УЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА
ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ
АБУ РАЙХОН БЕРУНИЙ НОМЛИ ТОШКЕНТ
ДАВЛАТ
ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ

"Нефт ва газ конларини ишлаш ва
ишлатиш" кафедраси

Олий таълимнинг B-540300 "Нефт ва газ иши" йўналиши учун "Ер ости гидравликаси" фанидан маърузалар матни тўплами

Тошкент 1999й.

Муаллиф:
физика-математика фанлари номзоди,
доцент А.А. Арслонов

Тақризчилар:
«УзЛИТИнефтгаз» институти лаборатория
мудири, техника фанлари доктори
А.Х. Агзамов
«Муборакгаз» нефт-газ конлари бошқарма
бош муҳандиси, техника фанлари номзоди
П.Э. Аллақулов

1- маъруза
Сўз боши

Олий таълимнинг 540 000 «Саноат ва ишлов бериш» соҳалари В-540300 «Нефт ва газ иши» йўналиши ўқув режасидаги асосий фанлардан бири «Ер ости гидравликаси» фани ҳисобланади.

Ер ост гидравликаси ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг ҳаракати масалаларини ўрганади. Нефт ва газ саноати, гидрология, ирригация, кимё технология жараёнлари, тоғ жинслари механикаси ва шунинг каби бир қанча илмий йўналишларда ғовак муҳитда ҳаракати қонуниятларини билиш қатъий талаб қилинади.

Механика фанининг бу тармоғи амалиётнинг кўпгина соҳаларида қўлланилади, у бир қанча (тривиал бўлмаган физик эффектларга, амалий математика ва ҳисоблаш техникасининг замонавий ютуқларига асосланади, ўз навбатида ўзининг эҳтиёжи ва талаби билан бу фанлар ривожига туртки беради.

Ғовак муҳитда суюқлик ва газлар ҳаракатига бағишланган, фанниг йирик намоёндалари қаламига мансуб бир қанча дарслик ва монографиялар мавжуд. Ер ости гидродинамикаси бўйича Л.С. Лейбнзон, В.Н. Шелкачев, Б.Б. Лапук, М. Маскет, А. Шейдеггер, Р. Коллинз ва бошқа бирқанча дарслик ва монографиялар шулар сирасига киради.

Аммо шу кунгача ер ости гидрадинамикаси бўйича ўзбек тилида дарслик ёҳуд монография ёзилмаган.

Камина бу бўшлиқни тўлдириш мақсадида кейинги бир неча йил давомида Тошкент Давлат техник Университетининг нефт ва газ куллиёти талабларига ўқиган маърузалар асосида мана шу мўъжазгина маърузалар тўпламига тартиб бердим.

Бадиий ифода бобида ниҳоятда бой, гўзал ва чуқуртарихга эга бўлган она тилимиз илмий - техник жиҳатдан маълум сабабларга кўра XX аср тараққиёти натижаларини ифодалашда ҳозирги ўтиш даврида баъзи бир ҳолларда қийинчиликлар ва иккиланишга учраб турибди. Атамашунослик соҳасида олиб борилаётган изланишлар тез орада бу қийинчиликларга барҳам беришга аминмиз.

Шу сабабли давлат тилида илк бор ёзилган бу тўплам албатта камчиликдан холи бўлмас.

Хусусан нефт ва газ соҳаларининг русча-ўзбекча атамалар луғатида углеводород сўзи «карбонсувчил» деб таржима қилинган. Углерод ва водород бирикмалари қаторини ифодаловчи бу сўзни таржима қилиш зарур микан деган истихола билан биз ушбу қўлланмада ўзбек тилида ҳам углеводород сўзини ишлатдик. Шунга ўхшаш бошқа сўзлар ҳам учраши мумкин.

Ушбу маърузалар тўплами мавжуд бирор дарсликнинг таржимаси эмас, у муаллифнинг фикрича ер ости гидродинамикаси фанининг физик моҳияти, эришилган бугунги ютуқлари, амалиёт учун зарур бўлган асосий масалалари ва уларни ечиш усулларини тушунишга қаратилган.

Тўпламнинг ҳажми ва унга ажратилган муддатнинг талаби билан баъзибир масалаларда батафсилроқ тўхталиш имкони бўлмади.

Қўлланма нефть ва газ конларини ишлаш ва ишлатиш мутахассислиги бўйича бакалаврлик ва магистрлик курсларида таҳсил олаётган талабалар, шу йўналишларда илмий изланишда бўлган аспирантлар, илмий тадқиқот институтлари мутахассисларига мўлжаллаган.

2 - маъруза

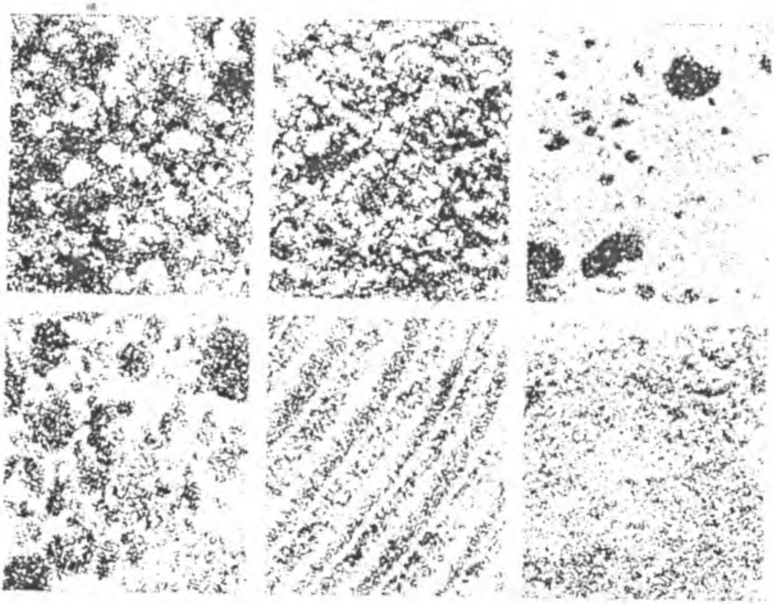
Ғовак муҳит ва унинг хусусиятлари.

Ғовак жисмнинг тузилиши ва таснифи.

Ғовак жисм деб, ҳар бирининг ўлгами жисмнинг ўлчамидан жуда кичик бўлган ва тартибсиз жойлашган кўп сонли бўшлиқларга (ғовакликка) эга бўлган жисмга айтилади.

Кўпгина табиий ва сунъий жисмлар ғовакдирлар. Мисол тариқасида челакдаги қум, оҳактош, тахта, нон бўлаги, кесак ва ҳоказоларни кўрсатиш мумкин.

Ғовак жисмнинг тузилиши, ундаги бўшлиқларнинг катталиги жуда хилма-хилдир (1-расм).



1 Расм. Табиий ғовак жисмларга мисоллар.

А - қирғоқдаги қум, Б - қумтош,

В - оҳактош, Г - жавдар нони бўлаги,

Д - ёғоч, Е - одам ўпкаси.

Шунга қарамай жисмлардаги ғовакликни маълум даражада таснифлаш мумкин. Агарда ғовак жисм ва суюқлик орасидаги ўзаро муносабатдан келиб чиқадиган бўлсак, ғовакликларни учта асосий гуруҳларга бўлиш мумкин. Жуда кичик бўшлиқларда суюқлик ва жисм орасидаги молекуляр кучлар таъсири ниҳоятда катта бўлади. Бундай бўшлиқлар молекуляр ғовакликлар деб юритилади. Жуда катта йирик бўшлиқларда суюқлик ҳаракатида жисм яъни бўшлиқ деворининг таъсири ҳал қилувчи роль ўйнамайди. Бундай бўшлиқларни коваклар дейилади ва ниҳоят, катталиги жиҳатидан молекуляр ғовакликлар ва коваклар оралиғида жойлашган бўшлиқларга ғоваклар дейилади.

Ғоваклар ўзаро боғланган - очиқ ёҳуд боғланмаган - ёпиқ бўлиши мумкин. Суюқлик фақатгина очиқ, ўзаро боғланган ғовакликларда ҳаракат қилиши мумкин. Ўзаро боғланган ғовакликлар актив ғоваклар, барча ғоваклар умумий ғовакликни ташкил этади.

Баъзан ғоваклар ҳам катталиги жиҳатидан таснифланади. Хусусан оҳактош ва доломитларда тоғ жинси (жисм)нинг эриши натижасида ҳосил бўлган унча катта бўлмаган бўшлиқлар жеодлар ва улар ташкил қилган ҳажм жеод ҳажм дейилади.

Ғовак жисмлар тузилиши жиҳатидан тартибланган ва тартибсиз ғовакликка эга бўлади. Масалан, бир хил катталикдаги шарларнинг мунтазам равишда жойлашиши натижасида тартибланган ғовакликка эга бўлган жисм ташкил топади. Бир бўлак нон эса, тартибсиз ғовакликларга эга бўлган жисмга мисол бўла олади.

Ғовак жисмнинг тузилиш ва хусусиятлари.

Сунъий ва табиий ғовак жисмларда бўшлиқлар тартибсиз равишда жойлашган. Шу сабабли бундай жисмларнинг тузилиши фақатгина статистик жиҳатдан тавсифланиши мумкин.

Бироқ, бундай жисмлар ичида суюқликнинг ҳаракати макроскопик нуқтаи назардан аниқ катталиклар воситасида ўрганилиши мумкин. Бундай ҳалат газларнинг кинетик назариясидаги ҳалатга жуда ўхшайди иккала ҳолда ҳам ўзгарувчи катталиклар микроскопик жиҳатдан тасодифий миқдорлар сифатида талқин қилинмоғи керак бўлса, макроскопик жиҳатдан ўрганилганда бир нечта тўла аниқланиши мумкин бўлган ўзгарувчи катталикнинг киритилиши кифоя.

Масалан: ҳажм, босим, ҳарорат ва ҳоказо.

Ғовак жисмлар макроскопик хоссаларининг микроскопик хусусиятларига боғлиқлигини ўрганиш бир қанча назарияларга мавзу бўлган. Бу назарияларнинг кўпчилигида ғовак жисмларнинг макроскопик хусусиятлари билан ғовакликнинг ўлчам жиҳатидан тарқалиши орасидаги боғлиқлик ўрганилган. Баъзи бир назарияларда жисм макроскопик хусусиятининг унинг скилетини ташкил қилувчи доналар катталиги тақсимотига боғлиқлиги ўрганилган.

Бу назариялар ғовак муҳитда юз берадиган жараён физикасини ўрганишга бирмунча ёрдам берсада, макроскопик масалаларни ечишга қўллашга ярамайди.

Ғовак муҳитда суюқликларнинг сирқиши макроскопик назариясини икки хил йўл билан тузиш мумкин. Улардан бири статистик, микроскопик қонуниятлар асосида муайян макроскопик қонунларни келтириб чиқаришга асосланган (газлар кинетик назарияси асосида Бойл-Мариотт қонунининг келтириб чиқарилиши сингари).

Иккинчиси асосий макроскопик қонунларни илмий тажриба натижаларига таяниб чиқаришга асосланган.

Ғовак муҳитда суюқликлар ҳаракатининг мавжуд барча статистик назариялари макроскопик ходисаларни ўрганишга яроқсиз эканлигини назарда тутиб, амалда иккинчи-ҳаракат қонунларини тажриба натижаларига таяниб чиқариш йўли қўлланилади.

Микроскопик жараёнлар ва жисмнинг тузилиш хусусиятлари шунчаки макроскопик жараёнларни талқин қилиш мақсадида ўрганилади.

Кейинги параграфларда ғовак муҳитда суюқликлар ҳаракатини ўрганишда муҳим аҳамиятга эга бўлган макроскопик хусусиятлар ҳақида сўз боради. Бу хусусиятларнинг барчаси жисмнинг етарлича катта ҳажмга ва шу сабабли жуда кўп миқдордаги ғовакликларга эга бўлган намуналари учунгина ўринлидир.

Ғоваклик

Ғовак жисмнинг ғоваклиги ёҳуд ғоваклик коэффициенти деб, ундаги бўшлиқлар эгаллаган ҳажмнинг жисм умумий ҳажмига нисбатига айтилади ва m ҳарфи билан белгиланади.

$$m=\frac{V_б}{V_у}=\frac{\text{бўшлиқлар ҳажми}}{\text{умумий ҳажм}}$$

демак, бу катталик ўлчов бирлигига эга эмас. Икки хил ғоваклик мавжуд: абсолют, ёки умумий ғоваклик ҳамда актив ғоваклик. Жами бўшлиқлар ҳажмининг намуна умумий хажмига нисбати абсалют ғоваклик дейилади.

$$(V_{1U}-V_у-V_б)P_1=(V_{1U}-V_у+V_6+V_2)P_2$$

ёки

$$(V_{1U}-V_у+V_6)(P_1-P_2)=V_{2U}P_2$$

бундан

$$V_{1U}-V_у+V_6=V_{2U}\frac{P_2}{P_1-P_2}$$

келиб чиқади.

Бу тенгликда бўшлик ҳажми V_6 дан бошқа барча катталиклар бизга маълум бўлганлигидан намудаги актив бўшлик хажмини ҳисоблаш учун

$$V_6=V_у-V_{1u}-V_{2u}\frac{P_2}{P_2-1} \qquad (1)$$

формулага эга бўламиз.

Намунадаги ўзаро боғланган бўшлиқлар ҳажмининг умумий ҳажмга нисбати – актив ғовакликни ташкил қилади.

Кўпгина вулканик тоғ жинслари умумий ғоваклиги юқори бўлишига қарамай нисбатан кичик актив ғовакликка эга. Актив ғоваклик жисм ўтказувчанлигига таъсир қилади, аммо уни тўла характерлай олмайди.

Ғовак жисмга таъсир этувчи кучлар мувозанатининг бузилиши натижасида унинг сиқилиши жисм ғоваклигининг камайишига, ва аксинча физик эрозия, ишқор билан ювилиш жараёнлари ғовакликнинг ортишига олиб келади.

Ғовакликни ўлчаш усуллари

Ғоваклик тушунчасига берилган таърифдан кўриниб турибдики унинг қийматини ўлчаш учта катталик – жисм умумий хажми, ундаги бўшлиқлар ҳажм ва жисм скелетини ташкил қилувчи тоғ жинслари ҳажмидан ихтиёрий иккитасини ўлчаш кифоя.

Бевосита улчаш усули

Бунда аввал жисм (намуна)нинг умумий ҳажми ўлчанади, сўнгра намуна эзиб талқон ҳолига келтирилади ва ҳосил бўлган талқон ҳажми ўлчанади. Маълумки намуна талқон ҳолига келтирилганда ундаги ғовакликлар йўқолади, демак талқон ҳолига келтирилгандаги намуна ҳажми уни ташкил қилувчи тоғ жинсларининг хажмидан иборат. Ундаги бўшлиқлар ҳажми эса умумий ҳажмдан тоғ жинслари хажмининг айирмасига тенг, яъни:

$$V_б = V_У - V_C$$

бу ерда V_C - скелет, яъни тоғ жинсларининг ҳажми.

Газнинг кенгайишига асосланган усул

Келтирилган бевосита ўлчаш усули ёрдамида умумий ғоваклик аниқланади. Ғовак муҳитда суюқлик ҳаракати фақат актив ғоваклик орқали амалга ошади.

Актив ғовакликни ўлчашнинг энг тарқалган усули, газни кенгайишига асосланган усулдир. Бу усулга мувофиқ намуна ҳаво ёки газ билан тўлдирилган идишга жойланади. Сўнгра бу идиш иккинчи ҳавоси сўриб олинган идиш билан боғланади. Иккала идишнинг ҳам ҳажмини билган ҳолда уларни ўзаро боғлаш натижасида биринчи (намуна солинган) идиш босимининг ўзгаришини ўлчаб, Бойл-Мариотт қонунига мувофиқ намунадаги актив бўшлиқ ҳажми қуйидагича аниқланади.

$$V\text{б} = V_{у} - V_{1и} - V_{2и}\,\frac{P_2}{P_2 - P_1} \qquad (1.1)$$

Бу ерда: $У_б$ - намунанинг актив ғоваклиги :

$У_у$ - намунанинг умумий ҳажми:

$У_{1и}$ - намуна жойлаштирилган идиш ҳажми:

$У_{2и}$ - ҳавоси сўриб олинган иккинчи идиш ҳажми:

P_1 - бошланғич босим:

P_2 - идишлар ўзаро боғлангандан кейинги босим.

Зичликни ўлчашга асосланган усул

Ғовак жисмнинг массаси унинг скелетини ташкил қилувчи тоғ жинслари массасига тенг, яъни:

$$m = \rho_c V_c = \rho_y V_y$$

Бу ерда m - намуна массаси, P_c ва P_y мос ҳолда скелет (тоғ жинси) ва намунанинг умумий зичлиги.

Демак

$$m = \frac{V_y - V_c}{V_y} = \frac{V_y - \frac{\rho_y}{\rho_c} c V_y}{V_y} = 1 - \frac{\rho_y}{\rho_c} \qquad (1.2)$$

Намунанинг умумий зичлиги унинг ҳажмини ва оғирлигини ўлчаш орқали аниқланади. Намунани толқонга айлантириб эса уни ташкил қилган тоғ жинсларининг зичлиги (P_c) аниқланади. Ўз-ўзидан маълумки бу усул билан умумий ғоваклик ўлчанади.

Суюқлик сингдириш усули

Тоғ жинсларининг намланишига ва сувни шимилишга мойиллигига асосланган ва нефт саноатида кенг қўлланиладиган бу усул бевосита актив ғовакликни ўлчашга имкон беради.

Агар ҳавоси сиқиб чиқарилган намуна сувга ботирилса тахминан бир ҳафта ичида унинг барча бўшлиқлари сувга тўлади ва массаси

$$M^1 = M + \rho_c V_й \qquad (1.3)$$

бунда pc - сувнинг зичлиги (=1)

М- қуруқ намунанинг массаси.

Демак

$$V_й = \frac{M^1 - M}{\rho_c}$$

Намунанинг актив ғоваклигини аниқлаш учун энди жисм умумий ҳажми ўлчанса бас. Намунани сувга тўйинтириш учун керак бўлган вақтни ҳисобга олмаганда бу усул қўлланилаётганлари орасида энг қулайи ҳисобланади.

3 - маъруза

Нисбий юза ва уни ўлчаш

Ғовак жисмнинг нисбий юзаси ($\sum$) ундаги барча ғовакликла сиртининг ҳажмга нисбатига тенг. Ғовак жисм нисбий юзасининг ўлчо бирлиги L^{-1}.

Нисбий юза тушунчаси кимё саноатида реактор, сирқиш ва ио алмашиниш колонналарини лойиҳалаштиришда кенг қўлланилади.

Бинобарин кичик доналарнинг бирикишидан ташкил топган ғова жисмлар йирик доналар бирикмасидан ташкил топганига кўра жуда катт нисбий юзага эга бўлади.

Нисбий юза ғовак жисм ўтказувчанлигини аниқловчи асоси омиллардан биридир.

Ҳар қандай ғовак жисмнинг таркибий тузилиши ўта мураккаблиги сабабли унинг нисбий юзасини бевосита аниқлашга имкон йўқ. Ш сабабли ғовак жисм нисбий юзаси статистик усуллар ёҳуд бирор-би билвосита усул ёрдамида аниқланади.

Статистик усул

Бу усул қўлланилганда намунанинг исталган кесимининг n- март катталаштирилган фотосурати олиниб, унда жуда кўп марта тасодифи равишда узунлиги L бўлган игна отилади ва:

- игнанинг ғоваклик (бўшлиқ) ичига қадалиши сони h;
- ғоваклик деворига санчилиш сони с ҳисобланади.

