ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС
ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

АБУ РАЙҲОН БЕРУНИЙ НОМИДАГИ
ТОШКЕНТ ДАВЛАТ ТЕХНИКА УНИВЕРСИТЕТИ

АБДУЛЛАЕВ Ф.С., МАҲКАМОВ Қ.Х.

Металларни босим билан ишлаш назарияси асослари

Тошкент - 2004
УДК 621.73.073

Абдуллаев Ф.С., Маҳкамов Қ.Х. Металларни босим билан ишлаш назарияси асослари. Тошкент: ТошДТУ, 2004. -220 б.

Дарсликда металларни босим билан ишлаш назариясининг асослари 5520600 – «Машинасозлик технологияси, машинасозлик ишлаб чиқариш жиҳозлари ва уларни автоматлаштириш» йўналиши бакалаврларнинг ўқув дастури ҳажмида баён этилган.

Ўзбекистон Республикаси Олий ва ўрта махсус таълим вазирлигининг мувофиқлаштирувчи Кенгаши бакалаврлар учун дарслик сифатида нашр этишга тавсия этган.

Тақризчилар:
Т.ф.н., доцент Зоиров Э.У., т.ф.д., профессор Каламазов Р.У. (ТошДТУ)
Техника фанлари доктори, профессор Мехриддинов Р. (Ўзбекистон қийин эрувчи ва ўтга чидамли матерналлар комбинати)

Тошкент давлат техника университети-
нинг 75 йиллигига бағишланади

КИРИШ.

Металларни босим билан ишлаш назарияси амалий муҳандислик фани бўлиб, унинг вазифаси металларни босим билан ишлаш жараёнларини рационал қуриш ва таҳлил қилишнинг умумий принципиал асосларини ишлаб чиқиш ҳисобланади. Бунда металларга босим билан ишлов бериш фақат хомаки маҳсулот, кўпинча талаб қилинган шаклдаги тайёр деталлар ҳам олишни таъминлаш эмас, балки металлда сифат ўзгаришларини ҳам келтириб чиқаришини ҳисобга олиш лозим.

Металларни босим билан ишлаш назарияси бундай ишлов бериш технологиясининг илмий асоси бўлиши керак.

Металларни босим билан ишлаш назарияси қуйидагиларни кўриб чиқади ва ўрганади:

1. Операциялари сони энг кам бўлган, яъни энг самарадор технологик жараёнлар яратиш мақсадида турли операцияларда металлнинг энг катта шакл ўзгаришлари имконияти таъминланадиган шароитлар.

2. Хомаки маҳсулот ва деталларнинг энг яхши фойдаланиш тавсифлари олиш мақсадида босим билан ишлов беришни металлнинг механик ва физикавий хоссаларига таъсири.

3. Дастлабки хомаки маҳсулотни ёки босим билан ишлов беришдан кейин олинадиган деталларни ўлчамлари ва шакллари орасидаги энг қулай нисбатларни қидириб топиш, хусусан маҳсулот сифатини ошириш ва металл сарфини камайтириш мақсадида хомаки маҳсулотнинг турли операцияларда шакл ўзгаришлари характери.

4. Босим билан ишлов бериш операцияларида металлнинг пластик деформацияларга қаршилиги, яъни жиҳозларни тўғри

танлаш ва ишчи асбобни мустаҳкамлнкка ҳисоблаш мақсадида кучланишларни, бу операцияларни амалга ошириш учун керакли кучларни ва ишларни тақсимланиши.

Металларни босим билан ишлаш назарияси учун асосий пойдевор бўлиб, реология, яъни моддаларнинг оқиши тўгрисидаги фаннинг бўлими бўлган, металларнинг пластик деформацияси ҳақидаги фан ҳисобланади.

Металлнинг пластик деформациялари ҳақидаги фан қуйидаги, металларга босим билан ишлов бериш назарияси учун бирдек муҳим аҳамиятга эга бўлган ўзаро боглиқ учта асосий йўналишларда биргаликда ривожланмоқда:

1. Металлнинг пластик деформацияси жараёни физикаси. Бу йўналиш металлнинг пластик шакл ўзгариши механизмини тажрибада ва назарий ўрганади, турли омилларнинг, асосан температурани, деформация тезлиги ва кучланганлик ҳолатининг турини бу жараёнга таъсирини белгилайди, демак металл эластик ҳолатдан пластик ҳолатга ўтиш шартларини белгилайди.

2. Пластик деформацияни металлнинг кимёвий таркиби ва фазавий ҳолати билан богланишини кўриб чиқадиган деформация жараёнининг физикавий кимёси.

3. Кучланган ва деформацияланган ҳолатларни, пластик деформацияланувчи жисмда кучланишларнинг катталиги ва тақсимланиши масалаларини математик ишлаб чиқувчи, жисмни пластик ҳолатга ўтиш шартларини таҳлил этувчи пластик деформация механикаси.

Пластик деформация назарияси нисбатан ёш фан ҳисобланади. Унинг жадал ривожланишини бошланиши яқин юз йилликка тегишли. Металларни босим билан ишлаш назарияси янада янги ҳисобланади. Уни ишлаб чикиш фақат асримизнинг 30-йилларида, бундай ишлов беришнинг саноатдаги аҳамияти кескин ўсиши муносабати билан бошланди.

Металларни босим билан ишлаш назарияси кўплаб замонамиз олимлари меҳнатн билан яратилди. Улар орасидан С.И.Губкин, Е.П.Унксов, Г.А. Смирнов-Аляев, Н.И. Корнеев, И.М. Павлов, шунингдек бу назариянинг алоҳида бошқа кўплаб бўлимлари ва масалаларини ишлаб чиққанлар: Л.А. Шофман, А.Д. Томленов, К.Н. Шевченко, И.А. Норицин, М.В. Сторожев, Е.А. Попов ва А.Г. Овчинниковларни биринчи навбатда эслаб ўтиш лозим. Ўзбекистонда фаннинг бу тармогннн ривожланиши ва жорий қилинишига М.Т.Ўрозбоев ва бошқалар ўз хиссаларини қўшганлар.

Бу ишлариниг аҳамияти беқнёсдир. Улар технологик жараёнларни ижодий ва тушунган ҳолда такомиллаштириш, саноатимиз техникасини янада баланд погоналарга кўтариш имкониятини берувчи муҳандислик фани сифатида металларга босим билан ишлов бериш технологияси илмий асосини яратишни таъминладилар.

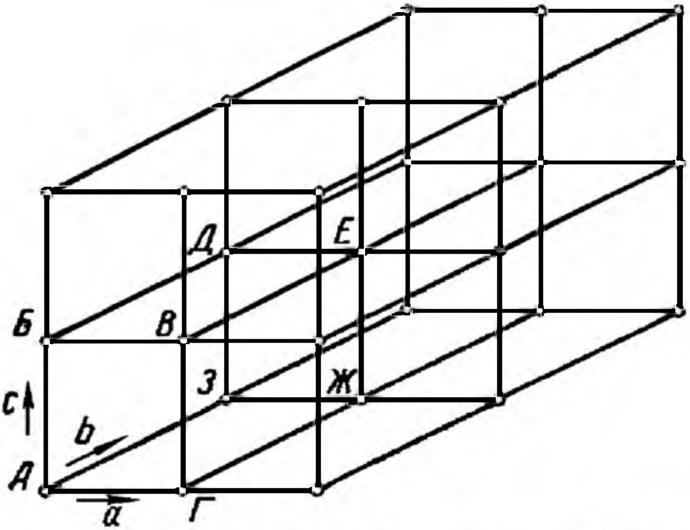
Металларни босим билан ишлаш назарияси бўйича кўп сонли адабиётлар мавжуд. Уларда кўплаб алоҳида олимлар ҳам, илмий тадқиқот институтлари жамоалари ва техника ўқув муассасалари ҳам бажарган назарий ва тажриба ишлари ифодаланган.

Металларни босим билан ишлаш назариясининг саноатдаги аҳамияти темирчилик-пресс ишлаб чиқаришни узлуксиз ошиб бораётган қийматини назарда тутсак тинмай ошиб боради.

1-боб. ПЛАСТИК ДЕФОРМАЦИЯНИНГ ТАБИАТИ.

1.1. Металларнинг тузилиши.

Барча металл ва қотишмалар кристалл тузилишга эга. Кристалл тузилиш умумаи атомларнинг фазода қонуниятли ва даврий жойлашуви билан ажралиб туради. Бунда ҳар бир атом қўшнилари билан бир ҳил жойлашган бўлади. Кристалларнинг рентгенограммалари кўрсатишича, уларда атомлар тўгри чизиқ ва текисликлар бўйича жойлашади ва нафақат атомларнинг фазода ўзаро жойлашишини очиб беришни, балки улар орасидаги ангстремларда ўлчанадиган масофани ($1A^0=1\cdot10^{-8}$см) ҳам аниқлашга имкон беради.



1- расм. Кристалл панжаранинг рамзий тасвири.

Атомларнинг текисликлар ва тўғри чизиқлар бўйича қонуният билан жойлашиши натижасида, кристаллнинг тузилишини уч ўлчовли тўғри чизиқлардан иборат тўр кўринишида тасаввур қилиш мумкин. Уларнинг кесишиш нуқталарида (тугунларида) атомлар жойлашган. Бу 1 - расмда рамзий кўрсатилган.

Бундай тўрни бир ҳил катталикдаги умумий тегиб турувчи қирраларга эга геометрик кўпбурчаклардан (параллелопипедлар, призмалар ва ҳоказо) ташкил топган деб ҳисоблаш мумкин. Бу тўрнинг ҳар қандай кўпқирраси, масалан АБВГДЕЖЗ параллелопипед (агар тўр параллелопипедлардан ташкил топган бўлса) берилган тўрнинг ҳар қандай бошқа параллелопипеди билан уч йўналишдан (a;b;c) ҳар бири бўйлаб белгиланган масофага кўчириш йўли билан тўлиқ алмаштирилиши мумкин эканлигини пайқаш қийин эмас.

Учта кристаллографик йўналишларда узлуксиз кўчиришлар йўли билан барча фазовий тўрни куриш мумкин бўлган энг кичик кўпқирра, кристалл панжаранинг элементар катакчаси деб аталади.

Уч ўлчовли фазода жойлашган, қирралари билан бирлашган элементар катакчаларнинг йиғиндиси фазовий панжара деб аталади. Ушбу катакча атомларини қўшни катакча атомлари билан тўлиқ мос тушиши учун зарур бўлган, элементар катакчанинг энг кичик сурилиш катталигини аниқловчи (a,b,c) кесмалар узунлиги, панжара параметрлари ёки қайтарилиш даврлари деб аталади.

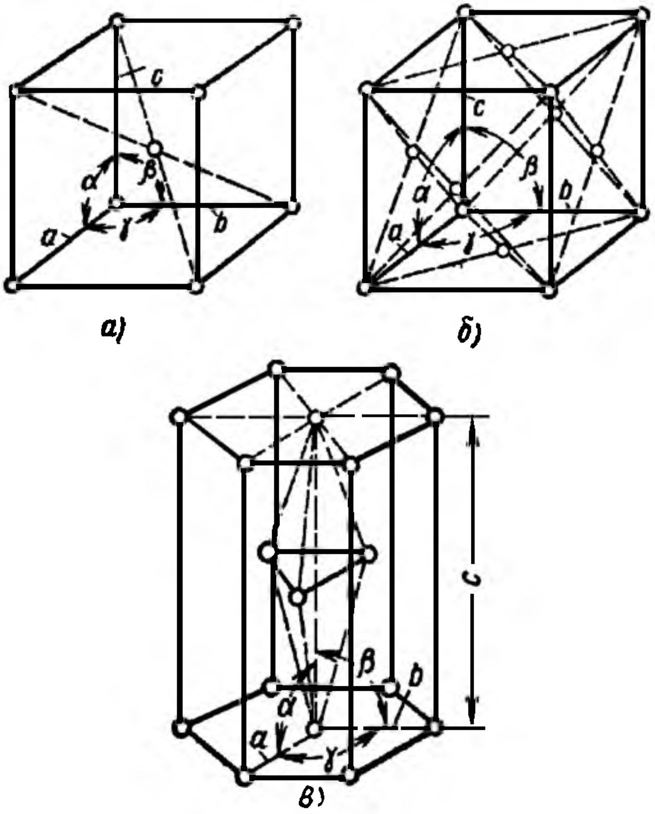
Атомларнинг катакчада ўзаро жойлашиши атомларнинг ушбу фазовий панжарада жойлашувини тўлиқ аниқлайди.

Кристалларнинг атомлар фақат панжара тугунларида (фақат асосий элементар катакчанинг учларида) жойлашган оддий фазовий панжаралари ва асосий элементар катакчанинг ичида айнан бир хил жойларда ҳам атомлар жойлашган мураккаб фазовий панжараларини фарқлайдилар.

Кристаллар ёки кристалларнинг фазовий панжараси тузилишини баён этиш учун одатда координат тизими танлаб олинади. Унинг ўқлари бўлиб, бир нуқтадан (панжара тугунидан) ўтувчи, кристаллнинг асосий тугун чизиқлари билан мос тушувчи учта тўғри чизиқ, (масалан 1 - расмдаги a,b,c векторлар билан йўналиши мос тушувчи тўғри чизиқлар), хизмат қилади.

Бунда кристаллографик тизим ўқларини кристаллнинг симметриясига мос равишда танлаб олинади. Кристаллографик ўқлар тизимида фазовий панжаранинг элементар катакчаси шакли кристаллографик ўқлар орасидаги учта координат бурчаги α, β, γ ва панжаранинг учта параметри a, b, c ёрдамида ифодаланиши мумкин.

Металлар фазовий кристалл панжарасининг асосий элементар катакчаларини намунавий шакллари 2 - расмда келтирилган.



а)

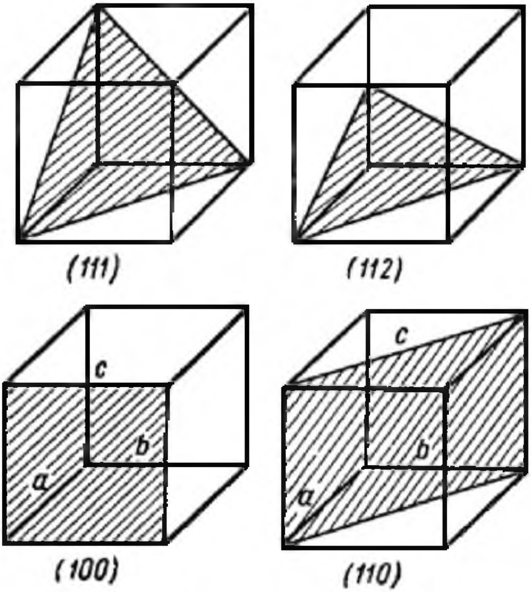
б)

в)

2 - расм. Кристалл панжаранинг элементар катакчалари.

Кубсимон панжаралар (2-расм, а ва б) α = β = γ бурчаклар тенглиги ва a = b = c панжара параметрларининг ўзаро тенглиги билан ажралиб туради. Агар кубсимон панжарада элементар катакча кубининг учларида жойлашган атомлардан бошқа, куб марказида жойлашган атом ҳам бўлса, унда бундай панжара ҳажмий марказлаштирилган кубсимон деб аталади. Куб томонларининг марказида жойлашган атомларга эга бўлган кубсимон панжара томонлари марказлаштирилган кубсимон деб аталади. Гексагонал панжаранинг элементар катакчаси (2 - расм, в) $\alpha = \beta = 90^0$ ва $\gamma = 120^0$ бурчаклар қиймати ва панжаранинг фақат иккита параметрини ўзаро тенглиги $a = b \neq c$ билан ажралиб туради.

Панжараларнинг келтирилган уч тури кўплаб металларга тааллуқлидир.



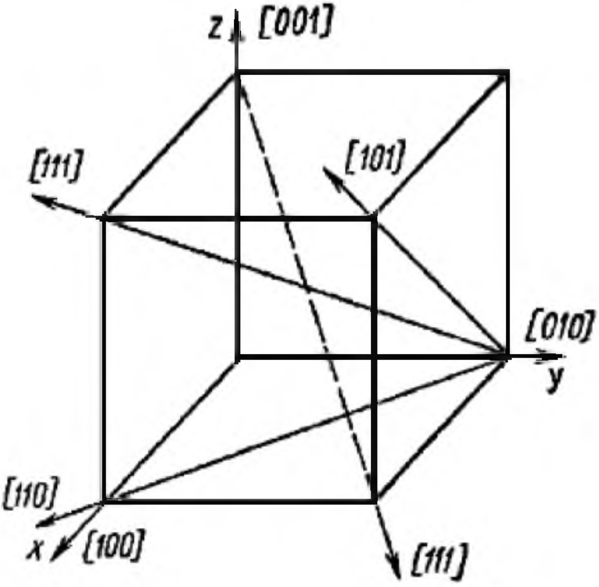
(111) (112)
(100) (110)

3-расм. Кубсимон катакчада ўтказилган текисликларнинг белгиланиши.

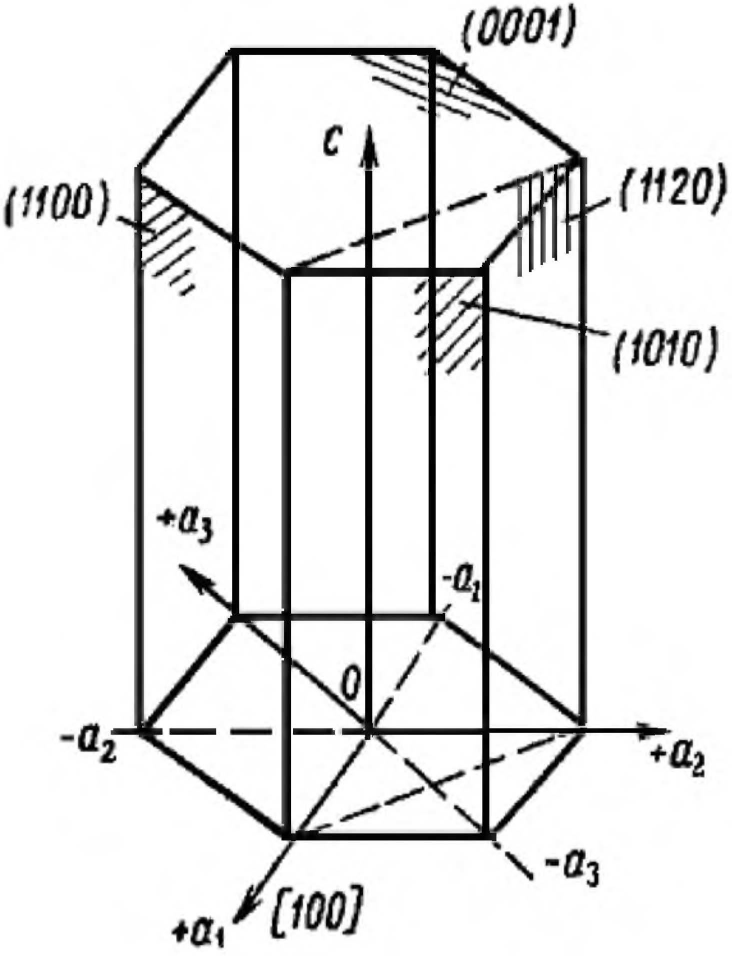
Ҳажмий марказлаштирилган кубсимон катакчали панжарага масалан, металлар: α- ва β- темнр, литий, ванадий, волфрам, молибден, хром, тантал эгадир; алюминий, γ- темир, олтин, мис, никел, платина, қўргошин, кумуш металлари томонлари марказлаштирилган кубсимон катакчаларли панжарага эга; гексагонал зич жойланган катакчаларли (яъни, призманинг ичида учта атомга эга бўлган, 2-расм, в) панжара магний, рух, берилий, кадмий, кобалт, α - титан металларида бўлади.

Фазовий панжаранинг элементар катакчаларида (демак, фазовий панжаранинг ўзида ҳам) ўтказиш мумкин бўлган текислпкларнп аниқлаш учун, шунингдек кристаллографик йўналишларни аниқлаш учун кристаллографияда индекслаш тизими қабул қилинган. Бу тизим бўйича кубсимон панжара текисликларини индекслаш юмалоқ қавсга олинган учта рақам билан амалга оширилади. Бу рақамлар координат ўқларида текислик билан кесилган кесмалар катталигига ўзаро тескари пропорционал учта оддий сонлардан иборат бўлади. Бунда кесмаларнинг ўлчов бирлиги сифатида панжара параметрлари қабул қилинади.

3 - расмда элементар кубсимон катакчада ўтказилган баъзи текисликлар бу текисликларнинг белгиланиши билан бирга келтирилган.



4-расм. Кубсимон катакчадаги белгиланишлар.



5-расм. Гексагонал катакчадаги белгиланишлар.

Гексагонал элементар катакчада индекслаш кўрилаётган текислик билан тўртта кристаллографик ўқда кесилган кесмаларнинг катталигига тескари олиб борилади. Бу ўқлардан учтаси олти ёқли призманинг (базис текислиги деб аталувчи) асоси текислигида ётади.

1.2. Пластик деформация ҳақида тушунча

Металлнинг қандайдир ҳажмига қўйилган ташқи кучлар тизими уни деформациясини келтириб чиқаради. Эластик ва пластик деформациялар бўлади. Агар ташқи кучлар олингандан сўнг деформацияланган жисм ўзининг дастлабки шакл ва ўлчамларини тўлиқ тикласа, бундай деформация эластик деб аталади. Агар ташқи кучлар келтириб чиқарган жисмнинг шакли ва ўлчамларининг ўзгариши, бу кучлар олингандан сўнг ўз ҳолида қолса, бундай деформацияни пластик ёки қолдиқ (қайтмас) деб аталади.

Металларга босим билан ишлов бериш усулида деталларни олиш ҳомаки маҳсулотии пластик деформацпялашга асосланган. Пластик деформация ҳомаки маҳсулотни бузмасдан туриб, унинг алоҳида ҳажмларини нисбий снлжитнш йўли билан деталнинг берилган шаклини олишга имкон берибгина қолмай, балки ҳомаки маҳсулот материалининг механик ва физик-кимёвий хоссаларига ҳам таъсир кўрсатади.

Эластик деформация металлда атомларнинг турғун мувозанат ҳолатидан четлатиш ҳисобига рўй беради ва потенциал энергиянинг минимум бўлиши билан ажралиб туради. Бу четланишнинг катталиги қўшни атомлар орасидаги масофадан ошмайди. Эластик деформация атомлараро масофани ўзгариши натижасида қайтадиган ҳажм ўзгаришларини келтириб чиқаради. Ҳажмнинг қайтадиган ўзгариши, масалан, 10 МПа босим билан ҳар томонлама сиқилишда пўлат учун ~ 0,6 %, мис учун 1,3 % ни ташкил этади.

Атомларни турғун мувозанат ҳолатидан четланиши жисмда тўпланган потенциал энергияни оширади ва белгиланган чегараларгача четланиш катталиги деформацияловчи кучлар ошишига пропорционал ортиб боради. Ҳар қандай шароитларда ҳам ташқи кучларнинг жисмга таъсири, атомларни энг кам потенциал энергияли ҳолатга қайтаришга интилувчи, атомлараро кучларнинг қарши таъсири билан мувозанатлашади.

Пластик деформация атомларии янги турғун мувозанат ҳолатларга, кристалл панжарадаги атомлар орасидаги масофадан анча катта бўлган нисбий силжиши ҳпсобнга амалга ошади. Пластик деформациялашда жисмга қўйплган кучлар келтириб чпқарган умумий деформация пластик ташкил этувчини ҳам, шу қаторда деформацияловчи кучлар олингандан сўнг йўқоладиган эластик ташкил этувчини ҳам ўз ичига олади.

1.3. Монокристаллнинг совуқ пластик деформацияси механизми.

Монокристаллнинг пластик деформацияси асосан икки йўл: сирпаниш ва қиёфадошланиш билан бўлиши мумкин.

Сирпаниш кристаллнинг юпқа қатламларини ёнидагиларга ннсбатан параллел силжишидан иборат бўлади. Ҳаракат қатор текисликларни ёки оралигида пластик деформация элементлари бўлмаган жуда юпқа қатламларнп (сирпаниш йўлларини) қамраб олади.

Сирпаниш йўллари бир-биридан ўртача 1 мкм атрофидаги масофада кетма кет сафланади, бу вақтда қўшни атом текисликлари орасидаги масофа эса 10^{-4} мкм рақами билан ифодаланиши тажриба йўли билан аниқланган.

Монокристаллнинг сирпаниш йўли билан деформацияланиши 6 - расмда келтнрплган мнс ва алюминий қотишмаси монокристаллини чўзилишга учраган намунаси фотосуратидан яққол кўриниб турибди.

6-расм. Монокристаллнинг сирпаниш йўли билан деформацияланиши.

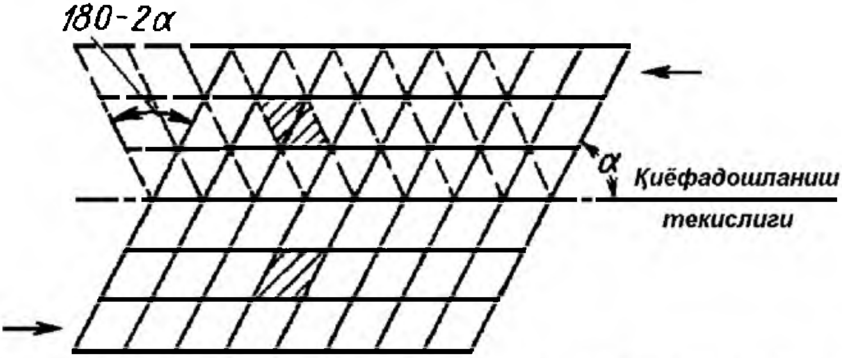
Монокристалларда сирпаниш аниқ кристаллографик текисликлар бўйича рўй беради. Буларни сирпаниш текисликлари дейилади. Одатда атомлар жойлашувининг энг катта зичлигига эга текисликлар сирпаниш текисликлари бўлиб ҳисобланади, атомлараро масофалар минимал катталикка эга бўлган йўналишлар эса сирпаниш йўналиши бўлиб ҳисобланади. Масалан, ён томони марказлашган кубсимон кристалл панжарали металларда одатда (111) туридаги октаэдр текисликлари сирпаниш текисликлари ҳисобланади, (101) туридаги йўналиш эса сирпаниш йўналиши бўлиб ҳисобланади.

Гексагонал кристалл панжарали металларда одатда сирпаниш текислиги бўлиб (0001) турдаги базис текислиги, сирпаниш йўналиши бўлиб эса, олтибурчакнинг диагоналига мос тушадиган (100) турдаги (бу катакчанинг асоси) йўналиш ҳисобланади.

Атомларнинг қандайдир кристаллик текисликлари бўйича силжиши мумкинлигига температура анча сезиларли таъсир кўрсатади. Температуранинг ошиши қатор ҳолларда шунга олиб келадики, бунда сирпаниш жараёни, ҳона температурасида сирпаниш бўладиган текисликлардан фарқли, бошқа текисликлар бўйича амалга ошиши мумкин. Масалан, гексагонал зич жойлашган панжарали металларда ҳона температурасида битта сирпаниш текислиги - (0001) базис текислиги бўлади, 200^0 дан ошиқ температурада эса қўшимча (1011) ёки (1012) туридаги текисликлар бўйича сирпаниш имконияти пайдо бўлади.

Қиёфадошланиш «қиёфадошланиш текислигига» параллел текисликларда жойлашган атомларнинг маълум масофага силжишидан иборат бўлиб, бу масофа текисликларнинг қиёфадошланиш текислигигача бўлган масофасига пропорционал бўлади. 7 - расмда деформация натижасида ҳосил бўлган қиёфадош пунктир чизиқ билан кўрсатилган. Бунда кристалл панжара қирралари, даставвал қиёфадошланиш текислигига $\alpha < 90^0$ бурчак остида бўлган бўлса, $180^0 - 2\alpha$ га тенг бурчакка бурилади.

Қиёфадошланиш орқали деформация олган кристалл бўлагининг панжараси, кристаллнинг деформацияга учрамаган қисми панжарасини қиёфадошланиш текислигига нисбатан ойнадаги тасвири (қиёфадоши) бўлади. Қиёфадошланиш статик юкланишда нисбатан кам, зарб билан деформацияланишда анча тез-тез кузатилади. Қиёфадошланиш нафақат деформацияланувчи жисмга ташқи кучларнинг таъсири натижасида, балки пластик деформациядан сўнг отжиг (бўшаташ) натижасида ҳам пайдо бўлиши мумкин. Бундай ходиса, хусусан, мисда, латун (жез) ва баъзи бошқа, кубсимон ён томони марказлаштирилган панжарали металларда кузатилади. Қиёфадошланиш сирпаниб деформацияланиш билан бирга келиши мумкин. Сирпаниш билан деформацияланишда қиёфадошланиш деформациялаш учун зарур бўлган кучни кескин камайтиради.



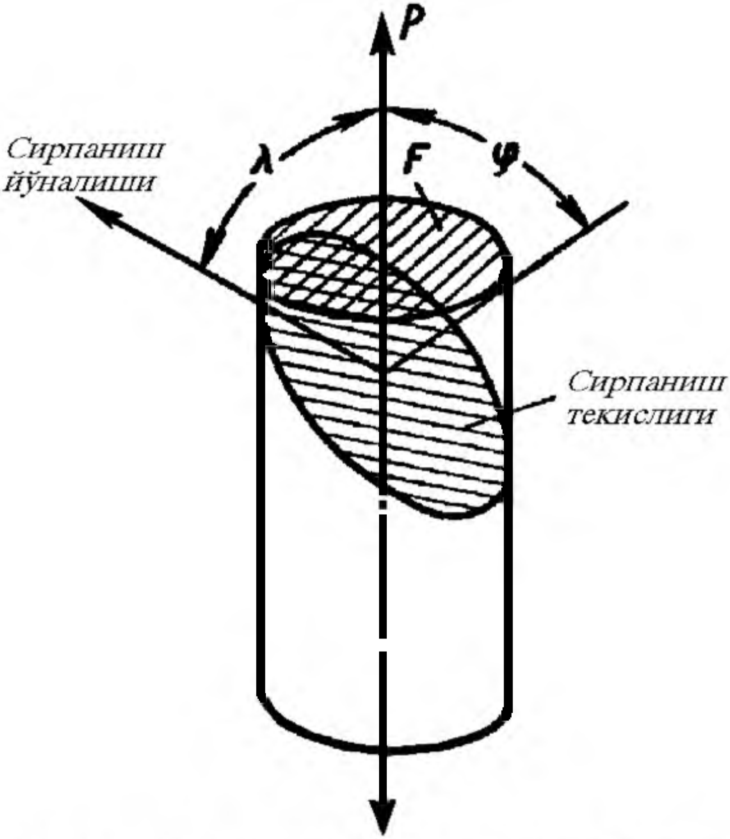
7-расм. Деформация натижасида ҳосил бўлган қиёфадош.

Ишлов бериладиган металларнинг пластик деформация жараёни асосан сирпаниш ҳисобига амалга оширилади.

Берилган металлни сирпаниш билан пластик деформацияси бошланиши учун зарур бўлган силжитувчи (уринма) кучланишлар, берилган температура ва деформация тезлигида, жисмга таъсир кўрсатаётган кучларга нисбатан сирпаниш текисликлар йўналишига боглиқ бўлмаган доимий катталик эканлиги кўп сонли тадқиқотларда кўрсатилган. Агар кўндаланг кесим юзаси F бўлган монокристалл намунани P куч билан чўзилса, бунда сирпаниш текислигига нормал (тик чизиқ) таъсир этаётган кучлар йўналиши томонига φ бурчак остида, сирпаниш йўналишига эса λ бурчак остида қияланган бўлса (8 -расм), у ҳолда силжитувчи кучланиш τ катталиги ушбу формула бўйича топилиши мумкин:

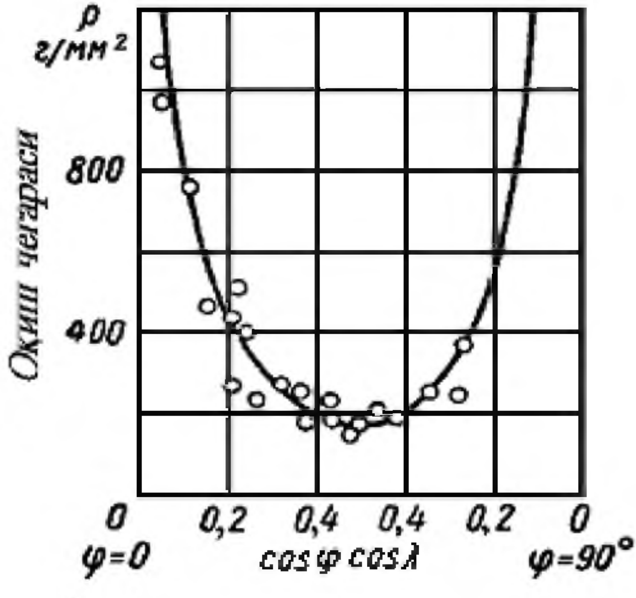
$$\tau = \left(\frac{P}{F}\right)\cos\varphi\cos\lambda \qquad (1.1)$$

бу ерда: $\dfrac{F}{\cos\varphi}$ - намунанинг сирпаниш текислиги бўйича майдони.



8-расм. Монокристаллнинг P куч таъсирида чўзилиши.

9 - расмда (1,1) формула бўйича τ=const бўлганда ҳисоблаб ҳосил қилинган $\frac{P}{F} = f\left(\cos\varphi\cos\lambda\right)$ богланиш келтирилган. Нуқталар билан тажриба натижалари кўрсатилган. Келтирилган маълумотлар тажрибалар аниқлиги чегараларида, ўзгармас температура ва деформация тезликлари учун, сирпаниш бошланишига мос келувчи силжитувчи кучланиш катталиги доимий ва сирпаниш текислигини таъсир этувчи кучлар йўналиши томон огпш бурчагига боглиқ эканини тасдиқлайди.



9-расм. Ўзгармас τ қийматларида оқиш чегарасининг cosφ cosλ га боглиқлигн.

Бу маълумотлар ҳар бир металлнинг монокристалли учун оқувчанлик чегараси катталигини (пластик деформация бошланишига мос келувчи $\sigma = \frac{P}{F}$ нормал кучланишни), кучлар таъсири йўналишига нисбатан φ=λ=45° бурчакларда минимумга эга бўлиб, сирпаниш текисликларининг қандай йўналганлигига сезиларли боглнқлигнни кўрсатади.

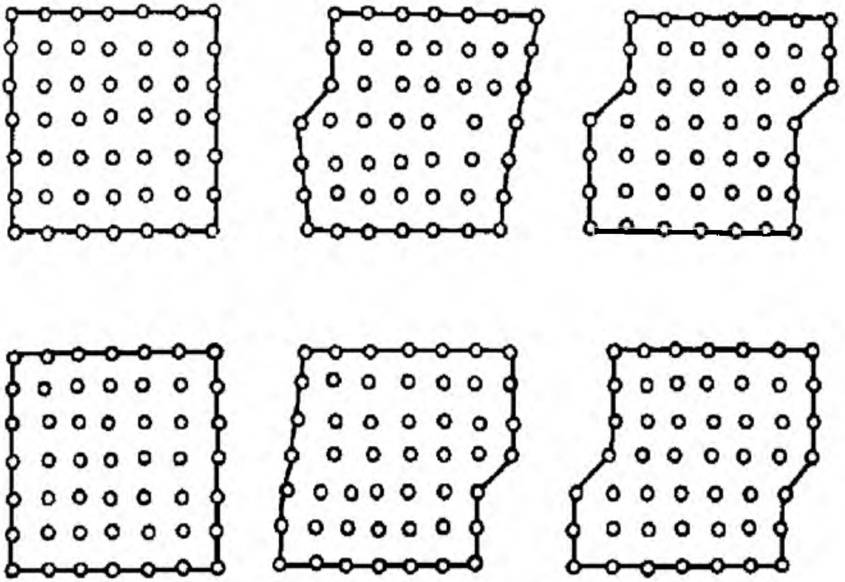
Худди шундай тажрибалар билан пластик деформация катталашган сари намунани кейинги деформацияланиши учун зарур бўлган силжитувчи кучланиш τ ошиб бориши кўрсатилган.

