O‘ZBEKISTON RESPUBLIKASI
OLIY VA O‘RTA MAXSUS TA’LIM VAZIRLIGI

TOSHKENT DAVLAT IQTISODIYOT UNIVERSITETI

S.O.XOMIDOV

VAQTLI QATORLAR TAHLILI

(Kredit-modul bo‘yicha)
O‘zbekiston Respublikasi Oliy va o‘rta maxsus ta’lim vazirligi tomonidan o‘quv qo‘llanma sifatida tavsiya etilgan

Toshkent – 2022

U O‘K 6P2.15.6(07)
KBK 73(07)
X 59

S.O.Xomidov. Vaqtli qatorlar tahlili. (O‘quv qo‘llanma). – T.: «Innovatsion rivojlanish nashriyot-matbaa uyi», 2022 – 228 b.

ISBN 978-9943-8618-8-6

O‘quv qo‘llanma “Vaqtli qatorlar tahlili” fan dasturi asosida yozilgan. Mazkur o‘quv qo‘llanmada vaqtli qatorlar tahliliga kirish, ekonometrikada foydalaniladigan ma’lumotlarning turi va ularning tabiati, statsionarlik va nostatsionarlik muammolari, birlik ildiz testi va uni tekshirish masalalari, vaqtli qator modellari, vaqtli qatorlar yordamida prognozlash, vaqtli qatorlar tebranuvchanligi hamda vektor avtoregressiya kabi masalalar bayon etilgan.

O‘quv qo‘llanma oliy o‘quv yurtlarining 60310200 – “Ekonometrika” bakalavriat ta’lim yo‘nalishida tahsil olayotgan talabalar uchun mo‘ljallangan. Shuningdek, mazkur qo‘llanmadan malaka oshirish kurslarining tinglovchilari va tadqiqotchilar ham foydalanishlari mumkin.

U O‘K 6P2.15.6(07)
KBK 73(07)

Taqrizchilar:

B.Mamatqulov – Toshkent moliya instituti “Statistika va ekonometrika” kafedrasi dotsenti, i.f.n.;

P.Allayarov – Toshkent davlat iqtisodiyot universiteti “Iqtisodiyotda matematik metodlar” kafedrasi dotsenti, DSc.

ISBN 978-9943-8618-8-6

KIRISH

“Vaqtli qatorlar tahlili” fani ijtimoiy-iqtisodiy hodisa va jarayon-larning ekonometrik modellarini tuzish, tuzilgan modellar yordamida iqtisodiy subyektlar holatini tahlil qilish va tahlil natijalari asosida optimal qarorlar qabul qilishni, tuzilgan modellarni turli xil mezonlar asosida tekshirish va ularni tatbiq qilish hamda ijtimoiy-iqtisodiy ko‘rsatkichlarni prognoz qilishni o‘rganadi.

Mamlakatimizda banklarning kapitallashuvi va investitsiyaviy faolligini yanada oshirish, iqtisodiyotdagi tarkibiy o‘zgarishlarning ustuvor yo‘nalishlarini qayta tiklash va kengaytirish, ishlab chiqarishni modernizatsiya qilish, texnik va texnologik yangilashga qaratilgan kreditlash hajmini oshirish va bu jarayonlarda ekonometrik modellash-tirish usullaridan foydalanish muhim vazifalardan biri hisoblanadi.

Mamlakatimiz iqtisodiyotida ro‘y berayotgan jiddiy tarkibiy o‘zgarishlar tashqi iqtisodiy ko‘rsatkichlarda o‘zining aniq ifodasini topmoqda. Bunday iqtisodiy o‘sishga erishishda, avvalambor, keng ko‘lamli tizimli bozor islohotlarini joriy etish va xorijiy investitsiyalarni jalb qilish, iqtisodiyotda chuqur tarkibiy o‘zgarishlarni amalga oshirish, ishlab chiqarishni modernizatsiya qilish va yangilash, kichik biznes va xususiy tadbirkorlikni jadal rivojlantirishga qaratilganligi katta ahamiyatga egadir.

Iqtisodiyotni modernizatsiyalash sharoitida o‘zgarib turuvchi raqobat muhiti va bozor sharoitlarini ilg‘ab olish, ularning mohiyati hamda qonuniyatlarini chuqur tahlil qilishda ekonometrik usullar va modellardan foydalanish yordamida makroiqtisodiy indikatorlarni prognozlash, ko‘p variantli yechimlardan muqobil yechimni tanlash, tavakkalchilik va noaniqlik sharoitida optimal iqtisodiy qarorlar qabul qilish, keyinchalik, bu qarorlar bajarilishini kompyuter orqali monitoring qilish masalalarining nazariy va amaliy tomonlarini o‘rganishda “Vaqtli qatorlar tahlili” fani muhim ahamiyat kasb etadi.

Hozirgi paytda iqtisodiy fan va amaliyot murakkab iqtisodiy, xo‘jalik va nazariy masalalarni hal qilishda amaliy matematika yutuqlaridan keng foydalanmoqda. Ta’lim olayotgan barcha talabalarning raqobatbardoshligini oshirish maqsadida bugungi kunda ta’lim jarayonlari tubdan o‘zgartirilmoqda. Ta’lim sohasida o‘qitishning yangi shakllari: yangi pedagogik texnologiyalar, zamonaviy axborot texnologiyalari asosida ta’lim berish usullari keng qo‘llanilmoqda. Bu esa ta’lim oluvchilarning har tomonlama yetuk, bilimdon va raqobatbardoshligini ta’minlashga imkon beradi.

Ushbu o‘quv qo‘llanma John D. Levendis tahriri ostida chop etilgan “Time Series Econometrics Learning Through Replication, Springer Texts in Business and Economics. Springer Nature Switzerland AG 2018” nomli adabiyotning o‘zbek tilidagi tarjimasi hisoblanadi.

O‘quv qo‘llanma matnida taqdim etilgan nazariyalarni tushuntirishda ekonometrika nazariyasi bilan bog‘liq chuqur tahliliy va soddalashtirilgan yondashuvlarni ko‘rsatib beradi. Ekonometrikada matematikadan foydalanish amaliy jihatdan muqarrar bo‘lgan holda, o‘quv qo‘llanma yanada puxta tushunish uchun matematikadan foydalanishni afzal ko‘ruvchilar bilan bir qatorda mustahkam matematik bilimga ega bo‘lmagan o‘quvchilar uchun ham mo‘ljallangan. Maqsadga erishish uchun, kitob barcha talablar asosida fanga umumiy va matematik amallar orqali yondashuvni ta’minlaydi. Shunday qilib, matematik amallar va dalillar bilan band bo‘lishni istamaydigan o‘quvchi har bir mavzuning matematik tahlillarini o‘tkazib yuborib, matn uzluksizligiga ta’sir qilmagan holda umumiy yondashuv asosida foydalana oladi. Shu bilan birga, har bir mavzuni matematik tahlil qilib o‘rganishni xohlovchilar uchun har qaysi bobda tegishli bo‘limlarni o‘rganish imkoni mavjud. Bu imkoniyatdan foydalanib, ahamiyatga ega bo‘lgan hollarda ba’zi masalalarning dalillarini matritsalar algebrasi usulidan foydalanib chuqur tahlil qilish mumkin va ayni paytda bu o‘tkazilgan tahlillarning asosiy qismi matritsalar algebrasi kursini o‘rganmaganlarga ham tushunarli bo‘lishi uchun soddalashtirilgan usullarda taqdim etiladi.

O‘quv qo‘llanma boshlang‘ich darajada bo‘lib, bakalavriat talabalari uchun tavsiya etilishi bilan bir qatorda magistr va ilmiy izlanuvchilarning amaliy ishlarida ham yordamchi vosita bo‘lib xizmat qiladi.

1-MAVZU. “VAQTLI QATORLAR TAHLILI”GA KIRISH[1]

1.1. Vaqtli qatorlar tahlilining ahamiyati va o‘ziga xos xususiyatlari.
1.2. Vaqtli qatorlar tahlilida matematik belgilanishlar.
1.3. Vaqtli qatorlar tahlilida matematik – statistika elementlari.

1.1. Vaqtli qatorlar tahlilining ahamiyati va o‘ziga xos xususiyatlari

Vaqtli qatorlar tahlilidan iqtisod va moliya bo‘yicha ko‘plab amaliy savollarga javob berish uchun foydalanish mumkin:

• Sizning biznesingiz bor deylik. Kelgusi oyning sotuvlarini bashorat qilish uchun oldingi 10-yildagi oylik savdo ma’lumotlaridan qanday foydalanish mumkin?

• Siz “doimiy daromad gipotezasi” to‘g‘ri yoki yo‘qligini tekshirmoqchisiz, iste’mol xarajatlari milliy daromadning nisbatan doimiy ulushini ko‘ryapsizmi?

• Siz moliyaviy tadqiqotchisiz. Siz oltin narxi qimmatli qog‘ozlar narxidan yuqori yoki aksincha ekanligini aniqlashni xohlaysiz. Ushbu o‘zgaruvchilar o‘rtasida bog‘liqlik bormi? Agar shunday bo‘lsa, undan pul ishlash uchun foydalanish mumkinmi?

Ushbu savollarning har biriga javob berish uchun bir nechta turli statistik usullar kerak bo‘ladi, ammo ularning barchasi «vaqtli qatorlar tahlili»ning asosiy vazifasi hisoblanadi.

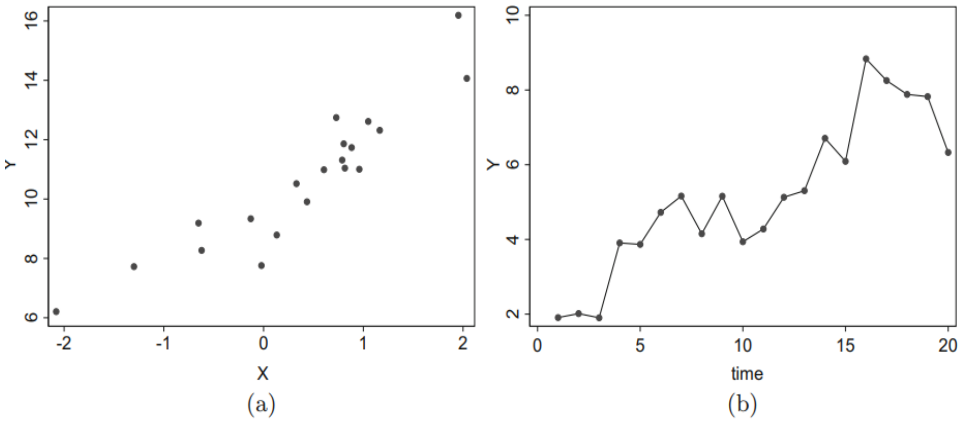
Vaqt qatorlari ekonometriyasining o‘ziga xos xususiyati nimada?

Quyida keltirilgan ikkita panel o‘rtasidagi farqni ko‘rib chiqing. 1.1. Panel (a) kesma ma’lumotlarini va panel (b) vaqt seriyalari ma’lumotlarini ko‘rsatadi. Standart ekonometrika, kesmaviy ekonometriya kuzatishlarning mustaqilligiga tayanadi. Agar biz odamlardan

---

[1] John D. Levendis “Time Series Econometrics Learning Through Replication, Springer Texts in Business and Economics. Springer Nature Switzerland AG 2018.

namuna olsak va ular hozirda ishsizmi, deb so‘rasak, biz turli xil javoblarni olamiz. Garchi biz iqtisodiyotda ayniqsa, yomon davrni boshdan kechirayotgan bo‘lsak ham, bir kishining ishsizlik holati boshqa birovning ishsizlik holatiga ta’sir qilishi dargumon. A odam B ishsiz bo‘lgani uchungina ishga kira olmaydi. Ammo-yildan-yilga ishsizlik darajasiga e’tibor qaratadigan bo‘lsak, bu-yilgi natijalar o‘tgan-yilgi iqtisodiyotga bog‘liq bo‘lishi mumkin. Vaqt seriyalari kuzatuvlari deyarli hech qachon mustaqil emas. Odatda, bitta kuzatish oldingi kuzatuv bilan mos keladi.



1.1-rasm. Ikki xil turdagi ma’lumotlar, (a) kesma ma’lumotlar, (b) Vaqt seriyasining ma’lumotlari

Bu shunchaki ahamiyatsiz farq emas. Ehtimol, oddiyroq misol bu farq nima uchun juda muhimligini ko‘rsatib beradi. Aytaylik, siz tangani o‘ng yoki chap tarafi tushishini bilmoqchisiz. Siz uni aylantirib, uning qiymatini yozishingiz kerak. Keyin uni yana aylantiring va uning qiymatini yozing. Buni qayta-qayta bajaring, yuz marta qaytaring, shunda siz bu noto‘g‘ri yoki yo‘qligini yaxshi tushunasiz. Xolis tanga bizga ellikta bo‘sh va ellikta to‘g‘ri, ortiqcha yoki minus tasodifiy xato berishi kerak. Adolatli tanganing nol gipotezasiga ko‘ra, birinchi otishda bo‘shini olish ehtimoli 1/2 ni tashkil qiladi. Xuddi shunday, birinchi hol qanday bo‘lishidan qat’i nazar, ikkinchi rulonga bo‘shlarini olish ehtimoli ham 1/2 ni tashkil qiladi.

Ammo, kuzatishlar mustaqil bo‘lmaganda, hamma narsa boshqacha. Aytaylik, siz bir marta tanga tashladingiz va natijani yozdingiz. Shunda siz darhol orqaga qaraysiz, u hali ham gerbli tomon ekanligini payqadingiz va gerbni ikkinchi marta ko‘rishni yozib oling. Siz buni yuz marta qilishingiz mumkin. Lekin sizda yuzta foydali kuzatuv yo‘q! Sizda faqat bitta yaxshi kuzatuv bor. Siz yuzta bo‘sh yozgan bo‘lsangiz ham, sizda faqat bitta tanga tashlash imkoniyati bor edi.

Vaqt seriyalaridagi narsalar hech qachon bu misoldagidek yomon emas. Biroq, vaqt seriyasi ko‘proq tangani aylantirib, kuzatuvlaringizni yozib olganingizda, ba’zida ikki marta, ba’zida to‘rt marta aylantirgandan keyin. Kuzatishlaringizda juda ko‘p inersiya bo‘ladi, bu oddiy formulalarni bekor qiladi. Sizga yangilari kerak bo‘ladi.

Ma’lum ma’noda, bu bog‘liqlik vaqt seriyalari bilan ishlashni soddalashtiradi. Vaqt seriyalarida biz bir narsaning vaqt o‘tishi bilan asta-sekin rivojlanishini kuzatamiz. Agar iqtisodiyot asta-sekin o‘zgarib borayotgan bo‘lsa, biz o‘tmishdan kelajakka foydali qo‘llanma sifatida foydalanishimiz mumkin. Kelgusi oyda ishsizlik darajasi qanday bo‘lishini bilmoqchimisiz? Katta ehtimol bilan bu oy darajasiga yaqin bo‘ladi. Va u yaqin o‘tmishdagi kabi taxminan bir xil miqdorda o‘zgaradi.

1.2. Vaqtli qatorlar tahlilida matematik belgilanishlar

Kelajakda biz quyidagi konvensiyalarga rioya qilishga harakat qilamiz: tasodifiy o‘zgaruvchilar bosh harflar (X, Y, Z) bilan belgilanadi. Tasodifiy o‘zgaruvchining o‘ziga xos ilovalari kichik harflarni (x, y, z) qabul qiladi. X ning ma’lum bir t davridagi qiymati X_t yoki x_t bilan belgilanadi.

Noma’lum parametrlar yunoncha harflar bilan belgilanadi, masalan: β, γ, μ.

Ushbu parametrlarning baholari ˆ (masalan, $\hat{\beta}$) bilan belgilanadi, yozuv noqulay bo‘lgan hollar bundan mustasno.

Ba’zan biz «lag operatori» yoki «lag polinomi» haqida gapiramiz. Siz “lag”ni mustaqil X_t o‘zgaruvchining qiymatini oladigan va X_{t-1} bog‘liq o‘zgaruvchisini qaytaruvchi funksiya sifatida tasavvur qilishingiz mumkin.

Lag operatori L bosh harfi bilan belgilanadi. X_t ning lag qiymati X_{t-1}; Stat yozuvida u $L.X$ bilan belgilanadi va «lag X» deb o‘qiladi. Agar biz ikki davr oldingi kuzatuvga murojaat qilmoqchi bo‘lsak, ikki davrli kechikish talab qilinadi. ya’ni, biz X ning kechikish qiymatidan orqada qolishimiz mumkin. Stata buyruqlari uchun biz ko‘pincha X_{t-2} ga $LL.X$ yoki $L2.X$ deb murojaat qilamiz. Xuddi shunday, uchinchi kechikish $LLL.X$ yoki $L3.X$ bo‘ladi va hokazo. Matematik belgilardan foydalanganda biz ikkinchi kechikishni L^2X, uchinchi kechikishni L^3X, k- kechikishni L^kX va hokazo deb belgilaymiz.

Shuni ta’kidlash kerakki, L ni bir darajaga ko‘tarish matematik belgiga aylantirish demakdir. L raqam emas, bu operator, shuning uchun ko‘rsatkich oddiygina operatsiyani necha marta bajarish kerakligini anglatadi.

Ko‘pincha biz «o‘zgaruvchining birinchi farqini» yoki oddiyroq aytganda, «farqni» hisoblashimiz kerak: $X_t - X_{t-1}$. X ning birinchi farqi uchun Stata belgisi $D.X$, bu yerda D «farq operatori». Kechikish va farq operatorlari o‘zaro bog‘liq. ya’ni, X_t farqi faqat X_t minus X_t kechikishidan iborat:

$$X_t - X_{t-1} = D.X = (1-L)X_t = X - L.X$$

Biz farq operatorini D yoki $(1 - L)$ ko‘rsatkichga ko‘tarishimiz mumkin, xuddi L bilan qilganimiz kabi. Masalan, biz farqlar qatorini farqlashni xohlaymiz. ya’ni, X_t ni bilib, birinchi farqni $X_t - X_{t-1}$ deb hisoblashimiz mumkin, uni Z_t bilan belgilaymiz. Biz hatto birinchi farqni Z_t deb hisoblashimiz mumkin, masalan, Y_t:

$$\begin{aligned} Y_t &= Z_t - Z_{t-1} \\ &= (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2}) \\ &= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2} \end{aligned}$$

Yani, birinchi farqning birinchi farqi «ikkinchi farq» deb ataladi.

Belgilanishning soddaligi uchun ikkinchi farqni quyidagicha belgilaymiz: D^2. Shunday qilib, X_t ikkinchi farqi: D^2X_t. X_t o'rtasidagi uchinchi farq: D^3X_t. *k*-chi farq: D^kX_t ga teng. *L* bilan bo'lgani kabi, *D* darajaga ko'tarilishi farq necha marta sodir bo'lishi kerakligini anglatadi.

Xuddi shunday, ikkinchi farq X_t:

$$D^2 = (1 - L)^2X$$
$$= (X_t - X_{t-1}) - (X_{t-1} - X_{t-2})$$
$$= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}$$

Statadagi ikkinchi farqlarni hisoblash juda oddiy: birinchi farqlar uchun *DX*, ikkinchi farqlar uchun *DD.X* yoki D^2.*X* va hokazo.

Ko'pincha, farq o'zgaruvchisi moliyaviy talqinga ega. Misol uchun, agar X_t *t* vaqtidagi aksiya bahosi bo'lsa, u holda *D.X* = (1 – *L*) *X* = $X_t - X_{t-1}$ aksiya daromadidir. Aslida, farq diskret vaqt ichida «hosilani olish»ga o'xshaydi. Agar *X* obyektning holati bo'lsa, u holda *D.X* – uning tezligi va D^2.*X* – esa tezlashishidir. Xuddi shunday, agar *X* – aktivning narxi bo'lsa, *D.X* – uning daromadliligi va D^2.*X* – daromadning o'sish yoki pasayish tezligini ifoda etadi.

1.3. Vaqtli qatorlar tahlilida matematik – statistika elementlari

X tasodifiy o'zgaruvchi berilgan bo'lsa, uning ehtimollik taqsimoti funksiyasi *f*(*x*) har bir mumkin bo'lgan *X* natijaga ehtimollikni belgilaydigan funksiyadir. Masalan, siz tangani tashlaysiz deylik, *X* tasodifiy o'zgaruvchi tanganing tepaga yoki pastga kelishiga qarab aniqlanadi va bu ikki natijaga *Pr* (*X* = yuqori) = 1/2 va *Pr* (*X* = dquyi) = 1/2 ehtimolini tayinlaymiz.

Uzluksiz o'zgaruvchilar bu ikki raqam orasidagi istalgan qiymatni qabul qila oladiganlardir. 1 dan 100 gacha raqamlarning cheksiz uzluksizligi mavjud. Diskret sonlar ko'proq natural sonlarga o'xshaydi. Ular turli xil ma'nolarni oladi. Odatda, raqamli hisoblanmaydigan narsalarni diskret raqamlar sifatida ham kodlash mumkin. Odatiy misol

– bu homiladorlik, o‘zgaruvchisi tabiatan raqamli bo‘lmagan. Homiladorlik holati nol/bir o‘zgaruvchi sifatida kodlanishi mumkin, agar ayol homilador bo‘lsa, bir, aks holda nol.

Iqtisodiyotdagi ba’zi diskret tasodifiy o‘zgaruvchilar quyidagilardir: shaxsning ishsizlik holati, ikki davlat valuta ittifoqiga kirishi, OPEK a’zolari soni va mamlakat bir vaqtda qaysidir davlatning mustamlakasi bo‘lgan yoki bo‘lmaganligi. Moliyadagi ba’zi diskret tasodifiy o‘zgaruvchilar kompaniyaning ochiq yoki ochiq emasligini, necha marta dividendlarni taklif qilganligini yoki boshqaruv kengashi a’zolarining sonini o‘z ichiga oladi.

Uzluksiz moliyaviy tasodifiy o‘zgaruvchilarga quyidagilar kiradi: aksiyalarning foiz daromadi, dividendlar miqdori va obligatsiyalar bo‘yicha foiz stavkasi. Iqtisodiyotda: YaIM, ishsizlik darajasi va pul taklifi doimiy o‘zgaruvchilardir.

Agar X ning barcha mumkin bo‘lgan natijalari ro‘yxati diskret natijalarga ega bo‘lsa, biz X ning o‘rtacha qiymatini (o‘rtacha yoki matematik kutilish deb ham ataladi) quyidagicha belgilashimiz mumkin:

$$E(X) = \sum x_i \, Pr(\, X = x_i)$$

Agar X uzluksiz o‘zgaruvchi bo‘lsa, u holda yig‘indidan integralgacha umumlashtirmani quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$E(X) = \int x \int (x) \, dx$$

X ning o‘rtacha ko‘paytmasi mX bilan, o‘rtacha qiymati esa $\bar{X}$ bilan belgilanadi. Agar kerak bo‘lsa, biz $E(X)$ va μX belgilarini almashtirishimiz mumkin. Tasodifiy o‘zgaruvchi ko‘paytmasining dispersiyasi har bir natijaning o‘rtacha qiymatidan standart og‘ishidir:

$$Var(X) = \sigma_x^2$$
$$= E(X^2) - E(X)E(X)$$
$$= {}^1/_N \sum (x_i - E(X))^2$$

$$\int (x_i - E(X))^2 dx$$

X diskret yoki uzluksizligiga qarab belgilanadi. Oddiy variatsiyada N (n – 1) bilan almashtiriladi va yozuv σ^2 dan s^2 ga o‘zgartiriladi.

Standart og‘ish dispersiyaning kvadrat ildizidir:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

$$s = \sqrt{s^2}$$

Ikkala holatda ham standart og‘ish ko‘pincha Stdev (X) bilan belgilanadi. X va Y ikkita tasodifiy o‘zgaruvchilarning kovariatsiyasi quyidagicha aniqlanadi:

$$Cov(X, Y) = \frac{1}{N}\sum(x_i - E(X))(y_i - E(y)) = E(XY) - E(X)E(Y)$$

Shundan so‘ng X va Y o‘rtasidagi korrelatsiya quyidagicha aniqlanadi:

$$Corr(X, Y) = \frac{Cov(X, Y)}{Stdev(X)\ Stdev\ (Y)}$$

Agar X va Y tasodifiy o‘zgaruvchilar hamda a va b doimiy bo‘lsa, yuqoridagi statistikaning ba’zi oddiy xossalari quyidagicha bo‘ladi:

$$E(a) = a$$

$$E(aX) = aE(X)$$

$$Stdev(aX) = aStdev(X)$$

$$Var(a) = 0$$

$$Var(aX) = a^2Var(X)$$

$$Var(X) = Cov(X, X)$$

$$Cov(X, Y) = Cov(Y, X)$$

$$Cov(aX, bY) = abCov(X, Y)$$

$$Cov(aX, bY) = Corr(X, Y) = Corr(Y, X)$$

Tasodifiy o‘zgaruvchiga doimiy qo‘shilishi uning o‘rtacha qiymatini o‘zgartiradi, ammo dispersiyani emas:

$$E(a + X) = a + E(X)$$

$$V(a + X) = Var(X)$$

Agar ikkita tasodifiy o‘zgaruvchini qo‘shsak, buni quyidagi ifodada ko‘rsatishimiz mumkin bo‘ladi:

$$E(aX + bY) = E(aX) + E(bY) = aE(X) + bE(Y)$$

$$Var(aX + bY) = a^2Var(X) + b^2Var\ (Y) + 2abCov(X, Y)$$

Faraz qilaylik, e o‘zgaruvchining barcha realizatsiyalari bir xil normal taqsimotdan mustaqil ravishda olingan:

$$e_t \sim N\ (0, \sigma^2)$$

Shuning uchun E(e_t) = 0 va Var(X_t) = σ^2 barcha t lar uchun. Bunday holda, biz e_t ni oddiy taqsimotdan «IID normal» yoki «mustaqil va bir xil taqsimlangan» deb aytamiz. Agar shunday bo‘lsa, biz buni quyidagicha ko‘rsatishimiz mumkin:

$$Var(e_t) = E(e_1^2) - E(e_t)E(e_t) = E(e_t^2)$$

$$Corr\left(e_{t,}e_{j\neq 1}\right) = E\left(e_{t,}e_{j\neq 1}\right) - E(e_t\ )\left(e_{j\neq 1}\right) = 0 - 0 = 0$$

$$Corr\left(e_{t,}e_{j\neq 1}\right) = \frac{Cov(e_{t,}e_{j\neq 1})}{Stdev(e_t\ )Stdev(e_{j\neq 1})} = 0$$

Boshqacha aytganda, dispersiya formulasi soddalashtirilgan, o‘zgaruvchi hech qanday lag uchun o‘zi bilan kovariatsiyalashmaydi va o‘zgaruvchi hech qanday lagda o‘zi bilan korrelatsiyaga ega bo‘lmaydi.

Nazorat savollari:

1. Vaqtli qator deb nimaga aytiladi?
2. Vaqtli qatorlar tahlilida qanday masalalar ko‘rib chiqiladi?
3. Vaqtli qatorlarning qanday o‘ziga xos xususiyatlari mavjud?
4. Vaqtli qatorlar tahlilida qanday matematik belgilanishlar ishlatiladi?
5. Matematik kutilma deb nimaga aytiladi va u qanday hisoblanadi?
6. Dispersiya deb nimaga aytiladi va u qanday hisoblanadi?
7. Kovariatsiya deb nimaga aytiladi va u qanday hisoblanadi?
8. Standart chetlanish deb nimaga aytiladi va u qanday hisoblanadi?
9. Normal taqsimot deb nimaga aytiladi va u qanday ahamiyatga ega?
10. Vaqtli qatorlar tahlilida qanday ma’lumotlar qo‘llaniladi?

2-MAVZU. ARMA(p,q) JARAYONLARI

2.1. Vaqtli qatorlar tahlilida statsionarlik.
2.2. AR(1) modellari.
2.3. AR(p) modellari.
2.4. MA(1) modellari.
2.5. MA(q) modellari.
2.6. Nol bo‘lmagan ARMA jarayonlari va ARMA(p,q) modellari.

2.1. Vaqtli qatorlar tahlilida statsionarlik

ARIMA modeli ikkita komponentdan iborat: avtoregressiya (AR) modeli va harakatlanuvchi o‘rtacha (MA) modeli. Ikkalasi ham kelajakdagi natijalarni bashorat qilish uchun oldingi ma’lumotlarga tayanadi. AR va MA modellari ushbu matndagi barcha kelgusidagi ishlarimizning asosidir.

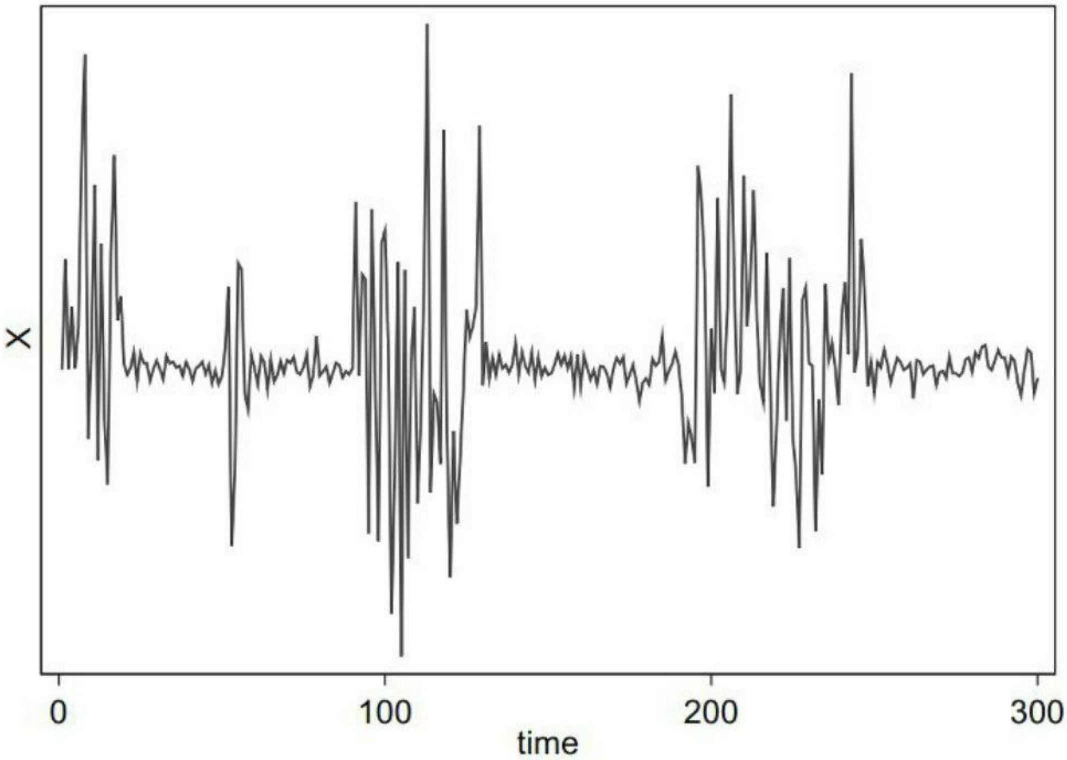
AR va MA modellaridan foydalanish uchun ma’lumotlar «statsionar» bo‘lishi kerak. Biz keyingi boblar uchun statsionarlikni qat’i aniqlash va sinovdan o‘tkazishga to‘xtalamiz. Hozircha, quyidagi soddalashtirilgan taxminlarni ko‘rish bilan cheklanamiz. Faraz qilaylik, bizda X o‘zgaruvchi bo‘yicha vaqt qatori mavjud bo‘lib, u t vaqt quyi belgisi bilan indekslanadi: $X_t = X_0, X_1, X_2$ va hokazo. Agar ma’lum bir vaqtda X ning kutilgan qiymati u kuzatilgan muayyan vaqt davriga bog‘liq bo‘lmasa, X «o‘rtacha statsionar» hisoblanadi. Shunday qilib, X ning shartsiz kutilishi t vaqt davrining funksiyasi emas:

$$E(X_t) = E(X_1) = E(X_2) = \cdots = E(X) = \mu \qquad (2.1)$$

Xuddi shunday, agar uning dispersiyasi vaqtning funksiyasi bo‘lmasa, X «dispersiya statsionar» deyiladi, shuning uchun:

$$Var\ (X_t) = Var(X_1) = Var(X_2) = \cdots = Var(X) = \sigma^2 \qquad (2.2)$$

2.1-rasmda o‘rtacha statsionar (u o‘rtacha qiymatiga qaytadi), lekin dispersiya statsionar emas (uning dispersiyasi vaqt o‘tishi bilan yuqori volatillik va past o‘zgaruvchanlik davrlarida o‘zgarib turadi) vaqt seriyasini ko‘rsatadi.



2.1-rasm. X o‘rtacha statsionar, ammo dispersiya statsionar emas bo‘lgan holat

Nihoyat, agar X ning o‘ziga xos lag qiymatlari bilan kovariatsiyasi faqat lag uzunligiga bog‘liq bo‘lsa, X «kovariatsiya statsionar» hisoblanadi, lekin ma’lum bir vaqt davriga yoki lag yo‘nalishiga bog‘liq emas. Ramziy ma’noda, bir lag uchun:

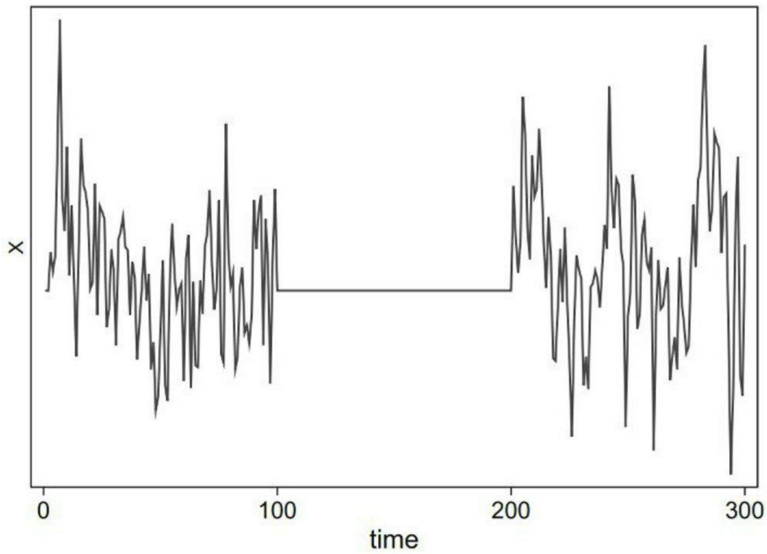
$$Cov(X_t, X_{t+1}) = Cov(X_{t-1}X_t,) \quad (2.3)$$

va k ning barcha lag uzunliklari uchun:

$$Cov(X_t, X_{t+k}) = Cov(X_{t+1}X_{t+k+1},) = Cov(X_{t-1}, X_{t+k+1}) \quad (2.4)$$

Kovariatsiya statsionar bo‘lmagan vaqt seriyasiga misol sifatida mavsumiylik mavjud bo‘lib, mavsumiylik hajmi vaqt o‘tishi bilan o‘zgarib turadi.

2.2-rasmda kovariatsiya statsionar bo‘lmagan vaqt seriyasining boshqa misoli ko‘rsatilgan. Ushbu misolda X ning har bir qiymati uning oldingi qiymati bilan zaif korrelatsiya hosil qiladi, hech bo‘lmaganda ma’lumotlar to‘plamining birinchi va oxirgi uchdan bir qismida. O‘rta uchdan bir qismida esa X ning har bir qiymati oldingi qiymati bilan mukammal bog‘liqdir. Bu shuni anglatadiki, uning dispersiyasi ham statsionar emas, chunki o‘rta uchdan biridagi dispersiya nolga teng.



2.2-rasm. X o‘rtacha statsionar, lekin dispersiya va kovariatsiya statsionar bo‘lmagan holat

Aytaylik, siz kazino menejerisiz va sizning ishingizdan biri bu, kazinoga va kazinodan naqd pul oqimini kuzatish va bashorat qilishdir. Kelgusi haftaning seshanba kuni sizning qo‘lingizda qancha naqd pul bo‘ladi? Aytaylik, sizda oldingi 1000 kunlik ma’lumotlaringiz bor.

X_t t kuni kazinoga sof pul oqimini bildirsin. Bugun (X_t), kecha (X_{t-1}) va undan oldin sodir bo‘lgan voqealarni hisobga olgan holda, ertangi pul oqimini (X_{t+1}) bashorat qila olamizmi?

Quyidagi shakldagi modelni ko‘rib chiqaylik,

$$X_t = e_t$$

bu yerda xatolar nol o‘rtacha va bir dispersiya bilan normal taqsimlanadi hamda bunday yoziladi:

$$e_t \sim iidN(0{,}1)$$

barcha davrlarda. Boshqacha qilib aytganda, X shunchaki tasodifiy xatodir. Har bir kunlik naqd pul oqimi avvalgi kunlarning oqimidan butunlay mustaqildir va bundan tashqari, kazinoga tushadigan pul miqdori o‘rtacha naqd pul oqimi bilan qoplanadi. Boshqacha qilib aytganda, o‘rtacha pul oqimi nolga teng:

$$E\ (X_t) = E(e_t) = 0$$

chunki e_t ning o‘rtacha qiymati barcha t uchun nolga teng.

Bu jarayonda o‘rtacha statsionar: X ning kutilayotgan qiymati biz qaysi vaqt oralig‘ida bo‘lishimizdan qat’i nazar nolga teng. Bu jarayonda ham dispersiya statsionardir, chunki barcha t uchun $V(e_t) = 1$. Va $X_t$ning hammasi bir xil taqsimotdan mustaqil chizmalar bo‘lganligi sababli, ular bir-biri bilan bog‘liq emas. Shunday qilib, $Cov(X_t, X_{t-k}) = 0$ X kovariatsiyasini statsionar qiladi.

2.2. AR(1) modellari

Keling, boshqa turdagi modelni ko‘rib chiqamiz:

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t \tag{2.5}$$

Biz ushbu oddiy tasodifiy jarayonni batafsil ko‘rib chiqamiz. Bu vaqt seriyasidagi ekonometrikaning asosidir va biz ushbu bo‘lim davomida uning xususiyatlaridan keng foydalanamiz.

Bu yerda X ning joriy amalga oshirilishi X qismining oxirgi davr qiymatiga va ba’zi tasodifiy xatolarga bog‘liq. Agar biz ushbu modelni rag‘batlantiradigan bo‘lsak, u holda X ni o‘z-o‘zidan regressorga aylantirgan bo‘lar edik (bir davr orqada qolgan). Shuning uchun bu model «bir davrga laglangan avtoregressiv model» yoki qisqacha «AR(1)» deb nomlanadi. Avtoregressiya – bu o‘zgaruvchining o‘z-o‘zidan regressiyasi hisoblanadi.

AR modellarining jozibador tomoni shundaki, ularni baholash juda oson. AR(1) modeli birinchi lagda regressga uchragan X dan iborat. Tenglamada ifodalanganidek, (2.5) modelda konstanta mavjud emas, shuning uchun biz uni o‘zgarmas varianti bilan standart regress buyrug‘i yordamida baholashimiz mumkin.

AR modellari aniq lag bog‘liq o‘zgaruvchilarga ega. Bu shuni anglatadiki, xatolar iid (normal taqsimot) va ketma-ket bog‘liq bo‘lmagan bo‘lsa ham, parametrlarning OLS (EKKU) baholari noto‘g‘ri bo‘ladi.

Buni ko‘rish uchun oddiy AR (1) modelini ko‘rib chiqamiz:

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t \tag{2.6}$$

Bu yerda $|\beta| < 1$ va $e_t \sim iid\, N(0, \sigma^2)$. (Tez fursatda shuni ko‘ramizki, β ga nisbatan bu cheklov $E(X) = \bar{X} = 0$ ekanligini bildiradi.) O‘ng tarafdagi X_{t-1} o‘zgaruvchi laglangan qaram o‘zgaruvchidir. X ning oddiy eng kichik kvadratlarini (OLS) uning kechikishida ishlatish, β ning noaniq (lekin izchil) bahosini hosil qiladi. Buni ko‘rish uchun ekonometrikaning kirish qismidan β ning OLS bahosi ekanligini eslash kifoyadir:

$$\hat{\beta}_{OLS} = \frac{Cov\,(X_t, X_{t-1})}{Var\,(X_{t-1})} = \frac{\sum X_t X_{t-1}}{\sum X_{t-1}^2}$$

X_t (2.6) tenglamadan quyidagicha aniqlanadi:

$$\hat{\beta}_{OLS} = \frac{\sum(\beta X_{t-1} + e_t)\, X_{t-1}}{\sum X_{t-1}^2}$$

$$= \frac{\sum(\beta X_{t-1}^2 + e_t\, X_{t-1})}{\sum X_{t-1}^2}$$

$$= \frac{\sum(\beta X_{t-1}^2}{\sum X_{t-1}^2} + \frac{\sum e_t X_{t-1}}{\sum X_{t-1}^2}$$

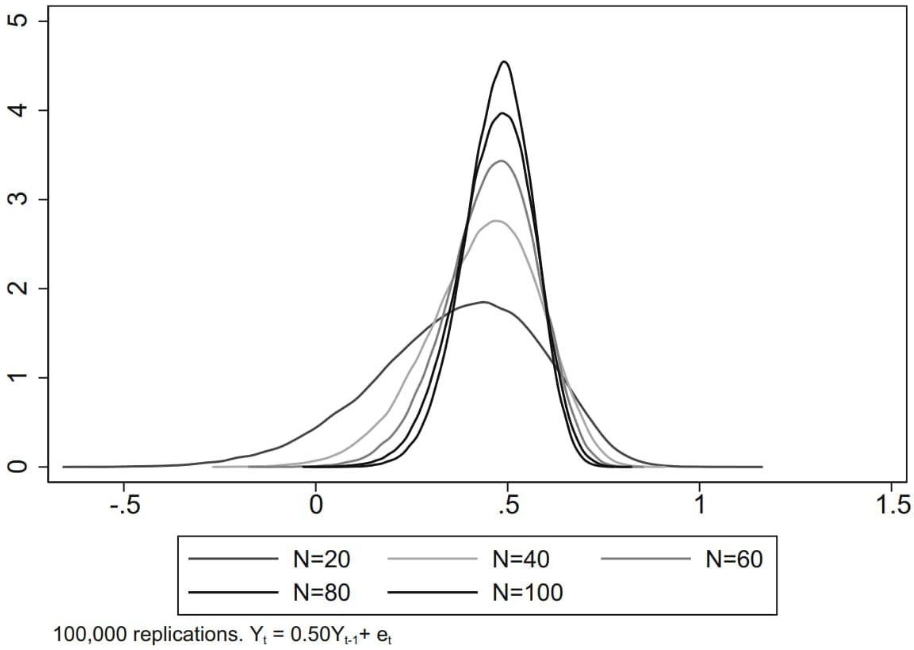
β doimiy bo‘lgani uchun biz uni yig‘indidan chiqarib, soddalashtirishimiz mumkin:

$$\hat{\beta}_{OLS} = \beta \frac{\sum X_{t-1}^2}{\sum X_{t-1}^2} + \frac{\sum e_t X_{t-1}}{\sum X_{t-1}^2}$$

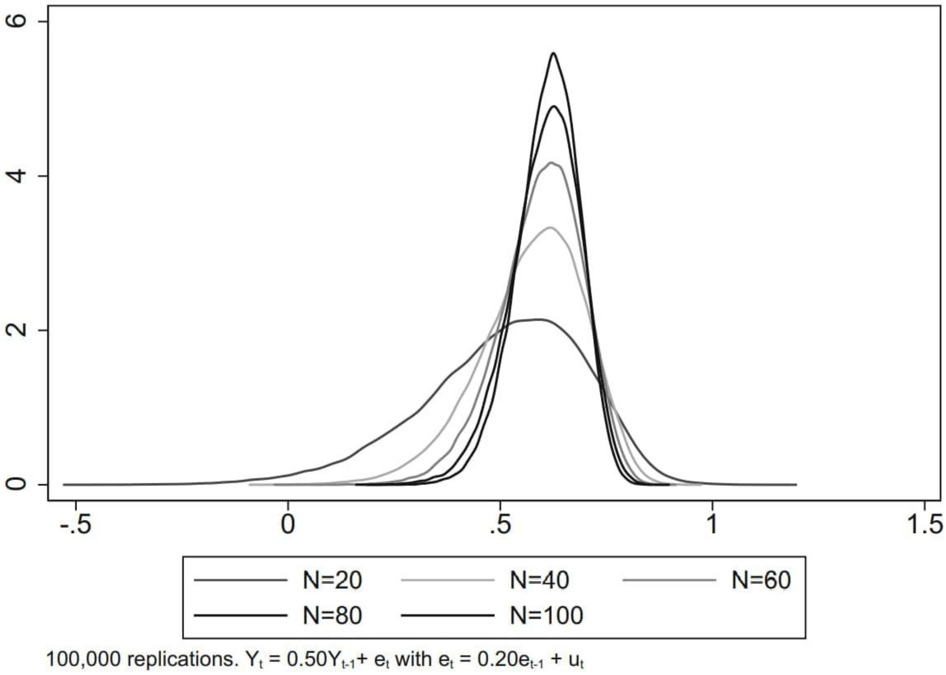
$$= \beta + \frac{\sum e_t X_{t-1}}{\sum X_{t-1}^2}$$

Shunday qilib, biz OLS bahosi $\hat{\beta}_{OLS}$ haqiqiy qiymatiga teng ekanligini ko‘rishimiz mumkin.

Agar xatolar avtokorrelatsiya qilingan bo‘lsa, muammo yanada yomonroq bo‘ladi. OLS baholari noxolis va nomuvofiqdir. ya’ni, cheksiz kattalikdagi namunalarda ham tarafkashlik muammosi yo‘qolmaydi. Biz ushbu muammoni ba’zi simulatsiya qilingan ma’lumotlar bilan ko‘rsatamiz va OLS regressorning oddiy taqsimot grafigini tuzamiz. 2.3 va 2.4-rasmlarda OLSning ishlashi ko‘rsatilgan. 2.3-rasmda lagli o‘zgaruvchilar bo‘yicha OLS hisob-kitoblari kichik namunalarda noto‘g‘ri ekanligini ko‘rsatadi, ammo namuna hajmi oshgani sayin bu moyillik kamayadi. 2.4-rasmdan ko‘rinib turibdiki, xatolar avtokorrelatsiya qilingan hollarda OLSning moyilligi kamaymaydi.



2.3-rasm. Laglangan o‘zgaruvchilar bo‘yicha OLSning bir tomonlama ko‘rinishi



2.4-rasm. AR xatoliklari bo‘lgan lagli o‘zgaruvchilarda OLSning mos kelmaydigan ko‘rinishi

Biz AR(1) modelini taxmin qildik, bu nimani anglatadi? AR(1) modellari qanday ishlaydi? Biz ushbu savollarga modelning «impuls-javob funksiyasi» yoki IRFni o‘rganish orqali javob topamiz.

Impulsli javoblar. Agar X vaqt seriyasi AR(1) jarayoni ekanligi ma’lum bo‘lsa yoki yaxshi ifodalangan bo‘lsa, unda biz so‘rashimiz mumkin: X shoklarga qanday javob beradi? Vaqt o‘tishi bilan u to‘g‘ri holatga keladimi yoki zarba ta’siri doimiy bo‘ladimi? ya’ni, X vaqt o‘tishi bilan impuls zarbasiga qanday javob berishini bilishni xohlashimiz mumkin. Yoki vaqt seriyali tahlil tili bilan aytganda, «X ning impulsga javob berish funksiyasi nima?»

Impuls javob funksiyasi (IRF) ma’lum bir shokning (masalan, e_0) X_0, X_1, X_2 va keyingi qiymatlarga ta’sirini kuzatadi.

Quyidagi taxminiy AR(1) modeli berilgan

$$X_t = 0.75X_{t-1} + e_t$$

e_t dagi bir birlik o‘zgarishining taxminiy oqibatlarini kuzatamiz. Birinchidan, joriy t davrigacha bo‘lgan har bir davr uchun X doimiy ravishda nolga teng bo‘lgan deb faraz qilaylik:

$$X_{t-3} = 0.75\ (0) + 0 = 0$$
$$X_{t-2} = 0.75\ (0) + 0 = 0$$
$$X_{t-1} = 0.75\ (0) + 0 = 0$$

va endi faraz qilaylik, e_t davrida bir birlik bir martalik shok oladi, ya’ni faqat t davrida $e_t = 1$.

$$X_t = 0.75X_{t-1} + e_t = 0.75\ (0) + 1 = 1$$

Ushbu shok X_t ning keyingi qiymatlariga qanday ta’sir qiladi?

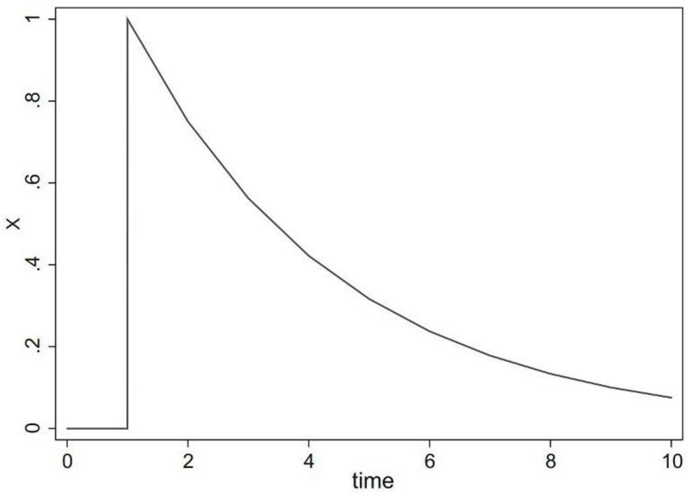
Ushbu qiymatni keyingi davr funksiyasiga kiritish:

$$X_{t+1} = 0.75X_t + e_{t+1} = 0.75\ (1) + 0 = 0.75$$

Ushbu jarayonni takrorlab, biz quyidagilarni bilib olamiz:

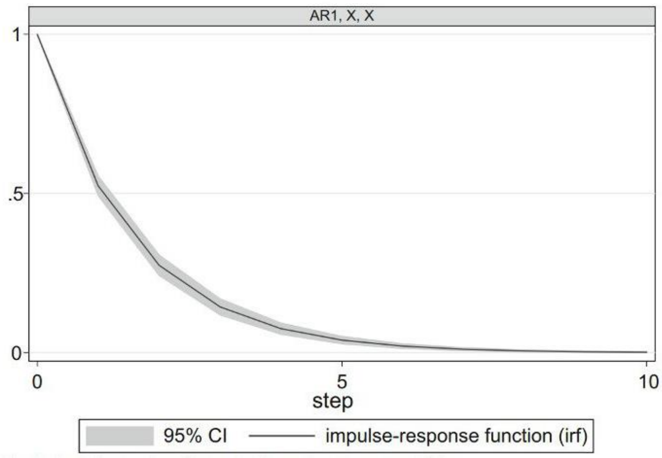
$$X_{t+2} = 0.75X_{t+1} + e_{t+2} = 0.75(0.75) + 0 = 0.75^2$$
$$X_{t+3} = 0.75X_{t+2} + e_{t+3} = 0.75(0.75^2) + 0 = 0.75^3$$
$$X_{t+4} = 0.75X_{t+3} + e_{t+4} = 0.75(0.75^3) + 0 = 0.75^4$$

Shunday qilib, X ga bir martalik bir birlik shok X ga uzoq davom etuvchi, lekin eksponensial ta’sirga ega ekanligini ko‘rishimiz mumkin (2.5-rasm).



2.5-rasm. AR(1) jarayonining IRF: $X_t = 0.75X_{t-1} + e_t$

Shok biz ko‘rib chiqmoqchi bo‘lgan har qanday hajmda bo‘lishi mumkin edi. Biz, aytaylik, ikki yoki uchta birlik shok zarbasini ko‘rib chiqishimiz mumkin edi. Ko‘proq keng tarqalgan variant bitta standart og‘ish (X) zarba ta’sirini kuzatish bo‘ladi. Bu 2.6-rasmda ko‘rsatilganidek, IRF ni hosil qiladi.



2.6-rasm. AR(1) jarayonining IRF: $X_t = 52404X_{t-1} + e_t$

Endi biroz ko‘proq umumiy holatga to‘xtalib o‘tamiz. β ni aniqlanmagan holda ko‘raylik. Ishlarni soddalashtirish uchun biz tenglikni qabul qilamiz. (2.5) ga asosan $e_t \sim N(0, \sigma)$ ga ega va statsionarlik uchun biz $-1 < b < 1$ deb faraz qilamiz.

Ushbu jarayonning o‘rtacha qiymati qanday? Bu savolga javob vaqt davriga bog‘liqmi (yani, u o‘rtacha statsionarmi)? va oldingi zarbalar hozirgi jarayonlarga qanday ta’sir qiladi?

Buning uchun (2.5) tenglikni qayta yozamiz va t = 1 davri uchun bizda mavjud:

$$X_1 = \beta X_0 + e_1 \tag{2.7}$$

Xuddi shunday, $t = 2, 3, \ldots$ davrlar uchun

$$X_2 = \beta X_1 + e_2 \tag{2.8}$$

$$X_3 = \beta X_2 + e_3 \tag{2.9}$$

va hokazo.

X_1 ni (2.7) dan X_2 ga (2.8 tenglama) almashtirsak

$$X_2 = \beta X_1 + e_2$$
$$=\beta(\beta X_0 + e_1) + e_2$$
$$=\beta^2(X_0 + e_1) + e_2.$$

Xuddi shunday, X_3 va X_4 uchun

$$X_3 = \beta X_2 + e_3$$
$$=\beta(\beta^2 X_0 + \beta e_1 + e_2) + e_3$$
$$=\beta^3 X_0 + \beta^2 e_1 + \beta e_2 + e_3$$
$$X_3=\beta^4 X_0 + \beta^3 e_1 + \beta^2 e_2 + \beta e_3 + e_4.$$

E’tibor bering, eng so‘nggi shok (e_4) ta’siri kamaymaydi. Oldingi shok (e_3) ta’siri kamayadi, chunki u β fraksiyasiga ko‘paytiriladi. Ikki davr oldingi zarba β^2 marta kamayadi va hokazo. β -1 dan 1 gacha bo‘lgan son bo‘lganligi sababli, β^t juda tez kichik bo‘lishi mumkin.

Umuman olganda, AR(1) jarayoni quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t = \beta^t X_0 + \sum_{i=1}^{t} \beta^{t-i} e_i.$$

Impuls javobi zarbadan keyingi k davr

$$IRF(k) = \beta^k$$

X_0 dan uzoqlashganimiz sari X_0 ning ta’siri susayadi, chunki u β^t ga ko‘paytiriladi. Barcha zarbalar ta’sir qiladi, ammo vaqt o‘tishi bilan ularning ta’siri ahamiyatsiz bo‘ladi. Bu iqtisodiyot uchun yaxshi xususiyat bo‘lib tuyuladi. Iqtisodiyot har doim zarbalarga duchor bo‘ladi. Ammo sog‘lom iqtisod o‘zini davolaydi va muvozanatni tiklaydi, shunda zarbaning salbiy ta’siri uzoq o‘tmishga yo‘qoladi.

Prognozlash. Faraz qilaylik, X_t mos ravishda quyidagicha bo‘lsin:

$$X_t = 0.75X_{t-1} + e_t. \tag{2.10}$$

X_t o‘zgaruvchi qanday rivojlanishini yaxshiroq tushuntiramiz. Misol uchun, X_0 = 100 va $N\ (0, 100)$ taqsimotidan olingan dastlabki to‘rtta xato e_t = [20, -30, 10, 15] bo‘ladi, deb faraz qilaylik. Keyin X_t ning keyingi to‘rtta qiymati:

$$X_1 = 0.75X_0 + e_1 = 0.75(100) + 20 = 95$$
$$X_2 = 0.75X_1 + e_2 = 0.75(95) + 30 = 41.25$$
$$X_3 = 0.75X_2 + e_3 = 0.75(41.25) + 10 = 40.9375$$
$$X_4 = 0.75X_3 + e_4 = 0.75(40.9375) + 15 = 45.7031$$

Bizda mavjud bo‘lgan ma’lumotlardan tashqarida prognoz qilish uchun biz faqat X_5 ning kutilgan qiymatini sharhlashimiz mumkin, bu avvalgi barcha ma’lumotlarga bog‘liq:

$$E(X_5, |X_4, X_3, \dots) = E(0.75X_4 + e_5|X_4, X_3, \dots)$$
$$= E(0.75(45.7031) + e_5|X_4, X_3, \dots)$$
$$= E(34.27725 + e_5|X_4, X_3, \dots)$$
$$= 34.27725 + E(e_5|X_4, X_3, \dots).$$

$e_t \sim iid\ N(0, 1)$ bo‘lgani uchun uning kutilishi nolga teng bo‘ladi:

$$E\ (|X_4, X_3, \dots) = 34.27725 + 0 = 34.27725.$$

Agar biz X ikki davrni bashorat qilishni istasak nima bo‘ladi? Boshqacha qilib aytganda, agar bizda faqat $t = 4$ vaqtgacha ma’lumotlar bo‘lsa va X_6 ni bashorat qilmoqchi bo‘lsak-chi? Belgilarda hisoblang: $E\ (X_6|\ X_4, X_3 \dots)$. Bunda prognoz o‘z ichiga oladi:

$$E\ (X_6|\ X_4, X_3\ \dots) = E(\beta X_5 + e_6)$$
$$= \beta E(X_5) + E(e_6)$$
$$= 0.75(34.27725) + E(0)$$
$$= 25.7079.$$

Jarayonni takrorlagan holda, X ning 2 davrli prognozi:

$$E(X_{t+2}|X_t, X_{t-2}, \dots) = E(\beta(\beta X_t + e_{t+1}) + e_{t+2})$$
$$= \beta\beta X_t + \beta E(e_{t+1}) + E(e_{t+2})$$
$$= \beta^2 X_t + \beta(0) + 0$$
$$= \beta^2 X_t$$

va 3-davr prognozi:

$$E(X_{t+3}|X_t, X_{t-1}, \dots) = E(\beta X_{t+2} + e_{t+3})$$
$$= E(\beta X_{t+2}) + E(e_{t+3})$$
$$= \beta E(X_{t+2}) + 0$$
$$= \beta(\beta^2 X_t) + 0$$
$$= \beta^3 X_t.$$

Umuman olganda, t davrigacha bo‘lgan ma’lumotlarni hisobga olsak, biz X_{t+a} qiymatini, ya’ni oldingi davrlarni kutishimiz mumkin.

$$E(X_{t+a}|X_t, X_{t-1}, \dots) = \beta^a X_t$$

$|b| < 1$, bu oldingi bir davr prognozi bugungi X qiymatining bir qismi ekanligini anglatadi. Oldindagi ikki davr prognozi ikki baravar kichik, oldingi uch davr prognozi hali kichikroq. Limitda X oxir-oqibat o‘zining o‘rtacha qiymatiga yaqinlashishi kutiladi, bu holda u nolga teng.

2.3. AR(p) modellari

Avtoregressiv model g‘oyasi bir davrdan uzoqroqqa cho‘zilgan laglarni o‘z ichiga olgan holda kengaytirilishi mumkin. Umuman olganda, jarayon AR(p) deb ataladi, bunda

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \dots + \beta_p X_{t-p} + e_t.$$

Avvalgidek, jarayon statsionar deb faraz qilamiz, shuning uchun u doimiy o‘rtacha, dispersiya va avtokovariatsiyaga ega bo‘ladi.

Pol Samuelsonning multiplikator modeli iqtisodiy nazariyadan AR(2) jarayoniga misoldir. Hukumat xarajatlari bo‘lmagan yopiq iqtisodiyot uchun YaIMni hisobga olishdan boshlab,

$$Y_t = C_t + I_t$$

Samuelson avtonom iste’mol (β_0) va iste’molga marjinal moyillik

(β_1) bilan klassik Keyns iste'mol funksiyasini qo'shadi:

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1}$$

va investitsiyalarni o'tgan davrdan hozirgi kungacha bo'lgan iste'molning o'sish miqdoriga qarab modellashtiruvchi tenglama:

$$I_t = \beta_2(C_t - C_{t-1}) + e_t$$

Ushbu uchta tenglama AR(2) modelini nazarda tutadi:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1(1 + \beta_2)Y_{t-1} - \beta_1\beta_2 Y_{t-2} + e_t$$

yoki

$$Y_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} - \alpha_2 Y_{t-2} + e_t$$

Samuelson modeli turli xil dinamikalarni o'z ichiga oladi: taxminiy parametrlarga qarab to'g'rilash, tebranish va h.k.

Impulsli javoblar. AR(p) jarayonlarining IRFlari AR(1) ga qaraganda biroz murakkabroq, ammo hisoblash tartibi asosan bir xil.

Faraz qilaylik, X AR(3) jarayoniga amal qiladi,

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} + e_t$$

va taxmin qilingan:

$$X_t = 0.60X_{t-1} + 0.20X_{t-2} + 0.10X_{t-3} + e_t$$

Ushbu aniq AR (3) modelining IRF ni hisoblash uchun, oldingidek, X_t va nol davrigacha har bir davr uchun nolga teng deb faraz qilaylik. Endi $t = 1$ davrida X_1 e_1 orqali bir birlik zarba oladi (yani $e_1 = 1$). Keling, ushbu bir davrli zarbaning X_1 va keyingi davrlarga ta'sirini ko'rib chiqaylik:

$$X_1 = 0.60X_0 + 0.20X_{-1} + 0.10X_{-2} + e_t$$
$$= 0.60(0) + 0.20(0) + 0.10(0) + 1$$
$$= 1$$
$$X_2 = 0.60X_1 + 0.20X_0 + 0.10X_{-1} + e_2$$
$$= 0.60(1) + 0.20(0) + 0.10(0) + 0$$
$$= 0.60$$
$$X_3 = 0.60X_2 + 0.20X_1 + 0.10X_0 + e_3$$
$$= 0.60(0.60) + 0.20(1) + 0.10(0) + 0$$
$$= 0.56$$
$$X_4 = 0.60X_3 + 0.20X_2 + 0.10X_1 + e_4$$

$$= 0.60(0.56) + 0.20(0.60) + 0.10(1) + 0$$
$$= 0.556$$
$$X_5 = 0.60X_4 + 0.20X_3 + 0.10X_2 + e_5$$
$$= 0.60(0556) + 0.20(0.56) + 0.10(0.60) + 0$$
$$= 0.5056$$
$$X_6 = 0.60X_5 + 0.20X_4 + 0.10X_3 + e_6$$
$$= 0.60(0.5056) + 0.20(0.556) + 0.10(0.56) + 0$$
$$= 0.47056$$

Xuddi AR (1) jarayonida bo‘lgani kabi, zarba ta’siri davom etadi, ammo ta’sirlar pasayadi.

Prognozlash. Biz AR(p) modelini taxmin qilganimizni hisobga olsak, X_t ning kelajakdagi qiymatlarini prognoz qilish uchun undan qanday foydalanishimiz mumkin? Xuddi AR (1) modelidan foydalanganimiz kabi. Keling, oddiy misolni qo‘lda ishlab chiqaylik.

Aytaylik, bizga AR (3) modeli berilgan

$$X_t = 0.75X_{t-1} + 0.50X_{t-2} + 0.10X_{t-3} + e_t \qquad (2.11)$$

Faraz qilaylik, $X_1 = 5$, $X_2 = -10$ va $X_3 = 15$. Ushbu qiymatlarni hisobga olgan holda, X_4 ning kutilayotgan qiymati qanday bo‘ladi? ya’ni, $E(X_4|X_3, X_2, X_1, \ldots)$? Kutishda barcha shartlarni ko‘rsatishdan ko‘ra, keling, quyidagi belgidan foydalanamiz: E_3 (.) 3-davrgacha bo‘lgan barcha ma’lumotlarga nisbatan shartli kutishni bildirsin.

$$E(X_4|X_3, X_2, X_1, \ldots) = E_3(X_4)$$
$$= E_3(0.75X_3 + 0.50X_2 + 0.10X_1 + e_4$$
$$= 0.75X_3 + 0.50X_2 + 0.10X_1 + E_3(e_4)$$
$$= 0.75(15) + 0.50(-10) + 0.10(5) + E_3(e_4)$$
$$= 11.25 - 5 - 0.5 + 0$$

$= 6.75.$

E (X_4) ning ushbu kutilgan qiymatini hisobga olgan holda, biz undan uzoqroq, X_5 va undan tashqarida prognozlar qilishda yordam berish uchun foydalanamiz. X_5 da ikki davr ichida kutilgan qiymat

$$E(X_5|X_3, X_2, X_1, \ldots) = E_3(0.5X_4 + 0.50X_3 + 0.10X_2 + e_5$$
$$0.75E_3(X_4) + 0.50E_3(X_3) + 0.10E_3(X_2) + E_3(e_5)$$

$$= 0.75(0.625) + 0.50(15) + 0.10(-10) + 0$$
$$= 11.5625.$$

2.4. MA(1) modellari

ARMA modellari ikki qismdan iborat bo‘lib, ikkinchisi harakatlanuvchi o‘rtacha (yoki «MA») modeli deb ataladi. AR modellari X ning avtokorrelatsiyasiga ega, chunki joriy X to‘g‘ridan to‘g‘ri X ning lag qiymatlariga bog‘liq. MA modellari X ning avtokorrelatsiyasiga ega, chunki xatolarning o‘zi avtokorrelatsiya qilingan.

MA modelining eng oddiy turi:

$$X_t = e_t \tag{2.12a}$$

$$e_t = u_t + \beta u_{t-1} \tag{2.12b}$$

$$u_t \sim iid\ N(\mu, \sigma_u^2) \tag{2.12c}$$

Bundan

$$X_t = u_t + \beta u_{t-1} \tag{2.13}$$

Xatolarni (e_t) tasodifiy zarbalardan (u_t) farqlash foydali bo‘ladi. Xato (e_t) avtokorrelatsiya qilinadi. Zarbalar (u_t) oq shovqin deb taxmin qilinadi. ya’ni, har bir u_t boshqa vaqt davrlarida *u* ning boshqa barcha holatlaridan mustaqil ravishda bir xil normal taqsimotga ega.

Shunday qilib, biz u_t lar mustaqil va normal taqsimotdan bir xil taqsimlangan deb aytamiz.

Bunday model MA (1) modeli deb ataladi, chunki shok tenglamada namoyon bo‘ladi. Shuni ta’kidlash kerakki, ushbu modeldagi harakat xatolar *X* ga bevosita muddatdan tashqari bevosita ta’sir ko‘rsatadi.

E’tibor bering, $E(u_t u_{t-1})$ statsionarlik tufayli $E(u_t u_{t-2})$ga ekvivalent. Shuni ham eslaylikki, $u_t \sim iid\ N(\mu, \sigma_u^2)$, shuning uchun $E(u_t^2) = \sigma_u^2$. Ularning barchasi bir-biridan mustaqil bo‘lganligi sababli, har doim shunday bo‘ladi: $E(u_t u_j) = 0$ barcha $t \neq j$ uchun.

Impulsli javoblar. MA jarayonlari uchun IRFlarni hisoblash juda oson. X quyidagiga teng bo‘lgan MA (1) jarayoniga amal qiladi deb faraz qilamiz:

$$X_t = u_t + 0.75u_{t-1}$$

Faraz qilaylik, X va e har bir davr uchun nolga teng bo‘ldi, biz $t = 1$ davr deb atagunimizcha, bu nuqtada X_1 u_1 orqali bir birlikka teng bir martalik shok oladi. Boshqacha qilib aytganda, u_1 =1, u_2 =0, u_3 =0 va hokazo. Keling, ushbu shok oqibatlarini kuzatamiz:

$$X_1 = u_1 + 0.75(u_0) = 1 + 0.75(0) = 1$$
$$X_2 = u_2 + 0.75(u_1) = 0 + 0.75(1) = 0.75$$
$$X_3 = u_3 + 0.75(u_2) = 0 + 0.75(0) = 0$$
$$X_4 = u_4 + 0.75(u_3) = 0 + 0.75(0) = 0$$

va hokazo.

Shunday qilib, biz MA (1) jarayonining IRF juda qisqa muddatli ekanligini ko‘ramiz. Haqiqatan ham, biz MA(q) jarayonining IRF q davr uchun faqat nolga teng ekanligini ko‘ramiz. Buning amaliy ma’nosi shundaki, MA jarayoniga bir martalik shok doimiy ta’sir ko‘rsatmaydi (AR jarayonidan farqli o‘laroq).

Prognozlash. MA (1) modellaridan bashorat qilishning iterativ jarayoni kelajakdagi *X* ni bashorat qilishda yordam berish uchun oldingi lag *X* dan bevosita foydalana olmasligimiz bilan murakkablashadi.

Keling, oddiy MA (1) modelini qaraylik: $X_t = u_t + \beta u_{t-1}$.

Faraz qilaylik, *X* bo‘yicha bizda *t = -99* dan *t = 0* gacha bo‘lgan 100 ta kuzatuv mavjud. Endi biz *t = 0* da aniqlaymiz va keyingi davr qiymatini, X_1 ni prognoz qilmoqchimiz. Birinchidan, biz b parametrini baholaymiz va faraz qilaylik *b = 0,50*. Ma’lumotlar va taxminiy modelimizni hisobga olgan holda, biz *t = -99* dan *t = 0* gacha bo‘lgan qoldiqlarni hisoblashimiz mumkin. Bular haqiqiy xatolar (qoldiqlar taxminiy xatolar) bo‘yicha bizning eng yaxshi taxminimiz bo‘ladi va ulardan foydalanib, biz X_t ni prognoz qilishimiz mumkin.

2.5. MA(q) modellari

Harakatlanuvchi o‘rtacha modellar 1 dan kichikroq kechikish funksiyalari bo‘lishi mumkin. Birdan q gacha kechikishlar bilan harakatlanuvchi o‘rtacha modelining umumiy shakli, MA(q) modeli:

$$X_t = u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \cdots + \beta_q u_{t-q} = \sum_{i=0}^{q} u_{t-i}\beta_i, \qquad (2.14)$$

bu yerda, β_0 bilvosita birga teng.

Baholash. Oldingi bo‘limda biz foydalangan MA (1) jarayoni umumiy MA(q) jarayonining maxsus holati ekanligini ko‘rish oson, bunda b_2 dan b_q gacha nolga teng.

Impulsli javoblar. MA(q) jarayoni uchun IRFni hisoblash juda oddiy. Faraz qilaylik, X MA(q) jarayoniga amal qilsin, masalan:

$$X_t = e_t + \beta_1 e_{t-1} + \beta_2 e_{t-2} + \cdots + \beta_q e_{t-q} = \sum_{i=0}^{q} e_{t-i}\beta_i,$$

Faraz qilaylik, avvalgidek, barcha e (shuning uchun barcha X lar) nolga teng. K davrida $e_k = 1$, bir martalik bir birlik shok, undan keyin e ning nolga qaytishi (yani, $e_k + 1 = e_k + 2 = e_k + 3 = \cdots = 0$). Keling, ushbu bir martalik shok oqibatlarini kuzatamiz:

$$\begin{aligned} X_k &= e_k + \beta_1 e_{k-1} + \beta_2 e_{k-2} + \cdots + \beta_q e_{k-q} \\ &= (1) + \beta_1(0) + \cdots + \beta_{q-1}(0) \\ &= 1. \end{aligned}$$

Bir davr oldinga,

$$\begin{aligned} X_{k+1} &= e_{k+1} + \beta_1 e_k + \beta_2 e_{k-1} + \cdots + \beta_q e_{k-q+1} \\ &= 0 + \beta_1(1) + \beta_2(0) + \cdots + \beta_q(0) \\ &= \beta_1. \end{aligned}$$

Oldinda ikki davr,

$$X_{k+2} = \beta_2.$$

Kelgusi q-davrga nazar tashlasak,

$$X_{k+q} = \beta_q.$$

Shundan so‘ng seriya yana o‘zining nol muvozanat darajasiga keladi va bir martalik shok ta’siri iqtisodiyotdan butunlay yo‘q qilinadi.