Эҳтимоллар назариясига биноан ғовак жисм нисбий юзаси қуйидаги формула

$$\sum=4mc.n/lh \qquad (1.4)$$

билан ҳисобланади.

Суюқлик ҳаракатидан фойдаланишга асосланган усул

Ғовак жисм нисбий сирти унинг ўтказувчанлиги унин ўтказувчанлиги билан боғлиқлиги Козени тенгламаси билан ифодаланади Амалётда кенг тарқалган, ўтказувчанлик қийматидан фойдаланиб ғовак жисм нисбий сиртини топиш усули ана шу формулага асосланган.

$$K = \frac{Cm^3}{\sum^2} \qquad (1.5)$$

бунда

K - ўтказувчанлик

C - капилляр трубкаларнинг кўндаланг кесими геометрик шаклига боғлик бўлган ўлчов бирлигисиз доимий катталик.

m - ғоваклик коэффиценти.

Агар трубкаларнинг кўндаланг кесими доира шаклида бўлса С-0,5, квадрат шаклида бўлса С=0,5619, тенг томонли учбурчак учун С=0,5974.

С - Козени доимийлиги деб юритилади.

Ўтказувчанлик.

Ўтказувчанлик ғовак жисмларнинг жисмга қўйилган босим градиенти таъсири остида ўзидан суюқлик ўтказиш имкониятини тавсифловчи ҳусусиятидир. Бу хусусиятни ифодаловчи параметр биринчи бор 1856 йилда Француз мухандиси Дарси томонидан киритилган. Шу сабабли ўтказувчанликни тажрибада ўлчаш мумкин бўлган катталиклар орқали ҳисоблаш тенгламаси Дарси қонуни деб юритилади.

Агар сиқилмайдиган суюкликнинг кўндаланг кесими А ва узунли L бўлган горизантал трубкадаги тўғри чизиқли барқарор ҳаракати қаралса, у ҳолда жисм (трубкани ташкил қилган)нинг ўтказувчанлиги

$$K = \frac{q\mu}{A(\Delta p / L)} \qquad (1.6)$$

Бу ерда:

q- суюқликнинг ҳажм ўлчовидаги чиқими:

μ- суюқлик қовушқоқлик коэффиценти:

Δр - l- узунликдаги намунанинг (трубканинг) четларига қўйилган босим фарқи.

Ўтказувчанлик ғовак жисмнинг тузилиш структурасига боғлиқ параметр. Унинг ўлчов бирлиги узунликнинг квадратига яъни юза ўлчов бирлигига тенг. Кўпчилик ғовак жисмлар тузилиш структураси йўналишга боғлиқ. Шу сабабли бундай жисмдан кесиб олинган кубнинг ҳар бир томонига перпендикуляр ҳаракатга нисбатан унинг ўтказувчанлиги ҳар хил бўлади.

Бундай ғовак жисмлар анизотропик жисмлар дейилади. Агарда учала фазовий йўналиш бўйича ҳам жисм бир хил ўтказувчанликка эга бўлса, бундай жисмлар изотропик жисмлар дейилади. Ўтказувчанликнинг энг кўп қўлланиладиган ўлчов бирлиги - дарси (δ).

Агар узунлиги 1 см бўлган куб қарама-қарши томонларига қўйлган босим фарқи 1 атм бўлганда қовушқоқлиги 1сП бўлган суюқликнинг чиқими 1 см^3/сек. ни ташкил қилса, бундай жисмнинг ўтказувчанлиги 1дарси деб қабул қилинган.

яъни;

$$\frac{1(см^3/сек).1(сП)}{1.(см^3).1(атм/см)} \qquad (1.7)$$

Ўтказувчанлиги кичик бўлган жисмлар учун дарсининг мингдан бир бўлаги миллидарси қўлланилади.

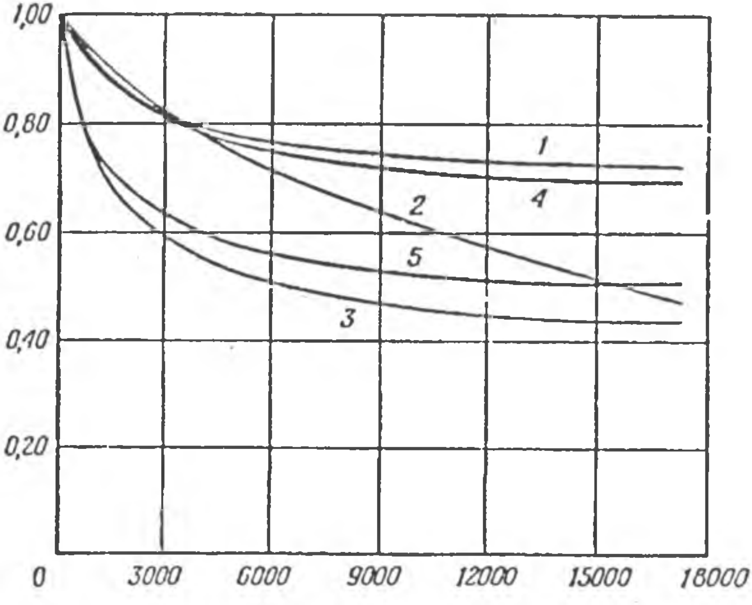
1мδ=0,001δ.

Ўтказувчанликка таъсир этувчи омиллар.

Тоғ жинсларининг зичланиши.

Зичланиш натижасида нафақат жисм ғоваклиги, унинг ўтказувчанлиги хам камаяди. Толасимон жисм (ёғоч, қоғоз, изоляцияловчи жисмлар ва ҳоказо)ларда кескин ўзгариш юз беради ва аксинча бўшоқ жисмларда (қум, қаттиқ доналардан иборат кукун) ўзгариш нисбатан кам сезилади.

Бўшоқ жисмлар ўтказувчанлигини сезиларли даражада ўзгариши учун нисбатан катта сиқувчи куч қўйилиши талаб қилинади. Мустахкам жипслашган тоғ жинсларида ўтказувчанликнинг сезиларли даражада камайиши жуда юқори босим таъсиридагина рўй бериши мумкин. Кўпгина материалларда ўтказувчанликнинг босимга боғлиқлиги тўйинганликнинг ўзгариш чизиғига ўхшаш хусусиятга эга. Яъни босимнинг маълум бир қийматидан сўнгги ўсиши ўтказувчанликка деярли таъсир қилмайди. Бу хусусият баъзи бир чўкинди жинслар учун 2-расмда келтирилган.



2 расм. Мустаҳкам жипслашган тоғ жинсларида сиқилишнинг ўтказувчанликка таъсири.
абцисса ўқи бўйича: сиқувчи куч = 0,07 кг/см^2
ордината ўқи бўйича: сиқувчи куч таъсиридаги ўтказувчанликнинг, бундай кучлар таъсир қилмагандаги қийматига нисбати.

Гил катламларининг бўкиши.

Кўпгина жипслашган қумтошлар таркибида маълум даражада гил ва балчиқ (лой) учрайди. Бу гил ва балчиқлар кўп миқдорда чучук сув шима олиш ва бўкиш хусусиятига эга. Бундай тоғ жинслари ўтказувчанлигини ўлчаш учун чучук сув қўлланилганда уларнинг ўтказувчанлиги кескин камайиши мумкин. Бу холатнинг олдини олиш учун ўлчашда ишлатиладиган сувга хлорли натрий ёки хлорли калий тузлари қўшилиб шўрлантирилади.

Ишқорий ювилиш.

Карбон оксидли калцийнинг чучук сувда эриши сабабли, ғовак оҳактошларда сув сизилиши давомида ғовакликлар деворининг сувда ювилиши юз беради. Бу жараён жисм ўтказувчанлигини ўсишига олиб келади.

Бундай жисмлар ўтказувчанлигини ўлчаш давомида кўрсатилган омилни бартараф қилиш мақсадида карбон оксидли калцийга тўйинтирилган суюқлик қоришмаси қўлланилади.

Тоғ жинслари тузилишининг механик ўзгариши.

Жипслашмаган материалларга қовушқоқ суюқликнинг сизилиш давомида жисмни ташкил қилувчи дона ва заррачаларга маълум миқдорда механик куч таъсир қилади.

Эгри чизиқлар ўтказувчанликнинг ҳар хил қийматига мос келади (миллидарси ҳисобида): 1-3,86; 2-40,8; 3-45,0; 4-4,35; 5-6,32 (Фатт ва Дэвис тажрибалари).

Бу кучлар материал тузилишини ўзгартириши натижасида унинг ўтказувчанлик қобилятини ҳам ўзгартиради. 1- жадвалда баъзи бир типик ғовак материалларнинг физик хусусиятлари қиймати берилган.

Ғовак жисм хусусияти	Ғоваклик	Нисбий юза ($см^2/см^3$)	Ўтказувчанлик даражаси	Ким ўлчаган
кварц кукуни	0,37-0,49	$6,8 \bullet 10^3 - 8,9 \bullet 10^3$	$1,3 \bullet 10^{-2} - 5,1 \bullet 10^{-2}$	Карман, 1938
бўшоқ қум	0,37-0,5	$1,5 \bullet 10^2 - 2,2 \bullet 10^2$	20-180	Карман, 1938
тупроқ	0,43-0,54	$2 \bullet 10^3 - 4 \bullet 10^3$	29-140	Пеерпкамп, 1948
қумтош	0,08-0,38	$1,5 \bullet 10^4 - 10 \bullet 10^4$	$5 \bullet 10^{-4} - 3,0$	Маскет, 1537
оҳактош	0,04-0,10	$0,15 \bullet 10^4 - 1,3 \bullet 10^4$	$2 \bullet 10^{-4} - 4,5 \bullet 10^{-2}$	Лок и Блис, 1950
ғишт	0,12-0,34	$3 \bullet 10^3 - 5 \bullet 10^4$	$4,8 \bullet 10^{-3} - 2,2 \bullet 10^{-1}$	Стол и Джонсон, 1940
тери	0,56-0,59	$1,2 \bullet 10^4 - 2,1 \bullet 10^4$	$9,5 \bullet 10^{-2} - 1,2 \bullet 10^{-1}$	Миттон, 1945
шиша тола.	0,88-0,93	$5,6 \bullet 10^2 - 7,7 \bullet 10^2$	24-51	Унггинс ва бошқалар 1939

4 - маъруза
Ғовак материалнинг механик хоссалари.

Одатда ғовак муҳитда суюқликлар харакати массаларида муҳитни механик хусусиятлари унчалик катта таъсир кўрсатмайди деб ҳисоблана Бироқ катта чуқурликда жойлашган чўкинди жинслар механ хусусиятлари уларда нефт, газ ва сув ҳаракатига сезирарли таъс кўрсатиши мумкин. Нефт саноатида тоғ жинсларининг сиқилувчанлиги чидамлилигини аниқлаш бўйича бир қанча тадқиқотлар олиб борилган.

Ғовак тоғ жинсларининг сиқилувчанлиги.

Сиқилувчанлик қуйидаги муносабат билан аниқланади.

$$C_y = -\frac{1}{V_y}\frac{\partial V_y}{\partial p} \qquad (1.8)$$

бу ерда: P - ташқи таъсир кучи, гидростатик босим.

V_y - жисмнинг умумий ҳажми.

$\frac{\partial V_y}{\partial p}$ -ташқи куч - босим таъсирида жисм умуми ҳажмининг ўзгариши.

C_y - жисмнинг умумий сиқилувчанлиги.

Шунинг сингари жисмнинг ғовак қисми яъни бўшлиқлар ҳамд унинг скелетини ташкил қилувчи қаттиқ тоғ жинсларинин сиқилувчанликлари $C_б$ ва C_C аниқланиши мумкин.

$$C_б = -\frac{1}{V_б}\frac{\partial V_б}{\partial p} \qquad C_C = -\frac{1}{V_к}\frac{\partial V_к}{\partial p}$$

Агарда $V_y = V_б + V_C$ ва $m=\frac{V_б}{V_y}$

эканлигини ҳисобга олсак

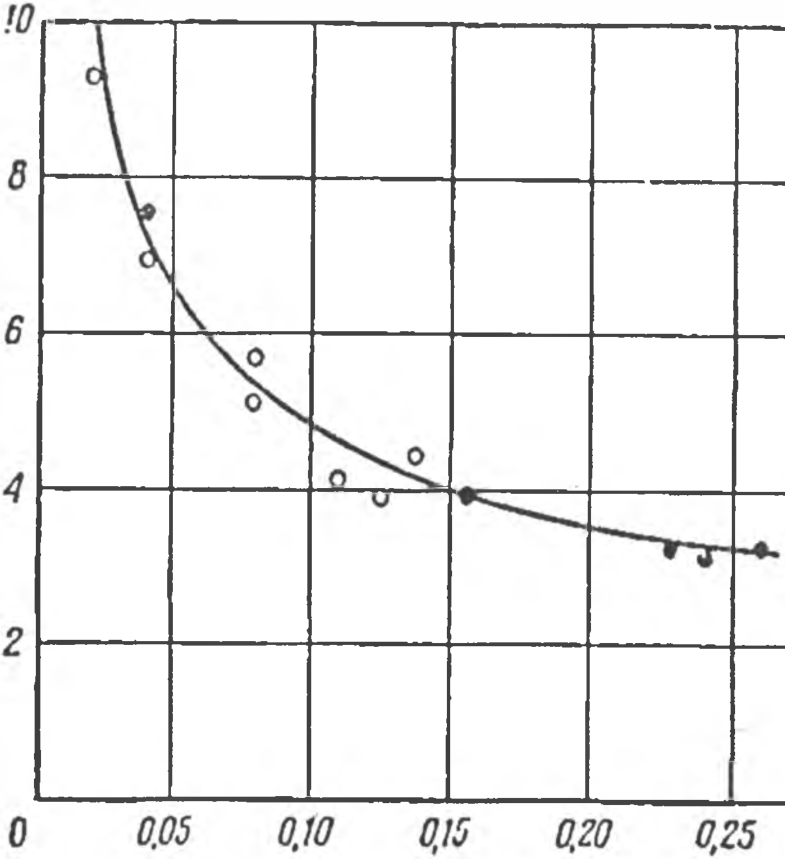
$$C_y = -\frac{1}{V_y}\frac{\partial(V_б+V_c)}{\partial P} = -\frac{1}{V_y}\left(\frac{\partial V_б}{\partial P}+\frac{\partial V_c}{\partial P}\right) = \frac{1}{V_y}\left(-\frac{V_б}{V_б}\frac{\partial V_б}{\partial P}-\frac{V_c}{V_c}\frac{\partial V_c}{\partial P}\right) =$$

$$= \frac{1}{V_y}\left(V_б C_б + V_c C_c\right) = \frac{V_б}{V_y}C_б + \frac{V_y - V_б}{V_y}C_c = mC_б + (1-m)C_c$$

яъни

$$C_y = mC_б + (1-m)\,C_c$$

муносабатни келтириб чиқарамиз. 1.3-расмда тоғ жинслари ғовак қисми сиқилувчанлигининг ғоваликка боғлиқлиги кўрсатилган.



1.3.-расм. Тоғ жинсларининг ғоваклик бўйича сиқилувчилиги.

Абцисса ўқи бўйича: ғоваклик

Ордината ўқи бўйича: ғовакликларнинг сиқилувчанлиги $\cdot 10^6$.

● - қумтош, ○ - оҳактош.

Тоғ жинсларининг сиқилишига қаршилиги.

Ғовак оҳактошлар, қумтошлар ҳамда гилли сланцлар тадқиқоти давомида ғовак жисм таранглик ҳолатининг жисмнинг сиқилишга қаршилигига катта таъсир кўрсатиши аниқланган. Хусусан жисм бўшлиғидаги суюқлик босими ва жисмга таъсир қилувчи ташқи босим фарқининг миқдори (қиймати) жисмнинг механик парчаланиш хусусиятини аниқлайди. Бу фарқнинг ўсиб бориши давомида жисм парчаланиш характери мўрт парчаланишидан токим қайишқоқ парчаланишгача ўзгариши кузатилган.

Ғовак муҳитда суюқликларнинг турғунлик ҳолати

Тўйинганлик

Ғовак муҳитда бўшлиқлар қисман бир суюқлик, қисман бошқа суюқлик ёки газлар билан тўлдирилган бўлиши мумкин. Бундай ҳолларда ҳар бир суюқлик ёки газ бўшлиқнинг қанча қисмини эгаллаши ҳақидаги масала пайдо бўлади.

Ғовак муҳит бўшлиғининг муайян бир модда эгаллаган қисмининг умумий бўшлиқа нисбати ғовак муҳитнинг шу моддага тўйинганлиги дейилади, яъни:

S = муайян модда эгаллаган бўшлиқ ҳажми умумий (2.1) бўшлиқ ҳажми.

Келтирилган таъриф бўйича ўз-ўзидан маълумки муҳит бўшлиғида икки хил модда бўлса, у ҳолда

$$S_1+S_2=1 \qquad (2.2)$$

уч хил модда бўлса,

$$S_1+S_2+S_3=1$$

бўлади

Тўйинганлик ўлчов бирлигисиз катталикдир. Тўйинганлик макроскопик хусусият бўлиб, унда модданинг ғоваклиқлар бўйича тақсимоти эътиборга олинмайди.

Тўйинганликни ўлчаш усуллари

Тўйинганликни ўлчашнинг кенг тарқалган усуллари қуйидагилардан иборат.

Хажм баланси усули

Агар ғоваклиги маълум бўлган жисм намунасида бирор бир суюқлик (масалан 1-суюқлик) бўлмасада ва унга V_1 ҳажмдаги шу суюқлик шимдирилса у ҳолда намунанинг 1-суюқлик билан тўйинганлиги

$$S_1=\frac{V_1}{mV_s} \qquad (2.3)$$

ифода билан аниқланади. Худди шунингдек бошланғич ҳолатда намуна бўшлигида биринчи суюқлик бўлган ҳолда уни бошқа турдаги, 1-суюқлик билан қоришмайдиган модда ёрдамида сиқиб чиқариш йўли билан V_1 ва демак S_1 аниқланади.

Тарозида тортиш усули

Ғовак муҳит икки хил ўзаро қоришмайдиган моддалар билан тўйинган ҳолда, ҳар бир моддага нисбатан тўйинганлик тарозида тортиш усули билан аниқланиши мумкин. Масалан, ғовак муҳит намунасининг аввал газ билан тўлдирилган ҳолдаги оғирлиги аниқланса (тарозида тортилиб) ва сўнгра зичлиги ρ_c бўлган суюқлик билан қисман тўлдирилса у ҳолда суюқлик билан тўйинганлик қуйидаги формулага мувофиқ аниқланади.

$$S_c = \frac{W_2 - W_1}{m\rho_c V_c . g}$$

Бу ерда W$_1$ - намунанинг газ билан тўйинган ҳолдаги оғирлиги;

W$_2$ -унга S$_c$ -тўйинганликка қадар ρ_c - зичликдаги суюқлик шимдирилган ҳолдаги оғирлиги;

g - эркин тушиш тезланиши.

Электр каршилиги усули

Агар электр токини ёмон ўтказадиган ғовак жисм қисман токни яхши ўтказадиган суюқлик билан тўлдирилса (масалан хлорли натрий эритмаси билан) унинг суюқликка нисбатан тўйинганлиги электр қаришилигини ўлчаш усули билан Арчи қонунига мувофиқ аниқланиши мумкин. Ушбу қонунга мувофиқ

$$R=R_0S_c^{-r}$$

Бу ерда R-намловчи суюқлик билан S$_C$- тўйинганлик даражасида шимдирилган намунанинг нисбий қаршилиги;

r-тўйинганлик кўрсатгичи деб аталувчи доимийлик. Соф қумтошлар учун $r \approx 2$;

Ro - намунанинг нисбий қаршилиги.