Кўп сонли тадқиқотлар билан сирпаниш жараёни битта текисликдаги барча атомларнинг қўшни атомларга нисбатан бир вақтдаги силжиши сифатида қаралиши мумкин эмаслиги кўрсатилган.

Замонавий тушунчалар бўйича сирпаниш жараёни атомларнинг алоҳида гуруҳларини кетма-кет силжитиш йўли билан амалга оширилади. Деформация жараёнида атомларнинг параллел кристаллографик текисликларда жойлашган фақат бир қисминигина нисбий силжиши мумкинлиги металлда тўғри кристалл тузилишнинг бузилиши борлиги билан изоҳланади. Ҳақиқий монокристалл ва доначалар мозаик тузилишга эга, яъни ўлчами 10^{-4} - 10^{-6} см атрофида бўлган блоклардан иборат, шунингдек ҳар бир блок мукаммал кристалл (тўгри кристалл тузилишга эга) эканлиги, қўшни блоклар бир бирига нисбатан $10'$ - $20'$ атрофида бурчакка бурилганлиги тажрибаларда исботланган. Бундай блоклар мозаика блоклари деб аталади. Бундан ташқари ҳақиқий монокристалл ва доначаларда кристалл тузилиши тўгрилигининг махаллий бузилиши мавжуд бўлиб, бунда панжаранинг алоҳида тугунларида атомлар бўлмайди ёки панжаранинг баъзи жойларида «ортиқча» атомлар бўлади. Ҳақиқий кристалл тузилишидаги тўғриликнинг бундай бузилиши, кўриниб турибдики, кристалланиш жараёнининг мукаммал эмаслигини натижаси бўлади.

Кристалл тузилишининг тўгрилигини бузилиши кристалл панжаранинг алоҳида жойларида деформацияланмаган металлда атомлар энг кам потенциал энергияли турғун мувозанат ҳолатидан силжиган бўлишига олиб келади. Бундай силжишларнинг мавжудлиги шунга олиб келадики, атомларнинг алоҳида гуруҳларини янги турғун ҳолатларга сурилиши учун, бундай сурилишлар бўлмагандагига қараганда, камроқ сурувчи кучланишлар талаб қилиниши мумкин.

Ҳозирги вақтда фазовий ианжаранинг, дислокация деб аталувчи алоҳида иомукаммалликлариии сирпаниш текислигида сирпаниб сурилиш жараёнини тушунтирувчи тахмин кенг тарқалган. Дислокация деб кристалл панжаранинг махаллий бузилиши (қийшайиши) га айтилади. Унда қўшни параллел текпслнкларда атомлар сонпдагн фарқ оқибатида атомларнинг сирпаниш текислигидан бир томонда жойлашган қисми кичиклашган атомлараро масофага эга бўлади (сиқилган), сирпаниш текислигининг қарши томонида жойлашган атомларнинг бошқа қисми эса катталашган (чўзилган) атомлараро масофага эга бўлади. Шартли равишда кристаллнинг сирпаниш текислиги тепасида жойлашган қисмида атомлараро масофа кичиклашган мусбат дислокациялар ва кристаллнинг сирпаниш тьекислигидан пастда жойлашган қисмида атомлараро масофа кичиклашган манфий дислокацияларни фарқлайдилар.



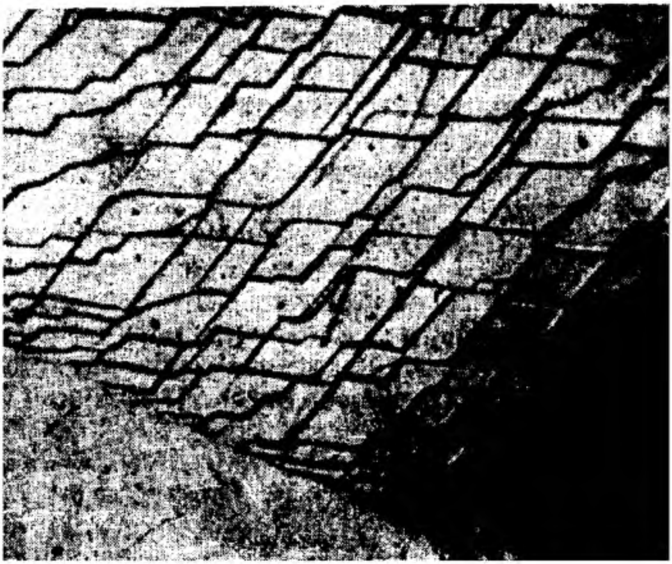
10-расм. Кристаллик панжарада сирпаниш схемалари.

10-расмда кристаллик панжарада мусбат ва манфий дислокацияларни сирпаниш текислиги бўйлаб сурилиши натижасида битта атомлараро масофага сирпаниш схема тарзида кўрсатилган.

Днслокацияларни сурнш учун керакли силжитувчи кучланиш катталиги, берилган текисликдаги ҳамма атомларни бир вақтда силжитиш учун керак бўлганидан кўплаб марта кам. Шундай қилиб, ташқи кучларнинг таъсири остида сирпаниш биринчи навбатда кристалл тузилишининг дастлабки номукаммаллиги - дислокацияларга эга бўлган текисликларда ҳосил бўлади. Дислокациялар сони пластик деформация жараёнида ошади деб тахмин қилинади.

Кристаллик тузилишининг тўғрилиги бузилиши оқибатида дислокациялар атрофида куч майдони бўлади. Дислокациялар орасидаги масофа нибатан кам бўлган ҳолларда куч майдонлари ўзаро таъсир кўрсатади. Бир ишорали дислокациялар итарилади, турли ишоралилари эса тортишади. Қандайдир даражагача пластик деформация жараёнида силжитувчи кучланишнинг ошиши деформация вақтида бир хил ишорали дислокациялар сонини кўпайишининг оқибати бўлиши мумкин.

Дислокациялар назарияси пластик деформация пайтида рўй берадиган кўплаб ҳодисаларни тушунтириб беради. Сирпаниш механизмини тушунтирувчи бошқа тахминлар ҳам бор. Масалан, Я.И.Френкел ва Т.А.Конторова кристалл тузилиш тўғрилигида махаллий бузилишлар бўлмаганда ҳам кристалл панжара атомларини бир турғунлик ҳолатидан бошқасига аста - секин ўтиши йўли билан сирпаниш амалга ошиши мумкин деб ҳисоблайдилар.



11-расм. Монокристаллнинг алоҳида блокларга майдаланиши

Монокристаллардаги пластик деформацияда сирпаниш жараёни баъзи бир кристалл тузилишининг қўшимча ўзгаришлари билан биргаликда содир бўлади.

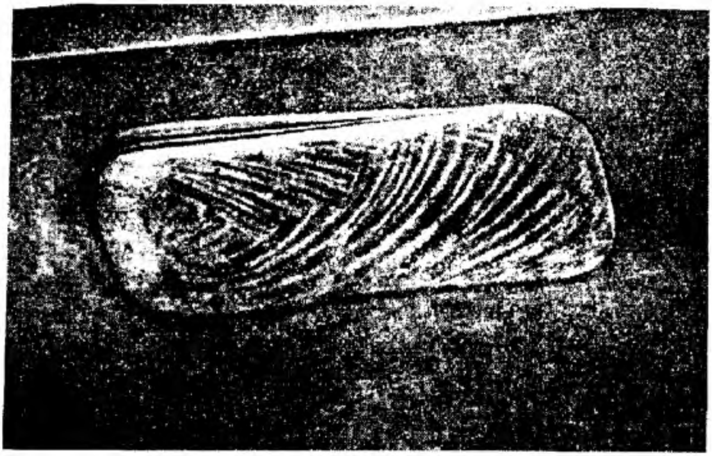
Монокристаллнинг пластик деформацияси жараёнида кузатиладиган сирпаниш текисликларини даврий фазовий юзаларга айланишини (сирпаниш текисликларининг эгилиши), шунингдек мозаика блокларининг нисбий бурилишини кўплаб тадқиқотчилар қайд этган. Бир вақтда металлнинг яхлитлиги ва алоҳида блокларнинг ичидаги фазовий панжара бузилмасдан, монокристаллнинг алоҳида блокларга янада яққол кўринишдаги майдаланиши кузатилади (11-расм). Н.Ф.Лашко пластик деформация жараёнида блоклар пайдо бўлишининг сабаби кристалл алоҳида қисмларининг сирпаниш текисликларининг эгилиши билан бир вақтда сирпанишига асосланган мураккаб силжиши деб ҳисоблайди.

Сезиларли пластик деформация натижасида монокристалл тўгри кристалл тузилишга эга ва атомларнинг сезиларли силжиши оқибатида кристалл тузилиш бузилган сирпаниш текисликлари дастаси билан чегараланган алоҳида блокларга ажралади. Шундай қилиб, сезиларли пластик деформацияларда монокристалл маълум доналар сонидан ташкил топган поликристаллга айланади.

1.4. Поликристаллнинг совуқ пластик деформацияси

Поликристалл жисмнинг умумий қолдиқ шакл ўзгариши, уни ташкил этувчи доначаларнинг шакли ва ўлчамларини ўзгариши ва уларнинг нисбий силжиши билан бўладиган пластик деформациядан йиғилади. Шунга кўра поликристаллнинг кристаллараро ва кристалл ичидаги деформацияларинн фарқлайдилар. Поликристаллнинг алоҳида доначаларн деформацияси, худди монокристаллдагидек, сирпаниш ёки қиёфадошланиш билан амалга ошадп. Бироқ, полнкрпсталлда анчагина доначалар борлиги поликристаллнинг пластик деформация жараёнини баъзи ўзпга хос хусусиятларини келтириб чиқаради. Поликристаллнинг алоҳида доналарида сирпаниш тезликлари фазода бетартиб йўналган.

Алоҳида доначаларнинг сирпаниш текисликларини фазода турлича йўналганлиги шунга олиб келадики, поликристалл жисмни ташқи кучлар тизимида юкланншида деформация бошланиши ҳамма доначаларда бир вақтда бўлмайди. Биринчи навбатда пластик деформация сирпаниш текислигига энг қулай йўналган, яъни сирпаниш текисликлари берилган кучлар тизими келтириб чиқарадиган энг катта уринма кучланишларнинг таъсир майдончалари билан мос тушган доначаларда пайдо бўлади. Қолган доначалар эластик деформацияланади ва фақат нисбий силжиш олиши мумкин. Чизиқли чўзилиш ва сиқилишда пластик деформация бошланиши учун энг қулай йўналиш, сирпаниш текислиги ташқи куч таъсири йўналишига 45^0 бурчак остида жойлашган доначаларда бўлади.



12-расм. Хомаки маҳсулот сиртидаги сирпаниш чизиқлари.

Энг қулай йўналган доначалардаги силжишларнинг ташқи кўриниши биринчи марта Д.К.Чернов томонидан топилган ва кўпинча деформацияланаётган жисм сиртида кузатиладиган сирпаниш чизиқларидир. 12-расмда қалин металл тахтасидан кесиб олинган хомаки махсулотнинг оксид пардаси қопланган сиртида ҳосил бўлган сирпаниш чизиқлари кўрсатилган. Доначалардаги биринчи силжишлар деформацияланаётган жисмда энг катта уринма кучланишлар таъсир кўрсатаётган йўналишларда содир бўлгани сабабли, поликристалл жисм юзасида кўринадиган сирпаниш чизиқлари, унда қўйилган кучлар келтириб чиқарадиган максимал силжитувчи кучланишлар йўналиши ҳақида хулоса чиқаришга имкон беради. Деформацияловчи кучлар ошган сари, қулай бўлмаган йўналишлардаги сирпаниш текисликларида таъсир этаётган уринма кучланишлар пластик деформациялар бошланиши учун зарур бўлган катталикка етади. Деформация поликристаллнинг янада кўпроқ доначаларини қамраб ола бошлайди. Металлнинг кўплаб доначаларини пластик деформацияга киришишига тўгри келадиган чизиқли чўзилиш ёки сиқилишдаги нормал кучланиш оқувчанлик чегараси ҳисобланади.

Поликристалл жисмнинг кейинги деформацияси металлнинг энг жадал оқиш йўналишида доначалар чўзилган шаклни олишига олиб келади. Пластик деформация натижасида чўзилган доначаларнинг аниқланган йўналганлиги микроструктуранинг йўл-йўллиги деб аталади. Доначаларнинг энг катта ва энг кичик ўртача ўлчамлари катталиги орасидаги нисбат уларнинг деформацияси катталигини кўрсатади.

Деформация жараёнида доначалар шакли ўзгариши билан бир вақтда алоҳида доначаларнинг кристаллографик ўқларини фазода бурилиши рўй беради. Пластик деформация рўй берган сари алоҳида доначаларнинг кристаллографик ўқлари йўналишларидаги фарқ камаяди, сирпаниш текисликлари эса металлнинг энг жадал оқиш йўналиши билан бирлашишга интилади. Бу шунга олиб келадики, сезиларли деформацияда текстура деб аталувчи поликристаллнинг кристаллографик ўқларини афзал йўналганлиги келиб чиқади. Текстуранинг келиб чиқиши поликристалл хоссаларини анизотропиясига (турли йўналишларда ҳар хил бўлишига) олиб келади.

Металлнинг пластик деформацияси диффузия ҳодисаси билан бирга кечиши мумкин. Асосий металлнинг доначалари, кристалл панжарада жойлашган атомлар атрофида, қўшни атомларни минимал потенциал энергия ҳолатидан силжишини келтириб чиқарадиган, куч майдони ҳосил қилади. Бу куч майдони дислокацияларнинг куч майдонлари билан ўзаро таъсирлашиши мумкин. Бундай ўзаро таъсир натижасида эриган элемент атомлари аралашмалари йигилади ёки дислокация соҳасидан суриб чпқарнладп.

Шундай қилиб, аралашма атомларнинг деформацияланаётган доначаларда кучланиш градиенти йўналишида йўналтирилган ҳаракатланиши (силжиши) ҳосил қилинадн. «Диффузион пластик деформация» деб аталган бу ҳодиса Г.В.Курдюмов, С.Т.Конобеевский, И.А.Одинг ва бошқалар томонидан тадқиқот қилнннган.

Диффузион пластиклик ҳодисаси, худди сирпаниш каби, дислокациялар сурилиши натижасида ҳосил бўладиган, доначаларнинг ўлчами ва шаклини қолдиқ ўзгаришларига олиб келиши мумкин.

Диффузион пластиклик механизми доначаларнинг чекка қатламларида ва мозаика блоклари чегарасида жуда кучли намоён бўлади. Бу механизм сирпанишга йўлдош бўлади. Унинг аҳамияти қиздириб деформациялашда ортади. Юқорида ёзилган кристаллнинг ички деформацияси жараёнлари поликристалл металлнинг шакл ўзгаришларини келтириб чиқарадиган асосий жараёнлар бўлиб ҳисобланади. Кристаллараро деформация бу маънода анча кам аҳамиятга эга.

Кристаллараро деформация илгари айтилганидек, доначаларнинг бир-бирига нисбатан нисбий сурилишида ифодаланади. Бунда поликристаллнинг кристаллни ички ва кристаллараро деформациялари орасидаги нисбатга доналар ичидаги ва уларнинг чегараларидаги металл хоссаларининг фарқи таъсир кўрсатади.

Доначалар чегарасида ўтиш қатлами мавжуд бўлиб, ундаги атомларнинг жойлашиш қонунияти кескин бузилади. Атомларнинг доначалар чегара қатламларида қонуният билан жойлашишини бўлмаслиги қўшни доначалар атомлари ўзаро таъсири улар шаклининг нотўгрилиги ва доначалар унинг суюқ холдан кристалланишда ўзаро «зўрлаб босилиши»нинг натижаси ҳисобланади.

Бундан ташқари, сууюқ металлнинг қотишида доначалар чегаралари бўйлаб эримайдиган қўшимчалар йигилади. Шундай қилиб, доначаларнинг чегара қатламлари физика-кимёвий хоссалари билан ички қатламлардан фарқ қилади. Чегаравий доналар аро қатламларда металл тузилиши тўгрилигини бўлмаслиги шунга олиб келадики, бу қатламлардаги атомлар минимал потенциал энергияга мос келувчи холатларда жойлашган бўлмайди. Бундан келиб чиқадики, уларнинг қўзгалувчанлиги ички қатламдаги доначаларга қараганда катта бўлиши мумкин, уларнинг нисбий силжиши эса (рўй бериши қандайдир маълум текисликлар бўйича эмас) нисбатан кам уринма кучланишларни талаб қилиши мумкин. Бироқ, атомларнинг чегара қатламларда нисбий силжиш имконияти, сирпаниш дислокациялар сурилиши билан амалга ошадиган ички қатламлардагига қараганда, доимо ҳам катта бўлмайди.

Атомларнинг доначалар чегара қатламларида силжиши эримайдиган қўшимчалар ва донача юзасини уларни деформация жараёнида илашиб ва тиқилиб қолишига олиб келувчи нотўгри шакли билан қийинлашади.

Кристаллитаро деформацияда доначалар чегараси бўйлаб шикастланишлар келиб чиқади. Улар кристаллитаро деформация ривожланганда микро-, кейин макродарзлар ҳосил бўлишига олиб келади, булар пировард натижада поликристаллни бузилишига олиб келиши мумкин.

Кристаллитаро силжишлар кичик ва иккинчи даражали аҳамиятга эга бўлганда, доначаларнинг чегаралари етарлича мустаҳкам бўлган ҳолда, анча сезиларли пластик деформация бўлиши мумкин.

Бироқ донача чегараларида ҳосил бўладиган шикастланишлар деформация жараёнида тўлиқ ёки сезиларли даражада тикланадиган бўлса, доначалараро силжишлар жисм шаклини ўзгартиришда жуда муҳим аҳамият касб этиши ҳам мумкин. Бу ҳодиса кўпинча юқори температураларда кузатилади.

1.5. Совуқ деформацияда мустаҳкамланиш

Поликристаллнинг пластик деформацияси металлнинг механикавий, физикавий ва кимёвий хоссаларини анча ўзгаришига олиб келади. Деформация даражасини ошиши билан деформацияга қаршиликнинг барча кўрсаткичлари: эластиклик, пропорционаллик, оқувчанлик ва мустаҳкамлик чегаралари ошади, шунингдек металлнинг қаттиқлиги ҳам ошади. Бу билан бир вақтда пластиклик кўрсаткичларини (нисбий чўзилиш, нисбий сиқилиш, зарбий қовушқоқлик) камайиши кузатилади; электр қаршилик ошади, коррозияга қаршилик, иссиқлик ўтказувчанлик камаяди, ферромагнит металларнинг магнит хоссалари ўзгаради ва хоказо. Металларнинг пластик деформация жараёнида механикавий ва физика-кимёвий хоссаларини ўзгариши билан боглиқ ходисалар тўплами мустаҳкамланиш (парчинланпш) деб аталади. Ҳозирги вақтгача мустаҳкамланишнинг физикавий табиати тўлиқ аниқланмаган.

Металлар механик хоссаларини ўзгариши, хусусан мустаҳкамлик кўрсаткичларини ошиши сезиларли даражада фазовий атом панжарани ишораси бўйича бир хил дислокациялар ўзаро таъсирида бузилиши, сирпаниш текисликларини қийшайиши, сирпаниш текисликларида доначалар бўлакларини концентрациялари блок ҳосил қилиши билан тушунтирилади. Бундан ташқари қатор тадқиқотларда, баъзи ташкил этувчилари метастабил тузилишга эга қотишмаларнинг деформациялаш жараёнида мустаҳкамлик хоссаларини ўзгариши, бу фазаларнинг тузилиш холати ўзгаришига таъсир кўрсатиши кўрсатиб ўтилган.

С.Т.Кишкин тушунчасига кўра пўлатнинг сирпаниш текисликлари бўйича пластик деформацияси жараёнида силжишларни тўхтатувчи ва металлни мустаҳкамланишига ёрдам берувчи субмикроскопик заррачалар (карбидлар) ажралиб чиқади.

С.Т.Конобеевский ва М.А.Захарова миснинг алюминийдагн қаттнқ эритмасини деформацияси жараёнида, сирпаниш текисликлари бўйича дисперс заррачалар ажралиши билан бу эритмани парчаланиши рўй беришини рентгенографик усулда аннқладплар.

С.С.Носнрова ва М.В.Буракова пластик деформация жараёнида ўта совутилган аустенитни сирпаниш текисликлари бўйича мартенситга айланишини кузатдилар.

Сирпаниш текисликлари бўйича субмикроскопик заррачалар ажралиши, кўриниб турибдики, сирпаниш текисликлари ва унга яқин жойлашган кичик хажмларда температурани сезиларли ошиши натижаси ҳисобланади.

Температуранинг ошиши диффузия жараёнлари ўтиши учун зарур бўлган ва хусусан, сирпаниш текисликларида коагуляция ва карбидлар тўкилиши учун қўшимча энергия манбаидир.

Металл тузилиши ва атомларнинг панжарада ўзаро жойлашишидаги ўзгаришлар, пластик деформация натижасида металлар хоссаларининг бошқа ўзгаришларини ҳам тушунтириб беради.

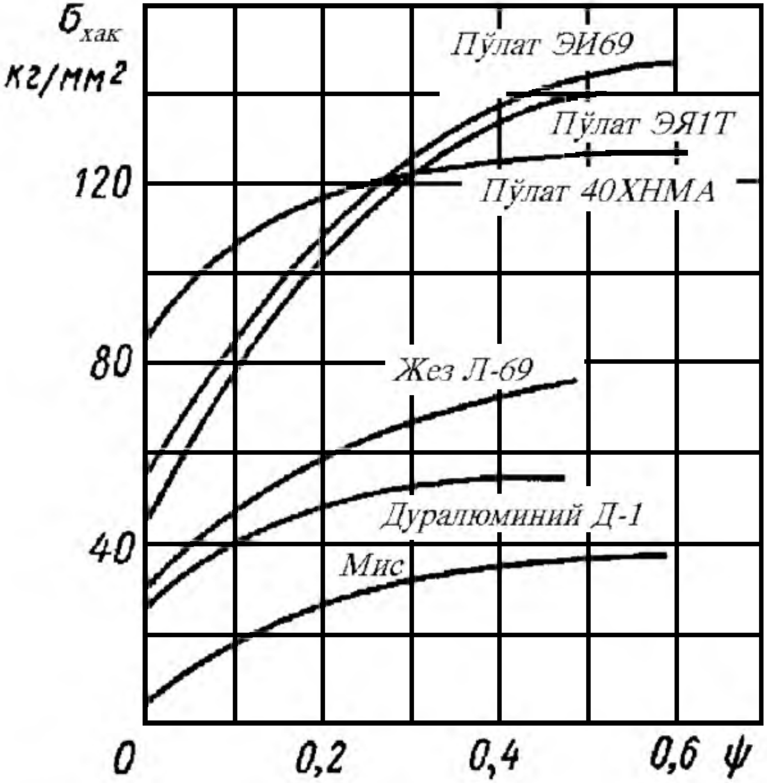
1.6. Мустаҳкамланиш эгри чизиқлари

Пластик деформация жараёнида деформациялашга қаршиликнинг ўзгариши кўрсаткичи сифатида одатда ҳақиқий кучланиш деб аталувчи катталик қабул қилинади. У намунани чизиқли чўзилишидаги таъсир этаётган кучни ҳар бир берилган деформациялаш пайтида унинг кўндаланг кесим юзасига хусусий бўлиниши бўлади (Л.А.Шофман кўрсатишича ҳақиқий кучланишлар қиймати, сиқилишга синаш маълумотлари бўйича ҳам топилиши мумкин). Ҳақиқий кучланиш моҳияти бўйича деформацияда мустаҳкамланиш оладнган матерналнинг оқиш чегарасидир. Деформация даражасини баҳоловчи намунанинг шакл ўзгариши кўрсаткичлари бўлиб, намунанинг чўзилишдаги нисбий узайиши $\varepsilon=(l - l_0)/l_0$ ёки кўндаланг кесим юзасини нисбий камайиши $\psi=(F_0-F)/F_0$ ҳисобланадилар. Бу ерда: l_0 ва F_0 - намунанинг ҳисобланадиган узунлиги ва кўндаланг кесимининг дастлабки қийматлари; l ва F - берилган деформация пайтидаги намунани узунлиги ва кўндаланг кесим юзасини жорий қийматлари.

Ҳақиқий кучланишнинг деформация даражасидан боглнқлигн графиги мустаҳкамланиш эгри чизиқлари деб аталади. Баъзи металл ва қотишмалар учун мустаҳкамланиш эгри чизиқлари 13-расмда кўрсатилган.

Келтирилган мустаҳкамланиш эгри чизиқларидан кўринадики, ҳақиқий кучланишнинг энг шиддатли ўсиши деформациялашни бошланғич босқичида бўлади, деформация даражасини қандайдир қийматларндан (мустаҳкамланиш бўсагаси) кейинги деформация ҳақиқий кучланиш катталигини сезиларли ўзгаришини келтириб чиқармайди.

Деформация даражасини қабул қилинган кўрсаткичга боглиқ ҳолда биринчи ва иккинчи хилдаги мустаҳкамланиш эгри чизиқларини фарқлайдилар. Биринчи хилдаги мустахкамланиш эгри чизиқларида ҳақиқий кучланиш нисбий чўзилишга, иккинчи хилдаги эгри чизиқларда эса - нисбий торайишга боглиқ ҳолда берилади.



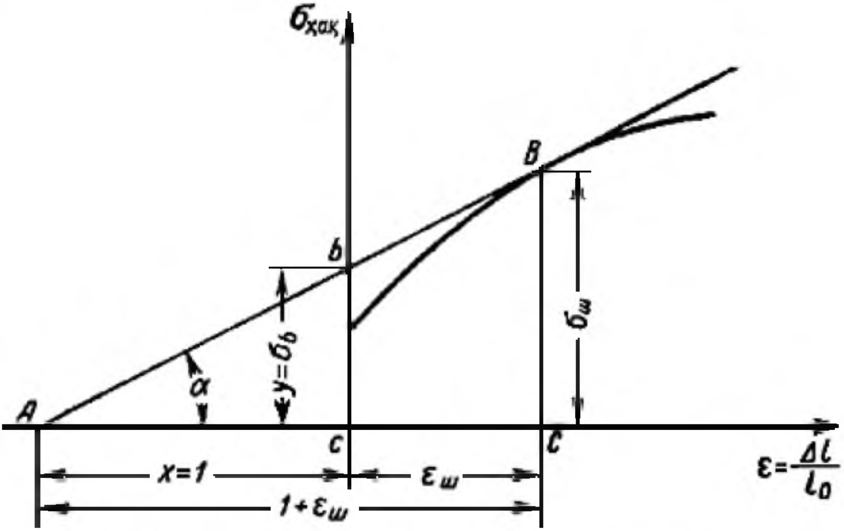
13-расм. Мустаҳкамланиш эгри чизиқлари.

Биринчи ва иккинчи хилдаги мустаҳкамланиш эгри чизиқлари, уларни стандарт чўзилишга синаш маълумотлари бўйича тахминий қуриш имкониятини берадиган баъзи хусусиятли хоссаларга эга.

Биринчи хилдаги мустаҳкамланиш эгри чизигини кўриб чиқамиз (14-расм). Деформациянинг бўйин ҳосил бўлиши бошлангунча бўлган исталган пайти учун ҳақиқий кучланиш (1.2) нисбатдан шартли кучланиш $\sigma_{\text{шарт}}$ ва кўндаланг кесим юзаси F нинг жорий қийматлари бўйича аниқланиши мумкин:

$$\sigma_{\text{хак}} = \sigma_{\text{шарт}} F_0 / F \qquad (1.2)$$

бу ерда: $\sigma_{шарт}=P/F_0$ - берилган пайтда таъсир этаётган кучни намунанинг дастлабки кўндаланг кесим юзасига хусусий бўлиниши.



14-расм. Биринчи хилдаги мустаҳкамланиш эгри чизиғи.

Чўзилишга синашда намунада бўйин ҳосил бўлишига мос келувчи пайтда шартли кучланиш мустаҳкамлик чегараси $\sigma_В$ га тенг (чўзувчи куч максимал қийматга эга). Бу пайтга тўғри келувчи ҳақиқий кучланиш $\sigma_ш$ ушбу ифодадан аниқланади:

$$\sigma_{ш} = \sigma_{в} F_0 / F_{ш} \qquad (1.3)$$

бу ерда: $F_ш$ - намунани чўзилишда бўйин ҳосил бўлиш бошланиши пайтидаги кўндаланг кесим юзаси.

Намунани бир текис узайишида ҳажмнинг ўзгармай қолиши шартидан ушбуни белгилаш мумкин:

$$F = \frac{F_0 l_0}{l} = \frac{F_0 l_0}{l_0 + \Delta l} = \frac{F_0 l_0}{l_0(1+\varepsilon)} = \frac{F_0}{1+\varepsilon} \qquad (1.4)$$

бу ерда: $\varepsilon = \dfrac{l - l_0}{l_0}$ - намунани нисбий узайиши.

(1.2) - (1.4) нисбатлар бўйин ҳосил бўлишини бошланиш пайтигача тўгри бўлади.

Деформациянинг исталган пайтидаги куч ушбу нисбатдан топилади:

$$P=\sigma_{\text{ҳақ}}\ F \qquad (1.5)$$

(1.5) тенгламани дифференциаллаб ушбуни топамиз:

$$dP = \sigma_{\text{хак}} dF + F d\sigma_{\text{хак}} \qquad (1.6)$$

F нинг қийматини (1.4) дан (1.6) га қўйиб ва dF катталикни (1.4) ифодани дифференциаллаш йўли билан топиб, мураккаб бўлмаган ўзгартиришлардан сўнг ушбуга эга бўламиз:

$$dP = \frac{\left(d\sigma_{\text{хак}} - \dfrac{\sigma_{\text{хак}} d\varepsilon}{1+\varepsilon}\right)F_0}{1+\varepsilon} \qquad (1.7)$$

Бўйин ҳосил бўлиши бошланиш пайтида $\sigma_{\text{ҳак}} = \sigma_{\text{ш}}$, $\varepsilon = \varepsilon_{\text{ш}}$, dP =0 , чункн бу пайтда чўзувчи кучнинг ўсиши тўхтайди. Бундан

$$\frac{d\sigma_{\text{ш}}}{d\varepsilon_{\text{ш}}} = \frac{\sigma_{\text{ш}}}{1+\varepsilon_{\text{ш}}} \qquad (1.8)$$

келиб чиқади. Бироқ $\dfrac{d\sigma_{\text{ш}}}{d\varepsilon_{\text{ш}}} = tg\,\alpha$, бу ерда α - бўйин ҳосил бўлиш бошланишига мос келувчи нуқтада мустаҳкамланиш эгри чизигига ўтказилган уринманинг огиш бурчаги. Бу уринмани абцисса ўқи *x* ва ордината ўқи *y* да кесишган кесманинг катталигини топамиз (14-расм).

ABC учбурчакдан $x+\varepsilon_{ш} = \frac{\sigma_{ш}}{tg\alpha} = 1+\varepsilon_{ш}$ эканини топамиз. Бундан x=1 келиб чиқади.

ABC ва Abc учбурчаклар ўхшашлигидан $\frac{y}{\sigma_{ш}} = \frac{1}{1+\varepsilon_{ш}}$; $у = \frac{\sigma_{ш}}{1+\varepsilon_{ш}}$ эканлиги келиб чиқади.

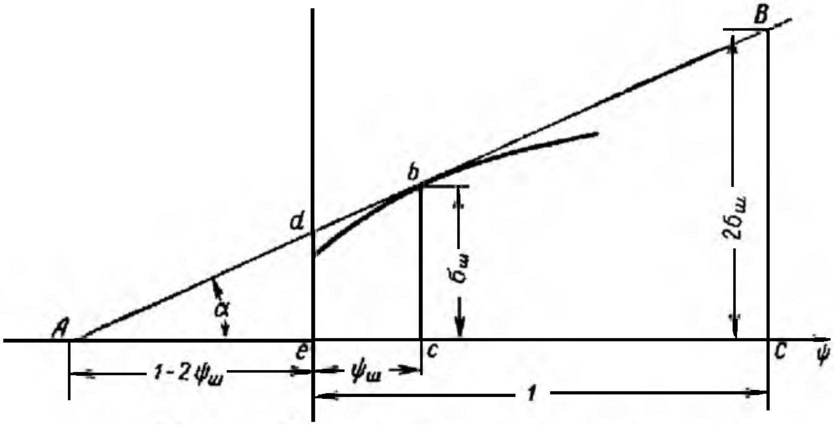
(1.3) ва (1.4) нисбатлардан фойдаланиб, у=σ_b ни топамиз.

Шундай қилиб, бўйин ҳосил бўлиши бошланишига мос келувчи нуқтада мустаҳкамланиш эгри чизигига ўтказилган уринма, деформация ўқини манфий қисмида сон жиҳатидан бирга тенг кесма, ҳақиқий кучланишлар ўқида эса сон жиҳатидан мустаҳкамлик чегарасига тенг бўлган кесма ажратади.

Иккинчи турдаги мустаҳкамланиш эгри чизиқларининг хоссаларини кўриб ўтамиз (15-расм). Намунанинг чўзилишдаги кўндаланг кесим юзасини нисбий камайиши $\psi = \frac{(F_0 - F)}{F_0}$ ифода билан аниқланади. Бундан

$$F=F_0(1-\psi) \qquad (1.9)$$

келиб чиқади.



15-расм. Иккинчи турдаги мустаҳкамланиш эгри чизиқлари.

Р куч деформациянинг истаган пайтидаги, бўйин ҳосил бўлиши бошланишини ҳам қўшиб, ушбу ифодадан топилиши мумкин:

$$P = \sigma_{\text{ҳақ}}F = \sigma_{\text{ҳақ}}F_0(1-\psi) \qquad (1.10)$$

(1.10) ни дифференциаллаб, ушбуни топамиз:

$$dP = F_0(1-\psi)d\sigma_{\text{ҳақ}} - \sigma_{\text{ҳақ}}F_0\, d\psi. \qquad (1.11)$$

Бўйин ҳосил бўлиш бошланишига мос келувчи пайт учун илгари кўрилганига ўхшаш $\psi = \psi_{\text{ш}}$, $\sigma_{\text{ҳақ}} = \sigma_{\text{ш}}$, dP =0 бўлади.

Шунинг учун (1.11) ифодадан бўйин ҳосил бўлиш бошланишига мос келувчи пайт учун ушбу нисбат олиниши мумкин.

$$\frac{d\sigma_{ш}}{d\psi_{ш}} = \frac{\sigma_{ш}}{(1-\psi_{ш})} \qquad (1.12)$$

$\frac{d\sigma_{ш}}{d\psi_{ш}}$ нисбат бўйин ҳосил бўлиши бошланишига мос келувчи нуқтада иккинчи турдаги мустаҳкамланнш эгри чизигига ўтказилган уринмани огиш бурчагининг тангенси ҳисобланади. Бундан tg $\alpha = \sigma_{\text{ш}}/(1-\psi)$ келиб чиқади. АВС ва Abc учбурчаклардан эса уринма абцисса ўқининг манфий қисмида сон жиҳатидан 1-2$\psi_{\text{ш}}$ га тенг, абцисса ўқига перпендикулярда эса, ψ=1 нуқтада сон жиҳатидан 2$\sigma_{\text{ш}}$ га тенг кесма ажратншинп топамиз.

Шундай қилиб, иккинчи турдаги мустаҳкамланиш эгри чизигига, бўйин ҳосил бўлиши бошланишига мос келувчи нуқтадан ўтказилган уринма, абцисса ўқига перпендикулярдаги ψ=1 нуқтада, сон жиҳатидан бўйин ҳосил бўлиш бошланиши пайтидаги ҳақиқий кучланишнинг иккиланган қийматига тенг бўлган кесма ажратади.