Har qanday mavsumiylik bo‘lmasa, β lar odatda keyingi kechikishlarda kichikroq bo‘ladi; masalan, ikki davr oldingi voqea bir davr oldingi voqealarga qaraganda o‘rtacha kattaroq ta’sirga ega bo‘lishi g‘alati bo‘lar edi.

2.6. Nol bo‘lmagan ARMA jarayonlari va ARMA(p,q) modellari

Hozircha biz nol o‘rtacha AR(p) jarayonlari bilan tanishib chiqdik. Nega biz o‘rtacha nolga teng bo‘lgan jarayonga shunchalik e’tibor beramiz? Bu taxmin juda cheklovchi emasmi? Hayotda qancha narsaning o‘rtacha qiymati nolga teng?

Nolga teng bo‘lmagan AR jarayonlari. Qo‘shimcha doimiy hadli β_0 bo‘lgan statsionar AR (1) jarayonini ko‘rib chiqamiz:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + e_t.$$

Ikkala tomonning imkoniyatlarini hisobga olsak, bizda quyidagicha natija bor;

$$E(X_t = E(\beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + e_t)$$
$$= \beta_0 + E(\beta_1 X_{t-1}) + E(e_t)$$
$$= \beta_0 + \beta_1 E(X_{t-1}).$$

O‘rtacha statsionarlik (yani E (X_t) $=$ E (X_{t-1})) bizga atamalarni guruhlash va yanada soddalashtirish imkonini beradi:

$$E(X_t) - \beta_1 E(X_t) = \beta_0$$
$$E(X_t)(1 - \beta_1) = \beta_0$$
$$E(X_t) = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1}.$$

AR jarayonining o‘rtacha qiymati doimiyga mutanosibdir, lekin unga X ning o‘zining kechikkan qiymatlari bilan bog‘liqligi ham ta’sir qiladi.

Agar jarayon AR(p) bo‘lsa, unda kutish umumiy bo‘ladi:

$$E(X_t) = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1 - \beta_2 - \cdots \beta_p}.$$

Nolga teng bo‘lmagan AR (1) jarayonning dispersiyasi qanday?

$$Var(X_t) = Var(\beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + e_t)$$

$$= Var(\beta_0) + Var\ (\beta_1 X_{t-1}) + Var(e_t)$$
$$= 0 + \beta_1^2 Var(X_{t-1} + \sigma_e^2.$$

Statsionarlik bo‘yicha Var(X_t) = Var(X_{t-1}), shuning uchun biz shartlarni yig‘ishimiz va soddalashtirishimiz mumkin:

$$Var(X_t) = \beta_1^2 Var(X_t) + \sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{1-\beta_1^2}. \quad (2.15)$$

E’tibor bering, β_0 (2.15) tenglamada ko‘rinmaydi. Shunday qilib, doimiy (β_0) qo‘shilishi o‘rtacha qiymatni o‘zgartiradi, lekin u dispersiyaga ta’sir qilmaydi.

Nolga teng bo‘lmagan MA jarayonlari. Endi α kesma bilan quyidagi MA (1) jarayonini ko‘rib chiqamiz:

$$X_t = \alpha + u_t + \beta u_{t-1}$$

$u_t \sim$ N bilan $(0, \sigma_u^2)$. β doimiysi xatoning o‘rtacha qiymatini nolga teng bo‘lishiga imkon beradi.

Ushbu turdagi MA (1) modelining xususiyatlari qanday? Bunday jarayonning ma’nosi nima?

$$E(X_t) = E(\alpha + u_t + \ \beta u_{t-1})$$
$$= \ \alpha + E(u_t) + \ \beta E(u_{t-1})$$
$$= \ \alpha + 0 + \beta(0)$$
$$= \ \alpha.$$

Aniq natija shundan iboratki, MA (1) jarayonining o‘rtacha qiymati kesmaga teng. Bu har qanday MA(q) jarayoniga umumlashtiriladi:

$$E(X_t) = E\big(\alpha + u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \cdots + \beta_q u_{t-q}\big)$$
$$= \alpha + E(u_t) + \ \beta_1 E(u_{t-1}) + \beta_2 E(u_{t-2}) + \cdots + \beta_q E(u_{t-q})$$
$$= \ \alpha + 0 + \beta_1(0) + \beta_2(0) + \cdots + \beta_q(0)$$
$$= \ \alpha.$$

Nolga teng bo‘lmagan MA (1) jarayonning dispersiyasi nimaga teng?

$$Var(X_t) = Var(\alpha + u_t + \ \beta u_{t-1})$$
$$= Var(\alpha) + Var\ (u_t) + \ Var(u_{t-1})$$
$$= 0 + Var\ (u_t) + \beta^2 Var(u_{t-1})$$

$$= \sigma_u^2 + \beta^2 \sigma_u^2$$
$$= \sigma_u^2 (1 + \beta^2)$$

Biz birinchi qatordan ikkinchi qatorga o‘tdik, chunki u_t t umuman oq shovqin bo‘lgani uchun u_t va u_{t-1} o‘rtasida kovariatsiya yo‘q. Biz uchinchi qatorga o‘tdik, chunki α va β tasodifiy o‘zgaruvchilar emasligi uchun.

E’tibor bering, dispersiya qo‘shilgan doimiy (α) ga bog‘liq emas. ya’ni, konstantani qo‘shish MA jarayonining o‘rtacha qiymatiga ta’sir qiladi, lekin uning dispersiyasiga ta’sir qilmaydi.

Nolga teng bo‘lmagan o‘rtachalar bilan ishlash. Agar bizga o‘rtacha nolga ega bo‘lmagan AR jarayoni taqdim etilsa, biz uni qanday moslashtiramiz?

Faraz qilaylik, bizda X_t tasodifiy o‘zgaruvchi bor, uning o‘rtacha qiymati nolga teng emas, balki o‘rtacha, aytaylik, $\bar{X}$. $\bar{X}$ da vaqt ayirmasining yo‘qligi o‘rtacha qiymatning doimiy ekanligini ko‘rsatadi; t vaqt davriga bog‘liq emas. ya’ni, X_t o‘rtacha statsionar jarayon bo‘lib, o‘rtacha nolga teng bo‘lmagan holat.

Agar X_t dan o‘rtacha ($\bar{X}$) ayirilsa,

$$\widetilde{X_t} = X_t - \bar{X} \qquad (2.16)$$

Olingan o‘zgaruvchining ($\widetilde{X_t}$) o‘rtacha qiymati nolga teng bo‘ladi:

$$E\left(\widetilde{X_t}\right) = E(X_t - \bar{X}) = E(X_t) - E(\bar{X}) = \bar{X} - \bar{X} = 0 \qquad (2.17)$$

lekin bir xil farq:

$$Var\left(\widetilde{X_t}\right) = Var(X_t - \bar{X}) = Var(X_t) - 0 = Var(X_t).$$

Doimiyni ayirish bizning o‘zgaruvchimizni siljitadi (uning o‘rtacha qiymatini o‘zgartiradi), lekin jarayonning dinamikasiga va dispersiyasiga ta’sir qilmaydi.

Bu chuqurroq ma’noga ega. Biz nol o‘rtacha X_t jarayoni haqida hamma vaqt gaplashdik. Endi biz X_t ni $\widetilde{X_t}$ ning o‘rtacha qiymatidan og‘ishlari deb hisoblash mumkinligini ko‘rishimiz mumkin. ya’ni, biz butun vaqt davomida o‘rtacha qiymatdan chetlanishlarni model-lashtirdik.

O‘zgaruvchilarning ma’nosini yo‘qotish modelni doimiy AR (1) dan bizga tanish bo‘lgan nol o‘rtacha AR (1) jarayoniga o‘zgartirishini ko‘rsatish oson bo‘ladi. Nolga teng bo‘lmagan AR (1) jarayonidan boshlab,

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + e_t \tag{2.18}$$

(2.18)dagi barcha X_t shartlarini $\widetilde{X_t} + \beta_0/(1-\beta_1)$ bilan almashtiramiz:

$$\widetilde{X_t} + \frac{\beta_0}{1-\beta_1} = \beta_0 + \beta_1\left(X_{t-1} + \frac{\beta_0}{1-\beta_1}\right) + e_t$$

$$\widetilde{X_t} = \beta_0 - \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \beta_1 + \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \beta_1\widetilde{X_{t-1}} + e_t$$

$$\widetilde{X_t} = \frac{\beta_0(1-\beta_1) - \beta_0 + \beta_1\beta_0}{1-\beta_1} + \beta_1\widetilde{X_{t-1}} + e_t$$

$$\widetilde{X_t} = 0 + \beta_1\widetilde{X_{t-1}} + e_t$$

$$\widetilde{X_t} = \beta_1\widetilde{X_{t-1}} + e_t.$$

O‘zgaruvchilarning ma’nosini yo‘qotish nolga teng bo‘lmagan AR (1) jarayonini (yani, bitta doimiy bo‘lgan) nol o‘rtacha AR (1) jarayoniga (yani, doimiy bo‘lmagan) aylantiradi. Har doim nol o‘rtacha AR(p) jarayonini ko‘rib chiqsangiz, X o‘zgaruvchining $\hat{X}$ o‘rtacha qiymatidan og‘ishini anglatishini unutmang.

ARMA(p,q) modellari. ARMA(p,q) modellari deb ataladigan umumiyroq jarayonlar sinfi mavjud bo‘lib, ular (a) p lagli avtoregressiv komponent va (b) q laglili harakatlanuvchi o‘rtacha komponentdan iborat.

ARMA(p,q) modeli quyidagicha ko‘rinishga ega:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_p X_{t-p} + u_t + \gamma_1 u_{t-1} + \cdots + \gamma_q u_{t-q} \tag{2.19}$$

U X ning p laglari va shoklarining q kechikishiga ega. Ilgari biz oddiy AR va MA modellarini alohida muhokama qilganimizda, barcha koeffitsiyentlarimiz β edi. Endi biz ikkalasini aralashtiruvchi modellarni taxmin qilayotganimizdan so‘ng, i lagli AR koeffitsiyenti uchun β_i dan va j- lagli MA koeffitsiyentlari uchun γ_j dan foydalanish biz uchun osonroq bo‘ladi.

Nazorat savollari:

1. AR (1) modeli qanday tenglamadan iborat?
2. MA (1) modeli qanday tenglamadan iborat?
3. ARMA deganda nimani tushunish lozim?
4. ARMA modelining tartib raqami qanday ifodalanadi?
5. Statsionarlik nima va u qanday aniqlanadi?
6. Statsionarlikning qanday ko‘rinishlari mavjud?
7. Impulsga javob funksiyasi nima?
8. Nol bo‘lmagan ARMA jarayonlari nima?
9. ARMA modeli bilan prognozlar qanday amalga oshiriladi?
10. ARMA(p,q) modellarining regressiya tenglamalari qanday bo‘ladi?

3-MAVZU. ARMA(p,q) JARAYONLARIDA MODELNI TANLASH

3.1. Avtokorrelatsiya (ACF) va xususiy avtokorrelatsiya (PACF) funksiyalari.

3.2. Empirik avtokorrelatsiya (ACF) va xususiy avtokorrelatsiya (PACF) funksiyalari.

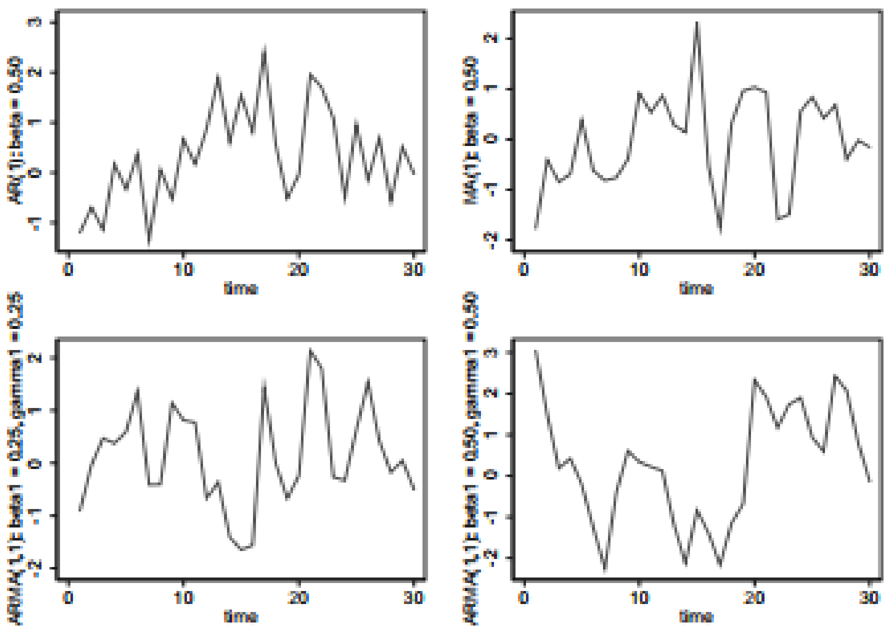
3.3. Axborot mezonlari.

3.1. Avtokorrelatsiya (ACF) va xususiy avtokorrelatsiya (PACF) funksiyalari

Amalda ma’lumotlarni yaratgan asosiy jarayonning shakli noma’lum. AR(p) modelini, MA(q) modelini yoki ARMA(p,q) modelini baholashimiz kerakmi? Bundan tashqari, p va q ning qanday lag uzunliklarini tanlashimiz kerak? Bizda ma’lumotlar ishlab chiqarish jarayoni u yoki bu turdagi yoki ikkalasining kombinatsiyasi ekanligiga taxmin qilish uchun yaxshi asosga ega emasmiz. Qaysi turdagi modelni taxmin qilishimiz kerak?

Vaqt seriyasining AR yoki MA jarayoni ekanligini vizual tarzda aniqlash ko‘pincha mumkin emas. 3.1-rasmda to‘rtta vaqt seriyasi ko‘rsatilgan: AR(1) jarayoni, MA(1) va ikkita ARMA(p,q) jarayoni. Bizga biroz rasmiyroq narsa, AR va MA modellari bilan bog‘liq bo‘lgan turli statistik jarayonlarga tayanadigan narsa kerak. Avtokorrelatsiya funksiyalarini (ACF) va xususiy avtokorrelatsiya funksiyalarini (PACF) ma’lumotlardan, nazariy ACF va PACFs bilan har xil model turlari bilan taqqoslashni o‘z ichiga oladi. Eng yangi yondashuv – bu model tanlashda yordam berish uchun turli xil «axborot mezonlari»dan foydalanish. Bularning har birini navbatma-navbat muhokama qilamiz. Biz AR(p) va MA(q) jarayonlari uchun nazariy ACF va PACFlarni olishdan boshlaymiz. Ushbu jarayonlarning aniq belgilarini bilganimizdan so‘ng, bizning ma’lumotlarimiz ushbu jarayonlarning biriga yoki ikkalasiga mos kelishini tekshirishimiz mumkin. Keyin biz modelni taxmin qilamiz. Box Jenkinsning bajariladigan ish tartibi taxminiy qoldiqlarning keng chastota diapazonida tarqaladigan tovush ekanligini tekshirish bilan yakunlanadi. Bu shuni anglatadiki, biz modellashtirishni e’tiborsiz qoldirgan ma’lumotlarning qolgan tuzil-masi yo‘qligini anglatadi.

Agar qoldiqlar keng chastota diapazonida tarqaladigan tovush bo‘lmasa, Box va Jenkins modelni o‘zgartirishni, qoldiqlarni qayta baholashni va qayta ko‘rib chiqishni tavsiya qiladi. Bu murakkab jarayon. Ammo ularning bajariladigan ish tartibi markaziy qismi ma’lumotlardan avtokorrelatsiya tuzilishini nazariy jihatdan turli jarayonlar tomonidan nazarda tutilgan avtokorrelatsiya bilan solishtiradi.



3.1-rasm. Har xil ko‘rinishdagi ARMA jarayonlari

ACF va PACFlarning har biri ikkita xossaga ega: nazariy va empirik. Birinchisi model tomonidan nazarda tutilgan, ikkinchisi ma’lumotlarga xos xususiyatdir. Biz (a) modeldan foydalanmasdan to‘g‘ridan to‘g‘ri ma’lumotlardan hisoblagan empirik ACF va PACFlarni (b) ma’lum bir model bilan bog‘liq bo‘lgan nazariy ACF va

PACFlarni solishtirishimiz mumkin. Keyin, biz faqat ularning qanday mos kelishini ko‘rishimiz kerak. ya’ni, agar empirik ACF ma’lum bir modelning nazariy ACFlariga to‘g‘ri kelsa, ma’lumotlar ma’lum turdagi jarayondan (modeldan) yaratilganiga to‘liq ishonch hosil qilishimiz mumkin.

Birinchidan, biz AR jarayonlari, keyin esa MA jarayonlari uchun nazariy ACF va PACFlarni olamiz. Keyin biz ACF va PACFlarni to‘g‘ridan to‘g‘ri ma’lumotlardan qanday baholashni ko‘rib chiqamiz. Va keyin biz ikkalasiga qanday mos kelishimiz mumkinligini aniqlaymiz.

Endi AR(1) jarayonining nazariy ACFni keltirib chiqaramiz:

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t \tag{3.1}$$

ACF – bu $X_t$ning birinchi kechikishi, ikkinchi lag va k-kechikishigacha qanday bog‘liqligi tavsifi. AR(1) jarayoni uchun nazariy ACFni topish uchun $Corr(X_t, X_{t-1}), Corr(X_{t-2}), \dots . Corr(X_t, X_{t-k})$ qiymatlarni chiqaramiz (3.1) tenglama to‘g‘ri degan faraz ostida.

Biz quyidagilardan foydalanamiz:

$$E(e_t) = 0 \tag{3.2}$$

$$Var(e_t) = \sigma^2 \tag{3.3}$$

$$Cov(e_t, e_{t-k}) = 0, \tag{3.4}$$

$e_t \sim iidN(0, \sigma^2)$, degan taxmin bilan nazarda tutilgan va:

$$E\ (X_t) = E(X_{t-k}) = 0, \tag{3.5}$$

bu X nol o‘rtacha jarayon ekanligidan kelib chiqadi.

Birinchi kechikishdagi avtokorrelatsiya quyidagicha olinadi. Birinchidan, korrelatsiya ta’rifidan foydalanib, X ning o‘z qiymatlari bilan bir davrga kechikkan korrelatsiyasi:

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Stdev(X_t) Stdev(X_{t-1})} \tag{3.6}$$

AR(1) jarayoni statsionar bo‘lgani uchun $Stdev\ (X_t) = Stdev\ (X_{t-1})$ demak tenglama (3.6):

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Var(X_t)} \tag{3.7}$$

ga soddalashtirilgan.

Kovariatsiya ta’rifidan kelib chiqib,

$$Cov(X_t, X_{t-1}) = E(X_t, X_{t-1}) - E(X_t)\, E(X_{t-1}) \tag{3.8}$$

va dispersiya ta’rifidan,

$$Var(X_t) = E(X_t^2) - EX_t)\, E(X_t) \tag{3.9}$$

(3.8) va (3.9) ni (3.7) ga bog‘lash,

$$Corr(X_t), X_{t-1}) = \frac{E(X_t, X_{t-1}) - E(X_t)E(X_{t-1})}{E(X_1^2) - E(X_{t)}\, E(X_{t)}}$$

$E(X_t) = 0$ ekan, demak

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{E(X_t, X_{t-1})}{E(X_t^2)} \tag{3.10}$$

Endi (3.10) dagi formulani batafsil ko‘rib chiqamiz.

$X_t = \beta X_{t-1} + e_t$ ni oling va ikkala tomonni X_{t-1} ga ko‘paytiring:

$$X_t X_{t-1} = \beta X_{t-1} X_{t-1} + e_t X_{t-1}$$

Kutishlarni hisobga olsak, lag-1 avtokovariantligi

$$E(X_t X_{t-1}) = \beta E(X_{t-1} X_{t-1}) + E(e_t X_{t-1}) = \beta E(X_{t-1} X_{t-1})$$

Bu (3.10)ni yanada soddalashtirishga imkon beradi:

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{\beta E(X_{t-1} X_{t-1})}{E(X_t^2)} \tag{3.11}$$

Statsionarlik bo‘yicha $E(X_{t-1} X_{t-1}) = E(X_t X_t) = E(X_t^2)$, shuning uchun (3.11)ni soddalashtiriladi:

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{\beta E(X_t^2)}{E(X_t^2)} = \beta \tag{3.12}$$

Birdan kuchliroq kechikishlarda X ning avtokorrelatsiyasi haqida nima deyish mumkin?

Kechikishdagi avtokorrelatsiya $k = 2$ $Corr(X_t, X_{t-2})$ bo‘ladi:

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-2})}{Stdev(X_t) Stdev X_{t-2}}$$

Statsionarlik bo‘yicha, $Stdev(X_t) = Stdev(X_{t-2})$, shuning uchun

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-2})}{Var(X_t)}$$

Kovariatsiya ta’rifidan kelib chiqib,

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \frac{E(X_t X_{t-2}) - E(X_t)\,E(X_{t-2})}{Var(X_t)}$$

va X nol o‘rtacha jarayon bo‘lgani uchun,

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \frac{E(X_t X_{t-2})}{Var(X_t)} \tag{3.13}$$

Keling, quyidagiga e’tibor qarataylik: $X_t = \beta X_{t-1} + e_t$ bo‘lgani uchun ikkala tomonni X_{t-2} ga ko‘paytiramiz va quyidagi hosil bo‘ladi:

$$X_t X_{t-2} = \beta X_{t-1} X_{t-2} + e_t X_{t-2}$$

Ikkala tomonning taxminlarini hisobga olgan holda:

$$E(X_t X_{t-2}) = \beta E(X_{t-1} X_{t-2}) + E(e_t X_{t-2}) = \beta E(X_{t-1} X_{t-2})$$

Statsionarlikka ko‘ra, $E(X_t X_{t-2}) = E(X_t X_{t-1})$, biz ilgari bir necha qator birinchi lag avtokorrelatsiyasini hisoblash bo‘yicha bilamizki, $\beta E(X_t^2)$ ga teng

$$E(X_t X_{t-2}) = \beta^2 E(X_t^2) = \beta^2 Var(X_t) \tag{3.14}$$

(3.14)ni (3.13)ga birlashtirib, biz AR(1) modelining 2 lag kechikishda nazariy avtokorrelatsiyaga ega bo‘lamiz:

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \frac{E(X_t X_{t-2})}{Var(X_t)} = \frac{\beta^2 EVar(X_t)}{Var(X_t)} = \beta^2$$

E’tibor bering, X_t X_{t-2} bilan korrelatsiya qilinadi, garchi u aniq X_{t-2} funksiyasi bo‘lmasa ham, ya’ni X_{t-2} AR(1) jarayonining ta’rifida ko‘rinmasa ham:

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t$$

Keyingi kechikishlarda avtokorrelatsiya haqida nima deyish mumkin? Agar X AR(1) jarayoniga amal qilsa, X_t quyidagi avtokorrelatsiya funksiyasiga ega:

$$Cov(X_t, X_{t+k}) = \beta^k$$

Shu tarzda,

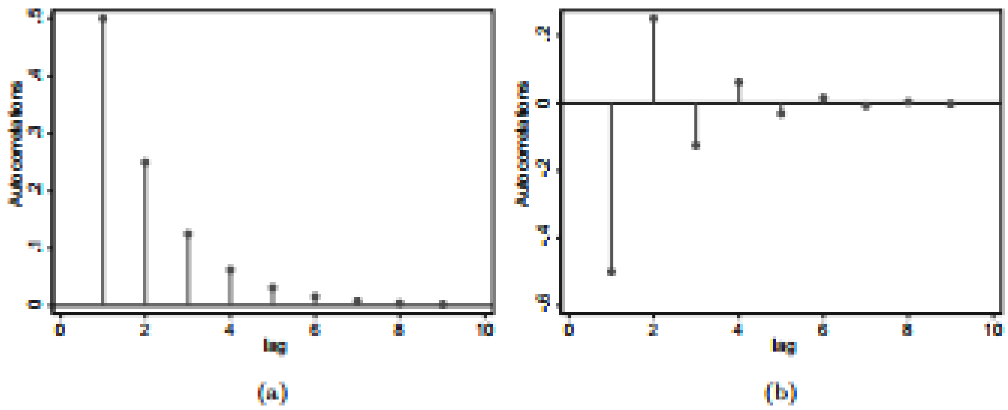
$$Cov(X_t, X_{t+1}) = \beta$$
$$Cov(X_t, X_{t+2}) = \beta^2$$

$$Cov(X_t, X_{t+3}) = \beta^3$$
$$Cov(X_t, X_{t+4}) = \beta^4$$

va hakozo.

Shunday qilib, hatto bitta kechikish bilan oddiy AR jarayoni ham har biri bo‘lgan natijani keltirib chiqarishi mumkin X ni kuzatish o‘zining uzoq kechikishlari bilan bog‘liq bo‘ladi.

E’tibor bering, AR(1) jarayonining ACF eksponensial ravishda pasayadi. Agar b musbat son bo‘lsa, u nolga tushadi.



3.2-rasm. AR(1) ning nazariy ACF: $\boldsymbol{X_t = \beta_1 X_{t-1} + e_t}$. (a) $\boldsymbol{\beta_1 = 0.50. (b) \beta_1 = -0.50}$

Agar b manfiy son bo‘lsa, u holda nolga yaqinlashadi, lekin u manfiy va musbat sonlar orasida tebranadi. Musbat β_1 uchun ACF 3.2a-rasmda ko‘rsatilgan xarakterli shaklga ega. Manfiy b_1 uchun ACF tebranadi, masalan, 3.2b-rasmdagi kabi.

ACF tebranadimi yoki tebranmasligidan qat’i nazar, $X_t$ning hozirdagi qiymati uning oldingi qiymatlari bilan bog‘liq bo‘ladi. ya’ni, X_t to‘g‘ridan to‘g‘ri X_{t-2} yoki X_{t-3} tomonidan aniqlanmagan bo‘lsa ham ($X_t = \beta X_{t-1} + e_t$ da ifodalanmaydi). X_t uning eski qiymatlar bilan korrelatsiya qilinadi, lekin eski qiymatlar tobora zaif ta’sir qiladi.

AR(p) jarayonida nazariy ACF. Endi faraz qilaylik, X_t umumiy AR(p) jarayoniga amal qiladi:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_p X_{t-p} + e_t \qquad (3.15)$$

Uning avtokorrelatsiya funksiyasi nima? ya’ni $(Corr X_t, X_{t-k})$

orqali ($Corr X_t, X_{t-1}$) va ($Corr X_t, X_{t-2}$) nima?

Kechikish k da avtokorrelatsiya ta'rifidan boshlab, biz standart og'ishning statsionarligi va u_t lar uchun IID taxminidan foydalanishimiz mumkin:

$$Corr(X_t, X_{t-k}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-k})}{Stdev(X_t)Stdev(X_{t-k})}$$
$$= \frac{E(X_t, X_{t-k}) - E(X_t)E(X_{t-k})}{Stdev(X_t)Srev(X_t)} = \frac{E(X_t, X_{t-k})}{Var(X_t)} \tag{3.16}$$

Shunday qilib, bizning vazifamiz har bir kechikish k da ushbu avtokorrelatsiyalarning har biri uchun ifodalarni olishdir.

Biz (3.16)ning sur'at va maxrajiga alohida e'tibor qaratib, bu masalani bo'lak-bo'lak ko'rib chiqamiz. Bu masalani Yule-Uoker tenglamalari deb ataladigan tenglamalar tizimi yordamida hal qilishimiz mumkin. Birinchi shunday tenglamani topish uchun (3.15) ning ikkala tomonini X_t ga ko'paytiramiz va quyidagini olamiz:

$$E(X_tX_t) = E\left[\left(\beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_p X_{t-p} + e_t\right)X_t\right]$$
$$= E\left[\beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2}X_t + \ldots + \beta_p X_{t-p}X_t + e_tX_t\right]$$
$$= \beta_1 E(X_{t-1}X_t) + \beta_2 E(X_{t-2}X_t) + \ldots + \beta_p E\left(X_{t-p}X_t\right) +$$
$$E(e_tX_t) \tag{3.17}$$

(3.17)da biroz yangi ko'rinadigan yagona atama oxirgisi E (e_t X_t) bo'lib, bu avtokovariatsiya bo'lmagan yagona atama hisoblanadi. Keling, bu atamani biroz yaqinroq ko'rib chiqaylik.

(3.15) e_t ga ko'paytirish va taxminlarni qabul qilish:

$$E(X_te_t) = E(\beta_1 X_{t-1}e_t + \beta_2 X_{t-2}e_t + \ldots + \beta_p X_{t-p}e_t + e_te_t)$$
$$= \beta_1 E(X_{t-1}e_t) + \beta_2 E(X_{t-2}e_t) + \ldots + \beta_p E\left(X_{t-p}e_t\right) + E(e_te_t).$$

Har bir e_t X_t ning har qanday o'tmishdagi amalga oshirilishidan mustaqil bo'lgani uchun: $E(X_te_t) = \beta_1 E(0) + \beta_2 E(0) + \ldots + \beta_p E(0) + E(e_te_t) = \sigma^2$.

Shunday qilib, (3.17)ni quyidagicha soddalashtiramiz:

$$E(X_tX_t) = \beta_1 E(X_{t-1}X_t)$$
$$+ \beta_2 E(X_{t-2}X_t) + \ldots + \beta_p E\left(X_{t-p}X_t\right) + \sigma^2 \tag{3.18}$$

Biz ikkinchi Yule-Uoker tenglamamizni (3.15)ning ikkala tomonini X_{t-1} ga ko‘paytirib, taxminni olishimiz mumkin:

$$\begin{aligned} E(X_t X_{t-1}) = E\big[\big(\beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_p X_{t-p} \\ + e_t\big) X_{t-1}\big] \\ = E\big[\beta_1 X_{t-1} X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} X_{t-1} + \cdots \\ + \beta_p X_{t-p} X_{t-1} + e_t X_{t-1}\big] \\ = \beta_1 E(X_{t-1} X_{t-1}) \\ + \beta_2 E(X_{t-2} X_{t-1}) + \ldots + \beta_p E\big(X_{t-p} X_{t-1}\big) \end{aligned} \tag{3.19}$$

Xuddi shunday, uchinchi Yule-Uoker tenglamasini (3.15)ning ikkala tomonini X_{t-2} ga ko‘paytirish va quyidagi taxminni olishimiz mumkin:

$$\begin{aligned} E(X_t X_{t-2}) = E\big[(\beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + \beta_p X_{t-p} + e_t) X_{t-2}\big] \\ = E\big[\beta_1 X_{t-1} X_{t-2} \\ + \beta_2 X_{t-2} X_{t-2} + \ldots + \beta_p X_{t-p} X_{t-2} + e_t X_{t-2}\big] \\ = \beta_1 E(X_{t-1} X_{t-2}) \\ + \beta_2 E(X_{t-2} X_{t-2}) + \ldots + \beta_p E\big(X_{t-p} X_{t-2}\big). \end{aligned} \tag{3.20}$$

Shunga o‘xshash jarayondan so‘ng, biz (3.15)ning ikkala tomonini $X_{t-(p+1)}$ ga ko‘paytirib, yakuniy Yule-Uolker tenglamasini olishimiz mumkin:

$$\begin{aligned} E\big(X_t X_{t-p-1}\big) \\ = E\big[(\beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + \beta_p X_{t-p} \\ + e_t) X_{t-p-1}\big] \\ = \beta_1 E\big[X_{t-1} X_{t-p-1}\big] \\ + \beta_2 E\big[X_{t-2} X_{t-p-1}\big] + \ldots + \beta_p E\big[X_{t-p} X_{t-p-1}\big] \end{aligned} \tag{3.21}$$

Belgilanishning soddaligi uchun dispersiyani va avtokovariantlarning har birini φ bilan belgilaymiz:

$$E(X_t X_t) = \varphi_0$$
$$E(X_t X_{t-1}) = \varphi_1$$
$$E(X_t X_{t-2}) = \varphi_2$$
$$\vdots$$

$$E(X_t X_{t-k}) = \varphi_k$$
$$\vdots$$

Ushbu qaydlardan foydalanib, biz tenglamalarni qayta yozishimiz mumkin. (3.18) dan (3.21) gacha:

$\varphi_0 = \beta_1\varphi_1 + \beta_2\varphi_2 + \ldots + \beta_p\varphi_p + \sigma^2$

$\varphi_1 = \beta_1\varphi_0 + \beta_2\varphi_1 + \ldots + \beta_p\varphi_{p-1}$

$\varphi_2 = \beta_1\varphi_1 + \beta_2\varphi_0 + \ldots + \beta_p\varphi_{p-2}$

$\vdots$

$$\varphi_p = \beta_1\varphi_{p-1} + \beta_2\varphi_{p-2} + \ldots + \beta_p\varphi_0 \qquad (3.22)$$

$\vdots$

Shunday qilib, bizda (p+1) noma'lumlar uchun (p+1) tenglamalar mavjud. Shuningdek, avtokovariantlar uchun analitik tarzda yechishimiz mumkin. Keyin avtokorrelatsiyalar har bir φ_k kovariantni φ_0 dispersiyasiga bo'lish yo'li bilan topiladi. Yuqoridagi oxirgi satr har qanday ixtiyoriy kechikish uzunligi p da avtokovariatsiya uchun rekursiv formulani o'rnatadi.

AR(2) jarayonining oddiy holati uchun avtokovarianslar:

$$\varphi_0 = \beta_1\varphi_1 + \beta_2\varphi_2 + \sigma^2$$
$$\varphi_1 = \beta_1\varphi_0 + \beta_2\varphi_1 \qquad (3.23)$$
$$\varphi_2 = \beta_1\varphi_1 + \beta_2\varphi_0 \qquad (3.24)$$

Oxirgi ikkita satr rekursiv tenglamani o'rnatadi: $\phi_s = \beta_1\phi_{s-1} + \beta_2\phi_{s-2}$. Bu avtokovariantlar bilan, biz avtokorrelatsiyalarni olishga tayyormiz.

(3.23) tenglama quyidagiga:

$$\phi_1 = \frac{\beta_1}{1-\beta_2}\phi_0 \qquad (3.25)$$

k = 1 kechikishdagi avtokorrelatsiyani soddalashtiradi:

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Var(X_t)} = \frac{\phi_1}{\phi_0} = \frac{\frac{\beta_1}{1-\beta_2}\phi_0}{\phi_0} = \frac{\beta_1}{1-\beta_2} \qquad (3.26)$$

Xuddi shunday, hosil qilish uchun (3.25)ni (3.24) o‘rniga qo‘yishimiz mumkin:

$$\phi_2 = \beta_1 \frac{\beta_1}{1-\beta_2}\phi_0 + \beta_2\phi_0, \tag{3.27}$$

Bu esa k = 2 kechikishdagi avtokorrelatsiya ekanligini bildiradi:

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-2})}{Var(X_t)} = \frac{\phi_2}{\phi_0} = \frac{\beta_1^2}{1-\beta_2} + \beta_2 \tag{3.28}$$

$\phi_s = \beta_1\phi_{s-1} + \beta_2\phi_{s-2}$ rekursiv jarayonni hisobga olgan holda k lagda avtokorrelatsiyani quydagi orqali topish mumkin:

$$\frac{\phi_k}{\phi_0} = \beta_1 \frac{\phi_{k-1}}{\phi_0} + \beta_2 \frac{\phi_{k-2}}{\phi_0} \tag{3.29}$$

Shunday qilib, lag k = 3 da avtokorrelatsiya

$$\frac{\phi_3}{\phi_0} = \beta_1 \frac{\phi_2}{\phi_0} + \beta_2 \frac{\phi_1}{\phi_0}$$

yoki

$$Corr(X_t, X_{t-3}) = \beta_1 Corr(X_t, X_{t-2}) + \beta_2 Corr(X_t, X_{t-1}) \tag{3.30}$$

AR(k) jarayonining umumiy holati uchun biz Yule-Uoker tenglamalarini rekursiv yechish uchun xuddi shunday strategiyadan foydalanishimiz mumkin.

MA(1) jarayonining nazariy ACF. MA(1) jarayonining nazariy ACF ni bilish juda muhim, chunki biz haqiqatda MA(1) jarayoniga nazar solamiz yoki yo‘qligini baholash uchun taxminiy ACFni nazariy bilan solishtirishimiz kerak bo‘ladi.

Turli xil kechikishlardagi X lar bir-biri bilan qanday bog‘langan? Bizning MA(1) modelimiz shuki:

$$X_t = u_t + \beta u_{t-1}, \tag{3.31}$$

$u_t \sim iidN(0, \sigma_u^t)$ bilan. ya’ni, u xatolar bir-biridan mustaqil teng intensivlikdagi bir xil chastotalardir. Shuning uchun,

$$Cov(u_t, u_t) = Var(u_t) = \sigma_u^2 \tag{3.32}$$

$$Cov(u_t, u_j) = E(u_t, u_j) = 0, \forall t \neq j \tag{3.33}$$

Lag 1 dagi X ning ACF qiymati nima? Belgilarda biz quyidagi qiymatni aniqlashimiz kerak:

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Stdev(X_t)Stev(X_{t-1})} = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Var(X_t)} \quad (3.34)$$

Bu savolga javob berish uchun biz X_t ning dispersiyasini va X_t va X_{t-1} kovariatsiyasini bilishimiz kerak. Keling, ushbu oraliq savollarga javob berish uchun qisqacha chetlab o‘tish yo‘lini ko‘rib chiqaylik.

Biz X_t ning dispersiyasini hisoblashdan boshlaymiz:

$$Var(X_t) = Var(u_t + \beta t_{t-1})$$
$$= Var(u_t) + Var(\beta u_{t-1}) + 2Cov(u_t, \beta u_{t-1})$$
$$= Var(u_t) + Var(\beta u_{t-1})$$
$$= Var(u_t) + \beta^2 Var(u_{t-1})$$
$$= \sigma_u^2 + \beta^2 \sigma_u^2$$
$$= \sigma_u^2(1 + \beta^2).$$

Endi kovariatsiyani hisoblaymiz, $Cov(X, Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$. Va X_t nol o‘rtacha qiymat ekanini eslaymiz, shuning uchun $E(X_t) = 0$. Shunday qilib,

$$Cov(X_t, X_{t-1}) = E(X_t\, X_{t-1}) - E(X_t)E(X_{t-1})$$
$$= E(X_t X_{t-1}) = E[(u_t + \beta u_{t-1})(u_{t-1} + \beta u_{t-2})]$$
$$= E(u_t u_{t-1} + \beta u_t u_{t-2} + \beta u_{t-1}^2 + \beta^2 u_t u_{t-2})$$
$$= E(u_t u_{t-1}) + \beta E(u_t u_{t-2}) + \beta E(u_{t-1}^2) + \beta^2 (u_{t-1} u_{t-2})$$

(3.33)dan foydalanib, yuqoridagi ifoda quyidagicha soddalashtiriladi:

$$Cov(X_t, X_{t-1})$$
$$= E(u_t u_{t-1}) + \beta E(u_t u_{t-2}) + \beta E(u_{t-1}^2) \quad (3.36)$$
$$+ \beta^2 E(u_{t-1} u_{t-2}) = 0 + 0 + \beta\sigma_u^2 + 0 = \beta\sigma_u^2$$

(3.35) va (3.36)ni hisoblab, ularni (3.34)ga almashtirib, kechikish=1 da avtokorrelatsiyani topishimiz mumkin:

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Var(X_t)} =$$
$$= \frac{\beta\sigma_u^2}{\sigma_u^2(1 + \beta^2)} = \frac{\beta}{(1 + \beta^2)} \quad (3.37)$$

Birdan katta kechikishlarda avtokorrelatsiya haqida nima deyish mumkin?

$$\begin{aligned} Cov(X_t, X_{t-2}) &= E(X_t X_{t-2}) - E(X_t)E(X_{t-2}) = E(X_t X_{t-2}) \\ &= E[(u_t + \beta u_{t-1})(u_{t-2} + \beta u_{t-3})] \\ &= E(u_t u_{t-2} + \beta u_t u_{t-3} + \beta u_{t-1} u_{t-2} + \beta^2 u_t u_{t-3}) \\ &= E(u_t u_{t-2}) + \beta E(u_t u_{t-3}) + \beta E(u_{t-1} u_{t-2}) \\ &+ \beta^2 E(u_{t-1} u_{t-3}) = (0) + \beta(0) + \beta(0) + \beta^2(0) = 0. \end{aligned}$$

bu yerda, $t \neq 1$ bo‘lganda $E\left(u_j u_t\right) = 0$ bo‘lishidan yana keng foydalandik.

Aslida, MA(1) jarayoni uchun, $E\left(X_t X_j\right) = 0 \qquad \forall j > (t+1)$.

Boshqacha qilib aytganda, agar X MA(1) jarayoniga amal qilsa, X_t va X_{t-1} korrelatsiya qilinadi, lekin X_t X_{t-2} bilan ham, Xning uzoqroq laglari bilan ham korrelatsiya qilinmaydi.

MA(q) jarayonining nazariy ACF. Umuman olganda, ACF barchasining to‘plami sifatida aniqlanadi:

$$Corr(X_t, X_{t-k}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-k})}{Stdev(X_t)Stdev(X_{t-k})} = \frac{Cov(X_t, X_{t-k})}{Var(X_t)} \quad (3.38)$$

Har bir lag uzunligi k ga teng. Ushbu korrelatsiyalar ketma-ketligini olish uchun (3.38) tenglamani ajratamiz.

X_t ning dispersiyasi uchun ifoda hosil qilib, maxrajdan boshlaymiz. Buning uchun MA(q) jarayonining ta’rifiga e’tibor qaratamiz:

$$X_t = u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \ldots + \beta_q u_{t-q} \quad (3.39)$$

qaysiki

$$u_t \sim iidN(0, \sigma_u^2) \quad (3.40)$$

(3.39) tenglamaning dispersiyasini olish lozim bo‘ladi.

$$\begin{aligned} Var(X_t) &= Var\left(u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \cdots + \beta_q u_{t-q}\right) \\ &= Var(u_t) + Var(\beta_1 u_{t-1}) \\ &+ Var(\beta_2 u_{t-2}) + \ldots + Var\left(\beta_q u_{t-q}\right) \\ &= Var(u_t) + \beta_1^2 Var(u_{t-1}) \\ &+ \beta_2^2 Var(u_{t-2}) + \ldots + \beta_q^2 Var\left(u_{t-q}\right) \\ &= \sigma_u^2 + \beta_1^2 \sigma_u^2 + \beta_2^2 \sigma_u^2 + \ldots + \beta_q^2 \sigma_u^2 \\ &= \sigma_u^2\left(1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_q^2\right) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Kovariatsiya ta’rifidan foydalanib va $E(X_t) = 0$ ekanligidan quyidagini hosil qilamiz:

$$Cov(X_t, X_{t-k}) = E(X_t X_{t-k}) - E(X_t)E(X_{t-k}) = E(X_t X_{t-k}) \quad (3.42)$$

(3.39) ni (3.42) ga almashtiramiz,

$$E(X_t X_{t-k}) = E\big[(u_t + \beta_1 u_{t-1} + \beta_2 u_{t-2} + \ldots + \beta_q u_{t-q})(u_{t-k} + \beta_1 u_{t-k-1} + \beta_2 u_{t-k-2} + \ldots + \beta_q u_{t-k-q})\big].$$

Keyinchalik, qavs ichidagi shartlarni ko‘paytiramiz va quyidagining olamiz:

$$\begin{aligned} E(X_t X_{t-k}) = E\big[&u_t\big(u_{t-k} + \beta_1 u_{t-k-1} \\ &+ \beta_2 u_{t-k-2} + \ldots + \beta_q u_{t-k-q}\big) \\ &+ \beta_1 u_{t-1}\big(u_{t-k} + \beta_1 u_{t-k-1} \\ &+ \beta_2 u_{t-k-2} + \ldots + \beta_q u_{t-k-q}\big) \\ &+ \beta_2 u_{t-2}\big(u_{t-k} + \beta_1 u_{t-k-1} \\ &+ \beta_2 u_{t-k-2} + \ldots + \beta_q u_{t-k-q}\big) \\ &+ \beta_3 u_{t-3}\big(u_{t-k} + \beta_1 u_{t-k-1} \\ &+ \beta_2 u_{t-k-2} + \ldots + \beta_q u_{t-k-q}\big) + \ldots + \beta_q u_{t-q}(\ldots \\ &+ \beta_{q-1} u_{t-k-q+1} + \beta_q u_{t-k-q})\big]. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Har bir u_i har bir u_j dan mustaqil bo‘lganligi sababli, ularning pastki yozuvlari har xil bo‘lsa ($i \neq j$), u holda $E(u_i u_j) = 0$ va yuqoridagi tenglama sezilarli darajada soddalashadi.

$k = 1$ da, (3.43) tenglama quyidagicha qisqaradi:

$$\begin{aligned} E(X_t X_{t-1}) &= E\big[\beta_1 u_t^2 + \beta_2 \beta_1 u_{t-2}^2 \\ &+ \beta_3 \beta_2 u_{t-3}^2 + \ldots + \beta_q \beta_{q-1} u_{t-q}^2\big] \\ &= \beta_1 E(u_{t-1}^2) + \beta_2 \beta_1 E(u_{t-2}^2) \\ &+ \beta_3 \beta_2 E(u_{t-3}^2) + \ldots + \beta_q \beta_{q-1} E\big(u_{t-q}^2\big) \\ &= \beta_1 \sigma_u^2 + \beta_2 \beta_1 \sigma_u^2 + \beta_3 \beta_2 \sigma_u^2 + \ldots + \beta_q \beta_{q-1} \sigma_u^2 \\ &= \sigma_u^2\big(\beta_1 + \beta_2 \beta_1 + \beta_3 \beta_2 + \ldots + \beta_q \beta_{q-1}\big) \end{aligned} \quad (3.44)$$

k = 2 da (3.43) tenglama quyidagicha bo‘ladi:

$$E(X_t X_{t-2}) = E\big[\beta_2 u_{t-2} u_{t-k} + \beta_3\beta_1 u_{t-3} u_{t-k-1} + \ldots + \beta_q\beta_{q-2} u_{t-q} u_{t-k-q+2}\big] = E\big[\beta_2 u_{t-2}^2 + \beta_3\beta_1 u_{t-3}^2 + \beta_4\beta_2 u_{t-4}^2 + \ldots + \beta_q\beta_{q-2} u_{t-q}^2\big] = \beta_2\sigma_u^2 + \beta_3\beta_1\sigma_u^2 + \beta_4\beta_2\sigma_u^2 + \ldots + \beta_q\beta_{q-2}2\sigma_u^2 = \sigma_u^2(\beta_2 + \beta_3\beta_1 + \beta_4\beta_2 + \ldots + \beta_q\beta_{q-2}) \quad (3.45)$$

k = 3 da (3.43) tenglama quyidagichga bo‘ladi:

$$E(X_t X_{t-3}) = \sigma_u^2\big(\beta_3 + \beta_4\beta_1 + \beta_5\beta_2 + \beta_6\beta_3 + \ldots + \beta_q\beta_{q-3}\big) \quad (3.46)$$

E’tibor bering, β larning ketma-ketligi oxir-oqibat, k q dan oshib ketganda, endi nolga teng bo‘lmagan korrelatsiyalar hosil qilmaydi. Boshqacha qilib aytganda, k = q da (3.43) tenglama quyidagicha bo‘ladi:

$$E(X_t X_{t-k}) = \sigma_u^2\beta_q \quad (3.47)$$

va k > q da (3.43) tenglama quyidagicha bo‘ladi:

$$E(X_t X_{t-k}) = 0 \quad (3.48)$$

Biz k = 1, 2, har bir kechikishdagi barcha avtokovariantlarni hisoblab chiqdik. Biz endi, nihoyat, ACFni tashkil etuvchi avtokorrelatsiyalarni ko‘rsatish imkoniyatiga egamiz.

Lag k = 1 da avtokorrelatsiya (3.44) va (3.41) ni (3.38) tenglamaga birlashtirish orqali topiladi:

$$Corr(X_t, X_{t-1}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-1})}{Var(X_t)} = \frac{\sigma_u^2\big(\beta_1 + \beta_2\beta_1 + \beta_3\beta_2 + \cdots + \beta_q\beta_{q-1}\big)}{\sigma_u^2\big(1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \cdots + \beta_q^2\big)} = \frac{\beta_1 + \beta_2\beta_1 + \beta_3\beta_2 + \ldots + \beta_q\beta_{q-1}}{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_q^2} \quad (3.49)$$

Lag k = 2 da avtokorrelatsiya (3.45) va (3.41) ni (3.38) tenglamaga birlashtirish orqali topiladi:

$$Corr(X_t, X_{t-2}) = \frac{Cov(X_t, X_{t-2})}{Var(X_t)}$$

$$= \frac{\sigma_u^2\left(\beta_2 + \beta_3\beta_1 + \beta_4\beta_2 + \cdots + \beta_q\beta_{q-2}\right)}{\sigma_u^2\left(1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \cdots + \beta_q^2\right)} \qquad (3.50)$$

$$= \frac{\beta_2 + \beta_3\beta_1 + \beta_4\beta_2 + \ldots + \beta_q\beta_{q-2}}{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_q^2}$$

Xuddi shu tartibdan foydalanib, biz lag k = 3 da avtokorrelatsiyani hisoblashimiz mumkin:

$$Corr(X_t, X_{t-3}) = \frac{\beta_3 + \beta_4\beta_1 + \beta_5\beta_2 + \beta_6\beta_3 + \ldots + \beta_q\beta_{q-3}}{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_q^2} \qquad (3.51)$$

k = q lagdagi avtokorrelatsiya:

$$Corr\left(X_t, X_{t-q}\right) = \frac{\beta_q}{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_q^2} \qquad (3.52)$$

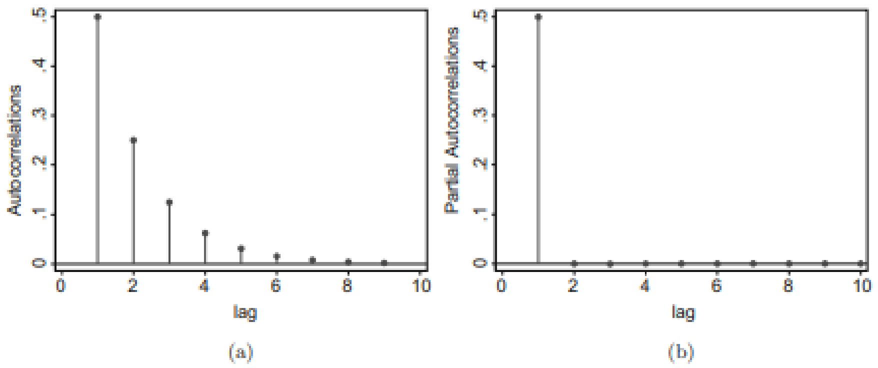
va $k > q$ kechikishdagi avtokorrelatsiya:

$$Corr(X_t, X_{t-k}) = \frac{0}{1 + \beta_1^2 + \beta_2^2 + \ldots + \beta_q^2} = 0 \qquad (3.53)$$

MA(q) jarayonning ACF qiymati (3.49) – (3.52) tenglamalar qiymatlari bilan natija nolga teng bo‘ladi.

Nazariy PACFlar. Nazariy xususiy ACFlarni olish qiyinroq, shuning uchun biz faqat ularning umumiy xususiyatlarini tavsiflaymiz. Nazariy PACFlar ACFlarga o‘xshaydi, faqat ular boshqa laglarning ta’sirini yo‘q qiladi. ya’ni, lagdagi PACF 1-dan lagdagi avtokorrelatsiya ta’sirini filtrlaydi. Xuddi shunday, kechikish 3-dagi xususiy avtokorrelatsiya 2 va 1-kechikishlardagi avtokorrelatsiya ta’sirini filtrlaydi.

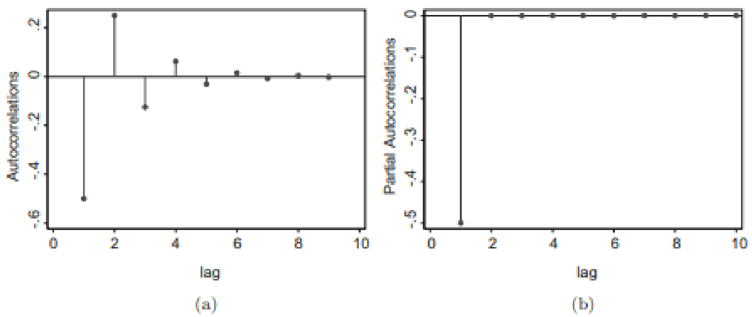
Nazariy PACFlar ACFlarning aks ettirilgan teskarisi hisoblanadi. AR(p) jarayonining ACF eksponensial ravishda pasayib ketsa-da, PACFda uchlari 1 dan p gacha bo‘lgan kechikishlarda, keyin esa p dan kattaroq kechikishlarda nolga ega. MA(q) jarayonining ACF nolga teng bo‘lmagan q dan kechikish va nolga teng bo‘lgan ko‘tarilishlarga ega, PACF biroz tebranish bilan nolga qarab pasayadi.



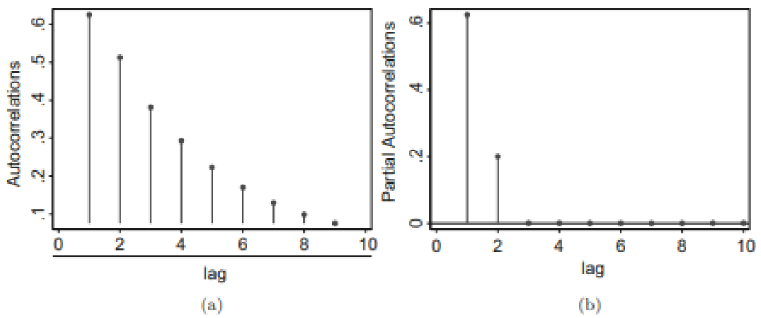
3.4-rasm. AR(1)ning nazariy (a) ACF va (b) PACF: $X_t = 0.50X_{t-1} + e_t$

3.2. Empirik avtokorrelatsiya (ACF) va xususiy avtokorrelatsiya (PACF) funksiyalari

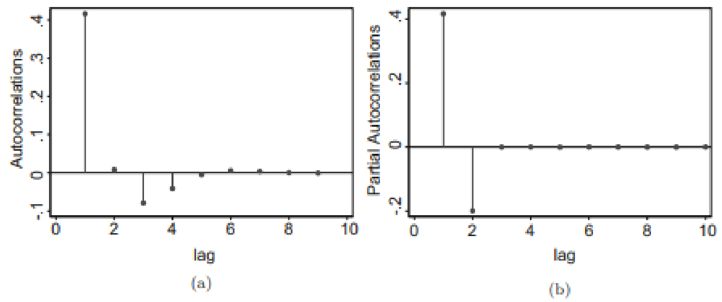
Nazariy ACF va PACFlar alohida modellar tomonidan nazarda tutilgan. Empirik ACF va PACF, boshqa tomondan, ma'lumotlardan hisoblangan namunaviy korrelatsiyalardir. Shunday qilib, ularni baholash juda oson.



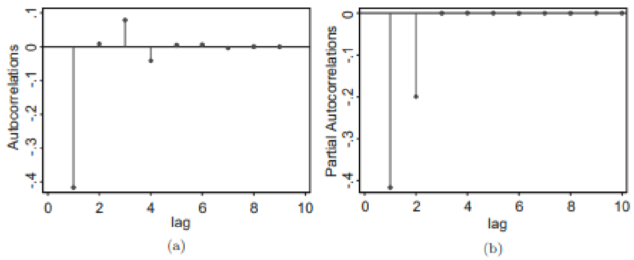
3.5-rasm. AR(1)ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = -0.50X_{t-1} + e_t$



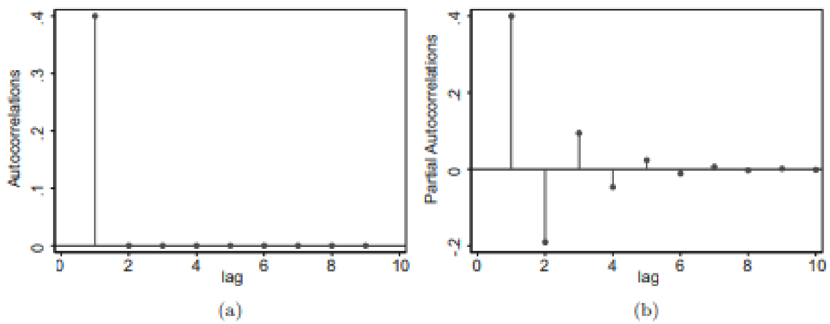
3.6-rasm. AR(2)ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = 0.50X_{t-1} + 0.20X_{t-2} + e_t$



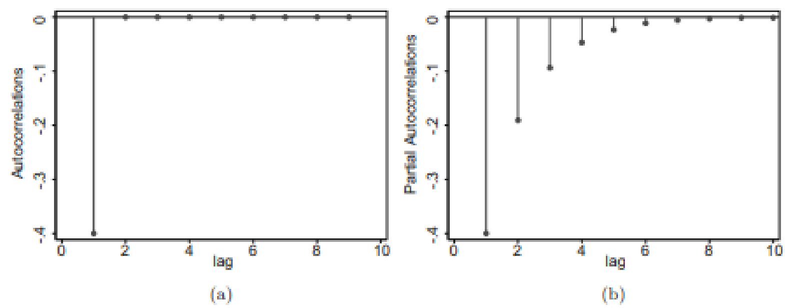
3.7-rasm. AR(2) ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = 0.50X_{t-1} - 0.20X_{t-2} + e_t$



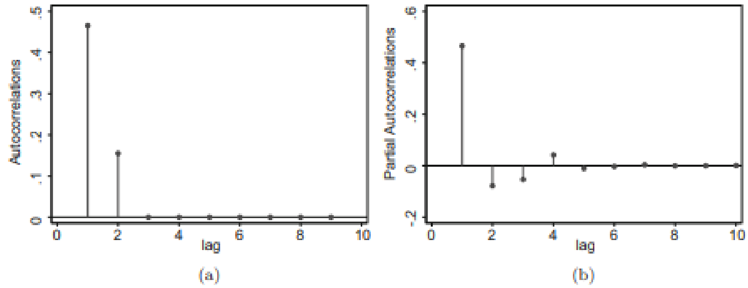
3.8-rasm. AR(2) ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = -0.50X_{t-1} - 0.20X_{t-2} + e_t$



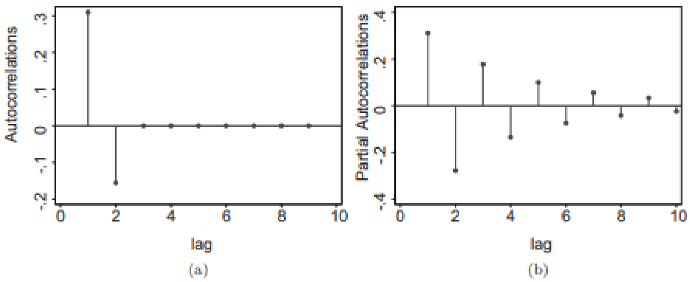
3.9-rasm. MA(1)ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = u_t + 0.50u_{t-1}$



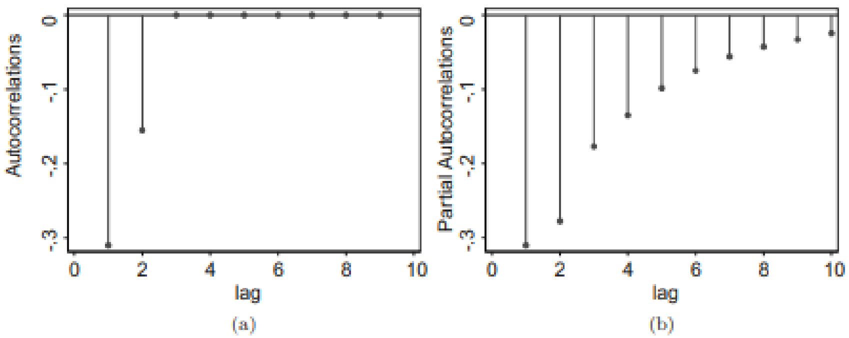
3.10-rasm. MA(1)ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = u_t - 0.50u_{t-1}$



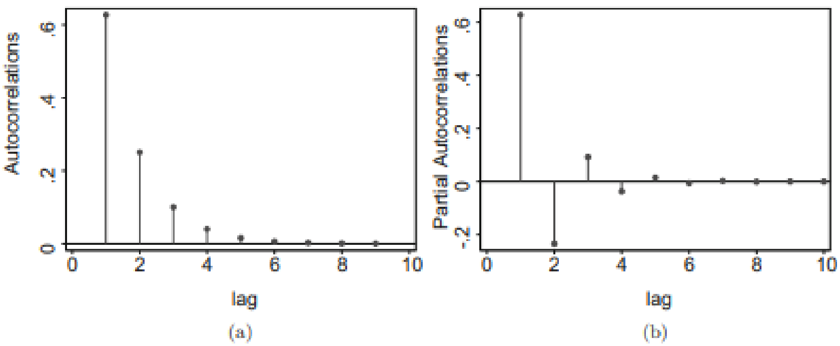
3.11-rasm. MA(2)ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = u_t + 0.50u_{t-1} + 0.20u_{t-2}$



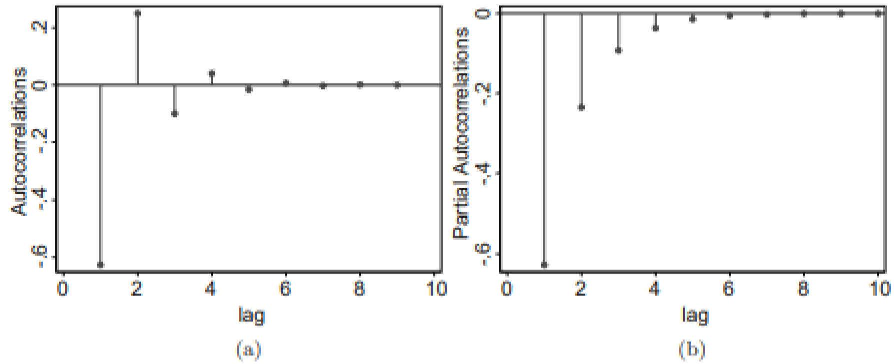
3.12-rasm. MA(2) ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = u_t + 0.50u_{t-1} - 0.20u_{t-2}$



3.13-rasm. MA(2)ning nazariy (a) ACF va (b) PACF:$X_t = u_t - 0.50u_{t-1} - 0.20u_{t-2}$



3.14-rasm. ARMA ning nazariy (a) ACF va (b) PACF(1,1):$X_t = 0.40X_{t-1} + u_t + 0.40u_{t-1}$



3.15-rasm. ARMA ning nazariy (a) ACF va (b) PACF(1,1):$\boldsymbol{X_t = -0.40X_{t-1} + u_t - 0.40u_{t-1}}$

Empirik ACFlarni hisoblash. Empirik ACFlar modelning natijasi emas. Ular ma'lumotlarning tavsifi. Ular har qanday boshqa korrelatsiya kabi hisoblanishi mumkin.

Empirik PACFlarni hisoblash. Empirik xususiy avtokorrelatsiya funksiyasi tartiblangan juftliklar to'plamlari (X_t, X_{t+k}) o'rtasidagi korrelatsiyani ko'rsatadi, shu bilan birga intervensiyadagi X lar ta'sirini yo'qotadi.

Regressiya tahlili ushbu turdagi bajariladigan ishlar uchun juda mos keladi. Chunki, $Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z$ ni taxmin qilganda, β_1 koeffitsiyenti Z ta'sirini doimiy ushlab turgan X va Y o'rtasidagi ta'sir yoki munosabat sifatida talqin qilinadi.

X_t va X_{t+k} orasidagi qisman avtokorrelatsiya koeffitsiyentini ϕ_{kk} deb belgilaymiz:

$$X_t = \phi_{10} + \phi_{11}X_{t-1} + e_t.$$

X_t va X_{t-2} o'rtasidagi PACF (yani, 2 tartibli lagdagi PACF) taxmin qilish yo'li bilan topiladi:

$$X_t = \phi_{20} + \phi_{21}X_{t-1} + \phi_{22}X_{t-2} + e_t$$

Xuddi shunday, ϕ_{33}, ϕ_{34},... ϕ_{kk} ni taxmin qilish orqali topishimiz mumkin.

$$X_t = \phi_{30} + \phi_{31}X_{t-1} + \phi_{32}X_{t-2} + \phi_{33}X_{t-3} + e_t,$$
$$X_t = \phi_{40} + \phi_{41}X_{t-1} + \phi_{42}X_{t-2} + \phi_{43}X_{t-3} + \phi_{44}X_{t-4},$$
$$\vdots$$

$$X_t = \phi_{k0} + \phi_{k1}X_{t-1} + \phi_{k2}X_{t-2} + \ldots + \phi_{kk}X_{t-k} + e_t.$$

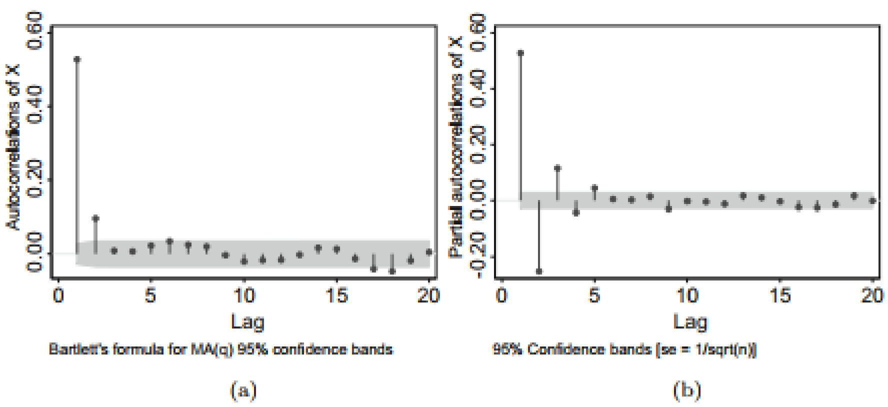
X seriyasining PACF qiymati quyidagicha:

$$\text{PACF }(X)=\{\phi_{11}, \phi_{22}, \phi_{33}, \ldots \phi_{kk}\}.$$

Shunday qilib, ko‘p omilli regressiya koeffitsiyentlari ko‘pincha «xususiy korrelatsiya koeffitsiyenti» deb ataladi, biz bu taxminlardan xususiy avtokorrelatsiya funksiyasini qurish uchun foydalanamiz. ya’ni chiziqli regressiyaning xususiy korrelatsiya koeffitsiyentlaridan xususiy avtokorrelatsiya funksiyasini tuzamiz.

3.3. Axborot mezonlari

Har bir jarayon turi o‘z xususiyatiga ega: uning nazariy ACF va PACFlari mavjud. Har bir ma’lumotlar to‘plami o‘zining korrelatsiya tuzilishiga ega: uning empirik ACF va PACFlari mavjud. Ma’lumotlardagi korrelatsiyalarni turli modellar nazarda tutgan korrelatsiyalar bilan solishtirish orqali ma’lumotlarni modellashtirish uchun qaysi turdagi jarayonni qo‘llash kerakligini aniqlashimiz mumkin. Jarayon oddiy: ma’lumotlardan empirik ACF va PACFni hisoblash va u ma’lum bir turdagi model tomonidan bashorat qilingan tenglama turiga o‘xshashligini ko‘rishimiz mumkin. Empirik ACF va PACF, masalan, AR(2) jarayonidagi Nazariy ACF/PACFga o‘xshaydimi? Keyin, ma’lumotlardan foydalanib, AR (2) modelini taxmin qilish mumkin.



3.20-rasm. Misol ma’lumotlarining empirik (a) ACF va (b) PACF

Axborot mezonlari. Bugungi ekonometristlarning ko‘pchiligi turli xil «ma’lumot mezonlari» dan xuddi oldingi ekonometristlar $\bar{R}^2$ statistikasi orqali modellarni solishtirganidek foydalanadilar. Xulosa qilib aytganda, axborot mezonlari kuzatuvlar soni va taxminiy statistik ma’lumotlarning soniga qarab ehtimolligini turli miqdorlarda yomonlashtiradi. ya’ni, ular $\overline{R^2}$ erkinlik darajalarining funksiyasini ayirib, R^2 ni qanday ko‘rsatishga juda o‘xshaydi.

Barcha ma’lumot mezonlari (IC) o‘zlarining asosida ehtimollik funksiyasining ba’zi versiyasiga ega. Ko‘pgina turli xil ekonometrik dasturiy ta’minot dasturlari axborot mezonlari formulalarining turli xil o‘zgarishlaridan foydalanadi. Ba’zi dasturiy ta’minot dasturlari ehtimollikni maksimal darajaga ko‘tarishga qaratilgan, boshqalari kechikish-ehtimollikni, uchinchisi esa kechikish-ehtimollikning salbiyligini minimallashtirishga yoki kechikish-ehtimollik kuzatuvlar hajmini bo‘lishga qaratilgan. Har bir dastur g‘oyani amalga oshirishning o‘ziga xos usulidan qat’i nazar, asosiy g‘oya bir xil. Biz ma’lum bir model ma’lum bir ma’lumotlar to‘plamiga qanchalik mos kelishi haqida fikr beradigan statistik ma’lumotni xohlaymiz. Eng tanish bunday statistik ma’lumotlar R^2 hisoblanadi, lekin ko‘p sabablarga ko‘ra bu modellarni (ayniqsa, ichki o‘rnatilgan modellar) taqqoslash uchun eng yaxshi statistika emas.

Stata ko‘plab baholash buyruqlaridan so‘ng (aslida, ehtimollikka asoslangan har qanday baholash buyrug‘idan keyin) ikkita ma’lumot mezonini xabar beradi.

Akaike (1974) axborot mezonining Stata versiyasi shunday aniqlanadi, bu yerda, $\ln(L)$ modelning maksimal (tabiiy) log-ehtimolligi va k – hisoblangan parametrlar soni:

$$AIC = -2\ln(L) + 2k \qquad (3.54)$$

Bayes ma’lumot mezoni:

$$BIC = -2\ln(L) + kln(N) \qquad (3.55)$$

bu yerda, N – to‘plam hajmi.

Ikkala IC ham ehtimollik funksiyasini yomonlashtiradi (-2 marta manfiy), bu holat taxminiy parametrlar soniga va to‘plam o‘lchamiga (normal R^2 kabi) bevosita bog‘liqdir.

Eng yaxshi model (ma’lumotlarga eng mos keladigan) eng katta ehtimollik bilan bog‘langan modeldir. Stata salbiy xabar haqida berganligi sababli ehtimollik, eng yaxshi modellar eng kichik axborot mezoni qiymatlariga ega. Stata IClari bilan ishlashda kichikroq bo‘lishi yaxshiroqdir. Ushbu ma’lumot mezonlariga kirish uchun har qanday ehtimollikka asoslangan baholash buyrug‘idan so‘ng ICni kiritish lozim.