Бу усул тарозида тортиш усули қўллаб бўлмайдиган ҳолларда ва суюқлик намуна бўйлаб бир текис тарқалган ҳолларда жуда қулай келади.

Рентген нурларини ютишдан фойдаланиш усули

Исталган жисмдан рентген нурлари ўтганда унинг интенсивлиги экспоненциал қонунга мувофиқ камаяди.

$$I=I_0\ \ell^{-\beta x}$$

Бунда x- нур йўналиши бўйича масофа,

I - нурнинг масофадаги интенсивлиги,

I$_o$- нурнинг жисм чегарасидаги яъни кириш нуқтасидаги интенсивлиги.

β - рентген нурларини ютиш коэффициенти.

Агар жисм икки хил суюқлик билан тўйинган бўлса ва уларнин бирида рентген нурларини яхши ютувчи туз эритилган бўлса, у холда бирор суюқлик билан тўйинганликнинг ўсиши рентген нурларинин умумий ютилишига катта таъсир қилиши мумкин. Бу эса шу суюқлик билан тўйинганликни аниқлашга ёрдам беради. Бу усул унчалик юқори аниқликка эга бўлмасада икки фазали оқим шароитида қўллашга кулайлик беради.

5 - маъруза
Капилляр босим

Агарда икки ўзаро қоришмайдиган суюқлик бир-бири билан туташса, туташ чизиғида улар орасида босимнинг кескин ўзгариши рўй беради. Бу ўзгариш қиймати туташиш сиртининг эгрилиги ҳамда суюқликлар хусусиятига боғлиқ бўлиб, капилляр босим деб юритилади ва у Лаплас формуласига биноан аниқланади

$$P_к = \gamma_{12}\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r^1}\right) \qquad (2.7)$$

Бу ерда r_1 r^1 ва $\gamma_{1\,2}$ - мос ҳолда туташиш сиртининг эгрилик радиуслари ҳамда нисбий эркин энергияси. Кўпинча сиртнинг нисбий эркин энергияси $\gamma_{1\,2}$ сирт таранглиги сифатида хам қаралади.

Агар икки қоришмайдиган суюқлик ўзаро туташиш билан бирга уларни чекловчи каттиқ жисм - ғоваклик девори (масалан копилляр трубка девори) билан туташса, туташиш сирти иккинчи суюқликда ғоваклик девори билан θ бурчак ҳосил қилади. Бу бурчак туташиш бурчаги дейилади ва Юнг тенгламаси билан

$$Cos\theta = \frac{\gamma_{к1} - \gamma_{к2}}{\gamma_{12}} \qquad (2.8)$$

Бунда: $\gamma_{к1}$, - қаттиқ жисм ва 1-суюқлик орасидаги чегара сирт таранглиги (эркин энергияси).

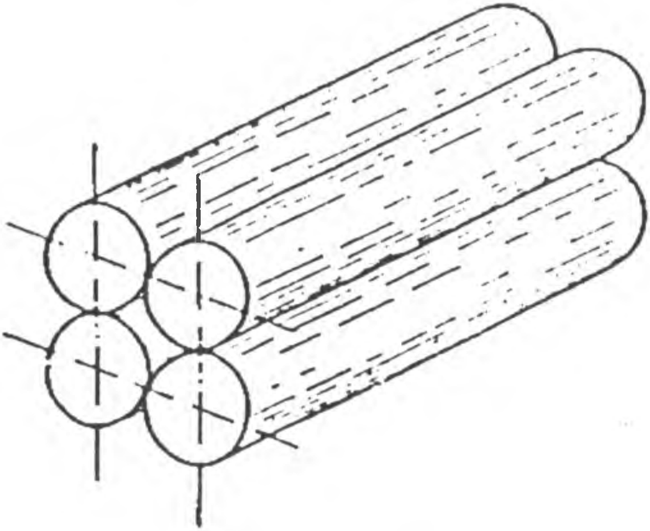
$\gamma_{к2}$ - қаттиқ жисм ва 2-суюқлик орасидаги чегара сирт таранглиги.

Сирт таранглигининг ўлчов бирлиги кучнинг узунлик ўлчовига нисбатига тенг. Кўпгина манбаъларда дина/см кўринишида берилади.

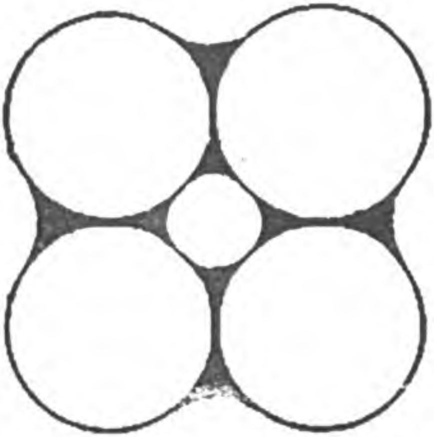
Агар $\gamma_{к1}$, > $\gamma_{к2}$ бўлса, θ - ўткир бурчак ва 2-суюқлик жисмни намлайди дейилади. Бу демак 2-суюқлик 1-суюқликка нисбатан қаттиқ жисмга сингишга ва кенг тарқалишга ҳаракат қилади. $\gamma_{к1} < \gamma_{к2}$ ҳолда бунинг акси бўлади.

Агар 1-суюқлик билан тўйинган ғовак жисмга 2- суюқлик ҳайдалса ва $\gamma_{к1} > \gamma_{к2}$ бўлса, у ҳолда 2-суюқлик бевосита қаттиқ жисмга унинг девори бўйлаб сингиш ҳамда ундан 1-суюқликни сиқиб чиқаришга ҳаракат қилади.

Бунда намловчи суюқлик жисмга сингиб, ундан намламайдиган суюқликни сиқиб чиқаришга интилади дейилади. Суюқликлар орасида мувозанат, намловчи суюқлик Юнг тенгламасига мувофиқ, суюқликлар орасидаги туташиш сиртининг энг катта эгрилигини таъминловчи барча ғоваклик ва тирқишларни эгаллагандагина рўй беради. Шундай қилиб, намловчи суюқлик биринчи навбатда энг кичик ғовакликларни тўлдиришга ҳаракат қилади. Эътироф этилган капилляр мувозанат жарасининг параллел цилиндрик трубкаларининг кубик жойлашишини модели (2.1 расм) мисолида яққол кўриш мумкин.



2.1-расм. Цилиндрик трубкаларнинг кубик шаклда жойлашиши.



2.2-расм. Кубик шаклда жойлашган шиша стерженлардан ташкил топган «Ғовак муҳитда» сув ва ҳаво орасидаги чегара сирти.

$\gamma_{к2}$=0 деб қабул қиламиз, у ҳолда $\gamma_{1,2} = \gamma_{к,1}$, ва cos θ= 1 демак θ=0.

Бундай қийматлар агар 1-суюқлик сифатида ҳаво, 2-суюқлик-сув ва цилиндрик трубкалар шишадан ясалган ҳолига тўғри келади. Бу ҳолда туташ сиртнинг эгрилик радуси $r^1 \rightarrow \infty$ ва демак суюқликлар орасидаги туташ сирти ҳам цилиндрик шаклда бўлади. Туташ сиртнинг кўндаланг кесими 2.2-расмда кўрсатилган. Мана шу шаклда тузилган идеал ғовак жисмнинг ғоваклиги осонгина ҳисобланади ва у:

$$m = 1-\pi/4 \qquad (2.9)$$

қийматга тенг бўлади.

2-суюқлик билан тўйинганликнинг туташ сиртининг эгрилик радуси r-га мос бўлган қиймати қуйидаги формула билан берилади.

$$S_2 = \frac{4}{3\pi}\left|\sqrt{\left(\frac{r}{R}\right)^2 + 2\frac{r}{R}} - \arccos\frac{R}{r+R} - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \arcsin\frac{R}{r+R}\right| \qquad (2.10)$$

Бунда R-цилиндр радуси. Капилляр босим эса

$$P_k = \frac{2\sigma}{r} \qquad (2.11)$$

га тенг бўлади.

Шундай қилиб ғоваклиликнинг идеаллаштирилган тузилиши ҳолида биз параметрик кўринишда тўйинганлик ва капилляр босим орасидаги боғлиқликни топишга муяссар бўлдик. Бу боғлиқликнинг графиги 2.3-расмда келтирилган. Бу боғлиқлик икки ёндош туташиш сиртларининг бир-бирига қўшилгунига қадар сақланади, ундан сўнг эса кўрсатилган сиртлар геометрияси бузилиб ўз барқарорлигини йўқотади.

Табиий ғовак материалларининг тузилиши жуда мураккаб ва тартибсиз. Шу сабабли улар учун тўйинганликнинг капилляр босимга боғлиқлигининг юқорида келтирилган ҳолдаги каби ифодасини топиб бўлмайди. Шунга қарамай, тўйинганликнинг ҳар бир қийматида капилляр босимни ўлчаш йўли билан бундай боғликлик аниқланиши мумкин.

Капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқлиги

Сирт таранглик кучлари бир суюқликнинг иккинчи суюқлик билан сиқиб чиқарилишига қаршилик қилиши ҳам, ёрдам бериши ҳам мумкин. Шу сабабли ғовак муҳитнинг намламайдиган суюқлик билан қисман тўйинганлигини таъминлаш учун намламайдиган суюқлик босими намлайдиган суюқликникига нисбатан юқорироқ бўлиши керак. Намлайдиган суюқлик босимини $P_н$ намламайдиган суюқлик босимини $P_{нм}$ билан белгиласак

$$P_{нм} - P_н = P_к\,(S_н) \qquad (2.12)$$

ифодани ҳосил қиламиз. Бошқача қилиб айтганда мувозанат ҳолатида намламайдиган суюқлик ва намлайдиган суюқлик босимларининг фарқи капилляр босимга тенг. (2.12) тенглама ғовак муҳитда капилляр босим таърифини ифодалайди.

Капилляр босимни ўлчаш усуллари

Гравитацион усул

Ғовак муҳитда капилляр босимнинг тўйинганлик функцияс сифатида қийматини ўлчашнинг дастлабки усули пўкак материаллар учу ишлаб чиқилган бўлиб, ҳозирда бу усул тупроқ тадқиқоти масалаларид кенг қўлланилади. Намламайдиган суюқликка тўйинган ғовак материа билан тўлдирилган вертикал трубкани кўрайлик. Трубканинг пастки уч намлайдиган суюқликка ботирилган бўлсин. Намлайдиган суюқлик сатҳин ноль деб қабул қилсак, ундан вертикал ўқ бўйича масофада иккал суюқлик босими қуйидаги формулалар ёрдамида топилади.

$$P_н = P_н(0) - \rho_H g z \qquad (2.13)$$

$$P_{нм} = P_{нм}(0) - \rho_{HM} g z \qquad (2.14)$$

Бунда $\rho_н$, $\rho_{нм}$ - мос равишда, намлайдиган ва намламайдига суюқликлар зичлиги; g - эркин тушиш тезланиши.

(2.13), (2.14) тенгламалар мувозанат шароитидагина маънога эга Бироқ кўрилаётган ҳолда, суюқликлар орасида мувозанат ўрнатилиш учун кўп вақт талаб қилиниши мумкин. Иккинчи тенгламада биринчисини айириб, капилляр босим таърифига кўра

$$P_k(z) = P_k(0) + (\rho_H - \rho_{HM})gz \qquad (2.15)$$

ҳосил қиламиз. Аммо z=0 кесимда ғовак материал тўлалигич намлайдиган суюқлик билан тўйинганлиги туфайли $P_К(0) = 0$.

Демак, z баландликда капилляр босим қуйидаги тенглама била ифодаланади.

$$P_k(z) = (\rho_H - \rho_{HM})gz \qquad (2.16)$$

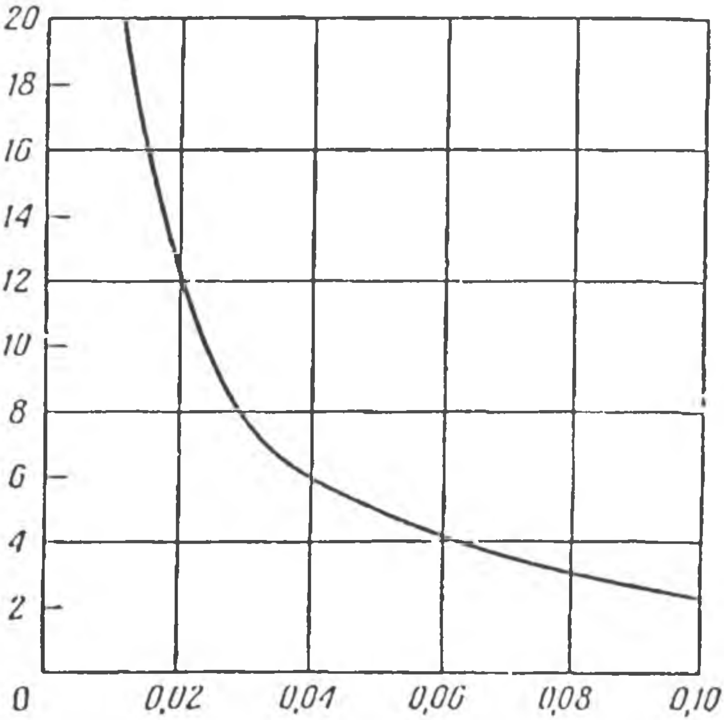
Агар мувозанат шароитида намуна зудлик билан кўндаланг йўналишда майда-майда бўлакларга бўлинса ва ҳар бир кесимда тўйинганлик ўлчанса капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқлик функциясини аниқлаш мумкин.

Замонавий ускуналарда намунани кўндалангига кесиш ўрнига трубка бўйича қатор ҳалқасимон электродлар ўрнатилади ва улар ёрдамида электр қаршилиги ўлчаниб, тўйинганлик аниқланади.

Суюқликни сиқиб чиқариш усули

Намлайдиган суюқликка тўйинтирилган ғовак жисм намунасини намламайдиган суюқликка тўлдирилган камерага жойлаб капилляр босим аниқланиши мумкин. Бунда намунанинг қуйи қисми фақатгина намлайдиган суюқликни ўтказиши керак, яъни бир томонлама ўтказувчи бўлиши зарур. Намуна қуйи кесимининг давомини ўлчаш идишини ташкил қилиши керак.

Агарда камерада намламайдиган суюқлик босимини секинлик билан кўтариб қандайдир бир қийматда ушлаб турилса намунага маълум даражада намламайдиган суюқлик сингийди. Бунинг натижасида намлайдиган суюқликнинг бир қисми сиқиб чиқарилади ва ўлчаш идишига келиб тушади. Намунада намлайдиган суюқлик босими атмосфера босимига тенглиги, намламайдиган суюқлик босими $P_{нм}$ ва тўйинганлик $S_{нм}$ нинг бевосита ўлчаниши капилляр босим $P_к$ ни ҳисоблаш имконини беради. Тажриба намламайдиган суюқлик босимининг ($P_{нм}$) бир қанча қийматларида қайтарилса, натижада капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқлиги $P_к = f(S_{нм})$ аниқланиши мумкин.



2.3-расм. Капилляр босимнинг намлайдиган суюқлик билан тўйинганликка боғлиқлиги.

Абцисса ўқи бўйича: намлайдиган суюқлик билан тўйинганлик $S_н$.

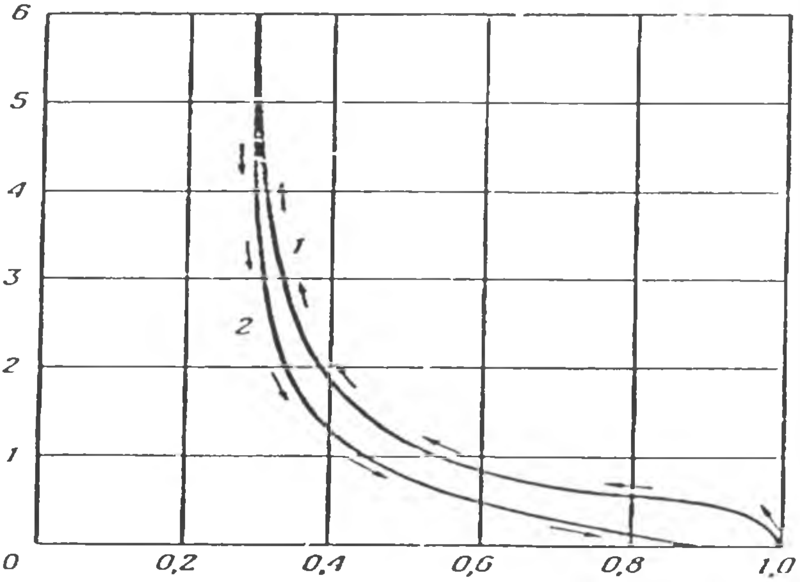
Ордината ўқи бўйича: $\frac{RP_к}{\gamma_{1,2}}$ - ўлчовсиз катталик.

Капилляр гистерезис

Капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқлигини аниқлашнин юқорида келтирилган усулларида намуна аввал намлайдиган ек намламайдиган суюқликка тўйинтирилади. Баъзи усуллар иккала ҳол ҳам қўлланилиши мумкин. Аммо бу иккала ҳолда олинган натижала солиштирилиб кўрилса улар орасида маълум бир фарқ борлиги аниланади. Бу ҳодиса капилляр гистерезис номини олган.

Капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқлигини ифодаловчи икк эгри чизиққа махсус номлар берилган. Намунани бошланғич ҳол намлайдиган суюқликка тўйинтирилганда олинадиган эгри чизиқ суюқликни сиқиб чиқариш эгри чизиғи дейилади. Бошланғич ҳол намламайдиган суюқликка тўйинтирилганда олинадиган эгри чизиқ сингдириш эгри чизиғи номи берилган. Қумтош намунасида сув в керосин учун олинган бундай эгри чизиқлар 2.4-расмда келтирилган.

Расмда келтирилган эгри чизиқлар хусусияти барча ҳоллар учу хосдир, яъни намлайдиган ва намламайдиган суюқликнинг ўзгариши еху намуна материалининг ўзгариши эгри чизиқларнинг жойлашиш ҳамл ўзгариш хусусиятига таъсир қилмайди.



2.4.-расм. Капилляр босимнинг намлайдиган суюқлик билан тўйинганликка боғлиқлигини ифодаловчи эгри чизиқларнинг типик кўриниши.

Ордината ўқи бўйича: Капилляр босим $P_к$ кг/см^2.

Абцисса ўқи бўйича: намловчи суюқлик билан тўйинганлик

1-сиқиб чиқариш, 2-сингдириш эгри чизиқлари.

Капилляр босимнинг туйинганликка боғлиқлигини ифодаловчи сингдириш ва сиқиб чиқариш эгри чизиқлари орасидаги фарқнинг сабаби, намловчи суюқликнинг намунага сингиши ёки ундан сиқиб чиқарилиши вақтида суюқликлар орасидаги туташиш сирти билан қаттиқ жисм орасидаги туташ бурчакнинг ҳар хиллигидир. Бундан ташқари эътироф этилган туташ бурчаги, ёки намланиши ҳам ўзгариб туриши мумкин экан.

Бу ҳолат айниқса нефт ва қатлам сувларининг биргаликда сизиш ҳолларида кўп учрайди. Масалан, буғланувчи эритгич суюқлик билан обдон тозаланган тоғ жинси намунасига нефт хайдаб кўрилгандаги жараёнда нефт намловчи суюқликдек ҳаракат қилади. Намуна қайта тозаланиб унга сув ҳайдалса намуна сув билан ҳам намланади. Нефт саноатида ҳозирги кунги долзарб масалалардан бири коллектор хусусиятига эга бўлган тоғ жинсларининг намланиши масаласидир.