Металларни босим билан ишлашда деформациялаш учун талаб этиладиган кучларни катталигига мустаҳкамланиш табиати ва таъсир даражасини таҳлил қилиш учун мустаҳкамланиш эгри чизиқларидан фойдаланиш мумкин. Деформациялаш кучлари катталигига мустаҳкамланиш таъсирини белгилаш ва деформацияланаётган жисмдаги кучланишларни тақсимланиши бўйича масалани аналитик ечишни осонлаштириш учун, мустаҳкамланиш эгри чизигини ҳақиқий кучланишларни деформация даражаси билан богловчи тенглама кўринишида тасвирлаш зарур. Ҳақиқий кучланишларни деформация даражасига функционал богliқлигини соддалаштириш мақсадида мустаҳкамланиш эгри чизигини тўгри чизиқ ёки даражали эгри чизиқ билан алмаштирадилар.

Мустаҳкамланишнинг ҳақиқий кучланиш катталигига таъсирини тахминан ифодаловчи тўгри чизиқ сифатида, бўйин ҳосил бўлиш бошланишига мос келувчи нуқтадан ўтказилган уринма қабул қилинади. Бу тўгри чизиқнинг $\sigma_{хак}$ - ψ координатларидаги тенгламаси ушбу кўринишда ёзилиши мумкин:

$$\sigma_{хақ} = \sigma_{m0} + B\psi \qquad (1.13)$$

бу ерда: σ_{m0} - экстраполяцияланган оқувчанлик чегараси (уринма билан $\psi=0$ бўлганда ордината ўқида кесилган кесма); B - мустаҳкамланиш модули, тўгри чизиқни абцисса ўқига α огиш бурчагининг тангенси бўлади.

(1.12) ва (1.9) нисбатлардан фойдаланиб, шунингдек $\sigma_ш = \sigma_0F_0 / F_ш$ эканини ҳисобга олиб, ушбуни олиш мумкин:

$$B = \frac{\sigma_b}{(1+\psi_щ)^2} \qquad (1.14)$$

σ_{m0} катталиги Ade учбурчагидан топилиши мумкин (15-расм) ва (1.14) ифодадан фойдаланиб σ_{m0} ни аниқлаш формуласи tg α = B учун ушбу кўринишга келади:

$$\sigma_{m0} = \frac{\sigma_b(1-2\psi_ш)}{(1-\psi_ш)^2} \qquad (1.15)$$

(1.13) формула билан ҳисобланган $\sigma_{хак}$ катталиклари, $\psi=\psi_ш$ дан ташқари ψ нинг барча қийматларида, ҳақиқий кучланишлар эгри чизиги бўйича аниқланадиган $\sigma_{хак}$ қийматларидан бир оз катта бўлади, бу фарқ кичик деформация даражаларида ($\psi << \psi_ш$) айниқса сезиларли бўлади.

Ушбу кўринишдаги даражали функция ҳақиқий кучланишнинг ψ катталигига чинакам боғлиқлигини янада аниқроқ ифодалайди:

$$\sigma_{ҳақ}= C\psi^{n} \qquad (1.16)$$

С ва n қийматлари ушбу тарзда аниқланиши мумкин:

$\psi = \psi_{ш}$; $\sigma_{ҳак}= \sigma_{ш}$; демак $C= \sigma_{ш}/ \psi_{ш}^{n}$.

С нинг топилган қийматини (1.16) тенгламага қўйиб, ушбуни ҳосил қиламиз:

$$\sigma_{ҳак} =\sigma_{ш} \psi^{n} /\psi_{ш}^{n} \qquad (1.17)$$

(1.10) ва (1.17) тенгламалардан чўзилишнинг (бўйин ҳосил бўлиши бошлангунча) ҳар қандай пайтидаги Р кучни аниқлаш учун формула топилиши мумкин:

$$P = \frac{\sigma_{ш}\psi^{n}F_{0}(1-\psi)}{\psi_{ш}^{n}} \qquad (1.18)$$

(1.18) ифодани дифференциаллаб ва dP=0 (бўйин ҳосил бўлиши бошланиши пайти учун) тенглаб олиб, ушбуни топамиз:

$$n = \psi_{ш} /(1-\psi_{ш})$$

n нинг топилган қийматини (1.17) тенгламага қўйиб, $\sigma_{ш}$ ни $\sigma_{ш} = \frac{\sigma_{b}F_{0}}{F_{ш}} = \frac{\sigma_{b}}{(1-\psi_{ш})}$ нисбат бўйича σ_{b} билан алмаштириб, узил-кесил ушбуни ҳосил қиламиз.

$$\sigma_{хак} = \frac{\sigma_{0}}{(1-\psi_{ш})}\left(\frac{\psi}{\psi_{ш}}\right)^{\frac{\psi_{ш}}{(1-\psi_{ш})}} \qquad (1.19)$$

С.И.Губкин таклиф этган (1.19) формула, $\sigma_{ҳак}$ нинг ҳисобланган қийматларини далилий қийматлар билан таққослаш кўрсатишича, мустаҳкамланишнинг ҳақиқий кучланишлар катталигига таъсири табиати ва даражасини етарлича тўғри ифодалайди.

1.7. Деформация температураси ва тезлигини деформациялаш жараёнига таъсири

Юқори температуралардаги деформация, қайтиш ва рекристаллизация. Олдинроқ мустаҳкамланиш билан кечадиган совуқ деформация механизми ёзилган эди. Деформацияланаётган металл температураси ошиши билан унда мустаҳкамланишга тескари бўлган янги жараёнлар, қайтиш ва рекристаллизация пайдо бўлади. Шундай қилиб, деформация жараёнида юқори температураларда бир вақтда мустаҳкамланиш ҳам, ва шунингдек, бўшалиш жараёнлари ҳам содир бўлади.

Совуқ деформацияларда алоҳида доначалардаги сирпаниш текисликларининг турлича йўналганлиги, деформацияларнннг хомакн маҳсулот ҳажмида нотекис тақсимланиши, доначаларнинг шакли, ўлчами ва хоссаларидаги фарқ оқибатида улар катталиги хар хил бўлган эластик деформацияга дучор бўлади. Шу билан бирга совуқ деформацияда кристалл панжаранинг қийшайиши ортади. Натижада ташқи кучлар олингандан сўнг совуқ деформацияланган металлда қолдпқ кучланишлар ҳосил бўлади.

Маълум температурагача қиздириб деформациялашда атомларнинг иссиқлик тебранишлари амплитудаси шунчалик ортадики, бу атомларни мувозанат ҳолатига ўтишини енгиллаштиради. Шу муносабат билан юқорида кўрсатилган эластик деформациялар сезиларли даражада текисланади. Ўшанча кристал панжарани ҳосил бўладиган қийшайишлари ҳам камаяди. Бу эса ташқп кучлар олингандан сўнг қолдиқ кучланпшларнинг кескин камайишини таъминлайди (агар хомаки хом ашёни деформациялашдан кейин нотекис совутишда пайдо бўлиши мумкин бўлган термик кучланишларни ҳисобга олинмаса). Бу ходисани қайтиш (дам олиш) деб аталади.

Тоза металлар учун қайтиш (0,25 - 0,30) $T_{\text{эриш}}$ дан ортиқ мутлок температураларда намоён бўлади. Бу ерда $T_{\text{эриш}}$ - эриш мутлоқ температураси. Металлда эрувчи аралашмалар мавжудлиги қайтиш температурасининг ортишига олиб келади.

Ишлов бериш жараёнида қайтиш деформациялашга қаршиликни қандайдир камайиши ва пластикликни ошишига олиб келади. Шуига қарамай қайтиш темиературaларида деформациялаш, унинг жадаллиги бир оз кам бўлса ҳам, мустаҳкамланиш билан бирга кечади.

Қайтиш мавжуд бўлган деформацияда, шунингдек у бўлмаганда ҳам, металлнинг энг жадал оқиш йўналишида чўзиладиган доначаларнинг ўлчами ва шаклига қайтиш таъсир кўрсатмайди. Шунингдек қайтиш деформацияда текстура ҳосил бўлишига қаршилик кўрсатмайди.

Қайтиш вақт мобайнида содир бўлади; температура ошиши билан қайтиш тезлиги ортади. Шу муносабат билан қайтиш таъсири температура ва деформация тезлиги орасидаги нисбатга боглиқ бўлади. Берилган температурадаги деформация тезлигини ошиши қайтиш таъсирини камайтириши мумкин.

Металлни совуқ деформациялашдан сўнг уни қиздириш (бўшатиш)да ҳам кайтиш рўй беради.

Совуқ деформацияланган металлни қайтиш температурасигача қиздириш унинг механикавий хоссаларининг кўрсаткичларига унча сезиларли таъсир кўрсатмайди (мустаҳкамлик кўрсаткичлари озгина камаяди, пластиклик кўрсаткичлари эса бир қанча ортади).

Қайтиш (бўшатиш) совуқ деформацияланган металлни коррозияга қаршилигини ошириши ва ўз- ўзидан дарз кетиши имкониятини кескин камайтиришини таъкидлаб ўтиш керак. Бундай ҳодиса совуқ штамковкалаб олинган, айниқса жездан тайёрланган деталларда кузатилади ва кристаллитлараро коррозия ҳисобига бузилишга қаршилик камайганда, қолдиқ кучланишлар таъсири остида рўй беради.

Баъзи металл ва қотишмаларда, масалан, углеродли пўлатда, қайтиш температураларида, механик хоссаларга қайтишга қарама-қарши бўлган таъсир кўрсатувчи, эскириш ҳодисаси келиб чиқиши мумкин. Эскириш мустаҳкамлик кўрсаткичларининг ошишига ва бир вақтнинг ўзида пластиклик кўрсаткичлари камайишига олиб келади. Эскиришнинг физик табиати ҳали узил- кесил аниқланмаган. Эскириш жараёнида механик хоссаларни ўзгариши аралашма қўшимчаларнинг майда дисперсли зарралари сирпаниш текисликлари бўйича тўкилиши натижасида рўй беради деб тахмин қилинади.

Деформацияланаётган металл температурасини қайтиш темиературасидаи ортиши рекристаллизация жараёни келиб чиқишига олиб келади. Пластик деформациялашдаги рекристаллизация куртак ҳосил бўлиши, деформацияланган ўрнига янги доначалар пайдо бўлиши ва ўсишидан иборат бўлади.

Деформацияланаётган металл температурасининг ошиши атомлар энергиявий потенциалини шунчалик кўтарадики, улар қайта гуруҳланиш ва жадал ўрин алмашиниш имкониятини олади. Бу рекристаллизациянинг ўтиши имкониятини яратади.

Деформацияланаётган металлда мавжуд бўлган, деформация жараёнида қийшаймаган, нисбатан тўгри панжарали катакчалар (мозаиканинг алоҳида блокларн, сирпаниш текисликларидаги ёки чегаравий, доналар аро қатламлардаги доначалар бўлаклари), доначаларнинг куртакларига айланади.

Панжара параметрларига мос равишда, қўшни куртакчали доначаларнинг атомлари бу куртакчаларга ёндошиб қаторлашади ва янги доначалар ўса бошлайди. Янги доначаларнинг ўлчамлари катталашади ва вақт ўтиши билан улар деформацияланган доначаларнинг атомларини тўлик ютиб юбориши мумкин. Янги доначаларнинг куртакчалар атрофида ўсиш имконияти ҳамма йўналишлар бўйича бир хил бўлганлиги оқибатида, янги куртакчалардан ташкил бўладиган доначалар тенг ўқли, яъни ҳамма йўналишлар бўйича ўртага бир хил ўлчамга эга бўлади.

Шундай қилиб, металлнинг рекристаллизация температурасидан юқори температуралардаги деформацияси иккита ўзаро қарама-қарши ва бир пайтда таъсир қиладиган жараёнлар: доначаларнинг деформацияси (мустаҳкамланиши) ва уларнинг рекристаллизацияси билан бирга кузатилади.

Рекристаллизация жараёни вақт бўйича температурага ва деформация даражасига боглиқ бўлган қандайдир тезлик билан содир бўлади.

Деформацияланаётган жисм олаётган температура ва деформация даражаси қанчалик юқори бўлса, рекристаллизация тезлиги шунчалик юқори бўлади. Охирги натижа деформация ва рекристаллизация тезлиги орасидаги нисбатга боглиқ бўлади. Агар рекристаллизация тезлиги деформация тезлигидан катта бўлса, натижада деформацияланган металлнинг ҳамма доначалари тенг ўқли шаклни олади, кристаллик тузилиши эса деформацияланмаган доначалар тузилишига мос келади ва металл хоссалариииг мустаҳкамланпшннн келтириб чиқарадиган ўзгаришлар содир бўлмайди.

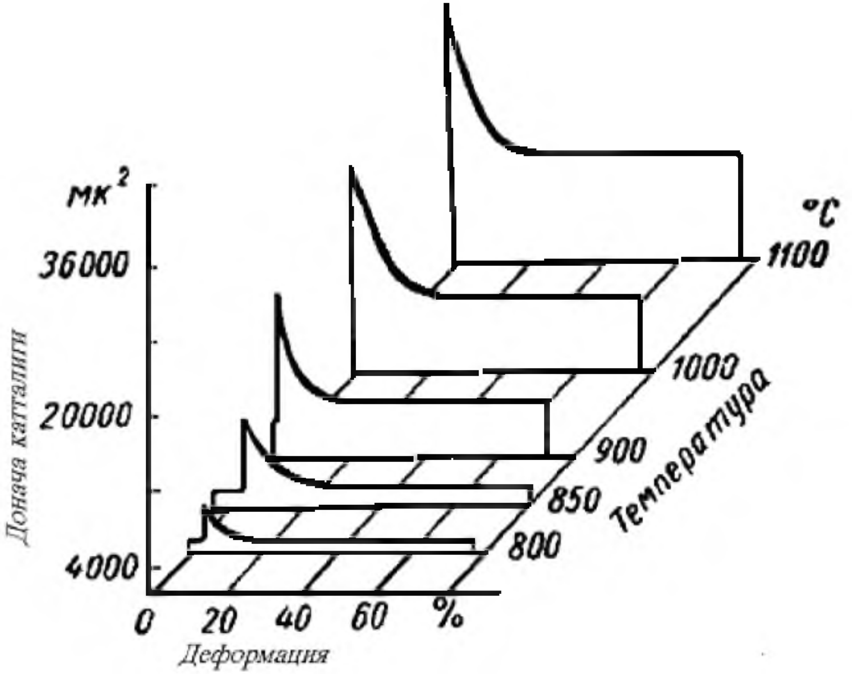
А.А. Бочвар маълумотлари бўйича тоза металлар учун рекристаллизациянинг бошланиш температураси ушбу нисбатдан аниқланади:

$$T_{\text{рекр}} >= 0,4\ T_{\text{эриш}},$$

бу ерда: $T_{\text{рекр}}$- рекристаллизациянинг мутлоқ температураси; $T_{\text{эриш}}$ - эриш мутлоқ температураси.

Эрийдиган аралашмалар борлиги рекристаллизация температурасини бир оз оширади.

Рекристаллизация жараёнида кристаллит ичида ҳам, доначалар чегараларида ҳам атомлар диффузияси кучаяди. Бу доначаларнинг кимёвий бир хил эмаслигини текислашга ва кристаллитаро деформация натижасида доначалар чегараларида пайдо бўладиган шикастланишларни олиб ташлашга ёрдам беради.



16-расм. Кам углеродли пўлатнинг ҳажмий рекристаллизация диаграммаси

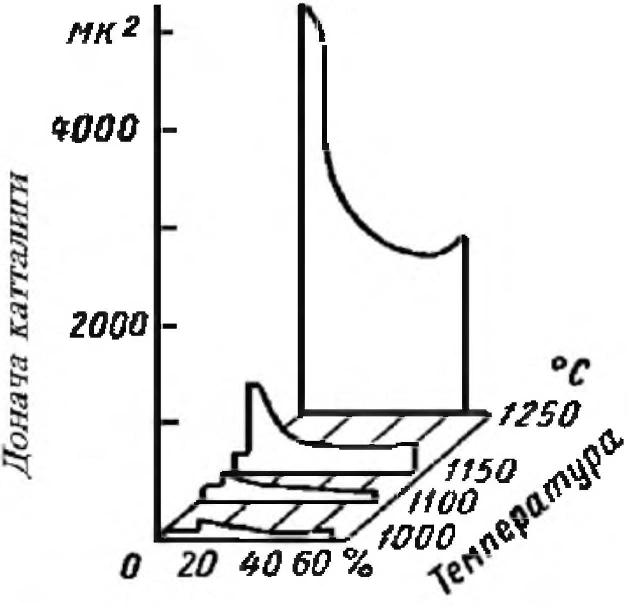
Рекристаллизация билан деформацияланган металлдаги тенг ўқли доначаларнинг ўлчамлари рекристаллизация содир бўладиган температурага, деформация даражасига, шунингдек деформация тезлигига боглиқ бўлади. Рекристаллизацияли деформациядан сўнг донача катталиги, температура ва деформация даражаси орасидаги богланишни одатда рекристаллизациянинг (иккинчи хилдаги) ҳажмий диаграммалари билан тасвирланади. Бу диаграммалар махсус ўтказилган тажрибаларнинг натижалари бўйича қурилади ва ҳар бир металл ва қотишма учун хусусиятли ҳисобланади. 16- расмда кам углеродли пўлатнинг ҳажмий рекристаллизация диаграммаси тасвирланган. Бошқа металлар ва қотишмалар учун рекристаллизация диаграммалари ҳам ўхшаш хусусиятга эга бўлади.

Рекристаллизацияли деформациядан сўнг донача катталигини деформация даражасига боглиқлигини алоҳида хусусияти бўлиб, деформациянинг критик даражаси деб аталувчи, рекристалланган доначаларнинг ўлчамини кескин катталашуви кузатиладиган катталик мавжудлиги ҳисобланади.

Деформациянинг критик даражаси катталиги, рекристаллизация бошланиши температурасига яқин бўлган температураларда одатда 8 - 10% дан ошмайди ва температура ошиши билан камайиб боради (деформацияни критик даражаси координата бошига сурилади).

Деформациянинг критик даражаси мавжудлигини қуйидаги тарзда тушунтириб бериш мумкин. Деформациянинг дастлабки босқичида деформация асосан доначани ўраб турган кристаллараро модда бузилмасдан кристаллит ичидаги жараёнлар ҳисобига рўй беради. Бунинг натижасида, доначалар ўлчамининг рекристаллизацияда уларни бирлашиши йўли билан катталашуви қийин бўлади. Бундан ташқари деформацияларнинг нисбатан кичик қийматида ҳосил бўлган - кристаллитнинг синган бўлак парчалари сони катта эмас, демак мумкин бўлган рекристаллизация марказлари сони ҳам кўп эмас. Критик даражаларда рекристаллизация марказлари сони кўп бўлмайди (бир оз кўпаяди), бироқ кристаллараро модда қисман бузилади, бу кристалларнинг бир - бирига бевосита тегишига олиб келади. Рекристаллизация жараёнидаги бу ҳолат қўшни доначалар атомларига рекристаллизация марказидан ўсаётган янги донача қўшилншини енгиллаштиради. Пировард натижа бир нечта деформацияланаётган доначаларни биттага бирлашишига, яъни рекристалланган доначалар ўлчамини катталашишига олиб келади. Деформация даражасини бундан кейинги ошиши рекристаллизация марказларининг сонининг ортишига олиб келади, демак, рекристалланган доначалар сони ортади. Бу берилган жисм ҳажмида уларнинг ўлчами камайишини келтириб чиқаради.

Температура ортиши билан кристаллараро модданинг мустаҳкамлиги камаяди, кристаллитларни бир - бирига бевосита тегиши деформациянинг кичик даражаларида рўй беради, бу деформация критик даражаларини координат бошига сурилишига олиб келади. Температура ошиши билан, бундан ташқари, атомлар қўзгалувчанлнги ортади, рекристаллизация жараёнида қўшни доначаларнинг бирлашиши енгиллашади. Бу деформациянинг барча даражаларида рекристалланган доначалар ўлчамининг нисбий катталашувига олиб келади.



17-расм. Рекристаллизация эгри чизиқларида иккинчи максимум кузатилиши.

Баъзи нав пўлатларда, жуда юқори деформация даражаларида, рекристаллизация эгри чизиқларида иккинчи максимум кузатилиши (17 - расм) тадқиқотчиларнинг қатор ишларида кўрсатиб ўтилган.

Яна рекристаллизациядан сўнг доначаларнинг катталиги қизитилган металлни рекристаллизация температурасидан ортиқ температурада тутиб туриш давомийлигига ҳам боглиқдир. Узоқ вақт тутиб турилганда, илгари баён килинган ишлов бериш рекристаллизациясидан фарқли равишда, йигилувчи рекристаллизация деб аталувчи ҳодиса кузатилади. Унинг моҳияти шундаки, ишлов бериш рекристаллизацияси натижасида ҳосил бўлган тенг ўқли доначалар ўлчами бирлашиш ҳисобига катталашади.

Йигилувчи ёки юза рекристаллизацияси ишлов беришдаги рекристаллизацияга караганда секинроқ рўй беради. Йигилувчи рекристаллизацияда доначаларнинг ўсиш имконияти атомларни қайта қуриш жараёнида потенциал энергиянинг минимумига жавоб берадиган ҳолатни эгаллашга интилишидан келиб чиқади. Доначаларнинг сиртқи қатламларида бўлган атомларнинг ўзаро жойлашишидаги тўгриликни бузилиши поликристаллда тўпланган потенциал энергияни оширади. Доначалар ўлчами ошганда уларнинг жамланган юзаси камаяди, демак, жисмда тўпланган потенциал энергия ҳам камаяди. Рекристаллизация бошланиши температурасидан анча орттирилган температурада йигилувчи рекристаллизация айниқса жадал содир бўлади.

Рекристаллизация шунингдек совуқ деформацияланган металлни рекристаллизация бошланиш температурасидан бир оз ортиқ температурагача қиздирганда ҳам (паст ёки рекристаллизация юмшатиши) содир бўлади.

Совуқ деформацияланган металлни рекристаллизацияси натижасида ҳосил бўлган доначалар катталиги бошлангич хом ашё ёки унинг алоҳида жойлари олган деформация даражасига, рекристаллизация температураси ва бу температурада тутиб туриш вақтига боглиқ бўлади.

Донача катталигининг бу омиллардан боглиқлик хусусиятн нлгарн кўриб ўтилганга ўхшаш. Бу ҳолда ҳам деформациянинг критик даражалари мавжуд бўлиб, унда рекристалланган доначаларнинг ўлчамларини анча катталашуви кузатилади, бунинг устига қиздириш температураси қанчалик юқори бўлса, доначалар ўлчамининг ошиши шунчалик катта бўлади. Ниҳоятда катта даражада деформация олган ва деформация текстурасига эга бўлган совуқ деформацияланган металлни рекристаллизацияси текстурани йўқолишига олиб келиши мумкин. Бироқ, рекристаллизация доимо ҳам уни йўқотилишига олиб келмайди. Деформация текстурасига эга бўлган металлни рекристаллик юмшатиш натижасида тексрекристаллизация деб аталувчи, рекристалланган тенг ўқли доначаларнинг кристоллографик ўқлари фазода устувор йўналишли ҳолат ҳосил бўлиши мумкин (кўпчилик доначалар кристаллографик ўқларининг фазода йўналиши бир хил бўлади).

Рекристаллизация текстураси деформация текстурасига айнан ўхшаш бўлиши мумкин, лекин ундан фарқ қилишп ҳам мумкин, яъни жисмда кристаллографик ўқларнинг устувор мўлжалли йўналиши рекристаллизациядан сўнг ўзгаради.

Рекристаллизация текстурасини пайдо бўлиши чамаси шундай тушунтирилади; деформацияланган металлда бўлган янгн доначалар куртаклари фазода кристаллографик ўқларнинг устувор мўлжалига эга бўлади. Рекристаллизация текстуралари дастлабки деформация текстурасига айнан ўхшаш бўлиши мумкин, лекин улардан анча фарқ қилиши ҳам мумкин. Рекристаллизация текстураси, шунингдек деформация текстурасини юмшатишдан сўнг янгн текстура ҳосил қилмасдан йўқотиш имконияти котишма таркиби ва аралашмалар микдорига, совуқ деформациялашда олинган деформация даражасига, деформация текстураси хусусиятига, юмшатиш температураси ва унинг давомлилигига боглиқ бўлади. Рекристаллизация текстурасининг бўлиши юмшатилган металлда механикавий хоссаларнинг анизотропиясига олиб келади. Бу босим билан ишлов бериб олинган деталнинг хизмат хусусиятларида ёки юмшатилган дастлабки хом ашёни кейинчалик пластик деформациялашдаги ўзини тутишида акс этиши мумкин. Масалан, юмалоқ ясси дастлабки хом ашёдан стакан тортиб олишда фестонлар (қулоқлар) ҳосил бўлиши жўваланган (ва юмшатилган) металлда (тунукада) рекристаллизация текстураси бўлганлигининг иатижаси ҳисобланади.

1.8. Металларга босим билан ишлов беришдаги деформацияларнинг турлари

Илгари баён этилганлардан кўринадики, босим билан ишлов беришда, умумий ҳолда, металлда ўзаро қарама -қарши бўлган жараёнлар: мустаҳкамланиш жараёни ва бўшатувчи жараёнлар (қайтиш ва рекристаллизация) бир вақтнинг ўзида содир бўлиши мумкин.

У ҳам, деформация шароитлари (температура, деформация тезлиги ва даражаси) ва деформацияланаётган металл табиати сабаб бўлган бошқалари ҳам, вақт мобайнида муайян тезлик билан содир бўлади. Жараёнлардан қайси бири устувор бўлишига боглиқ ҳолда, деформация натижалари турлича бўлади.

С.И.Губкин бўйича иссиқ, тўлиқ бўлмаган иссиқ, тўлиқ бўлмаган совуқ ва совуқ деформацияларни фарқ қиладилар.

Иссиқ деформация деб рекристаллизация тўлиқ рўй бериб улгурадиган жараёнга айтилади. Металл иссиқ деформация натижасида мустаҳкамланишнинг хеч қандай излари бўлмаган, тўлиқ рекристалланган тенг ўқли микротузилиш (микроструктура олади. Иссиқ деформация, деформация тезлиги қанча юқори бўлса, шунча кўп даражада рекристаллизация бошланиш температурасидан ортиқ бўлган температураларда амалга оширилади.

Тўлиқ бўлмаган иссиқ деформацияда рекристаллизация тўлиқ содир бўлмайди. Тўлиқ бўлмаган иссиқ деформацияда металлда уни деформациялашда, шунингдек деформация тугагандан кейин бир вақтда иккита ҳар хил турдаги микротузилиш: рекристалланган (тенг ўқли доначалар билан) ва рекристалланмаган (чўзилган доначали) жой олиши мумкин. Деформацияланган доначалар билан бир қаторда рекристалланган доначалар бўлиши деформация нотекислигини ошишига олиб келади. Бу металл пластиклигини камайиши ва бузилиш эҳтимолини кўпайишига ёрдам беради. Тўлиқ бўлмаган иссиқ деформацияда олинган деформацияланган металл катталиги бўйича анча кўп қолдиқ кучланишларга эга бўлиб, улар пластиклик етарли бўлмаганда металлнинг бузилишини келтириб чпқара олади.

Тўлиқ бўлмаган иссиқ деформация рекристаллизация бошланиш температурасидан озгина ошадиган деформация температураларида бўлиши мумкин. Шу билан бирга унинг пайдо бўлиш эҳтнмолп деформация тезлиги ошиши билан кўпаяди.

Тўлиқ бўлмаган иссиқ деформацияни амалиётда қўллашдан иложи борича қочиш керак, чунки у болгалаш сифати паст бўлишига сабаб бўлади. Деформациянинг бу тури кичик рекристаллизация тезлигига эга бўлган қотишмаларда (масалан, кўп фазали, метастабил тизим бўлган баъзи алюминий ва магний қотишмалари) осон пайдо бўлади. Шунинг учун уларни деформациялаш кичик тезликлар билан ўтказилади.

Тўлиқ бўлмаган совуқ деформация деб рекристаллизация бўлмаган, бироқ қайтиш жараёни бўлиб улгурган ҳолатга айтилади. Тўлиқ бўлмаган совуқ деформация натижасида металл рекристаллизация изларисиз йўл-йўл микротузилиш, катта деформацияда эса - деформация текстураси олади. Унинг пластик хоссалари қайтиш бўлмаганда деформацияланган металлга қараганда юқори, мустаҳкамлик хоссалари эса бир мунча паст.

Тўлиқ бўлмаган совуқ деформация қайтиш бошланиш температурасига нисбатан катта деформация температураларида бўлиши мумкин; бунда деформация тезлиги қайтиш тўлиқ рўй бериб улгурадиган бўлиши керак.

***Совуқ деформация*да** рекристаллизация ва қайтиш умуман бўлмайди, деформацияланган металл мустаҳкамланнишнинг барча белгиларига эга бўлади. Совуқ деформация қайтишни бошланиш температурасидан кичик бўлган температураларда содир бўлади.

Шундай қилиб, температура - тезлик шароитлари деформацияланган металл тузилишига муҳим таъсир кўрсатади.

1.9. Деформацияга қаршилик ва пластикликка

температуранинг таъсири

Металл температурасининг ошиши, бундан ташқари, унинг механик тавсифига муҳим таъсир кўрсатади. Пластиклик кўрсаткичларини ўзгариб бориши деформациялашга қаршиликни ҳам камайтиради. Температуранинг бундан кейинги тахминан 300^0 гача ошиши пластиклик кўрсаткичларини анча камайтиради ва мустаҳкамлик кўрсаткичларини ўсишига олиб келади (кўк ушалиш сохаси).

Бу тахмин, эскириш жараёнига ўхшаш, карбидларнинг жуда майда заррачаларини сирпаниш текпсликларп бўйича тўкилиши билан тушунтирилади. Температуранинг бундан кейинги ошиши мустаҳкамлик кўрсаткичларини аста-секнн, аммо анча камайишига олиб келади. 1000^0 атрофидаги температураларда мустаҳкамлик чегараси ўн мартадан кўпроқ камаяди.

Пластиклик кўрсаткичларига нисбатан, уларнинг тўлиқсиз иссиқ деформация рўй бериши мумкин бўлган температуралар соҳасида ва фазавий ўзгаришлар температураси соҳасида (кўпинча бу икки ҳодиса деярли бир хил температураларда содир бўлади) қандайдир камайиши характерлидир.

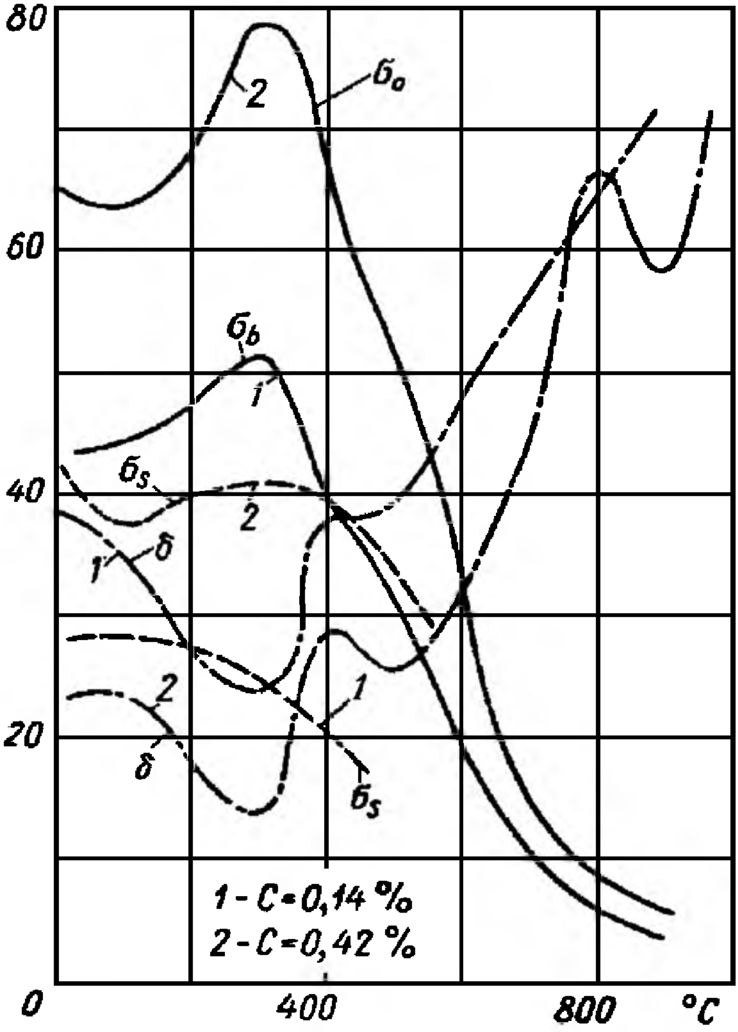
Пластикликнинг фазавий ўзгаришлар температураси соҳасида пасайиши деформацияланаётган жисмда бир вақтда турли хоссаларга эга икки фаза мавжудлиги, бу кучланганлик ҳолатини нотекислиги ошишига олиб келиши билан тушунтирилади.

Эриш температурасидан бир қанча кам бўлган температураларда пластиклик кўрсаткичларини кескин пасайиши кузатилади. Бу металл доначасини, кейинги металлни ўта қиздириш (донача чегараларини оксидланиши) билан, анча ўсишининг натижаси ҳисобланади. Бошқа металл ва қотишмалар учун ҳам мустаҳкамлик ва пластиклик кўрсаткичларининг боглпқлнк графиги ўхшаш тавсифга эга бўлади.

Барча металл ва қотишмалар учун умумий ҳолат бўлиб, улар рекристаллизация температураларида унча катта бўлмаган пластикликка эгалиги ҳисобланади, яъни иссиқ деформациялаш шароитларида, уларга бир вақтнинг ўзида мустаҳкамлик кўрсаткичларининг, демак, деформацияга қаршиликнинг ҳам, кичик қийматлари мос келади.

Пластиклик камайиши кузатиладиган ҳавфли температура соҳалари бўлиб, соҳаларида фазавий ўзгаришлар, тўлиқ бўлмаган иссиқ деформация ёки эскириш ва кўк ушалиш содир бўлиши мумкин бўлган соҳалар ҳисобланади.

Иссиқ деформация температурасигача қиздиришда пластикликнинг ошиши атомлар қўзгалувчанлигини ошишининг натижасидир, бироқ, бундан ташқари пластиклик ошишига яна бошқа ходисалар ёрдам беради. Масалан, иссиқ деформациялаш шароитида, одатда таркибида оширилган миқдорда аралашмалари бўлган, кристаллараро қатламлар пластиклиги анча ошади. Бу оширилган миқдордаги аралашмали чегара қатламларнинг термодинамик турғунлиги кам бўлиши ва асосий металл доначаларининг эриш температурасига қараганда, эриш температураси камлиги билан тушунтирилади.



18-расм. Деформацияга температуранинг таъсири.

Иссиқ деформацнялаш температураснгача қизднриш билан доналараро қатламлар мустаҳкамлиги, доналар мустаҳкамлигига нисбатан жадалроқ камаяди ва умумий деформацияда кристаллитаро деформация улуши ошади. Бир вақтда бу қатламларнинг мўртлиги камаяди, шундай экан, уларда микродарзлар ҳосил бўлиши ҳам камаяди. Микродарзларнинг ҳосил бўлиш ҳавфининг камайиши, уларни деформациялаш жараёнида «даволаниб қолиш» имконияти билан ҳам тушунтирилади. Икки фазали қотишмаларни деформациялаш жараёнида «даволаниб қолиш» имкониятини тушунтиришда А.А.Бочвар томонидан топилган бир фазадаги кристаллитлар атомларини бошқа фаза кристаллитларига тўсатдан рўй берадиган кўчиш ходисаси муҳим аҳамиятга эга. Бу ҳодисани А.А.Бочвар пластик деформациянинг эритма-чўктирмали тури деб атади. Атомларнинг фазалараро кўчишида микроскопик дарзларни «даволаниб қолиши» рўй беради, чунки металлни чўкиши микробўшлиқларда осон содир бўлади.