Nazorat savollari:

1. Avtokorrelatsiya funksiyasi deb nimaga aytiladi?
2. Xususiy avtokorrelatsiya funksiyasi deb nimaga aytiladi?
3. Avtokorrelatsiya funksiyasi qanday hisoblanadi?
4. Xususiy avtokorrelatsiya funksiyasi qanday hisoblanadi?
5. Akaike mezoni nima va u qanday hisoblanadi?
6. Shvarts mezoni nima va u qanday hisoblanadi?
7. Akaike va Shvarts mezonlarining qanday qiymatlarida model sifatli bo‘ladi?
8. Avtokorrelatsiya funksiyasi nimani aniqlab berishga xizmat qiladi?
9. Avtokorrelatsiya funksiyasi bilan xususiy avtokorrelatsiya funksiyasi bir-biridan nimasi bilan farq qiladi?
10. Eng yaxshi modelga qanday talablar qo‘yiladi?

4-MAVZU. STATSIONARLIK VA O‘ZGARMASLIK

4.1. Statsionarlik va uning ahamiyati.

4.2. Statsionarlikni ta’minlaydigan AR koeffitsiyentlar bo‘yicha cheklovlar.

4.3. AR va MA jarayonlari o‘rtasidagi aloqa.

4.1. Statsionarlik va uning ahamiyati

Vaqt seriyasining aksariyat usullari faqat asosiy vaqt seriyasi statsionar bo‘lsa, amal qiladi. Jarayon qanchalik statsionar bo‘lsa, shunchalik bashorat qilish mumkin bo‘ladi. Aniqrog‘i vaqt seriyasi, agar uning o‘rtacha, dispersiya va avtokovariatsiyasi ma’lum bir vaqt davriga tayanmasa, statsionar hisoblanadi.

X ko‘ndalang kesimli o‘zgaruvchining o‘rtacha qiymati E (*X*)=*u*. *X* vaqt seriyasi bo‘lsa, u kuzatilayotgan vaqt davriga yoziladi, *t* davri ixtiyoriy vaqt davri uchun odatiy belgi sifatida qo‘llaniladi. X_t vaqt qatorining o‘rtacha qiymati E(X_t)=u_t, pastki belgisi o‘rtacha ma’lum vaqtga bog‘liq bo‘lishi mumkinligini bildiradi. Masalan, agar X_t o‘sayotgan bo‘lsa, uning o‘rtachasi (yoki kutilgan qiymati) ham o‘sib boradi. X_{t+1}, X_t dan kattaroq bo‘lishi mumkin. Xuddi shunday, Var (X_t) yoki σ_t^2 deb belgilangan X_t ning dispersiyasi muayyan vaqt davriga bog‘liq bo‘lishi mumkin. Masalan, vaqt o‘tishi bilan o‘zgaruvchanlik ortib borishi mumkin. Ko‘pincha kelgusi o‘zgaruvchanlik bugungi o‘zgaruvchanlikka bog‘liq bo‘lishi mumkin.

Xususan, biz X_t “o‘rtacha statsionar” deb aytamiz, agar

$$E\ (X_t)= u \qquad (4.1)$$

Bunda *t* barcha davrlar uchun. Agar “u”, “variant statsionar” bo‘lsa

$$Var\ (X_t)= \sigma^2 \qquad (4.2)$$

Bunda *t* vaqt oralig‘idan qat’i nazar. Agar *X* va uning o‘rtasidagi kovariatsiya faza siljishiga bog‘liq bo‘lmasa, jarayon “avto-kovariatsiya statsionar” hisoblanadi.

$$Cov\ (X_t\ , X_{t+k}) = Cov\ (X_{t+a},\ X_{t+k+a}) \tag{4.3}$$

Jarayon yuqoridagi barcha shartlarni qanoatlantirsa, *X*ni "statsionar" deb ataymiz.

Birinchi o'tishda o'rtacha va dispersiyaning statsionarligini tekshirish juda oddiy ko'rinadi. Biz seriyaning ortib borayotganini yoki kamayib borayotganini tekshirishimiz mumkin. Biz seriyaning birinchi yarmi va ikkinchi yarmi o'rtasidagi o'rtacha yoki farqni tuzishimiz mumkin. Ammo, bunday usullar qo'poldir.

Quyida biz jarayonning statsionar bo'lish shartlarini o'rganamiz, shuningdek, ushbu statsionarlikning ba'zi boshqa oqibatlarini ko'rsatamiz.

Statsionarlikning ahamiyati. Qatorning statsionarligi nima uchun bizni qiziqtiradi?

Birinchidan, statsionar jarayonlar statsionar bo'lmaganlarga qaraganda yaxshiroq tushuniladi va biz ularni qanday qilib yaxshiroq baholashni bilamiz. Ba'zi statsionar bo'lmagan jarayonlarning test statistikasi normal taqsimotlarga amal qilmaydi. Jarayonning statsionar emasligini bilish bizga kerakli tuzatishlar kiritish imkonini beradi.

Bundan tashqari, agar biz bir-biriga mutlaqo bog'liq bo'lmagan ikkita integral jarayonni regressiya qilsak, u holda "soxta regressiya" deb nomlangan muammo paydo bo'lishi mumkin. Xulosa qilib aytganda, agar *X* va *Y* ikkalasi ham tendensiyada bo'lsa, u holda *Y* ning *X* bo'yicha regressiyasi ular o'rtasida kuchli munosabatlarni ko'rsatishi mumkin, garchi haqiqiy bog'liqlik bo'lmasa ham. Ular ikkalsi ham vaqtga bog'liq, shuning uchun ular bir-biriga ta'sir qilganga o'xshaydi.

4.2. Statsionarlikni ta'minlaydigan AR koeffitsiyentlar bo'yicha cheklovlar

Barcha AR jarayonlari ham statsionar emas. Ba'zilari cheksiz o'sadi. Ba'zilarida vaqt o'tishi bilan o'zgarib turadigan tafovutlar mavjud. Quyida biz AR jarayonlarini statsionar qiladigan parametrlarga (β) cheklovlarni o‘rganamiz.

AR (1) koeffitsiyentlar bo‘yicha cheklovlar. AR (1) jarayonini ko‘rib chiqamiz,

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t \tag{4.4}$$

Agar β > 1 bo‘lsa, cheksiz o‘sishini ko‘rish oson, agar β < -1 bo‘lsa, u cheksiz kamayadi. Jarayon faqat o‘rnashib qoladi va agar |β| < 1 bo‘lsa, doimiy kutilgan qiymatga ega bo‘ladi.

Bu intuitiv ravishda to‘g‘ri bo‘lishi mumkin, ammo biz yuqori darajadagi AR jarayonlarini tekshirish usulini ishlab chiqmoqchimiz. Birinchi navbatda, (4.4) tenglamani qayta yozamiz, bunda lag operatori *L* bo‘yicha,

$$X = \beta\, LX + e_t.$$

X ni chap tomonda ifodalasak, $X - \beta\, LX = e_t$ bundan $(1-\beta L)X = e_t$ ga ega bo‘lamiz.

Qavs ichidagi lag operatorlari polinom hisoblanadi. U ba’zan oddiygina “lag polinom” yoki “xarakterli polinom” deb ataladi va quyidagi bilan belgilanadi:

$$\Phi(L) = (1 - \beta L)$$

Statsionarlik, agar lagli ko‘phadning ildizlari mutlaq qiymatda bittadan katta bo‘lsagina ta’minlanadi.

L ni almashtirib, biz biroz algebrani qo‘llaymiz va ko‘phadning ildizlarini yechamiz, ya’ni polinom nolga teng bo‘lgan z qiymatlarini topamiz: $1 - z\beta = 0$,
$1 = z\beta$, $z^* = 1/\beta$.

Demak, kechikish polinomimiz bitta ildizga ega va u 1/β ga teng.

AR jarayoni, agar uning ildizlari qiymatlari 1 dan katta bo‘lsa, statsionar hisoblanadi: $|z^*|>1$, bu shuni anglatadiki $|\beta| < 1$.

Xulosa qilib aytadigan bo‘lsak, AR (1) jarayoni statsionar bo‘ladi, agar uning kechikish polinomining ildizlari 1 dan katta bo‘lsa va agar β mutlaq qiymatda 1 dan kichik bo‘lsa, bu holat kafolatlanadi.

AR (2) koeffitsiyentlari bo‘yicha cheklovlar. AR (2) jarayon uchun ikkinchi tartibli lag ko‘phad Φ(L)ning ildizlari kompleks birlik doirasidan tashqarida bo‘lsagina statsionarlik ta’minlanadi. Biz hozir “kompleks birlik doira” deymiz, bizda ikkinchi darajali ko‘phad bor. Bu polinomlar iratsional ildizlarga ega bo‘lishi mumkin. Kompleks tekislikda ildizni chizish uchun uning uzunligi birdan kattaroq bo‘lishi kerak, ya’ni u radiusi = 1 bo‘lgan doiradan tashqarida yotishi kerak.

Biz AR (2) modelini baholaylik,

$$X_t = \beta_t X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + e_t.$$

X ni chap tomonga yig‘sak $X_t - \beta_1 L X_t - \beta_2 L^2 X_t = e_t$ ga ega bo‘lamiz.

Bu AR (2) jarayon statsionar bo‘ladi, agar ikkinchi tartibli lag ko‘phadning ildizlari bo‘lsa

$$\Phi (L) = 1 - L\beta_1 - L^2\beta_2$$

u birdan katta. L ni z bilan almashtirib, ko‘phadni nolga tenglashtiramiz (uning ildizlarini topish uchun) va yechamiz:

$$1 - z\beta_1 - z^2\beta_2 = 0$$

$$z^2\beta_2 + z\beta_1 - 1 = 0.$$

To‘ldiruvchi yondashuv “teskari xarakterli polinom” bilan ishlaymiz,

$$\beta_2 + z\beta_1 - z^2 = 0$$

$$0 = z^2 - z\beta_1 - \beta_2 \qquad (4.5)$$

Bu holatda teskari xarakterli polinom bilan ishlash biroz osonroq bo‘ladi. Stata kabi ko‘pgina dasturiy ta’minot dasturlari o‘z natijalarini teskari xarakterli polinom nuqtayi nazaridan xabar qiladi. Bu holda, teskari ko‘phadning ildizlari birlik doira ichida yotsa, AR jarayoni statsionar hisoblanadi. Bu talabalar juda ko‘p chalkashliklarga sabab bo‘ladi.

Bu ildizlarni topish uchun kvadrat tenglamadan foydalanamiz

Y = aX^2 + bX +c da bo‘lgani kabi kvadratik tenglamani Y s va X s ko‘rinishida yozishga odatlanganmiz, bu holda ildizlar (X*) quyidagicha bo‘ladi:

$$X^* = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Demak, (4,5) tenglamaning ildizlarini topish uchun a ni 1, b ni – β_1 va c ni – β_2 ga almashtirib, kvadrat tenglamadan foydalanamiz:

$$z^{*}= \frac{\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2-4\beta_2}}{2}$$

Ildizlarning qiymatini topish uchun biz shunchaki $\hat{\beta}_1$ va $\hat{\beta}_2$ qiymatlarini kiritamiz. Agar teskari xarakterli ko‘phadning bu ildizlari 1 dan kichik bo‘lsa, jarayon barqaror bo‘ladi.

$\beta_1\ va\ \beta_2$ ning qiymatlari teskari xarakterli ko‘phadning bu ildizlari 1 dan kichik bo‘lishini ta’minlaydi:

$$\left|\frac{\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2-4\beta_2}}{2}\right| < 1 \qquad (4.6)$$

Bizda ikkinchi darajali ko‘phad bor, shuning uchun biz ikkita ildizga ega bo‘lamiz, z_1^* va z_2^*.

Biz bir nechta turli holatlarni ko‘rib chiqishimiz kerak: (1) (4.6) kvadrat ildiz ichidagi ifoda musbat, bu holda biz haqiqiy sonlar bilan ishlaymiz yoki (2) kvadrat ildiz ichidagi ifoda manfiy, bu bizning kompleks ildizlarimiz borligini bildiradi.

Keling, ildizlar haqiqiy sonlar bo‘lgan oddiyroq holatdan boshlaylik.

Birinchi ildizni topish uchun,

$$z_1^* = \frac{\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2+4\beta_2}}{2} < 1$$

$$\beta_1 + \sqrt{\beta_1^2 + 4\beta_2} < 2$$

$$\sqrt{\beta_1^2 + 4\beta_2} < 2 - \beta_1$$

$$\beta_1^2 + 4\beta_2 < (2\text{-} \beta_1)^2$$

$$\beta_1^2 + 4\beta_2 < 4 - 4\beta_1 + \beta_1^2$$

$$4\beta_2 < 4 - 4\beta_1$$

$$\beta_2 < 1 - \beta_1$$

$$\beta_2 + \beta_1 < 1 \qquad (4.7)$$

Ikkinchi ildizni topish uchun,

$$z_2^* = \frac{\beta_1 - \sqrt{\beta_1^2 + 4\beta_2}}{2} < 1$$
$$\beta_1 - \sqrt{\beta_1^2 + 4\beta_2} < 2$$
$$-\sqrt{\beta_1^2 + 4\beta_2} < 2 + \beta_1$$
$$\beta_1^2 + 4\beta_2 < (\,2 + \beta_1)^2$$
$$\beta_1^2 + 4\beta_2 < 4 + 4\beta_1 + \beta_1^2$$
$$4\beta_2 < 4 + 4\beta_1$$
$$\beta_2 < 1 + \beta_1$$
$$\beta_2 - \beta_1 < 1 \qquad (4.8)$$

Agar ildizlar kompleks sonlar bo‘lsa, buning sababi

$\sqrt{\beta_1^2 + 4\beta_2} < 0$, bu faqat β_2 manfiy bo‘lganda sodir bo‘lishi mumkin.

$$z^* = \frac{\beta_1 \pm \sqrt{\beta_1^2 + 4\beta_2}}{2} < 1$$
$$\frac{\beta_1 \pm \sqrt{(\,-1\,)(-1)(\beta_1^2 + 4\beta_2)}}{2} < 1$$
$$\frac{\beta_1}{2} \pm i\frac{\sqrt{-\beta_1^2 - 4\beta_2}}{2} < 1$$

Kompleks sonlar odatda quyidagi ko‘rinishda ifodalanadi:

z*= $r \pm ci$ bu yerda, r – haqiqiy qism, ci esa kompleks qism. Kompleks sonining uzunligi yoki “moduli” $\sqrt{r^2 + c^2}$ ga teng, statsionarlik uchun u birdan kichik bo‘lishi kerak, shuning uchun

$$\sqrt{\frac{\beta_1^2}{4} + \frac{-\beta_1^2 - 4\beta_2}{4}} < 1$$
$$\sqrt{-\beta_2} < 1$$
$$-\beta_2 < 1$$
$$\beta_2 > -1 \qquad (4.9)$$

E’tibor bering, (4.7) va (4.8) cheklovlarni qo‘shish quyidagilarga ta’sir qiladi:

$$(\beta_2 + \beta_{1)} + (\beta_2 - \beta_1) < 2$$
$$2\beta_2 < 2$$
$$\beta_2 < 1$$

(4.9) bilan qabul qilinganda, bu shuni anglatadi:

$$|\beta_2| < 1 \tag{4.10}$$

Xulosa qilib aytganda, AR (2) jarayonining β larida barqarorlikni nazarda tutuvchi uchta shart mavjud:

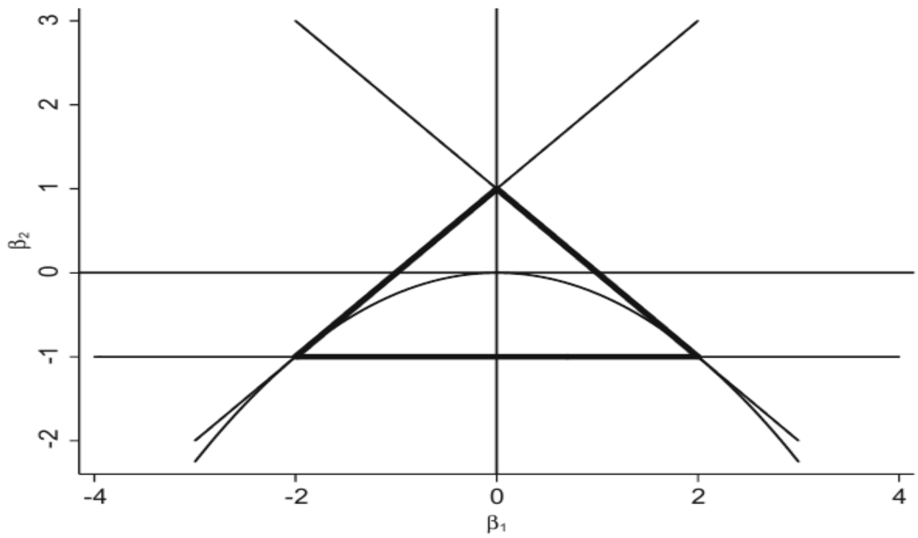
$$\beta_2 + \beta_1 < 1 \tag{4.11}$$

$$\beta_2 - \beta_1 < 1 \tag{4.12}$$

$$|\beta_2| < 1 \tag{4.13}$$

Bir soʻz bilan aytganda, (1) koeffitsiyentlar birdan katta songa qoʻshila olmaydi, shuning uchun har bir keyingi X kattaroq. (2) koeffitsiyentlar bir-biridan juda uzoq boʻlishi mumkin emas va (3) eng quyi lagdagi koeffitsiyent juda katta boʻlishi mumkin emas. Agar ushbu shartlardan birortasi buzilgan boʻlsa, unda jarayon statsionar hisoblanmaydi.

Biz Stralkovskiy uchburchagi deb ataladigan grafigikni (4.1-rasmni) koʻrib chiqish orqali cheklovlarni yaxshiroq tushunishimiz mumkin. Agar biz cheklovlarning har birini β_2 ni “y” oʻzgaruvchi sifatida va β_1 ni “x” oʻzgaruvchi sifatida qayta yozsak, u holda cheklovlar (4.11) – (4.12) uchburchakni aniqlaganini koʻramiz. Ushbu uchburchak ichiga tushadigan har qanday β toʻplami barqaror AR (2) jarayoniga olib keladi.



4.1-rasm. AR(2) jarayon barqarorligi uchun Stralkovskiy uchburchagi

Agar xarakteristik tenglama (yoki uning teskarisi) kompleks ildizlarga ega bo‘lsa, bu AR(2) jarayoni yuqoriga va pastga o‘zgaruvchan tebranishlarga ega bo‘lishini anglatadi. Agar (4.6) tenglamaning kvadrat ildizi manfiy bo‘lsa, bu kompleks ildizlar paydo qiladi:

$$\beta_1^2 + 4\beta_2 < 0$$

$$4\beta_2 < -\beta_1^2$$

$$\beta_2 < \frac{-\beta_1^2}{4} \qquad (4.14)$$

(4.14) tengsizlik bu shaklda aniq emas, biroq u Stralkovski uchburchagi ichida yaxshi geometrik talqinga ega. β ning teskari parabola ostidagi birikmalari vaqt qatoridagi tebranish tenglamalariga olib keladi. Agar β parabola ostida, lekin baribir uchburchak ichida bo‘lsa, u holda biz barqaror tebranish tenglamasiga ega bo‘lamiz. Agar β parabola ostida, lekin uchburchakdan tashqarida bo‘lsa, biz portlovchi tebranish tenglamasiga ega bo‘lamiz.

AR(p) koeffitsiyentlari bo‘yicha cheklovlar. AR(3) koeffitsiyentlardagi statsionarlik cheklovlari AR(1) yoki AR(2)ga nisbatan ancha murakkabroq. Bundan tashqari, besh yoki undan yuqori tartibli polinomlar uchun “kvadrat tenglama” degan narsa yo‘q. Shunday qilib, yuqori tartibli AR(p) jarayonlar uchun biz statsionarlikni ta’minlaydigan B uchun aniq tenglamalar to‘plamini taqdim eta olmaymiz. Ammo hammasi yo‘qolmaydi, chunki kompyuterlar kompleks ildizni raqamli ravishda hal qila oladi. Biz kvadrat formulali yechim turidan analitik yechimlar bilan qolib ketmaymiz.

AR(p) jarayonini ko‘rib chiqamiz:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + \beta_p X_{t-p} + e_t$$

X larni chap tomonda yig‘ish va L lag operatoridan foydalanish quyidagilarga olib keladi:

$$\mathrm{X}\ (1 - \beta_1 \mathrm{L} - \beta_2 L^2 - \ldots - \beta_p L^p) = e_t$$

$$\mathrm{X}\Phi\ (\mathrm{L}) = e_t$$

Bu yerda, Φ(L) kechikish polynomial.

Z ni kechikish ko‘phadiga qo‘yish xarakterli ko‘phadni beradi:

$$1 - \beta_1 z - \beta_2 z^2 - \ldots - \beta_p z^p = 0$$

Agar bu xarakterli ko‘phadning ildizlari (yani polinom nolga teng bo‘ladigan z ning qiymatlari) noldan katta bo‘lsa, AR jarayoni statsionar bo‘ladi.

Shu bilan bir qatorda, teskari xarakterli polinomning ildizlarini hisoblashimiz mumkin:

$$z^2 - \beta_1 z^{p-1} - \beta_2 z^{p-2} - \ldots - \beta_{p-1} z - \beta_p = 0$$

va ular murakkab birlik doirasi ichida ekanligini tekshiring.

Ixtiyoriy p-tartibli ko‘phad uchun “kvdrat formula” mavjud bo‘l-masa-da, kompyuterlar hali ham bunday tenglamalarning ildizlarini taxmin qilishlari mumkin. Stata buni osonlikcha bajaradi. Shunday qilib, statsionarlikni tekshirish uchun biz Stata tomonidan taqdim etilgan ildizlarning birlik doirasi ichida ekanligini tekshirishimiz mumkin.

Xarakteristik va teskari xarakteristik tenglamalar. Chiziqli ayirma tenglamasi, agar uning xarakteristik tenglamasining ildizlari mutlaq qiymatda 1 dan katta bo‘lsa, barqaror hisoblanadi. Kompleks ildizlar imkoniyatini o‘z ichiga olgan holda, cheklash xarakterli tenglamaning ildizlari uchun “modul birdan katta” (yani ular birlik doirasidan tashqarida yotishi kerak).

Ba’zi darsliklar va ekonometrik to‘plamlar (masalan, Stata) bu statsionarlikni birdan katta emas, birdan kichik ildizlarga ega ekanligini ifodalaydi. Ular o‘zaro bog‘liq, ammo turli xil tenglamalarning ildiz-lariga ishora qiladilar. Biri xarakteristik tenglamaning ildizlarini nazar-da tutadi. Ikkinchisi esa teskari tenglamaning ildizlariga ishora qiladi.

AR(p) jarayon uchun,

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + \beta_p X_{t-p} + e_t$$

Xarakterli tenglama kechikish pilinomini topib, L ning o‘rniga z ni qo‘yib, uni nolga tenglashtirish orqali topiladi.

$$1 - \beta_1 z - \beta_2 z^2 - \ldots - \beta_p z^p = 0 \qquad (4.15)$$

Teskari xarakteristika tenglamasi z=1/z ni almashtirib topiladi:

$$1-\beta_1\frac{1}{Z} - \beta_2\frac{1}{Z^2} - \ldots - \beta_p\frac{1}{Z^p} = 0$$

va ikkala tomonni Z^p ga ko‘paytirib quyidagilarga ega bo‘lamiz:

$$Z^p(\,1-\beta_1\frac{1}{Z} - \beta_2\frac{1}{Z^2} - \ldots - \beta_p\frac{1}{Z^p}\,) = 0$$

$$Z^p-\beta_1\frac{Z^p}{Z} - \beta_2\frac{Z^p}{Z^2} - \ldots - \beta_p\frac{Z^p}{Z^p} = 0$$

$$Z^p-\beta_1 Z^{p-1} - \beta_2 z^{p-2} - \ldots - \beta_p = 0$$

Ikkala tomonni minusga ko‘paytirib, qayta yozsak quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\beta_p - \ldots - \beta_2 Z^{p-2} - \beta_1 Z^{p-1} - Z^p = 0 \qquad (4.16)$$

z=1/Z bo‘lgani uchun (z) xarakteristik tenglamaning ildizlari teskari xarakteristik tenglama (Z) ildizlarining o‘zaro (yani teskari) ildizlari bo‘ladi. Teskari tenglamaning ildizlari xarakterli tenglamaning ildizlariga teskari bo‘ladi. Shunday qilib, “teskari ildizlar” yoki “teskari tenglamaning ildizlari” atamalari sinonimdir.

ARIMA(p,q) koeffitsiyentlarida cheklanishlar. p avtoregressiv shartlar va q harakatlanuvchi o‘rtachalar bilan umumiy ARIMA (p,q) modelini ko‘rib chiqamiz:

$$\begin{aligned} X_t &= \left(\beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_p X_{t-p}\right) \\ &+ (\,u_t + y_1 u_{t-1} + y_2 u_{t-2} + \cdots + y_q u_{t-q}) \end{aligned} \qquad (4.17)$$

β va y lardagi qanday cheklovlar taxminiy modelning barqarorligini ta’minlaydi?

Shartlar va omillarni yig‘ib, (4.17) tenglamani ikkita lagli ko‘phad shaklida ifodalashimiz mumkin:

$$X(\,1-\beta_1 L + \beta_2 L^2 + \cdots + \beta_p L^p) = u\,(\,1 + y_1 L + y_2 L^2 + \cdots + y_q L^q)$$

$$\Phi(L)X = \Theta(L)u$$

Bu yerda, Φ(L) – X dagi kechikish ko‘phad:

$$\Phi(L) = (1 - \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \cdots + \beta_p L^p)$$

va Θ (L), u bo‘yicha kechikish polinomdir:

$$\Theta(L) = \left(1 + y_1 L + y_2 L^2 + \cdots + y_q L^q\right).$$

Bir xil cheklovlar bu yerda ham qo‘llaniladi. Agar xarakteristik tenglamaning ildizlari birlik doiradan tashqarida bo‘lsa, qaralayot model statsionar hisoblanadi. Xuddi shunday, agar teskari xarakteristik tenglamaning ildizlari birlik doira ichida bo‘lsa, model statsionar hisoblanadi.

4.3. AR va MA jarayonlari o‘rtasidagi aloqa

Muayyan sharoitlarda AR jarayonlarini cheksiz tartibli MA jarayonlari sifatida ifodalash mumkin. Xuddi shunday MA jarayonlari uchun ham amal qiladi. Ular muayyan sharoitlardan cheksiz tartibli AR jarayonlari sifatida ifodalanishi mumkin.

AR dan MA ga o‘tish uchun AR jarayoni statsionar bo‘lishi kerak. MA dan AR ga o‘tish uchun MA jarayoni teskari bo‘lishi kerak.

AR(p) va MA(q) modellari haqida umumiy da’volar qilishdan oldin oddiy AR(1) va MA(1) modellari bilan bu bog‘lanishlarni o‘rganamiz.

AR(1) dan MA(∞). AR va MA jarayonlari o‘rtasida muhim bog‘liqlik mavjud. Statsionar AR jarayoni MA sifatida ifodalanishi mumkin va aksincha. AR(1) jarayonini ma’lum sharoitlarda MA(∞) jarayoni sifatida ifodalash mumkinligini ko‘rsatish oson. Quyidagi AR(1) jarayonini ko‘rib chiqaylik:

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t \qquad (4.18)$$

t pastki belgisi ixtiyoriy bo‘lgani uchun (4.18)ni quyidagicha yozishimiz mumkin:

$$X_{t-1} = \beta X_{t-2} + e_{t-1} \qquad (4.19)$$

$$X_{t-2} = \beta X_{t-3} + e_{t-2} \qquad (4.20)$$

(4.20)ni (4.19) va (4.19)ni (4.18)ga almashtirish:

$$X_t = \beta\,[\,\beta\,(\beta X_{t-3} + e_{t-2}) + e_{t-1}] + e_t$$
$$= \beta X_{t-3} + \beta^2 e_{t-2} + \beta e_{t-1} + e_{t}.$$

Almashtirishlarni cheksiz davom ettirish natijasida:

$$X_t = e_t + \beta e_{t-1} + \beta^2 e_{t-2} + \beta^3 e_{t-3} + \ \ldots \qquad (4.21)$$

Shunday qilib, AR(1) jarayoni MA(∞) jarayonidir:

$$X_t = e_t + y_1 e_{t-1} + y_2 e_{t-2} + y_3 e_{t-3} + \ \ldots \qquad (4.22)$$

Bu yerda, $y_1 = \beta$, $y_2 = \beta^2$, $y_3 = \beta^3$ va boshqalar.

AR(1) jarayonlari har doim shu tarzda ifodalanishi mumkinmi? Yo‘q.

AR(1) jarayoni har doim ham MA(∞) emasligining sababi bizning almashtirishni cheksiz davom ettirish qobiliyatimizdadir. X_t chekli bo‘lishi uchun (4.22)dagi cheksiz yig‘indi cheksiz bo‘lishi mumkin emas. Yig‘indi chegaralangan yoki chegaralanmaganini qanday bilamiz? Keyinroq bu savolga murojaat qilamiz.

Lag operatorlari yordamida isbotlash. Yuqorida biz to‘g‘ridan to‘g‘ri almashtirish orqali AR(1) jarayoni MA(∞) jarayoni sifatida ifodalanishi mumkinligini ko‘rdik. Biz hozir xuddi shuni L lag operatoridan foydalanib ko‘rsatishimiz mumkin:

$$X_t = \beta X_{t-1} + e_t$$

$$X_t = \beta L X_t + e_t$$

$$X - \beta L X = e_t$$

$$X_t\ (1 - \beta L) = e_t \qquad (4.23)$$

$$X_t = e_t \frac{1}{1 - \beta L} \qquad (4.24)$$

Agar βL birga teng bo‘lmasa, biz faqat (4.23) satrdan (4.24)ga o‘tishimiz mumkin, aks holda biz ifodani nolga bo‘lgan bo‘lar edik.

Yuqoridagini davom ettirib, cheksiz yig‘indi formulasini keltiramiz: 1/(1-α)=1+α^1 + α^2 +… agar |α|<1. Bu kontekstda va |βL| < 1 to‘g‘ri keladi deb faraz qilsak, βL ni α o‘rniga qo‘yishimiz va AR(1) jarayonini quyidagicha ifodalashimiz mumkin:

$$X_t = e_t(1 + \beta L + \beta^2 L^2 + \beta^3 L^3 + \cdots)$$

$$= 1 + \beta L e_t + \beta^2 L^2 e_t + \beta^3 L^3 e_t + \cdots$$

$$= 1 + \beta e_{t-1} + \beta^2 e_{t-2} + \beta^3 e_{t-3} + \ ...$$

Cheksiz yig‘indidagi shartlar mos ravishda chegaralangan bo‘lsagina cheksiz yig‘indi almashtirishni amalga oshirishimiz mumkin, bu esa |βL|<1 bilan ta’minlanadi. Yuqorida biz AR(1) cheksiz o‘smasa, |βL| < 1 ni MA (∞) sifatida ifodalanishi mumkinligini ko‘rsatdik.

AR(p)dan MA(∞)ga. Statsionar AR jarayonini MA(∞) sifatida ifodalash qobiliyati yuqori darajadagi AR(p) jarayonlarga umumlashtiriladi:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \cdots + \beta_p X_{t-p} + e_t$$

Lag operatori yordamida yozishimiz mumkin:

$$X = \beta_1 LX + \beta_2 L^2 X + \cdots + \beta_p L^p + e_t$$

$$X\Phi(L) = e_t$$

Qayerda

$$\Phi(L) = \left(1 - \beta_1 L - \beta_2 L^2 - \ldots - \beta_p L^p\right) \quad (4.25)$$

Agar Φ(L) nolga teng bo‘lmasa, (4.25) ning ikkala tomonini Φ(L) ga bo‘lish mumkin:

$$X = \frac{e_t}{\Phi(L)}$$

MA jarayonlari uchun o‘xshash shart mavjud bo‘lib, u bizga boshqa yo‘nalishda ish olib borishga imkon beradi: MA jarayonini cheksiz AR sifatida ifodalanishini “o‘zgarmaslik” deb ataymiz.

O‘zgarmaslik: MA(1)dan AR(∞). Biz statsionar AR(1) jarayoni MA(∞)ga qanday ekvivalent ekanligini ko‘rdik. MA(1) jarayonini ekvivalent AR(∞) sifatida ifodalab, boshqa yo‘nalishda burish mumkinmi? Qisqasi, ha mumkin, bunda MA jarayoni “teskari” hisoblanar ekan.

MA(1) modelini ko‘rib chiqamiz:

$$u_t = X_t - yu_{t-1} \quad (4.27)$$

Bu ham shuni anglatadi:

$$u_{t-1} = X_{t-1} - yu_{t-2} \quad (4.28)$$

$$u_{t-2} = X_{t-2} - yu_{t-3} \quad (4.29)$$

$$u_{t-3} = X_{t-3} - yu_{t-4} \quad (4.30)$$

va hokazo

(4.30) ni (4.29) ga (4.28) ni (4.27) ga almashtirib,

$$u_t = X_t - yX_{t-1} + y^2 X_{t-2} - y^3 (X_{t-3} - yu_{t-4})$$
$$= X_t - yX_{t-1} + y^2 X_{t-2} - y^3 X_{t-3} + y^4 u_{t-4}$$

Bu jarayonni cheksiz takrorlash hosil beradi:

$$u_t = X_t - yX_{t-1} + y^2 X_{t-2} - y^3 X_{t-3} + \cdots$$

$$= X_t + \sum_{i=1}^{\infty} (-y^i)\, X_{t-i}$$

Ekvivalent,

$$X_t = u_t - \sum_{i=1}^{\infty} (-y^i)\, X_{t-i} \qquad (4.31)$$

Bu AR(∞) jarayoni bo‘lib, bunda $\beta_1 = y$, $\beta_2 = -y^2$, $\beta_3 = y^3$, $\beta_4 = y^4$ va hokazo.

Yuqoridagi almashtirishlarni cheksiz davom ettirishimiz uchun talab qilingan shart AR jarayonlari bilan ishlashda statsionarlik uchun talab qilingan shartga o‘xshaydi. (4.31)dagi cheksiz yig‘indi chekli bo‘lishi kerak. U konvergent cheksiz yig‘indiga ega bo‘lishi kerak. MA jarayonidagi kechikish polinomining ildizlari birdan katta yoki teskari ildiz birdan kichik bo‘lishi kerak.

Bu yuqori darajadagi MA jarayonlariga ham tegishli. MA(q) modelini ko‘rib chiqaylik:

$$X_t = (u_t + y_1 u_{t-1} + y_2 u_{t-2} + \cdots + y_q u_{t-q})$$

$$= u_t(1 + y_1 L + y_2 L^2 + \cdots + y_q L^q) \quad = \Theta(L) u_t$$

Y ning qanday cheklovlar qo‘yish taxminiy modelning teskari bo‘lishini ta’minlaydi? O‘zgarmaslik cheklovlari to‘g‘ridan to‘g‘ri statsionarlik cheklovlariga o‘xshaydi va bunda: Θ(L)ning ildizlari birlik doirasidan tashqarida yotishi kerak.

Birlik ildizlar nima va ular nima uchun yomon? Oldingi bo‘limda ta’kidlanganidek, “birlik ildiz” lag ko‘phadining ildizlariga ishora qiladi. AR(1) jarayonida, agar birlik ildiz mavjud bo‘lsa, u holda L* = 1/β = 1, demak, β= 1, ya’ni AR jarayoni aslida tasodifiy jarayondir.

Birlik aylanada joylashgan ildizlar statsionarlikdan o‘tishni belgilaydigan ostonada joylashgan. Birlik ildiz jarayonlari, ya’ni tasodifiy jarayonlarni o‘z ichiga olgan jarayonlar bilan bog‘liq muammo shundaki, ular kichik kuzatuvlarda statsionar ko‘rinadi. Lekin ularni statsionar deb hisoblash juda notog‘ri natijalarga olib keladi. Bundan tashqari, bir statsionar bo‘lmagan jarayonni boshqasiga regressiya qilish ko‘plab “notog‘ri pozitivlar”ga olib keladi, bunda ikkita o‘zgaruvchi bo‘lmaganda bir-biriga bog‘liq ko‘rinadi.

Birlik ildizlar statsionar bo‘lmaganlikning o‘ziga xos turini ifodalaydi. Biz keyingi bobda birlik ildiz jarayonlarini (masalan, “tasodifiy jarayon”) o‘rganamiz.

Nazorat savollari:

1. Statsionarlik deb nimaga aytiladi?
2. Statsionarlik bo‘lishi uchun qanday shartlar bajarilishi lozim?
3. Qat’i statsionarlik nima?
4. O‘zgaruvchanlik va statsionarlikning farqlari mavjudmi?
5. Grenjerning usuli qanday jarayonlarni tadqiq etadi?
6. Statsionar vaqtli qatorlarning qanday xususiyatlari mavjud?
7. Statsionar bo‘lmagan vaqtli qatorlar nima deb aytiladi?
8. Xarakteristik va teskari xarakteristik tenglamalar qanday bo‘ladi?
9. Agar tenglama ildizlari kompleks sonlardan iborat bo‘lsa, u holda qanday fikr kelib chiqadi?
10. Agar regressiya koeffitsiyenti 1 dan katta bo‘lsa, vaqtli qator qanday tavsiflanadi

5-MAVZU. STATSIONAR BO‘LMAGAN VA ARIMA (p,d,q) JARAYONLARI

5.1. Farqlash va tasodifiy yurish.
5.2. Suzuvchi tasodifiy yurish.
5.3. Deterministik trend.
5.4. Suzuvchi tasodifiy yurish va deterministik trend.
5.5. Granger va Newbold usullari.

5.1. Farqlash va tasodifiy yurish

Statsionar bo‘lmagan ARIMA modellari «tasodifiy yurish» va «Suzuvchi tasodifiy yurish»ni o‘z ichiga oladi. Bu kabi oddiy bir o‘zgaruvchan modellar juda kuchli prognozlash vositalari ekanligi isbotlangan. Oddiy tasodifiy yurish modellari valuta kurslarini prognoz qilish uchun hech bo‘lmaganda strukturaviy bir o‘zgaruvchan modellarni va hatto vektor avtoregressiyalarini bajarishini aniqladi.

Farqlash. Hisoblashda integral va differensial teskari hisoblanadi. Xuddi shunday, vaqt qatorlarida integrallash va differensiallik teskari hisoblanadi, ular bir-biriga teskaridir.

Hisoblashda f (x) = ax + b funksiyada x chiziqli ortib borayotgan bo‘lsa, f (x) = a bu doimiy o‘smaydi. Xuddi shunday, agar f (x) = a^2 + bx + c funksiyada x (tegishli diapazonda) kvadratik ravishda ortib borayotgan bo‘lsa, u holda uning hosilasi f’(x) = 2ax + b chiziqli o‘sadi. Uning ikkinchi hosilasi f’’(x) = 2a doimiy hisoblanadi. Bu «o‘rtacha statsionar». Vaqt seriyasiga o‘xshash ba’zi narsaga amal qiladi.

Farqlash – bu vaqt qatorlari uchun, hisob-kitobga nisbatan farqlash uchun ishlatiladi. Agar bizda o‘rtacha qiymat ortib borayotgan vaqt seriyasi bo‘lsa, biz ketma-ketlikni statsionar qilish uchun farq operatorini yetarli marta qo‘llashimiz mumkin.

Agar seriyani statsionar qilish uchun bir marta farq olish kerak bo‘lsa, biz buni «birinchi tartibli integratsiyalashgan» yoki «I (1)» deb aytamiz.

Farqlanishi kerak bo‘lgan seriya ikkinchi marta «ikkinchi tartibli integratsiyalashgan» yoki «I (2)» deb yoziladi. Umuman olganda, agar ketma-ketlikni d marta farqlash kerak bo‘lsa, u «d tartibli integratsiyalashgan» deyiladi va «I (d)» kabi belgilanadi.

Agar X vaqt seriyasi ortib borayotgan bo‘lsa, u statsionar emas. Agar uning birinchi (yoki undan yuqori) farqlari statsionar bo‘lsa, biz uni «integratsiyalashgan» deb aytamiz. Farqlar barcha statsionar bo‘lmagan jarayonlarni olib tashlamaydi, u faqat integratsiya bilan bog‘liq bo‘lmagan statsionarlikni olib tashlaydi.

Biz I(d) o‘zgaruvchilarni kiritishda statsionar jarayonlar uchun ishlatgan ARMA(p,q) modelini osongina qurishimiz mumkin. ARIMA(p,d,q) modellarini yaratish uchun ikkalasini birlashtirish mumkin. Haqiqatan ham, bu yerda baholash bo‘yicha yangilik kam. Biz shunchaki o‘zgaruvchini bir necha marta farqlash o‘zgaruvchini statsionar qiladimi yoki yo‘qligini aniqlashimiz kerak. Keyin tahlilning ARMA(p,q) qismini davom ettiramiz.

Quyida biz uch xil nostatsionar jarayonga farqlanish qanday ta’sir qilishini ko‘rib chiqamiz: tasodifiy yurish, suzuvchi tasodifiy yurish va deterministik trend modeli. Biz qiyinchilikni o‘zgaruvchining «d» farqlaridan keyin statsionar yoki yo‘qligini aniqlashda ekanligini ko‘ramiz. Noto‘g‘ri farqlarni olish bizning muammolarimizga qo‘shimcha qiladi, shuning uchun bu qiyin va avtomatik yechim emas.

Tasodifiy yurish. Tasodifiy yurish jarayoni statsionar bo‘lmagan jarayonning oddiy misollaridan biridir. Tasodifiy yurish:

$$X_t = X_{t-1} + e_t \tag{5.1}$$

bu odatiy AR (1), lekin X_{t-1} koeffitsiyenti birga teng. Qachonki, bu koeffitsiyent birga teng yoki undan katta bo‘lsa, qator chegaralanmagan holda ortadi (yoki kamayadi). Shunday qilib, uning kutilgan qiymati vaqt davriga bog‘liq bo‘lib, jarayon statsionar bo‘lmaydi.

Tasodifiy yurishning farqi va o‘rtachasi. Tasodifiy yurishni qanday qilib statsionar qilish kerakligini ko‘rsatishdan oldin, keling nima uchun tasodifiy yurishning o‘zi statsionar emasligini bilib olaylik. Buning uchun biz bu jarayonni biroz boshqacha tarzda qayta ifodalashimiz kerak bo‘ladi.

(5.1) tenglamaning ikkala tomoniga orqaga siljish yoki kechikish operatorini qo‘llash va natijani (5.1)ga almashtirsak, quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$X_t = X_{t-1} + e_t$$
$$= (X_{t-2} + e_{t-1}) + e_t$$

Bunday almashtirishni t = 0 davriga davom ettirish bizga tasodifiy yurish modelini yozish imkonini beradi:

$$X_t = X_0 + e_1 + e_2 + ... + e_{t-1} + e_t \qquad (5.2)$$

Shu tarzda yozilgan bo‘lsa, bu jarayonning o‘rtacha va tafovuti nima ekanligini ko‘rish biz uchun osonroq bo‘ladi.

0-davrda (5.2) tenglamaning ikkala tomonini olgan holda.

$$E (X_t \mid X_0) = E (X_0 + e_1 + e_2 + ... + e_t \mid X_0)$$
$$= X_0 + E (e_1 \mid X_0) + E (e_2 \mid X_0) + ... + E (e_t \mid X_0)$$
$$= X_0.$$

Tasodifiy yurish modelida jarayonni juda oldindan aytib bo‘lmaydi, shuning uchun 0 davridagi X ning t davrida nima bo‘lishini bizning eng yaxshi taxminimiz, hozirgi nol davrdagi X qiymatidir. Kelgusida tasodifiy yurishning taxmin qilingan qiymati uning bugungi qiymatiga teng.

(5.2) tenglamaning ikkala tomonining dispersiyasini olish quyidagilarni beradi:

$$Var (X_t) = Var (X_0 + e_1 + e_2 + ... + e_{t-1} + e_t).$$

Xato (error)larning har biri bir-biridan mustaqil ravishda bo‘lganligi sababli ular o‘rtasida kovariatsiya yo‘q va X_0 (5.2)dagi e_s lardan oldin bo‘lganligi sababli, X_0 va e ning o‘rtasida kovariatsiya yo‘q. Shuning uchun biz dispersiyani hisoblashni qo‘shimcha shartlar orqali amalga oshirishimiz mumkin:

$$Var (X_t) = Var (X_0) + Var (e_1) + Var (e_2) + ... + Var (e_{t-1}) + Var (e_t)$$
$$= 0 + \sigma^2 + \sigma^2 + ... + \sigma^2 + \sigma^2$$

$$= t\sigma^2.$$

X_t ning dispersiyasi t ning funksiyasi bo‘lgani uchun jarayonning dispersiyasi statsionar emas.

Birinchi farqni olish qatorni statsionar qiladi. Biz tasodifiy yurish jarayonini bir marta farqlashimiz mumkin va natijada farqlangan qator statsionar bo‘ladi. Buni ko‘rish uchun (5.1) tenglamaning ikkala tomonidan X_{t-1} ni ayirish kerak:

$$X_t - X_{t-1} = X_{t-1} - X_{t-1} + e_t$$

$$Z_t = e_t,$$

bu yerda biz yangi farqli seriyani Z_t deb ataymiz. Farqlangan seriyalar endi qat’i tasodifiy jarayondir, aslida biz ushbu bobda ko‘rib chiqqan birinchi model, statsionar model.

5.2. Suzuvchi tasodifiy yurish

«Suzuvchi tasodifiy yurish» statsionar bo‘lmagan jarayonning yana bir turidir. Bu yuqoriga (yoki pastga) yo‘naltirilgan tasodifiy yurish jarayoni va quyidagilar bilan belgilanadi:

$$X_t = \beta_0 + X_{t-1} + e_t \qquad (5.3)$$

Bu jarayon biroz boshqacha atamalar bilan ifodalanishi mumkin, biz buni samarali deb hisoblaymiz. X_0 ning boshlang‘ich qiymatini hisobga olgan holda, biz uni nolga tengladik:

$$X_0 = 0$$

$$X_1 = \beta_0 + X_0 + e_1 = \beta_0 + e_1$$

$$X_2 = \beta_0 + X_1 + e_2 = \beta_0 + (\beta_0 + e_1) + e_2 = 2\beta_0 + e_1 + e_2$$

$$X_3 = \beta_0 + X_2 + e_3 = \beta_0 + (2\beta_0 + e_1 + e_2) + e_3 = 3\beta_0 + e_1 + e_2 + e_3$$

$$X_t = t\beta_0 + \sum_{i=1}^{t} e_i \qquad (5.4)$$

Suzuvchi tasodifiy yurishning o‘rtacha va farqi. Quyida biz suzuvchi tasodifiy yurish nima uchun o‘rtacha statsionar yoki dispersiya statsionar emasligini ko‘rib chiqamiz.

(5.4) tenglamaning matematik kutilmasini olishda biz t vaqtning istalgan nuqtasida X ning o‘rtachasi ekanligini ko‘ramiz:

$$E(X_t) = t\beta_0 \tag{5.5}$$

(5.4) tenglamaning dispersiyasi quyidagicha hisoblanadi:

$$Var\ (X_t) = Var\ (t\beta_0 + \sum_{i=1}^{t} e_i) = Var\ (\sum_{i=1}^{t} e_i) = t\sigma_e^2 \tag{5.6}$$

t ortishi bilan *X* ning o‘rtacha va dispersiyasi ham oshadi.

Birinchi farqni olish uni statsionar qiladi. (5.3) tenglamaning birinchi farqi quyidagicha bo‘ladi:

$$X_t - X_{t-1} = \beta_0 + X_{t-1} + e_t - X_{t-1} \tag{5.7}$$

$$\Delta X_t = \beta_0 + e_t \tag{5.8}$$

$Y_t = \Delta X_t$ bo‘lsin va quyidagi o‘rinli bo‘ladi:

$$Y_t = \beta_0 + e_t \tag{5.9}$$

Y_t o‘zgaruvchi shunchaki oq shovqin bo‘lib, o‘rtachasi b_0 ga teng.

5.3. Deterministik trend

Statsionar bo‘lmagan jarayonning uchinchi holati:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t \tag{5.10}$$

bu yerda *t* o‘tgan vaqtni bildiradi va *β* lar parametrlardir, modeldagi yagona tasodifiy komponent e_t va u IID xatolari hisoblanadi.

O‘rtacha va farq. Deterministik trend modelining o‘rtacha qiymati:

$$E(X_t) = E\ (\beta_0 + \beta_1 t + e_t) = \beta_0 + \beta_1 t$$

Farq shundaki:

$$Var\ (X_t) = V\ (\beta_0 + \beta_1 t + e_t) = Var(e_t) = \sigma_e^2.$$

Shunday qilib, deterministik trend jarayoni statsionar bo‘lmagan o‘rtacha (vaqt o‘tishi bilan chiziqli ravishda o‘sib boradi) va statsionar dispersiyaga (σ_e^2 ga teng) teng.

Birinchi farq MA birligi ildizini kiritadi. (5.10) tenglamaning birinchi farqini olish quyidagicha:

$$\begin{aligned} X_t - X_{t-1} &= (\beta_0 + \beta_1 t + e_t) - (\beta_0 + \beta_1 (t - 1) + e_{t-1}) \\ &= \beta_1 t + e_t - (\beta_1 t - \beta_1) - e_{t-1} \\ &= \beta_1 + e_t - e_{t-1}. \end{aligned}$$

Ushbu birinchi farqlangan qator vaqtga bog‘liq bo‘lmagani uchun, birinchi farqlangan qatorning o‘rtacha va dispersiyasi ham vaqtga bog‘liq emas:

$$E(X_t - X_{t-1}) = E(\beta_1 + e_t - e_{t-1}) = \beta_t$$

$$Var(X_t - X_{t-1}) = Var(e_t - e_{t-1}) = Var(e_t) + Var(e_{t-1}) = 2\sigma_e^2 .$$

E’tibor bering, birinchi farq olingan model endi xato shartlarida MA birlik ildiziga ega. Deterministik trendni olib tashlash uchun hech qachon birinchi farqlarni qabul qilmaslik lozim. Aksincha, X ni o‘z vaqtida regressiya qilish va keyin qoldiqlar bilan ishlash lozim. Bu qoldiqlar endi chiziqli ravishda X ni ifodalaydi.

5.4. Suzuvchi tasodifiy yurish va deterministik trend

(a) suzuvchi tasodifiy yurishlar va (b) deterministik tendensiya jarayonlari o‘rtasida juda ko‘p o‘xshashliklar mavjud. Ularning ikkalasi ham statsionar emas, lekin statsionar bo‘lmaganlikning manbayi boshqacha. Ushbu modellarni yonma-yon ko‘rib chiqish lozim.

«Suzuvchi tasodifiy yurish» – bu $X_t = \beta_0 + X_{t-1} + e_t = t\beta_0 + \sum_{i=1}^{t} e_i$ ning o‘rtacha va variatsiyasi bilan $E(X_t) = t\beta_0$ $Var(X_t) = t\sigma_e^2$.

Uni statsionar qilish uchun farqlash kerak. Deterministik trend modeli:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + e_t$$

ning o‘rtacha va variatsiyasi bilan

$$E(X_t) = t\beta_1 + \beta_0$$

$$Var(X_t) = \sigma_e^2.$$

Ikkala model ham vaqt o‘tishi bilan chiziqli ravishda o‘sib boruvchi vositalarga ega. Bu ma’lumotlarning qaysi jarayon tomonidan yaratilganligini vizual ravishda aniqlash jarayonni juda qiyinlashtiradi. Suzuvchi tasodifiy yurishning dispersiyasi vaqt o‘tishi bilan o‘sib boradi, deterministik trend modelining dispersiyasi esa yo‘q.

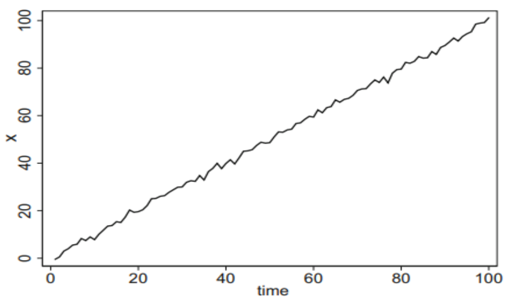
Quyida biz ma’lum bir ma’lumotlar to‘plamini qaysi turdagi jarayon yaratganligini aniqlashning ba’zi rasmiy vositalarini ko‘rsatamiz.

Tegishli ravishda farqlash va pasaytirish. Biz uni statsionar qilish uchun integrallashgan jarayonning birinchi farqini olishimiz mumkinligini ko‘rdik. Bunday jarayon «farq statsionar» (“difference stationary”) deb aytiladi.

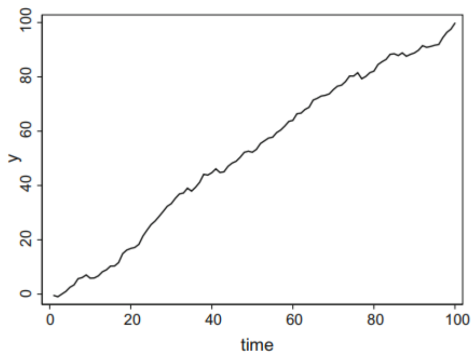
Jarayonning boshqa turi «trend statsionar» (“trend stationary”) deb ataladi. Bunday jarayon ortib borayotgan o‘rtachaga ega, shuning uchun u ma’lum ma’noda statsionar emas. Ammo uni «tortishish» orqali statsionar qilish mumkin va shuning uchun u «trend statsionar» deb ataladi. Ajablanarlisi shundaki, farqlash ham, yo‘qotish ham tendensiyani yo‘q qiladi, lekin ular ikki xil narsaga ishora qiladi. Ekonometristlar ma’lumotni «to‘xtatmoqdalar» deb aytishganda, ular odatda deterministik trend mavjudligini anglatadi. ya’ni, «vaqt» o‘zgaruvchisi ma’lumotlarni yaratish jarayonida namoyon bo‘ladi. Uning ta’siri vaqtni regressiyaga kiritish va qoldiqlarni olish orqali olib tashlanishi mumkin.

Xo‘sh, nega bu farqni tushunish lozim? Agar biz farq – statsionar jarayonni yoki trend-statsionar jarayonni farq qilsak nima bo‘ladi? Ushbu ikkita savolga biz ushbu kichik bo‘limda javob beramiz. Biz buni ba’zi ma’lumotlarni simulatsiya qilish va nima sodir bo‘lishini ko‘rish orqali qilamiz.

Birinchidan, ikkita o‘zgaruvchini yarataylik: biri trend-statsionar (u o‘ng tomondagi o‘zgaruvchi sifatida vaqtga ega) va ikkinchisi farq-statsionar (suzuvchi tasodifiy yurish).

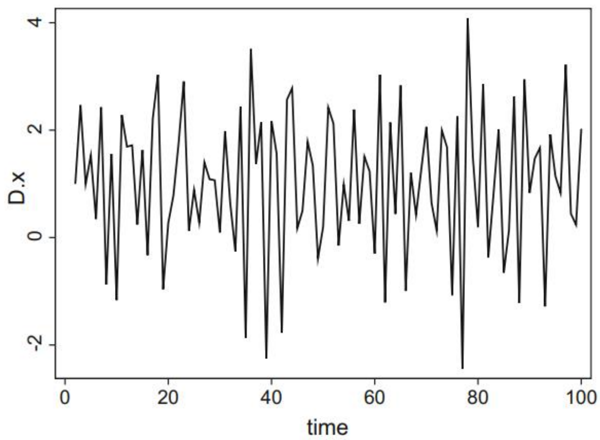


5.1-rasm. x: trend-statsionar jarayon

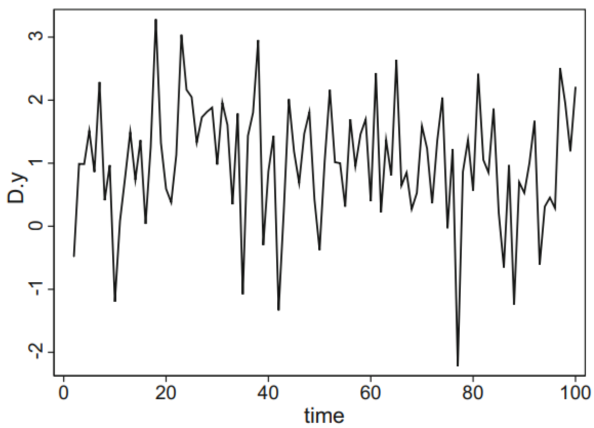


5.2-rasm. y: Farqi-statsionar jarayon
(suzuvchi tasodifiy yurish)

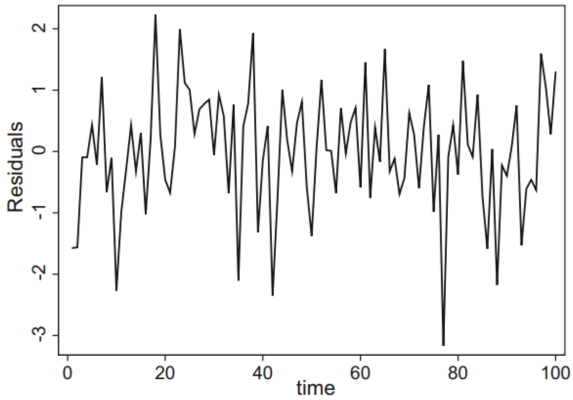
Bu ikki seriya boshidan juda o‘xshash ko‘rinadi. Vizual ravishda ular o‘z darajalarida (5.1, 5.2-rasm) va birinchi farqlarda (5.3, 5.4-rasmlar) deyarli farqlanmaydi. Ular, shuningdek, zaiflashganda ham o‘xshash ko‘rinadi (5.5 va 5.6-rasmlar).



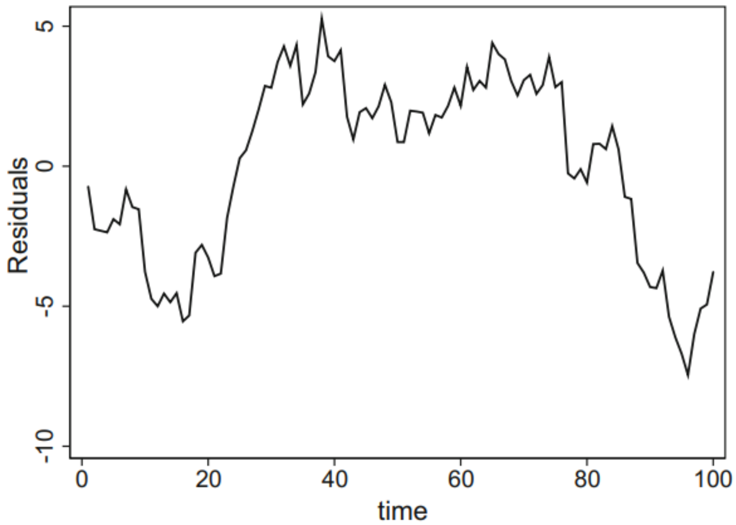
5.3-rasm. D.x: Birinchi farqdagi trend-statsionar jarayon



5.4-rasm. D.y: Birinchi farqli ayirma-statsionar jarayon



5.5-rasm. dtx: Chiziqli detrendlangan trend-statsionar jarayon



5.6-rasm. dty: Chiziqli detrendlangan farq-statsionar jarayon

Aytish lozimki, *x* trend-statsionar, *y* farq-statsionar (suzuvchi tasodifiy yurish). Birinchi farqlangan o‘zgaruvchilarning ikkalasi ham 1,02 atrofida o‘rtachaga ega ekanligini ko‘rishimiz mumkin. Biroq, ularning standart og‘ishlari biroz boshqacha ko‘rinadi. Biz trend-statsionar o‘zgaruvchini farqlaganimizda standart og‘ish, farq-statsionar o‘zgaruvchi *x* ni farq qilganimizda, stdevdan biroz yuqori statsionar o‘zgaruvchi *y* bo‘ladi.

Trend seriyalari ham shunga o‘xshash nol vositalariga ega. Biz trend-statsionar o‘zgaruvchidan voz kechganimizda standart og‘ish, farqli statsionar o‘zgaruvchi *y* ni tushirganimizda standart og‘ishdan ancha past bo‘ladi.

Noto‘g‘ri farq olish (haddan tashqari farq olish). Integratsiyalashgan o‘zgaruvchilarni farqlash ularni statsionar qiladi. Xavfsiz bo‘lish va statsionarlikni ta’minlash uchun barcha o‘zgaruvchilarni shunchaki farqlashimiz kerakmi? Yo‘q. O‘zgaruvchining statsionar bo‘lmasligi uchun siz farqni kamaytirganingizdek, o‘zgartirilgan o‘zgaruvchi teskari bo‘lmagan bo‘lishi uchun ham ortiqcha farq qilishingiz mumkin.

Haddan tashqari farq olish bir qator muammolarni keltirib chiqaradi. Birinchidan, haddan tashqari farq olish jarayonning MA shartlarida birlik ildizini keltirib chiqaradi. Bunday modellarni baholash qiyin bo‘lishi mumkin. Bu ma’lumotlarda sun’iy salbiy avtokorrelatsiyani keltirib chiqaradi. Va oldingi bir necha sahifalarda ko‘rganimizdek, bu ma’lumotlarning farqini oshirishga intiladi. Nihoyat, haddan tashqari farq olish ma’lumotlarni keraksiz ravishda tashlaydi. Har safar farq qilganimizda kuzatishni yo‘qotamiz. Shuningdek, u ma’lumotlar darajasi haqidagi ma’lumotlarni tashlab yuboradi, chunki doimiylar o‘chiriladi. Va u o‘rta va uzoq muddatli (ma’lumotlarning asta-sekin o‘zgaruvchan darajalari) haqidagi ma’lumotlarni o‘chirib tashlaydi, qisqa muddatli o‘zgarishlarga imtiyoz beradi (bir davrdan ikkinchisiga qolgan o‘zgarish).

Agar siz oq shovqin jarayonini noto‘g‘ri farq olsangiz nima bo‘lishini ko‘rib chiqing:

$$X_t = e_t.$$

Oq shovqin jarayonlari allaqachon statsionar. Bir nuqtaga kechikish va ayirish,

$$X_t - X_{t-1} = e_t - e_{t-1}$$
$$\ddot{X}_t = e_t - e_{t-1},$$

Bu yerda biz $\ddot{X}_t$ ni ΔX_t ga teng deb belgilaymiz. E’tibor bering, (5.11) MA-birlik ildiziga ega bo‘lmagan MA (1) jarayonidir.

Jarayonning xilma-xilligini oshirdik. O‘zgartirilmagan o‘zgaruvchining dispersiyasi: $Var(X_t) = Var(e_t)$ bo‘ldi. Haddan tashqari farqlashdan keyin o‘zgartirilgan o‘zgaruvchining dispersiyasi:

$$Var\,(\ddot{X}_t) = Var\,(e_t - e_{t-1})$$
$$= Var(e_t) - 2Cov\,(e_t, e_{t-1}) + Var(e_{t-1})$$
$$= Var(e_t) + Var(e_{t-1})$$
$$= Var(e_t) + Var(e_t)$$
$$= 2Var(e_t).$$

Farq ikki baravar oshdi. Jarayon allaqachon statsionar edi. Biz uni ko‘proq statsionar qilmadik. Bizning qilgan ishimiz vaziyatni yomonlashtirdi: oq shovqin qo‘shildi. Ekonometristlar shovqin orqali signalni topishga intilishadi, ammo bu yerda biz ko‘proq shovqin qo‘shdik.

Birinchi farq olish ma’lumotlarga salbiy avtokorrelatsiyani ham kiritadi. Oq shovqin jarayonining ACF har bir kechikishda nolga teng. Ammo endi, haddan tashqari farq olishdan so‘ng, lag = 1 da $\ddot{X}_t$ ning ACF:

$$Corr\,(\ddot{X}_t, \ddot{X}_{t-1}) = \frac{Cov(\ddot{X}_t, \ddot{X}_{t-1})}{\sqrt{Var(\ddot{X}_t)Var(\ddot{X}_{t-1})}}$$
$$= \frac{Cov(\ddot{X}_t, \ddot{X}_{t-1})}{Var(\ddot{X}_t)}$$
$$= \frac{E(\ddot{X}_t\ddot{X}_{t-1}) - E(\ddot{X}_t)E(\ddot{X}_t)}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{E(\ddot{X}_t\ddot{X}_{t-1})}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{E[e_t - e_{t-1})(e_{t-1} - e_{t-2})]}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{E(e_te_{t-1} - e_te_{t-2} - e_{t-1}e_{t-1} + e_{t-1}e_{t-2})}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{E(e_te_{t-1}) - E(e_te_{t-2}) - E(e_{t-1}e_{t-1}) + E(e_{t-1}e_{t-2})}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{Cov(e_t, e_{t-1}) - Cov(e_t, e_{t-2}) - Var(e_t) + Cov(e_{t-1}, e_{t-2})}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{0 - 0 - Var(e_t) + 0}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{-Var(e_t)}{2Var(e_t)}$$
$$= \frac{-1}{2}$$
$$< 0$$

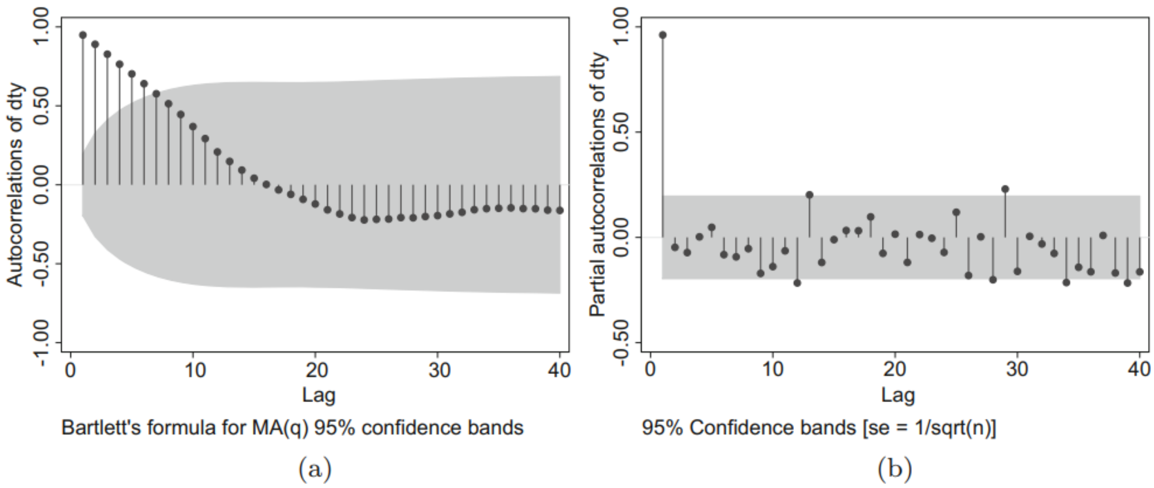
Albatta, agar jarayon haqiqatan ham oq shovqin bo‘lsa, unda ma’lumotlar grafigi statsionar ko‘rinishga ega bo‘ladi, siz birinchi navbatda farqlanishga e’tibor bermaysiz. Haqiqiyroq misol trend-statsionar jarayon bo‘lib, bunda ortib borayotgan qiymatlar sizni avtomatik ravishda birinchi farqqa undashi mumkin.

Agar siz trend-statsionar jarayonni noto‘g‘ri ravishda birinchi bo‘lib farq olsangiz nima bo‘ladi?

$$X_t = \alpha + \beta t + e_t.$$

Agar birinchi farqni olsak,

$$X_t - X_{t-1} = (\alpha + \beta t + e_t) - (\alpha + \beta(t-1) + e_{t-1})$$
$$= \alpha + \beta t + e_t - \alpha - \beta(t-1) - e_{t-1}$$
$$= \beta t + e_t - \beta t + \beta - e_{t-1}$$
$$\ddot{X}_t = \beta + e_t - e_{t-1}.$$



5.7-rasm. (a) ACF va (b) suzuvchi tasodifiy yurishning PACF

Biz buni MA (1) jarayoniga aylantirdik. E’tibor bering, e_{t-1} koeffitsiyenti birga teng, shuning uchun MA shartlarida birlik ildiz mavjud. Shunday qilib, u o‘zgarmasdir.

Noto‘g‘ri pasayish. Agar biz noto‘g‘ri suzuvchi tasodifiy yurishdan voz kechsak nima bo‘ladi (bu farq statsionar o‘zgaruvchidir)? Noto‘g‘ri bekor qilish ko‘pgina gipoteza sinovlarini bekor qiladi. Tasodifiy yurishdan voz kechish, shuningdek, ma’lumotlarda soxta sikllilik yoki mavsumiylikni keltirib chiqaradi. Bu 5.7-rasmda ACFning «sinus to‘lqini» shakli bilan aniqlangan va PACFda biroz muntazam oraliqlarda keskin ko‘tariladi.

5.5. Granger va Newbold usullari

1974-yilda Granger va Newbold ekonometrika bo‘yicha eng ta’sirli maqolalardan birini nashr etdilar. Ular simulatsiya orqali shuni ko‘rsatdilarki, agar ikkita mutlaqo bog‘liq bo‘lmagan seriyalar bir-biriga regressiya qilingan bo‘lsa, lekin bu seriyalarning har biri birlik ildizga ega bo‘lsa, unda barcha standart usullar ikkita seriyaning bog‘liqligini ko‘rsatishga moyil bo‘ladi. Ular orasida statistik ahamiyatga ega bo‘lgan koeffitsiyentlar bo‘ladi (yani, statistik ahamiyatga ega β lar), ular past p-qiymatlarga va ular yuqori R^2 ga ega bo‘ladi. Ikki qator mustaqil tasodifiy yurishlar bo‘lsa ham, bir-biriga hech qanday aloqasi yo‘q, cheklangan namunalarda ular o‘xshash ko‘rinadi.

Ikki qator, *Y* va *X*, suzuvchi tasodifiy yurishlar yoki yo‘qligini tushunish eng oson. Ularning ikkalasi ham suzuvchi bo‘lganligi sababli, X bo‘yicha Y regressiya ular o‘rtasida chiziqli munosabatni topadi, chunki ular ikkalasi ham siljiydi. Agar ikkalasi ham bir xil yo‘nalishda tendensiyada bo‘lsa, koeffitsiyent ijobiy bo‘ladi, agar ular qarama-qarshi yo‘nalishda bo‘lsa, koeffitsiyent salbiy bo‘ladi. Ammo gap shundaki, statistik jihatdan muhim koeffitsiyent hisoblanadi.

