

**O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY TALIM, FAN VA  
INNOVATSİYALAR VAZIRLIGI**

**I.KARIMOV NOMIDAGI TOSHKENT DAVLAT  
TEXNIKA UNIVERSITETI**

**D.B. YUSUPOV**

# **NOCHIZIQLI OPTIKA**

**Darslik**

**(I qism)**

**60711700 – Lazer-yorug'lik texnologiyalari va  
optoelektronika**

**"FAN VA TA'LIM" NASHRIYOTI  
TOSHKENT - 2023**

**UO‘K: 535.18(075)**

**KBK: 22.343ya7**

**Yu91**

**Yusupov, D.B.**

Nochiziqli optika [Matn]: darslik / D.B. Yusupov. – Toshkent: “Fan va ta’lim” nashryoti, 2023. – 264 b.

Ushbu darslikda sistematik ravishda nochiziqli optik jara-yonlarning nazariyasi va sodir bo‘lish mexanizmlari yoritilgan. Sekin o‘zgaruvchi amplitudalar uslubi orqali garmonikalar generatsiyalari, yorug‘likning majburiy kombinatsion sochilishi, yorug‘likning o‘z-o‘zidan fokusirovkasi va defokusirovkasi hamda kvant optikasi muammolari o‘rganilgan. Chastotani samaradorlik bilan o‘zgartirish usullari bayon etilgan.

Darslik 60711700 – “Lazer-yorug‘lik texnologiyasi va optoelektronika” mutaxassisligi bo‘yicha oliy texnika ta’lim muassasalarida tahsil olayotgan talabalar uchun mo‘ljallangan. Bundan tashqari, u magistratura talabalari hamda lazer texnologiyasi va optoelektronika yo‘nalishi bo‘yicha asboblar va qurilmalarni ishlab chiqish bilan shug‘ullanadigan xodimlar uchun foydali bo‘lishi mumkin.

**ISBN: 978-9943-9606-3-3**

© D.B. Yusupov, 2023  
© “Fan va ta’lim”, 2023

## MUNDARIJA

<b>1-BOB. “NOCHIZIQLI OPTIKA” FANIGA KIRISH, FANNING VAZIFALARI, PREDMETI VA ASOSIY TUSHUNCHALARI HAMDA BOSHQA FANLAR BILAN ALOQALARI.....</b>	<b>6</b>
1.1. “Nochiziqli optika” faniga kirish.....	6
1.2. “Nochiziqli optika” fanining vazifalari, predmeti, asosiy tushunchalari va boshqa fanlar bilan aloqalari .....	11
1.3. Nochiziqli optikaning rivojlanish bosqichlari. Nochiziqli optik qurilmalar va ularning qo‘llanilishi. Nochiziqli optikaviy effektlarning tasnifi .....	22
1.4. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar .....	29
<b>2-BOB. MODDANING CHIZIQLI, NOCHIZIQLI QUTBLANISHI VA SINGDIRUVCHANLIGI .....</b>	<b>31</b>
2.1. Nochiziqli muhitda elektromagnit maydon uchun to‘lqin tenglamasi. Sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usuli .....	31
2.1.1. Nochiziqli optik tenglama va ularni tahlil qilishning analitik usullari .....	37
2.2. Muhitning nochiziqli qutblanishi. Nochiziqli optikaning asosiy tenglamasi .....	43
2.3. Yorug‘lik dispersiyasi va nostatsionar nochiziqli optika tenglamalari.....	45
2.4. Moddaning nochiziqli optik sezgisi (otklik). Angarmonik ossillyator .....	53
2.5. Kuchli elektromagnit maydondagi moddaning o‘zini tutishini kvant-mexanik tahlil qilish asoslari.....	65

2.6. Nochiziqli optik singdiruvchanlik va nochiziqli optik jarayonlar .....	72
2.7. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar .....	78
<b>3-BOB. PARAMETRIK NOCHIZIQLI OPTIK JARAYONLAR .....</b>	<b>81</b>
3.1. Kvadratik muhitlarda uch chastotali parametrik optic jarayonlar .....	81
3.2. Fazaviy sinxronizm sharti .....	89
3.3. Ikkinchi garmonika generatsiyasi va uning tenglamalari ..	95
3.3.1. Bir jinsli muhitlarda statsionar ikkinchi garmonika generatsiyasi .....	97
3.3.2. Bir jinsli muhitlarda statsionar ikkinchi garmonika generatsiyasi tenglamasining aniq yechimi .....	101
3.3.3. Bir jinsli muhitlarda ikkinchi garmonikaning nostatsionar generatsiyasi .....	108
3.3.4. Bir jinsli bo‘lmagan muhitlarda ikkinchi garmonikaning statsionar generatsiyasi .....	113
3.4. Optik to‘g‘rilash .....	153
3.5. Yorug‘lik chastotalarining yig‘indisi va ayirmasi nurlanishlarining generatsiyasi .....	155
3.6. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar .....	172
<b>4-BOB. NURLANISHNING O‘Z-O‘ZIGA TA’SIRI .....</b>	<b>179</b>
4.1. O‘z-o‘ziga ta’sir fizikasi. Muhitning nochiziqli sindirish ko‘rsatkichi .....	179
4.2. Fazoviy o‘z-o‘zidan modulyatsiyalanish. Spektrning	

kengayishi .....	184
4.3. Quvvatli elektromagnit nurlanishning nochiziqli muhitda tarqalishi. Kvazistatsionar o‘z-o‘zidan fokuslanishi .....	191
4.4. Ko‘p fotonli jarayonlar. Ko‘p fotonli yutilish va to‘yinish....	207
4.5. Lazer impulsning spektral kengligi va davomiyligi orasidagi bog‘lanish.....	218
4.6. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar .....	228
<b>5-BOB. YORUG‘LIKNING MAJBURIY KOMBINATSION SOCHILISHI .....</b>	<b>230</b>
5.1. Yorug‘likning majburiy kombinatsion sochilishini ifodalash usullari .....	230
5.2. Mandelshtam-Brillyuen majburiy kombinatsion sochilishi .....	238
5.3. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar .....	248
Xulosa .....	249
Glossariy .....	256
Qisqartma belgilar ro‘yxati .....	259
Foydalilanilgan adabiyotlar ro‘yxati.....	261

# **1-BOB. “NOCHIZIQLI OPTIKA” FANIGA KIRISH, FANNING VAZIFALARI, PREDMETI VA ASOSIY TUSHUNCHALARI HAMDA BOSHQA FANLAR BILAN ALOQALARI**

## **1.1. “Nochiziqli optika” faniga kirish**

Hozirgi vaqtida nochiziqli optika fani jadal rivojlanayotgan soha bo‘lib, u nafaqat fundamental nazariy bilimlar tizimi, shu bilan bir qatorda, muhim amaliy va muhandislik muammolarini hal qilish imkonini ham bajarmoqda. Nochiziqli optik jarayonlarni o‘rganish fizika va matematikada ko‘plab yangi usullarni (har xil yaqinlashishdagi) qo‘llash imkonini berdi hamda lazer texnologiyasi, spektroskopiya, optik tolali aloqa liniyalari, fotonika va optoinformatikaning rivojlanishiga katta hissa qo‘shti, shuningdek, ekologiya va tibbiyot kabi sohalarda qo‘llash imkonini berdi.

Nochiziqli optikaning yaratilishi XX asr 60-yillarining boshlarida yorug‘lik to‘lqin uzunligi diapazonida yangi kuchli nurlanish manbalari - optik kvant generatorlari (lazerlar-OKG) yaratilishi bilan bevosita bog‘liq. Lazerlarning yaratilishi va kvant elektronikasining rivojlanishi optikadagi vaziyatni tubdan o‘zgartirdi. Ma’lum bo‘ldiki, yorug‘likning to‘g‘ri chiziqli tarqalishi, yorug‘likning turli muhitlar chegarasidan qaytishi va sindirish, muhitda tarqaladigan yorug‘lik nurlanining bir-biriga bog‘liq bo‘lmay tarqalishi kabi geometrik optikaning mashhur qonunlari, shuningdek, to‘lqin va kvant optikasining ba’zi makroskopik qonunlari juda keng tarqalgan. Lekin ular faqat yorug‘lik nurining intensivligining kuchsiz qiymatlarida o‘rinli bo‘lishi aniqlandi. Lazer nurlanishi intensivligining kuchli qiymatlarida, yuqorida qayd etilgan qonunlar bajarilmaydi, boshqacha qilib aytganda, ushbu holda muhitning xossalari intensivlikka bog‘liq ravishda o‘zgaradi, bu esa o‘z navbatida, yangi fizikaviy jarayonlarga olib keladi.

Gap shundaki, impulsli lazer tomonidan chiqarilgan yorug‘lik intensivligi har qanday an’anaviy (ularni lazerdan oldingi deb atash mumkin) yorug‘lik manbalarining intensivligidan ko‘p marta kattaroqdir. Masalan, standart spektral chiroqdan (masalan, simob chiroq) yorug‘lik intensivligi  $I = 10^4 \text{ Vt} / \text{m}^2$  ga teng bo‘lsa, standart impulsli lazer uchun u  $10^{14} \text{ Vt} / \text{m}^2$  ga teng va zamonaviy o‘ta kuchli qisqa impulsli lazer (femtosekundli) bo‘lsa  $I = 10^{24} \text{ Vt} / \text{m}^2$ . Bunday intensivlikda yangi optik

effektlar paydo bo‘ladi va ilgari ma’lum bo‘lgan hodisalarning tabiatini sezilarli darajada o‘zgaradi. Mavjud **ikkita asosiy sabab** – kuchsiz va kuchli intensivlikdagi yorug‘lik maydonlarining modda bilan o‘zaro ta’sirining xarakteri turlicha bo‘ladi.

**Birinchidan**, yorug‘likning kuchsiz intensivligida, kuchli intensivlikda mikroskopik darajada o‘zaro ta’sirni aniqlaydigan bir fotonli jarayonlardan tashqari, ko‘p foton jarayonlari asosiy rol o‘ynaydi. Bu yorug‘likning modda atomi bilan elementar o‘zaro ta’sirida bir emas, balki bir nechta fotonlarni yutishini anglatadi.

**Ikkinchidan**, kuchli intensivlikda moddaning xossalari (moddani xarakterlovchi fizik kattaliklar) unda tarqaladigan yorug‘lik ta’sirida o‘zgaradi. Moddaning xarakteristikalarini tushayotgan yorug‘likning intensivligiga qarab o‘zgaradi, ya’ni muhitning nochiziqli xususiyati paydo bo‘ladi. Natijada optik hodisalar yorug‘lik intensivligining qiymatiga bog‘liq bo‘ladi.

Binobarin, kuchsiz intensivlik nuriga xos bo‘lgan o‘zaro ta’sirning chiziqli tabiatidan farqli o‘laroq, kuchli intensivlikda o‘zaro ta’sir chiziqli bo‘lmaydi. Shu sababli, “chiziqli optika” va “nochiziqli optika” zamonaviy tushunchalarining ma’nosini kuchsiz va kuchli yorug‘lik intensivligi optikasiga mos keladi.

Nochiziqli optikada, chiziqli optikadan farqli o‘laroq, mikroskopik, atom darajasidagi hodisalar hal qiluvchi rol o‘ynaydi va superpozitsiya prinsipi bajarilmaydi. Unga ko‘ra turli xil chastotali yorug‘lik to‘lqinlari, yo‘nalishi, qutblanishi, tarqalishi va atrof-muhit bilan bir-biridan mustaqil ravishda o‘zaro ta’siri bo‘yicha farqlanadi. Muhitdagi kuchli yorug‘lik to‘lqini, birinchidan, o‘z-o‘zini ta’sir qiladi, ikkinchidan, bu muhitda boshqa to‘lqinlarning tarqalishiga ta’sir qiladi, shu sababli *superpozitsiya prinsipi bajarilmaydi*, unga ko‘ra chastotasi, yo‘nalishi, qutblanishi bilan farq qiluvchi turli xil yorug‘lik to‘lqinlari bir-biri bilan va muhit bilan o‘zaro ta’sirlashadi. Muhitdagi kuchli yorug‘lik to‘lqini, birinchidan, o‘z-o‘ziga ta’sir qiladi, ikkinchidan, bu muhitda boshqa to‘lqinlarning tarqalishiga ta’sir qiladi.

Shunday qilib, *nochiziqli optika* — fizikaviy optikaning intensiv yorug‘lik to‘lqinlarining tarqalishi va ularning modda bilan o‘zaro ta’sirini o‘rganuvchi bo‘limi bo‘lib, bunda optik hodisalarning tabiatini nurlanish intensivligiga bog‘liq ravishda o‘rganiladi.

“Nochiziqli optika” atamasi birinchi marta sovet fizigi S.I. Vavilov tomonidan 1920-yilda kiritilgan. XX asrda chiziqli optika qonunlarining taxminiy ekanligi va faqat lazer paydo bo‘lgunga qadar mavjud bo‘lgan juda kuchli bo‘limgan yorug‘lik maydonlari uchun qo‘llaniladi. Biroq kvant nazariyasining rivojlanishi bilan elektronika tajribada yangi qonuniyatlarni kashf etdi, nazariy talqini bilan birgalikda ular olimlarga optik chastota diapazonidagi nochiziqli jarayonlarni to‘liq o‘rganish uchun vositani berdilar.

Nochiziqli optika usullarini rivojlantirishga katta hissa qo‘shgan rus fiziklari G.A. Askaryan, S.A. Axmanov, G.S. Gorelik, N.B. Delone, D.N. Klyshko, L.I. Mandelstam, A.M. Proxorov, A.P. Suxorukov, R.V. Xoxlov, golland tadqiqotchisi, fizika bo‘yicha Nobel mukofoti laureati N. Blombergen, shuningdek, amerikalik olimlar R. Gudmundsen, P. Jonson, D. Jordmeyn, A. Forrester, P. Frankenlar hisoblanadi.

Nochiziqli optika usullari optikaning barcha an’naviy tarmoqlariga kirib bordi va uning bir qator yangi yo‘nalishlari (polyarizatsiya tekisligining nochiziqli aylanishi, nochiziqli differaksiya, nochiziqli magnitoptika va boshqalar) asosida yotadi. Yorug‘lik maydonining intensivligi oshishi bilan tobora ko‘proq yangi nochiziqli jarayonlar ochilmoqda.

Nochiziqli optika hodisalarini qo‘llashning muhim sohasi axborotni uzatish va qayta ishlash uchun optik tolali tizimlar uchun zamonaviy qurilmalarni takomillashtirish hamda istiqbolli qurilmalarni ishlab chiqishdir. XXI asrning aloqa texnologiyasi signallarni konvertatsiya qilish, uzatish va almashtirish jarayonlari faqat yorug‘lik to‘lqin uzunligi diapazonida sodir bo‘ladigan keng polosali va shovqindan himoyalangan optik tarmoqlarni yaratishga imkon beradi. Fan va texnologiyaning ushbu sohasi jadal rivojlanmoqda hamda bu sohada ishlaydigan mutaxassislarini tayyorlash darajasiga jiddiy talablar qo‘yadi.

Ushbu darslik bakalavriat tizimida “Laser-yorug‘lik texnologiyalari va optoelektronika” ta’lim yo‘nalishi bo‘yicha tahsil olayotgan talabalar uchun ishlab chiqilgan. Asosiy e’tibor, energiya zichliklari, yuqori yorug‘lik maydonlarining modda bilan o‘zaro ta’siri va nochiziqli optik effektlarning paydo bo‘lishiga olib keladigan fizik jarayonlarni tahlil qilishga, shuningdek, ikkinchidan, ularni amaliyotda texnikaning turli sohalarida, masalan, optik tolali tizimlarda qo‘llashga qaratilgan.

Darslik nochiziqli optika asoslarining tizimli taqdimoti sifatida qaralmasligi kerak. Shu maqsadda quyida keltirilgan fundamental darsliklarga [1-3] murojaat qilish kerak va u yerda tavsiya etilgan adabiyotlar ro'yxatidan foydalanish mumkin. Ushbu darslikda fizik miqdorlar birliklarining SI tizimi qo'llaniladi.

Quyida nochiziqli optika sohasini rivojlantirishda juda katta hissa qo'shgan ikki nafar rus olimlari haqida qisqacha ma'lumotlar keltirilgan.



Akademik  
Sergey Ivanovich Vavilov  
(1891-1951) - sovet fizigi, fizik optikada  
fundamental asarlar muallifi.



Akademik  
Rem Viktorovich Xoxlov  
(1926-1977) - Nochiziqli optika  
asoschilaridan biri.

S. I. Vavilov lazer qurilmalari yaratilishidan ancha oldin yorug'lik nurlanishining intensivligi ortganda ilgari kuzatilmagan nochiziqli jarayonlar sodir bo'lishi mumkinligini olib borgan tajribalariga asoslanib, birinchi marta ta'kidlagan olimdir.

Akademik R. V. Xoxlov esa prof. S.A. Axmanov bilan birgalikda o'tgan asrning 60-yillarida nochiziqli optik jarayonlarni tahlil qilish uchun sekin o'zgaruvchan amplitudalar metodini taklif etgan. Ushbu metod hozirgi kungacha statsionar va nostatsionar lazer nurlanishlari ta'sirida bir jinsli hamda bir jinsli bo'limgan muhitlarda nochiziqli optik jarayonlarni tahlil qilishda keng qo'llanib kelinmoqda va u ilgari ma'lum bo'limgan yangi jarayonlarni o'rghanishga yordam bermoqda.

Lazer texnologiyasini va nochiziqli optika yo'nalishini respublikamizning ilmiy markazlarida rivojlanishini tashkillashtirishda juda katta hissa qo'shgan taniqli olim f.m.-f.d., O'zbekiston Respublikasi FAning Akademigi va O'zbekiston Respublikasi FAning sobiq prezidenti, marhum ustozimiz Po'lat Qirgizbayevich Xabibullayev

hisoblanadi. P.Q. Xabibullayev Toshkent shahrida 1977-yilda, sobiq SSSR davlati paytida O‘zbekiston Respublikasi FAning qoshida “Issiqlik fizikasi” bo‘limini (institut statusga ega) tashkil etgan va umrining oxirigacha uning rahbari lavozimida faoliyat olib borgan. P.Q. Xabibullayev ushbu ilmiy markazga yosh iqtidorli fizik olimlarga yangi laboratoriylar tashkillashtirib, optika va akustika yo‘nalishlari bo‘yicha ilmiy izlanishlarga rahbarlik qilgan, juda ko‘p fan doktorlari va nomzodlarini tayyorlagan taniqli olim bo‘lganlar.



*Xabibullaev Po‘lat Qirgizbayevich  
(1936 -2010), fizika-matematika  
fanlari doktori, professor, O‘zbekiston  
Fanlar Akademiyasining akademigi,  
Rossiya Fanlar Akademiyasining  
muxbir a’zosi*



*Usmanov Timurbek Bekmuradovich  
(1942-2021), fizika-matematika fanlari  
doktori, professor, O‘zbekiston Fanlar  
Akademiyasining akademigi*

Shu o‘rinda, O‘zbekiston Respublikasida nochiziqli optika sohasining rivojlanishiga katta hissa qo‘sghan olimlarning ilmiy ishlarini ta’kidlash lozim, deb o‘yayman. Nochiziqli jarayonlarning samaradorligini oshirishga ulkan hissa qo‘sghan olimlardan biri marhum, fizika-matematika fanlari doktori, professor, O‘zbekiston FAning haqiqiy a’zosi Usmanov Temur Bekmurodovich. T.B. Usmanov O‘zbekiston FA “Ion-plazma va lazer texnologiyalari” institutining “Lazer nurlanishining moddalar bilan ta’siri” ilmiy laboratoriyasiga umrining oxirgi kunlarigacha rahbarlik qilgan va juda nufuzli olimlardan tashkil topgan ilmiy laboratoriyanı tashkil etgan. Ushbu laboratoriya olimlarining ilmiy natijalari xalqaro miqyosda tan olingan. Jumladan, T.B. Usmanovning tashabbusi bilan 1984-yilda ushbu laboratoriya xodimlari ilmiy izlanishlari (nochiziqli jarayonlarning samaradorligini

eksperimental usul bilan 90 foizga yetkazgan) uchun boshqa xalqaro ilmiy markazlar olimlari (Rossiya) bilan hammualliflikda sobiq SSSR davlatining davlat mukofoti bilan taqdirlangan.

Ushbu sohaning respublikamizda rivojlanishiga katta hissa qo'shgan yana bir zamondosh allomamiz, fizika-matematika fanlari doktori, professor, O'zbekiston FAning haqiqiy a'zosi Baxramov Sagdulla Abdullayevich hisoblanadi. S.A. Baxramov gazlarda lazer nurlanishining chastotasini o'zgartirish bo'yicha ilmiy izlanishlar olib borib, yuqori ilmiy natijalarga erishgan va 300 dan ortiq ilmiy maqolalar hamda bir nechta monografiyalarga mualliflik qilgan. Hozirda S.A. Baxramov shogirdlari bilan birgalikda O'zbekiston FA "Ion-plazma va lazer texnologiyalari" institutida quyosh energiyasi bilan damlash orqali yangi tipdagi lazerlarni yaratish ustida ilmiy izlanishlar olib bormoqda.

## **1.2. "Nochiziqli optika" fanining vazifalari, predmeti, asosiy tushunchalari va boshqa fanlar bilan aloqalar**

**"Nochiziqli optika"** fanini o'zlashtirish uchun talaba birinchi navbatda, "Chiziqli optika" fanining asoslarini: yorug'lik nurini, uning to'lqini va kvant xususiyatlarini, yorug'lik maydoni uchun superpozitsiya prinsipini, geometrik optika qonunlarini va ularning qo'llanish chegaralarini, yorug'likning dispersiyasi, qutblanishi va kogerent yorug'lik manbalari (Lazer) va ularning xususiyatlarini bilishi lozim. Albatta, har qanday fizik jarayon ma'lum tenglamalar orqali ifodalanadi va ularni tahlil qilish uchun ma'lum darajada oliv matematika fanining asosini bilishi zarur. Shunday qilib, "Nochiziqli optika" fani "Optika", "Oliy matematika", elektronika, hamda fotonikaga taalluqli mutaxassislik va boshqa tabiiy fanlar bilan uzviy bog'langandir.

**"Nochiziqli optika"** fanining vazifalari yuqori quvvatli turli rejimda ishlaydigan (uzluksiz va impulsli) kogerent lazer manbalarining nurlanishlarini har xil nochiziqli moddalar bilan ta'sirlashishi natijasida hosil bo'ladigan nochiziqli jarayonlarning fizikaviy asosini o'rGANIB, ularni amaliyotda va tajribada qo'llay olishni o'rgatishdan iborat.

Moddada yorug'likning tarqalishi haqida gapirganda, uning ta'siri ostida muhitning xususiyatlari o'zgarmasligi taxmin qilinadi. Bu xususan, har qanday to'lqin maydonini oddiyroq fazoviy konfiguratsiyaning (masalan, yassi monoxromatik to'lqinlar shaklida)

maydonlari (komponentlari) yig‘indisi sifatida ko‘rib chiqishga imkon beruvchi superpozitsiya prinsipini nazarda tutadi. Bundan tashqari, komponentlarning har biri boshqalardan mustaqil ravishda ko‘rib chiqilishi mumkin. Superpozitsiya tamoyilini asoslovchi fizikaviy sabab quyidagilardir. Atom va molekulalarning tuzilishi hamda optik xususiyatlarini belgilovchi asosiy elementi bo‘lgan elektr maydonlari juda kattadir. Lazerdan oldingi davrda mavjud bo‘lgan yorug‘lik manbalari, hatto barcha mumkin bo‘lgan optik tizimlardan foydalangan holda ham, yorug‘lik elektromagnit to‘lqinida elektr maydonlarini ko‘p marta atom ichidagilarga qaraganda kichikroq. Bu shuni anglatadiki, to‘lqinning elektromagnit maydonining muhit xususiyatlariga ta’siri ahamiyatsiz va real sharoitlarda o‘zini namoyon qilmaydi. Bu holda muhitning tashqi optik ta’sirga munosabati to‘lqindagi elektr maydonining kattaligiga mutanosib (chiziqli) bo‘ladi va chiziqli superpozitsiya prinsipi bajariladi. Shuning uchun yorug‘likning materiya bilan o‘zaro ta’sirida paydo bo‘ladigan bunday hodisalarni nazariy tavsiflash tizimi chiziqli optika deb ataladi. Kvantni kuchaytirish prinsipining kashf etilishi va shu asosda optik kvant generatorlarini (lazerlarni) yaratish atom ichidagi maydon bilan taqqoslanadigan intensivlikdagi optik maydonlarni hosil qilish imkonini berdi. Bunday optik nurlanishning muhitga ta’siri uning optik xususiyatlarining o‘zgarishiga olib keladi. Bu shuni anglatadiki, muhitdagi to‘lqin o‘z-o‘ziga ta’sir qiladi, shuning uchun u boshqa to‘lqinlar (va nafaqat elektromagnit) muhitida tarqalish jarayonlariga ta’sir qilishi mumkin. Tabiiyki, bu holda superpozitsiya prinsipi endi bajarilmaydi, bu esa yangi, ilgari kuzatilmagan hodisalarning paydo bo‘lishiga olib keladi va yangi nazariy yondashuvlarni ishlab chiqishni talab qiladi. Bu nochiziqli optika deb ataladigan yangi fan sohasi.

“Nochiziqli optika” atamasini birinchi marta 1925-yilda rus olimi S.I.Vavilov kiritgan bo‘lib, uran oynalari orqali yuqori intensivlikdagi optik nurlanish o‘tganda yorug‘likning yutilishining pasayishini kuzatishga muvaffaq bo‘lgan. O‘tgan asrning 60-yillari boshidan boshlab, lazerlar yaratilgandan so‘ng nochiziqli optik hodisalar nafaqat kuzatish uchun mavjud bo‘ldi, balki moddalarni o‘rganish uchun jiddiy vositaga aylandi, lazer texnologiyasi mutlaqo yangi qurilmalarni yaratish uchun asos bo‘ldi.

**Shunday qilib, nochiziqli optikaning predmeti** yorug'lik va moddalarning o'zaro ta'siri jarayonlaridir, ularni intensivlikka bog'liq ravishda o'rganishdan iborat. Bunday jarayonlarga muhitning rezonansli yorug'lanishi (Prosvetlenie) hodisalari, yorug'likning ikki fotonli yoki ko'p fotonli yutilishi, muhitning optik teshilishi (yorilishi), optik garmonikalarning generatsiyasi, yorug'likning parametrik generatsiyasi, yorug'likning "to'g'rilanishi", yorug'likning majburiy sochilishi, yorug'lik nurlarining o'z-o'ziga ta'siri, yorug'lik nurlarining o'z-o'zidan fokuslanishi, yorug'likning o'z-o'zini modulyatsiyasi paydo bo'lishi kabi jarayonlar kiradi.

### **"Nochiziqli optika" fanining asosiy tushunchalari**

Yorug'lik elektromagnit tabiatga ega bo'lib, ko'zga ko'rindigan to'lqin uzunligi diapazonida fazoda tarqaladigan o'zgaruvchan elektromagnit maydondir. Bir-biriga bog'langan ikkita komponentga ega bo'lgan yorug'lik to'lqinida - elektr va magnit maydon kuchlanganligi vektorlari tebranishlari sodir bo'ladi,  $\vec{E} = \vec{E}(x, y, z, t)$  va  $\vec{H} = \vec{H}(x, y, z, t)$  mos ravishda to'lqinning elektr va magnit maydonlarining kuchlanganligi vektorlaridir [4-6].

$\vec{E}$  va  $\vec{H}$  vektorlarning tebranishlari bir xil fazada sodir bo'ladi, ularning miqdorlarining oniy qiymatlari  $E$  va  $H$  elektromagnit maydon uchun Maksvell tenglamalariga asosan, quyidagicha munosabat bilan bog'langan:

$$\varepsilon_0 \varepsilon E^2 = \mu_0 \mu H^2, \quad (1.1)$$

bu yerda  $\varepsilon_0$  va  $\mu_0$  mos ravishda elektr va magnit doimiyalar (ularning formulalarda mavjudligi elektrodinamika tenglamalarini yozish uchun SI birliklar tizimidan foydalanish bilan bog'liq),  $\varepsilon$  va  $\mu$  – mos ravishda yorug'lik to'lqini tarqalayotgan muhitning dielektrik va magnit kirituvchanliklari. Tajribalar shuni ko'rsatadiki, yorug'likning fotokimyoiy, fotoelektrik va boshqa jarayonlari elektr vektorining tebranishlari tufayli yuzaga keladi. Shunga asoslanib, *yorug'lik vektori tushunchasi* deganda - elektr maydon kuchlanganligining vektorini  $\vec{E}$  anglatadi.

Keling, yorug'lik vektorining amplitudasi  $E_m$  skalyar kattalik bilan yorug'lik intensivligi  $I$  o'rtasidagi bog'lanishni o'rnatamiz. Yorug'lik intensivligi  $I$  deganda yorug'lik energiya oqimi zichligining vaqt bo'yicha o'rtacha qiymatining moduli tushuniladi:

$$I = \langle E \cdot H \rangle. \quad (1.2)$$

(1.1) va (1.2) formulalarni hisobga olgan holda biz quyidagilarni topamiz:

$$I = \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu}} \cdot \langle E^2 \rangle. \quad (1.3)$$

Yassi yorug'lik to'lqini uchun elektr maydon kuchlanganligi quyidagicha ifodalanadi:

$$E(x, t) = E_m \cdot \cos(\omega t - kx),$$

bu yerda  $E_m$ - to'lqin amplitudasi,  $\omega$  - siklik chastota,  $k = 2\pi/\lambda$  - to'lqin soni,  $\lambda$ - to'lqin uzunligi,  $\varphi(x, t) = (\omega t - kx)$ - to'lqinning muayyan t vaqtdagi  $x$  nuqtadagi fazasi. Yassi yorug'lik to'lqin intensivligi  $I$  uchun biz quyidagi ifodani olamiz:

$$I = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0 \epsilon}{\mu_0 \mu}} \cdot E_m^2. \quad (1.4)$$

Bu yerda  $\epsilon_0, \mu_0$  – mos ravishda elektr va magnit maydoni doimiyлари,  $\epsilon, \mu$  – muhitning elektr va magnit kirituvchanliklari, (1.4) ga asosan yorug'lik bir jinsli ( $\epsilon, \mu = \text{const.}$ ) muhitda tarqalsa, uning intensivligi  $I$  yorug'lik vektori amplitudasining  $E_m$  kvadratiga proporsional bo'ladi.

Ko'pgina optik hodisalarda an'anaviy yorug'lik manbalaridan foydalanib o'r ganilganda, eksperimental natijalarning miqdoriy qiymatlari va sifati o'lchov asboblarida qayd qilinganda yorug'lik intensivligi  $I$  ga bog'liqligi sezilmaydi (yoki yorug'lik vektorining amplitudasi  $E_m$ ). Yaqin vaqtgacha yorug'likning modda bilan o'zaro ta'sirini tafsiflash uchun yagona shkala to'lqin uzunligi shkalasi edi. Muhitning sindirish ko'rsatkichi, yutilish koeffitsiyenti va o'tish koeffitsiyenti kabi optik xususiyatlari fizik ma'lumotnomalarda yorug'likning qanday intensivlikda o'lchanganligi ko'rsatilmagan holda o'r ganilgan.

Albatta, u yoki bu jarayonni o'r ganishda eksperimentator uchun tajribada yorug'lik manbasining intensivligi har doim muhim bo'lgan. Bu xususan, ishlatiladigan asbob-uskunalarning sezgirligiga qo'yiladigan

talablarni aniqlaydi. Shunday qilib, lazerlar kashf etilguncha o'tkazilgan eksperimental optikada nurlanish intensivligi eksperimental texnologiya darajasini tavsiflaydi va o'rganilayotgan fizik hodisalarga deyarli hech qanday ta'siri bo'lмаган.

Ushbu bosqichda fiziklar tabiiy savolga javob izlashlari kerak edi: bu optik hodisalar nurlanish intensivligiga bog'liq emasligi haqidagi umumiy fizik qonunning mavjudligini tasdiqlaydimi yoki shunchaki lazer optikasigacha to'plangan cheklangan eksperimental ma'lum otlar haqida gapiradimi? Yuqori quvvatli lazerlar yordamida olib borilgan fizikaviy optika bo'yicha tadqiqotlar savolning birinchi qismiga aniq salbiy javob, ikkinchi qismiga esa ijobiy javob berdi. Yorug'lik nurlari bilan o'tkazilgan tajribalar, ularning intensivligi  $I = 10^{14}$   $\text{Vt/m}^2$  tartibda bo'lganda, juda kuchli miqdoriy bog'likligini va, ayniqsa muhimi, yorug'lik intensivligiga optik ta'sirlar tabiatining sifat jihatdan ham bog'liqligini ko'rsatdi. Shuni ta'kidlash kerakki, biz faqat tajribada qayd etilgan kichik tuzatishlar haqida emas, balki yorug'lik dastalarini tubdan o'zgartiradigan yangi effektlar haqida gapiryapmiz.

Yorug'likning elektromagnit nazariyasiga muvofiq, muhitdagi yorug'lik vektori  $\vec{E}$  muhitga ta'sir qiluvchi tashqi maydon yorug'lik vektori  $\vec{E}$  va induksiyalangan qutblanish vektorining  $\vec{P}$  ta'siri bilan aniqlanadi (berilgan muhitning birlik hajmiga to'g'ri keladigan qutblanish vektori  $\vec{P}$ ). Qutblanish (polyarizatsiya) - bu muhitning tashqi maydonga "javobi"ga ta'sir qilish, ya'ni tashqi elektromagnit maydonning ta'siri  $\vec{E}$  bilan tavsiflanadi .

Shunday qilib, tashqi maydon ta'sirida dielektrik qutblanadi. Maydon atomlarning elektron qobiqlarining yadrolarga nisbatan siljishiga olib keladi, natijada atomlar elektr dipol momentini oladi. Ushbu mexanizm elektron qutblanishni (polyarizatsiyani) aniqlaydi. Elektron bilan bir qatorda, tashqi maydon tomonidan qo'zg'atiladigan polyarizatsiyaning boshqa turlari ham mavjud. Shunday qilib, maydon ta'sirida musbat va manfiy ionlarning nisbiy siljishi ion polyarizatsiyasiga olib keladi. Agar muhitda doimiy dipollar (dipol molekulalari) mavjud bo'lsa, u holda *orientatsion (aylanma) qutblanish* dipollarning maydon yo'nalishi bo'yicha aylanishidan kelib chiqadi.

Ko'pgina hollarda, ion va orientatsion polyarizatsiyani e'tiborsiz qoldirish va yorug'lik to'lqinlarining yuqori chastotasi tufayli optik

diapazonda (spektrning ultrabinafsha, ko‘rinadigan va yaqin infraqizil hududlarida) asosiy rolni elektronlar o‘ynaydi, deb taxmin qilish mumkin.

Yorug‘likning muhit bilan o‘zaro ta’siri moddaning atomi yoki molekulasini yorug‘lik maydoni tomonidan uyg‘otilishining elementar jarayoniga va uyg‘otilgan zarrachaning keyinchalik yorug‘likning qayta nurlanishiga asoslanadi. Ushbu o‘zaro ta’sirning tabiatini tashqi yorug‘lik to‘lqinining maydon kuchlanganligi  $E$  qiymati va optik elektronlar (ya’ni tashqi, eng zaif bog‘langan elektronlar) moddaning atomining yadrosi bilan bog‘lanish kuchlarini aniqlaydigan atom ichidagi maydonning kuchlanganligini xarakterlovchi  $E_{at}$  o‘rtasidagi munosabatlarga bog‘liq.

Atomning maydon kuchlanganligi  $E_{at}$  atomning ionlanish potensiali  $I$  bilan va atom radiusi  $r_a$  bog‘liq bo‘lib, ular orasida quyidagi munosabat o‘rinli bo‘ladi:

$$e E_{at} r_a = I,$$

bu yerda  $e$  - elektron zaryadining moduliga teng elementar zaryad;  $e=1,6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ . Vodorod atomi uchun bu maydon  $E_{at}=e/(4\pi\epsilon_0 r_H^2)=5 \cdot 10^{11} \text{V/m}$ , og‘irroq atomlar uchun  $E_{at}=(10^{10} - 10^{11}) \text{V/m}$  ga teng. Maydonni baholash  $E$  yorug‘lik to‘lqini lazer bo‘lmagan yorug‘lik manbalari ( $1.4$ ) ga muvofiq qiymatni  $E \leq 10^3 \text{ V/m}$  beradi, ya’ni  $E \ll E_{at}$ . Bunday holda, atom ossillyatorining tashqi ta’sirga javobi chiziqli xarakterga ega bo‘ladi va qutblanishning bog‘liqligi  $P = P(E)$  izotrop muhitda quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$P = \epsilon_0 \chi^{(1)} E, \quad (1.5)$$

bu yerda  $\chi^{(1)}$  - muhitning chiziqli singdiruvchanligi, o‘lchovsiz kattalik bo‘lib, faqat muhitning xususiyatlariga bog‘liq. Anizotrop muhit uchun singdiruvchanlik tenzor miqdor bo‘lib, (1.5) tenglama quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$P_i = \epsilon_0 \sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k, \quad i, k = 1, 2, 3$$

bu yerda  $\chi_{ik}^{(1)}$  - muhitning chiziqli singdiruvchanlik tenzorining komponentlari.

Moddiy tenglama (1.5) chiziqli optikaga asoslanadigan munosabatlardan biridir va u  $E \ll E_{at}$  shart bajarilganda amal qiladi,

agar bu shart bajarilmasa, bu faqat ma'lum bir yaqinlashishlarda o'rini bo'ldi.

Yuqori quvvatli lazer nurlanishida maydon kuchlanganligining  $E$  ni qiymatlari ( $10^8$ - $10^9$ ) V/m qadar erishish mumkin va buni atomning kuchlanganligi  $E_{at}$  bilan taqqoshlash mumkin. Tashqi ta'sir maydon kuchlanganligi  $E$  atomning kuchlanganligi  $E_{at}$  dan kichikroq bo'lsa ham, unga yaqinlashganda muhitning qutblanish vektori (polyarizatsiyasi)  $P = P(E)$  ning  $E$  ga bog'liqligi chiziqli bo'lishni to'xtatadi va bu holda moddiy tenglama (1.5) boshqa ifoda bilan almashtirilishi kerak bo'ldi. Shunday qilib, o'chovsiz parametr

$$\beta = E/E_{at} \quad (1.6)$$

tashqi yorug'lik maydonining kuchlanganligining atom ichidagi maydonning kuchlanganligiga nisbati sifatida aniqlanishi mumkin va u nochiziqlilik parametri deb qabul qilingan. Zaif yorug'lik maydonlarida bizda quyidagi tengsizlik o'rini bo'ldi :  $\beta \ll 1$ , bu shart esa chiziqli optika yaqinlashuviga mos keladi.

Agar parametr  $\beta$  (1.6) kichik bo'lib, lekin ushbu shart  $\beta < 1$  bajarilsa, kuchli lazer nurlanishida bo'lgani kabi,  $P(E)$  funksiyani izotrop muhit uchun  $E$  bo'yicha qatorda yoyib ifodalanishi mumkin [5,6]:

$$P(E) = \varepsilon_0 [\chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^2 + \chi^{(3)}E^3 + \dots + \chi^{(m)}E^m + \dots]. \quad (1.7)$$

Polyarizatsiya  $P$  ni  $E$  ning darajasi bo'yicha ketma-ket qatorga yoyamiz va shartga ko'ra  $\beta < 1$  bo'lgani uchun qator hadlari soni ortib borishi bilan ularning qiymati kamayib borishi nazarda tutiladi. Koefitsiyentlar  $\chi^{(m)}$ ,  $m \geq 2$   $m$ -tartibli nochiziqli singdiruvchanlik bo'lib, o'chov birligiga ega miqdorlardir. Bunday holda mos keladigan miqdor  $\chi^{(m)}$  moddadagi atomlar (molekulalar) konsentratsiyasiga va  $\beta$  parametrning (1.6)  $m$ -chi kuchlanishiga mutanosib bo'ldi, ya'ni (1.7) dagi barcha nochiziqli hadlarni e'tiborsiz qoldirib bo'lmaydi. Bu shuni anglatadiki, muhitning tashqi yorug'lik maydoni ta'siriga munosabati chiziqli bo'lishni to'xtatadi, chunki barcha  $m \geq 2$  -uchun  $\chi^{(m)} \neq 0$  bo'ldi.

Tabiiyki, nochiziqli optik jarayonlarga eng katta hissa tartib nomeri eng past bo'lgan hadlar (1.7) tomonidan qo'shiladi, chunki  $m$  ortib

borishi bilan nochiziqli singdiruvchanlik  $\chi^{(m)}$  kamayadi. Nochiziqli singdiruvchanlik kvant mexanikasi usullari yordamida hisoblanadi. Lazerlarning yaratilishi bilan singdiruvchanlikni spektral komponentlarini  $\chi^{(2)}$ ,  $\chi^{(3)}$ ,  $\chi^{(4)}$  yorug'lik diapazonida (optik chastotalarda) o'lhash mumkin bo'ldi.

Odatda, optik muhitda, masalan, silikat shishasi va nochiziqli kristallar uchun chiziqli singdiruvchanlik  $\chi^{(1)} \approx 1$ , kvadratik singdiruvchanlik qiymatlarining xarakterli tartibi  $\chi^{(2)} \approx 10^{-13} \dots 10^{-11}$  m/V, kub singdiruvchanlik esa  $\chi^{(3)} \approx 10^{-23} \dots 10^{-21}$  m<sup>2</sup>B<sup>2</sup> tashkil etadi.

Moddiy tenglama (1.13) *nochiziqli optikaning* asosini tashkil etadi. Turli xil tartiblarning nochiziqli singdiruvchanlik  $\chi^{(m)}$  chiziqli singdiruvchanlik  $\chi^{(1)}$  kabi moddaning fizik xususiyatlari va modellari bilan belgilanadi.

Nochiziqli singdiruvchanlik yorug'lik maydonining modda atomlarining optik elektronlariga ta'siri asosida kiritiladi, ya'ni moddaning elektron qutblanishi ko'rildi. Shuni ta'kidlash kerakki, yorug'likning moddada tarqalishi paytida nochiziqli optik effektlar nafaqat yorug'lik to'lqinining kuchli maydonidagi optik elektronlarning harakatlari bilan bog'liq bo'lishi, balki yanada murakkab jarayonlar - yorug'likning akustik va o'zaro ta'siri bilan birga, optik fononlar, spin to'lqinlari, plazma tebranishlari va boshqalarga ham bog'liq bo'lishi mumkin. Anizotrop optik muhit uchun  $\chi^{(m)}$  nochiziqli singdiruvchanlik tenzor kattalik bo'ladi va nochiziqli moddiy tenglama (1.6) quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$P_i = P_i^{ch} + P_i^{kv} + P_i^{kub} + \dots , \quad (1.8)$$

bu yerda,  $P_i^{ch}$  – chiziqli qutblanish,  $P_i^{ch} = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k$  ;  
 $P_i^{kv}$  – kvadratik qutblanish,  $P_i^{kv} = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ikj}^{(2)} E_k E_j$  ;  
 $P_i^{kub}$  – kubik qutblanish,  $P_i^{kub} = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m$  va hokazo.

Shunga ko'ra, kvadratik nochiziqli singdiruvchanlik  $\chi_{ikj}^{(2)}$  bu holda uchinchi rangli tenzor, kubik nochiziqli singdiruvchanlik esa  $\chi_{ikjm}^{(3)}$  – to'rtinchchi rangli tenzor va hokazolar.

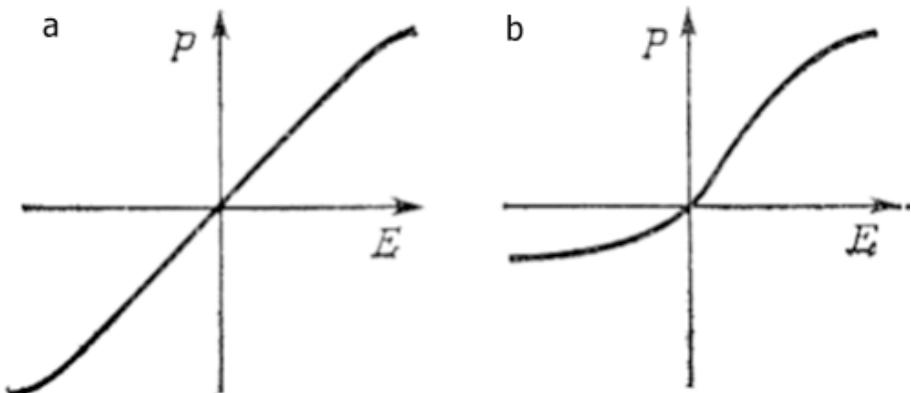
Markaziy simmetrik optik kristallar (simmetriya markazi bo‘lgan kristallar) uchun tenzorlarning umumiyligini xususiyatlaridan kelib chiqadiki, quyidagi tenglik o‘rinlidir

$$\chi_{ikj}^{(2)} = 0. \quad (1.9)$$

Darhaqiqat, kristallning simmetriya markaziga nisbatan inversiya qilinganda tenzorning barcha komponentlari ishorasini o‘zgartirishi kerak, chunki ular toq sonli koordinatalar ko‘paytmasiga to‘g‘ri keladi:

$$\chi_{ikj}^{(2)} = -\chi_{ikj}^{(2)},$$

bu (1.9) ni nazarda tutadi, chunki bunday kristall koordinatalarning har qanday o‘zgarishi uchun o‘zgarishsiz qolishi kerak. Bunday kristallarga, masalan, kremniy dioksidi  $\text{SiO}_2$  molekulasi simmetriya markaziga ega bo‘lgan kvarts shishasini o‘z ichiga oladi. Ularda kvadratik qutblanish yo‘q, shuning uchun ikkinchi tartibli nochiziqli effektlar mavjud emas va bunday muhitlarning nochiziqliligi kub – uchinchi tartibli  $\chi^{(3)}$  singdiruvchanlik bilan eng yaqin tartibda aniqlanadi. Bunday muhitlar *kubik nochiziqli* deyiladi  $\chi_{ikjm}^{(3)}$ , ular uchun moddiy tenglamaning (1.7) o‘ng tomonida ikkinchi hadi nolga teng. Tadqiqotlar shuni ko‘rsatdiki, muhitning simmetriyasini (1.7)da nolga teng bo‘lmagan hadlar mavjudligini aniqlaydi. Shunday qilib, simmetriya markaziga ega bo‘lgan izotrop muhitlar uchun juft tartiblarning nochiziqligi umuman bo‘lmaydi. Agar optik material sentrosimmetrik bo‘lmasa, u nolga teng bo‘lmagan kvadratik singdiruvchanlikka ega, bu uning nochiziqli qutblanishiga asosiy hissa qo‘sadi (kvadratik nochiziqli muhitlar - deb ataladi). Bu xususiyat piezoelektriklarga tegishli kristalli muhitning juda tor sinfiga taalluqli. Kubik nochiziqli muhitda (simmetriya markazi bo‘lgan kristallar) uchinchi tartibli nochiziqli singdiruvchanlik tenzori nolga teng:  $\chi_{ikj} = 0$ . Bu holda, muhitning nochiziqli qutblanishi muhitdagagi elektromagnit to‘lqinning elektr maydoni kuchlanganligining uchinchi darajasiga proporsionaldir, 1.2 a-rasmga qarang. Kvadrat nochiziqli muhitda tenzor komponentlari  $\chi_{ikj} \neq 0$  noldan farqli va aynan kvadratik qutblanish optik nochiziqlikka eng katta hissa qo‘sadi 1.2 b-rasmga qarang.



1.1-rasm. Polyarizatsiya  $P$  ning elektr maydoni kuchlanganligi  $E$  ga bog'liqligi keltirilgan: a - kubik nochiziqli muhitda; b - kvadratik nochiziqli muhitda.

$\chi^{(m)}$  nafaqat tenzor, balki kompleks kattaliklar hamdir:

$$\chi^{(m)} = \text{Re}\chi^{(m)} + i \cdot \text{Im}\chi^{(m)}, \quad m \geq 2 \quad (1.10)$$

Bu yerda  $\text{Re}\chi^{(m)}$  va  $\text{Im}\chi^{(m)}$  mos ravishda muhitning nochiziqli  $m$  – tartibli  $\chi^{(m)}$  singdiruvchanligining haqiqiy va mavhum qismlari.

(1.10)dagi singdiruvchanliklarning mavhum komponentlari ( $\text{Im}\chi^{(m)}$ ) bir xil tartibdagi nochiziqli effektlar uchun haqiqiy komponentlaridan ( $\text{Re}\chi^{(m)}$ ) kichikdir:

$$\text{Im}\chi^{(m)} \ll \text{Re}\chi^{(m)}.$$

Yorug'lik oqimini yo'qotmasdan (shaffof yoki yutmaydigan muhit) optik muhit uchun nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponentini o'z ichiga olmaydi, ya'ni u nolga teng bo'ladi.

Ikkita asosiy sababni ta'kidlash lozimki, nochiziqli singdiruvchanlikni umumiy holatda kompleks miqdorlar sifatida ko'rib chiqish kerak.

Birinchidan, singdiruvchanlikning vaqt bo'yicha dispersiyasini inobatga olish lozim. Muhitda polyarizatsiyasini o'rnatish jarayoni biroz vaqt talab etadi, shuning uchun  $P(t)$  miqdor kattalik muayyan ma'lum bir vaqtda qiymati maydon kuchlanganligi  $E$  ning nafaqat t vaqtning o'zidagi qiymatlari bilan, balki vaqtning oldingi daqiqalaridagi  $E$  ning qiymatlari bilan ham aniqlanishi kerak. Boshqacha qilib aytganda, muhitning tashqi ta'sirlarga munosabati kechikish bilan sodir bo'ladi. Bu

shuni anglatadiki, (1.13) o‘rniga quyidagi munosabatni ko‘rib chiqish kerak:

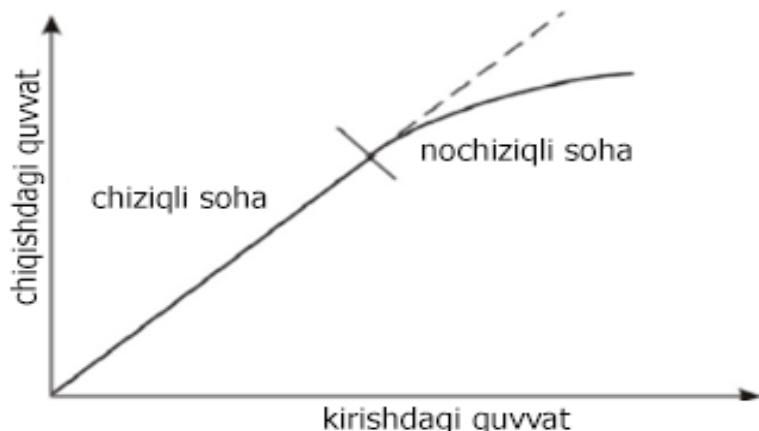
$$P(t) = \varepsilon_0 \sum_k \int_0^\infty \chi^{(k)}(\tau) E^k(t - \tau) d\tau.$$

Ushbu ifodada Furye almashtirishlarini amalga oshirgandan so‘ng biz quyidagilarni topamiz:

$$\chi^{(k)}(\omega) = \int_0^\infty \chi^{(k)}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau, \quad k = 2, 3, \dots, m, \dots$$

Ikkinchidan, *yorug‘lik to‘lqini energiyasi yutilishining mavjudligi* yorug‘lik maydonidan ta’sirlashgan muhitning nolga teng bo‘limgan elektr o‘tkazuvchanligi tufayli, shuningdek, nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponentini keltirib chiqaradi.

Nochiziqli optika jarayonlarning umumiylaridan biri chiziqli optikadan farqli o‘laroq, muhitning chiqishida hosil bo‘lgan jarayonning quvvati asosiy nurlanishning muhitga kirishdagi quvvatiga bog‘liqligi egri chiziq bilan ifodalanadi. Ushbu bog‘liqlik 1.2-rasmda keltirilgan. 1.2-rasmdan ko‘rinadiki, kirish quvvatining kichik qiymatlarida ushbu bog‘lanish chiziqli bo‘lib, kirishdagi quvvatining katta qiymatlarida esa nochiziqli bog‘lanishdan iborat.



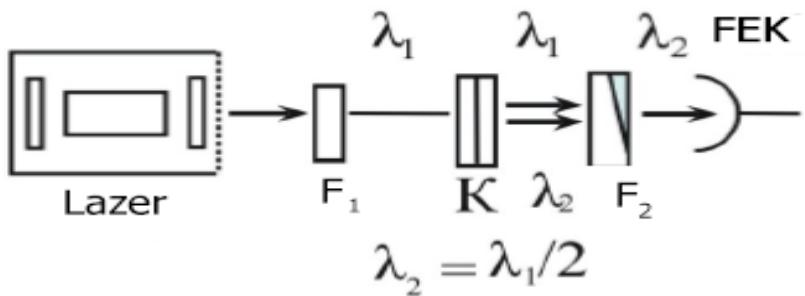
*1.2-rasm. Nochiziqli jarayonlarda muhitdan chiqish quvvatining kirishdagi quvvatga bog‘liqligi keltirilgan.*

### **1.3. Nochiziqli optikaning rivojlanish bosqichlari. Nochiziqli optik qurilmalar va ularning qo‘llanilishi. Nochiziqli optikaviy effektlarning tasnifi**

Nochiziqli optika jarayonlarini o‘rganish lazer qurilmalarining yaratilishi bilan boshlangan [7].

## **Nochiziqli optikaning rivojlanish bosqichlari**

Nochiziqli optika jarayonlarining ichida eng oddysi va birinchi marta tajribada kuzatilgani ikkinchi garmonikaning generatsiyasidir (IGG). IGG ni birinchi marta 1961-yilda P. Franken (AQSh) va uning hamkasblari tomonidan yoqut lazer nurining ( $\lambda=0.69$  mkm) piezoelektrik kvars kristalli  $\text{SiO}_2$  dan o‘tganda 1.3-rasmda ko‘rsatilgan tajribada kuzatilgan. Kvars plastinkasi faqat shu asosiy garmonika (AG) nurlanishni o‘tkazuvchi  $F_1$  filtr orqali lazer nurlari bilan yoritilgan. Kvars plastinkasining chiqishida ikkita to‘lqin qayd etilgan:  $\omega_1$  chastotada AG va AG  $\omega_1$  chastotasidan ikki barobar katta  $2\omega_1$  chastotada IG (yoki  $\lambda_2 = \lambda_1 / 2 = 0.345$  mkm -to‘lqin uzunligida) nurlanishlari.  $F_2$  filtri faqat  $2\omega_1$  chastotali to‘lqin uchun shaffof bo‘lib, u fotoelektron ko‘paytiruvchi naycha (FEK) tomonidan qayd etilgan. Bu tajribada IGGning samaradorligi, ya’ni IG nurlanishining intensivligining AG nurlanishining intensivligiga nisbati  $\eta_2=I_2(z)/I_1(z=0) \approx 0.03$ , ya’ni taxminan 3% ni tashkil etgan. IGG ning samaradorligini juda kichikligi nochiziqli jarayonlarning samaradorligini chegaralovchi fazalar sinxronizm sharti ushbu tajribadagi qo‘llanilgan nurlanishning va nochiziqli muhitning xarakteristikalari uchun bajarilmagani sabab bo‘lgan. Demak, nochiziqli jarayonlar yordamida kogerent nurlanishni bir diapozondan boshqa diapozonga nurlanishga o‘tkazish mumkin. Xususan, yuqorida keltirilgan tajribada IGG jarayoni orqali kogerent infraqizil (IQ) diapozondagi nurlanishni ultrafiolet (UF) diapozondagi kogerent nurlanishga o‘tkazish mumkinligi bilan tanishdik [7].



*1.3-rasm. Ikkinchı garmonikaning generatsiyasini kuzatishning eksperimental qurilmasi.*

Bu optik diapozondagi moddaning nochiziqli xossalari aniq ko'rsatilgan birinchi tajribalardan biri edi.

Keyinchalik nochiziqli kvadratik (ikkinchı tartibli singdiruvchanligi  $\chi^{(2)}$  bo'lgan) muhitlarda uch chastotali lazer nurlanishlarining o'zaro ta'siri jarayonlari ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$  - chastotalarni qo'shish va  $\omega_1 - \omega_2 = \omega_3$  - chastotalarni ayirish), xususan parametrik generatsiyalar, yuqori garmonikalar generatsiyasi ( $\omega_n = n \cdot \omega_1$ ,  $n=2,3,\dots$ - garmonikalar nomeri), kubik (uchunchi tartibli singdiruvchanligi  $\chi^{(3)}$  bo'lgan) muhitlarda to'rt chastotali lazer nurlanishlarining o'zaro ta'siri jarayonlari ( $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega_4$ ), xususan yuqori garmonikalar generatsiyasi ( $\omega_n = n \cdot \omega_1$ ,  $n=3,4,5,\dots$ - garmonikalar nomeri avval statsionar nurlanishlar va so'ngra nostatsionar nurlanishlar (qisqa impulsli lazer nuralanishlari) nazariy jihatdan o'rganilib, ularning samaradorligi qanday fartoqlarga bog'liqligi va boshqa sifatlari aniqlandi.

Xususan, lazer nurlanishining intensivligi ortishi bilan nochiziqli jarayonlarning yangi xususiyatlari, samaradorlikni cheklovchi muhitning dispersiya bilan bog'liq hodisalar, xususan nostatsionar jarayonlarda esa guruh tezligi va uning dispersiyasi muhim rol o'ynashi aniqlandi.

Keyinchalik nochiziqli jarayonlar uchinchi tartibli singdiruvchanligi  $\chi^{(3)}$  bo'lgan inert gazlarda ham juda kam samaradorlik bilan kuzatilgan. Ammo ularda rezonans energetik o'tishlar orqali samaradorlikni oshirish yo'llari aniqlangan. Gazlarda yuqori toq garmonikalar (3,5,7,...) generatsiyalari va to'rt chastotali lazer nurlanishlarining o'zaro ta'siri jarayonlari ( $\omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \omega_4$ ) o'rganilgan va tajribada kuzatilgan.

Nochiziqli jarayonlarning samaradorligi lazer nurlanishining intensivligiga bog'liq holda o'zgaradi, shu sababli, impulsarning davomiyligi kamayishi bilan ultraqisqa lazer impulslari (UQI-davomiyligi (10-100) fs) uchun ( $1\text{fs}=10^{-15}$  s) bu bog'liqlik yanayam ortadi hamda to'lqinlarning guruh tezliklari va ularning yuqori tartibli dispersiyalari muhim rol o'yndaydi.

Hozirda stabil ishlaydigan UQI-lazerlarning davomiyligi (50-100) fs ni tashkil etadi. UQI davomiyligini yanayam kamaytirish uchun nochiziqli optik jarayonlardan foydalanib, (5-10) fs davomiylikdagi kogerent lazer nurlanishlari olinmoqda. Bunday UQI impulslar juda qisqa vaqtda ro'y beradigan jarayonlarni (biologik) o'rghanishda qo'llaniladi.

### **Nochiziqli optik qurilmalar va ularning qo'llanilishi**

Nochiziqli optikaviy effektlarni kuzatish uchun ishlatiladigan lazer qurilmalar ikki turga bo'linadi: uzlusiz rejimda ishlaydigan lazer nurlanishlari, masalan, ulardan CO<sub>2</sub> – infraqizil nurlanish chiqaruvchi lazer ( $\lambda=10.6\text{.mkm}$ ), uning nurlanishini yassi kvazimonoxromatik to'lqin sifatida qarash mumkin; impulsli rejimda ishlaydigan lazer nurlanishlari, masalan, juda keng tarqalgan bir moddali YAG: Nd<sup>+</sup> ( $\lambda = 1.064\text{.mkm}$ ) – uning impulsining vaqt bo'yicha taqsimoti Gaus taqsimotiga mos keladi. Nochiziqli optikaviy effektlarni kuzatish uchun lazer qurilmalaridan tashqari optik tizimlar (turli linzalar, ko'zgular, shisha bo'luvchi plastinkalar), nurlanishni qayd qiluvchi qurilmalar (quvvatni o'chovchi asboblar, qutblagichlar), kuchaytirgichlar va boshqalar qo'llaniladi.

Nochiziqli optikaviy effektlarni kuzatish uchun ishlatiladigan lazerlar quyidagi xususiyatlarga ega:

- nurlanishning yuqori quvvati (intensivligi);
- nurlanishning yuqori monoxromatikligi va uning natijasida qat'iy vaqt va fazoviy kogerentlik;
- uzatiladigan quvvatning ma'lum qiymatida yorug'lik to'lqinining elektr maydonining kuchlanganligi kogerentlik darajasining oshishi bilan ortadi;
- nurlanishning muhitda tarqalishida kengayish burchagini kichikligi.

*Yuqori quvvatli lazer yorug‘lik manbalari lazerning faol muhitida energiyaga nisbatan uzoq vaqt davomida to‘planadi va keyin tez (bir necha nanosekundlar ichida) nur chiqarishi bilan erishiladi. Natijada lazer nurlanishining quvvati damlash uchun ishlatiladigan manbalarning quvvatiga nisbatan ko‘p marotaba oshadi. Hozirgi vaqtida uzlusiz rejimda ishlaydigan lazer nurlanishining quvvati quyidagi tartibli qiymatlarga yetishi mumkin  $P = dW/dt = (10^5 - 10^6)$  Vt, impulsda -  $(10^{12} - 10^{13})$  Vt gacha.*

Bundan tashqari, lazer nurlanishi o‘zining kogerentligi tufayli yaxshi fokuslanishi mumkin, shunda fokuslash maydonining ko‘ndalang o‘lchamlari yorug‘lik to‘lqin uzunligi  $\lambda$  bilan taqqoslanadigan bo‘ladi. Bunday holda yorug‘lik energiyasining zichligi oshadi, ya’ni lazer nurlarining intensivligi ham ortadi. Hozirda lazer nurlanishining intensivlik diapazoni  $I = 10^{24}$  Vt/m<sup>2</sup> qiymatlargacha o‘zlashtirilgan. Lazer nurlanishi va lazergacha bo‘lgan har qanday manbalarning nurlanishi o‘rtasidagi asosiy farq - bu beqiyos yuqori intensivlik va bu farq  $10^{20}$  martagacha boradi.

Hozirda zamonaviy yaratilgan turli diapozondagi, turli xarakteristikali uzlusiz va impulsli lazerlardan tashqari, nochiziqli optik jarayonlarga asoslangan quyidagi qurilmalar ilmiy tadqiqotlarda va texnikada muhandislik masalalarini loyihalashda qo‘llaniladi:

- yuqori tartibli garmonikalar generatsiyasiga asoslangan statsionar va nostatsionar generatorlar;
- yorug‘likning statsionar va nostatsionar parametrik generatorlari va kuchaytirgichlari;
- chastotasi uzlusiz tekis o‘zgaruvchi yorug‘likning statsionar va nostatsionar parametrik generatorlari.
- 

## **Nochiziqli optikaviy effektlarning tansifi**

Nochiziqli optika sohasida ishlaydigan turli tadqiqotchilarning qarashlari va yondashuvlariga asoslanib, nochiziqli effektlarning (1.4-rasm) quyidagi umumiy tasnifini taklif qilishimiz mumkin.



1.4-rasm. Nochiziqli optik effektlarning tasnifi.

*Parametrik* (nokogerent) jarayonlarga muhitning cheklangan hajmlarida nurlanish energiyasining konsentratsiyasi ushu muhitning optik xususiyatlarining (parametrlarining) nochiziqlikka olib keladigan narsalarni o‘z ichiga oladi, shu bilan birga, bunday jarayonlarning paydo bo‘lish tabiatи tushayotgan yorug‘lik intensivligiga zaif bog‘liq yoki umuman bog‘liq emas. Bunday jarayonlar kuchsiz va kuchli yorug‘lik maydonlarida sodir bo‘lishi mumkin va ularning ba’zilari past chastotali va hatto doimiy elektr va magnit maydonlarida ham sodir bo‘ladi. Parametrik jarayonlar energiyani muhitning qo‘shni hududlariga o‘tkazmasdan, kvazilokal tarzda rivojlanadi, ya’ni nokogerent bo‘ladi [7,8,12].

#### **Parametrik jarayonlarga quyidagilar kiradi:**

- elektro-optik effekt yoki Pockels effekti (kuchli bir jinsli elektr maydoniga joylashtirilgan inversiya markaziga ega bo‘lmagan kristall izotrop dielektriklar optik anizotropik kristallga va sindiriish ko‘rsatkichi maydon kuchlanganligining nochiziqli funksiyasiga aylanadi); ikkinchi tartibli nochiziqli effekt hisoblanadi;
- Kerr effekti (Pockels effektiga o‘xshash, lekin uchinchi tartibli nochiziqli effekt) va boshqalar. Ba’zi manbalar shuni ko‘rsatadiki, parametrik effektlarni nochiziqli optik jarayonlarga kiritmasa ham bo‘ladi, chunki ular keng diapazonda tushayotgan yorug‘lik intensivligiga bog‘liq emas va juda zaif yorug‘lik maydonlarida sodir bo‘lishi mumkin, bu ularni lazerning paydo bo‘lishidan ancha oldin kuzatish imkonini berdi. Biroq parametrik jarayonlarning nochiziqli

optikaga kiritilishi, bu biroz umumiy ma'noda tushunilishini ko'proq asosli deb hisoblash kerak.

**Nochiziqli effektlarga** kuchli yorug'lik maydonlari ta'sirida muhitning nochiziqli qutblanishiga va ularning amalga oshishi tushayotgan yorug'lik intensivligiga sezilarli ravishda bog'liq bo'ladi. Har xil yorug'lik to'lqinlari bir-biri bilan faol ta'sir o'tkazishi, bir to'lqinning energiyasi boshqasiga to'liq aylanishiga qadar almashishi mumkin. Bunday ta'sirlarni ko'rib chiqishda hal qiluvchi rolni muhitning induksiyalangan qutblanishida (1.7) ifodadagi chiziqli haddan keyingi hadlari o'yaydi.

**Nochiziqli effektlar** prinsipial jihatdan har qanday muhitda ham, vakuumda ham amalga oshishi mumkin. Haqiqatan ham, hozirda erishilgan lazer nurlanish intensivligida yorug'lik impulslarini umumiy nisbiylik nazariyasiga muvofiq, massa bilan bog'lanishi mumkin bo'lgan energiya "to'plamlari" deb hisoblash mumkin. Turli yorug'lik to'plamlari yoki bir xil to'plam qismlarining tortishish o'zaro ta'siri vakuumni nochiziqli optik muhitga o'xshatadi. Elektromagnit nurlanishning moddaning elektronlari va ionlari bilan o'zaro ta'siri natijasida paydo bo'ladigan aniq muhit va moddalardagi nochiziqli ta'sirlari xususiy nochiziqli effektlarga nisbatan ancha kuchliroqdir.

### **O'z navbatida, nochiziqli optik effektlarni ikkita turga ajratish mumkin.**

*Nochiziqli singdiruvchanlikning haqiqiy komponenti tufayli hosil boladigan ta'sirlarga quyidagilarni kiritish mumkin:*

- yuqori optik garmonikalar generatsiyasi, xususan yorug'lik chastotasining asosiy garmonika chastotasiga nisbatan ikki va uch marta oshishi bilan bog'liq;
- nochiziqli materiallarda intensiv yorug'lik nurining o'z-o'ziga ta'siri (masalan, o'z-o'zidan fokuslanish hodisasi, bunda nurda va nurdan tashqarida muhitning xususiyatlarida farq yuzaga keladi va uning tarqalishi to'lqin o'tkazgich, filamentli xususiyatga ega bo'ladi, geometrik va differaksion sochilishni yo'q qilish; o'z-o'zini fokuslash paytida yorug'likning to'g'ri chiziqli tarqalishi qonuni buziladi);
- yorug'lik intensivligining ma'lum bir qiymatida moddaning agregat holatining o'zgarishi bilan shaffof muhitni kuchli yutuvchi muhitga sifatli aylantirish jarayoniga asoslangan muhitning optik yemirilishi (teshilishi);

- boshqa effektlar.

*Nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponentidan kelib chiqadigan effektlar tufayli hosil bo‘ladigan ta’sirlarga quyidagilarni kiritish mumkin:*

- yorug‘likning modda atomi bilan o‘zaro ta’sirining elementar aktida bir emas, balki bir nechta fotonlar ishtirok etganda ko‘p fotonli jarayonlari (fotoionlanish va fotoqo‘zg‘alish, yorug‘likning gipersochishi va boshqalar); agar chiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponenti bir fotonli jarayonlar uchun javobgar bo‘lsa, u holda yuqori tartibli singdiruvchanlikning mavhum komponentlari ko‘p fotonli jarayonlar uchun javob beradi;
- yorug‘likning majburiy (rag‘batlantirilgan) kombinatsion sochilishi, bu kuchli tushayotgan nurlanish optik muhitda siljigan (kombinatsiyalangan) chastotalarda stimulyatsiyalangan nurlanish to‘lqinining paydo bo‘lishiga olib kelishidan iborat bo‘lib, ularning xarakteristikalari ta’sir etayotgan nurlanishning xususiyatlariga nochiziqli bog‘liqdir;
- Mandelstamming - Brillouin (rag‘batlantirilgan) kombinatsion sochilishi - bunda kuchli yorug‘lik nurlanishi harakatlanuvchi to‘lqin qonuniga binoan muhittagi molekulalarning kogerent tebranishlarini uyg‘otadi, yorug‘lik esa hosil bo‘lgan davriy strukturadan (tovushdan yuqori to‘lqinda) sochiladi.

Tegishli nochiziqli effektlar sinfiga birlashtirilgan optik effektlarning yuqorida keltirilgan ikkita nomi o‘rtasida muayyan munosabat mavjud. Ushbu munosabat quyidagicha bo‘ladi

$$\text{Im } \chi^{(m)} \sim \text{Re } \chi^{(m+1)} E, \quad m \geq 1.$$

Demak, chiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponenti bilan bog‘liq effektlar qiymati jihatidan kvadratik singdiruvchanlikning real komponenti tufayli yuzaga kelgan effektlar bilan bir xil tartibda bo‘ladi. Kvadrat singdiruvchanlikning mavhum komponenti bilan bog‘liq effektlar va kub singdiruvchanlikning haqiqiy komponenti bilan bog‘liq effektlar haqida ham shunday deyish mumkin.

Shunday qilib, biz quyidagi umumiyl qoidani shakllantirishimiz mumkin: *m-tartibli singdiruvchanlikning mavhum komponenti bilan bog‘liq effektlar, umuman olganda, singdiruvchanlikning haqiqiy*

*komponenti ( $m + 1$ ) tartib bilan bog'liq bo'lgan effektlarning son qiymati jihatidan bir xil tartibda (teng) bo'ladi.*

Nochiziqli effektlarni kuzatish uchun lazer nurlanishining parametrlari va muhitning optik va dispersion xususiyatlari orasida ma'lum munosabatlar bajarilishi lozim, boshqacha qilib aytganda, yetarlicha va zaruriy shartlar bajarilishi kerak. Endi shu shartlar bilan tanishamiz.

Nochiziqli effektlarni kuzatishning zaruriy shartlaridan biri optik muhitning hech bo'limganda biror tartibli nolga teng bo'limgan nochiziqli singdiruvchanlikning mavjudligi hisoblanadi;

ikkinchi, zaruriy shart intensivligi nochiziqli effektlarni kuzatish uchun yetarli bo'lgan lazer manbaining nurlanishi.

Nochiziqli effektlarni kuzatishning yetarli sharti bu muhitning optik xususiyatiga bog'liq bo'lib, u **fazaviy sinxronizm sharti** deyiladi, bu esa o'z navbatida, keng ma'noda nochiziqli ta'sirlashayotgan to'lqinlar uchun impulsni saqlanish qonunini bajarishi orqali amalga oshiriladi. Ushbu shartning bajarilishi nochiziqli effektlarning samaradorligini oshishini aniqlovchi asosiy omillardan biri hisoblanadi. Fazaviy sinxronizm sharti va amalga oshirish usullari bilan darslikning 2-bobida batafsil tanishamiz.

#### **1.4. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar**

1. Past va yuqori intensivlikdagi yorug'lik maydonlarining modda bilan o'zaro ta'sirining turli xarakterini tushuntiring?
2. Anizotrop chiziqli optik kristall uchun formulani (1.5) yozing?
3. Nochiziqli optik hodisalarning fizik sabablari nimada?
4.  $m$  tartibli  $\chi^{(m)}$  nochiziqli singdiruvchanlikning fizik ma'nosi qanday?
5. Nochiziqli singdiruvchanlikning nisbatini  $\chi^{(2m+1)}/\chi^{(2m-1)}$  qo'shni toq tartiblar uchun ( $m > 2$ ) nochiziqli parametr  $\beta$  (1.6)ning funksiyasi sifatida hisoblang.
6. Intensivligi  $I = 10^{14}$  Vt/m<sup>2</sup> bilan impulsli lazer nurlanishi xarakterli atom ichidagi maydon kuchlanganligi  $E_{at} = 10^{10}$  V/m va sindirish ko'rsatkichi  $n = 1,5$  bo'lgan magnit xususiyati bo'limgan ( $\mu =$

1) bir atomli bir jinsli kristallda tarqaladi. Berilgan kattaliklar uchun nochiziqlilik parametri  $\beta$  ni (1.6) hisoblang?

7. Nega nochiziqli optik jarayonlarga eng katta ulushni (1.7) qatordagi eng past tartibli qo'shiluvchilar berishini tushuntiring?

8. Nochiziqli muhitda bir vaqtning o'zida bir nechta karrali chastotali to'lqinlarning paydo bo'lishining fizik sabablari nimada?

9. P. Frankening ikkinchi garmonikaning generatsiyasini kuzatish bo'yicha tajribasi sxemasini tushuntiring (1.3-rasm)?

10. Nokogerent nochiziqli – optik effektlarning mohiyatini tushuntiring?

11. To'lqinlar fazaviy sinxronizm shartining fizik ma'nosi qanday?

12. Optik kristallning simmetriyasi uning nochiziqli qutblanishiga qanday ta'sir qilishini tushuntiring?

13. Optik muhitning nochiziqli singdiruvchanlik nuqtai nazaridan piezoelektrik kristall nima ekanligini tushuntiring?

14. Nochiziqli singdiruvchanlikning dispersiyasi  $\chi^{(m)}(\omega)$  nima va u nima sababdan kelib chiqadi?

15. Ayrim optik muhit kuchsiz yutuvchi va kuchsiz nochiziqli haqidagi matematik ifodasini yozing?

## **2-BOB. MODDANING CHIZIQLI QUTBLANISHI VA NOCHIZIQLI SINGDIRUVCHANLIGI**

Ushbu bobda nochiziqli muhitda elektromagnit maydon uchun to‘lqin tenglamalari, ularni yechishning analitik usullari va ularni tadbiq etish chegaralari o‘rganiladi. Nurlanishning modda bilan o‘zaro ta’sirini tavsiflash klassik modellar doirasida ham, kvant mexanikasi tilidan foydalangan holda ham amalgalashish mumkin. Nurlanishning o‘zaro ta’sir qiladigan obyekti ma’lum bir kvant tizimi bo‘lib, u yoki bu yaqinlik bilan haqiqiy atom, molekula yoki ionni taqlid qiladi. Bunday holda, nurlanishning o‘zi ham klassik tavsif (maydon kuchi) va kvant tavsifi (fotonlar) nuqtai nazaridan ko‘rib chiqilishi mumkin. Bir-birini to‘ldiruvchi turli xil modellardan foydalanan nurlanishning modda bilan o‘zaro ta’sirini har tomonlama ko‘rib chiqishga imkon beradi.

1-bobning materiali shuni ko‘rsatadiki, bunday mulohazalarda faqat past nurlanish intensivligida  $\vec{P}^{(1)}$  chiziqli polyarizatsiya bilan cheklanishi mumkin, bu zamonaviy lazerlarga xos emas. Shuning uchun lazer nurlanishining modda bilan o‘zaro ta’siri haqida gap ketganda, moddiy tenglamada (1.7) qatorning yuqori tartibli hadlarini hisobga olish kerak. Ushbu bo‘limda ko‘p fotonli jarayonlardan tashqari, lazer nurlanishining o‘ta yuqori intensivligidan kelib chiqadigan boshqa hodisalarini, masalan, ta’sir etuvchi muhitning agregatsiya holatining o‘zgarishini ko‘rib chiqamiz. Kondensatsiyalangan muhitda optik yemirilishning paydo bo‘lishi odatiy holdir.

### **2.1. Nochiziqli muhitda elektromagnit maydon uchun to‘lqin tenglamasi. Sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usuli**

O‘rganiladigan muammoning umumiy formulasi nuqtai nazaridan, nochiziqli optikada elektromagnit nurlanishning modda bilan o‘zaro ta’siri nazariyasiga asosan tushiriladi. Tabiiyki, bu muammo, birinchidan, nurlanish nazariyasini, ikkinchidan, moddaning optik xususiyatlarini ko‘rib chiqishni o‘z ichiga olishi kerak. Kvanti ta’sirini hisobga olgan holda nurlanishning to‘liq tavsifiga kvant elektrodinamikasi doirasida erishiladi va moddaning izchil nazariyasi va uning nurlanish bilan o‘zaro ta’siri tegishli kvant mexanik tenglamalariga asoslanadi. Lazer nurlanishlarining asosiy moddadagi (garmonika)

fotonlar soni birdan ancha ko‘p bo‘lgan intensiv optik nurlanishda, odatda, nurlanishning kvant tabiatini e’tiborsiz qoldirish mumkin. Unda nurlanish klassik tarzda, modda esa kvant-mexanik jihatdan tasvirlangan yarim klassik deb atalgan yondashuv o‘rinli bo‘ladi. Nochiziqli (shuningdek, chiziqli) optika ta’sirining aksariyati elektromagnit maydon klassik Maksvell tenglamalariga bo‘ysunadigan yarim klassik nurlanish nazariyasi bilan tavsiflanadi va faqat moddaning xususiyati kvant tizimida bo‘ladi. Ushbu yondashuv quyida qo‘llaniladi va ko‘p hollarda muhitning nochiziqli optik xususiyatlarining klassik va fenomenologik tavsifi ham qo‘llaniladi.

Yarim klassik yondashuvga asoslangan keyingi taqdimot, bir tomondan, uzlusiz muhitning nochiziqli elektrodinamigi doirasida cheklangan. Muhit zarrachalarining yetarlicha yuqori konentratsiyasiga, boshqa tomondan, kvant shovqinlari sezilarli bo‘ladigan nurlanish intensivligining shunchalik past darajasiga to‘g‘ri keladi.

Tuzilgan yondashuvni hisobga olgan holda, ko‘rib chiqilayotgan tipik muammo yorug‘lik to‘lqinining makroskopik optik muhitda tarqalishi bo‘lib, o‘rtacha xarakteristikalar - to‘lqin energiyasi, to‘lqin maydonining kuchlanganligii va boshqalar bilan tavsiflanadi. Shuning uchun keyingi ko‘rib chiqishda tavsiflashning asosiy usuli kvant mexanikasi emas, balki Maksvell tenglamalariga asoslangan va muhitning nochiziqli xususiyatlarini hisobga olgan holda elektrodinamika bo‘ladi, lekin kvant fizikasining asosiy tushunchalari (fotonlar, kvant holatlari va o‘tishlar) saqlanib qolgan bo‘ladi. Buning sababi shundaki, mikroskopik darajadagi o‘zaro ta’sir jarayoni bir yoki bir nechta nurlanish kvantlarining atom bilan o‘zaro ta’siri bo‘lib, u ham tegishli kvant holatlari bilan tavsiflangan kvant tizimidir. Ushbu turdagि jarayon 2-bobda batafsilroq muhokama qilinadi.

Nochiziqli qutblanishga ega bo‘lgan muhit uchun to‘lqin tenglamasini keltirib chiqaramiz. Izotropik nochiziqli dielektrikdagi elektromagnit maydonni (erkin elektr zaryadlari va oqimlari bo‘lmaganda) tavsiflovchi Maksvell tenglamalari tizimini elektr va magnit kuchlanganlik  $\vec{E}$  va  $\vec{H}$  vektorlari uchun differensial shaklda yozilgan tenglamalarni ko‘rib chiqamiz [1-5]:

$$\text{rot} \vec{E} = -\mu_0 \mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}; \quad \text{rot} \vec{H} = \epsilon_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{D} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0.$$

Bu yerda  $\vec{D}$  elektr maydon induksiya vektori

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P}, \quad (2.2)$$

bu yerda  $\vec{P}$  to'lqinning elektr maydoni ta'sirida muhitning qutblanish vektori. To'lqin tenglamasi Maksvell tenglamalaridan kelib chiqadi  $\vec{P}$

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = - \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.3)$$

bu izotrop muhitda shaklni oladi

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = - \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (2.4)$$

Biz faqat yorug'lik vektorini  $\vec{E}$  va tegishli polyarizatsiya qiymatlarini (chiziqli va nochiziqli) o'z ichiga olgan dielektrik uchun quyidagi to'lqin tenglamasini olamiz.

Muhitning yorug'lik maydonining intensivligiga nochiziqli tarzda bog'liq bo'lgan qismi nochiziqli qutblanish deyiladi. Muhitning qutblanish vektori (polyarizatsiyasi)  $\vec{P}$  ni qutblanish vektorining chiziqli  $\vec{P}_{ch}$  va nochiziqli  $\vec{P}_{nch}$  komponentlarining vektor yig'indisi shaklida yozish mumkin

$$\vec{P} = \vec{P}_{ch} + \vec{P}_{nch}. \quad (2.5)$$

(2.5) formulada  $\vec{P}$  almashtirib, uni (2.2) va (2.3) tenglamalarga qo'yib, quyidagi to'lqin tenglamalarini olamiz.

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{E} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{ch}}{\partial t^2} = \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{nch}}{\partial t^2}, \quad (2.6)$$

bu izotrop muhitda quyidagi shaklni oladi.

$$\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{ch}}{\partial t^2} = \frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{nch}}{\partial t^2} \quad (2.7)$$

(2.2)- (2.7) tenglamalarni chiziqli va nochiziqli muhitlar uchun teng darajada qo'llash mumkin.

Ushbu tenglamalarga ko'ra, muhitning qutblanishi yorug'lik maydonining manbai hisoblanadi. Muhitning qutblanishi, o'z navbatida, tushayotgan yorug'lik to'lqini ta'sirida sodir bo'ladi. Yorug'lik maydoni bilan qutblanish induksiyasi moddiy tenglama bilan tavsiflanadi.

(2.6) va (2.7) tenglamalardan muhitning nochiziqli polyarizatsiyasi maydonning yangi spektral komponentlari (optik garmonika, kombinatsiya chastotalari va boshqalar) manbai ekanligi ko'rindi.

Biz faqat yorug'lik vektorini  $\vec{E}$  va tegishli polyarizatsiya qiymatlarini (chiziqli va nochiziqli) o'z ichiga olgan dielektrik uchun quyidagi to'lqin tenglamasini olamiz:

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \vec{E} + \frac{1}{\epsilon_0} \vec{P}^{ch} + \frac{1}{\epsilon_0} (\vec{P}^{kv} + \vec{P}^{kub} + \dots) \right]. \quad (2.8)$$

$\Delta \vec{E} = \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2}$  - Laplas operatorining  $E$  ga ta'siri, (2.8) nochiziqli tenglamani chiqarishda nochiziqli qutblanish vektori uchun 1-bobda keltirilgan tenglama (1.8) ishlatilgan.

Shunday qilib, biz kogerent lazer nurlanishlarining maydon kuchlanganligi vektori  $\vec{E}$  uchun izotrop va anizotrop muhitlarda darslikning 1-bobida sanab o'tilgan barcha nochiziqli optik jarayonlarning xususiyatini aniqlashga imkon beradigan umumiy (2.8) tenglamani keltirib chiqardik. (2.8) tenglamani Laplas operatorini hisobga olgan holda quyidagi to'lqin tenglamasi ko'rinishida yozish mumkin:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \vec{E} + \frac{1}{\epsilon_0} \vec{P}^{ch} + \frac{1}{\epsilon_0} (\vec{P}^{kv} + \vec{P}^{kub} + \dots) \right]. \quad (2.9)$$

(2.2) tenglamadan izotrop va anizotrop hamda chiziqli va nochiziqli turli agregat holatdagi muhitlarda yuqori quvvatli lazer nurlanishlarining o'zaro ta'siri natijasida hosil bo'ladigan barcha chiziqli va nochiziqli jarayonlarni tahlil qilish uchun foydalanish mumkin.

Darslikning keyingi bob va bo‘limlarida ushbu tenglama aniq jarayonni o‘rganish uchun tadbiq etiladi. Nochiziqli jarayonlarni ifodalovchi tenglamalarni tahlil qilishning analitik usullari bilan tanishamiz.

### Sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usuli

Asta-sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usuli (ASO‘AU) - to‘lqinlarning kompleks ( $E_1(z, t) = A_1(z)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)}$ ) - yorug‘lik maydonining elektr maydon kuchlanganligi shu ko‘rinishdagi kvazimonoxromatik yassi to‘lqin deb hisoblanadi)  $A(z)$  amplitudasi to‘lqin uzunligi  $\lambda$  tartibidagi masofalarda  $z \approx \lambda$  asta-sekin ( $k \frac{dA}{dz} \gg \frac{d^2 A}{dz^2}$ ) o‘zgarganda qo‘llaniladi, bu yerda  $k = 2\pi/\lambda$  – to‘lqin soni,  $\lambda$  - to‘lqin uzunligi. Keling, misol tariqasida uch chastotali ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ) o‘zaro ta’sir jarayonlarini hal qilishning ushbu usuli qo‘llanilishini batafsil ko‘rib chiqaylik. Endi har xil soddalashtirishlarni ko‘rib chiqib, biz natijada nochiziqli polyarizatsiya hosil bo‘lgan elektromagnit nurlanish uchun ifodalarni olamiz. Ko‘rinib turibdiki, har qanday holatda bir chastotali to‘lqinning amplitudasining ortishi yoki kamayishi boshqa ikkita to‘lqinning amplitudasiga bog‘liq. Shuning uchun uchta o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ) bo‘lsa, biz o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning amplitudalari bilan bog‘liq uchta tenglamani topishimiz kerak, ularning har biri boshqa ikkita maydonidagi maydonlarning kattaligiga qarab bir chastota maydonidagi o‘sish yoki pasayish tezligini beradi. Bundan tashqari, ushbu tenglamalarning har birida polyarizatsiya to‘lqini va elektromagnit to‘lqin o‘rtasidagi fazalar farqini hisobga oladigan ma’lum bir had bo‘lishi kerak.

Biz Maksvell tenglamalariga nochiziqli qutblanishni hisobga oladigan hadni quyidagicha kiritamiz ((2.8) - tenglamaga qarang) [1-4]:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\epsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = - \frac{5\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{nch}}{\partial t^2} \quad (2.10)$$

Bu yerda chiziqli qutblanish  $\epsilon$  ga kiradi, a nochiziqli qutblanishni esa  $P_{nch}$  tavsiflaydi.

Yana bir bor faraz qilaylik, muhit shaffof va magnit xususiyatiga ega emas va biz bir o‘lchovli masalani ko‘rib chiqish bilan cheklanamiz,

ya'ni barcha to'lqinlar z yo'nalishida tarqaladi, deb faraz qilamiz. Biz uchta o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarni quyidagicha yassi monoxromatik deb olamiz :  $\partial/\partial y = \partial/\partial x = 0$ ;

$$\begin{aligned} E_1(z, t) &= A_1(z)e^{i(\omega_1 t - k_1 z)}, \\ E_2(z, t) &= A_2(z)e^{i(\omega_2 t - k_2 z)}, \\ E_3(z, t) &= A_3(z)e^{i(\omega_3 t - k_3 z)} \dots \end{aligned} \quad (2.11)$$

.Bu yerda 1, 2 va 3 indekslari  $\omega_i$  ( $i=1,2,3$ ) chastotalarni bildiradi;  $\omega_i$  chastotadagi maydonlarning kompleks amplitudalari  $A_i(z)$  ga teng.

Bundan tashqari, albatta, manfiy chastotalar uchun uchta o'xshash ibora mavjud. Bu ta'rif shuni anglatadiki, bu yerda kompleks amplituda boshqa chastotalar to'lqinlari bilan faqat z o'qi bo'ylab o'zaro ta'sir qilish natijasida o'zgaradi va vaqt bo'yicha o'zgarmasdan qoladi. Boshqacha qilib aytganda, biz (bu yerda) statsionar rejimni ko'rib chiqamiz. Agar (2.10) tenglamaning o'ng tomoni nolga teng bo'lsa, uning yechimini (2.11) z o'qi bo'ylab tarqalayotgan yassi to'lqin ko'rinishida ifodalash mumkin, bunda quyidagi munosabatlar o'rinli bo'ladi:  $k = \frac{\omega}{c}n(\omega)$ ,  $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon}$ , bu yerda mos ravishda to'lqin soni va muhitning sindirish ko'rsatkichi.

Nochiziqli muhitda maydon amplitudasi z ga bog'liq, chunki nochiziqli qutblanish  $P_{nch}$  (tenglamani o'ng tomoni nolga teng emas) mavjud. Biroq bu holda, nochiziqli polyarizatsiya ham  $\omega_i$  chastotaga ega bo'lishi kerak. (2.10) turdag'i tenglamalarni uch chastotali jarayonga tadbiq qilish uchta maydon uchun har xil chastotalarda ( $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ,) nochiziqli polyarizatsiyaga ega bo'lish kerak. Bu faqat, ushbu munosabat o'rinli bo'lganda

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 , \quad (2.12)$$

bajariladi.

(2.12) munosabat kvadratik nochiziqli muhitga xos bo'lgan uch fotonli o'zaro ta'sirlarda energiyaning saqlanish qonuni xarakteriga ega va sof klassik versiyani juda oddiy kvant talqiniga imkon beradi. Darhaqiqat, bu munosabatdan kelib chiqadiki, uch fotonli o'zaro

ta'sirlarda energiyaga ega bo'lgan ikkita foton birlashadi  $\hbar(\omega_1 + \omega_2)$  va  $\hbar\omega_3$  energiyaga ega fotonni hosil qiladi.