Капилляр гистерезис ҳодисасини тўкилмас сиёҳдон мисолида ҳам кўриш мумкин.

Йўналиш ўқи бўйича симметрик шаклдаги капилляр трубкани олиб қарайлик. Ўқ йўналиши бўйича трубка кўндаланг кесими радуси тўлқинсимон ўзгарган бўлсин. Агар бундай трубканинг учи сувга маълум миқдорда туширилса, унда сув токим гидростатик, босим устуни капилляр босим билан тенглашмагунга қадар кўтарилади. Энди у бироз сувдан чиқазилса маълум бир миқдор сув оқиб чиқади ва капиллярда янги мувозанат ўрнатилади.

Сув трубка ичига қараб ҳаракат қилаётганда капилляр девори билан сув сиртининг ўткир бурчак ҳосил қилганлиги сабабли сув капиллярнинг қисилган жойларини «сакраб» ўтади. Сув трубкадан оқиб чиқаётганда эса, трубканинг сиқилган жойлари сувнинг чиқиб кетишига қаршилик қилади ва бу сиқилган жойларда маълум миқдор сув ушланиб қолади.

Бу нима сабабдан берилган капилляр босим учун сингишда туйинганликнинг бир қиймати ва сиқиб чиқариш вақтида туйинганликнинг нисбатан юқорироқ қиймати тўғри келишини тушунтиради.

Ғовак муҳитда суюқлик ҳаракатининг амалиёт учун аҳамиятга эга бўлган кўпгина ҳолларида капилляр гистерезисга эътибор берилмаслик мумкин, чунки бу ҳолларда сингиш ёки сиқиб чиқариш чизиқларидан биридан фойдаланилади.

6 - маъруза

Қолдиқ тўйинганлик.

Капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқлигини ифодала барча эгри чизиқларнинг нишаблиги намловчи суюқлик б тўйинганликнинг камайиб маълум бир қийматга бориши билан кески бошлайди.

Сиқиб чиқариш чизиқларини ўрганишлар натижаси ш кўрсатадики, намловчи суюқлик билан тўйинганликнинг маълум қийматидан сўнг уни янада озгина микдорда бўлсада камайтириш ж катта, хатто чексизликка интилувчи босим қўйилишини талаб қилади.

Мана шу чегаравий тўйинганлик қолдиқ тўйинганлик деб, а намловчи суюқлик сув бўлса боғланган сув деб аталади.

Умуман олганда қолдиқ тўйинганликни камайтириш ёки йўқ қи ҳам мумкин, масалан намунани қиздириш йўли билан. Бироқ амалиёт у аҳамиятга эга бўлган барча ҳолларда намламайдиган суюқлик ҳай йўли билан бунга эришиб бўлмайди. Шундай қилиб, намловчи суюқ билан тўйинганлик қолдиқ тўйинганлик қийматига яқинлашган с капилляр босим $P_к$ қиймати чексизликка интилади деб қабул қили мумкин.

Леверетт функцияси.

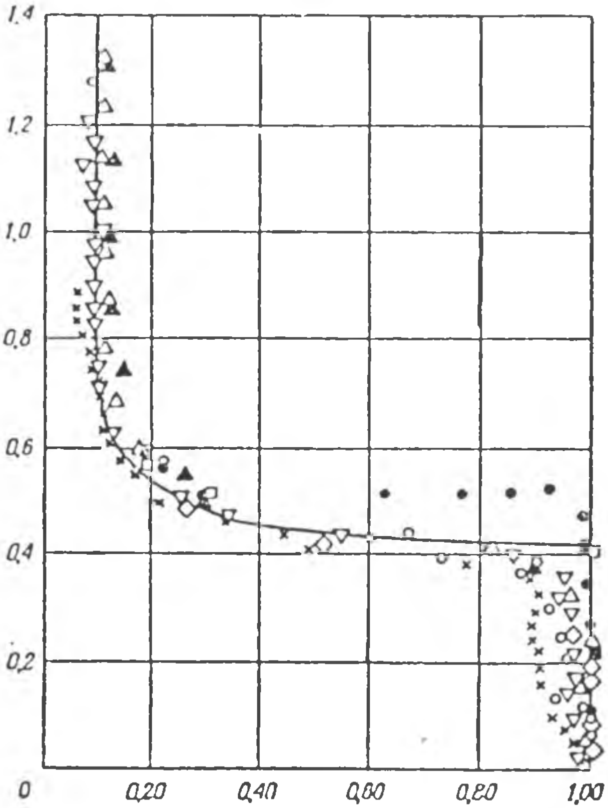
Деярли барча табиий ғовак муҳитлар учун капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқ эгри чизиғи бир хил шаклда эканлиги, бу чизиқларни ифодаловчи умумий тенглама топиб бўлмасмикан деган фикрни ўйғотди. Леверетт бу масалага ўлчовлар таҳлили нуқтаи назаридан ёндошди.

У капилляр босимнинг ғоваклик, сирт таранглиги ва ғоваклар ўлчамини ифодаловчи хос катталикка боғлиқлигини ҳисобга олиб, тўйинганликнинг ўлчов бирлигига эга бўлмаган функциясини киритди ва уни j - функция деб атади.

$$j(S_H) = \frac{P_k}{\gamma_{12}} \sqrt{\frac{K}{m}} \qquad (2.17)$$

Ғоваклар ўлчамини ифодаловчи хос катталикнинг квадрати сифатида у ўтказувчанликнинг ғовакликка нисбатини қабул қилди.

Ўлчов бирлигисиз j - функциядан фойдаланиш, кўпгина ҳолларда капилляр босимнинг тўйинганликка боғлиқлиги эгри чизиғи фарқини бартараф қилиб, уни битта эгри чизиққа олиб келиш имконини берди. Мана шу имконият 2.6-расмда бўшанг қумтошларнинг бир қанча тури учун кўрсатиб берилган.



8-расм. Бўшанг қумтошлар учун Леверетт j - функцияси.

Абцисса ўқи бўйича: намловчи суюқлик билан тўйинганлик.

Ордината ўқи бўйича: $j(s)=\frac{P_K}{\gamma_{п}}\sqrt{\frac{k}{m}}$

Ўтказувчанлик (дарси)	суюқликлар
° 214	сув-керосин
• 34,9	——«»——
Δ 42-46	10% NaCl–ҳаво
■ 2160	керосин–ҳаво
□ 0,057	CCl_4–ҳаво
∇ 3,63	сув–ҳаво
x 2,42	«»
◊ 3,18	«»

7 - маъруза

Ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг ҳаракати қонуниятлари

Ғовак муҳитда суюқликларни ҳаракатга келтирувчи омиллар ва ҳаракат турлари

Ғовак муҳитда суюқликлар ҳар хил сабабларга кура ҳаракатга келиши мумкин. Биринчи навбатда бу ташқи механик куч босим градиенти таъсири остидаги ҳаракат.

Шунинг билан бир қаторда, у даражада сезиларли бўлмасада, маълум бир шароитларда электр, иссиқлик энергиялари, суюқлик таркибидаги тузлар концентрацияси градиенти таъсири остида, ёки симирилиш сабабли ҳам суюқликлар ҳаракатга келади. Бундан ташқари суюқликлар ҳаракати суюқликнинг ўртача босими, босимнинг ўзгариш чегаралари, ғоваклик ўлчами ва шу кабиларға боғлиқ ҳолда турлича бўлиши мумкин.

Суюқликларни ҳаракатға келтирувчи омиллар ва ҳаракат турлари қанчалик хилма-хил бўлмасин, нефт-газли қатламларда модда ҳаракатига ҳал қилувчи таъсир кўрсатадиган куч, механик куч, босим градиенти ҳисобланади. Шу сабабли ҳам ер ости гидродинамикаси асосан суюқликларнинг ғовак муҳитда механик куч таъсири остида юз берадиган ҳаракатини ўрганади. Бошқа кучлар таъсири билан бўладиган ҳаракатлар махсус масалаларда кўрилади. Бундай масалалар ер ости гидродинамикасининг ушбу дарслигига киритилмади.

Ғовак муҳитда қовушқоқ суюқликларнинг ламинар ҳаракати

Дарси қонуни

Ғовак муҳитда суюқликларнинг сизилиши назариясининг асосий қонунларидан бири 1856 йилда тажриба асосида ўрнатилган Дарси қонуни ҳисобланади. Дарси қонуни, кўндаланг кесим юзаси f бўлган, ғовак жисм билан тўлдирилган трубкада суюқлик оқимининг ҳажмий чиқимини (Q) трубка четларига қўйилган босимлар фарқи (H_2-H_1) билан боғлайди.

$$H = Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{u^2}{2g} \qquad (3.1)$$

Бу ерда Z - трубка ўқининг берилган нуқтадаги баландлиги.

P - пьезометрик баландлик.

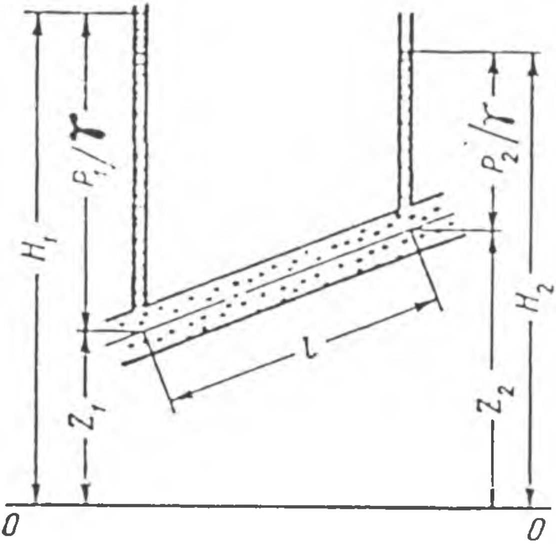
γ- суюқлик зичлиги (ҳажмий оғирлик)

u - суюқликнинг берилган нуқтадаги ҳаракат тезлиги.

Суюқликларнинг ғовак муҳитида сизилиши масаларида ҳаракат унчалик катта тезликка эга бўла олмайди. Шу сабабли (3.1.) формуланинг охирги ҳади -$u^2/2g$, ҳисобга олинмаслиги мумкин, демак босим

$$H = Z + \frac{p}{\gamma}$$

формула орқали ифодаланади.



3.1-расм. Дарси қонунини келтириб чиқариш бўйича тажриба схемаси.

Сиқилмайдиган суюқлик ҳолида босим қуйидаги ифода билан аниқланади:

Дарси қонунига кўра узунлиги l ва кўндаланг кесими f бўлган, ғовак модда билан тўлдирилган, трубкада сизилаётган суюқликнинг ҳажмий чиқими (Q) трубка четларига қўйилган босимлар фарқига (H_2-H_1) пропорционал, яъни

$$Q = C\frac{H_2 - H_1}{l} f \tag{3.2}$$

Бунда C - пропорционаллик коэффиценти, сизилиш коэффиценти деб ҳам юритилади ва у сизилаётган суюқлик ҳамда ғовак муҳит хусусиятларини ифодалайди.

(3.2.) ифодани

$$q = \frac{Q}{f} = \frac{c}{\gamma}\left(\frac{p_2 - p_1}{l} + \gamma \sin\alpha\right) \qquad (3.3.)$$

кўринишда ҳам ёзиш мумкин.

Бу ерда α - трубка ва горизантал текислик орасидаги бурчак.

Одатда $\frac{C}{\gamma}$ коэффициент $\frac{C}{\gamma} = \frac{K}{\mu}$ -деб қабул қилинади.

Бу ерда К - муҳит ўтказувчанлик коэффициенти.
μ - суюқликнинг ковушқоқлик коэффициенти.

$\frac{}{u}$ -ифода суюқликнинг муайян ғовак муҳитда сизилувчанлик ёк ҳаракатчанлик хусусиятини тавсифлайди.

Демак, $C = \frac{K}{u}\gamma$ (3.4)

келиб чиқади.

(3.2) ва (3.3) тенгликлардан кўриниб турибдики коэффициент C-нин ўлчов бирлиги $\frac{Q}{f}$ ёки q-нинг ўлчов бирлигига тенг, яъни

$$\frac{см^3/сек}{см} = см/сек$$

(3.2) ёки (3.3) ифодаларини ихтиёрий элементар хажм учу дифференциал кўринишида ёзиш мумкин.

$$V = \lim_{\Delta n \to 0} q = \frac{C}{\gamma}\lim_{\Delta n \to 0}\left[\frac{P(x+\Delta x,t)-P(x,t)}{\Delta n} + \gamma\sin\alpha\right] = \frac{C}{\gamma}\left(\frac{\partial P}{\partial n} + \gamma\sin\alpha\right)$$

ёки

$$V = -\frac{K}{u}\left(\frac{\partial P}{\partial n} + \gamma Sin\alpha\right) \qquad (3.5.$$

Бу ерда n - модда ҳаракати йўналиш вектори.

Бу тенглама дарси қонунининг дифференциал ккриниши булиб, у (3.3) тенгликнинг мантиқий умумлаштириш натижасидир.

Кейинги бобларда биз асосан дарси қонунининг дифференциал кўринишидан фойдаланамиз.

Нефт, газ саноат тармоғи масалаларида аралаш система номини олган махсус система қўлланилади. Бу системанинг асосий бирликлари: узунлик - сантиметрда, куч - килограмм - куч, вақт - секунд қабул қилинган. Бундан ташқари аралаш системада ҳосилавий бирликлар, масалан, босим бирлиги - техник атмосфера (кг/см^2) билан бир қаторда системадан ташқари махсус бирликлар:

- Қовушқоқлик коэффициенти ўлчов бирлиги - сантипуаз (сПз);
- муҳит ўтказувчанлик коэффициенти - дарси (∂) мавжуд.

(3.2), (3.4) тенгликдан кўриниб турибдики, ўтказувчанлиги 1∂, кўндаланг кесим юзаси 1см^2 узунлиги 1см бўлган намуна четларига 1кг/см^2 га тенг босим фарқи қўйилса, ундан сизиб ўтаётган, қовушқоқлиги 1сПз га тенг бўлган суюқликнинг ҳажмий чиқими 1см^3/сек ни ташкил қилади. Ўтказувчанликнинг физик системадаги ўлчов бирлиги

$$[K] = \frac{[C][\mu]}{[\gamma]};$$

$$[C] = 1\frac{см}{сек} = 10^{-2}\ м/сек,$$

$$[\gamma] = 1\frac{кГ}{см^3} = 10^6\frac{кГ}{м^3}$$

$$[\mu] = 1сП_з = 1.0210^{-4}\frac{кГ.сек}{м^2}$$

Демак

$$[K] = \frac{10^{-2}\ м/сек1.0210^{-4}\ кГ.сек/м^2}{1.10^6\ \frac{кГ.сек}{м^3}} = 1.02.10^{-12}\frac{м кГ.сек.м^3}{сек.м^2\ кГ} = 1.02.10^{-12}\ м^2$$

Яъни 1∂ =1,02.10^{-12} м^2 келиб чиқади.

Кумтош коллекторларининг ўтказувчанлик коэффициенти одатда К=100 - 1000 мд чегарасида ўзгаради. Бироқ кўрсатилган чегара шунчаки бир шартли, кўпроқ учрайдиган қийматлар деб қабул қилинмоғи керак, чунончи кўрсатилган чегарадаги қийматлардан ўта кичик ҳам, ўта катта қийматлар ҳам учрайди.

Гилли қатламлар ўтказувчанлиги одатда жуда кичик, токим ноль қийматгача бўлади, яъни бундай қатлам ўзидан суюқлик ўтказмайди деб ҳисобланади.

Ўтказувчанлик ғовак қатламни ташкил қилган тоғ жинси доналарининг катталиги, шакли, жойлашиши ва шу каби ғовак муҳит геометрик тузилишини аниқловчи омилларга боғлиқ.

Бироқ, бу боғлиқликни назарий асослаш бўйича барча уринишлар натижа бермаган. Бунинг асосий сабаби реал тоғ жинси қатламларининг ниҳоятда мураккаб тузилиши ва унинг ҳеч қандай шартли геометрик схемаларга бўйсунмаслигидадир.

Шу сабабли ўтказувчанлик коэффициенти қиймати лабораторияда муайян намуна устида ўтказиладиган махсус тажрибалар асосида аниқланади.

Амалиётда эса нефт, газ қудуқлари маҳсулдорлигининг унини ишлаш режимини белгиловчи омилларга боғлиқлигини аниқлаш бўйича ўтказиладиган махсус тадқиқотлар асосида ҳисобланади.

8 - маъруза

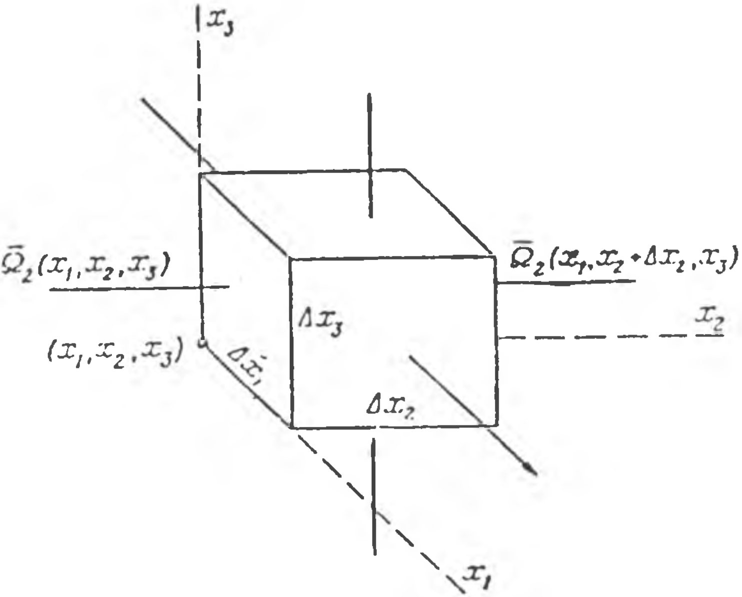
Узлуксизлик тенгламаси

Классик гидродинамика қовушқоқ суюқликнинг берилган чегаралар орасидаги ҳаракатини ўрганади. Бунда муайян бир масалани математик ифодалаш учун берилган чегаралар ҳам ўз математик ифодасини топмоғи зарур.

Ер ости қатламлари ғовакликларининг тузилиши ўта мураккаблиги сабабли уларни математик ифодалашнинг имкони йўқ. Демак, агарки ғовак муҳитда суюқликлар ҳаракатининг математик назарияси яратилиши керак бўлса, бу ёки статистик назария, ёки кўрилаётган жараён макроскопик хусусиятларига асосланган назария бўлиши мумкин.

Охирги йўл нафақат мумкин бўлиб қолмай, ўта самарадор йўл экан. Бу йўналишнинг асосий қонунларидан бири модданинг сақланиш қонунидир. Узлуксиз муҳит механикаси, шу жумладан ер ости гидромеханикасида модда сақланиш қонуни-узлуксизлик тенгламаси сифатида маълум.

Бу қонунни математик ифодалаш учун, кўрилаётган оқим соҳасининг ихтиёрий нуқтаси атрофидан фикран томонлари Δx, Δy, Δz бўлган тўғри бурчакли параллелепипедни олиб қараймиз.



3.2-расм. Оқим соҳасидаги ҳажм элементи.

Параллелепипед ҳажми $\Delta x \bullet \Delta y \bullet \Delta z$, ундаги бушлиқлар ҳажми $m\ \Delta x\ \Delta y \Delta z$.

