lishi mumkin bo'lgan barcha hollarni tanlash usuli bilan yechishni tushuntirib bering?
6. Kombinatorik masalalar yechimlari jadval usulida qanday ifodalanadi?
7. Kombinatorik masalalarni yechishning "graf-daraxt" usulini yoritib bering?

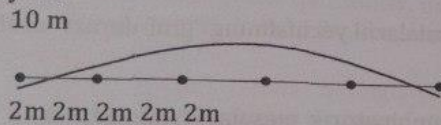
Tayanch so'zlar: kombinatorik masala, o'rinlashtirish, o'rin almashtirish, guruhlash, kombinatorik masalani jadval va graf-daraxt yordamida yechish.

IVBOB. NOSTANDART ARIFMETIK MASALALAR

1-§. Nostandart arifmetik masalalarni yordamchi model kiritish usuli bilan yechish

1-masala. 10 m yog'och xoda 5 ta teng bo'lakka bo'lindi. Necha kesishlar bajarilganini toping.

Yechish. Ko'p hollarda $10:5=2$ bo'lish bajarilib, masala yechimi topildi deb hisoblanadi, lekin xatolik shundan iboratki, bu holda yechim kesilgan g'o'laning 1 qismi uzunligini ifodalaydi. Ammo masala shartiga ko'ra necha marta kesishlar bajarilganligini topish kerak. To'g'ri javobni topish uchun quyidagi sxematik chizmani yasaymiz.



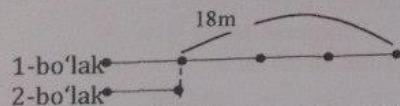
Chizmadan, 10 metrli yog'och xodani 5 ta teng bo'lakka bo'lish uchun 4 ta kesish bajarilishi kerakligini aniqlaymiz.

Berilgan masalani yechish uchun uning savolini to'g'ri talqin etish, shartidan foydalanib grafik modelini qurishda uning 1 qismi uzunligini aniqlash muhim rol o'ynadi. Modeldan foydalanib, masala javobi aniqlandi.

Javob: 4 ta kesish bajarilgan

2-masala. Arqon 2 bo'lakka: bo'laklardan biri ikkinchisidan 4 marta uzun qilib qirgildi. Agar bo'laklardan biri ikkinchisidan 18 m uzun bo'lsa arqonning uzunligini toping?

Yechish. Masalaning yordamchi modelini quyidagi sxema ko'rinishida quramiz.



Ko'rinish turibdiki, arqonning uzunligi 5 ta teng qismlardan tarkib topgan bo'lib, birinchi bo'lak uzunligi to'rt qismdan, ikkinchi bo'lak uzunligi bir qismdan iborat. Masala shartiga ko'ra birinchi bo'lak ikkinchidan 18 m ga uzun bo'lib, unga (chizmadan ko'rinish

turibdi) uchta teng qismlar to'g'ri keladi. Bundan esa dastlab bitta qism uzunligini topib, so'ngra butun arqon uzunligini topish mumkin bo'ladi.

Amallar bo'yicha masala yechimini quyidagicha yozish mumkin:

- 1) $18:3=6$ (m) arqonning bir qismi uzunligi yoki ikkinchi bo'lak uzunligi;
- 2) $6\cdot4=24$ (m) arqonning birinchi bo'lagi uzunligi;
- 3) $24+6=30$ (m) butun arqon uzunligi.

Ushbu masalaning matematik modelini boshqacha usulda-sonli ifoda ko'rinishida quyidagicha yozish mumkin: $18:3+18:3\cdot4$ yoki $18:3(4+1)$.

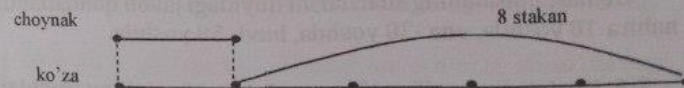
Har ikkkala ifodaning son qiymati masala yechimi bo'ladi.

Javob: arqon uzunligi 30 m

Ko'rinish turibdiki, berilgan masalani yechish 3 ta standart masalalarni yechishga keltirildi: arqonning ikkinchi bo'lagi uzunligini topish (buning uchun teng qismlarga bo'lish bajarildi), arqonning birinchi bo'lagi uzunligini topish (buning uchun uzunlikni songa ko'paytirish bajarildi) va butun arqon uzunligini topish (buning uchun ikkita uzunliklar yig'indisi topildi).

3-masala. Ko'zada choynakdan ko'ra 5 barobar ko'p suv bor, choynakda esa ko'zadan 8 stakan kam suv bor. Ko'zada qancha suv bor?

Yechish. Masalaning yordamchi modelini quyidagi sxema ko'rinishida quramiz,



Masala shartiga ko'ra ko'zadagi suv 5 ta teng qismlardan iborat bo'lib, choynakdagi suv 1 qismdan iborat. Ko'zadagi suv choynakdagi suvdan 8 stakan ortiq va unga 4 ta teng qismlar to'g'ri keladi. Bundan esa 1 qism suv miqdorini (choynakdagi suv miqdorini) topib, so'ngra esa ko'zadagi suv miqdorini topish mumkin.

- 1) $8:4=2$ (stakan)-choynakdagi suv miqdori

2) $2 \cdot 5 = 10$ (stakan)-ko'zadagi suv miqdori.
 Javob: Ko'zada 10 stakan suv bor.

2-§. Nostandart arifmetik masalalarni tanlash usuli bilan yechish

1-masala. Nabira, ona va buvining birgalikdagi yoshlari 114 ga teng. Nabira, ona va buvilarning yoshlari bir xil raqam bilan tugaydigan ikki xonali son bilan ifodalansa, ularning har birining yoshini toping.