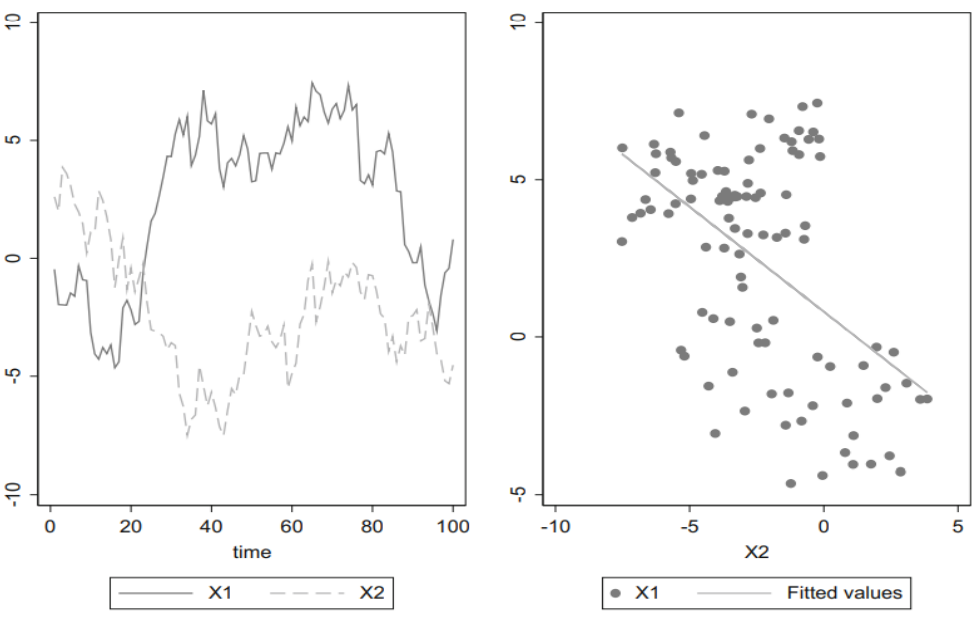
Granger va Newbold o‘zgaruvchilarda suzuvchi bo‘lmagan taqdirda ham shunday bo‘lishini ko‘rsatdi. Suzuvchisiz ikkita tasodifiy yurish maqsadsiz yurish bo‘ladi, lekin sarson bo‘lmaydi. Shunday qilib, ular qandaydir trendga egadek ko‘rinadi. Bir-birining orqaga qaytishi ular o‘rtasidagi statistik jihatdan ahamiyatli munosabatni ko‘rsatadi. Integratsiyalashgan o‘zgaruvchilar o‘rtasidagi munosabatlarni topishning bunday hodisasi «soxta regressiya» deb ataladi.

Phillips (1986) Granger va Newboldning topilmalarini tushuntiruvchi nazariyani taqdim etadi. Phillips shuni ko‘rsatadiki, bu soxta regressiya muammosi, to‘plam hajmi oshgani sayin yomonlashadi.

Biz nima sodir bo‘lganini o‘zgaruvchilarning grafiklariga qarab tushunishimiz mumkin. Yuqoridagi birinchi grafik vaqt o‘tishi bilan ikkita tasodifiy yurishni ko‘rsatadi. Tasodifiy tasodif tufayli ular o‘rtasida salbiy korrelatsiya borga o‘xshaydi. Bu biz X_1 va X_2 ning tarqalish grafigini hosil qilganimizda va regressiya chizig‘ini tarqalish ustiga qo‘yganimizda ko‘rsatiladi (5.8-rasm).

Stata ushbu ikki qator o‘rtasida salbiy va statistik jihatdan ahamiyatli munosabatni topadi. ya’ni, ikkita seriya bir-biridan mustaqil ravishda yaratilgan bo‘lsa-da, Stata hatto 1% darajasida ham statistik ahamiyatga ega bo‘lgan munosabatlarni baholaydi.

Albatta, bu faqat bir juft seriya uchun edi. Agar biz boshqa raqamlar to‘plamini chizganimizda nima bo‘ladi? O‘quvchilarga yuqoridagi kodni yana bir marta Stataga kiritish tavsiya etiladi, lekin o‘rnatilgan **set seed** buyrug‘ini olib tashlash. Ushbu buyruq o‘chirilgan bo‘lsa, har safar **do** faylini ishga tushirganingizda turli xil tasodifiy raqamlar to‘plamini chizasiz. Biroq, siz juda tez-tez, ya’ni vaqtning 5% dan ko‘prog‘i, hech qanday munosabatlarning nolligini rad qilishingizni aniqlaysiz.



5.8-rasm. Ikki tasodifiy yurish o‘rtasidagi soxta korrelatsiya

Quyida biz ushbu jarayonni minglab marta takrorlashni ko‘rsatamiz, har safar natijani saqlagan holda, natijalarni umumlashtirishimiz mumkin. ya’ni, biz Grenjer va Nyubold qilgan narsaga o‘xshash «soxta regressiya» hodisasini simulatsiya qilish usulini ko‘rsatamiz.

Avval dasturni aniqlaymiz. Ushbu dastur simulatsiya ning bir marta ishlashi bilan nima sodir bo‘lishini tasvirlaydi.

Biz hozirgina har biri uzunligi 50 ta bo‘lgan ikkita tasodifiy yurishni yaratdik. Biz bir-biridan orqaga chekindik, R^2, p-qiymati va Durbin-Watson statistikasini hisobladik. Biz bu raqamlarni hisobga oldik va butun jarayonni yana 199 marta takrorladik. Keyin biz ushbu natijalarning barchasini yuqoridagi jadvalda jamladik.

Ko‘rib turganimizdek, o‘rtacha R^2 =0,21 ga teng. Bu o‘zgaruvchilar o‘rtasida hech qanday bog‘liqlik yo‘qligini hisobga olsak, bu juda yuqori. Bundan tashqari, *count if Pval < 0.05*.

200 ta p-qiymatdan bir yuz o‘ttiz (yoki 65%) 0,05 dan kam. ya’ni, vaqtning 65%, biz ikkita mustaqil birlik-ildiz jarayoni statistik o‘zaro bog‘liqligiga ishonamiz. Bu biz kutganimizdan ancha ko‘p, bu bizga Granger va Newboldning to‘g‘ri ekanligini ko‘rsatadi: ikkita birlik ildizni bir-biriga bog‘lash ularni bir-biriga bog‘liqligiga noto‘g‘ri ishonishga olib keladi.

Yuqorida biz oddiy bir o‘zgaruvchan modellarni ko‘rib chiqdik. Biz buni ikki sababga ko‘ra uzoq davom ettirdik. Birinchidan, ushbu asosiy modellarni tushunish bizga yanada murakkab modellarni tushunishga yordam beradi. Ikkinchidan, bu oddiy modellar juda kuchli. Darhaqiqat, prognozlash jarayonlarida bu oddiy modellar ancha murakkab modellarga nisbatan o‘zini aniqligini ko‘rsatadi.

Nazorat savollari:

1. Vaqtli qatorlarda farqlar nima uchun olinadi?
2. Vaqtli qatorlarda farqlar qanday olinadi?
3. Farqlar farqi nima deb aytiladi?

4. Vaqtli qatordan farq olishni qachon tugatish lozim?
5. Birinchi tartibli integrallashgan deb nimaga aytiladi?
6. Ikkinchi tartibli integrallashgan qanday yoziladi?
7. Tasodifiy yurish va suzuvchi tasodifiy yurish nima?
8. Granger va Newbold usullarining mohiyati nima?
9. Birlik ildiz qanday aniqlanadi?
10. Trend-statsionar o‘zgaruvchini farqlaganimizda standart og‘ish qanday aniqlanadi?

6-MAVZU. MAVSUMIY ARMA (p,q) JARAYONLARI

6.1. Har xil turdagi mavsumiylik.

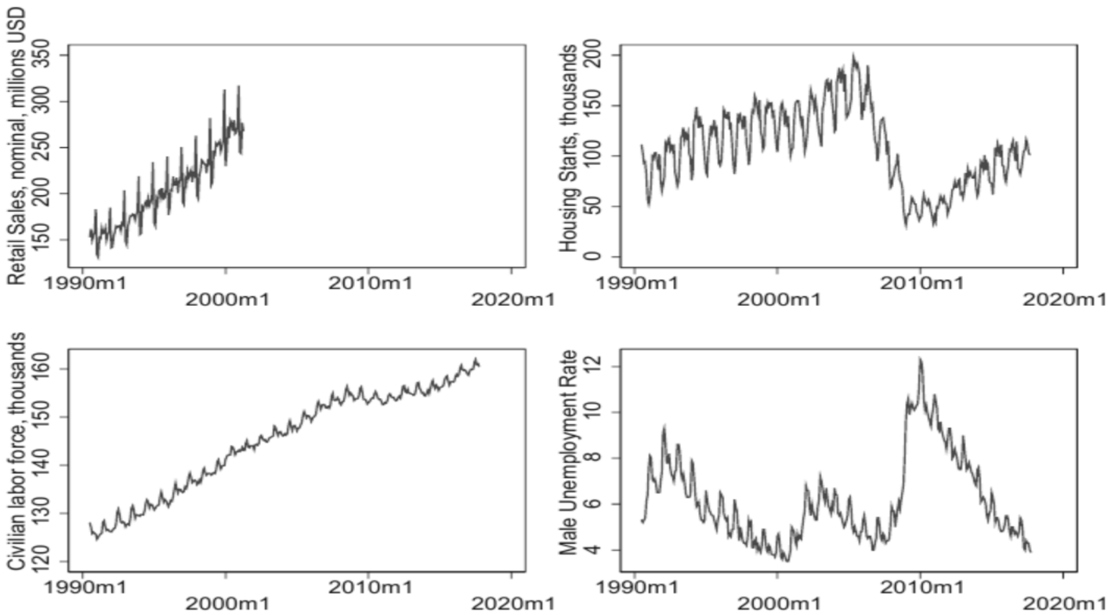
6.2. Identifikatsiyalash, o‘zgarmaslik va barqarorlik.

6.3. Mavsumiy birlik ildizlar va mavsumsiz ma’lumotlardan foydalanish.

6.1. Har xil turdagi mavsumiylik

Ko‘plab moliyaviy iqtisodiy vaqt seriyalari muntazam sikllik, davriylik yoki “mavsumiylik”ni namoyon qiladi. Masalan, qishloq xo‘jaligi mahsuloti mavsumiy o‘zgarishlarga mos keladi, gullar savdosi, chakana savdo dekabrda yuqori bo‘ladi, kollej shaharlarida pivo sotuvi yoz oylarida past bo‘ladi.

Albatta, bu yerda “mavsumiylik” deganda, biz shunchaki har qanday davriylikni nazarda tutamiz (6.1-rasm). Haftalik takrorlanuvchi to‘lqinlar mavsumiy bo‘lib, ular haftalik chastotaga ega.



6.1-rasm. Ba’zi mavsumiy vaqt seriyalari

Mavsumiylik turli uzunliklarga ega bo‘lishi mumkin. Chakana savdo mavsumiy xarid qilish mavsumiga qarab farq qiladi, lekin ular haftalik chastotada “mavsumiylikka” ham ega: hafta oxiri sotuvi ish kunidagi savdodan yuqori. Bundan tashqari, ikkita mavsumiy ta’sir turli xil bo‘lishi mumkin (stoxastik va deterministik). Agar har chorakda aviakompaniyalar sayohati bo‘yicha ma’lumotlar bo‘lsa, qanday mavsumiy modelni ko‘rishingiz mumkin? Agar oylik ma’lumotlaringiz bo‘lsa nima bo‘ladi?

ACF va PACFlar mavsumiylikni aniqlashda ayniqsa foydali bo‘ladi, chunki bir-yil ichida to‘rtinchi chorak YaIM boshqa-yilda to‘rtinchi chorak YaIM bilan tuzatilishi kerak.

Har xil turdagi mavsumiylik. O‘sish modellari deterministik yoki stoxastik, statsionar yoki integratsiyalashgan bo‘lishi mumkin bo‘lgani kabi, mavsumiylikni ko‘rsatadigan modellar ham shunday bo‘lishi mumkin.

Mavsumiylik deterministik yoki stoxastik, qo‘shimcha yoki multiplikativ bo‘lishi mumkin.

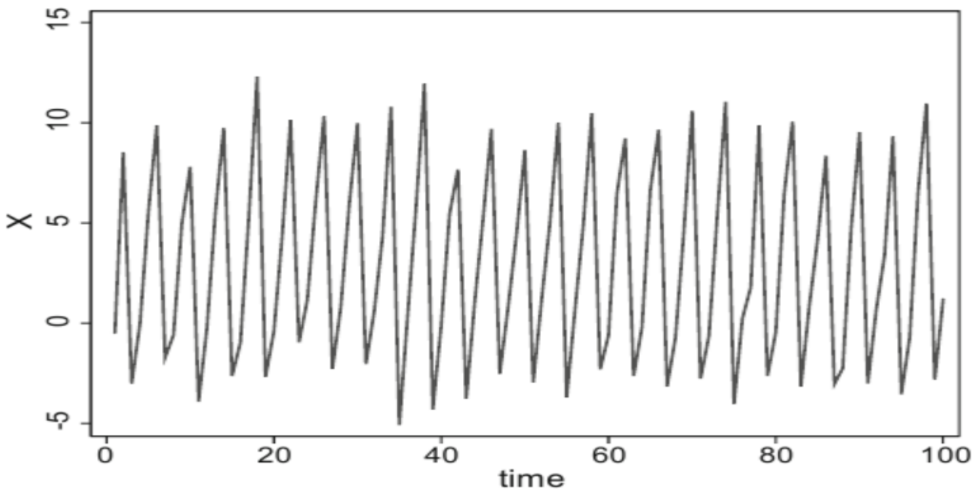
(1) Mavsumiy farqlar har-yili bir xil miqdorda yoki bir xil foizda o‘zgarishi mumkin. Bunday deterministik mavsumiylik eng yaxshi mavsumiy o‘zgaruvchilardan foydalangan holda olinadi. Agar tobe o‘zgaruvchi darajalarda bo‘lsa, u holda ular darajadagi siljishlarni belgilaydi, agar tobe o‘zgaruvchi modelga kiritilgan bo‘lsa, u holda ular teng foizli o‘zgarishlarni belgilaydi. Misol uchun, agar Rojdestvo xaridlari deterministik mavsumiylikni ko‘rsatsa, chakana savdo har qishda taxminan 20 % o‘sishini ko‘rsatishi mumkin.

(2) Boshqa tomondan, mavsumiy o‘zgarishlar vaqt o‘tishi bilan farq qilishi mumkin. Bu holda, rojdestvo xaridlari boshqa fasllarga qaraganda yuqori bo‘lishi mumkin, lekin ba’zi-yillarda boshoq 20% dan ancha katta, boshqa-yillarda esa ancha past bo‘ladi, vaqt o‘tishi bilan farqlar sekin rivojlanadi. Bunday evolutsiyani qo‘lga kiritishning eng yaxshi yo‘li mavsumiy ko‘tarilishni birlik ildiz jarayoni deb o‘ylashdir-tasodifiy yurish Rojdestvo savdolari g‘ayrioddiy darajada kuchli

bo‘lishi mumkin, keyin esa biroz zaifroq bo‘lgan Rojdestvo sotuvi ketma-ketligi kuzatiladi.

Qaysi turdagi mavsumiylikdan foydalanishimiz kerak? Yechimlari muammoning manbasiga bog‘liq. Biz ma’lumotlarni to‘g‘ri tekshirishimiz kerak.

Agar mavsumiylik deterministik bo‘lsa, biz o‘zgaruvchilardan foydalanishimiz kerak. Agar mavsumiylik stoxastik tarzda o‘zgarib tursa, mavsumiy birlik ildiz jarayoni rivojlanayotgan dinamikani juda yaxshi aks ettiradi va mavsumiy farqlardan foydalanish kerak bo‘ladi.



6.2-rasm. Mavsumiy oq shovqin jarayoni

Deterministik mavsumiylik. Ekzogen o‘zgaruvchilar sifatida soxta o‘zgaruvchilardan foydalangan holda mavsumiylikni kiritish juda oson. Mavsumiylikka ega bo‘lgan eng oddiy vaqt seriyali modeli bu shovqin jarayoni bo‘lib, unga har bir davrda boshqa deterministik miqdor qo‘shiladi. Masalan, oq shovqin jarayonini ko‘rib chiqaylik:

X_i=e_i bu yerda $e_i \backsim iidN(0,\sigma^2)$,

Ma’lumotlar endi har chorakda. Bunga qo‘shishimiz mumkin: har-yilning birinchi choragida 5 ta, ikkinchi chorakda 10 ta, uchinchi chorakda 3 ta va to‘rtinchi chorakda 2 ta. D_1, D_2, D_3 va D_4 qo‘g‘irchoq o‘zgaruvchilar har-yilning birinchi choragidan to‘rtinchi choragini bildirsin va bu quyidagicha bo‘ladi:

$$X_t=5D_1+10D_2-3D_3+2D_4+e_t.$$

Ekvivalent yondashuv doimiyni kiritish va mavsumiy to‘lqinlardan birini chiqarib tashlashdir. Bu holda, koeffitsiyentlar chiqarib tashlangan asosiy chorakdan og‘ishlarni ifodalaydi:

$$X_t = 5 + 5D_2 - 8D_3 + 3D_4 + e_t.$$

Birinchi chorakda *E(X)* = 5. Ikkinchi chorakda *E(X)* = 5 + 5 = 10. Uchinchi chorakda *E(X)* = 5 – 8 = – 3 va to‘rtinchi chorakda *E(X)* = 5 + 3 = 8.

Mavsumiy farq. Deylik, oylik ma’lumotlar bilan chakana savdoni o‘rganyapsiz. Dekabr oyida bayram sotuvi odatda-yilning shu davrida eng kuchli hisoblanadi. Bu-yilgi sotuvlar qanchalik kuchli ekanligini ko‘rish uchun bu dekabrni o‘tgan dekabr bilan solishtirishimiz kerak. Bu dekabr oyida chakana savdo noyabr oyiga nisbatan yuqori bo‘lganini aytish juda muhim yoki yorqin emas. Lekin ular dekabr oyidagi sotuvlar biz kutganimizdan kattaroqmi? Aytish mumkinki, dekabr oyidagi sotuvlarni dekabr sotuvi bilan, noyabrni noyabr bilan va hokazolarni solishtirishimiz kerak. $\boldsymbol{X_t}$ *va* $\boldsymbol{X_{t-12}}$. Agar biz ajoyib Rojdestvo mavsumini o‘tkazgan bo‘lsak, u holda. $\boldsymbol{X_t} > \boldsymbol{X_{t-12}}$, yoki

$$X_t > X_{t-12} > 0$$

$$X_t\ (1 - L12) > 0.$$

Mavsumiy farq xuddi shu mavsum uchun kuzatuv oldingisidan ayirilishini bildiradi. Agar ma’lumotlar har chorakda mavsumiylik mavjud bo‘lsa, mavsumiy birinchi farq: $X_t > X_{t-4}$. Agar ma’lumotlar oylik bo‘lsa, mavsumiy birinchi farq: $X_t > X_{t-12}$, shunday qilib, mavsumiylik bilan statsionar bo‘lmagan trend ma’lumotlari uchun ikki darajadagi farq talab qilinadi: uzoq muddatli o‘sishda birlik ildizini olib tashlash uchun birinchi farqlar va mavsumiy birlik ildizlarini olib tashlash uchun mavsumiy farqlar.

Biz mavsumiy farqlash uchun ba’zi belgilarni o‘rnatishimiz kerak. Biz birinchi farqni ikki marta olishni bildirish uchun D^2 kabi yuqori belgilardan foydalanganmiz. Choraklik farqni bildirish uchun D_4 kabi pastki yozuvlardan foydalanamiz.

$$D_4X = X\,(1 - L^4\,) = X - L^4X,$$

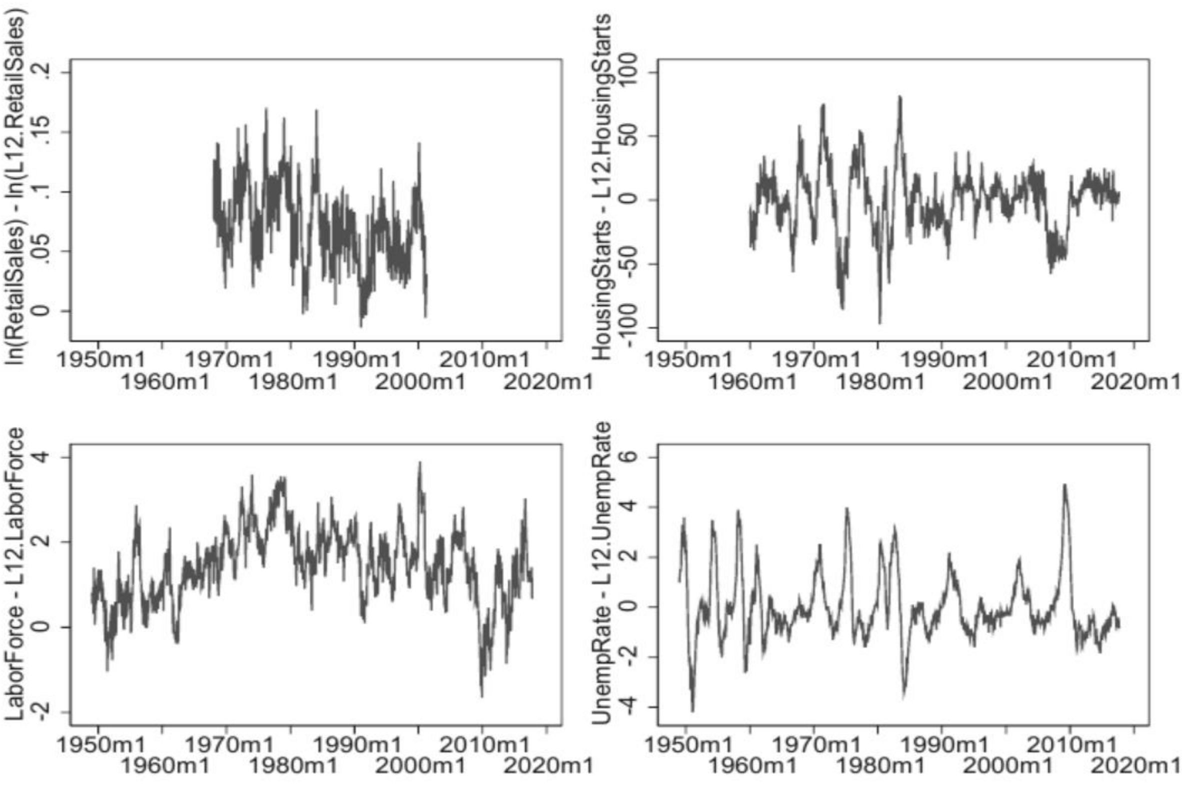
Oylik farqlash uchun D_{12},

$$D_{12}X = X\,(1 - L^{12}) = X – L^{12}X$$

va boshqalar.

15 yoshdan 64 yoshgacha bo‘lgan, mavsumiy tuzatmagan barcha odamlar uchun AQSH ning choraklik ishsizlik darajasini ko‘rsatadigan kichik ma’lumotlar to‘plamiga mavsumiy farqni qo‘llaylik.

Qo‘shimchalarning mavsumiyligi. ARIMA modeliga mavsumiy shartlarni qo‘shishi oson. Qo‘shimcha mavsumiylik shunchaki mavsumiy chastotada AR atamasi yoki MA atamasini qo‘shishni talab qiladi. Agar sizda har chorakda mavsumiylik mavjud bo‘lsa, u holda 4-lag AR muddatini yoki 4-lag MA muddatini qo‘shish mumkin.



6.3-rasm. Mavsumiy farqlanishdan keyin mavsumiy vaqt seriyasi

Choraklik ma’lumotlar uchun quyidagi modelni ko‘rib chiqamiz:

$$X_t=\beta_4X_{t-4}+e_t$$

$$X(1\text{-}L^4\beta_4)=e.$$

Bu oddiy statsionar tasodifiy shovqin modeli bo‘lib, u qo‘shimcha choraklik AR muddatli hisoblanadi.

Oddiy qo‘shimcha MA modeli bo‘lishi mumkin:

$$X_t=u_t+\gamma_4 u_{t-4}$$
$$X_t = u(1 + L^4\gamma_4).$$

Multiplikativ mavsumiylik. Dekabr sotuvi har doim ham Noyabr oyidagi sotuvlardan mustaqil emas. Inson xulq-atvorida biroz inersiya mavjud. Agar noyabrda sotuvlar g‘ayrioddiy bo‘lsa, biz bu dekabrga o‘tishini kutishimiz mumkin. Shu sababli, faqat qo‘shimchali mavsumiy model yetarli emas. Shu sababli Box va Jenkins (1976) mavsumiylikning multiplikativ modelini taklif qiladilar.

Quyidagi kabi ARIMA modelini ko‘rib chiqamiz:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + e_t$$
$$X(1\text{-}\beta_1 L) = e$$
$$X\Phi(L)=e$$

Bu yerda $\Phi(L)$ – AR kechikish ko‘paytmasi.

Endi biz mavsumiy kechikish polinomini ifodaga qo‘shmoqchimiz, deylik, u holda:

$$\Phi(L^4) = (1 - \beta_4 L^4)$$

Lekin biz uni multiplikativ tarzda qo‘shmoqchimiz, shuning uchun

$$X\Phi(L)\phi(L^4) = e$$
$$X(1\text{-}\beta_1 L)(1 - \beta_4 L^4) = e$$

Buni ko‘paytirish,

$$X(1 - \beta_4 L^4 - \beta_1 L + \beta_1\beta_4 L L^4) = e)$$
$$X_t - \beta_4 X_{t-4} - \beta_1 X_{t-1} + \beta_1\beta_4 X_{t-5} = e.$$

Shu tarzda modellashtirilgan ikkita ($\beta_1\ va\ \beta_4$) parametr uch xil uzunlikdagi kechikishlarga imkon beradi (1,4 va 5).

Multiplikativ mavsumiylik bizga bir nechta parametrlar bilan juda ko‘p murakkablikni olish imkonini beradi: parsimonlik. Bunday model ko‘pincha ARIMA (1,0,0) x $(1,0,0)_4$ sifatida belgilanadi. × belgisi mavsumiylikning multiplikativ ekanligini ko‘rsatadi. Qavslarning ikkinchi to‘plami bizda mavsumiy ARIMA shartlari mavjudligini ko‘rsatadi. Pastki belgisi mavsumiylik davomiyligini bildiradi.

Bizning mavsumiyligimiz har to‘rtta kuzatishda takrorlanadi (bizda har choraklik mavsumiylik mavjud). Qavslar ichidagi atamalar birinchi to‘plamdagi atamalarga o‘xshash talqinga ega. Biz bir mavsumiy kechikishda bitta AR atamasini kiritdik, statsionarlikni keltirib chiqarish uchun mavsumiy farqlarni olishimiz shart emas (yani mavsumiy farqlar soni nolga teng) va biz modelimizga hech qanday mavsumiy MA atamalarini kiritmadik.

ARIMA*(*1, 0, 1*)* × *(*2, 0, 0*)* modeli bo‘ladi. Bundan:

$$X\Phi(L)\phi(L^4) = u\Theta(L)$$

gacha kengayadi:

$$X(1\text{-}\beta_1 L)(1 - L^4\beta_4 - L^8\beta_8) = u(1 + L\gamma_1)$$

$$X(1\text{-}\beta_1 L - \beta_4 L^4 - \beta_8 L^8 + \beta_1\beta_4 L L^4 + \beta_1\beta_8 L L^8) = u(1 + L\gamma_1)$$

$$X(1\text{-}\beta_1 L - \beta_4 L^4 + \beta_1\beta_4 L^5 - \beta_8 L^8 + \beta_1\beta_4 L^9) = u(1 + L\gamma_1).$$

ARIMA*(*1,0,0*)* × *(*2,0,0$)_{12}$ modeli qanday ko‘rinishga ega bo‘ladi? Bizda ikkita AR polinomi bor. Mavsumiy bo‘lmagan ko‘phad,

$$\Phi(L) = 1 - L\beta_1 \quad (6.1)$$

Bir uzunlikda bitta AR lagga ega. Mavsumiy polinom,

$$\phi(L^{12}) = 1 - L^{12}\beta_{12} - L^{24}\beta_{24} \quad (6.2)$$

mavsumiy uzunligi o‘n ikki bo‘lgan ikkita AR lagga ega: mavsumiy ko‘phaddagi L ning darajalari hammasi o‘n ikkiga karrali. Bu multiplikativ mavsumiylik bo‘lgani uchun biz ikkita kechikish polinomini ko‘paytiramiz:

$$\Phi(L)\phi(L^{12})X = e_{t.} \quad (6.3)$$

(6.1) va (6.2) ni (6.3) ga almashtiramiz va ko‘paytiramiz,

$$(1 - L\beta_1)\phi(1 - L^{12}\beta_{12} - L^{24}\beta_{24}) = e_{t.}$$

$$(1 - L\beta_1 - L^{12}\beta_{12} - L^{24}\beta_{24} + L^{13}\beta_1\beta_{12} + L^{25}\beta_1\beta_{24})X = e_{t.}$$

E’tibor beraylik, 1-lag atamasi ikkita to‘g‘ridan to‘g‘ri mavsumiy kechikishlar bilan o‘zaro ta’sir qiladi (12 va 24). Ushbu ARIMA modelining aniq shaklini kechikish operatorini qo‘llash orqali topish mumkin:

$$X_t - \beta_1 X_{t-1} - \beta_{12} X_{t-12} + \beta_1 \beta_{12} X_{t-13} - \beta_{24} X_{t-24} + \beta_1 \beta_{24} X_{t-25} = e_{t.}$$

Shartlarni tenglik belgisining boshqa tomoniga o‘tkazgandan so‘ng:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_{12} X_{t-12} - \beta_1 \beta_{12} X_{t-13} + \beta_{24} X_{t-24} - \beta_1 \beta_{24} X_{t-25} + e_{t.} \quad (6.4)$$

MA mavsumiyligi. Bu mavsumning chakana savdosi ($\boldsymbol{X_t}$) to‘g‘ridan to‘g‘ri AR muddati orqali o‘tgan-yilgi sotuvga ($\mathbf{X_{t-12}}$) bog‘liq bo‘lishi mumkin yoki ular xato shartlar bilan bog‘liq bo‘lishi mumkin. ya’ni, biz harakatlanuvchi o‘rtacha muddatdan uzoqroq mavsumiylikka ega bo‘lishimiz mumkin. Bular qo‘shimcha yoki ko‘paytma yo‘li bilan kiritilishi mumkin.

Qo‘shimcha MA mavsumiyligi. Qo‘shimcha MA mavsumiyligiga misol

$$X_t = e_t + \gamma_{12} u_{t-12},$$

Bu yerda biz shunchaki mavsumiy uzunliklarda qo‘shimcha xato atamasini qo‘shamiz. Buni har qanday boshqa ARIMA modeli kabi Statada taxmin qilish mumkin.

Multiplikativ MA mavsumiyligi. Bizda multiplikativ MA mavsumiyligi ham bo‘lishi mumkin. Avval biz mavsumiy bo‘lmagan MA(q) ko‘phadga ega bo‘lishimiz mumkin edi:

$$X_t = u_t + \gamma_1 u_{t-1} + \gamma_2 u_{t-2} + \cdots \dots \dots . + \gamma_q u_{t-q} = u_t \Theta(L).$$

Endi $X_t = u_t \Theta(L). \theta(L^s)$ ni hosil qilish uchun mavsumiy MA polinomiga, $\theta(L^s) = 1 - \gamma_s L^s + \gamma_{2s} L^{2s} + \gamma_{3s} L^{3s} + \cdots \dots + \gamma_{Qs} L^{Qs}$ ni ko‘paytirishimiz mumkin.

Mavsumiy variant – SARIMA (P,D,Q,s) bunda P – multiplikativ mavsumiy AR kechikishlar soni, D-statsionarlikni keltirib chiqarish uchun zarur bo‘lgan mavsumiy farqlar soni, Q-multiplikativ MA kechikishlar soni, S esa mavsumiy davomiylikni bildiradi (12 oy).

ARIMA (0, 0, 1)×(0, 0, 2)$_{12}$ model qanday ko‘rinishga ega bo‘ladi? Bizda AR shartlari umuman yo‘q. Bizda bir mavsumiy bo‘lmagan MA muddati va o‘n ikki mavsumiy davrda ikkita MA kechikishi bor.

$$X_t = u_t(1 - L\beta_1)(1 - L^{12}\beta_{12} - L^{24}\beta_{24})$$
$$= u_t(1 - L\beta_1 - L^{12}\beta_{12} + L^{13}\beta_1\beta_{12} - L^{24}\beta_{24} + L^{25}\beta_1\beta_{24}).$$

Yoki, aniq

$$X_t = u_t - u_{t-1}\beta_1 - u_{t-12}\beta_{12} + u_{t-13}\beta_1\beta_{12} - u_{t-24}\beta_{24} + u_{t-25}\beta_1\beta_{24}).$$

Multiplikativ MA mavsumiyligi. Biz har qanday mavsumiy AR yoki MA kechikish polinomini odatdagi mavsumiy bo‘lmagan ARIMA jarayonlarimizga ko‘paytirishimiz mumkin. Umuman olganda, *p* AR shartlari, *q* MA shartlari va *d* birinchi farqlar ustiga, biz *P* mavsumiy AR shartlariga, Q mavsumiy MA shartlariga bo‘lishimiz mumkin va *s* uzunlikdagi mavsumiy farqlarning *D* sonini quyidagicha talab qilishimiz mumkin:

$$\text{ARIMA}(p, d, q) \times (P,D,Q)_s$$

yoki

$$\Phi(L)\phi(L^s)\Delta^d\Delta_s^D X = \Theta(L)\theta(L^s)u.$$

Bu ifoda aylantirilgan moslashtirish deyiladi.

6.2. Identifikatsiyalash, o‘zgarmaslik va barqarorlik

Ba’zi ma’lumotlar to‘plamini hisobga olgan holda, qanday turdagi modelni orqali prognoz qilishimiz kerak? Biz tanish vositalarga murojaat qilamiz: ACF va PACFlarga.

Agar modelda faqat mavsumiy shartlar bo‘lsa, ACF va PACFlar mavsumiy bo‘lmagan ACFlar va PACFlar bilan bir xil ishlaydi, faqat mavsumiy chastotalarda, qolgan barcha shartlar nolga teng. Masalan, mavsumiy bo‘lmagan AR jarayonining ACF,

$$X_t = 0.50X_{t-1} + e_t \qquad (6.5)$$

Quyidagilarni hisoblaymiz:

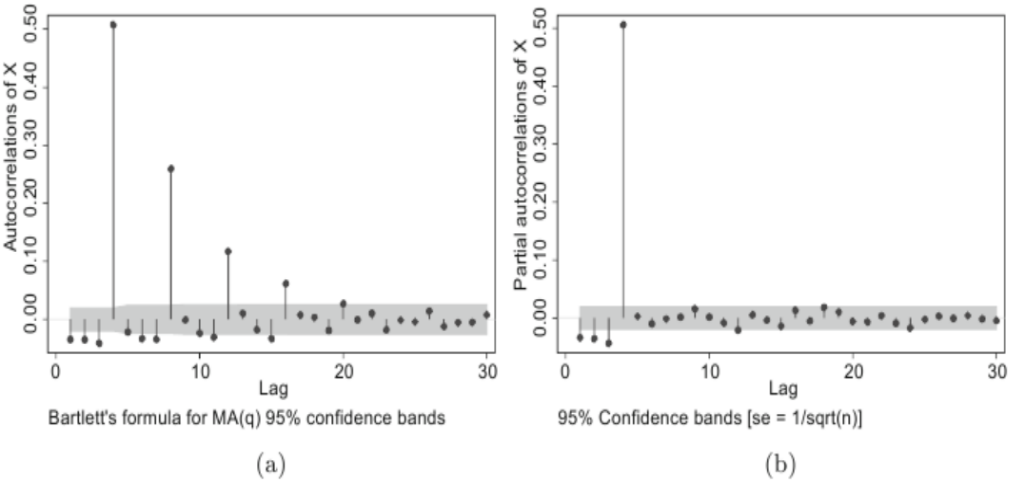
$$Corr\ (X_t, X_{t-1}) = 0.50$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-2}) = 0.50^2 = 0.25$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-3}) = 0.50^3 = 0.125$$

O‘xshash qo‘shimchali mavsumiy AR jarayoni (choraklik mavsumiylik bilan)

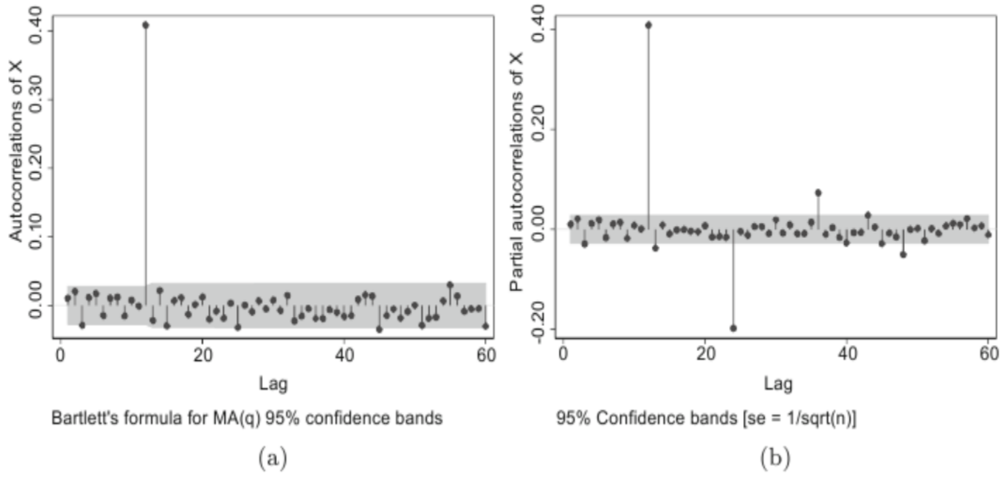
$$X_t = 0.50X_{t-4} + e_t \qquad (6.6)$$

ning ACF qiymati quyidagilarga teng:

$$Corr\ (X_t, X_{t-1}) = 0$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-2}) = 0$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-3}) = 0$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-4}) = 0.50$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-5}) = 0$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-6}) = 0$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-7}) = 0$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-8}) = 050^2 = 0.25$$
$$Corr\ (X_t, X_{t-9}) = 0.$$



6.4-rasm. $X_t = 0.50X_{t-4} + e_t$ **ning empirik ACF (a) va PACF(b)lari**



6.5-rasm. $X_t = u_{t-4}$ **ning empirik ACF(a) va PACF(b)lari**

(6,5) tenglamadan PACF birinchi kechikishda 0,50 ga, qolgan barcha kechikish uzunliklarida nolga teng. Shunga o‘xshab, (6.6) tenglamada PACF bir mavsumiy uzunlikda (yani, to‘rtinchi lagda) 0.50 ga, aks holda nolga teng. 6.4 a va b rasmda tenglamaning ACF va PACF grafigi (6.6) mos ravishda o‘zgarishi o‘z ifodasini topgan.

Shu o‘xshashlikka qo‘shimcha ravishda mavsumiy MA ushbu jarayonlarga taalluqlidir. ACF mavsumiy uzunlikda keskin o‘sishni ko‘rsatadi va PACF tebranadi hamda mavsumiy uzunlikning ko‘paytmalarida eksponensial ravishda kamayadi. Bu 6.5 a va b rasmlarda qo‘shimcha mavsumiy MA modeli o‘z aksini topgan:

$$X_t = u_{t-4}$$

ning ACF va PACF grafigi.

Afsuski, agar modelda mavsumiy va mavsumiy bo‘lmagan shartlar mavjud bo‘lsa, unda ACF va PACF yordamida raqobatdosh jarayonlarni visual ravishda ajratish ancha qiyin.

O‘zgarmaslik va barqarorlik. O‘zgarmaslik va barqarorlik tushunchalari mavsumiy bo‘lmagandan mavsumiy kechikishlargacha juda yaxshi umumlashtiriladi. Mavsumiy ARIMA jarayoni, agar uning ikkita xarakterli (Φ(L) va ϕ($\mathbf{L^s}$) polinomlarining ildizlari birlik doirasidan tashqarida bo‘lsa, barqaror hisoblanadi. Teskari ko‘phadning ildizlari birlik doira ichida yotishi kerak. Model endi multiplikativ mavsumiy kechikishlarni o‘z ichiga olganligi buni o‘zgartirmaydi. Aslida, bu jarayon yordam beradi. Agar *z* ning ma’lum bir qiymati ϕ($\mathbf{L^s}$) ni nolga tenglashtirsa, u ham Φ(L) ϕ($\mathbf{L^s}$) ning nolga teng bo‘ladi, chunki nolga teng bo‘lgan har qanday ko‘rsatkich ham nolga teng.

Avvalgidek, bu jarayon birlik doirasining grafigini beradi va teskari xarakterli polinomlarning ildizlarini chizadi. Agar ildizlar birlik doirasi ichida bo‘lsa, u holda funksiya teskari va barqarordir.

Mavsumiy ildizlardan biri birlik aylanasida bo‘lsa nima bo‘ladi? Keyin bizda mavsumiy birlik ildizlari bor va biz farqlardagi modelni taxmin qilishimiz kerak edi. ya’ni, model statsionar bo‘lgan mavsumiy farqlar birligini olishimiz va keyin taxmin qilishimiz kerak edi. Amalda, ikkitadan ortiq mavsumiy farqlarni olish juda kam uchraydi. Odatda,bitta farq olish kifoya qiladi.

6.3. Mavsumiy birlik ildizlar va mavsumsiz ma’lumotlardan foydalanish

Mavsumiy birlik ildizlari qanchalik keng tarqalgan? Bu ochiq savol. Ayrimlar bu keng tarqalgan deb ta’kidlaydi. Ba’zilarning ta’kidlashicha, mavsumiy birlik ildizini o‘rnatish, hatto mavjud bo‘lmasa ham, iqtisodiyotda tarkibiy o‘zgarishlar sodir bo‘lishi mumkin bo‘lgan vaziyatda prognozning aniqligini oshirishga yordam beradi.

Boshqa tomondan, ko‘payib borayotgan dalillar to‘plami mavsumiy birlik ildizlari mavsumiy bo‘lmagan birlik ildizlari kabi iqtisodiyotda mavjud emasligini ta’kidlaydi.

Denis Osborn iqtisodiy ma’lumotlarda mavsumiylikning tarqalishi va tabiatini batafsil ko‘rib chiqdi. Uning 1990-yilgi maqolasi Buyuk Britaniya iqtisodiyotini tavsiflovchi o‘ttizta iqtisodiy o‘zgaruvchini o‘rganadi. Shuningdek, u o‘zgaruvchilarning yarmidan ko‘pi deterministik mavsumiy to‘lqinli o‘zgaruvchilar bilan izohlangan kamida 30 foiz o‘zgarishlarga ega ekanligini aniqladi. Uning xulosasiga ko‘ra, to‘lqinli o‘zgaruvchilar orqali hisobga olinadigan deterministik mavsumiylik, mavsumiylikni hisobga olish uchun yetarli emas. Ekonometristlar o‘z o‘zgaruvchilarini mavsumiy ravishda farqlamasliklari kerak, agar ular buni qilish kerakligi to‘g‘risida dalillar bo‘lmasa, aks holda bu haddan tashqari farqlanishga olib keladi. Buning ustiga, Osborn va boshqalar (1999) Yevropaning uchta mamlakatining har biri uchun sanoat ishlab chiqarishining sakkizta ko‘rsatkichini o‘rganib chiqdi va birlik ildizlari haqida juda kam dalillar topdi. Aksincha, o‘zgaruvchan modellar mavsumiylikni eng yaxshi qabul qiladi.

Ashworth va Thomas (1999) Britaniya turizm sanoatidagi bandlikni – mavsumiy o‘zgaruvchanlikni o‘rganib chiqdi va uning mavsumiylik modeli eng yaxshi ikki xil deterministik (to‘lqinli o‘zgaruvchi) mavsumiylik davridan iborat deb tushuntirilganligini aniqladi. Bu adabiyotda keng tarqalgan topilmani takrorlaydi: birlik ildizlar koʻpincha tizimli tanaffuslar bilan aralashtirilishi mumkin.

Franses (1991) ham mavsumiy farqlarni avtomatik ravishda olishdan ogohlantiradi. Deterministik va stoxastik mavsumiylikni farqlash qiyin. Agar mavsumiylik deterministik boʻlsa, mavsumiy farq notoʻgʻri aniqlanishga va yomon prognoz natijalarga olib keladi.

Beaulieu va Miron (1990) mamlakatlararo maʼlumotlarni oʻrganib chiqadi va deterministik mavsumiylik real YaIM, sanoat ishlab chiqarishi va chakana savdodagi oʻzgarishlarning katta qismini izohlashini aniqlaydi. Beaulieu va Miron (1993) jami AQSH maʼlumotlarini oʻrganadi va mavsumiy birlik ildizlari uchun faqat aralash yordamni topadi. Ular birlik ildizining yuzaga kelishi mumkin boʻlgan muammolarini oldini olish uchun mavsumiy farqlarni mexanik yoki avtomatik ravishda qabul qilishdan ogohlantiradilar. Bunday qilish notoʻgʻri tavsiflanish xavfini tugʻdiradi. Oxir oqibat, mavsumiy modellarni baholashdan oldin kuchli iqtisodiy sabablar boʻlishi kerak boʻladi.

Oʻsha paytda mavsumiy birlik ildizlari uchun dalillar zaif edi. Biroq bu ularning mavjud emasligini anglatmaydi: mavsumiy birlik ildiz testlarida jiddiy kamchiliklar mavjud. Shu sabablarga koʻra, bugungi kunda koʻplab tadqiqotchilar mavsumiy toʻlqinli oʻzgaruvchilarini (hatto mavsumiy maʼlumotlarda ham) kiritishni afzal koʻrishadi va ularni tahlil qilishda davom etadilar.

Osborn va boshqalar (1999)ning xulosalari mavsumiy birlik ildiz modellari namunadan tashqari prognozlashning yaxshi xususiyatlariga ega ekanligini aniqlashlari bilan biroz yumshatilgan. Bu mavsumiy birlik ildizlarining mavjudligi haqida emas, balki mavsumiy birlik ildiz sinovlarining past natijasi haqida koʻproq aytishi mumkin.

Mavsumsiz maʼlumotlardan foydalanish. Koʻpgina makroiqtisodiy maʼlumotlar mavsumiylashtirilgan shaklda mavjud. yaʼni, siz dastlabki maʼlumotlarni yoki mavsumiy tarkibli maʼlumotlarni allaqachon olib tashlangan boʻlishi uchun filtrlangan maʼlumotlarni yuklab olishingiz mumkin. Ushbu mavjudlikni hisobga olgan holda, ko‘plab tadqiqotchilar oson yo‘lni tanlaydilar, mavsumiy ma’lumotlardan foydalanadilar va o‘z tahlillarida mavsumiylikka e’tibor bermaydilar.

Hech qanday oldindan konservalangan avtomatik tartib har doim ham barcha holatlarda mos bo‘lmaydi. Ba’zi mavsumiylik qo‘shimcha bo‘lishi mumkin. Ba’zilari stoxastik yoki deterministik bo‘lishi mumkin. Bitta o‘lcham hammaga mos kelmaydi. Oldindan konservalangan mavsumiylashtirilgan ma’lumotlarga tayanish, statistlar tomonidan qo‘llaniladigan jarayonlar mos kelishiga katta ishonchni talab qiladi. Ular murakkab bo‘lishi mumkin va ular turli xil kutilmagan vaziyatlarni sinab ko‘rishlari va sozlashlari mumkin, ammo ular hech qachon mukammal emas.

Shu sababli, mavsumiylashtirilgan ma’limotlardan foydalanish ba’zi xatolarga olib kelishi mumkin.

Ghysels (1990) mavsumiy tuzatish silliqlash masalasi ekanligini tushuntiradi. Sun’iy ravishda silliqlash zarbadan keyin qiymatlarni trendga qaytaradi, birlik ildiz esa zarba ta’sirining barqaror bo‘lishiga olib keladi. U mavsumiy tuzatilgan ma’lumotlardan foydalangan holda AQSH real YaIMni birlik ildiz uchun sinovdan o‘tkazganda, u birlik ildizlarini qo‘llab-quvvatlaydi, tartibsiz ma’lumotlardan foydalanish esa birlik ildizlarning ancha zaif dalillariga olib keladi.

Ghysels va Perron (1993), mavsumiylashtirilgan ma’lumotlardan foydalanish birlik ildiz testlarining kuchini pasaytiradi, deb topdilar. Ular statistika idoralari tomonidan qo‘llaniladigan ko‘plab standart – mavsumiy tartib qoidalar AR koeffitsiyentlari va ularning yig‘indisini baholashda yuqoriga moyillikni keltirib chiqarishini aniqladilar. Misol uchun, agar haqiqiy ma’lumotlarni yaratish jarayoni:

$$X_t = 0.90X_{t-1} + e_t$$

bo‘lsa va mavsumiylik bo‘lmasa ma’lumotlar, ya’ni aholini ro‘yxatga olish byurosining X-11 filtridan o‘tkazilsa, EKKU

$X_t = 0.99X_{t-1} + e_t$ ga yaqinroq narsani baholashi aniqlandi.

Yuqori tartibli AR modellari uchun shunday bo‘ldi: ularning koeffitsiyentlari yig‘indisi bittaga yaqinroq. Bu har xil turdagi mavsumiy jarayonlardan olingan ma’lumotlarga ham tegishli. Ushbu yuqoriga yo‘naltirilganligi sababli standart birlik ildiz testlari (masalan, Dickey-Fuller va Phillips-Perron testlari) birlik ildizlarning yo‘qligi haqidagi nol gipotezani rad etishga qodir emas. Oldindan filtrlangan ma’lumotlardan foydalanish standart birlik ildiz testlarining kuchini pasaytiradi. ya’ni, testlar birlik ildiz mavjud emasligini ko‘rsatadi, garchi u mavjud bo‘lsa ham.

Hozirgi kunda faqat bir o‘zgaruvchan ARIMA modellari yordamida juda kam tadqiqotlar olib borilmoqda, ammo ular juda muhim. ARIMA modellashtirish bilan bog‘liq tushunchalar vaqt seriyalari uchun asosdir. AR va MA jarayonlari ko‘plab murakkab modellarning tarkibiy qismlari bo‘lib, integratsiya va statsionarlik muammolari har qanday vaqt seriyasida ko‘rib chiqilishi kerak. Ushbu ingrediyentlarni o‘zlashtirish murakkabroq materialning o‘zlashtirilishini ta’minlaydi.

Dickey-Fuller (1991) va Phillips-Perron (1983) ARIMA modellashtirish nazariyasi va amaliyotiga ikkita klassik yo‘nalishlarni olib kirdilar. Albatta, Box va Jenkinsning vaqt seriyalari darsligini, ayniqsa ARIMA modellashtirish bo‘yicha o‘zlashtirish ancha qiyin. Box va Jenkins ARIMA va mavsumiy ARIMA modellashtirishning mashhurligi uchun eng mas’ul ikki kishidir.

Hibon va Makridakis (1997) Box-Jenkins modelini tanlash jarayoniga, ayniqsa tendensiyalarni va mavsumiylikni olib tashlash uchun birinchi farqlashning tanqidsiz ishlashiga nisbatan shubhali variantni taklif qilishadi, birinchi farqlarni noto‘g‘ri olish prognoz aniqligini pasaytiradi. Mavsumiy birinchi farqlarni olishdan oldin ko‘proq rasmiy test talab qilinadi. “Chastotalar domeni” (vaqt qatorlarini turli chastotalarning sinus va kosinus to‘lqinlari yig‘indisiga ajratish) davriy yoki mavsumiy vaqt seriyalarini o‘rganish uchun tabiiy usuldir. Afsuski, mazkur material ushbu kitobning doirasidan tashqarida.

Nazorat savollari:

1. Mavsumiylik deb nimaga aytiladi?
2. Mavsumiylikning qanday turlari mavjud?
3. Mavsumiylik qanday qilib bartaraf etiladi?
4. Identifikatsiyalash deganda nima tushuniladi?
5. O‘zgarmaslik va barqarorlik bir-biridan qanday farq qiladi?
6. Mavsumsiz ma’lumotlardan foydalanish deganda nima tushuniladi?
7. Mavsumiy birlik ildizlar nima va u qanday aniqlanadi?
8. Mavsumiylik omili qanday bartaraf etiladi?
9. Birlik ildiz nima sababdan muammo hisoblanadi?
10. Statsionarlikni aniqlashning qanday usullari mavjud?

7-MAVZU. BIRLIK ILDIZ (UNIT ROOT) TESTLARI

7.1. Birlik ildiz testlariningmohiyati.
7.2. Birlik ildiz testlari.
7.3. Dickey-Fuller testlari.
7.4. Phillips-Perron testlari.
7.5. KPSS testlari.
7.6. Nelson va Plosser jarayonlari.
7.7. Mavsumiy birlik ildizlarini tekshirish.

7.1. Birlik ildiz testlarining mohiyati

Jarayon birlik ildizi bo‘lmagan holda statsionar bo‘lishi mumkin. Ikkala tushuncha bir-biriga bog‘liq, ammo ular bir xil emas va ikkalasini chalkashtirib yuborish odatiy holdir. Biz birlik ildiziga bog‘liq bo‘lmagan holda statsionar jarayonni ko‘rishimiz mumkin. Bizda mavsumiy model bo‘lishi mumkin. Yoki bizda deterministik trend bo‘lishi mumkin.

Deterministik trend modeli va suzuvchi tasodifiy yurish ko‘plab xususiyatlarni o‘rtoqlashadi. Ular vaqt o‘tishi bilan chiziqli ravishda o‘sib boruvchi va shunga o‘xshash o‘rtacha jarayonga ega, ammo ular statsionar bo‘lmaganligining manbasida farqlanadi. Ulardan biri stoxas-tik tendensiyaga ega. Ikkinchisi esa deterministik tendensiyaga ega.

Bu shunchaki oddiy jarayon emas. Tasodifiy yurish jarayoni hech qachon shokdan o‘tmaydi. Shok to‘liq kuch bilan abadiy davom etadi. Shunday qilib, bir necha o‘n-yillik yomon iqtisodiy siyosatning oqibatlari, hatto qisqa muddatli bo‘lsa ham, bugungi kunda ham seziladi. Agar YaIM suzuvchi tasodifiy yurish bo‘lsa, biz kechagi xatolarning to‘liq oqibatlarini boshdan kechirishga mahkummiz; agar u deterministik tendensiyadan kelib chiqsa, biz tez orada bu xatolardan o‘tib ketamiz.

Agar kompaniya aksiyalari narxi stoxastik o‘sish jarayonining natijasi bo‘lsa, unda vaqtinchalik shoklar – bosh direktorning noto‘g‘ri boshqaruvi, kutilmagan energiya inqirozi, kichik tanazzul – kelajakda aksiyalar narxiga cheksiz ta’sir qiladi. Agar aksiya bahosi deterministik trend modeli bilan aniqlansa, u holda aksiya qayta tiklanadi; investorlar foydali «bu ham o‘tadi» munosabatini qabul qilishlari va kontrasiklik yo‘l bilan sarmoya kiritishlari mumkin.

Iqtisodiyot nima uchun o‘sib borayotganini bilsak (stomxastik va deterministik tendensiya), u holda biz biznes sikllarini (trenddan og‘ishlar) yaxshiroq tushunishimiz mumkin. Yigirmanchi asrning o‘rtalarida yalpi ichki mahsulotning biznes-sikl komponentini o‘rganish odatiy hol edi, masalan, vaqt bo‘yicha ketma-ketlikni yoki vaqt polinomini regressiya qilish, qoldiqlarni hisoblash (qurilishi bo‘yicha o‘rtacha nolga teng) va biznesni o‘rganish ushbu vaqt seriyasida sikl edi. Biroq bu tarzda pasaytirish, agar deterministik tendensiya birinchi navbatda statsionar bo‘lmaganlikning manbayi bo‘lsa, bu unga mos keladi. Agar o‘sish stoxastik bo‘lsa, birinchi navbatda ma’lumotlarni farqlash to‘g‘riroq yondashuv bo‘ladi.

Xulosa qilib aytganda, bizda birlik ildizlari bor yoki yo‘qligini bilish siyosatchilar uchun ham, akademiklar uchun ham muhimdir.

7.2. Birlik ildiz testlari

Har qanday gipoteza testi, agar nol gipoteza to‘g‘ri bo‘lsa, kutilgan natijalar bilan ma’lumotlarning mosligini va yashirin muqobil gipotezani solishtirishni o‘z ichiga oladi. Qaysi gipoteza nol bo‘lishi tadqiqotchiga bog‘liq, ammo bu ahamiyatsiz tanlov emas.

Quyida biz bir nechta birlik ildiz testlarini muhokama qilamiz. Bularni birlik ildizning nolga ega bo‘lgan testlar va nol birlik ildizi bo‘lmagan testlar sifatida guruhlash mumkin.

1. Birlik ildiz testlari (yani, birlik ildizlarining nollari bilan testlar):

(a) Dickey-Fuller (DF)

(b) Augmented (kengaytirilgan) Dickey-Fuller (ADF)

(c) Dickey-Fuller GLS (DF-GLS)

(d) Filips-Perron

2. Statsionarlik testlari (yani, birliksiz ildizlarning nollari bilan testlar):

(a) Kwiatkowski, Phillips, Schmidt va Shin testi (KPSS)

Biz Dickey-Fuller va Augmented Dickey-Fuller testlariga qo‘shimcha e’tibor berib, har biriga bir nechta misollar keltiramiz.

Agar biz ma’lumotlar to‘plamini tahlil qilishimiz kerak bo‘lsa, biz uning statsionarligini va statsionar bo‘lmaganlik manbayi nima ekanligini bilishimiz kerak. Suzuvchi tasodifiy yurish bo‘lgani uchun u statsionar emasmi? Yoki u deterministik tendensiyaga ega bo‘lgani uchun statsionar emasmi? Bu savollar javobini bilish juda muhim hisoblanadi.

Yuqoridagi bobda biz bir nechta statsionar jarayonlarni ko‘rib chiqdik, jumladan: (1) AR jarayonlari (o‘rtacha nolga teng bo‘lgan va bo‘lmagan) va ba’zi statsionar bo‘lmagan jarayonlar: (2) deterministik trend jarayoni (bu statsionar farq) (3) tasodifiy yurish jarayoni va (4) suzuvchi tasodifiy yurish.

7.1-jadval

Umumiy modeldagi cheklovlar

Zero-mean stationary AR(1):	$\beta_0 = 0$	$\lvert\beta_1\rvert < 1$	$\beta_2 = 0$
Non-zero mean stationary AR(1):	$\beta_0 \neq 0$	$\lvert\beta_1\rvert < 1$	$\beta_2 = 0$
Random Walk (RW):	$\beta_0 = 0$	$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = 0$
Random Walk with Drift (RWWD):	$\beta_0 \neq 0$	$\beta_1 = 1$	$\beta_2 = 0$
Deterministic Trend (DT):		$\lvert\beta_1\rvert <= 1$	$\beta_2 \neq 0$

Keling, yuqorida sanab o‘tilgan barcha modellarni bitta umumiy modelga birlashtiraylik, shunda biz turli statistik testlarning bir-biriga qanday bog‘liqligini tushunishimiz mumkin. Biz quyidagi umumiy modelni yozamiz:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 t + e_t \qquad (7.1)$$

E’tibor bering, u yuqorida sanab o‘tilgan turli xil modellarni birlashtiradi. 7.1-jadvalda har bir alohida modelni olish uchun zarur bo‘lgan barcha parametr cheklovlari keltirilgan.

Muayyan ma’lumotlar to‘plami AR jarayonidan kelgan yoki yo‘qligini qanday tekshiramiz? Biz muqobil gipotezani aniqlab olishimiz kerak va 7.1-jadvalda ko‘plab mumkin bo‘lgan muqobil farazlar mavjudligi aniq ko‘rsatilgan.

Birlik ildiz testi bilan biz bir modelni boshqasi bilan taqqoslaymiz. Ammo taqqoslash uchun juda ko‘p turli xil modellar mavjud. Birlik ildizini tekshirish chalkash bo‘ladi, chunki juda ko‘p turli xil alternativlar mavjud.

Quyidagi testlar boshqa usullar qatorida belgilangan muqobil farazlardan farqlanadi. AR (1) va deterministik trend (DT) modelining muqobilligi testi $\beta_2 = 0$ bo‘lgan muqobilga qarshi $\beta_2 \neq 0$. RW modeli va RWWD modelining alternativi testi $\beta_0 = 0$ yoki yo‘qligini tekshiradi. $\beta_0 \neq 0$ degan muqobil gipotezaga qarshi. RW va DT modellari o‘rtasidagi test bir nechta parametrlarning birgalikdagi sinovlarini o‘z ichiga oladi.

7.3. Dickey-Fuller testlari

Oldingi bo‘limda muhokama qilganimizdek, ma’lumotlar determi-nistik yoki stoxastik jarayondan kelib chiqqanligini aniqlay olish muhimdir. Ehtimol, birlik ildiz testining eng keng tarqalgan turi bu Dickey-Fuller testi (DF) yoki kengaytirilgan Dikki-Fuller testi (ADF).

Quyidagi barcha Dikki-Fuller va ADF testlarida nol gipoteza birlik ildiz mavjudligidan iborat. Birlik ildiz gipotezasiga ko‘ra, test statistikasi oddiy o‘zgaruvchilar yoki t sifatida taqsimlanmaydi, lekin o‘ziga xos tanlov taqsimotiga ega. Bu taqsimot hozir keng tarqalgan Dickey-Fuller taqsimoti deb ataladi. Dickey va Fuller (1979) taqsimotni hisoblab chiqdilar va turli tanlama kattaliklari uchun muhim qiymatlarni taqdim etdilar. MacKinnon (1991, 2010) ixtiyoriy tanlama kattaliklari uchun uning p – qiymatlarini qanday hisoblashni ko‘rsatdi.

Tasodifiy yurish va o‘rtacha nol AR (1) jarayoni. Tasodifiy yurish jarayoni va nol o‘rtacha AR (1) jarayoni ikkalasi ham umumiy model

(7.1) tomonidan birlashtirilgan:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 t + e_t$$

$\beta_0 = 0$ bo‘lganda (jarayonni nol o‘rtacha qilish uchun), $\beta_2 = 0$ va $|\beta_1| < 0$. Bu yerda xato shartlari IID $(0, \sigma^2)$ deb faraz qilamiz, ya’ni ular ketma-ket bog‘liq emas. Agar $\beta_1 = 1$ bo‘lsa, model tasodifiy yurishdir. (U birlik ildizga ega.) Shu bilan bir qatorda, agar $|\beta_2| < 0$ bo‘lsa, model AR (1) bo‘ladi.

Tasodifiy yurishning nol o‘rtacha AR (1) modeliga nisbatan oddiy sinovi quyidagicha ko‘rinadi va bu quyidagi regressiyasini tashkil etadi:

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + e_t$$

va $\beta_1 = 1$ yoki yo‘qligini aniqlash uchun *t* – testini o‘tkazamiz. Muqobil yondashuv X_{t-1} ni ikkala tomondan ayiramiz,

$$X_t – X_{t-1} = \beta_1 X_{t-1} – X_{t-1} + e_t$$

$$X_t = (\beta_1 – 1)\, X_{t-1} + e_t \qquad (7.2)$$

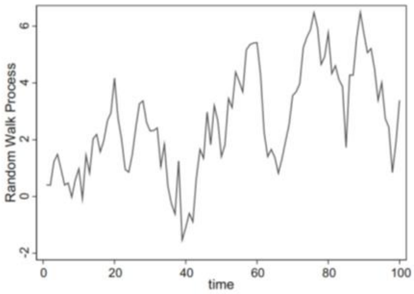
$$X_t = \gamma\, X_{t-1} + e_t \qquad (7.3)$$

va $\gamma = 0$ (yani $\beta = 1$) ekanligini tekshiramiz. Tenglama (7.3) shuni ta’kidlaydiki, agar model tasodifiy yurish bo‘lsa, birinchi farqlardan olingan model statsionar bo‘ladi.

Afsuski, birlik ildizning nol ostida, β_1 ning tanlanma taqsimoti t-taqsimotga yoki boshqa standart taqsimotga amal qilmaydi, ya’ni na cheklangan to‘plamlarda, na asimptotikada. Buning sababi X_{t-1} tenglamaning o‘ng tomonida joylashganligidan kelib chiqadi. (7.3) statsionar emas. Bu shuni anglatadiki, test statistikasi markaziy limit teoremasining odatiy chiziqlari bo‘ylab yaqinlashmaydi.

Ushbu misolda biz ikkita sun’iy ma’lumotlar to‘plamini yuklaymiz, ulardan biri ma’lumotlar RW jarayonidan olinganligini bilamiz, ikkinchisi esa ma’lumotlar nol o‘rtacha AR(1) dan keladi. Biz ikkita ma’lumotlar to‘plamining natijalarini solishtiramiz.

Aytaylik, X o‘zgaruvchining grafigi quyidagicha (7.1-rasm).



7.1-rasm. Tasodifiy yurish ma’lumotlari

Ikkinchidan, biz sinab ko‘rayotgan nol gipoteza shundan iboratki, ma’lumotlar oddiy tasodifiy yurishdan olingan:

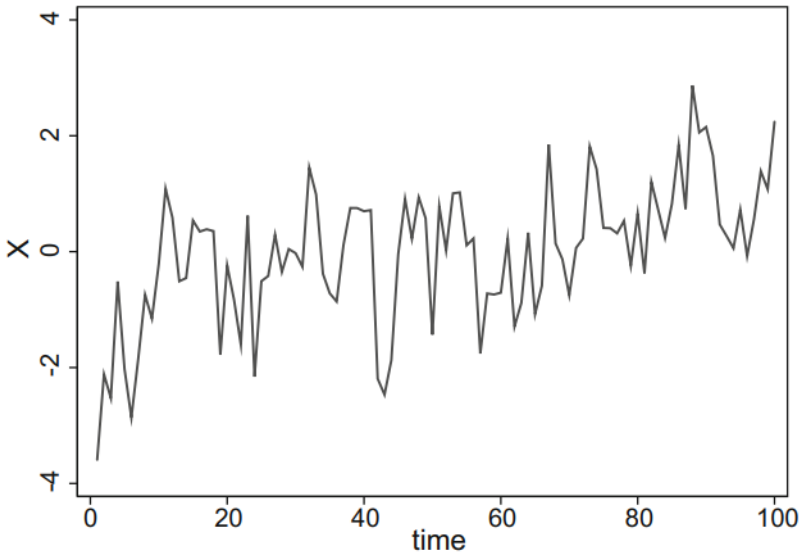
$$H_0: X_t = X_{t-1} + e_t,$$

jarayonning muqobil gipotezasi:

$$H_A: X_t = \beta X_{t-1} + e_t,$$

$|\beta| < 1$ bilan. Shunday qilib, nol gipoteza ham, muqobil gipoteza ham, doimiy ham, tendensiya ham mavjud emas. Shuning uchun biz (7.3)ni baholash va test statistikasini tegishli kritik qiymatlar bilan solishtirish orqali oddiy DF testini amalga oshirishimiz mumkin:

```
Dickey-Fuller test for unit root                   Number of obs   =        99

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(t)             -1.306            -2.600            -1.950            -1.610

------------------------------------------------------------------------------
         D.X |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           X |
         L1. |  -.0390038   .0298589    -1.31   0.195    -.0982579    .0202503
------------------------------------------------------------------------------
```



7.2-rasm. Statsionar AR ma'lumotlari

Odatda, gipoteza uchun test o'tkazganimizda, eng keng tarqalgan nol gipotezada bu taxmin nolga teng bo'ladi. Ammo, umumiy modelga nazar tashlaydigan bo'lsak, tegishli koeffitsiyent qiymati $\beta_1 = 1$ bo'ladi. Ammo esda tutingki, biz birinchi farqlarni ko'rib chiqish uchun modelni o'zgartiramiz. Bu shuningdek, tegishli koeffitsiyent qiymatini $\beta_1 = 1$ dan $\beta_1 = 0$ ga o'zgartiradi, shuning uchun biz odatiy gipoteza testlarini o'tkazishimiz mumkin. Qisqasi, Dikki Fuller koeffitsiyenti qiymatlari nolga teng yoki yo'qligini tekshiramiz.

Davom ettiradigan bo'lsak Stata quyidagi modelni taxmin qiladi:

$$\Delta X_t = (-0.039)\ X_{t-1} + e_t$$

$\widehat{\gamma_1} = -0{,}039$ bo'lgani uchun

$$\widehat{\beta_1} = 1 + \widehat{\gamma_1} = 1 - 0.039 = 0.96,$$

qaysi bu birga juda yaqin.

Test statistikasi (-1,306)da to'g'ridan to'g'ri qabul qilish sohasida. Shu bilan bir qatorda, taxminiy *p* – qiymati 0,10 dan katta. Qanday bo'lmasin, Dickey-Fuller testi birlik ildizining nol gipoteza rad eta olmaydi, bu ahamiyatli, chunki biz ma'lumotlar birlik ildizi (tasodifiy yurish jarayoni) bilan olinganligini bilamiz.

Ma'lumotni yaratish jarayoni birlik ildiziga ega bo'lmaganda, Dickey-Fuller testining ishlashini taqqoslaylik. Statada ma'lumotlar to'plamini yuklab, faqat birinchi 100 ta kuzatuvni saqlaymiz, shunda u oldingi misoldagi kabi kuzatishlar soniga ega bo'ladi. O'zgaruvchining grafikasi jarayonning tasodifiy yurish emasligini ko'rsatadi (7.2-rasm).

Haqiqatan ham, *X* haqidagi ma'lumotlar AR (1) jarayonidan taqlid qilingan, koeffitsiyenti 0,50 ga teng. Shunga qaramay, biz rasmiy Dickey-Fuller testini o'tkazamiz:

```
Dickey-Fuller test for unit root                     Number of obs   =        99

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(t)             -3.973            -2.600            -1.950            -1.610

------------------------------------------------------------------------------
         D.X |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           X |
         L1. |  -.2832969   .0713082    -3.97   0.000    -.4248057    -.141788
------------------------------------------------------------------------------
```

Test statistikasi -3,973 har qanday muhim qiymatdan kattaroqdir, bu birlik ildizining nol gipoteza qat'i rad etilishini ko'rsatadi. Bu dalda beradi, chunki ma'lumotlar tasodifiy yurishdan emas, balki statsionar AR jarayonidan olingan.

Ko'pgina jarayonlar o'rtachasi nolga teng emas. Nolinchi o'rtacha taxminan muammoli emas. Shuning uchun doimiy bo'lgan statsionar AR (1) jarayonni qaraymiz:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + e_t \qquad (7.4)$$

degan ma'noga ega va bu:

$$\mu = \frac{\beta_0}{1-\beta_1}$$

Birlik ildizni qanday sinab ko'ramiz? ya'ni, ma'lumotlarimiz RW yoki nolga teng bo'lmagan statsionar AR (1) jarayonidan kelganligini qanday tekshiramiz? Buning uchun biz umumiy bo'lgan (7.1) modelimizdan yana ishni boshlaymiz, lekin bunda deterministik tendensiyasiz $\beta_2 = 0$, deb qabul qilamiz:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 t + e_t$$
$$= \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + e_t$$

X_{t-1} ni ikkala tomondan ayirish,

$$X_t - X_{t-1} = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} - X_{t-1} + e_t$$
$$= \beta_0 + (\beta_1 - 1)\, X_{t-1} + e_t \qquad (7.5)$$
$$= \beta_0 + \gamma\, X_{t-1} + e_t \qquad (7.6)$$

nol gipotezaga ko‘ra, ma’lumotlarni yaratish jarayoni tasodifiy yurishdir (RW). Shunday qilib, $\beta_1 = 1$ va $\gamma_0 = 0$. Muqobil gipotezaga ko‘ra, ma’lumotlarni yaratish jarayoni potensial nolga teng bo‘lmagan o‘rtachaga ega statsionar AR (1) hisoblanadi. Shunday qilib, $|\beta_1| < 1$ va $\gamma < 0$.