Ko'rib chiqilayotgan holatda, ikkinchi tartibli differensial nochiziqli qutblanish tenglamaga (2.10) mos keladigan chastotalarda quyidagi ko'rinishda bo'ladi:

$$\begin{aligned} P^{(2)}(\omega_1) &= \chi^{(2)} A_7 A_2^* e^{i[(\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z]}, \\ P^{(2)}(\omega_2) &= \chi^{(2)} A_7 A_1^* e^{i[(\omega_3 - \omega_1)t - (k_3 - k_1)z]}, \\ P^{(2)}(\omega_3) &= \chi^{(2)} A_2 A_1^* e^{i[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)z]}. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Bu yerda  $\chi^{(2)}$ - muhitning kvadratik singdiruvchanlikni ifodalaydi. (2.11) – (2.13) - tenglamalar tizimi uch fotonli (chastotali) o'zaro ta'sirlarda bog'langan to'lqinlarning kompleks amplitudalari  $A_i(z, t)$  o'zgarishini ifodalaydi. Bu bog'langan xususiy differensial tenglamalar tizimi umumiy holda analitik yechimlarga ega emas va uni tahlil qilish qiyin. Biroq optik nochiziqlilikning singdiruvchanligini  $\chi^{(2)}$  kichikligini va masalaning statsionarligini hisobga olsak, uni ancha soddalashtirish mumkin.

### **2.1.1. Nochiziqli optik tenglama va ularni tahlil qilishning analitik usullari**

Nochiziqli optik jarayonlar umumiy holda bir jinsli va bir jinsli bo'lmagan moddalarda fazo va vaqt bo'yicha bir nechta ikkinchi tartibli o'zgaruvchan koeffitsiyentli xususiy differensial tenglamalar sistemasi orqali ifodalanadi. Ushbu tenglamalar berilgan boshlang'ich va chegaraviy shartlarda yechiladi. Umumiy holda masalaning juda kompleksligi tufayli bunday xususiy differensial tenglamalar sistemasi aniq analitik yechimga ega emas. Shu sababli ushbu masalalar har bir konkret hol uchun ma'lum bir chuqr fizik ma'noga asoslangan yaqinlashishlarda yechiladi. Aks holda xususiy differensial tenglamalar sistemasi sanoqli usullar bilan tadqiq qilinadi.

Ushbu bobda bir nechta analitik usullar bilan tanishib, ularni konkret nochiziqli optik jarayonlarni o'rganishga qo'llaymiz.

Nochiziqli-optik jarayonlarni ifodalovchi (2.13) tenglamalarni har xil turdag'i nochiziqli jarayonlar uchun tahlil qilishdan oldin yorug'lik maydonining modda bilan o'zaro ta'siri 3 ta modellari bilan tanishib chiqamiz. Shuni ta'kidlash joizki, ulardan biri asta-sekin o'zgaruvchan amplitudalar usuli bilan ushbu bobning 2.1-bandida tanishdik.

O'zgaruvchan koeffitsiyentli bir jinsli va bir jinsli muhitdagi o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarning kompleks amplitudalari uchun vaqt va fazoviy koordinatalar bo'yicha bir nechta ikkinchi tartibli xususiy differensial tenglamalar tizimi bo'lgan nochiziqli optikaning tenglamalarini analitik usullar bilan aniq yechib bo'lmaydi. Shuning uchun bu tenglamalar haqiqiy eksperimental vaziyatlarga mos keladigan ba'zi oqilona taxminlar va taxminiy usullar bilan yechiladi. Bu taxminiy usullarning barchasi tebranish nazariyasi usuliga asoslangan bo'lib, unga ko'ra ma'lum bir fizik miqdor kichik parametr darajasi bo'yicha qatorga qo'yiladi va kichik parametr darajasi oshgani sayin, bu hadning umumiyligiga qo'shgan ulushi kamayib boradi. Biz ushbu usullarni sanab o'tamiz va ularning qisqacha tavsifini beramiz.

### Berilgan maydon usuli

**Berilgan maydon usuli** (BMU) nochiziqli jarayonlarning konversiya (energiya'ni bir chastotadan boshqa chastotaga almashtirishdagi energiyalarning nisbati) koeffitsiyentlari juda kichik bo'lganda qo'llaniladi va shuning uchun asosiy to'lqinning (yassi deb hisoblaymiz) kompleks amplitudasi  $A_1(z,t) = a_1(z) e^{i[\phi(z,t)]}$  o'zaro ta'sir uzunligi davomida doimiy deb hisoblash mumkin, ya'ni haqiqiy amplitudasi  $a_1(z) = \text{const}$  va fazasi ham  $\phi_1(z,t) = \text{const}$  o'zgarmas bo'ladi. Shu bilan birga asosiy to'lqinning kompleks amplitudasi  $A_1(z,t)$  muhitda nochiziqli ta'sir tufayli hosil bo'ladigan to'lqinlarning ( $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ ) kompleks amplitudalaridan katta bo'ladi.

( $A_1 \gg A_2, A_1 \gg A_3$ ). Bunday holda tenglamalar soni kamayadi, bu esa masalani oson hal qilish imkonini beradi. Ushbu usul lazer nurlanishining uch va to'rt chastotali o'zaro ta'sirlarni (garmonikalar generatsiyasi, parametrik o'zaro ta'sirlarni va boshqalar), jarayonlarni tadqiq qilish uchun qo'llanishi mumkin.

## **Maydonning berilgan intensivlik usuli**

**Maydonning berilgan intensivlik usuli** (MBI) nochiziqli jarayonlarning konversiya koeffitsiyentlari kichik bo‘lganda qo‘llaniladi va shuning uchun asosiy to‘lqinning (damlash) intensivligini  $I_1(z,t) = A_1(z,t) * A_1^*(z,t) = \text{const}$  (bu yerda  $A_1^*(z,t)$  - kompleks amplituda  $A_1(z,t)$  ning kompleks qo‘shma amplitudasi) butun o‘zaro ta’sir uzunligi bo‘yicha doimiy deb hisoblash mumkin ( $I_1 > > I_2$ ,  $I_1 \gg I_3$ ), ammo to‘lqinning fazasiga  $\varphi_1(z,t)$  cheklovlar qo‘yilmaydi, u ixtiyoriy ko‘rinishda o‘zgarishi mumkin. Bunday holda tenglamalar soni kamayadi, bu esa masalani hal qilish imkonini beradi. Ushbu usul lazer nurlanishining uch chastotali o‘zaro ta’sirini (garmonikalar generatsiyasi, parametrik o‘zaro ta’sirlar va boshqalar) tadqiq qilishda qo‘llanishi mumkin.

## **Klassik chiziqli model**

Muhitning klassik modeli nisbatan sodda va hech bo‘lmaganda, sifat jihatidan muhitning optik nurlanishga chiziqli va nochiziqli ta’sirning ko‘p jihatlarini tavsiflaydi. Klassik chiziqli modelda, (Drude-Lorens modeli) muhit garmonik ossillyatorlar to‘plamidan tashkil topgan deb qaraladi. Chiziqli muhitda tarqaladigan yuguruvchi elektromagnit to‘lqin, shuningdek, bu muhitda elektron Drude - Lorens modeliga muvofiq, ikkilamchi yuguruvchi to‘lqinlarning paydo bo‘lishiga olib keladigan muhitning qutblanish to‘lqinini qo‘zg‘atadi.

Bunday holda, muhitning har bir nuqtasida tashqi o‘zgaruvchan elektr maydoni local Gers dipollarni - chiziqli muhitda tebranishlari garmonik bo‘lgan, tashqi maydonning  $\omega$  chastotasi bilan tebranadigan dipollarini induksiya hosil qiladi.

Bir ossillyatorning nurlanishidan kelib chiqqan dipol momenti (atomdagи elektron) quyidagicha aniqlanadi:

$$\vec{p} = -e \cdot \vec{r}, \quad (2.14)$$

bu yerda  $-e < 0$  – elektronning zaryadi va  $\vec{r}$  - radius 39ptic39 bo‘lib, uning moduli elektronning muvozanat holatidan siljish masofasiga teng bo‘ladi. Bitta ossillyatorning tebranish tenglamasi tashqi maydon

kuchlanganligi  $E$  (t)- ta'sirida majburiy so'nuvchan tebranishlar tenglamasi bo'lib, quyidagi standart ko'rinishga ega:

$$m_e \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = -2m_e \beta_0 \frac{d\vec{r}}{dt} - m_e \omega_0^2 \cdot \vec{r} - e \vec{E}(t), \quad (2.15)$$

bu yerda  $m_e$  - elektronning massasi;  $\omega_0$  - rezonansli tebranish chastotasi;  $\beta_0$  - tebranishning so'nish koeffitsiyenti;  $\vec{F}_y = -m_e \omega_0^2 \cdot \vec{r}$ ;  $\vec{F}_y$  - elektronga ta'sir etuvchi 40ptic40c (tiklash) kuch;  $E(t)$ - yorug'lik to'lqini maydonining elektr kuchlanganligi. Elektronning siljishlari  $\vec{r}$  kattalikni moduli bo'yicha atom yoki molekula o'lchamlariga ( $\sim 10^{-10}$ m) teng, bu 40ptic nurlanish to'lqin uzunligidan ( $\sim 10^{-6}$ m) ancha kichikdir. Shuning uchun elektr maydon kuchlanganligini  $\vec{E}$  koordinataga bog'liq emas, deb hisoblash mumkin, shuning uchun uni o'zgarmas kattalik deb hisoblaymiz. Agar muhit konsentratsiyasi  $N_0$  bo'lgan bir xil ossillyatorlardan iborat bo'lsa, u holda (2.16) ga muvofiq, muhitning qutblanish vektori quyidagilarga teng:

$$\vec{P} = -eN_0 \vec{r}.$$

Quyidagi (chiziqli) qutblanishli nurlanish uchun tenglama (2.15) skalyar tenglamaga ekvivalentdir:

$$\frac{d^2 P}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P = \epsilon_0 \omega_p^2 \cdot E(t), \quad (2.16)$$

bu yerda  $\omega_p$  -plazma chastotasi deb nomlangan kattalik kiritilgan:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 N_0}{\epsilon_0 m_e}}. \quad (2.17)$$

Model (2.16) odatda, muammoning chiziqlilagini hisobga olgan holda qo'llaniladigan spektral yondashuv doirasida qo'llaniladi. Ushbu yondashuvning ma'nosi shundaki, elektromagnit (yorug'lik) to'lqinining muhitning bog'langan optik elektronlar bilan o'zaro ta'siri  $\omega$  chastotasiga bog'liq.

Nurlanish maydoni kuchlanganligi vektori  $\vec{E}$  Furye integrali yordamida monoxromatik to'lqinlar spektriga yoyiladi (ajraladi):

$$E(t) = \int_{-\infty}^{\omega} E_{\omega} \exp(i\omega t) d\omega , E_{\omega} \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\omega} E(t) \exp(-i\omega t) dt . \quad (218)$$

Muhitning qutblanish vektori P (polyarizatsiyasi) ham xuddi shunday tarzda yoyiladi (ajraladi):

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\omega} P_{\omega} \exp(i\omega t) d\omega . \quad (2.19)$$

Muhitning chiziqli singdiruvchanligi  $\chi^{(1)}(\omega)$ , quyidagi munosabat bilan ifodalanadi:

$$P_{\omega} = \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) E_{\omega} ,$$

(2.16) dagi (2.8) va (2.19) ni almashtirib quyidagini topamiz:

$$\chi^{(1)}(\omega) = \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\beta_0\omega)} . \quad (2.20)$$

Oxirgi kasrning  $\omega_{+-}$  maxrajining ikkita oddiy noli joylashgan  $\omega$  kompleks o‘zgaruvchining pastki yarim tekisligida ( $\omega_{+-}$  kasrning maxrajini nolga tenglab yechamiz):

$$\omega_{+-} = -i\beta_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 - \beta_0^2} . \quad (2.21)$$

Ushbu xulosa termodinamik muvozanat muhitining ko‘rib chiqilgan modeli bilan cheklanmagan umumiyl xususiyatga ega.

So‘nishning zaifligini ( $\beta_0 \ll \omega_0$ ) hisobga olgan holda, tasvirlangan muhitning singdiruvchanligi (2.20)  $\omega \approx \omega_0$  da keskin rezonansga ega va rezonans kengligi  $\Delta\omega \sim \beta_0 \sim 10^2 \text{ s}^{-1}$  ni tashkil qiladi. Singdiruvchanlikning kompleksligi, rezonans yaqinida sezilarli bo‘lib, maydon tebranishlariga nisbatan polyarizatsiya tebranishlarining fazaviy siljishiga mos keladi. Boshqa tomondan, bu holat chiziqli dielektrik kirituvchanlikning kompleksligini anglatadi:

$$\epsilon^{(1)}(\omega) = 1 + \chi^{(1)}(\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\beta_0\omega)} , \quad (2.22)$$

Bu esa o‘z navbatida, sindirish ko‘rsatkichi n ning va yutilish koeffitsiyenti  $\mu$  ning nurlanish  $\omega$  chastotasiga bog‘liqligini ko‘rsatadi. Bu

miqdorlarni chiziqli singdiruvchanlikning haqiqiy (real) va mavhum qismlar bilan ifodalash mumkin  $\chi^{(1)}(\omega)$ :

$$n(\omega) = 1 + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \chi^{(1)}(\omega), \quad (2.23)$$

$$\mu(\omega) = \left(\frac{\omega}{nc}\right) \cdot \operatorname{Im} \chi^{(1)}(\omega) \quad (2.24)$$

Chiziqli model doirasidagi (2.22) tenglama singdiruvchanlikning mavhum qismi muhitning yutuvchi xususiyatlariga bog'liq, degan xulosani tasdiqlaydi. Yutmaydigan muhit uchun  $\operatorname{Im} \chi^{(1)}(\omega)=0$  ga teng.

Sindirish ko'rsatkichining chastotaga bog'liqligi  $n(\omega)$  xromatik dispersiya deyiladi. Xromatik dispersiyaning paydo bo'lishi bog'langan elektronlarning tebranishlari tufayli muhit elektromagnit nurlanishni yutadigan xarakterli chastotalar  $\omega_j$  bilan bog'liq. Muhitning rezonans xarakterli  $\omega_j$  chastotalaridan uzoqda, yutilishning yo'qligi uchun ( $\beta_0 = 0$ ) va (2.20), (2.21) ni hisobga olgan holda, biz **Sellmeyer** formulasini olamiz:

$$n^2(\omega) = 1 + \sum_{j=1}^3 \frac{B_j \omega_j^2}{\omega_j^2 - \omega^2}, \quad (2.25)$$

bu yerda  $B_j$  - qiymat  $j$  – rezonans uchun o'zgarmas kattalik bo'lib, muhitning xususiyatlariga bogliq.

Muhit optik tola (nurtola) bo'lsa  $B_j$  va  $\omega_j$  parametrlar tola o'zagining tarkibiga bog'liq. Hajmli kvars oynasi uchun bu parametrlar quyidagicha:  $B_1 = 0,626$ ,  $B_2 = 0,208$ ,  $B_7 = 0,827$ ,  $\lambda_1 = 68,2$  нм,  $\lambda_2 = 116,2$  нм,  $\lambda_7 = 2,2$  мкм. Bu yerda  $\lambda_j = 2\pi c/\omega_j$  – rezonans chastotalarga  $\omega_j$  mos keladigan to'lqin uzunliklari;  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с – yorug'likning vakuumdagi tezligi.

Chiziqli modelda singdiruvchanlikni bilish (2.20) ixtiyoriy shakldagi nurlanish impulsining muhitga ta'sirini tavsiflash imkonini beradi. E'tibor bering, nurlanishning impulsulari qisqa bo'lsa, yutilishga prinsipial ahamiyat berish lozim. Agar buni e'tiborsiz qoldiradigan bo'lsak, u holda impuls o'tgandan keyin ossillyatorlar cheksiz uzoq vaqt

davomida tebranadi va shunga mos ravishda nurlanish shaklida cheksiz katta energiya chiqaradi.

Masalaning chiziqliligi nurlanish muhit holatini o‘zgartirmaydi, degani emas. Aksincha, nurlanish muhitning ossillyatorlarining rezonans chastotalari yaqinida katta amplituda bilan tebranishiga olib keladi. Muhitga ta’sirda faqat uning chiziqliligining kichikligi talabi qo‘yiladi:

$$|\vec{r}| \ll \lambda_j .$$

Shunday qilib, klassik chiziqli model muhitning tashqi yorug‘lik maydoniga kuchsiz ta’sirida qo‘llaniladi va bиринчи yaqinlashuvda optik xususiyatlarning chastotaga bog‘liqligini aniqlashga imkon beradi (sindirish ko‘rsatkichi, yutish koeffitsiyenti, chiziqli singdiruvchanligi).

## **2.2. Muhitning nochiziqli qutblanishi. Nochiziqli optikaning asosiy tenglamasi**

Muhitning nochiziqli qutblanishi ta’sir etayotgan yorug‘lik maydonining kuchlanganligi vektori  $E$  moddani tashkil etgan atomning ichki kuchlanganligi vektori  $E_{at}$  ga son qiymati jihatidan yaqinlash-ganda ( $E < E_{at}$  yoki  $\beta < 1$  bo‘lganda) namoyon bo‘ladi.

Agar parametr (1.16) kichik bo‘lmasa, lekin shart  $\beta < 1$  bajarilsa, kuchli lazer nurlanishida bo‘lgani kabi, qutblanish vektori  $P(E)$  funksiyani izotrop muhit uchun  $E$  darajasi bo‘yicha qatorda yoyib ifodalanishi mumkin:

$$P(E) = \varepsilon_0 [\chi^{(1)}E + \chi^{(2)}E^{(2)} + \chi^{(3)}E^{(3)} + \dots + \chi^{(m)}E^{(m)} + \dots]. \quad (2.26)$$

Shartga ko‘ra,  $\beta < 1$  bo‘lgani uchun qatorning hadlari soni ortib borishi bilan uning qutblanishga qo‘sghan ulushi kamayib borishini nazarda tutamiz. Koeffitsiyentlar  $\chi^{(m)}$ ,  $m \geq 2$   $m$ -tartibli nochiziqli singdiruvchanlik bo‘lib, o‘lchovli fizik kattaliklardir. Bunday holda, mos keladigan miqdor  $\chi^{(m)}$  moddadagi atomlar (molekulalar) konsentratsiyasiga va parametrning (1.12)  $m$ -chi darajali kuchlanganligiga mutanosib bo‘ladi, ya’ni (2.13) dagi barcha nochiziqli hadlarni e’tiborsiz qoldirib bo‘lmaydi. Bu shuni anglatadiki, muhitning

tashqi yorug‘lik maydoni ta’siriga munosabati nochiziqli bo‘ladi, chunki barcha  $m \geq 2$  lar–uchun  $\chi^{(m)} \neq 0$  bo‘ladi.

Tabiiyki, nochiziqli optik qutblanishga eng katta hissa qo‘sadigan qo‘siluvchi tartib nomeri eng past bo‘lgan hadlar (1.26) tomonidan amalga oshiriladi, chunki  $m$  ortib borilishi bilan nochiziqli singdiruvchanlik  $\chi^{(m)}$  ning qiymati kamayib boradi. Nochiziqli singdiruvchanlikning qiymati kvant mexanikasi usullari yordamida hisoblanadi. Lazerlarning yaratilishi bilan singdiruvchanlikning spektral komponentlarini  $\chi^{(2)}, \chi^{(3)}, \chi^{(5)}$  yorug‘lik diapazonida (optik diapozonda) o‘lchash mumkin bo‘ldi.

Ma’lumki, anizotrop muhitlarda elektr maydon induksiya  $\vec{D}$  vektorining qiymati elektr maydon kuchlanganligi  $\vec{E}$  va qutblanish  $\vec{P}$  vektorlarining yo‘nalishi bilan aniqlanadi (2.2) ifodaga asosan. Ikkinchi tarafdan  $\vec{D}$  va  $\vec{E}$  quyidagi munosabat

$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon(x, y, z) \vec{E}$  orqali bog‘langan, unga asosan  $\epsilon(x, y, z)$  – dielektrik kirituvchanlikning qiymati tarqalayotgan to‘lqinning yo‘nalishiga bog‘liq, u esa muhitning singdiruvchanligi  $\chi(x, y, z)$  bilan chiziqli bog‘langan, ya’ni

$$\epsilon(x, y, z) = 1 + \chi(x, y, z).$$

Shuning uchun anizotrop muhitlarda  $\epsilon$  va  $\chi$  tenzor kattalik hisoblanadi.

Yuqorida keltirilgan sabablar tufayli anizotrop optik muhit uchun to‘lqin tenglamasi (2.8) quyidagi ko‘rinishga ega bo‘ladi:

$$\begin{aligned} \Delta E_i &= \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \sum_{k=1}^3 \left( 1 + \chi_{ik}^{(1)} \right) E_k \right] + \mu_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ikj}^{(2)} E_k E_j + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m + \dots \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

(2.27) To‘lqin tenglamasi mos keladigan tartiblarning nochiziqli ta’sirini ifodalovchi matematik va fizik jihatdan o‘rganish uchun nochiziqli optikaning asosiy tenglamasidir.

## **2.3. Yorug'lik dispersiyasi va nostatsionar nochiziqli optika tenglamalari**

### **Chiziqli va nochiziqli singdiruvchanlikning vaqt bo'yicha dispersiyasi**

Muhitning qutblanishini (polyarizatsiyasini) o'rnatish jarayoni biroz vaqt talab etadi. Binobarin, atrof-muhitning tashqi qo'zg'atuvchiga bo'lgan munosabati o'z vaqtida stimuldan orqada qolishi kerak. Aniqroq aytganda, hozirgi paytda atrof-muhitning qutblanishi oldingi vaqt ichida lahzalarda maydon kuchlanganligi qiymatlari bilan aniqlanishi kerak. Bu shuni anglatadiki, vaqt o'tishi bilan dielektrik singdiruvchanlikning o'zgarishini hisobga olish kerak.

Chiziqli va nochiziqli singdiruvchanlik tenzori yorug'lik to'lqinining chastotasiga, ya'ni muhitning nochiziqli qutblanishini yorug'lik to'lqinlarining o'zaro ta'siri hodisalari bilan bog'liq.

Kvadrat qutblanish to'lqini ikkita yorug'lik to'lqinining o'zaro ta'siri natijasidir, buning natijasida uchinchi chastotada to'lqin tug'iladi. Bunday o'zaro ta'sirlar uch chastotali ( $\omega_3 = \omega_1 \pm \omega_2$ ) deyiladi va ular keltirib chiqaradigan jarayonlar uch fotonli ham deyiladi. Shuning uchun uch chastotali o'zaro ta'sirda, nochiziqli singdiruvchanlik tenzorining komponentlari jarayonda ishtirok etuvchi barcha to'lqinlarning chastotalariga bog'liq: ( $\chi_{ikj}^{(2)}(\omega_1 \pm \omega_2, \omega_3)$ ). Chastotalar uchun oldingi nisbatni hisobga olgan holda, qisqaroq belgilanishi mumkin:  $\chi_{ikj}^{(2)}(\omega_1 \pm \omega_2)$  va undan ham qisqaroq  $-\chi_{ikj}^{(2)}$ , ammo bu chastotaga bog'liqlikni nazarda tutadi. Umuman olganda, kvadratik nochiziqli singdiruvchanlik tenzori bo'lgan uch rangli tenzor  $3 \times 9 = 27$  ta komponentga ega. Biroq rezonanslar yo'q bo'lganda,  $\chi_{ikj}^{(2)}(\omega_1 \pm \omega_2, \omega_7)$  tenzor har doim oxirgi ikkita indeksning o'rni almashinuviga nisbatan simmetrikdir:

$$\chi_{ikj}^{(2)} = \chi_{ijk}^{(2)}. \quad (2.28)$$

(2.28) ifodaga ko'ra  $\chi_{ikj}^{(2)}$  tenzorning mustaqil komponentlari soni 4 dan oshmasligi kerak. Haqiqatda, ko'p tuzilmalar uchun bu raqam ancha kam; u kristallning simmetriyasi bilan aniqlanadi.

Shunday qilib, kaliy digidrogen fosfat guruhining kristallari bo‘lsa,  $\chi_{ikj}^{(2)}$  tensorida faqat ikkita bir-biriga bo‘qliq bo‘limgan tashkil etuvchilari (mustaqil komponentlar) bor:

$$\chi_{123}^{(2)} = \chi_{132}^{(2)} = \chi_{213}^{(2)} = \chi_{131}^{(2)}; \quad \chi_{312}^{(2)} = \chi_{321}^{(2)}. \quad (2.29)$$

(2.28) munosabat  $\chi_{ijk}^{(2)}$  tenzorni hisobga olgan holda borish uchta indeksli tizimdan ( $i, j, k$  indekslaridan, ularning har biri uchtadan qiymatlar qabul qiladi) ikkita indeksli tizimga ( $i, l$  indekslariga, bu yerda  $i = 1, 2, 3; l = 1, 2, \dots, 6$ ) o'tishga imkon beradi. (2.26) ifoda endi quyidagi shaklni oladi. Operator shaklida  $\vec{P}^{(2)} = \vec{D}\vec{F}^{(2)}$  va vektor komponentlari orqali

$$P_{(nch)i} = P_i^{(nch)} = \sum_{l=1}^6 d_{il} F_l. \quad (2.30)$$

Yoki kengaytirilgan yozuvda olamiz:

$$\begin{pmatrix} P_x^{(2)} \\ \frac{P_y^{(2)}}{P_z^{(2)}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d_{11}}{d_{21}} & \frac{d_{12}}{d_{22}} & \frac{d_{17}}{d_{27}} & \frac{d_{12}}{d_{22}} & \frac{d_{15}}{d_{25}} & \frac{d_{16}}{d_{26}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ \frac{F_2}{F_7} \\ \frac{F_7}{F_2} \\ \frac{F_2}{F_5} \\ \frac{F_5}{F_6} \end{pmatrix}. \quad (2.31)$$

Bu yerda

$$d_{i1} = \chi_{i11}; \; d_{i2} = \chi_{i22}; \; d_{i7} = \chi_{i77}; \; d_{i2} = \chi_{i27}; \; d_{i5} = \chi_{i17} = \chi_{i71}; \; d_{i6} = \chi_{i12} \\ = \chi_{i21}.$$

## F vektori olti o'lclovli:

$$F_1 \rightarrow E_x E_x; F_2 \rightarrow E_y E_y; F_7 \rightarrow E_z E_z; F_2 \rightarrow E_y E_z + E_z E_y; F_5 \rightarrow E_x E_z + E_z E_x; F_6 \rightarrow E_x E_v + E_v E_x;$$

(2.31) ifodadan foydalanib, kaliy digidrogen fosfat guruhining kristallari uchun matritsani shaklda ifodalash mumkin.

$$\widehat{D} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{7\epsilon} \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

$\chi_{ikj}^{(2)}$  tenzorning turli spektral komponentlarini hisobga olgan holda, qo'shimcha simmetriya munosabatlarini o'rnatish mumkin:

$$\chi_{ikj}^{(2)}(\omega_1 + \omega_2) = \chi_{ikj}^{(2)}[(\omega_1 + \omega_2) - \omega_1]. \quad (2.33)$$

Bu shuni anglatadiki, tenzor birinchi ikkita indeksning o'rnini almashtirishga nisbatan bir vaqtning o'zida mos keladigan chastotalar kombinatsiyadagi o'zgarish bilan simmetrikdir, bu tenzorning spektral komponentini belgilaydi.

(2.33) munosabat chastotali-almashinish munosabati deyiladi. Agar  $\omega_1 = \omega_2 = \omega$  tenglik bajarilsa, (2.12) munosabatdan muhim quyidagicha natija olinadi :

$$\chi_{ikj}^{(2)}(2\omega) = \chi_{kij}^{(2)}(2\omega - \omega). \quad (2.34)$$

Singdiruvchanlikning vaqt bo'yicha dispersiyasi ma'lum chastota diapazonlarida yetarlicha zaif ifodalangan bo'lsa,  $\chi_{ikj}^{(2)}$  tenzor har uch indeksning o'rin almashtirishlariga nisbatan simmetrik bo'lib chiqadi. Bunday holda, oldingi natijalarни birlashtirishning bir turi mavjuddir. Natijada biz **Kleinman munosabatlari deb ataladigan tenglamaga** kelamiz:

$$\chi_{ikj}^{(2)} = \chi_{kij}^{(2)} = \chi_{jki}^{(2)} = \chi_{ijk}^{(2)} = \chi_{kji}^{(2)} = \chi_{jik}^{(2)}.$$

Shunday qilib, ko'rib chiqilayotgan materiallarning nochiziqli-optik xususiyatlari fenomenologik nazariya nochiziqli polyarizatsiyani qiymatlar eksperimental o'lchangan nochiziqli singdiruvchanlikning tenzorlari asosida hisoblash imkonini beradi.

### Nostatsionar nochiziqli optika tenglamalari

Agar maydon amplitudasi vaqt o'tishi bilan o'zgarsa

$$E(z, t) = A(z, t)e^{i(\omega t - kz)}, \quad (2.35)$$

u holda muhitning javobi (polyarizatsiya) oldingi vaqtlardagi maydonning qiymatlariga bog'liq ( muayyan t vaqtidan oldingi qiymatlariga bog'liq). Keyin muhitning (polyarizatsiyasining) qutblanish vektorining chiziqli qismi  $P(z, t)$  vaqtinchalik nolokalligi hisobga olingan holda, quyidagi shaklda ifodalanishi mumkin:

$$P(z, t) = \int_0^\infty H(t') E(t - t') dt'. \quad (2.36)$$

Bu yerda  $H(t')$  chiziqli singdiruvchanlik tenzori.

Shubhasiz, bu holda to'lqinning differensial tenglamasi integro-differensial tenglamaga aylanadi va uni tahlil qilish qiyinlasadi. Masalani osonlastirish  $A(z, t)$  ni koordinata z va vaqt t bo'yicha sekin o'zgarishini hisobga olib amplitudaning asta-sekin o'zgarish usulidan foydalanamiz (2.1.-bo'limga qarang).

Unda  $A(z, t - t')$  amplitudani  $t'$  vaqt atrofida quyidagi qatorga yoyamiz:

$$A(z, t - t') = A(z, t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[ (-t')^n \frac{\partial^n A(z, t)}{\partial t^n} \right]. \quad (2.37)$$

(2.26) ni va oddiy transformatsiyalardan so'ng biz  $P(z, t)$  uchun ifodani olamiz:

$$P(z, t) = \left\{ \chi(\omega) A(z, t) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n!} \left[ (-1)^n \frac{\partial^n \chi(\omega)}{\partial \omega^n} \frac{\partial^n A}{\partial t^n} \right] \right\} \exp(i\omega t - kz). \quad (2.38)$$

Bu yerda  $\omega$  chastotadagi to'lqin uchun muhitning chiziqli singdiruvchanligi  $\chi(\omega)$  tomonidan beriladi

$$\chi(\omega) = \int_0^\infty H(z, t') \exp(-i(\omega, t' - kz)) dt'. \quad (2.39)$$

Tenglamadan qutblanish uchun dispersiya (zaif dispersiya) nazariyasining birinchi yaqinlashuvida (qatordagi birinchi had) quyidagi ifodani olamiz:

$$P(z, t) = \left[ \chi(\omega) A(z, t) - i \frac{\partial \chi(\omega)}{\partial \omega} \frac{\partial A(z, t)}{\partial t} \right] \exp(i(\omega t - kz)). \quad (2.40)$$

Biz to'lqin tenglamasini (2.1) ifoda bilan almashtiramiz va (2.7) hisobga olgan holda va vaqt hamda fazoviy koordinatalarga nisbatan hosila bilan asta-sekin o'zgaruvchan amplitudalarni yaqinlashtirishda, birinchi tartibdan yuqori bo'limgan faqat hadlarni saqlagan holda, biz maydon amplitudasi uchun qisqartirilgan **nostatsionar** to'lqin tenglamasini olamiz.

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial A(z, t)}{\partial t} = 0 \quad (2.41)$$

va chastota  $\omega$  bilan to'lqin vektor  $k$  orasidagi munosabatni beruvchi dispersiya tenglamasini olamiz:

$$\omega^2 (1 + 2\pi\chi(\omega)) - k^2 c^2 = 0 \dots \quad (2.42)$$

Bunday holda, guruh tezligi (2.40) ga asosan quyidagicha aniqlanadi:

$$u = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right)^{-1}. \quad (2.43)$$

(2.41) tenglama kvazimonoxromatik to'lqinlarning tarqalish jarayonini tavsiflash uchun qisqartirilgan tenglamadir va u chiziqli holatda asta-sekin o'zgaruvchan amplitudalarning yaqinlashuvida olingan. Bu taxminiy, chunki uni ishlab chiqishda faqat kengaytirilgan qatorning (2.26) birinchi hadi hisobga olingan shaklida va dispersiya nazariyasining faqat birinchi (2.40), yaqinlashuvini hisobga oladi. Shunday qilib, (2.41) tenglama  $\left( \frac{\partial \chi(\omega)}{\partial \omega} \right)$  muhitning dispersiyasini chiziqli deb hisoblash mumkin bo'lgan mintaqada amal qiladi. Bu dispersiya nazariyasining birinchi yaqinlashuviga mos keladi.

Bu tenglamaning umumiy yechimi (2.44) shakldagi istalgan funksiyasi bo'lishi mumkin:

$$A(z, t) = A(z - ut), \quad (2.44)$$

bu yerda  $A(z-ut)$  funksianing shakli muhit chegaraviy shartlar bilan aniqlanadi:  $A(z = 0, t) = A_0(t)$ . Har qanday vaqtga bog'liq uyg'otilgan

maydon  $A(t)$  muhit chegarasida paydo bo‘lgan, guruh tezligi u bilan muhit bo‘ylab tarqaladi va asl shaklini saqlab qoladi. Ta’rifga muvofiq, guruh tezligi (2.2), muhitning dispersiyasi bilan aniqlanadi va shuning uchun u hisobga olinadi:

$$u = \left( \frac{\partial k}{\partial \omega} \right)^{-1} = c \left( n(\omega) + \omega \frac{\partial n(\omega)}{\partial \omega} \right)^{-1}. \quad (2.45)$$

Nochiziqlilikni hisobga olish uchun (2.7) tenglamaning o‘ng tomonga  $\frac{2\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{\text{нл}}}{\partial t^2}$  hadni qo‘sish orqali bu differensial tenglama ichida qolishga imkon beradi va hadning integral polyarizatsiya tasviridan xalos (2.36) qiladi.

### **Dispersiya nazariyasining ikkinchi yaqinlashuvi**

Dispersiya tenglamasining chiziqli yaqinlashuvi yetarli bo‘lmagan hollarda, qutblanish kengayishida yuqori tartibli hosilalarni hisobga olish kerak. Polyarizatsiya uchun dispersiya nazariyasining ikkinchi yaqinlashishda ((2.17) - qarang)  $n=2$  da bizda quyidagi ifodani olamiz:

$$P(z, t) = \left[ \chi(\omega)A(z, t) - i \frac{\partial \chi(\omega)}{\partial \omega} \frac{\partial A(z, t)}{\partial t} - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi(\omega)}{\partial \omega^n} \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} \right] \exp(i(\omega t - kz)). \quad (2.46)$$

Keyin tenglama (2.40) kabi yozilishi mumkin

$$\frac{\partial A(z, t)}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial A(z, t)}{\partial t} - i \frac{1}{2} g \frac{\partial^2 A(z, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (2.47)$$

bu yerda  $g = \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} = \frac{\partial}{\partial \omega}(u)^{-1}$  parametr guruh tezligining tarqalishini tavsiflaydi, uni ikkinchi yaqinlashishdagi dispersiya koefitsiyenti deb yuritiladi.

Ushbu  $g$  parametrning mavjudligi sifat jihatidan yangi effektlarga olib keladi. Darhaqiqat, guruh tezligining tarqalishi turli xil spektral komponentlar nafaqat turli xil fazaviy tezlikka, balki guruh tezligiga ham ega ekanligini anglatadi. Bu o‘z navbatida, impulsning tarqalish

davomida formasining (shakli) o‘zgarishiga olib keladi yoki vaqt o‘tishi bilan uning dispersion yoyilishiga sabab bo‘ladi (impulsning kengayishiga – davomiyligi ortishiga olib keladi). Yuqoridagi usulda siz yuqoriroq tartibdagi yaqinlashishdagi (masalan, dispersiyaning ikkinchi yoki uchinchi) tenglamalarni olishingiz mumkin. Biroq yuqoriroq tartibdagi yaqinlashishdagi amplitude  $A$  uchun hosil bo‘lgan tenglamalarni yechish murakkablashadi.

### **Nurlar va impulslar uchun tenglamalar. Differaksion effektlar va dispersiv impulsning tarqalishi**

Yuqorida biz bir o‘lchovli to‘lqin tenglamasi bilan shug‘ullanganmiz, ya’ni yassi, cheksiz keng to‘lqin frontli to‘lqinlari bilan o‘zaro ta’sir qiladi deb taxmin qilindi. Haqiqiy to‘lqin nurlari cheklangan radiusga ega va amplituda hamda fazoda kesmada modulyatsiyalangan bo‘ladi.

Shubhasiz, bu holda tahlilni juda murakkablashtiradigan uch o‘lchovli to‘lqin tenglamasini ko‘rib chiqish kerak. Kvazi-yassi to‘lqinlar holatida, ya’ni z o‘qi bo‘ylab muhitda tarqalayotganda to‘lqinli nurlarining elektr maydon kuchlanganligini quyidagicha ifodalaymiz:

$$E(x, y, z) = A(x, y, z)e^{i(\omega t - kz)}, \quad (2.48)$$

tor burchakli spektr bilan, murakkab amplitudada nur tarqalish yo‘nalishi bo‘ylab dastaning ko‘ndalang kesimi bo‘ylab o‘zgarishlarga qaraganda tezroq sodir bo‘ladi, nurning soya mintaqasiga o‘tgani uchun. To‘lqinning tarqalish yo‘nalishi bo‘yicha tez o‘zgarishi (2.45) tenglamadagi eksponensial omil tomonidan hisobga olinadi. Bunday holda biz sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usulini ham qo‘llashingiz mumkin, uning sharti quyidagicha edi:

$$k \frac{\partial A}{\partial z} \gg \frac{\partial^2 A}{\partial z^2}. \quad (2.49)$$

(2.48) ni inobatga olgan holda quyidagi taxminiy parabolik tenglamani olamiz:

$$k \frac{\partial A}{\partial z} + i \frac{1}{2k} \Delta_{\perp} A = 0, \quad (2.50)$$

bu yerda,  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  - ko'ndalang Laplas operatori.

(2.50) parabolik tenglama difraksiya effektlarini hisobga oluvchi xol, yoki nurlanishning diffuziyasini ko'ndalang vektorda  $k$  yo'nali shida - kvazi-optik yaqinlashuv deb ataladi. (2.48) va (2.49) munosabatlardan kelib chiqadiki, kvazoptik yaqinlashuvda sferik sirt paraboloid bilan almashtiriladi. Parabolik ko'rinishdagi (2.49) tenglamasi bir jinsli bo'limgan va nochiziqli muhitlar uchun umumlashtirilgan hamda tasodifiy o'zgaruvchan parametrli muhitda to'lqin tarqalishini va kvazi-yassi nurlarning nochiziqli o'zaro ta'sirini tasvirlash uchun ishlataladi.

### **Fazo va vaqt bo'yicha modulyatsiyalangan amplitudalar uchun umumiyl tenglama**

Yuqorida faqat vaqt yoki faqat fazoda modulyatsiyalangan to'lqinlarning chiziqli muhitida tarqalishini tavsiflovchi taxminiy tenglamalarni olgan edik. Amalda odatda, fazoda va vaqtda bir vaqtning o'zida modulyatsiyalangan to'lqinlar bilan shug'ullanish kerak bo'lsa-da, qisman fazoviy va vaqt bo'yicha kogerentlik ta'sirini alohida ko'rib chiqish juda o'rinli bo'ladi. Keyingi tahlildan ko'rinish turibdiki, bu vaqtinchalik va fazoviy modulyatsiyalar bilan ta'sirlarning namoyon bo'lish tezligidagi sezilarli farq bilan bog'liq. Shu bilan birga, bir qator masalalar uchun bir vaqtning o'zida ikkala turdag'i modulyatsiyani hisobga olish kerak bo'ladi. Bu holda tenglamani (2.47) va (2.49) tenglamalar yordamida yozish mumkin. Ulardagi hosilalarni bir xil tartibli deb faraz qilsak, biz quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{\partial A(z,t)}{\partial z} + \frac{1}{u} \frac{\partial A(z,t)}{\partial t} - i \frac{1}{2} g \frac{\partial^2 A(z,t)}{\partial t^2} + i \frac{1}{2k} \Delta_{\perp} A = 0 . \quad (2.51)$$

(2.51) Umumiyl tenglama dispersiya nazariyasining ikkinchi yaqinlashuvida va kvazi-optik yaqinlashuvida yozilgan.

## 2.4. Moddaning nochiziqli optik sezgisi (otklik). Angarmonik ossillyator

Yuqorida ta'kidlab o'tilganidek, zaif nochiziqli optik muhitda nochiziqli effektlarning fazoviy to'planishi fazoviy sinxronizm shartlari qondirilganda ularni kuzatish mumkin. Buning uchun ko'pincha yorug'likning qo'sh sinish xususiyatiga ega bo'lgan anizotrop kristallar qo'llaniladi.

Tashqi elektr maydoni  $E(z,t)$  ta'sirida dielektrik qutblanadi. Maydon atomlarning elektron qavatlarining yadrolarga nisbatan siljishiga olib keladi; natijada atomlar elektr dipol momentini oladi. Bu **elektron** dielektrik qutblanish deyiladi. Elektron bilan bir qatorda, tashqi maydon tomonidan qo'zg'atiladigan qutblanishning (polyarizatsiyaning) boshqa turlari ham bo'lishi mumkin. Shunday qilib, maydonlar ta'siri ostida musbat va manfiy ionlarning nisbiy siljishiga olib keladi va bu **ionli** qutblanish deyiladi. Agar muhitda doimiy dipollar (dipol molekulalari) mavjud bo'lsa, u holda **orientatsion (aylanuvchi)** dipollarning maydon yo'nalishi bo'yicha aylanishi tufayli qutblanishi mumkin. Bu esa **orientatsion** qutblanish deyiladi.

Elektron qutblanish eng tez o'rnatiladi, atomning elektron qobig'inining siljishi ( $10^{-16} - 10^{-12}$ ) s da sodir bo'ladi. Ionlarning massasi elektronga nisbatan katta bo'lgani uchun ular inertroq bo'ladi, ionning siljish vaqt uzoq bo'ladi: ( $10^{-17} - 10^{-11}$ ) s da sodir bo'ladi. Shu sababli ko'p dielektriklarda optik diapozonda asosan elektron qutblanish boshqalariga nisbatan katta bo'ladi, shu sababli biz faqat elektron qutblanishni hisobga olish bilan chegaralanamiz.

Chiziqli optikada chiziqli material tenglamasi ko'rib chiqiladi va qutblanish  $\vec{P} = (\chi_{ik}^{(1)}) \vec{E}$  vektorining  $i$  o'qiga proyeksiyasi quyidagicha ifodalanadi [4]

$$P_i = \sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k \quad (k = 1, 2, 3), \quad (2.52)$$

Bu yerda  $\chi_{ik}^{(1)}$  - muhitning chiziqli dielektrik singdiruvchanlik tenzorining komponentlari. Bu tenzor simmetrikdir, tegishli koordinatalar tizimini tanlab, uni diagonal shaklga keltirish mumkin:

$$(\chi_{ik}^{(1)}) = \begin{pmatrix} \chi_{11}^{(1)} & 0 & 0 \\ 0 & \chi_{22}^{(1)} & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{33}^{(1)} \end{pmatrix}. \quad (2.53)$$

Kub sistemaga kiruvchi izotrop muhitlar va kristallar uchun ( $\chi_{11}^{(1)} = \chi_{22}^{(1)} = \chi_{33}^{(1)} = \chi^{(1)}$ ), bunda (2.53) munosabat quyidagi shaklni oladi:  $\vec{P} = \chi^{(1)} \vec{E}$ .

Bir o‘qli kristallarga  $\chi_{11} = \chi_{22} \neq \chi_{33}$  munosabat mos keladi (bunda z-o‘qi optik o‘qi bo‘ylab yo‘nalgan). Bularga tetragonal, olti burchakli va trigonal tizimli kristallar kiradi;

$\chi_{11}^{(1)} \neq \chi_{22}^{(1)} \neq \chi_{33}^{(1)}$  bu holga ikki o‘qli kristallar kiradi: (rombik, monoklinik va triklinik tizimlarning kristallari) mos keladi. Nochiziqli hodisalarni o‘rganishda, asosan, bir o‘qli kristallar bilan shug‘ullaniladi.

### Nochiziqli optik singdiruvchanlik tenzorlari

Muhitning dielektrik singdiruvchanlik tashqi doimiy elektr maydonining kuchlanganligiga bog‘liqligi elektro-optik effektlar doirasida lazerlar paydo bo‘lishidan ancha oldin ko‘rib chiqilgan. Kuchli kogerent yorug‘lik manbalari (lazerlar) paydo bo‘lishi bilan dielektrik singdiruvchanlikning muhitda tarqaladigan yorug‘lik to‘lqinining maydon kuchlanganligiga bog‘liqligiga asoslangan nochiziqli optik effektlar - effektlar bo‘yicha keng qamrovli tadqiqotlar boshlandi.

Singdiruvchanlik tenzorining maydon kuchlanganligiga bog‘liqligini hisobga olgan holda chiziqli material tenglamasini (2.51) nochiziqliga o‘zgartiradi [1-4]:

$$P_i = \sum_{k=1}^3 \chi_{ki}^{(1)}(E) E_k \dots \quad (2.54)$$

Shunday qilib, chiziqli optikadan nochiziqli optikaga o‘tish amalga oshiriladi. Keling,  $\chi^{(1)}(E)$  ni  $E$  kuchlanganlikning darajasi bo‘yicha ketma-ket qatorga yoyamiz:

$$\chi_{ik}^{(1)}(E) = (\chi_{jk}^{(1)} + \sum_{j=1}^3 \chi_{ikj}^{(2)} E_j + \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_j E_m, \quad (2.55)$$

bu yerda  $\chi_{ik}^{(1)}$ ;  $\chi_{ikj}^{(2)}$ ;  $\chi_{ikjm}^{(3)}$  - mos ravishda **chiziqli singdiruvchanlik** (2-rangli tenzor); **kvadratik nochiziqli singdiruvchanlik** (3-rangli tenzor) va **kubik nochiziqli singdiruvchanlik** (4-rangli tenzor). Asosan, (2.54) qatorda nochiziqli singdiruvchanlikka ega yuqori tartibli xadlar ham hisobga olinishi mumkin.

Dielektriklarning singdiruvchanlik odatiy qiymatlari quyidagicha:

$$\chi_{ik}^{(1)} \approx 1; \chi_{ikj}^{(2)} \approx 10^{-11} - 10^{-12} m/B; \chi_{ikjm}^{(3)} \approx 10^{-21} - 10^{-22} (m/B)^2$$

Lazer nurlanish maydonining kuchlanganligi  $10^9$  (V/m) oshmasligini hisobga olgan holda, biz (2.2) qatordagi hadlar tartibi oshgani sayin tez kamayadi, degan xulosaga kelamiz.

(2.52) tenglamani (2.57) ifoda bilan almashtirib quyidagi biz nochiziqli moddiy tenglamani olamiz:

$$P_i = P_{chi} + P_{nchi} = \sum_k \chi_{jk}^{(1)} E_k + \sum_j \sum_k \chi_{ikj}^{(2)} E_j E_k + \sum_k \sum_j \sum_m \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m$$

### Kub va kvadratik nochiziqli muhitlar

Simmetriya markaziga ega kristallar, shuningdek, suyuqlik va gazlar uchun tenzor  $\chi_{ikj}^{(2)}$  nolga teng. Eslatib o'tamiz, koordinatalarni o'zgartirishda tenzor komponentlari mos keladigan koordinatalarning ko'paytmasi sifatida o'zgartiriladi. Masalan,  $\chi_{122}^{(2)}$  xyy koordinatalarning ko'paytmasi sifatida o'zgartiriladi, a  $\chi_{223}^{(2)}$  yyz tenzorning barcha komponentlari  $\chi_{ikj}^{(2)}$  ishorasini o'zgartirishi kerak (chunki ular toq sonli koordinatalar ko'paytmasiga to'g'ri keladi). Biroq kristallning markaziy simmetriyasini tufayli tenzor o'zgarishsiz qolishi kerak. Shuning uchun boshqacha qilib aytganda,  $\chi_{ikj}^{(2)} = -\chi_{ikj}^{(2)}$  yoki  $\chi_{ikj}^{(2)} = 0$  o'rini bo'ladi.

Demak, sentrosimmetrik kristallar, suyuqliklar, gazlarda markaziy simmetriya tufayli kvadratik qutblanish mavjud emas. Shuning uchun bunday muhitlarda nochiziqliligi kub singdiruvchanlik bilan birinchi tartibda aniqlanadi va bunday muhitlar kubik nochiziqli deb ataladi. Izotropik kubik nochiziqli muhit uchun material tenglama quyidagi shaklni oladi

$$P_i = P_{chi} + P_{nchi} = \sum_k \chi_{jk}^{(1)} E_k + \sum_k \sum_j \sum_m \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m.$$

Shuni ta'kidlash kerakki, nochiziqli (polyarizatsiya) qutblanish tufayli **kubik nochiziqlilik**, sentrosimmetrik va nosentrosimmetrik muhitda lazer nurlanish maydonining kuchlanganligi atom maydonining kuchlanganligi past qiymatlarida ( $\beta < 1$ ) nochiziqliligi kvadratik nochiziqli qutblanishdan ancha kam bo'ladi. Biroq gazlarda amalga oshiriladigan toq tartibli rezonansli nochiziqli singdiruvchanlik nisbatan katta bo'lib chiqadi, bu quyida ko'rsatilgan.

Agar kristall kvadratik singdiruvchanlikka ega bo'lsa, unda asosiy qutblanish uning nochiziqli kvadratik qutblanishi hisoblanadi. Shuning uchun kvadratik singdiruvchanlikka ega bo'lgan kristallar kvadratik nochiziqli muhitlar deb ataladi. 72 ta kristall sinfidan 20 tasi kvadratik singdiruvchanlikka ega.

### Angarmonik ossillyator modeli

Tashqi yorug'lik maydonining muhitga nochiziqli ta'siri bog'langan elektronlarning angarmonik harakati bilan bog'liq, ya'ni muvozanat holatidan katta masofaga og'gani uchun elektron ossillyatorlarning angarmonikligini hisobga olish kerak. Xususan, ossillyator harakatining angarmonikligi lazer nurlarining ta'sirida yuzaga keladi, uning potensial energiyasi  $U$  va qaytaruvchi kuchi  $F$  endi quyidagi formulalar bilan tavsiflanmaydi (bir o'lchovli harakat uchun  $|\vec{r}|=x$ ):

$$U = \frac{1}{2} kx^2, \quad F = -kx. \quad (2.56)$$

So‘nmaydigan angarmonik ossillyatorning umumiy modelini ko‘rib chiqamiz. Yorug‘lik intensivligining katta qiymatlarida ossillyatorning potensial energiyasi  $U(x)$  funksiyasini qatorga yoyishda yuqori darajali (tartibli) hadlarini hisobga olish zarur (angarmonik hadlar):

$$U(x) = \frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{3}m_e\beta x^3 - \frac{1}{4}m_e\delta x^4 + \dots .+ \quad (2.57)$$

$\vec{F} = -\nabla U$  formulani hisobga olsak, bu quyidagi ifodaga olib keladi:

$$F(x) = -kx + m_e\beta x^2 + m_e\delta x^3 + \dots \quad (2.58)$$

va so‘nish jarayoni bo‘lmasa, mos ravishda quyidagi dinamika tenglamani olamiz:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \left(\frac{e}{m_e}\right)E(t) + \beta x^2 + \delta x^3 + \dots . . \quad (2.59)$$

(2.54) - (2.58) formulalarda  $x$  - muvozanat holatidan siljish,  $m_e$  - elektron massasi,  $k$  - kvazielastik kuch koeffitsiyenti,  $\beta$  va  $\delta$  - kimyoviy tabiatiga qarab molekulaning "elastik" konstantalari;  $\omega_0 = \sqrt{k/m_e}$  - yorug‘lik intensivligi kichik bo‘lgan holat uchun ossillyatorning garmonik tebranishlarining xususiy chastotasi. Tuzatishlar  $\beta x^2$  va  $\delta x^3$  ni kichik deb faraz qilsak, (2.59) yechimni ketma-ket yaqinlashish usuli bilan topish mumkin.

Nolinchi yaqinlashishda angarmonik hadlar hisobga olinmaydi va nolinchi yechim quyidagi shaklga ega bo‘ladi:

$$x_0(t) = \frac{(eE_m/m_e) \cdot \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (2.60)$$

(2.60) ga asosan,  $P = N_0 e x_0(t) = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E(t)$  olamiz va bitta ossillyator uchun chiziqli singdiruvchanlik quyidagicha hisoblanadi:

$$\alpha^{(1)}(\omega) = \frac{1}{N_0} \chi^{(1)}(\omega) = \frac{e^2}{\varepsilon_0 m_e} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2}. \quad (2.61)$$

Agar  $\beta_0=0$  bo‘lsa, oxirgi formula (2.51) dan olinadi.

Birinchi yaqinlashishda (2.4) nolinchı yaqinlik yechimini (2.17) tenglamaga almashtirish kerak, bu esa endi quyidagi trigonometrik almashtirishlarni hisobga olgan holda:

$$\cos^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t), \quad \cos^3 \omega t = \frac{3}{4} \cos \omega t + \frac{1}{4} \cos 3\omega t$$

quyidagi tenglamani olamiz:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x &= \frac{eE_m}{m_e} \cos \omega t + \frac{\beta \left( \frac{eE_m}{m_e} \right)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} (1 + \cos 2\omega t) + \frac{\delta \left( \frac{eE_m}{m_e} \right)^3}{4(\omega_0^2 - \omega^2)^3} (3 \cos \omega t + \\ &+ \cos(3\omega t)). \end{aligned} \quad (2.62)$$

(2.60) tenglamada majburlovchi kuchlanganligi  $\omega$ ,  $2\omega$ ,  $3\omega$  chastotali uchta garmonik hadlar va bitta statik had bilan ifodalanadi. Shuning uchun (2.20) tenglamaning yechimi  $0$ ,  $\omega$ ,  $2\omega$ ,  $3\omega$  chastotalardagi yechimlarning superpozitsiyasi sifatida ifodalanadi.

Statik komponent uchun dinamik tenglama quyidagi shaklga ega:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \frac{\beta \left( \frac{eE_m}{m_e} \right)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2}. \quad (2.63)$$

$\frac{d^2x}{dt^2} = 0$  bo‘lganligi tufayli quyidagi statik yechimni olamiz:

$$x_{st} = \frac{\beta \left( \frac{eE_m}{m_e} \right)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \cdot \frac{1}{\omega_0^2}. \quad (2.64)$$

Shunday qilib, birinchi yaqinlashishdagi barqaror holatdagi majburiy tebranishlar quyidagi tenglama bilan tavsiflanadi:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{(e/m_e)E_m \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} + \frac{\beta(eE_m/m_e)^2}{2(\omega_0^2 - \omega^2)^2} \left[ \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2\omega t}{\omega_0^2 - (2\omega)^2} \right] + \frac{\delta(eE_m/m_e)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^3} \left[ \frac{3 \cos \omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} + \right. \\ &\left. + \frac{\cos 3\omega t}{\omega_0^2 - (3\omega)^2} \right]. \end{aligned} \quad (2.65)$$

Optik elektronning tebranishlari asosiy chastota  $\omega$  ga qo‘shimcha ravishda ikkilangan ( $2\omega$ ) va uchlangan ( $3\omega$ ) chastotalarda sodir bo‘lganligi sababli, chastotasi  $2\omega$  va  $3\omega$  bo‘lgan qo‘shimcha to‘lqinlar hosil bo‘ladi. Bu esa bir muhitdan ikkinchisiga o‘tish paytida yorug‘lik

chastotasining o‘zgarmasligi haqidagi optikaning asosiy tamoyillaridan birining bajarilmasligini anglatadi. Ikkinci garmonika ( $2\omega$ ) optik elektronlarning kichik angarmonikligi bilan ham shaffof muhitda uyg‘otilishi mumkin. Bundan tashqari, (2.59) ga muvofiq, kubik angarmoniya ( $\delta x^3$ ) asosiy chastota  $\omega$  da polyarizatsiyaning o‘zgarishiga olib keladi.

Haqiqatan ham,  $\omega$  chastotali hadlarni birlashtirisak, quyidagini olamiz:

$$x_1(t) = +; \frac{(eE_m/m_e)\cos\omega t}{\omega_0^2 - \omega^2} \frac{\delta}{4} \left[ \frac{eE_m/m_e}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \right]^3 \frac{3\cos\omega t}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

$$x_1(t) = \frac{\epsilon_0 \chi(\omega) E_m \cos\omega t}{e}$$

va shundan  $\chi(\omega) = \frac{e}{\epsilon_0} \cdot \frac{x_1(t)}{E_m \cos\omega t}$  bo‘lganligi tufayli quyidagini olamiz:

$$\chi(\omega) = \chi^{(1)}(\omega) + \chi^{(3)}(\omega) E_m^2, \quad (2.66)$$

bu yerda  $\chi^{(1)}(\omega)$  (2.12) formula bo‘yicha hisoblanadi va

$$\chi^{(3)}(\omega) = \frac{3}{4} \chi^{(1)}(\omega) \delta \frac{(e/m_e)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^3} \quad (2.67)$$

(2.66) formula muhitning qutblanishining, demak, sindirish ko‘rsatkichining tushayotgan to‘lqinning intensivligiga bog‘liqligini ko‘rsatadi ( $I_{tush} \sim E_m^2$ ). Shunday qilib, kubik angarmoniya tufayli (termin  $\delta x^3$  (2.59) tenglamada yorug‘lik maydoni muhitning optik xususiyatiga (tabiatiga) ta’sir qiladi va u nochiziqli muhitga aylanadi.

Angarmonik ossillyatorlar bilan muhitni simulyatsiya qilganda, qaytaruvchi kuch nochiziqli Huk qonuniga mos keladi (kuch cho‘zilishi bilan mutanosib emas va u nochiziqli komponentni o‘z ichiga oladi). Nochiziqlilikni kuchsiz deb hisoblab, bir o‘lchovli to‘lqin tenglamasini izotrop muhit uchun to‘lqinning so‘nishini hisobga olgan holda quyidagi shaklda yozamiz:

$$\frac{d^2P}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_2 \cdot P^2 + K_3 \cdot P^3 + \dots = \varepsilon_0 \omega_p^2 E . \quad (2.68)$$

Zaif nochiziqlilik sharti quyidagi tongsizliklarning bajarilishini anglatadi:

$$\omega_0^2 \gg |K_2 \cdot P| , \quad \omega_0^2 \gg |K_3 \cdot P^2| \quad (2.69)$$

Kvadratik nochiziqli angarmonik ossillyator modeli ( $K_3 = 0$ ) rezonanssiz holat uchun (2.67) tenglama quyidagi shaklni oladi:

$$\frac{d^2P}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_2 \cdot P^2 = \varepsilon_0 \omega_p^2 E . \quad (2.70)$$

Rezonanssiz holat maydon chastotalarining kombinatsiyasi xususiy chastota  $\omega_0$  ga yaqin emasligini anglatadi. Bunday holda, ko'rib chiqish faqat uzoq vaqt davomida amal qilmaydi. Muhitning modeli panjara doimiysi  $a$  bo'lgan kristall bo'lishi mumkin. Bunda kvadratik nochiziqlilik koeffitsiyenti quyidagicha baholanadi:  $K_2 \sim \omega_0^2 / ea$ . (2.68) tenglamani kichik tebranishlar usuli bilan yechamiz. Biz kichik parametrni  $\xi$  kiritamiz va (2.68) tenglamani quyidagi shaklda ifodalaymiz:

$$\frac{d^2P}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_2 \cdot P^2 = \xi \varepsilon_0 \omega_p^2 E . \quad (2.71)$$

Yechimni kichik parametr bo'yicha qator ko'rinishidan izlayapmiz.

$$P = \xi \cdot P^{(1)} + \xi^2 \cdot P^{(2)} + \xi^3 \cdot P^{(3)} + \dots \quad (2.72)$$

(2.71) ni (2.70) ga almashtirib,  $\xi, \xi^2, \xi^3, \dots$ , tartib a'zolarini yig'ib, chiziqli bir jinsli bo'limgan tenglamalar zanjirini olamiz:

$$\frac{d^2P^{(1)}}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP^{(1)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(1)} = \varepsilon_0 \omega_p^2 E , \quad (2.73)$$

$$\frac{d^2P^{(2)}}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP^{(2)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(2)} = -K_2 \cdot [P^{(1)}]^2 , \quad (2.74)$$

$$\frac{d^2P^{(3)}}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP^{(3)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(3)} = -2K_2 \cdot P^{(1)}P^{(2)} , \quad (2.75)$$

$$\frac{d^2P^{(m)}}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP^{(m)}}{dt} + \omega_0^2 \cdot P^{(m)} = -K_2 \cdot \sum_{l=1}^{m-1} P^{(l)}P^{(m-l)} , \quad m \geq 2 \quad (2.76)$$

(2.73) - (2.75) tizimni ketma-ket, (2.72) dan boshlab yechish kerak. Tenglama (2.71) chiziqli Drude - Lorens modelida paydo bo‘lgan (2.50) tenglamaga mos keladi va uning yechimi muhitning (chiziqli) sindirish ko‘rsatkichi ifodasiga olib keladi, u  $\beta_0 = 0$  uchun (2.60) dan kelib chiqadi. (2.72) tenglamaning o‘ng tomoni  $m$ -chi tartib ilgari topilgan miqdorlar bo‘yicha aniqlanadi (qo‘zgalish nazariyasining quyi tartiblarida).

Ishga umumiylar munosabatlarni qo‘llab, kvadratik nochiziqli ossillyatorning bigarmonik uygo‘nishi, ya’ni mos ravishda  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotali ikkita tashqi to‘lqinning ta’sirini ko‘rib chiqamiz.

(2.73) - (2.75) tenglamalar tizimini yechishning yuqorida protsedurasi kvadrat singdiruvchanlik uchun quyidagi ifodalarga olib keladi.

$$\begin{aligned}\chi^{(2)}(2\omega; \omega, \omega) &= -\frac{1}{2} K_2 \frac{[\chi^{(1)}(\omega)]^2}{D(2\omega)}, \\ \chi^{(2)}(\omega_1 + \omega_2; \omega_1, \omega_2) &= -K_2 \frac{\chi^{(1)}(\omega_1)\chi^{(1)}(\omega_2)}{D(\omega_1 + \omega_2)}, \\ \chi^{(2)}(\omega_1 - \omega_2; \omega_1, \omega_2) &= -K_2 \frac{\chi^{(1)}(\omega_1)\chi^{(1)*}(\omega_2)}{D(\omega_1 - \omega_2)}, \\ \chi^{(2)}(0; \omega, -\omega) &= -\frac{1}{2} K_2 \frac{[\chi^{(1)}(\omega)]^2}{D(0)}.\end{aligned}\tag{2.77}$$

Kvadrat singdiruvchanlikning bu koeffitsiyentlarida qavs ichidagi birinchi argument qutblanish tebranishlarining chastotasi, keyingi ikkitasi esa optik maydonlarning tebranish chastotalari ("+" yoki "-" belgilari bilan) hisoblanadi. Funksiya  $D(\omega)$  quyidagi shaklga ega:

$$D(\omega) = \omega_0^2 - \omega^2 - i \cdot 2\beta_0\omega .$$

Muhit polyarizatsiyasining tebranish chastotalari nisbati (chiziqli vertikal chiziqlar) va tashqi yorug‘lik maydonlari (qattiq vertikal chiziqlar) 2.1-a rasmda ko‘rsatilgan, bu yerda "+" va "-" belgilari qaramaqarshi vertikal yo‘nalishlarga mos keladi (mos ravishda "yuqoriga" va "pastga").

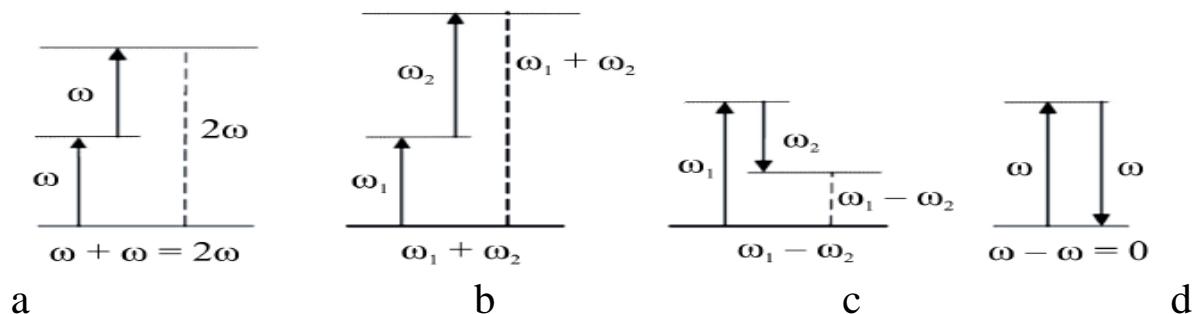
2.1 a-rasmda birinchi formulaga (2.76) mos keladi, ya’ni muhitga tushayotgan nurlanishning chastotasi  $\omega$  ga nisbatan 2 marta katta chastotali ikkinchi garmonika (IG)  $2\omega$  nurlanishi hosil bo‘lishi. 2.1 b va 2.1 v-rasmlarda mos ravishda bu muhitda chastotalar yig‘indisi va

ularning ayirmasiga mos chastotalarining hosil bo‘lishini ko‘rsatadi. Nihoyat, 2.1 d-rasmda “optik to‘g‘rilagich”ga mos keladi - optik nurlanish ta’sirida muhitda chastotasi nolga teng elektrostatik maydon hosil bo‘ladi.

Chastotalar chegarasida 2.1 a-rasmdan 2.1 b-rasmni va 2.1 v-rasmdan 2.1 d-rasmni olish mumkin. Ko‘rinib turibdiki 2.1- rasm (va keyingi 2.2-rasm)ni kvant tilida fotonlarning chastotalarining qo‘silishi va ayirmasi sifatida talqin qilinishi mumkin.

Shunday qilib, kvadratik nochiziqli ossillyatorning eng past tartibli yaqinlashishida bigarmonik uygo‘nish masalasida quyidagilarni e’tirof etsa bo‘ladi:

- muhitda  $2\omega_1$  va  $2\omega_2$  chastotali ikkinchi garmonikalar hosil bo‘ladi;
- kvadratik nochiziqliligi  $\beta x^2$  sababli yorug‘likning “to‘g‘rilanishi”ga mos keladigan nol chastotali nurlanish hosil bo‘ladi;
- ikki yorug‘lik to‘lqinlarining o‘zaro tebranishiga keladigan chastotalarining qo‘silishi  $\omega_1 + \omega_2$  va ayirmasi  $\omega_1 - \omega_2$  ga mos nurlanishlar hosil bo‘ladi.



*2.1-rasm. Muhitning kvadratik qutblanishi va optik maydonlarning chastotalarini munosabati.*

Chiziqli va kvadratik singdiruvchanlik o‘rtasidagi bog‘liqlikni (2.60) quyidagicha ifodalash mumkin:

$$\frac{\chi^{(2)}(\omega_1 \pm \omega_2; \omega_1, \omega_2)}{\chi^{(1)}(\omega_1 \pm \omega_2) \chi^{(1)}(\omega_1) \chi^{(1)}(\omega_2)} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{K_2}{\epsilon_0 \omega_p^2} . \quad (2.78)$$

R.Miller qoidasining (2.77) fizik ma’nosi shundan iboratki, muhit va optik maydonlar qutblanishining tebranish chastotalarining turli

nisbatlariga kvadratik singdiruvchanlik mos chastotalar uchun chiziqli singdiruvchanlik ko‘paytmasiga to‘g‘ridan-to‘g‘ri proporsionaldir.

(2.77) munosabatdan kvadratik singdiruvchanlik kattaligi  $\chi^{(2)}$  va sindirish ko‘rsatkichi  $n$  o‘rtasidagi oddiy va aniq bog‘lanish kelib chiqadi:

$$\chi^{(2)} = \alpha n^3,$$

bu yerda  $\alpha$  - nochiziqli moddalarning keng sinfi uchun amalda doimiy bo‘lgan kattalik. Shunga ko‘ra, kvadratik moddaning singdiruvchanligi qanchalik katta bo‘lsa, sindirish ko‘rsatkichi shunchalik katta bo‘ladi (2.78) tenglama chiziqli singdiruvchanlik uchun ushbu natijaning analogidi.

Chiziqli singdiruvchanlikka va kvadratik singdiruvchanlikning (2.76) qutblari (maxrajlarning nollari) kompleks chastota tekisligining pastki yarim tekisligida yotadi.

(2.72)ga binoan, tebranish nazariyasining keyingi (uchinchi) tartibida polyarizatsiya nurlanish amplitudalariga kubik bog‘liqlikka ega. Uning tebranishlari spektriga ikkinchi va uchinchi garmonikalar, shuningdek, dastlabki nurlanish chastotalar bilan mos keladigan chastotalar kiradi.

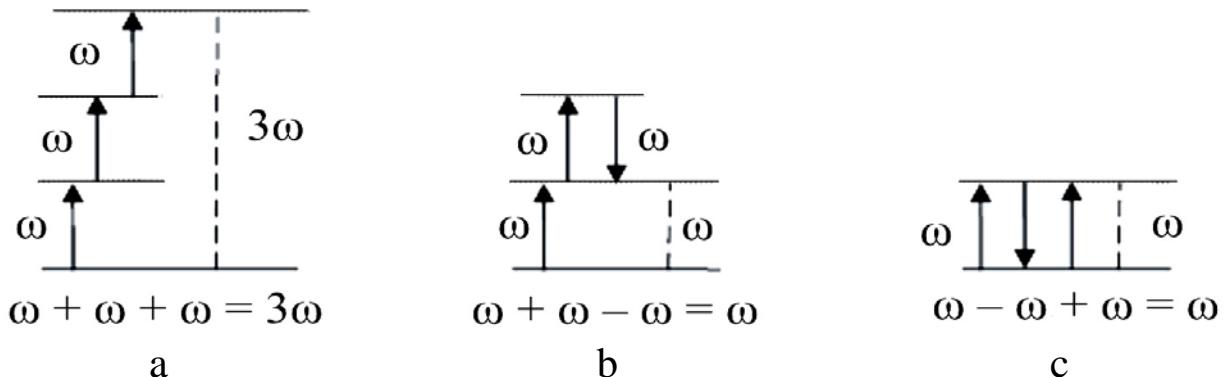
Kubik nochiziqli angarmonik ossillyator modelini ko‘ramiz ( $K_2 = 0$ ). Agar “tiklovchi kuch” ossillyatorning og‘ish belgisi o‘zgarganda o‘zgarsa, belgi (mos ravishda, potensial og‘ish juft funksiyasi bo‘ladi) u holda (2.77) dagi juft tartibga ega bo‘lgan hadlar yo‘q va eng kichik nochiziqli had kubik ko‘rinishda bo‘ladi. Shunga ko‘ra, chastotasi  $\omega$  bo‘lgan zaif nochiziqli va monoxromatik tashqi nurlanish uchun tenglama (2.78) shaklida yozilishi mumkin:

$$\frac{d^2P}{dt^2} + 2\beta_0 \frac{dP}{dt} + \omega_0^2 \cdot P + K_3 \cdot P^3 = \varepsilon_0 \omega_p^2 E_m \cos \omega t. \quad (2.79)$$

Bu tenglama Duffing tenglamalari deyiladi. Uning aniq yechimi yo‘q bo‘lsa-da, uning taxminiy yechimi uchun samarali usullar ishlab chiqilgan.

Yuqorida ko‘rib chiqilgan kvadratik nochiziqli holatda bo‘lgani kabi, rezonanssiz yaqinlashuvdan foydalanish mumkin. Duffing tenglamasining taxminiy yechimini topib, quyidagi sifatli natijalarni

olamiz: monoxromatik uygo‘nish bilan, 2.1-rasm kubik nochiziqli model uchun sxemalar bilan almashtiriladi.



*2.2-rasm. Muhitning kvadratik qutblanishi va optik maydonlarning chastotalarining munosabati*

2.2 a-rasmda ko‘rsatilgan sxema uchinchi garmonika generatsiyasiga mos keladi. 2.2 b va 2.2 c-rasmlarda tasvirlangan rasm yangi xususiyatlarga ega bo‘lib, nochiziqlilik mexanizmi - uchun qutblanish tebranishlarining chastotasi asosiy nurlanish chastotasiga to‘g‘ri keladi. Ushbu turdagи nochiziqlilik o‘z-o‘ziga ta’sirga mos keladi; uning sindirish ko‘rsatkichini intensivlikka nochiziqli bog‘liqligi nuqtai nazaridan tasvirlash mumkinligini ko‘rish mumkin.

Batafsil hisob-kitob shuni ko‘rsatadiki, qo‘shni buyurtmalarning nochiziqli polyarizatsiyalari aralash qo‘shni hadlar o‘rtasida  $P(n)$  va  $P(n+1)$  angarmonik ossillyator modeli doirasida quyidagi munosabatni olishi mumkin:

$$\left| \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \right| \approx \frac{e|E|\beta}{m_e D^2(\omega)},$$

bu yerda  $\beta$  - (2.79) tenglamadagi angarmoniklik koeffitsiyenti. Atomdagi elektronning bog‘lanishing fizik tabiatini hisobga olgan holda, agar muvozanatdan og‘ish masofasi  $x$  elektronning muvozanat orbitasi  $r_a$  taxminan bir tartibda teng deb faraz qilish mumkin. U holda nochiziqli kuch  $m_e \beta x^2$  chiziqli kuch bilan bir xil tartibda bo‘ladi  $m_e \omega_0^2 r_a = e|E_{am}|$ , bu yerda  $E_{am}$  - elektronni bog‘laydigan atom ichidagi elektr maydonining kuchlanganligi. Shuning uchun  $\beta/D \approx \beta/\omega_0^2 \approx r_a^{-1}$  va nisbati (2.71) teng:

$$\left| \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \right| \approx \frac{e|E|}{m_e \omega_0^2 r_a} \approx \frac{|E|}{|E_{am}|} .$$

To‘lqinning yorug‘lik vektori intensivligining amplitudasini atom ichidagi maydonning intensivligi bilan solishtirish kerak, uning tipik qiymati, yuqorida aytib o‘tilganidek,  $E_{am} = 10^{10} \dots 10^{11}$  V/m. Shuning uchun, hatto Q-switchli lazerning fokusida sodir bo‘ladigan  $10^{12}$  Vt/m<sup>2</sup> chegaraviy intensivlik uchun ham nochiziqlilikning kichik buzilishi deb hisoblash mumkin, chunki bu cheklovchi holatda ham nisbat (2.75) ga teng:

$$\left| \frac{P^{(n+1)}}{P^{(n)}} \right| \approx \frac{|E|}{|E_{am}|} \approx 3 \cdot 10^{-3} .$$

Shuni ta’kidlash kerakki, agar (2.57) dagi maxraj rezonansga aylansa, bu nisbat  $\omega_0/(2\beta_0)$  marta ortadi. Shu bilan birga, optik ko‘rsatkichlarning yuqori sezgirligi tufayli kichik nochiziqli effektlarni ham aniqlash mumkin.

Nochiziqli optikada boshqa ossillyator modellari ham qo‘llaniladi, xususan, bog‘langan ossillyator modeli, qo‘zg‘atuvchi rezonans modeli va boshqalar. Har xil ossillyator modellari ko‘p sonli chiziqli va nochiziqli optik muammolarni hal qilish uchun samarali. Ular yuqori garmonikalarning hosil bo‘lishini, yig‘indisi va farq chastotalarining ko‘rinishini, gisterezis hodisalarini tasvirlash, shuningdek, optik muhitning nochiziqli qutblanish komponentlari bilan chiziqli sezgirlikni bog‘lash imkonini beradi.

## **2.5. Kuchli elektrromagnit maydondagi moddaning o‘zini tutishini kvant-mexanik tahlil qilish asoslari**

### **O‘zaro ta’sirning kvant modeli**

Kvant jismlarining intensiv lazer nurlanishiga nochiziqli ta’sirini to‘liq hisoblash kvant mexanikasining asosiy tenglamasi - Shredinger tenglamasining yechimiga asoslanadi va umumiy holatda u juda murakkab hisoblanadi. Nisbatan oddiy molekulalar uchun ham bu nurlanishning o‘zaro ta’sirini hisobga olgan holda ko‘p zarrali masalani hal qilishni talab qiladi. Nafaqat elektronlar, balki yadrolar bilan ham

maydon kuchi uchun tebranish nazariyasidan foydalanmasdan, bunday muammolar faqat ma'lum model sxemalari uchun hal qilinadi.

Nurlanish maydonining kuchlanishi uchun g'elayonlanish nazariyasi doirasida muammo sezilarli darajada soddalashtirilgan. Hozirgi vaqtida ushbu yo'l bilan klasterlar, kristallar va shishalarning nochiziqli singdiruvchanligini hisoblash mumkin. Optik nochiziqlilikni hisoblash uchun ishlataladigan usullarni tushuntirish alohida taqdimotni talab qiladi. Keling, ba'zi misollar bilan cheklanib, Shredinger tenglamasining oddiyroq bir elektronli yaqinlashuviga o'tamiz. Ba'zi cheklowlarga qaramasdan, relaksatsiya jarayonlarini e'tiborsiz qoldirish yoki soddalashtirilgan talqin qilamiz, bu yondashuv nochiziqli optika uchun juda muhimdir.

**Kvant modelini** shakllantirishning boshlang'ich nuqtasi elektromagnit maydon bilan o'zaro ta'sir qiluvchi atomlarning  $\psi$  to'lqin funksiyasi uchun Shredinger tenglamasi:

$$i\hbar \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \hat{H}\Psi , \quad (2.80)$$

bu yerda  $\hbar$  - qisqartirilgan Plank doimiysi,  $\hbar = h/2\pi = 1,05 \cdot 10^{-72}$  J·s;  $\hat{H}$  - nurlanish bilan o'zaro ta'sir qiluvchi atom uchun to'liq Gamilton operatori,  $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}$ ;  $\hat{H}_0$ - bezovtalanmagan atom uchun Gamilton operatori (elektromagnit maydon mavjud bo'lмагanda);  $\hat{V}$  - atomning maydon bilan o'zaro ta'siri operatori. E'tibor bering, (2.80) tenglama to'lqin funksiyasida chiziqli. Bu elektromagnit maydonning kuchi bo'yicha u tomonidan tasvirlangan tizimning chiziqliligini anglatmaydi, bu nochiziqli polyarizatsiyani hisoblash uchun foydalanish imkoniyatini tushuntiradi.

Kvant mexanikasi qoidalariga ko'ra, fizik miqdorning o'rtacha qiymati  $f$  operatorga mos keladigan uning matritsa elementi  $\hat{f}$  bilan beriladi:

$$\langle f(t) \rangle = \int \Psi^*(\vec{r}, t) \cdot \hat{f} \cdot \Psi(\vec{r}, t) d\vec{r} = \langle \Psi | \hat{f} | \Psi \rangle .$$

Uyg'otilmagan tizimning o'ziga xos ma'lum funksiyalari ( $\hat{V} = 0$ ) hisobga olinadi:

$$\Psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) = \Phi_n(\vec{r}) \cdot \exp(-i\omega_n t) \quad (2.81)$$

Tabiiy (siklik) chastotalar  $\omega_n$  energiya darajasi bilan bog'liq  $W_n$  nisbat:

$$\omega_n = W_n/\hbar$$

va haqiqiydir. Asosiy funksiyalar  $\Phi_n$  to'liq ortonormal tizimni tashkil qiladi, bu diskret spektrda quyidagicha yoziladi:

$$\int \Phi_m^* \Phi_n d\vec{r} = \delta_{nm} . \quad (2.82)$$

Bezovta qilinmaganlarning ixtiyoriy yechimi ( $\hat{V} = 0$ ) tenglamalar Shredinger (har qanday dastlabki shartlar uchun) quyidagi shaklga ega:

$$\Psi^{(0)}(\vec{r}, t) = \sum_n a_n \Psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) , \quad a_n = \text{const.} \quad (2.83)$$

Biz uygo'tilgan tenglamaning (2.82) yechimini quyidagi shaklda qidiramiz (baza funksiyalarining to'liqligi ishlataladi):

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n(t) \cdot \Psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) . \quad (2.84)$$

(2.81) ni (2.84) ga almashtirgandan so'ng biz quyidagilarni topamiz:

$$\sum_n \Psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) \cdot \frac{da_n}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \sum_n a_n(t) \hat{V} \Psi_n^{(0)}(\vec{r}, t) . \quad (2.85)$$

Biz (2.85)ning ikkala tomonini  $\Psi_n^{(0)*}(\vec{r}, t)$ ga ko'paytiramiz, ustiga integrallaymiz  $d\vec{r}$  va ortonormallik shartidan foydalanib (2.82), keyin olamiz oddiy differensial tenglamalar tizimi:

$$\frac{da_n}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \sum_j V_{nj} a_j , \quad (2.86)$$

Bu yerda o'zaro ta'sir operatorining matritsa elementlari kiritiladi:

$$V_{nj}(t) = \langle \Psi_n^{(0)} | \hat{V} | \Psi_j^{(0)} \rangle = \int \Psi_n^{(0)*} \cdot \hat{V} \cdot \Psi_j^{(0)} d\vec{r} , \quad V_{jn} = V_{nj}^*. \quad (2.87)$$

Dastlabki shart - atom indeks bilan  $i$  holatda bo‘ladi (odatda, asosiy shart):

$$a_n(0) = \delta_{ni} . \quad (2.88)$$

Olingan munosabatlarga qarab, buzilish nazariyasining turli tartiblaridagi amplitudalarini ketma-ket aniqlash mumkin:

$$a_n = a_n^{(0)} + a_n^{(1)} + a_n^{(2)} + \dots \quad (2.89)$$

Indeksli davlat uchun dastlabki shart (2.82) tufayli  $i$  bizda bor:

$$a_n^{(m)}(0) = \delta_{ni} \cdot \delta_{m0} ,$$

va tenglikni (2.87) hisobga olsak, shunday bo‘ladi

$$a_n^{(m)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \sum_j \int_{-\infty}^t V_{nj}(t') a_j^{(m-1)}(t') dt' , \quad m \geq 1 .$$

Keyinchalik ko‘rib chiqish o‘zaro ta’sir potensialining turini ko‘rsatishni talab qiladi. Shunday qilib, bir elektronli yaqinlashuvda elektr dipol o‘tish holatida bizda:

$$\hat{V} = -\vec{p} \cdot \vec{E} ,$$

elektr dipol momenti bu yerda  $\vec{p}$  formula bilan aniqlanadi:

$$\vec{p} = -e \cdot \vec{r}(t) , \quad e > 0 .$$

Oxirgi ifoda uzun to‘lqinli yaqinlashuvda amal qiladi. Natijada chiziqli va nochiziqli singdiruvchanliklarni hisoblash mumkin bo‘ladi.

Taqdim etilgan g‘alayonlanish nazariyasi maydon chastotalari o‘tish chastotalari bilan mos keladigan yoki ularga yaqin bo‘lgan rezonanslar holatida samarasizdir. Shuni ham ta’kidlaymizki, relaksatsiya jarayonlarini e’tiborsiz qoldirgan holda, bu nazariya chiziqli va nochiziqli yutilishni tavsiflashga imkon bermaydi.

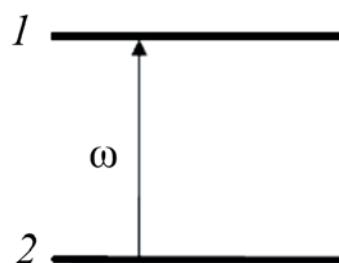
Bir qator hollarda standart g‘alayonlanish nazariyasidan foydalanmasdan turib ham tizimni hal qilish mumkin. Muhim holat - bu ikki energetik sathli kvant tizimining monoxromatik nurlanish bilan rezonansli o‘zaro ta’siri. Kvazimonoxromatik maydonning ko‘rinishini quyidagicha standart holda olamiz:

$$\vec{E}(t) = \frac{1}{2} [\vec{E} \cdot \exp(-i\omega t) + \vec{E}^* \cdot \exp(i\omega t)]. \quad (2.90)$$

Xorijiy ilmiy adabiyotlarda tashqi kuchli rezonans maydonidagi kvant tizimi (masalan, atom) odatda, “kiyingan atom” deb ataladi, ya’ni maydon tomonidan “kiyingan atom” (atom+maydon). Bu nom hodisaning mohiyatini yaxshi aks ettiradi, bu esa bu holda kvant tizimini va maydonni alohida ko‘rib chiqish mumkin emasligidan iborat.

Modelning (2.90) qo‘llanilishining asosiy sharti shundaki, maydon chastotasi  $\omega$  faqat atom o‘tishlaridan biri uchun rezonansli bo‘lishi va boshqa o‘tishlarning chastotalaridan uzoqda bo‘lishi kerak, ya’ni energiya darajalarining sezilarli darajada tengsizligi bo‘lishi kerak. Keyin qolgan darajalarni zaif aholi deb hisoblash mumkin va aniq tizimda (2.90) faqat amplitudalar.  $a_1$  va  $a_2$  rezonansli o‘tish bilan ikki daraja.

2.3-rasmda ikki sathli kvant tizimi bilan nurlanishning rezonansli o‘zaro ta’siri tasvirlangan. Rezonans chastotalari  $\omega_2 > \omega_1$  shartni qanoatlantiradi, deb faraz qilamiz, nurlanish chastotasi esa  $\omega \approx \omega_2 - \omega_1$  tenglik bilan aniqlanadi. Doimiy dipol moment yo‘q, shuning uchun  $V_{11} = V_{22} = 0$ , va  $V_{21} = V_{12}^*$ .



*2.3-rasm. Ikki sathli kvant tizimi bilan nurlanishning rezonansli o‘zaro ta’siri tasvirlangan.*

masalani asta-sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usuli bilan yechamiz, ya’ni tenglamalar tizimida tez o‘zgaruvchi hadlarni (ko‘paytmalarni) e’tiborsiz qoldiramiz:

$$\exp[\pm i(\omega_2 - \omega_1 + \omega)t]$$

va shaklning sekin o‘zgaruvchi ko‘rsatkichlarini saqlab qolamiz:

$$\exp[\pm i(\omega_2 - \omega_1 - \omega)t].$$

Quyidagi tengsizlik [ $(\omega_2 - \omega_1 + \omega) > (\omega_2 - \omega_1 - \omega)$ ]- sharti bajarilmoqda, exponentaning ko‘rsatkichi qancha katta bo‘lsa, u shuncha tez o‘zgaradi.

So‘ngra oddiy differential tenglamalar tizimi (2.86) quyidagi chiziqli sistemaga keltiriladi:

$$\begin{aligned}\frac{da_1}{dt} &= iR^*a_2 \cdot \exp(-i\Omega t), \\ \frac{da_2}{dt} &= iRa_1 \cdot \exp(i\Omega t),\end{aligned}\quad (2.91)$$

bu yerda biz quyidagi belgilashlarni kiritdik  $\Omega = \omega_2 - \omega_1 - \omega$  va  $R = V_{21}/(2\hbar) = p_{21}E/(2\hbar)$ .  $R$  kattalikning birligi chastota o‘lchamiga ega. Ushbu qiymatning moduli  $|R|$  Rabi chastotasi deyiladi. Miqdorlari  $|a_1|$  va  $|a_2|$  tegishli darajadagi energetik sathlarning bandligini aniqlaydi.  $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$  tenglik, albatta, o‘rinli bo‘ladi, chunki atomlar soni o‘zgarmaydi. O‘zgaruvchilarni quyidagicha almashtirish orqali:

$$b = a_2 \exp(-i\Omega t),$$

(2.91) tizimdagи koeffitsiyentlarning vaqtga bog‘liqligini yo‘qotish mumkin:

$$\frac{da_1}{dt} = iR^*b, \quad \frac{db}{dt} = i(Ra_1 - \Omega b). \quad (2.92)$$

(2.90) tenglamalar tizimidan  $a_1$  miqdorni chiqarib tashlab, biz quyidagilarni topamiz:

$$\frac{d^2b}{dt^2} + i\Omega \frac{db}{dt} + |R|^2 \cdot b = 0. \quad (2.93)$$

(2.93) tenglamaning yechimini  $b \sim \exp(iqt)$  quyidagi shaklda izlasak, keyin xarakterli ko'rsatkich uchun keltirilgan ifodani olamiz:

$$q = -\frac{\Omega}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega}{2}\right)^2 + |R|^2}.$$

Dastlabki o'zgaruvchilarga qaytgan holda (2.91) tenglamalar tizimining umumiy yechimini  $a_1, a_2$  lar uchun yozish osonlashadi. U aniq rezonans ( $\Omega = 0$ ) sharoitida va boshlang'ich  $t = 0$  shartda mos keladigan oddiyroq shaklga ega va faqat pastki energetik sath bandligi uchun  $a_1$ :

$$\begin{aligned} a_1(t) &= -i \frac{R^*}{|R|} \cos(|R|t), \\ a_2(t) &= \sin(|R|t), \end{aligned} \quad (2.94)$$

ifodani olamiz. Pastki va yuqori energetik sath uchun bandlik darajasi quyidagi shaklda aniqlanadi:

$$\begin{aligned} |a_1|^2 &= \cos^2(|R|t), \\ |a_2|^2 &= \sin^2(|R|t). \end{aligned}$$

Oxirgi tenglamalarning yechimidan haqiqatan  $|a_1|^2 + |a_2|^2 = 1$  o'rni ekanligi kelib chiqmoqda, agar  $|a_1|^2$  ortsa,  $|a_2|^2$  kamayadi, yoki aksincha bo'ladi, ya'ni ikki energetik sathlardagi atomlar sonining yig'indisi o'zgarmas kattalik bo'ladi.