Yechish. Masalaning yordamchi modelini quyidagicha tuzamiz:

Buvi	○ □	}	114 yosh
Ona	△ □		
Nabira	□ □		

Uchta bir xonali sonlar yig'indisi 4 raqami bilan tugaydigan sonni topish qiyin emas. Bu 8 sonidir. So'ngra tanlashni amalga oshiramiz. Agar nabira 18 yoshda bo'lsa, u holda onasi yoki 38, yoki 48 yoki 58 yoshda bo'lishi, buvisi esa- 58, yoki 68 yoki 78 yoshda bo'lishi mumkin. Ularning ichidan yig'indisi 114ga teng bo'lgan sonlarni izlab, quyidagilarni hosil qilamiz:

$$18+38+58=114 \text{ bo'lib, qolgan}$$

$18+48+68$ yoki $18+58+78$ yig'indilar masala shartini qanoatlantirmaydi.

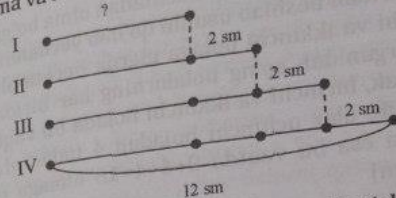
Demak, masalaning shartlarini quyidagi javob qanoatlantiradi: nabira-18 yoshda, ona -38 yoshda, buvi- 58 yoshda.

3-§. Nostandart arifmetik masalalarni "oxiridan boshlab" usuli bilan yechish

1- masala. Karim har bir keyingi kesmani oldingisiga nisbatan 2 sm uzun qilib 4 ta kesma yasadi. Agar to'rtinchi kesmaning uzunligi 12 sm ga teng bo'lsa, birinchi kesma uzunligini toping.

Yechish. Masalani yordamchi modelini kesmalardan foydalanib quramiz. Modeldan ko'rinib turibdiki, to'rtinchi

kesmasining uzunligini bilgan holda 3-kesma uzunligini, so'ngra 2-kesma va nihoyat 1-kesma uzunligini topish mumkin.



Amallar bo'yicha yechimni quyidagicha yozish mumkin:

- 1) $12-2=10$ (sm) III kesma uzunligi;
- 2) $10-2=8$ (sm) II kesma uzunligi;
- 3) $8-2=6$ (sm) I kesma uzunligi.

Javob: birinchi kesma uzunligi 6 sm.

2-masala. 3 ta daraxtda 48 ta qush bor edi. Birinchi daraxtdan ikkinchi daraxtga 10 ta qush, ikkinchisidan esa uchinchisiga 6 ta qush uchib o'tgandan so'ng, uchala daraxtdagi qushlar soni teng bo'ldi. Dastlab daraxtlarning har birida qushlar soni nechta bo'lgan?

Yechish.

- 1) $48:3 = 16$ (qush)- uchib o'tishlardan keyin har bir daraxtdagi qushlar soni;
- 2) $16 - 6 = 10$ (qush)- dastlab uchinchi daraxtdagi qushlar soni;
- 3) $16 + 10 = 26$ (qush)- dastlab birinchi daraxtdagi qushlar soni;
- 4) $10 + 26 = 36$ (qush)- birinchi va uchinchi daraxtlardagi uchib o'tgunga qadar (dastlabki) qushlar soni;
- 5) $48 - 36 = 12$ (qush)-dastlab ikkinchi daraxtdagi qushlar soni.

Javob: birinchi daraxtda 26 ta qush, ikkinchi daraxtda 12 ta qush, uchinchi daraxtda 10 ta qush.

3- masala. Uchta bolaning har birida bir qancha olma bor. Birinchi bola ikkita boshqa o'rtog'iga ularda qancha olma bo'lsa, shuncha olma berdi. So'ngra ikkinchi bola ikkita boshqa o'rtog'iga ularda nechta olma bo'lsa, shuncha olma berdi. O'z navbatida

uchinchi bola, ikkita boshqa o'rtog'iga ularda nechta olma bo'lsa, shuncha olma berdi. Shundan so'ng bolalarning har birida 8 tadan olma bo'ldi. Dastlab bolalarning har birida nechtadan olma bo'lgan?

Yechish. Masalani oxiridan boshlab usulini qo'llab yechamiz. Uchinchi bola birinchi va ikkinchi bolaga ularda nechta olma bo'lsa, shuncha olma berganidan so'ng bolalarning har birida 8 tadan olma bo'lgan. Demak, birinchi va ikkinchi bolada bu vaqtga qadar 4 tadan olma bo'lib, ular uchinchi boladan 4 tadan olma olishgan. Uchinchi bolada esa bu vaqtda $8+4+4=16$ olмага ega bo'lgan. (1-jadval, 3-qadam)

1-jadval

	1-qadam	2-qadam	3-qadam	
1- bola	13	2		
2- bola	7	14	4	8
3- bola	4	8	16	8

Ikkinchi bola birinchi va uchinchi bolaga ularda nechta olma bo'lsa, shuncha olma bergandan so'ng birinchi bolada 4 ta olma hosil bo'lib, uchinchi bolada 16 ta olma hosil bo'lgan. Ular ikkinchi boladan mos ravishda 2 ta va 8 ta olma olishgan. Ikkinchi bolada 4 ta olma, qolgan bo'lib, bu vaqtga qadar unda $4+2+8=14$ ta olma bo'lgan. (1-jadval, 2-qadam).

Demak, birinchi bola ikkinchi va uchinchi bolaga ularda nechta olma bo'lsa, shuncha olma berganidan so'ng ikkinchi bolada 14 ta olma, uchinchi bolada esa 8 ta olma hosil bo'lgan.

Bundan esa, ular birinchi boladan mos ravishda 7 ta va 4 ta olma olishgani kelib chiqadi. Birinchi bolada 2 ta olma qolgan bo'lib, bu vaqtdan oldin unda $2+7+4=13$ ta olma bo'lgan. (1-jadval 1-qadam)

Demak, dastlab birinchi bolada 13 ta olma, ikkinchi bolada 7 ta olma, uchinchisida esa 4 ta olma bo'lgan.

Javob. Birinchi bolada 13 ta, ikkinchi bolada 7 ta, uchinchi bolada 4 ta olma.