Muqobil gipoteza, statsionar AR (1) jarayoni nolga teng bo‘lmagan o‘rtachaga ega bo‘lganligi bunga ta’sir qilmaydi. Bu faqat taxminiy qiymatlarga ta’sir qiladi. Shunday qilib, muqobil o‘rtacha nolga teng bo‘lmagan statsionar jarayon bo‘lgan Dickey-Fuller testini o‘tkazish uchun biz shunchaki kesishma qo‘shamiz va avvalgidek davom etamiz.

Biz Dickey-Fuller testining ushbu versiyasini ikkita ma’lumotlar to‘plami bilan bajaramiz. Birinchi ma’lumotlar to‘plami tasodifiy yurish jarayonidan simulatsiya qilingan ma’lumotlardan foydalanadi, ikkinchisi esa nolga teng bo‘lmagan AR (1) jarayonidan simulatsiya qilingan ma’lumotlardan.

Stataning dfuller buyrug‘i uchun standart sozlama doimiyni kiritishdir. Ilgari biz konstantasiz variantini belgilashimiz kerak edi. Bu yerda konstanta chaqiriladi, chunki biz nolga teng bo‘lmagan o‘rtacha (ya’ni doimiysi bo‘lgan) AR (1) jarayoniga qarshi testdan o‘tkazamiz.

```
Dickey-Fuller test for unit root                   Number of obs   =        99

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(t)             -2.723            -3.511            -2.891            -2.580
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0701

------------------------------------------------------------------------------
         D.X |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           X |
         L1. |  -.1355355    .049772    -2.72   0.008    -.2343191   -.0367519
             |
       _cons |   .3844845   .1606448     2.39   0.019     .0656491    .7033199
------------------------------------------------------------------------------
```

Test statistikasi (-2,723) va p – qiymati (0,0701) 5% darajasining 1% da nolni rad eta olmasligimizni ko‘rsatadi.

Keling, statsionar AR (1) jarayonidan nolga teng bo‘lmagan o‘rtacha bilan ma’lumotlar to‘plamini yuklaymiz va natijalarni solishtiramiz. Ma’lumotlar $X_t = 10\text{-}0.50X_{t-1}$ ga muvofiq bajarilgan.

```
Dickey-Fuller test for unit root                   Number of obs   =        99

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
Z(t)             -5.926            -3.511            -2.891            -2.580
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
         D.X |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           X |
         L1. |    -.52943    .089347    -5.93   0.000    -.7067591   -.3521008
             |
       _cons |    10.5178   1.778593     5.91   0.000     6.987788    14.04782
------------------------------------------------------------------------------
```

Bunday holda, biz barcha odatiy ahamiyat darajalarida birlik nol qiymatini rad qilamiz. Buni ikki jihatdan ko‘rishimiz mumkin. Birinchidan, taxminiy p – qiymati nolga teng. Ikkinchidan, test statistikasi (-5,926) Dickey-Fuller kritik qiymatlarining har qandayidan ancha kichikdir.

Suzuvchi tasodifiy yurish va deterministik trend. Agar bizning ma’lumotlarimiz vaqt o‘tishi bilan trendga tushib qolsa-chi? Suzuvchi tasodifiy yurish («stoxastik trend») va «deterministik trend» AR modeli o‘rtasida qanday test o‘tkazamiz? Vizual ravishda ular bir xil ko‘rinadi: ikkalasi ham chiziqli ravishda yuqoriga qarab yo‘naltiriladi va ularning ikkalasi ham statsionar emas. Demak, biz bu yerda statsionarlik taxminini sinab ko‘rmayapmiz. Biz sinab ko‘rayotgan narsa statsionarlikning manbayidir. Bu stoxastik yoki deterministik omilga bog‘liqmi?

Ikkala model ham umumiy model tomonidan birlashtirilgan,

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 t + e_t \qquad (7.7)$$

Deterministik trend modelida $|\beta_1| < 1$ mavjud va $\beta_2 \neq 0$, suzuvchi tasodifiy yurish esa $\beta_0 \neq 0$, $\beta_1 = 1$ va $\beta_2 = 0$ ga ega.

Keyin birlik ildiz gipotezasini to‘g‘ridan to‘g‘ri tekshirish – ya’ni modelning tasodifiy yurishi haqidagi gipoteza – (7.7) regressiyani amalga oshirish va $\beta_1 = 1$ va $\beta_2 = 0$ F-testini o‘tkazamiz. Dickey-Fuller yondashuvi (7.7) X_{t-1} ni ayirish orqali qayta yoziladi. Har ikki tomondan tegishli o‘zgaruvchini ayirish orqali quyidagiga ega bo‘lamiz:

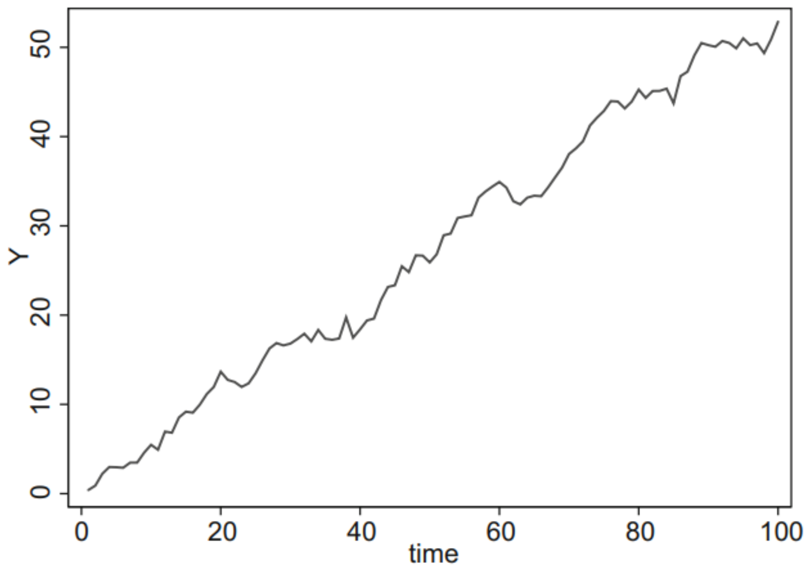
$$X_t = \beta_0 + (\beta_1 - 1)\, X_{t-1} + \beta_2 t + e_t \tag{7.8}$$

va $(\beta_1 - 1) = \beta_2 = 0$ ekanligini tekshiramiz.

Shunga qaramay, birlik ildiz gipotezasi ostida test statistikasi oddiy o‘zgaruvchilar sifatida ham, *t* sifatida ham taqsimlanmaydi, lekin o‘ziga xos tanlov taqsimotiga ega.

Keling, RWdata.dta taqlid qilingan tasodifiy yurish ma’lumotlar to‘plamini yuklaymiz va Y o‘zgaruvchisiga, suzuvchi tasodifiy yurishga e’tibor qaratamiz (7.3-rasmga qarang). O‘zgaruvchi quyidagicha regressiya tenglamasiga ega: $Y_t = 0{,}5 + Y_{t-1} + e_t$.

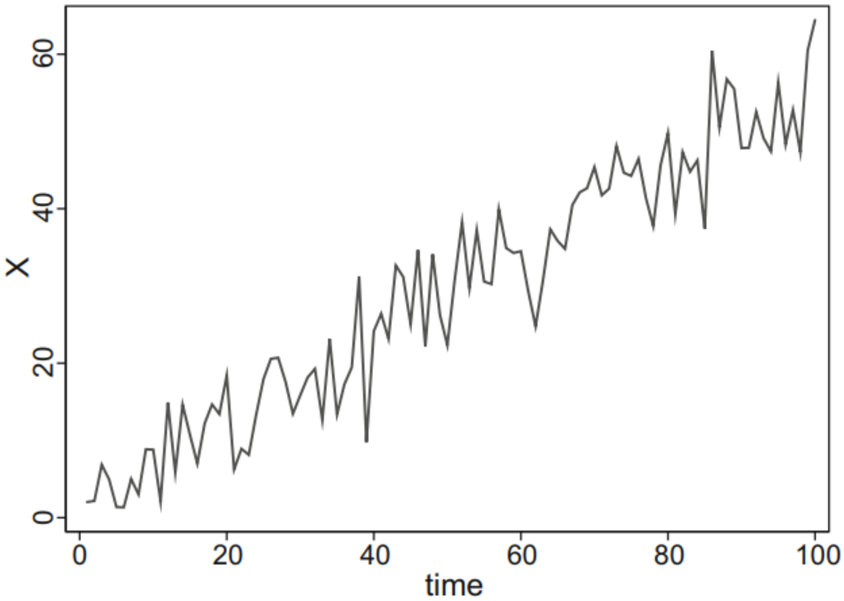
```
Dickey-Fuller test for unit root                    Number of obs   =        99

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(t)             -3.240            -4.042            -3.451            -3.151
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0768

------------------------------------------------------------------------------
D.Y          |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           Y |
         L1. |  -.2001429   .0617792    -3.24   0.002    -.3227737   -.0775122
      _trend |   .1071575   .0335155     3.20   0.002     .0406298    .1736852
       _cons |   .5990923   .1879078     3.19   0.002     .2260983    .9720862
------------------------------------------------------------------------------
```



7.3-rasm. Suzuvchi tasodifiy yurish: $Y_t = 0{,}50 + Y_{t-1} + t + e_t$

Bu yerdagi holat biroz noaniq. Sinov statistikasini (-3,240) va p-qiymatini (0,0768) hisobga olsak, biz 1% va 5% darajalarda emas, balki 10% da birlik ildizining nol gipotezasini rad etishimiz mumkin.

Haqiqiy DGP birlik ildiziga ega emas, balki deterministik trendga ega bo‘lsa, test qanday ishlashini ko‘rib chiqamiz (7.4-rasmga qarang).



7.4-rasm. Deterministik trend: $X_t = 1 + 0,10X_{t-1} + 0,50t + e_t$

```
Dickey-Fuller test for unit root                   Number of obs   =        99

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(t)            -10.078            -4.042            -3.451            -3.151
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000

------------------------------------------------------------------------------
D.X          |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           X |
         L1. |  -1.043005   .1034907   -10.08   0.000    -1.248433   -.8375778
      _trend |   .5734193   .0589168     9.73   0.000     .4564703    .6903682
       _cons |   2.113389   .9940207     2.13   0.036     .1402734    4.086504
------------------------------------------------------------------------------
```

Sinov statistikasi (-10,078) va p – qiymati (0,0000) biz birlik ildizining nol gipotezasini ishonch bilan rad etishimiz mumkinligini ko‘rsatadi. Bu omadli, chunki ma’lumotlar suzuvchi birlik ildizi emas, balki deterministik tendensiya jarayoni asosida yaratilgan.

Kengaytirilgan Dickey-Fuller testlari. Dickey-Fuller testi xatosi ketma-ket korrelatsiya qilinmaganligini taxmin qiladi. Bu asosli taxmin bo‘lmasligi mumkin. Aslida, ko‘pincha bunday emas. Ko‘pincha natijalarda avtokorrelatsiya juda ko‘p. Ushbu avtokorrelatsiyani hisobga olish uchun Augmented Dickey-Fuller testini kiritdilar. ADF testi standart DF baholash tenglamalariga k lagli farqni qo‘shadi.

Nima uchun biz standart DF tenglamasiga ba’zi bir kechikkan farq shartlarini qo‘shdik? Dickki va Fuller (1979) ma’lumotlarni ishlab chiqish jarayoni AR (1) – ya’ni, deb taxmin qilishdi. Uning birga teng lagi borligi (ex: $X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-1} + e_{t\_}$) *– va savol u statsionar* (| β_1 | < 0) yoki statsionar emas ($\beta_1 = 1$). Dikki buni ixtiyoriy AR(p) jarayonlariga kengaytirdi.

Keling, bu suzuvchi RWga nisbatan oddiyroq AR(2) jarayoni uchun qanday ishlashini ko‘rib chiqamiz. Faraz qilaylik, ma’lumotlarni yaratish jarayoni AR(2),

$$X_t = \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + e_t \tag{7.9}$$

bo‘lsin va biz jarayonning statsionar yoki yo‘qligini tekshirmoq-chimiz.

Biz har doim nol qo‘shishimiz mumkin, shuning uchun (7.9)ning o‘ng tomoniga x qo‘shamiz va ayirib uni soddalashtiramiz:

$$\begin{aligned} X_t &= \beta_1 X_{t-1} + (\beta_2 X_{t-1} - \beta_2 X_{t-1}) + \beta_2 X_{t-2} + e_t \\ &= (\beta_1 + \beta_2) X_{t-1} - \beta_2 (X_{t-1} - X_{t-2}) + e_t \\ &= (\beta_1 + \beta_2) X_{t-1} - \beta_2 \Delta X_{t-1} + e_t. \end{aligned}$$

Standart Dickey-Fuller jarayonida bo‘lgani kabi, har ikki tomondan X_{t-1} ni ayiramiz:

$$X_t - X_{t-1} = (\beta_1 + \beta_2 - 1) X_{t-1} - \beta_2 \boldsymbol{\Delta} X_{t-1} + e_t$$

$$\boldsymbol{\Delta} X_t = \gamma X_{t-1} + c\, \boldsymbol{\Delta} X_{t-1} + e_t,$$

bu yerda $\gamma = (\beta_1 + \beta_2 - 1)$ va $c = -\beta_2$.

Biz AR(2) jarayonidagi bizga tanish statsionar sharoitlardan biri bo‘lgan

$$\gamma = (\beta_1 + \beta_2 - 1) = 0$$

yoki ekvivalenti

$$\beta_1 + \beta_2 = 1$$

ekanligini ko‘rish orqali statsionarni sinab ko‘ramiz.

AR(3) jarayoniga qo‘llaniladigan shunga o‘xshash jarayon quyidagi natijalarni beradi:

$$\boldsymbol{\Delta} X_t = (\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 1)X_{t-1} - \beta_2 \boldsymbol{\Delta} X_{t-1} - \beta_3 \boldsymbol{\Delta} X_{t-2} + e_t$$

$$= \gamma X_{t-1} + \sum_{i=1}^{2} c_i \, \boldsymbol{\Delta} X_{t-1} + e_t.$$

Ixtiyoriy AR(p) jarayoni quyidagi natijani beradi:

$$\boldsymbol{\Delta} X_t = \gamma X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} c_i \, \boldsymbol{\Delta} X_{t-1} + e_t.$$

RWWD va deterministik trendning ADF testi uchun regressiya tenglamasi standart DF tenglamasiga ekvivalentdir, biroq qo‘shimcha kechikishli farq shartlari bilan yuqoridagi fikr o‘rinlidir:

$$\Delta X_t = \beta_0 + \gamma X_{t-1} + \beta_2 t + \sum_{i=1}^{k} c_i \Delta X_{t-i} + e_t$$

va biz $\gamma = (\beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_p - 1) = 0$ yoki yo‘qligini tekshiramiz.

k-1 kechikkan farqli shartlarni qo‘shish bizga AR(k) jarayonlarida birlik ildizlarini sinab ko‘rish imkonini beradi. Agar ma’lumotlarni ishlab chiqish jarayoni MA larini o‘z ichiga olsa, hammasi yo‘qolmaydi. Biz hech qachon cheksiz sonli kechikkan farqlarni baholay olmaymiz, lekin agar biz ularni yetarli darajada baholasak, biz MA larining istalgan sonini yetarli darajada hisobga olamiz. Amalda esa biz ARMA(p,q) jarayonining tartibi qanday ekanligini hech qachon bilmaymiz va bizning taxminiy regressiyalarimizga qancha kechikishlarni kiritish haqida aniq qoidalar yo‘q. Ba’zi tadqiqotchilar MA birligini qo‘shamiz, bu esa qoldiqlar avtokorrelatsiyani ko‘rsatmaydi. Boshqalari esa ko‘p kechikishlar bilan boshlanadi va sekin-asta ahamiyatsiz MA larni o‘ziga xos umumiy metodologiyada olib tashlaydi.

Biz quyida ko‘proq qo‘llaniladigan kechikishlarni tanlash usullarini ko‘rib chiqamiz. Ushbu murakkablikni e’tiborsiz qoldiradigan bo‘lsak, Statada ADF testini o‘tkazish jarayoni standart DF testini bajarishdan farq qilmaydi. Aslida, buyruq bir xil. Dfullerga variant sifatida lag (k) orqali ma’lum miqdordagi kechikkan farqlarni qo‘shishimiz kerak.

DF-GLS testlari. Ma’lumotlarni yo‘qotish uchun OLS dan foydalanish o‘rniga, Elliot va boshqalar GLSni bekor qilish tartibini taklif qiladi. Trend ma’lumotlar bo‘yicha, $X^{\wedge}{}_{t}$, va bundan

$$\Delta X^{\wedge}{}_{t} = \gamma X^{\wedge}{}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} c_i \Delta X^{\wedge}{}_{t-1} + e_t$$

ni baholaydilar.

Umumlashtirilgan eng kichik kvadratlarning matematik tafsilotlari ushbu kitob doirasidan tashqarida, ammo buyruq yordamida Statada DF-GLS jarayonini amalga oshirish oson.

Notrend variantidan foydalanib, aniq trend muddatini istisno qilishingiz mumkin. Nihoyat, e_{rs} DF-GLS jarayonining asl mualliflari Elliott, Rothenberg va Stock (ERS) tomonidan hisoblangan kritik qiymatlardan foydalanadi. Bu variant kamdan kam qo‘llaniladi, chunki Cheung va Lai kritik qiymatlarni ustun deb hisoblaydilar. E_{RS} kritik qiymatlarini faqat kechikishlar soni nolga teng bo‘lgan holatlar uchun hisoblab chiqiladi. Cheung va Lai cheklangan to‘plamlar kritik qiymatlar kechikishlar soniga bog‘liqligini aniqladilar va turli kechikish uzunliklari uchun kritik qiymatlarni qayta baholadilar.

Statada Dfgls buyrug‘i bir nechta turli xil tanlash jarayonlarining optimal kechikish variantlari haqida xabar beradi. Xususan, u optimal kechikishni Ng va Perron (1995) ketma-ket t-testi, Ng va Perron (2001) tomonidan o‘zgartirilgan Akaike axborot mezoni (MIC) va Shvarts (1978) axborot mezoni (SIC) asosida hisoblaydi. Biz lag tanlovini muhokama qilamiz va keyingi tanlovda bunga misol keltiramiz.

DF bo‘yicha test sinovlari. Shu paytgacha biz DickeyFuller testlariga qancha kechikishlar kiritish kerakligini aniqlamadik. Ushbu muammoni hal qilishda bir nechta turli xil yondashuvlar mavjud, ammo ularning barchasini markaziy elementi model to‘g‘ri ko‘rsatilgandan so‘ng, qoldiqlar oq shovqin degan fikr tashkil etadi. Shunday qilib, kechikish uzunligi haqidagi savolga tez va oson javob: qoldiqlar o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan oq shovqin bo‘lishi uchun kerakli darajada ko‘p kechikishlarni tanlash zarur.

Agar bizda juda kam laglar bo‘lsa, unda bizning qoldiqlarimiz avtokorrelatsiya qilinadi; avtokorrelatsiya bizning gipoteza sinovini rad etadi va natijalarimizni noto‘g‘ri qiladi. Agar bizda juda ko‘p laglar bo‘lsa, unda bizda oq shovqin qoldiqlari bo‘ladi, lekin biz kerak bo‘lgandan ko‘ra ko‘proq koeffitsiyentlarni baholaymiz. Bu o‘z navbatida bizning testlarimiz kamroq kuchga ega bo‘lishini anglatadi. Biz ushbu begona koeffitsiyentlarni baholash uchun qimmatli erkinlik darajalaridan foydalanamiz, agar ular bizga haqiqatan ham muhim bo‘lganlarning aniqroq bahosini berish uchun ishlatilishi mumkin.

Bir nechta kechikishlar bilan boshlashimiz va kerak bo‘lganda qo‘shimcha qo‘shishimiz kerakmi? Yoki ko‘p kechikishlar bilan boshlash va uni minimal darajada ushlab turish kerakmi? Agar shunday bo‘lsa, kichiklashtirishdan oldin qancha kechikishdan boshlash kerak? Optimal kechikish uzunligini bevosita tanlash uchun axborot mezonlaridan foydalana olamizmi? Turli ekonometristlar turli qoidalarni taklif qilishadi. Ushbu kichik bo‘limda biz eng keng tarqalgan ba’zilarini ko‘rib chiqamiz.

Ng va Perron (1995) hamda Kempbell va Perron (1991) ko‘p sonli kechikishlar bilan boshlanib, k_{max} bilan tugaydigan t-testlar ketma-ketligini taklif qiladilar. Agar eng uzoq kechikish muddati uchun omil ahamiyatsiz bo‘lsa, u holda bu shartni bekor qilish va kichikroq modelni qayta baholash kerak bo‘ladi.

Ng va Perron (1995) o‘zlarining ketma-ket t-test usullarini Akaike bilan taqqosladilar va Shvarts axborot mezonlari hamda ularning ketma-ket t-test yondashuvini optimal deb topdilar. Ular kamroq o‘lchamdagi xatoliklarga duchor bo‘lishdilar, lekin ular bilan taqqoslanadigan kuchga ega bo‘ldilar.

Albatta, Ng va Perron (1995) jarayoni test uchun k_{max} qiymatini aniqlanmagan holda qoldiradi. Biroq Shvert bu masalaga boshqacha javob qaytardi.

Shvert (1989, 2002) p_{max} ni quyidagidan hisoblashni taklif qiladi:

$$k_{max} = int\ [12(\frac{T}{100})^{1.4}]$$

Bu yerda T ma’lumotlar to‘plamidagi davrlar sonini, int esa hisoblanayotgan sonning butun qismini bildiradi.

Stata o‘zining dfgls buyrug‘ida ushbu formulaning ozgina o‘zgarishini amalga oshiradi:

$$k_{max} = int[12[(T+1)/100]^{1/4}]$$

Bunda davrlar soniga bitta qo‘shiladi.

Ng va Perron 2001-yilgi maqolalarida kechikish uzunligini tanlashga qaytishdi. Ular juda qisqa kechikish uzunligini tanlaydigan an’anaviy AIC va BIC’lardan ko‘p jihatdan ustun bo‘lgan o‘zgartirilgan AICni ishlab chiqdilar.

Cheung va Lai (1995a,b) DFGLS testining yakuniy namunasining kritik qiymatlari kechikishlar soniga bog‘liqligini aniqladilar. Wu (2010) Ng va Perronning ikkita usuli, ketma-ket t-testi va o‘zgartirilgan AIC samaradorligini taqqosladi va ketma-ket t-testi yondashuvi, ayniqsa Cheung va Lai tomonidan hisoblangan kritik qiymatlardan foydalanganda eng yaxshi natija berishini aniqladi.

Stata biz uchun yuqoridagi barcha hisob-kitoblarni avtomatlashtiradi. Tadqiqotchiga eng mos tanlash mezonlarini tanlash qoladi. Albatta, tadqiqotchi qaysi protsedura eng mos kelishini sinab ko‘rishdan oldin qaror qabul qiladi. Eng qulay javobni tanlab, avval testlarni o‘tkazadi.

Quyida yuqoridagi jarayonlarga oid misollar keltirilgan. Keling, misol keltiraylik.

Ma’lumotlarimizda dfgls dan foydalanib, biz quyidagilarni olamiz:

```
DF-GLS for UNRATE                                       Number of obs =   817
Maxlag = 20 chosen by Schwert criterion

               DF-GLS tau      1% Critical       5% Critical      10% Critical
  [lags]     Test Statistic        Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
    20           -3.424           -3.480            -2.826            -2.541
    19           -3.247           -3.480            -2.828            -2.543
    18           -3.035           -3.480            -2.830            -2.545
    17           -3.013           -3.480            -2.832            -2.547
    16           -3.002           -3.480            -2.834            -2.549
    15           -2.945           -3.480            -2.836            -2.550
    14           -2.833           -3.480            -2.838            -2.552
    13           -2.750           -3.480            -2.840            -2.554
    12           -2.796           -3.480            -2.842            -2.556
    11           -3.206           -3.480            -2.844            -2.557
    10           -3.120           -3.480            -2.846            -2.559
    9            -3.517           -3.480            -2.847            -2.561
    8            -3.559           -3.480            -2.849            -2.562
    7            -3.604           -3.480            -2.851            -2.564
    6            -3.814           -3.480            -2.853            -2.566
    5            -3.813           -3.480            -2.855            -2.567
    4            -3.378           -3.480            -2.856            -2.569
    3            -3.075           -3.480            -2.858            -2.570
    2            -2.548           -3.480            -2.860            -2.572
    1            -1.975           -3.480            -2.861            -2.573
```

Tahlillar shuni ko‘rsatadiki, Shvert testida maksimal kechikish 20 ni tashkil etadi. Bu yerdan Hg va Perronning ketma-ket t-test protsedurasi yordamida test qilishimiz mumkin. Agar shunday bo‘lganida, biz 19 ta lag olardik, bu anchagina kechikishlar hisoblanadi. Agar biz o‘rniga ma’lumot mezonidan foydalanishni tanlaganimizda, DF-GLS regressiyalarimizda foydalanish uchun boshqa miqdordagi kechikishlarni tanlagan bo‘lardik. Shvarts mezoni besh lag uzunligini tanlaydi. Ushbu mezon kamroq kechikishlarga ega. Stata MAIC deb ataydigan o‘zgartirilgan Ng va Perron AIC 12 lagni tanlaydi.

Bizning yakuniy maqsadimiz kechikishlar sonini tanlash emas, balki birlik ildizini sinab ko‘rishdir. Kechikishni tanlash faqat taxminiydir.

Agar biz 19 ta kechikishdan foydalanadigan bo‘lsak, u holda DF-GLS testining statistikasi -3,247 bo‘ladi. Bu 5% va 10% darajadagi kritik qiymatlardan ko‘proq. Lekin biz 1% darajasida nol gipotezani rad eta olmaymiz.

Agar biz MAIC-dan kechikishlarni tanlash uchun qo‘llanma sifatida foydalansak, u holda biz 12 kechikish bilan DF-GLS testini o‘tkazamiz. Bundan test statistikasi -2,796 bo‘ladi. Ushbu test statistik ma’lumotlarini hisobga olgan holda, biz 10% darajasida test o‘tkazishda birlik ildiz nol gipotezasini rad qilamiz. Biz 5% yoki 1% darajasida birlik ildizini rad eta olmaymiz.

Nihoyat, agar biz SIC ni tanlaganimizda, DF-GLS modelini beshta kechikish bilan baholagan bo‘lardik. Bu -3,813 test statistikasiga olib keladi, bu mutlaq qiymatda barcha kritik qiymatlardan kattaroqdir. Biz bu holda birlik ildizning nol gipotezasini rad qilgan bo‘lar edik.

Ko‘rib turganingizdek, ushbu birlik ildiz testlarining xulosalari siz hisoblagan kechikishlar soniga bog‘liq. Ideal holda, turli xil kechikishlarni tanlash mezonlari bir xil miqdordagi kechikishlarni tavsiya qiladi. Afsuski, bu kamdan kam hollarda bo‘ladi.

7.4. Phillips-Perron testlari

Phillips-Perron testi (1988) ADF testiga muqobildir. Kechiktirilgan farqlarni qo‘shish orqali xatolar nuqtayi nazaridan ketma-ket korrelatsiyani qoplash o‘rniga, Phillips va Perron heteroskedastiklik va avtokorrelatsiya (HAC) uchun standart xatolarni tuzatadi. ya’ni, ADF regressiya tenglamasini o‘zgartirsa, Phillips-Perron test statistikasini o‘zgartiradi. Bu xuddi Stata ning mustahkam opsiyasi reg buyrug‘idan keyin HAC standart xatolarini hisoblaganidek amalga oshiriladi (Newey va West, 1986).

Ushbu tuzatishning o‘ziga xos xususiyatlari bizni juda uzoqqa olib boradi, ammo Stata

$$X_t = \beta_0 + \rho X_{t-1} + \beta_2 t + e_t \qquad (7.11)$$

ni taxmin qiladi va HAC tomonidan sozlangan standart xatolarni buyruq bilan juda oson hisoblaydi.

Konstantasiz va trend variantlari odatiy talqinga ega: regressiya (7.11) tenglamaning koeffitsiyent baholarini ko‘rsatadi va laglar Nyuey

West standart xatolarini hisoblash uchun ishlatiladigan kechikishlar sonini belgilaydi.

Pperron testi ikkita statistik xarakteristikani beradi: Z(ρ) va Z(t). Phillips va Perron xato jarayonida AR komponentlari yoki ijobiy MA mavjud bo‘lganda Z (ρ) Z (t) yoki ADF testlariga qaraganda yuqori quvvatga ega ekanligini aniqladi. Phillips-Perron testi xato katta yoki hatto o‘rtacha salbiy harakatlanuvchi o‘rtacha shartlarga ega bo‘lgan holatlar uchun mos emas.

```
Phillips-Perron test for unit root                Number of obs   =        99
                                                  Newey-West lags =         3

                               ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
                Statistic          Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(rho)          -22.332           -27.366           -20.682           -17.486
 Z(t)             -3.427            -4.042            -3.451            -3.151
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0478

------------------------------------------------------------------------------
Y            |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
           Y |
         L1. |   .7998571   .0617792    12.95   0.000     .6772263    .9224878
      _trend |   .1071575   .0335155     3.20   0.002     .0406298    .1736852
       _cons |   .5990923   .1879078     3.19   0.002     .2260983    .9720862
------------------------------------------------------------------------------
```

Boshqa DF tipidagi testlarda bo‘lgani kabi, nol gipoteza ma’lumotlarning birlik ildiziga ega (yani, r = 1) va muqobil variant

– r < 1. Test statistikasiga nazar tashlaydigan bo‘lsak, ba’zi dalillar mavjud. Y birlik ildizga ega. Biroq, dalillar zaif. Keyingi qadam sifatida biz birinchi farqni olamiz va ΔY_t birlik ildiziga ega emasligini tekshirishimiz mumkin.

```
Phillips-Perron test for unit root                Number of obs   =        98
                                                  Newey-West lags =         3

                           ---------- Interpolated Dickey-Fuller ---------
                  Test         1% Critical       5% Critical      10% Critical
               Statistic           Value             Value             Value
------------------------------------------------------------------------------
 Z(rho)        -117.038          -27.332           -20.664           -17.472
 Z(t)           -11.125           -4.044            -3.452            -3.151
------------------------------------------------------------------------------
MacKinnon approximate p-value for Z(t) = 0.0000
```

Bu yerda biz nol birlik ildizini rad qilamiz. ya'ni, birinchi farq o'zgaruvchisida birlik ildiz yo'q degan xulosaga kelamiz.

7.5. KPSS testlari

Ko'pgina birlik ildiz testlarida (albatta, biz hozir aytib o'tgan barcha testlarda) nol gipoteza shundan iboratki, jarayon birlik ildizni o'z ichiga oladi. Afsuski, birlik ildiz testlari juda past kardinallik (yani, ular nolga teng birlik ildizni tez-tez rad etmaydi). Shu sababli, muqobil sifatida emas, balki statsionarligi nolga teng bo'lgan qo'shimcha testni o'tkazish foydalidir. KPSS testi shunday test bo'lib, foydali ikki tomonlama tekshirishni ta'minlaydi. Test Kwiatkowski va boshqalar tomonidan 1992-yilda ishlab chiqilgan. Testni Statada bajarish oson va tadqiqotchilar undan foydalanishlari tavsiya etiladi.

KPSS testi vaqt seriyasining o'zgaruvchisini deterministik trend, tasodifiy yurish komponenti va statsionar xatolik yig'indisiga ajratadi:

$$y_t = \beta t + r_t + e_t$$

Bu yerda e_t statsionar xato va tasodifiy yurish komponenti:

$$r_t = r_{t-1} + u_t$$

Tasodifiy yurish ketma-ketligining boshlang'ich a'zosi r_0 kesishish nuqtasi rolini o'ynaydi.

Tasodifiy yurish komponentidagi xato shartlari (u_t) IID($0,\sigma^2$) deb qabul qilinadi.

Agar u_t nol dispersiyaga ega bo'lsa, uning qiymati har doim nolga teng. Shunday qilib, $r_1 = r_2 = r_3 ... = r_0$. Boshqacha qilib aytganda, r_t

endi tasodifiy yurish emas, y_t esa oddiy statsionar trend modelidir:

$$y_t = \beta t + r_0 + e_t.$$

Sinov oddiygina Lagrange multiplikatori (LM) testidir, bu tasodifiy yurish komponentining nol dispersiyaga ega ekanligini ko‘rsatadi.

KPSS testini amalga oshirish uchun birinchi navbatda modelni baholaymiz va qoldiqlarni ϵ_t hisoblaymiz:

$$S_t = \sum_{i=0}^{t} \epsilon_t.$$

Sephton (2017) kichik to‘plamlar uchun KPSS testi uchun yangilangan qiymatlarni taqdim etadi.

Regressiya xatosining farqini hisoblaymiz:

$$\sigma^{\wedge 2}_{\epsilon} = \sum_{t=0}^{T} \epsilon_t^2.$$

Nihoyat, test statistikasi:

$$LM = \sum_{t=0}^{T} S_t^2 / \sigma^{\wedge 2}_{\epsilon}$$

Bu oddiygina ikki xil qoldiq dispersiya baholarining nisbati hisoblanadi. Darhaqiqat, maxraj «uzoq muddatli» dispersiya e_t ning biroz boshqacha bahosi bo‘lib, t qoldiqlari yordamida hisoblangan va aniq tortish usuli (Bartlet yadrosi) yordamida tortilgan.

Maxlag (k) opsiyasi maksimal kechikishlar sonidan foydalanib natijalarni belgilash imkonini beradi. Trendsiz nol gipoteza trend-statsionar emas, balki daraja-statsionar ekanligini ko‘rsatadi. qs va Stataga avtokovarianslar va maksimal kechikishlarni hisoblash uchun turli usullardan foydalanish imkonini beradi.

KPSS Nelson va Plosser ma’lumotlari bo‘yicha o‘zining statsionarlik sinovlarini o‘tkazdi va birlik ildizlari uchun dastlab taxmin qilinganidan kamroq dalillar mavjudligini aniqladi.

7.6. Nelson va Plosser jarayonlari

Nelson va Plosser (1982) zamonaviy makroiqtisodiyotning eng ko‘p keltirilgan maqolalaridan birida bir nechta umumiy makro ma’lumotlar to‘plamini (YaIM, aholi jon boshiga to‘g‘ri keladigan YaIM, CPI va boshqalar to‘g‘risidagi ma’lumotlar) o‘rganib chiqdi va ularni birlik ildizlari uchun sinab ko‘rdi. Bu savol ikkita sababga ko‘ra muhim, biri statistik va biri iqtisodiy. O‘zgaruvchilarning birlik ildiziga ega yoki yo‘qligini bilish ularni statistik jihatdan qanday modellshtirishimiz kerakligini aytadi. Bundan ham muhimi, agar YaIM kabi iqtisodiy o‘zgaruvchilar birlik ildiziga ergashsa, bu bizga iqtisodiyot haqida juda mazmunli narsani aytadi. Agar YaIM birlik ildiziga amal qilsa, u holda iqtisodiyotdagi har qanday zarba uzoq muddatli ta’sirga ega bo‘ladi. Zarba ta’siri to‘g‘ridan to‘g‘ri zarba iqtisodni eski yo‘liga qaytarmaguncha seziladi. Muqobil ravishda, agar YaIM birlik ildiziga amal qilinmasa, u holda iqtisodiyot barqaror va o‘z-o‘zidan tuzalib ketadi. YaIM ga zarba ta’sir qilganda, bu zarba ta’siri vaqtinchalik bo‘ladi: iqtisod o‘zining avvalgi o‘sish yo‘lini tiklash uchun moslashadi.

Nelson va Plosser quyidagi shakldagi tenglamalarni ko‘rib chiqdilar:

$$X_t = u + \ pX_{t-1} + \text{yt} + u_t \qquad (7.12)$$

Dikki-Fuller testlaridan foydalanib, ular deyarli barcha makroiqtisodiy vaqt seriyalaridan birlik ildizlari mavjudligini aniqladilar, yoki to‘g‘rirog‘i, ular birlik ildizining nol gipotezasini rad eta olmasliklarini aniqladilar.

Quyida biz Nelson va Plosser tadqiqotidagi asosiy jadvallarni keltiramiz. O‘zgaruvchilar dastlabki ko‘rinishida, so‘ngra yana bir marta logarifmlarida taqdim etamiz. Biz faqat ro‘yxatga olingan versiyalardan foydalanamiz, obligatsiyalar narxi bundan mustasno, ular qayd etilmagan. Kertirillgan o‘zgaruvchilar “I” belgisi bilan belgilanadi.

Nelson va Plosser bilan bir xil natijalarni olish uchun har bir o‘zgaruvchi uchun yangi vaqt o‘zggaruvchisini aniqlashimiz kerak bo‘ladi. Har bir o‘zgaruvchi vaqt seriyasining qaysi-yili eng erta bo‘lganidan qat’i nazar, 0 davridan boshlanadi.

Agar biz yangi vaqt o‘zgaruvchilari yaratmaganimizda va oddiygina kalendar-yilni ishlatganimizda, muhim natijalar o‘zgarmas edi. Ammo, biz ularning o‘rganishini takrorlashni maqsad qilganmiz, shuning uchun biz ularning afzalliklariga amal qilamiz.

Nelson va Plosser o‘zlarining ma’lumotlarni avtokorrelatsiya tuzilishini (darajalar, farqlar va tendensiyalar bo‘yicha) ko‘rib chiqishga harakat qilishadi, agar ma’lumotlar birlik ildiz jarayonlaridan kelib chiqqan bo‘lsa, ular kutgan narsalar bilan solishtirishadi. Bunday sinovlar unchalik rasmiy emas va kam quvvatga ega.

Ular birinchi navbatda o‘z ma’lumotlarini darajalarda ko‘rib chiqadilar (7.2) va ular yuqori avtokorrelatsiyalanganligini, kechikish ortishi bilan avtokorrelatsiya asta-sekin zaiflashishini aniqlaydilar. Bu tasodifiy yurihdan dalolat beradi.

7.3-jadvalda ular o‘zlarining ma’lumotlarining birinchi farqlarini oladilar. 7.3-jadvaldagi o‘zgaruvchilarning taxminan yarmi (farqlar) faqat birinchi darajali AC komponentlarga ega. Bu MA jarayonidan dalolat beradi. Faqat eng ko‘p o‘ylab topilgan tendensiyali statsionar jarayon (ketma-ket bog‘liq bo‘lmagan xatolarga ega) faqat birinchi darajali shartlarda katta koeffitsiyentlarga ega bo‘lgan AC tuzilishini keltirib chiqaradi va bu shartlar salbiy bo‘ladi deb hisoblaydilar. Bu esa trendning turg‘unligiga qarshi hisoblanadi.

7.2-jadval

Yillik ma’lumotlarning natural laglarida oddiy avtokorrelatsiya

Variable	r1	r2	r3	r4	r5	r6
bnd	0.84	0.72	0.60	0.52	0.46	0.40
lrgnp	0.95	0.90	0.84	0.79	0.74	0.69
lgnp	0.95	0.89	0.83	0.77	0.72	0.67
lpcrgnp	0.95	0.88	0.81	0.75	0.70	0.65
lip	0.97	0.94	0.90	0.87	0.84	0.81
lemp	0.96	0.91	0.86	0.81	0.76	0.71
lun	0.75	0.47	0.32	0.17	0.04	-0.01
lprgnp	0.96	0.93	0.89	0.84	0.80	0.76
lcpi	0.96	0.92	0.87	0.84	0.80	0.77
lwg	0.96	0.91	0.86	0.82	0.77	0.73
lrwg	0.96	0.92	0.88	0.84	0.80	0.75
lm	0.96	0.92	0.89	0.85	0.81	0.77
lvel	0.96	0.92	0.88	0.85	0.81	0.79
lsp500	0.96	0.90	0.85	0.79	0.75	0.71

7.3-jadval

Yillik ma’lumotlarning natural laglari birinchi farqlarida oddiy avtokorrelatsiya

Variable	r1	r2	r3	r4	r5	r6
bnd	0.18	0.31	0.15	0.04	0.06	0.05
lrgnp	0.34	0.04	−0.18	−0.23	−0.19	0.01
lgnp	0.44	0.08	−0.12	−0.24	−0.07	0.15
lpcrgnp	0.33	0.04	−0.17	−0.21	−0.18	0.02
lip	0.03	−0.11	−0.00	−0.11	−0.28	0.05
lemp	0.32	−0.05	−0.08	−0.17	−0.20	0.01
lun	0.09	−0.29	0.03	−0.03	−0.19	0.01
lprgnp	0.43	0.20	0.07	−0.06	0.03	0.02
lcpi	0.58	0.16	0.02	−0.00	0.05	0.03
lwg	0.46	0.10	−0.03	−0.09	−0.09	0.08
lrwg	0.19	−0.03	−0.07	−0.11	−0.18	−0.15
lm	0.62	0.30	0.13	−0.01	−0.07	−0.04
lvel	0.11	−0.04	−0.16	−0.15	−0.11	0.11
lsp500	0.22	−0.13	−0.08	−0.18	−0.23	0.02

7.3-jadvaldagi o‘zgaruvchilarning qolgan yarmi ko‘proq doimiy avtokorrelatsiyaga ega. «Biz ko‘rsatgan xulosa shundan iboratki, agar bu seriyalar TS sinfiga tegishli bo‘lsa, unda tendensiyadan og‘ishlar avtokorrelatsiya namunalari asosida ularni DS sinfidan ajratishni qiyinlashtirish uchun yetarlicha avtokorrelatsiya qilinishi kerak».

7.4-jadvalda ular mos tendensiyadan og‘ishlarning avtokorrelatsiyasini ko‘rsatadi. Bu yerda ishsizlik qatoridan tashqari hamma uchun avtokorrelatsiyalar yuqoridan boshlanadi va eksponent ravishda kamayadi. Nelson va Kanglar bu tasodifiy yurish jarayonini trendga moslashtirishda hosil bo‘ladigan qoldiqlarning avtokorrelatsiya tuzilishi ekanligini ko‘rsatdilar.

Shunga qaramay, ushbu qiyosiy protseduralar qulay boshlanish nuqtasini ta'minlaydi, ammo ularda statistik testning rasmiylash-tirilganligi yo‘q. Shu maqsadda Nelson va Plosser Dikki va Fullerning birlik ildiz testlaridan foydalanadilar.

7.4-jadval

Vaqt trendi farqlarida oddiy avtokorrelatsiya

Variable	r1	r2	r3	r4	r5	r6
bnd	0.85	0.73	0.62	0.55	0.49	0.43
lrgnp	0.87	0.66	0.44	0.26	0.13	0.07
lgnp	0.93	0.79	0.65	0.52	0.43	0.35
lpcrgnp	0.87	0.65	0.43	0.24	0.11	0.04
lip	0.84	0.67	0.53	0.40	0.29	0.28
lemp	0.89	0.71	0.55	0.39	0.25	0.17
lun	0.75	0.46	0.30	0.15	0.03	−0.01
lprgnp	0.92	0.81	0.67	0.54	0.42	0.30
lcpi	0.97	0.91	0.84	0.78	0.71	0.63
lwg	0.93	0.81	0.67	0.54	0.42	0.31
lrwg	0.87	0.69	0.52	0.38	0.26	0.19
lm	0.95	0.83	0.69	0.53	0.37	0.21
lvel	0.91	0.81	0.72	0.65	0.59	0.56
lsp500	0.90	0.76	0.64	0.53	0.46	0.43

Nelson va Plosserning asosiy natijalar jadvali (7.5-jadval) har bir o‘zgaruvchi uchun har xil kechikish uzunligini talab qiladi. Quyida biz o‘zgaruvchini jadvaldan ko‘chirish buyruqlarini ko‘rishimiz mumkin. Qolganlari mashq sifatida qoldiriladi, shunchaki berilgan kodda o‘zgaruvchi nomini va kechikish uzunligini almashtiriladi.

7.5-jadval

Avtoregressiv birlik ildizlar uchun testlar:

$$X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \gamma t + u_t$$

Variable	k	μ	$t(\mu)$	γ	$t(\gamma)$	ρ_1	$\tau(\rho_1)$	$s(u)$	r1
lrgnp	2	0.813	3.04	0.006	3.03	0.825	−2.99	0.058	−0.03
lgnp	2	1.056	2.37	0.006	2.34	0.899	−2.32	0.087	0.03
lpcrgnp	2	1.274	3.05	0.004	3.01	0.818	−3.05	0.059	−0.03
lip	6	0.070	2.95	0.007	2.44	0.835	−2.53	0.097	0.03
lemp	3	1.414	2.68	0.002	2.54	0.861	−2.66	0.035	0.03
lun	4	0.515	2.76	−0.000	−0.23	0.706	−3.55	0.407	0.02
lprgnp	2	0.258	2.55	0.002	2.65	0.915	−2.52	0.046	−0.04
lcpi	4	0.088	1.74	0.001	2.84	0.968	−1.97	0.042	−0.14
lwg	3	0.558	2.30	0.004	2.30	0.910	−2.24	0.060	0.00
lrwg	2	0.484	3.10	0.004	3.14	0.831	−3.05	0.035	−0.02
lm	2	0.128	3.53	0.005	3.03	0.916	−3.08	0.047	0.03
lvel	4	0.042	0.72	−0.000	−0.40	0.946	−1.40	0.066	−0.02
bnd	3	−0.193	−0.97	0.003	1.75	1.032	0.69	0.284	−0.05
lsp500	3	0.089	1.63	0.003	2.39	0.908	−2.12	0.154	0.01

(7.5) va (7.6) tenglamalardan biz quyidagiga o‘xshash taxminiy tenglamalar mavjud ekanligini aniqlaymiz:

$$X_t - X_{t-1} = \beta_0 + (p-1)X_{t-1} + e_t \tag{7.13}$$

$$= \beta_0 + \beta X_{t-1} + e_t \tag{7.14}$$

Stataning *dfuller* yoki *reg* buyruqlari β=- 0.175 ni baholaydi. 7.5-jadval hisoblanishlari p=1+β=1-0.175=0.825. Standart xatolik *s(u)* va test statistikasi $\tau\,(p_1)$ taxminlari kutilganidek *dfuller* va 7.5-jadval o‘rtasida bir xil bo‘ladi, chunki ulardan biri boshqasidan konstantani olib tashlaydi.

7.5-jadvalni ko‘rib chiqsak, Nelson va Plosser juda mazmunli narsani kashf etgan. Biz o‘zgaruvchilarning aksariyati birlik ildizining dalillarini ko‘rsatayotganini ko‘ramiz. Jadvalga qaraganingizda bu aniq ko‘rinmaydi. Tegishli ahamiyatli qiymatlar 1.96 emasligini yodda tutishimiz kerak. Taxminan – 3.45 ga teng bo‘lgan Dikki va Fullerning kritik qiymatlaridan foydalanishimiz kerak. Deyarli barcha o‘zgaruvchilar -3.45 dan past bo‘lgan test statistikasiga ega. Shuning uchun biz p=1 ning nol gipotezasini rad etmasligimiz kerak, shuningdek, biz birlik ildizning nol gipotezasini rad eta olmaymiz. Aniqroq aytganda, biz ushbu o‘zgaruvchilar birlik ildiziga ega ekanligini qabul qilamiz. Bu, o‘z navbatida, iqtisodiyot o‘zi bilan abadiy salbiy (va ijobiy) zarbalar ta’sirini olib borishi mumkinligini anglatadi. Iqtisodiyot o‘z-o‘zidan tuzalmasligi va har doim ham avvalgi o‘sish yo‘lini davom ettirmasligi mumkin.

7.7. Mavsumiy birlik ildizlarini tekshirish

Mavsumiy birlik uchun sinov mavsumiy bo‘lmagan birlik ildizlari bilan bir xil chiziqlarda amal qiladi. Agar xarakterli ko‘phadning ildizlari birlik aylanada bo‘lsa, u holda biz mavsumiy birlik ildizlar mavjudligini tekshirishimiz lozim. Ammo ular birlik doirasiga juda yaqin bo‘lsachi? Biz gipoteza testini o‘tkazishimiz va statistik jihatdan qaralayotgan aylanaga yaqin yoki uzoq ekanliginizni tekshirishimiz kerak. ya’ni biz bunday holatda mavsumiy birlik ildiz testini qo‘llashimiz kerak.

Mavsumiy birlik ildizlari uchun eng mashhur test bu HEGY testi bo‘lib, maqola mualliflari: Hylleverg, Engle, Granger va Yoo (1990) nomi bilan atalgan. HEGY testi Dikki-Fuller testining modifikatsiyasi hisoblanadi. U Statada hegy4 buyrug‘i yordamida amalga oshiriladi, ammo buyruq choraklik ma’lumotlar bilan cheklangan. Beaulieu va Miron (1993) HEGY protsedurasini oylik ma’lumotlarga kengaytiradigan nazariyasini ishlab chiqdilar, ammo buning Stata tomonidan amalga oshirilishi hali mavjud emas.

Ghysels va Perron (1993) mavsumiylikning har xil turlari mavjudligi uchun ma’lumotlarni diqqat bilan o‘rganishni taklif qiladi va ular Dikki-Fuller hamda Phillips-Perron testlaridan mavsumiylik uzunligi kabi ko‘plab kechikkan farqlarni kiritishni taklif qilishadi. Agar har chorakda mavsumiylik mavjud bo‘lsa, birlik ildiz testida kamida to‘rtta kechikish farqidan foydalanish mumkin. Bu bukilish hajmini pasaytiradi va birlik ildiz sinovlarining kuchini oshiradi.

Oxir-oqibat, Ghysels va boshqalar (1994) stoxastik mavsumiylikni tekshirishdagi qiyinchiliklarni ta’kidlaydi. AR birlik ildizlari va MA atamalari ko‘pincha bir-biriga xalaqit beradi, natijada HEGY tipidagi testlar uchun past quvvat va past o‘lcham bo‘ladi. Regressiya modellarida mavsumiy atamalarning aniqlanishi HEGY testlarining kuchini oshiradi, ammo “bizning tekshiruvimiz natijasida olingan natijalar unchalik ahamiyatga ega emas”. Bugungi kunda ekonometrikada HEGY testining hajmi va kuchi bilan bog‘liq juda ko‘p muammolar mavjud.

Xulosa qilib aytganda, ma’lumotlarimiz birlik ildizlarga ega yoki yo‘qligini bilish muhimligining ikkita sababi bor. Birinchidan, ekonometrik nuqtayi nazaridan, statsionar bo‘lmaganlik manbasini bilish muhimdir, chunki biz uni qanday tuzatish kerakligini bilishimiz kerak. Agar DGP statsionar tendensiya bo‘lsa (deterministik trend), biz uni statsionar qilish uchun modeldan voz kechishimiz mumkin (va biznes siklining tarkibiy qismlarini ajratib olish kerak). Agar bu stoxastik tendensiya (RWWD) bo‘lsa, u holda model farq statsionar hisoblanadi. ya’ni, biz birinchi (yoki ikkinchi) farqlarni olishimiz va keyin o‘zimizga tanish bo‘lgan ARMA (p,q) modellashtirishni davom ettirishimiz mumkin. Noto‘g‘ri protseduralarni qo‘llash va trend statsionar jarayonni farqlash, ya’ni haddan tashqari farqlash MA birlik ildizini xato natijaga olib kelib qo‘yadi. ya’ni, agar siz birlik ildiz borligiga noto‘g‘ri ishonsangiz va uni olib tashlash uchun birinchi farqlarni qabul qilsangiz, siz beixtiyor birlik ildizini kiritasiz.

Ikkinchidan, iqtisodiy nuqtayi nazardan, bu bizning iqtisodiyotga qanday qarashimizga ta’sir qiladi. Deterministik trend modeli iqtisodiyotni o‘z o‘zini davolash va trend chizig‘iga qaytishini ko‘rsatadi. Stoxastik trend iqtisodni sog‘aymaydigan deb ko‘rsatadi. U hech qachon zarbadan qutula olmaydi. U odatdagi o‘sish tezligiga qaytadi, lekin pastroq darajada.

Hamma joyda bo‘lishiga qaramay, hamma ham birlik ildizini tekshirishning muhimligiga ishonch hosil qilmaydi. Cochrane (1991) ta’kidlaydiki, birlik ildiz testlarining past quvvatidan qochib bo‘lmaydi. Dalillar har qanday aniq xulosalar chiqarish uchun turli taxminlarga juda sezgir. Bundan tashqari, ular birlik ildizlarining dalillari doimiy texnologik va vaqtinchalik talab zarbalarining tarqalishi kabi muhimroq savollarga javob bermaydi.

Birlik ildiz testi bo‘yicha adabiyot keng va doimiy ravishda o‘sib bormoqda. Kempbell va Perron (1991) birlik ildizlarini sinovdan o‘tkazish bilan bog‘liq bo‘lgan asosiy masalalarni uzoq ko‘rib chiqishni ta’minlaydi va ba’zan juda foydali qoidalarni taklif qiladi. Madalla va Kim (1998) kitobi bir o‘zgaruvchan birlik ildizi testi va kointegratsiyani (birlik ildiz tushunchasini ko‘p o‘lchovli sozlashgacha kengaytiradi) yanada chuqurroq, ammo o‘qilishi mumkin bo‘lgan muhokamani taqdim etadi.

Birlik ildiz testi panel ma’lumotlar to‘plamlariga kengaytirildi. Bu juda foydali bo‘ldi, chunki ko‘pgina makroiqtisodiy ma’lumotlar bir nechta mamlaakatlar uchun mavjud. Ilgari tadqiqotchilar, masalan, har bir mamlakat YaIM uchun birlik ildiz testlari ketma-ketligini hisoblab chiqdilar. Ammo bu kesmalarning mustaqilligini nazarda tutadi. Kasb ularni bitta panel modelida birlashtirib, barcha mamlakatlarni bir vaqtning o‘zida sinab ko‘rishni talab qiladi. Tabiiyki, panel-birlik ildiz testlari miqdori ortib borayotgan talabga javob beradi. Bu haqda ko‘plab maqolalar yozilgan. Im va boshqalar (2003) – bu tasavvurlar mustaqil bo‘lgan panel testini ishlab chiqqan dastlabki ta’sirli maqola hisoblanadi. Pesaran (2007) kesma bog‘liqligini hisobga olish uchun standart ADF testlarining o‘zgarishi bo‘lgan kengaytmani ishlab chiqdi. Stata eng mashhur panel birlik ildiz testlarini amalga oshiradi. Bularga Levin va boshqalarning testlari kiradi (2002).

Nazorat savollari:

1. Birlik ildiz testlarining ahamiyati nimalardan iborat?
2. Qanday birlik ildiz testlari mavjud?
3. Dickey-Fuller testining asosiy g‘oyasi nimadan iborat?
4. Phillips-Perron testi qanday amalga oshiriladi?
5. KPSS testining asosiy kamchiligi nima?
6. Nelson va Plosser jarayonlarini tushuntirib bering.
7. Mavsumiy birlik ildizlari qanday tekshiriladi?
8. Kengaytirilgan Dickey-Fuller testi dastlabkisidan nimasi bilan farq qiladi?
9. Vaqt seriyasi statsionarlikdan tozalanmasa nimalarga olib keladi?
10. Statsionarlikning iqtisodiy mazmuni nimalardan iborat?

8-MAVZU. TARKIBIY TANAFFUSLAR

8.1. Tarkibiy tanaffuslar va birlik ildiz testi.
8.2. Tarkibiy tanaffuslarda birlik ildiz testini aniqlash.
8.3. Zivot va Endryuning noma’lum sanadagi tanaffus testi.
8.4. Perron ma’lumotlarini umumlashtirish.

8.1. Tarkibiy tanaffuslar va birlik ildiz testi

Tarkibiy uzilishlar birlik ildizlarining sinovlarini murakkablashtiradi. Perron modellashtirish strategiyasidagi kichik o‘zgarishlar qanday qilib ekonometrik natijalarni keskin o‘zgartirishi mumkinligiga qiziqarli misol keltiradi. Perron Nelson va Plosser ma’lumotlar to‘plamini yaratish jarayonida yuzaga kelishi mumkin bo‘lgan tizimli tanaffus nuqtayi nazaridan qayta ko‘rib chiqdi. ya’ni, Perron bir nechta davrlarni alohida sinovdan o‘tkazdi. U topgan narsa Nelson va Plosserning kuchli ko‘rinadigan natijalariga shubha uyg‘otdi.

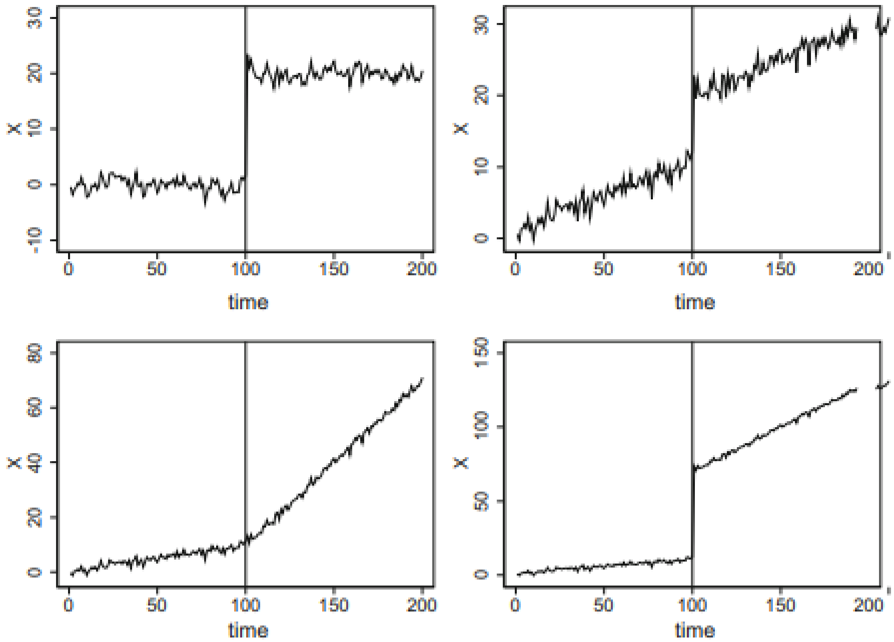
Perronning 1989-yilgi maqolasida tizimli tanaffuslar yuz berganda birlik ildiz sinovi misolida ishlash foydali bo‘lishi foydali bo‘lib qoldi. Ushbu maqola, uning Fillips bilan birgalikdagi ishi bilan bir qatorda, ekonometrikada eng ko‘p iqtibos keltiriladigan ikkita maqolalar qatoridan joy oldi.

Vaqt seriyasi statsionar bo‘lmasligi mumkin, lekin uning qismlari statsionar bo‘lishi mumkin. «Tuzilmaviy uzilishlar» atamasi ma’lumotlarning ikki xil jarayondan, eski va yangidan hosil bo‘lish ehtimolini anglatadi.

Agar biz ikkita statsionar seriyani bir-biriga bog‘laganimizda, ular orasida bitta katta bo‘shliq bo‘lsa-chi? Bir martalik katta zarba ta’siri o‘tmaganga o‘xshaydi. ya’ni, u bo‘lmasa ham, birlik ildiz jarayoniga o‘xshaydi. Aksincha, bu ikkita statsionar jarayon bo‘lib, ular birgalikda statsionar bo‘lmagan jarayonni tashkil qiladi.

8.1-rasmni ko‘rib chiqamiz. Grafikdagi yakuniy panel quyidagi

Stata kodidan yaratildi, bu yerda biz vaqt seriyasini 2 ga bo‘ldik va ikkinchi yarmini yigirma birlikka siljitdik. Standart birlik ildiz testlari bu ekzogen siljishni hisobga olmaydi va shuning uchun ma’lumotlarni yaratish jarayonini noto‘g‘ri ko‘rsatadi.



8.1-rasm. Tarkibiy tanaffuslarning ko‘rinishlari

8.1-rasmdagi boshqa uchta panelda ham ba’zi tarkibiy tanaffuslar ko‘rsatilgan. Panel (A) bir xil tendensiyaga ega, lekin turli kesishmalarga ega bo‘lgan ma’lumotlarni ko‘rsatadi, (B) turli xil tendensiyalar bir-biriga bog‘langan ikkita tendensiya statsionar jarayonini va (C) turli kesishish va tendensiyalar bir-biriga bog‘langan ikkita trend statsionar jarayon ko‘rsatilgan. Amaliyotchi ekonometrist bu jarayon imkoniyat ekanligini bilishi kerak. Aslida, ular bu borada juda katta ehtimolga yo‘l qo‘yishadi. Nazariy tadqiqotchilar me’yoriy, huquqiy, siyosiy yoki boshqa o‘zgarishlar ma’lumotlar ishlab chiqarish jarayonini tubdan o‘zgartirganmi yoki tizimli tanaffusga olib kelishi mumkinligini taxmin qilish uchun jarayonni chuqur tushunishlari lozim.

Qanday qilib Perron Nelson va Plosserning xulosalarini butunlay o‘zgartira oldi? Quyida biz Perronning taniqli maqolasi bilan ishlaymiz, unda birlik ildizlarini sinab ko‘rishda tizimli uzilishlar uchun sinovning muhimligini ko‘rsatamiz. Bu nafaqat standart birlik ildiz testlarining mo‘rtligini ko‘rsatganligi uchun, balki tarkibiy uzilishlarni ekonometrik tarzda hal qilish usulini taqdim etgani uchun ham muhimdir. (Perron usuli tanaffus faqat bir marta sodir bo‘lganda va bitta tanaffus sanasi ma’lum bo‘lganda mos keladi. So‘nggi tadqiqotlar bu ikki taxminni yumshatdi.

8.2. Tarkibiy tanaffuslarda birlik ildiz testini aniqlash

1989-yilgi maqolasida Perron 1929-yilda iqtisodiyotda tarkibiy tanaffus bo‘lganligini, hech bo‘lmaganda keng tarqalgan makroiqtisodiy ma’lumotlar uchun taxmin qildi. Boshqacha qilib aytganda, bu boradagi nazariya 1929-yilgacha va undan keyin boshqacha edi. Nelson va Plosser (1982), Dikki-Fuller testlarini o‘tkazishda 1929-yilgacha va undan keyingi barcha ma’lumotlarni bir guruhga birlashtirgan. Perron 1929-yildagi tarkibiy tanaffus ma’lumotlarning vaqt-seriya xususiyatlarini hisobga olishi mumkinligini tekshiradi. U Nelson va Plosserdan farqli o‘laroq, ma’lumotlar birlik ildiziga ega emas degan xulosaga keldi. To‘g‘rirog‘i, 1929-yildagi tarkibiy o‘zgarish birlik ildizi bilan chalkashib ketgan. ya’ni, 1929-yilgi zarba ta’siri yo‘qolmadi va shuning uchun u birlik ildizga o‘xshardi.

Perron fikricha, XX asrning eng yirik iqtisodiy hodisasi Buyuk Depressiyaning tasodifiy tahlili bilan boshlanadi. Perronning ta’kidlashicha, Buyuk Depressiya ko‘pchilik makro agregatlar qiymatlarining pasayishiga olib keldi (o‘rtacha qiymatning o‘zgarishi). Ushbu kuzatish uning taxminiy birlik ildiz modellarini tanlashiga yordam beradi.

Perronning ta’kidlashicha, agar tarkibiy tanaffusdan keyin parametrlarning faqat bir qismi o‘zgarganligi ma’lum bo‘lsa, unda ikkita alohida regressiyani baholash mantiqiy emas. Buning uchun har safar kichikroq kuzatuvlarda o‘zgarmagan parametrlarni ikki marta baholash kerak bo‘ladi. Buning o‘rniga, Perron barcha parametrlarni bitta kattaroq o‘rnatilgan regressiya orqali baholashni taklif qiladi, bunda to‘g‘ri yaratilgan vaqt o‘zgaruvchilari parametrlarni o‘zgartirishga imkon beradi, lekin faqat o‘zgarishi ma’lum bo‘lgan parametrlar hisobga olinadi. Nega doimiyni ikki marta baholash kerak, masalan, har safar kuzatuvlarning yarmi bilan, lekin ikki barobar ko‘p kuzatuvlar bilan bir marta baholash mumkin bo‘ladi.

Faraz qilaylik, biz 8.1-rasmdagi yuqori o‘ng panelga o‘xshash ba’zi ma’lumotlarni ko‘rib chiqamiz, bu yerda ketma-ketlik darajasida siljish mavjud va qiyalik o‘zgarmagan. O‘rtacha o‘zgaradi, shuning uchun u statsionar emasdek tuyuladi, lekin uning tarkibiy qismlari statsionar. Ma’lumotlar ikki faraz qilingan modellardan biri, nol va muqobildan olingan bo‘lishi mumkin:

$$H_0: y_t = \beta_0 + y_{t-1} + \mu D_p + e_t$$

$$H_A: y_t = \beta_0 + \beta_{1t} + \mu D_L + e_t$$

Nol gipoteza birlik ildiz jarayonidir. Muqobil gipoteza esa, trend statsionar jarayonligini bildiradi. Ikkala model ham qandaydir parametrlarni o‘zgartirishga imkon beradi (yani, tarkibiy o‘zgarish). Terminologiyani Endersning (2014) darsligidan olib, biz «DP» ni impulsli o‘zgaruvchi deb ataymiz. Biz uni shunday tuzamizki, bu nol qiymatga ega bo‘ladi, to‘g‘ridanto‘g‘ri zarbadan keyingi bir davr bundan mustasno. Biz «DL»ni darajadagi o‘zgaruvchi deb ataymiz, u shok va undan keyin bir qiymatni o‘z ichiga olgan holda nolga teng qiymatga ega.

Keling, bu ikki tenglama qanday harakat qilishini bosqichma-bosqich ko‘rib chiqaylik. Biz buni ikki bosqichda, avval tasodifiy xatolarsiz, keyin esa yana xatolar bilan bajaramiz. Biz buni qo‘lda bajarayotganimiz uchun, keling, bir nechta qulay raqamlarni tanlaylik: b0 = 1, b1 = 1, m = 10 va y0 = 1 boshlang‘ich qiymatlarga ega bo‘lsin.

Avvaliga, xato atamalarini yaratishdan ko‘ra, keling, ushbu qatorlarga ular deterministik bo‘lgandek munosabatda bo‘laylik (boshqacha qilib aytganda, xato atamasini nolga tenglashtirib, hozircha e’tiborsiz qoldiramiz). Faraz qilaylik, tarkibiy uzilish 50-davrda sodir bo‘ladi va seriya 100 davr uchun ishlaydi.

Agar nol tenglama to‘g‘ri bo‘lsa, u holda bu tenglama quyidagicha kamayadi:

$$H_0: y_t = 1 + y_{t-1} + 10Dp$$

va seriya shunga mos ravishda:

$$y_0 = 1$$

$$y_{1=1+y_0+10D_p=1+1+0=2}$$

$$y_{2=1+y_1+10D_p=1+2+0=3}$$

$$y_{3=1+y_2+10D_p=1+3+0=4}$$

$$y_{49=1+y_{49}+10D_p=1+49+0=50}$$

$$y_{50=1+y_{49}+10D_p=1+50+0=51}$$

$$y_{51=1+y_{51}+10D_p=1+51+10=62}$$

$$y_{52=1+y_{52}+10D_p=1+52+10=63}$$

Agar muqobil gipoteza to‘g‘ri bo‘lsa, u holda:

$$H_A: y_t = 1 + t + 10D_L$$

va seriya shunga mos ravishda quyidagicha bo‘ladi:

$$y_0 = 1$$

$$y_1 = 1 + y_0 + 10D_p = 1 + 1 + 0 = 2$$

$$y_2 = 1 + 2 + 0 = 3$$

$$y_3 = 1 + 3 + 0 = 4$$

$$y_{49} = 1 + 49 + 0 = 50$$

$$y_{50} = 1 + 50 + 0 = 51$$

$$y_{51} = 1 + 51 + 10 = 62$$

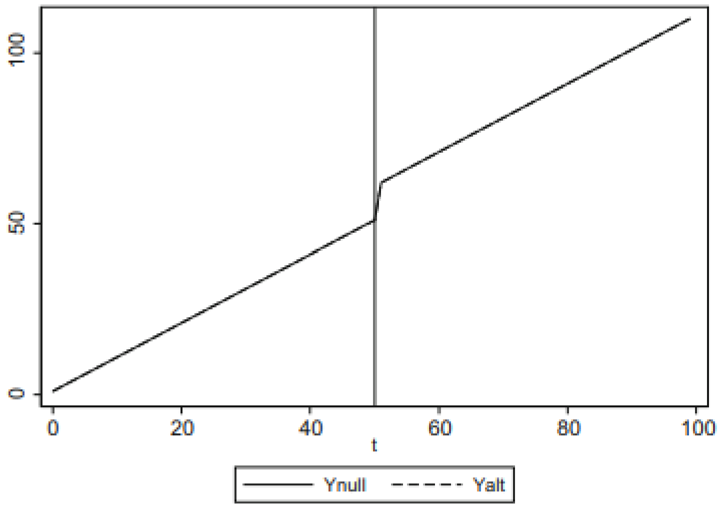
$$y_{52} = 1 + 52 + 10 = 63$$

Nol va muqobil ostidagi qatorning grafigi 8.2-rasmda keltirilgan. E’tibor bering, agar ular deterministik funksiyalar bo‘lsa, nol va muqobil qiymatlar ekvivalentdir. Jarayonlar zarbalarga qanday munosabatda bo‘lishlari bilan farqlanadi, biz nolga teng qilib qo‘ygan xato shartlari o‘zgaradi. Birlik ildiz jarayonlarida (masalan, nolda) hatto kichik xatolarning oqibatlari kelajakda uzoq davom etadi.

Keling, tasodifiy xatolarni qo‘shamiz va bu jarayonlarni qanday o‘zgartirishini ko‘rib chiqamiz. Biz tasodifiy xatolarning bitta ustunini (o‘zgaruvchisini) simulatsiya qilamiz va ikkita modelni, nol va muqobilni simulatsiya qilish uchun xuddi shu xatolardan foydalanamiz.

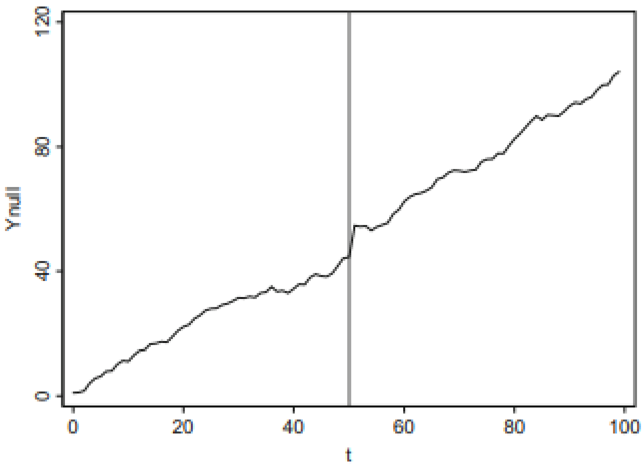
Nol va muqobil ostidagi jarayonlarning grafiklari 8.2, 8.3, 8.4-rasmlarda keltirilgan.