Yechim tahlilidan (2.94) ko'rni turibdiki, sistema davriy ravishda, Rabi chastotasi bilan  $|R|$ , pastki va yuqori holatlar o'rtasida o'tishlarni (tebranishlarni) amalga oshiradi. Odatiy g'alayonlanish nazariyasi (yechimni maydon kuchlaridagi darajasi bo'yicha qatorga yoyish bilan) bu holda, shubhasiz, samarasiz. Hisob-kitoblar shuni ko'rsatadiki, Rabi chastotasi  $10^7 \text{ s}^{-1} \leq |R| \leq 10^{17} \text{ s}^{-1}$  tartibidagi diapazonda (oraliqda) o'zgaruvchan kattalik. Shunday qilib, elektronning rezonans holatlari orasidagi tebranish chastotasi elektron tebranish ta'sirida tashqi maydon chastotasidan kamroq yoki ko'p bo'lishi mumkin ekan.

Tizimdan (2.94) nurlanish impulsi tugagandan so'ng (qachon  $R = 0$ ), amplitudalar  $a_1, a_2$  doimiy qoladi. Shunda atomning dipol momenti uzoq (cheksiz) vaqt davomida  $\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1$  chastotasi bilan tebranadi. Maksvell tenglamalariga ko'ra, bu davr davomida doimiy o'rtacha quvvatga ega bo'lgan nurlanish va shunga mos ravishda cheksiz energiya

bilan birga bo‘ladi. Ushbu natija modelning cheklangan tabiatini va nurlanish maydonining kuchlanganligi uchun g‘alayonlanish nazariyasi doirasida muammo sezilarli darajada soddalashtirilganligini bildiradi.

Hozirda ushbu yo‘l bilan klasterlar, kristallar va shishalarning nochiziqli singdiruvchanligini hisoblash mumkin. Ushbu cheklovlarining ba’zilari zichlik matritsasi deb ataladigan yordam bilan to‘liqroq kvantfizik nuqtai nazardan olib tashlanadi.

Ikki energetik sathli kvant tizimi bilan nurlanishning rezonansli o‘zaro ta’siri muammosi maydon zaif va kuchli bo‘lganda, prinsipial farqlanadi. Kuchli maydon holatida zaifdan farqli o‘laroq, asosiy ta’sir tashqi yorug‘lik maydonining intensivligi (nointensivligi) oshishi bilan yuzaga keladigan to‘yinganlik effektidir va uni topish ehtimoli tengligida ifodalanadi. Elektron boshlang‘ich va qo‘zg‘atilgan holatlarda, ya’ni ushbu sathlarning bandligi tenglashadi:

$$|a_1|^2 = |a_2|^2 = \frac{1}{2} .$$

Tegishli kritik (eshik) tashqi maydon kuchlanganligi quyidagi shartdan aniqlanadi:

$$|R| = \frac{p \cdot E}{2\hbar} \approx \Gamma ,$$

bu yerda  $|R|$  - Rabi chastotasi,  $\Gamma$  - energetik sathning tabiiy kengligi. Bu yerdan quydagilarni topishingiz mumkin:  $E_{kp} \approx 10^{-8} E_{at} \sim 5 \text{ kV/m}$ .

Shunday qilib, *kuchli nurlanishning modda bilan o‘zaro ta’sirining kvant modeli mikroskopik darajada tashqi yorug‘lik maydonining kritik intensivligi mavjudligi bilan bog‘liq bo‘lgan nochiziqli to‘yinganlik effektini 1.2-rasmda ko‘rsatilgan nochiziqli hududga ega grafik sifatida beradi.*

## **2.6. Nochiziqli optik singdiruvchanlik va nochiziqli optik jarayonlar**

Yorug‘lik oqimini yo‘qotmasdan (shaffof yoki yutmaydigan muhit) optik muhit uchun nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponenti o‘z ichiga olmaydi, ya’ni nolga teng bo‘ladi. Ikkita asosiy sababni ta’kidlash lozimki, nochiziqli singdiruvchanlik umumiyl holatda kompleks miqdorlar hisoblanadi.

Birinchidan, singdiruvchanlikning vaqt bo'yicha dispersiyasini inobatga olish lozim. Muhitda polyarizatsiya o'rnatish jarayoni biroz vaqt talab etadi, shuning uchun miqdor  $P(t)$  kattalik muayyan ma'lum bir vaqtda qiymati maydon kuchlanganligi  $E$  ning nafaqat muayyan t vaqtning o'zidagi qiymatlari bilan, balki vaqtning oldingi daqiqalaridagi  $E$  ning qiymatlari bilan ham aniqlanishi kerak. Boshqacha qilib aytganda, muhitning tashqi ta'sirlarga munosabati kechikish bilan sodir bo'ladi. Bu shuni anglatadiki, (2.26) o'rniga quyidagi munosabatni ko'rib chiqish kerak:

$$P(t) = \varepsilon_0 \sum_k \int_0^\infty \chi^{(k)}(\tau) E^k(t - \tau) d\tau.$$

Ushbu ifodada Furye almashtirishlarini amalga oshirgandan so'ng biz quyidagilarni topamiz:

$$\chi^{(k)}(\omega) = \int_0^\infty \chi^{(k)}(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau, \quad k = 2, 3, \dots, m, \dots$$

Ikkinchidan, *yorug'lik to'lqini energiyasining yutilishining mavjudligi* yorug'lik maydonidan ta'sirlangan muhitning nolga teng bo'limgan elektr o'tkazuvchanligi tufayli, shuningdek, nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponentini keltirib chiqaradi.

Nochiziqli singdiruvchanliklarning mavjudligini ko'rinishga olib kelishini ko'rsatadigan misol keltiramiz - *yangi effekt karrali chastotali yorug'likning paydo bo'lishi* (*yuqori garmonikalar generatsiyasi*), xususan, ikkinchi  $\chi^{(2)}$  va uchinchi  $\chi^{(3)}$  tartibli nochiziqli singdiruvchanlik. Bu effektlar nochiziqli singdiruvchanliklarning haqiqiy komponenti tufayli hosil bo'ladi. Oddiylik uchun ushbu jarayonlarni izotropik muhitda ko'rib chiqamiz.

Aniqlik uchun tashqi yorug'lik maydoni kuchlanganligi  $\omega$  chastotali  $x$  o'qi bo'ylab tarqalayotgan yassi monoxromatik to'lqin bo'lsin

$$E(x,t) = E_m \cdot \cos(\omega t - kx). \quad (2.95)$$

(2.95)ni (2.26) formulaga qo'yib, biz maydon kuchlanganligi  $E$  ni qutblanishning qatoridagi birinchi (chiziqli) hadi (qo'shiluvchi) quyidagi shakldagi ifodani olamiz:

$$P^{(1)} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} E_m \cdot \cos(\omega t - kx),$$

chiziqli yaqinlashuvda muhitda faqat bitta  $\omega$  chastotali nurlanish hosil bo‘ladi. Bu shuni anglatadiki, muhit tushayotgan yorug‘lik to‘lqini bilan bir xil chastotadagi yorug‘likni qaytadan chiqaradi.

(2.26) ifodadagi keyingi qo‘shiluvchini quyida ko‘rib chiqamiz

$$P^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E^2 = \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_m^2 \cdot \cos^2(\omega t - kx) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_m^2 + + \frac{1}{2} \varepsilon_0 \chi^{(2)} E_m^2 \cdot \cos 2(\omega t - kx). \quad (2.96)$$

(2.96) yig‘indining o‘ng tomonidagi birinchi hadning mavjudligi muhitning doimiy qutblanishiga to‘g‘ri keladi. Aslini olganda, bu radiotexnikada qanday tushunilgan bo‘lsa, xuddi shu ma’noda to‘g‘rilagich (aniqlash), faqat elektr chiroq yoki yarim o‘tkazgichli diodda emas, balki optik muhitdagagi to‘g‘rilagich (2.96) dagi ikkinchi qo‘shiluvchi ikki karrali chastotali  $2\omega$  bilan optik garmonikaning generatsiyasini (ikkinchi garmonika generatsiyasini - IGG) ko‘rsatadi. Ko‘rsatish mumkinki, muhitning har bir nuqtasida hosil bo‘lgan  $2\omega$  chasteotadagi to‘lqinning amplitudasi  $E_m(2\omega)$  birlamchi to‘lqinning (AG) amplitudasi kvadratiga  $E_m(\omega)^2$  va berilgan muhitning kvadratik singdiruvchanlik  $\chi^{(2)}$  kattaligiga proporsionaldir:  $E_m(2\omega) \sim [E_m(\omega)]^2 \cdot \chi^{(2)}$ .

Agar muhitga har xil chasteotali  $\omega_1$  va  $\omega_2$  bo‘lgan ikkita turdagagi to‘lqinlar ta’sir qilsa, unda nochiziqli qutblanish chasteotalarda garmonik komponentlarni o‘z ichiga olishini ko‘rish mumkin: 1)  $2\omega_1$ ; 2)  $2\omega_2$ ; 3)  $\omega_1 - \omega_2$  va 4)  $\omega_1 + \omega_2$ , ya’ni garmonikalarni hosil qilishdan tashqari chasteotalarning yig‘indisi ( $\omega_1 + \omega_2$ ) va ayirmasidagi ( $\omega_1 - \omega_2$ ) nurlanishlarni hosil qilish mumkin.

Quyidagi P(E) qatordagi (2.26) keyingi tartiblari, masalan, uchinchi tartib uchun ko‘rib chiqamiz:

$$P^{(3)} = \varepsilon_0 \chi^{(3)} E^3 = \varepsilon_0 \chi^{(3)} E_m^3 \cos^3(\omega t - kx) = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)} E_m^3 \cos(\omega t - kx) + \frac{1}{4} \varepsilon_0 \chi^{(3)} E_m^3 \cos 3(\omega t - kx) \quad (2.97)$$

(2.93)dagi oxirgi qo‘shiluvchi uchinchi garmonikaning generatsiyasiga (UGG) mos keladi.

Darslikning 1-bobida IGG va UGG larni kuzatgan tajribalar haqida ma'lum otlar berilgan.

IGG optik diapazondagi moddaning nochiziqli xossalari aniq ko'rsatilgan birinchi tajribalardan biri edi.

Nochiziqli optik effektlarning paydo bo'lishiga olib keladigan fizikaviy sabablar juda xilma-xildir. Bularga quyidagilar kiradi:

- optik shaffof muhitda nochiziqli sindirish, ya'ni muhitning sindirish ko'rsatkichining yorug'lik vektorining amplitudasiga bog'liqligi (formula (1.5) ga qarang);
- yorug'lik maydonining yuqori intensivligi muhitida yorug'lik sochilishining nochiziqli tabiatini;
- muhitdagi intensiv optik nurlanishning ko'p fotonli yutilishi;
- yorug'lik to'lqinining qayta chiqarilishida yuqori garmonikalarni hosil qilish;
- issiqlikning o'z-o'ziga ta'sir qilishi va boshqalar.

*Parametrik* (nokogerent) jarayonlarga muhitning cheklangan hajmlarida nurlanish energiyasining konsentratsiyasi ushbu muhitning optik xususiyatlarining (parametrlarining) nochiziqlikka olib keladigan narsalarni o'z ichiga oladi, shu bilan birga bunday jarayonlarning paydo bo'lish tabiatini tushayotgan yorug'lik intensivligiga zaif bog'liq yoki umuman bog'liq emas. Bunday jarayonlar kuchsiz va kuchli yorug'lik maydonlarida sodir bo'lishi mumkin va ularning ba'zilari past chastotali va hatto doimiy elektr hamda magnit maydonlarida ham sodir bo'ladi. Parametrik jarayonlar energiyani muhitning qo'shni hududlariga o'tkazmasdan, kvazilokal tarzda rivojlanadi, ya'ni nokogerent bo'ladi.

Parametrik jarayonlarga quyidagilar kiradi:

- elektro-optik effekt yoki Pockels effekti (kuchli bir jinsli elektr maydoniga joylashtirilgan inversiya markaziga ega bo'limgan kristall izotrop dielektriklar optik anizotropik kristallga va sindiriish ko'rsatkichi maydon kuchlanganligining nochiziqli funksiyasiga aylanadi); ikkinchi tartibli nochiziqli effekt hisoblanadi;

• Kerr effekti (Pockels effektiga o'xshash, lekin uchinchi tartibli nochiziqli effekt) va boshqalar. Ba'zi manbalar shuni ko'rsatadiki, parametrik effektlarni nochiziqli optik jarayonlarga kiritmasa ham bo'ladi, chunki ular keng diapazonda tushayotgan yorug'lik intensivligiga bog'liq emas va juda zaif yorug'lik maydonlarida sodir

bo‘lishi mumkin, bu ularni lazerning paydo bo‘lishidan ancha oldin kuzatish imkonini berdi. Biroq parametrik jarayonlarning nochiziqli optikaga kiritilishi, bu biroz umumiy ma’noda tushunilishini ko‘proq asosli deb hisoblash kerak.

**Nochiziqli effektlarga** kuchli yorug‘lik maydonlari ta’sirida muhitning nochiziqli qutblanishiga va ularning amalga oshishi tushayotgan yorug‘lik intensivligiga sezilarli ravishda bog‘liq bo‘ladi. Har xil yorug‘lik to‘lqinlari bir-biri bilan faol ta’sir o‘tkazishi, bir to‘lqinning energiyasi boshqasiga to‘liq aylanishiga qadar almashishi mumkin. Bunday ta’sirlarni ko‘rib chiqishda hal qiluvchi rolni muhitning induksiyalangan qutblanishida (1.13) ifodadagi chiziqli haddan keyingi hadlari o‘ynaydi

**Nochiziqli effektlar** prinsipial jihatdan har qanday muhitda ham, vakuumda ham amalga oshishi mumkin. Haqiqatan ham, hozirda erishilgan lazer nurlanish intensivligida yorug‘lik impulslarini umumiy nisbiylik nazariyasiga muvofiq, massa bilan bog‘lanishi mumkin bo‘lgan energiya “to‘plamlari” deb hisoblash mumkin. Turli yorug‘lik to‘plamlari yoki bir xil to‘plam qismlarining o‘zaro tortishish ta’siri vakuumni nochiziqli optik muhitga o‘xshatadi. Elektromagnit nurlanishning moddaning elektronlari va ionlari bilan o‘zaro ta’siri natijasida paydo bo‘ladigan aniq muhit va moddalardagi nochiziqli ta’sirlari xususiy nochiziqli effektlarga nisbatan ancha kuchliroqdir.

O‘z navbatida, xususiy nochiziqli effektlar ikkita turdag'i effektlarni ajratishi mumkin.

Nochiziqli singdiruvchanlikning haqiqiy komponenti tufayli hosil bo‘ladigan ta’sirlarga quyidagilarni kiritish mumkin:

- yuqori optik garmonikalar generatsiyasi, xususan, yorug‘lik chastotasining ikki va uch marta oshishi bilan bog‘liq;
- nochiziqli materiallarda intensiv yorug‘lik nurining o‘z-o‘ziga ta’siri (masalan, o‘z-o‘zidan fokuslanish hodisasi, bunda nurda va nurdan tashqarida muhitning xususiyatlarida farq yuzaga keladi va uning tarqalishi to‘lqin o‘tkazgich, filamentli xususiyatga ega bo‘ladi, geometrik va differeksion sochilishni yo‘q qilish; o‘z-o‘zini fokuslash paytida yorug‘likning to‘g‘ri chiziqli tarqalishi qonuni buziladi);
- yorug‘lik intensivligining ma’lum bir qiymatida moddaning agregat holatining o‘zgarishi bilan shaffof muhitni kuchli yutuvchi

muhitga sifatli aylantirish jarayoniga asoslangan muhitning optik yemirilishi (teshilishi);

- boshqa effektlar.

Nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponentidan kelib chiqadigan effektlar tufayli hosil bo‘ladigan ta’sirlarga quyidagilarni kiritish mumkin:

- yorug‘likning modda atomi bilan o‘zaro ta’sirining elementar aktida bir emas, balki bir nechta fotonlar ishtirok etganda ko‘p fotonli jarayonlar (fotoionlanish va fotoqo‘zg‘alish, yorug‘likning gipersochishi va boshqalar); agar chiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponenti bir fotonli jarayonlar uchun javobgar bo‘lsa, u holda yuqori tartibli singdiruvchanlikning mavhum komponentlari ko‘p foton jarayonlar uchun javob beradi;

- yorug‘likning majburiy (rag‘batlantirilgan) kombinatsion sochilishi, bu kuchli tushayotgan nurlanish optik muhitda siljigan (kombinatsiyalangan) chastotalarda stimulyatsiyalangan nurlanish to‘lqinining paydo bo‘lishiga olib kelishidan iborat bo‘lib, ularning xarakteristikalari ta’sir etayotgan nurlanishning xususiyatlariiga nochiziqli bog‘liqdir;

- Mandelstamning - Brillouin (rag‘batlantirilgan) kombinatsion sochilishi, bunda kuchli yorug‘lik nurlanishi harakatlanuvchi to‘lqin qonuniga binoan muhitdagi molekulalarning kogerent tebranishlarini uyg‘otadi, yorug‘lik esa hosil bo‘lgan davriy strukturadan (tovushdan yuqori to‘lqinda) sochiladi.

Tegishli nochiziqli effektlar sinfiga birlashtirilgan optik effektlarning yuqorida keltirilgan ikkita nomi o‘rtasida muayyan munosabat mavjud. Ushbu munosabat quyidagicha bo‘ladi

$$\text{Im}\chi^{(m)} \sim \text{Re}\chi^{(m+1)}E, \quad m \geq 1.$$

Demak, chiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponenti bilan bog‘liq effektlar kvadratik singdiruvchanlikning real komponenti tufayli yuzaga kelgan effektlar bilan bir xil tartibda bo‘lib chiqadi. Kvadrat singdiruvchanlikning mavhum komponenti bilan bog‘liq effektlar va kub singdiruvchanlikning haqiqiy komponenti bilan bog‘liq effektlar haqida ham shunday deyish mumkin.

Shunday qilib, biz quyidagi umumiyligini qoidani shakllantirishimiz mumkin: m-tartibli singdiruvchanlikning mavhum komponenti bilan bog'liq effektlar, umuman olganda, singdiruvchanlikning haqiqiy komponenti ( $m + 1$ ) tartib bilan bog'liq bo'lgan effektlarning son qiymati jihatidan bir xil tartibda (teng) bo'ladi.

## 2.7. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar

1. Nurlanishning modda bilan o'zaro ta'sirining chiziqli Drude - Lorens modelining qo'llanilishi chegaralarini tushuntiring.
2. (2.2) tenglamadagi atamalarning fizik ma'nosini tushuntiring.
3. Chiziqli singdiruvchanlikning  $\chi^{(1)}(\omega)$  bog'liqligini oling, optik elektronlarning tebranishlari garmonik bo'lgan va faqat bitta rezonans chastotasi mavjud bo'lgan muhit uchun chastota bo'yicha. Ushbu munosabatni grafik tarzda chizing.
4. Shaffof (yutmaydigan) optik muhit uchun  $\text{Im } \chi^{(1)} = 0$  nima ekanligini tushuntiring.
5. Angarmonik ossillyatorlar modellaridan chiziqli modelga nisbatan qanday yangi ma'lumotlarni olish mumkin?
6. Nochiziqli muhitda bir muhitdan ikkinchisiga o'tganda, yorug'lik chastotasining o'zgarmaslik prinsipi buzilganligini ko'rsating.
7. (2.21) formula asosida optik muhitning sindirish ko'rsatkichining tushayotgan nurlanish intensivligiga bog'liqligini oling.
8. Kub singdiruvchanlik  $\chi^{(3)}$  formulasi (2.16) kvadratik singdiruvchanlik  $\chi^{(2)}$  ni o'z ichiga olmaydi, deb fizikaviy izoh bering.
9. Kvadrat nochiziqli ossillyatorning bigarmonik uygo'nish modeli yordamida qanday fizik natijalarni olish mumkin?
10. R.Miller qoidasi nima va u qanday amaliy xulosalarga olib keladi?
11. Daffing tenglamasining xarakteristikasi (2.34). U qanday jarayonni tasvirlaydi?
12. Qo'shni tartiblarning nochiziqli qutblanishlari o'rtasidagi bog'liqlik qanday  $P^{(n)}, P^{(n+1)}$  va nochiziqlilik parametri  $\beta = E/E_{at}$  angarmonik ossillyator modeli doirasida?
13. Nurlanishning modda bilan o'zaro ta'sirining kvant modeli zarurligini asoslab bering.

14. Kvant modeli doirasida intensiv yorug‘lik maydonining modda bilan o‘zaro ta’siri nochiziqli jarayon ekanligini isbotlang.
15. Ikki energetik sathli kvant tizimining monoxromatik nurlanish bilan rezonansli o‘zaro ta’siri muammosining fizik xususiyatlari qanday, odatda, maydonda “kiyingan atom” tushunchasi bilan ifodalanadi?
16. Ikki energetik sathli kvant tizimining monoxromatik nurlanish bilan rezonansli o‘zaro ta’siri masalasida zaif va kuchli tashqi maydon o‘rtasidagi tub farq nima?
17. Yutuvchi vositaning ma’rifatliliginin jismoniy ma’nosi nima?
18. Termodinamik kattaliklarning gradientlari mavjudligidan kelib chiqadigan nochiziqli optik hodisalarga misollar keltiring.
19. Bir fotonli va ko‘p fotonli jarayonlarning o‘xshashliklari va farqlari nimada?
20. Ba’zi ikki fotonli jarayonlar chiziqli, boshqalari esa nochiziqli bo‘lishi mumkinmi? Javobni misollar bilan tushuntiring.
21. Ikki fotonli o‘tish jarayoni va ketma-ket ikkita bir fotonli o‘tish jarayoni o‘rtasidagi farq nima?
22. Ko‘p fotonli jarayonning samarali kesmasining fizik ma’nosi nimadan iborat  $\sigma^{(k)}$  va u qanday parametrlarga bog‘liq?
23. Nima uchun ikki fotonli fotoeffekt uchun fotoelementdagi tokning qiymati fotoelementning katodiga tushgan lazer nurlanish kuchining kvadratiga proporsional ekanligini tushuntiring.
24. Nima uchun lazer nurlanishning tushishi intensivligi oshishi bilan optik kristallda ko‘p fotonli jarayonlar ehtimoli keskin oshadi?
25. Nima uchun optik kristallardagi ko‘p fotonli jarayonlar hech qanday oddiy (lazer bo‘lmagan) yorug‘lik manbasida kuzatilmasligini tushuntiring.
26. Shaklda ko‘rsatilgan ikki fotonli jarayonlar uchun energiyaning saqlanish qonunini yozing.
27. (2.56) ifoda ko‘p fotonli o‘tish ehtimoli uchun qanday farazlarga asoslanadi? Nima uchun bir qator hollarda qat’iy kuchga bog‘liqlik buziladi?
28. Yuqori garmonikalar hosil bo‘lish effektlari va ko‘p fotonli jarayonlar o‘rtasida qanday bog‘liqlik bor?

29. Kvant fizikasining asosiy qonunlaridan foydalanib, ko‘p fotonli jarayonda atom elektroni o‘tadigan oraliq holatlarning fizik tabiatini tushuntiring.

30. Stark effekti nima?

31. Qo‘zg‘atilgan atom sathining tabiiy eni  $g_0$  ma’lum deb faraz qilib, elektronning berilgan energiya sathidan energiyasi pastroq darajaga o‘tishida chiqarilgan foton to‘lqin uzunligining noaniqligini baholang.

32. Atomning virtual holatdagi umrini ikki fotonli o‘tishdagi haqiqiy qo‘zg‘aluvchan holatdagi umrini solishtiring.

33. Tengsizlikdagi chap va o‘ng tomonlarning fizik ma’nosini tushuntiring (2.63).

34. Optik parchalanish nochiziqli jarayon ekanligini isbotlang.

35. Nochiziqli yutilish uchun Buger qonunining matematik ifodasini oling.

36. Nochiziqli yutilish nima uchun chiziqli yutilishdan bir necha marta katta ekanligini tushuntiring.

37. Optik parchalanish jarayonida optik kristall strukturasining buzilishining fizik sabablari nimada?

38. Shaklda ko‘rsatilgan bog‘liqliklarning tabiatiga fizik tushuntirish bering.

39. Qanday qilib va nima uchun pol optik parchalanish kuchi nurlanish impulsining davomiyligiga bog‘liq?

40. Ikkita impulsli lazerlar bir xil chastotada, lekin impuls davomiyligi har xil: mos ravishda  $\tau_1 = 1$  ns va  $\tau_2 = 10^{-3}$  ns chiqaradi. Ulardan qaysi biri va nima uchun optik yemirilishlarga qarshilikni ta’minlash nuqtai nazaridan optik tolali liniyalarda foydalanish afzalroq?

### **3-BOB. PARAMETRIK NOCHIZIQLI OPTIK JARAYONLAR**

Nochiziqli optik jarayonlar kvadratik singdiruvchanligi bo‘lgan *bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan* moddalarda umumiyl holda, xususan, parametrik nochiziqli optik jarayonlar fazo va vaqt bo‘yicha uchta ikkinchi tartibli o‘zgaruvchan koeffitsiyentli xususiy differensial tenglamalar sistemasi orqali ifodalanadi. Ushbu tenglamalar berilgan boshlang‘ich ( $t=0$ ) va chegaraviy ( $z=0$ ) shartlarda yechiladi. Ushbu tenglamalar tizimining murakkabligi sababli, bu masalalar har bir konkret nochiziqli jarayon uchun ma’lum bir chuqur fizik mulohazaga asoslangan yaqinlashishlarda yechiladi. Aks xolda, ushbu xususiy differensial tenglamalar sistemasi sanoqli usullar bilan tadqiq qilinadi [2-5].

Ushbu bobda bir nechta analitik usullar bilan tanishib, ularni konkret nochiziqli optik jarayonlarning, xususan, parametrik optik jarayonlar va uning xususiy holi bo‘lgan ikkinchi garmonika generatsiyasi jarayonini har tomonlama o‘rganishga qo‘llaymiz.

#### **3.1. Kvadratik muhitlarda uch chastotali parametrik optik jarayonlar**

Bir jinsli va bir jinsli bo‘lmagan moddalardagi o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning kompleks amplitudalari uchun vaqt va fazoviy koordinatalar bo‘yicha bir nechta ikkinchi tartibli o‘zgaruvchan koeffitsiyentli xususiy differensial tenglamalar tizimi bo‘lgan nochiziqli optikaning tenglamalarini analitik usullar bilan aniq yechib bo‘lmaydi. Shuning uchun bu tenglamalar haqiqiy eksperimental vaziyatlarga mos keladigan ba’zi oqilona taxminlar va taxminiy usullar bilan yechiladi. Bu taxminiy usullarning barchasi tebranish nazariyasi usuliga asoslangan bo‘lib, unga ko‘ra, ma’lum bir fizik miqdor kichik parametr ( $\beta < 1$ ) darajasi bo‘yicha qatorga qo‘yiladi va kichik parametr darajasi oshgani sayin, bu hadning umumiyl yig‘indiga qo‘shtan ulushi kamayib boradi. Biz ushbu usullarni sanab o‘tamiz va ularning qisqacha tavsifini beramiz.

**Berilgan maydon usuli** (BMU) nochiziqli jarayonlarning konversiya (energiyani bir chastotadan boshqa chastotaga almashtirishdagi energiyalarning nisbati) koeffitsiyentlari juda kichik bo‘lganda qo‘llaniladi va shuning uchun asosiy to‘lqinning (yassi deb

hisoblaymiz) kompleks amplitudasi  $A_1(z,t) = a_1(z) e^{i[\phi(z,t)]}$  o‘zaro ta’sir uzunligi davomida doimiy deb hisoblash mumkin, ya’ni haqiqiy amplitudasi  $a_1(z) = \text{const}$  o‘zgarmas va fazasi ham  $\phi_1(z,t) = \text{const}$  o‘zgarmas bo‘ladi. Shu bilan birga asosiy to‘lqinni kompleks amplitudasi  $A_1(z,t)$  muhitda nochiziqli ta’sir tufayli hosil bo‘ladigan to‘lqinlarning ( $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ ) kompleks amplitudalaridan katta bo‘ladi, ya’ni ushbu ( $A_1 \gg A_2, A_1 \gg A_3$ ) shart o‘rinli bo‘ladi. Bunday holda, tenglamalar soni kamayadi, bu esa masalani oson hal qilish imkonini beradi. Ushbu usul lazer nurlanishining uch va to‘rt chastotali o‘zaro ta’sirlarni (garmonikalar generatsiyasi, parametrik o‘zaro ta’sirlarni va boshqalar) jarayonlarni tadqiq qilish uchun qo‘llanishi mumkin.

**Maydonning berilgan intensivlik usuli** (MBI) nochiziqli jarayonlarning konversiya koeffitsiyentlari kichik bo‘lganda qo‘llaniladi va shuning uchun asosiy to‘lqinning (damlash) intensivligini  $I_1(z,t) = A_1(z,t) * A_1^*(z,t) = \text{const}$  (bu yerda  $A_1^*(z,t)$  - kompleks amplituda  $A_1(z,t)$  ning kompleks qo‘shma amplitudasi) butun o‘zaro ta’sir uzunligi bo‘yicha doimiy deb hisoblash mumkin ( $I_1 \gg I_2, I_1 \gg I_3$ ), ammo to‘lqinning fazasiga  $\phi_1(z,t)$  chekllovlar qo‘yilmaydi, u ixtiyoriy ko‘rinishda o‘zgarishi mumkin. Bunday holda, tenglamalar soni kamayadi, bu esa masalani hal qilish imkonini beradi. Ushbu usul lazer nurlanishining uch chastotali o‘zaro ta’sirini (garmonikalar generatsiyasi, parametrik o‘zaro ta’sirlar va boshqalar) tadqiq qilishda qo‘llanilishi mumkin.

**Sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usuli** (SO‘AU) - to‘lqinlarning kompleks amplitudasi to‘lqin uzunligi tartibidagi masofalarda sekin ( $k \frac{dA}{dz} \gg \frac{d^2 A}{dz^2}$ ) o‘zgarganda qo‘llaniladi, bu yerda  $k = 2\pi/\lambda$  – to‘lqin soni,  $\lambda$  to‘lqin uzunligi. Keling, uch chastotali o‘zaro ta’sir jarayonlarini hal qilishning ushbu usulining qo‘llanilishini batafsil ko‘rib chiqaylik) [1-3].

Endi har xil soddallashtirishlarni ko‘rib chiqib, biz natijada nochiziqli polyarizatsiya hosil bo‘lgan elekromagnit nurlanish uchun ifodalarni olamiz. Ko‘rinib turibdiki, har qanday holatda bir chastotali to‘lqinning amplitudasining ortishi yoki kamayishi boshqa ikkita to‘lqinning amplitudasiga bog‘liq. Shuning uchun uchta o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar ( $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ ) bo‘lsa, biz o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning amplitudalari bilan bog‘liq uchta tenglamani topishimiz

kerak, ularning har biri boshqa ikkita maydondagi maydonlarning kattaligiga qarab bir chastota maydonidagi o'sish yoki pasayish tezligini beradi. Bundan tashqari, ushbu tenglamalarning har birida polyarizatsiya to'lqini va elektromagnit to'lqin o'rtasidagi fazalar farqini hisobga oladigan ma'lum bir had bo'lishi kerak.

Biz Maksvell tenglamalariga nochiziqli qutblanishni hisobga oladigan hadni quyidagicha kiritamiz:

$$\Delta \vec{E} - \frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{3\pi}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}_{nch}}{\partial t^2}. \quad (3.1)$$

Bu yerda chiziqli qutblanish  $\varepsilon$  ga kiradi, a nochiziqli qutblanishni esa  $P_{nch}$  tavsiflaydi.

Yana bir bor faraz qilaylik, muhit shaffof va magnit xususiyatiga ega emas va biz bir o'lchovli masalani ko'rib chiqish bilan cheklanamiz, ya'ni barcha to'lqinlar z yo'nalishida tarqaladi, deb faraz qilamiz. Biz uchta o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarni quyidagicha yassi monoxromatik deb olamiz :  $\partial/\partial y = \partial/\partial x = 0$ ;

$$\begin{aligned} E_1(z, t) &= A_1(z) e^{i(\omega_1 t - k_1 z)}, \\ E_2(z, t) &= A_2(z) e^{i(\omega_2 t - k_2 z)}, \\ E_3(z, t) &= A_3(z) e^{i(\omega_3 t - k_3 z)}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

bu yerda 1, 2 va 3 indekslari  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) chastotalarni bildiradi;  $\omega_i$  chastotadagi maydonlarning kompleks amplitudalari  $A_i(z)$  ga teng.

Bundan tashqari, albatta, manfiy chastotalar uchun uchta o'xshash ibora mavjud. Bu ta'rif shuni anglatadiki, bu yerda kompleks amplituda boshqa chastotalar to'lqinlari bilan faqat z o'qi bo'ylab o'zaro ta'sir qilish natijasida o'zgaradi va vaqt o'zgarmasdan qoladi. Boshqacha qilib aytganda, biz (bu yerda) statsionar rejimni ko'rib chiqamiz. Agar (3.1) tenglamaning o'ng tomoni nolga teng bo'lsa, uning yechimini (3.2) z o'qi bo'ylab tarqalayotgan yassi to'lqin ko'rinishida ifodalash mumkin, bunda quyidagi munosabatlar o'rinli bo'ladi:  $k = \frac{\omega}{c} n(\omega)$ ,  $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon}$ , bu yerda mos ravishda to'lqin soni va muhitning sindirish ko'rsatkichi.

Nochiziqli muhitda maydon amplitudasi z ga bog'liq, chunki nochiziqli qutblanish  $P_{nch}$  (tenglamaning o'ng tomoni nolga teng emas) mavjud. Biroq bu holda nochiziqli polyarizatsiya ham  $\omega_i$  chastotaga ega bo'lishi kerak. (3.1) turdag'i tenglamalarni uch chastotali jarayonga

tadbiq qilish uchta maydon uchun har xil chastotalarda ( $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ ) nochiziqli polyarizatsiyaga ega bo‘lish kerak. Bu faqat ushbu munosabat o‘rinli bo‘lsa bajariladi:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 , \quad (3.3)$$

(3.3) munosabat kvadratik nochiziqli muhitga xos bo‘lgan uch fotonli o‘zaro ta’sirlarda energiyaning saqlanish qonuni xarakteriga ega va sof klassik versiyani juda oddiy kuant talqiniga tushuntirishga imkon beradi. Darhaqiqat, bu munosabatdan kelib chiqadiki, uch fotonli o‘zaro ta’sirlarda energiyaga ega bo‘lgan ikkita foton birlashadi  $\hbar(\omega_1 + \omega_2)$  va  $\hbar\omega_3$  energiyaga ega fotonni hosil qiladi.

Ko‘rib chiqilayotgan holatda, ikkinchi tartibli differensial nochiziqli qutblanish vektori tenglamaga (3.1) mos keladigan chastotalarda quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$\begin{aligned} P^{(2)}(\omega_1) &= \chi^{(2)} A_3 A_2^* e^{i[(\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z]}, \\ P^{(2)}(\omega_2) &= \chi^{(2)} A_3 A_1^* e^{i[(\omega_3 - \omega_1)t - (k_3 - k_1)z]}, \\ P^{(2)}(\omega_3) &= \chi^{(2)} A_2 A_1^* e^{i[(\omega_1 + \omega_2)t - (k_1 + k_2)z]}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Bu yerda  $\chi^{(2)}$  kvadratik singdiruvchanlikni ifodalaydi. (3.1) – (3.4) - tenglamalar tizimi uch fotonli (chastotali) o‘zaro ta’sirlarda bog‘langan to‘lqinlarning kompleks amplitudalari  $A_i(z, t)$  o‘zgarishini ifodalaydi. Bu bog‘langan xususiy differensial tenglamalar tizimi umumiy holda analitik yechimlarga ega emas va uni tahlil qilish qiyin. Biroq optik nochiziqlilikning kichikligini va masalaning statsionarligini hisobga olsak, uni ancha soddalashtirish mumkin. Kompleks amplitudalar  $A_j$  uchun statsionar bog‘langan tenglamalar tizimi sekin o‘zgaruvchan amplitudalar usuli bilan uch fotonli o‘zaro ta’sirlarni tahlil qilamiz.

### **Statsionar qisqartirilgan tenglamalar. Uch fotonli parametrik jarayonlar**

(3.1) tenglamani maydon uchun va uning statsionar holatini hisobga olgan holda (vaqtga bog‘liq bo‘limganda),  $\omega_1$  chastotadagi maydon

kuchlanganligi  $E_1$  – boshqalariga nisbatan katta bo‘lgan hol ( $A_1 \gg A_2, A_1 \gg A_3$ ) uchun quyidagi tenglamani olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_1}{\partial z^2} &= - \left[ k_1^2 A_1(z) - 2ik_1 \frac{\partial A_1(z)}{\partial z} - k_1^2 \frac{\partial^2 A_1(z)}{\partial z^2} \right] e^{i(\omega_1 t - k_1 z)}, \\ \frac{\partial^2 E_1}{\partial t^2} &= -[\omega_1^2 A_1(z)] e^{i(\omega_1 t - k_1 z)}, \\ \frac{\partial^2 P^{(2)}(\omega_1)}{\partial z^2} &= -(\omega_3 - \omega_2)^2 \chi^{(2)} A_3 A_2^* e^{i[(\omega_3 - \omega_2)t - (k_3 - k_2)z]}.\end{aligned}\quad (3.5)$$

Shunga o‘xshash munosabatlarni boshqa ( $A_2(z)$  va  $A_3(z)$ ) amplitudalari uchun yozish mumkin.  $k^2 = \left(\frac{\omega}{c} n(\omega)\right)^2$ ,  $n(\omega) = \sqrt{\varepsilon}$  munosabatlarni hisobga olgan holda va maydonning kompleks amplitudasi masofaga qarab sekin o‘zgaradi, deb faraz qilsak bo‘ladi, chunki nochiziqli singdiruvchanlikning kichikligi tufayli, shuningdek, (3.3) tenglama ( $k \frac{dA}{dz} \gg \frac{d^2 A}{dz^2}$ , (ASO’AU)) har bir chastota komponenti uchun alohida qanoatlantiriladi. (3.1) tenglamadan va (3.3) ifodalardan foydalanib yuqorida keltirilgan shartlar asosida quyidagi birinchi tartibli soddaroq differensial tenglamalar tizimini olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_1^2}{k_1 c^2} \chi^{(2)} A_3 A_2^* e^{i(k_3 - k_2 - k_1)}, \\ \frac{dA_2}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \chi^{(2)} A_3 A_1^* e^{i(k_3 - k_2 - k_1)}, \\ \frac{dA_3}{dz} &= -i \frac{2\pi\omega_3^2}{k_3 c^2} \chi^{(2)} A_1 A_2 e^{-i(k_3 - k_2 - k_1)}.\end{aligned}\quad (3.6)$$

(3.6) tenglamalar tizimi yozishni soddallashtirish maqsadida o‘ng tomonidagi o‘zgarmas kattaliklarni quyidagicha belgilaymiz:

$$\sigma_j = \frac{2\pi\omega_j^2}{k_j c^2} \chi^{(2)}, \quad (j=1,2,3), \quad \sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3$$

bu kattalikni nochiziqli bog‘lanish koeffitsiyentlari deyiladi. (3.3)  $\sigma_j$  orqali qaytadan yozib quyidagi tenglamalar tizimini olamiz:

$$\frac{dA_1}{dz} = -i \sigma_1 A_3 A_2^* e^{i(k_3 - k_2 - k_1)} \quad (3.6a)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -i \sigma_2 A_3 A_1^* e^{i(k_3 - k_2 - k_1)}$$

$$\frac{dA_3}{dz} = -i \sigma_3 A_1 A_2 e^{-i(k_3 - k_2 - k_1)}$$

Bular uchta o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar amplitudalarini bo‘glovchi tenglamalardir. Ushbu tenglamalardan ko‘rinib turibdiki, har bir to‘lqinning amplitudasini masofa bilan o‘zgarishni, bir chastotada maydon amplitudalari qolgan ikkita chastotalardagi amplitudaga qarab va polyarizatsiya to‘lqini va muhitda hosil bo‘lgan elektromagnit to‘lqinlari o‘rtasidagi fazalar farqiga tasvirlashini bilish mumkin.

Biz kelajakda tez-tez ishlatib turadigan va dispersiya (faza tezligini yoki muhitning sindirish ko‘rsatkichining to‘lqin chastotasiga bog‘liqligi) tufayli muhitdagи o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning fazaviy tezliklarining farqini, ya’ni ( $V_1 \neq V_2 \neq V_3$ ) ularni bir-biridan farqlilagini tavsiflovchi yoki to‘lqin sonlarining farqini belgilovchi  $\Delta k$  kattalikni kiritamiz:

$$\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 \quad (3.7)$$

Ba’zi adabiyotlarda ushbu kattalik fazalar farqi deb ham yiritiladi.  $\Delta k = 0$  shart fazalar sinxronizm sharti (FSS) deb ataladi, ushbu shart bajarilsa, nochiziqli jarayonlar keskin ravishda ortadi. Keyingi boblarda uni batafsил ko‘rib chiqamiz.

Shunday qilib, to‘lqinlarning nochiziqli optik o‘zaro ta’siri jarayonlarini o‘rganish va to‘lqinlarning chiziqli nazariyasi o‘rtasidagi asosiy farqlar quyidagilardir:

*Nochiziqli singdiruvchanlik kichikligi tufayli ikkinchi tartibli tenglamadan birinchi tartibli tenglamalarga o‘tish imkonini beradi; o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning chastotalarida sindirish ko‘rsatkichlarining dispersiyasining mavjudligi.*

Ko‘rib turganingizdek, barcha uchta to‘lqinni amplitudalari (3.3) orqali bir-biri bilan bog‘liq. Natijada (3.3) tizimning umumi yechimini elementar funksiyalar orqali ifodalash mumkin emas.

Biroq muhitda hosil bo‘lgan to‘lqinning quvvatini kichik deb hisoblasak, ikkita tushayotgan to‘lqinning amplitudalarini (quvvatini) muhitning uzunligi bo‘ylab nisbatan doimiy deb hisoblash mumkin.

So‘ngra uchta tenglama osongina birlashtirilishi mumkin bo‘lgan bitta tenglamaga olib kelish mumkin. Bunday yaqinlashish yuqorida ta’kidlanganidek, berilgan maydonning yaqinlashuvi deyiladi va ko‘pincha nochiziqli optikada zaif energiya almashinushi bilan to‘lqinlarning o‘zaro ta’sirini tahlil qilishda qo‘llaniladi.

Masalan,  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$  o‘zaro ta’sirni ko‘rib chiqishda  $A_1, A_2 \gg A_3$  o‘rinli deb hisoblasak, bu (3.3) tizimdan faqat oxirgi tenglamani  $A_3$  tekshiramiz:

$$\frac{dA_3}{dz} = -i \frac{2\pi\omega_3^2}{k_3 c^2} \chi^{(2)} A_1 A_2 e^{-i\Delta kz}, \quad (3.8)$$

Bu tenglamani muhitning uzunligi  $0 < z < L$  bo‘yicha integrallab ushbu yechimni olamiz

$$A_3 = -i \frac{2\pi\omega_3^2}{k_3 c^2} \chi^{(2)} A_1 A_2 \int_0^L e^{-i\Delta kz} dz.$$

Bu yerda  $L$  - kristallning uzunligi, u ifodadan integral olib quyidagi ifodani olamiz:

$$A_3 = -i \frac{2\pi\omega_3^2}{k_3 c^2 \Delta k} \chi^{(2)} A_1 A_2 (e^{-i\Delta kL} - 1). \quad (3.9)$$

(3.9) dan ko‘rinib turibdiki,  $A_3(L)$  ning qiymati  $\chi^{(2)} A_1 A_2$  larga to‘g‘ri proporsional va  $\Delta k$  fazalar farqiga kuchli bog‘liq ekan. (3.9) ifodani keyingi bo‘limda ikkinchi garmonika generatsiyasi jarayonini yoritganimizda batafsil tahlil etamiz. Endi (3.9) tizimdan kelib chiqadigan umumiylar bilan tanishamiz.

### **Menly-Row munosabatlari**

Tizimni (3.3) qo‘shimcha tahlil qilib  $A_1$  va  $A_2$  larni o‘zaro almashtirish yo‘li bilan uning ikkinchi tenglamasi olinishi mumkinligini ko‘rsatadi, uchinchi tenglamani esa bunday almashtirish bilan olish mumkin emas.

Agar to‘lqinlarning o‘zaro ta’siri jarayonida energiya oqimini ko‘rib chiqsak, ushbu tasdiqning ma’nosini aniq bo‘ladi.  $\Delta k = 0$  deb faraz qilsak, tenglamalardan quyidagilarni olamiz:

$$\frac{n_1 c}{\omega_1} \frac{dA_1}{dz} = -i2\pi\chi^{(2)} A_3 A_2^*, \quad (3.10)$$

$$\frac{n_2 c}{\omega_2} \frac{dA_2}{dz} = -i2\pi\chi^{(2)} A_3 A_1^*, \quad (3.11)$$

$$\frac{n_3 c}{\omega_3} \frac{dA_3}{dz} = -i2\pi\chi^{(2)} A_1 A_2^*, \quad (3.12)$$

va (3.10) va (3.11) tenglamalarning o‘ng qismlari (3.12) tenglamaning o‘ng tomonining kompleks qo‘shmasiga teng

$$\frac{n_1 c}{\omega_1} \frac{d(A_1 A_1^*)}{dz} = \frac{n_2 c}{\omega_2} \frac{d(A_2 A_2^*)}{dz} = -\frac{n_3 c}{\omega_3} \frac{d(A_3 A_3^*)}{dz}. \quad (3.13)$$

Endi Poynting vektori uchun ifodalardan foydalanib

$$S = \frac{cn}{3\pi} |AA^*|^2 \quad (3.14)$$

va nisbatlardan (3.14), biz quyidagi tenglikni olamiz

$$\frac{\Delta P_1}{\omega_1} = \frac{\Delta P_2}{\omega_2} = \frac{\Delta P_3}{\omega_3} \quad (3.15)$$

Bu yerda  $\Delta P_1 = n_1 c \frac{d(A_1 A_1^*)}{dz}$ ,  $\Delta P_2 = n_2 c \frac{d(A_2 A_2^*)}{dz}$ ,  $\Delta P_3 = n_3 c \frac{d(A_3 A_3^*)}{dz}$  - mos ravishda  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  chastotalarda nurlanish quvvatining o‘zgarishini ifodalarydi.

Bu munosabatdan, shuningdek, (3.13) Manly va Row munosabatlari deb nomlangan, ular tomonidan birinchi bo‘lib shakllantirilgan, juda muhim xulosalarga olib keladi. E’tibor bering, biz bu munosabatlarni hech qanday maxsus o‘zaro ta’sirni hisobga olmagan holda oldik, shuning uchun u chastotalar yig‘indisi yaratish jarayoni uchun ham, chastotalar farqini yaratish uchun ham amal qiladi. Yig‘indi chastotasi hosil bo‘lgan taqdirda (masalan, ikkita lazerning nurlanish chastotalarini qo‘shganda), Manley-Row munosabati ikkala kirish to‘lqinining quvvati kamayishini bildiradi, buning natijasida chastotalar yig‘indisidan ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ) tashkil topgan to‘lqin kuchaytirilgan bo‘ladi. Biroq chastotalar ayirmasidan ( $\omega_1 = \omega_3 - \omega_2$ ) hosil bo‘lishi uchun, xuddi shu munosabatdan kelib chiqadiki, chastotadagi kirish to‘lqinining kuchi  $\omega_3$  nafaqat hosil qilingan to‘lqinga, balki kirish to‘lqiniga ham boradi.

Boshqacha qilib aytganda, agar ikkita kirish chastotasining farq chastotasi hosil bo'lsa, unda nafaqat hosil bo'lgan  $\omega_2$  to'lqin, balki past chastotali  $\omega_1$  damlash to'lqini ham kuchaytiriladi.

|AA\*| kattalik fotonlar zichligining o'lchovidir, shuningdek,  $\omega_3$  chastotali fotonni ham aytish mumkin  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotalar bilan ikkita fotonga bo'linadi yoki yig'indisi chastota hosil bo'lsa,  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotalar bilan ikki foton  $\omega_3$  chastotali bitta fotonga birlashadi. Chastotalar ayirmasi  $\omega_2$  nurlanishi generatsiyasi davrida u kuchaytiriladi, unda ikkita signalning chastotalar ayirmasini olish imkoniyati paydo bo'ladi:  $\omega_3$  chastotali kuchli (damlash) va  $\omega_2$  chastota bilan juda zaif. Agar zaif  $\omega_2$  chastotali signal nochiziqli kristalldan bir necha marta o'tadi, keyin har bir o'tishda uning quvvati tobora ortib boradi. Shu bilan birga,  $\omega_1$  chastotadagi signal ham ortadi. Biroq zaif signal  $\omega_2$  kristallga tashqi tomondan ta'minlash shart emas, unga mos keladigan spektral komponent muhitning ichki shovqini tufayli paydo bo'lishi mumkin. Bunday signalning kristall orqali ko'p o'tishi, uni  $\omega_2$  chastotada qaytaruvchi ikkita ko'zgu tomonidan yaratilgan rezonatorga joylashtirish orqali ta'minlanishi mumkin. Agar bu holda rezonator orqali nurlanishning har bir o'tishdagi kuchayishi bir o'tishdagi yo'qotishlardan ortsa, bunday tizim o'z-o'zidan qo'zg'aladi (uyg'onadi). Ya'ni ushbu tavsiflangan jarayon yorug'lik parametrik generatorining ishlash prinsipini anglatadi.

Shunday qilib, sekin o'zgaruvchi amplitudalar usuli bilan olingan tenglamalar ko'pchilik nochiziqli optik jarayonlarni tahlil qilish imkonini beruvchi assosiy tenglamalar ekanligini ta'kidlaymiz.

Endi yuqorida qayd etilgan analitik usullarni eng sodda nochiziqli jarayon ikkinchi garmonika generatsiyasini batafsil o'rGANAMIZ.

### 3.2. Fazoviy sinxronizm sharti

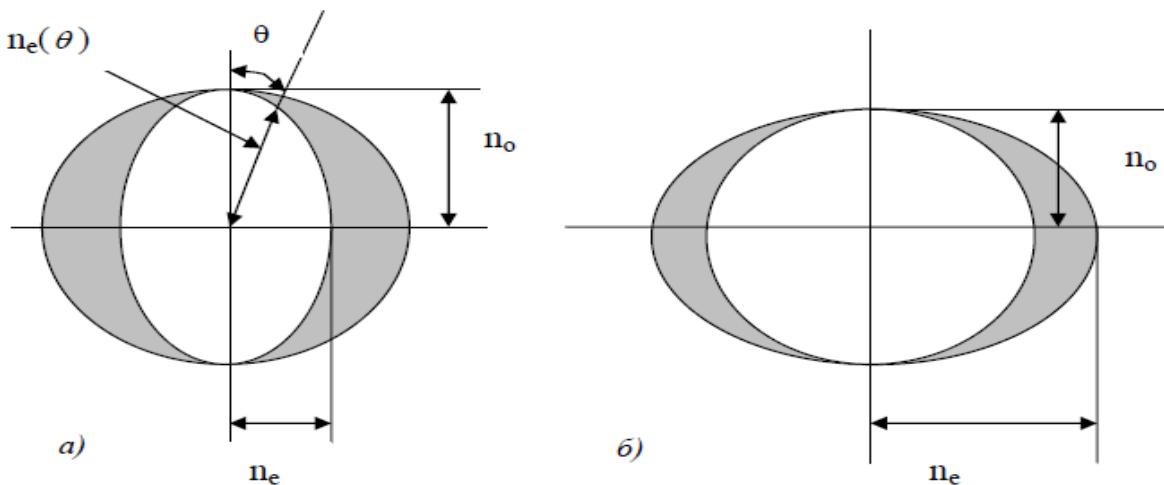
Yorug'likning optik anizotropik kristallar (bir jinsli bo'lman) ichida tarqalishi ma'lum xususiyatlarga ega, xususan, bunday kristallarning ba'zilarida yorug'likning qo'sh sinishi hodisasi ro'y beradi. Agar yorug'lik nuri optik o'qqa nisbatan ma'lum burchak ostida tushsa, nur har xil xususiyatlari o'zaro perpendikulyar qutblangan ikkita nurga ajraladi. Tanlangan yo'nalishda ikkita chiziqli poliarizatsiyalangan

muhitda bir xil chastotali to'lqinlar turli tezliklarda (turli sindirish ko'rsatkichlari) tarqaladi. To'lqinlarning qutblanish vektorlari o'zaro perpendikulyar. Kristallda turli tezliklarda tarqaladigan ikkita yorug'lik to'lqininining mavjudligi ikkilanib sinish hodisasi bilan bog'liq. To'lqinlarning har biri o'ziga xos sindirish ko'rsatkichlari qiymatlariga ega (sindirish ko'rsatkichi), bu ma'lum bir to'lqin uchun sindirish ko'rsatkichlari to'lqin vektorining yo'nali shiga qanday bog'liqligini aniq ko'rsatib beradi. Bir o'qli kristallarda sindirish ko'rsatkichlaridan birining indikatrisasi sirti shar, ikkinchisi esa kristallning optik o'qi atrofida aylanishdan hosil bo'ladigan ellipsoiddir. Birinchi sindirish ko'rsatkichiga mos keladigan yorug'lik to'lqini oddiy nur deyiladi; uning sindirish ko'rsatkichi to'lqin vektorining yo'nali shiga bog'liq emas. Ikkinchi sindirish ko'rsatkich indikatrisasi g'ayri oddiy to'lqinga mos keladi; uning sindirish ko'rsatkichi to'lqin vektorining yo'nali shi va kristallning optik o'qi orasida  $\theta$  burchakka bog'liq ravishda o'zgaradi. Oddiy nurning  $E$  vektori  $\theta$  burchak tekisligiga perpendikulyar; g'ayri oddiy nurning  $E$  vektori ko'rsatilgan tekislikda yotadi.

3.1-rasmda sindirish ko'rsatkichi indikatrisasining optik o'q orqali o'tadigan tekislik bilan kesimi ko'rsatilgan:  $a$ -manfiy bir o'qli kristallda,  $b$ -musbat bir o'qli kristallda.

Kristall chastotaga bog'liq ikkita parametr bilan tavsiflanadi – oddiy nuring sindirish ko'rsatkichi  $-n_0$  va  $n_e$  – g'ayri oddiy nuring sindirish ko'rsatkichi, bu parametrlar sindirish ko'rsatkichi indikatrisasining kesimidagi ellipsning yarim o'qlariga mos keladi (katta va kichik).  $n_0$  -parametr oddiy to'lqinning istalgan yo'nali shdagagi tezligini  $V_0 = c/n_0$  aniqlaydi va uning qiymati optik o'qqa nisbatan barcha yo'nali shlarda o'zgarmas.  $n_e$  - parametr optik o'qqa perpendikulyar yo'nali shda to'lqin tezligini  $V_e = c/n_e$  aniqlaydi va uning qiymati optik o'qqa nisbatan barcha yo'nali shlarda o'zgaruvchan bo'ladi.

Xususan, kristallning optik o'qi yo'nali shi bo'yicha ikkala to'lqinning tezligi teng bo'ladi ( $V_0 = V_e$ ). Agar  $n_e < n_0$  bo'lsa, manfiy bir o'qli kristall deyiladi va agar  $n_e > n_0$  - bo'lsa, musbat. Nochiziqli optikada ishlataladigan bir o'qli kristalllar, odatda, manfiy bo'lganligi sababli, manfiy bir o'qli kristallarni ko'rib chiqish bilan cheklanamiz.



*3.1-rasm. Sindirish ko‘rsatkichlarining optik o‘q orqali o‘tgan tekislik bo‘yicha kesimi tasvirlangan. a- manfiy va b-musbat kristallar uchun.*

Sindirish ko‘rsatkichiga  $n^e(\theta)$  burchakka bog‘liqligi g‘ayriod-diy nur uchun ellips tenglamasidan olingan. Biz ushbu tenglamani quyidagi ko‘rinishda tekislikdagi ellips tenglamasidan foydalanib aniqlaymiz

$$-\left(\frac{n_z^2}{n_0^2}\right) + \left(\frac{n_x^2}{n_e^2}\right) = 1$$

$$(n^e)^2 \cos^2 \theta / n_0^2 + (n^e)^2 \sin^2 \theta / n_e^2 = 1 \quad (3.16)$$

Bu yerdan biz kerakli bog‘liqlikni topamiz

$$n^e(\theta) = n_0 n_e / \sqrt{n_0^2 - (n_0^2 - n_e^2) \cos^2 \theta}. \quad (3.17)$$

Tenglamadan (3.13) kelib chiqadiki,  $\theta$  burchak ostida tarqalayotgan g‘ayrioddiy to‘lqinning tezligi quyidagi ifoda bilan aniqlanadi

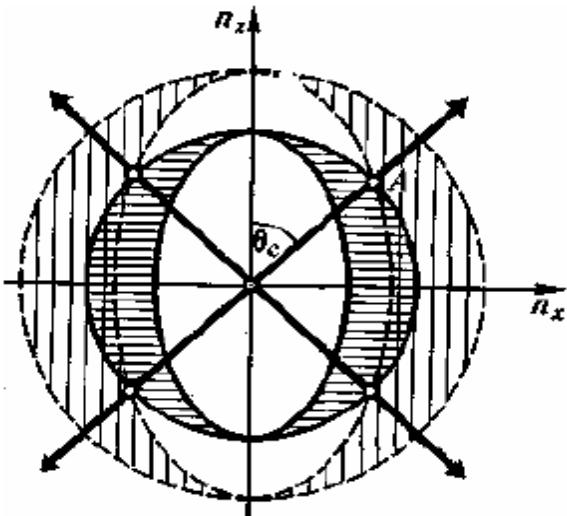
$$\nu_e(\theta) = c / n^e(\theta) = c \sqrt{n_0^2 - (n_0^2 - n_e^2) \cos^2 \theta} / n_0 n_e. \quad (3.18)$$

Endi sinxronizm shartini amalga oshirish usullari bilan tanishamiz.

### Fazoviy sinxronizm turlari

Dielektrikning shaffoflik diapazonida sindirish ko‘rsatkichining dispersiyasi normal bo‘ladi: chastotaning ortishi bilan sindirish ko‘rsatkichi ortadi. 3.2-rasmida asosiy (uzluksiz egri chiziqlar) va

ikkinchi garmonika chastotalari (punktir egri chiziqlar) uchun manfiy bir o'qli kristallning sindirish ko'rsatkichining  $z$   $x$  tekisligidagi kesimlari ko'rsatilgan.



*3.2-rasm. IGG jarayoni uchun: asosiy garmonika  $\omega$  (uzluksiz egri chiziqlar) va ikkinchi garmonika  $2\omega$  (punktir egri chiziqlar) generatsiyasi uchun manfiy bir o'qli kristallning sindirish ko'rsatkichining  $zx$  tekisligidagi o'zgarishi ko'rsatilgan.*

3.2-rasmdan ko'ramizki, optik o'q bilan  $\theta = \theta_s$  burchak hosil qiluvchi yo'nalishlarda asosiy chastotadagi oddiy to'lqin va ikkinchi garmonik chastotadagi g'ayrioddiy to'lqinning sindirish ko'rsatkichlarining tengligi bajariladi:

$$n_0(\omega) = n^e(2\omega). \quad (3.19)$$

(3.19) munosabat o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarning to'lqin vektorlari kollinear va asosiy to'lqinlar oddiy, ikkinchi garmonik to'lqin esa g'ayrioddiy bo'lsa, ikkinchi garmonik hosil bo'lishi uchun faza moslashuv (sinxronizm) sharti sifatida qaralishi mumkin. Sinxronizmni amalga oshirish uchun to'lqin vektorlari optik o'qqa nisbatan bir xil burchakda  $\theta_s$  yo'naltirilgan bo'lishi kerak. Bu yo'nalish sinxronlik yo'nalishi va burchak  $\theta_s$ - sinxronizm burchagi deyiladi. Fazoda bu yo'nalishlar sinxronlik konusini hosil qiladi. Bu misol fazalarni moslashtirish turlaridan birigadir. Sinxronizm turlari ikki guruhga (ikki

turga) bo‘linadi. Birinchi turdagи sinxronizmда asosiy chastotadagi ikkala to‘lqin ham bir xil chiziqli polyarizatsiyaga ega, ikkinchi garmonik chastotadagi to‘lqin esa perpendikulyar qutblanishga ega. Ikkinci turdagи sinxronizm bilan asosiy chastotadagi to‘lqinlar o‘zaro perpendikulyar polyarizatsiyaga ega bo‘ladi. Bir o‘qli manfiy kristallda asosiy chastotadagi ikkala to‘lqin oddiy va ikkinchi garmonika to‘lqini g‘ayrioddiy bo‘lsa, sinxronizmning birinchi turini amalga oshirish mumkin, bu *oo-e*-sinxronizm yoki *oo-e-o‘zaro ta’sirlar* deyiladi; yoki, aks holda, musbat bir o‘qli kristallda faza moslashuvining birinchi turi asosiy chastotadagi to‘lqinlar g‘ayrioddiy, ikkinchi garmonik to‘lqini oddiy bo‘lganda amalga oshirilishi (*ee-o*) mumkin (*uning o‘zaro ta’siri ee-o*). Ikkinci turdagи sinxronizmni manfiy kristallda *oe-e* o‘zaro ta’sirni va musbat kristallda esa *eo-o-* o‘zaro ta’sirni amalga oshirish mumkin. 3.1-jadvalda manfiy va musbat kristallarda amalga oshishi mumkin bo‘lgan sinxronizm turlari keltirilgan.

*3.1-jadval*

Sinxronizm turi	Manfiy kristallar	Musbat kristallar
Birinchi	<i>oo-e</i>	<i>ee-o</i>
Ikkinci	<i>oe-e</i>	<i>eo-o</i>

Bundan tashqari, skalyar va vektor sinxronizmlarni farqlash kerak.

**Skalyar sinxronizmida** o‘zaro ta’sir qiluvchi yorug‘lik to‘lqinlarining to‘lqin vektorlari kollinar ( $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ ,  $\mathbf{k}_3$  - vektorlar o‘zaro parallel) yo‘nalgan bo‘ladi. Ikkinci tartibli nochiziqli kristallarda uch chastotalarni qo‘sish jarayoni uchun skalyar fazaviy sinxronizm sharti quyidagi tengliklar bilan aniqlanadi:

$$k_1 + k_2 = k_3 \quad \text{yoki} \quad \Delta k = k_1 + k_2 - k_3 = 0. \quad (3.20)$$

**Vektor sinxronizmida** esa ular kollinar yo‘nalgan emas,  $\mathbf{k}_1$ ,  $\mathbf{k}_2$ ,  $\mathbf{k}_{13}$  - vektorlar o‘zaro ma’lum burchaklar ostida yo‘nalgan bo‘lib, vektorlarni qo‘sish qoidasiga asosan uchburchakni tashkil etadi. Ikkinci tartibli nochiziqli kristallarda uch chastotalarni qo‘sish jarayoni uchun skalyar vektor sinxronizm sharti quyidagi tengliklar bilan aniqlanadi:

$$\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_3 \quad \text{yoki} \quad \Delta \mathbf{k} = \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3 = 0 \quad (3.21)$$

(3.21) tenglamadagi  $k_i$  ( $I = 1, 2, 3$ ) – to‘lqin vektorlarini (3.20) dagi  $k_i$  lardan farqli o‘laroq vektor ko‘rinishi deb qabul qilish lozim.

Shunday qilib, agar manfiy bir o‘qli kristallar bilan cheklansak, unda to‘rt xil sinxronizmni hisobga olish kerak: skalyar sinxronizmida  $oo-e$  va  $oe-e$ , vektor sinxronizmida  $oo-e$  va  $oe-e$ . Yuqorida keltirilgan misol skalyar sinxronizmga mos keladi.

Sinxronizmning har xil turlarini muhokama qilishni boshlashdan oldin, sinxronizm sharti to‘lqin vektorlariga yuklanganligiga e’tiborimizni qaratamiz. Shuning uchun sindirish ko‘rsatkichi sirtlaridan to‘lqin vektorlari sirtiga  $k = n(\omega) \omega/c$  munosabatdan foydalanib o‘tish kerak.

### Skalyar oo-e-sinxronizm

$oo-e$ -o‘zaro ta’sirlar sinxronizm shartini ifodalaymiz

$$k_1^o + k_1^o = k_2^e . \quad (3.22)$$

Sinxronizmning bu turi uchun munosabat (3.20) soddalashtirilishi mumkin:

$$2 k_1^o = k_2^e . \quad (3.22a)$$

To‘lqin vektorlaridan sinish ko‘rsatkichlariga o‘tib, quyidagi tenglikni olamiz:

$$2n_0(\omega) \frac{\omega}{c} = n_e^e(2\omega) \frac{2\omega}{c} . \quad (3.22b)$$

(3.4) tenglamadan foydalanish bilan biz sinxronizm burchagi kosinusining ifodasini olamiz:

$$\cos \theta_s = \frac{n_0(2\omega)}{n_0(\omega)} \sqrt{(n_0^2(\omega) - n_e^2(2\omega))/(n_0^2(2\omega) - n_e^2(2\omega))} . \quad (3.23)$$

$\theta_s$  - birinchi sinxronizm burchagi deb ataladi. Uning mavjudligi uchun zarur va yetarli shart quyida keltirilgan:

$$n_0(\omega) \leq n_e(2\omega). \quad (3.23a)$$

Agar  $\theta_s = 30^\circ$  bo'lsa, bu 30 gradusli sinxronizm deb ataladi. Bunday sinxronizm bir qator afzalliklarga ega. Skalyar  $oe-e$ -sinxronizm shunga o'xhash ifoda hosil qilish  $\theta_s$  mumkin, biz buning ifodasini keltirib chiqarmay sinxronizm burchagini hisoblash mumkin bo'lgan ifodaning o'zi quyidagicha bo'ladi:

$$n_0(\omega) + \frac{n_0(\omega)n_e(\omega)}{\sqrt{[n_0^2(\omega) - (n_0^2(\omega) - n_e^2(\omega))\cos^2\theta_c]}} = \frac{2n_0(2\omega)n_e(2\omega)}{\sqrt{[n_0^2(2\omega) - (n_0^2(2\omega) - n_e^2(2\omega))\cos^2\theta_c]}}. \quad (3.24)$$

Bu tenglamani yechib  $\cos\theta_s$  uchun (3.23)ga o'xhash sinxronizm burchagini hisoblash uchun ifodani olamiz.

### 3.3. Ikkinchi garmonika generatsiyasi va uning tenglamalari

Ikkinchi tartibli nochiziqli jarayonda ikkinchi garmonika generatsiyasi (IGG) qiyosiy soddaligi tufayli kvant mexanikasi uchun garmonik ossillyator masalasi kabi nochiziqli optika muammosi ham shunchalik muhim va ko'rgazmali bo'lib, nochiziqli optik jarayonlarni tahlil qilish uchun katta ahamiyatga ega.

Ko'rinish turganidek, u kuchli energiya almashinushi uchun ham aniq yechimga ega. Uning yechimi berilgan maydonni yaqinlashtirishda eng oddiy ko'rindi. Bu juda muhim, chunki u nochiziqli optik jarayonlarning asosiy xususiyatlarini eng oson tushunishga imkon beradi.

Keling, IGG ga mos keladigan asosiy nurlanish chastotalarining tengligi  $\omega_1 = \omega_2$  holatini ko'rib chiqaylik (IGG –chastotalarni qo'shish jarayonining xususiy holi hisoblanadi  $\omega_2=2\omega_1$ ): unda  $2\omega_1 = \omega_3$ . IGG tenglamasini uch chastotali jarayon uchun chiqarilgan (3.8) tenglama ( $A_3=A_2$  - IG ning kompleks amplitudasi deb qabul qilish lozim) quyidagi shaklga ega bo'ladi:

$$\frac{dA_2}{dz} = -i \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \chi^{(2)} A_1^2 e^{-i\Delta kz}. \quad (3.25)$$

Chegaraviy  $A_2(z = 0) = 0$  shartda, ya’ni IGG muhitga kirishda yo‘qligi uchun ikkinchi garmonik amplitudanining  $A_2(z)$  integrallashdan keyin z koordinatasiga bog‘liqligi (kristallning uzunligiga) quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

$$A_2 = -i \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2 \Delta k} \chi^{(2)} A_1^2 (e^{-i\Delta kz} - 1). \quad (3.26)$$

Endi IGG intensivligini aniqlaymiz:

$$I_2(z) = A_2(z) \cdot A_2^*(z) = \left| \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \chi^{(2)} A_1^2 \right|^2 z^2 \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2. \quad (3.27)$$

Ikkinci garmonik quvvat oqimi (3.13) dagi kabi  $|A_1^2|$  ga proporsional va ushbu ifodani olamiz:

$$S_2 = \frac{c n_2}{8\pi} \left| \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \chi^{(2)} A_1^2 \right|^2 z^2 \left( \frac{\sin x}{x} \right)^2, \quad (3.28)$$

bu yerda  $x = \frac{\Delta kz}{2}$  –o‘lchovsiz kattalik bo‘lib, muhitning uzunligiga proporsional.

(3.28) ifodadan taqsimlangan tizimlarda chastotalarni siljitimish (chastotalar yig‘indisi yoki ayirmasi) jarayoniga xos bo‘lgan ba’zi xususiyatlari kelib chiqadi:

1. Agar  $\Delta k \neq 0$  bo‘lsa, ya’ni fazaviy sinxronizm sharti bajarilmasa, nurlanish quvvatning kristall uzunligiga bog‘liqligi  $\left( \frac{\sin x}{x} \right)^2$  ifoda sifatida o‘zgaradi.
2. Agar  $\Delta k = 0$  bo‘lsa, ya’ni fazaviy sinxronizm sharti bajarilsa, nurlanish chiqish quvvati uzunlikning kvadratiga ( $z = L$ )<sup>2</sup> proporsionaldir . Bu natija, albatta, bu yerda qo‘llanilgan maydon berilgan yaqinlashuvida o‘rinlidir.
3. Nochiziqli jarayonda generatsiya qilingan nurlanishning quvvati tushayotgan to‘lqinlar quvvatlarining ko‘paytmasiga proporsionaldir.

Shunday qilib, biz nochiziqli optik jarayonlarning samaradorligini oshirishda ( $\Delta k = 0$ ) fazaviy sinxronizm shartini bajarish asosiy rol o'ynashini ko'rdik.

Ushbu shartning bajarilishi, IGGni hosil qilish jarayoni, shuningdek, chastotalarning yig'indisi va ayirmasi generatsiya jarayonlarida chiqayotgan nurlanishning quvvati kristall uzunligi kvadratiga proporsional va masofa ortishi bilan to'planadigan (ortib borish) xarakteriga ega. Sindirish ko'rsatkichlarining normal dispersiyasi tufayli fazalar sinxronizm shartini amalga oshirish mumkin emas, lekin agar quyida keltirilgan muayyan shartlar bajarilsa, uni ba'zi anizotrop kristallarda amalga oshirish mumkin.

### **3.3.1. Bir jinsli muhitlarda statsionar ikkinchi garmonika generatsiyasi**

IGGni kvadratik singdiruvchanlikka  $\chi^{(2)}$  ega bo'lgan bir jinsli muhitda amalga oshirilishi bilan tanishamiz. IGG muhitga tushadigan  $\omega$  chastotali yorug'lik to'lqini maydonining ta'siri ostida nochiziqli polyarizatsiya  $2\omega$  chastotali to'lqini paydo bo'ladi, ya'ni muhitdan  $\omega$  chastotali asosiy to'lqin nurlanishi bilan ma'lum bir yangi  $2\omega$  chastotada nurni qayta chiqarish qobiliyatiga ega bo'ladi, boshqacha aytganda, asosiy chastota  $\omega$  nisbatan 2 marta katta chastotali nurlanish (Ikkinci garmonika) hosil bo'ladi. Ma'lumki, moddaning dispersiyasi tufayli uning sindirish ko'rsatkichi n tushayotgan nuring chastotasi  $\omega$  bog'liq, ya'ni chastota  $n(\omega)$  o'zgarishi bilan ham o'zgaradi. Tegishli chastotalardagi muhitning sindirish ko'rsatkichlari mos ravishda quyidagicha asosiy nur uchun  $n(\omega)$  va IGG nuri uchun  $n(2\omega)$  deb belgilanadi. Sindirish ko'rsatkichining muhitning dispersiyasi tufayli  $n(\omega) \neq n(2\omega)$  munosabat o'rinni bo'ladi.

Shu sababli asosiy va IG to'lqinlarining faza tezliklari ham bir-biriga teng bo'lmaydi va ular quyidagi ifodalar bilan mos ravishda aniqlanadi:

$$V_1(\omega) = c / n_1(\omega) = \omega / k_1 \quad \text{va} \quad V_2(2\omega) = c / n_2(2\omega) = 2\omega / k_2 ,$$

( $k_1$ ,  $k_2$ - asosiy va ikkinchi garmonika uchun to'lqin vektorlarining moduli).

Ushbu fizik kattalik-  $\Delta k = (k_2 - 2k_1)$  fazalar farqi yoki to'lqin sonlarining farqi deyiladi. Ko'rinib turibdiki,  $\Delta k \neq 0$  bo'lganligi tufayli,  $V_1(\omega) \neq V_2(2\omega)$  tengsizlik o'rini bo'ladi, ya'ni asosiy va ikkinchi garmonika to'lqinlari har xil fazaviy tezlikda tarqaladi, bu esa to'lqinlarning o'zaro ta'siri samaradorligini kamaytiradi, chunki IGG fazaviy sinxronizm sharti ( $\Delta k = 0$ ) bajarilmaydi.  $V_1(\omega) \neq V_2(2\omega)$  tengsizligi tufayli ko'rib chiqilayotgan to'lqinlar orasidagi fazalar farqi davriy ravishda o'zgarib turadi va ikkinchi garmonikaning amplitudasi (intensivligi) davriy ravishda kristallning uzunligiga (koordinataga- z) bog'liq o'zgaradi (3.3-rasm), bu esa IGGning samaradorligini monoton ravishda oshmasligiga olib keladi. Berilgan maydon yaqinlashishida olingan IG ni kompleks amplitudasi  $A_2(z)$  uchun olingan (3.23) ifodadan IG intensivligining kristallni uzunligi (z) bo'yicha o'zgarishini bilish uchun  $I_2 = A_2 A_2^*$  - ushbu munosabatdan foydalanib quyidagi ifodani olamiz:

$$I_2(z) = \frac{cn_2}{8\pi} \left| \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \chi^{(2)} A_1^2 \right|^2 z^2 \left( \frac{\sin \Delta kz/2}{\Delta kz/2} \right)^2 \quad (3.29)$$

Yana bir bor takrorlaymiz, yuqorida olingan ifodalar berilgan maydon yaqinlashishida olingan, ya'ni IGG jarayonida AG ning energiyasi jarayon davomida kristallning uzunligi bo'yicha o'zgarmas deb qaraladi, aslida, albatta, uning qiymati kamayadi.

Endi ushbu ifodani har xil rejimlar uchun tahlil qilishga o'tamiz:

- I) IGG ni sinxronizm sharti bajarilganda, ya'ni  $\Delta k = 0$  bo'lganda (3.29) dan

$\Delta k z/2 = 0$  da  $\left( \frac{\sin \Delta kz/2}{\Delta kz/2} \right)^2 = 1$  bo'ladi, IGGning intensivligi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$I_2(z) = \frac{cn_2}{8\pi} \left| \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \chi^{(2)} A_1^2 \right|^2 z^2. \quad (3.30)$$

Demak, qaralayotgan yaqinlashishda IGGning intensivligi kristall uzzunligining kvadratiga, AG intensivligining kvadratiga  $I_1^2 = A_1^3$  va ikkinchi tartibli singdiruvchanlikning ham  $[\chi^{(2)}]^2$  proporsional ravishda ortib boradi. Aslida, tajribada bunday bo‘lmaydi, IG intensivligi kichik masofalarda shu qonuniyat bo‘yicha o‘zarishi mumkin, katta masofalarda teskari jarayon boshlanadi, ya’ni energiya ikkinchi garmonikadan asosiy garmonika energiyasiga o‘tadi. Ushbu holni xarakterlash uchun nochiziqli uzunlik tushunchasini kiritamiz:

$$L_{nch} = 1/(\sigma_1 A_{10}) .$$

Bu yerda  $\sigma_1 = \frac{2\pi\omega_1^2}{k_1 c^2} \chi^{(2)}$  - bog‘lovchi nochiziqlik koeffitsiyenti,

$A_1(z=0) = A_{10}$  – asosiy garmonikaning kirishdagi amplitudasi.

(3.30) ifoda berilgan maydon yaqinlashishida olinib, uni qo‘llash chegarasi  $z \leq L_{nch}$ , ya’ni kristallning uzunligi  $L_{nch}$  kichik bo‘lishi zarur. Agar  $z = L_{nch}$  bo‘lsa, shu masofada AG nurlanishining taxminan 30% IG nurlanishiga aylanadi. IGGning samaradorligini ifodalovchi almashtirish koeffitsiyenti tushunchasini kiritamiz:

$$\eta_2 = \frac{I_2(z)}{I_1(z=0)} \cdot 100\% = \frac{I_2(z)}{I_{10}} \cdot 100\% , \quad (3.31)$$

u foizlarda ifodalanadi,  $I_{10}$  kristallga kirishdagi AG intensivligi,  $I_2(z)$  – kristallning  $z$  uzunlikdagi IG ning oniy intensivligi.

II) IGG ni sinxronizm sharti bajarilmaganda, ya’ni  $\Delta k \neq 0$  bo‘lganda (3.29) dan

$$I_2(z) = \frac{cn_2}{8\pi} \left| \frac{2\pi\omega_2^2}{k_2 c^2} \chi^{(2)} A_1^2 \right|^2 z^2 \left( \frac{\sin \Delta kz/2}{\Delta kz/2} \right)^2 .$$

IGG intensivligi uzunlik bo‘yicha ossilyatsion xarakterga ega va 3.3-rasmda keltirilgan.

IG intensivligi erishgan birinchi maxsismga erishgan masofani kogerent uzunlik deyiladi va quyidagicha aniqlanadi. (3.29) dan  $\sin \Delta kz/2 = 1$  tenglamani yechib,  $\Delta kz/2 = \pi/2$  ni aniqlaymiz,  $z$  ni o‘rniga  $\sin \Delta kz/2$  funksiya, ya’ni birinchi maxsismga erishgan masofani kogerent uzunlikni  $l_{kog} = \pi/\Delta k$  ni topamiz, keyin  $\Delta k$  ni moddaning AG va

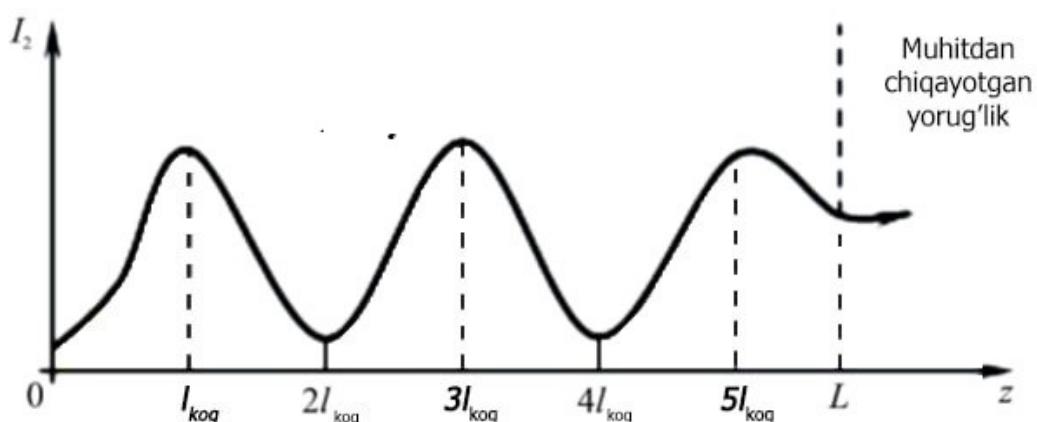
IG uchun sindirish ko'rsatkichlari orqali ifodalab,  $l_{kog}$  uchun quyidagi ifodani olamiz: ( $\Delta k = (k_2 - 2k_1)$ ) va  $k = (\omega/c) n(\omega)$  ifodalardan foydalananamiz)

$$l_{kog} = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{n(2\omega) - n(\omega)}, \quad (3.32)$$

bu yerda  $\lambda = 2\pi c/\omega$  - asosiy nurlanishning to'lqin uzunligi.  
Quyidagi shart (fazaviy sinxronizm sharti) bajarilganda

$$n(2\omega) = n(\omega) \quad \text{yoki} \quad V_1(\omega) = V_2(2\omega), \quad (3.33)$$

kogerent uzunligi  $l_{kog}$  (3.32) ga ko'ra  $\infty$  ga aylanadi va asosiy to'lqinni energiyasi ikkinchi garmonika energiyasiga o'tishi nochiziqli muhitda yorug'likning butun yo'li bo'ylab sodir bo'ladi (modda uzunligi bo'ylab). Bu shuni bildiradiki, nochiziqli kristallning boshida chiqarilgan ikkinchi garmonik to'lqinning fazasi kristallda tarqalish paytida erishgan istalgan nuqtada chiqarilgan to'lqinning fazasiga mos keladi. Yorug'lik vektorining amplitudasi (ikkinchi garmonik to'lqinning intensivligi), muhitning barcha nuqtalarida hosil bo'lgan to'lqinlarning mos fazali qo'shilishi tufayli muhit uzunligiga mutanosib ravishda ortadi, ya'ni nochiziqli effektning fazoviy to'planishi mavjud bo'ladi. Bunday holda, nochiziqli muhitning barcha nuqtalari bir-biri bilan kelishilgan holda to'lqinning tarqalish yo'nalishi bo'yicha maksimal nur chiqaradigan hajmiy panjara vazifasini bajaradi.



3.3-rasm. Tushayotgan yorug'lik va ikkinchi garmonikasi nurlanishlarining ( $\Delta k \neq 0$ ) o'rtasidagi energiya almashinuvining

*nochiziqli muhitning uzunligi z bo‘yicha o‘zgarishi ko‘rsatilgan.  $I_2$  – IGG nurlanishining intensivligi,  $l_{kog}$  – kogerent uzunlik.*

Nazariy jihatdan, shaffof optik muhitlarda normal dispersiya tufayli  $n(2\omega) > n(\omega)$  tengsizlik o‘rinli bo‘ladi, shu sababli fazaviy sinxronizm sharti ( $\Delta k=0$ ) bajarilmaydi. Amalda esa yorug‘likni ikkilanib (qo‘sh) shinish xususiyatiga ega anizotropik kristallarda sinxronizm ( $\Delta k=0$ ) shartini bajarishi mumkinligini amerikalik olim D. Jordmeyn taklif etgan. Masalan, IGG jarayoni uchun asosiy garmonika to‘lqini ( $\omega$ ) oddiy nur va ikkinchi garmonika to‘lqini ( $2\omega$ ) g‘ayrioddiy nur shaklida o‘zaro perpendikulyar tekisliklarda qutblangan ko‘rinishida tarqalsa, ularning fazaviy tezliklari teng bo‘ladi  $V_1(\omega) = V_2(2\omega)$ , shu tariqa fazaviy sinxronizm sharti bajariladi.

Yorug‘likning anizotrop kristallarda ikkilanib (qo‘sh) shinish hodisasi har xil turdagи nochiziqli jarayonlarda ham fazaviy sinxronizm shartini amalga oshirishda qo‘llaniladi. Shunday qilib, nochiziqli jarayonlarni yuqori samara bilan amalga oshirishning yetarli sharti fazaviy sinxronizm shartining bajarilishi hisoblanadi.

Xulosa qilib shuni aytish mumkin, IGG jarayonining samaradorligini oshirish uchun 3 ta faktga e’tiborni qaratish lozim. 1)  $\chi^{(2)}$  - ikkinchi tartibli singdiruvchanligi katta bo‘lgan tenzor kattalikni eng katta effektiv komponentini tanlash; 2) Lazer nurlanishining intensivligi  $I_{10}$  katta bo‘lishi; 3) oldingi aytilgan 2 ta banddagi shartlarni qanoatlantiradigan fazaviy sinxronizm shartining bajarilishini ta’minlash.

### **3.3.2. Bir jinsli muhitlarda statsionar ikkinchi garmonika generatsiyasi tenglamasining aniq yechimi**

Kompleks amplitudalar  $A_j$  uchun statsionar bog‘langan tenglamalar tizimi o‘zaro ta’sir qiluvchi maydonlar (3.3), bu amplitudalar uchun chegara shartlari bilan to‘ldirilgan nochiziqli ( $A_j A_k$  ko‘paytmalar) oddiy (faqat bitta koordinata bo‘yicha hosilalar) tenglamalar bo‘lib, ularni analitik usulda yechish ancha qiyin vazifa hisoblanadi. Biroq bunday yechim, hech bo‘lmaganda, IGG uchun mavjud va katta ahamiyatga ega,

chunki u boshqa nochiziqli optik muammolarni ko‘rib chiqishda foydali bo‘lgan bir qator fundamental natijalarni olish imkonini beradi. Lazer nurlanishi maydonining kompleks amplitudasi quyidagicha ifodalanadi

$$A_j(z) = a_j(z) \exp i\varphi_j(z), \quad (3.34)$$

bu yerda  $a_j(z)$  va  $\varphi_j(z)$  - mos ravishda haqiqiy amplituda va faza real funksiyalar. (3.3) tizimni qayta yozamiz:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= -i\sigma_1 A_3 A_2^* \exp(-i\Delta kz), \\ \frac{dA_2}{dz} &= -i\sigma_2 A_3 A_1^* \exp(-i\Delta kz), \\ \frac{dA_3}{dz} &= -i\sigma_3 A_1 A_2 \exp(i\Delta kz). \end{aligned} \quad (3.35)$$

IGG (eng oddiy misolni ko‘rib chiqing *oo-e* yoki *ee-o* sinxronizm turlarini) bunda (3.33) tizimga ( $A_1(z) = A_2(z)$ ,  $A_3(z) \rightarrow A_2(z)$ ) o‘zgartirishlarni kirmsak, quyidagi shaklni oladi:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1(z)}{dz} &= -i\sigma_1 A_1^*(z) A_2(z) \exp(-i\Delta kz), \\ \frac{dA_2(z)}{dz} &= -i\sigma_2 A_1^2(z) \exp(i\Delta kz). \end{aligned} \quad (3.36)$$

Endi kompleks  $A_j(z)$  amplitudalardan haqiqiy amplitudalarga  $a_j(z)$  va fazalarga  $\varphi_j(z)$  o‘tamiz, shundan keyin tizim quyidagi shaklni oladi:

$$\left( \frac{da_1}{dz} + ia_1 \frac{d\varphi_1}{dz} \right) = -i\sigma_1 a_1 a_2 \exp[-i(2\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta kz)], \quad (3.37)$$

$$\left( \frac{da_2}{dz} + ia_2 \frac{d\varphi_2}{dz} \right) = -i\sigma_2 a_1^2 \exp[i(2\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta kz)],$$

bunda umumlashgan faza  $2\varphi_1 - \varphi_2 + \Delta kz = \Psi$  deb ataladigan kattalikni belgilaymiz va  $\exp(\pm i\Psi) = \cos(\Psi) \pm i\sin(\Psi)$  munosabatdan foydalanib quyidagi tizimni olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{da_1}{dz} + ia_1 \frac{d\varphi_1}{dz} &= -i\sigma_1 a_1 a_2 (\cos\Psi - i\sin\Psi), \\ \frac{da_2}{dz} + ia_2 \frac{d\varphi_2}{dz} &= -i\sigma_2 a_1^2 (\cos\Psi + i\sin\Psi).\end{aligned}$$

Tenglamalarni haqiqiy va mavhum qismlarga ajratib va  $2d\varphi_1/dz - \varphi_2/dz = d\Psi/dz - \Delta k z$  tenglikni hisobga olib, biz nihoyat uchta  $a_1, a_2, \Psi$  noma'lum real funksiyalar uchun, - o'zaro ta'sir qiluvchi maydonlarning amplitudalari  $a_1, a_2$  va umumlashtirilgan fazasi  $\Psi$  uchun mos ravishda quyidagi tizimni olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{da_1}{dz} + \sigma_1 a_1 a_2 \sin\Psi &= 0, \\ \frac{da_2}{dz} - \sigma_2 a_1^2 \sin\Psi &= 0 \\ \frac{d\Psi}{dz} - \Delta k + (2\sigma_1 a_2 - \sigma_2 a_1^2/a_2) \cos\Psi &= 0.\end{aligned}\tag{3.38}$$

Hosil bo'lgan sistema chegara shartlarini hisobga olgan holda va boshqa qo'shimcha shartlarsiz o'ziga xos yechimga ega bo'lib, uni har qanday shartlarda ham sonli usul bilan yechish mumkin. Biroq analitik yechimni olish uchun qo'shimcha taxminlar qilish va ushbu tenglamalar tizimini soddalashtirishga imkon beradigan bir qator mulohazalarni ko'rib chiqamiz.

### Fazaviy sinxronizm sharoitida IGG tenglamalarini yechish

Fazaviy sinxronizm sharti ( $\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 = 0$ ) bajarilganda va (3.38) tizimda umumlashgan fazaning hosilasini  $\frac{d\Psi}{dz} = \frac{2d\varphi_1}{dz} - \frac{d\varphi_2}{dz}$  inobatga olganda garmonikalarning amplitudalari uchun quyidagi tenglamalarni olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{da_1}{dz} + \sigma_1 a_1 a_2 \sin\Psi &= 0, \\ \frac{da_2}{dz} - \sigma_2 a_1^2 \sin\Psi &= 0, \\ \frac{d\Psi}{dz} + (2\sigma_1 a_2 - \sigma_2 a_1^2/a_2) \cos\Psi &= 0.\end{aligned}\tag{3.39}$$

Olingan tenglamalar sistemasi harakat integraliga (yechimga) ega. Keling, buni ko'rib chiqamiz.