Бўшлиқларни эгаллаб турган суюқлик зичлиги ρ бўлса, унинг миқдори, яъни массаси $\rho m \Delta x \ \Delta y \ \Delta z$ га тенг. Қаралаётган параллелепипеднинг координат системасининг биринчи квадрантига жойлаб, координат ўқларини унинг қирралари бўйича йўналтирайлик ва x ўқи йўналиши бўйича атроф билан модда алмашинув жараёнини кўрайлик.

Параллелепипеднинг x ўқи йўналиши бўйича ён томонининг юзаси $\Delta y \ \Delta z$.

Фараз қилайлик x ўқи йўналишида параллелепипеднинг чап томонидан V тезликда модда оқими кириб келмокда. У ҳолда Δt вақт давомида параллелепипедга кириб келаётган модда миқдори

$$\rho V_x \Delta y \Delta z \Delta t \tag{3.6}$$

ни ташкил қилади.

Параллелепипеднинг қарама қарши томонидан Δt вақт ичида чиқиб кетаётган модда миқдори

$$\left(\rho V_x + \frac{\Delta(\rho V_x)}{\Delta X} \Delta X \right) \Delta y \Delta z \Delta t \tag{3.7}$$

га тенг бўлади.

Мана шу модда алмашинув натижасида Δt вақт давомида параллелепипеддаги модда миқдори

$$\frac{\Delta(m\rho)}{\Delta t} \Delta X \Delta Y \Delta Z \Delta t \tag{3.8 }$$

га ўзгаради.

Модда сақланиш қонунига мувофиқ Δt вақт давомида параллелепипедга x ўқи йўналиши бўйича кириб келаётган ва чиқиб кетаётган модда миқдорининг айирмаси, шу вақт давомида ундаги модда миқдорининг ўзгаришига тенг бўлиши керак.

Демак,

$$\rho V_x \Delta Y \Delta Z \Delta t - \left(\rho V_x + \frac{\Delta(\rho V_x)}{\Delta X} \right) \Delta Y \Delta Z \Delta t = \frac{\Delta m\rho}{\Delta t} \Delta X \Delta Y \Delta Z \Delta t \qquad \text{ёки}$$

$$-\frac{\Delta(\rho V_x)}{\Delta X} \Delta X \Delta Y \Delta Z \Delta t = \frac{\Delta(m\rho)}{\Delta t} \Delta X \Delta Y \Delta Z \Delta t$$

Агар тенгликнинг икки томонини $\Delta x \ \Delta y \ \Delta z \ \Delta t$ га бўлиб, $\Delta x \to 0$ даги лимитга ўтсак.

$$\frac{\partial(\rho V_x)}{\partial X} = \frac{\partial(m\rho)}{\partial t} \tag{3.10.}$$

хосил қиламиз.

Юқорида келтирилган мулохазалар у ва z ўқлари йўналишлар бўйича ҳам бажарилса, у ҳолда t вақт давомида қаралаётг параллелепипеднинг барча томонлари бўйича модда алмашину натижаси ундаги модда миқдорининг ўзгаришига тенг бўлиши шарти биноан.

$$\frac{\Delta(\rho V_x)}{\partial X}+\frac{\Delta(\rho V_y)}{\partial Y}+\frac{\Delta(\rho V_z)}{\partial Z}=-\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} \qquad (3.11$$

хосил бўлган (3.11) тенглама узулуксизлик тенгламаси деб юритилади.

Ушбу тенгламани қисқа кўринишда қуйидагича ёзиш мумкин

$$div(\rho V)=\frac{\partial(mp)}{\partial t} \qquad (3.11а$$

Бу тенгламада нафақат ер ости гидродинамикаси, умуман узлукс муҳит механикасининг асосини ташкил этади.

9 - маъруза

Ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг сизилиш тенгламалари

Олдинги бандда келтирилган узлуксизлик тенгламаси (3.11) да ғовак муҳитда сизилаётган суюқлик зичлиги ва тезлигининг координат ўқлари йўналиши бўйича компонетлари қатнашган.

Ғовак муҳитда модда ҳаракати тезлиги дарси қонуни (3.5) орқали ифодаланади. Дарси қонунини (3.5) кўринишидан координат ўқлари йўналиши бўйича ёйилмаси шаклида ёзсак.

$$v_x = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial X}$$

$$v_y = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial Y} \qquad (3.12)$$

$$v_z = -\frac{k}{\mu}\frac{\partial p}{\partial Z}$$

(3.12) кўринишда ёзишда соддалаштириш мақсадида оғирлик кучлари таъсири ҳисобга олинмади.

(3.11) ва (3.12) биргаликда қуйидаги тенгламани беради.

$$\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{k}{\mu}\rho\frac{\partial p}{\partial X}\right)+\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{k}{\mu}\rho\frac{\partial p}{\partial Y}\right)+\frac{\partial}{\partial Z}\left(\frac{k}{\mu}\rho\frac{\partial p}{\partial Z}\right)=\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} \qquad (3.13.)$$

(3.13) тенгламани Гамилтон оператори

$\nabla = \frac{\partial}{\partial X}+\frac{\partial}{\partial Y}+\frac{\partial}{\partial Z}$ ёрдамида қисқа кўринишда ёзиш мумкин

$$\nabla\left(\frac{k}{\mu}\rho\nabla p\right)=\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} \qquad (3.14.)$$

(3.14) тенгламада сизилаётган модданинг берилган нуқтадаги зичлиги ҳамда босими иштирок этган. Маълумки модданинг зичлиги, босими ва ҳарорати ўртасидаги муносабат модда ҳолат тенгламаси орқали ифодаланади.

Демак биз (3.13) тенглама билан ҳар хил моддалар (суюқликлар ва газлар) ҳолат тенгламаларини бирлаштириб, муайян модданинг ғовак муҳитда сизилиш тенгламасини ҳосил қилишимиз мумкин.

Ўзгармас сиқилувчанликка эга бўлган суюқлик

Бундай хусусиятга эга бўлган суюқликнинг ҳолат тенгламаси.

$$C = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dp} = const \qquad (3.15)$$

Шунга кўра $\rho\nabla p = \frac{1}{c}\nabla\rho$ (3.16)

Ушбу муносабатдан фойдаланиб (3.14) тенгламани

$$\nabla(k\nabla\rho) = \mu c\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} \qquad (3.17)$$

кўринишда ёзиш мумкин.

Агарда ғовак муҳит изотроп яъни барча координат йўналишлари бўйича унинг хусусиятлари бир хил ва деформацияланмайдиган бўлса, у ҳолда (3.17) тенглама

$$\nabla(k\nabla\rho) = m\mu c\frac{\partial\rho}{\partial t} \qquad (3.18)$$

кўринишни олади.

Бундан ташқари ғовак муҳит бир жинсли, яъни унинг ўтказувчанлик коэффициенти к = const бўлса

$$\nabla^2\rho = \frac{m\mu c}{k}\frac{\partial\rho}{\partial t} \qquad (3.19)$$

Келтирилган (3.17), (3.18), (3.19) тенгламалар ўзгармас сиқилувчанликка эга бўлган суюқликнинг мос равишда бир жинсли бўлмаган, ва деформацияланувчан, изотроп, бир жинсли бўлмаган ва деформацияланмайдиган бир жинсли ва деформацияланмайдиган ғовак муҳитда сизилиш тенгламаси дейилади.

Нефт ва газ саноати амалётида кўпгина масалалар текис радиал ёки сферик ҳаракат доирасида кўришни тақозо этади.

Қутб координат системасида текис радиал ҳаракат учун (3.17)-(3.19) тенгламалар мос равишда қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[\frac{kh}{\mu}r\frac{\partial\rho}{\partial r}\right] = ch\frac{\partial(m\rho)}{\partial t} \qquad (3.17`)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{kh}{\mu}r\frac{\partial\rho}{\partial r}\right) = mch\frac{\partial\rho}{\partial t} \qquad (3.18`)$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial\rho}{\partial r}\right) = \frac{m\mu c}{k}\frac{\partial\rho}{\partial t} \qquad (3.19`)$$

Бу ерда h - қатлам қалинлиги.

Кам сиқилувчан суюқлик

Бундай суюқлик учун ҳолат тенгламаси (3.15) га мувофиқ

$$\rho = \rho_0 e^{c(p-p_0)} \qquad (3.20)$$

кўринишда бўлади.

Бу ерда с ≈ $10^{-4} / 10^{-5}$ ва ундан ҳам кичик сон, шу сабабли (3.20) ни

$$\rho = \rho_0\left[1 + c(p - p_0) + \frac{1}{2}c^2(p - p_0)^2 + \ldots\right] \qquad (3.21)$$

эканлигидан ва с - нинг кичик миқдорлигидан фойдаланиб

$$\rho = \rho_0[1 + c(p - p_0)] \qquad (3.21')$$

шаклида ёзиш мумкин.

(3.21) ифодани (3.17), (3.18), (3.19) тенгламаларга кўйиб, унча мураккаб бўлмаган дифференциаллаш амалларини бажарсак ва

$$\sum_{i=1}^{3} \frac{\partial^2 P}{\partial Si^2} >> \frac{c\sum\limits_{i=1}^{3}\left(\frac{\partial p}{\partial Si}\right)}{1 + c(p - p_0)} \qquad (3.22)$$

эканлигини ҳисобга олсак мос равишда юқорида кўрсатилган шароитларда кам сиқилувчан суюқликнинг сизилиш тенгламаларини ҳосил қиламиз. Бу ерда $S_1 = x$; $S_2 = y$; $S_3 = z$. Хусусан (3.19), (3.19') тенгламалар

$$\Delta^2 \rho = \frac{m\mu c}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (3.23)$$

$$\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{m\mu c}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (3.23')$$

кўринишда соддалашади.

10 - маъруза

Идеал газ

Идеал газлар учун ҳолат тенгламаси Клапейрон тенгламаси сифат маълум.

$$PV = \frac{G}{M} RT \qquad (3.24)$$

Бунда v - массаси G-га тенг бўлган газнинг ҳажми;
M - газ молекуляр оғирлиги;
R - универсал газ доимийлиги;
T - газнинг абсалют шкала бўйича ҳарорати.

Газнинг зичлиги $\rho = \frac{G}{V}$ бўлгани учун (3.24)

$$\rho = \frac{M}{RT} P \qquad (3.25)$$

кўринишда ёзилиши мумкин.

Ер ости қатламларида агарда маълум бир усулда термик таъсир кўрсатилмаса суюқлик ва газларнинг сизилиши изотермик шароитда кечади. Шу сабабли (3.25)ни

$$\rho = \rho_{aT} \frac{P}{P_{am}} \qquad (3.26)$$

шаклида ёзишимиз мумкин ва бу ифодани (3.14) тенгламага қўйиб,

$$\nabla\left(\frac{k}{\mu}\nabla p^2\right) = 2\,\frac{\partial(mp)}{\partial t} \qquad (3.27)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. Бу тенглама идеал газларнинг бир жинсли бўлмаган, деформацияланувчан ғовак муҳитда сизилиш жараёнини ифодалайди.

Текис радиал ҳаракат учун (3.27) тенглама.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{k}{\mu} r \frac{\partial p^2}{\partial r}\right) = 2\,\frac{\partial(mp)}{\partial t} \qquad (3.27`)$$

шаклда ёзилади.

Идеал газларнинг деформацияланмайдиган бир жинсли ғовак муҳитда сизилиши

$$\nabla^2 p^2 = \frac{2m\mu}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (3.28)$$

тенглама билан ифодаланади.

Бунинг устига ҳаракат текис радиал дейилса;

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p^2}{\partial r}\right) = 2\frac{m\mu}{k}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (3.28')$$

тенглама билан ифодаланади.

Реал газ

Реал газлар ҳолат тенгламалари орасида бизнинг мақсадда фойдаланиш учун энг қулайи Менделеев-Клапейрон тенгламаси.

$$PV = Z\frac{G}{M}RT \qquad (3.29)$$

Бу ерда z = z(P_k,T_k ω) реал газларнинг ўта сиқилувчанлик коэффициенти. P_k, T_k, ω - мос равишда газнинг келтирилган босими, ҳарорати ва ацентрик фактори.

$$P_к=P/P_{кр}; \quad T_к=T/T_{кр} \quad W_i = \frac{3}{7}\left[\frac{\lg p_{kpi}/p_{атм}}{\frac{(Tkpi)}{Tк}-1}\right]-1, \quad \omega = \sum_{i=1}^{n} y_i\omega_i$$

P_{kp}, T_{kp} - газнинг критик босими ва ҳарорати.

P_{kpi}, T_{kpi}, ω_i - реал газ қоришмаси i - компонентининг критик босими, критик ҳарорати ва ацентрик фактори.

y_i - i - компонентнинг қоришмадаги моляр қисми, $0 < y_i \leq 1$

n - қоришмадаги компонентлар сони.

$T_к$ - i -компонентнинг қайнаш ҳарорати.

Юқорида идеал газ ҳолат тенгламаси (3.24) юзасидан қилинган мулоҳазаларни (3.29) учун такрорласак (3.26) тенгламанинг реал газлар учун аналоги бўлмиш

$$\rho = \rho_{атм}\frac{p.Z_{атм}}{p_{атм}Z} \qquad (3.30)$$

тенгламани ҳосил қиламиз. (3.30) ва (3.14) тенгламаларни бирлаштириш натижасида реал газларнинг биржинсли бўлмаган, деформацияланувчан, ғовак мухитда сизилишини ифодаловчи тенгламага эга бўламиз.

$$\nabla\left(\frac{k}{\mu Z}\nabla p^2\right)=2\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{mp}{Z}\right) \qquad (3.31)$$

Юқорида ўзгармас сиқилувчанликка эга бўлган суюқликнинг ғовак мухитда сизилиш тенгламаси (3.17) дан маълум бир соддалаштирувчи мулоҳазалар натижасида (3.18), (3.19), тенгламаларни ҳосил қилганимиздек шу каби мулоҳазалар (3.31) тенгламадан реал газлар учун қўйилган соддалаштирувчи шартларга хос тенгламаларни ҳосил қилишимиз мумкин.

Масалан, биржинсли деформацияланмайдиган ғовак муҳит учун реал газларнинг сизилиш тенгламаси

$$\nabla\left(\frac{1}{\mu Z}\nabla p^2\right)=\frac{2m}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{Z}\right) \qquad (3.32)$$

текис радиал харакат учун эса

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{r}{\mu Z}\frac{\partial p^2}{\partial r}\right)=\frac{2m}{k}\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{Z}\right) \qquad (3.32')$$

ҳосил қиламиз.

Бундай соддалаштирувчи мулоҳазалар ёрдамида суюқлик ва газларнинг ғовак муҳитда сизилишини ифодаловчи қатор тенгламаларни кейинги бобларда муайян масалалар билан боғлиқ ҳолда кўриб ўтамиз.

11 - маъруза

Бошланғич ва чегаравий шартлар

Олдинги бандда олинган натижалардан кўриниб турибдики, ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг ҳаракат тенгламалари, иккинчи тартибли, хусусий ҳосилали чизиқли ва чизиқсиз дифференциал тенгламалар оиласига мансуб экан. Бундай тенгламалар билан ифодаланувчи жараёнлар юзасидан муайян масалалар математик жиҳатдан тўла қўйилиши ва уларни ечиш учун кўрилаётган масалага мос бошланғич ва чегаравий шартларнинг берилиши зарур.

Бошланғич ва чегаравий шартларнинг, кўрилаётган масаланинг физик мохиятига кўра, математик ифодаланишини кўриб чиқайлик.

Бошланғич шартлар

Бошланғич шартлар, муайян системанинг кўрилаётган жараён бошланиш моментидаги ҳолатини математик ифодалашга хизмат қилади. Ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг сизилиши тенгламаларида вақт бўйича биринчи тартибли ҳосила қатнашганлиги сабабли шартнинг бир нуқтада берилиши кифоя. Истисно тариқасида маҳсус масалалар қўйилиши ҳисобга олинмаса, одатда кўрилаётган жараён бошланишида система ҳолати маълум деб қаралади.*

Шу сабабли ҳам вақт бўйича қўйиладиган шарт, бошланғич шарт деб юритилади. Бошланғич шартнинг умумий кўриниши

$$p\,(x,y,z,0) = f\,(x,y,z) \qquad (3.33)$$

шаклда бўлиши мумкин. Бу ерда f (x,y,z) - маълум функция, кўрилаётган жараён бошланиш моментидаги қатламда босим тарқалиш қонуниятини беради.

Хусусий ҳолда жараён бошланиш моментида қатламда вертикал координата z бўйича босим ўзгариши, яъни оғирлик кучининг таъсири ҳисобга олинмаса ва қатлам юзаси бўйича ҳам босим ҳамма ерда бир хил деб қабул қилинса, бошланғич шарт.

$$f\,(x,y,z) = P_0 = \text{const.} \quad \text{ёки} \quad P\,(x,y,z,0) = Po = \text{const} \qquad (3.34)$$

кўринишида ифоланади.

---

*) Юқорида келтириб чиқарилган иккинчи тартибли, хусусий ҳосилали дифференциал тенгламалар параболик тип тенгламалар бўлиб, бу тенгламалар учун ечимнинг мавжудлиги, ягоналиги ва турғунлиги фақат вақтнинг мусбат йўналиши учунгина исботланган. Бу масалалар маҳсус адабиётларда кўрилади.

Чегаравий шартлар

Чегаравий шартлар, вақтнинг исталган қийматида, кўрилаётган системанинг атроф муҳит билан ўзаро алоқасини ифодалайди.
Чегаравий шартлар қуйидагича бўлиши мумкин.

Система чегараси ёпиқ

Яъни ташқи чегара орқали атроф-муҳит билан модда алмашинувига имкон йўқ. У ҳолда

$$\frac{k}{\mu}\rho\frac{\partial p}{\partial n}/_{\Gamma}=0 \qquad (3.35)$$

Бу ерда n - сизилиш соҳасининг чегараси Г га ўтказилган ташқи нормал. Текис радиал ҳаракат учун (3.35)

$$\frac{k}{\mu}\rho r\frac{\partial p}{\partial r}\Big/_{r=R_k}=0 \qquad (3.35')$$

шаклда ёзилади.

R_k - қатлам ташқи чегараси (контури) радиуси.

Агар сизилаётган модда кам сиқилувчан суюқлик бўлса (3.35')

$$\frac{k}{\mu}r\frac{\partial p}{\partial r}\Big/_{r=R_k}=0 \qquad (3.36)$$

идеал газ учун эса
$$\frac{k}{\mu}r\frac{\partial p^2}{\partial r}\Big/_{r=R_k}=0 \qquad (3.37)$$
кўринишда ёзилади.

Система чегараси очиқ

Система чегараси очиқ бўлганда у ташқи муҳит билан маълум бир қонуниятга мувофиқ модда алмашинади. Чегаравий шарт сифатида ана шу қонуниятнинг математик ифодаси берилади. Масалан кўрилаётган система йирик сув хавзаси билан боғланган ва бу хавзанинг босими деярли ўзгармайди дейилса, у холда,

$$P\ (x,\ y,\ z,\ t)\ /\ \Gamma = P_o = \text{const}\ . \qquad (3.38)$$

Баъзан чегара ёки унинг бир қисми бўйича модда алмашинув тезлигининг нормал бўйича йўналган компоненти берилади.

$$V_n=-\frac{k\rho}{\mu}\frac{\partial p}{\partial n}\ /\Gamma \qquad (3.39)$$

Текис радиал ҳаракат учун ташқи чегара айлана шаклида деб қабул қилинганда

$$V_n = -\frac{k\rho}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} \; / r = R_k \qquad (3.40)$$

Ҳусусан кам сиқилувчан суюқлик учун

$$V_n = -\frac{k}{\mu} r \frac{\partial p}{\partial r} \; / r = R_k \qquad (3.41)$$

Ғовак муҳит хусусиятларининг узилишли (кескин) ўзгариши

Баъзан ғовак муҳит ўтказувчанлигининг маълум бир йўналиш бўйича кескин (узилишли сакраб) ўзгаришини ҳисобга олишга тўғри келади.