Температура ўсиши билан атомларнинг қўзгалувчанлиги ошгани учун, микродарзларни «даволаниб қолиши» ҳам иссиқ деформация температураларида енгил амалга ошади.

1.10. Деформация тезлигининг пластиклик ва деформациялашга қаршиликка таъсири

Металларнинг механик хоссаларини одатдаги аниқлаш синов машиналарида 10 мм/с дан ошмайдиган деформация тезлиги билан ўтказилади. Прессларда ва болгалаш машиналарида босим билан ишлаш машина иш органини тахминан 0,1 дан 0,5 м/с гача оралиқдаги ўртача ҳаракат тезлигида олиб борилади. Катта болга (молот)да ишлов беришдаги металлга таъсир энди динамик табиатга эга: молот бабаси тезликлари зарб пайтида 5-10 м/с ни, битта зарбадаги ҳамма деформация жараёни секунднинг фақат юздан бир улушигача давом этади. Шунинг учун, босим билан ишлаш жараёнларини таҳлил қилиш ва лойиҳалашда, одатдаги синовлар йўли билан олинган металларнинг механик хоссалари ҳақидаги маълумотлардан фойдаланиш мумкин эканлигини, бошқача айтганда, деформация тезлиги пластиклик ва деформацияга қаршиликка қандай таъсир қилишини билиш жуда муҳим.

Аввалдан айтиш мумкинки, ***деформация тезлиги ошганда деформацияга қаршилик ўсади, пластиклик эса камаяди.***

Деформация тезлиги ошиши билан баъзи магний қотпшмаларн, юқорп легирланган пўлат ва мис қотишмаларнннинг пластиклиги айнпқса тез пасаяди.

Алюминий қотншмаларп, кам легирланган ва углеродли конструкцион пўлатни деформация тезлигига сезгирлиги анча кам. Бундай пўлат, иссиқ ишлов беришда барча амалда қўлланиладиган деформациялаш тезликларида тамомила етарли пластикликка эгадир.

Босим билан совуқ ҳолда ишлов беришдаги деформация тезлигини таъсири иссиқ ҳолдагпдан анча кам бўлади. Бу таъсирнинг ўсиш жадаллиги кичик тезликлар диапазонида (мм/дақ) катта ва катта тезликлар диапазонида жуда кичик бўлади.

Шундай бўлса ҳам келтирилган маълумотлар аннқлаштирншни талаб қилади. Ҳаммасидан аввал иккита муҳим жиҳатни: иссиқ ҳолда пластик деформациялашда иккита қарама-қаршп мустаҳкамлаш ва бўшатувчи жараёнлар борлиги (қайтиш ва рекристаллизация) ва пластик деформациянинг иссиқлик таъсирини ҳисобга олиш керак. Қайтиш ва рекристаллизация ҳақида илгари айтилган эди. Иссиқлик таъсири пластик деформацияга сарфланаётган энергия иссиқликка айланишида намоён бўлади. Иссиқлик таъсири бошқа тенг шаронтларда деформация температураси ошиши билан камаяди, чунки температура кўтарилиши билан деформацияга қаршилик камаяди ва шу сабабли деформация учун талаб қилинадиган энергия камаяди. Шунинг учун берилган намунани совуқ ва иссиқ ҳолатда айнан бир хил деформациялаш натижасида, иссиқ ҳолатда иссиқлик камроқ ажралади. Агар деформация тезлиги кичик бўлса, иссиқлик тарқалиб кетади ва жараён деярли изотермик ҳолда ўтади. Аксинча, катта деформация тезликларида ажралиб чиқаётган иссиқлик жисм температурасини оширади, бошқача айтганда иссиқлик таъсири кузатилади.

Совуқ ҳолда босим билан ишлов беришда бўшатувчи жараёнлар бўлиб ўтмайди. Деформацияга қаршилик мустаҳкамланиш натижасида деформация даражаси билан боглиқ ўсади, қандайдир чегараларда тезликнинг ўзгариши жараён ўтишига кам таъсир қилади. Совуқ ҳолда босим билан ишлов беришнинг айрим ҳолларида эса катта деформация тезликларида температуранинг таъсири натижасида қайтиш ҳодисаси келиб чиқиши мумкин, пастроқ тезликда бўлганига қараганда деформациялашга қаршилик кичик, пластиклик эса катта бўлиб қолади.

Иссиқ деформацияда рекристаллизация жараёни рўй беради. Деформация тезлиги қанча юқори бўлса, рекристаллизация тезлиги шунча кам, деформацияга қаршилик қанча катта бўлса, пластиклик шунча кам бўлади. Илгари айтилганидек, иссиқ ҳолда ишлов беришда деформация тезлигини ошиши рекристаллизация жараёнини қийинлаштиради, иссиқ ҳолда ишлов беришдаги деформацияга қаршилик ва пластикликка кескин таъсир кўрсатади.

1-жадвал. ***W тезлик коэффициентининг қийматлари***
(С.И.Губкин бўйича)

	Ишлов бериш температураси, ^{0}С		
Машинанинг ишчи органи тезлиги, см/сек	$0,5Т_{эр}$ дан кам	$0,5Т_{эр}$ дан юқори тўлиқмас иссиқ деформацияда	$0,5Т_{эр}$ дан юқори иссиқ деформацияда
10 – 25	1,1	1,4-2,4	1,2-1,6
25 – 75	1,15	2,4-3,0	1,6-2,0
100 дан катта	1,25	3,5	2,5
Зарбли таъсир	1,5-2,0	5,0	4,0

Эслатма. $Т_{эр}$ - мутлоқ эриш температураси.

Паст қиздириш температураларида пўлат ва нормал температура оралигида болгалашда магний қотишмалари жуда кичик рекристаллизация тезлигига эга бўлади. Шунинг учун деформация тезлигини ошириш ишлов бериш характерини ўзгартириши мумкин: у иссиқдан тўлиқмас иссиққа айланади, бу бир вақтда деформацияга қаршиликни ўсиши билан, пластикликни бпрдан ўзгаришини келтириб чиқаради.

Агар ишлов бериш мўртлик соҳасига яқин температураларда ўтказилаётгаи бўлса, деформация тезлигини ўзгариши бошқача таъсир кўрсатиши мумкин. Масалан, техник тоза темир (армко-темир) 825-1100^0 температура оралигида мўртлик соҳасига эга. Агар уни 825^0 га яқин температурада катта деформация тезлиги билан болгаланса, деформациянинг температура таъсири натижасида металл мўртлик соҳасига тушиб қолади. Худди шундай температура таъсири 1100^0 га яқин температурада металлни мўртлик соҳасидан олиб чиқиши мумкин.

Узоқ муддатли юкламалар таъсири остида, оқиш чегарасидан кичик бўлган кучланишларда пластик деформация рўй бериши мумкин. Бу релаксация ҳодисаси билан боглиқ бўлиб, унинг таърифини Максвелл берган:

«Ҳар қандай жисм, унинг табиатидан қатъий назар, вақт ўтиши билан унга таъсир қилаётган кучларга қаршилик қилиш қобилиятини йўқотади».

2-жадвал. ***Узоқ муддатли юкланиш таъсири***
(Материал - жез, $\sigma_в$=51,5 кг/мм^2, σ_s=36,5 кг/мм^2,
$\sigma_{уп}$=16,5 кг/мм^2, δ=14%)

Синовда берилган кучланиш, кг/мм^2	40	30-35	25	20	16
Намунани узишгача ўтган вақт, кунлар	1	25	45	42	110

Оқиш чегарасидан кичикроқ кучланиш келтириб чиқарадиган узоқ муддатли юклама, ҳатто нормал температурада кейинги бузилишгача қадар деформацияни аста-секин кўпайишини келтириб чиқариши мумкин. Бу ҳодиса баъзи рангли металларда, масалан, жезда айнпқса яққол нфодаланншпнп 2-жадвалдан кўрнш мумкин.

Оширилган температураларда пластик деформациянинг ривожланиши оқиш чегарасидан анча кичик бўлган кучланишларда кузатилади. Бу ҳодиса ёйилувчанлик (ползучесть) номинн олган.

3-жадвал. ***Углеродли пўлатни ёйилувчанлиги***

Синов температураси, ^{0}C					Ейилувчанлик тезлиги, %/соат
400	450	500	550	600	
t синовдаги оқувчанлик чегараси, кг/мм^2					
42,5	36,2	30	23,2	16,2	
Синовда берилган кучланиш, кг/мм^2					
4	2,5	1,4	0,8	0,5	10^{-6}
7,3	4,6	2,5	1,4	0,8	10^{-5}
11	6,6	3,8	2,2	1,3	10^{-4}
15,2	9,8	5,5	2,8	1,6	10^{-3}

2- боб. КУЧЛАНГАН ВА ДЕФОРМАЦИЯЛАНГАН ҲОЛАТ

Кучлар таъсирига учраган жисм кучланган ҳолатда бўлади.

Жисмга таъсир этаётган ташқи кучлар иккита асосий турда: сиртқи ва ҳажмий ёки массавий бўлади.

Сиртқи кучларга берилган жисм сиртига қўйилган кучлар киради. Улар тарқалган (ёйилган) ва йиғилган бўлиши мумкин.

Ҳажмий кучларга жисмнинг барча, шу жумладан ички нуқталарига ҳам таъсир кўрсатувчи кучлар киради. Бу кучлар жисм массасининг элементарига пропорционалдир (оғирлик кучлари, инерция кучлари ва бошқалар). Бундан кейин ҳажмий кучларнинг таъсири кўриб ўтилмайди.

Кучланган ҳолатни кўриб чиқишда жисм ***бир жинсли*** ва ***изотроп*** ва узлуксиз нуқталар тизимидан иборат деб қабул қилинади. Агар нуқталар тизими мувозанатда бўлса, ташқи кучлар худди тизим қотгандек бараварлашган деб қабул қилинади. Буни ***қотиш принципи*** деб аталади.

Эластик ҳолатда мувозанат ташқи кучларнинг ҳар қандай нисбатида ҳам бўлиши мумкин.

Пластик мувозанатда кучларнинг нисбати ва катталиги батамом маълум бўлиши керак. Буни кейинчалик аниқланади.

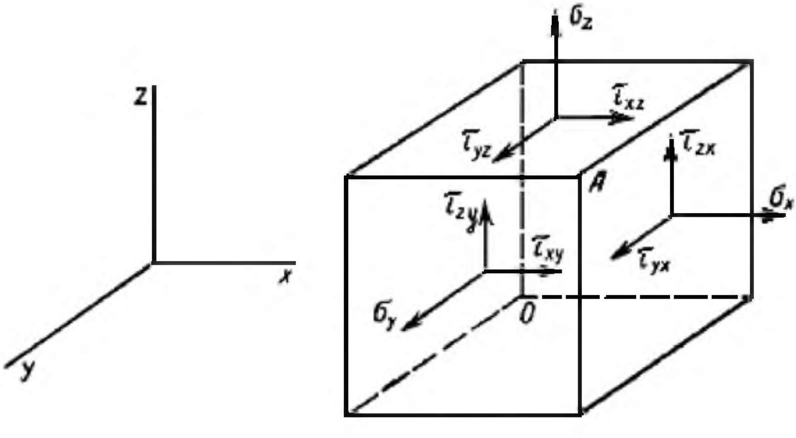
Ташқи кучлар таъсири остида жисмда ички кучлар келиб чиқади. Юза бирлигига келтирилган ички кучлар жадаллиги ***кучланиш*** деб аталади. Кучланган жисмдаги ҳар қандай нуқта бошқа ҳаммасининг таъсири остида бўлади, шунинг учун берилган ҳар қандай нуқта орқали ўтказилган ҳар бир текисликда унга муайян катталик ва йўналишдаги кучланиш таъсир кўрсатади.

Тўлиқ кучланиш параллелепипед қоидали бўйича доимо битта тик ва иккита уринма, уч бўлакка ажратилиши мумкин. Худди шундай тўлиқ кучланишни йўналиши бўйича учта координат ўқига ажратиш мумкин.

2.1. Координат текисликларидаги кучланишлар

Кучланган А нуқта орқалп координат ўқларига параллел бўлган учта текислик ўтказамиз (19-расм). Бу текисликларда нуқтаги таъсир этаётган кучланишларни чизмада белгилаш имкониятига эга бўлиш учун 19-расмда ифодаланган параллелепипед қурамиз. Бу параллелепипеднинг қирралари нуқтага чекланмаган мнқдорда яқинлашувчи чекснз кичик ҳисобланади. У ҳолда параллелепипед қирраларида, нуқтадан ўтувчи учта ўзаро перпендикуляр текисликларда, унга таъсир қилувчи кучланишларни тасвирлаш мумкин бўлади. Ҳар бир майдончадаги кучланишни учга ажратамиз: битта нормал (тик) ва иккита уринма. Уринма кучланишларни координат ўқларига параллел йўналтирамиз. Шундай қилиб, ҳаммаси бўлиб учта нормал ва олтита уринма кучланишлар бўлади.

Координат майдончаларидаги нормал кучланишларни σ, уринма кучланишларни τ билан белгилаймиз.



19-расм. Координат текисликларидаги кучланишлар.

Биринчи ҳарф кучланиш таъсир кўрсатаётган координат ўқи йўналишини, иккинчиси эса кучланиш қўйилган (кучланиш манзили) майдончага нормал (перпендикуляр) бўлган координат ўқини кўрсатади. Масалан, τ_{xy} - уринма кучланиш *x* ўқига параллел, *y* ўқига перпендикуляр майдонгача, яъни *xz* текисликка параллел майдончага таъсир қилади. Нормал кучланишлар учун йўналиш ва манзил мос тушгани сабабли, бу кучланишларнинг белгиланиши битта ҳарфдан иборат индекс билан берилади, мисолан σ_{yx}, ўрпига σ_x.

Нуқтада координат ўқларига параллел майдончалар бўйича таъсир қилаётган кучланишлар 19-расмда стрелкалар билан геометрик тасвирланган.

Нормал кучланишлар, агар улар чўзилишни келтириб чиқаришга интилса мусбат ҳисобланади.

Уринма кучланишлар координат ўқларининг мусбат йўналишида йўналганида, агар бунда берилган майдончадаги чўзувчи нормал кучланиш ҳам ўқнинг мусбат йўналишига йўналтирилган бўлса мусбат бўлади. Нормал чўзувчи кучланиш координат ўқининг манфий йўналишига йўналганда, уринма кучланишлар, агар мос равишдаги ўқларнинг манфий йўналишларига йўналтирилган бўлса, мусбат бўлади.

Нуқтадаги кучланишлари координат ўқларига параллел учта ўзаро перпендикуляр майдончалар бўйича жадвал (матрица) шаклида ёзамиз:

$$\begin{array}{cccl}
\sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} & -\ x\ \text{йўналиш} \\
\tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} & -\ y\ \text{йўналиш} \\
\tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z & -\ z\ \text{йўналиш} \\
| & | & | & \\
x\ \text{манзил} & y\ \text{манзил} & z\ \text{манзил} &
\end{array} \qquad (2.1)$$

ар бир горизонтал қаторда битта йўналишдаги кучланишлар x, y, z кетма-кетликда ёзилган. Ҳар бир вертикал устунда битта манзилдаги кучланишлар ўша кетма-кетликда ёзилган. Шундай қилиб, учта ўзаро перпендикуляр майдончаларда тўққизта кучланиш бор: учта нормал ва олтита уринма.

Бироқ, уринма кучланишларнинг жуфтлиги ҳақидаги маълум қоида натижасида фақат олтита кучланиш турли қийматлар олиши мумкин: учта нормал ва учта уринма, чунки

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} \;;\; \tau_{xz} = \tau_{zx} \;;\; \tau_{yz} = \tau_{zy} \qquad (2.2)$$

яъни, иккита бир хил ҳарфли индексга эга уринма кучланишлар индексдаги ҳарфларнинг жойлашиш тартибига боглиқ бўлмаган ҳолда ўзаро тенг бўлади.

Агар (2.2) тенгликларни ҳисобга олинса, матрицада бош диагоналга нисбатан симметрик жойлашган уринма кучланишлар ўзаро жуфтликда тенг бўлашини кўриши осон. Буни ҳисобга олиб матрицани соддалаштириб қайта ёзиш мумкин:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{bmatrix} \qquad (2.1a)$$

2.2. *Қия майдончадаги кучланишлар*

Белгиланган нуқтадан ўтувчи, учта ўзаро перпендикуляр майдончалардаги кучланишлар берилган бўлса, унинг кучланган ҳолати тамомила аниқ эканини исботлаймиз.

Берилган О нуқтадан координат ўқларига қия текислик ўтказамиз. Натижада Оавс тетраэдр геометрик шаклини оламиз. Унинг қирралари чексиз камайиб борганда берилган нуқта билан қўшилиб кетади (20-расм). N - тетраэдр қия ёқларига нормал бўлсин. Унинг ҳолати йўналтирувчи косинуслар билан аниқланади:

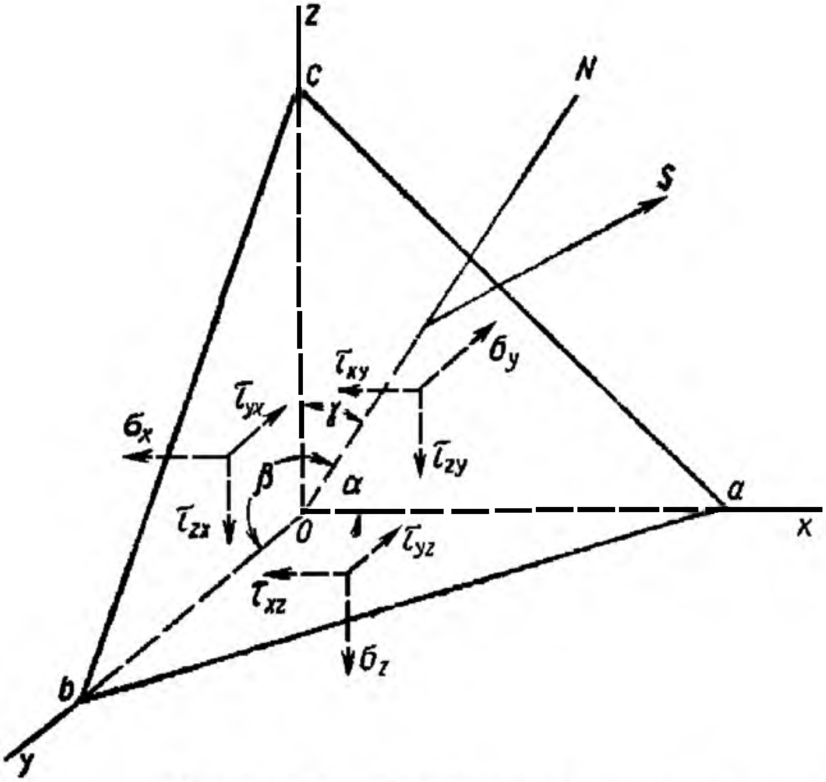
$\cos\alpha = \cos(N,x) = a_x$;

$\cos\beta = \cos(N,y) = a_y$;

$\cos\gamma = \cos(N,z) = a_z$.

Қия ёқнинг юзаси ΔF, қолган ёқлар уларнинг жойлашишига мос равишда ΔF_x, ΔF_y ва ΔF_z бўлсин. Қия ёқда қандайдир S (тўлиқ) кучланиш таъсир этади деб ҳисоблаймиз.

Координат майдончалардаги кучланишлар берилган S кучланишнинг координат ўқлари йўналишига проекцияси, ёки ўшанинг ўзи, S кучланишнинг координат ўқлари бўйича ташкил этувчиларини S_X, S_v ва S_z билан белгилаймиз.



20-расм. Қия майдончадаги кучланишлар.

Тетроэдр мувозанатда бўлиш керак. Барча таъсир этувчи кучларни координат ўқларига проекциялаб, мувозанат шартини ёзамиз:

$$\sum_{\text{пр}x} = S_x\ {}_\Delta F - \sigma_X\ {}_\Delta F_x - \tau_{xy}\ {}_\Delta F_y - \tau_{xz}\ {}_\Delta F_z = 0;$$
$$\sum_{\text{пр}y} = S_y\ {}_\Delta F - \tau_{yx}\ {}_\Delta F_x - \sigma_y\ {}_\Delta F_y - \tau_{yz}\ {}_\Delta F_z = 0;$$
$$\sum_{\text{пр}z} = S_z\ {}_\Delta F - \tau_{zx}\ {}_\Delta F_x - \tau_{zy}\ {}_\Delta F_y - \sigma_z\ {}_\Delta F_z = 0;$$

Аммо ${}_\Delta F_x = {}_\Delta F\ a_x$; ${}_\Delta F_y = {}_\Delta F\ a_y$; ${}_\Delta F_z = {}_\Delta F\ a_z$; У холда

$$S_x = \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z;$$
$$S_D = \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z; \qquad (2.3)$$
$$S_z = \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z.$$

S кучланиш ташкил этувчиларини параллелепипед қоидаси бўйича йигиб, тўлиқ S кучланишнинг ўзини ҳам олиш осон:

$$S^2 = S_x^{\ 2} + S_y^{\ 2} + S_z^{\ 2} \qquad (2.4)$$

Қия майдончадаги σ_n нормал кучланиш S_x, S_y, S_z ташкил этувчиларнинг майдонгача бўлган нормалга проекциялари йигиндиси сифатида аниқланади:

$$\sigma_n = S_x a_x + S_y a_y + S_z a_z \qquad (2.5)$$

Қийматларини (2.3) тенгламадан олиб қўйиб, ушбуни оламиз.

$$\sigma_n = \sigma_x a_x^{\ 2} + \sigma_y a_y^{\ 2} + \sigma_z a_z^{\ 2} + 2\tau_{xy} a_x a_y + 2\tau_{yz} a_y a_z + 2\tau_{zx} a_z a_x \quad (2.5a)$$

Қия майдончадаги τ тўлиқ уринма кучланишни параллелограмма қопдасн бўйича оламиз.

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_n^{\ 2} \qquad (2.6)$$

Олинган формулалардан келиб чиқадики, агар координат майдончаларида кучланиш берилган бўлса, у ҳолда ҳар қандай қия майдончадаги кучланишни доимо аниқлаш мумкин, бошқача айтганда, агар учта ўзаро перпендикуляр текисликда таъсир этаётган олтита кучланиш берилган бўлса, нуқтанинг кучланган ҳолати тамомила аниқ бўлади.

2.3. Бош нормал кучланишлар

σ_n учун олинган (2.5а) ифодали кўриб чиқамиз. Қандайдир қия майдончага N нормал йўналиши бўйича *r* вектор оламиз (20 - расм):

$$r = \frac{A}{\sqrt{|\sigma_n|}}$$

яъни, $\sigma_n = \pm \frac{A^2}{r^2}$ деб қабул қиламиз. Бу ерда А- масштабни аниқловчи қандайдир ихтиёрий доимий.

Вектор учининг координатлари

$x = ra_x$;

$y = ra_y$;

$z = ra_z$ бўлади.

Демак $a_x = \frac{x}{r}$; $a_y = \frac{y}{r}$; $a_z = \frac{z}{r}$.

а нинг бу қийматларини σ_n учун (2.5) ифодали қўйиб, ва r га қисқартириб ушбуни оламиз.

$$A^2 = \sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 + 2\tau_{xy} xy + 2\tau_{yz} yz + 2\tau_{zx} zx \quad (2.7)$$

Аналитик геометриядан маълумки, олинган тенглама иккинчи тартибли марказга келтирилган (биринчи тартибли х, у, z йўқ) сиртдан иборатлигини кўрсатади.

Қия майдончанинг ҳолати ўзгарганда r вектор учининг йўналиши ва х, у, z координатлари ўзгаради, аммо унинг учи доимо (2.7) тенглама билан аниқланадиган сиртда ётади. Бундан бу сирт батамом нуқтанинг кучланган ҳолати билан аниқланиши келиб чиқади. У Коши кучланишлар сирти номини олган.

Координат ўқлариииинг ҳолати ўзгарганда, яъни кўрсатилган сиртни бошқа координат ўқларига кўчирилганда, сиртнинг ўзи ўзгармай қолади, фақат тенглама коэффициентларигина, яъни координат майдончаларидаги кучланиш катталиги ўзгаради, чунки бу майдончалар энди бошқа бўлади.

Аналитик геометриядан маълумки, агар иккинчи тартибли сиртни фақат марказга эмас, балки туташган диаметрларга, яъни ўқларга қўйилса, координата кўпайтмаларидаги коэффициентлар нолга айланади. (2.7) тенглама билан аниқланадиган сирт билан ҳам худди шундай қилиш мумкин. Бу эса, кучланган ҳолатда бўлган нуқтадан доимо шундай учта ўзаро перпендикуляр текислик ўтказиш мумкинки, уларда уринма кучланишлар бўлмайди ва фақат учта нормал кучланиш қолади демакдир. Бу учта кучланиш ***бош нормал кучланишлар*** деб аталади, уларнинг йўналиши - бош йўналишлар, улар таъсир этаётган текисликлар эса бош текисликлар дейилади. Шундай қилиб, координат ўқларини бош йўналишлар (бош ўқлар) га параллел танлаб олинса, унда мос равишдаги координат (бош) текисликларида фақат нормал (бош) кучланишлар таъсир кўрсатади. Бундан келиб чиқадики, нуқтанинг кучланган ҳолати, агар учта бош ўқ йўналиши ва учта бош кучланиш катталиги берилган бўлса батамом маълум (тамомила аниқ) бўлади. Бош кучланишларни x, y, z ўрнига 1, 2, 3 индекслар билан белгилаймиз:

$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3.$$

Шу индекслар билан бош ўқлар, шунингдек бу ўқларга қия майдончаларнинг йўналтирувчн косинусларини ҳам белгилаймиз.

Агар нуқтанинг кучланган ҳолати бош кучланишлар билан берилган бўлса, қия майдончалардаги кучланишлар (2.3), (2.4), (2.5) ва (2.6) формулалар асосида жуда оддий ифодаланади. Координат ўқларн бўйича ташкил этувчилар:

$$S_1 = \sigma_1 a_1;\ S_2 = \sigma_2 a_2;\ S_3 = \sigma_3 a_3; \qquad (2.8)$$

Тўлиқ кучланиш $S^2 = \sigma^2_1 a^2_1 + \sigma^2_2 a^2_2 + \sigma^2_3 a^2_3$ (2.9)

Нормал кучланиш $\sigma_n = \sigma_1 a^2_1 + \sigma_2 a^2_2 + \sigma_3 a^2_3$ (2.10)

Уринма кучланиш $\tau^2 = \sigma^2_1 a^2_1 + \sigma^2_2 a^2_2 + \sigma^2_3 a^2_3 - \left(\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2\right)^2.$ (2.11)

2.4. Кучланишлар тензори ҳақида тушунча

Нуқтанинг кучланган ҳолати (2.7) сирт билан аниқланиши илгари қайд этилган эди. Бу кучланган ҳолат (сон билан аниқланувчи) слалярдан ва вектордан (сон ва йуналиш билан аниқланувчи) фарқли равишда тензор катталик эканини билдиради. Бу сирт, у билан бирга кучланган ҳолат ҳам координат майдончаларидаги тўққизта кучланишлар билан аниқлангани сабабли, координат текисликларида таъсир этувчи кучланишлар тасвирланган (2.1) матрицага алоҳида маъно бериш мумкин, чунончи шундай ёзиш мумкин:

$$\mathrm{T}_{\sigma} = \left\{ \begin{matrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{matrix} \right\} \qquad (2.12)$$

Тенгликнинг ўнг қисми тензор таҳлил нуқтаи назаридан 2-даражали симметрик тензордан иборатдир. Бу ёзувни шундай тушуниш мумкин. Берилган нуқтанинг кучланган ҳолати қандайдир ташкил этувчиларга эга кучланишлар тензорига тенг. Уринма кучланишлар жуфти ўзаро тенг ва тенг уринма кучланишлар матрицада бош диагонал (σ_x, σ_y, σ_z)га нисбатан симметрик жойлашгани учун, бундай қисқартириб ёзиш мумкин:

$$\mathrm{T}_{\sigma} = \left\{ \begin{matrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{matrix} \right\} \qquad (2.12а)$$

Агар бош кучланишлар берилга бўлса, кучланиш тензори ушбу кўринишда ёзилади:

$$\mathrm{T}_{\sigma} = \left\{ \begin{matrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ \bullet & \sigma_y & 0 \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{matrix} \right\} \qquad (2.12б)$$

Тензорлар билан тензор таҳлилида ўрганиладиган турли математик амаллар ўтказиш мумкин, хусусан, тензорларни айириш ва қўшиш мумкин. Буни кейинчалик кўриб чиқамиз.

Энди иҳтиёрий координат ўқлари учун берилган кучланишлар тензори бўйича бош кучланишлар катталиги ва бош текисликлар ҳолатини топиш мумкинлигини аниқлаб оламиз.

Ҳозирча номаълум қандайдир қия майдончада фақат нормал кучланишлар таъсир этаётган бўлсин, яъни бу майдонча асосий (бош) ҳисобланади. Олинган координат тизимига нисбатан бу майдончанинг ҳолати йўналтирувчи косинуслар a_x, a_y, a_z, билан аниқланадиган бўлсин. У ҳолда σ кучланиш ташкил этувчилари координат ўқлари бўйича $\sigma \cdot a_x; \sigma \cdot a_y; \sigma \cdot a_z$ бўлади, чунки σ йўналиши майдончага нормал билан мос тушади. Аммо аввалги (2.3) формулалардан бу ташкил этувчилар учун кучланиш тензори ташкил этувчилари орқали ифодалар маълум, демак.

$$\sigma a_x = \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z;$$
$$\sigma a_y = \tau_{yz} a_x + \sigma_y a_a + \tau_{yz} a_z;$$
$$\sigma a_z = \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z;$$

Тенгламаларни ўзгартириб бундай ёзамиз:

$$(\sigma_x - \sigma) a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z = 0;$$
$$\tau_{yx} a_x + (\sigma_y - \sigma) a_y + \tau_{yz} a_z = 0;$$
$$\tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + (\sigma_z - \sigma) a_z = 0;$$

Олинган тенгламалар тузилиши а га нисбатан чизиқли ва бир жинсли (озод ҳадлари нолга тенг) ҳисобланади. a_x, a_y ва a_z ўлчамлар бир вақтда нолга тенг бўла олмагани сабабли, тенгламалар назариясидан маълумки, бундай тизим аниқловчиси нолга тенг бўлиши керак, яъни

$$\begin{matrix} (\sigma_x - \sigma) & \sigma_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{xy} & (\sigma_z - \sigma) \end{matrix} = 0 \qquad (2.13)$$

Аниқловчини ёйиб ва ўзгартиришлар киритиб, σ га нисбатан куб тенглама оламиз:

$$\sigma^3-\sigma^2\left(\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z\right)+\sigma(\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_z+\sigma_z\sigma_x-\tau_{xy}{}^2-\tau_{yx}{}^2-\tau_{zx}{}^2)- \qquad (2.13а)$$

$$-(\sigma_x\sigma_y\sigma_z+2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx}-\sigma_x\tau_{yz}{}^2-\sigma_y\tau_{zx}{}^2-\sigma_z\tau_{xy}{}^2)=0$$

Бу тенгламани ечиб унинг учта илдизини, яъни σ_1, σ_2, σ_3 қийматларини оламиз, улар тенглама табиатига кўра доимо ҳақиқий бўлади.

Қўшимча, аналитик геометриядан маълум бўлган шарт $a_x{}^2+a_y{}^2+a_z{}^2=1$ ни ёзиб, йўналтирувчи косинуслар қийматини ҳам аниқлаш мумкин.

Бош кучланишлар катталигини аниқлаш учун (2.13) тенгламани келтириб чиқаришда координат ўқлари ихтиёрий танлаб олинган эди. Бош кучланишлар эса берилган кучланган ҳолатда ягона қийматга эса бўлади. Бундан келиб чиқадики, (2.13) куб тенгламанинг коэффициентлари координат ўқлари қандай танлаб олинмасин, айнан битта қийматларга эга бўлади. Улар координат ўқлари ҳолати ўзгарганда ўз катталигини ўзгартирмайди. Бошқача айтганда, бу коэффициентлар координат ўзгаришларига инвариантдир. Бу коэффициентлар кучланиш тензори ташкил этувчиларидан тузилгани сабабли, улар координат ўзгартирилганда унинг инвариантлари ҳисобланади.

Кучланиш тензорини биринчи инварианти i_1 - чизиқли:

$$i_1=\sigma_x+\sigma_y+\sigma_z=\text{const} \qquad (2.14)$$

Иккинчи инвариант i_2 - квадратсимон:

$$i_2=\sigma_x\sigma_y+\sigma_y\sigma_z+\sigma_z\sigma_x-\tau_{xy}{}^2-\tau_{yz}{}^2-\tau_{zx}{}^2=\text{const} \qquad (2.15)$$

Учинчи инвариант i_3 - кубсимон:

$$i_3=\sigma_x\sigma_y\sigma_z+2\tau_{xy}\,\tau_{yz}\,\tau_{zx}-\sigma_x\tau_{yz}{}^2-\sigma_y\tau_{zx}{}^2-\sigma_z\tau_{xy}{}^2=\text{const} \quad (2.16)$$

Учинчи инвариант кучланиш тензори ташкил этувчиларидан тузилган, қаторга ёйилган аниқловчи ҳисобланади:

$$i_3=\begin{vmatrix}\sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz}\\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz}\\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{xz}\end{vmatrix} \qquad (2.12)$$

Иккинчи инвариант бу аниқловчини уни бош диагонали бўйича ёйганда минорлари йиғиндиси ҳисобланади.

$$i = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \qquad (2.15a)$$

Кучланиш тензори инвариантлари жуда муҳим аҳамиятга эга, чунки улар кучланган ҳолатнинг механик қонуниятларини ифодалайдилар.

Масалан, иккита тензор ёзилган бўлса, инвариантлардан фойдаланиб, улар турли кучланган ҳолатларни ифодалайдими ёки битта кучланган ҳолатни ўзини турли координат тизимларидаги ифодасими эканини биз дарҳол аниқлай оламиз.

2.5. Кучланишлар эллипсоиди.

Қия майдончадаги кучланишлар компонентларини координат ўқлари бўйича бош кучланишлар орқали (2.8) формула билан ифодалаймиз.

$$S_1 = \sigma_1\, a_1;\ S_2 = \sigma_2\, a_2;\ S_3 = \sigma_3\, a_3$$

Демак, $a_1^2 = \frac{S_1^2}{\sigma_1^2}; a_2^2 = \frac{S_2^2}{\sigma_2^2}; a_3^2 = \frac{S_3^2}{\sigma_3^2}.$

Аммо $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$

Охирги тенгламага а нинг қийматларини қўйиб ушбуга эга бўламиз.

$$\frac{S_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{S_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{S_3^2}{\sigma_3^2} = 1 \qquad (2.17)$$

Ҳар бир берилган кучланган ҳолат учун σ_1, σ_2, σ_3 ўзгармас ҳисобланади. Демак, (2.17) тенглама ҳамма қия майдончалардаги кучланишларни барча мумкин бўлган қийматларини беради.

Тенглама уч ўқли эллипсоидни тасвирлайди, унинг ярим ўқлари берилган нуқтадаги бош кучланишлардан, сирт нуқталарининг координатлари эса - S тўлиқ кучланишларни турли қия майдончаларга проекцияларидан иборат бўлади.