Tizimdagi (3.39) birinchi tenglamani  $a_1$  ga, ikkinchisini  $a_2$  ga ko'paytirib va ularni qo'shsak, quyidagini olamiz:

$$\frac{\partial}{\partial z} (\sigma_2 a_1^2(z) + \sigma_1 a_2^2(z)) = 0. \quad (3.40)$$

Bu shuni ko'rsatadiki, har qanday z uchun qavs ichidagi yig'indi doimiy bo'ladi. Bu doimiyni  $\sigma_1 U^2$  orqali belgilab, quyidagini yozamiz:

$$\sigma_2 a_1^2(z) + \sigma_1 a_2^2(z) = \sigma_1 U^2 \quad (3.41)$$

Doimiy  $\sigma_1 U^2$  nochiziqli muhit chegarasidagi (kirishda) amplitudalar qiymatlari bilan ifodalanishi mumkin ( $z = 0$  da):

$$\sigma_2 a_1^2(0) + \sigma_1 a_2^2(0) = \sigma_1 U^2. \quad (3.42)$$

(3.32) munosabat tenglamalar tizimidan noma'lum ( $a_1$  yoki  $a_2$ ) amplitudalardan birini tizimdan chiqarib tashlash mumkin va ikkita tenglamalar tizimiga o'tamiz. Biz birinchi navbatda, ikkinchi garmonikani o'zgarishiga e'tibor berib,  $a_1$  ni tizimdan chiqarib quyidagi tenglamalarni olamiz:

$$\begin{aligned} \frac{da_2}{dz} - \sigma_1(U^2 - a_2^2)\sin\Psi, \\ \frac{d\Psi}{dz} = \sigma_1 \left( \frac{U^2}{a_2} - 3a_2 \right) \cos\Psi. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Endi (3.43) tizimni konkret hollar uchun tahlil qilishga o'tamiz.

### **Nochiziqli muhitning kirishida ikkinchi garmonika nurlanishi bo'limgan hol**

(3.33) tizimdagagi ikkinchi tenglamani ko'rib chiqamiz, u z o'qi bo'y lab umumlashtirilgan fazaning o'zgarishini ifodalaydi. IGG jarayoniga xos bo'lgan ideal holatda ikkinchi garmonika chastotadagi maydon yo'q (u muhit sirtidan qaytgan nurlanishni tarkibida bo'lishi mumkin deb hisoblanganda) yoki uning amplitudasini bиринчи garmonikaning amplitudasidan ancha past deb hisoblanadi. Unda  $\sigma_1 U^2 \approx \sigma_2 a_1^2(0)$  va  $\cos\Psi$  ning noldan farqli qiymatlari uchun hosila katta bo'ladi.

Bu shuni anglatadiki, umumlashtirilgan faza tez o‘zgaradi va  $\pi/2$  qiymatga erishishga intiladi va  $\cos \pi/2 = 0$  va  $d\Psi/dz=0$  o‘rinli bo‘ladi. Bu faza qiymati yetarlicha katta masofada z barqaror bo‘ladi, har qanday holatda, ikkinchi garmonik amplitudaning kattaligi birinchi garmonika amplitudasi bilan taqqoslanadigan qiymatlariga yetguncha o‘rinli va (3.38) ikkinchi tenglamaning yechimi hisoblanadi. Umumlashtirilgan fazaning bunday o‘zgarishi fazani qamrab olish deb ataladi va uni quyida batafsil muhokama qilamiz.

Shunday qilib, tizim (3.38)  $\Psi=\pi/2$  qiymatdagi ikkinchi garmonikaning amplitudasi uchun alohida differensial tenglamaga aylanadi:

$$\frac{da_2}{dz} = \sigma_1(U^2 - a_2^2), \quad (3.44)$$

uning yechimi qiyin emas:  $z = \int da_2 / \sigma_1(U^2 - a_2^2)$  chunki u jadvalli integral orqali ifodalanadi va chegaraviy shartni  $a_2(0) = 0$  qanoatlantiradigan qiymatlar yechimi giperbolik tangens funksiyasi orqali ifodalanishi mumkin:  $\text{th}\alpha = \frac{e^\alpha - e^{-\alpha}}{e^\alpha + e^{-\alpha}}$ ;  $\text{th}\alpha = (\text{ch}\alpha)^{-1}$ ,

$$a_2(z) = U \text{th}(\sigma_1 U z). \quad (3.45)$$

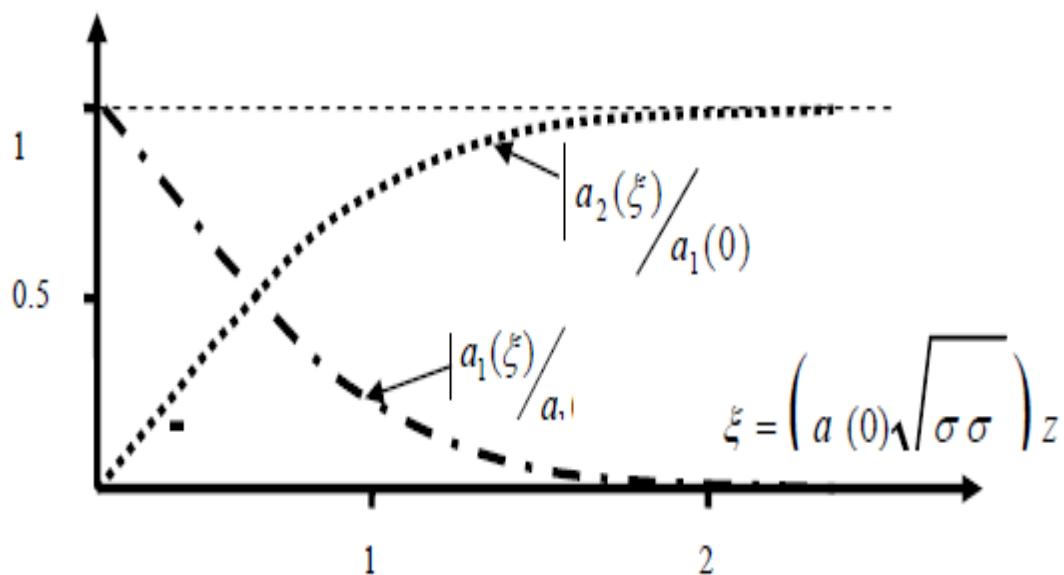
Shu  $U_1 = a_1(0)\sqrt{\sigma_1\sigma_2}$  tenglikni inobatga olib, keyin (3.33) tenglamani qayta yozamiz:

$$a_2(z) = a_1(0) \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}} \text{th}(\sqrt{\sigma_1\sigma_2} a_1(0)z), \quad (3.46)$$

(3.46) ifodadan foydalanib, bundan asosiy to‘lqin  $a_1(z)$  amplitudaning ifodasini topamiz:

$$a_1(z) = \frac{a_1(0)}{\text{ch}(\sqrt{\sigma_1\sigma_2} a_1(0)z)}. \quad (3.47)$$

3.3-rasmda birinchi (asosiy) va ikkinchi garmonikalarning normallashtirilgan ( $\frac{a_1(z)}{a_1(0)}$  va  $\frac{a_2(z)}{a_1(0)}$ ) amplitudalarni kristallning keltirilgan uzunligiga  $\xi$  bog‘liqligi ko‘rsatilgan.



*3.3-rasm. IGG jarayonining samaradorligini kristallning keltirilgan uzunligiga  $\xi$  bog'liqligi. Nuqtali egri chiziq IGGning samaradorligini va nuqta-punktir chiziq asosiy garmonikaning amplitudasini kristall uzunligi bo'yicha kamayishini ko'rsatadi.*

(3.33) va (3.33) ifodalardan ko'rinish turibdiki, asosiy garmonika nurlanishini ikkinchi garmonik nurlanishga to'liq aylantirish mumkin. Shu bilan birga, samarali energiya almashinushi kristallning  $L$  uzunligi bo'ylab sodir bo'ladi

$$L = (\sqrt{\sigma_1 \sigma_2} a_1(0))^{-1}, \quad (3.48)$$

va ushbu jarayon xarakterli uzunlikning nochiziqli o'zaro ta'sir uzunligi deb ataladi va uning qiymati asosiy nurning kristallga kirishidagi amplitudasiga va muhitning chiziqli hamda nochiziqli optik xususiyatlariga bog'liq. Shuni ham ta'kidlash joizki,  $L$  uzunlikda IGG jarayonining samaradorligi taxminan 30% ni tashkil etadi. Ushbu uzunlik  $L$ , amalda bir necha santimetrni tashkil etadi.

Olingan munosabatlardan IGG jarayoni asosiy nurlanish energiyasini ikkinchi garmonika energiyasiga o'tkazish (konvertatsiya) jarayoni ekanligini va uning qaytmasligini ko'rsatadi. Ideal holda

konvertatsiyaning samaradorligi 30% ni tashkil etishi mumkinligi 3.3-rasmda ko'rsatilgan (nuqtali egri chiziq).

Biroq yuqorida aytilgan natijalar umumlashgan fazaning  $\Psi = \pi/2 = \text{const}$  ideal qiymatida o'rinnlidir. Amalda esa  $\Psi(z)$  ni qiymati kristallning uzunligi ortishi bilan o'zgarib, optimal qiymatidan chetlashadi, bu esa o'z navbatida, teskari jarayonni IGG energiyasining asosiy garmonika energiyasiga aylanishiga olib keladi. Shu sababli yuqorida keltirilgan natijalar (3.3-rasm)  $z < L$  bajarilganda, ya'ni kristallning uzunligi nochiziqli uzunlikdan kichik bo'lган masofalarda o'rinni bo'ladi. Agar  $z > L$  bolsa, u holda (3.39) tizim sanoqli usulda yechiladi.

### **Fazaviy sinxronizm bajarilmagandagi IGG tenglamalarini yechish**

Bunday holda, jarayonning muhim parametri kogerentlik uzunligi  $l_{\text{kor}} = \pi/\Delta k$  bilan o'zaro ta'sir  $L = (\sqrt{\sigma_1 \sigma_2} a_1(0))^{-1}$  nochiziqli uzunligining nisbati hisoblanadi. 3.3-rasmda  $l_{\text{kor}}/L$  miqdorlarning turli nisbatlari uchun IGG amplitudasining nisbiy qiymatini  $a_2(z)/a_1(0)$  kristallning uzunligi bo'yicha o'zgarishi keltirilgan. 3.3-rasmdagi egri chiziqlar quyidagi munosabatlar uchun keltirilgan: 1) agar  $l_{\text{kor}} > L$ ; 2) agar  $l_{\text{kor}} \approx L$ ; 3) agar  $l_{\text{kor}} < L$ ; 4) agar  $l_{\text{kor}} \ll L$ .

3.3-rasm. IGG amplitudasining nisbatii  $a_2(z)/a_1(0)$  kristallning uzunligi bo'yicha o'zgarishi  $l_{\text{kor}}/L$  turli nisbatlari uchun keltirilgan.

Shunday qilib, ikkinchi garmonika generatsiyasi jarayonini ko'rib chiqish natijasida quyidagicha xulosalarga kelamiz:

1. Ideal holda (fazaviy sinxronizm sharti bajarilganda,  $\Delta k = 0$ ) IGG jarayonining samaradorligi 30% ni tashkil etishi mumkin (3.3-rasmdagi 1-egri chiziq). Boshqacha aytganda, asosiy nurlanishning energiyasini IG nurlanish energiyasiga to'liq aylantirish mumkin.

2. Muhitga kirishda hosil bo'lган IG maydon nurlanishining kichik amplitudasi ham umumlashtirilgan fazani qamrab oladi va uning barqarorligiga mos keladigan qiymati  $\pi/2$  ga teng.

3. Real hollarda ( $\Delta k \neq 0$ ) sinxronizm sharti bajarilmaganda (3.3-rasmdagi 2,3,3-egri chiziqlar) IGG jarayoni amplitudasi uzunlik bo'ylab o'zgarishi ossilyatsion xarakteriga ega bo'lib, IGG jarayonining samaradorligi kam va uning o'zgarishi  $l_{\text{kor}}/L$  nisbatga bog'liq ravishda.

### 3.3.3. Bir jinsli muhitlarda ikkinchi garmonikaning nostatsionar generatsiyasi

Kvadratik nochiziqli muhitlarda IGG jarayoni qisqa davomylikdagi lazer impulslari ta'sirida uyg'otilsa, albatta, muhitning chastotaviy dispersiyasi bilan bir qatorda uning guruhiy tezliklari dispersiyasini ham inobatga olish zarur. Chunki bu jarayonlar umumiy holda IGG samaradorligining pasayishiga olib keladi. IGG ning samaradorligini oshirish uchun bir vaqtning o'zida fazaviy va guruhiy sinxronizm shartlarining bajarilishini amalga oshirish kerak. Bu esa ancha murakkab masala. Shunga qaramasdan, buni ba'zi xususiy hollarda amalga oshirish mumkin. Buning uchun konkret lazerning parametrlariga mos keluvchi kerakli xususiyatga ega bo'lgan nochiziqli kristallni tanlash kerak bo'ladi.

Uch fotonli jarayonlarni ko'rib chiqmiz. (2.30) – tenglama dispersion muhittagi kvazi-monoxromatik kvazi-yassi to'lqinlarning nochiziqli o'zaro ta'sirini ko'rib chiqish mumkin bo'lgan eng umumiy tenglamadir. Oddiylik uchun uni chastota va to'lqin vektorini hisobga olgan holda jarayonda ishtirok etuvchi  $j$ - to'lqin uchun operator quyidagi shaklda yozamiz:

$$(\hat{L}_j A_j) e^{i(\omega_j t - k_j z)} = 0, \quad (3.49)$$

bu yerda  $\hat{L}_j = \left[ \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_j} \frac{\partial}{\partial t} - i \frac{1}{2} g_j \frac{\partial^2}{\partial t^2} + i \frac{1}{2k_j} \Delta_{\perp} \right]$  - differensial operator.

Uch fotonli o'zaro ta'sirda o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarning chastotalari bo'yicha ushbu  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$  munosabat bajarilishi kerak.

Keyin xuddi statsionar qisqartirilgan tenglamalar tizimini chiqarishda bo'lgani kabi, bu yerda ko'rib chiqilayotgan holatda, maydon jarayonida ishtirok etadigan amplitudalar uchun bog'langan nochiziqli tenglamalar tizimini yozish mumkin:

$$\begin{aligned} \hat{L}_1 A_1 &= -i\sigma_1 A_3 A_2^* \exp(-i\Delta kz), \\ \hat{L}_2 A_2 &= -i\sigma_2 A_3 A_1^* \exp(-i\Delta kz), \\ \hat{L}_3 A_3 &= -i\sigma_3 A_1 A_2 \exp(i\Delta kz). \end{aligned} \quad (3.50)$$

Tizimda bu yerda tavsiya etilmaydigan maxsus holatlarda analitik yechimlar mavjud. Shu sababli bir nechta amalda tez-tez uchraydigan jarayonlarni sifat jihatidan ko'rib chiqamiz.

Yuqorida aytib o'tilganidek, davomiyligi  $10^{-11}$ s dan kichik ultraqisqa lazer impulslari uchun kvazistatistik yaqinlashishda olingan tenglamalarni qo'llash o'rinni emas. Bunday holda ikkinchi garmonika generatsiyasining nostatsionar (IGG) rejimini ishlab chiqish zarur. Jarayonda qatnashayotgan to'lqinlarning to'lqin frontlarini yassi deb hisoblasak, qoida tariqasida, juda qat'iy bajariladi (bu holda, operator shaklga ega)

$$\hat{L}_j = \left[ \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{u_j} \frac{\partial}{\partial t} - i \frac{1}{2} g_j \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right]. \quad (3.51)$$

Nostatsionar rejimda ikkita o'ziga xos effekt paydo bo'ladi: o'zaro ta'sir qiluvchi yorug'lik impulslarining guruh tezliklarining kechikishi va dispersiv kengayishi.

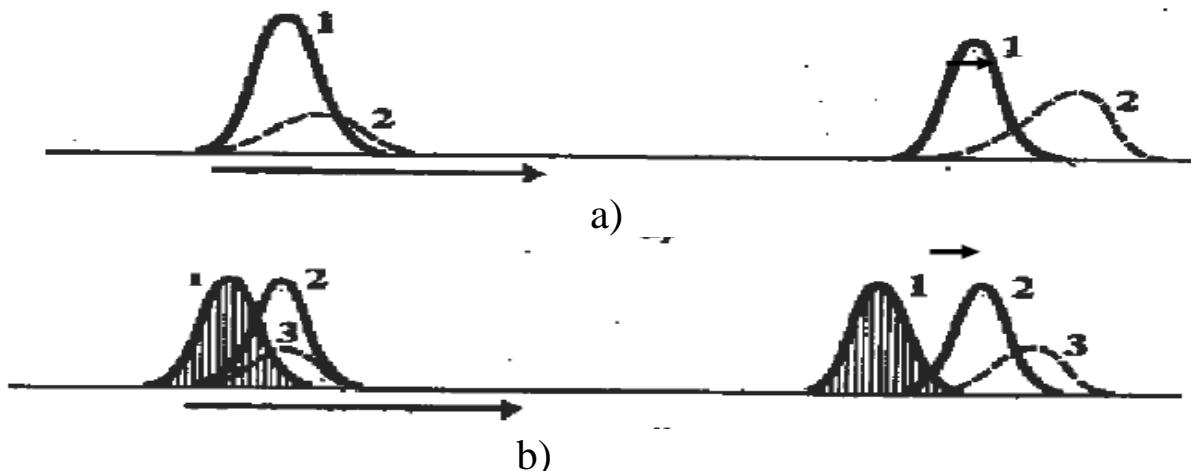
Endi ushbu ta'sirlarning fizikaviy tabiatini ko'rib chiqamiz:

*Impulslarning guruhiy kechikish effekti;*

*guruhiy tezliklarining sinxronizmi.*

Statsionar rejimda bo'lgani kabi fazalarni moslashtirish ( $\Delta k = 0$ , sinxronizm sharti) sharti bajarilganda yuqori samarali o'zaro ta'sir (IGG) amalga oshadi. Shu bilan birga, nostatsionar rejimning o'ziga xos xususiyatlari ham mavjud. Guruh tezligining chastotaga bog'liqligi tufayli, ikkinchi garmonika impulsi nochiziqli kristallda tarqalish davrida asosiy chastotali impulsiga nisbatan vaqt bo'yicha siljishiga olib keladi (impulslarning guruh kechikishining effekti).

3.3 a-rasmida *oo-e-o'zaro ta'sirlar* uchun asosiy nurlanish (impuls 1) va ikkinchi garmonik (impuls 2) impulslarining z o'qi bo'ylab tarqalishida shakli va nisbiy holatining o'zgarishi sxematik ko'rsatilgan. Impulslarning guruh tezliklari  $u_0(\omega) < u_e(2\omega)$  tengsizlikni qanoatlantiradi. *oo-e-o'zaro ta'sirlar* kristall bo'ylab tarqalishi davomida har doim ikkinchi garmonika impulsi asosiy impuls ichida hosil bo'ladi; shuning uchun ikkinchi garmonikaning chiqish impulsini assimetrik ravishda kengaygan bo'ladi. E'tibor berib qarasangiz *oe-e-* o'zaro ta'sirlarda esa ushbu rasm sifat jihatidan o'zgaradi (3.3 b-rasmga qarang).



3.3-rasm. IGG jarayonida asosiy (1) va ikkinchi garmonika (2) impulslarining kristall bo'ylab tarqalishidagi turli tipdagi ta'sirlar uchun a) oo-e va b) oe-e o'zaro joylashuvi ko'rsatilgan.

Oddiy va g'ayrioddiiy nurlar impulslarini guruhiy tezliklarning farq qilishi tufayli asosiy chastotadagi oddiy impuls (1-impuls) kristall orqali tarqalayotganda g'ayrioddiiy impulsiga (2-impuls) nisbatan siljiy boshlaydi. Bu impulslarning ikkalasi ham asosiy nurlanishga taalluqli, shuning uchun ikkinchi garmonika generatsiyasi jarayonining tugashiga olib keladi. Natijada ikkinchi garmonika chiqish impulsi  $oo-e-o'zaro$  ta'sirlarga qaraganda energiya va eng cho'qqi quvvati kamroq bo'ladi. 3.3 b-rasmda tasvirlangan manzara o'zaro ta'sir qiluvchi impulslarning guruhiy tezliklarining quyidagi  $u_o(\omega) < u_e(\omega) < u_e(2\omega)$  munosabatiga mos keladi.

Impulslarning guruhiy kechikish bilan g'ayrioddiiy yorug'lik energiyasining oddiy nurga nisbatan fazoviy siljishi (og'ishi) o'rtasida o'xshashlik mavjud (diafragmalin apertura effekti).

Ikkala holatda ham o'zaro ta'sir qiluvchi nurlanishning fazoda ajralishi va natijada IGG jarayonining samaradorligi kamayadi. Bunday holda konvertatsiya samaradorligining pasayishi  $oe-e$ - o'zaro ta'sir bilan solishtirganda  $oo-e$ - o'zaro ta'sirda sezilarliroq bo'ladi; 3.3 a-rasmni 3.3 b-rasm bilan solishtiring. Qayd etilgan o'xshashlik fazo-vaqt o'xshashligining ko'rinishidir, biz uni quyida muhokama qilamiz:  $u_1, \tau_1, l_1 = c\tau_1/n_1$  (asosiy nurlanishning: guruh tezligi, effektiv

davomiyligi, effektiv uzunligi);  $u_2$ ,  $\tau_2$ ,  $l_2 = c\tau_2/n_2$  (ikkinchi garmonika impulsi uchun ham xuddi shunday).

Qiyidagi kattalik

$$\nu = \left(\frac{1}{u_1}\right) - \left(\frac{1}{u_2}\right) \quad (3.51a)$$

impulslarning guruh tezliklarining farqi (siljishi) deb ataladi.

Guruh kechikish effekti shartlari quyidagi ko‘rinishga ega:

$$l_1, l_2 < l, \quad (3.52)$$

$$\nu \neq 0. \quad (3.53)$$

(3.32) shart impulslarning uzunligi nochiziqli kristallning uzunligi  $l$  dan kamroq bo‘lishi kerakligini anglatadi. Bu shart zarur, ammo yetarli emas. Bu shart bilan birqalikda impulslarning guruh tezligidagi farqni aks ettiruvchi (3.31) ko‘rib chiqilishi kerak. Quyidagi shart ham amalga oshishi mumkin:

$$u_1 = u_2. \quad (3.54)$$

Bunday holda, guruh sinxronizmi haqida gapiriladi (bu yuqorida ko‘rib chiqilgan to‘lqin (faza) sinxronizmi bilan aralashmasligi kerak!). Guruh sinxronizmi sharti faqat ma’lum bir  $\omega$  chastota uchun bajarilishi mumkin oddiy nurlanish (va shunga mos ravishda g‘ayrioddiy nurlanish uchun  $2\omega$  chastotada).

(3.33) sharti bajarilganda (3.51a) shubhasiz, kechiktirilgan impulslar effektiga olib kelmaydi.

Ko‘rib chiqilayotgan ta’sirning ikkinchi garmonika generatsiyasi ta’sirini baholash uchun xarakterli kechikish vaqt kiritiladi:

$$\tau_\nu = \nu l \quad (3.55)$$

va guruh tezligi dispersiyasini xarakterlovchi uzunligi (uni kvazistatik uzunligi ham deyiladi):

$$L_\nu = \tau_1/\nu. \quad (3.56)$$

$\tau_v = \nu l$  kattalik kristall chiqishida guruhiy tezliklarni  $v$  sozlash bilan tavsiflangan impulslar ajralib (siljigan) chiqadigan vaqt oralig‘ini aniqlaydi. Kvazistatik o‘zaro ta’sir uzunligi – bu impulsarning  $\tau_1$  vaqt bo‘yicha ajralish uzunligi. Kvazistatik uzunlikning fazoviy analogi apertura (diametr) uzunligidir. Ikkinchi garmonikaga generatsiya jarayoni nostatsionar bo‘lganda quyidagi tengsizliklar bajarilishi kerak

$$\tau_1 < \tau_v \text{ yoki, aks holda, } l > L_v \quad (3.57)$$

Quyida ikkita kristall misol tariqasida guruh kechikish effektini hisobga olish kerakligini sonli misolda ko‘rib chiqamiz. KDP ( $K_2PO_4 \times 2(H_2O)$ ) kristalli uchun quyidagi kattaliklarda  $\lambda_1 = 1,03$  mkm va  $\tau_1 = 2 \cdot 6^{-12}$  c kvazistatik uzunlik  $L_v = 16$  sm ga teng,  $LiNbO_3$  – kristall uchun esa  $L_v = 1$  sm.

Bu shuni anglatadiki, KDP kristallda guruh kechikish effektini hisobga olmaslik mumkin, chunki amalda qo‘llaniladigan kristall uzunliklari odatda, 3 sm dan oshmaydi. Ammo bu ta’sir  $LiNbO_3$  kristallda hisobga olinishi kerak.

### Impulsni dispersion yoyish effekti

Impulsning turli chastotali komponentlari (Furye komponentlari) dispersiyali muhitda turli tezliklarda tarqalayotganligi sababli, kristall orqali tarqalayotganda impulsning formasi (shakli) o‘zgaradi (impuls yoyiladi). Bu impulsning tarqalishiga dispersiyaning ta’sirini bildiradi. Ushbu effektning fazoviy analogi chekli diafragma nurlarining differeksiyasidir. Hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki, impulsning dispersion yoyilish effekti impuls davomiyligi  $10^{-13}$  s va undan kam bo‘lganda IGG jarayonida muhim rol o‘ynaydi.

Ko‘rib chiqilayotgan ta’sirning IGGga ta’sirini baholash uchun dispersiyali yoyilish uzunligi

$$L_d = \tau_1^2 / 2 \frac{d^2 k}{d\omega^2} \quad (3.58)$$

va dispersiyali yoyilishni xarakterlovchi vaqt kiritadi.

$$\tau_d = [2ld^2k/d\omega^2]^2. \quad (3.59)$$

Agar quyidagi shart bajarilsa, ta'sirni hisobga olish kerak  
 $\tau_1 < \tau_d$  yoki, aks holda,

$$l > L_d \quad (3.60)$$

Xarakterli kattaliklardan foydalanib [ $d^2k/d\omega^2] \approx 6^{-27}$  c<sup>2</sup>/ sm,  $\tau_1 = 10^{-12}$  s uchun  $L_d = 6$  m va  $\tau_1 = 10^{-13}$  s uchun  $L_d = 6$  sm olamiz. Shunday qilib, pikosoniyali lazer impulsleri uchun (uzunroq impulslar haqida gapirmasa ham), dispersion yoyilish ta'sirini hisobga olmaslik mumkin. Bu faqat impulsning davomiyligi  $\tau_1 < 10^{-13}$  s dan kichik bo'lganda sezilarli bo'ladi. Shu munosabat bilan IG nostatsionar generatsiyasini ko'rib chiqishda biz faqat impulsarning guruhiy kechikishining ta'sirini hisobga olamiz.

Ushbu bobda keltirilgan munosabatlar elektromagnit to'lqinlarning o'zaro ta'sirining parametrik jarayonlarini tahlil qilish uchun zaruriy yaqinlashuvni tanlash imkonini beradi. Bunday holda impulsning davomiyligini ham, muhitning o'zgaruvchan xususiyatlarini ham hisobga olish kerak.

### **3.3.4. Bir jinsli bo'Imagan muhitlarda ikkinchi garmonikaning statsionar generatsiyasi**

Lazer qurilmasining faol elementning xususiyatlariga qarab ma'lum bir to'lqin uzunligida kogerent nurlanish chiqarganligi sababli, chastotani spektrning bir mintaqasidan ikkinchisiga o'tkazish hozirda ham dolzarb muammodir. Bu muammo lazer nurlanishining kuchli o'zaro ta'siri bo'lgan optik kristallarda ma'lum sharoitlarda kuzatiladigan yuqori optik garmonikalarning generatsiyasida, chastotalarni qo'shish, parametrik generatsiya va kuchaytirish kabi nochiziqli optik jarayonlar yordamida amalga oshiriladi [3-3]. So'nggi 30 yil ichida chastotaning nochiziqli konvertatsiyasi (almashtirishlari) bo'yicha eksperimental va nazariy ishlarning qisqacha tarixiy [6] tansifi maqolada batafsil berilgan.

Darslikning oldingi boblarida ta'kidlaganimizdek, nochiziqli jarayonlarning samaradorligi o'zaro ta'sirlashayotgan nurlanishlarni xarakterlovchi parametr larga, muhitning optik xususiyatlariga, shu bilan birga muhitda fazaviy va guruhiy sinxronizm shartlarini bajarishga judayam kuchli bog'liq. Bilamizki, oxirgi shartlar muhitning

dispersiyasiga va lazer nurlanishining ba'zi parametrlariga bog'liq (masalan, to'lqin uzunligiga, uning impulsining davomiyligiga, qutblanish vektoriga va hokazolarga). Muhitning dispersiyasi tufayli fazaviy va guruhiy sinxronizm shartlarini ma'lum sharoitda tabiatda bor barcha anizotropik nochiziqli kristallarda amalga oshirish mumkin emas, shu sababli nochiziqli optik jarayonlarni yuqori samaradorlik bilan amalga oshirish uchun qo'llaniladigan kristallarning soni chegaralangan [ ].

Ma'lumki, kristallarning nochiziqli singdiruvchanligi tenzor kattalik, masalan, kvadratik kristallda ushbu kattalikning 23 ta komponentlari mavjud va ularning son qiymati turlicha, hattoki ba'zilarining qiymati bir-biridan bir-ikki tartibga (10-100 marta) ham farq qiladi. Ushbu darslikning 3-bobida nochiziqli jarayonlarni tahlil qilganimizda, masalan, IGGning samaradorligi kvadratik nochiziqli singdiruvchanlik tenzorining kvadratiga proporsional ekanligini aniqlagandik.

Ammo nochiziqli singdiruvchanligi tenzorini qiymati nisbatan katta bo'lgan komponentni xarakterlovchi nochiziqli o'zaro ta'sir turi uchun (masalan, *oo-e* yoki *oe-e*) fazaviy va guruhiy sinxronizm shartlarini bajarilmasligi mumkin. Nazariy jihatdan biz ushbu kristallarni yuqori tartibli nochiziqli singdiruvchanlik tenzoridan qandaydir sun'iy usul bilan foydalansak, nochiziqli jarayonlarning samaradorligini kamida 100 marta oshirishimiz mumkin ekan.

Yuqorida keltirilgan faktlarga asoslanib, nochiziqli optika yo'naliшining asoschiliaridan biri amerikalik fizik olim N.Bloembergen o'tgan asrning 60- yillarida sun'iy ravishda shaffof yupqa qo'shni qatlamlarini optik o'qlari  $40^\circ$  ga farq qiluvchi nochiziqli kristall plastinkalardan (qalinligi 10-30 mkm) tashkil topgan qatlamlardan iborat sistemanı (sun'iy kristallni) samarali nochiziqli jarayonlarni amalga oshirishda qo'llashni taklif etgan. Boshqacha aytganda, bir domendan qo'shni domenga o'tganda optik o'qini  $40^\circ$  ga o'zgarishi kristallni kvadratik singdiruvchanligini  $\chi^{(2)}$  ishorasini o'zgarishini anglatadi, ya'ni u kristallning uzunligi bo'ylab modulyatsiyalanadi va shu tariqa fazaviy kvazisinxronizm shartini (FKS) amalga oshirishga IGG imkon beradi (3.6 a-rasmga qarang). To'lqinlarning bunday usuldagi o'zaro ta'siri kvazisinxron ta'sir deyiladi. Ushbu samarali nochiziqli jarayonlarni

amalga oshirish usuli uchun N.Bloembergen AQSHning patentini olgan [8]. Bunday kristallar jahon ilmiy adabiyotida dastlab regulyar domen strukturali (RDS) kristallar deb atalgan FKS ni amalga oshirishning ushbu usuli taklif etilgan vaqtarda fanda RDS kristallarni sun'iy usulda olishning imkoniyati (texnologiyasi) bo'limgan, shu sababli ushbu kristallar bilan ilmiy izlanish sust olib borilgan. Keyinchalik (1980-yillardan boshlab) kristallarni sun'iy o'stirish texnologiyasi rivojlanishi natijasida RDS kristallarni olish imkoniyati paydo bo'lishi bilan ushbu kristallarni qo'llash bo'yicha nazariy va eksperimental izlanishlar boshlanib ketdi. Dastlab RDS kristallar (10-20) qatlamdan iborat bo'lgan bo'lsa, hozirgi kunda domenlarning soni, qalinligi istalgancha bo'lishi mumkin va hattoki o'zgaruvchan qalinlikdagi domenlardan tashkil topishi ham mumkin. Hozirgi kunda RDS kristallarni o'stirish texnologiyasi rivojlanishi tufayli domenlarning qalinligi bir necha mkm tashkil etadi. Bunday kristallar ilmiy adabiyotlarda nochiziqli foton kristallar (NFK) deb yuritilmoqda. O'zgaruvchan qalinlikdagi NFK larni «chirplangan» yoki apereodik domen strukturali kristallar (ADSK) yoki ANFK deyiladi. Chirp turlicha bo'ladi: qalinligi chiziqli o'zgaruvchan; ma'lum qonun bo'yicha o'zgaruvchan; qalinligi tasodifiy o'zgaruvchan [19,20].

Endi NFKlarda nochiziqli jarayonlarni uzlukli va impulsli lazer manbalari nurlanishlari ta'sirida IGG jarayonini tahlil qilishga o'tamiz.

### **Yorug'lik to'lqinlarining kvazinxron o'zaro ta'siri**

Chiziqli va nochiziqli parametrlar o'zgaruvchanlikka ega bo'lgan muhitda sodir bo'ladigan nochiziqli to'lqin jarayonlari elektromagnit to'lqinlarning keng diapazoni va boshqa tabiatdagi to'lqinlar uchun amaliy qiziqish uyg'otadi, masalan, akustik. Matematik fizika masalalarini yechishning yangi usullari sifatida o'zgaruvchan koeffitsiyentli tenglamalar tizimini yechish usullarini ishlab chiqish fundamental ahamiyatga ega [12-18].

Bir jinsli bo'limgan muhitda elektromagnit to'lqinlarning nochiziqli o'zaro ta'sirining tabiatini asosan to'lqin uzunligi  $\lambda$  va muhitning ma'lum bir parametrini ( $\chi^{(2)}$ ) modulyatsiya qilishning fazoviy davri  $\Lambda$  o'rtaqidagi nisbatga bog'liq. Optik diapazonga  $\Lambda > \lambda$  munosabat o'rini

bo‘ladi. NFKlarda haqiqiy fazaviy sinxronizm sharti amalga oshmasa ham ( $\chi^{(2)}$ ) kristall uzunligi bo‘ylab davriy ( $\Lambda$ -davri) o‘zgarishi bilan kvazisinxronizm sharti amalga oshadi, bu esa o‘z navbatida, nochiziqli optik jarayonlarning samaradorligi oshishiga olib keladi. Kvazisinxronizm sharti ta’sirlashayotgan to‘lqinlar vektorlarining  $\Delta k \neq 0$  farqini  $\chi^{(2)}$  ning fazo bo‘ylab davriy modulyatsiyasi hisobiga hosil bo‘lgan panjaraning teskari vektori tomonidan kompensatsiya qilishi bilan amalga oshiriladi.

Nochiziqli singdiruvchanlik modulyatsiyasi (NSM) bo‘lgan kristallarda FKS ni amalga oshirish nochiziqli optik jarayonlarda lazer nurlanishining juda yuqori konversiya koeffitsiyentlariga erishishning mumkin bo‘lgan variantlaridan biridir.

NFK kristallarida (NFK) ultraqisqa lazer impulslarining (UQI) o‘zaro ta’sirida lazer nurlanish spektri kengligidagi barcha chastotalar uchun kvazifazali sinxronizm sharti (FKS) qoniqtirilmaydi. Ushbu shartni bajarish uchun domandan domenga ma’lum bir qonunga muvofiq (masalan, chiziqli yoki kvadratik qonun bo‘yicha) o‘zgaruvchan qalinlikdagi domen strukturasini o‘sirish kerak. Aperiodik domen tuzilishiga ega bo‘lgan bunday kristallar (ADS) kristallari yoki aperiodik nochiziqli fotonik kristallar (ANPK)) ko‘p sonli to‘lqinlar uchun FKS imkonini beradi. Ko‘p to‘lqinli o‘zaro ta’sirlar kogerent nurlanishning ko‘p rangli manbalarini yaratish va klassik bo‘lmagan yorug‘likni yaratish uchun katta amaliy ahamiyat kasb etadi.

Uch chastotali o‘zaro ta’sirga ega NFK da ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ) kvazinxronizm sharti quyidagi shaklga ega:

$$\Delta k = k_3 - k_2 - k_1 = \frac{2\pi m}{\Lambda} \quad (3.61)$$

Bu yerda  $2\pi/\Lambda$  kvadratik nochiziqli modulyatsiyaning o‘zaro panjara vektori,  $\Lambda$  - modulyatsiya davri;  $m$  - kompensatsiya sodir bo‘lish tartibi (kvazisinxronizm tartibi),  $\Delta k$  - o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning fazaviy mos kelmasligi (to‘lqin sonlarining farqi).

Nochiziqli kristallarda ultraqisqa lazer impulslarining (UQI) garmonikalar va parametrik generatsiyasida o‘zaro ta’sir qiluvchi

to‘lqinlarning guruh tezliklaridagi farq jarayonlarning samaradorligiga sezilarli ta’sir ko‘rsatishi mumkin va ular belgilashlar bilan ifodalanadi:

$$\nu_{32} = \left( \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_2} \right), \nu_{31} = \left( \frac{1}{u_3} - \frac{1}{u_1} \right), \quad (3.61a)$$

bu yerda  $u_j = \left( \frac{\partial k_j}{\partial \omega_j} \right)^{-1}$  -  $\omega_j$  chastotadagi guruh tezligi. Shunday qilib, masalan, UQI IGG oshirish samarali bo‘ladi, agar o‘zaro ta’sir uzunligi  $z < l_{\kappa\epsilon} = \tau / \nu$  - kvazistatik uzunligidan kichikroq bo‘lsa,  $\tau$  - impulsning davomiyligi.

3.3-rasmda  $\chi^{(2)}$  -davriy o‘zgaruvchi kristallning diagrammasi (a) ko‘rsatilgan, unda kvazisinxronizm amalga oshirilishi mumkin. Bu yerda  $l_0$  - kogerent uzunlik va  $l_0 = \lambda/2$  ga teng,  $g(z)$  - o‘zgaruvchan birlik funksiyasi bo‘lib, domendan domenga (b) o‘tishda to‘lqinlarning nochiziqli koeffitsiyenti ishorasining teskarisiga o‘zgarishini ko‘rsatadi.

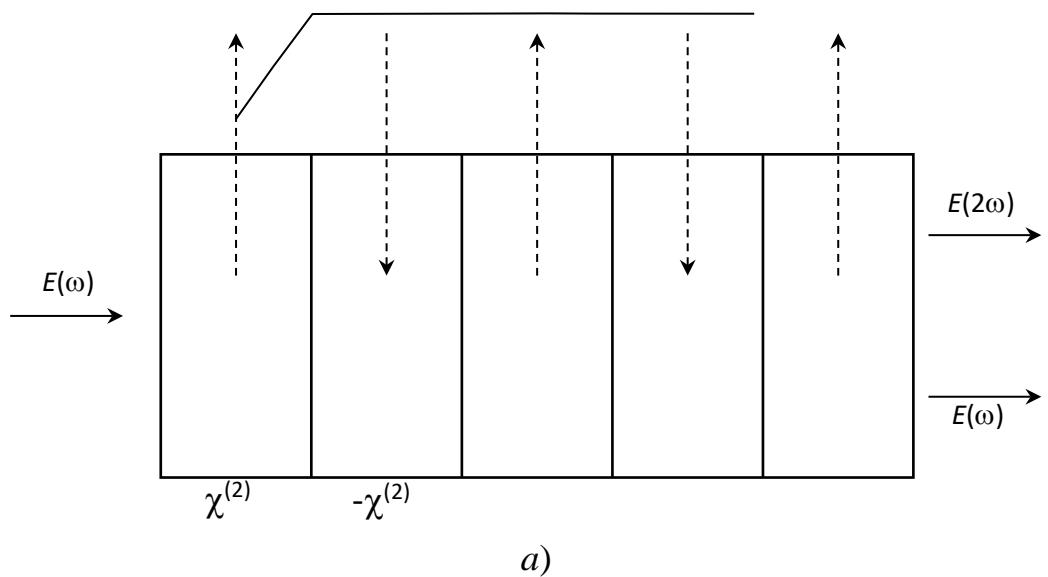
Dastlabki tahlillar shuni ko‘rsatadiki, fazali modulyatsiya bilan UQI uchun nochiziqli jarayonlarning samaradorligi "chirp" deb ataladigan kristallarda eng yuqori bo‘lib, ularda domenlarning qalinligi ma’lum qonunga muvofiq domendan domenga o‘zgaradi, masalan, chiziqli ravishda. FKS ni amalga oshirish bo‘yicha ko‘plab tajribalarda ularda hosil bo‘lgan NFKli ferroelektrik materiallar qo‘llaniladi. Alovida domen kristalldagi makroskopik hudud bo‘lib, uning ichida barcha birlik yacheykalar bir xil yo‘nalishda qutblangan bo‘ladi. Qo‘shni domenlarda o‘z-o‘zidan polyarizatsiya yo‘nalishlari bir-biri bilan ma’lum burchaklarni hosil qiladi. Polyarizatsiya vektorining turli yo‘nalishlariga ega bo‘lgan domenlar to‘plami nochiziqli kvadratik singdiruvchanlik (NKS) modulyatsiyasiga ega bo‘lgan domen strukturasidir.

Bugungi kunga kelib, kvadratik singdiruvchanligi modulyatsilangan NFK kristallarini olishning bir qancha texnologik usullari mavjud: o‘stirish, qayta qutblash va kimyoviy diffuziya. Yuqorida gilarni tasdiqlash va ularni taqqoslash uchun 3.7-rasmda IGG jarayoni ning nisbiy samaradorligining domenlar soniga  $N$  sifat jihatdan bog‘liqligi har xil rejimlar berilgan (yoki qisqartirilgan uzunlikdan  $z/l_{\epsilon}$ ): bir jinsli kristalldagi sinxron ( $\Delta k = 0$ ) rejim uchun (egri chiziq-3); NFK kristallida kvazinxron ( $\Delta k = \pi/l_{\epsilon}$ , egri chiziq -2) rejim uchun; sinxron bo‘lmagan (

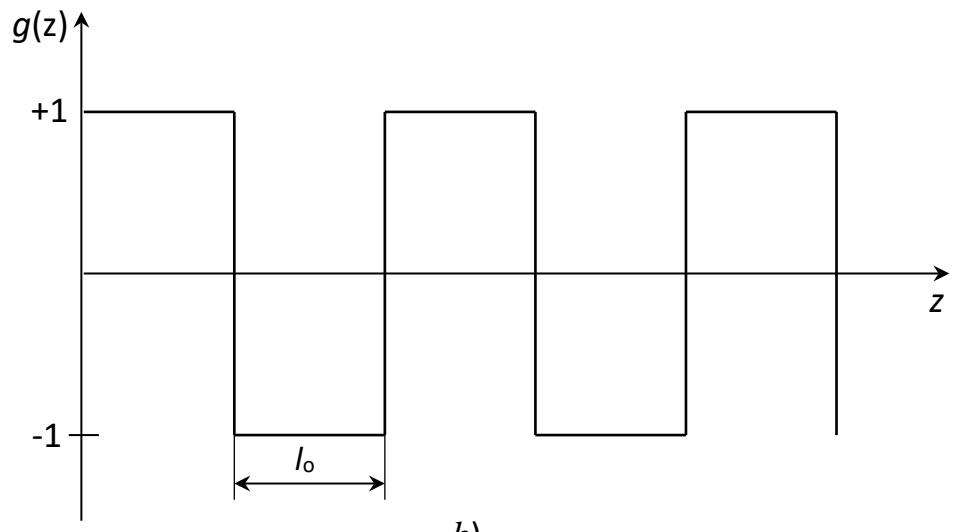
$\Delta k \neq 0$ , egri chiziq -3) rejim uchun. Ushbu grafiklar LiNbO<sub>3</sub> kristalli misolida berilgan.

3.7-rasmdagi egri chiziqlar bir jinsli va NFK kristallarida statsionar IGG jarayonini tavsiflovchi tenglamalarni sanoqli usulda hisoblab olingan. Haqiqatan ham, 3.7-rasmdagi 3 va 2 egri chiziqlarni taqqoslashdan ko‘rinib turibdiki, bir xil samaradorlikka ma’lum miqdordagi domenli

Kristallning optik o‘qi



a)

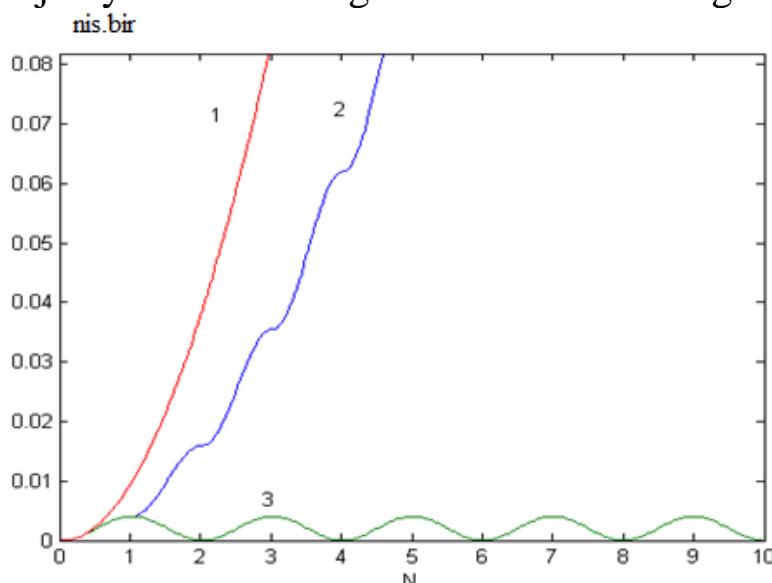


b)

3.6-rasm. Davriy o‘zgaruvchan domen tuzilishiga ega kristall (a) IGG misolida keltirilgan,  $g(z)$ - domendan (b) domenga o‘tishda to‘lqinlarning nochiziqli bog‘lanish koeffitsiyenti ishorasining teskarisiga o‘zgarishini tavsiflovchi davriy o‘zgaruvchan birlik funksiyasi.

NFK kristallida (2-egri chiziq) ikkinchi garmonikaning sinxron hosil bo‘lgan bir jinsli kristalldagi (3-egri chiziq) qiymatiga erishish mum-kin, bunda faqat NFK uzunligi biroz uzunroq bo‘lishi kerak bo‘ladi [6].

Ushbu misol yana bir bor NFKda lazer chastotasini o‘zgartirishning yuqori samarali jarayonlarini amalga oshirish mumkinligini ko‘rsatadi.



3.7-rasm. IGG nisbiy samaradorligining turli rejimlari uchun  $N$  domenlar soniga bog‘liqligi: sinxron ( $\Delta k = 0$ , egri-1), kvazinxron ( $\Delta k = 2\pi/\Lambda$ , egri-2) va sinxron bo‘lmagan ( $\Delta k \neq 0$ , egri-3).

Tahlil shuni ko‘rsatadiki, yuqori darajadagi kvazinxronizmdan ( $m=3,3,3,\dots$ ) foydalanib, ulangan ko‘p chastotali kvazinxron o‘zaro ta’sirlarni amalga oshirish mumkin. Masalan, birinchi va uchinchi darajali ( $m=3,3$ ) kvazinxron o‘zaro ta’sirlardan foydalanib, lazer nurlanishining ikkinchi va uchinchi garmonikalarini bir vaqtida hosil qilish jarayonini amalga oshirish mumkin. Shu bois ultraqisqa lazer impulslarining kvazinxron o‘zaro ta’sirini fundamental fan nuqtai nazaridan ham, yuqori samarali chastotani yaratishda olingan natijalarni amaliy qo‘llash nuqtai nazaridan ham o‘rganish bo‘yicha olib borilayotgan tadqiqot istiqbollarini yana bir bor ta’kidlashimiz mumkin.

Nochiziqli optik jarayonlarning samaradorligini (effektivligini) oshirish uchun fazaviy sinxronizm shartini  $\Delta k = 0$ , roli juda muhimligini 3.2-rasmdagi 3-egri chiziqning o‘zgarishidan ham bilish mumkin. Unga asosan, IGG jarayonining samaradorligi fazaviy sinxronizm sharti bajarilmaganda  $\Delta k \neq 0$  taxminan atigi 3 % ni tashkil etadi.

Darslikning 2-bobida uch chastotali jarayonlarini ( $\omega_3 + \omega_2 = \omega_3$ ) NFK (domenning o'zgarmas qalinlikdagi) va ANPK (domenning o'zgaruvchan qalinlikdagi) uzlusiz va ultraqisqa lazer impulslarining nurlanishlari ta'sirida uygo'tilgan statsionar va nostatsionar IGG, aynigan ( $\omega_3 = \omega_2$ ) va aynimagan ( $\omega_3 \neq \omega_2$ ) parametrik kuchaytirishning xususiyatlari bilan tanishganmiz.

Ushbu jarayonlar fazoviy va vaqt koordinatalarida nochiziqli xususiy differensial tenglamalar tizimi va o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarning o'zgaruvchan bog'lanish koeffitsiyentlari bilan tavsiflanadi, bu tizim odatda, aniq analitik yechim olishga imkon bermaydi. Shuning uchun biz birinchi navbatda, NPK va ANPKda to'lqinlarning nochiziqli o'zaro ta'siri uchun javob beradigan tenglamalarni yechishning taxminiy, analitik va sonli usullari bilan tanishamiz.

### **Nochiziqli foton kristallarida uzlusiz lazer nurlanishining ikkinchi garmonika generatsiyasi**

Umumiylig uchun biz oldin nostatsionar uch chastotali ( $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ ) konvertatsiya jarayonini ifodalovchi tenglamalar tizimi bilan tanishib chiqamiz.

Birinchidan, (statsionar bo'limgan bir jinsli jarayonlar nochiziqli muhitda o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarning  $\omega_j$  ( $j=3,2,3$ ) chastotasiga mos keluvchi kompleks amplitudalari  $A_j(z,t)$  uchun sekin o'zgaruvchan amplitudalarning yaqinlashuvida [3-3] quyidagi tenglamalar tizimi bilan tavsiflanadi [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_1}{\partial z} + \frac{1}{u_1} \frac{\partial A_1}{\partial t} - iD_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} + \beta_1(\mathbf{r}) \frac{\partial A_1}{\partial x} + i \frac{1}{2k_1} \Delta_{\perp} A_1 + i\Delta_1(\mathbf{r}) A_1 &= -i\sigma_1(\mathbf{r}) A_3 A_2^* e^{i\Delta kz}, \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} + \frac{1}{u_2} \frac{\partial A_2}{\partial t} - iD_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial t^2} + \beta_2(\mathbf{r}) \frac{\partial A_2}{\partial x} + i \frac{1}{2k_2} \Delta_{\perp} A_2 + i\Delta_2(\mathbf{r}) A_2 &= -i\sigma_2(\mathbf{r}) A_3 A_1^* e^{i\Delta kz}, \\ \frac{\partial A_3}{\partial z} + \frac{1}{u_3} \frac{\partial A_3}{\partial t} - iD_3 \frac{\partial^2 A_3}{\partial t^2} + \beta_3(\mathbf{r}) \frac{\partial A_3}{\partial x} + i \frac{1}{2k_3} \Delta_{\perp} A_3 + i\Delta_3(\mathbf{r}) A_3 &= -i\sigma_3(\mathbf{r}) A_2 A_1 e^{-i\Delta kz}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

(3.2) tenglamalar tizimi dispersiya nazariyasining ikkinchi yaqinlashuvida  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotalardagi g'ayrioddiy to'lqinlar o'zaro ta'sir qilish natijasida  $\omega_3$  chastotali g'ayrioddiy to'lqinning generatsiyasi jarayoni uchun yozilgan, boshqacha aytganda, *ee-e* o'zaro ta'sir uchun o'rindir.

Bu yerda  $u_j = \left(\frac{\partial k_j}{\partial \omega_j}\right)^{-1}$  –

$\omega_j$  chastotali to‘lqinning guruh tezligi, parametr  $D_j = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 k_j}{\partial \omega_j^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial u_j^{-1}}{\partial \omega_j}$  guruh tezligi dispersiyasini hisobga oladi,  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  – ko‘ndalang Laplas operatori,  $\Delta_j(\mathbf{r})$  – muhitning optik bir jinsli bo‘lmanligi bilan bog‘liq bo‘lgan faza nomuvofiqligining fazoviy o‘zgaruvchan qismi;  $\beta_j(\mathbf{r})$  –  $\omega_j$  chastotali to‘lqin uchun ikkilanib sinish burchagi (anizotropligi) va quyidagi belgilashlar kiritilgan [4]

$$\sigma_j(\mathbf{r}) = (2\pi\omega_j^2 / c^2 k_j) d_{\phi\phi}(\mathbf{r}),$$

$$d_{\phi\phi}(\mathbf{r}) = \mathbf{e}_1 \chi^{(2)}(\mathbf{r}, \omega_1) \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_2 = \mathbf{e}_2 \chi^{(2)}(\mathbf{r}, \omega_2) \mathbf{e}_3 \mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_3 \chi^{(2)}(\mathbf{r}, \omega_3) \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_2.$$

Nochiziqli kvadratik singdiruvchanlik tenzorining effektiv  $d_{eff}$  (samarali) qiymati, masalan, LiNbO<sub>3</sub> kristalli uchun to‘lqinlarning o‘zaro ta’sirning *ee-e* turi uchun quyidagi ifoda bilan aniqlanadi (ilovaga 3,2 – jadvalga qarang):

$$d_{\phi\phi} = \chi_{222} \sin 3\varphi \cos^3 \theta + 3\chi_{311} \sin \theta \cos^2 \theta + \chi_{333} \sin^3 \theta,$$

Bu yerda  $\varphi$  – kristallning optik o‘qi va tushayotgan nurlanish orasidagi burchak;  $\varphi$  – azimuthal burchak. Masalan,  $\theta = \pi/2$  uchun kvadratik singdiruvchanlikning samarali qiymati  $d_{\phi\phi} = \chi_{333} = d_{33} = (2/\pi) \cdot 34.4 \cdot 10^{-12} M/B$  va bu qiymat to‘lqin uzunligining  $\lambda = 1063$  nm ga to‘g‘ri keladi; va u LiNbO<sub>3</sub> kristallining kvadratik singdiruvchanlik tenzori komponentining eng katta qiymati hisoblanadi.

Keling, optik o‘qlari bir-biriga nisbatan vertikal va qarama-qarshi bo‘lgan domenlardan tashkil topgan (3.3-rasm) optik bir jinsli bo‘lman muhitda (NFK) statsionar kvazinxron IGG jarayonini o‘rganamiz. Bunday muhitda nochiziqli to‘lqinlarni bog‘lanish koeffitsiyentlari

$\sigma_1(\mathbf{r}) = \sigma_2(\mathbf{r}) = \sigma g(z)$  -  $\Lambda = 2\ell_0$  davr bilan koordina-talarning davriy funksiyalari ( $\ell_0$ - domenning qalinligi) va  $g(z)$  funksiya, ya'ni  $g(z) = \text{sign}[\sin(2\pi z / \Lambda)]$  shaklida ifodalash mumkin [ $x = (2\pi z / \Lambda)$  - o'lchovsiz kattalik kiritsak, u holda agar  $x > 0$  bo'lsa,  $\text{sign}x = 1$ ; agar  $x < 0$  bo'lsa,  $\text{sign}x = -1$  va agar  $x = 0$  bo'lsa,  $\text{sign}x = 0$  ga teng bo'ladi.

Endi (3.62) tizimining xususiy hollarini tahlil qilamiz:

Yassi bir o'lchamli statsionar uzluksiz nurlanishning ta'sirida NFK uyg'otiladigan IGG jarayoni ( $\omega_2 = 2\omega_1$ ) bilan tanishamiz: ushbu jarayon quyidagi tenglamalar tizimi bilan ifodalanadi:

$$\frac{dA_1}{dz} = -i\sigma g(z) A_2 A_1^* e^{i\Delta kz}, \quad (3.63)$$

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\sigma g(z) A_1^2 e^{-i\Delta kz}. \quad (3.64)$$

Bu yerga  $A_1$  va  $A_2$ -mos ravishda asosiy to'lqin va ikkinchi garmonika (IG) to'lqinining kompleks amplitudalari. Ko'rib chiqilayotgan holda  $\beta_1(\mathbf{r}) = \beta_2(\mathbf{r}) = \beta_3(\mathbf{r}) = 0$  va ko'ndalang koordinata  $\mathbf{r}$  bu parametr bo'lib, biz tenglamani soddalashtirish uchun uni o'tkazib yuboramiz (1 o'lchamli masala qaralmoqda – o'zgarish  $z$  – oqi bo'ylab) va quyidagi belgilashni kiritamiz  $A_j(z) = A_j(\mathbf{r}, z)$ .

NFK kristallining kirishida ko'rib chiqilayotgan jarayon uchun  $z = 0$

$$A_1(z = 0) = A_{10}, \quad A_2(z = 0) = 0. \quad (3.65)$$

Chegaraviy shartlar (3.63) o'rini bo'ladi.

(3.64), (3.65) tenglamalar tizimini qoida tariqasida, bosqichma-bosqich ko'rib chiqish usuli bilan yechish mumkin, chunki  $g(z)$  funksiya har bir domen uzunligi bo'yicha doimiy va +1 ga yoki -1 ga teng. Biroq ixtiyoriy sonli domenlar uchun aniq yechim juda og'ir. Shuning uchun taxminiy vizual yechimni olish amaliy qiziqish uyg'otadi.

## Berilgan maydon yaqinlashuvidan yechimi

(3.64) va (3.65) tenglamalar birinchi navbatda, berilgan maydon yaqinlashuvida (BMY) yechiladi. Ma'lumki, bu yaqinlashishda asosiy nurlanishning kompleks amplitudasi kristallning butun uzunligi bo'ylab doimiy deb hisoblanadi ( $A_1(z) = A_1(z=0) = A_{l_0}$ ) va (3.63.) tenglamaning ixtiyoriy  $n$ -chi domen uchun yechimi quyidagi shaklga ega

$$A_2(z) = A_2(z_0) + i(-1)^{(n-1)} \Gamma^2 \frac{\sin[\Delta k(z - z_0)/2]}{\Delta k} \exp[-i\Delta k(z + z_0)/2], \quad (3.66)$$

bu yerda  $\Gamma^2 = 2\sigma|A_{l_0}|^2$ . (3.66) da  $z_0$  va  $z$  larni domenlar soni  $n$  bilan almashtirish orqali :  $z_0 = (n-1)l_0$  va  $z = nl_0$  ikkinchi garmonikaning (IG) amplitudasi uchun  $n$ - domen chiqishda  $A_2(nl_k)$  ifodani olamiz:

$$A_2(nl_0) = A_2[(n-1)l_0 + i(-1)^{(n-1)} 2\Gamma^2 \frac{\sin[\Delta kl_0/2]}{\Delta k} \exp[-i\Delta kl_0/2]]. \quad (3.67)$$

Umuman  $l_0 = \pi|m|/|\Delta k|$  ( $m = \pm 1, \pm 3, \pm 5 \dots$  - kvazinxronizm tartibi). (3.3) takrorlanuvchi formuladan foydalanib  $n = 1$  dan  $N$  gacha, NFK kristallining chiqishidagi IG amplitudasi uchun quyidagi ifodani olamiz

$$A_2(Nl_0) = A_2(0) + i\Gamma^2(2/\pi)l_0 \sum_{n=1}^N (-1)^{(n-1)} \exp[-i\pi(2n-1)/2] = A_2(0) + (2/|m|\pi)\Gamma^2 Nl_0. \quad (3.68)$$

Chunki kristallning kirishida ( $A_2(0) = 0$ ) IG amplitudasi nolga teng, biz yakuniy ifodaga egamiz:

$$A_2(Nl_0) = (2/|m|\pi)\Gamma^2 Nl_0. \quad (3.69)$$

Bu ifoda bir jinsli kristallarda fazaviy sinxronizm sharti (FSS) uchun olingan ifodaga o'xshaydi ( $\Delta k = 0$ ) va faqat koefitsiyent ( $2/|m|\pi$ ) bilan farqlanadi.

Shunday qilib, NFK dagi IGG jarayoni bir jinsli (BJ) kristallardagi kabi samarali kechadi. Bunday holda NPK da IGG o‘zaro ta’sirining samarali (effektiv) uzunligi  $L_{\text{eff}}$  (NFK) bir jinsli kristalldagi sinxron IGG ning samarali  $L_{\text{eff}}$  (BJ) uzunligidan  $2/(|m|\pi)$  marta kamroq, ya’ni quyidagi munosabat o‘rinli bo‘ladi:

$$L_{\text{eff}} (\text{NFK}) = (2/|m|\pi) L_{\text{eff}} (\text{BJ}).$$

(3.69) ifodani boshqacha talqin qilish ham mumkin. NFKni real uzunligini  $L = Nl_0$  saqlab qolgan holda samarali nochiziqlilikni  $\sigma_{\text{eff}}$  kiritish mumkin:

$$\sigma_{\text{eff}} (\text{NFK}) = (2/|m|\pi) \sigma_{\text{eff}} (\text{BJ})$$

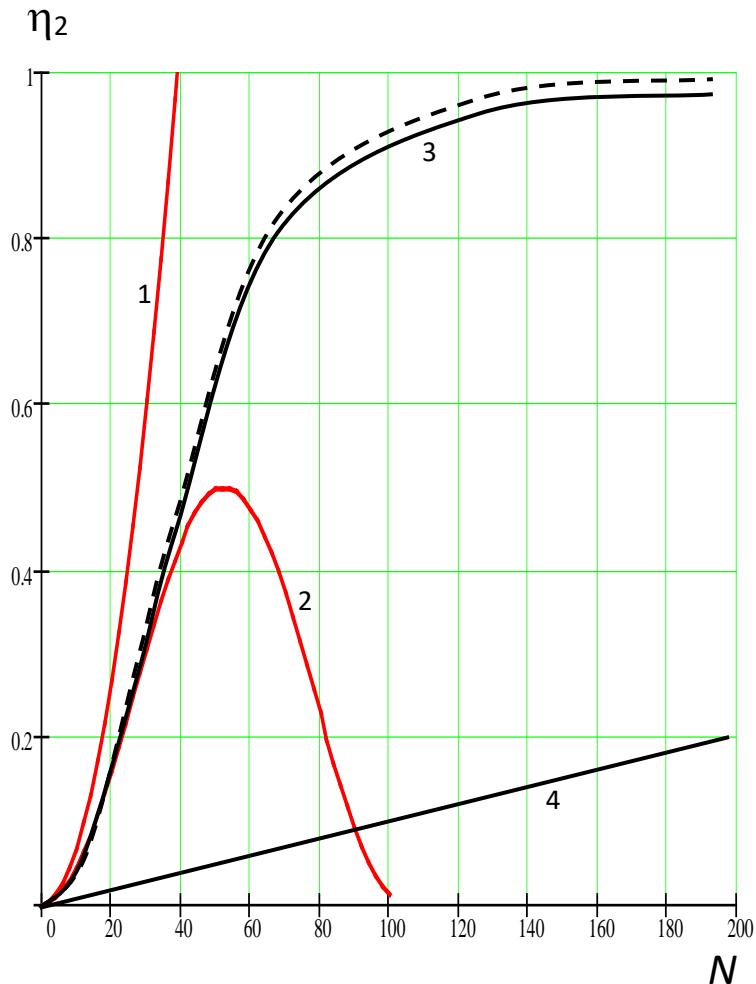
Shunday qilib, NFK da IGG jarayonining samaradorligi bir jinsli kristallardagi sinxronizm shartidagi samaradorlikdan  $(2/|m|\pi)$  marta kichik bo‘ladi, xususan  $m=1$  bo‘lsa, ya’ni birinchi tartibli sinxronizm bo‘lsa  $2/\pi$  marta kichik bo‘ladi.

(3.69) ga binoan IG ning intensivligi quyidagiga teng

$$I_{2,N} = |A_{2,N}|^2 = \sigma^2 I_{10}^2 \left( \frac{2}{\pi m} Nl_0 \right)^2, \quad (3.70)$$

va intensivlik bo‘yicha IG ning konversiya koefitsiyenti (effektivligi yoki samaradorligi) – IG intensivligining asosiy garmonika intensivligiga (AGI) bo‘lgan nisbati (IGS – IG samaradorligi) uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$\eta_{2,N} = \frac{I_{2,N}}{I_{10}} = \sigma^2 I_{10} \left( \frac{2}{\pi m} Nl_0 \right)^2 \quad \text{yoki} \quad \eta_{2,N} = \left( \frac{2}{m\pi} \right)^2 \left( \frac{l_0}{l_{\text{eff}}} \right)^2 N^2 . \quad (3.71)$$



3.8-rasm. IGG dagi IGS ning intensivlik bo'yicha domenlar soniga bog'liqligi.

$l_0 = 3.25 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$  va  $l_{n_1} = 0.1 \text{ mm}$ , olingan: 1 – BM yaqinlashuvida, 2 - (3.67) ifodaga asosan, 3- va 4 - raqamli usulda domen qalinligi  $l_0 = l_\kappa$  va  $l_0 = 3l_\kappa$  mos ravishda xollar uchun va punktirli egri chiziq ikkinchi "o'rtacha" usulining natijasidir  $l_0 = l_\kappa$ .

Bu yerga  $I_{10} = |A_{10}|^2$  - asosiy nurlanishning kirishdagi intensivligi (AI),  $l_{n_1} = (\sigma |A_{10}|)^{-1}$  nochiziqli o'zaro ta'sir uzunligi deb ataladi. (3.70) va (3.71) dan ko'rinish turibdiki, NFK da IGG samaradorligi domenlar sonining  $N^2$  kvadratiga proporsionaldir. Bu bog'liqlik 3.8-rasmida (1-egri chiziq) ko'rsatilgan.

Shuni ta'kidlash kerakki, BMY yaqinlashuvida olingan formula (3.71) ( $z < l_{n_1}$ ) masofalarda o'rinli bo'ladi, chunki real holatda IG ning intensivligi oshishi bilan asosiy garmonikaning (AG) intensivligi (AGI)

mos ravishda kamayadi. Ushbu yaqinlashuvda bu holat hisobga olinmaydi.

Shunday qilib, BM yaqinlashuvidagi IG ning samaradorligi NFK kristalli umumiyligining kvadratiga proporsionaldir:  $L_{\text{eff}}(\text{NFK}) = (2/|m|\pi) L$ , bu yerda  $L = Nl_0$  NF kristallining umumiyligini.

Bu bog'liqlik eksperimental ma'lumotlarga asosan, IG hosil bo'lishining kichik masofalarida mos keladi ( $z < l_{nch}$ ).  $z \sim l_{nch}$  masofada esa NF kristallarida IGG xususiyatlarini aniqlash uchun BM yaqinlashuvi doirasidan tashqariga chiqish kerak bo'ladi.

Quyida ko'rib chiqiladigan IG jarayoni berilgan intensivlik (BI) yaqinlashuvida (BIY) tahlil qilinadi, bunda to'lqinlar kristall uzunligi bo'ylab tarqalayotganda AG intensivligining kamayishini qisman hisobga oladi. BIY prinsipial ahamiyatga ega bo'lgan narsa shundaki, BI yaqinlashuvi o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlar orasidagi faza munosabatlarining o'zgarishi hisobga olinadi.

### **Berilgan intensivlik yaqinlashuvi**

Shunday qilib, NF kristallaridagi IGG jarayoni uchun yuqoridagi tenglamalar endi asosiy garmonika nurlanish intensivligini o'zaro ta'sir davomida o'zgarmas  $I_1(z) = \text{const}$  deb hisoblanadi, bu berilgan intensivlik yaqinlashuvi (BIY) bo'ladi. Ammo IGG jarayonining AG ga teskari ta'siri hisobga olinadi, boshqacha aytganda, AG nurlanish to'lqinining fazasi o'zgaruvchan bo'ladi.

Biz NFKga tushayotgan AG nurlanishining kompleks amplitudasini [Y.k.] quyidagicha ifodalaymiz

$$A_l(z) = A_{l0} e^{i\varphi_l(z)}, \quad (3.72)$$

bu yerda  $\varphi_l(z)$ -faza, bu umumiyligining holda kompleks o'zgaruvchan kattalik bo'lishi mumkin va shuning uchun AGning kompleks amplitudasining o'zgarishini hisobga oladi. NFK ga kirishdagi ( $z=0$ ) AGni amplitudasi  $A_{l0}$  biz haqiqiy deb hisoblaymiz ( $A_{l0} = A_{l0}^*$ ). (3.72)ni (3.63) va (3.63)larda almashtirib, quyidagi tenglamalar tizimini olamiz:

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\sigma g(z) A_1^2 e^{i(2\varphi_1 - \Delta kz)}, \quad (3.73)$$

$$\frac{d(e^{i2\varphi_1})}{dz} = -i2\sigma g(z) A_2 e^{i\Delta kz}. \quad (3.74)$$

Alovida domen uchun  $g(z)=\text{const}$  va  $+1$  ga yoki  $-1$  ga teng. (3.73) tenglamani  $z$  bo'yicha differensiyalaymiz, so'ngra (3.73) tenglamadan foydalanib, IGuning kompleks amplitudasi uchun  $A_2(z)$  quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{d^2 A_2}{dz^2} + i\Delta k \frac{dA_2}{dz} + \Gamma^2 A_2 = 0. \quad (3.75)$$

Bu yerga  $\Gamma^2 = 2\sigma^2 |A_1(z)|^2$ . Ixtiyoriy domen uchun (3.73) tenglamalar quyidagi chegaraviy shartlari bilan yechilishi kerak:

$$A_2(z=z_0) = A_2(z_0), \quad A_1(z=z_0) = A_1(z_0), \quad (3.76)$$

$$\left. \frac{dA_2}{dz} \right|_{z=z_0} = -i\sigma g(z_0) A_{10}^2 \exp\{i[2\varphi_1(z_0) - \Delta kz_0]\}, \quad (3.77)$$

bu yerda  $z_0 = (n-1)\ell_0$ ,  $n$ -joriy domen sonli.

$\Gamma^2$  koeffitsiyenti AG intensivligi  $|A_1(z)|^2$  ga bog'liq bo'lib, IGG jarayoni davomida kamayadi. BIY yaqinlashuvida esa bu miqdor doimiy deb qabul qilinadi va nochiziqli kristallning kirishidagi intensivlikka teng intensivlik sifatida qabul qilinadi, ya'ni  $I_1(z) = I_1(0) = I_{10}$ . Shuning uchun, keyingi qarashlarimizda ushbu tenglikni inobatga olamiz  $\Gamma^2 = 2\sigma^2 A_{10}^2$ . (3.73) tenglananining yechimini quyidagicha ifodalash mumkin

$$A_2(z) = A_2(z_0) e^{-i\Delta k(z-z_0)/2} [\cos \delta(z-z_0) + i \frac{\Delta k}{2\delta} \sin \delta(z-z_0)] - \\ - i \frac{\sigma A_{10}^2}{\delta} g(z_0) \sin \delta(z-z_0) e^{-i\Delta k(z+z_0)/2} e^{2i\varphi_1(z_0)}. \quad (3.78)$$

Bu yerda  $\delta = [(\Delta k)^2 / 4 + \Gamma^2]^{1/2}$  - umumiy fazalar farqi, bu odatdag'i fazalar farqidan  $\Delta k$  tashqari, shuningdek, kristallning kirishidagi asosiy nurlanishning intensivligiga  $I_{10}$  bog'liq.

Ko'rib chiqilayotgan yaqinlashuvda, asosiy to'lqinning fazasi uchun BMY yaqinlashuvidan farqli o'laroq, fazaga  $\varphi_1(z)$  cheklovlar qo'llanilmaydi. (3.78)ni (3.73)ga almashtirib  $e^{i\varphi_1(z)}$  ifodasini olamiz

$$e^{2i\varphi_1(z)} = i2\sigma g(z_0)A_2(z_0) \frac{\sin \delta(z - z_0)}{\delta} e^{-i\Delta k(z+z_0)/2} + \\ + [\cos \delta(z - z_0) - i \frac{\Delta k \sin \delta(z - z_0)}{\delta}] e^{i\Delta k(z-z_0)/2} e^{2i\varphi_1(z_0)}. \quad (3.79)$$

(3.79) ga binoan faza  $\varphi_1(z)$  kompleks miqdordir. Boshqacha qilib aytganda, (3.79) ifoda IG to'lqining unga teskari ta'siri tufayli AG intensivlinining o'zgarishini ham hisobga oladi. Shu jihatdan (3.78) yechim BIY yaqinlashuvi doirasidan tashqariga chiqadi.

Domenlar soni  $n$  bo'yicha (3.78) va (3.79) tenglamalardan vizual yechim olish uchun quyidagilarni bajaramiz. Ixtiyoriy  $n$  dan oldingi ( $n-1$ ) domengacha bo'lgan NFKning uzunligi quyidagiga teng  $z_0 = (n-1)\ell_0$ ,  $g(z_0) = g(z_{n-1}) = (-1)^{n-1}$  va bu domendan keyingisi uchun  $z = n\ell_0$  ni olamiz.

(3.78) va (3.79) uchun ifodalar  $n$ -chi domen uchun amplitudalari quyidagi tarzda ifodalanishi mumkin

$$A_{2,n} = -iBA_{2,n-1} - (-1)^{(n-1)} \sigma A_{10} f C_{1,n-1}, \quad (3.80)$$

$$\bar{A}_{1,n} = (-1)^{(n-1)} 2\sigma A_{10} A_{2,n-1} + iBC_{1,n-1}, \quad (3.81)$$

bu yerda quyidagi belgilashlar kiritilgan:  $B = \cos(\ell_0 \delta) + i f \Delta k / 2$ ,  $f = \frac{\sin(\ell_0 \delta)}{\delta}$ , va  $C_{1,n} = A_{1,n}^2 / A_{10}$ .

Bu yerga  $A_{2,n-1}$  va  $C_{1,n-1}$  lar  $n$ -chi domenga kirish qiymatlari.  $A_{2,n}$  va  $C_{1,n}$  larning qiymatlarini NFK kiritishda amplitudalari  $A_{10}$  va  $A_{20}$  orqali

ifodalash uchun (3.80) va (3.81) yechimlarni matritsa shaklida qulay tarzda yozilishi mumkin:

$$A_n = MV_{n-1}, V_n = \begin{pmatrix} A_{2,n} \\ C_{1,n} \end{pmatrix}, \quad (3.82)$$

Bu yerda transformatsiya matritsasi quyidagiga teng:

$$M = \begin{pmatrix} -iB & -(-1)^{(n-1)} \sigma f A_{10} \\ (-1)^{(n-1)} 2\sigma f A_{10} & iB^* \end{pmatrix}. \quad (3.83)$$

Agar  $V_{n-1}$  ni orqali ifodalasak  $V_{n-2}$ ,  $V_{n-2}$  ni orqali  $V_{n-3}$  va shu tariqa ushbu harakatni  $N$  marta davom ettirساك, quyidagi ifodani olamiz:

$$V_N = M^N V_0^T, \quad (3.84)$$

Bu yerda  $V_0^T = (0, A_{10})$ , T – esa transpozitsiyani bildiradi.

Matritsa  $M^N$  birlik I va dastlabki  $M$  matritsaning chiziqli birikmasi sifatida ifodalanishi mumkin.

$$M^n = \alpha I + \beta M, \quad (3.85)$$

bu yerda  $\alpha$  va  $\beta$  dastlabki  $M$  matritsaning xususiy qiymatlariga bog‘liq bo‘lgan o‘zgarmas kattaliklar.  $M$  matritsaning xususiy qiymatlari quyidagi tenglamani qanoatlantiradi:

$$\det(M - \lambda I) = 0. \quad (3.86)$$

(3.83) ni hisobga olsak, quyidagi tenglamani olamiz:

$$\lambda^2 - \frac{\Delta k \sin(\ell_0 \delta)}{\delta} \lambda + 1 = 0. \quad (3.87)$$

Bu tenglamaning yechimi quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\lambda_{1,2} = \exp(\pm i\Phi), \quad (3.88)$$

bu yerga

$$\Phi = \arccos(\Delta kf / 2). \quad (3.89)$$

$\alpha, \beta$  doimiy qiymatlarni aniqlash uchun (3.83)ni o‘rniga diagonallashtirilgan  $M$  matritsani qo‘yamiz:

$$M \begin{pmatrix} \lambda_1^N & 0 \\ 0 & \lambda_2^N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \alpha \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \beta\lambda_1 & 0 \\ 0 & \beta\lambda_2 \end{pmatrix}. \quad (3.90)$$

(3.90) dan  $\alpha, \beta$  topish oson:

$$\alpha = \frac{\sin[(N-1)\Phi]}{\sin \Phi}, \quad \beta = \frac{\sin(N\Phi)}{\sin \Phi}. \quad (3.91)$$

Matritsa  $M^N$   $\alpha$  va  $\beta$  orqali quyidagi ifoda bilan beriladi:

$$M^N = \begin{pmatrix} \alpha - i\beta B & -\sigma f \beta A_{10} \\ 2\sigma f \beta A_{10} & \alpha + i\beta B^* \end{pmatrix}. \quad (3.92)$$

(3.82) ni (3.85) va (3.90) o‘rniga qo‘ysak, quyidagi ifodalar hosil bo‘ladi:

$$A_{2,N} = (\alpha - i\beta B)A_{20} - \sigma f \beta A_{10}C_{10}, \quad (3.93)$$

$$\bar{A}_{1,N} = 2\sigma f \beta A_{10}A_{20} + (\alpha + i\beta B^*)C_{10}, \quad (3.94)$$

Shunday qilib, BIY yaqinlashuvida IG intensivligi uchun quyidagi ifodani olamiz:

$$I_{2,n} = |A_{2,n}|^2 = \left[ \frac{\sin(\ell_0 \delta)}{\delta} \frac{\sin(n\Phi)}{\sin \Phi} \right]^2 (\sigma I_{10})^2. \quad (3.95)$$

Xuddi shu BMY ga yaqinlashtirilganda ( $\Gamma = 0, \delta = \Delta k / 2$  va  $\Phi = 0$ ) IGda intensivlik bo'yicha SK  $\eta_2$  (3.90) ifoda bilan mos keladi:

$$\eta_2 = \frac{I_{2,N}}{I_{10}} = \left( \frac{2}{m\pi} \right)^2 \left( \frac{l_0}{l_{nL}} \right)^2 N^2 . \quad (3.96)$$

$l_0 < l_{nch} = 1/(\sigma A_{10})$  tengsizlik ko'pincha haqiqiy eksperimental vaziyatda bajariladi, shuning uchun (3.96) ifoda soddalashtirilishi mumkin. IGGning SK uchun quyidagi ifodani:

$$\eta_2 = \frac{1}{2} \frac{\sin^2(N \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \frac{l_0}{l_{nL}})}{1 + \frac{8}{\pi^2} \left( \frac{l_0}{l_{nL}} \right)^2} . \quad (3.97)$$

(3.97) dan kelib chiqadiki, SK domenlar soni  $N$  ortib boradi va natijada maksimal qiymatiga  $\approx 50\%$  yetadi. Biroq (3.97) ifoda AG nurlanishining BI yaqinlashuvida olingan. Shuning uchun u  $I_2 < I_1$  shartga muvofiq qo'llaniladi va maksimal konvertatsiya samaradorligi qiymati haqida fikr judayam to'g'ri emas. Shu bilan birga, (3.97) ifoda IGdagi SKning maksimal qiymatiga qadar ishlatalishi mumkin (3.8-rasmga qarang).

SKning to'yinishi sodir bo'ladigan domenlar soni  $N_{max}$  quyidagiga teng:

$$N_{max} = \left( \frac{\pi^2}{4\sqrt{2}} \frac{l_{nch}}{l_0} \right) \quad (3.98)$$

Keling,  $N_{max}$  ni LiNbO<sub>3</sub> NFK uchun hisoblab ko'ramiz: to'lqin uzunligi  $\lambda=1,063$  mkm bo'lgan neodim (YAG: Nd<sup>+</sup>) lazer nurlanishi bilan uyg'otilgan ee-e o'zaro ta'sir turi uchun IGG nochiziqli va kogerent uzunliklar mos ravishda  $l_{nch}=0,3$  mm va  $l_k=3,23$  mkm ( $l_k=l_0$ )ga teng. Ushbu misol uchun (3.38) formula bo'yicha domenlarning maksimal soni tengdir  $N_{max} \approx 280$  va u NFK ning umumiy uzunligi  $L \approx 1$  mm ga mos keladi. Tajribalarda NFK uzunligi odatda, 3 sm dan kam, shuning uchun

real eksperimental parametrlar uchun (3.98) formuladan foydalanish mumkin. 3.8-rasmida IGGning  $\eta_2$  SK domenlar soni  $N$  ga bog'liqligi turli yaqinlashuvlar uchun ko'rsatilgan. 3.8-rasmdagi 2-egri chiziq BI yaqinlashuviga mos keladi. Ko'rinish turibdiki,  $\eta_2$  SK domenlar soni bo'yicha to'yinadi,  $N = N_{max}$  da maksimal qiymatga erishadi. Yana bir bor ta'kidlaymizki, BI yaqinlashuvi va (3.98) formuladan  $z < l_{nch}$  masofalarda yoki domenlarning umumiy soni  $N \leq l_{nch}/l_0 \approx N_{max}$  bo'lganda foydalanish mumkin.

Formula (3.98)ga ko'ra, IG intensivligi  $l_0\delta = \pi/2$  shart bajarilganda maksimal bo'ladi. Ushbu munosabatdan biz domenning optimal qalinligini  $L_{op}$  aniqlaymiz:

$$L_{op} = l_k [1 - (\frac{2}{\pi} \frac{l_k}{l_{nch}})^2], \quad (3.99)$$

u kogerent va nochiziqli uzunliklarga bog'liq.  $l_{nch} \approx 1/\sqrt{I_{10}}$  bo'lganligi tufayli AG ning katta intensivliklarida, ya'ni  $l_{nch}$  ning kichik qiymatida domenning optimal qalinligi  $L_{op}$  kogerent uzunlikdan kichikroq bo'ladi. Biroq real tajribalarda odatda,  $l_{nch} \gg l_k$  sharti qondiriladi, shuning uchun biz taxminan  $L_{op} \approx l_k$  deb hisoblashimiz mumkin.

Endi NFKdagagi IGG jarayonining yana bir taxminiy analitik tavsifiga murojaat qilaylik, ya'ni biz qisqartirilgan tenglamalarni yana bir bor "o'rtacha" qisqartirish usulining asosini ko'rib chiqamiz.

## O'rtacha qisqartirilgan tenglamalar

BI yaqinlashuvi natijalaridan kelib chiqadiki, RDS kristallarida IGG paytida konversiya samaradorligi bir necha o'n foizga yetishi mumkin. Shu bilan birga, bu ma'lumotlar quyidagi savolga javob bermaydi: RDS kristallarida asosiy garmonika nurlanishni IG nurlanishiga to'liq aylantirish mumkinmi? Shu munosabat bilan (3.93) va (3.93) tenglamalarning kristall uzunligi bo'yicha ikkinchi bor "o'rtacha" lash orqali analitik tarzda va sonli usul bilan yechiladi. Ushbu bo'limda bu yangi yondashuvning mohiyatini va uni IGG jarayoniga qo'llashni ko'rsatib beramiz.

Kompleks  $\hat{A}_j$  amplitudalardan (3.93) va (3.93) tenglamalarda haqiqiy amplitudalarga  $\hat{a}_j$  va fazalarga  $\varphi_j [ A_j = a_j \exp(i\varphi_j) ]$  o'tib, biz quyidagi ko'rinishdagi tenglamalar tizimini olamiz [11]:

$$\frac{da_1}{dz} = -\sigma g(z) a_1 a_2 \sin(\psi + \Delta kz), \quad (3.100)$$

$$\frac{da_2}{dz} = \sigma g(z) a_1^2 \sin(\psi + \Delta kz), \quad (3.101)$$

$$\frac{d\psi}{dz} = -\sigma g(z) [2a_2 - a_1^2 / a_2] \cos(\psi + \Delta kz), \quad (3.102)$$

Bu yerda  $\psi = (2\varphi_1 - \varphi_2) - o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarning umumlashtirilgan fazasi.$

Davriy birlik funksiyasi  $g(z)$  ni Furye qatori orqali ifodalaymiz:

$$g(z) = sign[\sin(Kz)] = \sum_{m=1}^{\infty} g_m \exp(-imKz) + k.q., \quad (3.103)$$

$g_m = \frac{2}{\pi m} \sin\left(\frac{\pi ml_0}{\Lambda}\right)$ ,  $K = \frac{2\pi}{\Lambda}$ , k.q.- yig'indining kompleks qo'shma ifodasi, bu yerda K - nochiziqli singdiruvchanlik modulyatsiyasi panjarasining teskari vektorining moduli. Odatdag'i real tajribada NFK nochiziqli o'zaro ta'sirni xarakterlovchi uzunligi  $g(z)$ - nochiziqli bog'lanish koeffitsiyentining modulyatsiya davridan ancha kattaroqdir. Bunday holda amplitudalar  $a_1, a_2$  va faza  $\psi$  o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlar modulyatsiya davrida sekin o'zgaradi deb faraz qilish mumkin. Boshqa tomondan, (3.100)-(3.102) tenglamalarning o'ng tomonida nisbatan tez o'zgaruvchan  $g(z)$  funksiya va  $\Delta kz$  argumentli garmonik funksiyalar ko'paytmasidan iborat. Shuning uchun bu tenglamalarning o'ng tomoni o'zaro ta'sir uzunligi bo'yicha "o'rtacha" lash mumkin. Bunda gap davriy funksiyalar haqida ketayotganligi sababli,  $g(z)$  funksiyaning modulyatsiya davri davomida fazoviy o'rtalashni amalga oshirishimiz mumkin.

Qatorni (kengayishni) (3.103) yuqorida tenglamalarga almashtiramiz va nochiziqli panjara davri  $\wedge$  bo'yicha o'rtalashni amalga oshirishimiz. Keyin  $\exp[i(\Delta k - mK)z]$  ga proporsional barcha hadlar

yo‘qoladi, ulardan faqat bittasi  $\Delta k \approx mK$  shartdagisi bundan mustasno. Bunday holda  $\Delta k$  - fazalar farqi o‘zaro panjaraning  $m$ - tartibli teskari vektori bilan kompensatsiyalanadi.

Ushbu yondashuv ko‘p o‘lchovli Furye qatoridan foydalangan holda 2D (2 - tartibli) va 3D (3-tartibli) nochiziqli fotonik kristallarga (super panjaralar) qo‘llanishi mumkin. Bunday holda, koordinata z radius vektori  $\mathbf{r}$  bilan almashtirilishi kerak va yig‘indi o‘zaro panjara vektorlari to‘plami ikki (tekislikda) yoki uch (fazoda) bo‘yicha olib boriladi. Shuni ta’kidlash kerakki,  $m$  faqat toq qiymatlar oladi ( $m = \pm 1, \pm 3, \pm 5$ ), chunki  $m$  ning barcha juft qiymatlarda koeffitsiyenti  $g_m = 0$  ga teng bo‘ladi. (3.90) va (3.92) tenglamalarda o‘rtachasi hisoblanganda, o‘zaro panjara vektorining faqat bitta fazoviy (rezonans  $\Delta k \approx mK$  sharti bajarilgani) garmonikasi qoladi, qolganlari nolga teng bo‘ladi.

Shunday qilib, hosil bo‘lgan tenglamalar tizimi (3.90) va (3.92) tenglamalar tizimiga o‘xshash bo‘lib, samarali nochiziqli to‘lqinlarni bog‘lash koeffitsiyentlari  $\tilde{\sigma}_j = \sigma_j g_m$  ga va fazalar farqi ( $\Delta k - mK$ )ga almashtiriladi. Agar nochiziqli singdiruvchanlikning modulyatsiya (NSM) davri  $\Lambda$  umumiy holatda kvazinxronizm shartlari qanoatlantiriladigan tarzda tanlansa, u holda:

$$\Delta k = \frac{2\pi m}{\Lambda}. \quad (3.104)$$

Birinchi tartibli kvazinxronizm holatida ( $m=1$ ) va  $\Delta k = 2\pi/\Lambda$ , va tenglamalar quyidagi shaklga aylantiriladi:

$$\frac{da_1}{dz} = -\left(\frac{2}{\pi}\right)\sigma a_1 a_2 \cos \psi, \quad (3.105)$$

$$\frac{da_2}{dz} = \left(\frac{2}{\pi}\right)\sigma a_1^2 \cos \psi, \quad (3.106)$$

$$\frac{d\psi}{dz} = -\left(\frac{2}{\pi}\right)\sigma [2a_2 - a_1^2/a_2] \sin \psi. \quad (3.107)$$

Ushbu tenglamalar fazalar sinxronizmi bajarilgan holdagi bir jinsli muhitdagi to‘lqinlarning uch chastotali o‘zaro ta’sirini tavsiflovchi

tenglamalarga o‘xshaydi (farq faqat  $2/\pi$  koeffitsiyentda). O‘rtacha hisoblash natijasida olingan (3.103) - (3.107) tenglamalar IG va AG intensivliklari uchun quyidagi yechimlarga ega:

$$I_2(z) = I_{10} th^2\left(\frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{I_{10}}z\right), \quad (3.108)$$

$$I_1(z) = I_{10} sch^2\left(\frac{2}{\pi}\sigma\sqrt{I_{10}}z\right), \quad (3.109)$$

shundan kelib chiqadiki, NFKda asosiy to‘lqin energiyasini ikkinchi garmonika energiyasiga to‘liq o‘tkazish mumkin, xuddi bir jinsli kristallarda sinxron IGG holatida bo‘lgani kabi (3.8-rasmdagi 1- egri chiziq). Yana bir bor ta’kidlaymizki, yuqoridagi yondashuv  $l_0 << l_{nch}$  tengsizlik o‘rinli bo‘lgandagi RDS kristallining domen qalinligi  $l_0$  qiymatlari uchun amal qiladi. Agar  $l_0 \leq l_{nch}$  bo‘lsa, ma’lum cheklovlar bilan, BI yaqinlashuvi natijalaridan foydalanish mumkin. Boshqacha aytganda, bu usullar bir-birini to‘ldiradi.