4-§. Nostandart arifmetik masalalarni turli evristik usullar bilan yechish

1-masala. Matematika viktorinasida 12 ta savol berildi. Qatnashchiga har bir to'g'ri javob uchun 10 ball berildi. Noto'g'ri javob uchun esa 8 ball ayriildi. Agar qatnashchilardan biri 30 ball yig'gan bo'lsa, u nechta to'g'ri javob berganligini aniqlang.

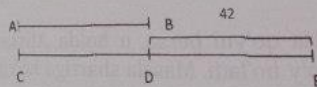
Yechish. Agar viktorina qatnashchisi 12 ta savolning barchasiga to'g'ri javob bersa, u $10 \cdot 12 = 120$ ball yig'ishi mumkin edi. Har bir noto'g'ri javob uchun (qatnashchi yig'gan ballaridan 8 ball ayrib, bundan tashqari u 10 ballni o'la olmagan uchun) qatnashchi $10 + 8 = 18$ ballni yo'qotadi.

30 ball natijaga erishgan viktorina qatnashchisi $120 - 30 = 90$ ballni yo'qotgan bo'ladi. Demak, u $90:18 = 5$ ta savolga noto'g'ri javob bergan. U holda to'g'ri javoblar soni $12 - 5 = 7$ bo'ladi.

Javob: 7 ta

2-masala. Buvi 56 yoshda, nevarasi 14 yoshda. Buvi necha yildan keyin nevarasidan 2 marta katta bo'ladi.

Yechish. Yillar o'tishi bilan buvining va nevaraning yoshlari o'zgaradi (ortib boradi), lekin ular yoshlarining ayirmasi o'zgarmaydi: buvi nevarasidan doimo $56-14=42$ yoshga katta bo'ladi. Demak, bizni qiziqtirayotgan paytda ularning yoshlarini ikkita kesma bilan tasvirlashimiz mumkin bo'ladi. Bunda kesmalardan biri ikkinchisidan 42 birlikka uzun bo'lishi bilan bir qatorda, undan 2 marta uzun bo'lishi kerak:



Chizmadan buvi o'sha vaqtda 84 yoshda, nevara esa 42 yoshda bo'lishini topamiz. Bu necha yildan keyin ro'y berishini aniqlash uchun 84 dan buvining hozirgi yoshini ayirish ($84-56=28$), yoki 42 dan nevaraning hozirgi yoshini ayirish ($42-24=28$) yetarlidir.

Javob: 28 yildan so'ng.

3-masala. 12 ta qog'oz varag'i bor edi. Ulardan bir nechta to'rt qismga qirqilgandan so'ng varag'lar soni 27 ta bo'ldi. Nechta qog'oz varag'i qirqilgan.

Yechish. Qirqishlardan so'ng jami varaqlar soni 27 ta bo'lgani uchun, ortgan varaqlar soni $27-12=15$ tani tashkil etadi. 1 ta qog'oz varag'i 4 qismga bo'linganligi uchun uning har bir varaqlari soni 3 taga ($4-1=3$) ortadi. U holda qirqilgan varaqlar soni $15:3 = 5$ ta bo'ladi.

Javob: 5 ta varaq qirqilgan.

4-masala. Katakda tovuqlar va quyonlarning boshlari soni 30 ta, oyoqlari soni esa 84 ta. Katakda nechta tovuqlar va quyonlar bor?

Yechish. Agar katakda faqat tovuqlar bo'lganda edi, u holda oyoqlar soni 60 ta (30 juft oyoq) bo'lar edi. Masala shartiga ko'ra 84 ta (42 juft oyoq)lar soni berilgan. Bundanesa 12 juft oyoqlar faqat quyonlarga tegishli bo'ladi. Demak, quyonlar soni 12 ta, tovuqlar soni esa $30-12=18$ ta.

Javob: quyonlar soni 12 ta, tovuqlar soni 18 ta.

5-masala. Ikkita cho'pon Alisher va Karimlar uchrashib qoldilar. Alisher Karimga "Agar menga bitta qo'yingni bersang, u holda mendagi qo'ylar soni sendagidan ikki marta ko'p bo'ladi" dedi. Karim esa Alisherga "Yo'q, agar sen menga bitta qo'yingni bersang, u holda bizning qo'ylarimiz soni teng bo'ladi" dedi. Cho'ponlarning har birida nechtdan qo'y bo'lgan?

Yechish. Agar Alisher Karimga bitta qo'yni bersa, ularning qo'ylari soni teng bo'ladi. Demak, A Alisherning qo'ylari soni K Karimning qo'ylaridan ikkitaga ortiqdir.

Agar Karim Alisherga bitta qo'yni bersa, u holda Alisherda Karimga nisbatan 4 ta ortiq qo'y bo'ladi. Masala shartiga ko'ra bu holda Alisherning qo'ylari soni Karimnikidan ikki marta ortiq bo'ladi. Demak, Karimda 4 ta qo'y A qoladi. Bundan esa Karimda 5 ta

qo'y bo'lganligi, Alisherda esa 8 K ta qo'y hosil bo'lgani uchun, unda 7 ta qo'y bo'lgani kelib chiqadi.

Javob: Alisherda 7 ta qo'y, Karimda esa 5 ta qo'y

MASALALAR

1. Agar birinchi qatorda 8 ta toshchalar biri ikkinchisidan 2sm masofada joylashtirilgan bo'lib, ikkinchi qatorda 15 ta toshchalar biri ikkinchisidan 1sm masofada joylashtirilgan bo'lsa, qaysi qator uzun bo'ladi? Javobni asoslang.

2. Arqon 6 joyidan qirqilgan bo'lsa, nechta bo'lak hosil qilingan bo'ladi?

3. Kiyim tikuvchida 24m li gazlama bo'lib, u har kuni 3m gazlamani qirqib olib ishlatadi. Necha kundan so'ng u ohirgi bo'lakni kesib oladi?

4. 24ta ustunni bir qatorga har 2m ga bittadan qilib ko'mib chiqilib, devor o'rnatilgan bo'lsa, bu devorning uzunligini toping.