Демак, марказдан эллипсоид сирти билан кесишгунча қадар бўлган ҳар қандай кесманинг узунлиги қандайдир қия майдончадаги тўлиқ кучланиш S ни тасвирлайди. Бу эллипсоид кучланиш эллипсоиди деб аталади ва геометрик кучланиш тензорини кўрсатади. Эллипсоид хордаларидан бирортаси ҳам унинг катта ўқидан ортиқ бўла олмагани сабабли, исталган нуқтадаги мутлоқ катталиги бўйича энг катта кучланиш, ўша нуқтадаги учта бош нормал кучланишлардан энг каттаси бўлади.

Агар учта бош нормал кучланишлардан иккитаси мутлоқ қиймати бўйича ўзаро тенг бўлса, кучланишлар эллипсоиди айланма эллипсоидга айланади. Агар бунда улар бир хил ишорага эга бўлса, унда учинчи координат ўқига параллел бўлган барча майдончалар бўйича кучланишлар бир хил ва улар таъсир қилаётган майдончаларга перпендикуляр бўлади. Бунда учинчи бош кучланиш йўналишига перпендикуляр координат текислигидаги ҳар қандай иккита ўзаро перпендикуляр йўналиш бош ҳисобланади. Агар уччала бош нормал кучланишлар ўзаро тенг бўлса, эллипсоид шарга айланади ва ҳар қандай учта ўзаро перпендикуляр ўқлар бош бўлади. Барча координат ўқларига қия майдончаларда бир хил ўзаро тенг нормал кучланишлар таъсир қилади, уринмалар эса бўлмайди (чунки ҳар қандай текислик - бош бўлади). Бошқача айтганда, нуқта ҳар томонлама бир текис сиқилиш ёки чўзилиш ҳолатида бўлади. Кучланиш тензори кўриниши

$$T_{\sigma}^{O} = \begin{Bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{Bmatrix}$$

Бундай кучланиш тензори шарсимон тензор номини олган. Унинг матрицаси координат тизимини танлаб олишга инвариантдир.

Агар бош кучланишлардан бири нолга тенг бўлса, эллипсоид ***эллипс*** га айланади ва ҳажмий кучланган ҳолат текислик (***ясси***) га айланади. Ниҳоят, агар иккита бош кучланиш нолга тенг бўлса, эллипсоид ***тўгри чизиқ***ка айланади, яъни ***чизиқли*** кучланган ҳолат ўрин олади.

2.6. Бош уринма кучланишлар

(2.11) тенгламага асосан, қия майдончалардаги уринма кучланишлар, агар кучланишлар тензори бош кучланишларда берилган бўлса, ушбу тенглама билан ифодаланади:

$$\tau^2 = \sigma_1^2\ a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - (\sigma 1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2)^2.$$

Қайси майдончаларда уринма кучланишлар максимал катталикни олишини аниқлаб оламиз.

$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$ шартдан (а)

$a_3^2 = 1 - a_1^2 - a_2^2$ га эга бўламиз.

τ^2 учун (2.11) ифодага қўйсак:

$\tau_2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2\ (1 - a_1^2 - a_2^2) - [\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 (1 - a_1^2 - a_2^2)]$.

a_1 бўйича дифференциаллаймиз ва экстремумни топиш учун хусусий ҳосилани нолга тенглаймиз.

$$\frac{\partial(\tau^2)}{\partial a_1} = 2\sigma_1^2 a_1 - 2\sigma_3^2 a_1 - 2[\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3(1 - a_1^2 - a_2^2)](2\sigma_1 a_1 - 2\sigma_3 a_1)=0$$

$2(\sigma_1 - \sigma_3)$га қисқартирамиз ва a_1 ни қавс ташқарисига чиқарамиз:

$$a_1(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_1 a_1^2 - 2\sigma_2 a_2^2 - 2\sigma_3 + 2\sigma_3 a_1^2 + 2\sigma_3 a_2^2) = 0.$$

Ишорани ўзгартирамиз, қавс ташқаришга a_1^2 ва a_2^2 ни чиқарамиз ва 2 га бўламиз:

$$a_2[(\sigma_1 - \sigma_3)a_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)a_2^2 - 1/2(\sigma_2 - \sigma_3)] = 0 \quad \text{(в)}$$

Ўхшаш тарзда тенгламани a_2 бўйича дифференциаллаб ва хусусий ҳосилаии нолга тенглаб ушбуни оламиз.

$$a_1[(\sigma_1 - \sigma_3)a_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)a_2^2 - 1/2(\sigma_1 - \sigma_3)] = 0 \quad \text{(с)}$$

Олинган тенгламалардан энг аввало ушбу ечимга эга бўламиз:

$$a_1=0,\ a_2=0.$$

$a_1=a_2=0$ ни (а) шартга қўйиб $a_3=1$ ни топамиз ва шу тарзда йўналтирувчи косинусларнинг, τ экстремумга эга бўлган, биринчи гуруҳ қийматларини оламиз: $a_1=0$; $a_2=0$; $a_3=1$.

Кейин $a_1=0$ ни (с) тенгламага қўйиб $a_2 = \pm\sqrt{1/2}$ ни оламиз, a_1 ва a_2 нинг бу қийматларида (а) шартдан a_3 ни мос келувчи қийматини аниқлаймиз $a_3 = \pm\sqrt{1/2}$, демак, τ учун экстремумни аниқловчи a_1, a_2, a_3 ни иккинчи гуруҳ қийматлари: $a_1=0$; $a_2 = \pm\sqrt{1/2}$; $a_3 = \pm\sqrt{1/2}$.

Ниҳоят $a_2=0$ ни (в) тенгламага қўйиб $a_1 = \pm\sqrt{1/2}$ ни оламиз, бу қийматлар бўйича (а) шартдан $a_3 = \pm\sqrt{1/2}$ аниқлаймиз ва натижада a_1, a_2, a_3 ни τ экстремумга эга бўладиган учинчи гуруҳ қийматларини топамиз.

$$a_1 = \pm\sqrt{1/2};\ a_2=0;\ a_3 = \pm\sqrt{1/2}.$$

Кейин $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$ шартдан a_2 ва a_1 ни ифодасини оламиз, уларни қийматларини (2.11) формулага қўямиз ва ўхшаш амалларни бажарамиз.

Натижада уринма кучланишлар экстремал қийматларга эга бўладиган қуйидаги олтита гуруҳ йўналтирувчи косинуслар қийматларни оламиз:

косинус-ларни йўналти-рувчилари	1	2	3	4	5	6
a_1	0	0	±1	0	$\pm\sqrt{1/2}$	$\pm\sqrt{1/2}$
a_2	0	±1	0	$\pm\sqrt{1/2}$	0	$\pm\sqrt{1/2}$
a_3	±1	0	0	$\pm\sqrt{1/2}$	$\pm\sqrt{1/2}$	0

Косинусларни йўналтирувчиларининг биринчи учта гуруҳ қийматлари, бу масалани кўриб чиқишда бош деб қабул қилинган ва уларда уринма кучланишлар нолга тенг бўлган, яъни минимал қийматга эга бўлган, координат текисликларини аниқлайди.

Демак, косинусларни йўналтирувчиларининг иккинчи учта гуруҳ қийматлари, уринма кучланишлар максимал мутлоқ қийматларга етиб борадиган текисликларни аниқлайди.

Бу гуруҳ қийматларининг ҳар бири координат текисликларидан бирига перпендикуляр бўлган ва бошка иккитасидан ҳар бири билан 45^0 бурчак ташкил этган ёки шунинг ўзини бошқача айтса, битта координат ўқи орқали ўтадиган ва бошқа иккитаси орасидаги бурчакни тенг иккига бўладиган, яъни улар билан 45^0 бурчак ташкил этадиган текисликни ифодалашини кўриш қийин эмас.

Косинуслар йўналтирувчиларининг ҳар бир гуруҳ қийматлари тўртта шундай иккита қўшни ёнма ён октантни ҳар бирида биттадан текисликни аниқлайди, чунки илдиз олдидаги ишораларни ($\pm\sqrt{1/2}$) тўртта комбинациясига эгамиз.

Шундай қилиб, ҳаммаси бўлиб, улардаги уринма кучланишлар максимал қийматларга етадиган, 12 та текислик оламиз. Битта октант учун улар 21-расмда кўрсатилгандек график тасвирланиши мумкин. Бу текисликларнинг умумий йигиндиси 22-расмда кўрсатилган ромбик додэкаэдр (12 қирралик) шаклдан иборат бўлади.

Косинуслар йўналтирувчиларининг олинган қийматларини (2.11) тенгламага қўйиб, максимал уринма кучланишлар қийматини топамиз:

$$\tau_{12} = \pm 1/2\left(\sigma_1 - \sigma_2\right)\left(a_1 = \pm\sqrt{1/2}; a_2 = \pm\sqrt{1/2}\right); a_3 = 0$$

$$\tau_{23} = \pm 1/2\left(\sigma_2 - \sigma_3\right)\left(a_1 = 0; a_2 = \pm\sqrt{1/2}; a_3 = \pm\sqrt{1/2}\right) \quad (2.20)$$

$$\tau_{31} = \pm 1/2\left(\sigma_3 - \sigma_1\right)\left(a_1 = \pm\sqrt{1/2}; a_2 = 0; a_3 = \pm\sqrt{1/2}\right)$$

τ индекслари қайси бош кучланишларнинг ярим фарқи ушбу τ га тенг ва τ нинг таъсир текислиги қайси ўқларга 45° бурчак остида эканлигини билдиради. Бу уринма кучланишлар ***бош уринма кучланишлар*** деб аталади.

Шундай қилиб, бош уринма кучланишлар мос равишда бош нормал кучланишлар фарқининг ярмига тенг бўлади. Энг катта уринма кучланишлар энг катта ва энг кичик бош нормал кучланишларнинг алгебраик фарқини ярмига тенгдир.

Агар учта бош нормал кучланишларнинг барчаси ўзаро тенг бўлса, унда уларнинг ярим фарқи ва демак, уринма кучланишлар ҳам нолга айланади, яъни мавжуд бўлмайди. Бу натижани биз илгари ҳам, кучланишлар эллипсоиди ва шарсимон тензор (2.18) ни кўриб чиқишда олган эдик.

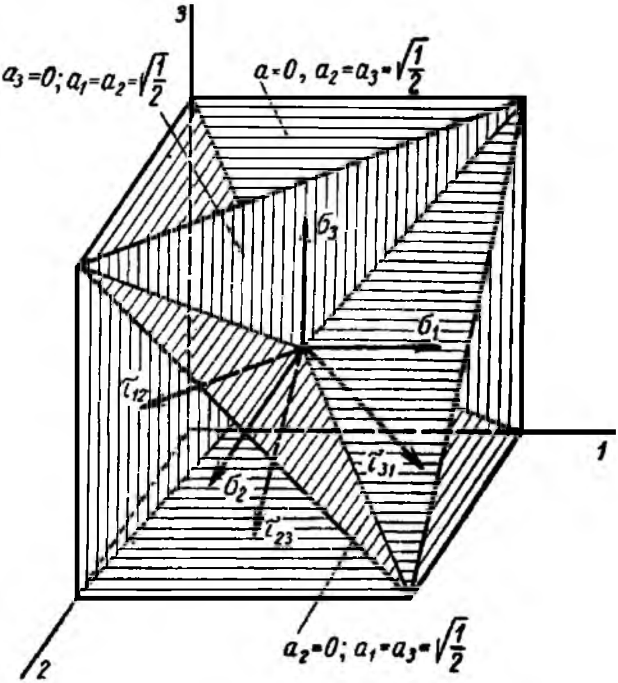
(2.20) тенгламадан кўринадики, учта бош уринма кучланишларнинг йиғиндиси нолга тенг:

$$\tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{31}=0 \qquad (2.21)$$

Бош уринма кучланишлар таъсир этаётган майдончалардаги нормал кучланишлар қийматини аниқлаймиз. Бунинг учун косинуслар йўналтирувчиларининг (2.19) тенгламадан қийматларини олиб, (2.10) тенгламага қўямиз:

$$\sigma_{12} = (1/2)(\sigma_1 + \sigma_2);$$
$$\sigma_{23} = (1/2)(\sigma_2 + \sigma_3);$$
$$\sigma_{31} = (1/2)(\sigma_3 + \sigma_1);$$

Яъни, бош уринма кучланишлар таъсир этаётган майдончалардаги нормал кучланишлар бош нормал кучланишлар йиғиндисининг ярмига тенг.



21-расм. Битта октант учун уринма кучланишлар графиги.

Бош уринма кучланишларнинг (2.20) ифодаларидан шунингдек кўринадики, агар бош нормал кучланишларни айнан бир хил катталикка кўпайтирилса ёки камайтирилса, унда бош уринма кучланишларнинг қийматлари ўзгармайди, яъни кучланган ҳолатга бир текис чўзилиш ёки сиқилишни қўшиш уринма кучланишлар катталигини ўзгартирмайди. Бу доимо кучланиш тензорини иккита тензорнинг йиғиндиси кўринишида ифодалаш имкониятини беради.

Ўртача нормал кучланишларни $\sigma_{\text{ўр}}$ орқали белгилаймиз, у ҳолда

$$\sigma_{\text{ур}} = \left(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3\right)/\,3 = \left(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z\right)/\,3, \qquad (2.23)$$

яъни, ўртача нормал кучланишлар кучланиш тензори биринчи инвариантининг (2.14) учдан бир қисмига тенг.

Шарсимон тензор тузамиз (2.18)

$$T_\sigma^0 = \begin{Bmatrix} \sigma_{ур} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ур} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{ур} \end{Bmatrix}$$

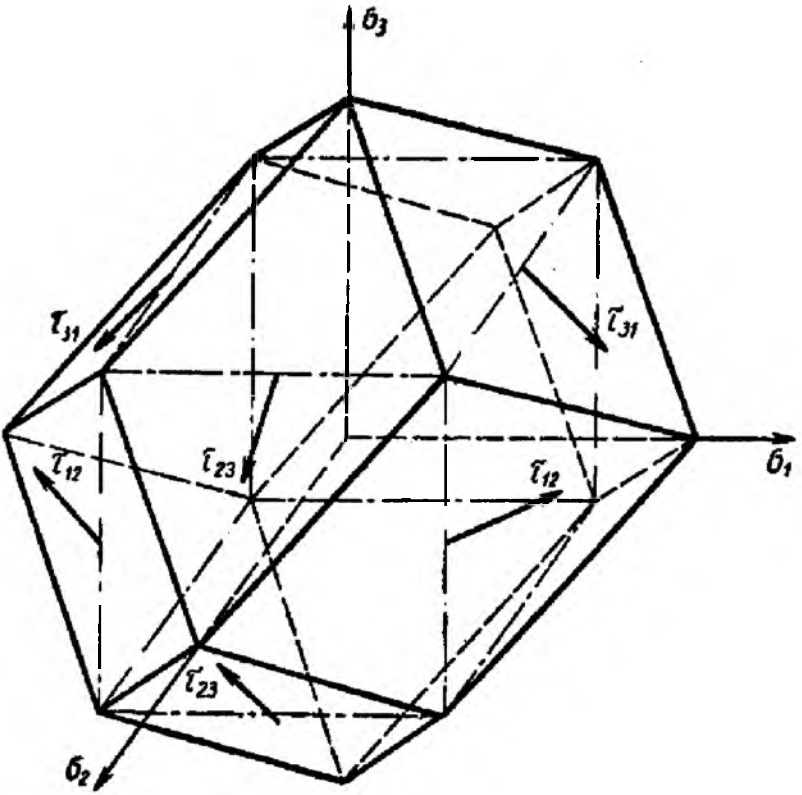
Бу тензорни нуқтанинг кучланган холати тензоридан айирамиз. Бу шундай ифодаланади:

$$T_\sigma - T_\sigma^0 = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \sigma_{ур} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{ур} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{ур} \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} \sigma_x - \sigma_{ур} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{ур} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_{ур} \end{Bmatrix} = D_\sigma \qquad (2.24)$$

ёки $T_\sigma = T_\sigma^0 + D_\sigma$

D_σ тензор ***кучланишлар девиатори*** деб аталади. Шундай қилиб, умумий ҳолда кучланган ҳолат шарсимон тензор ва кучланишлар девиатори йиғиндиси билан аниқланади.



22-расм. Уринма кучланишлар ромбик додэкаэдри.

Шарсимон тензор жисм шакли деформацияларини келтириб чиқара олмайди ва фақат ҳажм ўзгариши - ҳажмий деформацияни беради (эластик деформацияда). Кучланишлар девиатори эса бунинг тескариси, жисм шаклини ўзгаришини олдиндан белгилаб беради.

Кучланишлар девиатори бош диагонали бўйича ташкил этувчилар йигиндиси нолга тенг экани осон кўринади.

$$(\sigma_X - \sigma_{ур}) + (\sigma_у - \sigma_{ур}) + (\sigma_г - \sigma_{ур}) = 0 \qquad (2.26)$$

2.7. Октаэдрик кучланишлар

Бош ўқларга бир хил эгилгаи майдончалардаги кучланиш катталигини топамиз.

Бу ҳолда $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 3a^2 = 1$

Бундан $a = \pm 1/\sqrt{3}$

Бундай майдончалар ҳар бир октантда биттадан, жами саккизта бўлади. Улар октаэдр шаклини ташкил этади (23-расм). Шунинг учун уларни, шунингдек бу майдончаларда таъсир этаётган кучланишларни ҳам октаэдрик деб атайдилар.

Тўлиқ октаэдрик кучланиш, (2.9) тенгламага кўра ушбуга тенг бўлади

$$S_0 = \sqrt{(1/3)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)} \qquad (2.27)$$

яъни, тўлиқ октаэдрик кучланишнинг квадрати бош кучланишлар квадратлари йиғиндисининг учдан бирига тенг.

Нормал октаэдрик кучланиш [(2.10) га қаранг]:

$$\sigma_0 = (1/3)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = (1/3)(\sigma_x \sigma_y \sigma_г) = \sigma_{ур} \qquad (2.28)$$

Нормал октаэдрик кучланиш ўртага нормал кучланишга ёки кучланишлар тензорининг биринчи инвариантини учдан бирига тенг.

Уринма октаэдрик кучланиш (2.11) ифодадан аниқланади:

$$\tau_0^2 = (1/3)(\sigma_1^2 + \sigma^2{}_2 + \sigma^2{}_3) = (1/9)(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^2 \text{ ёки}$$

Қавслар очилгандан сўнг

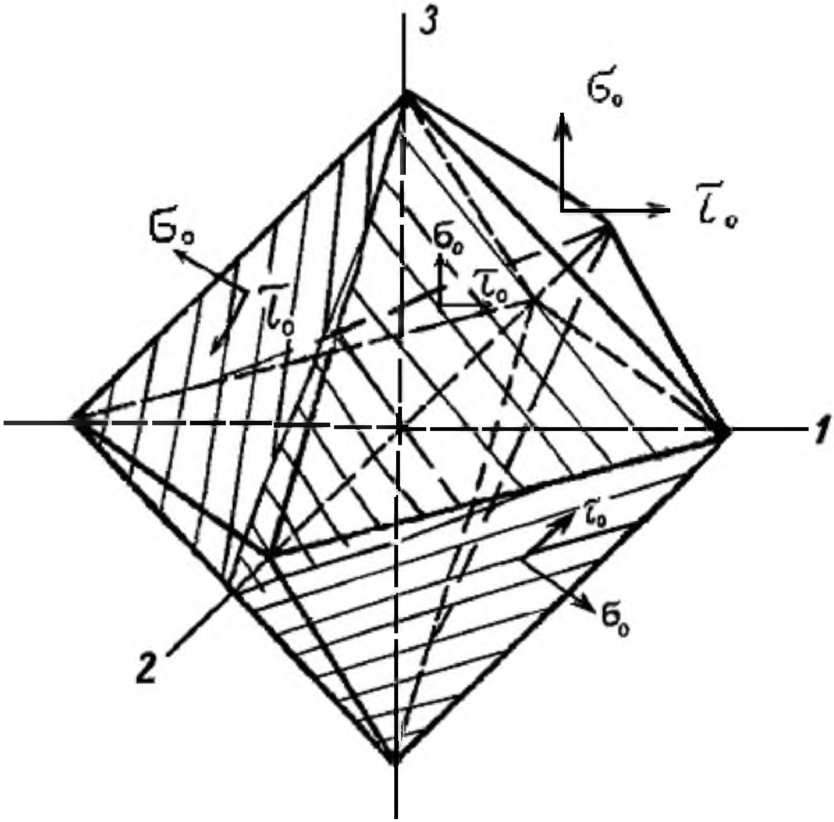
$$\tau_0^2 = (2/9)(\sigma_1^2 + \sigma^2{}_2 + \sigma^2{}_3 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1), \qquad (2.29)$$

бундан

$$\tau_0 = \pm(1/3)\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2} + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \qquad (2.30)$$

ёки уринма кучланишлар қиймати (2.20) ҳисобга олиниб

$$\tau_0 = \pm(2/3)\sqrt{\tau_{12}^2} + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 \qquad (2.30а)$$



23-расм. Октаэдрик кучланишлар.

Шундай қилиб, уринма октаэдрик кучланишлар, бош нормал кучланишлар фарқининг квадратлари йиғиндисидан олинган квадрат илдизнинг учдан бирига ёки бош уринма кучланишлар квадратлари йиғиндисидан олинган квадрат илдизнинг учдан иккисига тенг.

Бош нормал кучланишлар орқали ифодаланган кучланишлар тензорини биринчи инварианти (2.14) квадратни оламиз.

$$i_1^2 = (\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1 \quad (2.31)$$

ва иккинчи инвариант (2.29) шунингдек бош кучланишларда:

$$i_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \quad (2.32)$$

(2.31) ва (2.32) тенгламаларни (2.29) тенглама билан таққослаб кўрамизки:

$$\tau_0^2 = (2/a)(i_1^2 - 3i_2) \quad (2.29а)$$

Бундан, октаэдрик уринма кучланишларни, тасодифий (бош эмас) ортогонал майдончалар бўйича таъсир этаётган кучланишларнинг ташкил этувчилари орқали, кучланишлар тензорининг биринчи ва иккинчи инвариантлари (2.14) ва (2.15) учун ифодалардан фойдаланиб, аниқлаш имкониятини оламиз:

$$\tau_0^2 = (2/a)\left[(\sigma_x\sigma_y\sigma_z)^2 - 3(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau^2{}_{xy}\tau_{yz}^2\tau_{zx}^2)\right].$$

Ўзгартиришлардан сўнг ушбуни оламиз:

$$\tau_0 = \pm(1/3)\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_я - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}{}^2 + \tau_{yz}{}^2 + \tau_{zx}{}^2)}$$

(2.30б)

Кучланиш девиатори (2.24) ифодани ҳисобға олган ҳолда, иккинчи инварианти i_2 ни оламиз:

$$i_2 = (\sigma_x - \sigma_{yp})(\sigma_y - \sigma_{yp}) + (\sigma_y - \sigma_{yp}) + (\sigma_z - \sigma_{yp})(\sigma_x - \sigma_{yp}) - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{zx}^2 =$$
$$= -(1/6)\left[(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)\right]$$

Бу ердан, октаэдрик уринма кучланишлар квадрати (2.30б) кучланишлар девиатори иккинчи инвариантини тескари ишора билан олинган учдан иккисига тенг экани кўринади:

$$\tau_0^2 = -(2/3)i_2 \qquad (2.29б)$$

$$\tau_0^2 = \pm\sqrt{-}(2/3)i_2 \qquad (2.29в)$$

Октаэдрик уринма кучланишлар шунингдек уринма кучланишлар жадаллиги номи билан ҳам юритилади. Уринма кучланишлар жадаллигидан, кучланишлар жадаллиги ёки умумлашган кучланишни фарқлаш керак. У қуйидагича ифодаланади:

$$\sigma_i = \left(1/\sqrt{2}\right)\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$

Бу тушунчаларнинг алоҳида муҳимлиги сабабли яна бир марта келтирилган катталикларнинг қийматларини таққослаймиз. Бунинг учун қуйидаги ифодани А билан белгилаб оламиз:

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} =$$

$$= \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}{}^2 + \tau_{yz}{}^2 + \tau_{zx}{}^2)}$$

У холда τ_0 октаэдрик уринма кучланишлар ёки τ_i уринма кучланишлар жадаллиги $\tau_0 = \tau_i = (1/3)$ А кўринишида ифоданаланади.

Кучланишлар жадваллиги $\sigma_i = \left(1/\sqrt{2}\right)A$

Бундан $\tau_i = \left(1/\sqrt{2}\right)\sigma_i$

Нуқтанинг кучланган ҳолатини кўраётиб, биз қуйидаги ўзига хос майдончаларга эга бўламиз. Улар орқали ушбулар ўтади:

а) бош нормал кучланишлар таъсир этадиган, уринма кучланишлар бўлмаган олтита бош майдонча;

б) бош уринма кучланишлар таъсир этадиган ўн иккита майдонча;

в) катталиги бўйича бир хил октаэдрик кучланишлар таъсиридаги саккизта майдонча.

Шундай қилиб, ҳаммаси бўлиб 26 та ўзига хос майдончага эга бўламиз.

2.8. Мувозанат шартлари.

Кучлар билан юкланган ва мувозанатда бўлган жисмдаги кучланишлар катталиги нуқтадан нуқтага узлуксиз ўзгариб боради, яъни, кучланиш координатнинг узлуксиз функцияси ҳисобланади.

Кучланган жисмда қирралари координат текисликларига параллел бўлган элементар параллелепипед (24-расм) ажратамиз ва унинг мувозанатини таъминловчи қандай шартлар мавжуд эканини аниқлаймиз.

Координатлари x, y, z бўлган, кучланган нуқталардан бири а параллелепипеднинг aвcd, adв’ac’ ва ac’d’b қирралари билан тасвирлансин. Иккинчи нуқта a’ а дан чексиз кичик масофада туради ва бунга мос равишда унинг координатлари x+dx, y+dy ва z+dz бўлади. Бу a’ нуқта параллелепипеднинг a’в’c’d’, a’d’bc ва a’cdb’ қирралари билан тасвирланадн. Параллелепипед қирраларининг ўлчамлари dx, dy, ва dz бўлиши тушунарли.

а нуқтанинг ҳолати кучланишлар тензори билан аниқланадиган бўлсин.

$$T_{\sigma a} = \left\{\begin{matrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{matrix}\right\}$$

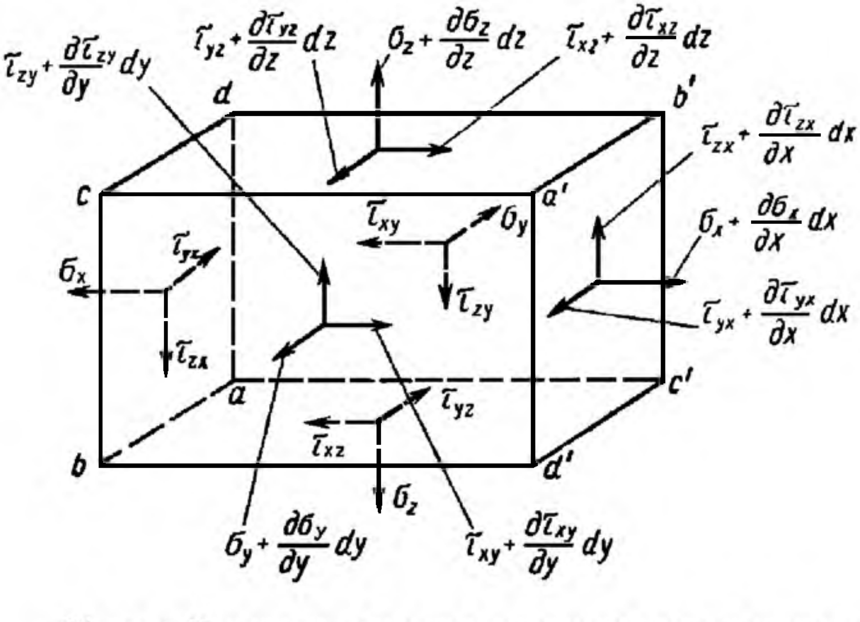
a’ нуқтадаги кучланиш а нуқтадаги кучланишдан чексиз кичик миқдорларга фарқ қилади. Юқори тартибли ҳадларни эътиборга олмасдан, ҳар бир кучланишнинг ўсиши ўша берилган кучланишнинг таъсир майдончаси кўчган координата бўйича, яъни кучланиш манзилининг индекси орқали кўрсатиладиган координата бўйича хусусий дифференциал билан ифодаланади.

Унда а’ нуқта учун кучланишлар тензори ушбу кўринишда бўлади:

$$T_{\sigma a'} = \begin{array}{l} (\sigma_{x)} + (\partial\sigma_x / \partial x)dx)(\tau_{xy} + (\partial\tau_{xy} / \partial y)dy)((\partial\tau_{xz} / \partial x)dz) \\ (\tau_{yx} + (\partial\tau_{yx} / \partial x)dx)(\sigma_{y)} + (\partial\sigma_y / \partial y)dy)((\partial\tau_{yz} / \partial z)dz) \\ (\tau_{zx} + (\partial\tau_{zx} / \partial x)dx)(\tau_{xy} + (\partial\tau_{xy} / \partial y)dy)(\sigma_{z)} + (\partial\sigma_z / \partial z)dz) \end{array}$$

Параллелепипед қирралари бўйича таъсир этаётган куч, кучланиш манзили индекси кўрсатадиган, мос равишдаги қирраларнинг майдонига кўпайтирилган кучланишларга тенг бўлади.

Ҳамма кучларининг координат ўқига проекцияларн йигинднсини олиб ва бу йигиндиларни нолга тенглаб, мувозанат шартларини тузамиз.



24-расм. Кучланган жисмдаги элементар параллелепипед.

Х ўқига

$$(\sigma_{x)} + (\partial\sigma_x / \partial x)dx)dydz - \sigma_x dydz + \tau_{xy} + (\partial\tau_{xy} / \partial y)dy)dxdz - \tau_{xy}dxdz +$$

$$(\tau_{xz} + (\partial\tau_{xz} / \partial z)dz)dxdy - \tau_{xz}dxdy = 0$$

Қавсларни очиб ва dxdydz га қисқартириб ушбуни оламиз:

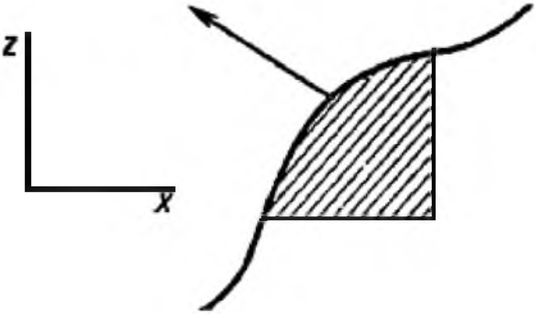
$$\partial\sigma_x / \partial x + \partial\tau_{xy} / \partial y + \partial\tau_{xz} / \partial z = 0$$

у ва z ўқларига проекциялар йиғиндисини шунча ўхшаш ёзишимиз мумкин. Натижада ушбуни оламиз.

$$\begin{aligned} &\partial\sigma_x / \partial x + \partial\tau_{xy} / \partial y + \partial\tau_{xz} / \partial z = 0; \\ &\partial\tau_{yx} / \partial x + \partial\sigma_y / \partial y + \partial\tau_{yz} / \partial z = 0; \qquad (2.34) \\ &\partial\tau_{zx} / \partial x + \partial\tau_{zy} / \partial y + \partial\sigma_z / \partial z = 0. \end{aligned}$$

Шундай қилиб биз, ҳажмий кучланган ҳолат учун мувозанатнинг дифференциал тенгламасини олдик.

Бу тенгламалар жисмнинг ҳажм бўйича ҳамма нуқталари учун қаноатлантирилган бўлиши керак. Кучланиш жисм ҳажми бўйича ўзгаради ва сиртда уларнинг катталиги жисмга таъсир этаётган ташқи кучларни мувозанатлайдиган бўлиши керак, яъни сирт шартларини ёки контур шартларини қаноатлантириши лозим.



25-расм. Жисм сиртининг элементар майдончаси.

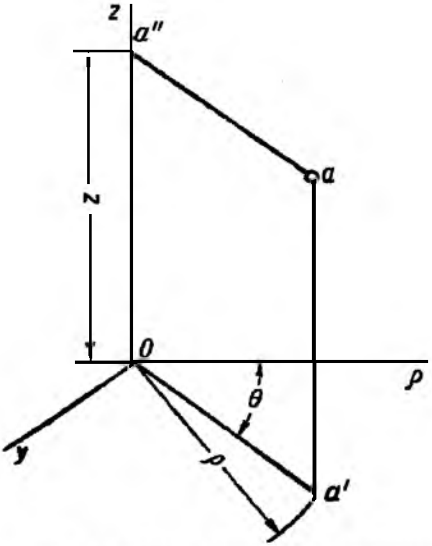
Жисмнинг сиртига чиқадиган чексиз кичик элементидаги кучланишларни (2.3) тенгламадан фойдаланиб ташқи кучлар билан боглаш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, умумий ҳолда жисм сиртининг элементлар майдончасини (25-расм) элементар тетраэдр қия қирраси сифатида кўриб чиқиш мумкин.

Учта мувозанат дифференциал тенгламалари олтита номаълумни ўз ичига олади (уринма кучланишлар жуфти ўзаро тенг эканини ҳисобга олиб) ва шунинг учун уларни ечиш қўшимча тенгламалар бўлишини талаб қилади. Шундай қилиб, масала статик аниқланмайдиган ҳисобланади.

Етишмайдиган тенгламалар деформациянинг геометрик ва физик шартларини кўриб чиқишдан олинадилар.

2.9. Ўқга симметрик кучланган ҳолат

Металларни босим билан ишлашда ниҳоятда тез-тез учрайдиган, ҳажмий кучланган ҳолатнинг айрим ҳолларидан бири ўқга симметрик кучланган ҳолат ҳисобланади.

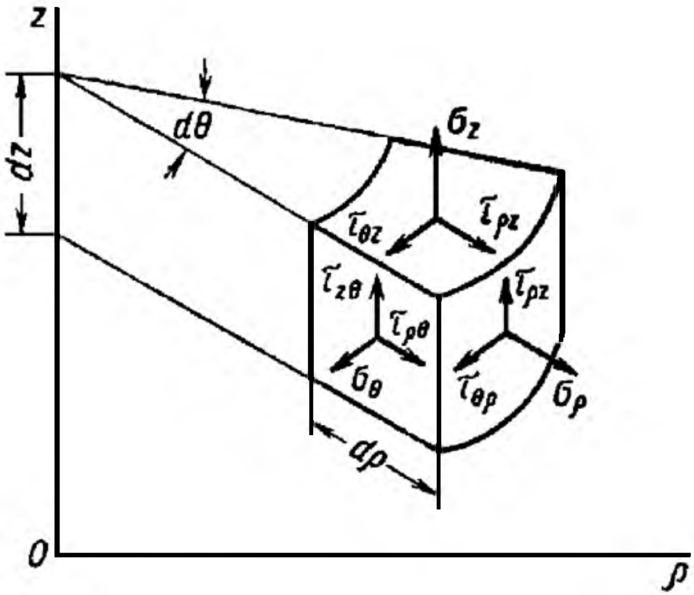


26-расм. Нуқтанинг ҳолат координатлари.

Бу турдаги кучланган ҳолат деганда унинг ўқига нисбатан симметрик тақсимланган кучлар қўйилган айланиш жисмининг кучланган ҳолати назарда тутилади.

Бунга цилиндрсимон дастлабки хом ашёни чўктириш, уни тешиб чиқиш, пресс остида сиқиш, ўраш ва бошқа операциялар мисол бўлиб хизмат қилиши мумкин.

Ўқга симметрик кучланган ҳолатни кўриб чиқишда декарт координатлари ўрнига цилиндрик координатлардан фойдаланиш ниҳоятда қулай. Бунда ҳар қандай а нуқтанинг ҳолати 26-расмда тасвирлангандек ρ радиус-вектор, ρ(х) ўқидан бошлаб ҳисобланадиган, θ қутб бурчаги ва z аппликата билан аниқланади.