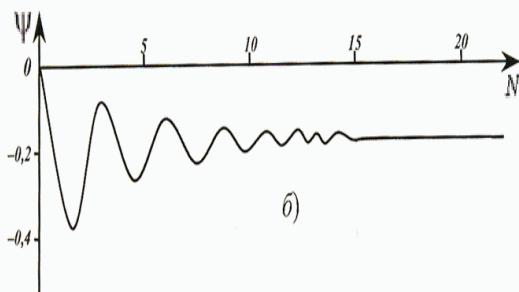
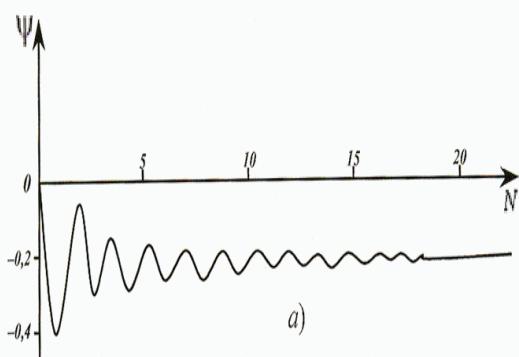
Usulni yaqinlashtirishda to‘lqinlarning o‘zaro ta’siri uzunligi z bo‘yicha yuqorida ko‘rilgan yaqinlasuvlardan farqli o‘laroq, hech qanday cheklovlar qo‘yilmaydi: BMY ( $z < l_{nch}$ ) va BIY ( $z \leq l_{nch}$ ). Ushbu yondashuvning mantiqiy asosi o‘rtacha hisoblangan tenglamalar natijalarini keyingi paragrafda keltirilgan IGG qisqartirilgan tenglamalarning sonli usulda olingan yechimlari natijalari bilan taqqoslanadi.

### **IGG jarayonining NFKlardagi sonli yechimining tahlili**

IGG jarayonining qisqartirilgan tenglamalari (3.100) - (3.102) NFK larda ham sonli usul bilan tahlil qilinadi. Sonli tajribalar taxminiy usullarni IGG jarayoniga qo‘llash doirasini yanada aniqroq topishga imkon beradi. Boshqa tomondan, sonli hisoblar har doim yechilayotgan masalaning parametrlarining ma’lum bir qiymati uchun amalga oshiriladi. Natijada ulardan foydalanish doirasi cheklangan. 3.8-rasmdagi 3-egri chiziqlar sonli hisoblar natijalarini ifodalaydi. Sonli hisob-kitoblar Kutta-Merson farqlar sxemasi usuli yordamida amalga oshirildi va

ularning ishonchliligi o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar uchun energiyaning saqlanish qonunining bajarilishi bilan tekshiriladi [18-21].

Avvalo, shuni ta’kidlaymizki, 3.8-rasmdagi 2- va 3-egri chiziqlarni sonli hisoblar natijalari (3-egri chiziq) bilan taqqoslash BI yaqinlashuvining qo‘llanilishi diapazonini tasdiqlaydi ( $z \leq l_{nch}$ ). Sonli tajribalar natijalari va o‘rtacha hisoblash usuli AG nurlanishi IG nurlanishiga to‘liq o‘tguncha deyarli bir xil bo‘ladi (3.8-rasmda 3-qattiq egri chiziqnini 3-punktir chiziq bilan solishtiring). IGG da konversiya samaradorligining “o‘rtacha” usuli bilan olingan domenlar soniga bog‘liqligi egri chiziqlarni yuqori samaradorlik mintaqasida sonli hisoblash egri



3.9-rasm. NFKda IGG jarayonida faza munosabatlarining evolyutsiyasi.  
 $l_{nch}/l_0=15$  (a) va  $l_{nch}/l_0=10$  (b).

chizig‘idan biroz yuqorida o‘tadi. Bu farq ko‘rib chiqilayotgan hollarda faza munosabatlarining turli tutishlari bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. O‘rtacha hisoblash usulida fazalar munosabati  $\Psi(z)$  butun o‘zaro ta’sir uzunligi davomida optimal bo‘lib qoladi.

Sonli tajribalar ma'lum otlari fazaviy munosabatni ko'rsatadi  $\Psi$  darhol barqaror (optimal) holatiga  $\Psi_{\text{opt}} \approx -0.2$  sekin-asta erishadi (3.9-rasm). Bir jinsli muhitda sinxron IGG holatidagi  $\Psi$  ning qiymati optimal qiymatdan farq qiladi.

Hozirgacha biz domen qalinligini  $l_0$  kogerent  $l_k$  uzunlikka teng bo'lgan holni ko'rib chiqdik ( $l_0 = l_k$ ). (3.103) qatordan kelib chiqadiki, nochiziqli bog'lanish koeffitsiyenti kvazinxronizm tartibi  $m$  ga teskari proporsional bo'ladi, bu yerda  $l_0 = |m|l_k$  ( $m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \dots$ ) .

$|m| \neq 1$  holda ham nochiziqli o'zaro ta'sirlar amalga oshadi. Misol tariqasida, 3-egri chiziqning 3.8-rasmida  $|m|=3$  qiymat uchun tenglamalarni sonli yechish natijalari ko'rsatilgan.

Ko'rinish turibdiki, bu holda ( $|m|=3$ ) IGG ning SK ham ortadi, ammo bu holatda  $|m|=1$  ga nisbatan SK juda zaif. Yuqorida olingan natijalar nochiziqli kristallning kirishidagi ikkinchi garmonik nurlanishning amplitudasi nolga teng deb qabul qilingan holatga tegishli. Biroq nochiziqli muhitning kirishida cheklangan amplitudali ikkinchi garmonikaning nurlanishing mumkin bo'lgan sabablaridan biri sirt nochiziqli effektlar bo'lishi mumkin. Shu bilan birga, chekli, lekin kichik IGG amplitudasini hisobga olgan holda RDS kristallaridagi IGG ni tahlil qilishimiz shuni ko'rsatdiki, u chastotani ikki baravar oshirish samaradorligiga sezilarli ta'sir ko'rsatmaydi.

Olingan natijalar shuni ko'rsatdiki, RDS kristallarida uzlusiz lazer nurlanishida ikkinchi garmonika hosil bo'lgan taqdirda, prinsipial jihatdan AG chastotasini IGga to'liq konvertatsiya qilish mumkin. Keling, tasodifiy o'zgaruvchan domen qalinligi bilan aperiodik domen tuzilmalarida (ANFK- kristallari) IGG jarayoniga murojaat qilaylik.

## **ANFKda uzlusiz lazer nurlanishi bilan uyg'otilgan IGG**

Domen qalinligi tasodifiy o'zgarib turadigan nochiziqli optik kristallarda IGG jarayonini o'rganamiz. Biz IGG ni ushbu kristallar uchun (3.103) va (3.103) statsionar tenglamalarni tahlil qilib chiqamiz. Keling, ikkita holatni ko'rib chiqaylik: 1) NFK davriylikning zaif

o‘zgarishi va 2) NFKdagi alohida domen qalinligining kuchli o‘zgarishi [13,14].

### Zaif tasodifiyli aperiodik domen tuzilmalarida IGG

Domenlar qalinligida zaif tasodifiy o‘zgaradigan bo‘lsa, nochiziqli singdiruvchanlikning o‘zgarishini xarakterlovchi  $g_a(z)$  funksiya, ya’ni quyidagi shaklda ifodalash mumkin (3.10-rasm)

$$g_a(z) = g(z) + \tilde{g}(z), \quad (3.110)$$

Bu yerda  $g(z)$ - funksianing deterministik (asosiy) qismi;  $\tilde{g}(z)$ - tasodifiy qo‘sishimcha qismi.  $\tilde{g}(z)$  - quyidagi statistik xarakteristikalar shaklida olamiz:

$$\langle \tilde{g}(z) \rangle = 0, \quad \langle \tilde{g}(z') \tilde{g}(z'') \rangle = \langle g^2 \rangle l_{\hat{\epsilon}i\delta} \delta(z'' - z'), \quad (3.111)$$

Bu yerda  $l_{\hat{\epsilon}i\delta}$  -  $\tilde{g}(z)$  funksiya nolga teng bo‘lmagan (korrelyatsiya uzunligi) o‘rtacha fazoviy masshtab.

(3.100) va (3.102) tizimni tahlil qilish uchun birinchi tenglamalarni o‘rtachalash usulini qo‘llab, haqiqiy amplitudalar va fazalarga o‘tmasdan olish qulay. Natijada quyidagilarni olamiz:

$$\begin{aligned} \frac{dA_1}{dz} &= \frac{2}{\pi} \sigma A_2 A_1^* - i\xi(z) A_2 A_1^*, \\ \frac{dA_2}{dz} &= -\frac{2}{\pi} \sigma A_1^2 - i\xi^*(z) A_1^2, \end{aligned} \quad (3.112)$$

Bu yerga

$$\xi(z) = \frac{1}{2l_0} \int_{z-l_0}^{z+l_0} \tilde{g}(z') e^{i\Delta z'} dz'. \quad (3.113)$$

(3.112) chiqarishda biz (3.113) va amplitudalarni  $A_1$  va  $A_2$  davri  $2l_0$  bo‘yicha o‘zgarishining kichikligini hisobga oldik. (3.103)ni hisobga olsak, biz funksiyaning quyidagi statistik xarakteristikasiga egamiz  $\xi(z)$ :

$$\langle \xi(z) \rangle = 0, \quad \langle |\xi|^2 \rangle = \langle \tilde{g}^2 \rangle l_{\hat{e}\hat{i}\delta} / 2l_0. \quad (3.114)$$

$\xi(z)$  statistikasi markaziy chegara teoremasi asosida Gauss taqsimoti deb hisoblash mumkin. Jarayon  $\xi(z)$  korrelyatsiya funksiyasi amplitudalarning  $A_1$  va  $A_2$  o‘zgarishining sekinligi tufayli delta funksiyasi bilan almashtirilishi mumkin:

$$\langle \xi(z') \xi^*(z'') \rangle = \langle |\xi|^2 \rangle l_0 \delta(z'' - z') = \frac{1}{2} \langle g^2 \rangle l_{\hat{e}\hat{i}\delta} \delta(z'' - z'). \quad (3.115)$$

(3.112) tenglamalarni quyidagi shaklga aylantiramiz:

$$\frac{dI_2}{dz} = -(2/\pi)\sigma V - (2/\pi)\sigma V^* - i\xi^*(z)V + i\xi(z)V^*. \quad (3.116)$$

$$\frac{dV}{dz} = -(2/\pi)\sigma I_1^2 + (4/\pi)\sigma I_1 I_2 - i\xi(z)I_1^2 - i2\xi(z)I_1 I_2 \quad (3.117)$$

$$I_1(z) + I_2(z) = I_0, V = A_1^2 A_2^*. \quad (3.18)$$

Olingan tenglama (3.116) da  $\bar{V}$  va  $\langle \xi^*(z)V(z) \rangle$  larning o‘rtacha qiymatini o‘z ichiga oladi. Bularning ikkinchisini Furutsu - Novikov formulasi yordamida topish mumkin:

$$\begin{aligned} \langle \xi^*(z)V(z) \rangle &= \int_0^z \langle \xi^*(z)\xi(z') \rangle \langle \frac{\delta V(z)}{\delta \xi(z')} \rangle dz' = \frac{1}{2} \langle \tilde{g}^2 \rangle \delta l \langle \frac{\delta V(z)}{\delta \xi(z)} \rangle = \\ &= -\frac{i}{2} \langle \tilde{g}^2 \rangle \delta l (\langle I_1^2 \rangle - 2\bar{I}_1 \bar{I}_2). \end{aligned} \quad (3.119)$$

(3.119) ni chiqarishda biz (3.103) dan foydalandik.

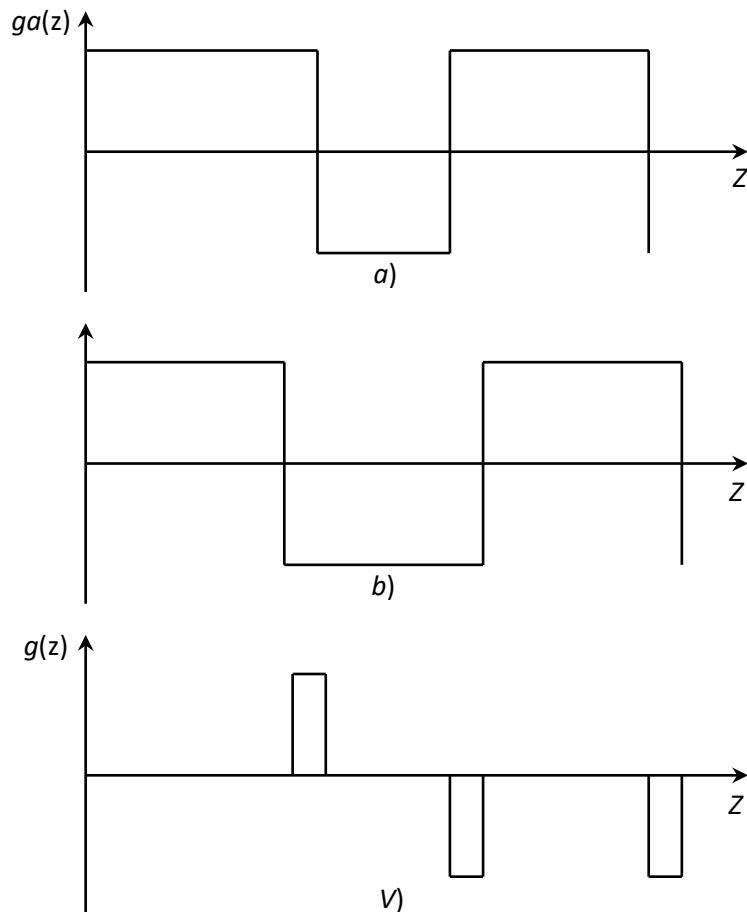
O‘rtacha  $\bar{V}$  uchun tenglamaga  $V$  dan yuqori tartibli maydonlar momentlari orqali aniqlangan ikkinchi tartibli intensivlik momentlarini o‘z ichiga oladi va hokazo. Boshqacha qilib aytganda, biz bog‘liq

tenglamalarning cheksiz zanjirini olamiz. BI yaqinlashuvida tahlil juda soddalashtirilgan. Bu taxminan,  $\langle I_2^2 \rangle$  gacha aniqlikda (3.103) o‘rniga biz quyidagi tenglamani olamiz:

$$\frac{dV}{dz} = -(2/\pi)\sigma I_0^2 + (8/\pi)\sigma I_0 I_2 - i\xi(z)I_0, \quad (3.120)$$

yoki o‘rtacha  $\bar{V}$  uchun tenglamani olamiz:

$$\frac{d\bar{V}}{dz} = -(2/\pi)\sigma I_0^2 + (8/\pi)\sigma I_0 \bar{I}_2. \quad (3.121)$$



3.10-rasm. Kristallning nochiziqli singdiruvchanligi modulyatsiyasining aperiodik funksiyasi (a); (b) modulyatsiyaning davriy qismi va (c) fluktuatsiya qismi.

IG ning o‘rtacha intensivligi  $\bar{I}_2$  uchun tenglamani olamiz:

$$\frac{d\bar{I}_2}{dz} = -(2/\pi)\sigma\bar{V} - (2/\pi)\sigma\bar{V}^* + \alpha(I_0^2 - 4I_0\bar{I}_2), \quad (3.122)$$

bu yerda (3.39) hisobga olingan va  $\alpha = \langle \tilde{g}^2 \rangle > l_{\text{eff}}$ .

(3.106) va (3.108) dan  $\bar{I}_2$  uchun yopiq tenglamani olamiz:

$$\frac{d^2 \bar{I}_2}{dz^2} + 4\alpha I_0 \frac{d\bar{I}_2}{dz} + (32/\pi^2)\sigma^2 I_0 \bar{I}_2 = 2(2\sigma/\pi)^2 I_0^2. \quad (3.123)$$

(3.62) uchun chegara shartlari (3.16, 3.13) ga o‘xshash.

(3.122)ning yechimi quyidagicha:

$$\bar{I}_2(z) = \frac{1}{4} I_0 \left\{ 1 - e^{-2\alpha I_0 Z} \left[ \frac{2\alpha I_0}{p} \operatorname{sh}(pz) + \operatorname{ch}(pz) \right] \right\}, \quad (3.124)$$

Bu yerda  $p = 2I_0 \sqrt{\alpha^2 - 2(2\sigma/\pi)^2}$ .

(3.123) ifoda (3.108) va (3.109)ga o‘xshaydi. Tasodifiy optik nomutanosiblikka ega bo‘lgan nochiziqli muhitda yuqori garmonikalar hosil bo‘lishida bo‘lgani kabi, tasodifiy aperiodiklikka ega qatlamli (domenli) nochiziqli muhitda qo‘zg‘atilgan IG intensivligining barqaror  $\eta_2(\infty) = 0.25$  qiymati tengdir va uzoq katta ta’sir uzunliklarida  $Z > l_{nch}$  qatlam qalinligidagi fluktuasiyalarga bog‘liq emas. Oxirgi xol IG intensivligining barqaror qiymatiga erishish tezligi bilan belgilanadi.

### **Kuchli tasodifiy aperiodik domen tuzilmalarida IGG**

Kuchli tasodifiy aperiodik tuzilmalarga ega kristallarda domenlarning qalinligi sezilarli darajada o‘zgaradi. Shunung uchun oldingi bandda tasvirlangan nochiziqli jarayonlarni tahlil qilish usuli qo‘llanilmaydi. Bu yerda ko‘rib chiqilgan muammoda tahlilning umumiyligi uchun fazalar farqi ham tasodifiy o‘zgaradi deb faraz qilamiz. Aslini olganda, bunday model tartibsiz domen tuzilishiga ega kristallarga mos keladi, ularda nafaqat domen qalinligi va uning qutblanishi, yo‘nalishi ham o‘zgaradi.

Yuqoridagilarni hisobga olgan holda IGG jarayoni quyidagi tenglamalar tizimi bilan tavsiflanadi []

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} &= -i\sigma g(z) A_2 A_1^* \exp[i\psi(z)], \\ \frac{dA_2}{dz} &= -i\sigma g(z) A_1^2 \exp[-i\psi(z)].\end{aligned}\quad (3.125)$$

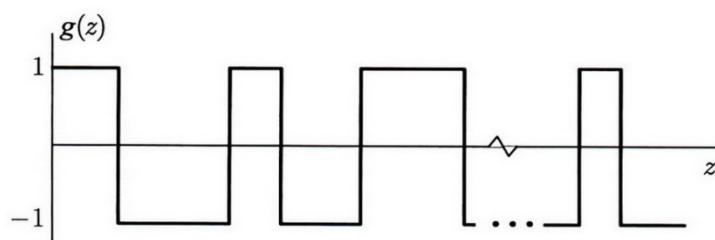
Funksiya  $\psi(z)$  o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning faza taqsimoti tufayli faza siljishi bilan bog‘liq:

$$\psi(z) = \int_0^z [k_2(z') - 2k_1(z')] dz', \quad (3.126)$$

Bu yerda  $k_j = \omega_j n_j(\omega_j)/c$  -  $\omega_j$  chastotadagi to‘lqin soni.  $g(z)$  funksiya domenlar qalilning o‘zgarishini tavsiflovchi 3.6-rasmida ko‘rsatilgan.

Yuqoridagi hollardagi kabi  $g(z)$  (3.123) tenglamalarda domendant domenga o‘tishda optik o‘qning inversiyasi tufayli nochiziqli koeffitsiyentning fazoviy modulyatsiyasini hisobga oladi.

Oldingi bo‘limlardan farqli o‘laroq  $g(z)$  tasodifiy telegraf jarayon deb ko‘rib chiqamiz, u bir xil ehtimollik bilan +1 va -1 qiymatlarini



3.11-rasm. Domendant domenga o‘tganda aperiodik kristallning nochiziqli singdiruvchanligini tasoddify modulyatsiyasi.

oladi:

$$\begin{aligned}((g^2(z) \equiv 1)) : \\ g(z) = (-1)^{n(0,z)},\end{aligned}$$

bu yerda  $n(z_1, z_2)$  - nochiziqli koeffitsiyentning  $(z_1, z_2)$ . uzunlik bo‘yicha ishorasini o‘zgarishlar sonini tavsiflovchi tasodifiy butun sonlar ketma-ketligidan iborat.  $(0, z)$  uzunlik intervalda  $n(0, z)$  ishorasini o‘zgarishlar soni Puasson statistikasiga bo‘ysunadi:

$$P(n) = \frac{(\nu z)^n}{n!} \exp(-\nu z), \quad (3.127)$$

bu yerga  $\nu$  uzunlik birligi uchun ishora o‘zgarishlarining o‘rtacha soni (o‘rtacha fazoviy chastota). Keyin kristall uzunligi  $z$  bo‘yicha o‘rtacha ishorasini o‘zgarishlar soni va uning dispersiyasi mos ravishda quyidagiga teng:

$$\bar{n} = \nu z, \beta_n^2 = \langle n^2 \rangle - \bar{n}^2 = \bar{n}. \quad (3.128)$$

Jarayon  $g(z)$  quyidagi statistik xususiyatlar bilan tavsiflanadi: o‘rtacha qiymat  $\langle g(z) \rangle = \exp(-2\nu z)$  va korrelyatsiya funksiyasi:

$$\langle g(z')g(z'') \rangle = \exp(-2\nu|z' - z''|). \quad (3.129)$$

Statistik o‘rtachani belgilash uchun biz burchakli qavslardan va o‘rtacha qiymatdan yuqori qismiga chizilgan chiziqdandan foydalanamiz.

Agar  $F(z, g(z))$  - tasodifiy telegraf jarayonining  $g(z)$  funksionali bo‘lsa, uni differensianallash mumkin:

$$\left( \frac{d}{dz} + 2\nu \right) \langle g(z)F(z, g(z)) \rangle = \langle g(z) \frac{dF(z, g(z))}{dz} \rangle. \quad (3.130)$$

O‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar fazaning siljishini (FS)  $\psi(z)$  shakli quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\psi(z) = \Delta k_0 z + \int_0^z \Delta k(z') dz', \quad (3.131)$$

bu yerda  $\Delta k_0$  muntazam qismi va  $\Delta k(z)$  - FS ning tasodifiy o‘zgaruvchan qismi. So‘ngra biz  $\Delta k(z)$  buni  $\delta$  - korrelyatsiyalangan Gauss jarayoni deb hisoblaymiz va quyidagi statistik xarakteristikalar bilan ifodalaymiz:

$$\langle \Delta k(z) \rangle = 0, \langle \Delta k(z) \Delta k(z') \rangle = B(z, z') = 2K\delta(z - z'). \quad (3.132)$$

Agar  $\Delta k(z)$  Gauss jarayonining funksionali  $F(z, g(z))$ - bo'lsa, u holda Furutsu-Novikov formulasini qo'llash mumkin:

$$\langle \Delta k(z) F(z) \rangle = \int_0^z B(z, z') \langle \frac{\delta F(z')}{\delta \Delta k(z')} \rangle dz'. \quad (3.133)$$

(3.133) ni hisobga olsak, biz bor

$$\langle \Delta k(z) F(z) \rangle = K \langle \frac{\delta F(z)}{\delta \Delta k(z)} \rangle. \quad (3.134)$$

O'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlar intensivligi  $I_j(z) = |A_j(z)|^2$  ( $j = 1, 2$ ) uchun (3.123) tenglamalar tizimini qayta yozamiz:

$$\frac{dI_1}{dz} = -ig(z)U_-, \quad \frac{dI_2}{dz} = ig(z)U_-, \quad (3.135)$$

$$\begin{aligned} \frac{dU_-}{dz} &= i \frac{d\psi}{dz} U_+ + i4\sigma g(z)I_1 I_2 - i2\sigma g(z)I_1^2, \\ \frac{dU_+}{dz} &= i \frac{d\psi}{dz} U_-, \end{aligned} \quad (3.136)$$

Bu yerda biz quyidagi belgilashni kiritdik:

$$\begin{aligned} U_-(z) &= A_2 A_1^{*2} \exp[i\psi(z)] - A_1^2 A_2^* \exp[-i\psi(z)], \\ U_+(z) &= A_2 A_1^{*2} \exp[i\psi(z)] + A_1^2 A_2^* \exp[-i\psi(z)]. \end{aligned} \quad (3.137)$$

Tasodifiy jarayonlarni amalga oshirish bo'yicha (3.133) va (3.136) tenglamalarning o'rtachasini hisoblashda  $g(z)$  va  $\Delta k(z)$  funksiyalarini bir-biri bilan bog'liq emas, deb faraz qilamiz. AG va IG intensivligining o'rtacha qiymatlari uchun yopiq tenglamalarni olish uchun  $\langle g(z)U_{\mp} \rangle$  va  $\langle \Delta k(z)U_{\mp} \rangle$ . turdagи korrelyatsiya funksiyalarini hisoblash kerak.

Korrelyatsiya funksiyalarining  $\langle g(z)U_{\mp} \rangle$  birinchi hosilalari uchun (3.33) va (3.33) munosabatlaridan foydalanib olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{d}{dz}\langle g(z)U_- \rangle &= -2\nu\langle g(z)U_- \rangle + i\langle g(z)[\Delta k_0 + \Delta k(z)]U_+ + 4\sigma I_1 I_2 - 2\sigma I_1^2 \rangle, \\ \frac{d}{dz}\langle g(z)U_+ \rangle &= -2\nu\langle g(z)U_+ \rangle + i\langle g(z)[\Delta k_0 + \Delta k(z)]U_- \rangle.\end{aligned}\quad (3.138)$$

Korrelyatsiya funksiyasi  $\langle \Delta k(z)g(z)U_{\pm} \rangle$  uchun (3.133) va (3.133) tenglamalardan ikkinchi marta o‘rtachasini topamiz:

$$\langle \Delta k(z)g(z)U_{\pm}(z) \rangle = K \langle \frac{\delta(g(z)U_{\pm}(z))}{\delta \Delta k(z)} \rangle = iK\langle g(z)U_{\mp}(z) \rangle. \quad (3.139)$$

Quyidagi belgilanishlarni kiritib  
 $\langle g(z)U_-(z) \rangle = i\varphi_1, \langle g(z)U_+(z) \rangle = i\varphi_2$  va  $2\nu + K = \alpha_0$ , (3.133) va (3.133) o‘rtacha tenglamalarni quyidagi shaklga aylantiramiz:

$$\frac{d\bar{I}_1}{dz} = \sigma\varphi_1, \quad \frac{d\bar{I}_2}{dz} = -\sigma\varphi_1, \quad (3.140)$$

$$\begin{aligned}\frac{d\varphi_1}{dz} &= -\alpha\varphi_1 + \Delta k_0\varphi_2 + 4\sigma\langle I_1 I_2 \rangle - 2\sigma\langle I_1^2 \rangle, \\ \frac{d\varphi_2}{dz} &= -\alpha\varphi_2 - \Delta k_0\varphi_1.\end{aligned}\quad (3.141)$$

Muhitni va fazalarning siljishini tavsiflovchi parametrlar (3.130) va (3.131) tenglamalarga additiv ravishda kiritilgan, bu parametrlar  $\alpha_0$  koeffitsiyentga aks ettirilgan. Binobarin, bu ikki omilning o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar orasidagi energiya almashinushi dinamikasiga ta’siri bir xil. Boshqacha qilib aytganda, muhitning sindirish ko‘rsatkichidagi tebranishlarning ta’sirini muhitning kvadratik nochiziqli singdiruvchanligi (nochiziqli bo‘glanish koeffitsiyenti) modulyatsiyasining aperiodikligi nuqtai nazaridan talqin qilish mumkin va

aksincha. Parametr  $\alpha_0$  fazali tebranishlar bo‘lmaganda kristallning muhitning nochiziqli singdiruvchanligi modulyatsiyasini tavsiflovchi samarali tasodifiy nochiziqli telegraf jarayonining ikki barobar katta fazoviy chastotasi sifatida tushunish mumkin.

Tenglamalar tizimi yopiq emas, chunki u  $\langle I_1 I_2 \rangle$  korrelyatorni o‘z ichiga oladi. Umumiy holda, bu momentlar uchun tenglamalar ham yozilishi mumkin, ammo ular yanada yuqoriroq darajadagi intensivlik momentlarini o‘z ichiga oladi. Bu holat optik kristallardagi chastota konvertatsiya jarayonlarini tavsiflovchi nochiziqli tenglamalarga xos. Ushbu korrelyatorlarni o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqin maydonlarining statistik ma’lumotlarini hisobga olgan holda hisoblash mumkin. Ko‘rib chiqilayotgan masalada o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar maydonlarining tebranishlarini Gauss taqsimoti bo‘yicha deb hisoblash mumkin.

Intensivliklarga bo‘lgan munosabatni hisobga olgan holda  $I_1(z) + I_2(z) = I_1(0) + I_2(0) = I_{10} + I_{20} = I_{10}$ , bu yerda  $I_{10}$  va  $I_{20}$  - kristallning kirishida mos ravishda AG va IG ning intensivliklari;

$$\begin{aligned}\langle I_1 I_2 \rangle &= I_{10} \bar{I}_2 - 2(\bar{I}_2)^2, \\ \langle I_1^2 \rangle &= I_{10}^2 - 2I_{10} \bar{I}_2 + 2(\bar{I}_2)^2.\end{aligned}\quad (3.142)$$

(3.142) dan (3.140) va (3.141) foydalanib, tenglamalar tizimini olamiz.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{d\zeta} &= -y_1, \\ \frac{dy_1}{d\zeta} &= -\alpha y_1 + \Delta k y_2 - (2 - 8x + 12x^2), \\ \frac{dy_2}{d\zeta} &= -\alpha y_2 - \Delta k y_1.\end{aligned}\quad (3.143)$$

Bu yerda quyidagi standartlashtirilgan belgilashlar kiritiladi:

$$x = \frac{\bar{I}_2}{I_{10}}, \quad y_1 = \frac{\varphi_1}{I_{10}^{3/2}}, \quad y_2 = \frac{\varphi_2}{I_{10}^{3/2}}, \quad \zeta = \frac{z}{l_{\text{нл}}}, \quad \alpha = \alpha_0 l_{\text{нл}}, \quad \Delta k = \Delta k_0 l_{\text{нл}},$$

$$l_{\text{нл}} = \frac{1}{\sigma \sqrt{I_{10}}},$$

bu yerda  $l_{nch}=l_{\text{нл}}$  xarakterli nochiziqli o‘zaro ta’sir uzunligi. Buni yana bir bor ta’kidlaymiz,  $\alpha$  kristall qalinligining tasodifiy o‘zgarish darajasini tavsiflaydi va  $\Delta k$  - parametr nochiziqli uzunlikdagi fazalarni muntazam optimal qiymatidan siljishini bildiradi.

Shuni ta’kidlash kerakki, (3.143) tenglamaga ko‘ra, o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlarning Gauss statistikasining ishlab chiqilgan yaqinlashuvida IG intensivligining muvozanat qiymati mavjud emas. (3.133) tenglamalar tizimini umumiy holatda faqat sonli usullar bilan yechish mumkin. Biroq tasodifiy domen tuzilmasi bo‘lgan kristallarda ikkinchi garmonik generatsiyasining xususiyatlarini tushunish uchun muhim bo‘lgan ba’zi analitik natijalarni BM yaqinlashuvida olish mumkin. Ushbu yaqinlashuvda (3.133) tizimning ikkinchi tenglamasining o‘ng tomonidagi  $x$  va  $x^2$  tartibiga proporsional hadlarni hisobga olmagan tenglamaga mos keladi. Ushbu tenglamalar IG intensivligi uchun shu tarzda olingan tenglamalarning yechimi  $x(\zeta)$ , nol chegara shartlari bilan ( $x(0)=0$ ) quyidagicha bo‘ladi:

$$x(\zeta) = \frac{\alpha\zeta - \exp(-\alpha\zeta)\sin(\Delta k\zeta - \phi) - \sin\phi}{\alpha^2 + \Delta k^2}, \quad \operatorname{tg}\phi = \frac{\alpha^2 - \Delta k^2}{2\alpha\Delta k}. \quad (3.144)$$

Shuni ta’kidlash kerakki,  $\alpha=0$  da bu bir jinsli kristall holatiga mos keladi, (3.133) dan hammaga ma’lum natijani olamiz. (3.93) yechimni boshqa yo‘l bilan ham topish mumkin.

BM yaqinlashuvida (3.133) tenglamalar tizimidan faqat ikkinchi garmonikaning amplituda tenglamasi qoladi.

$$\frac{dA_2}{dz} = -i\sigma g(z)A_1^2 \exp[-i\psi(z)],$$

bu yerdan biz  $A_2(z)$  ni yechimni 0 dan z gacha integrallash orqali olamiz:

$$A_2(z) = -i\sigma A_1^2 \int_0^z g(z') \exp[-i\psi(z')] dz'. \quad (3.145)$$

Fazali siljish (3.31) va tasodifiy telegraf jarayonining korrelyatsiya funksiyasi uchun (3.83) ifodalarni hisobga olib, o‘rtacha IG intensivligi uchun ifodani olamiz

$$\langle I_2(z) \rangle = \sigma^2 I_1^2 \int_0^z \int_0^{z'} e^{-2\nu|z'-z''|} e^{i\Delta k_0(z'-z'')} \langle e^{-i \int_{z'}^{z''} \Delta k(\zeta) d\zeta} \rangle_{\Delta k} dz' dz''. \quad (3.146)$$

Tasodifiy  $\Delta k(\zeta)$  jarayonni (3.91) hisobga olgan holda (3.136) dagi oxirgi ko‘paytmani topish oson:

$$\langle e^{-i \int_{z'}^{z''} \Delta k(\zeta) d\zeta} \rangle_{\Delta k} = e^{-K|z'-z''|}. \quad (3.147)$$

Ushbu ifodani (3.86) ga almashtirib,  $\alpha_0 = 2\nu + K$  belgilashni kiritib va integralni amalga oshirib, (3.133) ifodani olamiz.

(3.133) ifodani tahlil qilishda  $\alpha$  va  $\Delta k$  parametrlar o‘rtasida optimal bog‘liqlik mavjudligi kelib chiqadi. Agar  $\alpha\zeta \gg 1$  bajarilsa, biz  $\Delta k$  uchun quyidagi ifodani olamiz:

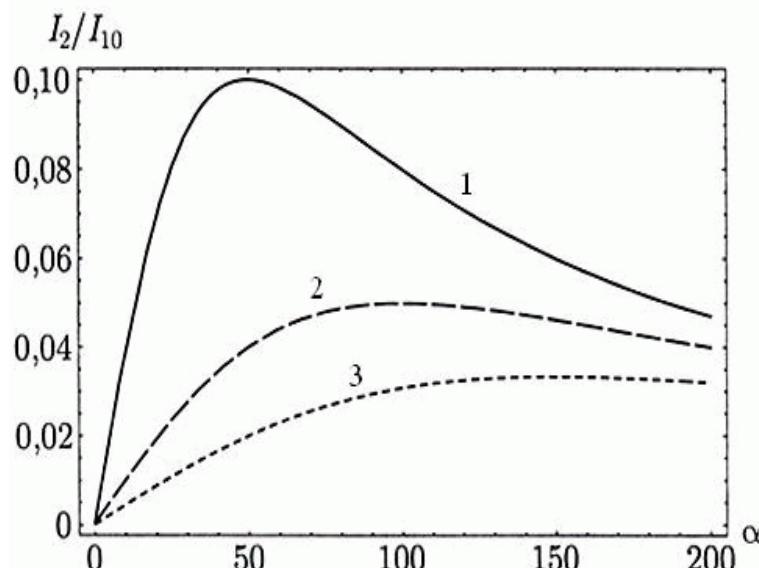
$$\Delta k = \alpha \sqrt{\frac{3}{\alpha\zeta} + \sqrt{1 - \frac{2}{\alpha\zeta}}}. \quad (3.148)$$

Bu shart  $\alpha\zeta \gg 1$  ko‘rib chiqilgan o‘zaro ta’sir uzunligi bo‘yicha ko‘p sonli domenlarga mos keladi. Shuning uchun (3.88) ifodaga ko‘ra, taxminiy tenglikni olamiz:

$$\Delta k \approx \alpha \left(1 + \frac{1}{\alpha \zeta}\right). \quad (3.149)$$

Past konvertatsiya samaradorligida IGG uchun nomlangan tasodifiy kvazifazali sinxronizm (3.148) va (3.149) sharti AG ning intensivligiga bog'liq emasligiga e'tibor qaratish lozim. Quyida (3.143) tenglamalar sistemasini sonli yechish natijalarini keltiramiz.

3.12-rasm va 3.13-rasmlarda mos ravishda IG ning nisbiy intensivligining  $\alpha$  parametrga va o'zaro ta'sir nisbiy uzunligiga  $z/l_{nch}$  bog'liqligi ko'rsatilgan. Ko'rinish turibdiki,  $\alpha$  va  $\Delta k (\Delta k \approx \alpha)$  miqdorlar o'rtasida optimal nisbat mavjud, bunda IG ning intensivligi maksimal qiymatga ega bo'ladi.

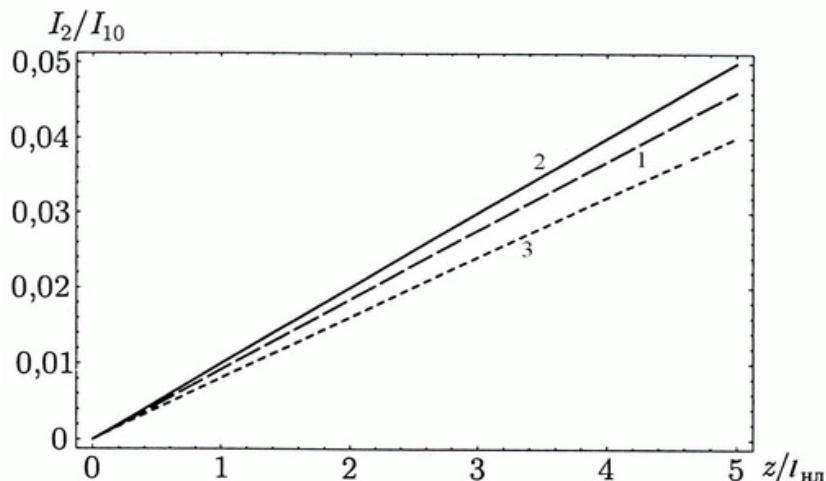


3.12-rasm. Ikkinci garmonik  $I_2(z)/I_{10}$  ning normallashtirilgan o'rtacha intensivligining nochiziqli bog'lanish koeffitsiyenti ishorasining o'zgarishida  $\alpha$  - o'rtacha fazoviy chastotaga bog'liqligi keltirilgan:

$$\Delta k = 50(1), 100(2), 150(3) \quad (z/l_{nch} = 5).$$

$\alpha$  ning ( $\alpha < 100$ ) kichik qiymatlari uchun fazalarni optimal qiymatdan siljishi  $\Delta k$  ortishi bilan konvertatsiya samaradorligi juda katta farq qiladi va  $\alpha$  ( $\alpha > 300$ ) katta qiymatlar uchun, bu farq kamayadi va IG konversiya samaradorligi ma'lum darajada to'yingan bo'ladi.

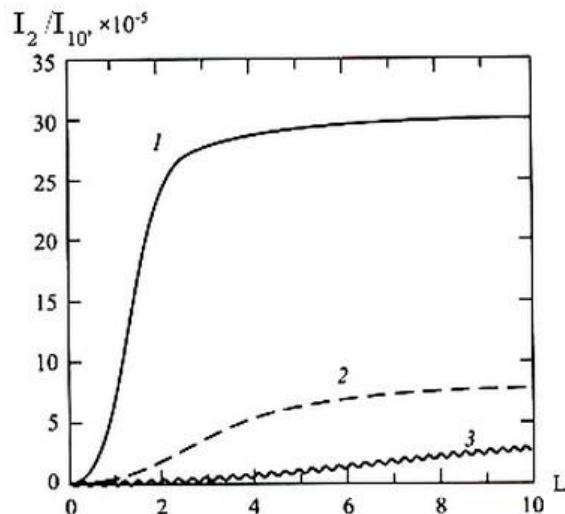
3.12-rasm faza nomuvofiqligi (siljishi) borligida ( $\Delta k \neq 0$ ) va muhitning tasodifiy nochiziqligi mavjud bo‘lganda IG ning intensivligi kristall uzunligiga chiziqli bog‘liqligini ko‘rsatadi. Shuni ta’kidlash kerakki, 3.12-rasm va 3.13-rasmlarda keltirilgan natijalar polidomenli kristallarda IGG jarayonining dinamikasini tushunish nuqtai nazaridan bir-birini to‘ldiradi.



3.13-rasm. Ikkinchi garmonik  $I_2(z)/I_{10}$  normallashtirilgan o‘rtacha intensivligining kelti-rilgan masofaga  $z/l_{nch}$  bog‘liqligi  $\Delta k = 100$  uchun. Turli fazoviy chastotalar uchun ko‘p domenli kristallning nochiziqli singdiruvchanligining ishorasini o‘zgartirishi:  $\alpha = 50$  (1), 100 (2), 150 (3).

3.13-rasmda o‘rtacha IG intensivligining  $\alpha$  va  $\Delta k$  parametr qiymatlari birdan ancha kichikroqligi uchun keltirilgan masofaga bog‘liqlik egri chiziqlari ko‘rsatilgan, bu faza nomuvofiqligi (siljishi)  $\Delta k$  va muhitning tasodifiy nochiziqligi  $\alpha$  zaif holatiga mos keladi. 3.13-rasmdan ko‘rinib turibdiki, bu holda SH intensivligining bog‘liqligi 3.8-rasmdagi kabi chiziqli bog‘liqlikdan farq qiladi. Taqqoslashdan kelib chiqadiki, kuchsiz fluktuatsiyalar ( $\alpha$  va  $\Delta k$ ) holatida IG intensivligining dinamikasi bir jinsli kristall bilan deyarli bir xil.

Shunday qilib, tasodifiy aperiodik polidomen kristallaridagi uch chastotali nochiziqli optik jarayonlar o‘zaro ta’sir qiluvchi to‘lqinlar o‘rtasida eng samarali energiya almashinuvini ta’minlaydigan kvazifazali moslashuv mavjudligini ko‘rsatadi.

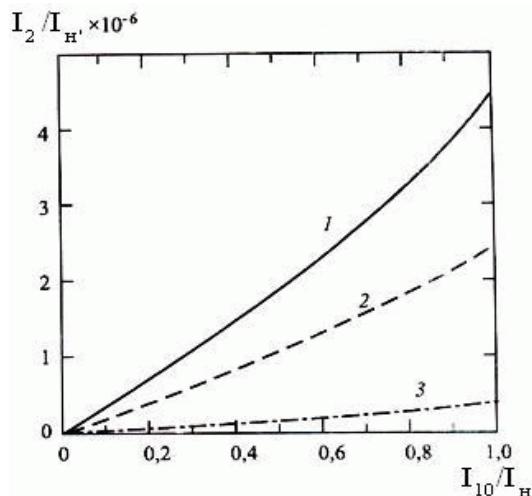


3.14-rasm. Ikkinchı garmonikaning nisbiy intensivligining keltirilgan  $L=z/l_{nch}$  masofaga bog'liqligi  $\alpha=0,1$  uchun berilgan.  $\Delta k:=0$  (1);  $10^{-3}$  (2);  $10^{-1}$  (3);  $I_{10}=10$  MVt/sm<sup>2</sup>.

(3.143) tenglamalar tizimining tahlili shuni ko'rsatadiki, aperiodik nochiziqli singdiruvchanlik  $\alpha$  va  $\Delta k$  fazalar nomuvofiqligi (siljishi) bo'lgan muhitda parametrlar ( $\alpha$  va  $\Delta k$ ) hududi mavjud bo'lib, ular uchun o'rtacha IG intensivligi past konvertatsiya samaradorligida AG intensivligiga chiziqli ravishda bog'liq yoki boshqacha qilib aytganda, ushbu qonuniyat chastotani ikki baravar oshirish jarayonining (IGG) kichik masofalarda  $z < l_{nch}$  o'rinni bo'ladi yoki AG intensivligining  $I_2/I_n < 1$  kichik qiymatlarida (3.10-rasm). Bu xulosa IGG ni eksperimental tahlil natijalariga mos keladi.

3.13-rasmda parametrlarning ( $\alpha$  va  $\Delta k$ ) katta qiymatlarida I G ning nisbiy o'rtacha intensivligining AGning nisbiy intensivligiga bog'liqligi  $\alpha$  ning belgilangan va  $\Delta k$  turli qiymatlar uchun ko'rsatilgan.

3.16-rasmda daraja parametrining  $\eta=d(I_2/I_n)I_{10}/I_n$  asosiy nurlanishning normalangan intensivligi bo'yicha bog'liqligi ko'rsatilgan. Undan IG intensivligining AG intensivligiga bog'liqlik darajasini aniqlash mumkin. 3.33 a va 3.33 b-rasmlarda ko'rsatilgan parametrlarning qiymatlari uchun  $\alpha$  va  $\Delta k$  normallashtirilgan RI intensivligi darajasining parametri 1 va 2 qiymatlari orasida o'zgarib turadi.

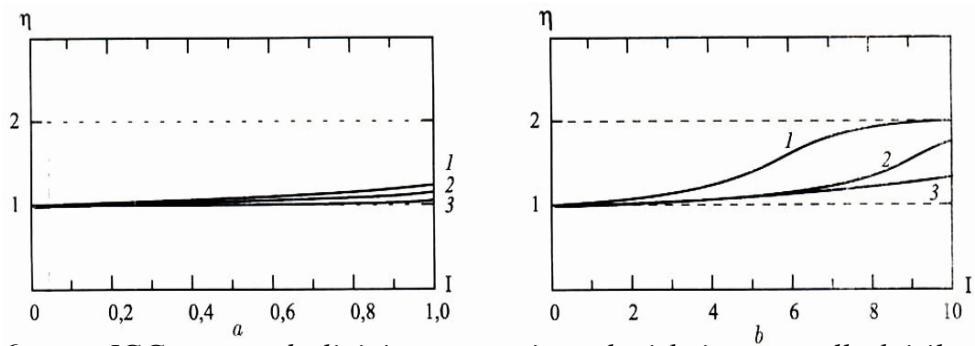


3.15-rasm. Ikkinchı garmonika  $I_2(z)/I_n$  ning normalangan o'rtacha intensivligining asosiy nurlanishning normallashgan intensivligiga  $I_{10}/I_n$  bog'liqligi  $\Delta k=10^4$  uchun keltirilgan:  $\alpha=10^4$  (1),  $\alpha=5\cdot10^2$  (2),  $\alpha=5\cdot10^5$  (3).

$$I_n = 10 \text{ MVt/sm}^2.$$

Fizikaviy nuqtai jihatdan bu ta'sirni quyidagicha tushuntirish mumkin. Stoxastik jihatdan bir jinsli bo'lmanan nochiziqli muhitda samaradorlik koeffitsiyentining kichik qiymatlarida IGG intensivligi AG intensivligining kvadratiga, muhitning uzunligiga va "kogerent" deb ataladigan uzunlikka proporsionaldir. Tahlil shuni ko'rsatadi, ayniqsa, samaradorlik koeffitsiyentining katta qiymatalrida "kogerent" uzunlik AG ning intensivligiga bog'liq bo'lib chiqadi. Natijada IG intensivligining AG intensivligiga bog'liqligi kvadratik bog'liqlikdan farq qiladi.

Shunday qilib, nochiziqli bo'g'anish koeffitsiyentining tasodifiy modulyatsiyasi shaklida o'zini namoyon qiladigan domenlar qalinligining tasodifiy o'zgarishi bilan polidomenli kristallarda IGG jarayonining nazariyasi ishlab chiqildi. Tasodifiy nochiziqli bo'g'anish koeffitsiyentining o'zgarishi tasodifiy telegraf jarayoni bilan modellashtirilgan. IGGda stoxastik kvazinxronizm holati mavjudligi aniqlandi va u o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlarning fazalar farqi (FF) ning tasodifiy telegraf jarayonining ( $\Delta k=2v$ ) o'rtaча chastotasidan ( $v$ ) ikki marta katta qiymatiga tengligi bilan xarakterlanadi. Bu holat oddiy kvazinxronizm holatiga o'xshaydi va o'zaro ta'sir qiluvchi to'lqinlar orasidagi eng samarali energiya almashinuviga mos keladi.



3.16-rasm. IGG samaradorligining  $\eta$  asosiy nurlanishning normallashtirilgan intensivligi bo'yicha  $I=I_{10}/In$  daraja ko'rsatkichga bog'liqligi keltirilgan; (a,  $0 \leq I \leq 1$  va (b,  $0 \leq I \leq 10$ )  $\alpha : 0(1); 10^{-3} (2); 10^{-1} (3); \Delta k = 10^4$ ;  $In = 100 \text{ MVt/sm}^2$ .

IGG jarayoni uchun asosiy natijalarni sanab o'tamiz:

1. Kuchsiz tasodifiy nochiziqli aperiodiklikka ega kristallarda ikkinchi garmonikaga generatsiya jarayonining maksimal konversiya koeffitsiyenti (samaradorligi)  $\eta_2=0,23$  teng ekanligi aniqlandi va o'zaro ta'sir uzunligining katta qiymatlarida domenlar qalinligining tasodifiy o'zgarishiga bog'liq emasligi aniqlandi.

2. Kuchli tasodifiy nochiziqli aperiodiklikka ega kristallarda, asosiy nurlanishni ikkinchi garmonikaga aylantirishning sama-radorligining kichik qiymatlarida, uning (IG ning) intensivligi asosiy garmonikaning (AG) nurlanish intensivligiga bog'liqligi kvadratik ko'rinishidan chiziqliligigacha farq qilishi mumkin.

### 3.4. Optik to'g'rilash

Yorug'lik to'lqini energiyasining yutilishining mavjudligi yorug'lik maydonidan ta'sirlangan muhitning nolga teng bo'limgan elektr o'tkazuvchanligi tufayli sodir bo'ladi, shuningdek, nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum komponentini keltirib chiqaradi.

Nochiziqli singdiruvchanliklarning mavjudligini ko'rsatadigan misol keltiramiz - yangi effekt karrali chastotali yorug'likning paydo bo'lishi (yuqori garmonikalar), xususan, ikkinchi va uchinchi tartibli

garmonikalar. Bu effekt nochiziqli singdiruvchanliklarning haqiqiy komponenti mavjudligi tufayli hosil bo‘ladi.

**Optik to‘g‘rilash jarayoni** yuqori garmonikalarning generatsiyasi bilan bir vaqtida kuzatiladi. Oddiylik uchun ushbu jarayonni izotropik nochiziqli moddalarda ko‘rib chiqamiz.

Aniqlik uchun tashqi yorug‘lik maydonining  $\omega$  chastotali kvazimonoxromatik yassi to‘lqini  $\mathbf{z}$  o‘qi bo‘ylab tarqalayotgan bo‘lsin:

$$E(\mathbf{z}, t) = E_m \cos(\omega t - k z), \quad (3.150)$$

(3.130) ni chiziqli qutblanish  $P^{(1)} = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(\mathbf{z}, t)$  formulaga qo‘yib, biz maydon kuchlanganligi  $E$  ni qutblanishning qatoridagi  $P(E)$  bиринчи (chiziqli) hadi (qo‘shiluvchi) quyidagi shakldagi ifodani olamiz:

$$P^{(1)} = \epsilon_0 \chi^{(1)} E_m \cdot \cos(\omega t - kz),$$

chiziqli yaqinlashuvda muhitda faqat bitta  $\omega$  chastotali nurlanish hosil bo‘ladi. Bu shuni anglatadiki, muhitga tushayotgan yorug‘lik to‘lqini bilan bir xil chastotadagi yorug‘likni qayta chiqaradi.

$P(E)$  ifodadagi qatordan keyingi qo‘shiluvchini quyida ko‘rib chiqamiz:

$$\begin{aligned} P^{(2)} &= \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2 = \epsilon_0 \chi^{(2)} E_m^2 \cdot \cos^2(\omega t - kz) = \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi^{(2)} E_m^2 + \\ &\frac{1}{2} \epsilon_0 \chi^{(2)} E_m^2 \cdot \cos 2(\omega t - kz) \end{aligned} \quad (3.151)$$

(3.131) yig‘indida bиринчи hadning mavjudligi muhitning doimiy qutblanishiga to‘g‘ri keladi. Aslini olganda, bu radiotexnikada qanday tushunilgan bo‘lsa, xuddi shu ma’noda to‘g‘rilagich (aniqlash), faqat elektr chiroq yoki yarim o‘tkazgichli diodda emas, balki optik muhitdagi to‘g‘rilagich deb tushunish lozim.

Muhitdagi optik to‘g‘rilagichni qutblanish vektorining moduli quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$P^{(2)} = \frac{1}{2} \epsilon_0 \chi^{(2)} E_m^2, \quad (3.152)$$

Uning qiymati  $\chi^{(2)}$  nochiziqli singdiruvchanlik va maydon kuchlan-ganligi vektorining amplitudasining kvadratiga  $E_m^2$  proporsional bo‘lib o‘zgarmas kattalikdir. Bundan quyidagi xulosa kelib chiqadi: **optik to‘g‘rilagichni** birinchi tartibli nochiziqli jarayon deb qarash mumkin.

(3.151)dagi ikkinchi qo‘siluvchi ikki karrali  $2\omega$  chastotali bilan optik garmonikaning uyg‘otilishini (ikkinchi garmonika generatsiyasini - IGG) ko‘rsatadi. Muhitning har bir nuqtasida hosil bo‘lgan  $2\omega$  chastotadagi to‘lqinning amplitudasi  $E_m(2\omega)$  birlamchi to‘lqinning amplitudasi kvadratiga  $E_m(\omega)^2$  va berilgan muhitning kvadratik singdiruvchanlik  $\chi^{(2)}$  kattaligiga:  $E_m(2\omega) \sim [E_m(\omega)]^2 \cdot \chi^{(2)}$  proporsionaldir.

Agar muhitga har xil chastotali  $\omega_1$  va  $\omega_2$  bo‘lgan ikkita (3.153) turdagи to‘lqinlar ta’sir qilsa, unda nochiziqli qutblanish chastotalarda garmonik komponentlar o‘z ichiga quyidagi jarayonlarni olishini ko‘rish mumkin: 1)  $2\omega_1$ ; 2)  $2\omega_2$ ; 3)  $\omega_1 - \omega_2$  va 3)  $\omega_1 + \omega_2$ , ya’ni garmonikalar generatsiyasidan (1 va 2) tashqari chastotalarning yig‘indisi (3) va ayirmasidagi (3) nurlanishlarni generatsiya qilishi mumkin.

Keyingi bandda yorug‘lik to‘lqinlarining kvadratik nochiziqli muhitda yorug‘lik chastotalarning yig‘indisi va ayirmasi nurlanishlarining generatsiyasi xususiyatlarini va ularni qo‘llashni o‘rganamiz.

### 3.5. Yig‘indi va ayirma chastotali nurlanishlarining generatsiyasi

Tekis (uzluksiz) o‘zgaruvchan chastotali kogerent yorug‘lik generatorlari haqida gapirganda, lazerlar turini uchtaga ajratish mumkin. *Birinchi turga* tashqi ta’sirlar natijasida faol ishchi muhitning energetik o‘tish chastotasining maqsadli o‘zgarishi amalga oshiriladigan lazerlarni tasniflaymiz. Misol tariqasida, faol elementning harorati yoki kimyoviy tarkibi o‘zgarganda tashqi elektr maydoni ta’sirida generatsiya chastotasini o‘zgarib turadigan yarimo‘tkazgichli lazerlarni keltirish mumkin. *Ikkinci tur* keng energetik o‘tish chizig‘iga ega lazerlarni o‘z ichiga oladi. Chastotani sozlash ushbu chiziq ichida amalga oshiriladi. Tyuningni amalga oshirish uchun lazer bo‘shlig‘iga spektral selektiv element, masalan, dispersion prizmasi yoki differeksiya panjarasi kiritiladi. Ushbu chastotani sozlash usuli bo‘yoqli lazerlarda va siqilgan

gazlarda qo‘llaniladi. Shu munosabat bilan biz ion kristallaridagi rang markazlariga asoslangan sozlanishli lazerlarni ham qayd etamiz. Nihoyat, *uchinchi turga* biz parametrik yorug‘lik generatorlariga (PYG) murojaat qilamiz. Biz IGG jarayonini har xil chastotali nurlanishlarni qo‘shish jarayonining xususiy holati ekanligini ta’kidladik. Xuddi shunday, parametrik kuchaytirgichlar va ossillyatorlarni har xil chastotali nurlanishlarni ayirish jarayonining generatorlari deb qarash mumkin. Menly-Row munosabaslaridan bilamizki, chastotalar ayirmasini hosil qilish jarayonida eng katta chastotali foton past chastotali ikkita fotonga parchalanadi: katta chastotali nурдан olingan energiya past chastotali ikkita nur o‘rtasida taqsimlanadi. Shuning uchun, bu jarayon to‘lqinlarni kuchaytirish uchun ishlatilishi mumkin: zaif signal katta chastotaga ega bo‘lgan kuchli damlash to‘lqini bilan o‘zaro ta’sir o‘tkazishga majbur bo‘ladi, keyin ikkala to‘lqin - o‘zaro ta’sir jarayonida paydo bo‘ladigan ayirma chastotali to‘lqini (“bo‘sh to‘lqin” deb nomlanadi) va asl signal kuchayib boradi. Agar bo‘sh to‘lqin va kuchaytirilgan signal yana bir xil nochiziqli kristall orqali o‘tib ketsa, kerakli fazaga ega bo‘lib, keyin ikkala to‘lqin yana kuchayadi. Bundan tashqari, to‘lqinlardan faqat bittasi takroran bo‘lsa ham kristall orqali kerakli fazada o‘tkazilsa, natija yana ikkala to‘lqinning kuchayishiga olib keladi.

Shunday qilib, kuchaytirgich ikkala to‘lqin uchun yoki ulardan faqat bittasi uchun tegishli teskari aloqani (ya’ni rezonator) kiritish orqali generatorga aylanishi mumkin. Agar bitta o‘tishdagi kuchayish bir xil o‘tishdagi yo‘qotishdan oshsa, generatoring o‘z-o‘zidan qo‘zg‘alishi shovqinning “urug‘i” bilan sodir bo‘lishi mumkin. Agar signal va bo‘sh to‘lqinlar uchun rezonatorlar mavjud bo‘lsa, u holda generatsiya chegarasi tabiiy ravishda past bo‘ladi, rezonans faqat ulardan biri uchun mavjud bo‘lgan holatga nisbatan. Biroq boshqa sabablarga ko‘ra, parametrik ossillyatorning bu ikki rezonatorli versiyasi kamroq afzal bo‘lishi mumkin.

“Signal to‘lqini” va “bo‘sh to‘lqin” atamalari faqat kuchaytirgichni ko‘rib chiqishda aniq ma’noga ega. Generatorda ikkita past chastotali to‘lqinlarning har qandayini bo‘sh yoki signal deb atash mumkin.

## Parametrik kuchaytirgichning kuchaytirish koeffitsiyenti

Amalda, parametrik ossillyatorlarda bir moddali nurlar ko‘pincha damlash (nakachka) nurlanishi sifatida ishlatiladi, shuning uchun umuman olganda, yorug‘lik dastasining ko‘ndalang kesimini (radiusini) hisobga olish kerak. Biroq biz ilgari IGG va yuqori chastotali konvertatsiyani tavsiflash uchun foydalangan yassi to‘lqinlarning o‘zaro ta’sirini ko‘rib chiqishga asoslangan oddiy tahlil parametrik kuchaytirgich va ossillyator ishlashining ko‘pgina xarakterli xususiyatlarini aniqlashga imkon beradi. Oddiyligi tufayli biz yassi to‘lqin modelidan foydalanamiz. Biz  $\omega_3$  chastota bilan damlash (nakachka) nurlanishini juda kuchli va  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotalarda maydonlarni kuchsiz deb faraz qilamiz ( $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ ). Shu sababli damlash maydonining o‘zgarishini e’tiborsiz qoldirib, uni doimiy (berilgan maydonning yaqinlashuvi) deb hisoblab, keyin esa (3.35) tenglamalar quyidagi shaklni oladi:

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} &= -i\sigma_1 A_3 A_2^* \exp(-i\Delta kz), \\ \frac{dA_2}{dz} &= -i\sigma_2 A_3 A_1^* \exp(-i\Delta kz), \\ \frac{dA_3}{dz} &= 0.\end{aligned}\tag{3.154}$$

Ushbu shaklda biz ikkita bir jinsli tenglamalar sistemasi bilan ishlaymiz va damlash maydonini doimiy deb hisoblaymiz, ya’ni  $A_3(z) = \text{const}$ . Biz avvalgidek fazalar sinxronizmi (moslashtirish) sharti bajarilgan  $\Delta k = 0$ , bu chastotalarda ( $\omega_3 = \omega_2 + \omega_1$ ) munosabati bilan birgalikda uch fotonli o‘zaro ta’sirlarda impulsning va energiya saqlanish qonunlarini ifodalaydi. Faqat ikkita noma’lum funksiyani aniqlash uchun biz (3.153) tizimning ikkinchi tenglamasini kompleks amplitudasining qo‘shmasini (konjugatsiyasini) olamiz:

$$\begin{aligned}\frac{dA_1}{dz} + i\sigma_1 A_3 A_2^* &= 0, \\ \frac{dA_2^*}{dz} - i\sigma_2 A_3^* A_1 &= 0.\end{aligned}\tag{3.155}$$

Bunday tenglamalar tizimini yechishning umumiyligiga muvofiq, uni  $A_j = e^{\alpha z}$  shakldagi yechimini izlaymiz. Uni (3.153) tenglamaga qo‘ygandan so‘ng (3.153) ga quyidagi algebraik tizimni olamiz:

$$\alpha + i\sigma_1 A_3 = 0,$$

$$-i\sigma_1 A_3 + \alpha = 0,$$

Agar uning determinanti 0 ga teng bo‘lsa, bu yechimga ega:

$$\begin{vmatrix} \alpha + i\sigma_1 A_3 \\ -i\sigma_2 A_3^* + \alpha \end{vmatrix} = \alpha^2 - \sigma_1 \sigma_2 |A_3|^2 = 0. \quad (3.155a)$$

Keyin (3.155) dan quyidagini aniqlaymiz:

$$\alpha = \pm \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 |A_3|^2}, \quad (3.156)$$

va tenglamaning umumiyligini ushbu shaklni oladi:

$$\begin{aligned} A_1(z) &= c_1 e^{\alpha z} + c_2 e^{-\alpha z}, \\ A_2^*(z) &= c_1 e^{\alpha z} - c_2 e^{-\alpha z}, \end{aligned} \quad (3.157)$$

bu yerda  $c_1$  va  $c_2$  doimiylar chegaraviy shartlardan aniqlanadi:

$A_1(0) = A_5 = c_1 + c_2$  va  $A_2^*(0) = A_{20} = c_1 - c_2$ , bu xususiy yechim olish imkonini beradi:

$$\begin{aligned} A_1(z) &= \left(\frac{A_5 + A_{20}}{2}\right) e^{\alpha z} + \left(\frac{A_5 - A_{20}}{2}\right) e^{-\alpha z}, \\ A_2^*(z) &= \left(\frac{A_5 + A_{20}}{2}\right) e^{\alpha z} - \left(\frac{A_5 - A_{20}}{2}\right) e^{-\alpha z}. \end{aligned} \quad (3.158)$$

Demak, chastotalarning ayirmasi generatsiya jarayonida ikkala to‘lqinning eksponensial kuchayishi bilan davom etishini ko‘ramiz. Bunday holda, eksponentning daraja ko‘rsatkichi (3.158) ifoda bilan aniqlanadi. Amplituda eksponensial ortib borayotgan xarakterli bo‘lib,

amplituda  $e$  marta ortishiga mos keluvchi teskari uzunlikni kiritish imkonini beradi:

$$g = \alpha = \pm \sqrt{\sigma_1 \sigma_2 |A_3|^2} = \frac{2\pi}{c\sqrt{n_1 n_2}} \chi^{(2)} \sqrt{\omega_1 \omega_2} |A_3|, \quad (3.159)$$

Bu yerda  $n_1, n_2, \omega_1, \omega_2, |A_3|$  - mos ravishda kristallning  $\omega_1, \omega_2$  chostotalardagi sindirsh ko'rsatkichlari va kuchaytirilgan to'lqinlarning chastotalari, shuningdek, damlash maydoni kuchlanganligi amplitudasining moduli.

### **Yorug'likning parametrik generatori**

Ma'lumki, kuchaytirgichning o'z-o'zidan uygo'nish holati, kuchayish koeffitsiyentining yo'qotishdan kattaroq bo'lishi talabiga ekvivalentdir. Teskari aloqani yaratish uchun qaytarish koeffitsiyentiga  $R(R \approx 1)$  ega bo'lgan ko'zgular bilan yuqori asllikdagi rezonator ishlatilsa, keyin o'z-o'zidan qo'zg'alish sharti  $gL \geq 1-R$  shaklga ega, bu yerda  $L$  kristallning uzunligi. Biroq agar maxsus choralar ko'rilmasa, kristallning nomukammalligi va boshqalar tufayli yo'qotishlar odatda ( $1-R$ ) dan oshadi. Birinchi marta optik parametrik generator Jordmain va Miller tomonidan qo'lga kiritildi, ular damlash manbai sifatida aslligi modulyatsiyalangan  $\text{CaWO}_4\text{Nd}^{+3}$  lazerining ikkinchi garmonikasidan foydalanganlar:  $\lambda = 0,323$  mkm.

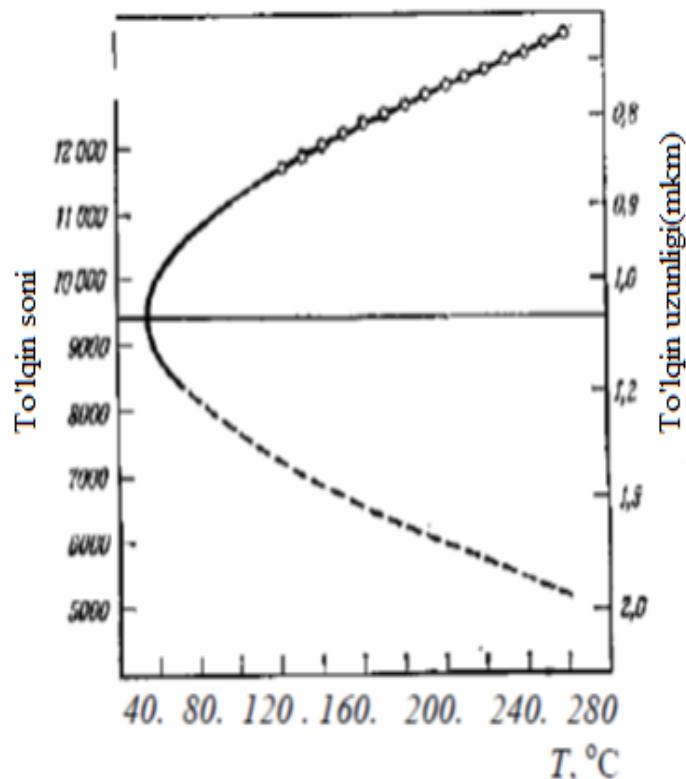
Signal va bo'sh to'lqinlarni qaytaruvchi qoplamlar rezonatorni tashkil etuvchi to'g'ridan-to'g'ri lityum niobid kristallining tekis-parallel yuzlariga yotqizilgan. Ushbu qoplamlarning o'tkazish ( $1 - R$ ) koeffitsiyenti 0,3% dan kam qiymatga ega edi. Biroq samarali yo'qotishlar kristall tomonidan tashkil qilingan Fabry – Perot rezonatorining aslliligini o'lchash orqali aniqlanadi va u taxminan 20% ni tashkil etdi.

Ushbu farqning sababini kristalldagi yorug'likning yutilishi va sochilishi bilan tushuntirish mumkin.

Generatsiya damlash nurlanishining quvvati 3,3 kW da kuzatildi; damlash nurlanishining davomiyligi 13 dan 30 ns gacha oraliqda edi. Bu

rezonator ichidagi damlash nurlanishi  $3 \times 10^5$   $\text{Vt/sm}^2$  intensivligiga to‘g‘ri kelishi hisoblangan. Generatorning spektral chizig‘ining kengligi ancha tor. Generatsiya chastotasini o‘zgartirishni fazaviy sinxronizm shartini bajarishiga mos keladigan haroratni sozlash bilan erishish mumkin. Damlash va nochiziqli kristallning ushbu kombinatsiyasi bilan olingan sozlash diapazoni 3.17-rasmida ko‘rsatilgan, undan ko‘rinib turibdiki, to‘lqin uzunligining o‘zgarishi 0,7 dan 2,0 mkm gacha bo‘lgan keng diapazonni qoplagan. Ushbu birinchi tajribalarda, parametrik generatsiya nurlanishini olish uchun damlash manbai sifatida quvvati chegaraviy qiymatdan katta bo‘lgan kuchli impulsli lazer manbalari kerak bo‘ldi. Ushbu tajribalarda, birinchi marta chiqish nurlanishining yuqori chastotali barqarorligini olishda ba’zi qiyinchiliklar borligi aniqlandi.

Keyinchalik, Smit va boshqalar uzluksiz parametrik generatsiyani oldilar. Jordmain va Miller sxemasini texnik takomillashtirish natijasida ular buni amalga oshirishga muvaffaq bo‘lishdi. Asosiy yaxshilanishlardan biri yangi nochiziqli  $\text{Ba}_2\text{Nb}_5\text{O}_{15}$  materialidan foydalanish edi.



3.17-rasm. Kristalldagi to‘lqin sonini ( $\text{sm}^{-1}$ ) va uzunligini (mkm) haroratga bog‘liqligi keltirilgan.

Bariy-natriy nisbatning nochiziqli koeffitsiyentlari litiy niobatnikidan kattaroq bo‘lganligi sababli, generatsiya olishning kritik (minimal) quvvati kamayadi. Smit, shuningdek, birinchi ishda foydalanilgan tekis-parallel rezonatorni yuqori asllikli konfokal rezonator bilan almashtirdi. Nurlar dastasi rezonator ichiga fokuslangan bo‘lib, uning parametrlari optimallashtirildi.

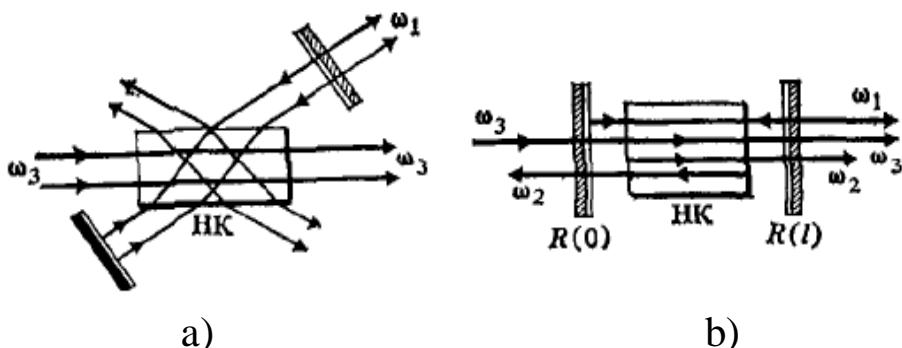
### Yorug‘likning bir va ikki rezonatorli parametrik generatorlari

Agar rezonatorning aslliligi  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotalarda yuqori bo‘lsa, u holda ikki rezonatorli yorug‘likning parametrik generatorlari (YPG) e’tirof etiladi. Agar rezonatorning aslliligi faqat ikkita chastotadan birida yuqori bo‘lsa, masalan,  $\omega_1$  da va boshqa chastotada rezonator aslliligi bo‘lmasa, unda yorug‘likning bir rezonatorli parametrik generatorlari haqida gapiriladi.

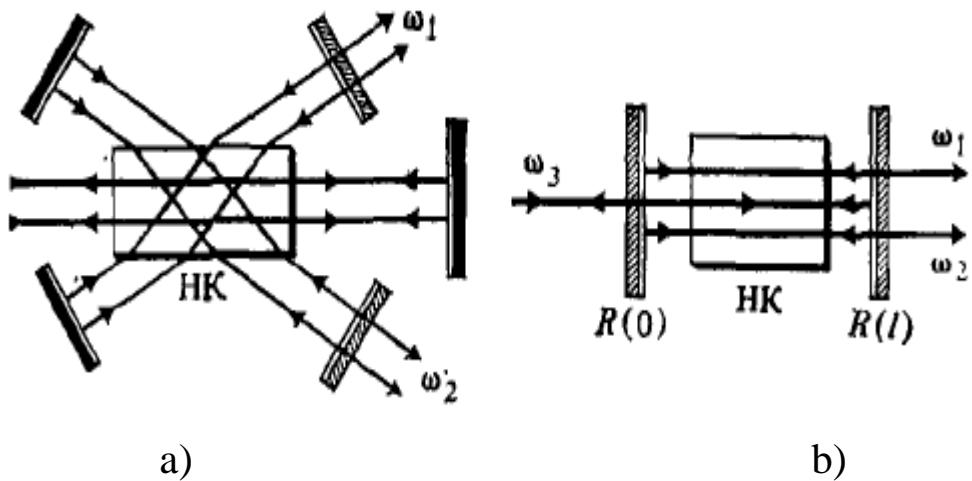
Eng keng tarqalgan bir va ikki rezonatorli yorug‘likning parametrik generatorlarining tuzilish sxemalari 3.4 va 3.19-rasmlarda  $\omega_3$  chastotali damlash nurlanishi ta’sirida  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotalarda hosil bo‘lgan (generatsiya qilingan) nurlanishning mos ravishda nokollenial (a) va kollenial (b) tarqalishi ko‘rsatilgan.

Bu yerda NC nochiziqli kristalldir,  $R$  ko‘zgularning qaytarish koeffitsiyenti. Bundan tashqari, kollenial bo‘lmagan (a) YPG fazalarini moslashtirish shartlarida vektor tengligi quyidagi ko‘rinishga ega:

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3$$



3.4-rasm. Bir rezonatorli YPG tuzilishi, nokollenial (a) va kollenial (b).



3.19-rasm. Ikki rezonatorli YPG tuzilishi, nokollenial (a) va kollenial (b).

Takidlash joizki, har safar rezonator  $\omega_3$  chastotali damlash nurlanishni o‘ziga xos  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chasticitalarga “bo‘lingan” nurlanishlarni olishga imkon beradi. Chasticitalar yig‘indisi  $\omega_3$  ga teng bo‘lgan juft to‘lqinlar soni, ehtimol, juda ko‘p bo‘lishi mumkin. Biroq har safar aynan o‘sha to‘lqinlar juftligi hosil bo‘lganda, ular uchun sinxronizm yo‘nalishi rezonator o‘qiga to‘g‘ri keladi (sinxronizmni ko‘rib chiqishda, shubhasiz, barcha uch to‘lqinni hisobga olish kerak, ya’ni damlash to‘lqinli ham).

Optik parametrik hodisalarning o‘ziga xosligi bilan bog‘liq fundamental holatni ta’kidlab, uni birinchilar qatorida tahlil qilgan yirik fizik olimlar S.A. Axmanov va R.V. Xoxlov shunday deb yozishgan: “Optikada parametrik o‘zaro ta’sir to‘lqin xarakteriga ega, shuning uchun uning jarayoni nafaqat vaqt (chastota), balki fazoviy munosabatlar bilan ham belgilanadi: optik diapazonda parametrik tebranishlarni o‘z-o‘zidan qo‘zg‘atish uchun nafaqat “chastota”ni sozlash, balki to‘lqin vektorlari o‘rtasidagi ma’lum bir munosabatni (“to‘lqin” sozlash) bajarish kerak, bu muhitning dispersiya xususiyatlariga juda qattiq talablarni qo‘yadi. Shu munosabat bilan ta’kidlash joizki, YPGdagi rezonator ushbu sozlamalarning ikkalasini ham bajaradi - chastota va to‘lqin.

Bir qator nochiziqli hodisalarda, masalan, majburiy kombinatsion sochilishi va majburiy Mandelstamm-Brillouin sochilishida, optik tola nochiziqli muhit bo‘lib, uning molekulalarining tebranishlari bu jarayonlarda ishtirok etishi ma’nosida faol rol o‘ynaydi. Ko‘pgina boshqa nochiziqli hodisalarda optik tolalardagi atomning tashqi qobiqlardagi

elektronlarning nochiziqli ta'sirlari orqali bir nechta optik to'lqinlar o'zaro ta'sir qiladigan vosita sifatida passiv rol o'ynaydi. Bunday jarayonlar parametrik deyiladi, chunki ular yorug'lik ta'sirida muhit parametrlerining o'zgarishiga bog'liq. Parametrik jarayonlarga garmonikalar generatsiyasi (3.2-bo'limga qarang), uch va to'rt to'lqinli qo'shilishi va parametrik kuchaytirish kiradi.

### To'rt to'lqinli chastotalarni almastirish (siljishi)

Muhitning induksiyalangan qutblanishini  $P(E)$  hosil qiladigan maydonning kuchlanganligiga bog'liq ravishda chiziqli va nochiziqli hadlarni o'z ichiga oladi, ularning kattaligi nochiziqli singdiruvchanlikka bog'liq:

$$P_i = P_i^{ch} + P_i^{kv} + P_i^{kub} = \dots, \\ \text{bu yerda } P_i^{ch} - \text{chiziqli qutblanish, } P_i^{ch} = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^3 \chi_{ik}^{(1)} E_k;$$

$$P_i^{kv} - \text{kvadratik qutblanish, } P_i^{kv} = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ikj}^{(2)} E_k E_j; \\ P_i^{kub} - \text{kubik qutblanish } P_i^{kub} = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m.$$

Har xil tartibdagagi parametrik jarayonlar mumkin va jarayonning tartibi  $m$  singdiruvchanlik tartibiga  $\chi^{(m)}$  to'g'ri keladi, bu jarayon uchun javobgar.

Kremniydan qilingan tola uchun kvadratik singdiruvchanligi  $\chi^{(2)}$  nolga teng, shuning uchun ikkinchi darajali parametrik jarayonlar, masalan, ikkinchi garmonika generatsiyasi yoki chastotalarning yig'indisini hosil qilish kremniy tolalarida sodir bo'lmasligi kerak.

Aslida, bu jarayonlar kvadrapol va boshqa nozik ta'sirlar tufayli hali ham kuzatilmoxda, ammo ularning normal sharoitda samaradorligi ancha past.

To'rtta to'lqinlar chastotalarini almashtirish uchinchi tartibli parametrik jarayon bo'lib, uning xususiyatlari kubik qutblanishni hisobga olgan holda:

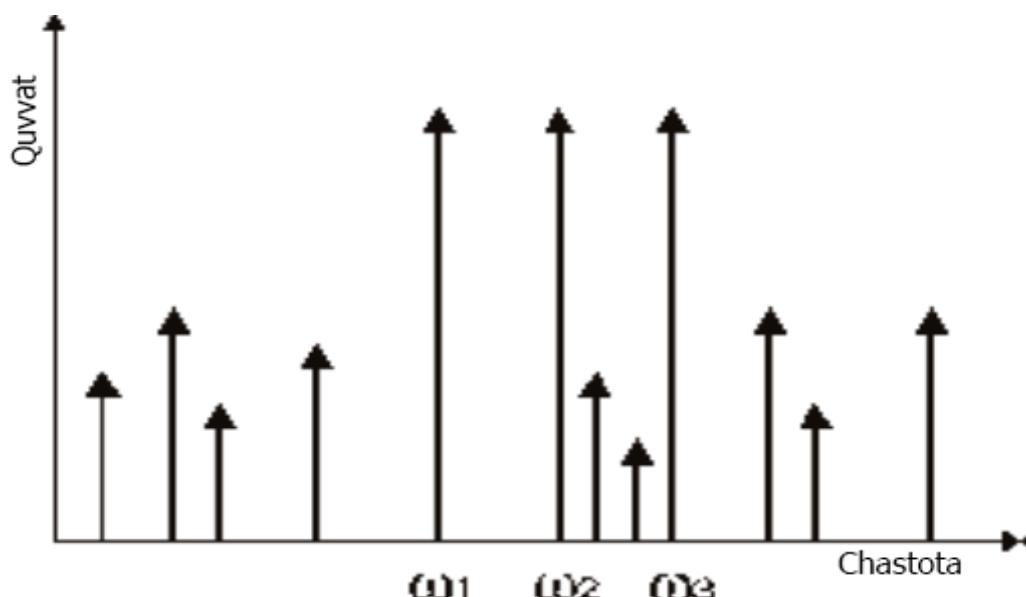
$$P_i^{kub} = \varepsilon_0 \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m,$$

Bunda  $\chi_{ikjm}^{(3)}$  – kubik singdiruvchanlik bo‘lib, to‘rtinchi darajali tenzor hisoblanadi. Binobarin, nolga teng bo‘lmanan chiziqli singdiruvchanlikning eng kichik tartibi uchga teng bo‘lgan muhitdagi parametrik jarayon to‘rtta optik to‘lqinning o‘zaro ta’sirini o‘z ichiga oladi.

Masalan, optik tolali liniyaga kiradigan lazer nurlanishining kritik quvvat darajasiga erishilganda, tolanning nochiziqliligi uchta to‘lqinning  $\omega_i$ ,  $\omega_j$ ,  $\omega_k$  chastotalari bilan o‘zaro ta’siriga olib keladi va boshqa uchta chastotaning kombinatsiyasi bo‘lgan chastotada yangi to‘rtinchi to‘lqinning paydo bo‘lishi:

$$\omega = \omega_i \pm \omega_j \pm \omega_k , \quad (3.160)$$

optik tolali liniyada to‘rt to‘lqinli aralashtirish tufayli axborot uzatishning spektral diapazonida soxta kiruvchi signallar paydo bo‘lishi mumkin (3.20 -rasm).



3.20 - rasm. Nurtolada to‘rt to‘lqinli aralashtirishga (chastotalarni siljishiga) misol.

Bunday noto‘g‘ri signallarning ba’zi chastotalari (3.160) kanallarning ishchi tarmoqli kengligiga tushishi mumkin. Agar  $N$  - signallarni uzatuvchi kanallar soni bo‘lsa, bunday noto‘g‘ri signallar soni quyidagicha aniqlanadi:

$$\frac{N^2(N-1)}{2} .$$

Shunday qilib, to‘rt kanalli DWDM tizimida 23 ta noto‘g‘ri signal mavjud va 16 kanalli tizimda 1920 ta noto‘g‘ri signallar yaratilgan. Ushbu turdag‘i shovqin chiziqning oxiridagi qabul qiluvchi uchun halokatli bo‘lishi mumkin.

To‘rt to‘lqinli aralashtirish optik tolali aloqa tizimlarining samarali ishlashiga eng katta zarar yetkazuvchi nochiziqli optik effektlardan biridir.

Kvant mexanikasi nuqtai nazaridan, to‘rt to‘lqinli aralashtirish bir chastotali fotonlarni yutish va boshqa chastotali fotonlarning tug‘ilishi sifatida tavsiflanadi, shu bilan birga energiya va impulsning saqlanish qonunlari qanoatlantiriladi. Bunday jarayonlarning borishi uchun turli xil variantlarga misollar keltirishingiz mumkin:

- uchta fotonning  $\hbar\omega_1$ ,  $\hbar\omega_2$ ,  $\hbar\omega_3$  – energiyalarini  $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3$  chastotali bir fotonga berish; bunday holat 3.13-rasmida ko‘rsatilgan;
- $\omega_1$ ,  $\omega_2$  chastotali ikkita fotonni yutish va  $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3 + \omega_4$  tenglik o‘rinli bo‘lgan  $\omega_3$ ,  $\omega_4$  chastotali ikkita fotonni bir vaqtning o‘zida chiqarish (nurlash);
- agar oldingi holatda  $\omega_1 = \omega_2$  bo‘lsa, unda bunday jarayon qisman aynigan to‘rt to‘lqinli aralashtirish deyiladi. Bu optik tolalarda juda keng tarqalgan, chunki bu holda fazalarni moslashtirish sharti bajarilishini ta‘minlash nisbatan oson (1.3-bo‘limga qarang).  $\omega_1$  chastotaga ega yuqori quvvatli damlash to‘lqini  $\omega_3$  va  $\omega_4$  chastotalar bilan ikkita simmetrik intervalgacha yon tomonidan damlash chastotasidan siljigan polasa hosil qiladi:

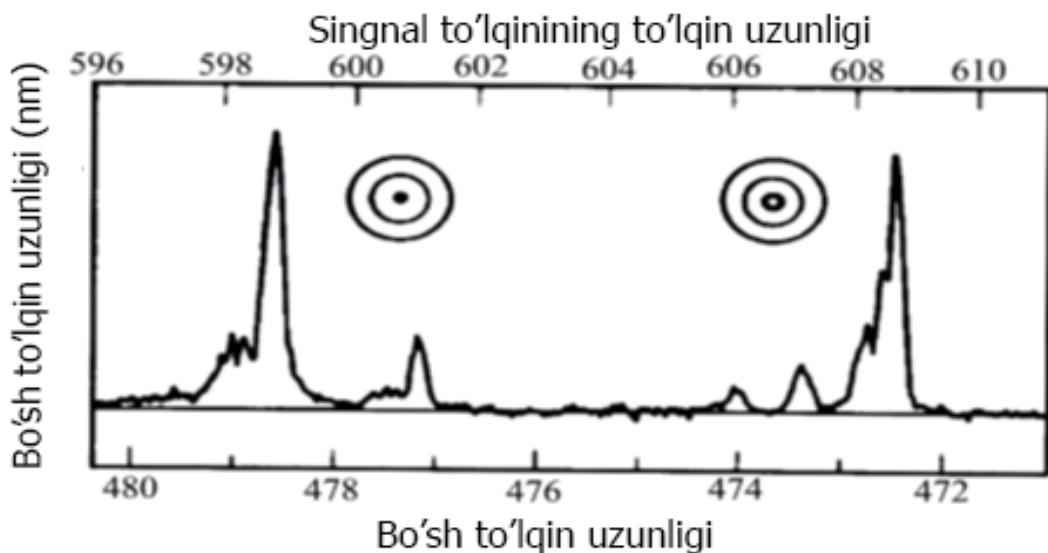
$$\omega_S = \omega_1 - \omega_3 = \omega_4 - \omega_1 , \quad (3.161)$$

bu yerda aniqlik uchun  $\omega_3 < \omega_4$  olindi. Majburiy kombinatsion sochilishiga o‘xshab, mos ravishda past chastotali va yuqori chastotali spektral diapazonlar ( $\omega_3$  va  $\omega_4$ ) stokes va antistokes komponentlari deyiladi. Shuni ham yodda tutingki, stokes va antistokes to‘lqinlari ko‘pincha signal va bo‘sh to‘lqinlar deb ham nomlanadi, bu terminologiya mikroto‘lqinli fizikadan olingan.

3.21-rasmida signal chastotasi  $\omega_3$  o'zgarishi bilan olingan eksperimental kuzatilgan bo'sh to'lqin spektrlari ko'rsatilgan. Besh xil cho'qqilar tola moddalarining turli kombinatsiyalariga mos keladi. Ushbu tajribada damlash to'lqini bir moddada tarqaladi.

To'rt to'lqinli aralashtirish quyidagi omillarga sezgir:

- axborot uzatish kanalining quvvatini oshirish;
- kanallar orasidagi chastota oralig'inining pasayishi;
- kanallar sonini oshirish.



*3.21- rasm. Bo'sh to'lqin quvvati va to'lqin uzunligi signal to'lqin uzunligining funksiyasi sifatida ko'rsatilgan.*

Optik tolali liniyalarda to'rt to'lqinli aralashtirishning ta'siri quyidagi hollarda kamayadi:

- tolalarning effektiv ko'ndalang kesim yuzasini oshirish;
- xromatik dispersiyaning mutlaq qiymatining oshishi (dispersiya koeffitsiyenti  $\beta_2$ ).

To'rtta to'lqinli aralashtirishning ta'siri nolga teng bo'lмаган dispersiyali siljishli tolalardan foydalanadigan tizimlarda, ayniqsa, effektiv ko'ndalang kesim yuzasiga ega bo'lган tolalarda hisobga olinishi kerak. Kanalda ma'lumot uzatish tezligining oshishi to'rt to'lqinli aralashtirish samaradorligiga sezilarli darajada ta'sir qiladi. Ushbu hodisa to'lqin  $\lambda = 1,55$  mkm uzunligida dispersiyali siljishli toladan foydalangan holda DWDM tizimlarida ham kamroq xavflidir,

chunki bu holda dispersiya xarakteristikasi nisbatan tekis bo‘ladi. Dispersiyaga o‘tgan tolalar uchun dispersiya egri chizig‘i ushbu spektr oralig‘ida tik nishabga ega va to‘rt to‘lqinli aralashtirishni hisobga olish kerak.

Pikosoniyali (siqilgan) lazer impulslari ko‘p modulli tolalar bo‘ylab tarqalganda to‘rt to‘lqinli aralashtirishni modellashtirish qiyin, chunki bu holda majburiy kombinatsion sochilishi, o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya, fazalar o‘zaro modulyatsiyasi va guruh tezligi dispersiyasi to‘rt to‘lqinli jarayonlarning borishiga ta’sir qiladi.

### **Parametrik kuchaytirish va uning qo‘llanilishi**

Qisman degeneratsiyalangan to‘rt to‘lqinli aralashtirish ( $\omega_1=\omega_2$ ) energiyaning damlash to‘lqinidan ikki to‘lqinga o‘tkazilishiga olib keladi, chastotalar damlash chastotasi  $\omega_1$  dan Stokes va antistokesga qarshi hududlarga  $\omega_0$  miqdorda siljiydi. Agar damlash bilan birga tolaga  $\omega_3$  chastotasining zaif signali (signal to‘lqini) kiritilsa, u kuchayadi va bir vaqtning o‘zida  $\omega_4$  chastotasining yangi to‘lqini (bo‘sh to‘lqin) hosil bo‘ladi. Bu jarayon parametrik kuchaytirish deyiladi.

Agar tolaga damlash va signal to‘lqinlari kiritilgan bo‘lsa, u holda signalning va tola chiqishidagi bo‘sh to‘lqinlar quvvati ( $x = L$ ) damlash to‘lqin energiyasining kamayishini e’tiborga olmasak, quyidagi tenglamalar bilan ifodalanadi:

$$\begin{aligned} \frac{dW_3}{dt}(L) &= \frac{dW_3}{dt}(0) \left[ 1 + \left( 1 + \frac{\sigma^2}{4g^2} \right) sh^2(gL) \right], \\ \frac{dW_4}{dt}(L) &= \frac{dW_3}{dt}(0) \left( 1 + \frac{\sigma^2}{4g^2} \right) sh^2(gL), \end{aligned} \quad (3.162)$$

bu yerda  $\sigma$  - signal va bo‘sh to‘lqinlarni to‘lqin vektorlarini damlashning umumiyligi boshlang‘ich quvvatida to‘liq  $\frac{dW_0}{dt}$  sozlash;  $\sigma = \Delta k + 2\gamma \frac{dW_0}{dt}$ ;  $g$  - parametrik koeffitsiyent,  $g = \sqrt{\left(\gamma \frac{dW_0}{dt}\right)^2 - \left(\frac{\sigma}{2}\right)^2}$ ; sh  $x$ - giperbolik sinus.