Enders (2014) Perron usuli mazkur jarayonlarni bir necha oson qadamlarga aylantiradi. Faraz qilish kerakki, siljish bor, lekin qiyalikda o‘zgarish yo‘q, biz sinovdan o‘tkazayotgan nol va muqobil gipotezalar quyida keltirilgan:



8.2-rasm. Deterministik jarayon

$$H_0 : \ y_t = \ \beta_0 + y_{\ t-1} + \beta_{DP} D_P + \ \epsilon_t$$
$$H_A : \ y_t = \ \beta_0 + \beta_{\ 1t} + \beta_{DL} D_L + \ \epsilon_t$$



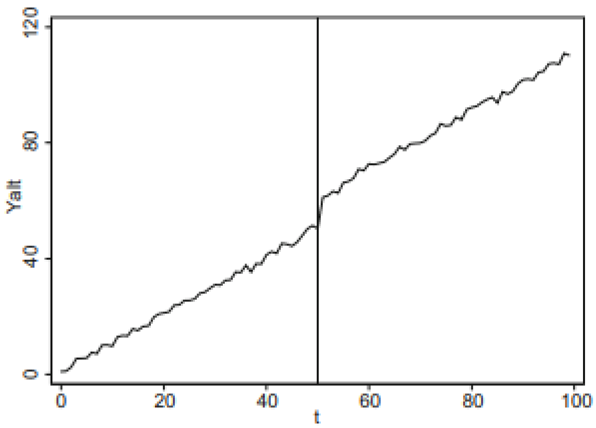
8.3-rasm. Nol gipoteza ostidagi qator

Jarayon quyidagicha:

1. Ma’lumotlarni yo‘qotish. Buni tegishli muqobil gipoteza ostida modelni baholash va keyin qoldiqlarni yaratish orqali amalga oshirishingiz mumkin. Keling, bu turdagi ma’lumotlarni $\hat{y}$ belgilaymiz.

2. $\hat{y}$ (o‘zgarmas ma’lumotlar) birlik ildiz jarayoniga amal qiladimi va buni quyidagicha taxmin qilamiz

$$\hat{y}_t = \alpha\hat{y}_{t-1} + \in_t$$



8.4-rasm Muqobil gipoteza ostidagi qator

Agar $\hat{y}$ birlik ildiz bo‘lsa, α ni statistik jihatdan bittadan ajratib bo‘lmaydi. Perron, agar $\in$ s IID bo‘lsa, ushbu test uchun tegishli kritik qiymatlarni oladi.

3. Agar s IID bo‘lmasa, balki avtokorrelatsiyaga ega bo‘lsa-chi? Agar shunday bo‘lsa, yuqoridagi Dikki-Fuller modelini qayta baholaymiz va avtokorrelatsiya qilinmagan qoldiqlarni ta’minlash uchun yetarli kechikish farqlarini qo‘shamiz:

$$\hat{y}_t = \alpha\hat{y}_{t-1} + \sum_{i=1}^{k}\gamma_1\,\Delta\hat{y}_{t-i} + \in_t$$

Perron (1989) bu yerda ham a = 1 ni sinash uchun tegishli kritik qiymatlarni taqdim etadi. Agar test statistikasi yetarlicha katta bo‘lsa, biz birlik ildizining nol gipotezasini rad etishimiz mumkin.

Nihoyat, (Enders 2014 dan keyin) ta’kidlash kerakki, trendsiz alohida bosqich sifatida amalga oshirilishi shart emas. Darhaqiqat, barcha uch bosqichni bitta katta regressiyaga aylantirish mumkin. Darajaning o‘zgarishi ham, qiyalikning o‘zgarishi ham mumkin bo‘lgan umumiy holat uchun sinovdan o‘tkaziladigan model quyidagicha bo‘ladi:

$$y_t = \beta_0 + \beta_{DP}\beta_P + \beta_{DL}D_L + \beta_{3t} + \beta_4 Yangi\ qiyalik + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \gamma_1 \Delta\, y_{t-1} + \in_t$$

qayerda

• DP = 1, agar t = (siniq sana + 1), aks holda 0. DP tanaffusdan keyin bir martalik darajadagi shokni modellashtiradi.

• Agar t > siniq sana bo‘lsa, DL = 1, aks holda 0. DL daraja o‘zgarishini modellashtiradi.

• Yangi qiyalik = t, agar t > siniq sana bo‘lsa, aks holda 0. Yangi qiyalikning o‘zgarishini modellashtiradi.

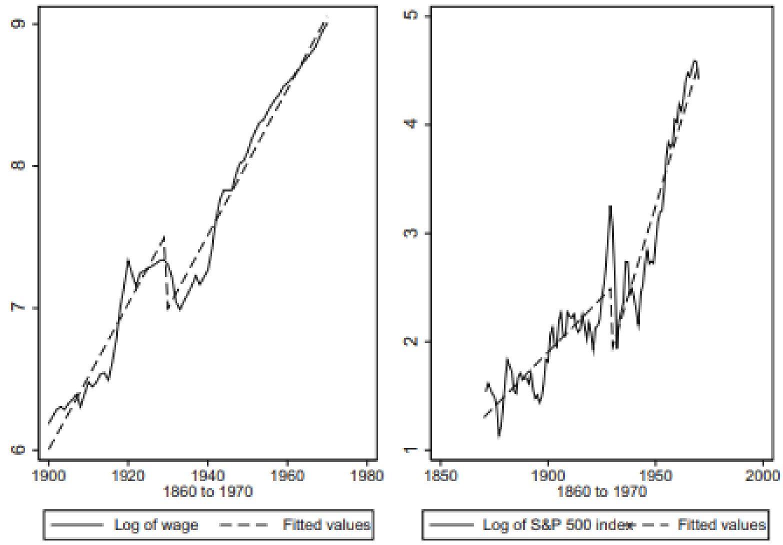
Birlik ildiz gipotezasi (a = 1) Perronning kritik qiymatlari yordamida tekshirilishi mumkin. Perron ularning natijalari shubhali ekanligini ko‘rsatish uchun Nelson va Plosserning o‘z ma’lumotlaridan foydalanadi. Shunday qilib, faqat bizga kerak bo‘lgan o‘zgaruvchilarni saqlab, ularning ma’lumotlarini qayta yuklaymiz. Obligatsiyalar daromadidan tashqari, biz ularning logarifmlaridagi o‘zgaruvchilarni ko‘rib chiqamiz.

Keyinchalik, biz o‘zgarmas va vaqt o‘zgaruvchilarining bir nechta maxsus turlarini yaratishimiz kerak.

Perronning ta’kidlashicha, Nelson va Plosserning barcha ma’lumotlari statsionar (lekin tizimli uzilishlar bilan) modellarning bir nechta sinflaridan biriga mos kelishi mumkin. Kesishning o‘zgarishi, qiyalikning o‘zgarishi yoki ikkalasi ham bo‘lishi mumkin. Perron ish haqi va S&P 500 ni 8.5-rasmda ko‘rinib turganingizdek, ikkita ana shunday modelga moslashtiradi.

Ushbu tadqiqotni takrorlashda, shuni yodda tutingki, Perron Stata (va bizning) yozuviga amal qiladi, bu yerda k=lag; Nelson va Plosserda k=lag+1 tenglik amal qiladi.

Quyidagi kod bizga Perronning 8.2-jadvalini qayta qurishga imkon beradi, unda aniqlangan ma'lumotlarning kuzatuvlar avtokorrelatsiyasi ko'rsatilgan. Perron regressiyani doimiy, trend va kesishish bilan moslashtirib, so'ngra qoldiqlarni ajratib olish orqali o'zgaruvchilarning ko'pini kamaytiradi. Statsionarlar haqiqiy ish haqi va S&P o'zgaruvchilari bo'lib, u regressiyani quyi bilan moslash va qoldiqlarni olishdan oldin kesish orqali kamaytiradi.



8.5-rasm Ish haqi va aksiyalardagi tarkibiy uzilishlar

8.1-jadvalda har bir o'zgaruvchining deterministik trenddandan so'ng avtokorrelatsiyasi ko'rsatilgan. Avtokorrelatsiyalar juda tez pasayadi, bu o'zgaruvchilarning tendensiyasi statsionar ekanligini anglatadi.

Perron maqolasining yuragi uning tarkibiy o'zgarishlar uchun sinovidir (8.2-jadval). Bu quyidagi kod yordamida real YaIM uchun hisoblanadi.

8.1-jadval

Trendsizlashtirilgan qatorlarning namunaviy avtokorrelatsiyalari

Series	Model	Period	T	Variance	r1	r2	r3	r4	r5	r6
Real GNP	A	1909–1970	62	0.010	0.77	0.45	0.23	0.11	0.05	0.04
Nominal GNP	A	1909–1970	62	0.023	0.68	0.31	0.12	0.08	0.11	0.12
Real per capita GNP	A	1909–1970	62	0.012	0.81	0.54	0.33	0.20	0.13	0.09
Industrial production	A	1860–1970	111	0.017	0.71	0.44	0.32	0.17	0.08	0.12
Employment	A	1890–1970	81	0.005	0.82	0.59	0.43	0.30	0.20	0.15
GNP deflator	A	1889–1970	82	0.015	0.82	0.63	0.45	0.31	0.17	0.06
Consumer prices	A	1860–1970	111	0.066	0.96	0.89	0.80	0.71	0.63	0.54
Wages	A	1900–1970	71	0.016	0.76	0.47	0.26	0.12	0.03	−0.03
Real wages	C	1900–1970	71	0.003	0.74	0.40	0.12	−0.12	−0.27	−0.33
Money stock	A	1889–1970	82	0.023	0.87	0.69	0.52	0.38	0.25	0.11
Velocity	A	1869–1970	102	0.036	0.90	0.79	0.70	0.62	0.57	0.52
Interest rate	A	1900–1970	71	0.587	0.77	0.58	0.38	0.25	0.15	0.11
Common stock prices	C	1871–1970	100	0.066	0.80	0.53	0.36	0.20	0.10	0.08

8.2-jadval

Perronning birlik ildiz uchun testlari

Equation	k	β_2	β_3	β_4	β_1	α	$S(e)$
Real GNP	8	−0.189	0.027		−0.018	0.282	0.051
		(−4.28)	(5.05)		(−0.30)	(−5.03)	
Nominal GNP	8	−0.360	0.036		0.100	0.471	0.069
		(−4.77)	(5.44)		(1.09)	(−5.42)	
Real per capita GNP	7	−0.102	0.011		−0.070	0.531	0.056
		(−2.76)	(4.00)		(−1.09)	(−4.09)	
Industrial production	8	−0.298	0.032		−0.095	0.322	0.088
		(−4.58)	(5.42)		(−0.99)	(−5.47)	
Employment	7	−0.046	0.006		−0.025	0.667	0.030
		(−2.65)	(4.26)		(−0.77)	(−4.51)	
GNP deflator	5	−0.098	0.007		0.026	0.776	0.044
		(−3.16)	(4.01)		(0.53)	(−4.04)	
Consumer prices	2	−0.004	0.000		−0.036	0.978	0.045
		(−0.21)	(1.75)		(−0.79)	(−1.28)	
Wages	7	−0.190	0.020		0.085	0.619	0.053
		(−4.32)	(5.37)		(1.36)	(−5.41)	
Money stock	6	−0.071	0.012		0.033	0.812	0.044
		(−2.59)	(4.18)		(0.68)	(−4.29)	
Velocity	0	−0.005	−0.000		−0.136	0.941	0.066
		(−0.20)	(−0.35)		(−2.01)	(−1.66)	
Interest rate	2	−0.343	0.011		0.197	0.976	0.279
		(−2.06)	(2.64)		(0.64)	(−0.45)	
Common stock prices	1	−26.985	0.007	0.014	0.128	0.718	0.140
		(−3.992)	(4.431)	(3.976)	(0.759)	(−4.867)	
Real wages	8	−12.809	0.011	0.007	0.031	0.298	0.033
		(−3.341)	(3.787)	(3.332)	(0.776)	(−4.276)	

Eslatma: taxminiy model:

$$y_t = \beta_0 + \beta_{DP}\beta_P + \beta_{DL}D_L + \beta_{3t} + \beta_4 New\ Slope + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \gamma_1 \Delta\, y_{t-1} + \epsilon_t$$

t-statistika ularning koeffitsiyentlari ostidagi qavslar ichida.

Uchinchi qator barcha natijalarni boshqaradi. Quyidagi satrlar katta regressiya jadvalida yo‘qolib qolmasligi uchun tegishli statistik ma’lumotlarni chiqaramiz. Boshqa o‘zgaruvchilarni baholash uchun birinchi ikki qatordagi lnrgnp va kechikishlarni almashtiramiz va qayta ishga tushiramiz.

Yuqoridagi hisoblashdan regressiya natijasi:

```
Variable = lrgnp
   beta(DL) = -0.189
      t(DL) = -4.28
 beta(time) = 0.027
    t(time) = 5.05
   beta(DP) = -0.018
      t(DP) = -0.30
      alpha = 0.282
   t(alpha) = -5.03
   S(e hat) = 0.051
```

```
. reg lrgnp DL year DP L.lrgnp    L(1/8)D.lrgnp

      Source |       SS           df       MS      Number of obs   =        53
-------------+----------------------------------   F(12, 40)       =    469.97
       Model |  14.5914744        12  1.2159562    Prob > F        =    0.0000
    Residual |  .103492465        40  .002587312   R-squared       =    0.9930
-------------+----------------------------------   Adj R-squared   =    0.9908
       Total |  14.6949668        52  .282595516   Root MSE        =    .05087

------------------------------------------------------------------------------
       lrgnp |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          DL |  -.1893632   .0442148    -4.28   0.000    -.2787247   -.1000018
        year |   .0267176     .00529     5.05   0.000     .0160262     .037409
          DP |  -.0184203   .0623849    -0.30   0.769    -.1445049    .1076643
             |
       lrgnp |
         L1. |   .2823267   .1427877     1.98   0.055     -.006258    .5709113
         LD. |   .5788573   .1261679     4.59   0.000     .3238624    .8338522
        L2D. |   .4104822   .1466318     2.80   0.008     .1141284    .7068361
        L3D. |   .2394301   .1478983     1.62   0.113    -.0594836    .5383438
        L4D. |   .1984957   .1345279     1.48   0.148    -.0733953    .4703867
        L5D. |   .1716997    .132337     1.30   0.202    -.0957635    .4391628
        L6D. |   .2057396    .125523     1.64   0.109    -.0479519    .4594311
        L7D. |   .2565997   .1262268     2.03   0.049     .0014859    .5117135
        L8D. |   .2577881   .1397218     1.85   0.072    -.0246002    .5401764
             |
       _cons |  -47.77706   9.469941    -5.05   0.000    -66.91652   -28.63759
------------------------------------------------------------------------------
```

Haqiqiy ish haqi va S&P 500 boshqa turdagi tanaffusdan kelib chiqqan deb ishoniladi. Ushbu ikki qator uchun Perron o‘zgarmas va kesishish o‘zgargan deb faraz qiladi. Shunday qilib, u aralashga boshqa o‘zgarmas o‘zgaruvchini qo‘shadi.

t (a) ning 1 dan statistik ahamiyatga ega yoki yo‘qligini (yani, uning birlik ildiziga ega) ko‘rish uchun bizga maxsus kritik qiymatlar kerak.

Aslida, Perronning maqsadining bir qismi, Dikki va Fullerning maqsadiga o‘xshash, ya’ni yangi tanqidiy tahlilni taqdim etishdir. Perronning kritik qiymatlari, boshqa narsalar qatori, namunaga nisbatan tanaffusning holatiga bog‘liq. Tanaffus bo‘lmaganda, tanqidiy qiymatlar Dikki-Fullerni tanqid qiladi; aks holda, ular biroz kattaroqdir. Tanaffus seriyaning o‘rtasida sodir bo‘lganda ular eng katta hisoblanadi. Bunday testlarni o‘tkazishda tadqiqotchiga Perron (1989)dagi kritik qiymatlar jadvallari bilan solishtirish tavsiya etiladi.

8.2-jadvaldagi natijalarni ko‘rib chiqamiz. Eslatib o‘tamiz, biz barcha o‘zgaruvchilar darajasidagi mumkin bo‘lgan o‘zgarishlarni va oddiy aksiyalar va real ish haqi holatida nishablardagi o‘zgarishlarni nazorat qiluvchi modelni taxmin qildik. Ushbu tarkibiy o‘zgarishlarning barcha parametrlari muhim ahamiyatga ega. Ushbu effektlarni filtrlagandan so‘ng, a ning taxminiy qiymatini, y_{t-1} koeffitsiyentini o‘rganish orqali biz birlik ildizini sinab ko‘rishimiz mumkin. Agar a = 1 bo‘lsa, bizda birlik ildiz mavjud. a bo‘yicha t-statistik ma’lumotlarni ko‘rib chiqsak, biz o‘zgaruvchilarning hech biri birlik ildiziga ega emasligini ko‘ramiz, iste’mol narxlari, tezlik va foiz stavkasi bundan mustasno. Perron makroiqtisodiy o‘zgaruvchilar odatda birlik jarayonlari bilan emas, balki tarkibiy uzilishlar bilan tavsiflanadi, degan xulosaga keladi. Bu Nelson va Plosserning (1982) AQSH makro o‘zgaruvchilari birlik ildiz jarayonlari degan xulosasini butunlay o‘zgartiradi.

Perronning maqolasi u tekshirgan makroiqtisodiy ma’lumotlardan tashqari muhim ahamiyatga ega. U ADF sinovlarini o‘tkazishda tizimli tanaffusga yo‘l qo‘ymaslik noto‘g‘rilikni keltirib chiqarishini isbotladi; bu tahlil soxta birlik ildizini rad etish qobiliyatini pasaytiradi. Aytaylik, tizimli tanaffus va birlik ildizi yo‘q, lekin siz ADF testida bu imkoniyatni hisobga olishni ko‘rib chiqamiz. Keyin strukturaviy tanaffus (ta’siri cheksiz davom etadigan shok) birlik ildiz jarayoni (ta’siri cheksiz davom etadigan shoklar jarayoni) bilan aralashtiriladi. Boshqacha qilib aytadigan bo‘lsak, u birlik ildiz mavjud bo‘lsa, aslida yo‘q kabi ko‘rinadi. Terminologiyani suiiste’mol qilish uchun biz birlik ildiz gipotezasini noto‘g‘ri «qabul qilish»ga olib kelamiz.

Perron (1989) tizimli uzilish ehtimolini hisobga olmaslik standart birlik ildizi testlariga qanday ta’sir qilishini ko‘rsatdi. Yuqoridagi butun nazariya davomida biz mumkin bo‘lgan tanaffus sanasini bilamiz deb o‘yladik. Biz har doim ham shunday ishonch hosil qila olmaymiz. Endi biz noma’lum bo‘lgan tanaffus sanasini topish masalasiga murojaat qilamiz.

8.3. Zivot va Endryuning noma’lum sanadagi tanaffus testi

Perronning maqolasi, agar biz biror mumkin bo‘lgan tizimli tanaffus sanasini bilsak, nima qilish kerakligini ko‘rsatadi. Amalda ko‘pincha bunday bo‘lmaydi. Aksincha, qaysi huquqiy yoki institutsional o‘zgarishlar iqtisodiyotning xatti-harakatlarini o‘zgartirganini bilishni xohlashimiz mumkin. Bunday holda, biz Zivot va Andrews (1992) tomonidan ishlab chiqilgan texnikani qo‘llashimiz mumkinligini ko‘rsatadi. Ularning texnikasi, Perron kabi, faqat bitta tizimli tanaffusning mavjudligini aniqlashi mumkin; bir nechta tanaffus bo‘lishi mumkin bo‘lsa, turli texnikalar talab qilinadi.

Dikki va Fuller (1979) AR (1) xatolari mavjud bo‘lganda birlik ildizni qanday sinab ko‘rishni ko‘rsatdi. Said va Dikki (1984) buni qo‘shimcha kechiktirilgan (farqlangan) atamalarni kiritish orqali kengaytirilgan Dikki-Fuller protsedurasidagi AR(p) xatolarini hisobga olish uchun umumlashtirdilar. Perron ma’lum bir vaqtda tanaffus nuqtasi sodir bo‘lsa, ADF natijalari qanday o‘zgarishi mumkinligini tekshirdi. U buni ADF protsedurasida “dummy” o‘zgaruvchini qo‘shish orqali amalga oshiradi. Nihoyat, Zivot va Endryu noma’lum vaqtda tanaffus nuqtasini qanday sinab ko‘rish mumkinligini ko‘rsatdi. Ularning yondashuvi Perron uslubidagi ko‘plab tenglamalarni, har-yili bittadan hisoblash edi. Har bir regressiya optimal miqdordagi kechikishlarni o‘z ichiga oladi (Schwarz (1978) Bayes ma’lumot mezoni yoki t-testlar ketma-ketligi orqali tanlangan). Nihoyat, muqobil gipotezaga eng ko‘p ahamiyat beradigan-yilni tanladi.

Zivot va Endryuning nol gipotezasi birlik ildiz jarayonida suzuvchi va tizimli tanaffus yo‘q. Ularning asosiy g‘oyasi Perronning har biri boshqa tanaffus nuqtasiga ega bo‘lgan trend statsionar modellari ketma-ketligini baholashdir. Qaysi tanaffus nuqtasini tanlash kerak? «Trend-statsionar muqobilga eng ko‘p og‘irlik beradigan» nuqtani tanlash o‘rinlidir.

Hisoblash kerak bo‘lgan tenglama: $y_t = \beta_0 + \beta_{DP}\beta_P + \beta_{DL}D_L + \beta_{3t} + \beta_4 Yangi\ qiyalik + \alpha y_{t-1} + \sum_{i=1}^{k} \gamma_1 \Delta\, y_{t-1} + \epsilon_t$

Perron tenglamasida α = 1 ekanligini tekshirish birlik ildiz gipotezasini tekshiradi. Sinov β_{DL} = 0 ma’lum bir-yildagi darajadagi o‘zgaruvchan tizimli tanaffus uchun testlar borligini ko‘rsatadi. Sinov β_4 = 0 ma’lum bir-yilda trendning o‘zgarishi strukturaviy tanaffus uchun testlar borligini tasdiqlaydi. Zivot va Endryu bizga ushbu tenglamalar ketma-ketligini, har bir mumkin bo‘lgan tanaffus-yili uchun bittadan taxmin qilishni va alternativ ostida eng ehtimoliy-yilni tanlashni taklif qilishadi.

Statada Zivot va Andrews (1992)ni takrorlash. Ushbu kichik bo‘limda biz Zivot va Endryu (1992) protsedurasini amalga oshirish orqali o‘tamiz, ularning natijalarini ularning maqolasidan takrorlaymiz. Yana bir bor eslang, bu oddiygina Perron (1989) mashqi, ammo tegishli tanaffus sanasini tanlash uchun qo‘shimcha qadam bilan amalga oshiriladi. Birinchidan, biz tanish Nelson va Plosser ma’lumotlarini yuklab olamiz.

Tasavvur qilaylik, bir soniya davomida biz tanaffus-yilining sanasi va kechikishlar sonini bildik. RGDP uchun biz bu tanaffus sanasini 1929-yil va kechikishlar soni 8 tani tashkil qiladi deb taxmin qilamiz.

Buni hisobga olib, biz tenglamani baholashimiz mumkin. Agar biz to‘g‘ri kritik qiymatlardan foydalanish haqida tashvishlanishimiz shart bo‘lmasa, test DLni kiritish orqali biz shunchaki darajadagi tanaffusni sinab ko‘rishimiz mumkin edi. Biz alohida hisob-kitoblarni, ularning test statistikasini va tenglamaning o‘rtacha kvadratik xatosini (RMSE) ajratib olishimiz mumkin:

```
. reg lrgnp DL year L.lrgnp LD(1/8).lrgnp

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      53
-------------+------------------------------           F( 11,    41) =  524.36
       Model |  14.5912488    11  1.32647716           Prob > F      =  0.0000
    Residual |  .103718036    41  .002529708           R-squared     =  0.9929
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.9910
       Total |  14.6949668    52  .282595516           Root MSE      =   .0503

------------------------------------------------------------------------------
       lrgnp |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          DL |  -.1948966   .0395986    -4.92   0.000    -.2748676   -.1149256
        year |   .0273443   .0047912     5.71   0.000     .0176682    .0370203
             |
       lrgnp |
         L1. |   .2669447   .1314571     2.03   0.049     .0014618    .5324277
         LD. |   2.347314   .5457872     4.30   0.000     1.245074    3.449553
        LD2. |  -6.613034   1.935403    -3.42   0.001    -10.52166   -2.704409
        LD3. |   13.26996   4.123513     3.22   0.003      4.94236    21.59757
        LD4. |  -17.17223   5.738638    -2.99   0.005    -28.76164   -5.582813
        LD5. |   14.11228   5.210229     2.71   0.010     3.590005    24.63455
        LD6. |  -7.170474   2.971883    -2.41   0.020    -13.17231   -1.168635
        LD7. |   2.063456   .9689358     2.13   0.039     .1066502    4.020261
        LD8. |  -.2583127   .1381465    -1.87   0.069    -.5373052    .0206799
             |
       _cons |  -48.90544   8.567615    -5.71   0.000    -66.20809   -31.6028
------------------------------------------------------------------------------
```

Bizda sakkizta kechikishdan ko‘ra sakkizta farq borligini payqadingiz. E’tibor bering, ushbu muqobil formulada a hisoblangan koeffitsiyent plus birga teng. Ushbu ikkinchi (ekvivalent) formuladan olingan natija quyidagicha bo‘ladi:

```
. reg d.lrgnp DL year l.lrgnp L(1/8)D.lrgnp

      Source |       SS       df       MS              Number of obs =      53
-------------+------------------------------           F( 11,    41) =    4.88
       Model |  .135865089    11  .012351372           Prob > F      =  0.0001
    Residual |  .103718036    41  .002529708           R-squared     =  0.5671
-------------+------------------------------           Adj R-squared =  0.4509
       Total |  .239583125    52  .004607368           Root MSE      =   .0503

------------------------------------------------------------------------------
     D.lrgnp |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
          DL |  -.1948966   .0395986    -4.92   0.000    -.2748676   -.1149256
        year |   .0273443   .0047912     5.71   0.000     .0176682    .0370203
             |
       lrgnp |
         L1. |  -.7330553   .1314571    -5.58   0.000    -.9985382   -.4675723
         LD. |   .5789596   .1247551     4.64   0.000     .3270116    .8309075
        L2D. |   .4205124   .1410459     2.98   0.005     .1356644    .7053603
        L3D. |   .2494641     .14233     1.75   0.087    -.0379771    .5369053
        L4D. |   .1996953   .1329612     1.50   0.141    -.0688254     .468216
        L5D. |   .1707963   .1308206     1.31   0.199    -.0934013    .4349939
        L6D. |   .2143065   .1207567     1.77   0.083    -.0295667    .4581796
        L7D. |   .2552669   .1247339     2.05   0.047     .0033617    .5071721
        L8D. |   .2583127   .1381465     1.87   0.069    -.0206799    .5373052
             |
       _cons |  -48.90544   8.567615    -5.71   0.000    -66.20809   -31.6028
------------------------------------------------------------------------------
```

Endi 1929-yil uchun sakkiz lagni kiritishni qayerdan bildik? Zivot va Endryu sinovdan o‘tishdi va bu maksimal sakkizta ekanligini ko‘rasatadi. Agar maksimal kechikish bo‘yicha test statistikasi 10% darajasida ahamiyatsiz (1,60 dan kam) bo‘lsa, biz uni tashlab, modelni bir kam kechikish bilan baholaymiz. Biz ahamiyatsiz kechikishlarni qoldirmagunimizcha jarayonni takrorlaymiz.

G‘oya yuqoridagi jarayonni har bir ko‘rsatilgan-yil uchun takrorlashdan iborat. Buning uchun har bir ko‘rsatilgan-yilning tanaffus-yili uchun bitta tashqi halqa yaratish kerak. O‘tgan tanaffus-yili dummy o‘zgaruvchisini (1929) olib tashlash hamda yangi ko‘rsatilgan-yili uchun o‘zgaruvchini kiritishni talab etadi.

Har bir-yil uchun a bo‘yicha t-statni kuzatib borib, a bo‘yicha eng kichik test statistikasi bilan-yil davomida o‘zgaruvchan regressiyani saqlab qolish mumkin.

Nihoyat, har bir o‘zgaruvchi uchun ushbu protsedurani takrorlashimiz kerak, shuning uchun keling, barcha o‘zgaruvchilarni aylantirib, yakuniy tashqi siklni yarataylik. Nelson va Plosser ma’lumotlar to‘plamida ushbu protsedurani to‘liq amalga oshirish birinchi uchta o‘zgaruvchi uchun yuqoridagi kodning chiqishini ta’minlaydi.

Yuqoridagi natija bizga nimani beradi? Ko‘ramizki, eng ko‘p to‘xtash nuqtasi 1929-yil, Perron o‘zining tuzilmaviy tanaffus uchun taxmin qilgan sanasi hisoblanadi.

```
lrgnp
    Breakpoint: 1929
    K (lags):    8
    Beta(DL): -0.195    t(DL):  (-4.92)
    Beta(t):    0.027    t(t):   (5.71)
    Alpha:  0.267    t(alpha):  (-5.58)
    S(e):    0.05
-------------------------------------------

lgnp
    Breakpoint: 1929
    K (lags):    8
    Beta(DL): -0.311    t(DL):  (-5.12)
    Beta(t):    0.032    t(t):   (5.97)
    Alpha:  0.532    t(alpha):  (-5.82)
    S(e):    0.07
-------------------------------------------

lpcrgnp
    Breakpoint: 1929
    K (lags):    7
    Beta(DL): -0.117    t(DL):  (-3.41)
    Beta(t):    0.012    t(t):   (4.69)
    Alpha:  0.494    t(alpha):  (-4.61)
    S(e):    0.06
-------------------------------------------
```

Tuzilmaviy uzilish o‘zgaruvchilari (DL) va (t) muhim ahamiyatga ega. Eng muhimi bu yerda a birga teng emasdek. ya’ni, birlik ildizlari Nelson va Plossr ma’lumotlarini tasvirlamaydi. To‘g‘rirog‘i, Nelson va Plosser xabar qilganidan ko‘ra birlik ildizlari uchun kamroq dalillar mavjud.

Zandrews buyrug‘i. Kit Baum (2015) Zivot va Andrews (1992) texnikasini amalga oshirish uchun Stata buyrug‘ini yozgan. Buyruq tanaffus-yili emas, balki tanaffusdan keyingi davr haqida xabar beradi. Bundan tashqari, Kit Baumning zandrews dasturi yordamida Nelson va Plosser natijalarini to‘liq takrorlay olmaydi. Shunga qaramay, uni o‘rnatish uchun buyruq satriga tegishli komandalar kiritiladi.

Tanish savollar tug‘iladi: qanday tanaffuslar va qancha kechikish-larni olish kerak? Perron usulida bo‘lgani kabi, uzilish kesishmada, kutilishida yoki ikkalasida ham sodir bo‘lishi mumkin. Shu sababli, siz uzilish (kesish), tanaffus (trend) yoki tanaffus (ikkalasi)ni belgilashingiz kerak.

Qancha kechikishlar kiritilishi kerak? Avvalgidek, bir nechta turli usullarni qo‘llash mumkin. Ko‘p aytilgan ma’lumot mezoningizni (AIC yoki BIC) kamaytiradigan kechikishlar sonini topish mumkin. Shu bilan bir qatorda, biz “testing down” (ketma-ket t-test) yondashuvini sinab ko‘rishingiz mumkin. Lagmethod() opsiyasi bizga uchta variantdan birini tanlash imkonini beradi: AIC, BIC yoki TTest. Shu bilan bir qatorda, ushbu ikkita variantni birgalikda ishlatish orqali hisobga olinadigan maksimal kechikishlar sonini belgilashimiz mumkin: ya’ni lagmethod(input) maxlags(#).

Quyidagi kod Zivot va Endryu topilmalarining ko‘pini takrorlash uchun zandrews buyrug‘idan foydalanadi.

Yakuniy ikkita o‘zgaruvchi (oddiy aksiyalarning narxi S&P 500 bo‘yicha va real ish haqi) kesishish va trend davridagi tanaffus bilan modellashtirilgan. Boshqa barcha o‘zgaruvchilar faqat kesishishdagi tanaffus bilan modellashtirilgan.

Zandrews buyrug‘ining natijasi 8.3-jadvalda jamlangan. Yuqoridan ko‘rinib turibdiki, biz Zivot va Endryuning natijalaridan boshqa hammasini takrorlay oldik.

8.4. Perron ma’lumotlarini umumlashtirish

Tuzilmaviy tanaffuslar hodisadan oldin va keyingi ma’lumotlarning sifat jihatidan farqlanishini anglatadi. Masalan, iqtisod tartibga solish kuchga kirgunga qadar bir maromda ishlashi mumkin, keyin esa u o‘zgarishi mumkin. Yoki investorlar Buyuk Depressiyadan oldin xavf-xatarga toqat qilishlari mumkin, keyin esa bunga toqat qilmasliklari mumkin.

Perron tadqiqotini ma’lum sanada tizimli tanaffusni, xususan, Buyuk halokat va neft narxining shoklarini sinab ko‘rish usulini taqdim etish orqali boshladi. Ba’zida tizimli tanaffusning sanasi aniq bo‘ladi. Masalan, Germaniya iqtisodiyoti birlashishdan oldingi va keyingi harakatlari boshqacha bo‘ladi.

Tadqiqotchilar ikkinchi to‘lqini mumkin bo‘lgan tanaffus sanasi ma’lum degan taxminni orqali tadqiq etishadi. Aksincha, mumkin bo‘lgan tanaffuslar soni ma’lum va algoritmlar ushbu o‘zgarishlarning eng mumkin bo‘lgan sanalarini tekshiradi. Ushbu to‘lqin ko‘pincha «endogen tanaffus» oqimi deb ataladi. Bu tanaffuslar qandaydir endogen iqtisodiy jarayon tufayli sodir bo‘lganligini anglatmaydi, aksincha, endogenlik hisoblash usuliga tegishli ekanligini ko‘rsatadi.

Yani, sana tadqiqotchi tomonidan ekzogen tarzda berilmaydi. Bu statistik algoritm bilan baholanadi. Zivot va Andrews (1992)ning yuqoridagi jarayonda batafsil ko‘rib chiqqan maqolasi ushbu nazariyaga mos keladi. Shuningdek, Christiano (1992), Banerji va boshqalarning ta’sirli maqolalari ham shunga tegishli.

Perron va Vogelsang (1992) noma’lum tuzilmaviy uzilish nuqtalari uchun sinovni taklif qiladilar. Agar siz ushbu kitob orqali ishlagan bo‘lsangiz, ularning tartibi bilan tanish bo‘lishingiz kerak. Birinchidan, uning deterministik komponentini olib tashlash orqali seriyani o‘zgartiriladi. Keyin, o‘zgartirilgan qatorda mumkin bo‘lgan tuzilmaviy tanaffus bilan kengaytirilgan Dikki Fuller tipidagi regressiya hisoblanadi. Zivot va Endryuning ruhiga o‘xshash, har bir sanada mumkin bo‘lgan tanaffus uchun t statistik ma’lumotlarni hisoblanadi. Keyin minimal t-statistika birlik ildizining nol gipotezasini tekshirish uchun ishlatiladi. Perron (1997) esa buni kengaytiradi.

Zivot va Endryuning asimptotik natijalari tuzilmaviy uzilishlar va birlik ildizlari qat’i teng degan taxminga asoslanadi. ya’ni, tuzilmaviy uzilish trend statsionar jarayonda sodir bo‘ladi, lekin birlik ildiz jarayonining nolida emas. Vogelsang va Perron (1998) hamda Li va Strazicich (2003) ikkita mumkin bo‘lgan tanaffuslar uchun – bu sezilgan kamchilikni tuzatadilar. Nol (birlik ildizi) va muqobil (statsionarlik) ostida tanaffuslarga ruxsat berilganligi sababli, «nolni rad etish bir ma’noda statsionarlikni anglatadi».

Zivot va Endryu o‘zlarining modellashtirish taxminlarini kamchilik sifatida emas, balki xususiyat sifatida ko‘rishlarini ko‘rib chiqish ahamiyatlidir. Birlik ildizlarini yakuniy tizimli tanaffus deb hisoblash mumkin; ular har bir davrda sodir bo‘ladigan tanaffuslardir. Shunday qilib, ikkita tegishli tanlov quyidagilardir: (a) birlik ildizlari (ular uzluksiz tizimli uzilishlar) va (b) vaqti-vaqti bilan diskret tuzilmaviy uzilishlar bilan statsionar jarayonlar.

Uchinchi to‘lqin tizimli tanaffuslar keskin bo‘lishi talabini yumshatdi, ya’ni iqtisodiy jarayon bir kun oldin boshqacha edi va keyingi kundan boshlab butunlay boshqacha bo‘ldi. Aksincha, bir necha davrlar davomida sodir bo‘ladigan silliq o‘tish bo‘lishi mumkin. Lanne va boshqalar (2002) ma’lum sinish nuqtasi uchun sinov, lekin moslashuvchan o‘tish funksiyasini yaratishdi. Leybourne va boshqalar (1998) silliq o‘tish bilan endogen sanalgan tizimli tanaffus uchun testni ishlab chiqishdi.

Yana bir to‘lqin tizimli uzilishlar tushunchasini bir nechta tanaffuslarni o‘z ichiga olgan holda kengaytirdi. Lumsdaine va Papell (1997) Zivot va Andrews (1992) protsedurasini ikkita alohida endogen tanaffusni o‘z ichiga olgan holda kengaytirdilar. Li va Strazicich (2003) ikkita endogen tanaffusni ham sinab ko‘rishadi. Ularning orasidagi farq shundaki, Lumsdaine va Papell statsionar tendensiyani tanaffuslar bilan birlik ildizlariga nisbatan sinalgan; Li va Strazichich birlik ildizlari va birliksiz ildizlarni sinovdan o‘tkazadi, bu yerda ikkala gipotezada ikkita endogen tanaffus bo‘lishi mumkinligini ko‘rsatishadi.

Bai va Perron (1998, 2003) noma’lum sanalarda bir nechta tarkibiy o‘zgarishlar uchun sinovni taklif qiladi. Narayan va Popp (2010) moslashuvchan o‘tishlar bilan noma’lum muddatlarda darajadagi va yoyilmadagi ikkita tizimli tanaffuslar uchun Dickey Fuller tipidagi testni taklif qiladilar. Ko‘rib turganingizdek, bu tushunchalarni aralashtirish va moslashtirish statsionarlikni belgilab beradi.

Agar ikkita iqtisodiy o‘zgaruvchi o‘zaro bog‘liq bo‘lsa va ulardan biri tarkibiy o‘zgarishlarga duchor bo‘lsa, ikkinchisi ham shunday bo‘ladi. Bai va boshqalar (1998), ko‘p o‘lchovli vaqtli ketma-ketliklar tizimi o‘rtasida umumiy tizimli uzilish uchun testni taklif qiladi. G‘oya shundan iboratki, agar bir nechta o‘zgaruvchilar orasida umumiy sanada tizimli tanaffus bo‘lsa, tanaffusni aniqlash osonroq bo‘ladi.

Tuzilmaviy uzilishlar bo‘yicha tadqiqotlar endi panel ma’lumotlariga kengaytmalarni o‘z ichiga oladi. Gonsales va boshqalar (2005), panellarga silliq o‘tish bo‘yicha tadqiqotlarni kengaytiradilar. Shuningdek, ular endi turli xil tanaffus usullarini ko‘rib chiqadilar, masalan, Markov modellari, bu yerda bir turdagi tizimdan ikkinchisiga o‘tish imkoniyati o‘sha paytdagi iqtisodiyotning xususiyatlariga qarab, ehtimollik jarayoni hisoblanadi. Tadqiqotlar, shuningdek, VAR va kointegratsiya (masalan: Saikkonen va Lütkepohl 2000) kabi ko‘p o‘zgaruvchan modellarni o‘z ichiga olgan holda tizimli tanaffus testlarini kengaytirdi, garchi ma’lum bo‘lgan tanaffus nuqtasi bo‘lsa ham.

Bu turdagi adabiyotlar keng va ko‘payib bormoqda. Econometrika jurnali 2017-yilda maxsus sonni faqat birlik ildizlari va tarkibiy o‘zgarishlarga bag‘ishladi. Ushbu maxsus nashr doirasida Klemente va boshqalar (2017) tuzilmaviy tanaffuslar ehtimolini ta’minlagan holda, bir qator mamlakatlarda Fisher effektining kointegratsion dalillarini sinab ko‘rdilar. Chang va Perron (2017) tendensiyalarning tarkibiy o‘zgarishiga imkon berish uchun kasr birlik ildiz testlarini kengaytiradi, bunda nol va muqobil gipoteza bo‘yicha tanaffusga ruxsat beriladi. ya’ni, tanlash birlik ildizlar va uzilishlar o‘rtasida emas, balki uzilishli birlik ildizlar va uzilishli kasr birlik ildizlari o‘rtasida sodir bo‘ladi.

Keyingi o‘qish uchun Hansen (2001) tizimli tanaffuslar, shu jumladan birlik ildizlari bilan uzilishlar bo‘yicha mantiq va adabiyotga ajoyib aniq kirishni taqdim etadi. Glynn va boshqalar (2007) hamda Byrne va Perman (2007) birlik ildizlari va tuzilmaviy tanaffuslarning tushunarli bo‘ladigan umumiy ko‘rinishini taqdim etadilar. Ko‘proq auditoriyalar birlik ildizlarini, kointegratsiyani va tarkibiy o‘zgarishlarni chuqur o‘rganish uchun Maddala va Kim (1998)ga murojaat qilishlari kerak bo‘ladi.

Nazorat savollari:

1. Tarkibiy uzilishlar deganda nima tushuniladi?
2. Tarkibiy uzilishlarni tadqiq etishning qanday usullari mavjud?
3. Perron trendlarni tadqiq etishda qanday usulni qo‘llaydi?
4. Zivot va Endryu topilmalari qanday amalga oshiriladi?
5. Dikki-Fuller muammosi ushbu mavzuda qanday bartaraf etiladi?
6. Hansenning tuzilmaviy o‘zgarishlari nimani ifoda etadi?
7. Chang va Perron tendensiyalarning qanday tarkibiy o‘zgarishiga imkon beradilar?
8. Zivot va Endryularning modellashtirishdagi kamchiliklari nimadan iborat?
9. Moslashuvchan o‘tish funksiyasining vazifasi nimadan iborat?
10. Optimal laglarni aniqlash uchun qanday mezonlar mavjud?

9-MAVZU. ARCH, GARCH VA VAQT O‘ZGARUVCHAN VARIATSIYA

9.1. ARCH, GARCHga kirish.
9.2. Shartli va shartsiz momentlar.
9.3. ARCH modellari.
9.4. GARCH modellari.

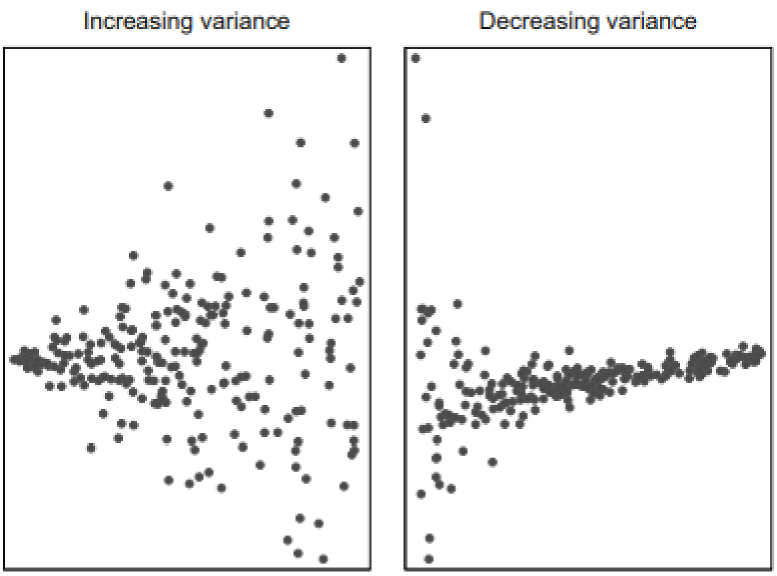
9.1. ARCH, GARCHga kirish

Shu joygacha biz statsionar bo‘lmagan jarayonlarni ko‘rib chiqdik, ammo qat’i aytganda, statsionarlik tasodifiy o‘zgaruvchining har qanday momentiga taalluqli bo‘lishi mumkin: o‘rtacha, dispersiya, egrilik, eksess va boshqalar. Moliyaviy jarayonlar, ayniqsa, dispersiyaning statsionar emasligi bilan bog‘liq. Ko‘pchilik o‘quvchilar ekonometriyaga kirish darslarida heteroskedastiklik masalasini eslashadi. Geteroskedastiklik – bu o‘zgaruvchining dispersiyasidagi statsionar bo‘lmaganligining alohida holati (Skedastiklik dispersiyaning sinonimidir). Geteroskedastiklikning an’anaviy tasviri *X* qiymatining oshishi bilan mutanosib ravishda o‘sib boruvchi tashqi tomonga tarqaladigan scatterplot grafik hisoblanadi. Grafik jihatdan u katta qismi o‘ng tomonda joylashgan grafikka o‘xshaydi. Kamroq tarqalgani, *X* da dispersiyaning kamayishi bilan heteroskedastiklik; grafik boshqa tomonga ishora qildi (9.1-rasmga qarang). Ammo bu maxsus holatlar bo‘lib, ko‘proq kesmalarda uchraydi. Ular amaliyotchi moliyaviy ekonometristlar uchun cheklangan.

Birja holatini ko‘rib chiqamiz. Ba’zida bozorlar juda o‘zgaruvchan, ba’zida esa ular o‘zgaruvchandir. Qimmatli qog‘ozlar bozori daromadlarining o‘zgaruvchanligi (variatsiyasi) sizning investitsiyalaringizning xavfliligini aniqlaydi. Moliyadagi tavakkalchilik va mukofot bir-biriga bog‘langan haqiqatdir: ular ijobiy bog‘liqdir. Odamlar o‘z investitsiyalari bilan katta tavakkal qilsalar (aktiv narxining o‘zgaruvchanligi yuqori bo‘lsa), ular yuqori mukofot bilan kompensatsiya olishni talab qiladilar. Investitsiyalarni amalga oshirish uchun xavfni to‘g‘ri tushunish va hisobga olish juda muhimdir.

ARCH va GARCH modellarini joriy etishdan oldin, o‘zgaruvchanlikni o‘z ichiga olishning eng keng tarqalgan, amalda yagona usuli – aylanish dispersiyasi yoki standart og‘ishlarni hisoblash hisoblanadi. Bu, albatta, bir nechta amaliy savollarni keltirib chiqardi.

To‘g‘risini aytganda, bu shartsiz dispersiya bo‘lib, u statsionar emasligini anglatishi mumkin; shartli heteroskedastiklik statsionar emasligini bildirmaydi. Shartli va shartsiz dispersiya o‘rtasidagi farq ushbu bobning asosiy yo‘nalishlaridan biri bo‘ladi.



9.1-rasm. Klassik heteroskedastiklikning ikkita holati

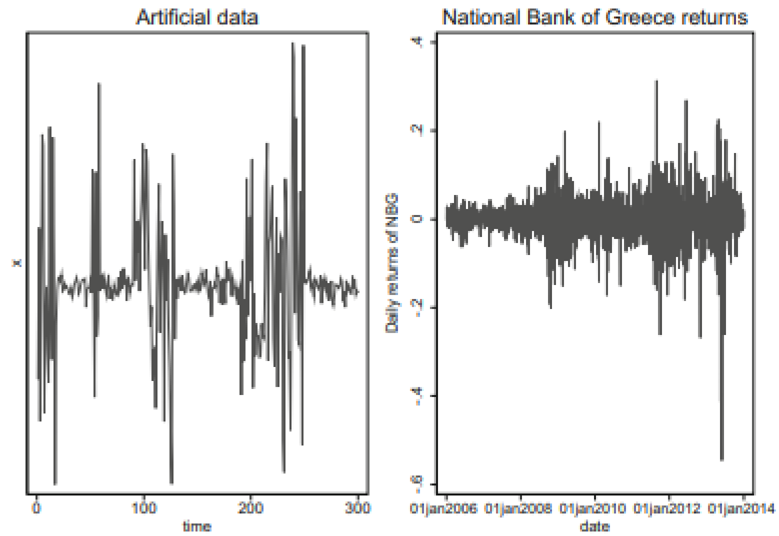
Harakatlanuvchi trenddan tashqaridagi kuzatuvlarga nolga teng vazn beradi va trend ichidagi barcha kuzatuvlar teng og‘irlik qiladi. Nima uchun har bir kuzatuvni teng tortish kerak? Yaqin o‘tmish uzoq o‘tmishga qaraganda ko‘proq tegishli ma’lumotlarni o‘z ichiga olganligi mantiqiy ko‘rinadi, shuning uchun bu standart og‘ishini hisoblashda so‘nggi kuzatuvlarga ko‘proq ahamiyat berish kerak. Bundan tashqari, agar biz trendning uzunligi sifatida 1 haftani tanlasak, bir yarim hafta oldingi ma’lumotlarni e’tiborsiz qoldirishimiz kerakmi?

Ehtimol, biz barcha ma’lumotlar nuqtalarini saqlashimiz kerak, lekin uzoqdan kuzatuvlarga eksponent ravishda kamaygan vaznni berishimiz kerak. Amaldagi amaliyot apriori yondashuvni qo‘llashdan ko‘ra, eng yaxshi tortish sxemasini baholash orqali bu muammolarning oldini oladi.

1980-yillarda tadqiqotchilar volatillikni modellashtirish masalasiga jiddiy murojaat qilishdi. Bugungi tafovut ayniqsa, yuqori bo‘lishidan qat’i nazar, ertangi tafovut o‘tgan haftaning o‘rtachasiga teng bo‘lishini taxmin qilish oqilonami? O‘zgaruvchanlik mavsumiy emas – afsuski, buni oldindan aytish mumkin emas edi – lekin ob-havo kabi, agar bir kun ayniqsa yomg‘irli bo‘lsa, ertaga ham yomg‘ir yog‘ishi ehtimoli katta. Sokin kunlar tinch davrlarga to‘planishga moyildir; o‘zgaruvchan kunlar asablarni buzadigan notinch davrlarga to‘planishga moyildir. (9.2-rasmga qarang).

Bugungi dispersiya qaysidir ma’noda kechagi dispersiyaga bog‘liq bo‘lishi, uni AR (1) jarayoni kabi avtoregressiv jarayon bilan osongina modellashtirish mumkinligini anglatadi. Bizning standart AR(1) jarayonimiz quyidagicha bo‘ladi:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 X_{t-2} + e_1$$



9.2-rasm. O‘zgaruvchanlikni klasterlashning ikkita holati

X ni σ^2 bilan almashtirsak, bizda dispersiyaning AR(1) modeli mavjud bo‘ladi:

$$\sigma_t{}^2 = \beta_0 + \beta_1 \sigma_{t-1}{}^2 + e_t \qquad (9.1)$$

Muqobillik MA (1) kabi oddiy harakatlanuvchi o‘rtacha jarayon kabi bo‘ladi.

Biz β_s larni shunday deb faraz qilamizki, $\sigma_t{}^2$ t na cheksizlikka oshadi va nolga kamayadi. Ba’zida uning qiymati past, ba’zan esa yuqori bo‘ladi. Bizning yakuniy maqsadimiz, masalan, Dow Jones indeksidagi daromadlarni bildiruvchi Y o‘zgaruvchisini modellashtirishdir. Dow-yiliga o‘rtacha 5% daromadga ega bo‘lishi mumkin, lekin ba’zida u o‘zgaruvchan, ba’zan esa o‘zgarmasdir. Agar Dow daromadlari normal taqsimlangan bo‘lsa, ularni modellashtirish mumkin:

$$Y_t \sim N(0.05, \sigma_t{}^2)$$

E’tibor bering, Y_t o‘rtacha bo‘yicha statsionar, lekin vaqt o‘tishi bilan o‘zgarib turadigan $\sigma_t{}^2$ t dispersiyasida emas.

Turli xil farqlarni olish uchun ishlatiladigan eng keng tarqalgan model Bollerslev (1986) tomonidan Engl (1982) ARCH modelining umumlashtirilishi sifatida ishlab chiqilgan umumiy avtoregressiv shartli heteroskedastiklik modelidir (GARCH). O‘shandan beri GARCH modelining son-sanoqsiz umumlashmalari mavjud bo‘lib, ular alifbodagi qisqartma so‘zlarni o‘z ichiga oladi.

Matnlar to‘g‘ridan to‘g‘ri umumiy GARCH modeliga o‘tish uchun standart bo‘lib qoldi. Biz asta-sekin ma’lum bir ARCH modelidan umumiy GARCH modeliga o‘tadigan bosqichma-bosqich yondashuvni qo‘llaymiz. Umumiy GARCH modellarida nima sodir bo‘layotganini aniqlaganimizdan so‘ng, biz GARCHning ko‘plab variantlarini muhokama qilish bilan yakunlaymiz. GARCHning ko‘plab variantlari mavjud, shuning uchun biz bir nechtasini va faqat qisqacha muhokama qilamiz. Lekin birinchi navbatda, agar ARCH avtoregressiv shartli heteroskedastiklikni bildirsa, biz “shartli heteroskedastiklik” deganda nimani tushunamiz?, shuni dastlab aniqlab olamiz.

9.2. Shartli va shartsiz momentlar

“Shartli” dispersiya deganda aynan nimani tushunamiz? Nimaga shartli? Ushbu muhim farqni mustahkamlash uchun avvalo juda oddiy AR modelini ko‘rib chiqaylik. Shundan so‘ng biz ARCH/GARCH modellariga murojaat qilamiz.

Aytaylik, Y_t suzuvchi sof tasodifiy yurishni anglatsin:

$$Y_t = Y_{t-1} + e_t \qquad (9.2)$$

e_t ning dispersiyasi bilan, ${\sigma_t}^2$ da doimiy. Tenglama bo‘lishi uchun biz rekursiv almashtirishimiz mumkin va (9.2) kabi qayta yozishimiz mumkin:

$$Y_t = Y_0 + e_1 + e_2 + \cdots + e_t = Y_0 + \sum_{i=1}^{t} e_t$$

Shu tarzda Y_t xatolar ketma-ketligi yig‘indisiga teng ekanligini ko‘rishimiz mumkin. Y_t ning shartsiz dispersiyasi quyidagicha bo‘ladi:

$$V(Y_t) = V(Y_0) + V\left(\sum_{i=1}^{t} e_t\right) = 0 + \sum_{i=1}^{t} V(e_t) = t\sigma^2$$

Shartsiz dispersiya qanday o‘zgarganiga e’tibor bering: vaqt o‘tishi bilan u cheksiz ortmoqda.

Ammo Y_t ning oldingi qiymati Y_{t-1} sharti bilan farqlanishi haqida nima deyish mumkin? ya’ni, biz Y_t prognozini qilishni qiziqtirganimizda, biz odatda, tayanadigan ba’zi tarixiy ma’lumotlarga egamiz; bizda hech bo‘lmaganda trendning oldingi qiymati bor. Y_t ning dispersiyasi, Y_{t-1} shartli quyidagicha bo‘ladi:

$$V(Y_t|Y_{t-1}) = 0 + 0 + 0 + \cdots + V(e_t) = \sigma^2$$

E’tibor bering, bu holda shartli dispersiya doimiy bo‘ladi. Biz shartli lahzalar haqida gapirishga ko‘p vaqt ajratamiz. Biz aniq aytishimiz kerak: «nima shartli?» Bizning maqsadlarimiz uchun biz t vaqtidan oldingi barcha natijalar to‘plamiga shart qo‘yamiz. ya’ni, t vaqtida biz barcha o‘tmishdagi o‘zgaruvchilarning amalga oshirilgan qiymatlarini bilishni taxmin qilamiz.

9.3. ARCH modellari

ARCH (1). Barcha chiziqlardagi ARCH va GARCH modellari odatda ikkita tenglamadan iborat: (1) asosiy o‘zgaruvchi Y evolutsiyasini tavsiflovchi o‘rtacha tenglama va (2) Y dispersiyasi evolutsiyasini tavsiflovchi dispersiya tenglamasi.

Y_t hatto AR(1) jarayoniga ham amal qilmaydi, lekin doimiy o‘rtacha va ba’zi xatolardan iborat bo‘ladi:

$$Y_t = \beta_0 + \epsilon_t \tag{9.3}$$

Eng muhimi, xato atamasi quyidagicha ishlaydi:

$$\epsilon_t = (\alpha_{0+\alpha_1 \epsilon_{t-1}^2})^{1/2} u_t \tag{9.4}$$

bu yerda, u_t~ N (0, 1), α_0> 0 va α_1> 1. (9.3) va (9.4) tenglamalar birgalikda ARCH(1) modelimizni aniqlaydi.

Ushbu xatolik ((9.4) tenglamasi) biroz g‘ayrioddiy ko‘rinadi, lekin aslida unday emas. Birinchidan, agar siz ikkala tomonni kvadratga oshirsangiz, bu o‘rtacha tenglama dispersiyasining ifodasi ekanligini ko‘rasiz:

$$\epsilon_t{}^2 = (\alpha_{0+\alpha_1} \epsilon_{t-1}^2) u_t{}^2$$

va $u_t{}^2$ ushbu tenglikdagi xato bo‘lib, bu oddiygina multiplikativ xato deyiladi. Bu dispersiyani mutanosib ravishda yuqoriga yoki pastga tushiradi. Bularning barchasi keraksiz darajada murakkab ko‘rinsa-da, hisoblashni soddalashtiradi, shuning uchun u juda samarali hisoblanadi.

Shartsiz momentlar. Y_t ning shartsiz o‘rtachasi

$$E(Y_t) = E(\beta_0 + \epsilon_t) = E(\beta_0) + E(\epsilon_t) = \beta_0$$

Shartsiz dispersiya quyidagicha:

$$\begin{aligned} V(Y_t) &= V(\beta_0 + \epsilon_t) = V(\beta_0) + V(\epsilon_t) = V(\epsilon_t) \\ &= E(\epsilon_t{}^2) - E^2(\epsilon_t) = E(\epsilon_t{}^2) \end{aligned} \tag{9.5}$$

Bundan

$E(\epsilon_t{}^2) = E\left[(\alpha_{0+\alpha_1} \epsilon_{t-1}^2) u_t{}^2\right] = E(\alpha_0 u_t{}^2 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 u_t{}^2)$= $\alpha_0 E(u_t{}^2) + \alpha_1 E(\epsilon_{t-1}^2 u_t{}^2)$

Mustaqil o‘zgaruvchi biz kutish operatorini taqsimlashimiz mumkinligini anglatadi, shuning uchun:

$$E({\epsilon_t}^2) = \alpha_0 E({u_t}^2) + \alpha_1 E(\epsilon_{t-1}^2) E({u_t}^2)$$

u_t~ N (0, 1) bo‘lgani uchun $E({u_t}^2)$= 1, shuningdek

$$E({\epsilon_t}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 E(\epsilon_{t-1}^2) \tag{9.6}$$

Agar $E({\epsilon_t}^2)$ statsionar bo‘lsa, u holda $E({\epsilon_t}^2) = E(\epsilon_{t-1}^2) = E(\epsilon^2)$ demak, tenglama (9.6)ga soddalashtirilgan holda ifodalangan:

$$E(\epsilon^2) = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \tag{9.7}$$

Nihoyat, (9.5) tenglamani (9.7)ga almashtirish orqali quyidagi hosil bo‘ladi:

$$V(Y_t) = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \tag{9.8}$$

Shuning uchun shartsiz dispersiya doimiydir. Shartsiz tafovutlar uchun juda ko‘p dispersiyalar mavjud. Ammo ARCH «shartli heteroskedastiklik» ga ishora qiladi, shuning uchun shartli momentlarga murojaat qilinadi:

Shartli momentlar. Bizda bir nechta tasodifiy o‘zgaruvchilar (y_t,ϵ_t va u_t) bor va biz ularning har biriga yoki ularning kechikishlariga shart qo‘yishimiz mumkin. Shunday qilib, biz cheksiz sonli shartli momentlarni hisoblashimiz mumkin edi. Ularning hammasi ham qiziqish uyg‘otmaydi.

Birinchidan, Y_t ning o‘rtacha qiymati uning oldingi qiymatiga bog‘liq bo‘ladi:

$$E(Y_t \mid Y_{t-1}) = E(Y_t) = \beta_0$$

Uning farqi haqida nima deyish mumkin? $Y_t = \beta_0 + \epsilon_t$ bo‘lgani uchun $V(Y_t) = V(\epsilon_t)$

$$V(\epsilon_t|\epsilon_{t-1}) = E({\epsilon_t}^2|\epsilon_{t-1}) - E^2(\epsilon_t|\epsilon_{t-1})$$

$$= \left[\left(\left(\alpha_{0+\alpha_1}\epsilon_{t-1}^2\right)^{\frac{1}{2}} u_t\right)^2 \epsilon_{t-1}\right] - E^2(\epsilon_t|\epsilon_{t-1})$$

$$= [(\alpha_0 {u_t}^2 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 {u_t}^2)|\epsilon_{t-1})]$$

$$= E(\alpha_0 {u_t}^2|\epsilon_{t-1}) + E(\alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 {u_t}^2|\epsilon_{t-1})$$

$$= \alpha_0 E({u_t}^2|\epsilon_{t-1}) + \alpha_1 E(\epsilon_{t-1}^2 {u_t}^2|\epsilon_{t-1})$$

ϵ_{t-1} bo‘yicha shartlashni biz uni berilgan doimiy o‘rtacha sifatida ko‘rib chiqamiz. Shuning uchun

$$V(\epsilon_t|\epsilon_{t-1}) = \alpha_0 E({u_t}^2|\epsilon_{t-1}) + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 E({u_t}^2|\epsilon_{t-1})$$

u_t~ N (0, 1) bo‘lgani uchun, ϵ_{t-1} ga shartlangan yoki shartlanmaganligidan qat’i nazar, $E({u_t}^2)$= 1 bo‘ladi. Shuning uchun,

$$V(Y_t|Y_{t-1}) = V(\epsilon_t|\epsilon_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 \qquad (9.9)$$

(9.9) tenglamani Y_t ning shartli dispersiyasi ϵ_{t-1} orqali vaqtga bog‘liq. Va ϵ_t AR(1) jarayoniga ergashganligi sababli, Y ning shartli dispersiyasi vaqt bo‘yicha o‘zgaruvchanlikni ko‘rsatadi. Ammo bu faqat shartli dispersiyaga tegishli. Biz (9.8) tenglamada ko‘rganimizdek, bu shartsiz dispersiyaning xususiyati bo‘lmaydi.

Kurtosis va qalinroq dumlar. Ba’zi tadqiqotchilarning fikricha, bu dumlar juda qalin bo‘lishi mumkinki, ular Koshi taqsimotidan yoki chekli momentsiz boshqa taqsimotdan kelib chiqqan bo‘ladi. ARCH va GARCH modellari aslida ma’lumotlarni moliyaga yo‘naltirilgan akademiklarning shaxsiy manfaatlari bilan moslashtiradi. Ko‘rsatish mumkinki, ARCH va GARCH modellarida nazarda tutilgan o‘zgaruvchanlik klasteri, hatto asosiy xatoning o‘zi normal bo‘lsa ham, odatdagidan qalinroq chiziqlarni nazarda tutadi.

Biz buni oddiy ARCH(1) modeli uchun analitik tarzda hamda murakkabroq modellarni taqlid qilganimizdagina empirik tarzda ko‘rsatamiz.

Hisoblashni boshlashdan oldin, ARCH(1) modeli haqidagi taxminlarimizni keltiramiz:

$$Y_t = \beta_0 + \epsilon_t \qquad (9.10)$$

$$\epsilon_t = (\alpha_{0+\alpha_1 {\epsilon_{t-1}}^2})^{1/2} u_t \qquad (9.11)$$

$$u_t \sim N(0.1) \qquad (9.12)$$

X o‘zgaruvchining kurtozisi quyidagicha aniqlanadi:

$$K(X) = \frac{E[(X-\mu x)^4]}{E^2(X-\mu x)^2} = \frac{E(X^4)}{E^2(X^2)} \qquad (9.13)$$

Bu yerda X ning o‘rtacha qiymati nolga teng bo‘lganda ikkinchi tenglik yuzaga keladi. Oddiy taqsimotning kurtozisi uchta ekanligini ko‘rsatadigan standart mashqdir. Shunday qilib, biz ϵ_t ~ ARCH (1) ning kurtozisi 3 dan katta ekanligini ko‘rsatishni maqsad qilganmiz. u_t standart normal bo‘lgani uchun (9.13) shuni anglatadiki,

$$K(u_t) = \frac{E({u_t}^4)}{[E({u_t}^2)]^2} = 3 \qquad (9.14)$$

Ushbu ma’lumotlardan foydalanib, ϵ_t ning kurtozini hisoblaymiz:

$$K(\epsilon_t) = \frac{E({\epsilon_t}^4)}{E({\epsilon_t}^2)^2}$$
$$= \frac{E[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^2{u_t}^4]}{(E[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2){u_t}^2])^2}$$
$$= \frac{E[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^2]E[{u_t}^4]}{[E(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)]^2[E(u_t^2)]^2}$$
$$= \frac{E[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^2]E[{u_t}^4]}{[E(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)]^2[E(u_t^2)]^2}$$
$$= \frac{E[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^2]3}{[E(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)]^2}$$

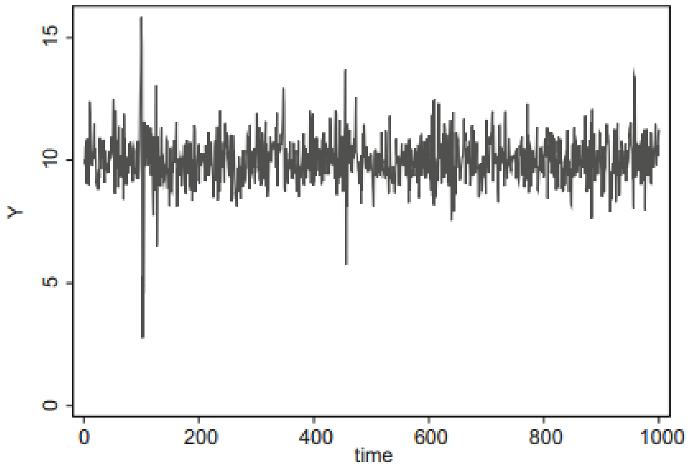
Demak, agar hisoblashdagi kutiluvchi had maxrajdan katta ekanligini isbotlay olsak, o‘z ishimizni isbotlagan bo‘lamiz. Buning uchun biz Jensen tengsizligi deb ataladigan matematik teoremaga tayanishimiz mumkin. Bu teorema iqtisod va moliya fanlari talabalariga yaxshi tanish bo‘lishi kerak, chunki u risklardan qochish uchun asos bo‘lib, bu esa o‘z navbatida sug‘urta va portfelni boshqarish nazariyalarining asosini tashkil etadi. Bir so‘z bilan aytganda, teorema shuni ko‘rsatadiki, agar funksiya botiq bo‘lsa, u holda funksiyaning o‘rtacha qiymati o‘rtacha qiymatdan baholanadigan funksiyadan kattaroqdir. Matematikada $f(x)$ botiq bo‘lsa, $E\big(f(x)\big) > f\big(E(x)\big)$. Bu yerda $f(x) = x^2$ botiq funksiya va $x = (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)$. Shuning uchun:

$$K(\epsilon_t) = \frac{3E(x^2)}{[E(x)]^2} = \frac{3E(f(x))}{f(E(x))} > 3$$

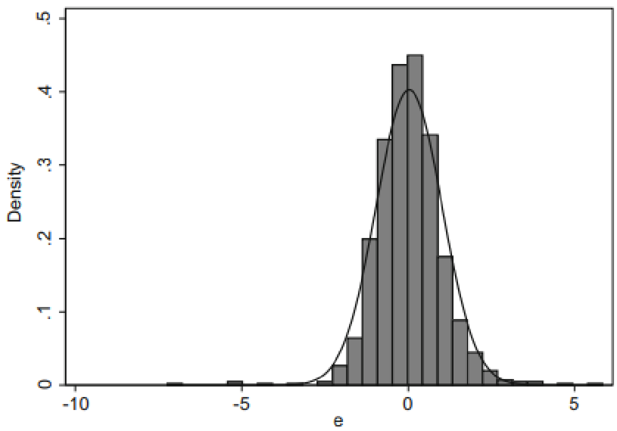
Shunday qilib, biz ARCH(1) jarayonlari odatdagi taqsimlangan jarayonlarga qaraganda qalinroq dumlarga ega ekanligini ko‘rsatdik.

Jarayonni simulatsiya qilish. Xo‘sh, bu turdagi jarayon aslida qanday ko‘rinishga ega? Jarayonni intuitivroq tushunish uchun biz ba’zi ma’lumotlar va grafiklarni yaratamiz. Keyin biz parametrlarni to‘g‘ri baholay olishimiz yoki yo‘qligini aniqlash uchun Stata-ning ARCH buyrug‘idan foydalanamiz.

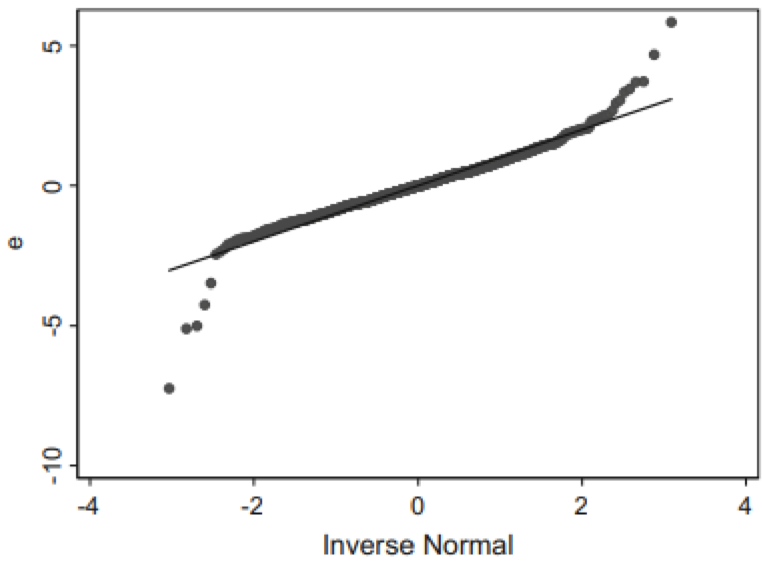
Ma’lumotlar 9.3-rasmda chizilgan. Biz ARCH(1) jarayoni qanday qilib oddiy jarayonnikidan kattaroq kurtozga ega bo‘lishini ko‘rsatdik. Biz buni to‘g‘ridan to‘g‘ri empirik kurtozni hisoblash orqali ko‘rsatishimiz mumkin:



9.3-rasm. Bizning simulatsiya qilingan ARCH(1) ma’lumotlarimiz



9.4-rasm. Simulatsiya qilingan ARCH(1) ma’lumotlarning gistogrammasi



9.5-rasm. Taqlid qilingan ARCH(1) ma’lumotlarning ko‘rinishi

Shu bilan bir qatorda, muammoga gistogramma (9.4-rasm) yoki QQ-chizmasi (9.5-rasm) yordamida vizual tarzda yondashishimiz mumkin.