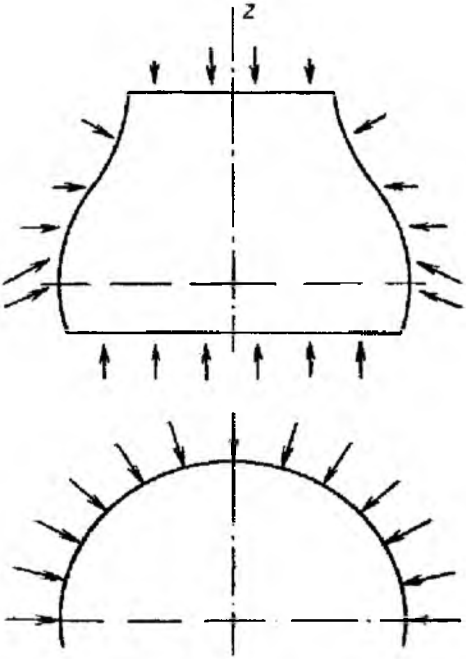


27-расм. Кучланишлар цилиндрик координатда белгиланиши.

27-расмда кўрсатилган кучланишлар тензори цилиндрик координатларда шундай ёзилади:

$$T_{\sigma} = \left\{ \begin{matrix} \sigma_{\rho} & \tau_{\rho\theta} & \tau_{\rho z} \\ \tau_{\theta\rho} & \sigma_{\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{z\rho} & \tau_{z\theta} & \sigma_{z} \end{matrix} \right\}$$

Энди ўқга симметрик кучланган ҳолатни бундан кейинги кўриб чиқишга қайтамиз.



28-расм. Ўққа симметрик кучланган холат.

Ўқга симметрик кучланган ҳолатда (28-расм) кучланишларни таркибий қисмлари θ координатга боглиқ эмас, демак бу координата бўйича барча ҳосилалар мувозанат дифференциал тенгламаларида нолга айланади.

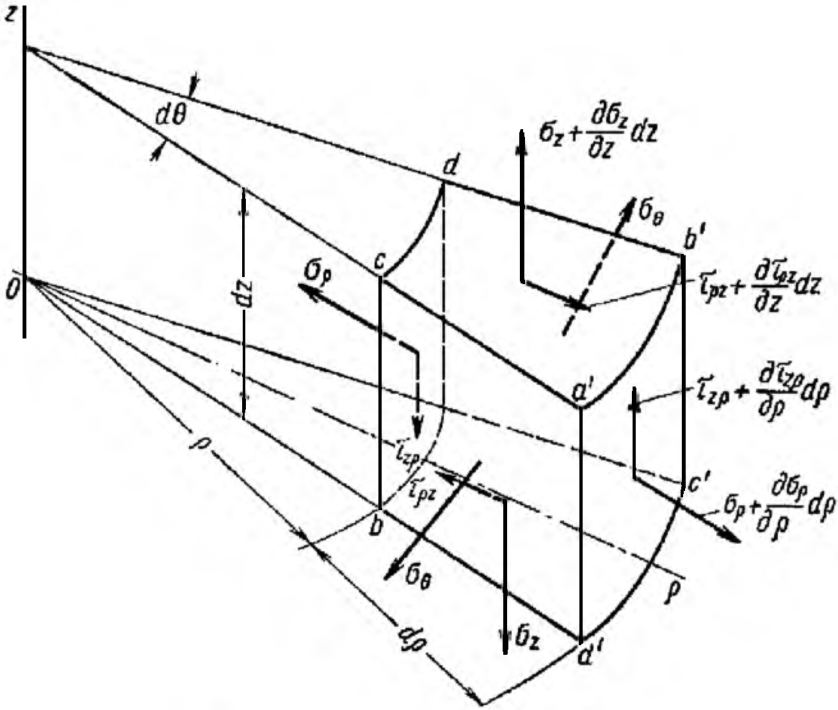
Бундан ташқари, жисмни симметриклиги ва ташқи юкламанинг симметрияси оқибатида меридионал текисликларда (z ўқи орқали ўтадиган, яъни θ текисликларда) уринма кучланишлар пайдо бўла олмайди, шунинг учун ва уринма кучланишлар жуфтлиги қонуни бўйича

$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = \tau_{\theta\rho} = \tau_{\theta z} = 0 .$$

Шундай экан, σ_θ кучланиш доимо бош бўлади, ρ ўқи эга z текислигида (яъни, z ўқига нормал) ҳар қандай йўналишга эга бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, кучланишлар компонентлари (таркибий қисмлари) ўқга симметрик кучланган ҳолатда шундай ёзилади:

$$\begin{matrix} \sigma_\rho & \bullet & \tau_{\rho z} \\ \bullet & \sigma_\theta & \bullet \\ \tau_{z\rho} & \bullet & \sigma_z \end{matrix}$$



29-расм. Ўққа симметрик кучланган холатда таъсир этувчи кучланишлар.

Ҳаммаси бўлиб учта нормал кучланиш ва иккита ўзаро тенг уринма кучланишга эгамиз. Бунда $\sigma_\theta=\sigma_z$, яъни доимо бош ҳисобланади. Декарт координатларда ҳажмий кучланган ҳолатии кўриб чиқишда ишлатилган усулни қўллаб, цилиндрик координатларда ўқга симметрик кучланган ҳолат учун мувозанат дифференциал тенгламаларини келтириб чиқарамиз.

Таъсир этувчи кучланишлар 29-расмда кўрсатилган. Илгари айтилганидек ρ ўқи исталган йўналишда ўтказилиши мумкин. Бу ўқ 29-расмда шундай ўтказилганки, ҳисоблашларга қулай бўлиши учун, ρ_z текислиги ажратилган элементар ҳажмнинг симметрия текислигидир. Элементар майдончалар юзаси қуйидагича бўлади:

F_ρ=авcd юза $=\rho d\theta dz$;

$F(\rho+d\rho)$ =a′d′c′в′ юза $= (\rho+d\rho)\, d\theta dz$;

F_θ=a′d′cв юза $= d\rho dz$;

F_z=a′cdв′ юза = ac′d′в юза $=\rho d\theta d\rho$

амма элементга таъсир этаётган кучларни ρ ва z ўқларига проекциялаб, мувозанат шартларини ёзамиз:

$$-\sigma_\rho\rho d\theta dz+\left(\sigma_\rho+\left(\partial\sigma_\rho/\partial_\rho\right)d\rho\right)\left(\rho+d\rho\right)d\theta dz-\sigma_\theta d\theta d\rho dz-$$

$$-\tau_{\rho z}\rho d\theta d\rho+\left(\tau_{\rho z}+\left(\partial\tau_{\rho z}\ /\partial_z\right)dz\right)\rho d\theta d\rho=0$$

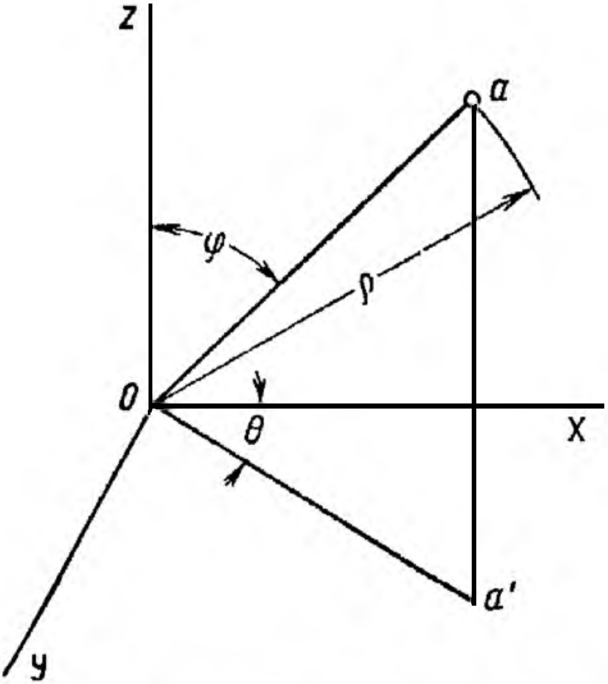
(а)

$$-\tau_{z\rho}\rho d\theta dz+\left(\tau_{z\rho}+\left(\partial\sigma_{z\rho}/\partial_\rho\right)d\rho\right)\left(\rho+d\rho\right)d\theta dz-\sigma_z\rho d\theta d\rho+$$
$$\left(\sigma_z+\left(\partial\sigma_z\ /\partial_z\right)dz\right)\rho d\theta d\rho=0$$

(б)

Баъзи ўқга симметрик масалаларни ечишда, бундай кейин цилиндрик координатдан ташқари, сферик координатларни учратишга тўгри келади. Бундай тизимда нуқтанинг ҳолати

(30-расм) ρ радиус вектор ва унинг фазодаги ҳолатини аниқловчи иккита бурчак (θ ва φ) билан топилади.



30-расм.Нуқтанинг сферик координатлари.

φ бурчак z ўқидан бошлаб ҳисобланади (географик кенгликка ўхшаш), θ бурчак эса z ўқига нормал ва O тизим маркази орқали ўтувчи текисликдаги қандайдир ўқдан бошлаб ҳисобланади (географик узунликка ўхшаш).

Цилиндрик тизим учун берилган белгилашлардаги z индексни, φ индеке билан алмаштириб, сферик координатлардаги кучланишларни белгиланишини оламиз.

Ўқга симметрик кучланган ҳолатда, кучланишлар θ координатга боғлиқ эмас, индексида бу координата бўлган, уринма кучланишлар эса яъни $\tau_{\rho\theta}$ ва $\tau_{\varphi\theta}$ нолга тенг бўлади.

Ўқига симметрик кучланган ҳолат учун сферик координатлардаги мувозанат дифференциал тенгламасини келтириб чиқаришсиз берамиз:

$$\sigma\partial\rho/\partial\rho+(1/\rho)(\sigma\tau\rho\varphi/\partial\varphi)+\left(1/\rho\right)\left[2\sigma\rho-(\sigma_{\rho}+\sigma_{\theta})+\tau_{\rho\varphi}ctg\varphi\right]=0$$

$$\sigma\tau\rho\varphi/\partial\rho+(1/\rho)(\partial\sigma\varphi/\partial\varphi)+\left(1/\rho\right)\left[3\tau\varphi+(\sigma_{\varphi}+\sigma_{\rho})ctg\varphi\right]=0$$

2.10. Ясси кучланган ва ясси деформацияланган ҳолатлар («ясси масала»)

Ясси кучланган ва ясси деформацияланган ҳолатлар қуйидаги хусусиятлари билан таърифланадилар:

1. Кучланишларнинг барча таркибий қисмлари ҳаммаси учун умумий координатлардан бирига боглиқ эмас ва координат ўзгарганда ўзгармас бўлиб қоладилар.

2. Бу координат ўқига нормал текисликларда:

а) уринма кучланишларнинг таркибий қисмлари нолга тенг;

б) нормал кучланиш ёки нолга тенг (ясси кучланган ҳолат), ёки катталиги бўйича ўзгармас ва бошқа икки нормал кучланишни ярим йигиндисига тенг (ясси деформацияланган ҳолат).

Юқорида айтилган ўқ сифатида *у* ўқини қабул қиламиз. Илгаригилардан аниқки, бу ўқ бош бўлади. У ҳолда σ_x ,σ_z ва τ_{xz} = τ_{xz} у, τ_{xy} = τ_{xy} га боглиқ эмас, демак τ_{yx} = τ_{yz} нолга тенг. Ясси кучланган ҳолат учун σ_y=0.

Ясси деформацияланган ҳолат учун $\sigma_y = (\sigma_x + \sigma_z) / 2$

(Ясси деформацияланган ҳолатнинг бу хусусияти кейин исбот қилинади).

Шундай экан, ясси кучланган ҳолат учун кучланиш:

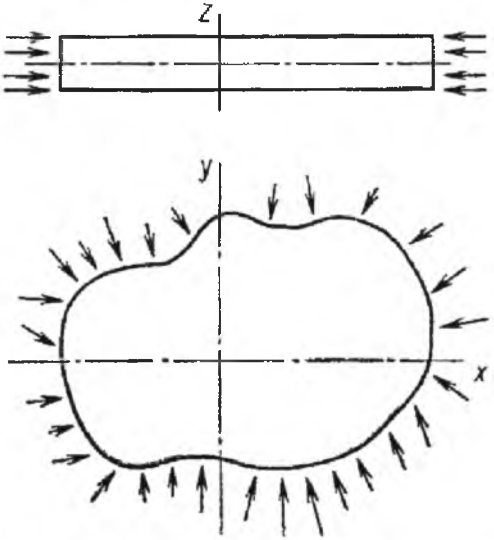
σ_x τ_{xz}

τ_{xz} σ_z ва σ_y =0.

Ясси деформацияланган ҳолат учун:

$$\begin{matrix}\sigma_x & \tau_{xz} & & \\ \tau_{xz} & \sigma_z & \text{ва} & \sigma_y = (\sigma_x+\sigma_z) / 2.\end{matrix}$$

Ясси кучланган ва ясси деформацияланган ҳолатлар орасидаги муҳим фарқни доимо ҳисобга олиш лозим. Биринчисида учинчи ўқ йўналишида нормал кучланиш йўқ, аммо деформация бор, иккинчисида эса нормал кучланиш бор, деформация эса йўқ.



31-расм. Ясси кучланган холатдаги пластина.

Пластина контурига, унинг текислиги параллел қилиб қўйилган ва баландлиги (қалинлиги) бўйича бир текис тақсимланган кучлар таъсири остида бўлган пластинада ясси кучланган ҳолат бўлади (31-расм).

Бу ҳолда пластина баландлигини ўзгаришининг аҳамияти йўқ, ва унинг баландлиги бирлик сифатида қабул қилиниши мумкин. Тахта (лист) материалдан цилиндрик ҳом ашё тортиб олишда фланецни кучланган ҳолатини етарлича аниқлик билан ясси деб ҳисоблаш мумкин.

Катта узунликка эга цилиндрик (бу атамани умумий маъносида) ёки призматик жисмни, агар жисм унинг узунлиги бўйича ўзгармайдиган ва ташкил этувчисига перпендикуляр йўналган кучлар билан юкланган бўлса, унинг учларидан узоқлашган участкалари учун ясси деформацияланган ҳолат қабул қилиниши мумкин. Масалан, қалинлиги йўналишида чўктиришга дучор қилинган тўсинни, узунлик бўйича деформацияларни эътиборга олинмаса, ясси деформацияланган ҳолатда деб ҳисоблаш мумкин.

Кучланган ҳолатнинг барча тенгламалари ясси масала учун анча соддалашади, шунча ўзгарувчилар сони ҳам қисқаради.

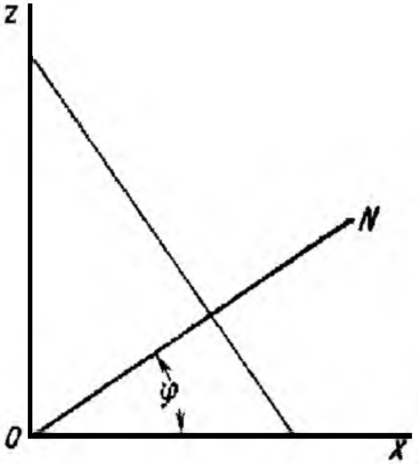
Ясса кучланган ҳолат учун тенгламани, ҳажмий кучланган ҳолат учун илгари олингандан $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$ ва $a_y = 0$, чунки фақат у ўқига параллел қия майдончаларнп кўриб чиқиш мумкин эканлигини ҳисобга олиб келтириб чиқарамиз.

Кўрилаётган ҳолда $a_x^2 + a_z^2 = 1$, яъни $a_z^2 = 1 - a_x^2$ эканини эслатамиз.

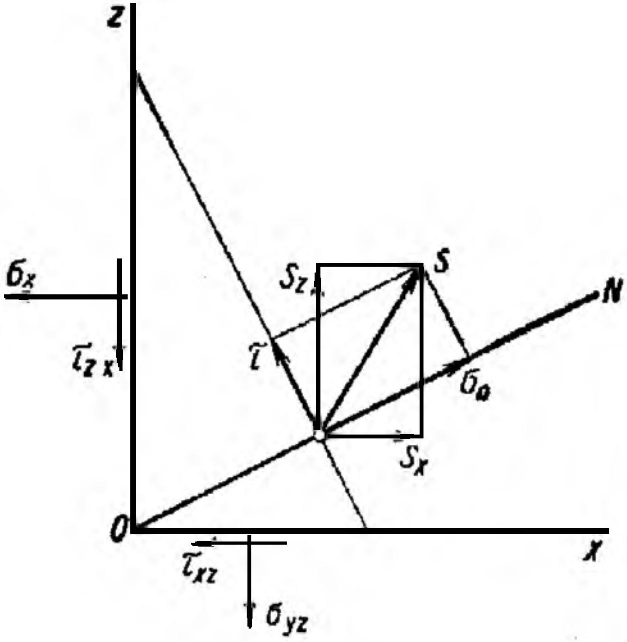
Қия майдончага нормал ва х ўқи орасидаги бурчакни (32-расм) φ орқали белгилаб, ушбуга эга бўламиз:

$a_x = \cos\varphi$; $a_z^2 = 1 - \cos^2\varphi$,

бундан $a_z = \sin\varphi$.



32-расм. Қия майдончани белгиланиш схемаси.



33-расм. Қия майдончадаги кучланишлар.

Юқорида айтилганларни ҳисобга олиб, ҳажмий кучланган ҳолатнинг мос келувчи ифодаларига бевосита ўрнига қўйишлар йўли билан, координат ўқлари бўйича қия майдончалардаги кучланишлар таркибий қисмларини (2.3) тенгламадан ҳосил қиламиз:

$$S_x = \sigma_x \cos\varphi + \tau_{x2} \sin\varphi$$

$$S_z = \tau_{x2} \cos\varphi + \sigma_x \sin\varphi \qquad (2.36)$$

бош ўқларда эса:

$$S_1 = \sigma_1 \cos\varphi$$

$$S_3 = \sigma_3 \sin\varphi \qquad (2.36а)$$

Қия майдончадаги тўлиқ кучланиш (2.4) тенгламадан:

$$S_2 = \sigma_x^2 \cos^2\varphi + \sigma_z^2 \sin^2\varphi + (\sigma_x + \sigma_z)\tau_{xz} \sin 2\varphi + \tau_{xz}^2, \qquad (2.37)$$

бош ўқларда эса:

$$S_2 = \sigma_1^2 \cos^2\varphi + \sigma_3^2 \sin^2\varphi \qquad (2.37а)$$

Қия майдончадаги нормал кучланиш (2.5а) тенгламадан:

$\sigma_{12} = \sigma_x\cos^2\varphi + \sigma_z\sin^2\varphi + \tau_{xz}\sin2\varphi$ (2.38)

бош ўқларга эса:

$\sigma_n = \sigma_1\cos^2\varphi + \sigma_3\sin^2\varphi$ (2.38а)

Қия майдончадаги уринма кучланишлар (2.6) тенгламадан:

$\tau = \pm[(1/2)(\sigma_z - \sigma_x) \sin 2\varphi + \tau_{xz} \cos 2\varphi],$ (2.39)

бош ўқларда эса

$\tau = \pm(1/2)(\sigma_3 - \sigma_1) \sin 2\varphi,$ (2.39а)

$\sin 2\varphi = 1$ бўлганда, яъни $\varphi = 45^\circ$ да τ максимумга эришиши (2.39а) ифодадан осон кўринади.

$\tau_{31} = \pm(1/2)(\sigma_3 - \sigma_1)$ (2.40)

Шунинг учун (2.39а) ифодани бундай қайта ёзиш мумкин:

$\tau = \tau_{31} \sin 2\varphi$ (2.39б)

Ихтиёрий ўқлардаги кучланишлар таркибий қисмларини билиб туриб, ясси масалада бош ўқлар ҳолатини ва бош нормал кучланишларни аниқлаш осон.

(2.39) тенгламада τ ни нолга тенглаб олиб, бош ўқлардан бирининг ҳолатини оламиз; бош майдончада уринма кучланишлар бўлмаганидан:

$(1/2)(\sigma_z - \sigma_x) \sin 2\varphi + \tau_{xz} \cos 2\varphi = 0,$

бундан

$\varphi =(1/2)\mathrm{arctg}(2\tau_{xz} /(\sigma_x - \sigma_z)),$ (2.41)

Бош кучланишлар катталигини (2.13) тенгламадан фойдаланиб, ихтиёрий ўқлардаги таркибий қисмлар орқали ифодалаш мумкин. Бундан ушбуни оламиз:

$$\begin{matrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_x - \sigma \end{matrix} = 0$$

бундан

$$\sigma^2 - (\sigma_x + \sigma_z)\sigma + \sigma_x\sigma_z - \tau_{xz}^2 = 0$$

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_z) / 2 \pm (1 / 2)\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \quad (2.42)$$

яъни

$$\sigma_1 = (\sigma_x + \sigma_z) / 2 + (1/2)\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^{\ 2}},$$

$$\sigma_3 = (\sigma_x + \sigma_z) / 2 - (1/2)\sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^{\ 2}}.$$

Бунда ясси кучланган ҳолат учун

$\sigma_2 = 0.$

Ясси деформацияланган ҳолат учун

$\sigma_2 = (\sigma_1+\sigma_3)$ /2

Бош ўқлардаги кучланган ҳолатни билиб туриб, ҳар қандай ихтиёрий координат ўқига ўтиш осон.

Янги координат ўқи x ўқ 1 билан φ бурчак ташкил этадиган бўлсан, унда, уни қия майдончага нормал сифатида қараб, (2.38а) тенглама бўйича оҳиргиси учун ушбуга эгамиз:

$\sigma_п = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi,$

Аммо x ўқи учун $\sigma_п$ кучланиш σ_x кучланиш бўлиб ҳисобланади, яъни $\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi$.

Бу ифодани бундай ўзгартириш мумкин:

$$\sigma_x = \sigma_1 ((1+ \cos^2 \varphi)/2)\ \sigma_3 ((1- \sin^2 \varphi)/2)$$

$$\sigma_x = ((1+ \cos^2 \varphi)/2)\ \sigma_3 ((\sigma_1+\sigma_3)/2) \sin^2 \varphi.$$

Ўртача кучланишларни $\sigma_{ўр}$ орқали белгилаб, яъни

$(\sigma_x + \sigma_z)/2 = (\sigma_1 + \sigma_3)/2 = \sigma_{ўр}$ ва (2.40) тенгламани инобатга олиб, ушбуга эга бўламиз:

$\sigma_x = \sigma_{ўр} + \tau_{31} \cos 2\varphi.$

Янги r ўқи 1 ўққа ($\varphi + 90^0$) бурчакка қияланган; демак, аввалги тенгламада φ ни ($\varphi = 90^0$) га алмаштириб, ушбуни оламиз:

$\sigma_z = ((\sigma_1 + \sigma_3)/2) - ((\sigma_1 - \sigma_3)/2) \cos 2\varphi.$

Ёки $\sigma_z = \sigma_{ўр} - \tau_{31} \cos 2\varphi.$

τxz кучланиш (2.39) ифодадан аниқланади

$\tau_{xz} = \pm(1/2)(\sigma_3 - \sigma_1) \sin 2\varphi.$

Натижада ўзгартириш формулалари деб номланадиган, кучланиш таркибий қисмларини φ бурчак функциясида ифодаловчиларни оламиз:

$\sigma_x = ((\sigma_1 + \sigma_3)/2) + ((\sigma_1 - \sigma_3)/2) \cos 2\varphi;$

$\sigma_z = ((\sigma_1 + \sigma_3)/2) - ((\sigma_1 - \sigma_3)/2) \cos 2\varphi;$ (2.43)

$\tau_{xz} = \pm((\sigma_1 - \sigma_3)/2)\ \sin 2\varphi.$

Ёки $\sigma_x = \sigma_{ўр} + \tau_{31} \cos 2\varphi;$

$$\sigma_z = \sigma_{ўр} - \tau_{31} \cos 2\varphi; \tag{2.43а}$$

$\tau_{xz} = \tau_{31} \sin 2\varphi.$

Ясси масала учун (2.34) тенгламадан, у бўйича барча ҳосилалар нолга тенглигини ҳисобга олиб, мувозанат дифференциал тенгламасини оламиз:

$$\frac{\partial\sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{xz}}{\partial z} = 0;$$
$$\frac{\partial\tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial\sigma_z}{\partial z} = 0. \tag{2.44}$$

Ясси кучланган ҳолатга тегишли турли масалаларни ечишда, баъзан тўгри бурчакли ўрнига қутб координатларидан фойдаланиш қулай бўлади. Бунда нуқтанинг ҳолати радиус-вектор ρ ва қутб бурчаги θ, яъни радиус-вектор ρ ўқи билан ташкил этган бурчак билан аниқланади.

Қутб координатларида мувозанат шартларини цилиндрик координатлардаги ўша шартларнинг ўзидан олиш осон. Бунда $\tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{z\rho} = \tau_{\rho z} = 0$ га тенглаб олинади ва z бўйича ҳосилалар нолга тенглиги ҳисобга олинади:

$$\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\tau_{\rho\theta}}{\partial\theta}\right) + \frac{(\sigma_\rho - \sigma)}{\rho} = 0,$$
$$\frac{\partial\tau_{\theta\rho}}{\partial\rho} + \frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial\sigma_\theta}{\partial\theta}\right) + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} = 0. \tag{2.45}$$

Кучланишлар шунингдек θ координатга ҳам боглиқ бўлган ҳол ясси масаланинг хусусий холи бўлади (ўққа нисбатан кучланишларнинг тақсимланиши симметрик). Бу ҳолда θ бўйича ҳосилалар ва $\tau_{\rho\theta}$, $\tau_{\theta\rho}$ кучланишлар нолга айланади, мувозанат шартлари эса битта дифференциал тенглама билан аниқланади:

$$\frac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho} + \frac{(\sigma_\rho - \sigma_\theta)}{\rho} = 0. \tag{2.46}$$

Равшанки, σ_ρ ва σ_θ кучланишлар бу ерда бош бўлади. Бундай кучланган ҳолатга цилиндрик жисмни сиқмасдан тортиб олишда фланецда эга бўламиз.

2.11. Кўчиш компонентлари (таркибий қисмлари) ва деформация компонентлари орасидаги богланиш

Илгарироқ деформация ҳақидаги дастлабки тушунчалар бериб бўлинган эди. Бу ерда ўша тушунчалар ойдинлаштирилади ва тўлдирилади. Бунда шуни эсда тутиш лозимки, мос келувчи дифференциал богланишларни олиш билан ***кичик деформациялар*** кўриб чиқилади. Ҳар қандай пластик деформация жараёнини ҳар бир айни шу пайтида кўриб чиқиш мумкин ва қулай бўлганидан улар фойдали бўлади.

Агар жисм деформацияланса, унинг ҳар бир нуқтаси ўзининг бошлангич ҳолатидан силжийди. Бунда жисм мувозанатда бўлади ва бутунлай жойидан кўчиш имкониятига эга бўлмаслиги назарда тутилади. Шундай қилиб, ҳар бир нуқтанинг силжиши батамом деформация оқибатида рўй беради (яъни, қаттиқ кўчиш содир бўлмайди).

Нуқтанинг координатлари дастлабки пайтда x, y, z бўлган, деформациянинг ҳозирги пайтида (дастлабкига яқин) x’, y’, z’ бўлсин, у ҳолда

$$x' - x = U_x$$
$$y' - y = U_y$$
$$z' - z = U_z$$

$$\begin{matrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{matrix} \qquad (2.47)$$

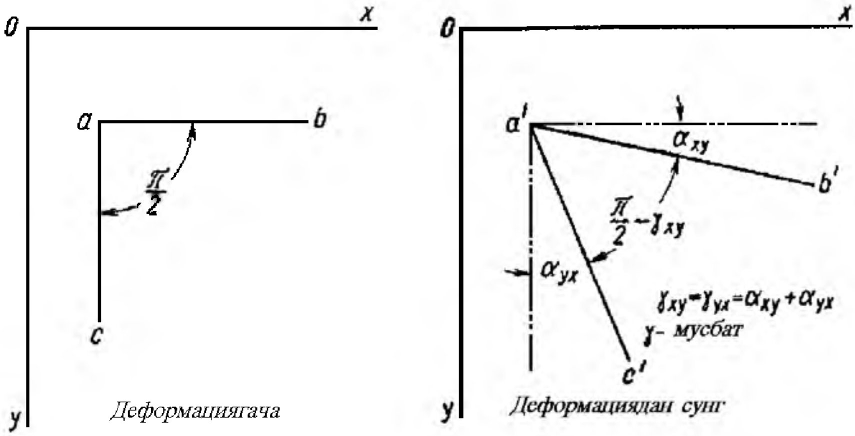
Кўчишнинг координат ўқларига проекциясидан иборат бўлади, яъни нуқтанинг кўчиш компонентлари бўлади.

Жисмнинг турли нуқталари учун кўчиш компонентлари турлича бўлади ва улар координаталарнинг узлуксиз функцияси ҳисобланади.

Бундан келиб чиқадики, жисмда ҳаёлан кесиб олинган элементар параллелепипед деформацияда фақат ўз ҳолатини эмас, балки ўз шаклини ҳам ўзгартиради. Умумий ҳолда параллелепипед қирралари узунлигини ўзгартиради, бурчаклар эса тўғри бўлмай қолади. Деформациялар икки турда бўлади: чизиқли (чўзилиш) ва бурчакли (силжишлар). Бунда юқори тартибли чексиз кичик ҳадларни эътиборга олмасдан, ҳисоблаш мумкинки, бурчакли деформациялар (силжишлар) чизиқли ўлчамларга таъсир этмайди.

Нисбий чизиқли деформацияларни бундан кейин ε орқали белгилаймиз. Индексларни худди кучланиш σ даги каби оламиз. Бу ерда фақат кичик деформациялар кўриб чиқилаётган учун $\sigma = \delta$ бўлади. Нисбий силжишларни γ орқали белгилаймиз. Индексларни худди τ кучланишлардаги каби оламиз. Иккита индекс бузилаётган деформация бурчаги проекцияланадиган координат текислигини кўрсатади. Бунда, нисбий силжишлар, агар уларга томонлари координат ўқларининг мусбат йўналишига йўналтирилган бурчакнинг камайиши мос келса, мусбат ҳисобланади.

Айтилганларни 34-расм ойдинлаштиради.



34-расм. Деформация компонентлари ва кўчиш схемаси.

Баён этилганлардан деформация компонентлари олтита бўлиши келиб чиқади:

$\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z$

$\gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}$

Энди деформация таркибий қисмларини силжиш компонентлари орқали ифодалаймиз. Бунинг учун деформацияланаётган жисмда координата ўқларига параллел бўлган dx, dy, dz чексиз кичик қиррали элементар параллелепипед ажратнб оламиз.

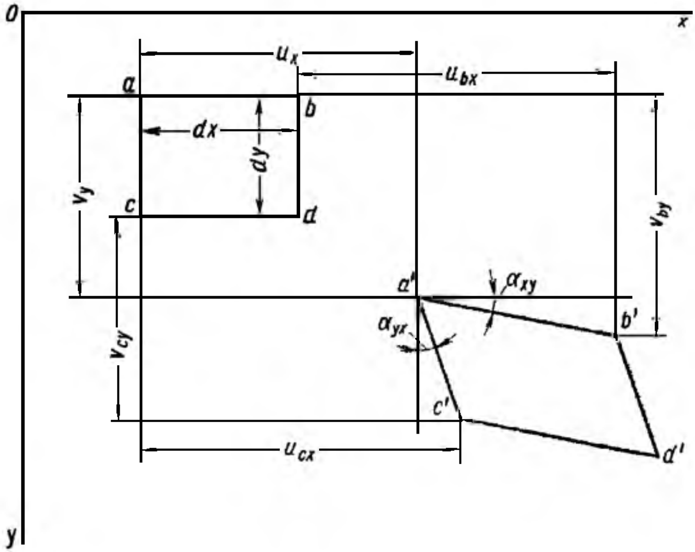
35-расмда abcd бу параллелепипеднинг xy текисликка деформацияга қадар, a’b’c’d’ эса - деформациядан кейин a, b, c, d нуқталар 35-расмда кўрсатилган силжиш олгандаги проекцияси бўлсин. b ва c нуқталарнинг силжишини a нуқтанинг силжиши орқали ифодалаймиз.

Илгари айтилгандек силжиш бу координатанинг узлуксиз функцияларидир. b нуқта a нуқтадан x ўқи йўналишида чексиз кичик масофада жойлашган. Юқори тартибли ҳадларни эътиборга олмасдан ҳисоблаш мумкинки, b нуқтанинг x ўқи йўналишида кўчиши, *a* нуқтанинг кўчишидан x координата бўйича dx узунликда U_x ортиши катталигига фарқ қилади. Унда

$U_{bx} = U_x + (\partial U_x/\partial x)$.

Бу ердан dx узунликдаги ав қирранинг нисбий узайиши, яъни x йўналишида ε нисбий деформация бундай ифодаланади:

$$\varepsilon_x=(U_{вx} - U_x)dx=(U_x+(\partial U_x/\partial x)dx-U_x)/dx=\partial U_x/\partial x.$$



35-расм. Нуқталарнинг деформация вақтида силжиши.

Шунга ўхшаш оламиз:

$U_{cy} = U_y + (\partial U_y/\partial y)dy.$ ва $\varepsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial_y}$,

шунингдек

$U_{ву} = U_y + (\partial U_y/\partial x)dx,$

$U_{cx} = U_x + (\partial U_x/\partial y)dy,$

Бурчакларнинг ўзгариши шунингдек чексиз кичик бўлганидан

tg $\alpha_{xy} = \alpha_{xy}$ ва tg$\alpha_{yx} = \alpha_{yx}$, шунинг учун (35-расм):

$a_{xy} = (U_{ву} - U_y) / (U_{вх} + dx - U_x)$

Илгари олинган $U_{вх}$ ва $U_{ву}$ қийматларни қўйиб, ушбуни оламиз:

$a_{xy} = (U_y + (\partial U_y/\partial x)dx - U_y)/(U_x + (\partial U_x/\partial x)dx + dxU_x) =$

$= (\partial U_y/\partial x)/(1 + \partial U_x/\partial x).$

$\frac{\partial U_x}{\partial x} = \varepsilon_x$ ва бирдан анча кичик бўлганидан

$\alpha_{xy} = \partial U_y/\partial x.$

Шу усулда оламиз

$\alpha_{yx} = \partial U_x / \partial y$

ва ниҳоят,

$$\gamma_{xy} = \alpha_{xy} + \alpha_{yx} = \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x}.$$

Кўрилаётган параллелепипедни yz ва zx текисликларга проекциялаб, деформациянинг бошқа компонентлари ифодаларини топамиз. Натижада ушбуни оламиз:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \partial U_x / \partial x; \\ \varepsilon_y &= \partial U_y / \partial y; \\ \varepsilon_z &= \partial U_z / \partial z : \\ \gamma_{xy} &= \partial U_x / \partial y + \partial U_y / \partial x; \\ \gamma_{yz} &= \partial U_y / \partial z + \partial U_z / \partial y; \\ \gamma_{zx} &= \partial U_z / \partial x + \partial U_x / \partial z. \end{aligned} \qquad (2.48)$$

Нисбий силжишлар γ ифодасини, биз иккита бурчак йигиндисининг қиймати сифатида ҳосил қилдик. Масалан, γ_{xy} (34 ва 35-расмларга қаранг) силжиш учун х ўқига параллел ab қиррани у ўқи йўналишида бурилиш бурчаги (α_{xy}) ва у ўқига параллел ас қиррани х ўқи йўналишида бурилиш бурчаги (α_{yx}) йигиндиси сифатида оламиз.

Шакллар (хатолиги) деформация натижаларига нисбатан α_{xy} ва а бурчакларни нисбий қийматлари қандай бўлиши бутунлай фарқсиз, фақат уларнинг йигиндиси γ_{xy} га тенг бўлиб доимий қолиши керак. Бу бизга силжиш деформациясининг ҳар бир компонентини икки кўринишда γ_{xy} қийматининг ярмини кўриб чиқиб ва уларни α бурчаклар учун қилинганга ўхшаш индекслаб, тасаввур қилиш имкониятини беради.