5. Yugurish yo'lkasi chetiga ustunlar o'rnatilgan. Agar start birinchi ustun yonidan berilgan bo'lib, 12minutdan so'ng yuguruvchi 4-ustun yonida bo'lgan bo'lsa, startdan so'ng necha minutdan keyin u 7-ustun yonida bo'ladi? Yuguruvchining tezligi o'zgarmasdir.

6. Yog'och hodaning uzunligi 7m. Bir minutda hodadan uzunligi 1m bo'lgan g'ola kesib olinsa, necha minutdan so'ng hodani kesishni tugatish mumkin?

7. 4 ta yog'och hodaning har birini 5 bo'lakka bo'lish kerak. Agar har bir kesish uchun 2 minut vaqt sarflansa bu ishni bajarish uchun qancha vaqt kerak bo'ladi?

8. Zinapoyada 9 ta zina bor. Mansur zinapoyaning o'rtasida turgan bo'lsa, u nechanchi zinada turibdi?

9. Sinf o'quvchilari juft-juft bo'lib oshxonaga ketishayotganda Karim juftlikda ketaturib oldiga qarab 9 juftni, so'ngra qayrilib qarab 5 ta juftni sanadi. Sinfning nechta o'quvchisi juftlikda oshxonaga ketmoqda?

10. Alisher 5-qavatda yashaydi. Zinadan piyoda bir qavat ko'tarilishi uchun u yarim minut vaqt sarfladi. Maktabdan qaytgan Alisher xonadoniga ko'tarilishi uchun qancha vaqt sarflaydi?

11. 9 ta qog'oz varag'i bor edi. Ulardan bir nechtasi uch qismga qirqilgandan so'ng varaqlar soni 15 ta bo'ldi. Necha qog'oz varag'i qirqilgan?

12. 7 ta qog'oz varag'i bor edi. Ulardan 4 tasi 3 qismga qirqilgandan so'ng, jami varaqlar soni nechta bo'ladi?
13. Uzunligi 10 m va 4 m bo'lgan to'g'ri to'rtburchakli maydonni perimetri bo'yicha simni tarang qilib tortish uchun har 2 m dan so'ng qoziq qoqildi. Maydonning atrofini o'rab olish uchun nechta qoziq qoqishga to'g'ri keladi?
14. 18 ta kesishlardan so'ng 20 ta g'o'lani hosil qilish uchun nechta yog'och xodani kesish zarur?
15. Yog'och xoda arralandi. Agar 10 ta arralash bajarilgan bo'lsa, nechta g'o'lalar hosil bo'lgan?
16. Ikkita uchi mahkamlangan yog'och xoda arralandi. Agar 10 ta g'o'la uzilib tushib, 2 ta g'o'la mahkamlangan bo'yicha qolgan bo'lsa, nechta arralash bajarilgan?
17. Bir nechta yog'och xoda arralandi. 6 ta arralashda 9 ta g'o'la hosil qilingan bo'lsa, nechta yog'och xoda arralangan?
18. Magazindan jami 25 ta olma va noklardan sotib olindi. Agar noklar soni olmalar sonining beshdan bir qismini tashkil etsa, nechta nok va nechta olma sotib olingan?
19. Zavodda 3 g'ildirakli bolalar velosipedi yig'iladi. Bir velosiped uchun 2 ta kichik va 1 ta katta g'ildirak kerak bo'ladi. Agar 25 ta kichik va 30 ta katta g'ildirak bo'lsa, nechta velosiped yig'ish mumkin?
20. 3 ta turli sonning yig'indisi ularning ko'paytmasiga teng. Bu qanday sonlar?
21. 4 ta sonning yig'indisi va ko'paytmasi 8 ga teng. Bu qanday sonlar?
22. Uchta vazada 27 ta chinnigul bor. Birinchi vazadan ikkinchi vazaga 5 ta chinnigul olib qo'yilgandan so'ng, hamda ikkinchidan uchinchiga 3 ta chinnigul olib qo'yilganidan so'ng, barcha vazalarda chinnigullar soni bir xil bo'ldi. Dastlab, har bir vazada nechta chinnigul bo'lgan?
23. Hovlida tovuqlar va qo'ylar sayr qilib yuribdi. Ularning barchasini boshlari soni 8 ta, oyoqlari soni 26 ta bo'lsa, nechta tovuqlar va nechta qo'ylar hovlida sayr qilib yuribdi.
24. Bankaning asal bilan og'irligi 500g. O'sha bankaning kerosin bilan og'irligi 350g. Kerosin asalga nisbatan 2 marta yengil. Bo'sh banka og'irligi necha gramm?

25. Kamolaning 2 ta kitob javonida teng sondagi kitoblari bor edi. U birinchi kitob javonidan ikkinchisiga 24 ta kitobni olib qo'yganidan keyin, ikkinchi javonda birinchiga qaraganda 5 marta ko'p kitoblar hosil bo'ldi. Dastlab har bir javonda nechta kitob bor edi?
26. Rasm to'garagiga teatr to'garagiga qaraganda 3 marta kam bola qatnashadi. Agar rasm to'garagiga 18 ta bola qatnashib, ulardan ikkitasi bir vaqtning o'zida ikkala to'garakka qatnasha, ikkala to'garakda nechta bola qatnashadi?
27. Usta va shogird birgalikda 1 soatda 17 ta detal yasashi mumkin. Tushlikkacha qadar usta 4 soat, shogird esa 2 soat ishlab, birgalikda 54 ta detal yasashdi. Ularning har biri qanchadan detal yasagan?
28. 2 ta oshpaz sabzi to'g'rashmoqda. Ulardan biri 1 minutda 2 ta, ikkinchisi esa 3 ta sabzini to'g'rab, ikkalasi birgalikda 450 dona sabzini to'g'radi. Agar ikkinchi oshpaz birinchiga qaraganda 25 daqiqa ko'proq ishlagan bo'lsa, oshpazlarning har biri qancha vaqtdan ishlagan?
29. Ikkita daraxtda 16 ta chumchuq bor edi. Ikkinchi daraxtdan 2 ta chumchuq uchub ketgandan keyin, birinchi daraxtdan ikkinchisiga 5 ta chumchuq kelib qo'shildi. Shundan so'ng ikkala daraxtdagi chumchuqlar soni teng bo'ldi. Dastlab har bir daraxtda nechtdan chumchuq bo'lgan?
30. 10 dona olxo'ri massasi 3 ta olma va 1 ta nok massasiga teng bo'lib, 1 ta nok massasi esa 2 ta olxo'ri va 1 ta olma massasiga teng. Necha dona olxo'ri olinsa, ularning massasi 1 ta nok massasiga teng bo'ladi?
31. 2 ta koptok va 1 ta sharning massasi 152 gr. 2 ta shar va 1 ta koptokning massasi 94 gr bo'lsa, koptok va sharning massasini toping?
32. Uchta aka-ukalarning yoshlari biri-ikkinchisidan 4 yilga farq qiladi. Ularning eng kattasining yoshi eng kichigidan 5 marta katta. Ukalarning eng kichiji necha yoshda?
33. Uchta ikki xonali turli sonlar yig'indisi 34 ga teng. Ular qaysi sonlar?