(3.162) tenglamalar tizimi signalni kuchaytirish va bo‘sh to‘lqin hosil qilish jarayonini tavsiflaydi.

Tola orqali bir marta o‘tish uchun signalni kuchaytirish koeffitsiyenti quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$G_A = \frac{dW_3}{dt}(L) \cdot \left[ \frac{dW_3}{dt}(0) \right]^{-1} = 1 + \left( 1 + \frac{\sigma^2}{4g^2} \right) sh^2(gL). \quad (3.163)$$

Formula (3.19) parametrik kuchaytirish to‘lqin vektorlarining umumiy yig‘indisidan og‘ishiga  $\sigma$  bog‘liqligini ko‘rsatadi, ya’ni fazalarni sinxronizm shartiga rioya qilish darajasiga bog‘liq. Agar fazalarning sinxronizm sharti bajarilmasa, parametrik kuchaytirish juda kichik bo‘ladi. Chegaraviy qiymatida

$$\sigma \gg \gamma \frac{dW_0}{dt}$$

(3.163) formuladan biz quyidagilarni olamiz:

$$G_A = \left( \gamma \frac{dW_0}{dt} \right)^2 \frac{\sin^2(\sigma L/2)}{(\sigma L/2)^2}. \quad (3.164)$$

Boshqa chegaraviy holatda, fazalar sinxronizm sharti aniq bajarilganda ( $\sigma = 0$ ) va tola uzunligi katta ( $gL \gg 1$ ) bo‘lganda, kuchaytirish oddiyroq shaklga aylantiriladi:

$$G_A = \frac{1}{4} \exp \left( \gamma L \frac{dW_0}{dt} \right). \quad (3.165)$$

Formulalar (3.163) - (3.165) qisman aynigan to‘rt to‘lqinli aralashtirish ( $\omega_1 = \omega_2$ ) va damlash quvvatidagi degeneratsiya uchun olingan, ya’ni ikkita damlash to‘lqinining quvvatlari teng bo‘lganda.

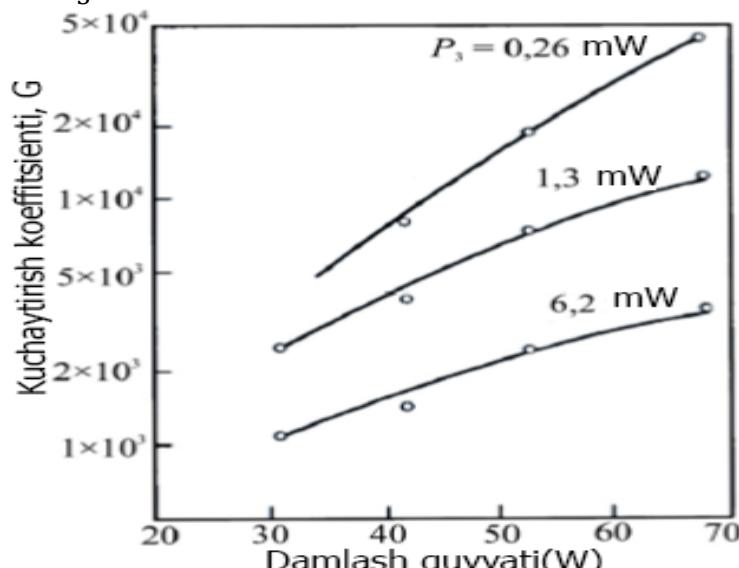
Parametrik kuchaytirish optik tolali ma’lumotlarni uzatish liniyalarida xuddi MKS kuchaytirilishi va MBS kuchaytirilishi, xususan, siqilgan optik impulsarning tarqalishi uchun qo‘llaniladi. Parametrik kuchaytirgichlar uzoq regeneratsiya qismini ta’minalash uchun, shuningdek, to‘lqin uzunligini zichlashtirish multipleksatsiyasi (DWDM) texnologiyasidan foydalanganda qo‘llaniladi. Damlashning aynigan rejimida va damlashning quvvatini kamayishi bo‘lmaganda ishlaydigan parametrik kuchaytirgichning ishlashi (3.165) formulaga asoslanadi.

Kuchaytirgichning chastotaviy o'tkazish polosasini baholash  $\Omega_A \sim 100$  GHz qiymatini beradi. Bu qiymat MKS kuchaytirgichlari va MBS kuchaytirgichlarining o'xhash qiymatlari o'rtasida oraliq hisoblanadi (mos ravishda  $\Omega_A \sim 5$  THz va  $\Omega_A \sim 100$  MHz).

Parametrik kuchaytirgich bir qator o'ziga xos kamchiliklarga ega:

- fazaviy sinxronizm shartiga aniq rioya qilishni talab qiladi;
- tolaning uzunligiga qat'iy shart qo'yadi;
- parametrik kuchaytirishning kamayishiga olib keluvchi bo'sh to'lqin energiyasining kamayishini va uning spektrining kengayishini aniq hisobga olishni talab qiladi;
- damlashning kamayishini aniq nazorat qilishni va uning spektrini kengaytirishni talab qiladi, bu esa parametrik kuchaytirishning pasayishiga olib keladi.

Bunday kuchaytirgichlar bilan o'tkazilgan tajribalar yuqori yutuqlarga erishish imkoniyatini ko'rsatadi, ammo ular yuqori damlash quvvatini (30 -70 Vt) va sinxronizmni saqlash uchun maxsus vositalar mavjudligini talab qiladi. 3.15- rasmda kuchaytirishni ko'rsatadi  $G_A$  damlash quvvatining funksiyasi sifatida  $\frac{dW_0}{dt}$  kirish signali quvvatining uchta qiymatida  $P_3$



3.22- rasm. Parametrik kuchaytirgichning kuchaytirish koeffitsiyenti.

(3.165) formula bo'yicha aniqlangan eksperimental egri chiziqlarning eksponensial ko'rinishidan og'ishi damlashning tugashi tufayli to'yinganlik bilan bog'liq.

Qisqa impulsli tolada to‘lqinlar orasidagi parametrik o‘zaro ta’sirni zaiflashtiradigan ikkita effekt mumkin. Birinchidan, damlash spektri o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya tufayli kengayadi. Damlash spektrining kengligi oshsa o‘tkazish qobiliyati  $\Omega_A$  ni olish, keyin parametrik daromad MMBS daromadi bilan bir xil tarzda tushiriladi. Ikkinchidan, damlash impulsi, signal va bo‘sh impulslarning guruh tezligidagi farq ularning ajralishiga olib keladi. Bu ikkalasiga ta’sir to‘rtta to‘lqinli aralashtirishning samarali uzunligining pasayishi tufayli yuzaga keladi.

## Nochiziqli effektlar samaradorligini baholash

Silikat tolalarida nochiziqli sindirish ko‘rsatkichini o‘lhash shuni ko‘rsatadiki, nurlanish intensivligi  $I$  ni  $n_2$  sindirish ko‘rsatkichiga ko‘paytmasi chiziqli sindirish ko‘rsatkichidan kichik ( $n_2 \approx 3,2 \cdot 10^{-20} m^2/Vt$ ,  $n \approx 1,37$ ). Xarakteristikalar ilovada keltirilgan boshqa nochiziqli kristallar uchun bu farq yanada kattaroqdir. Xuddi shu tarzda, MKS ortishi va MMBS ortishi o‘lchovlari shuni ko‘rsatadiki, ularning silika oynasidagi qiymatlari boshqa nochiziqli muhitlarga qaraganda ikki yoki undan ko‘p tartibda kichikroqdir.

Silika oynasidagi nochiziqli koeffitsiyentlarning kichik qiymatlariga qaramay, nisbatan past quvvatlarda ham nochiziqli ta’sirlarni kuzatish mumkin. Bu bir moddali tolaning ikkita muhim xususiyati tufayli bo‘lishi mumkin:

- kichik o‘lchamli moddalar (yadroning kichik radiusi):  $a \sim 2 - 3 \text{ mkm}$ ;
- juda past optik yo‘qotish:  $\alpha_{dB} < 1 \text{ dB/km}$ .

Xarakterli *nochiziqli jarayon samaradorligi parametri* hajmi muhitlarda - quyidagi ko‘paytma  $-I \cdot L_{\text{sam}}$  hisoblandi: bu yerda  $I$  – optik nurlanishning intensivligi,  $L_{\text{sam}}$  – samarali o‘zaro ta’sir uzunligi. Agar nurlanish  $a_0$  radiusli bo‘lsa, u holda,  $I = (\pi a_0^2)^{-1} \frac{dW}{dt}$  bu yerda  $\frac{dW}{dt}$  – tolaga kiritilgan optik quvvat. Gauss taqsimotli lazer nurlari uchun bizda  $L_{\text{sam}} \approx \pi a_0^2 / \lambda$  teng bo‘ladi.

Bu aniq  $I$  nurlanishni kuchliroq fokuslash orqali oshirish va shu bilan  $a_0$  ni kamaytirish mumkin. Biroq bu kamayish tendensiyasiga ega, chunki diqqat markazida bo‘lgan joyning  $L_{\text{sam}}$  uzunligi qisqaradi. Biz Gauss nuri uchun ko‘paytmani topamiz:

$$I \cdot L_{\text{эф}} = (\pi a_0^2)^{-1} \frac{dW}{dt} (\pi a_0^2 / \lambda) = \lambda^{-1} \frac{dW}{dt} \quad (3.166)$$

va u  $a_0$  ning qiymatiga bog'liq emas.

Bir moddali tolalarda  $a_0$  yadro radiusi a bilan belgilanadi. Bundan tashqari,tolaning butun uzunligi  $L$  bo'ylab doimiy nuqta o'lchamini ( $a_0$ ) saqlanib qolishi dielektrikdan yasalgan nurlonalarga xosdir. Bunday holda,  $L_{\text{эф}}$  samarali o'zaro ta'sir uzunligi tolaning optik yo'qolishi  $\alpha_{\text{дБ}}$  bilan cheklanadi.  $I(x) = I_0 \cdot \exp(-\alpha_{\text{дБ}} \cdot x)$ , bunda  $I_0 = (\pi a_0^2)^{-1} \frac{dW}{dt}$  tenglamadan foydalanib,  $I \cdot L_{\text{эф}}$  ko'paytma uchun biz quyidagilarni olamiz

$$\begin{aligned} I \cdot L_{\text{эф}} &= \int_0^L (\pi a_0^2)^{-1} \frac{dW}{dt} \exp(-\alpha_{\text{дБ}} \cdot x) dx \\ &= (\pi a_0^2)^{-1} \frac{dW}{dt} \cdot \alpha_{\text{дБ}}^{-1} [1 - \exp(-\alpha_{\text{дБ}} \cdot L)] \end{aligned}$$

Olingen ifodani (3.166) ifoda bilan taqqoslash shuni ko'rsatadiki, optik tolalardagi nochiziqli jarayonning samaradorligi oddiy hajmli muhitdagi mos keladigan samaradorlikka nisbatan sezilarli darajada oshishi mumkin:

$$\frac{(I \cdot L_{\text{сам}})_{BC}}{(I \cdot L_{\text{сам}})_{xajm}} = \frac{\lambda}{\pi a_0^2 \alpha_{\text{дБ}}} , \quad (3.167)$$

bu yerda bu  $\alpha_{\text{дБ}} L \gg 1$  tengsizlik o'rinni hisoblanadi. Spektrning ko'rindigan hududida  $\lambda = 0,53 \text{ mkm}$ ,  $a_0 = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$  optik yo'qotish biroz yuqoriroq ( $\alpha_{\text{дБ}} \approx 10 \text{ dB/km}$ ) va (3.167) nisbat taxminan  $10^7$  ga teng.  $\lambda = 1,55 \text{ mkm}$  to'lqin uzunligi uchun tolaning minimal yo'qolishi  $\alpha_{\text{дБ}} \approx 0,2 \text{ dB/km}$ , samaradorlikning o'sishi bundan ham yuqori va taxminan  $10^9$  martani tashkil qiladi.

Nochiziqli jarayonlar samaradorligining ana shu ulkan o'sishi optik tolali tizimlarni tolaga kiritilgan nisbatan past quvvatlarda turli xil nochiziqli effektlarni kuzatish uchun mos optik vositaga aylantiradi. Buning sababi past nochiziqli singdiruvchanlik, nisbatan past quvvatda kvars shishasi katta uzunlikdagi tolali liniyalar bilan kompensatsiyalanadi. Ushbu bo'lim materialini umumlashtirgan holda shuni ta'kidlash mumkinki, bir tomonidan, nochiziqli effektlar optik tolali

axborot uzatish tizimlarida salbiy rol o‘ynashi mumkin, boshqa tomondan, ular aniq texnik muammolarni hal qilishda foydali bo‘lishi mumkin (masalan, optik impulslarni uzatishning soliton rejimini ta‘minlovchi MKS lazerlari va MMBS kuchaytirgichlarini yaratish va boshqalar).

### **3.6. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar**

Masala 1. Bir o‘lchovli holatda dipol momentini aniqlang. Monoxromatik maydon tomonidan induksiya qilingan angarmonik ossillyator (elektron):  $E(t) = A \cdot \cos \omega t$ . Singdiruvchanlikni  $\chi$  hisoblang o‘rta, agar ossillyatorlarning konsentratsiyasi bo‘lsa  $N_0$ . Buni qabul qiling zaif angarmoniklik ( $\beta x \ll \omega_0^2$ ) faqat mavjudligi bilan bog‘liq  $\omega_0^2$  tiklovchi kuch ifodasidagi kvadratik atama:

$$F(x) = m_e(-\omega_0^2 x + \beta x^2).$$

Tebranishlarning yutilishini hisobga olmang.

#### ***Yechim***

Masalada qabul qilingan o‘zaro ta’sir modelini hisobga olgan holda ossillyatorning tebranish harakati dinamikasi tenglamasi quyidagi shaklga ega:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \left(\frac{e}{m_e}\right) A \cos \omega t + \beta x^2.$$

Bu doimiy koeffitsiyentli ikkinchi tartibli nochiziqli bir xil bo‘lmagan differensial tenglama. Yechimni ketma-ket yaqinlashish usuli bilan topish va yig‘indi sifatida taqdim etish mumkin  $x_1(t)$  - majburiy tebranishlarning chiziqli tenglamasining yechimlari

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = \left(\frac{e}{m_e}\right) A \cos \omega t$$

va  $x_2(t)$  - nochiziqli tenglamaning maxsus yechimi qo'llaniladigan metodologiyaga muvofiq biz quyidagilarni topamiz:

$$p = -ex = \frac{(e^2 A/m_e)}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos \omega t + \frac{\beta}{2} \frac{(eA/m_e)^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)} \left[ \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2\omega t}{\omega_0^2 - (2\omega)^2} \right].$$

Formula  $\delta = 0$  shartida formuladan olinadi.

Biz muhitning qutblanishini topamiz:  $P = N_0 p$ , va boshqa tomondan, bizda:

$$\begin{aligned} P &= \varepsilon_0 \cdot [\chi^{(1)} A \cos \omega t + \chi^{(2)} A^2 \cos^2 \omega t] \\ &= \varepsilon_0 \cdot [\chi^{(1)} A \cos \omega t + \chi^{(2)} A^2 (1 + \cos 2\omega t)/2] \end{aligned}$$

bu yerda formulada yuqoriroq tartiblar mavjud emasligi hisobga olinadi. Demak, muhitning sezgirligi ch chiziqli  $\chi^{(1)}$  va kvadratik  $\chi^{(2)}$  komponentlarni o'z ichiga olganligini aniqlaymiz, ular uchun quyidagi hisoblash formulalarini topamiz:

$$\begin{aligned} \chi^{(1)} &= \frac{N_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e} \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2)}, \\ \chi^{(2)} &= \frac{\beta N_0 e^2}{\varepsilon_0 m_e^2} \frac{\left[ \frac{1}{\omega_0^2} + \frac{\cos 2\omega t}{\omega_0^2 - (2\omega)^2} \right]}{(\omega_0^2 - \omega^2) \cdot (1 + \cos 2\omega t)}. \end{aligned}$$

Vazifa 2. Uzunligi bo'lgan optik tolada intensiv tekislikdagi yorug'lik to'lqinining optik yo'li uzunligini aniqlang  $L = 1$  m kалий digidrofosfatdan, ma'lum to'lqin uzunligi uchun yutilish koeffitsiyenti  $\mu = 0,05 \text{ sm}^{-1}$  doimiy bo'lgan zaif nochiziqli kristalli material va sindirish ko'rsatkichi  $n_0 = 1.49$  va sindirish ko'rsatkichi  $n_2 = 3,5 \cdot 10^{-16} \text{ sm}^2/\text{Vt}$ . Sindirish ko'rsatkichini kengaytirishda ikkinchi va undan yuqori tartiblarning shartlari  $n = n(I)$  e'tibordan chetda qolish. Dastlabki intensivlik  $I_0 = 10^{15} \text{ Vt/sm}^2$ .

### ***Yechim***

Shartga muvofiq, biz sindirish ko'rsatkichi uchun ifodadan foydalanamiz:  $n(I) = n_0 + n_2 I$ , shuningdek, Buger qonunidan foydalaning  $I(x) = I_0 \cdot \exp(-\mu x)$ . Optik yo'li uzunligini toping:

$$\begin{aligned}
L_{\text{опт}} &= \int_0^L n[I(x)]dx = \int_0^L (n_0 + n_2 I_0 \cdot \exp(-\mu x))dx \\
&= n_0 L + + \frac{n_2 I_0}{\mu} [1 - \exp(-\mu L)]
\end{aligned}$$

Raqamli qiymatlarni almashtirib, biz quyidagilarni olamiz:  $L_{\text{опт}} = 1,56$  м.

Masala 3. Optik kristallning sindirish ko'rsatkichining nurlanish to'lqin uzunligiga bog'liqligi ma'lum deb faraz qiling.  $n = n(\lambda)$ , nurlanish to'lqin uzunligiga bog'liq bo'lgan kristalldagi yorug'lik to'lqinlarining  $v_{gr}$  guruh tezligini topish formulasini oling.

### ***Yechim***

Yorug'lik to'lqinining  $v_\phi$  faza tezligiga bog'liqlikdan:

$$v_\phi = \frac{c}{n(\omega)} = \frac{\omega}{k},$$

bu yerda  $\omega$  - siklik chastota,  $k$  - to'lqin raqami, biz olamiz:

$$dk = \frac{1}{c} \left[ n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega} \right] d\omega.$$

Ta'rifga ko'ra, guruh tezligi quyidagilarga teng:

$$v_{\text{рп}} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega}}.$$

$\lambda = \frac{2\pi c}{\omega n}$  va  $\frac{dn}{d\omega} = \frac{dn}{d\lambda} \cdot \frac{d\lambda}{d\omega}$  nisbatlardan foydalanib, biz nihoyat topamiz:

$$v_{\text{рп}}(\lambda) = \frac{c}{n(\lambda) - \lambda \frac{dn}{d\lambda}}.$$

Masala 4. Optik tolali chiziq bo'ylab tarqaladigan super-Gauss optik impulsi intensivlikka bog'liqlik bilan tavsiflanadi:

$$I(T) = I_0 \cdot \exp \left[ - \left( \frac{T}{\tau} \right)^{2m} \right],$$

bu yerda  $m$  - o‘lchamsiz parametr;  $T$  - impuls bilan harakatlanuvchi sanoq doirasidagi vaqt;  $\tau$  - pulsning yarmi kengligi. Impulsning qaysi nuqtasida (ya’ni  $\tau$  ning belgilangan qiymati uchun  $\frac{T}{\tau}$  nisbatning qaysi qiymatida) o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiyadan kelib chiqadigan maksimal chastota siljishi sodir bo‘lishini aniqlang. Hisoblash uchun quyidagilarni oling: 1)  $m = 1$ ; 2)  $m = 3$ ; 3)  $m = 5$ .

### ***Yechim***

O‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya tufayli optik tolalar orqali tarqalish paytida yorug‘lik impulsi bilan qo‘sishma faza almashinuvi

$$\Delta\varphi(T) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot L \cdot n_2 \cdot I(T),$$

bu yerda  $\lambda$  - nurlanish to‘lqin uzunligi;  $L$  - toladagi pulsning bosib o‘tgan masofasi;  $n_2$  - bu tolaning sindirish ko‘rsatkichi.

Chastota siljishi  $\delta\omega = -\frac{d}{dT}\Delta\varphi$  bo‘lgani uchun (4.4) formulasini hisobga olgan holda, biz quyidagilarni topamiz:

$$\delta\omega(T) = \delta\omega_0 \left(\frac{T}{\tau}\right)^{2m-1} \cdot \exp\left[-\left(\frac{T}{\tau}\right)^{2m}\right],$$

bu yerda  $\delta\omega_0 = \frac{4\pi n_2 L I_0}{\lambda \tau}$ . Maksimal funksiya (4.5) uchun zaruriy shart:

$$\frac{d}{dT}\delta\omega = 0.$$

Hosilni hisoblab, uni nolga tenglashtirib, tenglik bajarilganda  $\delta\omega = \delta\omega_{max}$  hosil bo‘ladi:

$$\frac{T}{\tau} = \sqrt[2m]{\frac{2m-1}{2m}}.$$

$m = 1$  da maksimal chastota siljishi  $T \approx 0,71\tau$  nuqtada sodir bo‘ladi;  $m = 3$  da  $T \approx 0,97\tau$  nuqtada;  $m = 5$  da  $T \approx 0,99\tau$  nuqtada.

### **Mustahkamlash uchun savollari**

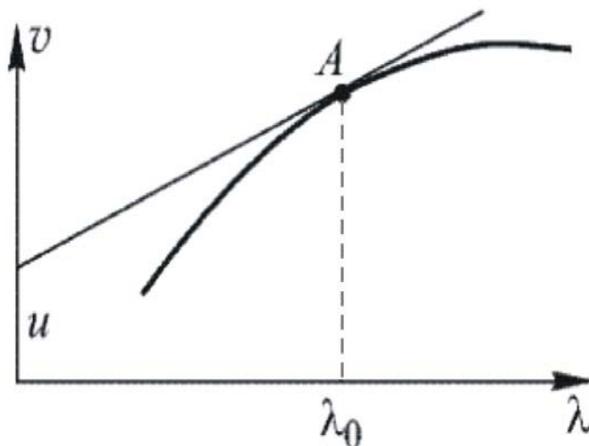
1. Nochiziqli muhitning kvadratik singdiruvchanligi  $\chi_{ijk}^{(2)}$  umumiy holatda tenzor miqdori ekanligini hisobga olib, simmetriya xossasidan

so'nggi ikki indeksning almashinishiga nisbatan foydalanib:  $\chi_{ijk}^{(2)} = \chi_{ikj}^{(2)}$  mustaqil tenzor  $\chi_{ijk}^{(2)}$  komponentlarining mumkin bo'lgan maksimal sonini aniqlang. Ko'pgina optik kristallar uchun bu raqam nima uchun ancha past ekanligini tushuntiring.

2. Söndürülmüş chiziqli ossillyator modeli asosida siklik chastotasi  $\omega$  bo'lgan tekis monoxromatik yorug'lik to'lqini ta'sirida bo'lgan muhitning kompleks kirituvchanligi  $\varepsilon = \varepsilon(\omega)$  ifodasini toping.

3. Chastotasi  $v = 5 \cdot 10^{14}$  Hz va intensivlikka ega bo'lgan intensiv monoxromatik yorug'lik to'lqinining magnit va elektr komponentlaridan optik elektronga ta'sir qiluvchi  $\frac{F_H}{F_E}$  kuchlarning nisbatini hisoblang.  $I = 10^{14}$   $\text{Vt/m}^2$ . Muhitning dielektrik va magnit o'tkazuvchanliklari mos ravishda  $\varepsilon = 2$  va  $\mu = 1$  ga teng.

4. A Nuqtadagi urinma tangens ekanligini ko'rsating abscissa  $\lambda_0$  bilan egri chiziqqa  $v = v(\lambda)$ , bu yerda  $v$  - yorug'lik to'lqinining faza tezligi,  $\lambda$  - to'lqin uzunligi, ordinat o'qida to'lqinning guruh tezligiga teng bo'lgan segmentni kesadi  $\lambda = \lambda_0$  ( rasm).



5. Sindirish ko'rsatkichining kengayishiga chiziqli va nochiziqli qismlarning hissasini tavsiflovchi ifodalarni oling.

$$n(I) = n_0 + n_2 I + n_4 I^2$$

$L_{\text{опт}}$  uzunligi bilan kuchsiz nochiziqli optik tolada tarqaladigan tekislik intensiv yorug'lik to'lqinining optik yo'li uzunligiga  $L$  yutilish koeffitsiyenti  $\mu = \text{const}$  bilan. Dastlabki to'lqin intensivligi  $I_0$ .

6. (29-bet) 5-rasmida to'lqin mos kelmasligi ( $\Delta\kappa \neq 0$ ) mavjud bo'lgan masofa bilan ikkinchi garmonika intensivligining o'zgarishi

grafigini ko'rsatadi. Analitik jihatdan bu qaramlikni quyidagi formula bilan ifodalash mumkin:

$$I_2(z) = \frac{A}{(\Delta\kappa)^2} \cdot \sin^2 \frac{\Delta\kappa \cdot z}{2},$$

bu yerda  $A$  - bog'liq bo'lmanan ba'zi bir omil  $z$  na  $\Delta\kappa$  dan. Ushbu grafikni to'lqin sinxronizmi ( $\Delta\kappa=0$ ) mavjudligida tuzing. Chizilgan grafik uchun fizik tushuntirish bering.

7. Dispersiyasi nol va pog'onali sindirish ko'rsatkichi bo'lgan tolada bir vaqtning o'zida tarqalishi mumkin bo'lgan rejimlarning nazariy jihatdan mumkin bo'lgan maksimal sonini aniqlang. Hisoblash uchun quyidagi dastlabki ma'lumotlarni oling:

- nurlanish to'lqin uzunligi  $\lambda = 1,3$  mkm;
- markaziy yadro va qobiqning sindirish ko'rsatkichlari o'rta sidagi nisbiy farq  $\Delta = 3\%$ ;
- markaziy yadro materiali kvars shishasi (sindirish ko'rsatkichi 1,47);
- markaziy yadro radiusi  $a = 15$  mkm.

8. Dispersiya munosabati quyidagi Teylor qator kengayishi ko'rinishiga ega bo'lsin:

$$\omega(k) = \omega_0 + \left(\frac{d\omega}{dk}\right)_0 (k - k_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2\omega}{dk^2}\right)_0 (k - k_0)^2 + \dots,$$

va optik tolaning sindirish ko'rsatkichining nurlanish to'lqin uzunligiga bog'liqligi ma'lum :  $n = n(\lambda)$ . Nimani ko'rsating:

- (4.6) kengayishdagi koeffitsiyent  $\left(\frac{d^2\omega}{dk^2}\right)_0$  guruh tezligi  $v_{rp}$  dispersiyasiga mutanosib;
- $\frac{dv_{rp}}{d\lambda} = v_{rp}^2 \frac{\lambda}{c} \cdot \frac{d^2n}{d\lambda^2}$  nisbat sodir bo'ladi.

9. Samarali maydoni  $50$  mkm $^2$  va dispersiya koeffitsiyenti  $\beta_2 = -20$  ps $^2$ /km bo'lgan optik tolali chiziqda fundamental solitonlar (birinchi tartibli solitonlar) hosil bo'lishi uchun zarur bo'lgan eng yuqori quvvatning minimal qiymatini hisoblang. To'lqin uzunligi  $\lambda = 1,55$  mkm. Dastlabki impuls uzunligi 2 ps sifatida qabul qilinadi. Sindirish ko'rsatkichi  $3,2 \cdot 10^{-20}$  m $^2$ /Vt.

10. MKS kuchaytirilishi va dispersiyasi siljishi bilan Soliton aloqa liniyalari nafaqat liniyada o‘z-o‘zidan paydo bo‘ladigan shovqinlarning mavjudligi bilan bog‘liq cheklovga bog‘liq:

$$B \cdot L_T \leq 3 \cdot 10^4 \frac{\Gamma_{\text{биг}}}{c} \cdot \text{km},$$

Bu yerda  $B$ - axborot uzatish tezligi;  $L_T$  - chiziqning umumiyligi, lekin ayni paytda solitonlar orasidagi minimal ruxsat etilgan o‘zaro ta’sir tufayli cheklovdir:

$$B^2 \cdot L \leq 10^4 \left( \frac{\Gamma_{\text{биг}}}{c} \right)^2 \cdot \text{km},$$

bu yerda  $L = L_T / (N + 1)$  - kuchaytirish bosqichlari orasidagi masofa,  $N$  ularning chiziqdagi soni.

Qiymatni absissa o‘qi bo‘ylab qo‘yish  $L_T$  km da, ordinatada esa – qiymat  $B$  Gbit/s da cheklovlar (4.7) va (4.8) bilan belgilangan maydonlarni grafik ko‘rsating. Qiymatni hisoblang  $B^*$ , bunda chiziqdagi minimal ruxsat etilgan o‘z-o‘zidan shovqinning ta’siri va solitonlar orasidagi minimal ruxsat etilgan o‘zaro ta’sirning ta’siri bir xil bo‘ladi. Hisob-kitoblar uchun qabul qiling  $L_T = 2000$  km,  $N = 45$ .

## **4-BOB. NURLANISHNING O‘Z-O‘ZIGA TA’SIRI**

Nochiziqli optik effektlarning muhim sinflaridan biri yorug‘lik to‘lqini maydoni tomonidan induksiya qilingan nochiziqli qutblanish natijasida muhitning sindirish ko‘rsatkichining o‘zgarishi bilan bog‘liq o‘z-o‘ziga ta’sirlardir. Nurning o‘z-o‘ziga ta’siri to‘lqinlar - nochiziqli singdiruvchanlikning haqiqiy komponenti  $Re \chi^{(m)}$  tomonidan yuzaga keladigan va yorug‘lik to‘lqinining dastlabki tushayotgan to‘lqin chastotada qaytadan nurlanishiga olib keladigan jarayondir.

Yorug‘lik to‘lqinlarining o‘z-o‘zidan ta’siri jarayonlari quyidagilarni o‘z ichiga oladi:

- o‘z-o‘zini fokuslash (yorug‘lik dastaning torayishi);
- o‘z-o‘zini defokuslash (yorug‘lik dastaning kengayishi)

### **4.1. O‘z-o‘ziga ta’sir fizikasi. Muhitning nochiziqli sindirish ko‘rsatkichi**

O‘z-o‘ziga ta’sir qilish effektlari ko‘p muhitlarda yuqori quvvatli lazer nurlanishining, shu jumladan, lazerlarning faol muhitida o‘zini tutushini (o‘zgarishini) bildiradi. Xususan, o‘z-o‘zini fokuslash paytida yorug‘lik maydonining intensivligining birdan tez katta miqdorga oshishi ko‘p hollarda muhitning optik teshilishiga (yemirilishiga) olib keladi.

Silikat oynasida nochiziqli ikkinchi darajali effektlar mavjud bo‘lmaganligi sababli, optik tolalardagi (nurtolalar) o‘z-o‘zidan ta’sirlar kubik singdiruvchanlik  $\chi^{(3)}$  ning mavjudligi natijasida yuzaga keladi. Nochiziqli muhitning sindirish ko‘rsatkichi uchun mos keladigan ifoda angarmonik ossillyator modeli doirasida olingan formuladan kelib chiqadi va quyidagi ko‘rinishda bo‘ladi:

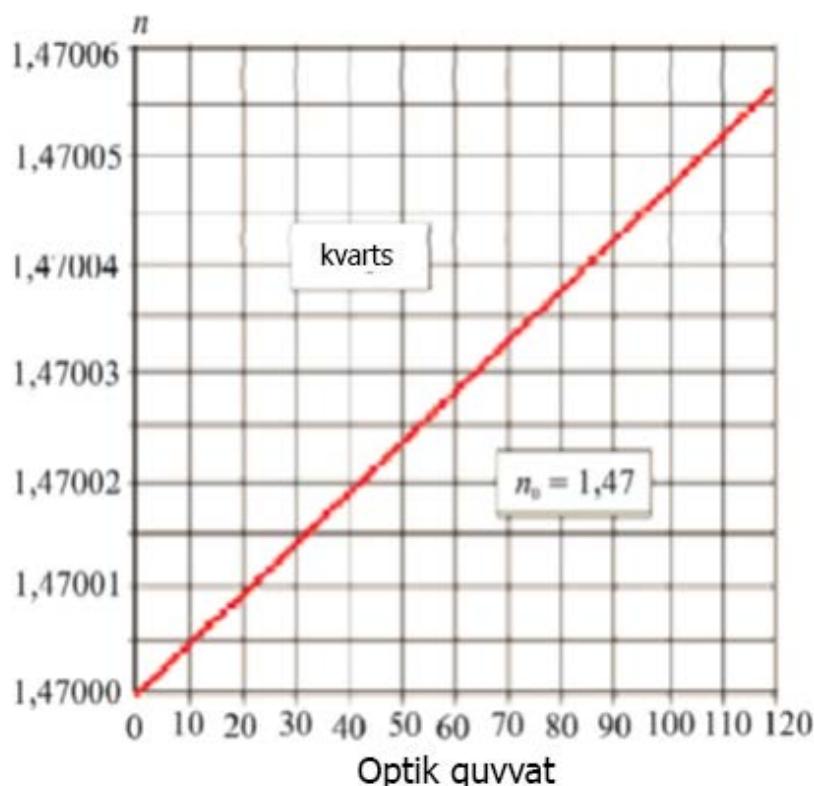
$$n(\omega, E) = n(\omega) + n_{noch} E^2, \quad (4.1)$$

bu yerda  $n(\omega)$ ,  $n_{noch}$  - mos ravishda muhitning sindirish ko‘rsatkichining chiziqli va nochiziqli qismlari,  $E$  - nurtola ichidagi yorug‘lik maydonining kuchlanganligi.  $n(\omega)$  Sellmeyer formulasi bilan aniqlanadi.

Formula (4.1) nurlanishning sindirish ko'rsatkichi va yorug'likning quvvati o'rtasidagi chiziqli munosabatga olib keladi. Kvars oynasiga mos keladigan shunday bog'liqlik 4.1-rasmda ko'rsatilgan.

Umumiy holda,  $n_{noch}$  miqdor murakkab funksiya bo'lib, uning qiymati muhitning o'ziga xos nochiziqli mexanizmi bilan belgilanadi. Eng oddiy holatda, sindirish ko'rsatkichining nochiziqli qismini yorug'lik maydonining intensivligi bo'yicha qatorga yoyish mumkin:

$$n_{noch} E^2 = n_2 I + n_4 I + \dots \quad (4.2)$$



4.1 - rasm. Kvarsning sindirish ko'rsatkichining uzatiladigan signalning optik quvvatiga bog'liqligi.

Ko'pgina tajribalarda o'z-o'ziga ta'sir (4.2) qatorning qo'shiluvchilarining eng past tartibli hadi bilan belgilanadi; ammo ma'lum sharoitlarda, yuqori tartibli hadlar ham muhim rol o'ynaydi, masalan, ayniqsa, rezonanslar yaqinida.

O'lchamli parametr  $n_2$  sindirish ko'rsatkichi deyiladi. U kubik singdiruvchanlik  $\chi^{(3)}$  bilan quyidagicha bog'liq:

$$n_2 = \frac{\alpha}{n} \cdot \chi_{xxxx}^{(3)},$$

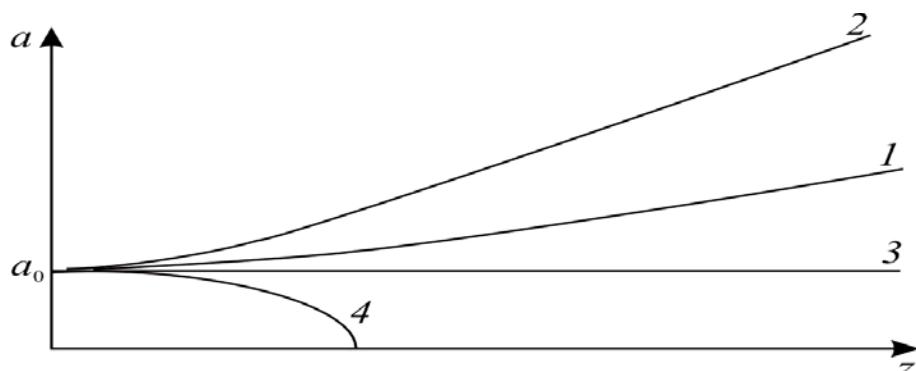
bu yerda  $\alpha$  - o'chovli koeffitsiyent,  $\chi_{xxxx}^{(3)}$  sindirish ko'rsatkichiga hissa qo'shadigan to'rtinchi rangli singdiruvchanlik tenzorining komponenti. Yorug'lik maydoni chiziqli qutblangan deb hisoblanadi.

Yorug'lik nurining evolyutsiyasi xarakteri  $n_2$  sindirish ko'rsatkichining ishorasiga bog'liq (4.2-rasm). Shaffof muhitda  $n_2 > 0$  va  $n_2 < 0$  esa yutilishga ega bo'lgan muhitda ko'proq bajariladi. Chiziqli muhitda differeksiya ta'sirida nuring ko'ndalang kesim yuzasi ortib boradi (4.2-rasm, 1-egri chiziq). Muhitda  $n_2 > 0$  bo'lsa, maydon amplitudasi katta bo'lgan mintaqqa optik jihatdan zichroq bo'ladi va yorug'lik nurlari aynan shu mintaqada to'planadi. Gauss profiliga ega yorug'lik nuri amplitudasi quyidagicha aniqlanadi:

$$\bar{E}(r) = \bar{E}_0 \cdot \exp\left(-\frac{r^2}{a^2}\right) \quad (4.3)$$

bunday muhitda o'z-o'zidan fokuslanish sodir bo'ladi: dastaning chetidagi nurlar nur o'qiga buriladi va nochiziqli fokusda birlashadi (4.2-rasm, 4-egri chiziq).

O'z-o'zini fokuslash (yig'ish) – bu tushayotgan (diametr bo'yicha cheklangan) yorug'lik nurining dastasining o'z-o'zidan musbat sindirish ko'rsatkichiga ega bo'lgan kubik nochiziqli muhitda o'z-o'zidan siqilish (kichrayish), bu ko'ndalang kesimda nurlanish quvvati zichligining oshishi va bunday muhitda ip ko'rinishidagi to'lqin kanallarning shakllanishiga olib keladi.



4.2-rasm. Yorug'lik dastasining diametrini tarqalayongan masofa Z bo'yicha o'zgarishi: chiziqli (1) va nochiziqli (2-4) muhitlar uchun.

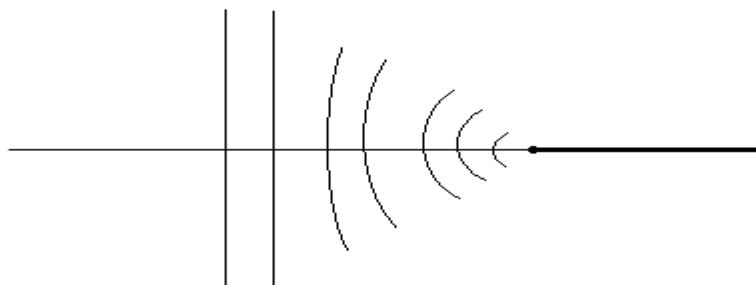
Diafragma bilan chegaralangan yorug'lik nurlarida nurlanish quvvatining nurlanish ko'ndalang kesimi bo'yicha taqsimlanishi taxminan Gauss funksiyasiga (4.3) to'g'ri keladi, maksimal quvvat dastaning markazida bo'ladi. Quvvat chegaraviy qiymatidan oshib ketganda, (4.1)ga muvofiq nuring markazidagi nochiziqli muhitning sindirish ko'rsatkichi ortadi va nuring chetiga qarab tekis kamayadi. Natijada optik muhit musbat gradientli (nochiziqli) linzaga o'xshaydi va yorug'lik to'lqinining dastlabki yassi to'lqin frontini yaqinlashuvchiga aylantiradi (4.3--rasm).

O'z-o'zini fokuslash bilan nuring kengligini o'zgarishi quyidagi formula bilan tavsiflanadi:

$$a(z) = a_0 \sqrt{\left(1 - \frac{z}{R}\right)^2 + \left(1 - \frac{w}{w_{kr}}\right) \frac{z^2}{l_\Delta^2}}, \quad (4.4)$$

bu yerda  $R$  - sferik to'lqin frontining egrilik radiusi,  $l_\Delta = \pi a_0^2 / \lambda$  - nur dastasining differeksiya uzunligi,  $a_0$  – dastaning muhitga kirishdagi kengligi.

Kam quvvatli nurlanishda differeksion sochilish  $\left(\frac{dw}{dt} \ll \frac{dw}{dt_{kr}}\right)$  qisman kompensatsiyalanadi. Yorug'lik nurining quvvati ortishi bilan uning differeksiya tufayli sochilishi kamayadi. Agar nuring quvvati kritik o'z-o'zini fokuslash quvvatiga teng bo'lsa  $\left(\frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dt_{kr}}\right)$ , u holda differeksiya to'liq kompensatsiyalanadi va  $R = \infty$ ; bu holda, (4.4) dan ko'rinish turibdiki, nuring ko'ndalang radiusi masofaga qarab o'zgarmaydi: nuring filamentli to'lqinli yo'nalishi paydo bo'ladi, bu o'z-o'zidan kanalizatsiya deb ataladi (4.2-rasm, 3- egri chiziq).



4.3-rasm. Yorug'lik dastasining profilining o'z-o'zini fokuslashidagi o'zgarishi.

Nihoyat, yuqori quvvatli nur dastasi  $\left(\frac{dW}{dt} \ll \frac{dW}{dt_{kr}}\right)$  o‘z-o‘zidan fokuslandi (4.2-rasm, 4-egri chiziq). Muhitga kirish nuqtasidan yorug‘lik nurining birlashadigan nuqtasigacha bo‘lgan masofa o‘z-o‘zini fokuslashning samarali uzunligi deb ataladi ( $l_{sam}$ ).  $l_{sam}$  miqdori nur intensivligining kvadrat ildiziga teskari proporsionaldir:  $l_{sam} \sim I^{-1/2}$ , shuningdek, nur diametri va muhitning optik xususiyatlariga bog‘liq.

O‘z-o‘zidan kanalizatsiya sodir bo‘lgan kritik quvvat  $W_{kr}$  yorug‘lik maydon kuchlanganligi vektori amplitudasining chegara qiymatini quyidagicha ifodalashi mumkin:

$$E_{min} = \frac{\lambda}{a_0 \sqrt{2n_0 n_{nch}}} . \quad (4.5)$$

Nochiziqli effekt bo‘lgan o‘z-o‘zini fokuslash chiziqli holatdan farqli o‘laroq, nurning siqilishi “ko‘chkiga” (birdaniga tik ravishda ortib ketadi) o‘xshash xususiyatga ega: nochiziqli fokusga yaqinlashganda, nurlar tobora ko‘proq egilib, nur o‘qiga burchak ostida kirib boradi va 90 gradusga yaqin bo‘ladi. Yorug‘lik nurining ma’lum bir hududida intensivlikning ozgina oshishi ham ushbu sohada yorug‘lik oqimining konsentratsiyasiga olib keladi, bu esa intensivlikni qo‘srimcha ravishda oshiradi va nochiziqli sindirish jarayoni kuchayadi. Bunday holda, yorug‘lik maydonining intensivligi cheksiz ravishda oshadi (to‘lqin maydonining “qulashi” deb ataladi).

Tarqatish kanalidagi nurlanish quvvatining juda yuqori zichligi tufayli o‘z-o‘zini yo‘naltirish fenomeni ko‘pincha qaytmas hodisalarga olib keladi: muhitning optik teshilishi yoki yorug‘likning kuchli yutilishi yoki strukturaviy nuqsonlar va iflosliklarga sochilishi.

Shunday qilib, o‘z-o‘zini yo‘naltirish effektining fizikaviy sabablari kuchli yorug‘lik maydonida muhitning sindirish ko‘rsatkichining o‘zgarishi. Nur zonasidagi muhit optik jihatdan bir jinsli bo‘lmay qoladi; muhitning sindirish ko‘rsatkichi bu holda yorug‘lik to‘lqinining intensivligini taqsimlanishi bilan aniqlanadi. Bu nochiziqli sindirishga olib keladi, ya’ni tushayotgan nurning periferik nurlari o‘z o‘qiga qarab, optik zichligi yuqori bo‘lgan zonaga buriladi. Nochiziqli sindirishi differeksion sochilish bilan raqobatlasha boshlaydi. Ushbu jarayonlarning o‘zaro kompensatsiyasi bilan o‘z-o‘zini kanalizatsiyalash

sodir bo‘ladi, bu kritik nurlanish quvvatidan oshib ketadigan quvvat qiymatlarida o‘z-o‘zini yo‘naltirishga aylanadi.

$n_2 < 0$  holatda optik muhit manfiy (sochuvchi) linza rolini o‘ynaydi va yorug‘lik nuri defokuslanadi (4.2-rasm, 2-egri chiziq).

Lazer nurlanishi nochiziqli muhitda o‘z-o‘zini fokuslashni namoyon qilish uchun zarur bo‘lgan kritik quvvatga ega bo‘lishi zarur va u esa nurlanishning to‘lqin λ uzunligiga va moddaning nochiziqli sindirish ko‘rsatkichiga  $n_{nch}$  bog‘liq ravishda (4.5) ifodaga asosan o‘zgaradi. Endi yana bir o‘z-o‘ziga ta’sir etuvchi nochiziqli jarayonni o‘rganamiz.

## 4.2. Fazaviy o‘z-o‘zidan modulyatsiyalanish. Spektrning kengayishi

O‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya (O‘FM) sindirish ko‘rsatkichining nurlanish intensivligiga bog‘liqligidan kelib chiqadigan va optik tolada sochilishda yorug‘lik impulsini oladigan o‘z-o‘zidan induksiyalangan faza kirib kelishining ko‘rinishidan iborat bo‘lgan nochiziqli effekt. Bu o‘z-o‘zini yo‘naltirishning analogidir, ammo u vaqt o‘tishi bilan rivojlanadi. Bu birinchi marta ko‘zoynak va boshqa qattiq jiismlarda sochiladigan optik impulsarning nostatsionar o‘z-o‘zini ta’sirini o‘rganish bilan bog‘liq holda kuzatilgan.

O‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya tushayotgan optik impulsarning simmetrik spektral kengayishiga olib keladigan effekt hisoblanadi.

(4.2) formulaga muvofiq, yorug‘lik sochiladigan nochiziqli muhitda  $\Delta n$  sindirish ko‘rsatkichining o‘zgarishi sodir bo‘ladi va u  $n$  intensivligiga mutanosib  $I$  (toladan o‘tadigan yorug‘lik amplitudasining kvadrati) yoki umumiyoq holda, muhitdagi yorug‘lik maydonlarining elektr komponentlarining amplitudaning kvadratiga mutanosib  $E_m^2$ ). Agar biz eng oddiy hol cheklasak, ya’ni (4.3) qatordagi birinchi had  $\Delta n$  miqdor bo‘ladi va u sindirish ko‘rsatkichiga proporsional:

$$\Delta n = n_2 \cdot I. \quad (4.6)$$

Masalan, kvars shishasi uchun  $n_2 \approx 3,2 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2 / \text{Vt}$  ga teng.

Sindirish ko'rsatkichining o'zgarishi natijasida  $L$  uzunlikdagi tola bo'yab tarqalayotgan optik signal quyidagi qiymat bo'yicha qo'shimcha fazasi siljishiga (fazaga kirish) olib keladi:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} L \Delta n . \quad (4.7)$$

Tolada yorug'lik impulsi tarqalsin, uning intensivligi quyidagi  $I(T)$  kattalik bilan tavsiflanadi, bu yerda  $T$  - impuls bilan harakatlanuvchi koordinata tizimidagi vaqt. Hisob boshi ( $T = 0$ ) impulsning markazi (maksimal) bilan mos keladigan tarzda tanlanadi. O'z-o'zidan fazali modulyatsiya effekti amalda noinersialdir, ya'ni sindirish ko'rsatkichining o'zgarishi  $\Delta n(T)$  va qo'shimcha fazasi siljishning  $\Delta\varphi(T)$  paydo bo'lishi  $I(T)$  o'zgarishlarga aniq amal qilidi. (4.6) va (4.7) ni solishtirsak, impuls tola bo'yab tarqalganda, bu impulsning turli qismlari quyidagi formulaga muvofiq qo'shimcha fazasi siljishiga ega bo'lishini aniqlaymiz:

$$\Delta\varphi(T) = \frac{2\pi}{\lambda} L \cdot n_2 \cdot I(T) . \quad (4.8)$$

Shunday qilib, o'z-o'zidan fazali modulyatsiya intensivlikka bog'liq bo'lган fazaning siljishiga olib keladi, impuls shakli esa o'zgarishsiz qoladi.

Biroq agar qo'shimcha fazaning siljishi vaqtga bog'liq bo'lsa, demak, bu chastota yorug'lik to'lqinining fazasidan vaqt bo'yicha olingan hosilasi bo'lganligi sababli, qo'shimcha chastota siljishi  $\delta\omega$  ham borligini anglatadi. Spektrning kengayishi sodir bo'ladi, chunki vaqt o'tishi bilan impuls fazasining o'zgarishi impuls bo'yab harakatlanayotganda oniy lahzali optik chastotaning asosiy tashuvchi chastotasiga  $\omega_0$  nisbatan siljishini anglatadi.

Masalan, Gauss taqsimotli optik impulsini ko'rib chiqamiz:

$$I(T) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{T^2}{\tau^2}\right) , \quad (4.9)$$

bu yerda  $\tau$  Intensivlik  $e$  marta kamayganda impulsning yarim kengligi. Bunday holda, qo'shimcha chastota o'zgarishi quyidagicha ifodalanadi:

$$\delta\omega = \delta\omega_0 \frac{T}{\tau} \exp\left(-\frac{T^2}{\tau^2}\right), \quad (4.10)$$

bu yerda  $\delta\omega_0 = \frac{4\pi n_2 L I_0}{\lambda \tau}$ .

(4.10) formuladan va 4.4-rasmdan ko‘rinib turibdiki, impulsning markaziy qismida chastotaning chiziqli o‘zgarishi (burilish) mavjud va impulsning bir chetida ( $T > 0$ ), chastota katta bo‘ladi, boshqa chetida ( $T < 0$ ) - dastlabki tashuvchi chastotasidan  $\omega_0$  kamroq bo‘ladi.

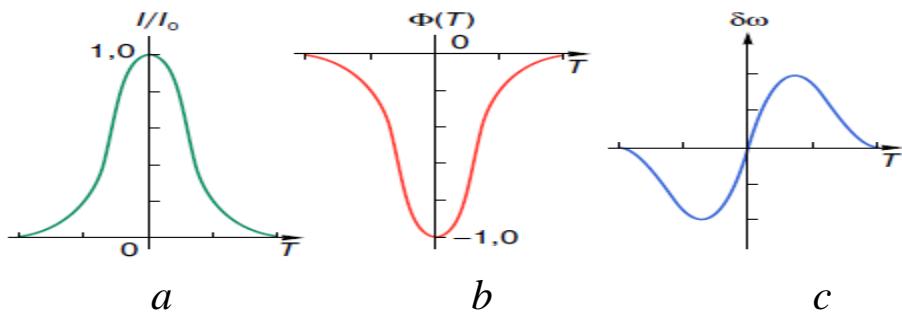
Vaqt o‘tishi bilan optik impuls chastotasining o‘zgarishini impulsning chastotali modulyatsiyasi deb hisoblash mumkin. Chastota modulyatsiyasi o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiyani keltirib chiqaradi (induksiya qiladi) va tolada optik impulslarning tarqalish uzunligi bo‘yicha ortib boradi.

Boshqacha qilib aytadigan bo‘lsak, yangi chastota komponentlarining paydo bo‘lishi impulsning tola bo‘ylab tarqalishi bilan uzlusiz sodir bo‘ladi, bu esa spektrning dastlabki kengligiga nisbatan kengayishiga olib keladi.

Spektral kengayish darajasi impulsning shakliga bog‘liq. Gauss impuls shakli (4.9) bilan solishtirganda umumiyroq taqsimot quyidagi formula bilan tavsiflanadi:

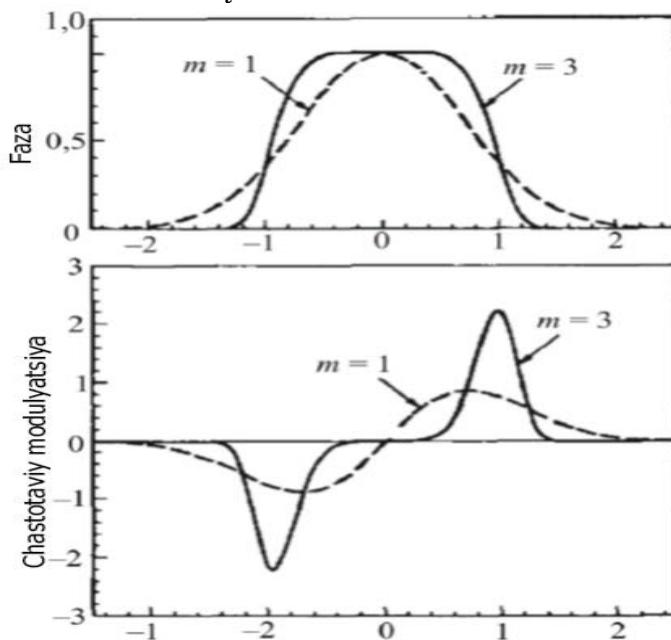
$$I(T) = I_0 \exp\left[-\left(\frac{T}{\tau}\right)^{2m}\right]. \quad (4.11)$$

Parametr  $m$  Gauss impulsi uchun 1 ga teng.  $m > 1$  (super-Gauss deb ataladi) bo‘lgan impulslar uchun, impuls shakli to‘rtburchaklar shakliga yaqinlashadi, bu esa oldingi va orqa qirralarning tikligini oshiradi.



4.4-rasm. Vaqt bo‘yicha bog‘liqliklar diagrammasi (nisbiy birliklarda) harakatlanuvchi koordinatalar tizimida: a - yorug‘lik intensivligi impulsda; b - fazali o‘zgarishlar; c – chastotaning o‘zgarishi.

4.4-rasmda nochiziqli faza va Gauss ( $m = 1$ ) va super-Gauss ( $m = 3$ ) impulslari uchun chastotani impuls bo‘ylab o‘zgarishlari ko‘rsatilgan. Absissa o‘qida o‘lchovsiz  $\frac{T}{\tau}$  kattalik ko‘rsatilgan.



4.5 - rasm. Optik impulslarning fazaviy va chastotaviy modulyatsiyasi Gauss (punktir chiziq) va super-Gauss uchun (qattiq chiziq) taqsimotlari uchun keltirilgan.

Fazaning siljib borishi vaqt o‘tishi bilan impuls intensivligining shakliga to‘liq mos keladi, chunki (4.8)ga muvofiq, bu miqdorlar bir-biriga proporsionaldir. Chastotaviy modulyatsiyaning (CHM) vaqt bo‘yicha o‘zgarishi impulsning oldingi frontida manfiy (qizil siljish deb ataladi) va orqa frontida (ko‘k siljish) ijobiyidir. Chastotali modulyatsiyasi Gauss impulsining katta markaziy qismida chiziqli va musbatdir. Super-Gauss impulsining xatti-harakati chastotali modulyatsiyasi faqat impulsning yon-bag‘irlarida paydo bo‘lishi va chiziqli qismga ega emasligi bilan farqlanadi, ya’ni u impuls shaklining tikligi ortishi bilan sezilarli darajada oshadi.

Shunday qilib, o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya fenomeni nurtola bo‘ylab tarqaladigan optik impulslarning spektral kengayishiga olib keladi, bu esa ma’lumotlarni nurtola orqali uzatish liniyalarining o‘tkazuvchanlik qobiliyatini keskin kamaytiradi.

Biroq dispersiya va nochiziqli effektlar o‘rtasidagi ma’lum nisbatda, bir tomondan, impulsning turli spektral komponentlari

masofaga qarab turli xil fazalar siljishlariga (o'zgarishlarga) ega bo'lsa, boshqa tomordan, spektral komponentlarning impuls davomiyligi bo'ylab qayta joylashishi sodir bo'ladi. Shunday nurtolani tanlash mumkinki, impuls fazasining dispersiya tufayli o'zgarishi impulsning o'z-o'zidan fazali modulyatsiya bilan to'liq kompensatsiyalanadi. Bunday holda, optik impulsni uning shaklini o'zgartirmasdan nurtola bo'ylab tarqatish imkoniyati hosil bo'ladi [19-21].

### **Fazaviy o'zaro modulyatsiya**

Bir vaqtning o'zida ikkita yorug'lik to'lqini (yoki bir nechta to'lqinlar) nur tola bo'ylab tarqalsa, u holda muhitning nochiziqliligi sababli ular bir-biri bilan o'zaro ta'sir qilishi mumkin. Fazali o'zaro modulyatsiya, o'z-o'zini modulyatsiya kabi, sindirish ko'rsatkichining nurlanish intensivligiga bog'liqligi tufayli yuzaga keladi va bu impuls bilan birga tarqaladigan boshqa impulsning optik maydoni tomonidan boshqa chastotada induksiya qilingan yorug'lik impulsining nochiziqli fazasi paydo bo'lishidan iborat. Ushbu ta'rifdan kelib chiqadiki, o'z-o'zidan fazali modulyatsiya va o'zaro kross (faoliyat) modulyatsiya ta'siri bir-biri bilan chambarchas bog'liq.

Oddiylik uchun faraz qilaylik, nurtola bo'ylab tarqaladigan qo'shni yorug'lik impulsi tomonidan induksiya qilingan  $\Delta E(\omega_1, \omega_2)$  maydon (uyg'otilgan maydon deb qarash mumkin) asosiy maydon  $E(\omega_1)$  dan zaifroq bo'lib, quyidagi shart bajarilsin:

$$\Delta E(\omega_1, \omega_2) \ll E(\omega_1), \quad (4.12)$$

bu yerda  $\omega_1, \omega_2$  - mos ravishda, ko'rib chiqilagan va qo'shni impulslar uchun tashuvchi chastotalar. Keyin agar biz sindirish ko'rsatkichining (4.2) nochiziqli qismini kengaytirishda yana birinchi had bilan cheklansak va (4.5) formuladan foydalansak, biz quyidagi munosabatga erishamiz:

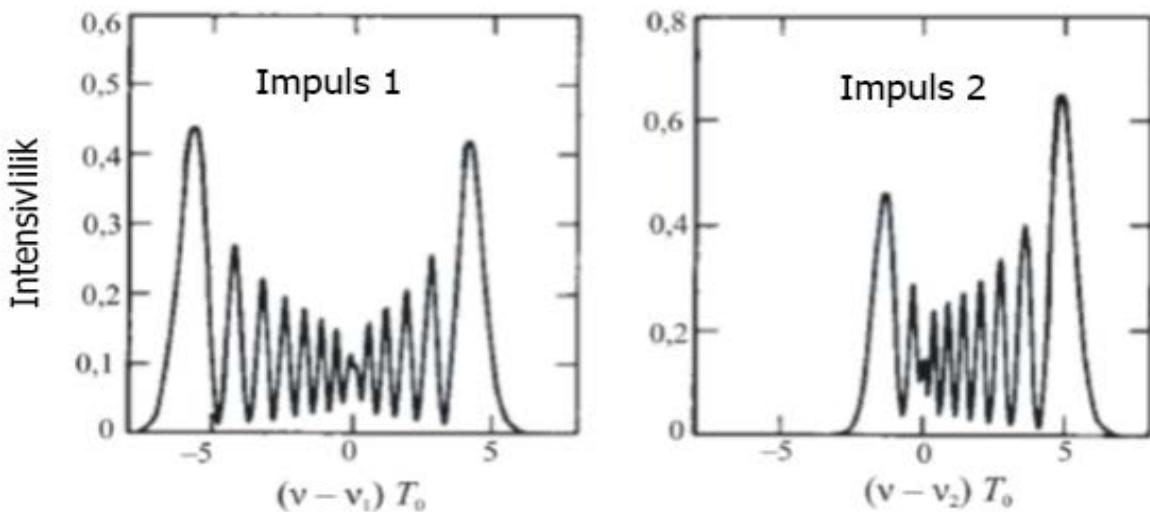
$$\Delta n(\omega_1, \omega_2) = n_2 [E(\omega_1) + \Delta E(\omega_1, \omega_2)]^2 \approx n_2 [E^2(\omega_1) + 2E(\omega_1)\Delta E(\omega_1, \omega_2)]$$

Ushbu munosabatda uyg‘otilgan maydon maydonning kichikligi (4.12) sharti (4.6 ) hisobga olingan holda, ko‘rib chiqilayotgan impuls uchun nochiziqli fazalar o‘zgarishi uchun qo‘shimcha formulaga olib keladi:

$$\Delta\varphi(\omega_1, \omega_2) = \frac{\omega_1}{c} L n_2 \cdot [E^2(\omega_1) + 2E(\omega_1) \cdot \Delta E(\omega_1, \omega_2)] . \quad (4.13)$$

Fazaning o‘zgarib borishi miqdori yorug‘lik intensivligiga bog‘liq. Ikkita to‘lqinining optik chastotalari har xil bo‘lsa, nochiziqli fazaning o‘zgarib borishi uchun ifodadagi hadlar soni (aynigan hol uchun  $\omega_1 = \omega_2$ ) holga nisbatan ikki baravar ko‘payadi. (3.16) ning o‘ng tomonidagi birinchi had o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya uchun javobgardir, ikkinchi had ikkinchi to‘lqin tomonidan bitta yorug‘lik to‘lqinining fazali modulyatsiyasi tufayli paydo bo‘ladi. Bu o‘zaro modulyatsiya uchun mas’ul bo‘lgan had hisoblanadi.

Shunday qilib, o‘zaro kross (faoliyat) fazali modulyatsiya har doim o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya bilan birga keladi va har qanday yorug‘lik to‘lqini uchun sindirish ko‘rsatkichi nafaqat bitta bu to‘lqinining intensivligi, balki boshqa to‘lqinlarning intensivligiga ham bog‘liq bo‘ladi. O‘zaro fazali modulyatsiya birgalikda tarqaladigan impulslerning assimetrik spektral kengayishiga olib keladi.



4.6 -rasm. Tola bo‘ylab birga sochilayotgan ikki impulsning optik spektrlari.

4.6-rasmida birgalikda tarqaladigan va fazalar o‘zaro bog‘liqligi tufayli assimetrik kengayishni boshdan kechirayotgan ikkita optik impulsning spektrlari ko‘rsatilgan. Absissa o‘qi bo‘ylab o‘lchovsiz chastota va

$$\Delta\nu_j \cdot \tau = \frac{1}{2\pi}(\omega - \omega_j)\tau, \quad j = 1, 2,$$

ordinata o‘qi bo‘ylab esa o‘lchovsiz nisbiy intensivlik ko‘rsatilgan.

Spektrning markaziy qismidagi ossilyatsiyali (tebranuvchi) struktura o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya natijasida yuzaga keladigan spektral kengayishning o‘ziga xos xususiyati hisoblanadi. Odatda, spektr ko‘plab cho‘qqilardan iborat bo‘lib, eng tashqi cho‘qqilarning intensivligi eng kattasi hisoblanadi. Tebranishlarning (ossilyatsiya) paydo bo‘lishi bir xil chastotali modulyatsiya  $T$  ning ikki xil qiymatda kuzatilishi bilan izohlanadi, ya’ni impulsning ikki xil nuqtasida bir xil oniy chastotaga ega (pastki 4.5-rasmga qarang) bo‘ladi. Sifat jihatdan, bu nuqtalar bir xil chastotali ikkita to‘lqin sifatida ifodalanishi mumkin, lekin fazalari turli bo‘lib, ular orasida interferensiya ro‘y beradi.

Impuls spektrining ko‘p tepalikli bo‘lishi ular orasida interferensiya ro‘y bo‘lishining natijasidir.

Spektrdagagi assimetriya ushbu  $\Delta\nu_j(-T) \neq \Delta\nu_j(T)$ ,  $j = 1, 2$ . natijasida hosil bo‘ladi.  $T > 0$  bo‘lsa, chastota siljishi 1-impulsning oldingi frontiga yaqinroq joyda kattaroq, 2-impuls uchun esa uning aksi bo‘ladi. 4.6-rasmida ko‘rsatilganidek, oldingi va keyingi to‘lqin frontlari mos ravishda uzunroq va kaltaroq to‘lqin uzunliklari sochilsa, 1-impulsnini spektri to‘lqin uzunligi katta siljigan 2-impulsning spektri fazaviy siljishi katta bo‘ladi, chunki o‘zaro fazali modulyatsiyaning hissasi yuqori quvvat tufayli kattaroqdir  $\frac{dW_1}{dt} > \frac{dW_2}{dt}$ . Agar  $\frac{dW_1}{dt} = \frac{dW_2}{dt}$  bajarilsa, ikkala impulsning spektrlari bir-birining ko‘zgudaqa tasvirda bo‘ladi.

Ko‘p kanalli optik aloqa tizimlarida (ma’lum otlarning chastota bo‘yicha zichlashishi bilan) ikkala nochiziqli effektlar ham o‘z-o‘zini modulyatsiya, ham o‘zaro modulyatsiya - har bir kanalda yorug‘lik to‘lqinining fazasini o‘zgartiradi, xususan, o‘zaro modulyatsiyaning hissasi esa taxminan  $2\sqrt{N - 1}$  marta kattaroq, bu yerda  $N$  - kanallar soni ( $N > 1$ ). Agar ma’lumotni uzatish uchun fazali modulyatsiya amalgaga

oshirilsa, u holda bunday aloqa tizimining ishlashiga o‘zaro modulyatsiyaning ta’siri  $N > 20$  bo‘lganda xavf tug‘diradi. Agar amplitudali modulyatsiya ishlatilsa, u holda aloqa tizimidagi jiddiy o‘zgarishlar  $N = 5$  da kuzatiladi.

### **4.3. Quvvatli elektromagnit nurlanishning nochiziqli muhitda tarqalishi. Kvazistatsionar o‘z-o‘zidan fokuslanishi**

1961-1963-yillarda lazerlar yaratilgandan keyin, SSR va AQShda nochiziqli optik tushayotganlar nazariyasida, xususan, yorug‘likning nochiziqli tarqalishi sohasida fundamental natijalarga erishildi, bunda sochiladigan komponent intensivligining to‘g‘ridan-to‘g‘ri proporsional bog‘liqligi tushayotgan nurlanishning intensivligiga bog‘liq. Optik tolali axborot uzatish tizimlarining rivojlanishi bilan yorug‘likning nochiziqli sochilishi bilan bog‘liq effektlar texnik samaradorlik nuqtai nazaridan ham ijobiy, ham salbiy rol o‘ynashi mumkinligi aniqlandi.

Turli xil muhitlarda to‘lqinlarning tarqalishini tavsiflash uchun matematik modellar sifatida to‘lqin tenglamasining har xil turlari qo‘llaniladi. Izotrop chiziqli muhit uchun bir o‘lchovli holatda tenglama elektr komponenti uchun eng oddiy to‘lqin tenglamasi shaklini oladi:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = 0, \quad (4.13)$$

Bu yerda,  $v$  - to‘lqinning faza tezligi,  $v = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0 \epsilon \mu_0 \mu}}$ ;  $\omega$  - siklik chastotasi;  $k$  - to‘lqin soni.

(4.13) to‘lqin tenglamasining umumiy yechimi birinchi bo‘lib, J. Dalembert tomonidan olingan va u quyidagi ko‘rinishga ega:

$$E(z, t) = f(z - vt) + g(z + vt), \quad (4.14)$$

bu yerda,  $f$  va  $g$  funksiyalar  $E(z, t)$  ning boshlang‘ich shartlaridan aniqlanadi.

To‘g‘ridan-to‘g‘ri almashtirish orqali (4.13) tenglama yassi monoxromatik elektromagnit to‘lqin ko‘rinishidagi taniqli yechim bilan qanoatlantirilishiga ishonch hosil qilish mumkin:

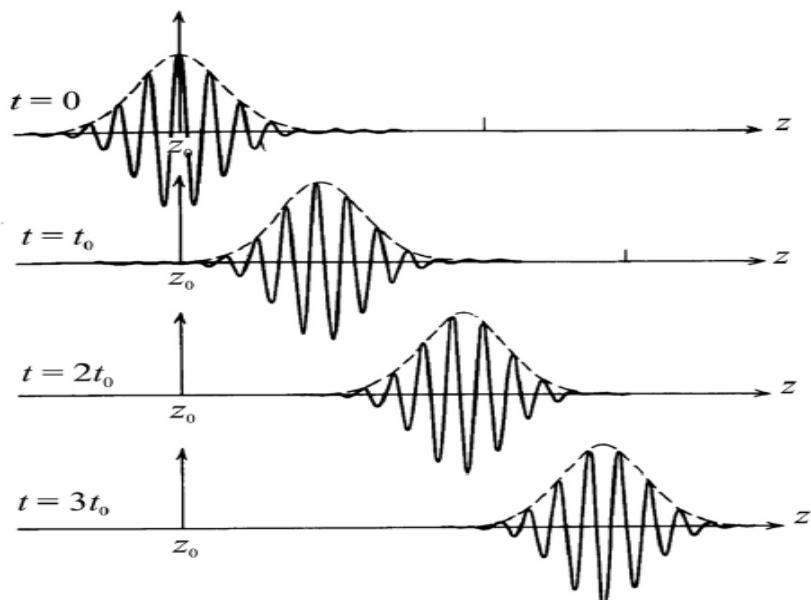
$$E(z, t) = E_m \cdot \cos(kz - \omega t). \quad (4.15)$$

Optik tolaga tushayotgan uzlusiz (CW) lazer nurlanishini monoxromatik deb hisoblash mumkin va ko‘p hollarda yassi to‘lqini bilan tavsiflanadi. Biroq impulsli rejimda ( $\tau_L \sim 10^{-11} - 10^{-12}$  s) ishlaydigan lazerlar uchun lazer impulsining cheklangan davomiyligi ma’lum bir chekli chastota diapazoni  $\Delta\omega$  mavjudligiga olib keladi. Boshqacha qilib aytganda, bu holda biz tarqalishi guruh tezligi bilan tavsiflangan to‘lqinlar paketi bilan ish ko‘ramiz:

$$v_{gr} = \frac{d\omega}{dk}. \quad (4.16)$$

Bu guruhiy  $v_{gr}$  – tezlik, impulsli nurlanish uchun umuman olganda, fazoviy tezlikdan farq qiladi. Agar guruh tezligi ( $v_{gr} = \text{const}$ ) o‘zgarmas bo‘lsa lazer impulsi shaklini saqlagan holda tarqaladi (4.1-rasm).

To‘lqin tenglamasi (4.1) muhim xususiyatga ega: agar bu tenglamaning har qanday ikkita yechimini olsak, ularning chiziqli yig‘indisi yana bu tenglamaning yechimi bo‘ladi. Bu xususiyat optikadagi fundamental superpozitsiya tamoyilini aks ettiradi va ko‘rib chiqilayotgan hodisaning chiziqli tabiatiga mos keladi. Shunday qilib, chiziqli muhitda lazer impulsining tarqalishini turli chastotali yassi to‘lqinlarining tegishli chiziqli yig‘indisi yordamida tasvirlash mumkin.



4.7-rasm. Impulsning formasi vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydigan hol uchun to‘lqin paketining tarqalish sxemasi keltirilgan.

Eng oddiy to'lqin tenglamasi (4.13) yorug'lik impulsarning tarqalishini o'rganishda muhim bo'lgan quyidagi omillarni hisobga olmaydi:

- faza va guruh tezligining dispersiyasini;
- ko'rib chiqilayotgan tarqalish modelining nochiziqliligin.

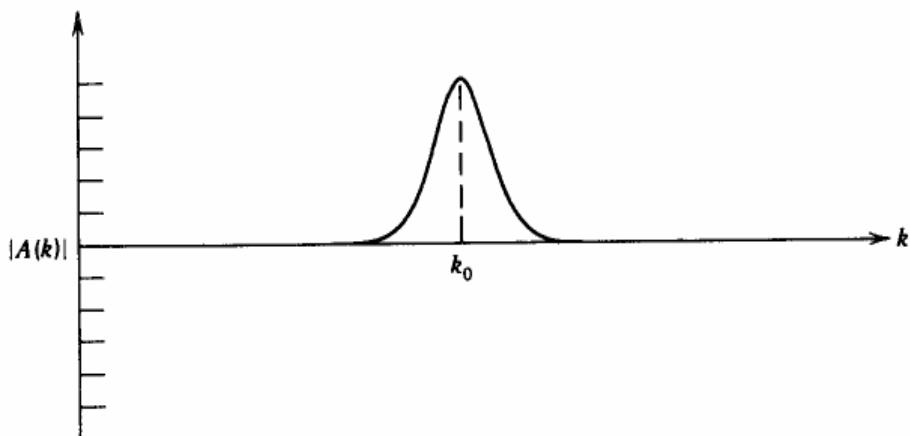
Faza va guruh tezligi chastotaga bog'liq bo'lgan dispersiv muhitda lazer impulsi tarqalsa, bir qator yangi xususiyatlar paydo bo'ladi. Shunday qilib, to'lqinning turli chastotali komponentlari turli tezliklarda tarqaladi va nisbiy fazalarni o'zgartirishga intiladi.

Aslida esa bu dispersiv muhitda tarqalayotgan lazer impulsining kengayishiga olib keladi.

Dispersianing lazer impulsining tarqalishiga ta'sirini impulsni to'lqin tenglamasining yechimlari bo'lgan yassi to'lqinlar yig'indisi sifatida ifodalash orqali tavsiflash mumkin. Chegaralovchi holatda yig'indini integral bilan almashtirish va impulsni quyidagicha ifodalash mumkin:

$$E(z, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(k) \exp[i(\omega(k)t - kz)] dk ,$$

bu yerda  $A(k)$  - to'lqin soni  $k$  ga bog'liq bo'lgan yassi to'lqin komponentining amplitudasi.  $|A(k)|^2$  kattalikni  $E(z, t)$  maydon uchun Furye spektri deb hisoblash mumkin. 4.2- rasmda lazer impulsi uchun odatiy Furye spektri ko'rsatilgan.



4.8 -rasm. Lazer impulsining Furye spektri.

Lazer impulsi uning markaziy chastotasi  $\omega_0$  (yoki to‘lqin soni  $k_0$  ga mos keladigan qiymati bilan tavsiflanadi) va  $\omega_0$  ga nisbatan chastota spektrining kengligi  $\Delta\omega$  (yoki to‘lqin sonlarining  $\Delta k$  fazoviy kengligi mos keladi).

Dispersiya tufayli kelib chiqqan bunday impulsning vaqt bo‘yicha evolyutsiyasini ko‘rib chiqamiz. Optikada muhitning dispersion xossalari odatda,  $n(\omega)$  sindirish ko‘rsatkichining chastotaga (yoki to‘lqin uzunligiga) bog‘liqligi bilan tavsiflanadi. Bundan tashqari,  $\omega$  va  $k$  o‘rtasidagi munosabat quyidagi ifoda bilan aniqlanadi:

$$k = n(\omega) \frac{\omega}{c}. \quad (4.17)$$

$\omega = \omega(k)$  funksiyasini  $k_0$  nuqta atrofida Teylor qatorida yoyamiz:

$$\omega(k) = \omega_0 + \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_0 \cdot (k - k_0) + \dots, \quad (4.18)$$

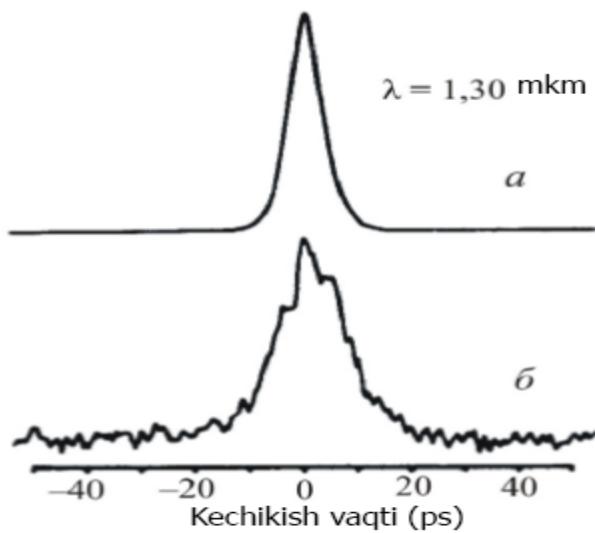
biz chiziqli qo‘siluvchi bilan cheklanamiz va  $(k - k_0)$  ga nisbatan yuqori tartibli qo‘siluvchilarni hisobga olmaymiz. Bu mumkin, chunki chastotaning nuqtaga  $k_0$  yaqin joyda  $k$  asta-sekin o‘zgaruvchan funksiyasidir. Ushbu yaqinlashishda lazer impulsi o‘z shaklini saqlab, guruh tezligi bilan tarqalishini aniqlaymiz:

$$v_{rp} = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k=k_0} = const.$$

Agar (4.4) modelni aniqlab, qatorni kengaytirishda birinchi chiziqli nochiziqli (kvadrat) hadni saqlasak:

$$\omega(k) = \omega_0 + \left( \frac{d\omega}{dk} \right)_0 (k - k_0) + \frac{1}{2} \left( \frac{d^2\omega}{dk^2} \right)_0 (k - k_0)^2 + \dots, \quad (4.19)$$

bunda shunday xulosaga kelamizki, bu holda impulsning shakli o‘zgarishsiz qolmaydi va impulsning tarqalishi bilan impulsning kengligi ortadi. 4.9-rasmida eksperimental ravishda aniqlangan impulsning kengayishi ko‘rsatilgan.



*4.9- rasm. Lazer impulsining 2,5 km uzunlikdagi toladagi dispersion kengayishi:  
a-kirishdagi impuls; b-chiqishdagi impuls.*

*Dispersiya impulsining kengayishi guruh tezligining  $v_{rp}$  lazer impulsining har bir chastota komponenti uchun har xil bo‘lishi bilan izohlanadi (guruh tezligi dispersiyasi sodir bo‘ladi).*

Agar impulsning spektral kengligi  $\Delta k$  bo‘lsa, (4.6) modelga muvofiq, kattalik tartibi bo‘yicha guruh tezligining o‘zgarishi quyidagicha bo‘ladi.

$$\Delta v_{gr} \approx \left. \frac{d^2\omega}{dk^2} \right|_{k=k_0} \cdot \Delta k .$$

Lazer impulsi optik tolali sistemada tarqalganda, uning fazoda dispers kengayishi ma’lum miqdorda  $\Delta v_{rp}$   $\Delta t$  kattalik bilan aniqlanadi va ushbu hodisa 4.9-rasmdagi ma’lumotlar bilan tasdiqlangan.

Demak, to‘lqinlarning chiziqli nazariyasiga (past intensivlikdagi to‘lqinlar tarqalish nazariyasiga) cheksiz masofaga tarqalayotgan garmonik to‘lqinlar konsepsiyasiga asoslanadi. Ularning profili vaqt o‘tishi bilan o‘zgarmaydi va to‘lqin energiyasining yo‘qolishi (agar mavjud bo‘lsa) oddiygina amplitudaning asta-sekin pasayishiga olib keladi. Chiziqli to‘lqinlar, shuningdek, ularning bir-biri bilan o‘zaro ta’sirining yo‘qligi va to‘lqin amplitudasining uning tarqalish tezligiga ta’sirining yo‘qligi

bilan tavsiflanadi. Garmonik to‘lqinlardan murakkab profilli (to‘lqin paketlari) hosil qilish mumkin. Biroq dispersiya mavjudligi sababli, yuqorida ko‘rsatilgandek, to‘lqin paketlarining tarqalishida kengayishi sodir bo‘ladi va bu ta’sir to‘lqin energiyasining to‘liq yo‘qolishi bo‘lmaganda ham sodir bo‘ladi.

Optik tolali tizimlarda optik impulsarning tarqalishi muammosiga qo‘llaniladigan dispersiya bilan chiziqli yaqinlashishi odatda, mos model emas. Tegishli matematik model ikkita shart bilan to‘ldirilishi kerak:

- o‘z vaqtida nostatsionarlikni hisobga olish (turli fizik omillar ta’sirida to‘lqinlar evolyutsiyasi mumkinligini);
- dispersiyaning birinchi yaqinlashuvini va muhitning nochiziqligini birga hisobga olgan holda.

Ushbu talablarni matematik fizikaning ikkita mashhur tenglamalari qanoatlantiradi:

Kortewega- de Vries tenglamasi (qisqartirilgan KdV tenglamasi) va nochiziqli Shredinger tenglamasi, ular dastlab boshqa fizik hodisalarini tavsiflash uchun olingan, ammo ma’lum bo‘lishicha, universal xarakterga ega ekan.

KdV tenglamasi 1994-yilda suyuqlik yuzasida uzun to‘lqinlarning harakatini o‘rganishda keltirib chiqarilgan. X o‘qi bo‘ylab tarqaladigan elektromagnit to‘lqin uchun nochiziqli dispersiv muhitda bu tenglamani quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \sigma E \frac{\partial E}{\partial x} + \frac{\partial^3 E}{\partial x^3} = 0 , \quad (4.20)$$

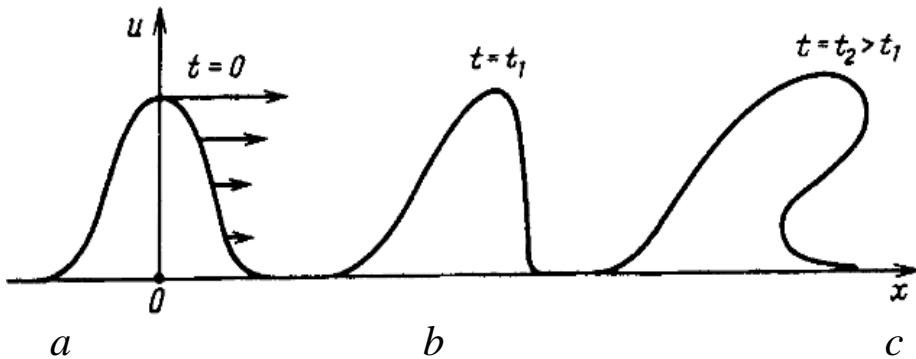
bu yerda  $\sigma$  - parametr. (4.8) tenglama, (4.1) dan farqli o‘laroq, nochiziqli tenglama bo‘lib, musbat va manfiy yo‘nalishlarda tarqaluvchi to‘lqinlarga mos keladigan Dalembert yechimidan (4.2) farqli o‘laroq, faqat bitta yo‘nalishda tarqaladigan nochiziqli to‘lqinni tasvirlaydi. Ushbu tenglamaning yechimlari superpozitsiyasi prinsipiga amal qilmaydi. Nostatsionarlik mavjudligi  $(\frac{\partial E}{\partial t})$  sababli, KdV tenglamasi evolyutsion tenglama bo‘lib, (4.1) to‘lqin tenglamasi bilan solishtirganda  $E \frac{\partial E}{\partial x}$  (nochiziqlilikni tavsiflaydi) va  $\frac{\partial^3 E}{\partial x^3}$  (dispersiyani xarakterlaydi) effektlar mavjudligi sababli murakkabroq ta’sirlarning namoyon bo‘lishini hisobga oladi.

Nochiziqlilik to'lqin cho'qqisiga yaqin nuqtalarda to'lqin tezligining katta bo'lishiga olib keladi. Natijada to'lqin old tomoni tik bo'ladi (to'lqin frontining egriligi ortadi) va to'lqin "aylanishga" moyil bo'ladi. To'lqin uchun mos keladigan ushbu jarayon  $u = u(x, t)$  suyuqlik yuzasida 47-rasmida ko'rsatilgan

Dispersiya, aksincha, to'lqinning kengayishiga olib keladi. Ushbu mexanizmlar bir-biri bilan raqobatlashayotgani va to'lqinni qaramaqarshi yo'nalishda "deformatsiya qilgani" sababli, ma'lum sharoitlarda ular bir-birini so'ndirishi mumkin.

So'nggi yillarda optik tolalarda ma'lumot uzatishni o'rghanish qisqaroq femtosekundli impulslar ( $\sim 10^{-15}$  s) diapozoniga o'tdi. Bunday impulsarning evolyutsiyasini tavsiflovchi nazariya nochiziqli Shredinger tenglamasining turli xil umumlashtirishlariga asoslanadi, u quyidagicha yoziladi:

$$i \frac{\partial E}{\partial t} + \sigma \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + K|E|^2 \cdot E = 0 , \quad (4.21)$$



4.10 - rasm. Nochiziqlilikning to'lqin tarqalishiga ta'siri

bu yerda  $\sigma$  parametri KdV tenglamasidagi (4.42) bilan bir xil ma'noga ega,  $K$  – muhitning nochiziqli xususiyatlarini tavsiflovchi koeffitsiyent.

*Korteweg - de Vries tenglamasi kuchsiz dispersiya va kuchsiz nochiziqlilik holatlarini, nochiziqli Shredinger tenglamasi esa kuchli dispersiya va kuchli nochiziqlilik holatlarini tavsiflaydi.*

Optik tolalardagi nochiziqli hodisalarning aksariyati davomiyligi  $\sim 10$  ns dan  $\sim 10$  fs gacha bo'lgan lazer impulsleri yordamida o'rganiladi. Bunday impulslar optik tola orqali tarqalganda, dispersiya va nochiziqli

effektlar ularning shakli va spektriga ta'sir qiladi. Nochiziqli dispersiv muhitda bo'lgani kabi, optik tolali tizimlarda yorug'lik impulsarning tarqalishini tavsiflovchi tenglama elektronomagnit maydon uchun to'lqin tenglamasidan quyidagi shartlar ostida olinadi:

- nochiziqli qutblanish vektori  $P^{no}$  chiziqli qutblanish vektoriga  $P^{ch}$  nisbatan kichik qo'shimcha deb hisoblanadi;
- masala skalyar va bir o'lchovli deb hisoblanadi;
- lazer impulslarining maydoni kvazi-monoxromatik hisoblanadi, ya'ni  $\omega_0$  chastotasida markazlashtirilgan spektr  $\left(\frac{\Delta\omega}{\omega_0}\right) \ll 1$  - shartni qanoatlantiradigan  $\Delta\omega$  spektral kenglikka ega bo'ladi.

Natijada KdV tenglamasi va nochiziqli Shredinger tenglamasini umumlashuvchi bo'lgan tenglama hosil bo'ladi:

$$\frac{\partial E}{\partial x} + \beta_1 \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + \frac{\mu}{2} E = i\gamma |E|^2 E, \quad (4.22)$$

bu yerda,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  - dispersiya koeffitsiyentlari, ,  $\beta_1 = \frac{dk}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_0}$ ,  $\beta_2 = \frac{d^2 k}{d\omega^2} \Big|_{\omega=\omega_0}$ ;  $\mu$  - yutilish koeffitsiyenti;  $\gamma$  - nochiziqli koeffitsiyenti ,

$n_2$  - sindirish ko'rsatkichi va u tolaning samarali ko'ndalang kesim yuzasi  $S_{eff}$  orqali aniqlanadi:

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c S_{eff}}. \quad (4.23)$$

Dispersiya koeffitsiyenti  $\beta_2$  dispersiya parametri D bilan bog'liq munosabat va u quyidagi  $D = -\frac{\lambda}{c} \cdot \frac{d^2 n}{d\lambda^2}$  formula bilan aniqlanadi:

$$D = -\frac{2\pi c}{\lambda^2} \beta_2 .$$

Bunga e'tibor bering, agar  $D < 0$  bo'lsa :  $\beta_2 > 0$  bo'ladi va aksincha, uchun  $D > 0$  koeffitsiyent  $\beta_2$  manfiy bo'ladi.

Guruh tezligi  $v_{rp}$  bilan impuls birga harakatlanuvchi mos sanoq tizimiga o'tamiz va vaqtini almashtiramiz:

$$T = t - \frac{x}{v_{rp}} = t - \beta_1 x .$$

Keyin (4.20) tenglamada maydon kuchlanganligi  $E(x, T)$  dan impulsning sekin o‘zgaruvchan amplitudasiga  $A(x, T)$  o‘tamiz va natijada biz nisbatan oddiyroq tenglamani olamiz:

$$i \frac{\partial A}{\partial x} = -\frac{i}{2} \mu A \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial T^2} - \gamma A |A|^2, \quad (4.24)$$

bunda o‘ng tomondagi qo‘siluvchilar mos ravishda tolada lazer impulslarining tarqalishiga yutilish, dispersiya va nochiziqli ta’sirni tavsiflaydi. Agar nurlanish yo‘qotishlarini hisobga olmasak, (4.24) tenglamada  $\mu = 0$  ni qo‘yishimiz kerak. Dastlabki davomiylikka  $T_0$  va tola bo‘ylab impulsning evolyutsiyasida dastlabki impulsning eng yuqori quvvati  $\left(\frac{dW}{dT}\right)_0$  qarab yoki dispersiya yoki nochiziqli ta’sirlar ustunlik qiladi.

*Ikkita xarakterli uzunliklar kiritamiz:*

- dispersiya uzunligi

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}, \quad (4.25)$$

- nochiziqli uzunlik

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma} \left( \frac{dW}{dT} \right)_0^{-1}, \quad (4.26)$$

nur tolaning  $L$  uzunligi bo‘ylab impulsning rivojlanishi uchun dispersiya yoki nochiziqli ta’sirlar muhim bo‘lgan masofalarni tavsiflaydi.

Ushbu kattaliklar  $L$ ,  $L_D$  va  $L_{NL}$  orasidagi munosabatga qarab lazer impulslari tarqalishini quyidagi to‘rtta rejimga ajratish mumkin.