Масалан, γ_{xy} нисбий силжиш ўрнига (1/2) γ_{xy} ва (1/2) γ_{yx} олинади, шу билан бирга (1/2) γ_{xy}=(1/2) γ_{yx} . Бунда индекслаш τ кучланиш индекслари билан мос келишини кўриш осон ва биз деформацияларни ҳам (2.12), (2.12а) тенгламаларда кучланишларни ёзгандаги каби ёза оламиз:

$$T_\varepsilon = \begin{matrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy}/z & \gamma_{xz}/z \\ \gamma_{yx}/z & \varepsilon_x & \gamma_{yz}/z \\ \gamma_{zx}/z & \gamma_{zy}/z & \varepsilon_x \end{matrix} \qquad (2.49)$$

ёки асосий диагоиалга нисбатан симметрик жойлашган компонентлар (таркибий қисмлар) теиглигини ҳисобга олиб:

$$T_\varepsilon = \begin{matrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy}/z & \gamma_{xz}/z \\ \circ & \varepsilon_x & \gamma_{yz}/z \\ \circ & \circ & \varepsilon_x \end{matrix} \qquad (2.49a)$$

T_ε (3.12) кучланишлар тензори каби хоссаларга эга бўлган деформация тензори бўлади. У нуқтанинг деформацияланган ҳолатини тўлиқ аниқлайди, кучланишлар тензори каби инвариантларга эга бўлади ва уни деформациялар шарсимон тензорига ва деформациялар девиаторига ёйиш мумкин. Шарсимон тензор эластик деформациянинг умумий ҳолида ҳажм ўзгаришини (ҳажмий деформацияни), девиатор эса шакл ўзгаришини (девиатор деформациясини) ифодалайди.

Пластик деформацияда, илгари кўрсатилганидек, $\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0$, демак $\varepsilon_{\text{ўр}} = 0$ бўлади. Шунинг учун пластик деформацияда деформациянинг шарсимон тензори нолга тенг ва деформация тензори девиатор ҳисобланади.

Деформациялар учун, кучланишлар учун бўлганидек, бош ўқларни доимо топиш мумкин. Уларнинг йўналишида бош чизиқли деформациялар (бош узайишлар) ε_1, ε_2, ε_3 ўринли бўлади, γ силжишлар эса бўлмайди. Умуман, деформация назариясининг барча керакли формулаларини, мос равишда кучланишлар назарияси формулаларига ўхшатиб ёзиш мумкин.

2.12. Деформациялар узлуксизлиги

Деформация таркибий қисмлари учта силжиш компонентлари U_x, U_y, U_z билан аниқланадилар. Демак, улар ихтиёрий танлаб олиниши мумкин эмас, улар орасида маълум богланишлар бўлиши керак. Бу богланишлар биргалик (тенгламалари) шартлари ёки деформациялар узлуксизлиги номи билан юритилади. Богланишлар битта текисликдаги деформациянинг таркибий қисмлари орасида ҳам, турли текисликлардаги таркибий қисмлар орасида ҳам бўлади.

Ясси ва ўққа нисбатан симметрик масала учун биргалик шартларини келтириб чиқарамиз.

Ясси кучланган ҳолат учун

$$\varepsilon_y = \mathrm{const}.$$

Ясси деформацияланган ҳолат учун

$$\varepsilon_y = 0$$

Иккала ҳолатда ҳам деформациялар y координатага боглиқ эмас ва Ux x ва z координатларга боглиқ эмас.

Айтилганларни ҳисобга олиб, (2.48) ифодан ушбуни оламиз:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \partial U_x / \partial x; \\ \varepsilon_z &= \partial U_z / \partial z; \qquad (2.50) \\ \gamma_{xz} &= \partial U_x / \partial z + \partial U_z / \partial x. \end{aligned}$$

(2.48) ифодадан биринчи тенгламани z бўйича, учинчи тенгламани x бўйича икки мартадан дифференциаллаймиз:

$$\partial^2 \varepsilon_x / \partial z^2 = \partial^3 U_x / \partial x \partial z^2;$$

$$\partial^2 \varepsilon_z / \partial x^2 = \partial^3 U_z / \partial z \partial x^2.$$

Ҳадма-ҳад қўшамиз ва бир оз ўзгартирамиз:

$$\partial^2 \varepsilon_x / \partial z^2 + \partial^3 \varepsilon_x / \partial x^2 = \partial^3 U_x / \partial x \partial z^2 + \partial^3 U_Z / \partial z \partial x^2 =$$
$$= \left(\partial^2 / \partial x \partial z\right)\left(\partial\, U_X / \partial z + \partial\, U_Z / \partial x\right)$$

Ўнг қисмдаги қавсдаги ифода нисбий силжиш γ_{xz} дан иборат эканини пайқаган ҳолда ушбуни оламиз:

$$\partial^2 \varepsilon_x / \partial z^2 + \partial^2 \varepsilon_z / \partial x^2 = \partial^2 \gamma_{xz} / \partial x\ \partial z \qquad (2.51)$$

Бу (2.51) ифода биргалик шарти бўлади. Иккита берилган деформацияларда учинчиси жуда аниқ ва ягона қиймат олишини кўриш қийин эмас.

Ўқга симметрик кучланган ҳолат учун цилиндрик координатларда келтириб чиқишсиз ёзамиз:

$$\varepsilon_\rho = \partial U_\rho / \partial \rho$$
$$\varepsilon_\theta = U_\rho / \rho$$
$$\varepsilon_z = \partial U_z / \partial z \qquad (2.52)$$
$$\varepsilon_{\rho z} = \partial U_z / \partial \rho + \partial U_\rho / \partial_z$$

Бу деформациялар ифодаси бўлади. Чизиқли деформациялар ε_ρ ва ε_θ биргалик шарти қуйидагича бўлади:

$$\partial \varepsilon_\theta \,/\, \partial \rho = \left(\varepsilon_\rho \varepsilon_\theta\right) / \,\rho \qquad (2.53)$$

2.13. Ҳажмнинг доимийлик шарти.

Тезликнинг деформация жараёнига таъсири ҳақидаги масалани кўриб чиқишда энг аввало деформация тезлиги қандай қилиб аниқланишини белгилаб олиш керак. Бунинг учун олдин ҳажмнинг доимийлик шарти билан ва деформация даражаси, силжиган ҳажм тушунчалари билан танишамиз.

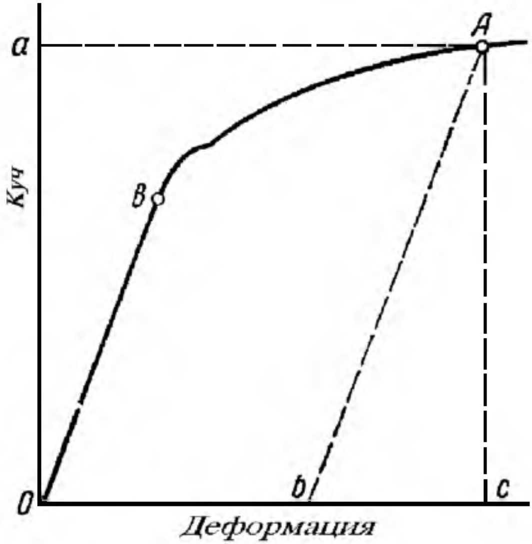
Металлнинг зичлиги пластик деформация натижасида ииҳоятда кам ўзгаргани учун амалнй аҳамиятга эга эмас, у ҳолда кучланишлар ва деформациялар билан боглиқ қатор масалаларни ечишда, одатда қуйидаги шарт қабул қилинади: пластик деформацияланаётган жисм ҳажми ўзгармас бўлиб қолади ва шу билан бирга жисмнинг пластик деформациягача бўлган ҳажми, унинг деформациядан кейинги ҳажмига тенг.

Бундан пластик деформация даврининг ўзида ташқи кучлар билан юклашдаги жисмнинг ҳажми, юкланиш олингандан кейинги унинг ҳажмига тенглиги келиб чиқмайди.

Бу шунинг учун бўладики, жисмни пластик деформацпясн доимо унинг эластик деформацияси билан бирга кузатилади, унинг кучланишларга боглиқлиги Гук қонуни билан аниқланади. Демак юкланишнинг охирги пайтидаги жисмнинг ўлчамлари, унинг юкланиш олингандан кейинги ўлчамларидан фарқ қилади.

Синов машинасида олинган чўзилишнинг одатдаги диаграммаси берилган бўлсин (36-расм). Ордината ўқи бўйича куч, абцисса ўқи бўйича - деформация қўйилган.

Қандайдпр пайтда *Оа* кесма билан аниқланувчи кучда деформация *Ос* кесма билан идораланади. Агар *А* нуқтадан *ОВ* чизиққа параллел чизиқ ўтказилса, бу ерда *В* нуқта пропорционаллик чегарасига мос келади, унда *Ос* кесма абцисса ўқида икки қисмга бўлинади. *вс* қисм эластик деформациялардан иборат бўлади, *Ов* қисм эса - пластик, яъни юкланиш пайтида тўлнқ деформация *Ос* кесма билан ифодаланади, юкланиш олингандан кейин эса *Ов* кесма билан аниқланувчи, қолдиқ (пластик) деформация ўринли бўлади. Равшанки, *ВОс* ва *Авс* бурчаклар тангенси (Е) Юнг модулини ифодалайди.



36-расм. Чўзилиш диаграммаси.

Босим билан иссиқ ишлашда катта пластик деформацияда эластик деформация мавжудлигини эътиборга олмаслик мумкин. Аксинча, баъзи ҳолларда, масалан, совуқ ҳолда эгишда эластик деформация жуда сезилиб туради. Амалиётда бу ҳодисани пружиналаниш деб атайдилар. Агар, масалан, полоса (узунчоқ кесим)ни совуқ ҳолда қандайдир α бурчакка эгилса, эгилишдан сўнг у α дан бир оз катта бурчакка эгилган бўлиб чнқадп.

Технологик жараёнларни лойиҳалашда бу билан ҳисоблашиш зарур. «Совуқ ҳолда» эгишда масалан, штампдаги бурчакни пружиналаниш бурчагинн ҳисобга олнб, талаб қилинган эгиш бурчагидан бир оз фарқланадиган қилишга тўгри келади.

1.14. Деформация даражаси ва силжиган ҳажм.

Қирралари координат ўқига параллел ва пластик деформациягача дастлабки ўлчамлари $x_и$, $y_и$ ва $z_и$ бўлган параллелипипед оламиз (21 а - расм).

Бу параллелипипед деформациядан кейин ҳам параллелепипедлигича қолсин ва унинг ўлчамлари $x_д$, $y_д$ ва $z_д$ бўлсин. (37 б - расм) (индекслар и -дастлабки, д - деформацияланган).

У ҳолда ҳажмнинг доимийлик шарти бўйича

$$V=X_иY_иZ_и=X_дY_дZ_д \qquad (2.54)$$

бундан

$$(X_д/X_и)(Y_д/Y_и)(Z_д/Z_и)=1 \qquad (2.55)$$

Логарифмлагандан сўнг эса (пластик деформация жараёнларини кўриб чиқишда энг қулай бўлган натурал логарифм олинади).

$$ln(X_д/X_и)+ln\ (Y_д/Y_и)+ln\ (Z_д/Z_и)=0 \qquad (2.56)$$

ёки

$$\delta_x + \delta_y + \delta_Z = 0 \qquad (2.56а)$$

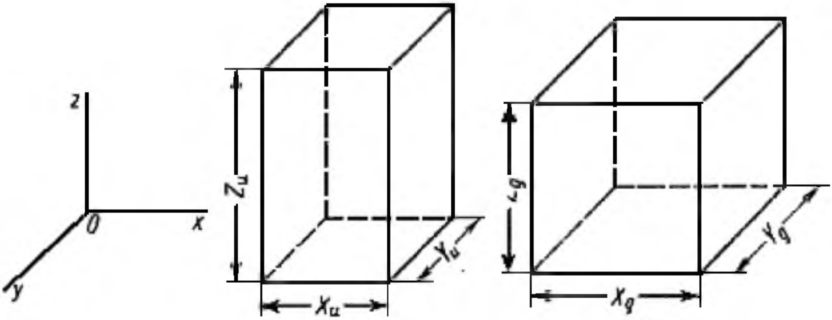
бу ерда:

$$\delta_x = ln\ (X_д/X_и)$$

$$\delta_y = ln\ (Y_д/Y_и)$$

$$\delta_Z = ln\ (Z_д/Z_и) \qquad (2.57)$$

$\delta_x, \delta_y, \delta_Z$ катталиклар ҳақиқий ёки чинакам деформация даражаси, шунингдек учинчи кўринишдаги (турдаги) ёки логарифмик деформация даражаси номлари билан юритилади. Шундай қилиб, логарифмик деформация даражаси (деформациядан) кейинги чизиқли ўлчамни, аввалги - дастлабки (деформациягача) ўлчамча нисбатининг натурал логарифмидан иборат бўлади. δ ни белгилашдаги x, y, z индекслар биз қайси координат ўқи йўналиши бўйича деформацияни кўриб чиқаётганимизни билдиради. Агар, биз каср суратига аввалги ўлчамни, маҳражига эса кейингини қўйсак, δ нинг сон қиймати ўзгармайди, фақат ишоралари ўзгаради холос.



а) б)

37-расм.

Кўриб чиқилаётган мисолда (37-расм) параллелепипед сиқилишга учрайди. Унинг Z қирраси камаяди, X ва Y ошади ($Z_и > Z_д$, $X_и < X_д$, $Y_и < Y_д$). Демак, (2.57) формула бўйича δ_x деформация манфий, δ_x ва δ_y мусбат бўлади (ўлчамнинг ошиши - мусбат деформация, ўлчамнинг камайиш - манфий деформация).

(2.56) тенгликдан ушбу муҳим хулосалар қилиш мумкин:

1. ***Пластик деформацияда учта ўзаро перпендикуляр йўналишлар бўйича логарифмик деформация даражаларини алгебраик йигиндиси нолга тенг.***

2. ***Деформация даражаларидан биттаси бошқа иккитасининг ишорасига қарама-қарши ишорага эга, мутлоқ катталиги бўйича эса уларнинг йигиндисига тенг, яъни мутлоқ катталиги бўйича максимал бўлади.***

Логарифмик деформация даражаси, деформациянинг ҳар бир фурсатидаги жисмнинг ўлчами катталигига тегишли унинг шу ўлчамини чексиз кичик ўсиши интегралидан иборат бўлади, масалан:

$$\delta_x = \int_{x_И}^{x_Д} \frac{dx}{x} = ln\,x = ln(\frac{x_Д}{x_И})$$

Деформация даражаси бошқача ифодаланиши ҳам мумкин, чунончи, ўлчам ўсишини дастлабки ўлчамга нисбати сифатида:

$$\varepsilon_x = \frac{(x_Д - x_И)}{x_И} = \frac{\Delta x}{x_И}$$

$$\varepsilon_y = \frac{(y_Д - y_И)}{y_И} = \frac{\Delta y}{y_И} \qquad (2.58)$$

$$\varepsilon_Z = \frac{(z_Д - z_И)}{z_И} = \frac{\Delta z}{z_И}$$

Бу ерда ҳам деформация даражаларининг мусбат катталикларига чўзилиш ва манфийларига - сиқилиш мос келади.

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$ ва ε_Z биринчи хил деформация даражаси (ёки оддий қилиб деформация даражаси) номи билан юритилади.

δ ва ε катталиклар ўзаро богланган:

$$\delta_x = ln(\frac{x_Д}{x_И}) = ln((\frac{x_И + \Delta x}{x_И})) = ln(\frac{1 + \Delta x}{x_И}) = ln(1 + \varepsilon_x)$$

ва ҳоказо.

$ln(1 + \varepsilon_x)$ ни қаторга ёямиз:

$$\delta_x = ln(1 + \varepsilon_x) = \varepsilon_x - \frac{\varepsilon_x^2}{2} - \frac{\varepsilon_x^3}{3} - \frac{\varepsilon_x^4}{4} - .... \text{ ва}$$

хоказо.

Бу қатор $\varepsilon_x \prec 1$ да яқинлашувчи (йигилувчи) дир. Биринчидан ташқари барча ҳадларни ташлаб юбориб, ушбуни оламиз.

$$\delta_x \approx \varepsilon_x$$

0,1 дан кичик бўлган деформация даражаларида δ ва ε орасидаги фарқ 5% дан кам, шу сабабли кичик деформациялар учун:

$$\delta = \varepsilon \qquad (2.59)$$

деб ҳисоблаш мумкин. Мос равишда

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_Z = 0 \qquad (2.60)$$

(3.3а) тенгликнинг барча ҳадларини деформацияланаётган жисм ҳажми V га кўпайтириб, ушбуни оламиз:

$$V\delta_x + V\delta_y + V\delta_Z = 0 \qquad (2.61)$$

кичик деформациялар учун эса:

$$V\varepsilon_x + V\varepsilon_y + V\varepsilon_Z = 0 \qquad (2.61а)$$

Ҳажмии деформация даражасига кўпайтмаси мос равишда X, Y, Z йўналишлар бўйича силжишган ҳажмлар V_c дан иборат бўлади, яъни

$$V_{cx} + V_{cy} + V_{cZ} = 0 \qquad (2.62)$$

Бундан ҳажмнинг доимийлик қонунини яна битта ифодалаш келиб чиқади, масалан:

Учта ўзаро перпендикуляр йўналишлар бўйича силжиган ҳажмлар йиғиндиси нолга тенг.

Айни маҳалда силжиган ҳажмлардан бири бошқа иккитасига қарама-қарши ишорага эга, мутлоқ катталиги бўйича эса уларнинг йиғиндисига тенг, яъни мутлоқ катталиги бўйича максимал бўлади.

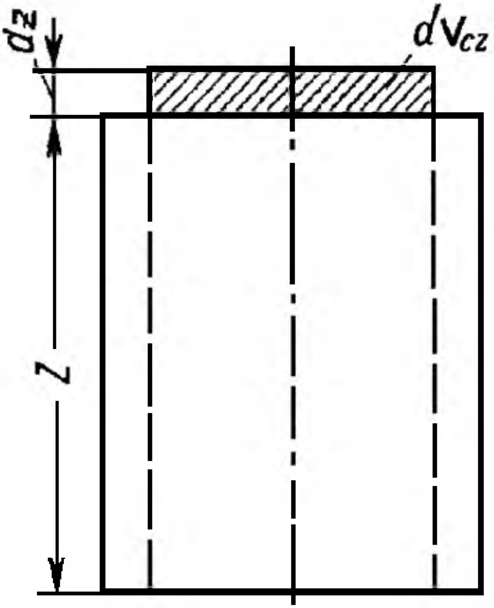
$V\delta$ кўпайтма ҳақиқатдан ҳам силжиган ҳажмдан иборат эканлигини исботлаймиз.

Берилган пайтдаги жисмнинг деформацияси, масалан, z ўқи бўйича Z ўлчамга эга, ундан кейинги пайтда dz ўсиш оладиган бўлсин (38-расм).

Элементар силжиган ҳажм dV_{cZ} шундай аниқланишини кўриш осон:

$$dV_{cZ} = F_Z dz$$

бу ерда: F_Z - деформация жараёнини ҳар бир берилган пайтида жисмнинг кўндаланг (Z ўқига нормал) кесими юзаси;



38-расм. Жисмнинг z ўқи бўйича деформацияси.

у ҳолда: $V_{cZ} = \int\limits_{z_И}^{z_Д} F_Z dz$ (2.64)

агар $F_Z = \dfrac{V}{z}$ бўлса, унда

$$V_{cZ} = V \int\limits_{z_И}^{z_Д} \frac{dz}{z} \qquad (2.65)$$

бу ерда, илгаригидек, $z_И$ ва $z_Д$ - мос равишда жисмнинг дастлабки баландлиги ва уни деформациядан кейинги баландлиги.

Интеграллаб ушбуни оламиз:

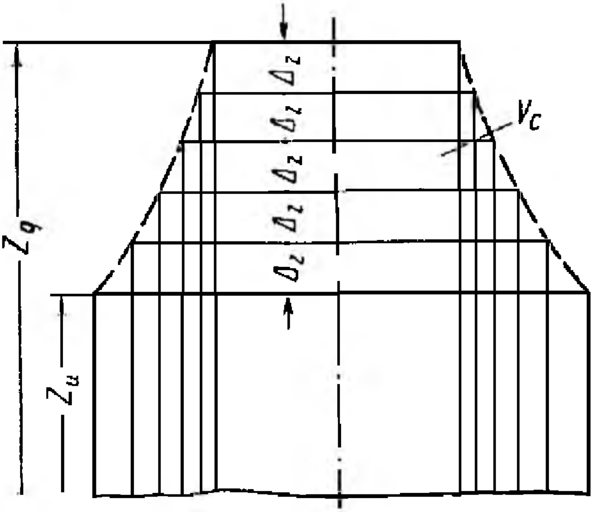
$$V_{cZ} = V\, ln(\frac{z_Д}{z_И}) = V\delta_Z \qquad (2.66)$$

ва умуман $V_c = V\,\delta$ (2.66а)

Кичик деформациялар учун

$\delta = \varepsilon$ ва $V_c = V_\varepsilon$ (2.66б)

Силжиган ҳажмнинг геометрик маъноси 39-расмдан равшан бўлади.



39-расм. Силжиган хажмни аниқлашга оид.

Илгари ёзилган (2.55) ифодадан:

$$\frac{x_{\text{Д}}}{x_{\text{И}}}\cdot\frac{y_{\text{Д}}}{y_{\text{И}}}\cdot\frac{z_{\text{Д}}}{z_{\text{И}}}=1 \quad \text{келиб чиқади.}$$

$$\frac{x_{\text{Д}}}{x_{\text{И}}}=\frac{y_{\text{И}}z_{\text{И}}}{y_{\text{Д}}z_{\text{Д}}}=\frac{F_{\text{ИХ}}}{F_{\text{ДХ}}}, \text{ чунки}$$

$$y_{\text{И}}z_{\text{И}}=F_{\text{ИХ}} \text{ ва } y_{\text{Д}}z_{\text{Д}}=F_{\text{ДХ}}$$

бу ерда $F_{\text{ИХ}}$ ва $F_{\text{ДХ}}$ мос равишда деформациядан олдини ва кейинги жисмнинг x ўқига нормал кесим юзаларидан иборат бўлади.

Бу деформация даражаси ва силжиган ҳажмларни фақат чизиқли ўлчамлар орқали эмас, балки йўналишида деформация даражаси ва силжиган ҳажм кўриб чиқилаётган, координат ўқига нормал кесим юзалари орқали ҳам ифодалаш имкониятини беради:

$$\delta_x = ln(\frac{x_Д}{x_И}) = ln(\frac{F_{ИХ}}{F_{ДХ}}) = -ln(\frac{F_{ДХ}}{F_{ИХ}})$$

$$\varepsilon_x = \frac{(x_Д - x_И)}{x_И} = \frac{\Delta x}{x_И} = \frac{(F_{ИХ} - F_{ДХ})}{F_{ДХ}} = -\frac{\Delta F_X}{F_{ДХ}}$$

Координат ўқларининг y ва z йўналишлари бўйича деформация даражалари учун ифодаларни шунча ўхшаш олиш мумкин.

Умумий кўринишда бундай ёзиш мумкин:

$$\delta = -ln(\frac{F_{ДХ}}{F_{ИХ}})$$

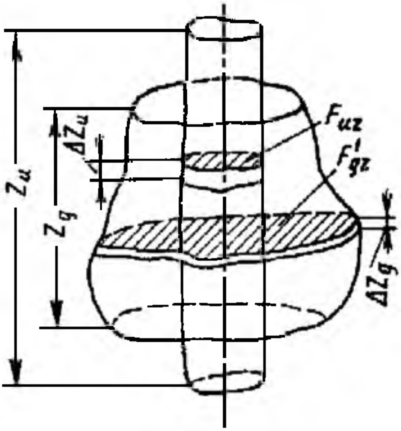
$$\varepsilon = -\frac{\Delta F}{F_Д} \qquad (2.67)$$

Силжиган ҳажмнинг келтирилган (2.65) ифодаси $V_{cZ} = V\int\limits_{z_И}^{z_Д}\frac{dz}{z}$ ни келтириб чиқаришдан маълум бўладики, агар жисмнинг кесим юзалари F_Z катталиги, фақат деформацияга қадар ҳам, деформациядан кейин ҳам, жисмнинг ҳамма z узунлиги бўйича доимий бўлиб ҳисобланса, масалан, цилиндр цилиндрга, параллелепипед параллелеппедга ва шунга ўхшаш ўтиш ҳолидагина ҳақпқнй бўлади.

Агар бу шартга риоя қилинмаса, масалан, цилиндр деформацияда кесик конусга айланади, $F_Z = \frac{V}{z}$ ифодани ёзиб бўлмайди, демак, $V_{cZ} = V\,ln(\frac{z_Д}{z_И})$ ифода ҳам ҳақиқий бўлмайди.

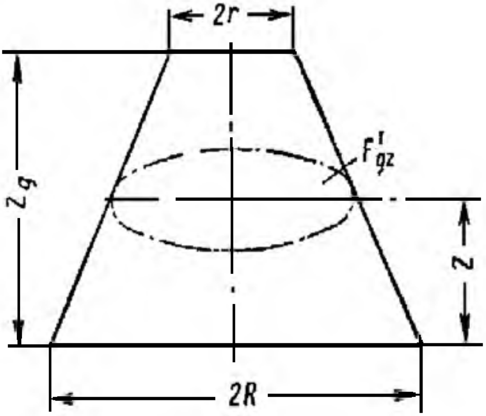
Бироқ, қатор ҳолларда, ўртача силжиган ҳажмни топиш мумкин, у бўйича ўртача деформация даражасини ҳам А.Н. Брюханов формуласи ёрдамида топиш мумкин.

Дастлабки (деформациягача) баландлиги $Z_{И}$ бўлган жисм оламиз. У кесим юзалари $F_{ИZ}$ бутун баландлик бўйича бир хил (шакли бўйича улар турлича бўлиши мумкин) бўлган мажбурий хоссаси билан ажралиб туради (40-расм).



40-расм. Жисмнинг деформациядан аввалги ва кейинги шакли.

Деформациядан кейин жисм баландлиги $Z_{Д}$ бўлсин, аммо z ўқига нормал жисм кесимларининг юзаси жисм баладлиги бўйича олинган турлн нуқталар учун турлига катталикка эга бўлади. Бу юзаларни илгари бўлган белгилашлардан фарқли равишда «‘» индекс билан белгилаймиз, яъни $F'_{ДХ}$. Равшанки, гап жисмнинг якуний шакли ҳақида кетар экан, унда $F_{ДХ}$ жисмни охирги шакли билан аниқланадиган z нинг функцияси ҳисобланади



41-расм. Жисмнинг охирга шакли.

Масалан кесик конус учун (41-расм):

$$F'_{\text{ДХ}} = \pi[R - (\frac{(R-r)z}{z_{\text{Д}}})]^2$$

Деформацияланган жисмнинг баландлиги $\Delta z_{\text{Д}}$ ва юзаси $F'_{\text{Д}Z}$ бўлган ҳар бир элементар ҳажми ΔV, баландлиги $\Delta z_{\text{И}}$ ва юзаси $F_{\text{И}Z}$ бўлган, дастлабки жисмнинг қайсидир ерида мос равишда жойлашган, унга тенг элементар ҳажмнинг деформацияси ҳисобига ҳосил бўлган деб фараз қиламиз, яъни

$$\Delta V = \Delta z_{\text{Д}} F'_{\text{Д}Z} = \Delta z_{\text{И}} F_{\text{И}Z}$$

Қурилаётган ҳажмлар чексиз кичик баландликка эга элементар ҳисобланади, элементар силжиган ҳажмлар учун эса, ушбу тенглик ҳақиқий бўлади [(2.66) ва (2.67) формулаларга қаранг].

$$\Delta V_{CZ} = -\Delta V \, ln(\frac{F_{ДX}}{F_{ИZ}}) \; ,$$

аммо $$\Delta V = \Delta z_{Д} F'_{ДZ}$$

бундан, чегараларга ўтиб ва деформациядан кейин олинган шаклни бутун баландлиги бўйича интеграллаб ушбуга эга бўламиз:

$$V_{CZ} = -\int_{0}^{z_{Д}} F'_{ДZ} \, ln(\frac{F'_{ДZ}}{F_{ИZ}}) dz_{Д} \qquad (2.68)$$

яъни, А.Н. Брюханов формуласи ёрдамида силжиган ҳажмни, деформацияланган жисм кўндаланг кесим юзалари, унинг баландлигининг турли нуқталари учун турлича катталикка эга бўлган ҳолатда ҳам, аниқлаш мумкин, чунки жисмнинг охирги шакли ва ўлчамлари доимо маълумдир. Ўртага деформация даражасини силжиган ҳажм бўйича аниқлаш мумкин:

$$\delta = \frac{V_c}{V} \qquad (2.69)$$

(2.66) формула, бинобарин ундан олинган (2.64) интеграл ҳам А.Н. Брюхановнинг (2.68) формуласини хусусий ҳоли ҳисобланишини осонгина исботлаш мумкин.

Ҳақиқатан, агар жисм деформациядан кейин кўндаланг кесим юзасини доимий катталигига эга бўлса, унда $F'_{ДZ} = F_{ДZ}$, $F'_{ИZ}$ эса шарт бўйича доимий. У пайтда

$$F_{ДZ} = \frac{V}{z_{Д}} \text{ ва } F_{ИZ} = \frac{V}{z_{И}} .$$

F ифодани (2.68) тенгламага қўйиб, ушбуни оламиз:

$$V_{CZ} = -\frac{V}{z_Д} ln(\frac{z_И}{z_Д}) \int_o^{z_Д} dz_Д = V\, ln(\frac{z_Д}{z_И}) \ ,$$

яъни, биз (2.66) формулани оламиз, буни исботлаш талаб этилган эди.

Мисол учун, цилиндрни тўғри кесик конусга деформациялашда (2.68) формулани интеграли ёрдамида олинадиган, силжиган ҳажмни аниқлаш ифодасини келтирамиз:

$$V_c = \frac{1}{3}[F_H H\ \frac{1+R}{R-r} \ln\left(\frac{F_H}{F_Ц} - \frac{2}{3}\right) + F_B H\left(\frac{R}{R-r}\right) \ln\left(\frac{F_B}{F_Ц} - \frac{2}{3}\right)]$$

бу ерда: F_H - кесик конуснинг пастки (катта) асоси юзаси; F_B - кесик конуснинг юқориги асоси юзаси; H - кесик конус баландлиги; $F_Ц$ - бошлангич (дастлабки) цилиндр кўндаланг кесим юзаси.

3-боб. ЧЕГАРАВИЙ КУЧЛАНГАН ҲОЛАТ ВА ДЕФОРМАЦИЯ ЖАРАЁНЛАРИНИ ТАҲЛИЛ ҚИЛИШ УСЛУБИНИНГ АСОСЛАРИ

3.1. Пластиклик шарти.

Кучланишлар ортиб бориши билан, улар орасидаги маълум нисбатларда нуқтанинг кучланган ҳолати пластик деформация бошланадиган чегаравийга етиб боради. Бу биринчи чегаравий ҳолат бўлади. Иккинчи чегаравий ҳолат бузилиш бошланишини аннқлайдп.

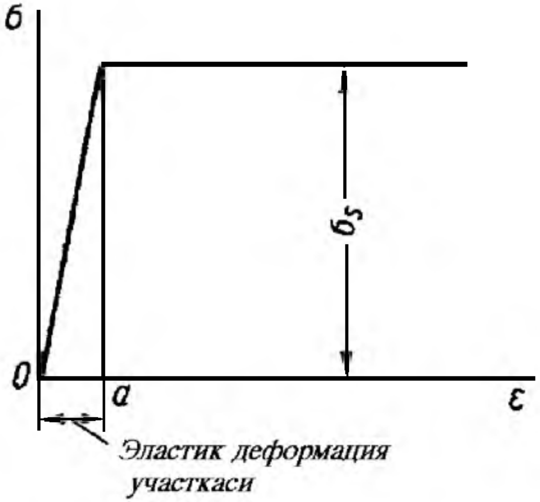
Жисмнинг эластик мувозанати юкламаларнинг турлича нисбатида бўлиши мумкин. Пластик мувозанат эса фақат тўлиқ маълум бўлган юкламаларда бўлиши мумкин.

Шундай қилиб, чизиқли чўзилишда пластик ҳолат юклама оқиш чегараснга тенг кучланиш келтнриб чиқарганда юз берадн. Оқиш чегараси материалнинг доимийси сифатида қаралади.

Агар бунда деформация ортиб бориши билан мустаҳкамланиш рўй берса, унда пластик деформацияни кейинги ривожланиши учун кучланишни ошпрнш зарур ва унинг катталиги мустаҳкамланиш эгри чизиги (ҳақиқий кучланишлар эгри чизиги) дан аниқланади.

Агар мустаҳкамланиш бутунлай бўлмаса, у ҳолда чизиқли чўзилишда оқиш чегарасига етгандан сўнг пластик деформация ўзгармас кучланишда рўй беради, яъни биз идеал пластик жисм билан иш юритамиз. Идеал пластик жисм учун чўзилишдаги деформация-кучланиш диаграммаси 42-расмда кўрсатилган кўрнниш оладп.

Днаграммадан кўринадики, эластиклик назариясида ечиладиган масалалар, идеал пластик жисм учун пластик деформация доирасида умумий ҳолда маънога эга эмас. Масалан, берилган кучланиш σ бўйича деформацияни топиш мумкин эмас (унинг катталиги ҳар қандай бўлиши мумкин), иҳтиёрий берилган ташқи кучда эса пластик мувозанат бўлиши мумкин эмас, чунки кучнинг катталиги аниқ, яъни σ_S кучланишни келтириб чиқарадиган бўлиши лозим.



42-расм. Чўзилишдаги деформация-кучланиш диаграммаси

Илгаригидан кўриниб турибдики, чизиқли чўзилишда жисмнинг чегаравий ҳолатга етиш шарти, яъни эластикдан пластик ҳолатга ўтиш шарти бўлиб, $\sigma_1 = \sigma_S$ тенглик ҳисобланади.

Шундай бўлса ҳам кучланган ҳолатнинг ҳар бир турида пластик ҳолатга ўтиш қандай шартлар билан аниқланишини билиш керак. Бу шартлар фақат тажриба тадқиқотлари асосида очиб берилиши мумкин. Бироқ қатъиат билан фараз қилиш мумкинки, жисмни пластик ҳолатга ўтиши, бир томондан, кучланишлар орасидаги қандайдир нисбат билан, бошқа томондан, бирилган температура-тезлик шароитларида унинг механик хоссалари билан аниқланиши лозим.

Кучланган жисм (нуқта) нинг эластик ҳолатдан пластик ҳолатга ўтиш шартлари, қисқага «пластик шарти» ни белгиловчп бир нечта илмий фараз (гипотеза) мавжуд.

М. Губер (1904 йил) ва Р. Мизес (1913 йил) томонидан олдинга сурилган пластиклик шарти тажрибада энг асосланган ҳисобланади. Бу шартни қуйидаги тарзда ифодалаш мумкин:

Жисмнинг ҳар қандай нуқтасида пластик ҳолат, кучланишлар жадаллиги (ёки умумлашган кучланиш) оқувчанлик чегарасига тенг бўлган ҳолда бошланади ва сақланади.

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_S \quad (3.1)$$

Бу ҳолда, оқувчанлик чегараси деганда, чизиқли пластик чўзилишдаги ҳақиқий кучланиш (яъни, кучни ҳақиқий кўндаланг кесим юзасига нисбати) ни назарда тутиш керак, яъни деформациянинг ушбу пайтида бўлган мустаҳкамланиш даражаси ҳисобга олиниши лозим. С.И. Губкин шунинг учун (3.1) тенгламадаги σ_S белгиланишни ρ билан алмаштиришни таклиф этади, бу ерда ρ - чизиқли чўзилишдаги ҳақиқий қаршилик. Бундай кейин, қатор бошқа ишларда қабул қилинганидек, «оқувчанлик чегараси» атамаси ва σ_S белгиланиш ишлатилади. Бироқ, σ_S нинг қабул қилинаётган қиймати ҳар қандай берилган пайтда деформация шароитларига, яъни температура, тезлик ва мустаҳкамланиш даражасига жавоб бериши кераклигини ёдда тутиш лозим.