34. Jismoniy tarbiya darsida o'quvchilar bir-ikkinchisidan 1 m oraliqda saflanishdi. Safning uzunligi 25 metrga teng bo'lsa, sinfda nechta o'quvchi bor?

35. Hovlida quyvonlar va tovuqlar sayr qilib yuribdi. Ularning boshlari soni 5 ta, oyoqlari soni 14 ta. Hovlida nechta quyvon va tovuqlar sayr qilib yuribdi?

36. Uchta baliqchi hammasi bo'lib 75 ta baliq tutishdi. Birinchisi 8ta, ikkinchisi 12 ta, uchinchisi 7ta baliqni qo'g'irib yegandan so'ng, ularda teng sondagi baliqlar qoldi. Birinchi baliqchi nechta baliq tutgan?

37. Massalari: 1kg, 2kg, 3kg, 4kg, 5kg, 6kg va 7kg bo'lgan shakar xaltachalarga solinib, 4 ta sumkaga joylashtirildi. Sumkalaridagi shakarning massalari bir xil bo'lishi uchun ular qanday joylashtirilishi kerak?

38. Agar ustunlar orasidagi masofalar 25 metrdan bo'lsa, 150 metrli telefon simini tortish uchun nechta ustun kerak bo'ladi?

39. Bolalar maydonchasida : 2 g'ildirakli va 3 g'ildirakli velosipedlar soni 8 ta bo'lib, ularning g'ildiraklari soni 21 ta. Maydonchada nechta 2 g'ildirakli va nechta 3 g'ildirakli velosipedlar bor?

40. Matematika olimpiadasida 6 ta masala berildi. Har bir to'g'ri javob uchun 3 ball berilib, har bir noto'g'ri javob uchun 2 ball ayrildi. Agar qatnashchilardan biri 8 ball yiqqan bo'lsa, u nechta masalaga to'g'ri javob bergan?

41. 3 ta daraxtda 36 ta qush bor edi. Birinchi daraxtdan ikkinchi daraxtga 6 ta qush, ikkinchisidan esa uchinchisiga 4 ta qush uchib o'tgandan so'ng, uchala daraxtdagi qushlar soni teng bo'ldi. Dastlab daraxtlarning har birida qushlar soni nechta bo'lgan?

42. Murod hozir 12 yoshda, Sardor esa 4 yoshda. Murod necha yoshga kirganda, uning yoshi Sardornikidan 2 marta katta bo'ladi?

43. Qutida qizil va ko'k rangli qalamlar soni zangori qalamlar soniga teng. Qizil qalamlar 7 ta, zangori qalamlar esa 13 ta bo'lsa, nechta ko'k rangli qalamlar bor?

44. Raqs to'garagiga 25 ta o'g'il bola va 19 ta qiz bolalar qatnashadi. Har haftada to'garakka 2 ta o'g'il bola, va 3 ta qiz bola kelib qo'shilishadi. Necha haftadan so'ng qiz bolalar va o'g'il bolalar soni teng bo'ladi?

45. Karimning uyida bir nechta tovuq, qo'y va sigir bor. Tovular va qo'ylarning oyoqlari soni 42 ta, tovuq va sigirlarning oyoqlari soni esa 54 ga teng. Agar qo'ylarning oyoqlari soni 20 ga teng bo'lsa, Karimning uyida nechta tovuq, qo'y va sigirlar bor?

TAKRORLASH UCHUN SAVOLLAR

1. Nostandart arifmetik masalalar deb qanday masalalarga aytiladi?

2. Yordamchi model kiritish usuli bilan nostandart arifmetik masalalar qanday yechiladi?

3. Nostandart arifmetik masalalar tanlash usuli bilan qanday yechiladi?

4. "Oxiridan boshlab" usuli bilan nostandart arifmetik masalalarni yechishning o'ziga xos xususiyatini yoritib bering?

5. Turli evristik usullar bilan nostandart arifmetik masalalarni yechish qanday amalga oshiriladi?

Tayanch so'zlar: nostandart masala, nostandart masala turlari, yordamchi model kiritish usuli, tanlash usuli, "oxiridan boshlab" yechish usuli, evristik usul.

I bob.

1. a) 6 ta detal, 9 ta detal. b) 78 kg. c) 72 kg. 2. 1 tokchada 30 ta kitob, 2 tokchaga 34 ta kitob, 3 tokchada 32 ta kitob qo'yilgan. b) 4km/soat, 12km/soat. 3. 375 km, 125 km. 4. 12 km. 5. 100 m/minut. 6. 60 km/soat. 7. 350km. 8/ 2 soat. 9. 2 soat. 10. 10 km/.soat. 11. 180 km. 12. 6 minut. 13. 60 litr.

II bob.