Бундай узилиш чизиқларида қўйиладиган чегаравий шартлар физик моҳиятдан келиб чиққан ҳолда қўйилади. Хусусан ғовак муҳитнинг ҳар бир нуқтасида босим бир қиймат қабул қилиши мумкин холос, шундай экан узилиш чизиғининг иккала томонидаги босим тенг бўлиши шарт, яъни

$$P(x,y,z,t)\,|_{G-0} = P(x,y,z,t)\,|_{G+0}$$
$$(x,y,z) \in G, \qquad t \geq 0 \qquad (3.42)$$

Худди шунингдек узилиш чизиғининг бир томонидан унга кирган модда унинг иккинчи томондан чиқиши керак, яъни узилиш чизиғида модда сақланиш қонуни бажарилиши шарт

$$\rho \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n} \; /G - 0 = \rho \frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial n} \; /G + 0 \qquad (3.43)$$

Бу ерда G - узилиш чизиғи нуқталари тўплами, n - x,y,z нуқтада унга ўтказилган нормал.

12 - маъруза

Биржинсли суюқликларнинг барқарор ҳаракати

Барқарор харакат ҳусусиятлари

Бирор бир жараённинг физик хусусиятлари вақтга боғлиқ бўлмаса, бундан жараён барқарор дейилади. Ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг ҳаракат курсатгичлари (исталган нуқтадаги босим, тезлик) вақтга боғлик бўлмаса, яъни вақтга нисбатан ўзгармаса бундай ҳаракат барқарор ҳаракат дейилади.

Демак, барқарор ҳаракатни ифодаловчи тенгламаларда вақт бўйича ҳосила нолга тенг бўлади ва бошланғич шартнинг қўйилишига ҳожат қолмайди. Ҳусусан олдинги бобда келтириб чиқарилган кам сиқилувчан суюқликлар ва идеал газ ҳаракати тенгламалари (3.23), (3.23'), (3.28), (3.28'), мос равишда қуйидаги кўринишда ёзилади.

$$\nabla^2 p=0 \tag{4.1}$$

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dp}{dr}\right)=0 \tag{4.1'}$$

$$\nabla^2 p^2=0 \tag{4.2}$$

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dp^2}{dr}\right)=0 \tag{4.2'}$$

Ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг барқарор ҳаракати масаларини ечиш айниқса бир ўлчовли ҳаракат учун мураккаб усулларни талаб қилмайди. Бундай масалалардан баъзиларини кўриб ўтайлик.

Суюқликларнинг барқарор текис параллел ҳаракати

Текис параллел ҳаракат бир йўналиш бўйича ўзгариши мумкин, бу йўналишни x ўқи йўналиши деб қабул қилсак, ҳаракат тенгламаси.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{k(x)}{\mu}\frac{dp}{dx}\right)=0 \tag{4.3}$$

кўринишда бўлади ёки

$$\frac{k(x)}{\mu}\frac{dp}{dx}=const. \tag{4.4}$$

(4.4) муносабатни ҳаракат соҳасининг кўндаланг кесими юзаси A га купайтириб, Дарси қонунига мувофиқ

$$-\frac{k(x)A}{\mu}\frac{dp}{dx}=q=const. \tag{4.5}$$

ёхуд $$-\frac{dp}{dx}=\frac{\mu q}{A}\frac{1}{k(x)}$$

шаклда ёзиш мумкин.

Сизилиш соҳаси ($0< x<L$) чегараси $x=0$ ва $x=L$ нуқталарда чегаравий шартлар қўйилиши керак.

Агар иккала чегарада ҳам босим қиймати берилган десак,

$$P(0)=P_1; \qquad P(L)=P_2 \tag{4.7}$$

у ҳолда

$$-\int_0^L dp = \frac{q\mu}{A}\int_0^L \frac{dx}{k(x)}$$

демак
$$P_2 \cdot P_1 = \frac{q\mu L}{a}\frac{1}{k} \tag{4.8}$$

бу ерда
$$\frac{1}{\kappa} = \frac{1}{L}\int_0^L \frac{dx}{k(x)} \tag{4.9}$$

ёки k ўтказувчанлик $k(x)$ нинг сизилиш соҳаси бўйича ўрта гармоник, қийматига тенг. Бундан фойдаланиб (4.8) тенглик

$$q = -\frac{kA(p_2 - p_1)}{\mu L} \tag{4.10}$$

кўринишда ёзилиши мумкин.

Тоғ жинслар намуналарида суюқлик сизилишининг, тадқиқоти давомида (4.10) формула, лаборатория тажрибалари ёрдамида, намунанинг ўтказувчанлигини аниқлаш учун ишлатилади.

Агарда қатлам бир жинсли $k(x)=k = \text{const}$ бўлса, (4.3) тенгламанинг умумий ечими

$$p(x)=C_1x+C_2 \tag{4.11}$$

ва унинг (4.7) чегаравий шартларни қаноатлантирувчи ечими;

$$P(x) = \frac{p_2 - p_1}{L}X \cdot p_1 \tag{4.12}$$

кўринишда булади.

(4.11), (4.12) дан ғовак муҳитда суюқликларнинг барқарор текис параллел ҳаракатида, сизилиш соҳасининг исталган нуқтасидаги босим қиймати, сизилиш соҳаси чегараларидаги босим қийматлари орасида тўғри чизиқли қонуниятга мувофиқ ўзгариши кўриниб турибди.

Барқарор текис радиал ҳаракат

Фараз қилайлик радиуси $R_к$ бўлган, доира шаклидаги, қалинлиги ўзгармас бўлган бир жинсли ғовак қатламдан унинг марказида жойлашган $R_қ$ радиусли қудуқ ёрдамида суюқлик олинмоқда. Қудуқ қатламни бутун қалинлиги бўйича очган. Қудуқни ишлатиш режими сифатида унинг деворида босим қиймати P $(R_c)=P_c$ берилган. Қатламнинг ташқ чегарасида ҳам босим қиймати $P\,(R_{\text{қ}})=P_{\text{қ}}$ берилган.

Кўрсатилган шартларда қатламда суюқликнинг барқарор ҳаракат масаласи математик жиҳатдан қуйидагича ифодаланади.

$$\frac{d}{dr}\left(r\frac{dP}{dr}\right)$$

$$P\,(R_c)=P_c$$

$$P\,(R_{\text{қ}})=P_{\text{қ}} \qquad (4.13)$$

Ушбу масаланинг умумий ечими

$$P(r)=C_1\ln r+C_2 \qquad (4.14)$$

кўринишда бўлади.

Берилган чегаравий шартларни қаноатлантирувчи хусусий ечим эса

$$P(r)=P_k+\frac{P_c-P_k}{\ln\frac{R_k}{R_c}}\ln\frac{r}{R_k} \qquad (4.15)$$

формула орқали берилади.

Олинган ечимдан кўриниб турибдики, текис радиал ҳаракатда босим тарқалиши қонунияти (4.15), текис параллел ҳаракат масаласи ечими, (4.12) дан фарқли ўлароқ, логарифмик хусусиятга эга экан. Ушбу ечимларнинг ((4.12), (4.15)) яна бир хусусияти шундаки, иккала ҳолда ҳам, биржинсли ғовак муҳитда босим тарқалиш қонунияти, қатлам ҳамда сизилаётган суюқлик хусусиятларига (ғоваклик, ўтказувчанлик, қовушқоқлик коэффициентлари) боғлик бўлмайди. Масаланинг берилган шартларида қудуқ маҳсулдорлигини ҳисоблаб кўрайлик.

$$G=S\rho V \qquad (4.16)$$

Бу ерда S- қатламдан қудуққа келаётган оқим юзаси, яъни қудуқнинг қатламни очган қисми юзаси $S=2\pi R_k h$

h - қатлам қалинлиги м,
ρ - суюқлик зичлиги кг/м^3
V - оқим тезлиги м/сек
G - масса жиҳатидан қудуқ маҳсулдорлиги, кг/сек.
Агар қудуқ маҳсулдорлиги ҳажмий жиҳатидан кўриладиган бўлса;

$$Q=\frac{G}{\rho}SV \qquad (4.17)$$

Q - ҳажм жиҳатидан қудуқ маҳсулдорлиги, м^3/сек.

Дарси қонунига биноан қудуқ деворидаги оқим тезлиги;

$$V = -\frac{k}{\mu}\frac{dp}{dr}\Big/ r = R_c \qquad (4.18)$$

Масала ечими (4.15) дан r бўйича ҳосила олсак

$$-\frac{dp}{dr} = \frac{p_c - p_k}{\ln\frac{R_c}{R_c}}\frac{1}{r} \qquad (4.19)$$

га эга бўламиз. Бунда ҳосила ифодаси олдида „-" ишора, ҳаракат йўналиши координата ўқининг мусбат йўналишига қарама-қарши эканлигини ҳисобга олади. Бу ифодани (4.18) муносабатга қўйиб, унинг натижаси ва S юза қийматини (4.17) га қўйсак

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu}\frac{p_C - p_k}{\ln\frac{R_C}{R_k}} \qquad (4.20)$$

ҳосил бўлади.

(4.20) формула илк бор уни келтириб чиқарган Француз муҳандиси Дюпюи шарафига Дюпюи формуласи деб юритилади.

(4.20) формуладан кўриниб турибдики, босим тарқалиши суюқлик ва муҳит ҳусусиятига боғлик бўлмасада, қудуқ махсулдорлиги - босим ўзгариши, муҳит ва суюқлик ҳусусиятларига бевосита боғлиқ.

13 - маъруза

Бир жинсли суюқлик ва газларнинг ғовак муҳитда барқарор бўлмаган ҳаракати.

Кам сиқилувчан суюқликларнинг бир жинсли ғовак муҳитда барқарор бўлмаган муҳитда текис параллел ҳаракати.

Бундай ҳаракат тенгламаси (3.23) тенгламадан хусусий ҳолда бир йўналиш учун келтириб чиқарилади ва

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}=\frac{m\mu c}{k}\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{1}{X}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (5.1)$$

кўринишда бўлади.

Бу тенглама кўриниш жиҳатидан иссиқлик ўтказиш тенгламасидан фарқ қилмайди.

Бунда X - иссиқлик ўтказиш коэффициентининг аналоги;

P - температури аналоги.

В.Н. Шелкачев таклифи билан X пьезопроводность (босим ўтказиш) коэффициенти деб қабул қилинган

Мана шу энг оддий ҳол учун ҳам барқарор бўлмаган ҳаракат масалаларининг аниқ ечими умуман олганда маълум эмас.

(5.1) тенгламанинг аналитик ечими фақат автомодел ҳол учунгина маҳсус интеграл орқали берилади. Биз олдинги бобда барқарор текис параллел ҳаракат масаласини кўрганимизда хусусий хосилали (5.1) тенглама ўрнига оддий диференциал тенгламага эга бўлиб унинг умумий ечимини осонгина топган эдик. Шу сабабли бўлса керак (5.1) тенгламанинг умумий ечимини топиш йўлида уни ўзгарувчини алмаштириш йўли билан оддий диференциал тенгламага келтиришнинг иложи йўқмикин деган савол туғилган

Қўйилган саволга ижобий жавоб бериш учун икки аргумент ўрнига бир аргумент (ξ)киритиш имкони бормикин деган саволга жавоб бериш керак булади, яъни қандайдир $\xi=\xi(x,t)$муносабат билан янги ξ ўзгарувчи киритиш керак бўлади.

У ҳолда мураккаб функцияларни дифференциаллаш қоидасига мувофиқ;

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{dp}{d\xi}\frac{\partial\xi}{\partial t} \qquad \frac{\partial p}{\partial x}=\frac{dp}{d\xi}\frac{\partial\xi}{\partial x}$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{dp}{d\xi}\frac{\partial\xi}{\partial x}\right)=\frac{d^2 p}{d\xi^2}\left(\frac{\partial\xi}{dx}\right)^2+\frac{dp}{d\xi}\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}$$

(5.1) тенгламани қуйдаги кўринишда ёзиш мумкин

$$\frac{dp}{d\xi}\frac{\partial\xi}{\partial t}=\chi\left|\frac{d^2p}{d\xi^2}\left(\frac{\partial\xi}{dx}\right)^2+\frac{dp}{d\xi}\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}\right| \qquad (5.2)$$

Энди ҳозирча ихтиерий бўлган $\xi(x,t)$ функцияни танлаш ҳисобига (5.2) тенгламани оддий дифференциал тенгламага келтиришга уриниб кўрайлик.

Бунинг учун

$$\xi(x,t) = X(x).T(t) \qquad (5.3)$$

шаклида қидирайлик, у ҳолда

$$\frac{\partial\xi}{\partial x}=X'T,\ \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}=X''T, \qquad \frac{\partial\xi}{\partial t}=X.T' \qquad (5.4)$$

Бу ифодаларни (5.2) тенгламага қўйиб,

$$\frac{dp}{d\xi}\frac{XT'}{T^2}=\chi\left[\frac{d^2p}{d\xi^2}X'^2+\frac{dp}{d\xi}\frac{X''}{T}\right] \qquad (5.5)$$

эга буламиз.

Агар (5.3) га мувофиқ $X=\frac{\xi}{T}$ эканлигини инобатга олсак (5.5) тенглама қуйидаги кўринишни олади:

$$\frac{dp}{d\xi}\frac{XT''}{T^3}=\chi\left[\frac{d^2p}{d\xi^2}X'^2+\frac{dp}{d\xi}\frac{X''}{T}\right] \qquad (5.6)$$

Энди ҳозирча ихтиёрий бўлган X(x) ва T(t) функцияларни шундай танлайликки (5.6) тенглама оддий дифференциал тенгламага айлансин.

Бунинг учун $X' = a,\ \frac{T'}{T^3}=в$ (5.7)

бўлиши кифоя. Бунда a ва $в$ - ўзгармас сонлар.

(5.7) системанинг биринчи тенгламасидан

$$X=ax+c_1\ ;\ X''=0 \qquad (5.8)$$

эга буламиз. (5.7) системанинг иккинчи тенгламасидан

$$\frac{1}{T^3}\frac{dT}{dt}=в,\ \text{ёки} \qquad вdt=\frac{dT}{T\xi}, \qquad вt=-\frac{1}{2T^2}+C_2 \qquad (5.9)$$

ҳосил қиламиз.

Агарда (5.8) ва (5.9) ифодаларда интеграллаш доимийлиги $C_1 = 0$, $C_2 = 0$ ҳамда a=1 ва в= $\frac{1}{2}$, деб қабул қилсак

$$X=x, \qquad T=t^{-1/2}, \qquad \xi=x/\sqrt{t} \qquad (5.10)$$

келиб чиқади ва (5.6) тенглама

$$-\frac{1}{2}\frac{dp}{d\xi}\xi = \chi\frac{d^2p}{d\xi^2} \tag{5.11}$$

кўринишга ўтади. Бу тенгламанинг умумий ечими

$$P(\xi) = C_1\int e^{-\frac{\xi^2}{4\chi}}d\xi + C_2 = P(x,t) \tag{5.12}$$

шаклда ёзилади.

(5.11) тенглама иккинчи тартибли оддий дифференциал тенглами унинг ечимида иккита C_1, C_2 интеграллаш доимийлиги қатнашади. Уларнинг қийматини, яъни (5.11) тенгламанинг ҳусусий ечимини топиш учун ξ буйича икки нуқтада шарт берилиши кифоя. Аммо (5.1) тенгламани ечиш учун бошланғич ва иккита чегаравий шарт берилиши керак эди. Демак x ва t ўзгарувчилардан ξ- га ўтиш жараёнида учта шарт икки шартга ўтмоғи ҳам зарур. Бунинг учун (5.10) ўзгарувчини алмаштириш муносабатига мурожаат қилсак;

t = 0 да $\xi\to\infty$ ва x = 0 да $\xi = 0$ эканлигини кўрамиз. X - бўйича иккинчи чегаравий шартнинг ҳам қаноатлантириши учун у фақатгина $X\to\infty$ да берилиши керак, чунки у ҳолда бу шарт бошланғич шарт $t\to 0$ билан бир вақтда $\xi\to\infty$ бўлганда қаноатлантирилади. Демак (5.1) - тенгламанинг автомодел ечими мавжуд бўлиши учун бошланғич ва чегаравий шартлар

$$\begin{aligned} &P(x,0) = P_C \\ &P(0,t)=P_{қ} \\ &P(x\,t)\,|_{x\to\infty}=P_0 \end{aligned} \tag{5.13}$$

кўринишда бўлиши керак экан.

(5.13) шарт ξ ўзгарувчи учун

$$\begin{aligned} &P(0) = P_C \\ &P(\xi)|_{\xi\to\infty}=Po \end{aligned} \tag{5.14}$$

шаклда бўлади.

Агар (5.12) ечим учун (5.14) шартнинг бажарилишини таъминласак

$$P_0\text{-}P(x,t)=(P_0\text{-}P_C)\left(1-erf\frac{x}{2\sqrt{\chi t}}\right)=(P_0\text{-}P_C)\left(1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{\chi t}}}\exp(-u^2)du\right) \tag{5.15}$$

кўринишдаги ечимга эга буламиз.

Бу ерда

$$U=\frac{\xi}{2\sqrt{x}}=\frac{x}{2\sqrt{xt}}$$

ўзгарувчини алмаштиришдан ҳамда

$$\int_0^{\infty} \exp(-u^2)du = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad (5.16)$$

Пуассон интегралидан фойдаланилди.

(5.15) ечимда қатнашган

$$erf = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\xi} \exp(-u^2) \qquad (5.17)$$

маҳсус интеграл бўлиб, у эҳтимоллик интеграли деб юритилади.

Бу интегралнинг қиймати жадвал ҳолида берилади.

14 - маъруза

Суюқликларнинг барқарор бўлмаган текис параллел ҳаракати масалаларини ечишнинг ўрта қийматлар усули

Юқорида биз, суюқликларнинг деформацияланмайдиган бир жинсли ғовак муҳитда барқарор бўлмаган текис параллел ҳаракати тенгламаси (5.1) учун, автомодел ечим мавжуд булиш шартлари (5.13) бажарилган ҳолда, автомодел ечим (5.15) ни топиш йўли билан танишдик.

Автомодел ечимни олиш жараёнида биз юритган мулоҳазаларга мувофиқ, автомодел ечимнинг мавжуд бўлиш шартлари жуда қаттиқ чегараланган ҳоллардагина бажарилиши, (5.1) тенглама учун қўйилган масалаларни ечишнинг бошқа кенгроқ кўламда қўллаш имконини берадиган усулини топишни тақозо этади.

Бундай усуллардан бири Ю.Д.Соколов [ ] таклиф қилган ўрта қийматлар усулидир. Ўрта қийматлар усулининг асосий моҳиятини уни қуйидаги масалани ечишга қўллаш жараёнида кўриб чиқайлик.

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = \frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t} \\ &p(x,0) = p_0 \\ &p(0,t) = p_C \\ &p(L,t) = p_0 \end{aligned}\right| \tag{5.18}$$

Ўз-ўзидан кўриниб турибдики (5.18) масала автомоделлик шартини бажармайди, чунки қатлам чегараланган ва қўйилган масаланинг бошланғич шарти ва қатлам ташқи чегарасидаги шартлар биргаликда бажарилишини таъминлаб бўлмайди.