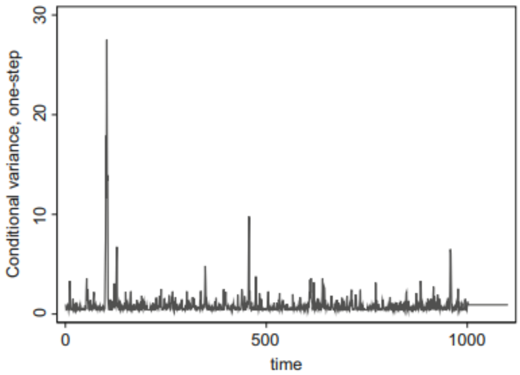
ARCH bahosining natijasi

```
ARCH family regression

Sample: 1 - 1000                                Number of obs    =      1000
Distribution: Gaussian                          Wald chi2(.)     =         .
Log likelihood = -1251.018                      Prob > chi2      =         .

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OPG
           Y |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
Y            |
       _cons |   10.01859   .0236093   424.35   0.000     9.972319    10.06487
-------------+----------------------------------------------------------------
ARCH         |
        arch |
         L1. |   .5145089   .0678938     7.58   0.000     .3814394    .6475783
             |
       _cons |   .4229576   .0310762    13.61   0.000     .3620494    .4838659
------------------------------------------------------------------------------
```

Stata ARCH buyrug‘ining chiqishi har qanday GARCH modelining ikkita asosiy komponentli tenglamalariga mos keladigan ikki qismga bo‘linadi: o‘rtacha va dispersiya tenglamalari. Biz β_0 ni 10 deb belgiladik.

Shartli dispersiyani bashorat qilish. Barcha ekonometrik modellar tahlil va bashorat qilish uchun ishlatiladi. ARCH modellari bundan mustasno emas. Dispersiyani tavsiflovchi tenglamani taxmin qilganimizni hisobga olsak, odatda o‘rtacha tenglamadan bashorat qilganimizdek, bashorat qilingan dispersiyani yaratish juda oddiy.

«Prognoz qilingan qiymatlar» oddiygina oʻrnatilgan qiymatlar boʻlishi mumkin yoki ular haqiqiy toʻplamdan tashqari prognozlar boʻlishi mumkin. Bu taxminiy shartli dispersiya boʻlib, uning grafigi 9.6-rasmdagi birinchi 1000 ta kuzatishda berilgan.



9.6-rasm Simulatsiya qilingan ARCH(1) ma'lumotlardagi farq

Shartsiz dispersiyani bashorat qilish. Kelajakdagi tafovutni bashorat qilish uchun «bashorat qilingan qiymatlar» yordamida modelni ma'lumotlarga shunchaki moslashtirish oʻrniga biz ma'lumotlar toʻplamimizning oxiriga boʻsh kuzatuvlarni qoʻshishimiz talab etiladi.

Birinchi yangi kuzatuvdan soʻng, ARCH(1) jarayoni uchun olingan ma'lumotlar yoʻq. Buning oʻrniga, u koʻproq taxmin qilingan qiymatlarni yaratish uchun oʻzining taxmin qilingan qiymatlaridan rekursiv foydalanadi.

AR(1)-ARCH(1). Oldingi boʻlimda bizning oʻrtacha tenglamamiz unchalik ishonchli emas edi. Unda shunchaki doimiy va ba'zi xatolar bor edi. Barcha dinamikalarda dispersiya tenglamasi orqali ifodalanar edi.

Modelni ARCH yoki GARCH modeliga aylantiradigan narsa bu dispersiya tenglamasidir. Oʻrtacha tenglamada deyarli hamma narsa boʻlishi mumkin. Bu yerda AR(1) jarayoni yuzaga keladi.

Yuqoridagi jarayonni davom ettirish uchun oʻrtacha tenglamani (9.3) bilan almashtiramiz.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \epsilon_t \tag{9.15}$$

Avvalgidek,

$$\epsilon_t = (\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)^{1/2} u_t \tag{9.16}$$

$u_t \sim N(0.1)$ bilan βs lar shunday belgilanadiki, har bir avtoregressiv jarayon statsionar bo‘ladi.

Shartsiz momentlar. Birinchidan, biz shartsiz momentlarni olamiz. Y_t AR(1) jarayoni sifatida rivojlanadi. Agar β_0 va β_1 shunday bo‘lsa, Y_t statsionar bo‘ladi:

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= E(\beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \epsilon_t) \\ &= \beta_0 + \beta_1 E(Y_{t-1}) \\ &= \beta_0 + \beta_1 E(Y_t) \\ &= \frac{\beta_0}{1-\beta_1} \end{aligned}$$

Bu oddiygina AR(1) jarayoni ekanligini hisobga olsak (noodatiy, ammo nol o‘rtacha xato bilan), bu tenglamada kutish nolga teng bo‘ladi.

Shartsiz dispersiyani olish uchun o‘rtacha tenglamadan boshlaylik (AR(1) jarayoni) va uni bir necha marta rekursiv ravishda almashtiramiz:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + \epsilon_t$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1(\beta_0 + \beta_1 Y_{t-2} + \epsilon_{t-1}) + \epsilon_t$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1(\beta_0 + \beta_1(\beta_0 + \beta_1 Y_{t-3} + \epsilon_{t-2}) + \epsilon_{t-1}) + \epsilon_t$$

$$Y_t = \beta_0 \sum_{i=0}^{2} \beta_1^i + \sum_{i=0}^{2} \epsilon_{t-1} \beta_1^i + \beta_1^3 Y_{t-3}$$

Qayta-qayta almashtirishdan so‘ng, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$\begin{aligned} Y_t &= \beta_0 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i + \sum_{i=0}^{\infty} \epsilon_{t-i} \beta_1^i \\ &= \frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \sum_{i=0}^{\infty} \epsilon_{t-i} \beta_1^i \end{aligned} \tag{9.17}$$

Shartsiz dispersiyani (9.17) va (9.7) tenglamalar yordamida topish mumkin:

$$V(Y_t) = V\left(\frac{\beta_0}{1-\beta_1} + \sum_{i=0}^{\infty} \epsilon_{t-i}\beta_1^i\right)$$
$$= V\left(\sum_{i=0}^{\infty} \epsilon_{t-i}\beta_1^i\right)$$
$$= \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^{2i} V(\epsilon_{t-i}) = \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^{2i} E(\epsilon_{t-i}^2) = \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}\sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^{2i}$$
$$= \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1}\frac{1}{1-\beta_1^2}$$

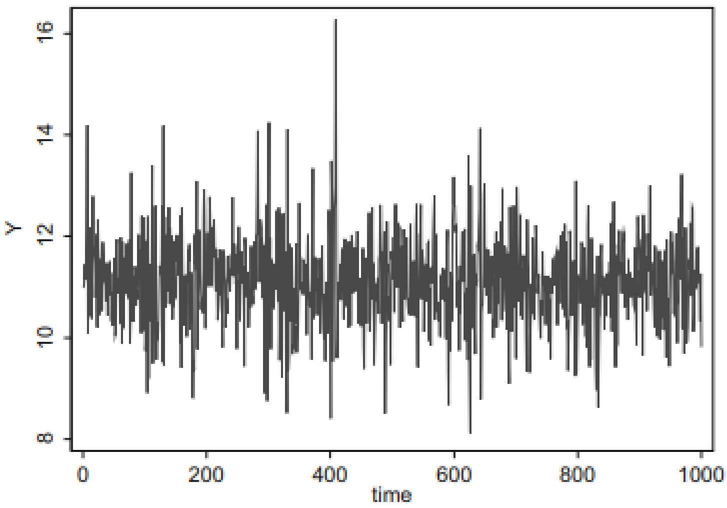
E’tibor bering, o‘rtacha tenglamaga kechikkan Y_{t-1} lag qo‘shilishi Y_t ning shartsiz dispersiyasini o‘zgartirdi. Shartli tafovutni ham o‘zgartiradimi?

Shartli momentlar. Quyida biz Y_t ning o‘rtacha va dispersiyasini hisoblaymiz, barcha oldingi ma’lumotlar to‘plamiga shartli, Ω_{t-1} ni qo‘shamiz. Bu shuni anglatadiki, biz Y_{t-1}, Y_{t-2},..., ϵ_{t-1}, ϵ_{t-1} ... ... va u_t , u_t, u_{t-2},... qiymatlarini bilamiz.

$$E(Y_t|\Omega_{t-1}) = E(\beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} u_t|\Omega_{t-1})$$
$$= \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + E\left[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} u_t|\Omega_{t-1}\right]$$
$$= \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} E[u_t|\Omega_{t-1}]$$
$$= \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}}$$
$$= \beta_0 + \beta_1 Y_{t-1}$$

va

$$V(Y_t|\Omega_{t-1}) = V(\beta_0 + \beta_1 Y_{t-1} + (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} u_t|\Omega_{t-1})$$
$$= V(\beta_0 + \beta_1 Y_{t-1}|\Omega_{t-1} + (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2) V(u_t|\Omega_{t-1})$$
$$= 0 + (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2)$$
$$\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2$$



9.7-rasm. Simulatsiya qilingan AR(1) ARCH(1) ma'lumotlar

9.7-rasmda simulatsiya qilingan ma'lumotlarning grafiklari ko'rsatilgan.

Stata buyrug'i orqali AR(1)-ARCH(1) modeli natijalari quyidagicha olinadi:

```
ARCH family regression

Sample: 2 - 1000                                Number of obs     =        999
Distribution: Gaussian                          Wald chi2(1)      =       9.74
Log likelihood = -1228.492                      Prob > chi2       =     0.0018

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OPG
           Y |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
Y            |
           Y |
         L1. |   .1037784   .0332501     3.12   0.002     .0386094    .1689473
             |
       _cons |     9.9512   .3712735    26.80   0.000     9.223517    10.67888
-------------+----------------------------------------------------------------
ARCH         |
        arch |
         L1. |   .4650049   .0570121     8.16   0.000     .3532633    .5767466
             |
       _cons |   .4371298   .0297103    14.71   0.000     .3788988    .4953609
------------------------------------------------------------------------------
```

ARCH(2). Yuqorida biz o'rtacha tenglamaga AR qismni qo'shish orqali asosiy modelimizga murakkablik kiritdik. Ushbu kichik bo'limda biz doimiy o'rtacha (9.3) tenglamaga qaytamiz, lekin dispersiyada murakkablikni (9.4)ga qo'shamiz. Xususan, o'rtacha tenglama:

$$Y_t = \beta_0 + \epsilon_t \tag{9.18}$$

ammo dispersiya tenglamasi hozir quyidagicha:

$$\epsilon_t = (\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}^2)^{1/2} u_t \tag{9.19}$$

Yani, biz dispersiya tenglamasiga qo'shimcha kechiktirilgan lagni qo‘shdik. Agar α_2 musbat bo‘lsa, bu Y dispersiyasiga ko‘proq inersiya qo‘shadi.

Avvalgidek, biz birinchi navbatda ushbu modelning xususiyatlarini matematik tarzda olamiz. Keyin biz ma’lumotlarni simulatsiya qilamiz va modelning xususiyatlarini vizual ko‘rishimiz uchun grafikni tuzamiz.

Shartli momentlar. Keling, dispersiya (9.19) tengligini batafsil ko‘rib chiqaylik. ϵ_t ni kutish, uning butun o‘tmish tarixiga bog‘liq (biz uni Ω_{t-1} deb belgilaymiz):

$$E(\epsilon_t|\Omega_{t-1}) = E\left[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\epsilon_{t-2}^2)^{1/2}u_t|\Omega_{t-1}\right]$$
$$= (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\epsilon_{t-2}^2)^{1/2}E[u_t|\Omega_{t-1}]$$
$$(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\epsilon_{t-2}^2)^{\frac{1}{2}}$$
$$= 0$$

Y_t ning shartli dispersiyasi esa quyidagicha bo‘ladi:

$$E(Y_t|\Omega_{t-1}) = Var(\epsilon_t|\Omega_{t-1})$$
$$= E(\epsilon_t^2|\Omega_{t-1}) - E^2(\epsilon_t|\Omega_{t-1})$$
$$= E(\epsilon_t^2|\Omega_{t-1})$$
$$= E[(\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\epsilon_{t-2}^2)u_t^2|\Omega_{t-1}]$$
$$= (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\epsilon_{t-2}^2)E[u_t^2|\Omega_{t-1}]$$
$$= (\alpha_0 + \alpha_1\epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\epsilon_{t-2}^2)$$
$$= \alpha_0 + \alpha_1 V(Y_{t-1}) + \alpha_2 V(Y_{t-2})$$

ϵ_t^2 ning musbat bo‘lishi uchun, u xuddi shunday bo‘lishi kerak, Y ning dispersiyasiga teng bo‘lgani uchun, barcha a larning musbat bo‘lishi yetarlidir.

Ikkinchidan oxirgi tenglik $u_t \sim N(0.1)$ ekanligidan oxirgi tenglik $V(Y_t) = V(\epsilon_t)$ ekanligidan kelib chiqadi. Shartli dispersiya uning o‘tmishdagi qiymatlariga bog‘liqligini osongina ko‘rishimiz mumkin.

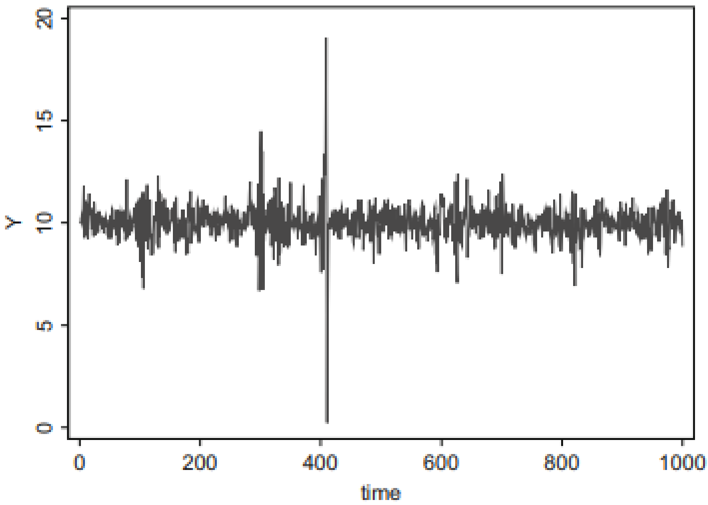
Shartsiz daqiqalar. Y_t ning shartsiz kutilgan qiymati

$$E(Y_t) = E(\beta_0 + \epsilon_t) = \beta_0$$

$E(Y_t)(Y_t)$ ning statsionarligi $V(Y_t) = V(Y_{t-1}) = V(Y)$ ekanligini bildiradi. Buni (9.20) tenglamaga almashtirish orqali quyidagi holat yuzaga keladi:

$$V(Y) = \alpha_0 + \alpha_1 V(Y) + \alpha_2 V(Y) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2}$$

Ma’lumotlar 9.8-rasmda keltitilgan. O‘zgaruvchanlik klasteri shartsiz kurtoz bilan hisoblanadi:



9.8-rasm. Simulatsiya qilingan AR(0) ARCH(2) ma’lumotlari

Statada parametrlarni hisoblash quyidagi natijani beradi:

```
ARCH family regression

Sample: 1 - 1000                                Number of obs     =      1,000
Distribution: Gaussian                          Wald chi2(.)      =          .
Log likelihood = -1072.506                      Prob > chi2       =          .

------------------------------------------------------------------------------
             |                 OPG
           Y |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
Y            |
       _cons |   10.00629   .0192137   520.79   0.000     9.968632    10.04395
-------------+----------------------------------------------------------------
ARCH         |
        arch |
         L1. |    .288942   .0476651     6.06   0.000       .19552    .3823639
         L2. |    .424621   .0623969     6.81   0.000     .3023253    .5469167
             |
       _cons |     .21235   .0191894    11.07   0.000     .1747394    .2499606
------------------------------------------------------------------------------
```

Hisob-kitoblar ularning haqiqiy qiymatlariga juda yaqin. O‘rtacha funksiyadagi doimiy 10 ga teng bo‘lib, 10.01 ga baholandi. Dispersiya tenglamasining parametrlari 0.20, 0.30 va 0.40 bo‘lib, 0.21, 0.29 va 0.43 ga baholandi.

ARCH(q) umumiy model. Hozirgi vaqtda ARCH(q) modelining tegishli xususiyatlari yaqqol namoyon bo‘lishi kerak. U ikkita tenglamadan iborat: (1) o‘rtacha tenglama,

$$y_t = \beta + \epsilon_t$$

va eng muhimi (2) chi tenglama quyidagi shaklga ega dispersiya tenglamasi:

$$\begin{aligned}\epsilon_t &= (\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}{}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}{}^2 + \cdots + \alpha_p \epsilon^2{}_{t-q})^{1/2} u_t \\ &= (\alpha_0 + \sum_{i=1}^{q} \alpha_i \epsilon_{t-i}{}^2)^{1/2} u_t\end{aligned} \tag{9.21}$$

Dispersiya statsionar bo‘lishi uchun – nolga pasaymaslik yoki cheksizgacha oshmaslik kerak:

$$-1 < \alpha_i < 1$$

va

$$\sum_{i=1}^{q} \alpha_i < 1$$

Dispersiya ijobiy bo‘lishi uchun manfiy dispersiya bo‘lmasligi lozim, bu holda as manfiy bo‘lmasligi kerak va bunda birinchi cheklov quyidagicha bo‘ladi:

$$0 < \alpha_i < 1$$

ARCH(q) jarayonidagi dispersiya tenglamasi oddiygina AR(q) jarayon bo‘lib, o‘rtacha tenglamadan ko‘ra ko‘proq dispersiyaga ega. Demak, yuqoridagi *a* larning statsionarlik cheklovlari har qanday AR(q) jarayoni uchun cheklovlar bilan bir xil.

Shartli momentlar. ARCH(q) jarayoni uchun shartli dispersiya:

$$V(Y_t | \Omega_{t-1}) = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}{}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-2}{}^2 + \cdots + \alpha_p \epsilon^2{}_{t-q}$$

Shartsiz daqiqala. Ushbu bobning avvaliga tanish bo‘lgan usullardan foydalangan holda, ARCH(q) jarayoni uchun shartsiz dispersiya

$$V(Y) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 - \alpha_2 - \cdots - \alpha_q}$$

ARCH uchun test. Sizning ma’lumotlaringiz birinchi navbatda ARCH ko‘rsatishini qayerdan bilasiz? Bir nechta turli xil yondashuvlar mavjud. Kvadrat qoldiqlardagi avtokorrelatsiya testlaridan ikkitasini muhokama qilamiz. Kvadrat qoldiqlar dispersiyaning taxminidir, shuning uchun kvadrat qoldiqlarning har qanday avtokorrelatsiya testi avtokorrelatsiya qilingan dispersiyaning amaldagi testidir. Biz quyida ikkita testni muhokama qilamiz: (1) Ljung Box testi va (2) Engle (1982) tomonidan tavsiya etilgan «Engle LM testi» deb ataladigan test statistikasi yordamida avtokorrelatsiya (ACF) testi. Ushbu testlarning ikkalasi ham xuddi shunday dastlabki bosqichlarga tayanadi: (1) o‘rtacha tenglamani taxmin qilish: o‘zining kechikishi yoki ba’zi bir ekzogen X o‘zgaruvchisi bo‘yicha regressiya, (2) qoldiqlar va kvadrat qoldiqlarning xususiyatlarini o‘rganish.

(1) Ljung-Box (Q) testi o‘zgaruvchining oq shovqin ekanligini tekshiradi. Agar o‘zgaruvchilar oq shovqin bo‘lsa, ularni avtokorrelatsiya qilish mumkin emas.

ARCH modeli baholagandan so‘ng, standartlashtirilgan qoldiqdan foydalaning (qoldiq shartli dispersiyaga bo‘linadi). Birinchisi ARCH effektlarini sinash uchun ishlatiladi, ikkinchisi barcha ARCH effektlari olib tashlanganligiga ishonch hosil qilish uchun ARCH bahosidan so‘ng standartlashtirilgan qoldiqlarda qo‘llaniladi. Biz tasvirlash uchun to‘rtta lagni tanladik. Ba’zi tadqiqotchilar Ljung-Box lag uzunligini tanlashga yordam berish uchun avtokorrelatsiya funksiyasini (ACF) taxmin qilishadi.

(2) LM yoki ACF testi e_2 ning avtokorrelatsiya funksiyasini, kvadrat qoldiqlarni baholaydi. Buni e_2 ni o‘zining juda ko‘p kechikishlar soni bo‘yicha regressiyalash orqali amalga oshirishi mumkin.

Engle (1982) Lagrange multiplikator usuli X^2 testiga tayanadi; bu asimptotik jihatdan Stataning test buyrug‘idagi standart F testi bilan bir xil. Englning qo‘shma ahamiyatlilik testi uchun test statistikasi TR^2 ga teng va q erkinlik darajasi bilan x^2 taqsimlanadi.

Misol tariqasida, biz GM aksiyalarining kunlik daromadlari haqidagi ma’lumotlarni yuklab olishimiz va LM testini o‘tkazishimiz mumkin.

```
. use ARCH-GM.dta, clear
. reg Y
. estat archlm, lags(1/10)

LM test for autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)
---------------------------------------------------------------------------
    lags(p)  |          chi2               df                 Prob > chi2
-------------+-------------------------------------------------------------
       1     |          5.802               1                   0.0160
       2     |          6.996               2                   0.0303
       3     |          8.632               3                   0.0346
       4     |          9.426               4                   0.0513
       5     |         11.570               5                   0.0412
       6     |         56.410               6                   0.0000
       7     |         56.958               7                   0.0000
       8     |         57.151               8                   0.0000
       9     |         70.187               9                   0.0000
      10     |         70.625              10                   0.0000
---------------------------------------------------------------------------
         H0: no ARCH effects      vs.  H1: ARCH(p) disturbance
```

p-qiymatlariga e’tibor bering. Hatto bir kechikishda ham kvadrat qoldiqlarda avtokorrelatsiya borligidan dalolat beradi, bu GM aksiyalari daromadlari dispersiyasida avtokorrelatsiya borligini nazarda tutadi.

Ko‘pincha, bir yoki ikkita kechikish yetarli. Agar siz har choraklik ma’lumotlardan foydalansangiz, mavsumiylikni qo‘lga kiritish uchun to‘rtta kechikish kiritilishi kerak. Kundalik ma’lumotlar deyarli hech qachon 365 lagni talab qilmaydi. Bunday modelni taxmin qilish deyarli mumkin emas. Mashq sifatida sizdan LM testi simulatsiya qilingan ARCH(1) ma’lumotlarida ishlaganda barcha kechikishlarda, hatto bir kechikishda ham muhim p-qiymatlariga ega bo‘lishini ko‘rsatish so‘raladi.

Agar siz dispersiya funksiyasi mavsumiy ekanligiga shubha qilsangiz, oldingi kechikishlarni o‘z ichiga olmagan ARCH modeliga ega bo‘lasiz. Misol uchun, har choraklik ma’lumotlar bilan bunda mavsumiylik yo‘q.

Birinchi holda, ARCH effektlarini aniqlash uchun bitta kechikish bilan LM testi yetarli bo‘ladi. Ikkinchisida, LM testi lag = 4 ga yetguncha ARCH effektlari ko‘rinmaydi.

Shuni ta’kidlash kerakki, umuman olganda, LM sinovlari kechikishlar soni ortib borishi bilan kamayib borayotgan p qiymatlarini ko‘rsatadi. Buning sababi shundaki, testlar ketma-ketligi qo‘shma ahamiyatlilik testiga o‘zgaruvchilarni qo‘shadi. ya’ni, «kechikishlar (p) = 1» chizig‘i bir kechikish muhim bo‘lgan test natijalarini ko‘rsatadi. Ikkinchi qatorda bir yoki ikkita muhim ahamiyatga ega bo‘lgan test natijasi ko‘rsatilgan. Shunday qilib, yuqori kechikkan testlar oldingi testlarni joylashtiradi.

Optimal kechikish uzunligini toppish. Albatta, yuqoridagi holatlar Ljung-Box yoki LM testlarida qancha kechikishlar mavjudligini birinchi navbatda bilishimizni taxmin qiladi. ya’ni, agar ARCH mavjud bo‘lsa, u ma’lum miqdordagi laglarda ishlaydi, deb taxmin qildik va ARCH uchun shu miqdordagi laglar bilan sinovdan o‘tdik. Ammo kechikishlar soni qancha bo‘lishini qanday bilamiz? Bu savolga umum e’tirof etilgan javob bo‘lmasa-da, eng keng tarqalgan yondashuv har biri turli xil kechikishlarga ega bo‘lgan bir nechta modellarni baholash va ularni Akaike ma’lumot mezoni, Bayes ma’lumot mezoni yoki shunga o‘xshash boshqa mezon yordamida solishtirish yetarlidir.

Biz General Motors misolida davom etamiz, har birida turli xil kechikishlar soniga ega ARCH modellari ketma-ketligini taxmin qilamiz.

Agar biz bir xil regressiyadan testga o‘zgaruvchilarni qo‘shsak, p-qiymati o‘zgaruvchilarni qo‘shish orqali uning tushishi kafolatlanadi. Biroq, ushbu LM chiqishida biz o‘nta kattaroq modelni baholaymiz va sinovdan o‘tkazamiz va har bir model parametrlarining ahamiyatini birgalikda sinab ko‘ramiz, shuning uchun «lag» atamaning qat’i statistik ma’nosida tom ma’noda to‘g‘ri emas. Shunga qaramay, LM testiga kechikishlarni qo‘shish deyarli har doim p-qiymatining 0,05 dan kam bo‘lishiga olib keladi; shuning uchun kechikishlarni qo‘shishda oqilona bo‘lish talab etiladi.

9.1-jadval

AIC va BIC laglarini tanlash

Lags	AIC	BIC
1	−3674.506	−3660.658
2	−3675.836	−3657.371
3	−3674.654	−3651.574
4	−3677.691	−3649.994
5	−3677.990	−3645.678
6	−3694.836	−3657.908
7	−3698.461	−3656.916
8	−3697.910	−3651.75
9	**−3711.795**	**−3661.019**
10	−3709.825	−3654.432

Ta’kidlash lozimki, pastroq ma’lumot mezonlari yaxshiroq mos modelni ko‘rsatadi. Shuning uchun, AIC va BIC to‘qqizta kechikish afzalroq bo‘lishini ko‘rsatadi. Ikki IC o‘rtasidagi nomuvofiqlik odatiy hol emas. Odatda, BIClar AICga qaraganda kichikroq modellarni tanlaydilar. Qanchalik volatillik bo‘lsa, BIClarga afzallik beriladi. Boshqalar esa, o‘zgarmagan o‘zgaruvchanlik muammosi samaradorlikning odatdagi yutuqlaridan muhimroq ekanligini ta’kidlaydilar, shuning uchun AICga afzallik beriladi.

ARCH modellarini baholash. Hozirda tanish bo‘lgan ARCH buyrug‘idan foydalanib, Stata yuqoridagidan ko‘ra qiziqroq o‘rtacha tenglamalarni taxmin qilish imkoniyatiga ega.

AR(1)-ARCH(6) modelini baholash uchun Stata to‘qqiz parametrni baholashi kerak (ikkitasi o‘rtacha tenglamada va yettita dispersiya tenglamasida kesmalar kiritilgan). AR(2)-ARCH(12) modelini baholash uchun o‘n oltita parametrni baholash kerak bo‘ladi. Amalda, to‘g‘ri ARCH(q) modeli ko‘pincha juda ko‘p sonli koeffitsiyentlarni baholashni talab qiladi. Bu konseptual jihatdan qiyin emas, lekin maksimal ehtimollik protseduralari bir-biriga yaqinlashmasligi mumkin. Bundan tashqari, bu juda ko‘p ma’lumotlarni talab qiladi, chunki har bir taxminiy koeffitsiyent erkinlik darajasini kamaytiradi. Yoki boshqacha aytganda: juda ko‘p parametrlarni baholashga to‘g‘ri kelganda, ularning hech birini juda yaxshi baholay olmaysiz.

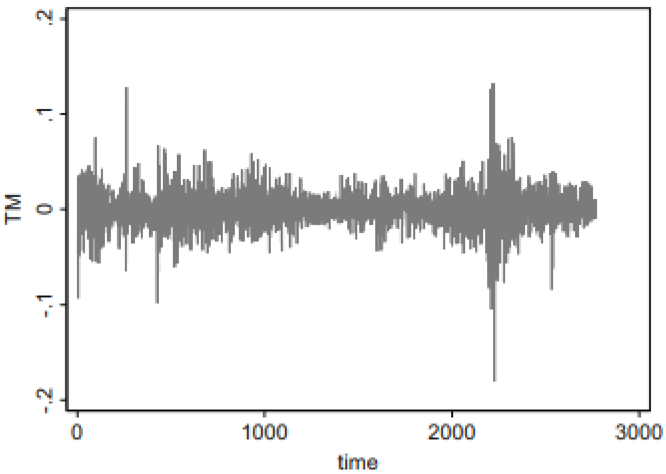
Toyota Motor kompaniyasi bo‘yicha quyida keltirilgan misolni qaraylik. Ushbu misolda biz birja narxlari haqidagi ba’zi ma’lumotlarni yuklab olamiz, ARCH effektlari mavjudligini tekshiramiz va tegishli

ARCH modelini taxmin qilamiz.

Xuddi shu vazifani bajarishning bir nechta usullarini ko‘rsatamiz. Keyingi misollarda biz tezroq harakat qilamiz.

Ushbu misol uchun, keling, Toyota Motor kompaniyasining 2000-2010-yillardagi kunlik aksiyalari narxlarini ko‘rib chiqamiz.

TM o‘zgaruvchi Toyota aksiyalarining kunlik foiz daromadidir. Mazkur ma’lumotlarning grafigi 9.9-rasmda keltirilgan.



9.9-rasm. Toyota aksiyalarining kunlik foiz daromadi

Birinchidan, biz Englening LM testini ARCH LM yordamida amalga oshirdik, bu regress uchun o‘gan baholash buyrug‘i. Biz ixtiyoriy ravishda boshlang‘ich nuqta sifatida o‘nta lagni tanladik.

LM test for autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH)

lags(p)	chi2	df	Prob > chi2
1	14.059	1	0.0002
2	124.791	2	0.0000
3	169.760	3	0.0000
4	183.493	4	0.0000
5	252.112	5	0.0000
6	266.300	6	0.0000
7	383.974	7	0.0000
8	396.482	8	0.0000
9	401.532	9	0.0000
10	401.705	10	0.0000

H0: no ARCH effects vs. H1: ARCH(p) disturbance

Keyinchalik, biz Englening LM testini «qo‘lda» qilamiz. Buning uchun regressiyani baholash, qoldiqlarni ajratib olish, ularni kvadratga solish, kvadrat qoldiqlar bo‘yicha avtoregressiv modelni baholash va keyin AR modelidagi koeffitsiyentlarning birgalikda muhimligini tekshirish kerak.

Agar kechiktirilgan kvadrat qoldiqlar bo‘yicha koeffitsiyentlar statistik ahamiyatga ega bo‘lsa, bu ARCH ta’sirining dalilidir.

Engle testning x^2versiyasini afzal ko‘rdi. F-testi asimptotik tarzda x^2ga teng, chunki erkinlik darajalari cheksizlikka intilganda x^2 test statistikasi R^2N ga teng va q erkinlik darajasiga ega.

Source	SS	df	MS		
				Number of obs =	2,756
				F(10, 2745) =	46.84
Model	.000468479	10	.000046848	Prob > F =	0.0000
Residual	.002745643	2,745	1.0002e-06	R-squared =	0.1458
				Adj R-squared =	0.1426
Total	.003214122	2,755	1.1667e-06	Root MSE =	.001

e2	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
e2						
L1.	-.0339594	.019083	-1.78	0.075	-.0713778	.003459
L2.	.0982423	.019073	5.15	0.000	.0608433	.1356412
L3.	.0730985	.0191125	3.82	0.000	.0356222	.1105749
L4.	.0294145	.0187247	1.57	0.116	-.0073014	.0661304
L5.	.1271227	.0186934	6.80	0.000	.0904681	.1637772
L6.	.0634446	.0187012	3.39	0.001	.0267747	.1001145
L7.	.2141982	.0187327	11.43	0.000	.1774666	.2509299
L8.	.0654119	.0189155	3.46	0.001	.0283218	.102502
L9.	.0455213	.0188573	2.41	0.016	.0085454	.0824972
L10.	-.006043	.0188618	-0.32	0.749	-.0430279	.0309418
_cons	.0001147	.000023	4.98	0.000	.0000696	.0001599

E’tibor bering, biz «qo‘lda» hisoblagan test statistikasi Stata ARCH LM buyrug‘i orqali hisoblagan statistika bilan bir xil. Ushbu testdagi p-qiymati 0,05 dan ancha past, shuning uchun biz «ARCH yo‘q degan» nol gipotezasini rad etamiz.

Ljung-Box testi muhim avtokorrelatsiya mavjudligini ko‘rsatadi (p-qiymati nolga teng). Kamida 1 ga teng uzunlikning ARCH effektlari haqida dalillar mavjud. Biz ARCH modelini taxmin qilishimiz kerak, lekin qanday kechikish uzunligini? Biz ARCH modellarining AIC va BIClarini turli kechikish uzunliklarida hisoblab chiqdik va o‘nlik kechikish uzunligi ma’lumotlarga eng mos kelishini aniqladik.

TM	Coef.	OPG Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
TM						
_cons	.0003909	.0002705	1.45	0.148	-.0001392	.000921
ARCH						
arch						
L1.	.0706262	.0175664	4.02	0.000	.0361967	.1050558
L2.	.1056462	.0182811	5.78	0.000	.069816	.1414764
L3.	.1317966	.021566	6.11	0.000	.0895279	.1740653
L4.	.0827439	.0220028	3.76	0.000	.0396191	.1258687
L5.	.0912129	.0191785	4.76	0.000	.0536238	.1288021
L6.	.0233804	.018131	1.29	0.197	-.0121557	.0589165
L7.	.0946893	.0175642	5.39	0.000	.0602642	.1291144
L8.	.0773595	.0202084	3.83	0.000	.0377518	.1169673
L9.	.0346793	.014553	2.38	0.017	.006156	.0632027
L10.	.0700995	.017391	4.03	0.000	.0360137	.1041853
_cons	.0000844	7.57e-06	11.16	0.000	.0000696	.0000993

Nihoyat, biz taxmin qilgan model statsionarmi? Barcha ARCH koeffitsiyentlari bittadan kichik. Ularning qo‘shilishi bittadan kamroqmi?

Koeffitsiyentlar 0,78 ga qo‘shiladi. Statistikaga ko‘ra, bu bittadan yetarlicha uzoqmi? Buni tekshirish uchun biz rasmiy gipoteza testini o‘tkazishimiz mumkin.

Gipoteza testi 0,78 birlikdan yetarlicha uzoq ekanligini tasdiqlaydi. Shunday qilib, bizning taxminiy ARCH modelimiz cheksiz o‘sib borayotgan dispersiyani bashorat qilmaydi.

9.4. GARCH modellari

ARCH modellari moliyaviy ma’lumotlarning ko‘pgina xususiyat-larini qamrab olishi mumkin, ammo buning uchun dispersiya tenglamasida ko‘plab kechikishlar talab qilinishi mumkin. Bollerslev (1986) ARCH modelini umumlashtirish orqali ushbu muammoning yechimini kiritdi. GARCH(p,q) modeli deb ataladigan bu yangi model “umumlashtirilgan avtoregressiv shartli heteroskedastiklik” yoki “umumiylashtirilgan ARCH” degan ma’noni anglatadi. GARCH modeli cheksiz tartibli ARCH modelini taqlid qilishi mumkin, xuddi teskari MA jarayoni cheksiz tartibli AR jarayoniga tengligi kabi. Ushbu bo‘limning qolgan qismida biz umumiy GARCH(p,q) modeliga o‘tishdan oldin oddiy GARCH(1.1) modelining ta’rifi va bahosini ko‘rib chiqamiz.

GARCH (1.1) modeliga o‘tishdan oldin ARCH(1) modelimizning dispersiya tenglamasini ko‘rib chiqamiz:

$$\epsilon_t = (\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)^{\frac{1}{2}} u_t, \tag{9.22}$$

ni ikki tenglamali model sifatida qayta yozamiz:

$$\epsilon_t = \sigma_t^2)^{\frac{1}{2}} u_t = \sigma_t u_t \tag{9.23}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 \tag{9.24}$$

Oldin ko‘rganimizdek, shartli dispersiya (9.22) qavs ichidagiga teng bo‘ladi, shuning uchun biz belgini quyidagicha tanlaymiz: $\sigma_t^2 = (\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2)$.

GARCH (1.1) modeli (9.24.) tenglamadagi kichik o‘zgarishlarni tashkil qiladi va bunda kechiktirilgan dispersiyani qo‘shib quyidagi tenglikni hosil qilamiz:

$$\mathrm{\sigma}_{\mathrm{t}}^2 = (\mathrm{\alpha}_0 + \mathrm{\alpha}_1 \epsilon_{\mathrm{t}-1}^2 + \gamma \mathrm{\sigma}_{\mathrm{t}-1}^2) \tag{9.25}$$

Kichkina ko‘rinadigan bu qo‘shimcha ARCH (1) modeliga nisbatan hayratlanarli darajada murakkablikni o‘z ichiga oladi.

(9.25) bir davrga ortda qolsa va (9.25)ga bir necha marta almashtirilsak quyidagi tenglik hosil bo‘ladi:

$$\begin{aligned}
\sigma_t^2 = (\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \gamma[\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \gamma \sigma_{t-1}^2] \\
&= \alpha_0 + \alpha_0 \gamma + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_1 \epsilon_{t-2}^2 + \gamma^2 [\sigma_{t-2}^2] \\
&= \alpha_0 + \alpha_0 \gamma + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_1 \epsilon_{t-2}^2 \\
&+ \gamma^2 [\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-3}^2 + \gamma \sigma_{t-3}^2] \\
&= \alpha_0 + \alpha_0 \gamma + \alpha_0 \gamma^2 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_1 \gamma \epsilon_{t-2}^2 + \alpha_1 \gamma^2 \epsilon_{t-3}^2 \\
&+ \gamma^3 [\sigma_{t-3}^2] = \alpha_0 \sum_{i=0}^{2} \gamma^i + \alpha_1 \sum_{i=0}^{2} \gamma^i \, \epsilon_{t-i-1}^2 + \gamma^3 [\sigma_{t-3}^2].
\end{aligned}$$

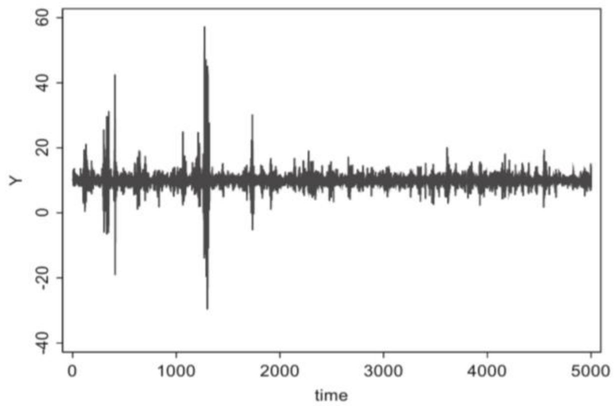
Shunday qilib, (9.24)ga faqat bitta o‘zgaruvchi qo‘shish cheklangan tartibli jarayonni cheksizga aylantiradi. Bu bizga ko‘plab parametrlarni taxmin qilmasdan juda murakkab jarayonni qo‘lga olish imkonini beradi va bitta maxsus parametr juda ko‘p qiyinchiliklarni yuzaga keltiradi.

Xulosa qilib aytganda, GARCH(1.1) modelining dispersiya tenglamalari:

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t \tag{9.26}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \gamma \sigma_{t-1}^2 \tag{9.27}$$

Mazkur ma’lumotlar 9.11-rasmda chizilgan. Biz Statada modelni taxminiy hosil qilishimiz mumkin.



9.11-rasm. Simulatsiya qilingan GARCH(1.1) jarayoni

Y	Coef.	OPG Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
Y						
_cons	9.992245	.0177712	562.27	0.000	9.957415	10.02708
ARCH						
arch						
L1.	.4125879	.0221252	18.65	0.000	.3692232	.4559525
garch						
L1.	.5856877	.016295	35.94	0.000	.5537501	.6176253
_cons	.1981093	.0210514	9.41	0.000	.1568492	.2393693

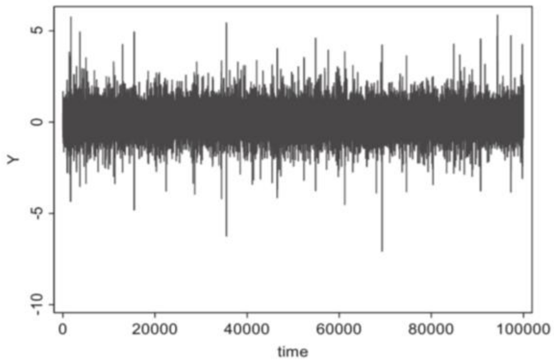
Umuman olganda, GARCH(p,q) modellari quyidagi dispersiya tenglamalariga ega:

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t \tag{9.28}$$

$$\sigma_t^2 = [\alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \epsilon_{t-1}^2 \ldots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2] + [\gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2 + \cdots + \gamma_q \sigma_{t-q}^2 \tag{9.29}$$

Amalda kamdan kam hollarda qimmatli qog‘ozlar daromadlari ARCH va GARCH komponentlarida (yani p≤2 va q≤2) ikkidan ortiq kechikishlarni talab qiladi.

Amalda haqiqiy model nima ekanligini bilish katta amaliy ahamiyatga ega. Har doim ma’lumotlarning grafikasini chizishdan boshlash yaxshiroqdir (9.12-rasmga qarang). Hech bo‘lmaganda vizual tarzda, o‘zgaruvchanlik klasteri mavjud ko‘rinadi. Biz Ljung-Box yordamida o‘zgaruvchanlik klasterining mavjudligini rasman sinab ko‘rishimiz va tasdiqlashimiz mumkin.



9.12-rasm. Simulatsiya qilingan GARCH(2.1) jarayoni

9.2-jadval

Simulatsiya qilingan GARCh (2.1) ma’lumotlari uchun kechikishlarni tanlash

p	q	AIC	BIC
1	0	163040.2	163068.7
1	1	153556.7	153594.7
1	2	152639.6	152687.2
2	0	152388.3	152426.3
2	**1**	**151739.6**	**151787.2**
2	2	151739.8	151796.9

O‘zgaruvchanlik klasteri mavjudligini hisobga olsak, qaysi turdagi modellar bizning ma’lumotlarimizga eng mos keladi?

ARCH(1) va GARCH (2.1). Biz bir nechta bunday modellarni baholaymiz va eng past AIC yoki BICga ega bo‘lganini tanlaymiz. AIC va BIC 9.2-jadvalda ko‘rsatilgan. Ikkala ma’lumot mezoni to‘g‘ri modelni tanlaydi, bu GARCH (2.1) eng mos kelishini ko‘rsatadi. Endi biz modelni taxmin qilishimiz mumkin.

```
------------------------------------------------------------------------------
             |                 OPG
           Y |      Coef.   Std. Err.      z    P>|z|     [95% Conf. Interval]
-------------+----------------------------------------------------------------
Y            |
       _cons |   .0994767   .0014199    70.06   0.000     .0966936    .1022597
-------------+----------------------------------------------------------------
ARCH         |
        arch |
         L1. |   .1969713   .0046604    42.26   0.000      .187837    .2061056
         L2. |   .2997546   .0067189    44.61   0.000     .2865858    .3129234
             |
       garch |
         L1. |   .2003644   .0091497    21.90   0.000     .1824312    .2182975
             |
       _cons |   .1003524   .0018026    55.67   0.000     .0968193    .1038855
```

Ba’zi baholashdan keyingi testlarni o‘tkazish yaxshiroqdir. Qoldiqlar qolgan volatillik klasterini ko‘rsatadimi (Ljung-Box testi orqali)? Agar shunday bo‘lsa, yanada moslashuvchan ARCH/GARCH modeli afzal bo‘lishi mumkin edi.

Aksiya daromadini baholashga urinayotgan regressiya, shuning uchun uning o‘rtacha tenglamasida shartli dispersiya (s_2) bilan bog‘liq bo‘lgan atamaga ega bo‘lishi kerak. GARCH-M modellarida dispersiya o‘rtacha tenglamada aniq holat hisoblanadi:

$$y_t = \beta X + \lambda \sigma_t + \epsilon_t$$

Dispersiya tenglamasi biz ko‘rgan har qanday dispersiya tenglamasi bo‘lishi mumkin.

Dispersiyani o‘rtachaga kiritish g‘oyasi Engl va boshqalarga bog‘liq. Quyidagi GARCH (1,1) o‘rtacha modelini baholash uchun quyidagini ko‘rib chiqamiz**:**

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X + \lambda \sigma_t + \epsilon_t$$

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \gamma \sigma_{t-1}^2$$

ARCHM opsiyasi o‘rtacha tenglama shartli dispersiyani o‘z ichiga olishini bildiradi.

Ko‘proq umumiy GARCH-M modellari shunchaki farqning ko‘proq kechikishlarini o‘z ichiga oladi:

$$y_t = \beta X + \sum_{l=1}^{L} \lambda_l \sigma_{t-l} + \epsilon_t$$

O‘rtacha tenglamadagi shartli dispersiyaning ikki lagiga ega modelni baholash uchun quyidagi tenglamani ko‘rib chiqamiz:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 X + \lambda_1 \sigma_t + \lambda_2 \sigma_{t-1} + \epsilon_t$$

$$\epsilon_t = \sigma_t u_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \gamma \sigma_{t-1}^2$$

ARCHM lags() opsiyasi ichidagi nolni kiritish ARCHM bilan amalga oshiriladi.

Shartli dispersiyaning ikkitadan ortiq kechikishlarini ko‘rish juda kam uchraydi. Ko‘pgina modellar faqat o‘zgarishlarning birinchi kechikishini o‘z ichiga oladi.

Quyidagi misolda biz Dow Jones Industrial Index, S&P 500 va NASDAQ Composite indekslari uchun daromad ma’lumotlarini yuklab olamiz, GARCH(1,1)-M(1) modelini baholaymiz va ularning nisbiy koeffitsiyentini solishtiramiz.

Ushbu misolda biz GARCHM modelining AQSHning asosiy qimmatli qog‘ozlar bozorlarida ortiqcha daromadlarni bashorat qilishdagi samaradorligi va oqibatlarini o‘rganamiz. Xavf va daromad bir-birini muvozanatlashi kerakligi sababli odamlar odatda tavakkal qilishni yoqtirmaydilar.

Kapital aktivlarini narxlash standart modeliga ko‘ra, o‘rtacha daromad va dispersiya o‘rtasida chiziqli bog‘liqlik mavjud; bu munosabat nisbiy xavfdan qochish koeffitsiyentiga ekvivalentdir. y_t bog‘liq o‘zgaruvchisi o‘rtacha kapital rentabelligi bo‘lgan GARCH-M modellarida l o‘rtacha rentabellik va dispersiya o‘rtasidagi chiziqli munosabatni baholaydi va shuning uchun ham nisbiy xavfdan qochish koeffitsiyentining bahosi hisoblanadi. Riskni yoqtirmaydigan investorlar o‘zgaruvchanlikni qoplash uchun yuqori o‘rtacha daromad talab qiladi va shuning uchun yuqori l ga ega bo‘ladi.

O‘rtacha xavf-xatardan voz kechish parametridagi bu nisbiy muvofiqlik juda kam uchraydi. Fransuz va boshqalar. NYSE bo‘yicha GARCH-M modelini va S&P daromadlarini bir necha xil vaqt oralig‘ida taxmin qiladi. Ularning l ni baholashlari sezilarli darajada farq qiladi (0,6 va 7,8 orasida). Baillie va DeGennaro (1990) Fransuz, Shvert va Stambaughning GARCH-M modellarini qayta baholadilar, lekin t-tarqalgan xato atamasini qabul qiladilar. Ular o‘rtacha atamaning ahamiyatsiz ekanligini aniqlaydilar. Umuman olganda, CAPMni qo‘llab-quvvatlovchi dalillar aralashtiriladi.

Ushbu kichik bo‘limda biz yangi ma’lumotlarga asimmetrik javobni olish uchun mo‘ljallangan standart GARCH modelining uchta variantini muhokama qilamiz. Moliya sohasida yangi ma’lumotlarning kelishi odatda kutilmagan hodisa sifatida qabul qilinadi va shuning uchun xato atamasining tarkibiy qismi hisoblanadi. Ko‘pgina tadqiqot-chilar va investorlar o‘zgaruvchanlik juda tez va kutilmaganda o‘sishi mumkinligini payqashdi, lekin u ko‘tarilgandek tez susamaydi. ya’ni, xato terminiga asimmetrik o‘zgaruvchanlik javobi mavjud. Biz muhokama qilayotgan modellar bu hodisani biroz boshqacha yo‘llar bilan qamrab olishga harakat qildik.

Bizning standart GARCH(1,1) dispersiya tenglamamiz (9.24) tenglama edi, biz qulaylik uchun bu yerda uni qayta takrorlaymiz:

$$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon^2{}_{t-1} + \gamma_1 \sigma_{t-1}{}^2$$

Glosten va boshqalar 1993-yil ushbu tenglamaning ta’sirini $\epsilon^2{}_{t-1}$ dummy o‘zgaruvchan o‘zaro ta’sir orqali ikki xil effektlar yig‘indisiga ajratish orqali o‘zgaradi:

$$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon^2{}_{t-1} + \alpha_2 D_{t-1} \epsilon^2{}_{t-1} + \gamma_1 \sigma_{t-1}{}^2$$

$$D_{t-1} = \begin{cases} 1 & agar\ \epsilon \geq 0 \\ 0 & aks\ holda \end{cases}$$

Shu tarzda, xato ijobiy bo‘lganda, D_{t-1} dummy o‘zgaruvchisi birga teng bo‘ladi va

$$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \alpha_2)\epsilon^2{}_{t-1} + \gamma_1 \sigma_{t-1}{}^2$$

va xato manfiy bo‘lsa D_{t-1} $\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon^2{}_{t-1} + \gamma_1 \sigma_{t-1}{}^2$ bo‘ladi.

Statada GJR-GARCH modelini baholash uchun oddiy ARCH buyrug‘i sintaksisini ARCH atamasining qaysi laglari dummy o‘zgaruvchi bilan o‘zaro ta’sir talab qilishini ko‘rsatib beradi. Bu tarch() opsiyasi orqali amalga oshiriladi:

GJR-GARCH(2,1) modelini baholash uchun:

$$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 \epsilon^2{}_{t-1} + \alpha_2 D_{t-1} \epsilon^2{}_{t-1}) + (\alpha_3 \epsilon^2{}_{t-2} + \alpha_4 D_{t-2} \epsilon^2{}_{t-2}) + \gamma_1 \sigma_{t-1}{}^2$$

$$D_{t-1} = \begin{cases} 1 \;\; agar\; \epsilon_{t-1} \geq 0 \\ \;\; 0 \;\; aks\; holda \end{cases}$$

$$D_{t-2} = \begin{cases} 1 \;\; agar\; \epsilon_{t-2} \geq 0 \\ \;\; 0 \;\; aks\; holda \end{cases}$$

Bu yerda tenglama yetarli darajada moslashuvchan bo‘lib, dummy o‘zgaruvchining barcha yoki ARCH atamalariga yoki faqat ba’zilariga ta’sir qilishi mumkin. Nima uchun assimetriya faqat ba’zi vaqt davrlariga nisbatan boshqalarga ta’sir qilishi haqida nazariy asos topish qiyin, shuning uchun aprior asoslarga ko‘ra, tarch() variantidagi kechikishlar to‘plami arch()dagi bilan bir xil bo‘lishi kerak. Ba’zida tadqiqotchi faqat birinchi lagni o‘zaro ta’sir qilishni tanlaydi va qolgan 2 ta shartni simmetrik deb qoldiradi. Bu, odatda, agar tadqiqotchi erkinlik darajasini tejashga harakat qilsa, amalga oshiriladi.

Shunday qilib, faqat birinchi kechikish asimmetrik bo‘lgan GJR-GARCH (2,1) modelini baholash uchun:

$$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 \epsilon^2{}_{t-1} + \alpha_2 D_{t-1} \epsilon^2{}_{t-1}) + \alpha_3 \epsilon^2{}_{t-2} + \gamma_1 \sigma_{t-1}{}^2$$

$$D_{t-1} = \begin{cases} 1 \;\; agar\; \epsilon_t \geq 0 \\ \;\; 0 \;\; aks\; holda \end{cases}$$

Asimmetrik GARCH modelining yana bir shakli Nelson (1991) eksponensial GARCH yoki “E GARCH” modelidir. E-GARCH(1,1) standart dispersiya tengligiga bir qancha o‘zgarishlar kiritadi. Biz qulaylik uchun bu yerda yuqoridagi tenglikni qayta yozamiz:

$$\sigma_t{}^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon^2{}_{t-1} + \gamma_1 \sigma_{t-1}{}^2$$

Birinchidan, u dispersiyalarni – $\sigma_t{}^2$ hadlarini ularning logarifmlari bilan almashtiradi. Ikkinchidan, bu yangiliklarga chiziqli bo‘lmagan javobdir, ya’ni «zarbalar» mavjud. Xususan, u $\alpha_1 \epsilon_t{}^2$ ni g (z_{t-1})

funksiya bilan almashtiradi.

$$g(z_{t-1}) = \alpha_{11}(z_{t-1}) + \alpha_{12}(|z_{t-1}| - E|z_{t-1}|)$$

bu yerda $z_{t-1} = \epsilon_{t-1}/\sigma_{t-1}$ bo‘lib, $z_{t-1} \sim N(0,1)$ bo‘ladi. z_{t-1} standart normal taqsimot bo‘lgani uchun uning momentlari o‘zgaruvchan bo‘ladi. Masalan, $E|z_{t-1}| = \sqrt{2/\pi}$ bo‘lgani uchun almashtirishdan keyin quyidagi tenglik hosil bo‘ladi:

$$g(z_{t-1}) = \alpha_{11}z_{t-1} + \alpha_{12}(|z_{t-1}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

va bundan quyidagi ifoda kelib chiqadi:

$$\ln(\sigma_t{}^2) = \alpha_0 + \alpha_{11}z_{t-1} + \alpha_{12}\left(|z_{t-1}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) + \gamma_1 \ln(\sigma_{t-1}{}^2)$$

Ushbu tenglama ijobiy va salbiy zarbalarga asimmetrik javobni modellashtiradi, chunki:

$$g(z_t) = \begin{cases} (\alpha_{11} + \alpha_{12})z_t - \alpha_{12}\sqrt{\frac{2}{\pi}}, & agar\ \epsilon_t \geq 0 \\ (\alpha_{11} - \alpha_{12})z_t - \alpha_{12}\sqrt{\frac{2}{\pi}}, & aks\ holda \end{cases}$$

Ko‘proq kechikishlarga ega bo‘lgan E-GARCH modellarini osongina boshqarish mumkin. Umumiy E GARCH(p,q) modelining dispersiya tenglamasi:

$$\ln(\sigma_t{}^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p}(\alpha_{i1}z_{t-i} + \alpha_{i2}\left(|z_{t-i}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)) + \sum_{j=1}^{q}\gamma_j \ln(\sigma_{t-1}{}^2)$$

bilan baholanadi.

Biz quyidagi modeldan o‘zgaruvchan tenglikni hosil qilamiz:

$$Y_t = \beta_0 + \epsilon_t$$
$$\epsilon_t = \sigma_t u_t$$
$$u_t \sim N(0,1)$$

u dispersiya tenglamasi bilan

$$\ln(\sigma_t{}^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{2}(\alpha_{i1}z_{t-i} + \alpha_{i2}\left(|z_{t-i}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right)) + \sum_{j=1}^{3}\gamma_j \ln(\sigma_{t-1}{}^2)$$

$$= \alpha_0 + (\alpha_{11}z_{t-1} + \alpha_{12}\left(|z_{t-1}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right))$$

$$+(\alpha_{21}z_{t-2} + \alpha_{22}\left(|z_{t-2}| - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\right))$$

$$+\gamma_1 \ln(\sigma_{t-1}{}^2) + \gamma_2 \ln(\sigma_{t-2}{}^2) + \gamma_3 \ln(\sigma_{t-3}{}^2)$$

GJRda bo‘lgani kabi, Zakoyan (1994) T-GARCH modeli ma’lum bir chegara qiymatidan yuqori zarbalar (T-GARCHdagi «T») chegara ostidagi zarbalarga qaraganda sifat jihatidan boshqacha ta’sir ko‘rsatishi mumkinligini hisobga oladi. T-GARCH modellarining eng oddiylarida bu chegara nolga teng. ya’ni, xato ijobiy bo‘lsa, u o‘zgaruvchanlikka bir turdagi ta’sir qiladi va salbiy bo‘lsa, boshqa (odatda kattaroq) ta’sir qiladi.

Zakoyanning T-GARCH modeli ruhi jihatidan GJR-GARCHga juda o‘xshaydi, chunki ba’zi chegara qiymatidan yuqori va pastroq zarbalar dummy o‘zgaruvchi orqali ajratiladi. Zakoyan modelida zarbaning e_{t-k} ning s ga ta’siri zarbaning belgisi va kattaligiga bog‘liq. Shunday qilib, T-GARCH GJR-GARCH versiyasi bo‘lib, u yerda o‘zgaruvchanlik dispersiya orqali emas, balki standart og‘ish orqali o‘rtacha tenglamaga kiradi.

Hisoblangan ARCH yoki GARCH parametrlarining yig‘indisi bittaga juda yaqin ekanligini topish odatiy holdir. ya’ni, taxminiy model birlik ildiziga ega yoki integratsiyalashgan ko‘rinadi.

Agar shunday bo‘lsa, chekli shartli dispersiya yo‘q. Bu ba’zi nazariy muammolarni taqdim etsa-da, ba’zi boshqa muammolarni keltirib chiqaradi.

GARCH(p,q) modeli birlik ildizini majburlash orqali standart

GARCH(p,q) modelini cheklaydi:

$$\sum_{i=1}^{p}\alpha_i + \sum_{j=1}^{q}\gamma_j = 1$$

Integratsiyalashgan GARCH modellari o‘ziga xos xususiyatga egaki, ularning shartsiz o‘zgarishi orqaga qaytishni anglatmaydi. An’anaviy GARCH modellaridan bashorat qilingan tafovut prognoz qiymatining ortishi bilan uzoq muddatli tafovutga yaqinlashadi.

Nazorat savollari:

1. Shartli va shartsiz momentlar deganda nima tushuniladi?
2. ARCH modellari deb nimaga aytiladi?
3. GARCH modellarining umumiy ko‘rinishi qanday tenglamadan iborat?
4. Geteroskedastiklik deb nimaga aytiladi?
5. O‘zgaruvchanlikni klasterlash qanday amalga oshiriladi?
6. Avtoregressiv shartli heteroskedastiklik nima?
7. *X* o‘zgaruvchining kurtozisi qanday hisoblanadi?
8. Simulatsiya qilingan ARCH(1) ma’lumotlar deganda nima tushuniladi?
9. Dispersiya statsionar bo‘lishi uchun qanday shartlar bajarilishi lozim?
10. Qanday holatlarda ARCH modellari qo‘llaniladi?

10-MAVZU. VEKTORLI AVTOREGRESSIYALAR

10.1. Vektorli avtoregressiyaga kirish.
10.2. Oddiy VAR(1) va uni baholash.
10.3. Modelga qancha laglarni kiritish kerak?
10.4. VAR larni matritsa shaklida ifodalash.

10.1. Vektorli avtoregressiyaga kirish

Agar umumiy muvozanat tushunchasiga jiddiy yondashadigan bo‘lsak, iqtisodiyotdagi barcha jarayonlar qolgan hamma jarayonlarga bog‘liqdir. Shu sababli, oldindan qaysi o‘zgaruvchining ekzogen ekanligini aytish mumkin emas. Barcha o‘zgaruvchilar endogen bo‘lishi mumkin: ularning barchasi boshqa o‘zgaruvchilar tomonidan kelib chiqishi va bir vaqtning o‘zida hodisaning sababi bo‘lishi mumkin. Kristofer Sims tomonidan kiritilgan vektor avtoregressiyalari yoki «VAR» ma’lumotlari shunchaki taxminlar kiritmasdan, iqtisodiy o‘zgaruvchilar o‘rtasidagi ko‘plab o‘zaro bog‘liqliklarni modellashtirishga harakat qiladi. Uning fikricha, ma’lumotlar «o‘zlari uchun gapiradi» deb ta’kidlaydi.

Hozirga qadar biz faqat bitta bog‘liq o‘zgaruvchiga ega bo‘lgan ekonometrik modellarni ko‘rib chiqdik (Yt, AR jarayonida bo‘lgani kabi, uning kechikish funksiyasi sifatida); boshqa har qanday o‘zgaruvchilar ekzogen yoki oldindan belgilangan bo‘ladi. Ushbu mavzuda biz ko‘p o‘zgaruvchili, ko‘p tenglamali modellar bilan ishlashni boshlaymiz. Biz allaqachon ishlab chiqqan ba’zi tushunchalarga tayanamiz va ularni kengaytiramiz (masalan: AR jarayonlari, integratsiya va statsionarlik). Buning uchun vektorlar va matritsalar bo‘yicha ko‘nikmalarimizni rivojlantirish kerak bo‘ladi.

Birinchidan, kelajakda nima bo‘lishi haqida kontekstni ta’minlash uchun VAR tarixiga nazar solaylik. VARning tarixiy rivojlanishi taxminan ushbu ma’ruzaning konturini aks ettiradi. Shunday qilib, oldingi ko‘rib o‘tilgan mavzular ham ushbu kitob o‘quvchilariga oldindagi yo‘lni ko‘rishga yordam beradi.

VAR Kristofer Simsning «Makroiqtisodiyot va haqiqat» maqolasi bilan chambarchas bog‘liq. Simsning maqolasi vektor avtoregres-siyalarini, dinamik strukturaviy modellarni va dinamik qisqartirilgan shakl modellarini baholash bo‘yicha iqtisodchilarning uzoq tarixiga tayanadi. Ammo, Qin o‘zining VAR tarixida ta’kidlaganidek, Simsning ishi Koulz komissiyasining keng ko‘lamli strukturaviy ekonometrik modellashtirishga bo‘lgan yondashuvi so‘roq ostida bo‘lgan noyob vaqtda yuzaga keldi. Bundan tashqari, Tomas Sargent boshchiligidagi paydo bo‘lgan ratsional kutish inqilobi VARda tabiiy ittifoqchini topdi, chunki modellar tez-tez dinamik tenglamalar tizimi, xususan, VARS nuqtayi nazaridan ifodalangan.

Sims Klayv Grenjerning maqolasidan ilhomlangan bo‘lib, u hozirda «Greyjer sababiyati» deb nomlanuvchi narsani aniqladi. Haddan tashqari soddalashtirish uchun Granjer sababiy bog‘liqligining asosiy tushunchasi shundan iboratki, agar X o‘zgaruvchi kuzatuvda boshqa Y o‘zgaruvchisidan oldin bo‘lsa, bu haqiqiy sababdan statistik jihatdan farqlanmaydi. Sims ushbu konsepsiyani pul taklifi va YaIM o‘rtasidagi munosabatni tekshirish uchun qo‘llagan. Bu ikkita ixtiyoriy ravishda tanlangan o‘zgaruvchilar emas edi. Bitta tan olingan maqolada Sims bir nechta yirik iqtisodiy nazariyalarni sinab ko‘rishga muvaffaq bo‘ldi. Birinchidan, bu Fridman va Shvartsning noto‘g‘ri yo‘naltirilgan pul-kredit siyosati Buyuk Depressiyaga sabab bo‘lgan yoki hech bo‘lmaganda yanada kuchaytirgan degan xulosaga kelgan.

Aksariyat tarixiy yondashuvining statistik sinovi shu edi. ya’ni, Sims Fridman va Shvartsning pul taklifi ma’lum darajada ekzogen va milliy daromadga ta’sir qiladi degan fikrni tasdiqlagandek tuyuldi. Ikkinchidan, u daromaddan pulga Granjer sababchiligini topmadi, bu esa pul talabini YaIM funksiyasi sifatida baholashning o‘sha paytdagi an’anaviy yondashuvini shubha ostiga qo‘ydi. Nihoyat, u Fridmanning doimiy daromad gipotezasini sinab ko‘rdi va daromad doimiy, ammo joriy daromadga emas, degan xulosaga keldi.

Sims o‘zining «Monetarizm qayta ko‘rib chiqildi» maqolasida bu savolni qayta ko‘rib chiqdi, ammo teskari xulosaga keldi. U erda u 4 o‘zgaruvchan VARni baholash uchun avvalgi modeliga narxlar va foiz stavkalarini qo‘shdi. Ikkitadan ortiq o‘zgaruvchilar bilan sabab bog‘liqligini aniqlash ancha qiyin. Standart Granjer sababiyatligi to‘g‘ridan to‘g‘ri sababiyat testidir. Sims har qanday bilvosita sabablarni tekshirish uchun «innovatsiyalar hisobi»dan (biz hozir impulslarga javob berish funksiyalari deb ataladigan) foydalangan. Sims oxir-oqibat 1972-yildagi xulosasidan farqli o‘laroq, pul taklifi aslida YaIMni Grenjer sababiyatiga olib kelmaydi degan xulosaga keldi.

Simsning VAR modellashtirish yondashuvi Cowles komissiyasining yondashuviga to‘g‘ridan to‘g‘ri hujum sifatida taqdim etildi. U yerda iqtisodchilar umumiy muvozanatni taqlid qilishga urinib, katta tenglamalar tizimini o‘rnatadilar. Ushbu yondashuv bilan bog‘liq muammo shundaki, juda ko‘p tenglamalar mavjud edi, shuning uchun ularning parametrlari noma’lum edi. Cowles yechimi bu o‘zgaruvchilarning ko‘pini nolga qo‘yish (buning uchun juda kam yoki aniq nazariy sabablarsiz) yoki komponent tenglamalarini birma-bir baholash edi. Ushbu ikkinchi yondashuv ikkita jiddiy cheklovlarga ega bo‘ldi. Birinchidan, agar tenglamalar haqiqatan ham tizim bo‘lsa, unda ular tizim sifatida baholanishi kerak edi, aks holda parametrlarni baholash bir xil bo‘lar edi. Ikkinchidan, baholash o‘zgaruvchilarning o‘zgarishini talab qiladi, lekin Lukasning mashhur tanqidi, siyosat o‘zgarganda, asosiy parametrlar ham o‘zgaradi, shuning uchun ular, aslida, nishonga olib bo‘lmaydigan harakatlanuvchi nishonga aylandi.

Kristofer Sims va Tomas Sargentning hamkorligi tabiiy edi. Sims ekonometrik jabhada VAR ustida qattiq ishlagan bo‘lsa, Sargent ratsional kutishlar nazariyasi ustida qattiq ishladi va VAR ushbu nazariyaning tabiiy natijasi ekanligini aniqladi. Ikkala iqtisodchi ham Minnesota universiteti va Minnesota Federal rezerv tizimida ishlagan. 1975-yilda Minnesota tomonidan o‘tkazilgan konferensiyada ular VAR bo‘yicha “O‘ta ko‘p apriori iqtisodiy nazariyaga ega bo‘lmagan holda biznes siklini modellashtirish” nomli ma’ruzasini taqdim etdilar. Cowles yondashuviga yaqinlashib kelayotgan mazkur maqola keyinchalik konferensiya materiallarida Sargent va boshqalar nomi bilan nashr etildi.

Kristofer Simsning “Makroiqtisodiyot va haqiqat” nomli maqolasi “VAR yondashuviga manifest sifatida keng e’tirof etilgan”. Bu barcha iqtisoddagi eng ko‘p iqtibos keltiriladigan maqolalardan biridir. O‘sha maqolada Sims VARga o‘z qarashlarini Cowles komissiyasining yondashuvini to‘liq izchil o‘rnini bosuvchi va uni takomillashtirish sifatida bayon qilgan. Hujjat munozaralarsiz qabul qilinmadi, lekin uning yakuniy hukmronligi deyarli mutlaq edi.

Ammo agar Simsdagi asosiy yangilik aniqlovchi cheklovlarni talab qilmasligi bo‘lsa, VARning keyingi tarixi bunda chekinishning guvohi bo‘ldi. Nazariy VAR qo‘llanilgach, nazariy identifikatsiyalash cheklovlari o‘rnatila boshlandi. Cooley va LeRoy tanqidiga javoban, VAR tezda strukturaviy VAR tizimiga o‘tdi. Bu Kouls komissiyasining xatolariga qaytish emas edi – ularning aniqlovchi cheklovlari vaqtinchalik, «aql bovar qilmaydigan» va mustahkam nazariy asos deb hisoblangan. Aksincha, bu ilgari cheklanmagan VARlarga nazariy asosli cheklovlar qo‘yish edi. Bu VARlar nafaqat ma’lumotlarni tavsiflash, balki siyosatni belgilash uchun foydali bo‘lishi talab qilingan. Teng belgining ikkala tomonida ko‘rsatilgan siyosat o‘zgaruvchilari joriy qiymatlari va o‘zaro bog‘liq bo‘lmagan xatolarga ega bo‘lgan tizimli model, ya’ni strukturaviy VAR kerak edi.

SVARlar uchun taklif qilingan ko‘plab identifikatsiyalash taxminlari mavjud. Bularga birinchi navbatda qisqa muddatli cheklovlar va uzoq muddatli cheklovlar kiradi. Ushbu kitobda muhokama qilinmagan bo‘lsa-da, Uhlig cheklovni aniqlashning kamroq turi sifatida belgilar cheklovlari kiritildi.

Boshqa tadqiqotchilar tadqiqot cheklovlarini qo‘yganda –

parametrlarni nolga tenglashtirganda yoki o‘zaro tenglama cheklovlarini talab qilganda – u o‘z yo‘nalishini parametrga yuzaga kelishini ko‘rsatdi. Bayes VAR bu talabni rasmiylashtirish va yumshatishga urinishdir. Parametrni nolga qo‘yish o‘rniga, Bayes iqtisodiyot uchun yumshoq cheklovni o‘rnatadi: noldan yuqori markazlashtirilgan parametrdan oldingi qiymati 1 dan kichik emas. Shunday qilib, bu tenglikda uning noldan o‘zgarishiga ruxsat beriladi, lekin faqat ma’lumotlar buni talab qilsagina u amalga oshiriladi.

Keying tadqiqotlarda VARlarga ko‘plab texnik kengaytmalar va o‘zgartirishlar kiritildi. Biz VAR haqida o‘rganishni eng oddiy VAR ni o‘rganishdan ishni boshlaymiz, biri ikkita o‘zgaruvchiga ega va bitta kechikish bilan jarayonni ko‘rib chiqamiz.

10.2. Oddiy VAR(1) va uni baholash

Aytaylik, *X* ning qiymati uning o‘tmishiga, shuningdek, *Y* ning o‘tgan qiymatlariga bog‘liq bo‘lsin. Aytaylik, xuddi shu narsani *Y* haqida ham aytish mumkin. Bu vektor avtoregressiyasining mohiyatidir.