1. Odil. 2. Olim. 3. Vohid. 4. Qizil. 5. Davron. 6. Olxo'ri. 7. Sevvara-birinchi, Aziza-ikkinchi, Odina-uchinchi. 8. Yusuf. 9. Terak. 10. Rahim. 11. Latofat-sakkizinchi qavatda, Vasila-beshinchi qavatda, Kamola-uchinchi qavatda, Rahim-uchinchi qavatda. 12. Alisher-to'rtinchi qavatda, Vali-uchinchi qavatda, Karim ikkinchi qavatda. 13. 1-qutida- zangori shar, 2-qutida qizil shar, 3-qutida sariq shar. 14. 1-qutida zangori shar, 2-qutida qizil shar, 3-qutida ko'k shar, 4-qutida sariq shar. 15. Vali-11 yoshda, Rahima-7 yoshda, Salim-4 yoshda. 16. Mo'ydin, Sobir, Dilshod, Bahrom. 17. Botir Ahmedov, Karim Salomov. 18. Karimov- suvoqchi, Sobirova- bo'yoqchi, Ergashev- duradgor. 19. Karim- Namanganda, Odil- Andijonda, Davron- Farg'onada. 20. Anvar- 5 ga, Botir- 8 ga, Salim- 6 ga. 21. Vohid- birinchi o'rin, Sanjar- ikkinchi o'rin, Alisher- uchinchi o'rin. 22. Ahmad- Sodiqov, Temur-Yoqubov, Malik-Oripov. 23. Stakanda-sharbat, piyolada-choy, ko'zada- suv. 24. Stakanga - kofe, piyolaga-choy, kosaga -sut. 25. Bankaga-sharbat, stakanga- sut, piyolaga-limonad, chinniga- suv. 26. Karim- uchinchi o'rin, Botir- ikkinchi o'rin, Mansur- birinchi o'rin, Alisher- to'rtinchi o'rin. 27. 9 marta. 44. *Ko'rsatma*: 4 ta tangani 2 ta teng guruhga bo'lish kerak. 45. *Ko'rsatma*: 5 ta buyumni 2 tadan qilib 2 ta guruhga va 1 ta guruhga 1 ta qilib bo'lish kerak. 46. *Ko'rsatma*: 6 ta tangani 2 ta teng guruhga bo'lish kerak. 47. *Ko'rsatma*: 7 ta tangani 3 tadan qilib 2 ta guruhga va 1 ta guruhga 1ta qilib bo'lish kerak. 48. Ha. 49. *Ko'rsatma*: 12 ta tangani 2 ta guruhga teng qilib bo'lish kerak. 50. *Ko'rsatma*: 14 ta tangani 2 ta guruhga teng qilib bo'lish kerak. 51. *Ko'rsatma*: 21 ta tangani 3 ta teng guruhga bo'lish kerak. 52. Ha. 55. Ha. 56. 5 ta. 57. 3 ta. 58. Ha; yoq. 59. a) 4 ta; b) 9 ta; c) 10 ta. 60. 11 ta botinka.

JAVOBLAR

III bob.

2. 4 usul bilan. 3. 7 ta. 4. 20 ta. 5. 10 ta. 6. 6 usul bilan. 7. 25 ta. 8. 20 ta. 9. 435. 10. 120. 11. 4. 12. 725.

IV bob.

1. Teng bo'ladi. 2. 7 bo'lak. 3. 7 kundan keyin. 4. 46 metr. 5. 24 minutdan so'ng. 6. 6 minutdan so'ng. 7. 32 minut. 8. 5-zina. 9. 30 o'quvchi. 10. 2 minut. 11. 3 ta. 12. 15 ta. 13. 14 ta. 14. 2 ta. 15. 11 ta. 16. 11 ta. 17. 3 ta yog'och xoda, 6 arralash (1+2+3), 9 ta g'ola (2+3+4). 18. 5 ta nok, 20 ta olma. 19. 12 ta. 20. 1,2 va 3. 21. 1,1,2 va 4. 22. 1-vazada 14 ta, 2-vazada 7 ta, 3-vazada 6 ta. 23. Tovuqlar 3 ta, qo'ylar 5 ta. 24. 200 gramm. 25. 1- va 2- javonda 36 tadan kitob. 26. 70 ta. 27. 40 ta, 14 ta. 28. 75 minut, 100 minut. 29. 12 ta, 4 ta.. 30. 4 ta. 31. Koptok 70 gramm, shar 12 gramm. 32. 2 yosh. 33. 10,11,13. 34. 26 ta. 35. 2 ta quyon, 3 ta tovuq. 36. 24 ta. 37. 7 kg (1kg+6kg); (2kg+5kg); (3kg+4kg). 38. 7 ta. 39. 3 ta 2 g'ildirakli, 5 ta 3 g'ildirakli velosiped. 40. 4 ta. 41. 1-daraxtda 18 ta, 2-daraxtda 10 ta, 3-daraxtda 8 ta. 42. 16 yoshga kirganda. 43. 6 ta. 44. 6 haftadan so'ng. 45. 11 ta tovuq, 5 ta quyon, 8 ta sigir.

GLOSSARIY

Abstraktlash- mavhumlashtirish orqali nazariy umumlashmalar hosil qilishdan iborat ta'lim metodi.

Algoritm- ko'rsatilgan maqsadga erishish yoki qo'yilgan topshiriq(masala)ni yechishga qaratilgan vazifa(amal)lar ketma-ketligini bajarish borasida ijrochiga tushunarli va aniq ko'rsatmalar berish.

Analiz va sintez tadqiqot usullari- matematika o'qitishda turli shakllarda namoyon bo'ladi: masalalar yechish usuli, teoremlarni isbotlash usuli, matematik tushunchalar xossalari o'rganish usuli va xokazo.

Analogiya-taqqoslanayotgan ob'ektlarning xususiy xossalari (belgilari) o'xshashligiga asoslangan tasdiq bo'lib tahlil qilish natijasida hosil qilinadi.

Arifmetik usul bilan masalalar yechish- sonlar ustida arifmetik amallar bajarish orqali masala talabiga javob topish.

Algebraik usul bilan masalalar yechish- tenglama yoki tenglamalar sistemasini tuzish va yechish orqali masala talabiga javob topish.

Aniq masalalar- berilgan shartlar soni talablarni bajarish uchun zarur va yetarli sonda bo'lgan masalalar.