### 1. Birinchi rejim.

Agar  $L \ll L_D$  va  $L \ll L_{NL}$  bajarilsa, impulsning tarqalish jarayonida dispersiya ham, nochiziqli effektlar ham muhim rol o‘ynamaydi. Bunday holda, koeffitsiyentlar  $\beta_2$  va  $\gamma$  ning kichikligi tufayli (4.22) tenglananing o‘ng tomonidagi oxirgi ikki hadni hisobga olmaslik mumkin. Natijada biz quyidagilarni olamiz:  $A(x, T) = A(0, T)$ , ya’ni tarqalish vaqtida impuls o‘z formasini saqlab qoladi (4.7-rasmga qarang). Bunday holda, tola passiv rol o‘ynaydi va oddiygina lazer impulslarini uzatadi (optik yo‘qotishlar

tufayli impuls energiyasining pasayishi bundan mustasno). *Ushbu rejim optik aloqa liniyalari uchun javob beradi.* Bunday liniyalarda, odatda  $L \sim 50$  km, shuning uchun impulsarning yaxshi uzatilishi uchun quyidagi shartlar bajarilishi kerak:  $L_D \geq 500$  km,  $L_{NL} \geq 500$  km.  $L_D$  va  $L_{NL}$  kattaliklar kichikroq bo‘lishi uchun, impulslar qisqaroq va kuchli intensivlikka ega bo‘lishi kerak. Misol uchun, pikosoniyalı impulslar holatida, tola uzunligi bir necha metr uzunlikdan oshsa, dispersiya va nochiziqli ta’sirlarni hisobga olish kerak.

### *2. Ikkinchchi rejim.*

Agar  $L \ll L_{NL}$ , lekin  $L \geq L_D$  bo‘lsa, (4.22) tenglamada oxirgi hadni hisobga olmaslik mumkin. Unda impulsning evolyutsiyasi guruh tezliklarining dispersiyasi ta’siri bilan aniqlanadi va nochiziqli effektlar nisbatan kichik rol o‘ynaydi. Bunday rejimda dispersiya asosiy effekt bo‘lib, tolaning parametrlari va impuls xarakterlovchi kattaliklarga quyidagicha munosabatda bo‘lishi kerak:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma T_0^2 \left( \frac{dW}{dT} \right)_0}{|\beta_2|} \ll 1 .$$

Hisob-kitoblar shuni ko‘rsatadiki,  $\lambda = 1,55$  mkm to‘lqin uzunligida va  $\gamma$  va  $\beta_2$  optik tolali liniyalarining parametrlarining odatiy qiymatlarida, bu holat dastlabki impulsning maksimal quvvati 1 Vt dan kam bo‘lgan va 1 ps davomiylikdagi impulslar uchun qondiriladi.

### *3. Uchinchi rejim.*

Agar  $L \ll L_D$ , lekin  $L \geq L_{NL}$  bo‘lsa, (4.22) tenglamadagi dispersiya nochiziqli effektga nisbatan ahamiyatsiz. Bunday holda, o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya effekti toladagi impulsning evolyutsiyasini aniqlaydi, bu esa impulsning spektral kengayishiga olib keladi. Nochiziqlilik ustunlik qiladigan rejim quyidagi shart bajarilsa, amalga oshiriladi:

$$\frac{L_D}{L_{NL}} = \frac{\gamma T_0^2 \left( \frac{dW}{dT} \right)_0}{|\beta_2|} \gg 1 .$$

Bu shartni nisbatan keng impulslar uchun oddiygina qondirish mumkin ( $T_0 > 100$  ps) va maksimal quvvati 1 Vt ga teng bo‘lishi lozim. E’tibor bering, o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya zaif guruh-tezlik

dispersiyasi effekti mavjud bo'lganda ham impuls shaklining o'zgarishiga olib kelishi mumkin.

#### *4. To'rtinchi rejim.*

Agar optik tolali liniyaning uzunligi bo'lsa  $L \geq L_D$  va  $L \geq L_{NL}$ , impuls tola bo'ylab tarqalganda dispersiya va nochiziqli birgalikda namoyon bo'ladi. Dispersiya va o'z-o'zini fazali modulyatsiya ta'sirining birgalikdagi ta'siri, sanab o'tilgan effektlar alohida ko'rilgan holga ko'ra, sifat jihatidan boshqacha manzaraga olib kelishi mumkin. Shunday qilib, guruh tezliklarining anomal dispersiyasi ( $\beta_2 < 0$ ) sohasida solitonlar tolada, normal dispersiya sohasida ( $\beta_2 > 0$ ) dispersiya va nochiziqli effektlardan impulslarni siqish uchun foydalanish mumkin. Ushbu masalalar keyinchalik ushbu bo'limda muhokama qilinadi.

(4.22) Tenglama optik tolali tizimlarda lazer impulslarining tarqalishi va evolyutsiyasida dispersiya va nochiziqli qo'shma ta'sirini o'rganish uchun matematik modelning asosi bo'lib, ko'p hollarda tenglamani yechishda sanoqli usullar qo'llaniladi.

Optik tolalardagi nochiziqli ta'sirlar dispersiya parametri  $\beta_2$  ishorasiga yoki  $\beta_2$  bilan bog'liq dispersiya parametriga  $D$  qarab sifat jihatidan butunlay boshqacha bo'lishi mumkin (4.4) formula bilan aniqlanadi.  $\lambda < \lambda_D$  to'lqin uzunliklarida, bu yerda  $\lambda_D$  dispersiya noldagi to'lqin uzunligi, parametr  $\beta_2 > 0$  va tola normal (musbat) dispersiyaga ega deyiladi. Oddiy dispersiya rejimida optik impuls spektrining yuqori chastotali komponentlari past chastotali komponentlarga qaraganda sekinroq tarqaladi. Qarama-qarshi holat anomal (manfiy) dispersiya deb ataladigan rejimda yuzaga keladi, bunda  $\beta_2 < 0$ . Shishali optik tolalar  $\lambda > \lambda_D$  hududida bunday dispersiyani namoyon qiladi.

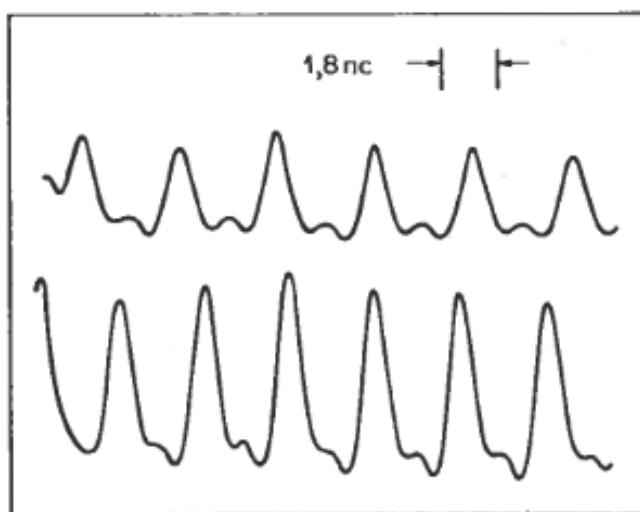
Keling, anomal (manfiy) dispersiya hududida optik tolalarning nochiziqli xususiyatlarini ko'rib chiqaylik:

$$\beta_2 = \left. \frac{d^2 k}{d\omega^2} \right|_{\omega=\omega_0} < 0 . \quad (4.27)$$

(4.24) shartda va tarqaluvchi impulsning energiya yo'qotishlarini ( $\mu = 0$ ) hisobga olmasa, (4.27) tenglamaning yechimi to'lqin amplitudasi va fazasining kichik o'zgarishlariga nisbatan beqaror bo'lib chiqadi.

Fizikaviy jihatdan bu shuni anglatadiki, anomal dispersiya mavjud bo‘lganda dispersiya va nochiziqli effektlarning birgalikdagi ta’siri *modulyatsiyaning beqarorlik deb nomlangan* hodisaga olib keladi. U *statsionar to‘lqin holatining o‘z-o‘zidan modulyatsiyasi bilan bog‘liq bo‘lgan va ultrashort impulsarning davriy ketma-ketligining uzluksiz optik to‘lqinning yemirilishi sifatida namoyon bo‘ladi.*

Tajribalarda optik tolalarning salbiy dispersiyasi hududida modulyatsiyaning beqarorligi kuzatiladi. 4.10-rasmda optik tola orqali uzatiladigan lazer impulslarining modulyatsiyaning beqarorligi sozlanishi to‘lqin uzunligi bo‘lgan lazerning nurlanishi bo‘lgan qo‘sishimcha signalning kiritilishi natijasida yuzaga kelgan tajriba natijalari ko‘rsatilgan. Quvvati 0,5 mVt bo‘lgan signal quvvati eng yuqori nurlanishli impulsarning quvvati 3 Vt dan ancha kam edi. Shunga qaramay, signalning mavjudligi dastlabki lazer impulslarining 1 ps dan kam davomiylik davriy impulslar ketma-ketligiga parchalanishiga olib keldi. Ikkita rasm ikki xil signal to‘lqin uzunligiga mos keladi.

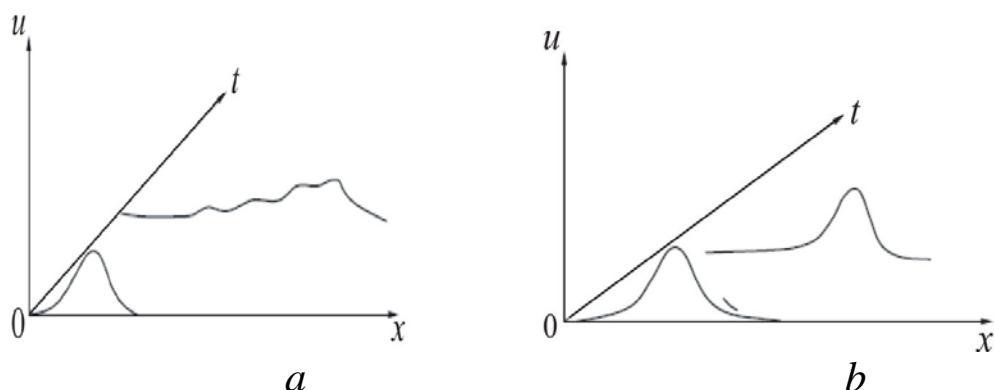


*4.11- rasm. Modulyatsiyaning beqarorligi ikki xil lazer impulsları uchun optik tola bo‘ylab uzatish rejimlari.*

Agar toladagi optik yo‘qotishlarning ta’sirini e’tiborsiz qoldirmasak, ularning ta’siri, asosan, nurlanish quvvatining pasayishi tufayli tolaning uzunligi bo‘ylab modulyatsiya beqarorligining quvvatni kamayib ketishidan iborat. Modulyatsiyaning beqarorligi, nochiziqli

uzunlik  $L_{NL}$  yutilish uzunligi  $\mu^{-1}$  dan kichik bo‘lguncha  $\mu L_{NL} < 1$  gacha davom etadi.

Modulyatsiyaning beqarorligi fenomeni, aslida, dispersiya va nochiziqli ta’sirlarning birgalikdagi ta’siri tufayli yangi xususiyatlarga ega barqaror to‘lqin shakllanishlari paydo bo‘ladigan dispers muhitda nochiziqli to‘lqinlarning tarqalishining maxsus rejimini ko‘rsatadi. Agar chiziqli holatda, to‘lqin paketining kengayishi  $u(x, t)$  guruh tezligining tarqalishi tufayli tarqalish sodir bo‘lsa, 4.6a – rasmda ko‘rsatilgan. Agar dispersli nochiziqli to‘lqinlar uchun bu alohida beqarorlashtiruvchi ta’sirlar birgalikda bir-birini kompensatsiya qilishi va yakka to‘lqin profilining saqlanishini ta’minlashi mumkin (4.6 -rasm, b).

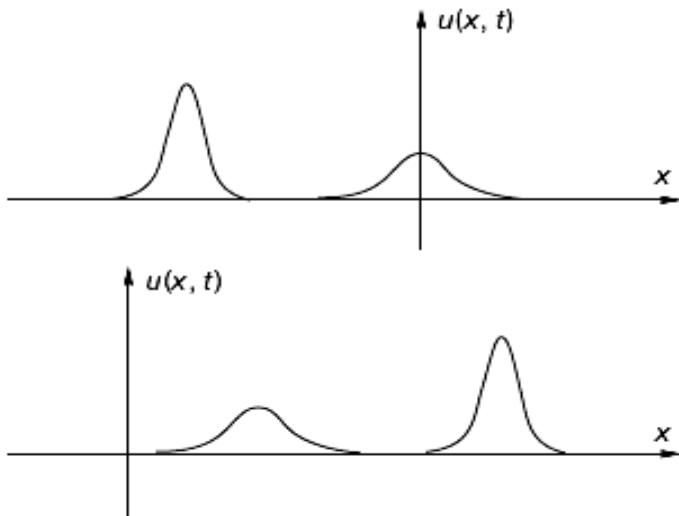


4.12 - rasm. To‘lqinlar paketining evolyutsiyasi quyidagilar ishtirotida:  
a-dispersiya bo‘lganda; b-dispersiya va nochiziqlilik bo‘lganda.

Birinchi marta suv sathidagi yakka to‘lqinning eksperimental tavsifi deyarli 175 yil oldin Shotlandiya kemasozlik muhandisi J. Rassel tomonidan berilgan. Edinburg kanalida barjaning to‘satdan to‘xtashida u “yagona katta ko‘tarilish - yumaloq, silliq va aniq suv tepaligining paydo bo‘lishini kuzatdi, u kanal bo‘ylab hech qanday sezilarli o‘zgarishsiz yoki kamaymasdan davom etdi. Tezlik”. Bunday yakka to‘lqinning harakatini chiziqli to‘lqinlar nazariyasi usullari bilan tasvirlab bo‘lmaydi.

XX asr 60-yillarda nochiziqli yakka to‘lqinlarning matematik tadqiqi o‘tkazildi. 1965-yilda amerikalik fizik M. Kruskal va uning hamkasblari matematik modellashtirish natijasida sayoz suvdagi yakka to‘lqinlar KdV (4.22) tenglamasining yechimi ekanligini va ajoyib xususiyatlarga ega ekanligini aniqladilar: ular dispersiyaning

kengayishini boshdan kechirmaydi va elastik tarzda o‘zaro ta’sir qiladi, ya’ni to‘qnashuvdan va bir-biridan o‘tgandan keyin shaklini saqlab qoladi (4.7-rasm).



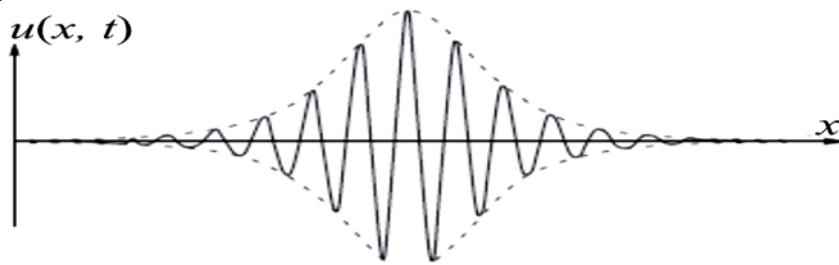
*4.13 - rasm. Kortewega - de Vries tenglama bilan tavsiflangan ikkita soliton, o‘zaro ta’sir qilishdan oldin (yuqori) va o‘zaro ta’sirdan keyin (pastki).*

Matematik eksperiment natijalarini tahlil qilish amerikalik olimlarni yolg‘iz to‘lqinlar uchun yangi atama “soliton”- KdV tenglamasining yechimlarini kiritishga undadi. “Soliton” (Ingliz tilidan. *yolg‘iz to‘lqin* - yolg‘iz to‘lqin; “-on” oxiri elektron, foton, fonon va boshqalar kabi so‘zlarning odatiy yakuni bo‘lib, zarracha yoki zarraga o‘xshash xatti-harakatni anglatadi). M. Kruskalning asarlari fizikada yakka to‘lqinlarning rolini butunlay qayta ko‘rib chiqishga olib keldi. “Soliton” tushunchasining paydo bo‘lishi, aslida, klassik fizika doirasida to‘lqin va zarraning sintezini anglatardi.

*Soliton - o‘z harakati va bir-biri bilan to‘qnashuvi paytida shakli va tezligini saqlaydigan to‘lqin paketlarining maxsus turi, ya’ni turg‘un to‘lqin shakllanishlaridir.*

Solitonning paydo bo‘lish sababini sifatli tushuntirish shundan iboratki, dispersiya va nochiziqlilikning fizik mexanizmlari o‘rtasidagi o‘zaro ta’sirning maxsus rejimi, to‘lqinlarning dispersiya kengayishi nochiziqli jarayonlar bilan kompensatsiyalanganda shakllanadi.

Solitonlarning keyingi tadqiqotlari shuni ko'rsatdiki, KdV tenglamasi soliton yechimlarini qabul qiladigan yagona tenglama emas. Amalda, to'lqinlar guruh bo'lib tarqaladi. Qadim zamonlardan beri odamlar suv to'lqinlarining o'xshash guruhlarini kuzatgan. Modulyatsiyaning beqarorligi fenomeni tufayli oddiy davriy to'lqinlar guruhlariga bo'linadi. To'lqinlar guruhlarining tarqalishini tavsiflovchi tenglama nochiziqli Shredinger tenglamasıdir (4.12). Bu tenglamada Korteweg - de Vries solitonlaridan farqli o'laroq, to'lqinlar guruhiy konvertining shakliga mos keladigan solitonlar ko'rinishidagi yechimlar ham mavjud. Tashqi tomondan, ular modulyatsiyalangan radio to'lqinlarga o'xshaydi. Ichki tuzilishga ega bo'lgan bu solitonlar guruhiy solitonlar deyiladi. Ular o'zaro ta'sir davomida to'lqin paketining konvertini saqlab qolish xususiyatiga ega, garchi konvert ostidagi to'lqinlarning o'zlari guruh tezligidan farqli tezlikda harakat qilsa ham (4.14-rasm).



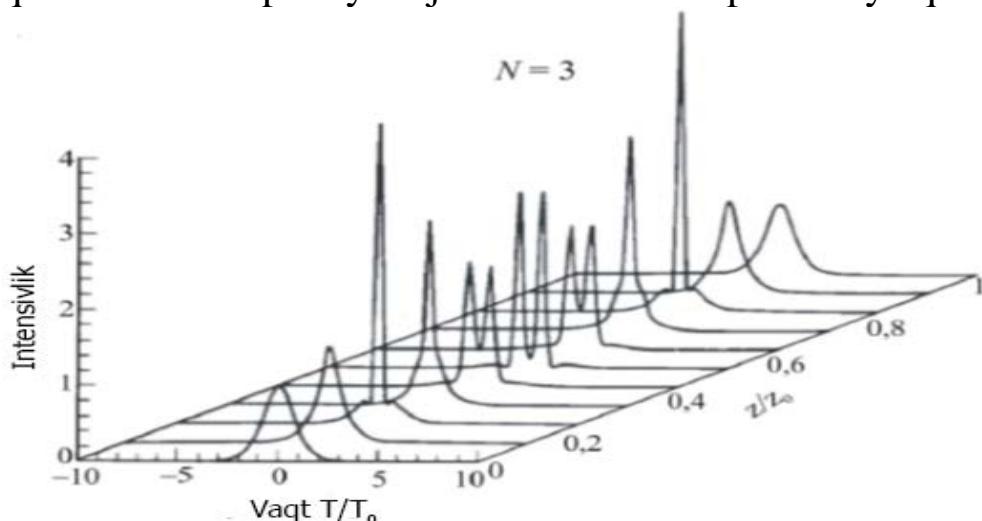
4.14-rasm. Guruhiy solitonga misol (punktir chiziqlar).

Bunday holda, konvertning shakli quyidagicha tavsiflanadi:

$$A(x, t) = A_0 \operatorname{ch}^{-1} \frac{(x-vt)}{l},$$

bu yerda  $A_0$  - solitonning amplitudasi,  $l$  - uning yarim kengligi,  $\operatorname{ch}(z)=1/2(e^z + e^{-z})$  giperbolik kosinusdir. Odatda, soliton konvertida (paketida) 14 dan 20 gacha to'lqinlar mavjud bo'lib, o'rta to'lqin eng katta hisoblanadi. Suvdag'i guruhdagi eng yuqori to'lqin yettinchi va o'ninchi to'lqinlar (to'qqizinchi to'lqin deb ataladigan) oralig'ida ekanligi hammaga ma'lum bo'lgan haqiqat bilan bog'liq. Agar to'lqinlar guruhidagi ko'p sonli to'lqinlar paydo bo'lgan bo'lsa, u bir necha guruhlarga parchalanadi. Nochiziqli zaif dispersiv muhitda optik impulsarning tarqalish nazariyasining rivojlanishi nochiziqli optik tolada optik

solitonlar hosil bo'lish imkoniyatini ko'rsatdi. 1979-1980-yillarda. L.Mollenauer boshchiligidagi bir guruh amerikalik olimlar birinchi bo'lib optik toladagi optik solitonlarni eksperimental ravishda kuzatdi va ularning dinamikasini tadqiq qildi. Agar lazer impulsining eng yuqori quvvati  $\sim 1$   $Vt$  chegaraviy qiymatidan oshmasa, ya'ni chiziqli optikaning qonuniyatlari bajarilganligi sababli, 700 m toladan o'tganda, impuls dispersiv kengayishi 2 martadan ko'proq kengayadi, quvvati 1,24  $Vt$  impuls (nochiziqli optika mintaqasi) esa dispersiv kengayish kuzatilmaydi. Quvvati 5  $Vt$  bo'lgan impuls 3,5 marta siqiladi, ya'ni nochiziqli effektlar dispersiyani juda kuchli kompensatsiya qiladi.



4.15-rasm. Uch solitonli impuls formasining dinamikasi (bo'linish va keyingi tiklanish solitonning har bir davrida takrorlanadi).

Shuningdek, yuqori quvvatli impulsarning davriy ravishda bir necha tepaliklarga (subimpulslarga) bo'linishi, keyinchalik ularning shakli tiklanishida kuzatildi. Nochiziqli Shredinger tenglamasi bilan tavsiflangan solitonlar uchun xos bo'lgan bu xatti-harakat uch solitonli impuls shakli dinamikasining hajmli modeli bilan tavsiflangan (4.15 - rasm). Bunday murakkab dinamika ko'plab omillar bilan belgilanadi: o'z-o'zidan fazali modulyatsiya, guruh tezligi dispersiyasi, impuls quvvati va davomiyligi va boshqalar. Lekin bu yerda asosiy fizikaiy mexanizmni aniq ko'rish mumkin: bu o'z-o'zini fazali modulyatsiyaning birgalikdagi ta'siri, impulsning kengayishiga va guruh tezligining tarqalishiga olib keladigan musbat chastotali modulyatsiyani keltirib

chiqaradi; impulsning siqilishiga va uning markaziy qismi intensivligining oshishiga olib keladi.

#### **4.4. Ko‘p fotonli jarayonlar. Ko‘p fotonli yutilish va to‘yinish**

Yorug‘likning modda bilan o‘zaro ta’siri jarayoni yuz yildan ortiq vaqt davomida tadqiqotchilarining e’tiborini tortdi. Yigirmanchi asrning o‘rtalariga kelib, bu jarayon chuqur o‘rganilgan. Xususan, optikaning asosiy makroskopik qonunlari nurning atom bilan o‘zaro ta’sir qilishdagi qonuniyatları o‘rtasidagi bog‘liqlik aniqlandi. Ikkinchisidan, ma’lum bo‘lishicha, bitta umumiyl xususiyatga ega: ular bitta fotonli ta’sirdir. Bu shuni anglatadiki, har bir elementar aktda atom faqat bitta foton bilan o‘zaro ta’sir qiladi. Ushbu tadqiqotlarda nazariya va eksperiment o‘rtasidagi kelishuvga erishildi.

Biroq lazerlarning yaratilishi, keyinchalik aloqa tizimlarida, axborotni uzatish va qayta ishlashda lazer nurlanishining keng qo‘llanilishi vaziyatni butunlay o‘zgartirdi. Aniqlanishicha, har qanday lazergacha bo‘lgan manbalardan farqli o‘laroq, tengsiz yuqori intensivlikka ega bo‘lgan lazer nurlanishi modda bilan o‘zaro ta’sirlashganda, optikaning asosiy makroskopik qonunlari bajarilishini to‘xtatadi. Bu holat mikroskopik qonunlarning o‘zgarishiga asoslanadi. Yuqori nurlanish intensivligida, bitta fotonli jarayonlardan tashqari, ko‘p fotonli jarayonlarda bitta atom bir nechta fotonlar bilan ta’sirlashadi. Bunda bir fotonli (chiziqli) optikada sodir bo‘ladigan kvant optikasining qonuniyatları sifat va miqdor jihatdan o‘zgaradi.

Nochiziqli optik hodisalarning muhim holati bo‘lgan ko‘p fotonli jarayonlarining ba’zi nazariy va amaliy jihatlarini ko‘rib chiqaylik.

#### **Ko‘p fotonli jarayonlarning turlari va ularning ehtimolini baholash**

Keling, yorug‘likning atom bilan o‘zaro ta’siridan kelib chiqadigan elementar jarayonlarga murojaat qilaylik. Bulardan to‘rtta jarayon juda yaxshi ma’lum :

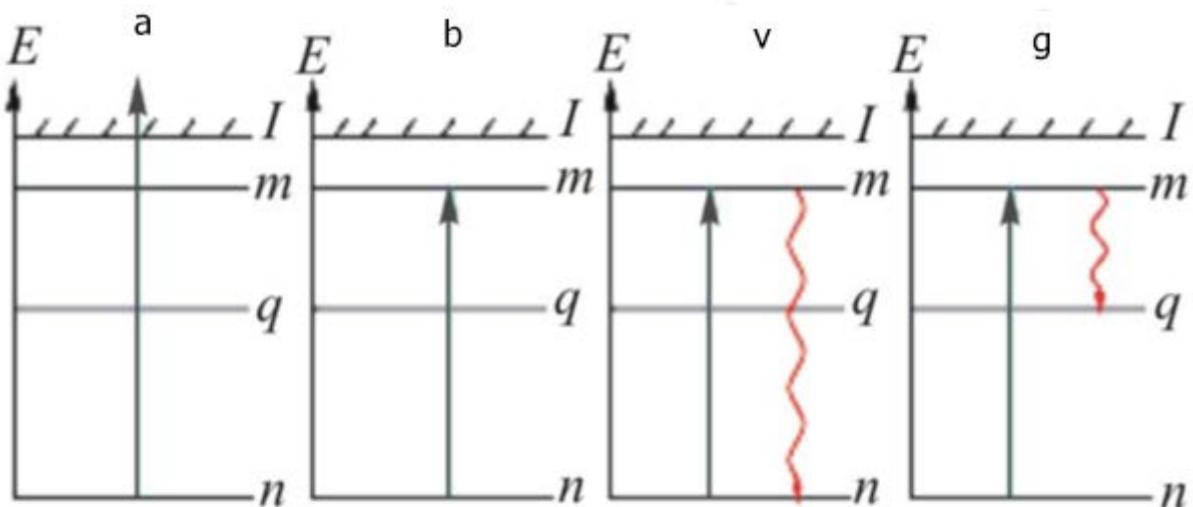
- *fotoionizatsiya* tushayotgan nurlanish ta’sirida optik elektron (elektronlar) atomdan ajraladi va atom musbat zaryadlangan ionga aylanadi;

- *foto uygo‘nish* atom ma’lum chastotali tashqi nurlanish ta’siriga asosiy holatdan uyg‘otilgan holatlardan biriga o‘tadi;

- *rayley sochilishi*, ya’ni yorug‘likning yorug‘lik to‘lqin uzunligiga nisbatan kichik bo‘lgan tabiiy optik bir jinsli bo‘limgan (zarralar) bilan loyqa muhitda sochilishi, shu bilan birga sochilgan yorug‘likning chastotasi o‘zgarmaydi;

- *Raman (kombinatsion) sochilishi*, bunda tushgan foton yo pastroq chastotali fotonga (stoks komponenti deb ataladi) va moddaning uygo‘nish kvantiga aylanadi, masalan, fonon - tebranish uygo‘nishida yoki issiqlik fonon bilan birikadi va yuqori chastotali fotonga aylanadi (anti-stokeskomponent).

Yorug‘lik intensivligi kichik bo‘lganda bu jarayonlarning barchasi bir fotonli hisoblanadi (4.16-rasm). Fotoionlanish jarayonida “qizil chegara” mavjudligi kabi makroskopik qonuniyatlar asosida mikro o‘zaro ta’sirlarning bir fotonli xususiyati yotadi; yorug‘likning modda tomonidan chiziqli yutilishini aniqlaydigan Buger qonuni va boshqalar. 4.16-rasmda quyidagi jarayonlar ko‘rsatilgan: *a* - atomning fotoionlanishi; *b* - atomning foto uygo‘nishi; *v* - atom tomonidan yorug‘likning Reley sochilishi; *g* - Raman nurining atom tomonidan sochilishi. Afsona: *E* - atomdagи elektronning energiyasi; *I* - atomning ionlanish potensiali, *n* - asosiy shart, *m*, *q* - atomdagи elektronning qo‘zg‘aluvchan bog‘langan holatlari, to‘g‘ri strelkalar - fotonning yutilishi natijasida elektronning majburiy o‘tishlari, to‘lqinli strelkalar - elektronning o‘z-o‘zidan o‘tishlari.



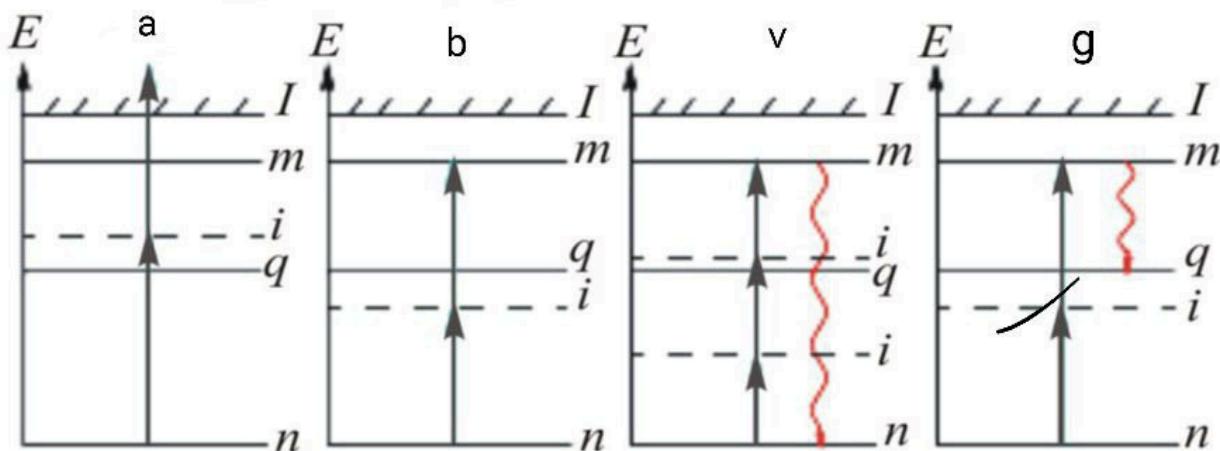
4.16-rasm. Bir fotonli jarayonlarning sxemalari.

Yorug‘lik intensivligi yuqori bo‘lgan holatda, yuqorida qayd etilgan bir fotonli jarayonlardan tashqari, ko‘p fotonli jarayonlar ham muhim rol o‘ynay boshlaydi. *Ko‘p fotonli jarayonlar* elektromagnit nurlanishning modda bilan o‘zaro ta’siri jarayonlarini anglatadi, bunda bitta elementar aktda bir vaqtning o‘zida bir nechta fotonlar so‘riladi yoki chiqariladi (yoki ikkalasi).

Bunday holda, so‘rilgan yoki chiqarilgan fotonlarning energiyalaridagi farq modda zarralari (atomlar yoki molekulalar) tomonidan olingan yoki yo‘qolgan energiyaga teng bo‘ladi. Bunda modda zarralarining kvant holatlari o‘rtasida ko‘p fotonli o‘tishi sodir bo‘ladi.

Chiziqli bo‘lgan birinchi ikki foton effekti - bu quyosh nurining havoda Reyleih sochilishi bo‘lib, odamlar uzoq vaqt davomida ko‘k osmon shaklida kuzatgan.

Asosiy bir fotonli jarayonlarning ko‘p fotonli analoglari diagrammalari 4.17-rasmda ko‘rsatilgan jarayonlardir. Qayerda *a* - atomning ko‘p fotonli ionlanishi; *b* - atomning ko‘p fotonli uygo‘nishi; *v* - tushayotgan nurlanishning eng yuqori (uchinchisi) optik garmonikasini qo‘zg‘atish; *g* - yorug‘likning ko‘p fotonli Raman sochilishi (giper-Raman sochilishi deb ataladigan), *i* - bir yoki bir nechta fotonni yutgan elektronning holati. 4.16 va 4.17- rasmlardagi qolgan belgilari bir xil.



4.17-rasm. *Ko‘p fotonli jarayonlar sxemalari.*

4.16 va 4.17- rasmlarni taqqoslash bitta fotonli va ko‘p fotonli jarayonlar uchun nima umumiyligi ekanligini va ularni nimadan ajratib turishini ko‘rsatadi. Umumiy va yakuniy holatlar (fotonlarning

yutilishidan oldin va keyin), ular uchun energiya saqlanish qonuni bajariladi. Farqi, birinchidan, yutilgan fotonlar sonida va yutilish ehtimolining nurlanish intensivligiga bog'liqligida, ikkinchidan, ko'p fotonli jarayonlarda atomdagi elektronning o'tishlari boshlang'ich va oxirgi holatlar orasidagi o'tishlar bilan chegaralanmagan (Atomda elektron oraliq holatlarga ham o'tishi mumkin). Atomda elektronning oraliq holatlarga o'tganda kvant fizikasi nuqtai nazaridan ruxsat etilmagan holatlardir, ya'ni atom spektrida bunday sathlar mavjud emas, chunki ular ruxsat etilgan holatlar uchun tanlash qoidalariga mos kelmaydi.

Umuman olganda, ko'p fotonli o'tishni hech qanday vaqt bo'yicha bosqichlariga bo'lish mumkin emas, uni vaqt bo'yicha bo'linmaydigan yagona jarayon sifatida ko'rib chiqish kerak.

Agar to'yinganlik effekti kuchsiz yorug'lik maydonida shaffof muhitni noshaffof muhitga aylantirsa va aksincha, kuchli yorug'lik maydonida shaffof bo'lmasan muhitni shaffof qilsa, u holda ko'p fotonli yutilish tufayli optik shaffof muhit uchun teskari holat yuzaga kelishi mumkin. Bu yerda kuchli nurlanish zaif nurlanishga qaraganda ancha kuchliroq yutilishi mumkin.

Biz oddiy model mulohazalaridan olamiz, *ko'p fotonli o'tish ehtimoli bilan bog'liq qonun  $w^{(k)}$  nurlanish intensivligi bilan I.* Bunday holda, biz fotonlar o'zaro ta'sir qiladi deb taxmin qilamiz, bir-biridan mustaqil atom bilan.

Biz bir fotonli o'tish ehtimoli bo'yicha taniqli munosabatdan kelib chiqamiz [23-25]:

$$w^{(1)} = \sigma^{(1)} I, \quad (4.28)$$

Bu yerda  $\sigma^{(1)}$  - o'tishning samarali kesimi. Foton yutilishining mustaqilligi tufayli ko'p fotonli jarayonning ehtimolligi  $w^{(i)}$  alohida bir fotonli o'tishlar ehtimoli ko'paytmasiga to'g'ridan-to'g'ri proporsional bo'ladi. Barcha ehtimolliklar bir xil  $w^{(i)}$  deb faraz qilsak, ko'p foton o'tish ehtimoli uchun quyidagi ko'rinishda ifoda olamiz:

$$w^{(k)} = \prod_{i=1}^k w^{(i)} = [w^{(1)}]^k \sim I^k, \quad (4.29)$$

bu yerda  $k$  - o‘tish paytida so‘rilgan fotonlar soni (nochiziqlilik darajasi).

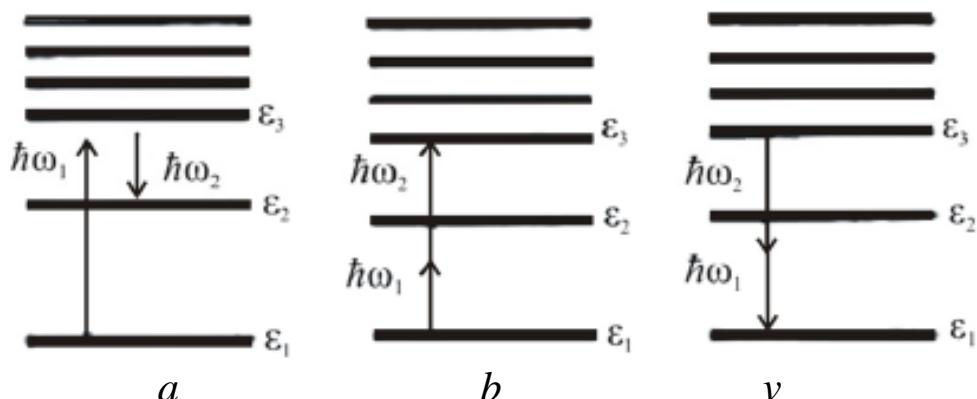
Kvant mexanikasidan foydalangan holda nazariy hisob-kitoblar, kuch-qonunga bog‘liqlikdan tashqari, (4.26) - ko‘p fotonli jarayonning samarali kesimi bo‘yicha proporsionallik koeffitsiyentini  $\sigma^{(k)}$  hisoblash imkonini beradi:

$$\sigma^{(k)} = w^{(k)}/I^k = 2\pi\rho_m \left| V_{mn}^{(k)} \right|^2,$$

bu yerda  $m, n$  - yakuniy va dastlabki bog‘langan elektron holatlar;  $\rho_m$  - yakuniy holatlarning zichligi,  $V_{mn}^{(k)}$  - ko‘p fotonli o‘tishning  $n \rightarrow m$  matritsa elementi.

Jarayonning ma’lum bir nochiziqli darajasi bilan  $k$  ko‘p fotonli kesimi  $\sigma^{(k)}$  jarayonning turiga (ionlanish, uygo‘nish va boshqalar), kvant tizimining (atom) energiya spektriga va nurlanish chastotasiga bog‘liq. (4.25) va (4.26) iboralarni taqqoslash bitta fotonli va ko‘p fotonli jarayonlar o‘rtasidagi tub farqni ko‘rsatadi: ikkinchisining ehtimoli nurlanishning nochiziqli intensivligiga bog‘liq, kuch tarzida. Bu bir fotonli jarayonlar fonida ko‘p fotonli jarayonlarni aniq ajratish imkoniyatini, shuningdek, nurlanish intensivligi ortib borishi bilan ko‘p fotonli jarayonlari ehtimolining keskin oshishini bildiradi. Shu sababli, masalan, ikki fotonli fotoelektrik effekt uchun fotoelementdagи oqim lazer nurlanish kuchining kvadratiga proporsionaldir. (4.26) ni chiqarishda yuqorida keltirilgan taxminlar juda realdir. Batafsilroq eksperimental tadqiqotlar shuni ko‘rsatdiki, nochiziqlilik darajasi  $k$  intensivlikka ozgina bog‘liqligini ko‘rsatadi  $I$ , ya’ni bir xil qiymatga ega bo‘lgan ehtimollik (4.26) uchun kuch ifodalari  $k$  har qanday sezilarli oraliqda intensivlikdagi o‘zgarishlar har doim ham sodir bo‘lmaydi. Bu faktning tushuntirishi fotonlarning atom tomonidan yutilishining kvant-mexanik qonunlari asosida olingan. Eng oddiy ko‘p fotonli jarayonlari ikki fotonli (4.4-rasm).

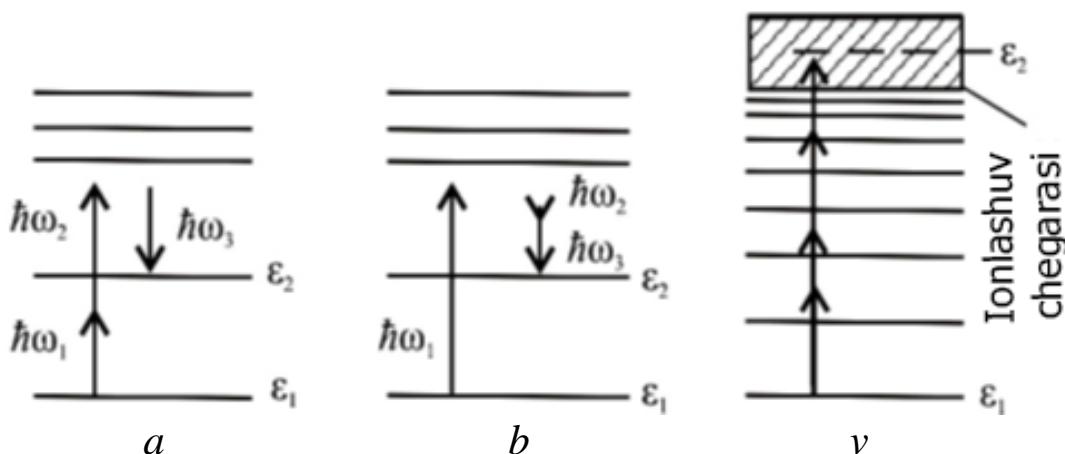
Raman sochilishining elementar aktida (4.4-rasm, a) atom bir vaqtning o‘zida fotonni energiya bilan yutadi  $\hbar\omega_1$  va boshqa energiyaning fotonini chiqaradi  $\hbar\omega_2$ , bu holda tarqalayotgan atom energiyasining o‘zgarishi  $\hbar\omega_1 - \hbar\omega_2$  ga teng bo‘ladi.



4.4-rasm. Ikki fotonli jarayonlarning kvant sxemalari ( $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , va  $\varepsilon_3$  holatlarning energiyasini bildiradi).

Atomning ikki fotonli uygo‘nishi bilan (4.4-rasm, b) ikkita yutilgan foton energiyalari yig‘indisiga  $\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2$  teng energiya oladi. Atomning dastlabki qo‘zg‘aluvchan holatdan pastroq energiya darajasiga ikki fotonli o‘tishida (4.4-v rasm,) bir vaqtning o‘zida ikkita fotonning emissiyasi mavjud.

Xuddi shunday jarayonlar uch yoki undan ortiq fotonlar ishtirokida ham bo‘lishi mumkin (4.4-rasm).



4.19-rasm. Uch va to‘rt fotonli kvant o‘tish sxemalari.

Bu yerda *a*, *b* - uch fotonli (giper-Raman) yorug‘lik sochilish sxemalari, *v* - to‘rt fotonli ionlanish jarayoni, bunda to‘rtta fotonning bir vaqtning o‘zida yutilishi natijasida elektronlar atom yoki molekuladan ajralib chiqadi.

Ko‘p fotonli jarayonda paydo bo‘ladigan har bir foton o‘z-o‘zidan yoki bir xil chastotali (induksiyalangan) tashqi ogohlantiruvchi nurlanish ta’sirida chiqarilishi mumkin.

Ehtimollik  $k$ -fotonik jarayon, bunda energiya bilan fotonlarning yutilishi va rag‘batlantirilgan emissiyasi  $\hbar\omega_1, \hbar\omega_2, \dots, \hbar\omega_k$ ;

$$W^{(k)} = A^{(k)} \cdot \prod_{i=1}^k n_i , \quad (4.30)$$

bu yerda  $n_1, n_2, \dots, n_k$  - mos keladigan energiyaga ega bo‘lgan fotonlar sonining zichligi. Doimiy  $A^{(k)}$  moddaning tuzilishiga, ko‘p fotonli jarayonning turiga va tushayotgan nurlanish chastotasiga bog‘liq. Rag‘batlantiruvchi nurlanish chastotalaridan biri atomdagи oraliq o‘tish chastotasiga yaqin bo‘lsa, u holda miqdor  $A^{(k)}$  rezonansli tarzda ortadi.

Formula (4.27)ni hisobga olgan holda biz ilgari olingan (4.29) bog‘liqlikni umumlashtiramiz:

$$W^{(k)} \sim \prod_{i=1}^k I(\omega_i) . \quad (4.31)$$

Ushbu shart bajarilsa,  $cI(\omega_1) = I(\omega_2) = \dots = I(\omega_k)$  (2.58) formuladan (4.26) bog‘liqlik kelib chiqadi.

Biz shuni ta’kidlaymizki, ko‘p fotonli jarayonlarning ehtimoli uchun yuqoridagi munosabatlarning to‘g‘riliqi ikkita juda aniq taxminlarga asoslanadi:

- birinchidan, fotonlar bir-biridan mustaqil ravishda yutiladi;
- ikkinchidan, bir foton yutish ehtimoli nurlanish intensivligiga proporsionaldir.

(4.26) va (4.28) munosabatlarning darajali bog‘lanish tabiatidan ko‘rinib turibdiki, ko‘p fotonli jarayonlarining ehtimoli, yuqorida aytib o‘tilganidek, yorug‘lik intensivligiga kuchli bog‘liqdir. Shuni yodda tutish kerakki, ko‘p fotonli jarayonlarning o‘zi yorug‘lik intensivligi bo‘yicha hech qanday yuzaga kelish chegarasiga ega emas. Har qanday yorug‘lik maydoni uchun ehtimollik juda kichik bo‘lsa-da, cheklangan ehtimollik qiymatga ega. Har qanday ko‘p fotonli jarayonni eksperimental kuzatish uchun faqat chegara mavjud. Bu moddaning butun nurlangan hajmida qo‘zg‘atuvchi yorug‘lik ta’sirida sodir bo‘ladigan ushbu jarayonning umumiyligi ehtimoli va nurlanishlarni qayd

qilish uskunasining sezgirligi bilan aniqlanadi. Ko‘p fotonli jarayonlar bo‘yicha hozirda ma’lum bo‘lgan miqdoriy ma’lum otlarga asoslangan bu chegara tartibida  $I = (10^{12}-10^{14}) \text{Vt/m}^2$ . Demak, lazergacha bo‘lgan yorug‘lik manbasi yordamida ko‘p fotonli jarayonlar kuzatilmasligi aniq.

Ko‘p fotonli tasviri ko‘plab optik effektlarni sifat jihatidan tavsiflash va tasniflash imkonini beradi. Masalan, yorug‘lik shaffof kristall orqali tarqalayotganda chastotasini ikki baravar oshirish yoki qo‘sish effektlarini (1.2-bo‘limga qarang) ko‘plab elementar jarayonlarning natijasi deb hisoblash mumkin, ularning har birida tushayotgan yorug‘likning ikkita fotoni bitta fotonga aylanadi umumiy energiya va chastota bilan. Shubhasiz, optik kristallga tushgan fotonning energiyalari pastroq bo‘lgan bir juft fotonga aylanishining teskari jarayoni ham kuzatilishi mumkin.

Shunday qilib, ko‘p fotonli jarayonlarning xususiyati shundaki, foton energiyasi (bir nechta fotonlar) va kvant tizimining boshlang‘ich va oxirgi holatlari orasidagi o‘tish energiyasi o‘rtasida oraliq rezonanslar mavjud emas, bu ko‘p fotonli jarayonlarni kaskad (yoki bosqichli) uygo‘nish jarayonlaridan sezilarli darajada ajratib turadi. Har bir keyingi fotonning yutilishi kvant tizimini bir bog‘langan holatdan boshqa (yuqori) bog‘langan elektron holatga o‘tkazadi.

## **Ko‘p fotonli jarayonlar va kvant fizikasining asosiy qonunlari**

Kvant tizimidagi elektronning bir bog‘langan holatdan ikkinchisiga ko‘p fotonli o‘tishining asosiy imkoniyati kvant fizikasining asosiy qonunlaridan kelib chiqadi. Buning uchun ko‘p fotonli jarayonda atom elektron o‘tadigan oraliq holatlarning fizik tabiatini ko‘rib chiqish kerak (2.5-rasmda nuqta chiziq bilan ko‘rsatilgan).

Kvant mexanikasiga ko‘ra, atomlardagi elektronlar faqat aniq belgilangan diskret energiya qiymatlariga ega bo‘lgan holatlarda bo‘lishi mumkin. Kvant tushunchalari doirasida o‘tish chastotasi  $\omega_{mn}$  davlatlar o‘rtasida  $m$  va  $n$  energiya bilan  $W_m$  va  $W_n$  nisbati bilan aniqlanadi:

$$\omega_{mn} = \frac{W_m - W_n}{\hbar}. \quad (4.32)$$

Agar shunday kvant sistemasi yorug‘lik bilan nurlantirilsa, unda shartga javob beradigan  $\omega_1$  va  $\omega_2$  chastotali spektral komponentlar mavjud bo‘lsa:

$$\omega_1 + \omega_2 = \omega_{mn}, \quad (4.33)$$

keyin energiyaga ega bo‘lgan ikkita fotonning yutilishi  $\hbar\omega_1$  va  $\hbar\omega_2$  mos ravishda sodir bo‘lishi mumkin. (4.29) tenglama energiyaning saqlanish qonunini aniq ifodalaydi. Shuni ham yodda tutingki, ikki yoki undan ortiq fotonlarning yutilishi natijasida optik elektron ham atomdan ajralib chiqishi mumkin, ya’ni ko‘p fotonli ionlanish sodir bo‘ladi. Shunday qilib, masalan, G.S. Voronova va N.B. Delaunayning tajribalarida neodimiy lazer nurlanishing 21 foton (to‘lqin uzunligi  $\lambda=1,06$  mkm) yutilishi natijasida geliy atomining ionlanishini (ionlanish potensiali 24,58 eV) kuzatdi. Tajribalarda biz intensivlikdagi yuqori quvvatli lazerlarning impulsli fokuslangan nurlanishidan foydalandik  $I=(10^{13}-10^{17})\text{Vt/m}^2$  va yorug‘lik vektorining amplitudasi  $E_m=(10^8 - 10^{10})\text{V/m}$ .

Ko‘p fotonli jarayonda, birinchi fotonning yutilishidan so‘ng energiyasi yetarli bo‘lmasa, masalan, ionlanish uchun, atom ikkinchi fotonning unga uchishini kuta olmaydi, chunki kutish holatining energiyasi kvant tomonidan taqilangan mexanika. Biroq tasodifiy omillar ta’sirida atom spektrlarining murakkabligi tufayli, foton yutilgandan so‘ng atom energiyasi ruxsat etilgan energiya holatiga yaqinlashadi. Shunday qilib, lazer nurlanishida bo‘lgani kabi, bu intensivlik yetarli darajada yuqori bo‘lsa, bu holatning energiya holatining o‘zi nurlanish intensivligiga bog‘liqligini hisobga olish kerak, deb nomlangan hodisa *Stark effekti* va atom spektrining lazer maydoni tomonidan buzilishidan iborat bo‘lib, u atom darajalarining bo‘linishi va siljishida namoyon bo‘ladi, ya’ni bog‘langan elektron holatlarning energiyalarining o‘zgarishi. Ushbu ta’sir natijasida atom sathlarining pozitsiyalari tashqi yorug‘lik maydonining intensivligining o‘zgarishi bilan o‘zgara boshlaydi va (2.56) tipidagi oddiy kuch-qonunga bog‘liqliklar murakkabroqlari bilan almashtiriladi.

Oxirgi  $m$  va boshlang‘ich  $n$  elektron holatlar energiyasini o‘zgartirishi yuqoridan chegaralangan va quyidagi tengsizliklar bilan aniqlanadi:

$$\Delta W_m \ll |W_m - W_n|, \Delta W_n \ll |W_m - W_n|.$$

Bu shartlar g‘alayonishlarning kichikligining mezoni bo‘lib, yorug‘lik maydoni ta’sirida energiyalarning o‘zgarishiga qaramay, ular hali ham asosiy kvant sonining aniq belgilangan qiymati bilan tavsiflanishi mumkinligini anglatadi.

*Shunday qilib, bir tomonidan, ko‘p fotonli jarayonlarning mumkinligi Stark effektining ta’siri bilan bog‘liq bo‘lib, u sof kvant effektidir. Boshqa tomonidan, bunday jarayonlarning imkoniyatini kvant fizikasining asosiy qonunlaridan biri - V.Geyzenberg tomonidan taklif qilingan energiya va vaqt uchun noaniqlik munosabati ham ko‘rsatadi.*

Haqiqatan ham, qo‘zg‘atilgan holatida elektronning cheklangan umrining mavjudligi  $\delta t$  noaniqlik prinsipiga muvofiq, bu holatning energiyasini faqat aniqlik bilan aniqlash mumkinligini anglatadi  $\delta W \geq \hbar/\delta t$ .

Miqdori  $\delta W$  atom darajasining  $\gamma_0$  kengligiga mos keladi. Qo‘zg‘atilgan atom holatlarining kvazstatsionar tabiatini shuni ko‘rsatadiki, (4.29) tenglama elektronning bog‘langan holatlari orasidagi o‘tish paytida energyaning saqlanish qonuni to‘liq bajariladi, degani emas. Aslida, kvant tizimida (atom) energyaning saqlanish qonuni faqat shu holatlarning tabiiy kengligigacha bajariladi  $\gamma_0 \geq \hbar/\delta t$ :

Bundan kelib chiqadiki, kvant tizimi fotonni nafaqat teng energiyaga ega bo‘lishi mumkin  $\hbar\omega = \Delta W_{mn} = W_m - W_n$  ... Farqi faqat fotonni yutgan kvant tizimining ishlash muddatida.

Agar N. Borning ikkinchi postulati bajarilsa va atom fotonni energiya bilan yutsa  $\hbar\omega = \Delta W_{mn}$ , keyin tizim haqiqiy holatga o‘tadi, uning ishlash muddati  $\delta t$  bu holatning o‘z-o‘zidan parchalanish ehtimoli bilan belgilanadi. Agar energiya bilan kvant so‘rilsa, tizim virtual holatga o‘tadi, uning ishlash muddati noaniqlik munosabati bilan belgilanadi  $\hbar\omega \neq \Delta W_{mn}$ :

$$\delta t = \frac{\hbar}{\delta W}, \text{ bu yerda } \delta W = |\hbar\omega - \Delta W_{mn}| \quad (4.34)$$

Shunday qilib, kvant mexanikasi doirasida ko‘p fotonli jarayonlarni amalga oshirishning fundamental imkoniyatlarini tushuntirish mumkin.

Ko‘p fotonli jarayon - virtual holatlar bo‘yicha elektronlarning ketma-ket o‘tishlari seriyasidir (bu holatlar 10-rasmida  $i$  indeks bilan

belgilanadi). Bu holatda faqat boshlang‘ich va yakuniy holatlar haqiqiydir. Dastlabki va yakuniy holatlar uchun energiyani tejash qonuni  $\gamma_0$  sathning tabiiy kengligigacha bajariladi. Virtual holatlar uchun energiyaning saqlanish qonuni "energiya - vaqt" noaniqlik munosabatigacha bajariladi. Kvant tizimi har bir virtual holatda (4.31) tartibida bo‘ladi. Agar bu vaqt ichida atom nurlanishning ikkinchi kvantini yutsa, u keyingi holatga o‘tadi.

Atomning virtual holatdagi umrini yuqoridagi nisbatlardan osongina aniqlash mumkin. Shunday qilib, ikki fotonli o‘tish holatida ( $k = 2$ ) optik diapazondagi tashqi nurlanish uchun bizda:  $\delta W \sim \hbar\omega \sim 1 \text{ eV}$  va (2.61) ga muvofiq virtual holatda ishlash muddati  $\delta t \sim 10^{-16} \text{ s}$ , ya’ni juda kichik. Bu atomning o‘z-o‘zidan parchalanishi ( $\sim 10^{-8} \text{ s}$ ) bilan belgilanadigan qo‘zg‘aluvchan holatdagi odatdagi umridan  $10^8$  marta qisqaroq.

*Virtual holatlarda juda qisqa umr ko‘rish, sezilarli ehtimollik bilan ko‘p fotonli o‘tishlarni amaliy amalgalash uchun juda yuqori nurlanish intensivligini talab qiladi.*

Ko‘p fotonli jarayonlarning mavjudligi A. Eynshteyn qonunining mashhur formulasiga ziddir, bu xuddi shu muallifning tashqi fotoelektr effekti uchun tenglamasini umumlashtirish va unga ko‘ra kvant tizimida bog‘langan elektron fotonning yutilishi natijasida erkin holatga o‘tishi mumkin, agar uning energiyasi elektronning bog‘lanish energiyasidan katta bo‘lsa elektronning:

$$\hbar\omega > I . \quad (4.35)$$

Bu munosabatda  $I$  - elektronning bog‘lanish energiyasi - kvant tizimining turiga qarab, bu atom yoki molekulaning ionlanish potensiali yoki yarim o‘tkazgichdagi taqiqlangan zonaning kengligi yoki metalldan elektronlarning ish funksiyasi.

(4.35) ko‘rinishdagi A. Eynshteyn qonuni universal emas, faqat yorug‘lik intensivligi past bo‘lgan holatda, ko‘p fotonli jarayonlarni e’tiborsiz qoldirish mumkin bo‘lgan hollardagina amal qiladi. Biroq agar biz ushbu qonunning formulasini o‘zgartirsak va fotonning yutilishi haqida emas, balki ma’lum energiyani atom tomonidan yutilishi haqida

gapiradigan bo‘lsak, u holda (4.35) munosabat quyidagi shaklda berilishi mumkin:

$$k\hbar\omega > I . \quad (4.36)$$

Ushbu formulada qancha fotonlar so‘riladi degan savol tug‘ilmaydi. Xususan, bitta foton yutilganda ( $k = 1$ ), formulalar (4.35) va (4.36) mos keladi.

Biroq, umuman olganda, (4.32) va (4.33) munosabatlari bir-biriga zid. Demak, A.Eynshteyn qonuni (4.32) bo‘yicha fotoionlanish uchun foton energiyasi atomning ionlanish potensiali qiymatidan oshib ketishi kerak, (4.33) ga ko‘ra foton energiyasi ionlanish potensialidan kam bo‘lishi mumkin. Shunga ko‘ra, ko‘p fotonli ionlashuv mavjudligi sababli, yorug‘lik modda bilan o‘zaro ta’sirlashganda “qizil chegara” yo‘qoladi.

(4.35) dan zamonaviy formulaga (4.36) o‘tish zarurati, lazergacha bo‘lgan davrdan lazerdan keyingi davrlarga o‘tish davrida kvant fizikasining asosiy qonunlarining rivojlanishini hisobga olgan holda, mutlaqo tabiiy ko‘rinadi. Bu qonuniyatlarni kashf qilish davrida ularning mualliflari ko‘p fotonli jarayonlarni amalga oshirishning fundamental imkoniyatlari to‘g‘risida g‘oyalarga ega bo‘lishsa-da, amaliy jihatdan ularni o‘sha bosqichda o‘rganish mumkin emas edi.

#### **4.5. Lazer impulsning spektral kengligi va davomiyligi orasidagi bog‘lanish**

Turli usullar bilan yorug‘lik impulslarining davomiyligini o‘zgartirish mumkin. Usullardan biri optik nurlanish modulyatorlaridan foydalanishga asoslangan. Bunday holda, zarba davomiyligini qisqartirish mumkin [19,24]. Bu holda nurlanishning intensivligi o‘zgarmaydi, chunki nurlanishning energiyasi ham davomiylikka mutanosib ravishda kamayadi. Shu bilan birga, tadqiqotchilarning e’tiborini impuls davomiyligining qisqarishi bilan radiatsiya energiyasi deyarli

o‘zgarmagan yoki ozgina o‘zgarib turadigan usul jalb qiladi. Bunday holda, optik impulsning intensivligi sezilarli darajada oshadi. Bu usul optik siqish deb ataladi.

Lazer impulsalarini siqish usullari subpikosekund va femtosekund davomiylidagi ultraqisqa pulslarni olish uchun keng qo‘llaniladi. Ushbu usullar nano- va pikosekundlar ( $10^{-9}$ - $10^{-12}$  s), yuzlab va minglab marta ( $10^{-13}$ - $10^{-15}$  s gacha) davom etadigan lazer generatorining dastlabki pulsini siqish imkonini beradi.). Bunday muddatlarda kosmosdagi pulsning uzunligi mikronga teng. Bundan tashqari, lazer impulsini siqish orqali uning kuchi sezilarli darajada oshadi, chunki saqlanish qonuniga ko‘ra, nisbatan keng vaqt oralig‘ida taqsimlangan barcha impuls energiyasi juda qisqa vaqt oralig‘ida siqilganidan keyin to‘planadi. Energiyaning bunday vaqtinchalik fokuslanishi quvvatning sezilarli o‘sishiga, radiatsiya intensivligining petavatt quvvatiga ( $10^{15}$  Vt), maksimal quvvatning oshishi (ya’ni maksimal impulsning eng yuqori nuqtasida) siqilgandan so‘ng dastlab kengaygan vaqt oralig‘ida  $\Delta t$  taqsimlangan butun impuls energiyasi  $W$  yig‘ilishi tufayli erishiladi juda qisqa vaqt oralig‘i  $\Delta t'$ . Natijada, agar  $W \approx P\Delta t \approx P'\Delta t'$ , siqish paytida energiya deyarli yo‘qolmasa, u holda dastlabki nurlanish quvvati  $P \approx W/\Delta t$   $I' = I\Delta t/\Delta t'$  qiymatiga oshadi, xuddi shu darajada. Chunki puls kamayadi  $P' = P\Delta t/\Delta t'$ .  $I' = I\Delta t/\Delta t'$  nurlanish intensivligi, ya’ni maydon birligiga to‘g‘ri keladigan quvvat ( $I = dP/dS$ ) ham proporsional ravishda ortadi. Boshqacha qilib aytganda, siqilish vaqtida energiyaning saqlanishi tufayli impulsning intensivligi yoki kuchi grafigi ostidagi maydon saqlanib qoladi, bu pulsning energiyasiga teng. Shuning uchun impulsning bunday o‘zgarishi metall ignabargli zarbning bolg‘a zarbasi ostidagi deformatsiyasiga o‘xshaydi, u tekislanganda kesma maydonini deyarli o‘zgartirmaydi, shuning uchun u siqilganligi sababli kengroq va keskinroq bo‘ladi. Ushbu blanklar-impulslar o‘z navbatida siqish moslamasiga yaqinlashadi va ultraqisqa pulslarning avtomat portlashiga – “yorug‘lik o‘qlariga” aylanadi.

Juda qisqa impuls davomiyligi, ayniqsa, chiziqli bo‘lmagan effektlarni yaratish uchun muhimdir. Bir tomondan, impulsni siqish chiziqli bo‘lmagan effektlarning namoyon bo‘lishi uchun zarur bo‘lgan yuqori tanqidiy nurlanish intensivligiga erishishga imkon beradi. Boshqa tomondan, pulsning qisqa davom etishi tufayli uning energiyasi kichik

bo‘lib, nanojulalarga yetadi. Shunga ko‘ra, o‘rtacha quvvat kichik bo‘lib chiqadi va chiziqli bo‘lмаган muhitning materialini yo‘q qilish uchun yetarli emas. Agar bir xil quvvat uzoqroq impulslar ko‘rinishida va undan ham ko‘proq uzlucksiz nurlanish shaklida berilsa, unda o‘rtacha quvvat shunchalik yuqori bo‘ladiki, u materialni yo‘q qiladi. Ya’ni chiziqli bo‘lмаган effektlarning paydo bo‘lishi sharti (kritik intensivlik) chiziqli bo‘lмаган muhitning xususiyatlarini saqlab qolish sharti bilan mos kelmaydi (optik quvvati bilan - o‘rtacha nurlanish intensivligi, chiziqli bo‘lмаган materialni yo‘q qilish). Shunday qilib, bir qator nochiziqli ta’sirlarni faqat ultraqisqa nurlanish impulsleri ta’sirida kuzatish mumkin. Bunday effektlar orasida: yorug‘likning rag‘batlantirilgan Raman tarqalishi (kogerent Raman effekti), o‘z-o‘zini fazali modulyatsiyalash, o‘z-o‘zini fokuslash, to‘rt to‘lqinli aralashtirish va chiziqli bo‘lмаган materialning past optik quvvati yoki zaif chiziqli bo‘lмаганligi bilan, yuqori garmonikalarning paydo bo‘lishi kabi effektlar faqat ultraqisqa impulsler ta’sirida kuzatilishi mumkin.

Shunday qilib, lazer pulsini siqish ilmiy tadqiqotlar va texnik ilovalar uchun muhim rol o‘ynaydi. Keyinchalik impulsni siqishning o‘ziga xos usullarini ko‘rib chiqing. Bu usullarning barchasi, shuningdek, boshqa bir qator zamonaviy elektron va lazer texnologiyalari radiotexnika, radiofizika va radiospektroskopiya bilan bog‘liq bo‘lib, bu yerda elektr va radio impulslarni siqish uchun tasdiqlangan texnologiyalar uzoq vaqtadan beri mavjud bo‘lgan, masalan, qabul qilish yo‘llarida, radarlar. Bu usullarning barchasining mohiyati shundan iboratki, dastlabki impuls kechikish chizig‘i orqali o‘tadi, bu esa impulsning oldingi va orqa qismlarini tengsiz kechiktiradi: impulsning oldingi qirrasi orqa tarafga qaraganda ko‘proq kechiktiriladi. Natijada kechikish chizig‘i bo‘ylab harakatlanayotganda, pulsning quyruq qismi bosh qismini tobora ko‘proq ushlab turadi, bo‘sqliqni va shuning uchun pulsning davomiyligini kamaytiradi, bosib o‘tgan masofaga mutanosib ravishda kamayadi. Optik siqishning umumiyligi g‘oyasi bir xil, ammo optik kechikish chizig‘ini amalda qo‘llash va impulsning old va orqa qismlari uchun teng bo‘lмаган kechikishni o‘rnatish usuli siqish usullariga qarab juda farq qilishi mumkin, ularning ba’zilari quyida muhokama qilinadi.

Darhaqiqat, bu usul radardan kelib chiqqan bo‘lib, u yerda ularning quvvatini oshirish uchun impulsni siqish muammosi ham paydo bo‘ldi,

bu radio signali nishondan aks ettirilgandan keyin keskin kamayadi va uzoq masofalarni bosib o‘tadi. Shu sababli, radar stansiyasi mo‘ljaldan aks etgandan so‘ng qabul qilish yo‘lidagi dispersiya bilan kechikish chizig‘idan o‘tib, uni siqib chiqaradigan va natijada quvvatning oshishi tufayli osongina qayd etilishi mumkin bo‘lgan cho‘zilgan chiyillashli pulsni chiqaradi. Asosan, optik impulslarning siqilishi yuqorida muhokama qilingan radio impulslarning siqilishidan farq qilmaydi: farq faqat elektromagnit nurlanish chastotasida. Shuning uchun chirping va dispersiyani amalga oshiradigan usullar va elementlar ham sezilarli darajada farqlanadi.

Impulslarni asl qiymatidan kamroq muddatga siqish uchun fazani o‘z-o‘zini modulyatsiya qilish (FOM deb qisqartiriladi) ta’siriga asoslangan chiyillash usuli qo‘llaniladi. Bu nochiziqli effekt kuchli optik maydonlarda n muhitning sindirish ko‘rsatkichi  $n=n_0+n_2 E_0^2$  qonuniga ko‘ra elektr maydonining  $E_0$  amplitudasiga va unga proporsional nurlanish intensivligiga  $I \sim E_0^2$  bog‘liq bo‘la boshlaganiga asoslanadi, bu yerda  $n_0$  - chiziqli optika hududidagi muhitning nominal sindirish ko‘rsatkichi va  $n_2$  - muhitning nochiziqli xususiyatlari tufayli indikatorning o‘zgarishini tavsiflovchi koeffitsiyent. Nochiziqli muhitdan o‘tayotganda, nurlanish intensivligi I maksimal bo‘lgan impulsning yuqori qismida yorug‘lik to‘lqinlari, kamaytirilgan faza tezligi c/n bilan harakatlanadi, chunki bunday intensivlik uchun sindirish ko‘rsatkichi  $n=n_0+n_2 E_0^2$  maksimal bo‘ladi, u holda impuls etagidagi yorug‘lik to‘lqinlari nominal c/  $n_0$  ga yaqin faza tezligi bilan muhitda harakatlanadi, chunki nurlanish intensivligi impulsning chekkalarida nolga teng. Pulsning yuqori qismida to‘lqin cho‘qqilari orqada qolib, orqa tarafga sudralib ketishi sababli, impulsning quyruq qismida yorug‘lik to‘lqinlarining tepalari siqiladi (to‘lqin uzunligi qisqaradi), to‘planadi (chastotasi), yorug‘lik kuchayadi) va pulsning bosh qismida, aksincha, ular ajralib chiqadi, siyraklashadi (to‘lqin uzunligi ortadi va chastota kamayadi). Natijada impuls ko‘prikka yoki akkordeon ko‘prigiga o‘xshaydi, bu yerda ko‘pincha burmalar, tizmalar bir tomonda to‘planadi va boshqa tomondan ajralib chiqadi. Chunki bunday intensivlik uchun  $n=n_0+n_2 E_0^2$  sindirish ko‘rsatkichi maksimal bo‘ladi, u holda impulsning tagidagi yorug‘lik to‘lqinlari nominal c/  $n_0$  ga yaqin faza tezligi bilan bir muhitda harakat qiladi, chunki nurlanish intensivligi nolga teng.

O‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya effekti nochiziqli muhitdan o‘tgandan so‘ng dastlabki impuls (yuqori) chastotali va fazali modulyatsiyalangan bo‘ladi, bu impulsning suratida ko‘rinib turganidek, yorug‘lik tezligining intensivlikka bog‘liqligi sababli.

Shunday qilib, impuls sinishi indeksi  $n=n_0+n_2 E_0^2$  bo‘lgan nochiziqli muhitdan o‘tgandan so‘ng, fazaning kirib borishi impuls bo‘ylab teng bo‘lmagan bo‘lib chiqadi - impuls fazali modulyatsiyalangan bo‘lib chiqadi va uning o‘zi fazani o‘z kuchi bilan modulyatsiya qiladi. O‘zgaruvchan intensivlik I (shuning uchun ta’sir o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya yoki SPM deb nomlandi). Boshqa tomondan, har bir fazali modulyatsiyalangan signal chastotali modulyatsiyalangan deb hisoblanishi mumkin. Va haqiqatan ham, biz ko‘rib turganimizdek, signal chastotali modulyatsiyalangan, shivirlangan bo‘lib chiqadi: uning bosh qismida uzunroq to‘lqinlar ("rangli qizil"), dumida esa qisqaroq to‘lqinlar ("rangli ko‘k") va yaqinida impulsning yuqori chastotasi impuls bo‘yicha deyarli chiziqli ravishda o‘zgaradi. Bundan tashqari, siqish uchun juda muhim bo‘lgan, bunday chiyillagan impulsni dispersion muhit orqali o‘tkazib, uning davomiyligini sezilarli darajada qisqartirish mumkin, ya’ni siqishni amalga oshirish mumkin. Buning uchun bunday kechikish chizig‘ining tarqalishi anomal bo‘lishi kerakligini ko‘rish oson: qizil nurlar ko‘k nurlardan oldinda bo‘lgan oddiy dispersiyali muhitdan farqli o‘laroq, uzun to‘lqinlar qisqa to‘lqinlarga qaraganda sekinroq harakatlanishi kerak. Dispersiya  $D=d\beta_1/d\lambda$  dispersiya parametri orqali xarakterlanadi, bunda  $\beta_1=1/V_g$  guruh tezligi  $V_g$  ning o‘zaro nisbati. Dispersiya parametri ko‘pincha nanometr boshiga pikosekundlarda, har bir kilometrda o‘lchanadi: ps / (nm km). Vaqt o‘lchaniga ega bo‘lgan bu parametr to‘lqin uzunligi 1 bo‘lgan to‘lqinlar  $V_g$  guruh tezligidagi farq tufayli qancha pikosekund oldinda bo‘lishini ko‘rsatadi, to‘lqin uzunligi  $\lambda+\Delta\lambda$ , uzunroq to‘lqinlar  $\Delta\lambda=1$  nm dan keyin uzunroq. 1 km masofani bosib o‘tadi. Dispersiyani Teylor qatori orqali ifodalash mumkin[19]:

$$k(\omega)=n(\omega)\omega/c=k(\omega_0)+\beta_1\cdot(\omega-\omega_0)+\frac{1}{2}\beta_2\cdot(\omega-\omega_0)^2+\dots \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} V_g(\omega)&=d\omega/dk=1/(dk/d\omega)\approx 1/[\beta_1+\beta_2\cdot(\omega-\omega_0)]\approx 1/\beta_1- \\ &-\beta_2\cdot(\omega-\omega_0)/\beta_1^2=V_g(\omega_0)-\beta_2\cdot(\omega-\omega_0)V_g^2(\omega_0). \end{aligned} \quad (4.38)$$

Ya’ni guruh tezligining chastotasiga bog‘liqligini tavsiflovchi aynan  $\beta_2$  koeffitsiyentidir, shuning uchun u dispersiya koeffitsiyenti deb ataladi.  $\beta_2$  koeffitsiyenti dispersiya parametri D bilan quyidagi tarzda bog‘lanadi:  $\beta_2 = -\lambda^2 D / 2\pi c$ . Ya’ni normal dispersiya ( $D < 0$ ) da  $\beta_2 > 0$  ga (shuning uchun bunday dispersiya musbat deb ham ataladi), anomal dispersiya ( $D > 0$ ) da esa  $\beta_2 < 0$  (salbiy dispersiya) ga mos keladi.

Endi chirped impuls siqish usuli yordamida pulsni qay darajada siqish mumkinligini ko‘rib chiqamiz. Ma’lumki, lazer nurlanishi juda tor spektral chiziq bilan tavsiflanadi, bu qator muhim qo‘llanmalarga ega. Biroq qisqa impulslarni hosil qilish uchun  $\Delta v$  spektral chizig‘ining kichik kengligi sezilarli cheklovdir, chunki signallarni spektral tahlil qilish munosabatlaridan kelib chiqadiki, impulsning davomiyligi  $\Delta t$  spektral chiziqning o‘zaro kengligidan kam bo‘lishi mumkin emas.  $1/\Delta v$  (aniqrog‘i,  $1/2\pi\Delta v$ ). Aksincha, spektrning kengligi  $\Delta v$  o‘zaro impuls davomiyligi  $1/\Delta t$  dan kam bo‘lishi mumkin emas (aniqrog‘i,  $1/2\pi\Delta t$ ). Agar biz buni  $\Delta t\Delta v \geq 1/2\pi$  deb yozsak va Plank doimiysi h ga ko‘paytirsak, Geyzenberg noaniqlik prinsipi  $\Delta t\Delta E \geq h/2\pi$  ning sof klassik talqinini olamiz, bu yerda  $\Delta E = h\Delta v$  foton energiyasi noaniqligidir.

Monoxromatik lazer nurlari uchun spektral chiziqlarning torligi  $\Delta v$  tartibida  $\Delta t$  impulsning nisbatan uzoq davom etishini bildiradi ( $\Delta t \sim 1/\Delta v$ ). Shunday qilib, doimiy monoxromatik nurlanishni yaratuvchi geliy-neon lazer juda tor spektral chiziqlarga ega va aslliligi modulyatsiyalangan rejimida ishlaydigan lazer allaqachon nanosekund tartibidagi qisqa impulslarni beradi. Hozirgacha fazo-vaqt tilida tasvirlangan va endi biz uni ekvivalent faza-chastotali tilda ko‘rib chiqamiz, siqish usuli xuddi shu prinsip asosida ishlaydi. Birinchi bosqichda, impuls nochiziqli muhitda chirplanganda, spektr kengayadi: tor spektral chiziq nisbatan keng  $\Delta v$  diapazoniga aylanadi. Kengayish shunchalik katta bo‘lishi mumkinki, monoxromatik lazer nuri kamalakning barcha ranglarini o‘z ichiga olgan oq nurga aylanadi, ya’ni ko‘rinadigan yorug‘likning butun yoki deyarli butun diapazonini qoplaydi - ultra keng oq shovqin spektriga ega bunday nurlanish supercontinuum deb ataladi. Biroq spektrning kengayishiga qaramay, natijada paydo bo‘lgan chirplangan impuls, ko‘rinib turganidek, kamaymadi, lekin uning davomiyligini saqlab qoladi, ya’ni u hali optimallashtirilmagan, spektral cheklangan. Ushbu kamchilikni tuzatish uchun, ta’kidlanganidek, har bir

chastota komponenti uchun tegishli faza tuzatishlarini kiritish kerak. Dispersiya elementi aynan shunday qiladi, bu impulsning har bir spektral komponentiga mos keladigan faza siljishini beradi, buning natijasida impuls qisqaradi va spektral cheklangan bo'lib,  $1/\Delta v$  tartibining minimal ruxsat etilgan davomiyligini oladi.

Shunday qilib, siqish usuli yordamida erishish mumkin bo'lgan minimal impuls davomiyligini aniqlaydigan spektrning kengligi  $\Delta v$ .  $\Delta v \leq v = 1/T$  bo'lgani uchun, bu yerda  $v$  spektrdagи maksimal chastota va  $T$  - yorug'lik maydonining davri bo'lib, ko'rindigan yorug'lik uchun bir necha femtosekund ( $10^{-15}$  s) bo'lganligi sababli, impuls sekinlasha olmasligi aniq. Bir necha femtosekundlarda ushbu asosiy chegaradan qisqaroq bo'lishi kerak.

Shunday qilib, rekord darajadagi impulsni siqish uchun chastota komponentlari yoki impuls rejimlari o'rtasidagi aniq faza munosabatlarini ta'minlash kerak. Bu impulsning chiziqli bo'lmagan o'zgarishi paytida sodir bo'lgan fazali kirishni to'liq qoplaydigan dispers elementning tegishli uzunligini tanlash kerakligini anglatadi. Darhaqiqat, impuls anomal dispersiyali muhitda harakat qilgani va u bosib o'tgan yo'l z ortib borayotganligi sababli, impulsning "ko'k" dum qismi asta-sekin boshning "qizil" qismiga yetib boradi, keyin ma'lum masofada  $z_{\min}$  bo'ladi, mos keladi (chastota modulyatsiyasi yo'qoladi). Bunday holda, impuls chegaralangan  $\Delta t_{\min} = 1/\Delta v$  gacha siqilib, spektral chegaralangan bo'ladi.

Shunday qilib, nochiziqli  $\Delta\phi(t) = s\Delta\omega_0 t^2 / 2\Delta t_0^2$  bo'lgan muhitda kvadrat faza modulyatsiyasini boshdan kechirgan  $\Delta t_0$  davomiyligi impulsini ko'rib chiqamiz.  $\phi(t) \sim n_2 I(t)$  fazali modulyatsiya Gauss impuls cho'qqisiga yaqin bo'lishi kvadratikdir, bu taxminan parabola bilan yaqinlashishi mumkin (impuls amplitudasi yoki intensivligi profilini ketma-ket qatorga kengaytirish orqali osongina ko'rish mumkin). cho'qqiga yaqin). Kvadrat fazali modulyatsiya chiziqli chastotali modulyatsiyaga teng.

$$\Delta\omega(t) = d\Delta\phi/dt = s\Delta\omega_0 t / \Delta t_0^2 \sim dI/dt \quad (4.39)$$

bu yerda  $s$  - chastota modulyatsiyasining belgisi,  $\Delta\omega_0$  - impuls ichidagi chastotaning umumiyligi o'zgarishi. Keyin impuls davomiyligining

o‘zgarishi fokuslangan yorug‘lik nurining o‘lchamining o‘zgarishini tavsiflash uchun tenglamaga o‘xhash tenglamani tavsiflaydi:

$$\Delta t(z)=\Delta t_0[(1+\text{sign}(s\beta_2)\Delta\omega_0\Delta t_0 z/L_d)^2+z^2/L_d^2]^{1/2}, \quad (4.40)$$

bu yerda  $L_d=\Delta t_0^2/2|\beta_2|$  dispersiyaning tarqalish uzunligi. Bu tenglamani quyidagicha qayta yozish mumkin:

$$\Delta t(z)=\Delta t_0[(1+2s\beta_2\Delta\omega_0 z/\Delta t_0)^2+z^2/L_d^2]^{1/2}, \quad (4.41)$$

shundan kelib chiqadiki,  $\beta_2<0$  shartda siqilish mumkin. Ya’ni ko‘rsatilgandek, chastotasi ko‘tarilgan ( $\beta_2>0$ ) siqilish uchun anomal dispersiyaga ( $\beta_2<0$ ) ega bo‘lgan muhitdan o‘tish kerak. Yoki aksincha, agar chastotasi pasaygan ( $\beta_2<0$ ) impuls hosil qilish mumkin bo‘lsa, u holda uni normal dispersiyali ( $\beta_2>0$ ) muhitdan o‘tkazish kerak. Natijada, impulsning davomiyligi  $\Delta t_{\min}=\Delta t_0/(1+M^2)^{1/2}$  ga teng masofada  $z_{\min}=L_d M/(1+M^2)$ , minimal qiymatga yetadi, bunda  $M=|\Delta\omega_0\Delta t_0|$  dastlabki chastota modulyatsiyasining parametridir. Ushbu siqish parametri 10-100 qiymatlariga etadi, ya’ni  $\Delta t_0/\Delta t_{\min}\approx M$  pulsning siqilish darajasi o‘nlab va yuzlab marta, ya’ni pikosekunddan subpiko-sekundgacha va femtosekundgacha davom yetadi.

Nochiziqli effektlar nurlanishning past intensivligida paydo bo‘ladigan o‘z-o‘zini fazali modulyatsiya yordamida impulsning chiyillashi uchun chiziqli bo‘lidan vosita sifatida optik toladan foydalanish qulay bo‘lib chiqdi. Darhaqiqat, differeksiya divergensiyasi bo‘lidan va nurlanish doimo o‘nlab mikron diametrli ingichka yadro ichida sodir bo‘ladigan tolada butun tola bo‘ylab (o‘nlab metr uzunlikdagi) yuqori nurlanish intensivligi saqlanadi, ya’ni tolaning samarali uzunligi yorug‘likning muhit bilan nochiziqli o‘zaro ta’siri katta. Shuning uchun chiziqli bo‘lidan effektlar bu uzunlikdagi harakatning butun vaqt davomida to‘planadi va hatto o‘rtacha nurlanish intensivligida ham juda muhim bo‘ladi.

Gauss amplitudasi profiliga ega bo‘lgan Gauss impulsining bunday nochiziqli muhitidagi harakatini ko‘rib chiqing.

$$A=E_0\exp(-t^2/\Delta t_0^2)). \quad (4.42)$$

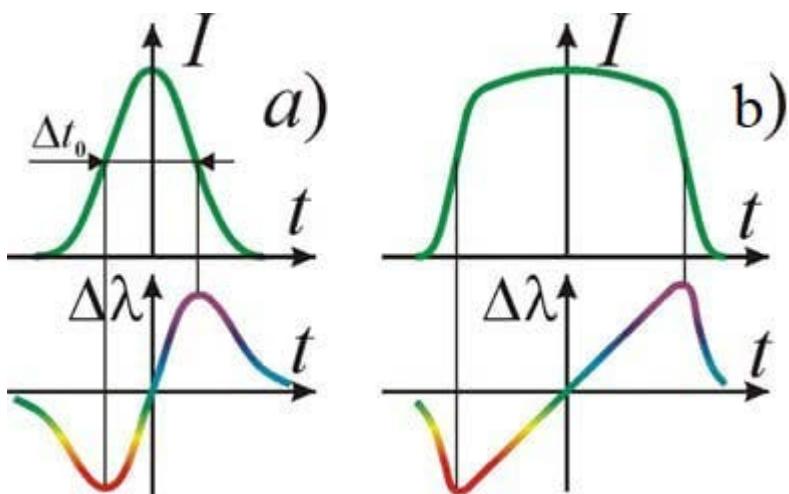
Sinish ko'rsatkichining chiziqli bo'lmanan qismi  $n_2 I \sim n_2 A^2(t)$  chiziqli bo'lmanan faza siljishiga olib keladi.

$$\varphi_{nl} = -n_2 A^2(t) z \omega_0 / c \quad (4.43)$$

Fazaning eng katta o'zgarishi impulsning yuqori qismida  $t=0$  da kuzatiladi (4.20-rasm), bu yerda  $\varphi_{nl}(0) = -n_2 E_0^2 z \omega_0 / c$ . Chastota impulsning yuqori qismiga yaqin deyarli chiziqli o'zgarganligi sababli, o'z-o'zidan fazali modulyatsiya tufayli chastota modulyatsiyasi diapazoni quyidagicha ifodalanishi mumkin. Bu yerdan chastota modulyatsiyasi parametri uchun oddiy formulani olish mumkin:

$$M = |\Delta \omega_{nl} \Delta t_0| \approx \varphi_{nl}(0). \quad (4.44)$$

Hisob-kitoblar shuni ko'rsatadiki, eng yuqori intensivligi  $I = (cn_0/8\pi)E_0^2 = 10^9 \text{ Vt/sm}^2$  bo'lgan optik impuls kvarts tolasidagi sindirish ko'rsatkichini  $n_2 E_0^2 = 3,2 \cdot 10^{-7}$  ga o'zgartiradi. Agar lazer nurlanishining to'lqin uzunligi  $\lambda_0 = 1 \text{ мкм}$  mkm bo'lsa, uzunligi taxminan 50 m bo'lgan optik tolada spektrning 100 barobar kengayishini olish mumkin[25].



4.20-rasm. An'anaviy Gauss impulslari (a) va dispersiv muhitda cho'zilgan impulslar (b) holatida o'z-o'zidan fazali modulyatsiya tufayli jiringlashning yaratilishi.

Gauss qonuniga ko‘ra o‘z-o‘zini fazali modulyatsiyalash impulsning faqat markaziy qismida chiziqli chastotali siljishni beradi (tepaga yaqin, bu parabola bilan yaxshi yaqinlashadi va mos ravishda chiziqli funktsiya bilan  $dI / dt$ ). Bu xromatik operatsiyalarni keltirib chiqaradi (linzalarning fazoviy xromatik operatsiyasiga o‘xhash): bu chastota modulyatsiyasi bilan impuls konverti siqilganda sezilarli darajada buziladi. Guruh tezligi dispersiyasi namoyon bo‘lishi uchun uzunroq tola uzunligini qo‘llash orqali yaxshi natijalarga erishish mumkin. Bunday holda, impuls biroz kengayadi, lekin ayni paytda uning ustki qismi tekislanadi va chastota modulyatsiyasi butun impuls ichida deyarli chiziqli bo‘ladi (4.20.b-rasm). Bunday impuls dispersiv bo‘lmagan o‘z-o‘zini modulyatsiya rejimida 68% ga nisbatan markaziy tepalikdagi energiyaning 90% ni o‘z ichiga oladi (4.5.a-rasm).

Shunday qilib, nochiziqli va dispersiv elementning xususiyatlari ko‘pincha bir xil tolada birlashtiriladi. Shunday qilib, bir qator tolalar anomal dispersiyaga ega bo‘lganligi sababli, chiziqli bo‘lmaganlik tufayli hosil bo‘lgan impulsning jiringlashi anomal dispersiya bilan to‘liq qoplanadigan bitta tolada chirping va siqilish paydo bo‘lishi mumkin. Bunday tolaning kiritilishiga qo‘llaniladigan impulslar solitonlarga siqiladi, ularning davomiyligi va balandligi (cho‘qqi intensivligi) tolaning chiziqli bo‘lmaganligi va dispersiyasi bilan belgilanadi. Va impulsning o‘zi chiziqli bo‘lmagan Ginzburg-Landau tenglamasi bilan tavsiflanadi:

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\alpha A/2 - (\beta_1 + i\beta_2/2) \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + i\gamma |A|^2 A, \quad (4.45)$$

Bu yerda  $A(z, t)$  - yorug‘lik maydonining amplitudasi  $E$  (tola bo‘ylab  $z$  yo‘liga va  $t$  vaqtga qarab impuls konvertining sekin o‘zgaruvchan amplitudasi),  $\alpha$  - toladagi yutilish konstantasi,  $\beta_1 = dk/d\omega = 1/V_g(\omega_0)$  va  $\beta_2 = d^2k/d\omega^2$  to‘lqin sonining Teylor kengayish koeffitsiyentlari,  $\gamma$  - nochiziqli koeffitsiyenti. (4.42) tenglamadan ko‘rinib turibdiki, bu  $\beta_2$  koeffitsiyenti  $\gamma$  nochiziqlilik koeffitsiyentini kompensatsiya qilishga imkon beradi, shuning uchun impuls juda qisqa davomiylikka erishib, vaqt o‘tishi bilan shakli va uzunligini o‘zgartirishni to‘xtatadi. Bu optik solitonlar uzoq vaqt davomida shakli va kichik uzunligini saqlab, optik tolalarda harakat qilish imkonini beradi. Va bu optik tolali aloqa liniyalari uchun juda muhimdir, ularda impulslar yuzlab kilometrlarni bosib o‘tadi, bunda dispersiya va chiziqli bo‘lmaganlik, agar

ular kompensatsiya qilinmasa, signalni tanib bo'lmash darajada o'zgartiradi.

Shunday qilib, chirped pulsni siqish usuli nafaqat rekord qisqa puls davomiyligiga erishish, balki bu rekordni uzoq vaqt davomida gigant masofalarda pulsning shakli va davomiyligini saqlab qolish imkonini beradi.

#### **4.6. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar**

1. An'anaviy simli elektron aloqa tizimlariga nisbatan optik tolali aloqa liniyalarining afzalliklari nimada?
2. Nima uchun markaziy yadroning sindirish ko'rsatkichi har doim optik tolali qoplamaning sindirish ko'rsatkichidan kattaroq bo'ladi?
3. Bir va ko'p moddali tolalar o'rtasidagi farq nimalardan iborat?
4. Optik tolalardagi minimal optik yutilish nima bilan belgilanadi? Nega ularni prinsipial jihatdan yo'q qilib bo'lmaydi?
5. Optik tolali tizim uchun  $\alpha_{dB} = 0,2 \text{ dB/km}$  ga teng optik yutilish qiymati nimani anglatadi?
6. Siljigan dispersiyali optik tolalar nima va ularning istiqbolli optik tolali ma'lum otlarni uzatish liniyalarini uchun qanday afzalliklari bor?
7. Nochiziqli muhitning sindirish ko'rsatkichi uchun (3.5) ifoda kub singdiruvchanlik  $\chi^{(3)}$  hissasi natijasida olinganligini ko'rsating.
8. Nega sindirish ko'rsatkichining nochiziqli qismi uchun (3.6) ifoda yorug'lik vektori amplitudasining faqat juft darajalarini o'z ichiga olganligini tushuntiring.
9. Sindirish ko'rsatkichi ishorasi o'zgarishi yorug'lik nurining optik muhitdagi evolyutsiyasiga qanday ta'sir qiladi?
10. Yorug'lik nurining sochilishining maxsus filamentli to'lqin yo'nalishi paydo bo'lishining fizik sabablari nimalardan iborat?
11. Yorug'lik nurining o'z-o'zini fokuslash tushayotganining nochiziqli tabiatini nima ekanligini tushuntiring.
12. O'z-o'zini yo'naltirish (fokusirovka) va o'z-o'zini fazali modulyatsiyalar o'rtasida qanday bog'liqlik mavjud?
13. Optik tolali ma'lumotlarni uzatish liniyalarida o'z-o'zidan fazali modulyatsiya qanday rol o'ynaydi?