Ўрта қийматлар усулига мувофиқ, (5.18) масаласидаги тенгламанинг ўнг томонидаги ҳадни унинг ўрта қиймати билан алмаштирамиз, яъни

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} = F(t) \tag{5.19}$$

$$F(t) = \frac{1}{l}\int_0 \frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t}dx \tag{5.20}$$

Бу ерда l умуман олганда l (t), t вақтгача x=0 нуқтадаги галерея ишлаши натижасида қатламда босим камайишининг етиб борган чегараси. $x \geq l$ нуқталар учун $p\,(x,t\,)=p_0$.

Демак (5.18) масаласининг учинчи шартини

$$P(l,t)=P_0 \tag{5.21}$$

билан алмаштиришимиз мумкин.

Бундан ташқари t-оний ҳолат учун

$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=l} = 0 \qquad (5.22)$$

ва (5.18) нинг биринчи шартига мувофиқ, шартларини ҳосил қиламиз.

$l(0) = 0$, (5.23)

(5.22) шарт $l(t) = L$ га қадар кучга эга бўлади ва бу давр биринчи фаза деб аталади. $l(t) = L$ шарт бажарилганидан кейин иккинчи фаза бошланади ва бу фазада (5.21) шарт

$P(L,t)=P_0$

(5.23) шарт эса

$$\left.\frac{\partial p}{\partial x}\right|_{x=L} = q(t) \qquad (5.24)$$

кўринишга ўтади

Бу ерда q (t) - қалам чегарасида P_0-босимни ушлаб туриш учун қатламга ташқаридан кириб келиши керак бўлган модда миқдори.

Биринчи фаза давомида кўрилаётган масаланинг ечими қуйидагича топилади.

(5.19) ни бир марта интегралласак

$$\frac{\partial p}{\partial x} = F(t)x + c_1$$

ҳосил қиламиз ва (5.22) га мувофиқ;

$C_1=-F(t)\cdot l(t)$ ёки

$$F(t) = -\frac{c_1}{l(t)} \qquad (5.25)$$

эга буламиз, демак

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{c_1}{l(t)}x + c_1$$

бу ифодани интегралласак

$$P = -\frac{c_1}{l(t)}\frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2$$

кўринишдаги умумий ечимни топамиз.

Интеграллаш доимийликлари c_1 ва c_2 ни аниқлаш учун (5.18) нинг иккинчи шарти ва (5.21) шартлардан фойдаланамиз.

Шунга мувофиқ

$$C_2=P_C\,; \quad C_1 = 2\frac{P_0 - P_C}{l(t)} \qquad (5.27)$$

ҳосил қиламиз ва ниҳоят бу ифодаларни (5.26) га қўйиб,

$$P(x,t) = \frac{P_0 - P_c}{l(t)}\left[-\frac{x^2}{l(t)} + 2x\right] + \mathrm{P}_c \qquad (5.28)$$

кўринишидаги ечимга эга бўламиз.

Бу ерда $l(t)$ ҳозирча номаълум. $l(t)$ ни аниқлаш учун (5.28) дан t бўйича ҳосила оламиз

$$\frac{\partial p}{\partial t} = (P_0 - P_c)\left[-\frac{l'(t)x^2}{l^2} + \frac{l'x^2}{l^3}\right] \qquad (5.29$$

ифодани (5.20) қўйиб интеграллаш амалини бажарамиз.

$$F(t) = \frac{1}{l(t)}\int_0^{l(t)} \frac{1}{\chi}(P_0 - P_c)\left[-\frac{l'(t)x^2}{l^2} + \frac{l'(t)x^2}{l^3}\right]dx =$$

$$= \frac{(P_0 - P_C)}{l(t)\chi}\left[-\frac{l'(t)x^2}{2l^2} + \frac{l'(t)x^3}{3l^3}\right]^{l(t)} = -\frac{2(P_0 - P_C)}{l(t)\chi}\frac{l'(t)}{6} \qquad (5.30$$

(5.25) ва (5.27) га мувофиқ;

$$-\frac{2(P_0 - P_C)}{l^2(t)} = -\frac{2(P_0 - P_C)}{l(t)\chi}\frac{l'(t)}{6}$$

ёки $6\chi = l(t)\, l'(t)$ (5.31)

(5.31)ни интеграллаб (5.23) шартни бажарилишини талаб қилсак

$$l(t) = \sqrt{12\chi t} = 2\sqrt{3\chi t} \qquad (5.32$$

эга бўламиз.

Демак биринчи фаза учун қўйилган масаланинг ечими (5.28) ва (5.32) муносабатлар орқали берилади. Бунда t нинг $0 \le t \le T$ оралиқаги исталган қийматида (5.32) ифодадан $l(t)$ аниқланади ва бу қийматни (5.28)га қўйиб $0<\chi< l(t)$ учун P (x,t) аниқланади. 2-фаза учун ечим худди шу йўсинда изланади, фақат бу ҳолда $l(t)$=L қабул қилиниб, номаълум q(t) қиймати (5.20) ва (5.24) ифодалар ёрдамида топилади ва қаралаётган масала учун қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$P = P_c + q(t)\left(\frac{x^2}{L} - 2x\right) \frac{P_0 - P_C}{L}\left(2x - \frac{x^2}{L}\right) \qquad (5.33)$$

$$q(t) = \frac{P_0 - P_C}{L}\left\{1 - \exp\left[-\frac{12\chi}{L^2}(t - T)\right]\right\} \qquad (5.34)$$

2-фаза учун қатламнинг исталган нуқтасидаги босим қиймати I фазадаги сингари $t \ge T$ учун (5.34) формула ёрдамида q(t) аниқланиб, (5.33 ёрдамида ҳисобланади.

15 - маъруза

Текис радиал ҳаракат масалаларини ечишда ўрта қийматлар усулининг қўлланилиши.

Ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг фильтрацияси тадқиқоти борасида текис радиал ҳаракати масалалари амалиётда қўлланиш кўлами жиҳатидан алоҳида аҳамиятга эга. Қуйида ўрта қийматлар усули ёрдамида суюқликларнинг текис радиал ҳаракати масалаларини ечишга бир мисол келтирамиз. Ўрта қийматлар усули Ю.Д.Соколов томонидан таклиф қилинган бўлиб, [.], нефт сизилиши масалаларини ечишда биринчи бор Г.П. Гусейнов қўллаган.

Фараз қилайлик R_k радиусли доира шаклидаги қатлам марказида жойлашган R_c радиусли қудуқ ўзгармас q дебит билан ишламоқда. Қатламнинг бошланғич босими P_0, ташқи чегараси ёпиқ. Қатламда босим тарқалиш қонуниятини топиш талаб қилинади.

Ушбу масаланинг математик қўйилиши (модели) қуйидагича ифодаланади.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)=\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t} \qquad (5.35)$$

$R_c<r<R_k$, $t>0$

$$P(r,0)=P_0 \qquad (5.36)$$

$$r\frac{\partial p}{\partial r}\bigg|_{r=R_c}=\frac{\mu}{2\pi kh}q=Aq \qquad (5.37)$$

$$r\frac{\partial p}{\partial r}\bigg|_{r=R_k}=0 \qquad (5.38)$$

Келтирилган масалани ечишда ўрта қийматлар усули қўлланилганда (5.35) - (5.38) масала қуйидаги кўринишга ўтади. (1-фаза)

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)=F(t) \qquad (5.39)$$

$R_c<r<R$,

$$r\frac{\partial p}{\partial r}\bigg|_{r=R_c}=Aq \qquad (5.40)$$

$$r\frac{\partial p}{\partial r}\bigg|_{r=R}=0 \qquad (5.41)$$

$$P(R,t)=P_0 \qquad (5.42)$$

$$F(t)=\frac{2}{R^2-R_c^2}\int_{R_c}^{R}\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t}rdr \qquad (5.43)$$

$R(t)/_{t=0}=R_c$ (5.44)

(5.39) тенгламани r бўйича бир марта интегралласак

$$r\frac{\partial p}{\partial r} = F(t)\frac{r^2}{2} + C_1 \qquad (5.45)$$

ҳосил қиламиз.

(5.40), (5.41) шартларни қаноатлантирсак;

$$C_1 = -F(t)\frac{R^2}{2}$$

$$F(t) = -\frac{2Aq}{R^2 - R_c^2} \qquad (5.46)$$

$$C_1 = \frac{AqR^2}{R^2 - R^2_c} \qquad (5.47)$$

келиб чиқади.

(5.46) ва (5.47) дан F(t) ва C_1 қийматларини (5.44) тенгламага қўйиб, r бўйича интеграллаш амалини бажарсак ва $R^2_c <<< R^2_k$ эканлигини эътиборга олсак.

$$P = -\frac{Aqr^2}{2R^2} + Aq\ln r + C_2$$

ҳосил қиламиз.

(5.42) шартни бажарилишини талаб қилсак;

$$C_2 = P_0 + Aq\left(\frac{1}{2} - \ln R\right)$$

келиб чиқади, ва демак

$$P(r,t) = P_0 + \frac{Aq}{2}\left(1 - \frac{r^2}{R^2(t)}\right) + Aq\ln\frac{r}{R(t)} \qquad (5.48)$$

ечимни оламиз.

R(t) қийматни топиш учун (5.43) муносабатдан фойдаланамиз.

Бунда (5.48) тенгламадан t бўйича ҳосила олиб, (5.43) даги интеграллаш амалини бажарсак ($R^2_c <<< R^2_k$ эканлигини эътиборга олиб),

$$F(t) = -\frac{AqR'}{2\chi R} \qquad (5.49)$$

келиб чиқади.

Бу ерда $R' = \frac{dR}{dt}$

(5.46) тенглик ёрдамида

$$R\frac{dR}{dt}=4\chi \tag{5.50}$$

дифференциал тенгламага эга бўламиз. (5.50) тенгламани интеграллаб, (5.44) шартнинг бажарилишини талаб қилсак

$$R(t)=\sqrt{R_c^2+8\chi t} \tag{5.51}$$

эканлигини топамиз.

Демак қўйилган масаланинг ечими исталган $t>0$ учун (5.51) дан $P(t)$ нинг қийматини топиш ва бу қийматни (5.48) муносабатга қўйиб, исталган $Rc<r<R(t)$ учун $P(r,t)$ қийматини аниқлаш йўли билан берилади.

Қурилган масаланинг иккинчи фаза учун $(R(T)=R_k,\ t>T)$ ечими ушбу бобнинг (5.2) бандида келтирилгандек топилади.

(5.35) тенглама учун (5.37) ва (5.38)дан бошқача чегаравий шартлар берилган ҳолдаги ечими юқорида келтирилган йўсинда топилади.

16 - маъруза

Газларнинг бир жинсли ғовак муҳитда текис радиал ҳаракати

Идеал газларнинг биржинсли ғовак муҳитда текис радиал ҳаракати (3.28') тенглама билан ифодаланади.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p^2}{\partial r}\right)=\frac{2m\mu}{k}\frac{\partial p}{\partial t}$$

Келтирилган тенгламанинг, ушбу бобнинг олдинги бандларида кўрилган масалалардаги, суюқликларнинг текис радиал ҳаракатини ифодаловчи тенгламадан фарқи, унинг чизиқсиз эканлигидадир. Шу сабабли ушбу тенглама асосида қўйилган масалаларни аналитик ечимини олишда аввал уни чизиқли ҳолга келтириш талаб қилинади. Бу тенгламани чизиқли ҳолга келтиришда, нефт ва газ ер ости гидродинамикасининг асосчиси Л.С.Лейбензон киритган ва унинг шарафига Лейбензон функцияси деб юритиладиган

$$P=\int_0 \rho dp \qquad (5.52)$$

$$\tau=\int_0 \frac{dp}{d\rho}\rho dt \qquad (5.53)$$

ифодалар билан бериладиган ўзгарувчини алмаштиришдан фойдаланилади.

(5.52) ва (5.53) муносабатлар ёрдамида (3.28') тенглама қуйидаги кўринишга ўтади.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)=\frac{m\mu}{k}\frac{\partial P}{\partial \tau} \qquad (5.54)$$

Идеал газлар учун (5.53) муносабат.

$$\tau=\int_0 P(r,t)dt \qquad (5.55)$$

кўринишга эга бўлади.

Ушбу муносабатни янада соддалаштириш мақсадида интеграл остидаги P(r,t) номаълум функцияни унинг бошланғич қиймати P (r,0)=P_0=Const билан алмаштириш таклиф қилинган у ҳолда τ = P_0t ва (5.54) тенглама

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)=\frac{m\mu}{kP_0}\frac{\partial P}{\partial \tau} \qquad (5.56)$$

кўринишга ўтади.

Ўтказилган тадқиқотлар, бундай ўзгарувчини алмаштириш, (5.56) тенгламага қўйилган масалаларнинг ечимидан олинадиган қатламда босим тарқалишни, (3.28') тенгламага қўйилганга нисбатан кичик қийматлар беришини ва улар орасидаги фарқнинг вақт давомида ўсиб боришини кўрсатган.

Ечим аниқлигини ошириш мақсадида (5.55) муносабатда

$$P(r,t)=\bar{p}(t)=\frac{2}{R_k^2-R_c^2}\int_{R_c}^{R_k}P(r,t)rdr \qquad (5.57)$$

деб қабул қилиш ва $\bar{p}(t)$ - қатлам бўйича t вақтдаги ўртача босим қийматини материал баланс тенгламаси ёрдамида топиш таклиф қилинган.

(5.57) алмаштириш ёрдамида (5.54) тенглама

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)=\frac{m\mu}{kp(t)}\frac{\partial P}{\partial t} \qquad (5.58)$$

кўринишга ўтади.

Ғовак муҳитда реал газларнинг сизилиши текис радиал ҳаракат учун (3.31') тенгламанинг қуйидаги кўриниши билан ифодаланади.

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{k}{\mu z}r\frac{\partial p^2}{\partial r}\right)=2m\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{z}\right) \qquad (5.59)$$

тенгламани чизиқли кўринишга ўтказиш учун қўлланиладиган Лейбензон функцияси қуйидаги кўринишга эга бўлади.

$$P=\int_0^p\frac{k(p)p}{\mu(p)z(p)}dp \qquad (5.60)$$

$$\tau=\int_0\frac{k(p)p}{\mu(p)\left(1-\frac{z'}{z}p\right)}dt \qquad (5.61)$$

ва бу алмаштириш ёрдамида (5.59) тенглама,

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial P}{\partial r}\right)=m\frac{\partial P}{\partial \tau} \qquad (5.62)$$

кўринишга ўтади.

Ғовак муҳитда идеал газларнинг сизилиши (5.58) ва реал газлар учун (5.62) тенгламалар асосида қўйилган масалаларни аналитик ечишда юқорида келтирилган усулларни, ҳусусан ўрта қийматлар усулини қўллаш мумкин бўлибгина қолмай, олингач ечимнинг амалиёт учун керакли даражада аниқлик бериши кўплаб тадқиқотчилар томонидан таъкидланган.

17 - маъруза

Такомиллаштирилган ўрта қийматлар усули

Ушбу бобнинг текис радиал ҳаракат масалаларини ечишда ўрта қийматлар усулининг қўлланилиши бандида ғовак муҳитда суюқликларининг барқарор бўлмаган текис радиал сизишини масалаларидан бирини ((5.35)- (5.38)) ечишда Ю.Д.Соколовнинг ўрта қийматлар усулининг қўлланилиши кўрсатилган эди.

Қуйида ўрта қийматлар усулининг аниқлигини ошириш имкони ҳақида сўз боради.

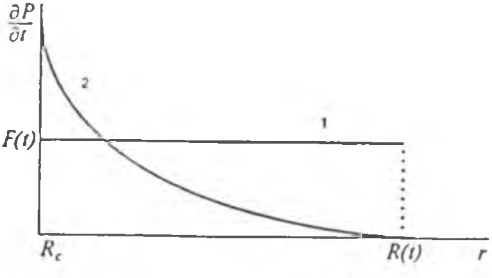
Барқарор бўлмаган ҳаракат масалаларини ечишнинг бошланғич даврида бу масалалар барқарор ҳаракатлар кетма-кетлиги усулини қўллаш йўли билан тадқиқ қилинган ва унга мувофиқ текис радиал ҳаракатда кўрилаётган t вақт учун $R_c<r<R(t)$ чегарасида $\frac{\partial p}{\partial t}=0$ деб қабул қилиниб, босим тарқалиш қонунияти ва унинг ўзгариш чегараси R(t) қиймати топилган 1953 йилда Ю.Д.Соколов ўрта қийматлар усулини таклиф қилар экан. $R_c<r<R(t)$ чегарасида $\frac{\partial p}{\partial t}$ ни унинг ўрта қиймати билан, яъни

$$\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t} \approx F(t) = \frac{2}{R^2 - R_c^2}\int_{R_c}^{R}\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t}rdr$$

билан алмаштирган.

Бу таклиф барқарор бўлмаган ҳаракат масалалари ечими аниқлигини анчагина ошириш имконини берган ва амалиётда кенг қўлланилиб келган [ ].

Агар биз $\frac{\partial p}{\partial t}$ ўзгариш қонуниятини таҳлил қилсак, унинг қудуқ деворида максимал қийматга эга бўлиши ва қудуқ деворидан узоқлашган сари монотон камайиб, t вақт учун босимнинг ўзгариш чегараси R (t) да нолга тенг бўлишини кўрамиз (расмга қаранг)



Шунга кўра, номаълум $\frac{\partial p}{\partial t}$ ни $R_c<r<R(t)$ чегарасида монотон камаювчи 3-чизиқни аппроксимацияловчи бирор бир функция билан алмаштириш имкони йўқмикан деган савол туғилади. Мана шу саволга

жавобан (5.35) тенгламанинг ўнг томонини $F(t)\ln\frac{R}{r}$ билан алмаштирайлик [ ], яъни

$$\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t}\approx F(t)\ln\frac{R(t)}{r} \qquad (5.63)$$

$$\int_{R_c}^{R} F(t)r\ln\frac{R}{r}dr \quad \int_{R_c}^{R}\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t}rdr \qquad (5.64)$$

$\ln\frac{R}{r}$ функция эса $r=R_c$ да ўзининг максимал қиймати $\ln\frac{R}{R_c}$ ни қабул қилади ва $r=R$ да $\ln 1=0$. яъни ўз хусусияти билан расмдаги монотон камаювчи 3-чизиқни аппроксимациялайди, чунки F(t) функция $\frac{1}{\chi}\frac{\partial p}{\partial t}$-нинг ўртача қийматига тенглиги сабабли материал баланс шарти бузилмаслигини таъминлайди. (5.63) га мувофиқ (5.35) тенгламани;

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial p}{\partial r}\right)=F(t)\ln\frac{R}{r} \qquad (5.65)$$

кўринишда ёзишимиз мумкин.

Бунда (5.36)-(5.38) бошланғич ва чегаравий шартлар ўрта қийматлар усули қўлланилгандагидек (5.40)-(5.44) шартларга ўтади.

(5.56)тенгламани r бўйича интегралласак.

$$r\frac{\partial p}{\partial r}=F(t)\left(\frac{r^2}{2}\ln\frac{R}{r}+\frac{r^2}{4}\right)+C_1 \qquad (5.66)$$

ҳосил қиламиз, ва (5.40), (5.41) шартлар бажарилишини талаб қилсак. $R^2_c<<R^2$ эканлигини ҳисобга олиб, унча мураккаб бўлмаган амалларни бажариш натижасида

$$C_1\approx Aq \qquad (5.67)$$

$$F(t)\approx\frac{4Aq}{R^2} \qquad (5.68)$$

эга бўламиз.