Davlat ta'lim standarti - matematikadan ta'lim mazmunining majburiy hajmini; o'quvchilarning yosh xususiyatlari va imkoniyatlarini hisobga olgan holda tanlanadigan o'quv yuklamasining yuqori miqdoridagi hajmini; asosiy yo'nalishlar bo'yicha o'quvchilarning bilim, ko'nikma va malakalariga qo'yiladigan talablar va ularni baholash me'yorlarini belgilaydi.

Deduksiya- tasdiqning bir shakli bo'lib, bitta umumiy hukmdan va bitta xususiy hukmdan yangi xususiy hukm keltirib chiqariladi.

Dirixle prinsipini qo'llashga doir mantiqiy masalalar- berilgan xossalarga ega bo'lgan ob'ektning mavjudligini bilvosita isbotlashda qo'llaniladigan mantiqiy usullardan biri bo'lib, uning mazmuni quyidagichadir: n ta qutida soni n dan ortiq bo'lgan predmatlar joylashtirilsa, u holda shunday quti topiladiki, unda bittadan ortiq predmet joylashadi.

Innovatsiya- yangidan kiritilgan tushunchalar, tartib qoidalar, texnologiyalar va yangiliklar.

Innovatsion texnologiya- pedagogik taraqqiyotni ta'minlashga qaratilgan tashkiliy faollik jarayoni.

Kechib o'tishga doir mantiqiy masalalar- bu turdagi masalalarda daryoning bir qirg'og'idan ikkinchi qirg'og'iga suzish vositasi (qayiq)dan foydalanib o'tkazish ko'rilib, bunda muammo vositalarining yetishmasligi, ular ko'tara oladigan yuk massasi chegaralanganligi, passajirlar soni va ularning tarkibi bilan bog'liq bo'ladi.

Kombinatorik masalalar- biror to'plamdan berilgan aniq xossalarni qanoatlantiruvchi to'plam ostilarini tanlab olish va ularni tartiblash bilan bog'liq masalalar.

Kuzatish - atrof va olam, alohida ob'ektlar va hodisalarining xossalari va munosabatlarini ular mavjud bo'lgan tabiiy sharoitlarda o'rganish usuli.

Ko'nikma - egallagan bilimlar asosida o'zgaruvchan sharoitlarda birorta faoliyatni amalga oshirish qobiliyati, lozim bo'lgan masala, vazifa.

Kreativ - o'quvchilarda ijodiy tafakkurni jadal (maqsadga yo'naltirilgan) ravishda rivojlantirish ta'limi.

Mantiq, logika - to'g'ri tafakkur yuritishning asosiy qonunlari va shakllari haqidagi fan.

Mantiqiy izchillik - pedagogik bilim va tushunchalarning uzviy bog'langan tadrijiy tizimi.

Matematik model - qandaydir real jarayon (vaziyatni) matematik tilda ifodalinishi.

Mantiqiy masalalar- qo'yilgan savolga javobni izlash mulohazalar yuritish asosida amalga oshiriladigan masalalar bo'lib, ularni yechishda hisoblashlarni bajarish yordamchi rolni o'taydi, yoki ba'zida umuman kerak bo'lmasligi mumkin.

Matnli masala- biror hodisaning qandaydir tarkibiy qismiga miqdoriy tavsif berish, kom'onentalari o'rtasida biror bir aloqaning mavjudligi yoki yo'qligini aniqlash talabi bilan ma'lum bir hodisaning(vaziyatning, jarayonning) tabiiy tildagi tavsifidir.

Masala shartlari- masala ob'ektining miqdoriy yoki sifat xususiyatlari va ular o'rtasidagi bog'lanish.

Ma'lumotlari yetishmaydigan masalalar- javobni olish uchun shartlar soni yetarli bo'lmagan masalalar

Masalani tahlil qilish- masalada keltirilgan vaziyatni to'liq tushunish, shartlar va talablarni ajratish, ma'lum va izlanayotgan ob'ektlar hamda ular orasidagi barcha munosabatlarni (bog'lanishlarni) ko'rsatish.

Ob'ekt - tadqiqot etilishi lozim bo'lgan narsa (predmet) va hodisalar (jarayonlar)dan iborat bo'lib, ular narsa va hodisalardan alohidaligi bilan farq qiladi.

Ortiqcha ma'lumotli masalalar- ortiqcha shartlar mavjud bo'lgan masalalar.

Pedagogik innovasiya (PI) - bo'lajak mutaxassislarni yangicha sharoitlarda ishlashga tayyorlovchi jarayon bo'lib, u oldingi egallagan bilimlar asosida ijobiy pedagogik samaralarni beruvchi yangicha yondashuv texnologiyasini yaratish va joriy etishdan iboratdir.

Pedagogik texnologiya (PT) - pedagogik (ijtimoiy) va texnologik yondashuvlar integrasiyasidir. PT ga YUNESKO ta'rifi: «PT ta'lim berish va o'zlashtirish usullarini yaratish, qo'llash, ularni yagona tizimga keltirish yo'li bilan inson salohiyati va texnik vositalarining barcha imkoniyalaridan muvofiq foydalanib, bilimlar o'zlashtirilishining eng maqbul jarayonidir».

Sintez- sintez olingan natijalarni umumlashtirishdan iborat pedagogik ilmiy tadqiqot metodi.

Tasnif -umumiy belgilariga ko'ra predmet, hodisa yoki tushunchalarning guruhlar, bo'limlar va toifalar kesimida taqsimlanishi.

Tarozida tortishga doir mantiqiy masalalar-bu turdagi masalalarni yechish asosida u yoki bu faktni o'rnatish (haqiqiy tengalar ichidan qalbaki tangani aniqlash, massasiga ko'ra yuklarni tartiblash va boshqalar) toshsiz, pallali tarozida amalga oshiriladi.

Taqqoslash - o'rganilayotgan ob'ektlarning o'xshashlik va farqlarini fikran ajratishdan iborat.