14. Nima uchun o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya optik impulsarning chastotali modulyatsiyasiga olib kelishini tushuntiring.

15. O‘z fazali modulyatsiya paytida optik impulsarning shakli o‘zgarmasligini isbotlovchi matematik formulani keltiring.

16. (3.16) tenglamadagi hadlarning fizik ma’nosini tushuntiring.

17. 3.9-rasmda qo‘sni optik impulsarning spektral kengayishining assimetrik xususiyatini shuningdek, ularning markaziy qismida tebranuvchi strukturaning mavjudligini tushuntiring.

4. Nima uchun kremniy oynasining kub singdiruvchanlik  $\chi^{(3)}$  ning kichik qiymatiga qaramay, optik tolali axborot uzatish liniyalarida nochiziqli effektlar muhim rol o‘ynaydi?

19. Ko‘p kanalli optik aloqa liniyalarida o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya va o‘zaro fazali modulyatsiyaning hissasini solishtiring.

## **5-BOB. YORUG‘LIKNING MAJBURIY KOMBINATSIONAR SOCHILISHI**

Ushbu bobda yuqori quvvarli yorug‘likning moddaga tushganda uning molekulalari bilan ta’sirlashishi natijasida yangi spektral nurlanishlarning generatsiyasi bog‘liq – **yorug‘likning majburiy kombinatsion sochilishi** jarayonini o‘rganamiz. Shu bilan birga biz ikkita o‘xhash hodisani ko‘rib chiqamiz - majburiy kombinatsion (stimulyatsiyalangan Raman) sochilishi va stimulyatsiya qilingan Brillouin sochilishi va ular zamonaviy optik tolali texnologiyalarda keng qo‘llaniladi [2-4].

### **5.1. Yorug‘likning majburiy kombinatsionar sochilishini ifodalash usullari**

*Yorug‘likning majburiy (Raman) kombinatsion sochilishi* optik muhit tomonidan sochilgan yorug‘likning spektral tarkibida kogerent sochilishga mos keladigan tushayotgan yorug‘lik to‘lqinining chastotasiga qo‘srimcha ravishda, tushayotgan nurlanishdan chastotasi qiymatlari bo‘yicha chastotalarga  $\omega_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ) teng yoki karrali molekula ichidagi tebranishlar:  $\omega_p \pm m\omega_i$ ,  $m = 1, 2, \dots$  (birinchi va yuqori tartibli kombinatsiyalangan chastotalar deb ataladi) farq qiluvchi spektral chiziqlar mavjudligidan iborat. Barcha chastotalar  $\omega_i$  ma’lum optik muhit (masalan, kristall) uchun xarakterlidir va tushayotgan nurlanishning chastotaga  $\omega_p$  bog‘liq emas.

Raman spektridagi  $\omega_p - m\omega_i$  chastotali chiziqlari tushayotgan yorug‘lik chastotasidan kamroq qizil (yoki *Stokes*) komponentlar va chastotali chiziqlar  $\omega_p$  dan kattaroq  $\omega_p + m\omega_i$ , binafsha rang (yoki *antistokes*) komponentlar deyiladi. Kvant nuqtai nazaridan, ikkala holatda ham  $\hbar\omega_p$  energiyaga ega foton yo‘qoladi va boshqa energiyaga ega bo‘lgan fotonning nurlanishi molekulaning tebranish energiyasi bir sathdan boshqasiga o‘tish tufayli hosil bo‘ladi.

An'anaviy yorug‘lik manbalariga xos bo‘lgan nisbatan past intensivliklarda Ramanning sochilishining ulushi juda kichik: moddaning birlik hajmidagi yorug‘lik oqimi tushayotgan yorug‘lik oqimining ( $10^{-7} \dots 10^{-6}$ ) qismini tashkil etadi. Bunda tushgan foton molekula

tomonidan sochiladi, bunda molekula yuqori energiyali tebranish holatidan past energiyali holatga o‘tadi va stokes fotoni bilan o‘z-o‘zidan (o‘z-o‘zidan)  $\hbar\omega_s = \hbar(\omega_p - \omega_i)$  energiyali spontan nurlanish chiqaradi. Ta’riflangan jarayon chiziqli bo‘lib, *Raman effekti* deyiladi.

Ushbu erffekt bu jarayonni kashf etgan hind fizigi, Nobel mukofoti laureati Ch.V.Raman nomi bilan ataladi.

Agar muhit molekulalarining tebranish moddalarini qo‘zg‘atish impulsli lazerlar yordamida erishish mumkin bo‘lgan ( $10^{12} \dots 10^{13}$ )  $\text{Vt/m}^2$  nurlanish intensivligida amalga oshirilsa, u holda sochilgan oqimning ulushi sezilarli darajada oshadi va bir necha on % ga yetadi. Bu eksperimental fakt, agar biz nurlanishning Kvant nazariyasining har qanday nurlanish jarayoni uchun stimulyatsiya qilingan (majburiy) analogi mavjudligi haqidagi umumiy pozitsiyasini hisobga olgan xolda tushuntiriladi. O‘z-o‘zidan Raman sochilishining analogi *Ramanning majburiy sochilishi* deyiladi, shuningdek,  $\hbar\omega_p$  energiyali fotonning yo‘qolishidan va  $\hbar\omega_s = \hbar(\omega_p \pm m\omega_i)$  energiyali fotonning nurlanishidan iborat bo‘lib, bu jarayonning ehtimolligi majburlovchi va shochilgan nurlanishlar intensivliklari  $I$  va  $I_s$  bilan mutanosibdir. Bu jarayon tufayli  $\omega_s$  chastota bilan sochilgan nurlanish eksponensial qonun bo‘yicha optik muhitda kuchaytiriladi, xuddi birinchi marta A. Eynshteyn tomonidan bashorat qilingan stimulyatsiya qilingan nurlanish ostida teskari energiya darajasiga ega bo‘lgan muhitda yorug‘likning kuchayishiga o‘xshash.

Majburlangan Raman spektrida, Stokes komponentidan tashqari, Stokes komponentining intensivligidan bir necha marta pastroq bo‘lgan intensivlikdagi antistokes sochilishi ham mavjud. *Stokes  $\omega_s$  va antistokes  $\omega_{as}$  to‘lqinlar chastotalari asosiy uzatiladigan nurlanish chastotasiga  $\omega_p$  nisbatan simmetrik tarzda joylashadi.*

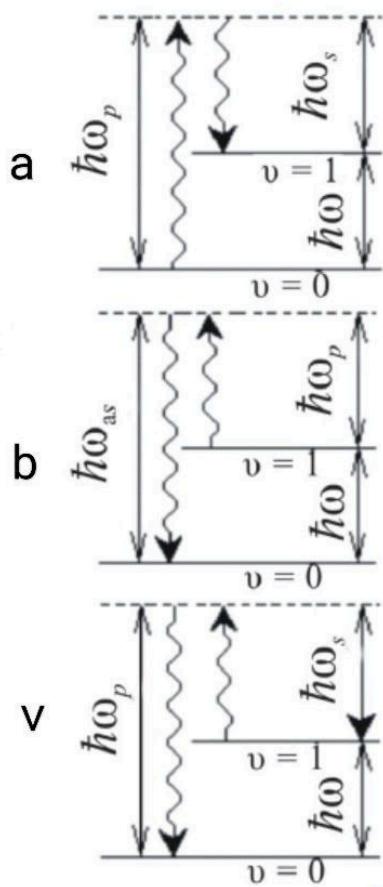
Majburiy Raman sochilishida (MRS) kvant o‘tishlari 5.1-rasmda ko‘rsatilgan. Stokes sochilishi bilan (a) lazer fotoni yutiladi va Stokes fotoni bilan birligida molekulyar tebranishlar kvanti paydo bo‘ladi. Anti stokes sochilishi bilan (b) lazer fotoni va tebranish kvanti yutiladi, natijada yig‘indisi chastotada foton chiqariladi.

5.1 v-rasmda teskari jarayonga to‘g‘ri keladi - Stokes chastotasida fotonning va tebranuvchi kvantining yutilishi; bu holda lazer maydonining ta’siri ostida kogerent foton hosil bo‘lishi bilan majburiy o‘tish sodir bo‘ladi.

Yetarli darajada kuchli tushayotgan bilan Stokes to‘lqinining intensivligi muhit ichida shunchalik tez ortadiki, tushayotgan energiyasining katta qismi ushbu to‘lqinga o‘tadi.

$z$  koordinata bo‘ylab Stokes to‘lqinining intensivligini dastlabki kuchaytirish jarayoni uzlusiz tushayotgan holatida tenglama bilan tavsiflanadi:

$$\frac{dI_s}{dz} = g_R I_s I , \quad (5.1)$$

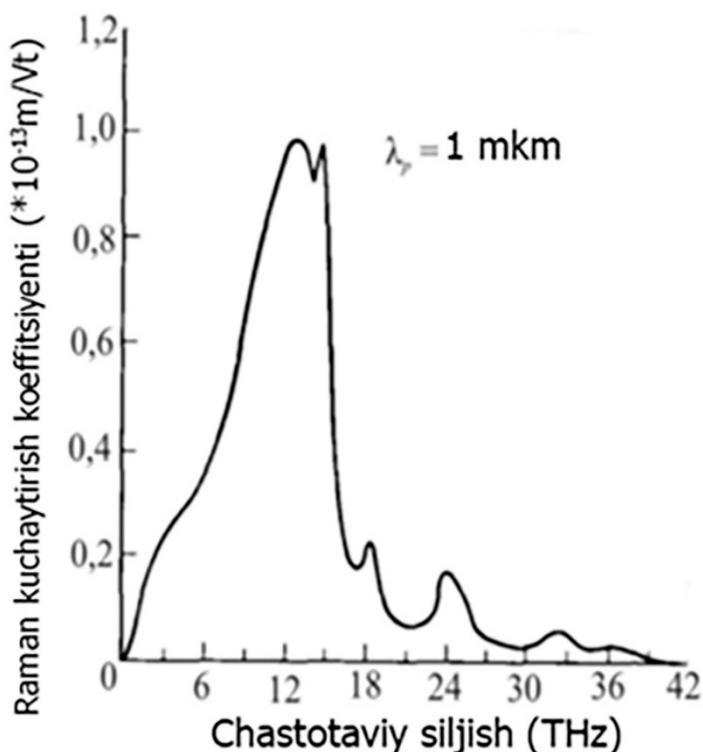


5.1 -rasm. Lazer nurlanish ta’sirida uyg‘otilgan majbur kombinatsion sochilish jarayoni kvant sxemasi: a – Stokes nurlanishi; b - antistokes nurlanishi; v - fotonlarning yutilishi Stokes chastotasi.

Bu yerda  $g_R$  Raman kuchaytirish koeffitsiyenti (Raman kuchaytirish koeffitsiyenti deb ataladi). 5.2-rasmida majburiylar Raman sochilishning eksperimental spektri tushayotgan nurlanishining to‘lqin uzunligi  $\lambda_p = 1$  mkm da eritilgan kremniy uchun keltirilgan. Kucha-

yishning maksimal qiymati  $\lambda_p$  ortishi bilan kamayadi. Umuman  $g_R$  tola yadrosining tarkibiga bog'liq va turli qo'shimchalardan foydalanish bilan uni sezilarli darajada o'zgartirish mumkin. Umumiylazariyadan kelib chiqadiki, koeffitsiyent  $g_R$  kvant mexanikasi usullari bilan hisoblanishi mumkin bo'lgan nochiziqli singdiruvchanlikning mavhum qismiga bog'liq.

Keling, tolada sochilayotgan  $\omega_p$  chastotali uzlusiz nurlanishni ko'rib chiqaylik. Agar  $\omega_s$  chastotadagi Stokes nurlanishi tolani kirishda tushayotgan nurlanishi bilan bir-birini yopsa, u Ramanning majburlangan sochilishi tufayli kuchaytiriladi, chastotalar  $\omega_p - \omega_s$  farqi kombinatsion kuchaytirish bandi ichida yotguncha (5.2-rasmga qarang). Agar tolaga faqat tushayotgan nurlanish kiritilsa, o'z-o'zidan Ramanning sochilishi zond vazifasini bajaradigan zaif signal hosil qiladi va u sochilayotganda kuchayadi.



5.2 -rasm. Majburiylar (Raman) kombinatsion sochilishning spektri.

Ramanning sochilishi kuchaytirish zonasidagi barcha chastotalarda fotonlarni hosil qilganligi sababli, barcha chastota komponentlari kuchaytiriladi. Biroq  $g_R$  koeffitsiyent maksimal bo'lgan

chastotaga mos komponenti eng tez ortib boradi. Sof eritilgan kremniy oksidi holatida  $g_R$  tushayotgan chastotasidan taxminan 15.2 TGs ga surilgan chastotasi uchun maksimal. Tushayotgan quvvati chegaraviy qiymatidan oshib ketganda, bu komponent deyarli eksponensial ravishda kuchayadi.

Shunday qilib, *Ramanning majburlangan sochilishi Stokes to'lqinining paydo bo'lishiga olib keladi, uning chastotasi Raman kuchayishning cho'qqisi bilan belgilanadi. Tegishli chastota siljishi Stokes (yoki Raman) chastotali surilish deb ataladi.*

Tushayotgan to'lqini va stokes to'lqini o'rta sidagi o'zaro ta'sirni tasvirlash uchun (5.1) tenglama ikkita tegishli tenglamalar tizimi bilan almashtirilishi kerak:

$$\frac{dI_s}{dz} = g_R I_s I - \alpha_s I_s , \quad (5.2)$$

$$\frac{dI}{dz} = -\frac{\omega_p}{\omega_s} g_R I_s I - \alpha_p I , \quad (5.3)$$

bu yerda  $I_s$  – Stokes to'lqinining intensivligi,  $I$  – tushayotgan to'lqinining intensivligi va koeffitsiyentlari  $\alpha_s$  va  $\alpha_p$  Stokes chastotasida va tushayotgan chastotasida toladagi optik yutilishni ifodalaydi. Yutilishlar bo'lmaganda ( $\alpha_s=\alpha_p=0$ ) majburiy Raman sochilishi ostida fotonlarning umumiy soni doimiy bo'lib qoladi:

$$\frac{d}{dz} \left( I_s + \frac{\omega_p}{\omega_s} I \right) = 0 .$$

(5.2), (5.3) tizimning yechimi, agar tushayotgan to'lqinining kamayishini e'tiborsiz qoldiradigan bo'lsak (Stoks to'lqiniga energiya o'tishi tufayli uning intensivligining pasayishini), bu quyidagicha:

$$I_s(L) = I_s(0) \cdot \exp(g_R I_0 L_{\phi\phi} - \alpha_s L) , \quad (5.4)$$

bu yerda  $I_0$  – tushayotganning  $z = 0$  dagi intensivligi ;  $L$  - nurtolaning uzunligi; Tushayotgan to'lqinining yutilishini hisobga oladigan va quyidagi formula bo'yicha aniqlanadigan samarali uzunlikmi  $L_{\phi\phi}$ :

$$L_{\phi\phi} = \frac{1}{\alpha_p} [1 - \exp(-\alpha_p L)] .$$

(5.4) tenglamadan foydalanish uchun  $I_s(0)$  qiymat talab qilinadi. Amalda ular quyidagicha harakat qilishadi. Har bir chastota komponentining  $\hbar\omega$  energiya kuchayishi (5.4)ga muvofiq so‘ngra butun Raman orttirish spektri bo‘ylab integrallashni amalga oshiriladi, bu holda tola bir moddali deb hisoblanadi. Natijada Stokes to‘lqinining intensivligi  $z = 0$  da aniqlanadi.

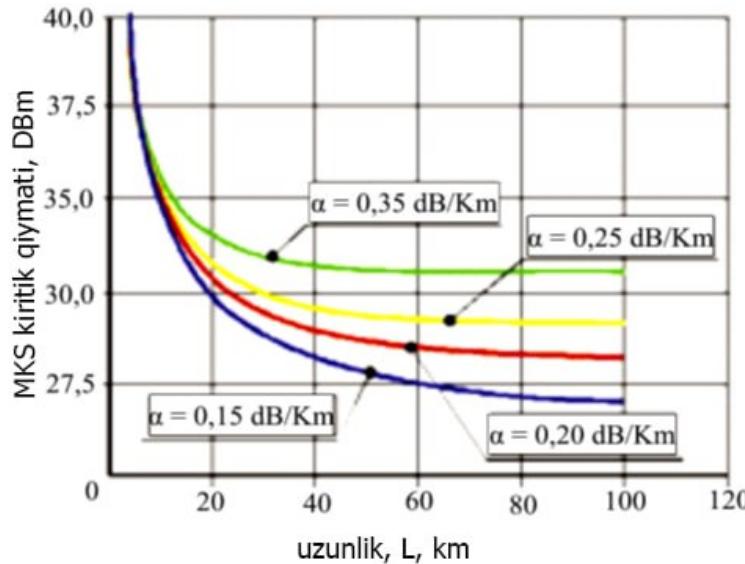
Majburlangan Raman sochilishining quvvatining chegara qiymatida tolaning boshida tushayotgan bilan belgilanadi va tola chiqishida Stokes to‘lqinining intensivligi tushayotgan to‘lqinining intensivligiga teng bo‘ladi:

$$\frac{dW}{dt_{MKS}} = I_0 S_{sam} \cdot \exp(-\alpha_p L) = \frac{16 K_{MKS} S_{sam}}{g_R L_{sam}} . \quad (5.5)$$

Bu yerda  $S_{sam}$  tola yadrosining samarali ko‘ndalang kesim yuzi,  $K_{MKS}$  maydon to‘lqinining qutblanish holatiga va boshqa bir qator omillarga bog‘liq bo‘lgan raqamli koeffitsiyentdir (ko‘p tipik tolalar uchun  $K_{BKP} \approx 2$ ).

Logarifmik shkalaga aylantirilgan stimulyatsiya qilingan Raman sochilish chegarasining tola uzunligiga bog‘liqligi grafigi 5.3-rasmda ko‘rsatilgan.

(5.5) formula majburiy Raman sochilishining quvvatining chegaraviy qiymatini yetarlicha aniq baholashga imkon beradi. Uzun optik tolalar uchun ( $\alpha_p L \gg 1$ )  $\lambda = 1,55$  mkm to‘lqin uzunligi uchun minimal optik yutilishlar hududida ( $\alpha_p \sim 0,2$  dB / km)  $L_{\phi\phi} \approx 20$  km ga teng. Agar biz odatdagи qiymatni  $S_{\phi\phi} = 50$  mkm<sup>2</sup> olsak, u holda chegaraviy quvvati taxminan 600 mVt ni tashkil qiladi. Bir kanalli optik aloqa tizimlarida Ramanning majburiy sochilishining paydo bo‘lishi dargumon, chunki tolaga kiritilgan odatiy quvvat 1 mVt ni tashkil qiladi. Soliton optik aloqa tizimlari uchun yuqori quvvat talab qilinadi - taxminan (40 -50 ) mVt, bu ham chegara quvvatidan past.



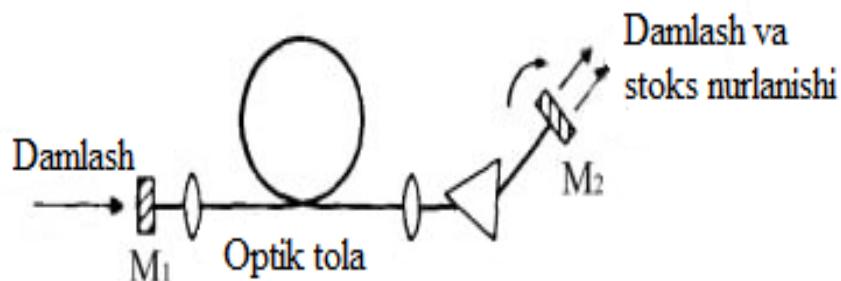
*5.3-rasm. Majburiy Ramanning sochilishi chegaraviy qiymatining tola uzunligiga bog‘liqligi.*

Majburlangan Ramanning sochilishi effekti, boshqa nochiziqli effektlar kabi, optik tolali tizimlarda ham salbiy, ham ijobiy rol o‘ynashi mumkin. Masalan, majburlangan Raman sochilishining zararli roli optik tolali aloqa liniyalarida, ayniqsa, signallarning chastotali multiplekslanishida o‘zini namoyon qilishi mumkin, bu esa o‘zaro bog‘lanishga olib keladi. Shu bilan birga, stimulyatsiya qilingan Raman sochilishi yorug‘likni kuchaytirish, sozlanishli lazerlarni (to‘lqin uzunligini tekis bir meyorda o‘zgartiruvchi) yaratish va xotira tizimlarida impulslarni qayta tiklash uchun ishlatalishi mumkin. Optik tolali tizimlarda majbiriy Raman sochilishi (SRS) tushayotganini asosan quyidagi hollarda qo‘llanilishi mumkin:

- MRS lazerlarini yaratishda;
- MRS kuchaytirgichlarini yaratishda.

5.4-rasmda Ramanning tolali lazerining sxematik diagrammasi keltirilgan. Bir moddali tolaning segmenti  $M_1$  va  $M_2$  qisman qaytaruvchan ko‘zgulardan tashkil topgan Fabry – Pero rezonatori oralig‘iga joylashtirilgan. Rezonator Ramanning majburlangan sochilishi tufayli tolada hosil bo‘lgan Stokes nurlanishi uchun rezonans chastotali selektiv teskari aloqani ta’minlaydi. Rezonator ichidagi prizma  $M_2$  ko‘zguni aylantirish orqali lazer to‘lqin uzunligini sozlash imkonini beradi. Lazerning chegaraviy tushayotgan quvvatiga to‘g‘ri keladi,

bunda bo'shliqning har bir aylanmasi bo'yicha Raman kuchaytirishi yutilishlarni kompensatsiyalaydi, bu ko'zgulardagi yutilishlardan va ko'zgulardan qaytgan nurlanishni qayta toladan o'tkazilganda yutilishlardan iborat. Agar biz bo'shliq bo'ylab yutilishlarni odatdagи qiymat  $10 \text{ dB}$  ga teng deb olsak, u holda chegaraviy kuchaytirish koeffisiyenti  $G = \exp(2g_R I_0 / L_{\text{eff}}) = 10$  ga teng bo'ladi.



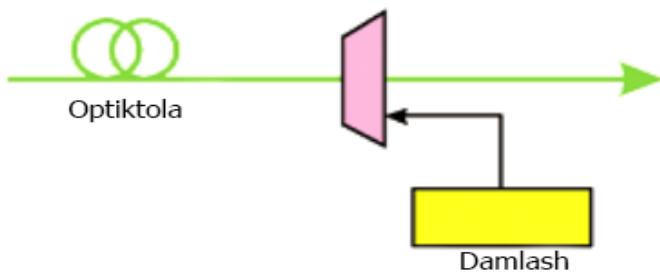
5.4 -rasm. Sozlanishi mumkin bo'lgan Raman lazerining sxemasi.

Bunday lazerlar nisbatan past Raman kombinatsion kuchaytirish chegarasiga ega va keng chastota diapazonida sozlanishi mumkin ( $\Delta\nu \sim 10 \text{ TGs}$ ).

Majburlangan Ramanning sochilishi fenomeni shundaki, agar u intensiv tushayotgan to'lqin bilan birga sochilsa va uning to'lqin uzunligi Raman kuchaytirish sohasida bo'lsa, optik signalni kuchaytirish uchun ishlatilishi mumkin. Bu kuchaytirgichlar Raman kuchaytirgichlari deb ham ataladi. Bunday kuchaytirgichlarning tipik parametrlari tushayotgan quvvati  $1 \text{ Vt}$  ni, kuchaytirish koeffitsiyenti  $50 \text{ dBm}$  (1000 marta) tartibdagi kattalikdir. Tushayotgan sifatida to'lqin uzunligi  $\lambda = 1060 \text{ nm}$  (to'lqin uzunligi  $1500 \text{ nm}$  bo'lgan signallarni kuchaytirish uchun) va  $\lambda = 1520 \text{ nm}$  (to'lqin uzunligi  $1550 \text{ nm}$  bo'lgan signallarni kuchaytirish uchun) bo'lgan lazerlar qo'llaniladi. Ushbu turdagи kuchaytirgich yetarlicha keng (5 -10) THz polosali va DWDM lik sxemalarda signallarni kuchaytirish va qisqa impulslarni (pikosecond diapazoni) kuchaytirish uchun qo'llaniladi.

*Ramanning majburiy sochilishi optik tolali tizimlarda muhim rol o'ynaydi, chunki u tushayotgan to'lqin uzunligiga nisbatan  $\sim 12\text{-}15 \text{ TGs}$  ga past chastotalar tomon siljigan keng chastota diapazonidagi*

*signallarni kuchaytirishga imkon beradi.* Kombinatsiyalangan kuchaytirgichlar juda ko‘p keng kuchaytirishli tarmoqli kengligi (50-100 nm), bu ularni DWDM tizimlari uchun ahamiyatli qiladi. Raman kuchaytirgichlarining o‘ziga tortish xususiyati tolaning o‘zida optik signal kuchaytirgichni olish imkoniyatidir (taxminan uzunligi 20 km), bu axborotni uzatish uchun optik yo‘lni tashkil etuvchi optik kabelning bir qismidir. Bunday holda, kuchaytirgich taqsimlangan, ya’ni minimal shovqin ko‘rsatkichi bilan tashuvchi/ shovqin nisbatini yaxshilash imkonini beradi.



*5.5-rasm. Kombinatsiyalangan kuchaytirgich sxemasi*

Raman kuchaytirgichining eng oddiy diagrammasi 5.5-rasmda ko‘rsatilgan. Uni yaratish uchun amalda faqat tegishli to‘lqin uzunligidagi tushayotgan manbai (lazer) talab qilinadi.

## 5.2. Majburiy Mandelstam - Brillouin sochilishi

Yorug‘likning issiqlik akustik to‘lqinlardan sochilishini 1922-yildayoq fransuz olimi L.Briluen o‘rgangan. Briluen bilan bir vaqtida va undan mustaqil ravishda yorug‘likning qattiq jismlarda sochilishini nazariy jihatdan sovet fizigi L.I. Mandelstam tadqiqot olib borgan. Akustik to‘lqin sochiladigan yorug‘likning o‘zi bu yorug‘lik tomonidan uyg‘otilgan majburiy (majburiy) sochilish 1964-yilda kashf etilgan.

Oddiy sharoitlarda akustik fononlar (moddaning zinchlik taqsimotining harakatlanuvchi to‘lqinlari) issiqlik energiyasi tufayli qattiq jismlarda mavjud. Biroq tushayotgan yorug‘lik to‘lqini optik materialda sochiladigan bo‘lsa, u holda tushayotgan yorug‘likning akustik fononlar tomonidan sochilishi jarayonlari paydo bo‘lib, kvazizarralar - fononlarning yutilishiga va nurlanishiga olib keladi. Sochilish vaqtida yangi fonon paydo bo‘lganda, yorug‘lik to‘lqinining

chastotasi kamayadi. Bunday jarayon stokesning sochilishi deb ataladi (5.5.1-bo‘limga qarang), sochilgan yorug‘lik to‘lqinining chastotasi esa Stokes chastotasi  $\omega_s$  deyiladi.

Sochilish ehtimoli mos keladigan fononlar soniga mutanosib bo‘lgani uchun va ularning soni haroratga bog‘liq bo‘lganligi sababli, ta’riflangan ta’sir normal sharoitda ancha zaifdir.

Biroq agar tushayotgan yorug‘likning intensivligi oshirilsa, u holda intensivlikning ma'lum bir qiymatidan (kritik boshlab, vaziyat keskin o‘zgaradi. Gap shundaki, materialda tushayotganga qo‘sishma ravishda sochilgan (Stokes) yorug‘lik to‘lqinining mavjudligi ham yangi sochilish tushayotganlarining ehtimolini oshiradi. Tushayotgan va Stokes to‘lqinlarining ba’zi mexanizmlar (masalan, qattiq jismlardagi elektrostriksiya tushayotgansi) tufayli birgalikdagi ta’siri modda zichligida bir jinsli bo‘lmagan yangi to‘lqinlarning paydo bo‘lishiga olib keladi, ya’ni yangi fononlarning paydo bo‘lishiga, ularning ustiga, o‘z navbatida, tushayotgan to‘lqin sochiladi. Shunday qilib, majburiy sochilish paydo bo‘ladi va stokes komponenti faol rol o‘ynay boshlaydi. Akustik to‘lqin optik kristallning sindirish ko‘rsatkichini modulyatsiyalaydi, bu tushayotgan va sochilgan to‘lqinlar o‘rtasida energiya almashinuviga olib keladi.

*Akustik fononlar tomonidan optik muhitda qizg‘in yorug‘likning majburiy sochilishi, uning to‘lqini tushayotgan nurlanishning o‘zi tomonidan majburiy, Brillouinning majburiy sochilishi (BMS) deb ataladi.*

Fizika nuqtai nazaridan, bu tushayotgan majburiy Ramanning sochilishiga o‘xshaydi, faqat akustik to‘lqin molekulyar tebranishlar sifatida ishlaydi.

BMS jarayonini tushayotgan, stokes va akustik to‘lqinlar o‘rtasidagi parametrik o‘zaro ta’sir sifatida tavsiflash mumkin. Elektrostriksiya tushayotgani tufayli tushayotgan to‘lqini harakatlanuvchi akustik to‘lqinni (ortiqcha bosim to‘lqini) hosil qiladi, bu esa fazoviy diffraksiya panjarasining paydo bo‘lishiga olib keladi - davriy tuzilma, bu harakatlanuvchi to‘lqin qonuniga muvofiq sindirish ko‘rsatkichini modulyatsiyasiga olib keladi. Induksiyalangan panjara tolada  $V_A$  tovush tezligi bilan tarqaladi va tushayotgan nurlanishi

shunday qilib Bragg diffraksiyasi natijasida sochiladi va bu holda uzun to'lqin uzunliklariga Doppler siljishidan o'tadi.

Kvant mexanikasida bunday tushayotganli fotonni yo'q qilish sochilish Stokes fotoni va akustik fononning bir vaqtning o'zida paydo bo'lishi bilan bog'liq jarayonidir.

Shubhasiz, energiya saqlanish qonuniga rioya qilish uchun quyidagi shart bajarilishi kerak:  $\omega_s = \omega_T - \omega_A$ , bu yerda  $\omega_T$  - tushayotgan yorug'lik chastotasi;  $\omega_A$  - akustik fononning chastotasi. Sochilish jarayonida energiyaning saqlanish qonuniga qo'shimcha ravishda, kvant optikasining asosiy yondashuvlariga muvofiq, impulsning saqlanish qonuni bajarilishi kerak, bu holda to'lqin vektorlarining nisbati orqali ifodalanishi mumkin:

$$\vec{K}_T = \vec{K}_A + \vec{K}_s . \quad (5.6)$$

Bu yerda  $\vec{K}_T$ ,  $\vec{K}_s$ , va  $\vec{K}_A$ , - mos ravishda tushayotgan yorug'lik, sochilgan yorug'lik va fononning to'lqin vektorlari.

Chastotasi  $\omega_A$  va to'lqin vektori  $\vec{K}_A$  akustik to'lqinlar dispersiya tenglamasini qanoatlantiradi:

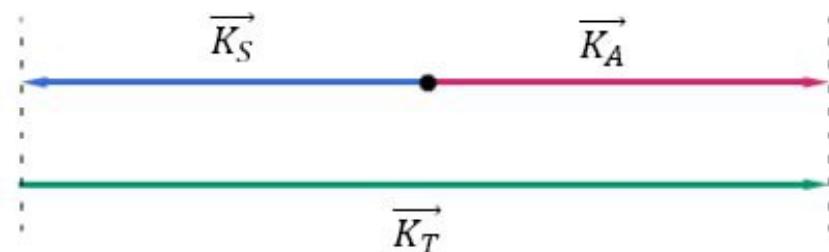
$$\omega_A = \omega_T - \omega_s = |\vec{K}_A| \cdot v_A = 2v_A |\vec{K}_T| \cdot \sin\theta , \quad (5.7)$$

bu yerda  $2\theta$  - tushayotgan va stokes to'lqininining sochilish yo'nalishlari orasidagi burchak (sochilish burchagi). (5.6) formulada mavjud vektorlar orasidagi geometrik bog'lanish va Bragg diffraksiya sharti qo'llanilgan.

(5.7) ga muvofiq stokes to'lqininining chastota siljishi sochilish burchagiga bog'liq: u qarama-qarshi uchun maksimal ( $\theta = \pi/2$ ) va tushayotgan va sochilgan to'lqin vektorlariining yo'nalishi bir xil bo'lsa ( $\theta = 0$ ) yo'qoladi.

Bir moddali tolada to'lqin faqat oldinga va teskari yo'nalishlarda tarqalishi mumkin, chunki to'lqinlarning ko'ndalang kesim bo'ylab o'zaro ta'siri samaradorligi past bo'lganligi sababli o'zaro ta'sir uzunligi kichik (markaziy yadro diametri bo'yicha). Shuning uchun, eng samarali MMBS jarayoni sochilgan yorug'lik tushayotgan yorug'lik tomon yo'naltirilgan xolga mos keladi (5.6-rasm). Oddiy hisob-kitoblar shuni ko'rsatadiki, tola uzunligi taxminan 1 km bo'lganda, yorug'lik to'lqini

quvvati bir necha o'n mVt bo'lsa, MMBS effekti tufayli tushgan to'lqinning energiyasi deyarli butunlay sochilgan to'lqinni energiyasiga aylanadi va teskari yo'nalishda sochiladi. Shunday qilib, uzluksiz nurlanishning tarqaliishi bilan, yorug'lik uzoq masofalarga sochiladigan optik tolali kanal o'rniga o'ziga xos "optik tolali ko'zgu" ga ega bo'lamiz.



*5.6 -rasm. Majburiy Mandelstam - Brillouin scattering optik tolada sochilishi uchun to'lqin vektorlarining joylashishi.  $\vec{K}_T$ ,  $\vec{K}_A$  - tushayotgan va akustik to'lqinlarning vektorlari.*

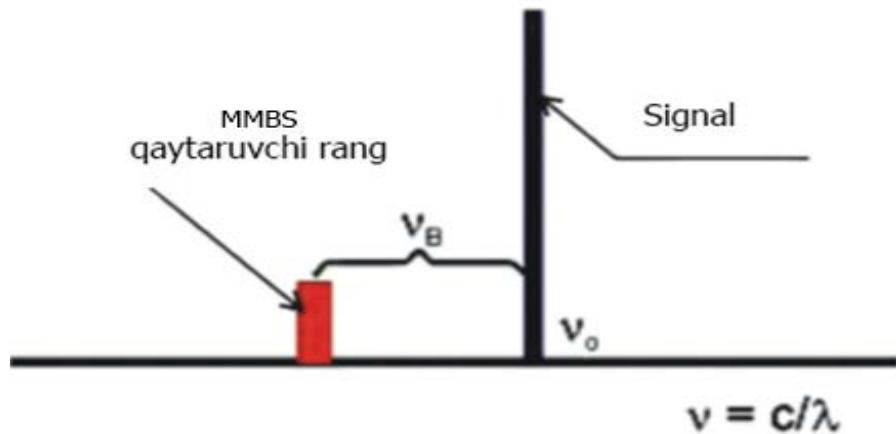
Amalda haqiqiy aloqa liniyalarida, aksariyat hollarda, uzluksiz nurlanish emas, balki yorug'lik impulslari qo'llaniladi. Tushayotgan, Stokes va akustik to'lqinlar orasidagi o'zaro ta'sir uzunligi impuls uzunligiga taxminan teng bo'ladi ( $10^{-11}$  sekund davomiylikdagi qisqa impulslar uchun o'zaro ta'sir uzunligi bir necha millimetrga teng). Shuning uchun impulsli rejimda o'nlab va yuzlab vatt quvvatga ega nurlanishdan foydalanish mumkin. 10 ns dan kam davomiylikdagi tushayotgan impulslaridan foydalanilganda, MMBS sezilarli darajada kamayishi yoki butunlay kompensatsiyalash mumkin.

Yuqoridagi misol, MMBS muayyan vaziyatlarda salbiy rol o'ynashini ko'rsatadi. Shu bilan birga, boshqa hollarda MMBS amaliy qiziqish uyg'otishi mumkin, xususan, tor spektral diapazonli optik signallarni kuchaytirish uchun.

Yuqorida aytib o'tilganidek, MMBS holatida optik signal uzunroq to'lqin uzunliklari diapazoniga o'tkaziladi. Teskari yo'nalish uchun chastotaning siljishi quyidagicha aniqlanadi:

$$\nu_B = \frac{1}{2\pi} (\omega_T - \omega_s) = \frac{2nv_A}{\lambda_T}, \quad (5.8)$$

bu yerda  $n$  - bu tolaning sindirish ko'rsatkichi,  $\lambda_T$  – tushayotgan nurlanishning to'lqin uzunligi.  $\lambda_T = 1,55$  mkm uchun, kvars shisha tolasidagi akustik to'lqin tezligi  $v_A = 5 \cdot 10^5$  m / s va (5.24) ga muvofiq biz quyidagilarni topamiz:  $v_B = 10$  GHz. MMBS da chastotaning siljishi 5.7-rasmda ko'rsatilgan. Bu yerda  $v_0 = \omega_T/(2\pi)$  – tushayotgan to'lqinning chastotasi.



5.7 -rasm. MMBS da chastota siljishi grafigi ko'rsatilgan.

Ramanning majburlangan sochilishidan (RMS) farqli o'laroq, MMBS da kuchaytirishning spektral kengligi juda kichik ( $\sim 5$  TGs o'rniga  $\sim 10$  MGs to'g'ri keladi).

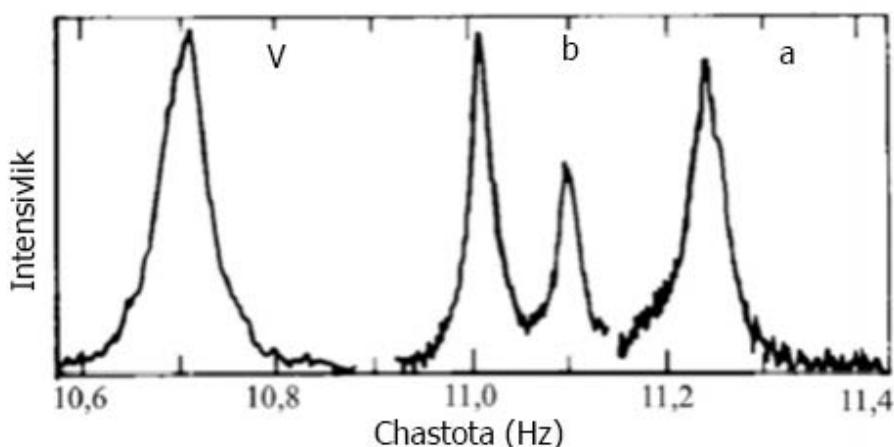
MMBSda Stokes to'lqining intensivligining oshishi  $g_B(v_0)$  oshishi bilan tavsiflanadi, bu tushayotgan nurlanishning chastotasi  $v_0$  ga bog'liq. Agar vaqt bo'yicha akustik to'lqinning susayishi eksponensial deb hisoblasak:  $\exp\left(-\frac{t}{T_B}\right)$ , bu yerda  $T_B$  - akustik to'lqin intensivligining e marta kamayishi vaqt, u holda MMBSning kuchayish spektri quyidagi shaklga ega bo'ladi:

$$g_B(v_0) = \frac{(\Delta v_B/2)^2}{(v_0 - v_B)^2 + (\Delta v_B/2)^2} \cdot g_B(v_B), \quad (5.9)$$

bu yerda  $\Delta v_B = (\pi T_B)^{-1}$  - impulsning yarim balandligidagi spektrning kengligi. MMBSning kuchayish spektrining maksimal qiymati quyidagi  $v_0 = v_B$  satrda bo'ladi va u quyidagicha aniqlanadi:

$$g_B(v_B) = \frac{2\pi n^7 p_A^2}{c \lambda_T^2 \rho v_A \Delta v_B}, \quad (5.10)$$

bu yerda  $p_A$  – bo‘ylaına akusto-optik koeffitsiyent,  $\rho$  - tolali materialning zichligi. Agar (5.10) da kvars shishasiga xos bo‘lgan parametrlarning qiymatlarini almashtirsak, biz quyidagilarni olamiz:  $g_B = 5 \cdot 10^{-11}$  m/Vt. Bu  $\lambda_p = 1,55$  mkm to‘lqin uzunligidagi Raman majburiy sochilishi jarayonining kuchaytirish koeffisiyentidan ikki tartibga yuqoriroqdir (5.12 -rasmga qarang).



5.8 -rasm. Uchta tolada MMBS kuchaytirish spektrlari: a - yadroси kvars shishasi bilan; b - ko‘p qatlamlı qobiq; v - o‘zgaruvchan (siljigan) dispersiyali.

Silikat shisha tolalaridan yasalgan nur tolalarda MMBS kuchaytirish spektri hajmli namunalardan sezilarli darajada farq qilishi mumkin, bu tolaning yo‘naltiruvchi xususiyatlari va tolalar yadrosida qo‘shimchalarning mavjudligi bilan bog‘liq. 5.8-rasmda markaziy yadroda qo‘shimcha sifatida Ge ning turli xil konsentrasiyalari va turli tuzilmalari bo‘lgan uch xil tolalarda o‘lchangan spektrlar ko‘rsatilgan. Ordinata o‘qida - nisbiy birlikdagi intensivlik. Tushayotgan nurlanish manbai sifatida to‘lqin uzunligi  $\lambda_p = 1,526$  mm bo‘lgan yarimo‘tkazgichli lazerdan foydalaniłgan.

(a) xol uchun o‘lchangan chastota siljishi  $v_B = 11,25$  GHz (5.24) formula bilan hisoblangan natijaga to‘g‘ri keladi. (b) ga mos tolalar spektri yadroda Ge ning bir jinsli taqsimlanmaganligi sababli ikkita cho‘qqi tuzilishga ega. (b) va (v) spektrlar qo‘shimchalar va aralashmalar

kontsentratsiyasining ortishi bilan optik tolada MMBS da chastota siljishi pasayishini tasdiqlaydi.

MMBS jarayoni uchun quvvatining chegaraviy qiymati quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{dW}{dt_{MMBS}} = \frac{21K_{MMBS}S_{eff}}{g_B L_{eff}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_B}\right), \quad (5.11)$$

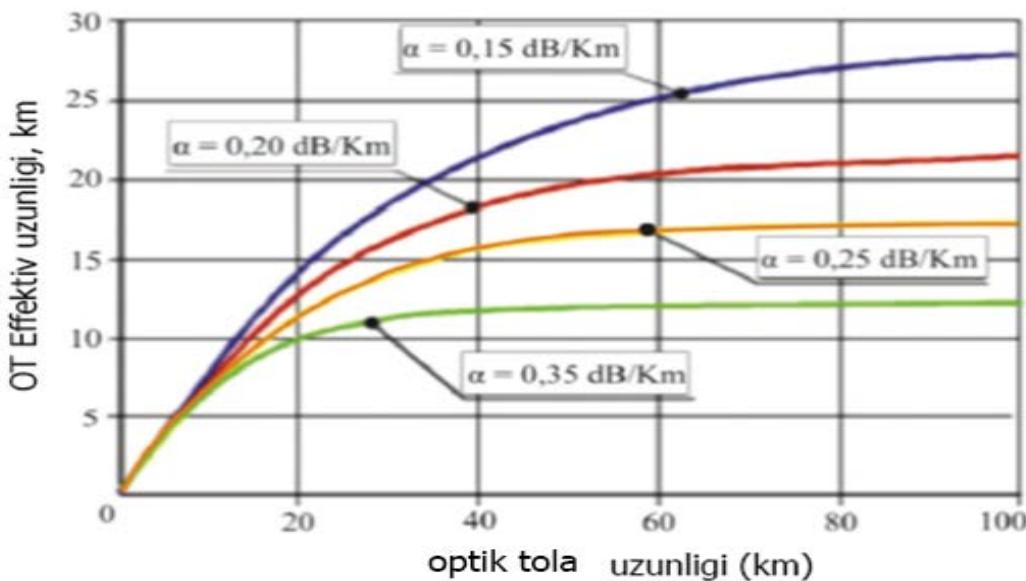
bu yerda  $K_{MMBS}$  - (5.11) formuladagi  $K_{MKS}$  qiymatga o‘xshash doimiy;  $\Delta\nu$  - tushayotgan nurlanishning spektral kengligi; tolaning samarali uzunligi  $L_{eff}$  quyidagicha aniqlanadi:

$$L_{\phi\phi} = \frac{1}{\alpha} \cdot [1 - \exp(-\alpha L)].$$

Bu yerda MMBS holatida tushayotgan va stokes to‘lqinlari uchun optik yutilishlar deyarli bir xil ekanligi hisobga olindi:  $\alpha_p \approx \alpha_s$  va umumiy qiymat  $\alpha$  bilan belgilanadi. Chiziqli yutilishlarning turli qiymatlari uchun  $L_{\phi\phi}$  ning  $L$  optik tolasining fizik uzunligiga bog‘liqligi grafigi 5.9-rasmda ko‘rsatilgan. MMBS eshigining tola uzunligiga grafik bog‘liqligi 5,5-rasmga o‘xshaydi.

Quyidagilar muhim *Majburlangan Raman va MMBS effektlari o‘rtasidagi farqlar*:

- MMBS holatida optik toladagi sochilgan nurlanish to‘lqini (Stokes to‘lqini) tushayotgan to‘lqini tomon sochiladi va majburiy Raman sochilishida - har ikki yo‘nalishda;
- MMBS uchun Stokes chastotasining siljishi Ramanning stimulyatsiya qilingan sochilishiga qaraganda deyarli uch daraja kichikroq;
- MMBS uchun pol tushayotganining quvvati uning spektrining kengligiga bog‘liq bo‘lsa, stimulyatsiya qilingan Ramanning sochilishi uchun bunday bog‘liqlik yo‘q (5.5) va (5.7) formulalarga qarang); stimulyatsiya qilingan Ramanning sochilishi uchun quvvat chegarasi 1 Vt, MMBS uchun esa 10 mVt;
- Cw nurlanishi bilan pompalansa, MMBS uchun chegara quvvati Ramanning stimulyatsiya qilingan sochilishiga qaraganda pastroq bo‘ladi, shuning uchun ikkinchisi MMBS tomonidan bostiriladi.



5.9 -rasm. Optik tolaning samarali (effektiv) uzunligining uning fizikaviy uzunligiga bog'liqlik grafigi.

Bu farqlarning barchasi bitta holatga bog'liq: majburiy kombinatsion sochilishda molekulalarning tebranish energetik holatlari orasidagi o'tish paytida majburiy optik fononlar va MMBS da esa akustik fononlar nurlanadi.

MMBS effekti texnikada quyidagi tizimlarda qo'llaniladi:

- optik tolali aloqa liniyalarida;
- MMBS lazerlari va kuchaytirgichlarida.

Kiruvchi nurlanish quvvati MMBS ning chegaraviy qiymatiga teng bo'lganda, qarama-qarshi yo'nalishda intensiv yorug'lik sochilishi boshlanishi mumkin, bu asosiy to'lqinning orqaga sochilgan to'lqin bilan o'zaro ta'siri tufayli aloqa sifatining yomonlashishiga olib keladi. Shuning uchun uzatiladigan quvvatning qiymatiga chegaraviy qiymatidan kam bo'lishi kerak.

Zamonaviy optik tolali aloqa liniyalarida MMBS bilan kurashish uchun uchta asosiy yondashuv mavjud:

1. An'anaviy amplitudali modulyatsiya o'rniga chastotaviy yoki fazaviy modulyatsiyadan foydalanish.
2. Nurtolaning kirish kanaliga tushayotgan nuring quvvati MMBS chegaraviy qiymatidan kam bo'lishi kerak. Bu texnik muammolarni hal qilishning nisbatan qimmat usulidir, chunki bu holda optik liniyalarda

optik kuchaytirgichlarni ma'lum masofalarda davriy ravishda o'rnatish talab qilinadi.

5. Lazer manbasining spektral kengligining oshishi tufayli, to'g'ridan-to'g'ri modulyatsiyaga ega lazerlardan foydalanish (ular keng spektrli diapazonga ega) dispersiya xususiyatlarining keskin yomonlashishi tufayli istalmagan xolga olib keladi.

MMBS lazerlarida ikkita texnologiya eng ko'p qo'llaniladi. Birinchidan, bu bir necha yuz MGts yoki undan ortiq kenglikdagi "kengaygan" nurlanish chastotasi (tasodifiy modulyatsiya deb ataladigan) bilan tashqi modulyatsiyaga ega lazerlardan foydalanish. Bu MMBS chegara quvvatini oshiradi, lekin to'g'ridan-to'g'ri modulyatsiyalangan lazerda bo'lgani kabi dispersiyani oshirmaydi. Ushbu turdag'i silliq modulyatsiya nafaqat MMBS chegarasini sezilarli darajada oshirish, balki uni optik tolali aloqa liniyasining o'ziga xos uzunligiga mos ravishda sozlash imkonini beradi, bu amaliy maqsadlar uchun muhimdir. Bundan tashqari, ushbu modulyatsiya usuli nisbiy shovqin intensivligining oldingi qiymatini saqlashga imkon beradi. Ushbu turdag'i lazer ACTL (Agilent Compact Tunable Laser) yoki MMBS-control (MMBS-C) deb ataladi. Ikkinchidan, bu majburiy modulyatsiyali lazer manbalaridan foydalanish. Bunday holda, barqaror shahar manbai majburiy AC ohangi bilan modulyatsiya qilinadi. Lazer quvvat manbaining majburiy modulyatsiya chastotasi modulyatsiya qiluvchi signalning eng yuqori chastotasidan kamida ikki baravar ko'p bo'lishi kerak. Haqiqatan ham, agar standart moddada transmitterning optik quvvati darajasi MMBS chegarasidan oshib ketishi mumkin bo'lsa, u holda qo'shimcha ohang modulyatsiyasi moddada ikkita qo'shimcha spektr hosil bo'ladi, ularning har biri energiya darajasida MMBS chegarasidan oshmaydi. MMBS bilan kurashishning ushbu usulining kamchiliklari dispersiya xususiyatlarining ma'lum bir yomonlashuvi bilan bog'liq bo'lishi kerak. Biroq maxsus texnikadan foydalanish dispersiya effektlarini nolga tushirishga imkon beradi. Bunday holda, barqaror shahar manbai majburiy AC ohangi bilan modulyatsiya qilinadi. Lazer quvvat manbaining majburiy modulyatsiya chastotasi modulyatsiya qiluvchi signalning eng yuqori chastotasidan kamida ikki baravar ko'p bo'lishi kerak. Qo'shimcha ton modulyatsiyasi moddada ikkita qo'shimcha spektr hosil bo'ladi, ularning har biri o'zining energiya

darajasida MMBS chegarasidan oshmaydi. MMBS bilan kurashishning ushbu usulining kamchiliklari dispersiya xususiyatlarining ma'lum bir yomonlashuvi bilan bog'liq bo'lishi kerak. Biroq maxsus texnikadan foydalanish dispersiya effektlarini nolga tushirishga imkon beradi.

Hozirgi vaqtida MMBS deb ataladigan nometallardan foydalanish imkoniyatlari, xususan, lazerlarning optik rezonatorlarida o'r ganilmoqda. MMBS oynasidan foydalanish lazer bo'shlig'ining Q-omilining oshishiga va demak, chiqish puls energiyasining oshishiga olib keladi.

Tolalardagi MMBS kuchaytirilishi zaif signallarni kuchaytirish uchun ishlatilishi mumkin. Biroq juda tor MMBS kuchaytirish o'tkazish qobiliyati tufayli bunday kuchaytirgichning tarmoqli kengligi odatda, 100 MGs dan kam, Raman kuchaytirgichlarining tarmoqli kengligi taxminan 5 TGs ni tashkil qiladi. Shu sababli, faqat bir necha mVt tushayotgan quvvatida sezilarli kuchaytirish imkoniyatiga qaramasdan, MMBS kuchaytirgichlari yaqin vaqtgacha katta e'tiborni jalb qilmagan. Ushbu sohadagi so'nggi faollik, asosan, aloqa tizimlarida bunday kuchaytirgichlardan foydalanish imkoniyati bilan bog'liq. Kanal oralig'idan kichikroq tarmoqli kengligi bo'lgan har qanday kuchaytirgich optik filtr sifatida ishlatilishi mumkin. Bu uni oraliq stansiyalarda kerakli eshittirish kanallarini ajratish uchun mos qiladi. Sozlash, kuchaytirish cho'qqisiga mos keladigan to'lqin uzunligini o'zgartirish orqali erishiladi.

### **5.3. Nazorat uchun savollar va topshiriqlar**

1. Ramanning (kombinatsion) majburiy sochilishi va Mandelstam - Brilouenning majburiy sochilishi tushayotganlari optik tolali ma'lumotlarni uzatish liniyalarida qo'llaniladigan optik impulsarning maksimal quvvatiga cheklovlar qo'yishini isbotlang.
2. Kvant nuqtai nazaridan majburiy Mandelshtam - Brilyuenning sochilishi va majburiy Raman sochilishi qanday tushuntiriladi?
3. (5.4) va (5.19) tenglamalardagi hadlarning ishoralarini tushuntiring.
4. Nima uchun bir kanalli optik aloqa tizimlarida majburiy Raman sochilishining paydo bo'lishi ehtimolligi kamroq?
5. Raman lazerlari va Raman kuchaytirgichlarining ishlashini tushuntiring.
6. Majburiy Mandelshtam - Brilyuenning sochilishining spontan sochilishdan farqi nimada?
7. Nima uchun majburiy Mandelshtam – Brilyuenning sochilishi tushayotgan fazoviy panjara orqali differeksiya tushayotganiga o'xshash?
8. Majburiy Mandelshtam - Brilyuenning sochilishida tushayotgan to'lqini va sochilgan nurlanish to'lqini qarama-qarshi yo'nalishda tarqalishini isbotlang.
9. (5.25) formula bilan ifodalangan MMBS spektri – kuchaytirish uchun bog'liqlik grafigini chizing.
10. Majburlangan Raman sochilishi va majburiy Mandelstam - Brillouin sochilishi uchun quvvatning chegaraviy qiymatlarini solishtiring.
11. Optik tolali aloqa liniyalari uchun majburiy Mandelstam - Brilouenning sochilishining foydali va zararli ta'siri qanday?
12. Optik tolali aloqa liniyalarida majburiy Raman sochilishining va Mandelstam-Brilouenning majburiy sochilishiga salbiy ta'siriga qarshi qanday usullar mavjud?
15. Tushayotgan nuring chastotasi va Brilyuenning siljish chastotasiga mos kelganda MMBSning kuchayish koeffitsiyenti maksimal bo'lishini isbotlang.

## XULOSA

Nochiziqli optika fanining boshlanishi lazerlarning yaratilishi bilan chambarchas bog‘langan, ya’ni yorug‘likning kogerent manbalari texnologiyasidagi inqiloblar darajasida qarash mumkin. Shu bilan birga, nochiziqli optikaning rivojlanishi umuman nochiziqli fizikaning rivojlanishi sharoitida amalga oshirilmoqda va so‘nggi 25-30 yil ichida sifat jihatidan fizikaning turli sohalarida yangi turdag'i jarayonlar paydo bo‘lganligi bilan bog‘liq.

Nochiziqli optika, shu jumladan, nochiziqli optik tolali optika axborotni uzatish, uni saqlash va qayta ishlash uchun optik tizimlarda ham zamonaviy, ham istiqbolli qurilmalarning ishlashi asosida yotadi.

Ushbu darslikda muhokama qilingan materialni quyidagicha umumlashtirish mumkin:

3. Optik tolalarning asosiy xarakteristikalari, axborot uzatish tizimlarning umumiyligini xususiyatlari, bir moddali optik tolalarni aloqa tizimlarida qo‘llash, yorug‘likning nochiziqli sindirish bilan bog‘liq ta’sirlar, to‘lqinlarining o‘z-o‘zidan ta’sir qilish turlari va yorug‘likning nochiziqli majburiy sochilishi turlari va uning qo‘llanilishi haqidagi zamonaviy tendensiyalar keltirilgan.

4. Lazer impulslarining optik tolali tizimlarda tarqalishining xususiyatlarini aniqlovchi tenglamalar va ularning yechimlari keltirilgan. Shu jumladan, nurlolaning nochiziqliligi va dispersiyasi orasidagi bog‘liqlik, impuls modulyatsiyaning beqarorligi, solitonlar va ulardan yorug‘lik to‘lqinlarini uzatishda qo‘llash hamda impulslarni siqish masalalari bayon qilingan.

5. Nochiziqli optik jarayonlarni, xususan, uch chastotali nochiziqli ta’sirlarni tahlil qilishda qo‘llaniladigan analitik usullari: berilgan maydon va intensivlik yaqinlashuvlari, asta-sekin o‘zgaruvchan amplitudalar bataysil yoritilgan. Ikkinci garmonika generatsiyasi, parametrik ta’sir jarayonlari yuqorida keltirilgan analitik usullarni qo‘llab tahlil qilingan. Nochiziqli optik jarayonlarning samaradorligini oshirish uchun zarur bo‘lgan fazalar sinxronizm sharti va uni amalga oshirishning turlari keng yoritilgan.

6. Nostatsionar nochiziqli jarayonlar, xususan, ultraqisqa lazer nurlanishi ta’sirida IGG jarayoni dispersiya nazariyasining ikkinchi

yaqinlashuvida, differeksiya va impulsning dispersiv kengayish effektlarini inobatga olgan holda batafsil tahlil qilingan.

7. Foton kristallarda nochiziqli jarayonlar, xususan, statsionar va nostatsionar ikkinchi garmonika generatsiyasi jarayoni yuqorida keltirilgan analitik usullar hamda sanoqli usullarni qo'llash orqali o'rganilgan. Foton kristallar sifatida: regulyar (davri o'zgarmas) domen strukturali (RDS) va aperiodik domen strukturali (ADS) (davri o'zgaruvchan) hamda domenning davri tasodifiy o'zgaruvchan (ADS) olingan.

**Xulosaga ilova sifatida “Nochiziqli optika” fani bo'yicha oraliq va yakuniy nazoratga tayyoragarlik ko'rish uchun savollardan namunalar keltiramiz:**

1. Chiziqli va nochiziqli optika qonunlari tushunchalari, ularni qo'llash chegaralari va ularning bir-biridan prinsipial farqi. Yorug'lik intensivligining nochiziqli optik hodisalar tabiatiga ta'siri. Nochiziqli optikaning predmeti va vazifalari.

2. Dielektrikning polyarizatsiyasi vektori va uning tashqi yorug'lik maydoni kuchlanganligi orasidagi bog'liqlik. Nochiziqli singdiruvchanlik. Nochiziqli optik materiallar.

3. Nochiziqli optik hodisalarining sabablari. Optikada nochiziqli effektlarning tasnifi. Ikkinchi garmonika generatsiyasi jarayonining klassik va kvant fizikasi qonunlari orqali tahlili.

4. Nochiziqli optik effektlarni kuzatish uchun zarur va yetarli shartlar. To'lqin fazalar sinxronizmi sharti va amalga oshirishning usullari.

5. Nochiziqli muhitdagi elektromagnit maydon uchun to'lqin tenglamasi.

6. Yorug'lik maydonining modda bilan o'zaro ta'sirining chiziqli modeli.

7. Angarmonik ossillyatorning nochiziqli modeli.

8. Nurlanishning modda bilan o'zaro ta'sirining kvant modeli.

9. Yorug'lik maydonining modda bilan o'zaro ta'sirining gradient makro modellari.

10. Ko'p fotonli jarayonlar va ularning ehtimolini baholash. Ko'p fotonli jarayonlar va uni ifodalovchi kvant fizikasining asosiy qonunlari.

11. Muhitning optik teshilishi. Optik teshilish bilan birga keladigan fizik jarayonlar.
12. Nurtolaning asosiy optik xususiyatlari. Xromatik va polyarizatsion dispersiyasi.
13. Nochiziqli sindirish ko'rsatkichi. Yorug'lik to'lqinlarining o'z-o'ziga ta'sir qilish turlari.
14. O'z-o'ziga fazali modulyatsiya.
15. Fazali o'zaro modulyatsiya.
16. Yorug'likning majburiy kombinatsion (Raman) sochilishi va uning qo'llanilishi.
17. Mandelstam - Brilouin majburiy sochilishi va uning qo'llanilishi.
4. Lazer impulslarining guruh tezliklarining dispersiyasi. Dispersiv muhitda nochiziqli to'lqinlar. Korteweg - de Vries tenglamasi. Nochiziqli Shredinger tenglamasi.
19. Nochiziqli muhitda optik impulslarning evolyutsiyasi. Modulyatsiyaning beqarorligi. Solitonlar.
20. Optik solitonlarning tolali optikada qo'llanilishi.
21. Optik impulslarni siqish.
22. Optikada parametrik jarayonlar. To'rt to'lqinli o'zaro ta'sirlar.
23. Parametrik kuchaytirish va uning tolali optikada qo'llanilishi.
24. Nochiziqli tolali optikani rivojlantirish istiqbollari.

### **“Nochiziqli optika” fani uchun testlardan namunalar**

Variant raqami \_\_\_\_\_

#### **1. Silika oynasidan tayyorlangan optik tolaning nochiziqli polyarizatsiyasi formulasida.**

$$P_i^{\text{nch}} = \varepsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \chi_{ikj}^{(2)} E_k E_j + \varepsilon_0 \cdot \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 \chi_{ikjm}^{(3)} E_k E_j E_m + \dots$$

kvadrat-qonun singdiruvchanligining kub singdiruvchanligiga nisbati

- 1) o'lchovsiz kattalikdir
- 2) nolga teng
- 3) cheksiz katta
- 4) boshqa turdag'i tolalar uchun mos nisbatga teng

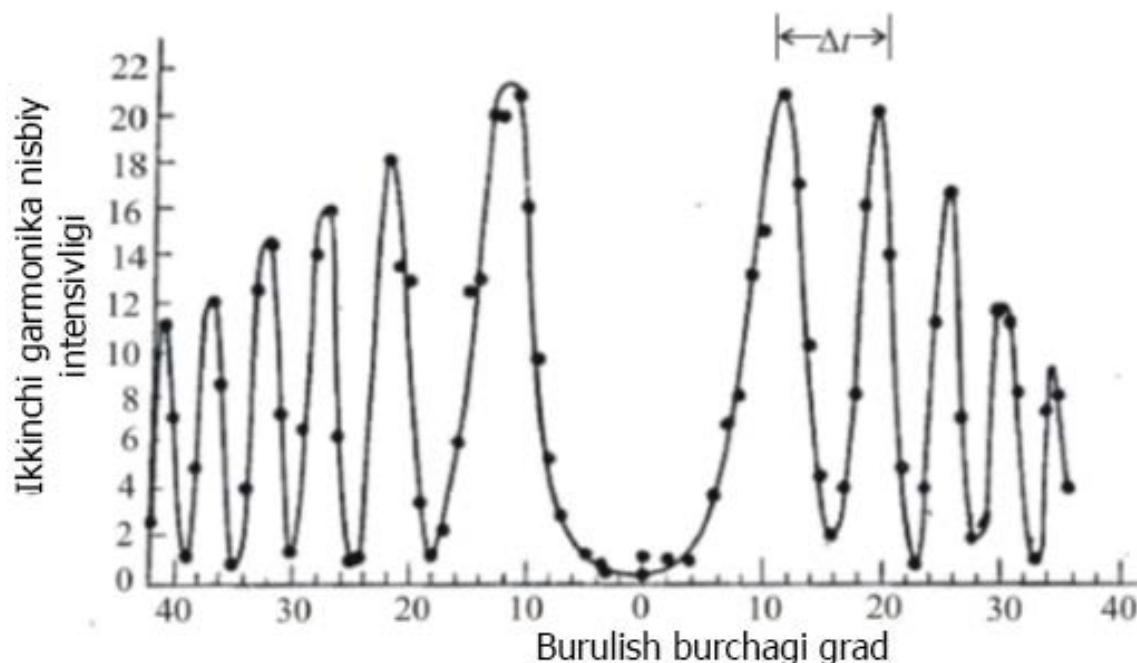
5) to‘g‘ri javob berilmagan

**2. Tolali chiziqda tarqalish paytida optik impulsarning torayishi sabab bo‘lishi mumkin.**

- 1) o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya
- 2) normal dispersiya
- 3) anomal dispersiya
- 4) o‘z-o‘zini fazali modulyatsiya va normal dispersiyaning birgalikdagi ta’siri

5) normal va anomal dispersiyaning birgalikdagi ta’siri

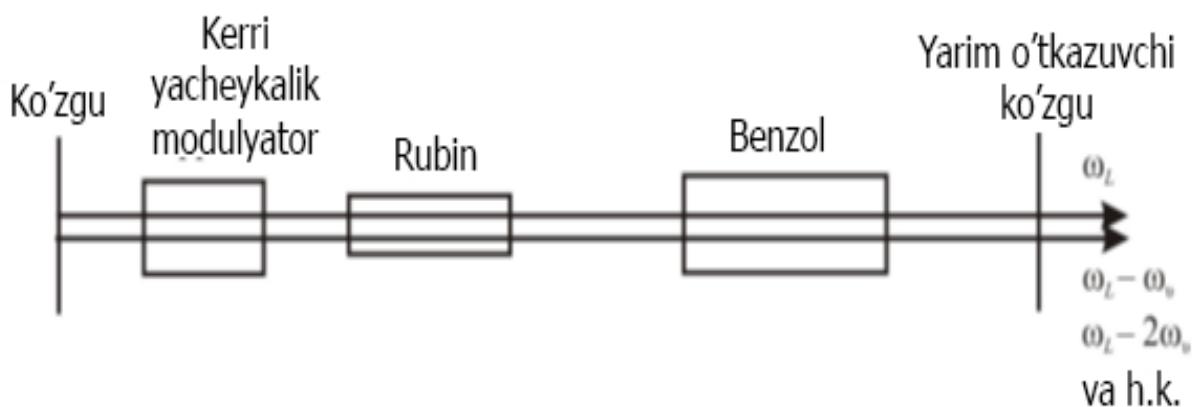
**3. Rasmida yoqut lazer nurlanishining ikkinchi garmonikasining intensivligining nurlanish tarqalish yo‘nalishi va nochiziqli kristalli materialdan yasalgan yupqa plastinka yuzasiga perpendikulyar o‘rtasidagi burchakka eksperimental bog‘liqligi ko‘rsatilgan.**



Ushbu ma’lum otlardan qaysi qiymatni aniqlash mumkin

- 1) nurlanishni yutish koeffitsiyenti
- 2) kub singdiruvchanlik tensorining komponenti
- 3) kogerentlik uzunligi
- 4) parametrik daromad
- 5) guruh tezligi

**4. Rasmda stimulyatsiya qilingan Raman sochilish effektidan foydalangan holda ossillyatorning diagrammasi ko‘rsatilgan.**



Qizil (Stokes) komponentining chastotasining eng yuqori qiymati

- 1)  $\omega_L - 2\omega_v$
- 2)  $\omega_L - \omega_v$
- 3)  $\omega_L$
- 4)  $\omega_L + \omega_v$
- 5)  $\omega_L + 2\omega_v$

**5. Optik signallar tarqalganda, optik tolaga kiritilgan quvvat tola uzunligining har 40 km uchun 100 marta kamayadi. Bu shuni anglatadiki, toladagi optik yo‘qotish.**

- 1) 100 dB / km
- 2) 40 dB / km
- 3) 0,01 dB/km
- 4) 0,2 dB / km
- 5) 0,5 dB / km

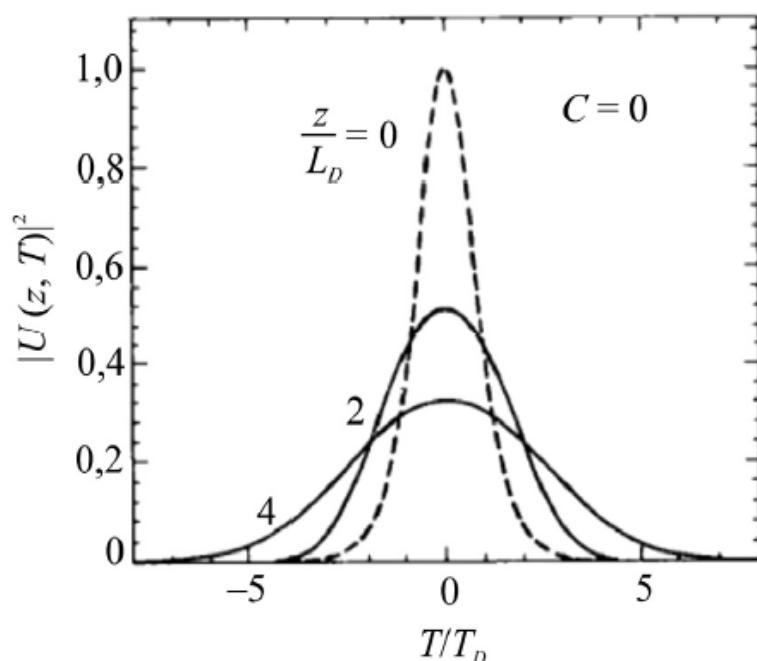
**6. Kuchli nurlanishning modda bilan o‘zaro ta’sirining kvant modelida Rabi chastotasi.**

- 1) rezonans holatlari orasidagi optik elektronning tebranishlari
- 2) tashqi nurlanish chastotasi
- 3) optik elektronning tabiiy tebranishlari
- 4) ikkinchi garmonikaning qayta emissiya chastotasi
- 5) to‘g‘ri javob berilmagan

**7. Tashqi fotoelektr effekti uchun multifoton tenglamasi ( $k$  - fotonlar soni;  $A$  – chiqish ishi;  $W_{max}$  - fotoelektronlarning maksimal kinetik energiyasi).**

- 1)  $\hbar\omega = A + kW_{max}$
- 2)  $k\hbar\omega = A + W_{max}$
- 3)  $\hbar\omega = kA + W_{max}$
- 4)  $k\hbar\omega = W_{max}$
- 5)  $k\hbar\omega = A$

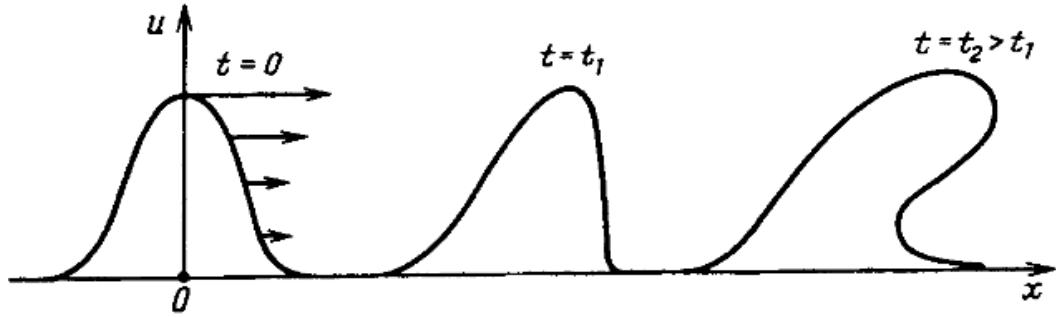
**8. Rasmda  $\beta_2$  dispersiya koeffitsiyentining doimiy qiymatida optik toladagi Gauss optik impulsining dispersiyani kengaytirish egri chiziqlari ko‘rsatilgan.**



Egri chiziqlar har xil

- 1) har xil nochiziqli singdiruvchanlik
- 2) sindirish ko‘rsatkichining turli qiymatlari
- 3) har xil angarmoniklik koeffitsiyentlari
- 4) turli vaqt doiralari
- 5) toladagi turli yo‘l uzunliklari

**9. Rasmda ko‘rsatilgan to‘lqin evolyutsiyasi mexanizmi.**



Quyidagilarning qaysisi bilan boshqariladi

- 1) relyativistik effektlar
- 2) farqlar
- 3) o‘z-o‘zidan fazali modulyatsiya
- 4) nochiziqlilik
- 5) stimulyatsiya qilingan sochilish

**10. Optik tolali liniyalarda to‘rt to‘lqinli aralashtirishning ta’siri qachon kamayadi?**

- 1) kanallar sonining ko‘payishi bilan
- 2) kanallarning quvvatini oshirish
- 3) tolaning samarali maydonini oshirish
- 4) kanallar orasidagi chastota oralig‘ini qisqartirish
- 5) dispersiyani kamaytirish

**11. Optik tolali qurilmalarda stimulyatsiya qilingan Brillouin sochilishi qanday qo‘llaniladi? Optik tolali aloqa liniyalarida bu ta’sirni qachon e’tiborsiz qoldirish mumkinligi va qachon e’tiborsiz qoldirilishi mumkin emasligiga misollar keltiring.**

## GLOSSARIY

**Nochiziqli optika** - optikaning bo‘limi bo‘lib, kuchli yorug‘lik maydonining modda bilan ta’siri natijasida kuzatiladigan nochiziqli-optik jarayonlarni o‘rganadi. Bunda muhitning nochiziqli singdiruvchanligi va sindirish ko‘rsatkichi yorug‘lik maydonining intensivligiga bog‘liq ravishda o‘zgaradi.

**Ikkinchi garmonika generatsiyasi** - eng oddiy nochiziqli optik jarayon bo‘lib,  $\omega$  chastotali asosiy lazer nurlanishing shaffof muhitga ta’siri natijasida  $2\omega$  chastotali ikkinchi garmonika generatsiya (IGG) nurlanishi ham hosil bo‘ladi. IGG ning samaradorligi asosiy lazer nurlanishing va muhitning nochiziqli optik xususiyatlariga, fazaviy sinxronizm shartini bajarishiga bog‘liq.

**Uchinchi garmonika generatsiyasi** - nochiziqli optik jarayon bo‘lib,  $\omega$  chastotali asosiy lazer nurlanishing shaffof muhitga ta’siri natijasida  $3\omega$  chastotali uchinchi garmonika generatsiya (UGG) nurlanishi ham hosil bo‘ladi. UGG ning samaradorligi asosiy lazer nurlanishing va muhitning nochiziqli optik xususiyatlariga, fazaviy sinxronizm shartini bajarishiga bog‘liq.

**Yorug‘likning parametrik generatsiyasi** - tekis o‘zgaruvchan chastotali yorug‘likning kogerent manbai bo‘lib, u kvadratik nochiziqli muhitda uch chastotali yorug‘lik to‘lqinlarining o‘zaro ta’sir jarayonida ma’lum shartlar bajarilganda (masalan, fazalarning sinxronizm sharti) to‘lqinlarning birini kuchayishiga asoslangan.

**Yorug‘likning parametrik generatori** - tekis o‘zgaruvchan chastotali yorug‘likning kogerent manbai bo‘lib, u kvadratik nochiziqli muhitda uch chastotali yorug‘lik to‘lqinlarining o‘zaro ta’sir jarayonida to‘lqinlarning birining kuchayishiga asoslangan. Agar ushbu jarayon ikkita o‘zaro parallel joylashgan rezonator orasida bo‘lib o‘tsa, bu tizim yorug‘likning parametrik generatoriga aylanadi.

**Fazalar sinxronizm sharti** - kogerent nochiziqli jarayonlarning samaradorligini oshiruvchi asosiy faktor bo‘lib, u moddaning dispersiyasiga va lazer nurlanishlarining chastotalariga (to‘lqin uzunliklariga), boshqacha qilib aytganda, ushbu shartning bajarilishi nochiziqli jarayonlar uchun impulsning saqlanish qonuniniga ekvivalentdir.

**Kogerent uzunlik** - kogerent nochiziqli jarayonlarda fazalar sinxronizm sharti (FSS) bajarilmagan sharoitda o‘rganilayotgan nochiziqli jarayonning intensivligining erishgan bиринчи maksimumiga mos kelgan muhitning uzunligi. Uning kattaligi muhitning dispersiyasiga va nurlanishning to‘lqin uzunliklariga bog‘liq.

**Nochiziqli uzunlik** - kogerent nochiziqli jarayonlarning samaradorligi taxminan 50% ga erishilgan muhitning uzunligiga teng. Uning kattaligi muhitning nochiziqli singdiruvchanligiga va nurlanishning amplitudasiga teskari proporsional ravishda o‘zgaradi.

**Nochiziqli foton kristall** - bir jinsli bo‘lmagan modda bo‘lib, kvadratik singdiruvchanlik tenzori o‘z ishorasini davriy ravishda uzunlik bo‘yicha o‘zgarib boradigan domenlar to‘plamidan iborat. Bunday kristallar sun’iy ravishda bir domendan ikkinchi qo‘sni domenga o‘tganda optik o‘qining yo‘nalishini teskarisiga o‘zgaradigan qilib o‘stiriladi, bu o‘z navbatida, kvadratik singdiruvchanlik tenzorining ishorasini davriy ravishda o‘zgartiradi.

**Kvadratik singdiruvchanlik** - ikkinchi tartibli singdiruvchanlik tenzori bo‘lib, moddadagi ikkinchi tartibli nochiziqli qutblanish vektori bilan ta’sir etayotgan yorug‘lik maydonining kuchlanganlik vektori orasidagi kvadratik bog‘lanishni xarakterlaydi. Uning qiymati muhitning nochiziqli optik xususiyatlariga, ta’sirlashayotgan to‘lqinlarning maydon kuchlanganligi vektorlarining yo‘nalishlariga va uning kristallning optik o‘qi bilan hosil qilgan burchagiga bog‘liq.

**Kubik singdiruvchanlik** - uchinchi tartibli singdiruvchanlik tenzori bo‘lib, moddadagi uchinchi tartibli nochiziqli qutblanish vektori bilan ta’sir etayotgan yorug‘lik maydonining kuchlanganlik vektori orasidagi kubik bog‘lanishni xarakterlaydi. Uning qiymati muhitning nochiziqli optik xususiyatlariga, ta’sirlashayotgan to‘lqinlarning maydon kuchlanganligi vektorlarining yo‘nalishlariga va uning kristallning optik o‘qi bilan hosil qilgan burchagiga bog‘liq.

**Nochiziqli sindirish ko‘rsatkich** - nochiziqli moddalarda kuchli yorug‘lik maydonining o‘z-o‘ziga ta’siri jarayonini xarakterlovchi o‘lchovli fizikaviy kattalik bo‘lib, uning qiymati moddaning uchinchi tartibli singdiruvchanlik tenzoriga bog‘liq.

**Berilgan maydon usuli** - nochiziqli jarayonlarning energiyani bir chastotadan boshqa chastotaga almashtirishdagi energiyalarning nisbati

juda kichik bo‘lganda qo‘llaniladi va shuning uchun asosiy to‘lqinning kompleks amplitudasi  $A_1(z,t) = a_1(z) e^{i[\varphi(z,t)]}$  o‘zaro ta’sir uzunligi davomida doimiy deb hisoblash mumkin, ya’ni haqiqiy amplitudasi  $a_1(z) = \text{const}$  va fazasi ham  $\varphi_1(z,t) = \text{const}$  o‘zgarmas bo‘ladi.

**Berilgan intensivlik usuli** - nochiziqli jarayonlarning konversiya koeffitsiyentlari kichik bo‘lganda qo‘llaniladi va shuning uchun asosiy to‘lqinning intensivligini  $I_1(z,t) = A_1(z,t) * A_1^*(z,t) = \text{const}$  (bu yerda  $A_1^*(z,t)$  - kompleks amplituda  $A_1(z,t)$  ning kompleks qo‘shma amplitudasi) butun o‘zaro ta’sir uzunligi bo‘yicha doimiy deb hisoblash mumkin, ammo to‘lqinning fazasiga  $\varphi_1(z,t)$  cheklovlar qo‘yilmaydi, u ixtiyoriy ko‘rinishda o‘zgarishi mumkin.

**Klassik chiziqli model** - modda garmonik ossillyatorlar to‘plamidan tashkil topgan deb qaraladi. Chiziqli muhitda tarqaladigan yuguruvchi elektromagnit to‘lqin, shuningdek, bu muhitda elektron Drude - Lorens modeliga muvofiq, ikkilamchi yuguruvchi to‘lqinlarning paydo bo‘lishiga olib keladigan muhitning qutblanish to‘lqinini qo‘zg‘atadi.

**Angarmonik ossillyator modeli** - tashqi yorug‘lik maydonining muhitga nochiziqli ta’siri bog‘langan elektronlarning angarmonik harakati bilan bog‘liq, ya’ni muvozanat holatidan katta masofaga og‘gani uchun elektron ossillyatorlarning angarmonikligini hisobga olish kerak. Xususan, ossillyator harakatining angarmonikligi lazer nurlarining ta’sirida yuzaga keladi, uning potensial energiyasi  $U = \frac{1}{2} kx^3$  ifoda bilan aniqlanadi.

**O‘zaro ta’sirning kvant modeli** - kvant jismlarining intensiv lazer nurlanishiga nochiziqli ta’sirini to‘liq hisoblash kvant mexanikasining asosiy tenglamasi - Shredinger tenglamasining yechimiga asoslanadi va umumiy holatda juda murakkab. Nisbatan oddiy molekulalar uchun ham bu nurlanishning o‘zaro ta’sirini hisobga olgan holda ko‘p zarrali masalani hal qilishni talab qiladi. Nafaqat elektronlar, balki yadrolar bilan ham. Maydon kuchi uchun tebranish nazariyasidan foydalanmasdan, bunday muammolar faqat ma’lum model sxemalari uchun hal qilinadi.

## **QISQARTIRILGAN BELGILAR RO'YXATI**

*A* - yorug'lik to'lqini kompleks amplitudasi

*D* - dispersiya parametri

*E* - yorug'lik to'lqinining elektr maydonining kuchlanganligi

*P<sup>ch</sup>* - chiziqli qutblanish vektori

*P<sup>nch</sup>* - nochiziqli qutblanish vektori

*G<sub>A</sub>* - parametrik kuchaytirish koeffitsiyenti

*I* - nurlanish intensivligi

*L* - moddaning uzunligi

*N* - optik kanallar soni; rejimlar soni; solitonning tartibi

*T* - harakatlanuvchi tizimidagi vaqt

*a* - optik tolanning markaziy yadrosining radiusi

*b* - optik tolanning qoplamasining tashqi radiusi

*c = 3 · 10<sup>8</sup> m / s* - vakuumdagi yorug'lik tezligi

*e = 1,6 · 10<sup>-19</sup> KJ* - elementar zaryad

*g<sub>R</sub>* - Raman kuchaytirish koeffitsiyenti

*i* - mavhum birlik

*m<sub>e</sub>* - elektronning massasi

*n* - sindirish ko'rsatkichi

*n<sub>2</sub>* - nochiziqli sindirish ko'rsatkichi

*p* - dipol momenti

$\alpha_{\Delta 6}$  - optik yutilish koeffitsiyenti

$\beta_1, \beta_2$  - dispersiya koeffitsiyentlari

$\gamma, \delta$  - garmoniklik koeffitsiyentlari

$\epsilon$  - dielektrik kirituvchanlik doimiysi

$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m - elektr doimiysi

$\chi^{(1)}$  - chiziqli singdiruvchanlik

$\chi^{(2)}$  - kvadratik singdiruvchanlik

$\chi^{(3)}$  - kubik singdiruvchanlik

$\theta$  - tarqalish burchagi

$\lambda$  - nurlanish to'lqin uzunligi

*k* - to'lqin soni

$\mu$  - magnit kirituvchanligi

$\tau$  - impulsning davomiyligi

$\nu$  - chastota

$\omega$  - siklik chastota

*t* - vaqt

AG - asosiy garmonika

IGG - ikkinchi garmonika generatsiyasi

UGG - uchinchi garmonika generatsiyasi

NFK - nochiziqli foton kristall

MKS - majburiy kombinatsion sochilishi

MMBS - Majburiy Mandelstam - Brillyon sochilishi

FM - fazaviy modulyatsiya

FSS - fazaviy sinxronizm sharti

RDS - regulyar domen struktura

ADS - aperiodik domen struktura

## **Foydalanilgan adabiyotlar ro‘yxati**

1. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики.- М.: ВИНИТИ, 1964.-296с.
2. Бломберген Н. Нелинейная оптика.- М: Мир, 1966. -424с.
3. В.Г.Дмитриев, Л.В.Тарасов. Прикладная Нелинейная оптика. М. ФИЗМАТЛИТ. 2004.-с.512.
4. Цернике Ф.,Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика. - М.: Мир, 1976.-261с.
5. Akhmanov S.A., Vyslouch V.A., Chirkin A.S. Optiks of Femtosecond Laser Pulses. N.Y. AIP.1992 . - p. 315.
6. Юсупов Д.Б., Сапаев У.К. Нелинейная оптика фотонных кристаллов. Т. ФАН. 2012, -128с.
7. Гречин С.Г., Дмитриев В.Г., Чиркин А.С. Прикладная нелинейная оптика в журнале “Квантовая электроника”//Квантовая электроника. 2011.-№12 (40).-с.1061-1068.
8. Манцызов Б.И. Когерентная и нелинейная оптика фотонных кристаллов.-М.: Физматлит, 2009.-207с.
9. Bloembergen N. Apparatus for converting light energy from one frequency another. –U.S.A.1968. Patent № 3 384 433.
10. Yusupov D.B. On the Theory of the Second Harmonic in Nonlinear Crystals with a Regular Domain Structure // Laser Physics.2006.-№3 (16).-p.503-506.
11. Юсупов Д.Б. Генерация второй оптической гармоники в кристаллах с модуляцией нелинейных восприимчивостей // Узбекский физический журнал.2005.-№(5-6) (7).-с.341-347.
12. Chirkin A.S., Novikov A.A., Laptev G.D. Nonclassical light generation in the process of self-frequency halving in periodically poled active nonlinear Nd:Mg:LiNbO<sub>3</sub> crystal // Jour. Opt. B: Quantum Semiclass Opt. 2004.-№2 (6).-p.S483-S486.
13. Morozov E.Yu., Kaminiski A.A., Chirkin A.S., Yusupov D.B. Second Optikal Harmonic Generation in Nonlinear Crystals with a

Disordered Domain Structure // JETP Letters.-Moscow, 2001.-№12(73).- P.647-650.

14. Morozov E.Y., Chirkin A.S., Kaminiski A.A., Yusupov D.B. Laser frequency doubling in nonlinear optikal crystals with disordered domain structure //Proceedings of SPIE.2002.-v.4751.-p.92-96.

15. Kulagin I.A., Sapaev U.K., Usmanov T., Uzaqov A.A., Yusupov D.B. Nonstationary frequency doubling in periodically poled nonlinear crystals in the presence of self-action effects / /Journal of Russian Laser Research .2007. -№ 3 (28) .-p.207-216.

16. Yusupov D.B., Chirkin A.S. Frequency Doubling of Phase-Modulated Femtosecond Laser Pulses in Periodically Poled and Chirped Nonlinear Crystals // Jour. Physics of Wave Phenomena. 2007. -№4 (15).-p.263-271.

17. Yusupov D.B. Degenerate Parametric Frequency Conversion of Phase-Modulated Femtosecond Laser Pulses in Crystals with a Regular and Chirped Domain Structure // Laser Physics.2008.-№1 (4).-p.43-51.

18. Юсупов Д.Б., Сапаев У.К. Квазисинхронные взаимодействия лазерного излучения в апериодических фотонных кристаллах. Т. ТГТУ.2014.-88с.

19. Кившарь Ю.С. Оптические солитоны . – М.: Физматлит, 2005.-256с.

20. Розанов Н.Н. Нелинейная оптика: учеб. пособие. Ч. 1. Уравнения распространения излучения и нелинейный отклик среды. – СПб: СПбГУИТМО, 2008. – 95 с.

21. Булгакова С.А., Дмитриев А.Л. Нелинейно-оптические устройства обработки информации: учеб. пособие. – СПб: ГУИТМО, 2009. – 56 с.

22. Мириноятов М. М. Лазерлар физикаси ва техникаси. Ўқув қўлланма, Тошкент, ЎзМУ, 2009.-95б.

23. Слабко В.В. Нелинейная оптика . Учебное пособие, Красноярск.2009, -103с.

24.В.Г.Безпрозванных,В.П.Первадчук.Нелинейная оптика.  
Учебное пособие. Пермь.2011.-103с.

25. Boyd.R.W. Nonlinear optiks. –N.Y. Elsevier Inc. 2008.-620р.

26. Усманов Т.Б. , Гуламов А.А. и др. Преобразования частоты  
лазерного излучения с предельной эффективностью. –М. : Нобель  
пресс, 2014.-289.

**D.B. YUSUPOV**

**NOCHIZIQLI OPTIKA**

**Darslik**

**MUHARRIR: O. JUMABOYEV**  
**TEXNIK MUHARRIR: O. MUXTOROV**  
**MUSAHHIH: H. SAFARALIYEV**  
**SAHIFALOVCHI: S. MUXTOROV**

Nashriyot litsenziyasi



**4428**

Bosishga ruxsat etildi 23.06.2023.  
Bichimi 84x108  $\frac{1}{32}$ . Ofset qog‘ozi.  
Ofset bosma usulida bosildi.  
“Cambria” garniturasi. Shartli bosma taboq 18.  
Adadi 100 nusxa.

“FAN VA TA'LIM” nashriyoti  
Toshkent shahri, Shayxontohur tumani,  
Navoiy ko‘chasi, 30-uy.  
**Tel:** 71 244-75-88; +998 94 664 40 03.  
**Web sayt:** [fanvatalim.uz](http://fanvatalim.uz)    **E-mail:** [info@fanvatalim.uz](mailto:info@fanvatalim.uz)

Original maket  
“FAN VA TA'LIM” nashriyotida tayyorlandi.  
“FAN VA TA'LIM” nashriyoti bosmaxonasida chop etildi.