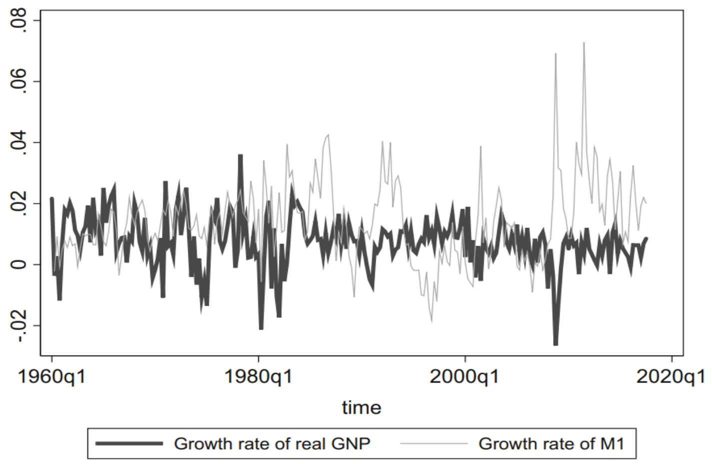
Eng oddiy vektor avtoregressiya, ya’ni ikkita o‘zgaruvchiga va bitta kechikishga ega bo‘lgan jarayonni qaraymiz:

$$X_t = \alpha_x + \beta_{x,1}X_{t-1} + \beta_{y,2}Y_{t-1} + e_{x,t} \qquad (10.1)$$

$$Y_t = \alpha_y + \beta_{x,1}X_{t-1} + \beta_{y,2}Y_{t-1} + e_{y,t} \qquad (10.2)$$

Yuqoridagi modelni taxmin qilish juda oddiy. Darhaqiqat, oddiy eng kichik kvadratlardan ko‘ra osonroq narsa talab qilinmaydi. Xo‘sh, nega biz undan katta samaraga ega bo‘lamiz? Chunki bu parametrlarni baholaganimizdan so‘ng biz boshqa ko‘p ishlarni qilishimiz mumkin. Biz murakkab o‘zaro ta’sirlarni grafik tarzda tasvirlashimiz mumkin, sabablar haqida bayonotlar qilishimiz mumkin, hatto real iqtisodiyotning tuzilishi qanday ishlashi haqida biror narsani tushunishimiz mumkin. Keling, endi ishni oddiydan boshlaylik: oddiy VAR modelini taxmin qilaylik.

Aytaylik, biz ikkita o‘zgaruvchining, masalan AQSHning real yalpi ichki mahsuloti va pul taklifining o‘sish sur’atlari dinamik ravishda qanday bog‘liqligini bilmoqchimiz. Ma’lumotlar 10.1-rasmda ko‘rsatilgan.



10.1-rasm. YaIM va M1 o‘sish sur’atlari o‘rtasidagi o‘zaro bog‘liqlik

Biz ushbu o‘zgaruvchilar orasidagi VARni EKKU (OLS) yordamida, keyin yana Stataning VAR buyrug‘i yordamida baholaymiz va natijalarni taqqoslaymiz.

GNPgr	Coef.	Std. Err.	t	P>|t|	[95% Conf.	Interval]
GNPgr						
L1.	.3382094	.0628023	5.39	0.000	.2144535	.4619653
M1gr						
L1.	.0278705	.0410592	0.68	0.498	-.0530392	.1087802
_cons	.0045657	.0009339	4.89	0.000	.0027254	.0064061

```
----------------------------------------------------------------------------
        M1gr |      Coef.   Std. Err.      t    P>|t|     [95% Conf. Interval]
-------------+--------------------------------------------------------------
       GNPgr |
         L1. |   -.135329    .0776424    -1.74   0.083    -.2883283    .0176704
             |
        M1gr |
         L1. |   .6334148    .0507614    12.48   0.000     .5333862    .7334434
             |
       _cons |   .0062374    .0011546     5.40   0.000     .0039622    .0085126
----------------------------------------------------------------------------
```

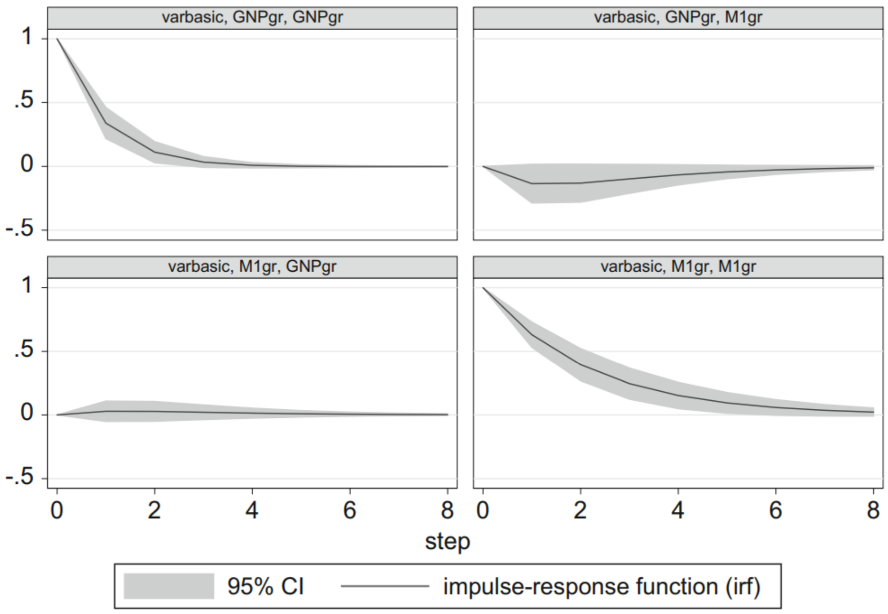
VAR taxminlarining natijalari:

```
Vector autoregression

Sample:  1960q3 - 2017q2                        Number of obs     =       228
Log likelihood =   1517.885                     AIC               = -13.26215
FPE            =   5.96e-09                     HQIC              = -13.22573
Det(Sigma_ml)  =   5.66e-09                     SBIC              =  -13.1719

Equation           Parms      RMSE     R-sq      chi2     P>chi2
----------------------------------------------------------------
GNPgr                 3     .007878   0.1143   29.4116   0.0000
M1gr                  3     .009739   0.4225   166.7801  0.0000
----------------------------------------------------------------
```

E’tibor bering, ikki yondashuvda koeffitsiyentlar bir xil. Biroq, ikkalasi o‘rtasida muhim farq bor. Ular standart xatolarida farqlanadi. Buning sababi, OLS yondashuvi xatolar tenglamalar bo‘ylab korrelatsiya qilinmasligini taxmin qiladi. Agar bunday bo‘lmasa va tenglamalarning shoklari o‘zaro bog‘liq bo‘lsa, biz buni hisobga olish uchun standart xatolarni to‘g‘rilashimiz kerak. Stataning VAR va VAR basic buyruqlari ushbu murakkablikni avtomatik ravishda hal qiladi. Ular buni bir-biriga bog‘liq bo‘lmagan regressiya (SUR) yordamida amalga oshiradilar.

	Coef.	Std. Err.	z	P>|z|	[95% Conf.	Interval]
GNPgr						
GNPgr						
L1.	.3382094	.0623877	5.42	0.000	.2159317	.4604871
M1gr						
L1.	.0278705	.0407882	0.68	0.494	-.0520728	.1078138
_cons	.0045657	.0009277	4.92	0.000	.0027474	.0063841
M1gr						
GNPgr						
L1.	-.135329	.0771299	-1.75	0.079	-.2865008	.0158429
M1gr						
L1.	.6334148	.0504264	12.56	0.000	.5345809	.7322487
_cons	.0062374	.001147	5.44	0.000	.0039894	.0084854

Yuqoridagi natija bizga nimani bildiradi? Aytish qiyin, koʻp narsa sodir boʻladi. Haqiqiy YaIMning oʻsish sur’atining otishi ikkinchi chorakdan biroz inertsiyaga ta’sirida pasayadi.



10.2-rasm. Impulsga javob funksiyasi

Koʻrinib turibdiki, pul massasi oʻsish sur’atining oʻzgarishi (Y) keyingi davrdagi YaIM oʻsishi bilan bogʻliq emas. (Birinchi tenglamada Y statistik jihatdan ahamiyatsiz, p-qiymati 0,492.)

Faraz qilaylik, $e_{1,t}$=1 ga bitta yakka shok bor, qolgan barcha s nolga teng. Bu bitta shok butun tizimga qanday ta’sir qiladi? X_t=1 ga (10.1) tenglama orqali darhol ta’sir qiladi. Keyin shok tarqaladi: X_t=1 hamda X_t=2 ga va Y_t=2 (10.1) tenglama orqali ta’sir qiladi. Jarayon shu yerda to‘xtamaydi va ishlar yanada murakkablashadi. Yangi ta’sirlangan o‘zgaruvchilar X_t=2 va Y_t=2 endi X_2 va Y_2 ga tenglamalar ichida o‘zaro ta’sir qiladi. Xususan, X_t=2 tenglama orqali X_t=3 ga ta’sir qiladi va u (10.2) orqali Y_t=2 ga ta’sir qiladi; Y_t=2 tenglamalar orqali X_t=3 va Y_t=3 ga ham ta’sir qiladi.

Vaqt o‘tishi bilan har bir o‘zgaruvchidagi o‘zgarishlar boshqa o‘zgaruvchilarga qanday ta’sir qilishini vizual tarzda ko‘ra olsak, bu juda oson bo‘ladi. Biz ushbu impulsga javob funksiyalarini (IRF) hisoblashni keyinroq ko‘rib chiqamiz. Darhaqiqat, IRFlar haqida gap ketganda, bu yerda shoklar ta’sirini aniqlash imkoniyati yuzaga keladi. Ammo biz hali bu tafsilotlarga tayyor emasmiz. Hozircha VAR nima qila olishini ko‘rib chiqamiz.

Har bir panelning yuqori qismidagi sarlavhalar birinchi navbatda impuls o‘zgaruvchisini, keyin esa javobni ko‘rsatadi. Shunday qilib, yuqori chap panelda YaIM o‘sish sur’atining bir standart og‘ish ortishi vaqt o‘tishi bilan o‘ziga qanday ta’sir qilishini ko‘rsatadi. Ko‘ramizki, zarba ta’siri susayadi va taxminan 4-davrga kelib noldan farq qilmay qo‘yadi. Pastki chap tomonda pul massasining o‘sish sur’atidagi o‘zgarishlar YaIMning o‘sish sur’atiga ta’sir qilmayotganini ko‘ramiz. Pastki o‘ngda biz M1 o‘sish sur’atining bir birlik o‘sishi 5-davrgacha odatdagi o‘sishga yetguncha vaqt o‘tishi bilan susayganini ko‘ramiz.

Yuqori o‘ng panelda GNPgr ga bitta standart og‘ish zarbasi pul taklifiga qanday ta’sir qilishini ko‘rsatadi. Bu unga ko‘p ta’sir qilmaydi va ta’sir statistik jihatdan ahamiyatsiz. Siz har doim IRFlaringiz atrofidagi ishonch oraliqlarini baholab turishingiz talab etiladi. Amalda, bu ishonch oraliqlari juda katta bo‘lishi mumkin. Agar siz bu faktni e’tiborsiz qoldirsangiz, ahamiyatsiz natijalar yuzaga keladi.

Runkle (1987) IRF bilan ishlashda ishonch oraliqlarini kiritish va to‘g‘ri hisoblash muhimligini ta’kidlaydi.

10.3. Modelga qancha laglarni kiritish kerak?

Kamdan kam hollarda iqtisodiy nazariya bizga model qancha kechikishlarni o‘z ichiga olishi kerakligini aytib berishi mumkin. Biz juda amaliy savolga duch kelamiz: modelimizga qancha laglarni kiritishimiz kerak? Unda bitta kechikish bo‘lishi kerakmi: VAR(1)? Ikki kechikish: VAR(2)? Sakkizta kechikish: VAR(8)? va hokazo.

Bir yondashuv turli xil kechikishlar soniga ega ko‘plab VAR modellarini baholash va ularning mosligini solishtirishdir. ya’ni, VAR(1), VAR(2) va hokazolarni VAR(p) orqali baholaymiz va natijalarni taqqoslaymiz. Siz p qanchalik katta ekanligini hal qilishingiz kerak. Shuningdek, qaysi tanlov mezonini yoki moslik o‘lchovidan foydalanishni hal qilishimiz kerak. Kechikish uzunligini tanlash mezonlarining standart to‘plami Akaike ma’lumot mezonini (AIC), Shvartsning Bayes ma’lumot mezoni (SBIC) va Xannan va Quinn ma’lumot mezonini (HQIC) o‘z ichiga oladi. Bu ko‘p o‘zgaruvchan holatlarga umumlashtirilgan ARMA(p,q) modellari uchun kechikishlarni tanlashda foydalangan bir xil ko‘rsatkichlardir. Ushbu ma’lumot mezonlari uchun tafsilotlar yoki formulalar bu yerda muhim emas. Ularning barchasi taxmin qilingan VARning log ehtimollik funksiyasini moslashtiradi va uni model murakkabligining ba’zi funksiyalari bilan birlashtiradi. Uchta model o‘zgaruvchilar soni uchun qanday va qancha birlashishi bilan farqlanadi. (Bu ularni moslashtirilgan R^2 ga juda o‘xshash qiladi, bu esa moslik o‘lchovini (R^2) hisoblanayotgan parametrlar sonining funksiyasi bilan birxillashtiradi).

Stata ushbu vazifaning ko‘p qismini avtomatlashtiradi, shuning uchun biz VAR(1) ni VAR(p) orqali qo‘lda baholashimiz shart emas va har bir VAR ma’lumot mezonini qo‘lda hisoblashimiz shart emas. Stataning VARSOC buyrug‘i bularning barchasini biz uchun avtomatlashtiradi.

Avvalgi ma’lumotlardan foydalanib, Stata quyidagi natijalarni chiqarib beradi:

Selection-order criteria
Sample: 1962q2 - 2017q2 Number of obs = 221

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	1397.68				1.1e-08	-12.6306	-12.6182	-12.5998
1	1470.21	145.07	4	0.000	6.0e-09	-13.2508	-13.2136	-13.1585*
2	1477.47	14.517	4	0.006	5.9e-09*	-13.2803*	-13.2182*	-13.1265
3	1480.65	6.3535	4	0.174	5.9e-09	-13.2728	-13.1859	-13.0576
4	1481.28	1.2643	4	0.867	6.1e-09	-13.2424	-13.1306	-12.9656
5	1486.22	9.8722*	4	0.043	6.0e-09	-13.2508	-13.1142	-12.9126
6	1490.74	9.0522	4	0.060	6.0e-09	-13.2556	-13.0942	-12.8558
7	1491.65	1.8073	4	0.771	6.2e-09	-13.2276	-13.0413	-12.7663
8	1492.56	1.8251	4	0.768	6.4e-09	-13.1996	-12.9885	-12.6768

Endogenous: GNPgr M1gr
Exogenous: _cons

Yulduzchalar har bir tanlov mezoni bo‘yicha qaysi model afzalligini ko‘rsatadi. AIC va HQIC ikkala lag VAR afzalligini ko‘rsatadi; SBIC bir kechikish bilan VARni afzal ko‘radi.

Taqqoslashda qancha kechikishlarni kiritishimiz kerak? Ya’ni maxlag(p) ni qanday uzunlikda o‘rnatishimiz kerak? Biz p ni yetarlicha katta bo‘lishi uchun tanlashimiz kerak, shunda uni yanada oshirishdan hech qanday foyda bo‘lmaydi. Brandt va Uilyams (2007)-yillik ma’lumotlar uchun p 5 dan, choraklik uchun 8 dan yoki oylik ma’lumotlar uchun 15 dan oshmasligini tavsiya qiladi.

Braun va Mittnik (1993) turli xil noto‘g‘ri tavsiflarning VARga ta’sirini o‘rganadilar. Ushbu noto‘g‘ri spetsifikatsiyalar MA xatolariga e’tibor bermaslik va noto‘g‘ri kechikish uzunliklarini tanlashni o‘z ichiga oladi. Cheklangan MA jarayonini yetarlicha uzoq AR(p) jarayoni bilan yaqinlashtirish mumkin bo‘lganligi sababli, ular juda ko‘p kechikishlar tomonida xato qilish uchun bahslashadilar. Noto‘g‘ri kechikish tanlovi dispersiyalarning parchalanishiga jiddiy ta’sir qiladi. Muhim o‘zgaruvchini kiritishni e’tiborsiz qoldirish juda katta muammodir.

Lütkepohl (1985) ikki o‘zgaruvchili va uch o‘zgaruvchili VARlarni o‘rganadi va SBIC va HQIC eng yaxshi ishlashini aniqladi. Biroq, Gonsalo va Pitarakis (2002) AIC katta o‘lchamli modellarda eng yaxshi ko‘rsatkich ekanligini aniqladilar. To‘rt o‘zgaruvchan VAR uch o‘zgaruvchan VARga qaraganda ko‘proq parametrlarga ega, shuning uchun agar sizning VAR ko‘p tenglamalarga ega bo‘lsa, AIC kechikish uzunligini tanlash uchun eng yaxshi vosita bo‘lib tuyuladi. Ushbu mavzu bo‘yicha «oxirgi so‘z» yo‘q va tadqiqot hali ham davom etmoqda. Shunga qaramay, lag tanlash uchun AICdan foydalanish uchun bir nechta tadqiqot ishlari rad etilgan.

10.4. VARlarni matritsa shaklida ifodalash

Eng oddiy vektor avtoregressiyasi ikkita o‘zgaruvchiga va bitta kechikishga ega:

$$X_t = \beta_{1,1}X_{t-1} + \beta_{1,2}Z_{t-1} + e_{1,t}$$
$$Z_t = \beta_{2,1}Xt-1 + \beta_{2,2}Z_{t-1} + e_{2,t}$$

Biz doimiy ushbu tenglikka doimiy o‘zgaruvchi qo‘shishimiz mumkin, lekin biz jarayonni iloji boricha soddalashtirishga harakat qilamiz.

Bu vektor/matritsa yozuvida qanday ifodalanishi mumkin? O‘zgaruvchilar matritsasini aniqlang

$$y = \begin{bmatrix} x_t \\ z_t \end{bmatrix}$$

koeffitsiyent matritsasi

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta1,1 & \beta1,2 \\ \beta2,1 & \beta2,2 \end{bmatrix}$$

va xatolar matritsasi:

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon1, t \\ \epsilon2, t \end{bmatrix}.$$

Keyin ikkita tenglamali VARni matritsa shaklida qayta yozishimiz mumkin:

$$\begin{bmatrix} Xt \\ Zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta1,1 & \beta1,2 \\ \beta2,1 & \beta2,2 \end{bmatrix} \begin{vmatrix} xt-1 \\ zt-1 \end{vmatrix} + \begin{bmatrix} \in 1, t \\ \in 2, t \end{bmatrix}$$

yoki qisqaroq qilib aytganda:

$$Yt = \beta Y_{t-1} + \epsilon_t \qquad (10.3)$$

Shu tarzda ifodalangan holda, vektor avtoregressiyalar o‘z nomini qayerdan olishini ko‘rishimiz mumkin.

Murakkab modellar haqida nima deyish mumkin? Ko‘proq o‘zgaruvchilarmi yoki ko‘proq kechikishlarmi?

Ikki o‘zgaruvchili va ikki kechikishli VAR quyidagicha bo‘ladi:

$$X_t = \beta_{1,1}X_{t-1} + \beta_{1,2}Z_{t-1} + \beta_{1,3}X_{t-1} + \beta_{1,4}Z_{t-2} + 1,t \quad (10.4)$$

$$Z_t = \beta_{2,1}X_{t-1} + \beta_{2,2}Z_{t-1} + \beta_{2,3}X_{t-1} + \beta_{2,4}Z_{t-2} + 2,t \quad (10.5)$$

Mazkur ifoda matritsa shaklida quyidagicha ifodalanishi mumkin:

$$\begin{bmatrix} Xt \\ Zt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta 1,1 & \beta 1,2 \\ \beta 2,1 & \beta 2,2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xt-1 \\ \mathrm{Zt}-1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta 1,3 & \beta 1,4 \\ \beta 2,3 & \beta 2,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Xt-1 \\ \mathrm{Zt}-2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \in 1,t \\ \in 2,\mathrm{t} \end{bmatrix} \quad (10.6)$$

yoki qisqaroq qilib aytganda tenglik quyidagicha bo‘ladi:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + t \quad (10.7)$$

Uch o‘zgaruvchili ikki kechikishli VAR:

$$Xt = \beta_{1,1}X_{t-1} + \beta_{1,2}Z_{t-1} + \beta_{1,3}W_{t-1} + \beta_{1,4}X_{t-2} + \beta_{1,5}Z_{t-2} + \beta_{1,6}W_{t-2} + \epsilon_{1,t}$$

$$Zt = \beta_{2,1}X_{t-1} + \beta_{2,2}Z_{t-1} + \beta_{2,3}W_{t-1} + \beta_{2,4}X_{t-2} + \beta_{2,5}Z_{t-2} + \beta_{2,6}W_{t-2} + \epsilon_{2,t}$$

$$Wt = \beta_{3,1}X_{t-1} + \beta_{3,2}Z_{t-1} + \beta_{3,3}W_{t-1} + \beta_{3,4}X_{t-2} + \beta_{3,5}Z_{t-2} + \beta_{3,6}W_{t-2} + \epsilon_{2,t}$$

yoki qisqaroq qilib aytganda

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + t \quad (10.8)$$

E’tibor bering, ikki o‘zgaruvchili ikki kechikishli VAR (10.7)ning matritsa ifodasi uch o‘zgaruvchili ikki kechikishli VAR (10.8) bilan bir xil. Shu sababli, biz ko‘pincha VARdagi o‘zgaruvchilar sonini e’tiborsiz qoldirib, uni ikki o‘zgaruvchan model sifatida ko‘rib chiqishimiz mumkin.

Biz hali ham taxminiy koeffitsiyent Y_t uchun statsionar yo‘lni beradimi yoki u o‘suvchimi yoki yo‘qligini bilishni xohlaymiz. Biz hali ham impulsga javob berish funksiyalarini tuzishni xohlaymiz. Biz ham yangi narsalarni o‘rganishimiz mumkin. Biz bir o‘zgaruvchining boshqa o‘zgaruvchilarga qanday ta’sir qilishini ko‘rishimiz mumkin.

Har qanday VAR(p) VAR sifatida qayta yozilishi mumkin (1). Matritsalar «o‘zgaruvchilarni yig‘ish» orqali tenglamalarni soddalashtirishga yordam beradi. Xuddi shunday, biz matritsa tenglamalarini soddalashtirish uchun «matritsalarni yig‘ishimiz» mumkin. Ma’lum bo‘lishicha, p laglari bo‘lgan har qanday VAR bir kechikish bilan VAR sifatida qayta yozilishi mumkin. ya’ni, biz tenglamalarni qayta yozishimiz mumkin.

Tegishli aniqlangan qo‘shimcha matritsa bilan har qanday VAR(p)

VAR(1) sifatida qayta yozilishi mumkin. Shunday qilib, biz ko‘pincha oddiy VAR(1)larga e’tiborimizni cheklab qo‘yamiz, chunki u yerda qo‘llaniladigan narsa murakkabroq VAR(p)larga ham tegishli ekanligini bilib olamiz. Yordamchi matritsa VAR barqarorligini tekshirishda ham foydali bo‘ladi.

AR jarayonlarida bo‘lgani kabi, statsionarlikni tekshirish uchun ikkita ekvivalent yondashuv mavjud. Ikkala yondashuv uchun biz asta-sekin, bir o‘zgaruvchan avtoregressiyadan boshlab, so‘ngra ikki va keyin ko‘p o‘zgaruvchan vektor avtoregressiv modelga o‘xshash tarzda quramiz.

Son-sanoqsiz ekonometriya talabalarini chalkashtirib yuborgan narsa shundaki, 1-usul ildizlarning birdan kichik bo‘lishini talab qiladi, 2-usul esa birdan katta bo‘lishini talab qiladi. Ma’lum bo‘lishicha, ikkita raqamlar to‘plami bir-biriga o‘zaro bog‘liqdir. Usullar, asosan, bir xil.

Quyida keltirilgan barcha munozaralar AR(p) jarayonlarining barqarorligini muhokama qilganimizni aks ettiradi.

Bir o‘zgaruvchan AR(1) holatida,

$Y_t = \beta Y_{t-1} + t$,

va Yt barqaror, agar

$|\beta| < 1$.

Agar b birdan katta bo‘lsa, Yt chegarasiz o‘sadi, birdan kichik bo‘lsa, chegarasiz kamayadi, birga teng bo‘lsa, bu statsionar bo‘lmagan tasodifiy yurish jarayonidir.

Bu vektor qiymatli holatga qanday umumlashtiriladi?

Xato atamasini e’tiborsiz qoldirib, biz ishni shaklidagi VAR bilan boshlaylik:

$Y_t = \beta Y_{t-1}$

Agar Y o‘z-o‘zidan b orqali o‘lchansa tizim barqaror holatga keladi. Har qanday matritsali vektorni boshqa vektorga muqobil ravishda solishtirish mumkin. Agar biz uni matritsa asosining o‘zgarishi deb hisoblasak, matritsa ma’limotlarni kengaytiradi, shunda vektor boshqa vektorga aylanadi. Bu yerda b Y_{t-1} ni Y_t ga aylantiradi.

Har bir kvadrat matritsa (masalan, b matritsasi kabi) kamida bitta xos qiymatga va bog‘langan xos vektorga ega. Bu o‘ziga xos narsalar nima?

Matritsalar algebrasiga chuqurroq kirmasdan turib, b matritsaning xos vektori v va tegishli xos qiymatlari l ga teng bo‘ladi.

Xulosa qilib aytadigan bo‘lsak, agar qo‘shimcha matritsaning o‘ziga xos qiymatlari birlik doirasi ichida bo‘lsa, VAR «barqaror» hisoblanadi. Stata matritsaning o‘ziga xos qiymatlarini osongina hisoblab chiqishi mumkin, bu bizga bog‘langan VAR barqarorligini bilish imkonini beradi.

Keling, AR(1) ishiga qaytaylik,

$Y_t = \beta Y_{t-1} + t$

va bu tenglamani L lag operatori yordamida ifodalaymiz.

$Y_t = \beta L Y_t + t$

$Y_t - \beta L Y_t = t$

$Y_t (1 - \beta L) = t$

Bundan kelib chiqib, L ni qandaydir o‘zgaruvchiga, ya’ni uni z deb ataylik. Uning o‘rniga qo‘yib, “xarakteristik tenglama” deb atalgan tenglamani qurishimiz va tenglamani nolga tenglashtirib uni yechamiz.

$1 - \beta z = 0$

Endi z∗ deb belgilagan xarakteristik tenglamaning ildizlarini yechamiz. Bu usulda barqarorlik uchun $|z*| > 1$, shuning uchun

$|z*|= 1\ |\beta\ | > 1\ |\beta| < 1.$

z va b o‘zaro bo‘lganligi uchun $|z*| > 1$ $|b|$ ga ekvivalent < 1. Agar bizda AR(2) jarayoni bo‘lsa-chi? Bu holatda quyidagi tenglik yuzaga keladi:

$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + t.$

Buni lag operatori yordamida ifodalash mumkin:

$Y_t - \beta_1 Y_{t-1} - \beta_2$

$Y_{t-2} = t\ Y_t - \beta_1 L$

$Y_t - \beta_2 LLY_t = t$

$Y_t - 1 - \beta_1 L - \beta_2 L_2 = t$

va xarakteristik tenglama bo‘ladi.

Agar bu tenglamalarning ildizlari mutlaq qiymatda birdan katta bo‘lsa, tenglama barqaror bo‘ladi. Agar ildizlar murakkab bo‘lsa, ildizning kattaligi kompleks o‘zgaruvchili tekislikda o‘lchanganida birdan katta bo‘lishi kerak.

AR(p) jarayoni uchun,

$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} + \beta_2 Y_{t-2} + \cdots + \beta_p Y_{t-p} + t.$

Kechikish shakli

$Y_{t\,1} - \beta_1 L - \beta_2 L_2 - \cdots - \beta_p L_p = t.$

Xarakteristik tenglama

$1 - \beta_1 z - \beta_2 z_2 - \cdots - \beta_p z_p = 0,$

Bu yerda barqarorlik bo‘lishi uchun ildizlar birdan katta bo‘lishi kerak.

Endi biz bir o‘zgaruvchan holatdan ko‘p o‘zgaruvchan yoki vektor qiymatli holatga umumlashtirishga tayyormiz. Bu jarayon avtoregressiya usuli yordamida hal etiladi.

Bizning oddiy ikki o‘zgaruvchan VAR(1) modelimizni ko‘rib chiqamiz:

$Y_t = \beta Y_{t-1} + t.$

Avvalgidek, biz kechikish operatorini qo‘llaymiz va Y ning kechikkan shartlarini chap tomonga o‘tkazamiz:

$Y_t = \beta Y_{t-1} + t\ Y_t - \beta Y_{t-1} = t\ Y_t - \beta L Y_t = t\ (1 - \beta L)\ Yt = t.$

Jarayonning o‘rtacha qiymati doimiy va boshqa koeffitsiyentlarning murakkab funksiyasidir. Agar biz bu masalani matritsali algebra shaklida ifodalasak, unda bu unchalik murakkab ko‘rinmaydi. Umumiy VAR(p) jarayonini ko‘rib chiqamiz:

$Yt = \beta_0 + \beta_1 Yt - 1 + t.$

Bu yerda, b_1 – qo‘shimcha matritsa va b_0 – doimiy vektorlar. Jarayonning uzoq muddatli o‘rtacha qiymatini aniqlash uchun

$Yt = Yt - 1 = Y* t = 0$ ni o‘rnatamiz va tizimning barqaror holatini Y^* bilan belgilaymiz.

Y barqaror bo‘lishi uchun $[1 - b_1]$ matritsa teskari bo‘lishi kerak. Bu b_0 ga bog‘liq emas. Konstantalarni qo‘shish jarayonning o‘rtacha qiymatiga ta’sir qiladi, lekin bu jarayonning barqarorligiga ta’sir qilmaydi.

Biz statsionar AR(1) jarayonini MA(∞) jarayoni sifatida ifodalash mumkinligini bilib oldik. Amalda, bu shuni anglatadiki, biz tez-tez jarayonni AR(1) va MA(q) sifatida yozish o‘rtasida yetarlicha katta q uchun oldinga va orqaga o‘tishimiz mumkin.

G‘oya bu yerda ham amal qiladi, lekin VAR jarayonlari uchun faqat bu tegishli bo‘ladi. Statsionar VAR(1)ni ko‘rib chiqamiz:

$Y_t = \beta Y_t\text{-}1 + t$,

keyin bir davr kechikish asosida quyidagi almashtirishni amalga oshiramiz:

$Yt = \beta\ (\beta Y_t - 2 + t\text{-}1) + t = \beta_2 Y_t - 2 + \beta_t - 1 + t.$

MA tasvirida Yt oldingi barcha zarbalarining o‘rtacha og‘irligiga teng. So‘nggi zarbalar b orqali tarqaladi va Yt ga kuchliroq ta’sir qiladi; uzoqroq zarbalar bir necha marta b orqali o‘tib, zaifroq ta’sirga ega bo‘ladi.

Dinamik modellar orqali biz bir o‘zgaruvchili AR jarayoni yoki ko‘p o‘zgaruvchan VAR jarayoni bo‘ladimi – o‘tmishdagi qiymatlarni hozirgilariga aylantirishimiz mumkin. Aytaylik, X_{t-1} dan X_t gacha bo‘lgan jarayonlar trendlar orqali ifodalanadi. Bu yerda, t – ixtiyoriy vaqt davri. Biz hozirgi X dan kelajak X ni bashorat qilishimizga yordam berish uchun eski X dan hozirgi X gacha bo‘lgan bir xil ko‘rsatkichlardan foydalanishimiz mumkin.

Bashoratlashda Grenjer sababiyat testidan foydalanish kerak bo‘ladi. Vaqt seriyali ekonometrist o‘rganishi mumkin bo‘lgan eng qiziqarli narsalardan biri bu bir o‘zgaruvchining boshqasini «sabab berishi» bilan bog‘liq. To‘g‘rirog‘i, biz o‘rganishimiz mumkin bo‘lgan narsa bu korrelatsiya va sabab-oqibat hodisasidir. Shunday bo‘lsa-da, agar X dagi o‘zgarishlar Y dagi o‘zgarishlardan oldin sodir bo‘lsa, hech bo‘lmaganda, kuzatuv asosida X ni Y ga olib keladi deb o‘ylash mumkin. Hech bo‘lmaganda, agar X haqiqatda Y ni keltirib chiqarsa, X dagi o‘zgarishlar Y dagi o‘zgarishlardan oldin sodir bo‘lganligini ko‘rishimiz kerak. Agar X haqiqatan ham Y ni keltirib chiqarsa, u holda X Y dan oldingi yoki hatto Y ni bashorat qilish Y va ortda qolgan X o‘rtasidagi bog‘liqlikdan kuzatishda farq qilib bo‘lmaydi. Vaqt seriyali ekonometristlar uchun tendensiyani prognozlashda muhim hisoblanadi.

Granjer sababi (1969) regressiya uchun zaruriy shartdir, lekin u yetarli shart emas. Ehtimol, Z X ni keltirib chiqaradi va uzoqroq kechikishdan keyin Y ni ham keltirib chiqaradi. Biz X va Y o‘rtasidagi korrelatsiyani ko‘ramiz; X Grenjer Y sabab bo‘ladi, deb aytamiz, garchi X aslida Y ga sabab bo‘lmasa.

Grenjerning sababiyligini tekshirish juda oddiy. Agar X ning oldingi qiymatlarini hisobga olish Y ni usiz yaxshiroq bashorat qilishimizga yordam bersa, X o‘zgaruvchisi Granger bo‘yicha Y ning sababi bo‘la oladi.

Grenjer sababiyligi tushunchasi odatda faqat vektor avtoregressiyalari kontekstida tanishtiriladi, ammo ta’rif ekzogen o‘zgaruvchilarga ega bo‘lgan oddiy avtoregressiyalarga nisbatan qo‘llanilishi mumkin. Masalan, agar quyidagi AR (2) modelini olib qarasak xuddi yuqorida bildirilgan fikr bu yerda o‘rinli bo‘ladi:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} - \beta_2 Y_{t-2} + \beta_3 Y_{t-1} + \in_t \qquad (10.8)$$

cheklangan regressiyaga qaraganda Y ni bashorat qilishda (statistik jihatdan sezilarli darajada) yaxshiroq:

$$Y_t = \beta_1 Y_{t-1} - \beta_2 Y_{t-2} + \in_t \qquad (10.9)$$

Bunday holda X Grenjer bo‘yicha Y ga sabab bo‘la oladi yoki Y X ga Granger bo‘yicha sabab bo‘ladi deb aytamiz. Agar biz X ning ko‘proq laglarini tenglamaga qo‘shgan bo‘lsak, u holda biz tenglamani nolga aylantiruvchi yechimlari mavjud yoki mavjud emasligini tekshirib ko‘rishimiz lozim. Bunday holatda kechikkan X o‘zgaruvchilaridagi barcha koeffitsiyentlar noldan birgalikda farq qiladimi yoki yo‘qligini birgalikda F-testini o‘tkazishga asos bo‘la oladi.

Xuddi shu konsepsiya VARning ko‘p tenglamali holatiga umumlashtiriladi. Agar bizda ikkita o‘zgaruvchan VAR (2) bo‘lsa:

$$X_t = \beta_{1,1} X_{t-1} + \beta_{1,2} Y_{t-1} + \beta_{1,3} X_{t-1} + \beta_{1,4} X_{t-1} + \in_{x,t}$$
$$Y_t = \beta_{2,1} X_{t-1} + \beta_{2,2} Y_{t-1} + \beta_{2,3} X_{t-1} + \beta_{2,4} X_{t-1} + \in_{y,t}$$

Agar $\beta_{2,1}$ va $\beta_{2,3}$ noldan birgalikda sezilarli farq qilsa, *X* Granger *Y* sabab bo‘ladi, deb aytamiz.

E’tibor bering, *X* Granger *Y* sabab bo‘ladimi yoki yo‘qligini tekshirish faqat *Y* tenglamasini sinab ko‘rishni talab qiladi. Haqiqatan ham, biz so‘ragan narsa *X* ning kechikkan qiymatlari *Y* ning statistik jihatdan muhim prognoz qiymatimi yoki yo‘qmi, chunki biz bu yerda *Y* ning kechikkan qiymatlarini allaqachon nazorat qila olamiz.

Granjer sababiy bog‘liqligi testlari o‘tkazib yuborilgan o‘zgaruvchilarga moyildir. O‘tkazib yuborilgan uchinchi o‘zgaruvchi *X*, *Y* ni keltirib chiqaradigandek tuyulishi mumkin. Aslida, *Z Y* ni keltirib chiqargandan ko‘ra tezroq X ni keltirib chiqaradi, bu esa testlarning «noto‘g‘ri ijobiy» natijasi hisoblanadi. O‘tkazib yuborilgan o‘zgaruvchilar «noto‘g‘ri salbiy natijalar»ga olib kelishi mumkin. Shu sabablarga ko‘ra, tadqiqotchilar o‘zlarining iqtisodiy nazariyalarini, jumladan, tahlillarida barcha tegishli o‘zgaruvchilarga ega ekanligiga ishonch hosil qilishlari kerak.

Kris Sims Granjerning (1969) sabab-oqibat haqidagi maqolasini birinchi qo‘llashi uning 1972-yildagi «Pul, daromad va sabablar» maqolasi edi. U yerda u pul massasidagi o‘zgarishlar YaIMning o‘zgarishiga sabab bo‘ladimi yoki aksinchami shuni tekshirib ko‘rdi. Ushbu ikki o‘zgaruvchi o‘rtasidagi munosabatni tushunish o‘sha davrning markaziy iqtisodiy munozaralaridan biri uchun juda muhim edi. Munozarada pul-kredit siyosati biznes siklini yumshatishda samarali bo‘lishi mumkinmi yoki biznes siklidagi tebranishlar pul massasiga ta’sir qiladimi, degan savolga qaratildi.

Simsning Grenjer-sabablilikka yondashuvi Granger (1969) tomonidan o‘rnatilgan amaldagi amaliyotdan farq qiladi, lekin matematik jihatdan tengdir. Shunday qilib, Simsning noyob usuli yordamida yuqoridagi maqolani yaqindan takrorlash o‘rniga, biz Sims maqolasining asosiy xulosalarini standart Granger-kauzallik testlaridan foydalangan holda takrorlaymiz.

Sims 1947-1969-yillardagi har choraklik ma’lumotlardan foydalangan holda pul taklifidagi o‘zgarishlar YaIM o‘zgarishiga olib keladimi yoki yo‘qligini tekshiradi. U ikkala o‘zgaruvchini ham logarifmlarda o‘lchaydi.

Keyinchalik biz VARni taxmin qilamiz. Simsdan keyin biz ekzogen o‘zgaruvchilar sifatida sakkizta kechikish, doimiy, chiziqli hamda vaqt tendensiyasi va mavsumiy o‘zgaruvchilarni o‘z ichiga olgan tenglamani quramiz. Tenglamaga o‘zgaruvchilarni kiritish hech qanday muammo tug‘dirmaydi. Ma’lumotlar mavsumiy ravishda o‘z manbasida qolgan bo‘lsa ham, Sims mavsumiylikni qo‘lga kiritish uchun har chorakda dummy o‘zgaruvchilarni tenglamaga qo‘shadi.

Bizning natijalarimiz Sims (1972)dagi natijalarni tasdiqlaydi. ya’ni, pul massasi (pul bazasi) YaIMga, YAIM esa pul massasiga ta’sir qilmaydi, degan xulosaga kelamiz.

Simsning (1972) maqolasidagi zaif tomonlardan biri shundaki, u foiz stavkasi ta’sirini hisobga olmagan. Sims o‘zining 1980-yildagi maqolasida muhim uchinchi o‘zgaruvchiga e’tibor bermaslik Granger sabab-oqibat natijalarini o‘zgartirishi mumkinligini aniqladi. Sims foiz stavkasi o‘zgaruvchisini qo‘shib, pul taklifi endi milliy daromadni bashorat qilmasligini aniqladi.

Simsning asl natijalari kechikish uzunligi va deterministik vaqt tendensiyasini tanlashga sezgir hisoblanadi. Granger sababi bilvosita sababni aniqlay olmaydi. Misol uchun, agar X Zga sabab bo‘lsa hamda Z Yga sabab bo‘lsa (lekin X bevosita Y sabab bo‘lmasa) nima bo‘ladi? Mantiqan aytganda, X o‘zgarishi Y ga ta’sir qiladi, X esa Y ga sabab bo‘ladi. Lekin standart Granger sababiy testi buni aniqlay olmaydi. Buning sababi, Granjer testini tekshirish faqat bitta tenglamaning koeffitsiyentlarida sodir bo‘ladi. Agar biz Grenjer Y sabab bo‘lgan o‘zgaruvchilarini qidirgan bo‘lsak, u holda biz X va Z koeffitsiyentlarini faqat Y ni aniqlovchi tenglamada sinab ko‘rish bilan chegaralangan bo‘lardik. ya’ni, Granjerning sababiy testlari, oxir-oqibat, har doim bitta tenglama testlari va bilvosita ekanligini ko‘rsatadi.

Bilvosita sababiy bog‘liqlikni aniqlash uchun Granger sabab testlaridan foydalana olmasligi tufayli, X dagi o‘zgarishlar Y ga bilvosita ta’sir qiladimi yoki yo‘qligini bilmoqchi bo‘lsak, nima qilishimiz kerak? Bu IRFlarning kuchliligi, chunki ular X dagi o‘zgarishlar faqat VAR tizimidagi barcha boshqa o‘zgaruvchilarga qanday ta’sir qilishini ko‘rsatadi. Bu barcha bilvosita ta’sirlarni o‘z ichiga oladi.

Bizning simulatsiya qilingan ma’lumotlarimiz X, Y va Z ga shoklarni o‘z ichiga oladi, ular bir-biri bilan bog‘liq emas. Keyin diqqat bilan tanlangan koeffitsiyentlar bilan X, Y va Z qiymatlari X Z yoki Y ga bog‘liq emas. X va faqat Z ga ta’sir qiladi.

Granjerning sababiy jadvali shuni ko‘rsatadiki: hech narsa shunchaki X ni keltirib chiqarmaydi. X Grenjer testi Z ni keltirib chiqaradi va Z bu yerda Y ni keltirib chiqaradi. X Y ning o‘zgarishiga olib keladimi? Ha, bilvosita X ning Z ga ta’siri orqali, oxir-oqibat X mantiqan Y ni keltirib chiqardi. Buni Granger sabab-bazaviy testlarining muvaffaqiyatsizligi deb hisoblash mumkin, chunki biz yuqoridagi uchinchi panelda X ning Y ga sabab bo‘ladimi yoki yo‘qligini sinab ko‘rganimizda bu natija aniqlandi. Shunday qilib, X mantiqan Y ni keltirib chiqaradi, ammo X, Y ni keltirib chiqarmaydi.

Yuqorida biz yalpi ichki mahsulotning o‘sish sur’ati statsionar ekanligini ko‘ramiz. Boshqa tomondan, ishsizlik darajasi statsionar emas. Shunday qilib, biz birinchi farqni oldik va ishsizlik darajasining o‘zgarishi statsionar ekanligini aniqladik. Shunday qilib, biz YaIMning o‘sish sur’ati va ishsizlik darajasining o‘zgarishi o‘rtasidagi bog‘liqlikni ko‘rib chiqish uchun VARni qayta ko‘rib chiqdik.

Akaike ma’lumot mezoni va Xannan Quinn ma’lumot mezoni ikkita kechikish afzalligini ko‘rsatadi. Shvarts Bayes ma’lumotlar mezoni bir davrdagi kechikishni afzal ko‘rib kechikishlar soni optimal aniqlanishini ko‘rsatib berdi.

Nazorat savollari:

1. Vektor avtoregressiya deb qanday jarayonga aytiladi?
2. Vektor avtoregressiyaning o‘ziga xos xususiyatlari nimalardan iborat?
3. Ikkita lag va ikkita o‘zgaruvchiga ega bo‘lgan VAR tenglamasi qanday bo‘ladi?
4. Modelga qancha laglarni kiritish kerakligi qanday aniqlanadi?
5. Grandjer sababiylik testining asosiy g‘oyasi nimadan iborat?
6. Grandjer sababiylik testining asosiy kamchiligi nimadan iborat?
7. Qachon hodisalar o‘rtasida sabab-oqibat munosabatlari yuzaga keladi?
8. Kompleks o‘zgaruvchili birlik aylana orqali nimani ifodalash mumkin?
9. Modelda laglar soni ortib borishi bilan qanday hodisa kuzatiladi?

GLOSSARIY

Avtokorrelatsiya – keyingi darajalar bilan oldingilari o‘rtasidagi yoki haqiqiy darajalari bilan tegishli tekislangan qiymatlari o‘rtasidagi farqlar orasidagi korrelatsiyadir.

Alternativ (muqobil) gipoteza – taqqoslanayotgan ikkita to‘plam ko‘rsatkichlari orasida muhim farq mavjud deb aytilgan taxmin.

Bashoratlash – hodisa yoki jarayonlarning kelgusidagi mumkin bo‘lgan holatini ilmiy asoslangan holda bilish.

Belgi – bu to‘plam birligining alomatlari, xislati va hokazo.

Bosh to‘plam – o‘rganiladigan ko‘p hajmli birliklar majmuasidir.

Variatsiya – bu qator hadlarining tebranuvchanligi, varianta qiymatlarining o‘zgaruv-chanligidir.

Variatsiya kengligi – taqsimot qatorining eng katta va eng kichik variantalari orasidagi farqdir.

Darbin-Uotson mezoni – vaqtli qatorlarda avtokorrelatsiyani aniqlash uchun qo‘llaniladigan shartli ko‘rsatkich.

Determinatsiya koeffitsiyenti – natijaviy belgi o‘zgaruvchanligining qaysi qismi X-omil ta’siri ostida vujudga kelishini ko‘rsatadi.

Dinamik qator – bu hodisani vaqt bo‘yicha o‘zgarishini ko‘rsatuvchi sonlar qatori.

Dispersiya – bu qator variantalari qiymatlari bilan ularning arifmetik o‘rtachasi orasidagi tafovutlar kvadratlaridan olingan arifmetik o‘rtachadir.

Korrelyatsion bog‘lanish – bu shunday to‘liqsiz bog‘lanishki, unda omillarning har bir qiymatiga turli zamon va makon sharoitlarida natijaning har xil qiymatlari mos keladi.

Korrelatsion-regression model – bu o‘rganilayotgan hodisalar orasidagi bog‘lanishni natijaviy belgi bilan muhim omillar o‘rtasidagi ishonchli miqdoriy nisbatlar.

Korrrelatsion tahlil – hodisalar orasidagi bog‘lanish zichlik darajasini baholash usulidir.

Mavsumiy tebranish – ayrim fasl va oylarda ko‘p-yillik qatorlarda muntazam ravishda kuzatiladigan barqaror tebranishlardir.

Mediana – bu to‘plamni teng ikki qismga bo‘luvchi belgi qiymatidir.

Moda – to‘plamda eng ko‘p uchraydigan belgi qiymatidir.

Model – lotincha modulus so‘zidan olingan bo‘lib, o‘lchov, me’yor degan ma’nolarni anglatadi.

Modelning adekvatligi – modelning modellashtirilayotgan obyekt yoki jarayonga mos kelishi.

Multikollinearlik – umumiy natijaga birgalikda ta’sir etuvchi omillar o‘rtasidagi zich korrelatsion bog‘liqlik.

Regression tahlil – natijaviy belgiga ta’sir etuvchi omillarning samaradorligini aniqlab beruvchi usul.

Statistik gipoteza – tanlanma ma’lumotlari asosida tekshirish mumkin bo‘lgan bosh to‘plam xossasi haqida oldindan aytilgan ilmiy taxmindir.

Stoxastik yoki statistik qonunlar – bu bir turli hodisalarni ommaviy takrorlanishida namoyon bo‘ladigan qonunlar.

Tanlanma – bu o‘rganilayotgan to‘plamdan saylab olingan birliklar majmuasidir, ularning har biri ushbu to‘plamning tarkibiy elementi.

Tasodifiy miqdor – sinov natijasida, avvaldan e’tiborga olib bo‘lmaydigan tasodifga bog‘liq holda, o‘zining mumkin bo‘lgan qiymatlaridan birini qabul qiladigan (aynan qaysisi ekani avvaldan ma’lum bo‘lmagan) o‘zgaruvchi tushuniladi.

Tasodifiy miqdorning taqsimot qonuni – tasodifiy miqdor qabul qilishi mumkin bo‘lgan qiymatlari bilan ularning mos ehtimollarini bog‘laydigan biror munosabat.

Tasodifiy hodisa – sinov natijasida ro‘y berishi yoki ro‘y bermasligi mumkin bo‘lgan har qanday fakt.

Taqsimot qatorlari – to‘plam birliklarini ma’lum belgilar asosida guruhlarga (qismlarga) bo‘linishi.

To‘plam birligi – to‘plamda kuzatish talab etiladigan element.

Uzluksiz tasodifiy miqdor – qabul qiladigan cheksiz ko‘p qiymatlari sonlar o‘qidagi biror chekli yoki cheksiz oralikni tashkil qiluvchi miqdor.

Uzluksiz tasodifiy miqdor – qabul qiladigan cheksiz ko‘p qiymatlari sonlar o‘qidagi biror chekli yoki cheksiz oralikni tashkil qiluvchi miqdor.

Xususiy regressiya koeffitsiyenti – muayyan omilning natijaviy belgi variatsiyasiga ta’sirini omillar o‘zaro bog‘lanishidan «tozalangan» holda o‘lchaydi.

Ekstsess – taqsimot bo‘yicha cho‘ziluvchanlik yoki yassilik bo‘lib, uning me’yori to‘rtinchi momentning to‘rtinchi darajali kvadratik o‘rtacha tafovutga nisbatidan iborat.

Eng kichik kvadratlar usuli – dinamik qatorlarni tekislash hamda tasodifiy miqdorlar o‘rtasida bog‘lanishning korrelyatsion shaklini aniqlash usulidir.

Erkinlik darajalar soni – to‘plam ko‘rsatkichlarini topishda qatnashadigan hech qanday bog‘lovchi shartlarga ega bo‘lmagan erkin miqdorlar sonidir.

FOYDALANILGAN ADABIYOTLAR

1. Akaike H. (1974). A new look at the statistical model identification. IEEE Transactions on Automatic Control, 19(6), 716-723.
2. Amisano, G., & Giannini, C. (2012). Topics in structural VAR econometrics. Berlin: Springer Science and Business Media.
3. B. B. Rao, (Ed.), Cointegration for the applied economist (2nd ed., pp. 129-142). New York: Palgrave Macmillan.
4. Bai J., & Perron, P. (1998). Estimating and testing linear models with multiple structural changes.
5. Banerjee A., Dolado, J. J., Galbraith, J. W., & Hendry, D. (1993). Co-integration, error correction, and the econometric analysis of non-stationary data. Oxford: Oxford University press.
6. Box G. E., & Jenkins, G. M. (1976). Time series analysis: Forecasting and control (revised ed.).
7. Brandt P. T., & Williams, J. T. (2007). Multiple time series models. Quantitative Applications in the Social Sciences (Vol. 148). Thousand Oaks, CA: Sage.
8. Campos J., Ericsson, N. R., & Hendry, D. F. (1996). Cointegration tests in the presence of structural breaks. Journal of Econometrics, 70(1), 187-220.
9. Chamberlain G. (1982). The general equivalence of Granger and Sims causality. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 50, 569-581.
10. Chang S. Y., & Perron, P. (2017). Fractional unit root tests allowing for a structural change in trend under both the null and alternative hypotheses. Econometrics, 5(1), 5.
11. Cochrane J. H. (1991). A critique of the application of unit root tests. Journal of Economic Dynamics and Control, 15(2), 275-284.
12. Dickey D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the

estimators for autoregressive time series with a unit root. Journal of the American Statistical Association, 74(366a), 427-431.

13. Dickey D. A., Jansen, D. W., & Thornton, D. L. (1991). A primer on cointegration with an application to money and income (Technical report), Federal Reserve Bank of St. Louis.

14. Engle R. F. (1982). Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of united kingdom inflation. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 50, 987-1007.

15. Engle R. F., & Granger, C. W. (1987). Co-integration and error correction: Representation, estimation, and testing. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 55, 251-276.

16. Floren J.-P., & Mouchart, M. (1982). A note on noncausality. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 50, 583-591.

17. Gelman A. (2016). The problems with p-values are not just with p-values. The American Statis- tician, Supplemental Material to the ASA Statement on p-values and Statistical Significance, 10(00031305.2016), 1154108.

18. Granger C. W. (1969). Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. Econometrica: Journal of the Econometric Society, 37, 424-438.

19. Granger C. W. (1980). Testing for causality: A personal viewpoint. Journal of Economic Dynamics and Control, 2, 329-352.

20. Hadri K. (2000). Testing for stationarity in heterogeneous panel data. The Econometrics Journal, 3(2), 148-161.

21. Hansen B. E. (2001). The new econometrics of structural change: Dating breaks in us labor productivity. The Journal of Economic Perspectives, 15(4), 117-128.

22. J. Granger (Eds.), Long-run economic relationships: Readings in cointegration. Oxford : Oxford University Press.

23. Johansen S. (1988). Statistical analysis of cointegration

vectors. Journal of Economic Dynamics and Control, 12(2-3), 231-254.

24. John D. Levendis. Time Series Econometrics Learning Through Replication, Springer Texts in Business and Economics. Springer Nature Switzerland AG 2018.

25. Kwiatkowski D., Phillips, P. C., Schmidt, P., & Shin, Y. (1992). Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: How sure are we that economic time series have a unit root? Journal of Econometrics, 54(1-3), 159-178.

26. Levin A., Lin, C.-F., & Chu, C.-S. J. (2002). Unit root tests in panel data: Asymptotic and finite- sample properties. Journal of Econometrics, 108(1), 1-24.

27. MacKinnon, J. G. (2010). Critical values for cointegration tests (Technical report), Queen’s Economics Department Working Paper.

28. Maddala G. S., & Kim, I.-M. (1998). Unit roots, cointegration, and structural change. Cambridge: Cambridge University Press.

29. Ng S., & Perron, P. (1995). Unit root tests in ARMA models with data-dependent methods for the selection of the truncation lag. Journal of the American Statistical Association, 90(429), 268-281.

30. Ng S., & Perron, P. (2001). Lag length selection and the construction of unit root tests with good size and power. Econometrica, 69(6), 1519-1554.

31. Osborn D. R., Heravi, S., & Birchenhall, C. R. (1999). Seasonal unit roots and forecasts of two- digit European industrial production. International Journal of Forecasting, 15(1), 27-47.

32. Perron P., & Vogelsang, T. J. (1992). Nonstationarity and level shifts with an application to purchasing power parity.

Journal of Business and Economic Statistics, 10(3), 301-320.
33. Pesaran M. H. (2007). A simple panel unit root test in the presence of cross-section dependence. Journal of Applied Econometrics, 22(2), 265-312.
34. Phillips P. C., & Perron, P. (1988). Testing for a unit root in time series regression. Biometrika, 75(2), 335-346.
35. Qin D. (2011). Rise of VAR modelling approach. Journal of Economic Surveys, 25(1), 156-174. Quintos, C. E., & Phillips, P. C. (1993). Parameter constancy in cointegrating regressions. Empirical Economics, 18(4), 675-706.
36. Rao B. B. (2007). Cointegration for the applied economist (2nd edn.). New York: Palgrave Macmillan.
37. Said S. E., & Dickey, D. A. (1984). Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order. Biometrika, 71(3), 599-607.
38. Schwarz G. W. (1978). Estimating the dimension of a model. The Annals of Statistics, 6(2), 461-464.
39. Schwert G. W. (1989). Tests for unit roots: A Monte Carlo investigation. Journal of Business and Economic Statistics, 7(2), 147-159.
40. Vogelsang T. J., & Perron, P. (1998). Additional tests for a unit root allowing for a break in the trend function at an unknown time. International Economic Review, 39, 1073-1100.
41. Wu S. (2010). Lag length selection in DF-GLS unit root tests. Communications in Statistics- Simulation and Computation, 39(8), 1590-1604.
42. Zakoian J.-M. (1994). Threshold heteroskedastic models. Journal of Economic Dynamics and control, 18(5), 931-955.
43. Ziliak S. T., & McCloskey, D. N. (2008). The cult of statistical significance: How the standard error costs us jobs, justice, and lives. Ann Arbor: University of Michigan Press.

ILOVALAR

1-ilova

Standart normal taqsimot zichlik funksiyasi qiymatlari:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}$$

U	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,39894	0,39892	0,39886	0,39876	0,39862	0,39844	0,39822	0,39797	0,39767	0,39733
0,1	0,39695	0,39654	0,39608	0,39559	0,39505	0,39448	0,39387	0,39322	0,39253	0,39181
0,2	0,39104	0,39024	0,38940	0,38853	0,38762	0,38667	0,38568	0,38466	0,38361	0,38251
0,3	0,38139	0,38023	0,37903	0,37780	0,37654	0,37524	0,37391	0,37255	0,37115	0,36973
0,4	0,36827	0,36678	0,36526	0,36371	0,36213	0,36053	0,35889	0,35723	0,35553	0,85381
0,5	0,35207	0,35029	0,34849	0,34667	0,34482	0,34294	0,34105	0,33912	0,33718	0,33521
0,6	0,33322	0,33121	0,32918	0,32713	0,32506	0,32297	0,32086	0,31874	0,31659	0,31443
0,7	0,31225	0,31006	0,30785	0,30563	0,30339	0,30114	0,29887	0,29658	0,29430	0,29200
0,8	0,28960	0,28737	0,28504	0,28269	0,28034	0,27798	0,27562	0,27324	0,27086	0,26848
0,9	0,26609	0,26369	0,26129	0,25888	0,25647	0,25406	0,25164	0,24923	0,24681	0,24439
1,0	0,24197	0,23955	0,23713	0,23471	0,23230	0,22988	0,22747	0,22506	0,22265	0,22025
1,1	0,21785	0,21546	0,21307	0,21069	0,20831	0,20594	0,20357	0,20121	0,19886	0,19652
1,2	0,19419	0,19186	0,18954	0,18724	0,18494	0,18265	0,18037	0,17810	0,17585	0,17360
1,3	0,17137	0,16915	0,16694	0,16474	0,16256	0,16038	0,15822	0,15608	0,15395	0,15183
1,4	0,14973	0,14764	0,14556	0,14350	0,14146	0,13943	0,13742	0,13542	0,13344	0,13147
1,5	0,12952	0,12758	0,12566	0,12376	0,12188	0,12001	0,11816	0,11632	0,11450	0,11270
1,6	0,11092	0,10915	0,10741	0,10567	0,10396	0,10226	0,10059	0,09893	0,09728	0,09566
1,7	0,09405	0,09246	0,09089	0,08933	0,08780	0,08628	0,08478	0,08329	0,08183	0,08038
1,8	0,07895	0,07754	0,07614	0,07477	0,07341	0,07206	0,07074	0,06943	0,06814	0,06687
1,9	0,06562	0,06438	0,06316	0,06195	0,06077	0,05959	0,05844	0,05730	0,05618	0,05508
2,0	0,05399	0,05292	0,05186	0,05082	0,04980	0,04879	0,04780	0,04682	0,04586	0,04491
2,1	0,04398	0,04307	0,04217	0,04128	0,04041	0,03955	0,03871	0,03788	0,03706	0,03626
2,2	0,03547	0,03470	0,03394	0,03319	0,03246	0,03174	0,03103	0,03034	0,02965	0,02898
2,3	0,02833	0,02768	0,02705	0,02643	0,02582	0,02522	0,02463	0,02406	0,02349	0,02294
2,4	0,02239	0,02186	0,02134	0,02083	0,02033	0,01984	0,01936	0,01888	0,01842	0,01797
2,5	0,01753	0,01709	0,01667	0,01625	0,01585	0,01545	0,01506	0,01468	0,01431	0,01394
2,6	0,01358	0,01323	0,01289	0,01256	0,01223	0,01191	0,00160	0,01130	0,01100	0,01071
2,7	0,01042	0,01014	0,00987	0,00961	0,00935	0,00909	0,00885	0,00861	0,00837	0,00814
2,8	0,00792	0,00770	0,00748	0,00727	0,00707	0,00687	0,00668	0,00649	0,00631	0,00613
2,9	0,00595	0,00578	0,00562	0,00545	0,00530	0,00514	0,00499	0,00485	0,00470	0,00457

2-ilova

Standart normal taqsimot funksiyasi qiymatlari:

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-t^2/2} dt$$

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,0	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

3-ilova

Student mezoni (*t*-mezon) qiymatlari jadvali turli ozodlik darajalari soni (*f*) va ishonchlilik intervallari (*p*) uchun Student mezonining (*t*-mezon) kritik qiymatlari

df	***P***							
	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
1	3.0770	6.3130	12.7060	31.8200	63.6560	127.6560	318.3060	636.6190
2	1.8850	2.9200	4.3020	6.9640	9.9240	14.0890	22.3270	31.5990
3	1.6377	2.3534	3.1820	4.5400	5.8400	7.4580	10.2140	12.9240
4	1.5332	2.1318	2.7760	3.7460	4.6040	5.5970	7.1730	8.6100
5	1.4759	2.0150	2.5700	3.6490	4.0321	4.7730	5.8930	6.8630
6	1.4390	1.9430	2.4460	3.1420	3.7070	4.3160	5.2070	5.9580
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995	4.2293	4.7850	5.4079
8	1.3968	1.8596	2.3060	2.8965	3.3554	3.8320	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968	4.7800
10	1.3720	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437	4.5869
11	1.3630	1.7950	2.2010	2.7180	3.1050	3.4960	4.0240	4.4370
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0845	3.4284	3.9290	4.1780
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.1123	3.3725	3.8520	4.2200
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9760	3.3257	3.7870	4.1400
15	1.3406	1.7530	2.1314	2.6025	2.9467	3.2860	3.7320	4.0720
16	1.3360	1.7450	2.1190	2.5830	2.9200	3.2520	3.6860	4.0150
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5668	2.8982	3.2224	3.6458	3.9650
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5514	2.8784	3.1966	3.6105	3.9216
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609	3.1737	3.5794	3.8834
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453	3.1534	3.5518	3.8495
21	1.3230	1.7200	.2.0790	2.5170	2.8310	3.1350	3.5270	3.8190
22	1.3212	1.7117	2.0739	2.5083	2.8188	3.1188	3.5050	3.7921
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073	3.1040	3.4850	3.7676
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969	3.0905	3.4668	3.7454
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874	3.0782	3.4502	3.7251
26	1.3150	1.7050	2.0590	2.4780	2.7780	3.0660	3.4360	3.7060
27	1.3137	1.7033	2.0518	2.4727	2.7707	3.0565	3.4210	3.6896
28	1.3125	1.7011	2.0484	2.4671	2.7633	3.0469	3.4082	3.6739
29	1.3114	1.6991	2.0452	2.4620	2.7564	3.0360	3.3962	3.8494
30	1.3104	1.6973	2.0423	2.4573	2.7500	3.0298	3.3852	3.6460
32	1.3080	1.6930	2.0360	2.4480	2.7380	3.0140	3.3650	3.6210
34	1.3070	1.6909	2.0322	2.4411	2.7284	3.9520	3.3479	3.6007
36	1.3050	1.6883	2.0281	2.4345	2.7195	9.4900	3.3326	3.5821
38	1.3042	1.6860	2.0244	2.4286	2.7116	3.9808	3.3190	3.5657
40	1.3030	1.6839	2.0211	2.4233	2.7045	3.9712	3.3069	3.5510

df	***P***							
	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
42	1.3200	1.6820	2.0180	2.4180	2.6980	2.6930	3.2960	3.5370
44	1.3010	1.6802	2.0154	2.4141	2.6923	3.9555	3.2861	3.5258
46	1.3000	1.6767	2.0129	2.4102	2.6870	3.9488	3.2771	3.5150
48	1.2990	1.6772	2.0106	2.4056	2.6822	3.9426	3.2689	3.5051
50	1.2980	1.6759	2.0086	2.4033	2.6778	3.9370	3.2614	3.4060
55	1.2997	1.6730	2.0040	2.3960	2.6680	2.9240	3.2560	3.4760
60	1.2958	1.6706	2.0003	2.3901	2.6603	3.9146	3.2317	3.4602
65	1.2947	1.6686	1.9970	2.3851	2.6536	3.9060	3.2204	3.4466
70	1.2938	1.6689	1.9944	2.3808	2.6479	3.8987	3.2108	3.4350
80	1.2820	1.6640	1.9900	2.3730	2.6380	2.8870	3.1950	3.4160
90	1.2910	1.6620	1.9867	2.3885	2.6316	2.8779	3.1833	3.4019
100	1.2901	1.6602	1.9840	2.3642	2.6259	2.8707	3.1737	3.3905
120	1.2888	1.6577	1.9719	2.3578	2.6174	2.8598	3.1595	3.3735
150	1.2872	1.6551	1.9759	2.3515	2.6090	2.8482	3.1455	3.3566
200	1.2858	1.6525	1.9719	2.3451	2.6006	2.8385	3.1315	3.3398
250	1.2849	1.6510	1.9695	2.3414	2.5966	2.8222	3.1232	3.3299
300	1.2844	1.6499	1.9679	2.3388	2.5923	2.8279	3.1176	3.3233
400	1.2837	1.6487	1.9659	2.3357	2.5882	2.8227	3.1107	3.3150
500	1.2830	1.6470	1.9640	2.3330	2.7850	2.8190	3.1060	3.3100

4-ilova

Xi-kvadrat (χ^2) taqsimot uchun kritik sohalar

df	0.995	0.990	0.975	0.950	0.900	0.75	0.500	0.250	0.100	0.050	0.025	0.010	0.005
1	0.00004	0.00016	0.0009	0.00393	0.01579	0.1015	0.45494	1.32330	2.70554	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944
2	0.01003	0.02010	0.0506	0.10259	0.21072	0.5753	1.38629	2.77259	4.60517	5.99146	7.37776	9.21034	10.5966
3	0.07172	0.11483	0.2158	0.35185	0.58437	1.2125	2.36597	4.10834	6.25139	7.81473	9.34840	11.3448	12.8381
4	0.20699	0.29711	0.4844	0.71072	1.06362	1.9225	3.35669	5.38527	7.77944	9.48773	11.1432	13.2767	14.8602
5	0.41174	0.55430	0.8312	1.14548	1.61031	2.6746	4.35146	6.62568	9.23636	11.0705	12.8325	15.0862	16.7496
6	0.67573	0.87209	1.2373	1.63538	2.20413	3.4546	5.34812	7.84080	10.6446	12.5915	14.4493	16.8118	18.5475
7	0.98926	1.23904	1.6898	2.16735	2.83311	4.2548	6.34581	9.03715	12.0170	14.0671	16.0127	18.4753	20.2777
8	1.34441	1.64650	2.1797	2.73264	3.48954	5.0706	7.34412	10.2188	13.3615	15.5073	17.5345	20.0902	21.9549
9	1.73493	2.08790	2.7003	3.32511	4.16816	5.8988	8.34283	11.3887	14.6836	16.9189	19.0227	21.6659	23.5893
10	2.15586	2.55821	3.2469	3.94030	4.86518	6.7372	9.34182	12.5489	15.9872	18.3070	20.4831	23.2092	25.1881
11	2.60322	3.05348	3.8157	4.57481	5.57778	7.5841	10.3410	13.7007	17.2750	19.6751	21.9200	24.7249	26.7568
12	3.07382	3.57057	4.4037	5.22603	6.30380	8.4384	11.3403	14.8454	18.5493	21.0260	23.3366	26.2169	28.2995
13	3.56503	4.10692	5.0087	5.89186	7.04150	9.2990	12.3398	15.9839	19.8119	22.3620	24.7356	27.6882	29.8194
14	4.07467	4.66043	5.6287	6.57063	7.78953	10.165	13.3393	17.1169	21.0641	23.6847	26.1189	29.1412	31.3193
15	4.60092	5.22935	6.2621	7.26094	8.54676	11.036	14.3389	18.2451	22.3071	24.9957	27.4883	30.5779	32.8013
16	5.14221	5.81221	6.9076	7.96165	9.31224	11.912	15.3385	19.3689	23.5418	26.2962	28.8453	31.9999	34.2671
17	5.69722	6.40776	7.5641	8.67176	10.0852	12.791	16.3382	20.4887	24.7690	27.5871	30.1910	33.4086	35.7184
18	6.26480	7.01491	8.2307	9.39046	10.8649	13.675	17.3379	21.6049	25.9894	28.8693	31.5263	34.8053	37.1564
19	6.84397	7.63273	8.9065	10.1170	11.6509	14.562	18.3376	22.7178	27.2036	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822
20	7.43384	8.26040	9.5907	10.8508	12.4426	15.451	19.3374	23.8277	28.4119	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968
21	8.03365	8.89720	10.282	11.5913	13.2396	16.344	20.3372	24.9348	29.6151	32.6705	35.4788	38.9321	41.4010
22	8.64272	9.54249	10.982	12.3380	14.0415	17.239	21.3370	26.0393	30.8133	33.9244	36.7807	40.2893	42.7956
23	9.26042	10.1957	11.688	13.0905	14.8479	18.137	22.3369	27.1413	32.0069	35.1724	38.0756	41.6384	44.1812
24	9.88623	10.8564	12.401	13.8484	15.6587	19.037	23.3367	28.2411	33.1962	36.4150	39.3640	42.9798	45.5585
25	10.5196	11.5239	13.119	14.6114	16.4734	19.939	24.3366	29.3388	34.3816	37.6524	40.6464	44.3141	46.9278
26	11.1602	12.1981	13.843	15.3792	17.2919	20.843	25.3365	30.4346	35.5632	38.8851	41.9231	45.6416	48.2898
27	11.8076	12.8785	14.573	16.1514	18.1139	21.749	26.3363	31.5284	36.7412	40.1132	43.1945	46.9629	49.6449
28	12.4613	13.5647	15.307	16.9279	18.9392	22.657	27.3362	32.6205	37.9159	41.3371	44.4607	48.2782	50.9933
29	13.1211	14.2564	16.047	17.7084	19.7677	23.566	28.3361	33.7109	39.0875	42.5569	45.7222	49.5878	52.3356
30	13.7867	14.9535	16.790	18.4927	20.5992	24.477	29.3360	34.7997	40.2560	43.7729	46.9792	50.8921	53.6719

MUNDARIJA

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENT

S.O.XOMIDOV

VAQTLI QATORLAR TAHLILI

Toshkent – «INNOVATSION RIVOJLANISH
NASHRIYOT-MATBAA UYI» – 2022

Muharrir:	
Texnik muharrir:	M.Tursunov
Musavvir:	A. Shushunov
Musahhih:	L. Ibragimov
Kompyuterda sahifalovchi:	M. Zoyirova

E-mail: nashr2019@inbox.ru Tel: +99899920-90-35
№ 3226-275f-3128-7d30-5c28-4094-7907, 10.08.2020.
Bosishga ruxsat etildi 05.09.2022.
Bichimi 60x84 $^{1}/_{16}$. «Timez Uz» garniturasi.
Ofset bosma usulida bosildi.
Shartli bosma tabog‘i: 15,0. Nashriyot bosma tabog‘i 14,25.
Tiraji: 50. Buyurtma №

«INNOVATSION RIVOJLANISH NASHRIYOT-MATBAA UYI»
bosmaxonasida chop etildi.
100174, Toshkent sh, Olmazor tumani,
Universitet ko‘chasi, 7-uy.