Tafakkur - inson ongida aks etgan ob'ektlar, tomonlar va xossalarni ajratish va ularni yangi bilim olish uchun boshqa ob'ektlar bilan tegishli munosabatlarda qo'yish jarayoniga

aytiladi. Umuman olganda, tafakkur ob'yektiv borliqning inson ongida faol aks ettirish jarayonidir.

Tizimlashtirish- pedagogik hodisalar va tushunchalarni guruhlariga ajratishga asoslangan faoliyat.

Tushuncha -narsa va hodisalarning muhim xususiyatlari, aloqalari mazmun- mohiyati va munosabatlarini aks ettiruvchi tafakkur shakli.

Uzluksiz ta'lim- o'zaro mantiqiy izchillik asosida bog'langan hamda soddadan murakkabga qarab rivojlanib boruvchi va bir-birini taqozo etuvchi bosqichlardan iborat yaxlit ta'lim tizimi.

Umumlashtirish- ob'ektlar to'plamiga tegishli va bu ob'ektlarni birlashtiruvchi birorta xossa fikran ajratiladi.

Evristik - bu yo'naltiruvchi savollar berish yo'li bilan o'qitish tizimi; to'qirlik, faollikni rivojlantirishga yordam beruvchi ta'lim metodi; o'quv-izlanishli; o'timallashtirilgan tafakkurni rivojlantiradi.

Eng yomon holni ko'rishga doir mantiqiy masalalar-bu turdagi masalalarni yechishda talab etilayotgan tasdiq eng yomon (noqulay) holat uchun o'rinli ekanligi ko'rsatilsa, u holda qolgan boshqa barcha hollar uchun u albatta doimo o'rinli bo'lishiga asoslanadi.

Quyishga doir mantiqiy masalalar-hajmi ma'lum bo'lgan ikki yoki undan ortiq bo'sh idishlardan foydalangan holda talab etilgan miqdordagi suyuqlikni o'lchab olish haqidagi masalalardir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. "Umumiy o'rta va o'rta maxsus, kasb-hunar ta'limining davlat ta'lim standartlarini tasdiqlash to'g'risida"gi O'zbekiston Respublikasi Vazirlar Mahkamasining 2017 yil 6 apreldagi 187-son Qarori // <https://lex.uz/docs/3153714> - O'zbekiston Respublikasi Qonun hujjatlari ma'lumotlari milliy bazasi.

2. Abdullayeva B.S., Sadiqova A.V., Xamedova N.A., Muxitdinova M.N., Toshpo'latova M.I., Boshlang'ich matematika kursi nazariyasi (Boshlang'ich ta'lim va sport tarbiyaviy ish bakalavriat ta'lim yo'nalishi talabalari uchun darslik). Tafakkur bo'stoni., Toshkent, 2018.-496 bet.

3. Jumayev M.E. Matematika o'qitish metodikasi. (OO'Y uchun darslik). - Toshkent: Turon "Iqbol", 2016 yil. - 426 b.

4. Истомина Н.Б. Учимся решать логические задачи. Математика и информатика. Тетрадь для 1-2 классов общеобразовательных организаций / Н.Б.Истомина, Н.Б.Тихонова. 9-изд. - Смоленск: Ассоциация XXI век, 2017. - 48 с.

5. Лихтарников Л.М. Занимательные логические задачи (Для учащихся начальной школы). - СПб.: Лань, МИК, 1996. - 125 с.

6. Mamadjanova M.K. Mantiqiy, kombinatorik va nostandart masalalar. O'quv qo'llanma. - Toshkent. "Innavatsiya- ziyo", 2020. - 99b.

7. Математика. Сборник задач: учеб.пособие для студ. учреждений высш.проф.образования// [Л.П.Стойлова, Е.А.Конобеева, Т.А.Конобеева, И.В.Шадрина]- М.: Издательский центр "Академия", 2012. - 240 с.- (Сер.Бакалавриат).

8. Xamedova N.A., Ibragimova Z., Tasetov T., Matematika. Darslik. T. Turon-iqbol, 2007.-363bet.

9. Стойлова Л.П. Математика: учебник для студ. учреждений высшего образования// Стойлова Л.П.4-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2014. - 464 с.- (Сер. Бакалавриата).

MUNDARIJA

SO'Z BOSHI	3
I BOB. MATNLI MASALALAR VA ULARNI YECHISH JARAYONI	5
1-§. Matnli masala haqida tushuncha.....	5
2-§. Masalalarni arifmetik usul bilan yechish.....	9
3-§. Masalalar yechish jarayonini modellashtirish.....	17
4-§. Harakatga va boshqa jarayonlarga doir masalalar.....	22
Masalalar.....	
II BOB. MANTIQIY MASALALAR	35
1-§. Mantiqiy masalalarni yechish jaronida modellashtirish.....	35
2-§. To'plam elementlarini tartiblash va to'plamlar o'rtasida o'zaro bir qiymatli moslikni o'rnatishga doir masalalar.....	42
3-§. Kechib o'tish va quyishga doir masalalar.....	52
4-§. Tarozida tortish, eng yomon holni ko'rish va Dirixle prinsipiga doir masalalar.....	64
Masalalar.....	
III BOB. KOMBINATORIK MASALALAR	77
1-§. Kombinatorik masala haqida tushunchsa. Kombinatorik masalalarning asosiy turlari.....	77
2-§. Boshlang'ich sinflar matematikasida kombinatorik masalalar va ularni yechish usullari.....	84
Masalalar.....	
VI BOB. NOSTANDART ARIFMETIK MASALALAR	92
1-§. Nostandart arifmetik masalalarni yordamchi model kiritish usuli bilan yechish.....	92
2-§. Nostandart arifmetik masalalarni tanlash usuli bilan yechish.....	94
3-§. Nostandart arifmetik masalalarni "oxiridan boshlab" usuli bilan yechish.....	94
4-§. Nostandart arifmetik masalalarni turli evristik usullar bilan yechish.....	96
Masalalar.....	99
JAVOBLAR.....	104
GLOSSARIY.....	106
FOYDALANILGAN DABIYOTLAR.....	110

ISBN 978-9910-9843-1-0



9 789910 984310