Демак $\quad r\frac{\partial p}{\partial r}=-\frac{4Aq}{R^2}\left(\frac{r^2}{2}\ln\frac{R}{r}+\frac{r^2}{4}\right)+Aq$

Ҳосил бўлган тенгламани интеграллсак

$$P=-\frac{Aqr^2}{R^2}\ln\frac{R}{r}+Aq\ln r-Aq\frac{r^2}{R^2}+C_2 \qquad (5.69)$$

куринишдаги натижага келамиз.

(5.42) шартни бажариш талаби

$C_2 = P_0 - Aq(\ln R - 1)$

беради ва ечим

$$P = P_0 - \frac{Aqr^2}{R^2}\left(\ln\frac{R}{r} + 1\right) - Aq\left(\ln\frac{R}{r} - 1\right) \qquad (5.70)$$

кўринишда бўлади.

Ўрта қийматлар усулини қўллагандагидек R(t) қийматини топиш учун тенгламадан $\frac{\partial p}{\partial t}$ ифодасини топиб, уни (5.64)га қўйиб интеграллаш амалини бажарсак

$$\frac{AqR'R}{8\chi} = Aq \qquad (5.71)$$

ёки

$$R\frac{dR}{dt} = 8\chi \qquad (5.72)$$

келиб чиқади.

(5.72) тенгламани интеграллаб, (5.44) шартнинг бажарилишини талаб қилсак

$$R = \sqrt{R_c^2 + 16\chi t} \qquad (5.73)$$

эканлигини топамиз.

Демак, таклиф қилинган усул бўйича (5.35) - (5.38) масаланинг ечими (5.70) ва (5.73) формулалари орқали берилади.

Ўрта қийматлар усули ёрдамида олинган ечим (5.48), (5.51) ва такомиллаштирилган ўрта қийматлар усули билан (5.70), (5.73) бир хил шароит учун олинган ечимлар ўзаро таққосланганда, кудуқ таъсир доирасининг радиуси (5.73) формулада (5.51) га нисбатан √2 марта катта эканлигини кўрамиз. Бу иккала усул ёрдамида ҳисобланган босим қийматлари ((5.48) ва (5.70) формулалар бўйича бажарилган Ҳисоб натижалари) орасидаги максимал фарқ 10%дан кўпроқни ташкил этади. Такомиллаштирилган ўрта қийматлар усули бўйича олинган босим қийматлари барча нуқталарда ўрта қийматлар усули берадиган натижалардан паст эканлиги ва максимал фарқ кудуқ даврида бўлиб ундан узоқлашган сари камайиб нолга интилиб бориши кузатилади. (5.35) тенглама учун бошқа чегаравий шартларда қўйилган масалалар ҳам шу йўсинда ечилади.

18 - маъруза

Суюқлик ва газларнинг дарзли ғовак муҳитда сизилиши

Дунё газ ва нефт заҳираларининг аксарият қисми дарзли ғовак муҳитда жойлашган. Бундай тоғ жинсларида жойлашган конларни самарали ишлатиш, дарзли ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг сизилиш масалаларининг тадқиқоти билан бевосита боғлик.

Замонавий талқинларга мувофиқ, кўп сонли тармоқларга эга бўлган дарзлар билан ўзаро ажратиб қўйилган ўтказувчан, ғовак тоғ жинслари бўлакларидан иборат бўлган муҳит, дарзли ғовак муҳит дейилади. Бунда дарзли ғовак муҳит узлуксиз муҳит сифатида қабул қилиниб, унинг ҳар бир нуқтасида ҳам ғовак бўлак, ҳам дарзлар мавжуд дейилади ва ғовак муҳитдан фарқли ўлароқ, ҳар бир нуқтада босимнинг икки қиймати-говак бўлаклардаги босим қиймати P_2 ва дарзлардаги босим қиймати P_1 киритилади. Шунингдек иккита тезлик векторлари - дарзлардаги сизилиш тезлиги U_1 ва ғовак бўлаклардаги сизилиш тезлиги U_2 киритилади.

Дарси қонунига мувофиқ

$$U_1 = -\frac{k_1}{\mu} gradP_1$$

$$U_2 = -\frac{k_2}{\mu} gradP_2 \qquad (6.1)$$

k_1,k_2 - мос равишда дарзлар ва ғовак бўлакларнинг ўтказувчанлик коэффициенти.

Ғовак бўлаклар ва дарзлар ўртасидаги ўзаро модда алмашинуви жараёни вақтга бевосита боғлик эмас, деб қабул қилинганда, (умуман олганда қисман барқарор - квазистационар) бу жараённи ифодаловчи функция қуйидагича берилиши мумкин.

$$q = \frac{\alpha\rho}{\mu}(P_2 - P_1) \qquad (6.2)$$

бу ерда α - ўлчов бирлигига эга бўлмаган, дарзли ғовак муҳит хусусиятини ифодаловчи янги параметр.

Модда сақланиш қонуни дарзлар ва ғовак бўлаклар учун узлуксизлик тенгламалари билан ифодаланади.

$$div(\rho U_1) = \frac{\partial(m_1\rho)}{\partial t} + q \qquad (6.3)$$

$$div(\rho U_2) = \frac{\partial(m_2\rho)}{\partial t} - q \qquad (6.4)$$

Келтирилган (6.1) - (6.4) тенгламаларни суюқлик ёки газлар учун ҳолат тенгламаси,

$$\rho = \rho(p),\ p=p_1,p_2 \qquad (6.5)$$

ва дарзли ғовак муҳитнинг дефформацияланиши қонунияти

$$m_1=m_1(p_1,p_2),\ m_2=m_2(p_1,p_2) \qquad (6.6)$$

билан тулдирилса саккиз номаълум, икки босим қиймати ва тезликларнинг уқлар йуналиши буйича учтадан олтига компонентини топиш учун саккизта тенгламадан иборат тулиқ системага эга буламиз.

Хусусан, биржинсли, қайишқоқ дарзли ғовак муҳитда кам сиқилувчан суюқликларнинг сизилишини ифодалаш учун (6.1)-(6.6) системадан қуйидаги тенгламалар системасини ҳосил қиламиз.

$$\frac{k_1}{\mu}\nabla^2 p_1=(\beta_{c1}+m_1\beta)\frac{\partial p_1}{\partial t}-\frac{\alpha}{\mu}(p_2-p_1)$$

$$(6.7)$$

$$\frac{k_2}{\mu}\nabla^2 p_2=(\beta_{c2}+m_2\beta)\frac{\partial p_2}{\partial t}-\frac{\alpha}{\mu}(p_2-p_1)$$

Бу ерда β_{c1}, β_{c2}, β мос равишда дарзлар, ғовак булаклар ва уларда сизилаётган суюқликларнинг қайишқоқлик коэффициенти.

(6.7) система-дарзли ғовак муҳитда суюқликлар сизилишининг тула тенгламалар системаси деб юритилади.

Дарзли ғовак муҳит ғоваклиги умумий ҳажмининг асосий қисмини ғовак булаклардаги ғоваклик ҳажми ташкил қилишини, яъни $m_1<<m_2$ ва $\beta_{c1}<<\beta_{c2}$, айни вақтда, дарзлар системаси утказувчанлиги ғовак булаклар утказувчанлигига нисбатан жуда катта $k_1>>k_2$ эканлигини ҳисобга олсак, (6.7) дан қуйидаги системани ҳосил қиламиз.

$$k_1\nabla^2 p_1=-\alpha(p_2-p_1)$$

$$(6.8)$$

$$(\beta_{c2}+m_2\beta)\frac{\partial p_2}{\partial t}=-\frac{\alpha}{\mu}(p_2-p_1)$$

Бу система дарзли ғовак муҳитда суюқликлар сизилишининг соддалаштирилган тенгламалар системаси номини олган.

(6.8) тенгламалар системаси дарзларда жойлашган модда миқдорини ҳисобга олмайди, бунда дарзлар фақат модданинг қудуқлар томон ҳаракатини таъминловчи каналлар вазифасин бажаради. Дарзлардаги модда миқдорини ҳисобга оладиган булсак,

$$\frac{k_1}{\mu}\nabla^2 p_1=[\beta_{c1}+m_1\beta]\frac{\partial p_1}{\partial t}-\frac{\alpha}{\mu}(p_2-p_1) \qquad (6.9)$$

$$(\beta_{c2}+m_2\beta)\frac{\partial p_2}{\partial t}=-\frac{\alpha}{\mu}(P_2-P_1)$$

системага эга буламиз. (6.9) система дарзли ғовак муҳитда суюқликлар сизилишининг қисқартирилган тенгламалар системаси номини олган.

Келтирилган тенгламалар системаларини солиштириб, қисқача таҳлил қилсак қуйидагиларни таъкидлашимиз мумкин.

Тўла тенгламалар системаси (6.7) бўйича, ғовак бўлакларда жойлашган модданинг қудуқлар томон ҳаракати дарзлар системаси орқали (модда алмашиниш жараёнини ҳисобга олувчи ҳаднинг таъсири остида) ҳамда бевосита ғовак бўлаклар орқали амалга оширилиши мумкин. Чунки $\nabla^2 p_2$ ҳаднинг мавжудлиги ғовак бўлакларни бир-бири билан бевосита боғлаб, узлуксиз муҳитни ташкил қилиш имконини беради.

Демак, бирор-бир ғовак бўлакдаги модда заррачаси дарзларга ўтмасдан бир ғовак бўлакдан иккинчи ғовак бўлакка ўта олиш ва шу йўсинда қудуқ тубигача етиб келиш имконига эга бўлади. Бу эса ушбу бобнинг бошланиш қисмида дарзли ғовак муҳитга берилган таърифга зид бўлиб чиқади.

Чунки келтирилган таърифга мувофиқ, дарзли ғовак муҳит - кўп сонли тармоқларга эга бўлган дарзлар билан ўзаро ажратиб қўйилган, ўтказувчан ғовак бўлаклардан иборат дейилган эди. Шунинг билан бирга дарзлар системасининг ўтказувчанлиги ғовак бўлаклар ўтказувчанлигига нисбатан жуда катта ва умумий ғоваклиги ғовак бўлаклар ғоваклигига нисбатан жуда кичиклиги натижасида қудуқдан бир хил масофадаги исталган нуқтада дарзлар системасидаги модда босими ғовак бўлаклардаги модда босимидан кичик ёки тенг бўлиши муқаррар, яъни

$$P_1 (x, y,z,t) \le P_2 (x,y,z,t).$$

Демак, дарзлар системасидаги исталган заррача ғовак бўлакка сизилиб кирмайди (гетероген сизилишнинг баъзи махсус масалалари бундан мустасно). Ҳулоса қилиб айтганда дарзли ғовак муҳитда заҳиранинг асосий қисми ғовак бўлакларда жамланган бўлиб, модданинг қудуқлар томон ҳаракати дарзлар системаси орқали рўй беради.

Юқорида келтирилган (6.9) тенгламалар системаси худди ана шундай ҳаракатнинг математик модели бўлиб хизмат қилади.

(6.9) системани янада соддалаштириш мақсадида (6.8) системага ўтиш, биринчидан, дарзлардаги бошланғич модда миқдорини ҳисобга олмайди. Иккинчидан, тадқиқотларнинг кўрсатишича, чегаравий масалаларнинг қўйилиши ва уларни ечишнинг турғун алгоритмларини яратиш бир мунча мураккаблашиб, қўйилган масалаларни ечиш имконияти чекланиб қолади.

Демак, дарзли ғовак муҳитда суюқликларнинг сизилиши математик моделлари орасида қисқартирилган система (6.9) дарзли ғовак муҳитга берилган таърифга ҳам мос, ҳам ечим олиш нуқтаи назаридан энг қулай система экан.

Бундан ташқари дарзли ғовак муҳитда дарзлар ва ғовак бўлакларнинг ўзаро модда алмашиш жараёни барқарор бўлмаган ҳолдаги тенгламалар системасидан шартли равишда турғун ҳолдаги система келтириб чиқарилганда у айнан (6.9) система кўринишига эга бўлиши [ ]да кўрсатилган.

Дарзли ғовак муҳитда газларнинг сизилиш тенгламалари (6.1)-(6.6)дан мос равишдаги ҳолат тенгламасини (6.5) қўллаш йўли билан келтириб чиқарилади.

Ғовак муҳитда модда сизилиши масалаларини ечиш учун қўлланилган барча усуллар, дарзли ғовак муҳитда модда сизилиши масалаларини ечишга ҳам қўлланилиши мумкин.

19 - маъруза

Ғовак муҳитда кўпкомпонентли қоришмаларнинг сизилиш тенгламалари

Табиий газлар ўз таркибига кўра кўп компонентли қоришма бўлиб, унинг ҳар бир компоненти метан гомологик қаторидаги маълум бир углеводород ёки углеводородлар группасидан иборат.

Ғовак муҳитда бундай қоришмаларнинг сизилишида, қатламдаги термобарик шароит ҳамда қоришма таркибига кўра, бир фазали (газ) ёки икки фазали (суюқлик ва газ) ҳолатдаги моддаларнинг ҳаракати рўй беради.

Кўп компонентли қоришмаларнинг икки фазали ҳаракати, ғовак каналлар системасида газ ва суюқликнинг ҳаракати давомида ўзаро модда алмашинуви билан боғлиқ жараён сифатида қаралиши мумкин.

Ғовак муҳитда ҳаракат тезлигининг унча катта бўлмаслиги ва қатлам тоғ жинслари иссиқлик сиғимининг жуда юқори бўлишини ҳисобга олсак, қоришмаларнинг сизилиш жараёни изотермик шароитдан четлашмаслигига амин бўламиз.

Бундай ҳаракатни математик жиҳатдан тавсифлаш учун компонентлар массаси баланс тенгламасини тузиш кифоя.

Агар сизилаётган қоришма n компонентдан иборат десак, барча хусусий ҳолатларни ўз ичига олган, умумлашган ҳол - бу қатламда (ғовак муҳитда) ўзаро қоришадиган суюқ ва газ ҳолатидаги фазаларнинг сизилиши бўлади.

Умумлашган Дарси қонунига мувофиқ бу фазалар учун

$$U_c = -\frac{KK_c}{\mu_c} gradP, \qquad U_\Gamma = -\frac{KK_\Gamma}{\mu_\Gamma} gradP \qquad (8.1)$$

деб ёзишимиз мумкин.

Бунда K_C, $K_Г$ - суюқ ва газ фазалари учун нисбий ўтказувчанлик коэффициенти.

Ҳар бир i-компонент сизилиш жараёнида ҳам газ, ҳам суюқ фазалар таркибига киради.

Шу сабабли i-компонентнинг жамланган оқими массаси учун

$$V_i = V_c \rho_c l_i + V_\Gamma \rho_\Gamma g_i, \qquad i = \overline{1,n} \qquad (8.2)$$

муносабат ўринли бўлиди.

Бу ерда:

ρ_C, $\rho_Г$ - мос равишда суюқ ва газ фазаларининг зичлиги;

ℓ_i, g_i - i - компонентнинг мос равишда суюқ ва газ фазалари масасидаги улуши;

n- қоришма таркибидаги компонентлар сони.

i - компонентнинг қатлам элементар бирлик ҳажмидаги массаси

$$M_i = m(S_c \rho_c l_i + S_\Gamma \rho_\Gamma g_i) \qquad (8.3)$$

муносабат билан аниқланади.

Бу муносабатда:

S_c -қатлам элементининг суюқлик билан тўйинганлик коэффициенти;

S_Γ - газ билан тўйинганлик коэффициенти.

Узлуксизлик тенгламаси ва (8.1)-(8.3) муносабатлар асосида ғовак муҳитда n - компонентли қоришманинг икки фазали сизилишини ифодаловчи дифференциал тенгламалар системасини ҳосил қиламиз

$$div[K(\frac{K_c \rho_c l_i}{\mu_c} + \frac{K_\Gamma \rho_\Gamma g_i}{\mu_\Gamma})gradP] = m\frac{\partial}{\partial t}(S_c \rho_c l_i + S_\Gamma \rho_\Gamma g_i); \quad i = 1,n \qquad (8.4)$$

Олдинги бобларда ғовак муҳитда суюқлик ва газларнинг барқарор бўлмаган сизилиши тенгламаларини келтириб чиқаришда биз, мос равишда, суюқлик ва газлар ҳолат тенгламаларидан фойдаланган эдик. Унда сизилаётган модда зичлиги босимнинг бир қийматли функцияси сифатида маълум эди. Шу сабабли суюқлик ва газларнинг ғовак муҳитда барқарор бўлмаган сизилиш тенгламалари фақат босимга нисбатан ёзилган эди.

(8.4) тенгламалар системасига кирган параметрлар фақатгина босим функцияси бўлмай, қоришма таркибидаги компонентлар термодинамик хусусиятларига ҳам боғлиқ, яъни:

$$\begin{aligned}
&\mu_c = \mu_c(p,t,l_1,l_2,\ldots,l_n) \\
&\mu_\Gamma = \mu_\Gamma(P,T,g_1,g_2,\ldots,g_n) \\
&\rho_c = \rho_c(p,t,l_1,l_2,\ldots,l_n) \\
&\rho_\Gamma = \rho_\Gamma(P,T,g_1,g_2,\ldots,g_n)
\end{aligned} \qquad (8.5)$$

Кўп компонентли қоришмаларнинг ғовак муҳитда сизилиши масалаларини ечиш учун (8.5) муносабатда кўрсатилган параметрлар аниқланиши зарур.

(8.4), (8.5) тенгламалар қатламнинг исталган нуқтасида суюқ ва газ фазалари орасида локал термодинамик мувозанат шартлари бажарилган ҳолда ўринли бўлади.

Локал термодинамик мувозанат шартлари қатламнинг исталган нуқтасида фазалар орасида босим ва температура тенглигини ҳамда i - компонент учун суюқ ва газ фазалардаги кимёвий потенциал ёки активлик тенглигини талаб қилади

$$\varphi_\kappa = (P,T,l_1,l_2,\ldots,l_n) = \varphi_\Gamma(P,T,g_1,g_2,\ldots,g_n); \qquad i = \overline{1,n} \qquad (8.6)$$

Шуни таъкидлаб ўтиш жоизки, кимёвий потенциал φ, кимёвий ва физик - кимёвий жараёнларда, айнан, термик жараёнларда - ҳарорат, механик жараёнларда - босим ўйнаган ролни бажаради.

Бундан ташқари ғовак муҳитнинг фазалар билан тўйинганлиги ва қоришма таркибига кирган компонентларнинг массавий улуши таърифларидан келиб чиқадиган қуйидаги қўшимча шартлар эътиборга олинмоғи керак

$$\left.\begin{aligned}&\sum_{i=1}^{n} l_i = 1\\&\sum_{i=1}^{n} g_i = 1\\&S_{Г} + S_C = 1\end{aligned}\right\} \qquad (8.7)$$

Шундай қилиб, (8.5) - муносабатда келтирилган параметрлар аниқланган ҳолда (8.4), (8.6) ва (8.7) тенгламалар, 2n+3 номаълум миқдорларга (l_i, g_i, P, S_c, $S_Г$) нисбатан ёзилган 2n+3 та тенгламалар системасини ташкил қилади.

Кимёвий потенциал ёки активликни ҳисоблаш усуллари кўп компонентли қоришмалар термодинамикасида фазалараро мувозанат масалаларини ечишда кўрсатилади. Кимёвий потенциални ҳисоблаш усулларининг мураккаблиги ва махсус билимлар талаб қилиши туфайли биз бу ерда масаланинг қўйилиши билан чекланамиз.

Маърузалар матни дастур асосида ёзинганлиги кафедра мажлисида кўриб чиқилган ва тасдиқланган.

Мундарижа