(3.1) ифодани (2.30) ифода билан таққослаб октаэдрик уринма кучланишлар учун ушбуни оламиз:

$$\tau_0 = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = (\frac{\sqrt{2}}{3})\sigma_S \quad (3.2)$$

яъни, жисмнинг исталган нуқтасидаги «пластик» ҳолат, октаэдрик уринма кучланишлар $(\frac{\sqrt{2}}{3})\sigma_S = 0,47\sigma_S$ га тенг муайян катталикка эга бўлган ҳолдагина бошланади ва сақланади.

Аввалги ифодани квадратга ошириб ушбуни оламиз:

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2=2\sigma_S^2 \quad (3.3)$$

Бош нормал кучланишлар фарқини бош уринма кучланишлар билан алмаштирганда эса:

$$\tau_{12}^2+\tau_{23}^2+\tau_{31}^2=\frac{\sigma_S{}^2}{2} \quad (3.4)$$

Бу ердан пластиклик шартини бошқа икки ифодаланиши келиб чиқади:

1. ***Пластик деформацияда бош нормал кучланишлар фарқларининг квадратлари йиғиндиси, оқувчанлик чегарасининг иккиланган квадратига тенг бўлган, муайян катталикдир.***

2. ***Пластик деформацияда бош уринма кучланишлар квадратларининг йиғиндиси, оқувчанлик чегараси квадратининг ярмига тенг бўлган, муайян катталикдир.***

Октаэдрик кучланиш квадрати, тескари ишора билан олинган, кучланиш девиаторининг иккинчи инвариантини учдан иккисига тенглиги, яъни октаэдрик кучланиш координатлар ўзгартирилишига инвариантлиги илгари (2.29б) кўрсатилган эди. Бу ердан, кутилганидек, пластиклик шарти ҳам шунингдек координат ўзгартиришларига инвариантлиги, пластик ҳолатга ўтиш эса фақат кучланишлар девиаторига боғлиқлиги ва шарсимон тензорга боғлиқ эмаслиги келиб чиқади.

(2.30б) ифодадан фойдаланиб (3.3) пластиклик шартини юқорида қилингандек бош ўқларда эмас, балки ихтиёрий координата ўқларида ёзиш мумкин.

$$(\sigma_x-\sigma_y)^2+(\sigma_y-\sigma_Z)^2+(\sigma_Z-\sigma_x)^2+6(\tau_{xy}^2+\tau_{yZ}^2+\tau_{Zx}^2)=$$

$$=2\sigma_S{}^2$$

(3.5)

3.2. Пластиклик шартининг физик маъноси.

Энди (3.3) пластиклик шартини физик маъносини аниқлаб оламиз. Бунинг учун деформациянинг потенциал энергиясига мурожаат қиламиз.

Деформациянинг тўлиқ потенциал энергияси $A_П$, ҳажм ўзгаришининг потенциал энергияси A_0 ва шакл ўзгаришининг потенциал энергияси $A_Ф$ йигиндисидан иборат бўлади:

$$A_П=A_0+A_Ф\ ,$$

бундан $A_Ф=A_П-A_0$

Эластиклик назариясидан маълумки, деформациянинг солиштирма потенциал энергияси (яъни ҳажм бирлигига келтирилган) кучланиш тензорини деформация тензорига скаляр кўпайтмасини ярмига тенг бўлади. Бу кўпайтма кучланиш компонентларини (таркибий қисмларини) мос келадиган деформация компонентларига кўпайтмасидан иборат бўлади. Бош ўқларда ушбуга эгамиз.

$$T_\sigma=\begin{matrix}\sigma_1 & 0 & 0\\ \bullet & \sigma_2 & 0\\ \bullet & \bullet & \sigma_3\end{matrix}\qquad\qquad T_\varepsilon=\begin{matrix}\varepsilon_1 & 0 & 0\\ \bullet & \varepsilon_2 & 0\\ \bullet & \bullet & \varepsilon_3\end{matrix}$$

Бундан

$$A_П=\frac{(\sigma_1\varepsilon_1+\sigma_2\varepsilon_2+\sigma_3\varepsilon_3)}{2}$$

аммо материаллар қаршилигидан маълумки:

$$\varepsilon_1 = (\frac{1}{\text{E}})[\sigma_1 - \mu_\rho(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_2 = (\frac{1}{\text{E}})[\sigma_2 - \mu_\rho(\sigma_3 + \sigma_1)]$$

$$\varepsilon_3 = (\frac{1}{\text{E}})[\sigma_3 - \mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

бу ерда μ_ρ-Пуансон коэффициенти

Демак,

$$\text{А}_П = (\frac{1}{2\text{E}})\{\sigma_1[\sigma_1 - \mu_\rho(\sigma_2 + \sigma_3)] + \sigma_2[\sigma_2 - \mu_\rho(\sigma_3 + \sigma_1)] +$$

$$+ \sigma_3[\sigma_3 - \mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2)]\} = (\frac{1}{2\text{E}})[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) -$$

$$- 2\mu_\rho(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]$$

Ҳажм ўзгаришининг солиштирма потенциал энергияси шу усулнинг ўзи билан аниқланади, аммо бошланғич маълумот ўрнида кучланишларнинг шарсимон тензори ва деформацияларнинг шарсимон тензорини олиш керак:

$$\text{T}_\sigma^{\,0} = \begin{matrix} \sigma_{\text{ур}} & 0 & 0 \\ \bullet & \sigma_{\text{ур}} & 0 \\ \bullet & \bullet & \sigma_{\text{ур}} \end{matrix}$$

$$\text{T}_\varepsilon^{\,0} = \begin{matrix} \varepsilon_{\text{ур}} & 0 & 0 \\ \bullet & \varepsilon_{\text{ур}} & 0 \\ \bullet & \bullet & \varepsilon_{\text{ур}} \end{matrix}$$

бундан

$$A_0 = \frac{(\sigma_{yp}\varepsilon_{yp} + \sigma_{yp}\varepsilon_{yp} + \sigma_{yp}\varepsilon_{yp})}{2} = (\frac{3}{2})\sigma_{yp}\varepsilon_{yp}$$

бироқ

$$\sigma_{yp} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}$$

$$\varepsilon_{yp} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{3}$$

яъни

$$\varepsilon_{yp} = (\frac{1}{3E})\{[\sigma_1 - \mu_\rho(\sigma_2 + \sigma_3)] + [\sigma_2 - \mu_\rho(\sigma_3 + \sigma_1)] +$$

$$+ [\sigma_3 - \mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2)]\} = (\frac{1}{3E})[\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 -$$

$$- 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)]$$

Демак,

$$A_0 = (\frac{3}{2 \cdot 3})(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)(\frac{1}{3E})[\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 -$$

$$- 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)] = (\frac{1}{6E})[(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 -$$

$$- 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2]$$

Бундан

$$А_{Ф} = А_{П} - А_{0} = (\frac{1}{2Е})[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) -$$

$$- 2\mu_\rho(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] - (\frac{1}{6Е})[(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 -$$

$$- 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2]$$

яъни

$$А_{Ф} = (\frac{1}{6Е})[3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) -$$

$$- 6\mu_\rho(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 +$$

$$+ 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2] = (\frac{1}{6Е})\{[3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) -$$

$$- (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2] + \mu_\rho[2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 -$$

$$- 6(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]\}$$

ёки

$$А_{Ф} = (\frac{1}{6Е})[(3\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2 + 3\sigma_3^2 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 -$$

$$- 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_3\sigma_1) + \mu_\rho(2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 + 4\sigma_1\sigma_2 + 4\sigma_2\sigma_3 +$$

$$+ 4\sigma_3\sigma_1 - 6\sigma_1\sigma_2 - 6\sigma_2\sigma_3 - 6\sigma_3\sigma_1)] = (\frac{(1 + \mu_\rho)}{6Е})(2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 +$$

$$+ 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_3\sigma_1)$$

бундан узил-кесил

$$А_{Ф} = (\frac{(1 + \mu_\rho)}{6Е})[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \qquad (3.6)$$

Олинган (3.6) энергия ифодасини (3.3) ифода билан таққослаб, пластик шарти бажарилганда ушбуни оламиз:

$$\mathrm{A}_{Ф} = (\frac{1+\mu_{\rho}}{6\mathrm{E}})2\sigma_{S}{}^{2} = const \qquad (3.7)$$

Шундай қилиб, кўрилаётган пластиклик шарти ушбуни тасдиқлашга тенг кучли бўлади: жисм элементи шаклини унинг пластик деформациясида ўзгартиришнинг солиштирма потенциал энергияси миқдори, бернлган деформация шароитлари (деформация даражаси, тезлиги ва температураси) учун, кучланган ҳолат схемасидан боглиқ бўлмаган (мустақил) тарзда доимий катталик ҳисобланади.

Аниққи, агар келтирилган низомни асос қилиб олинса, у ҳолда биз ундан (3.3) пластиклик шартини олган бўлар эдик.

Маълумки, чизиқли чўзилишда $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$, пластик ҳолат эса, агар σ_1 кучланиш оқувчанлик чегараси σ_S га тенг бўлса бошланади. Кучланишининг бу қийматларини (3.6) тенгламага қўйиб, чизиқли чўзилишда пластик деформация бошланиш пайтидаги шакл ўзгаришининг солиштирма потенциал энергияси катталигини оламиз:

$$\mathrm{A}_{ФЛ} = (\frac{1+\mu_{\rho}}{3\mathrm{E}})\sigma_{S}{}^{2} \qquad (3.8)$$

Келтирилган низом бўйича $\mathrm{A}_{Ф}$ катталик кучланган ҳолат схемасига боглик эмаслиги учун (3.8) ва (3.6) ифодаларнинг ўнгдаги қисмлари тенг бўлиши керак, яъни:

$$\left(\frac{1+\mu_{\rho}}{3\mathrm{E}}\right)\sigma_{s}{}^{2} = \left(\frac{1+\mu_{\rho}}{6\mathrm{E}}\right)\cdot\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]$$

бундан

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2 = 2\sigma_{S}{}^{2}$$

яъни, биз (3.3) пластиклик шартини олдик.

Губер-Мизес пластиклик шартини физик маъноси Г. Генки томонидан 1924 йилда аниқланган. Шу муносабат билан физик маъиоси турли шаклларда юқорида келтирилган пластиклик шартига «*энергетик*» номини беришган.

Шундай қилиб, Губер-Мизеснинг (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) ва (3.5) шаклларда берилган пластиклик шарти адабиётда бир нечта номга эга:

«кучланишлар жадаллигининг доимийлик шарти»;

«октаэдрик уринма кучланишнинг доимийлик шарти»;

«уринма кучланишлар жадаллигининг доимийлик шарти»;

«шакл ўзгариши солиштирма энергиясини доимийлик шарти» ёки «энергетик шарт».

Бундан кейин биз асосан энг қисқа бўлган «энергетик шарт» атамасини ишлатамиз

Пластикликнинг энергетик шартини энг дастлабки тажрибада текшириш А. Надаи ва В. Лодэ (1926 йил) томонидан ўтказилган эди. Кейинчалик бу масалага қатор тадқиқотлар багишланган бўлиб, улар шунингдек пластикликнинг энергетик шартини тасдиқлайди. Хусусан, пластиклик қонунларини текшириш билан Г.А. Смирнов-Аляев шуғулланди. Унинг тадқиқотлари ҳам шунингдек ижобий натижалар берди. Охирги пайтларда С.И. Ратнер ўзининг тажрибалари асосида умуман салбий хулосаларга келди. Бироқ А.А. Ильюшин етарлича ойдинлик билан унинг тажрибаларини ноаниқлигини ва олинган хулосаларни асоссиз эканини кўрсатиб берди.

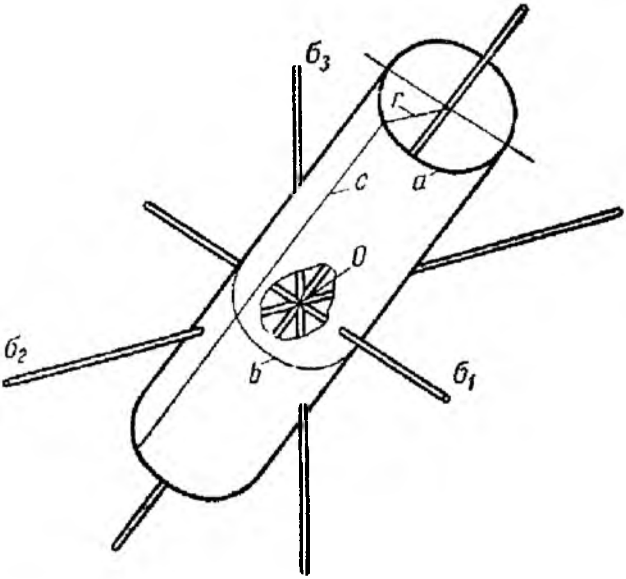
3.3. Пластикликнинг энергетик шартини геометрик изоҳлаш.

Агар (3.3) пластиклик шартида

$$(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2=2\sigma_S{}^2$$

σ_1, σ_2 ва σ_3 кучланишларни жорий координатлар сифатида кўрнлса, у ҳолда (3.3) тенглама, ўқи координата бошидан ўтадиган ва координат ўқларига бир хил эгилган, узунлиги бўйича чекланмаган думалоқ цилиндр юзасидан иборат бўлади. Цилиндр координат ўқларининг ҳар бири билан косинуси $\frac{1}{\sqrt{3}}$ га тенг бўлган бурчак ташкил этади.

Агар жисм элементдаги бош нормал кучланишлар тенгламани қаноатлантирадиган бўлса, яъни цилиндр юзасида ётадиган қандайдир нуқтани аниқласа, унда бу элемент пластик ҳолатда бўлади. Шундай қилиб, пластикликнинг энергетик шарти бўйича (3.3) сирт ***«пластик деформациянинг чегаравий юзаси»*** ҳисобланади. Бу цилиндр график тарзда 43-расмда кўрсатилган.



43-расм. Пластик деформациянинг чегаравий юзаси.

Агар жисм элементидаги қандайдир бош нормал кучланишлар шундайки, улар цилиндр ичида ётадиган нуқтани аниқласа, унда берилган σ_S да нуқта эластик кучланган ҳолатда бўлади. Цилиндр юзасидан ташқарида жойлашган нуқтани аниқловчи кучланишлар уйғунлиги комбинацияси эса физик маънога эга эмас. Равшанки, (3.3) тенгламани қаноатлантирувчи бош нормал кучланишлар катталигининг чекланмаган миқдордаги уйғунлиги мавжуд, чунки цилиндр юзасидаги нуқталар сони чексиз кўп (катта) дир.

Цилиндрнинг ўқига нормал текисликлар билан кесиб олинган, унинг юзасидаги айланалар (масалан а), бош нормал кучланишлар йиғиндиси доимий бўлган, чегаравий кучланган ҳолатларни аниқловчи нуқталарнинг геометрик жойидан иборат бўлади. Бу шундан келиб чиқаднки, цилиндр ўқига нормал текисликлар тенгламаси $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \frac{p}{\sqrt{3}}$, бу ерда: p- нормал узунлиги бўлади. Хусусан, цилиндрни 0 координат бошидан ўтувчи текислик билан кесиб ҳосил қилинган b доира учун бу йигинди нолга тенг (яъни, деформация тоза девиаторли). Цилиндрни ясовчилар (масалан с) учта бош кучланишлар фарқи доимий бўлган нуқталарнинг геометрик жойлари ҳисобланади.

(3.3) юзани координат текислиги билан кесимини оламиз $\sigma_3 = 0$; у ҳолда $\sigma_3 = 0$ ни (3.3) тенгламага қўйиб, оламиз:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2{}^2 + \sigma_1{}^2 = 2\sigma_S{}^2$$

ёки $\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_S{}^2$ (3.9)

Бошқа иккита координат текисликлар билан кесимлар $\sigma_2 = 0$ ва $\sigma_1 = 0$ мос равишда:

$$\sigma_1{}^2 + \sigma_3{}^2 - \sigma_1\sigma_3 = \sigma_S{}^2 \qquad (3.9а)$$

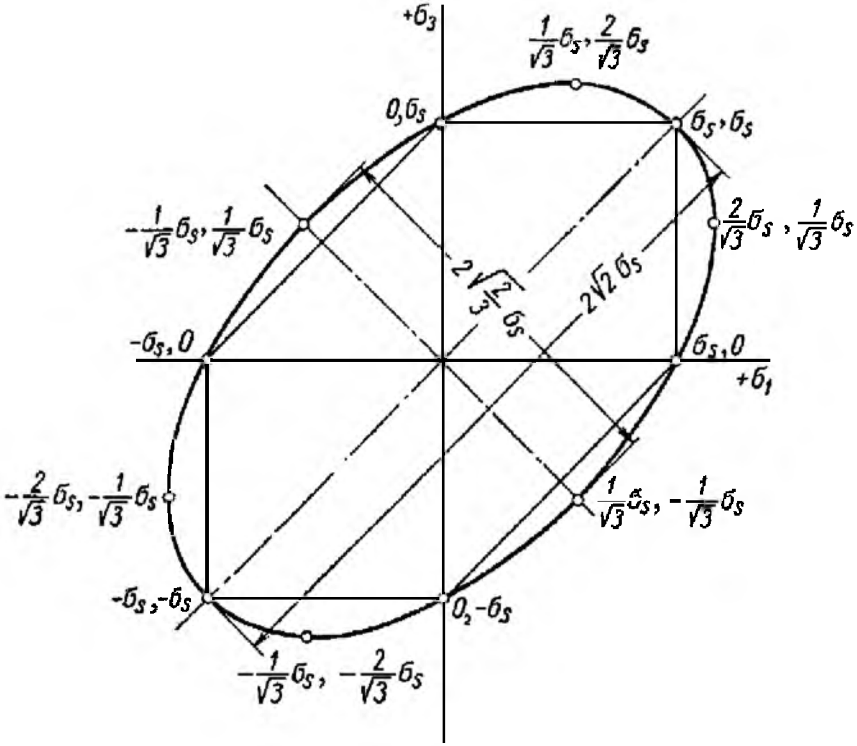
$$\sigma_2{}^2 + \sigma_3{}^2 - \sigma_2\sigma_3 = \sigma_S{}^2 \qquad (3.9б)$$

бўлади.

(3.9) тенглама маркази координат бошида бўлган ва ўқлари 45^0 бурчак остида координат ўқларига қияланган мутлақо бир хил эллипсларни аниқлайди.

Аналитик геометриянинг элементар усуллари билан эллипс ва унинг ярим ўқларининг барча ўзига хос нуқталари координатларини аниқлаш мумкин (44-расм). Эллипсни кичик ярим ўқи катталиги бўйича (3.3) цилиндр радиусига тенглиги маълум, яъни

$$r = \sqrt{\frac{2}{3}}\sigma_s$$



44-расм. Эллипс нуқталарининг координатларини аниқлаш.

(3.9) тенглама пластиклик шарти (3.3) га $\sigma_{1,2,3} = 0$ ни қўйиб олинган. Бош кучланишлардан бири нолга тенг бўлганда эса, кучланган ҳолат ясси бўлади. Демак, (3.9) тенгламалар ясси кучланган ҳолат учун пластиклик шарти ҳисобланади, (3.9) тенгламалар билан аниқланадиган эллипс эса ясси кучланган ҳолат учун ***«пластикликнинг чегаравий контури»*** бўлади. Координат ўқлари тенг ҳуқуқли бўлгани сабабли, нолга тенг нормал кучланишни қайси индекс билан (1,2 ёки 3) белгилашни фарқи йўқ. Шунинг учун, илгаригидек $\sigma_2 = 0$ деб ҳисоблаймиз. 46-расмдан ясси кучланган ҳолатда бош кучланишлардан бирортаси ҳам пластик ҳолатда $(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s$ катталикдан ортиқ бўлса олмаслнги келиб чиқади.

Эллипснинг тўртта нуқтаси (0, σ_s; -σ_s,0; 0,- σ_s; ва σ_s,0) чизиқли кучланган ҳолатни аниқлайди (чизиқли чўзилиш ва сиқилиш).

Эллипснинг бошқа тўртта нуқтаси ($-(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s$, $-(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$; $-(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$, $-(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s$; $(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s$, $(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$ ва $(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$, $(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s$) бир вақтнинг ўзида нафақат ясси кучланган ҳолат, балки ясси деформацияланган ҳолат ҳам бўлишига мос келади, негаки

$$\frac{0+\sigma_1}{2} = \sigma_3 \quad \text{ёки} \quad \frac{0+\sigma_3}{2} = \sigma_1$$

Иккита нуқта (-$(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$, $(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$ ва $(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$, -$(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$) тоза силжишга мос келади, модомики $\sigma_3 = -\sigma_1$ ёки σ_1=$-\sigma_3$.

3.4. Пластиклик шартининг айрим ифодалари.

Кучланишлар тензори компонентларида, илгари (3.5) келтирилгандек, пластиклик шарти

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yZ}^2 + \tau_{Zx}^2) =$$

$$= 2\sigma_S{}^2$$

бўлади.

***Ясси кучланган ҳолат*да** биз $\sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{Zy} = 0$ қабул қилдик. Бу қийматларни қўйиб,

$$(\sigma_x - \sigma_Z)^2 + \sigma_x{}^2 + \sigma_Z{}^2 + 6\tau_{Zx}^2 = 2\sigma_S{}^2$$ оламиз, ёки

$$\sigma_x{}^2 + \sigma_Z{}^2 - \sigma_x\sigma_Z + 3\tau_{Zx}^2 = \sigma_S{}^2 \qquad (3.10)$$

бош кучланишларда эса (3.9) формула бўйича

$$\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_s{}^2$$

Ифода илгари олинган эди.

Ясси деформацияланган ҳолат учун

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_Z}{2} \qquad \tau_{xy} = \tau_{Zy} = 0$$

демак,

$$(\sigma_x - \sigma_Z)^2 + [\sigma_Z - \frac{(\sigma_x + \sigma_Z)}{2}]^2 + [\frac{(\sigma_x + \sigma_Z)}{2} - \sigma_x]^2 +$$

$$+ 6\tau^2{}_{xZ} = 2\sigma_S{}^2$$

Қавсларни очиб ва ўзгартириб ушбуни оламиз:

$$(\sigma_x - \sigma_Z)^2 + 4\tau^2{}_{xZ} = (\frac{4}{3})\sigma_S{}^2 \qquad (3.11)$$

ёки

$$(\sigma_x - \sigma_Z)^2 + 4\tau^2{}_{xZ} = (\sigma_s{}^*)^2 = 4k^2 \quad (3.12)$$

бу ерда $\sigma_s^* = (\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s$; $k = \frac{\sigma_s^*}{2}$

Ясси деформацияланган ҳолат учун бош кучланишларда

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s = \pm\sigma_s^* = \pm 2k \qquad (3.13)$$

аммо $\sigma_1 - \sigma_3$ иккиланган бош уринма кучланишлар τ_{13} дир.

$$\tau_{13} = \pm(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s = \pm\frac{\sigma_s^*}{2} = \pm k \qquad (3.13a)$$

Шундай қилиб, $k = \frac{\sigma_s^*}{2}$ ***пластик деформацияда бош уринма кучланишлар эришиши мумкин бўлган максимал катталикдир.***

Ўқга симметрик кучланган ҳолат учун

$\tau_{\rho\theta} = \tau_{Z\theta} = 0$

(3.5) тенгламада x ва y индексларни мос равишда ρ ва θ билан алмаштириб ушбуни оламиз:

$$(\sigma_\rho - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_\rho)^2 + 6\tau^2{}_{\rho Z} = 2\sigma^2{}_s \qquad (3.14)$$

ёки бош кучланишларда

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_S{}^2$$

Охирги ифода табиийки, пластиклик шартини умумий ифодасидан фарқ қилмайди.

Айрим ҳолда, агар $\sigma_\theta = \sigma_\rho$ бўлса (3.14) ифодадан олинади:

$$(\sigma_\rho - \sigma_Z)^2 + 3\tau_{\rho Z}{}^2 = \sigma_S{}^2 \qquad (3.15)$$

(3.13а) тенгламадан $\sigma_s = \sqrt{3}k$ эканини ҳисобга олиб,

$$(\sigma_\rho - \sigma_Z)^2 + 3\tau_{\rho Z}{}^2 = 3k^2$$

яъни (3.12) тенгламага ўхшаш қурилган тенглама оламиз.

3.5. Катталиги бўйича ўртача бош нормал кучланишни таъсири.

σ_2 бош нормал кучланиш σ_1 ва σ_2 оралигидаги катталикда бўлсин, яъни ушбу икки тенгсизликдан бири қаноатлантирилади

$$\sigma_1 \succ \sigma_2 \succ \sigma_3 \quad \text{ёки} \quad \sigma_1 \prec \sigma_2 \prec \sigma_3 \qquad (3.16)$$

катталиги бундай σ_2 кучланишни ўртача бош деб атаймиз ва $\sigma_{СГ}$ билан белгилаймиз [ўртача нормал кучланиш билан аралаштириш керак эмас $\sigma_{ур} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$

Бу ҳолда σ_1 ваσ_3 кучланишлар чекка бўлади (бири максимал, иккинчиси минимал, қайси бирининг фарқи йўқ). Қайси кучланиш ўртача бош эканини белгилаш учун кучланишларнинг ишорасини ҳисобга олиш керак, нафақат уларнинг мутлоқ катталиги: мусбат кучланиш манфий кучланишнинг мутлоқ катталигига қарамасдан катта ҳисоблаиади; кичик мутлоқ қийматли манфий кучланиш катта мутлоқ қийматлидан каттароқдир, яъни кучланишларнинг алгебраик катталиги кўрилади.

$\sigma_2 = \sigma_{СГ} = \sigma_1$ бўлган ҳолатни оламиз, у ҳолда (3.3) пластиклик шартидан

$$(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

бундан

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\sigma_s \quad \text{ёки} \quad \tau_{13} = \pm\frac{\sigma_s}{2} \qquad (3.17)$$

± ишора шунинг учун қўйиладики, σ_s муҳими мусбат, $\sigma_1 - \sigma_3$ фарқ эса (3.16) шартга кўра ҳар қандай ишорали бўлиши мумкин. Энди $\sigma_2 = \sigma_{СГ} = \sigma_3$ бўлсин. У ҳолда (3.3) тенгламага қўйиб

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\sigma_s \quad \text{ёки} \quad \tau_{13} = \pm\frac{\sigma_s}{2}$$

оламиз, яъни аввалга ҳолатдаги (3.17) ифодани ўзини олдик. Буни сўз билан шундай ифодалаш мумкин.

Четкадагилардан бирига тенг бўлган **ўртача** бош нормал кучланишда, агар чеккадаги бош нормал кучланишлар фарқи оқувчанлик чегарасига тенг ёки мос равишда бош уринма кучланишлар оқувчанлик чегарасининг ярмига тенг бўлганда, пластик ҳолат бошланади.

Ўртача бош нормал кучланиш, $\sigma_2 = \sigma_{СГ}$ фақат σ_1 ва σ_2 оралигидаги чегарада ўзгариши мумкин (акс ҳолда у чекка бўлиб қолади, қандайдир бошқаси эса - ораликда бўлади). Энди σ_2 ни ўртача қийматини оламиз:

$$\sigma_2 = \sigma_{СГ} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2}$$

Бу ҳолда σ_2 кучланиш фақат (3.16) тенгсизликни қаноатлантириб қолмай, балки умуман ***ўртача нормал*** кучланиш бўлади:

$$\sigma_2 = \sigma_{СГ} = \sigma_{ур} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2},$$

кучланган ҳолат эса ясси деформацияланган бўлади. Бу қийматни пластиклик шарти (3.3) га қўйиб, ушбуни оламиз.

$$(\sigma_1 - \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2})^2 + (\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

бундан

$$\frac{3}{2}(\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

ва ниҳоят:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \pm(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s = \pm\sigma_s^*$$

Таққослашдан келиб чиқадики, $\sigma_2 = \sigma_{C\Gamma}$ ҳар қандай қиймат учун ҳам ёзиш мумкин:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\beta\sigma_s \qquad (3.18)$$

ёки

$$\sigma_{max} - \sigma_{min} = \pm\beta\sigma_s \qquad (3.18а)$$

бу ерда: β - 1 дан 1,155 гача кичкина оралиқда ўзгарадиган ва энг катта қийматга ясси деформацияланган ҳолатда етиб борадиган ўзгарувчи коэффициент.

(3.18) тенглама пластиклик шартини соддалаштирилган ёзуви ҳисобланади. Ундан ҳажмий кучланган ҳолатни кўриб чиқишда яқинлашган тахминий, аммо (3.3.) шартга қараганда соддароқ ифода сифатида фойдаланиш мумкин. Бош нормал кучланишлар фарқини бош уринма кучланиш орқали ифодалаб, ушбуни оламиз:

$$\tau_{13} = \pm\frac{\beta\sigma_s}{2} \qquad (3.18б)$$

Пластиклик шартининг соддалаштирилган ёзуви ясси кучланган ҳолат масалаларини кўриб чиқишда ҳам ишлатилиши мумкин. Бироқ бу ерда $\sigma_2 = 0$ кучланишни ҳисобга олиш керак, у четкада ҳам , ўртада ҳам бўлиши мумкин. Агар σ_1 ва σ_3 кучланишлар турли ишораларга эга бўлса, яъни

$\sigma_1\sigma_3 \prec 0$ бўлса, у ҳолда σ_2 кучланиш ўртача ҳисобланади. Агарда σ_1 ва σ_3 иккаласи мусбат бўлса ($\sigma_1\sigma_3 \succ 0$), у ҳолда $\sigma_{СГ}$ минимал бўлади; агар σ_1 ва σ_3 ни иккаласи манфий бўлса ($\sigma_1\sigma_3 \succ 0$), у ҳолда $\sigma_{СГ}$ максимал бўлади ёки умуман, агар $\sigma_1\sigma_3 \succ 0$ бўлса, у ҳолда $\sigma_{СГ}$ чеккада бўлади.

Айтилганларни ҳисобга олиб, ясси кучланган ҳолат учун (3.18) тенглама асосида ушбуни оламиз

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\beta\sigma_s \quad (\sigma_1\sigma_3 \succ 0 \text{ бўлганда})$$

$$\sigma_1 = \pm\beta\sigma_s \quad (\sigma_1\sigma_3 \succ 0 \text{ ва } /\sigma_1/ \succ /\sigma_3/ \text{ бўлганда}) \quad (3.19)$$

$$\sigma_3 = \pm\beta\sigma_s \quad (\sigma_1\sigma_3 \succ 0 \text{ ва } /\sigma_1/ \succ /\sigma_3/ \text{ бўлганда})$$

β - коэффициент бош кучланишлар функциясидир $\beta = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$. Уни қуйидаги тарзда ифодалаш мумкин:

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \nu_\sigma^2}} \qquad (3.20)$$

бу ерда

$$\nu_\sigma = \frac{(\sigma_{СГ} - \frac{(\sigma_{max} + \sigma_{min})}{2})}{\frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}} = \frac{(2\sigma_{СГ} - \sigma_{max} - \sigma_{min})}{\sigma_{max} - \sigma_{min}} \qquad (3.21)$$

$\sigma_{СГ} = \sigma_{max}$ бўлганда $\nu_\sigma = 1, \beta = 1$;

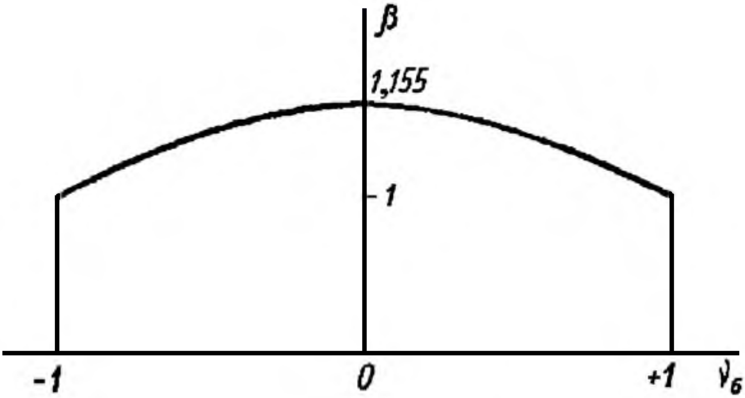
$\sigma_{СГ} = \sigma_{min}$ бўлганда $\nu_\sigma = -1, \beta = 1$

$\sigma_{СГ} = (\sigma_{min} + \sigma_{max})$ бўлганда

$$v_\sigma = 0, \beta = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1{,}155,$$

бўлади. Бу β га иисбатаи илгари ҳам маълум эди.

β нинг ўзгариш графиги 45-расмда кўрсатилган ва параболадан иборат бўлади. Бу назарий график В. Лодэ тажриба маълумотларига жавоб беради.



45-расм. β коэффициентнинг ўзгариш графиги.

Тушунарлики, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ кучланишлар тенг ҳуқуқли бўлгани туфайли, биз (3.16) тенгсизликни индексларнинг ҳар қандай бошқа комбинацияларида ёзишимиз мумкин эди, бундан барча кейинги хулосалар ўзгармаган бўлар эди.

Аниқ масалаларни ечишда индексларни масала шартларига мос келувчи қилиб танлаш, яъни қайси бош нормал кучланиш ўртада ва қайсилари четда эканини аниқламоқ зарур.

Агар ҳамма пайт $\beta = 1$ деб олинса (яъни, ўртача бош нормал кучланишни ҳисобга олинмаса), у ҳолда пластиклик шарти умумий ҳол учун бундай ифодаланади:

$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm\sigma_s$, ёки

$$\sigma_2 - \sigma_3 = \pm\sigma_s, \text{ ёки} \qquad (3.22)$$

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \pm\sigma_s$$

ёки

$$\tau_{12} = \pm\frac{\sigma_s}{2}$$

$$\tau_{23} = \pm\frac{\sigma_s}{2}$$

$$\tau_{31} = \pm\frac{\sigma_s}{2} \qquad (3.22а)$$

Бундай пластик шартини қуйидагича ифодалаш мумкин:

Агар икки бош нормал кучланишлар фарқларидан бири, иккита қолганининг қийматидан қатъи назар, яъни ўртага бош кучланиш катталигидан қатъи назар оқувчанлик чегарасига тенг бўлса, пластик ҳолат бошланади ва сақланади.

Бу пластиклик шартининг ўзини бошқача ифодалаш мумкин:

Агар бош уринма кучланишлардан қайсидир бири оқувчанлик чегараси катталигини ярмига етиб борса пластик ҳолат бошланади.

Пластикликнинг бу шарти бош уринма кучланиш катталигини доимийлик шарти ёки бош нормал кучланишлар фарқининг доимийлик шарти номи билан юритилади. У Г. Треск томонидан айтилган ва пластикликнинг энергетик шарти янада аниқроқ ифодаланишидан анча илгарироқ, Б.Сен-Венан томонидан ишлаб чиқилган эди.

Бош уринма кучланишларнинг доимийлик шарти ва октоэдрик уринма кучланишлар доимийлик шарти ўзаро тўғри келади:

1) чизиқли кучланган ҳолатда;

2) ҳажмий кучланган ҳолатда, ўртача бош кучланиш четкадагилардан бирига тенг бўлганда, яъни учта бош нормал

кучланишлардан иккита ўзаро (катталиги ва ишораси бўйича) тенг бўлганда;

3) ясси кучланган ҳолатда, иккала кучланиш ўзаро (катталиги ва ишораси бўйича, ҳар қачонгидек биз кучланишлар тенглиги ҳақида сўзлаганимизда) тенг бўлганда.

Кўрсатилган иккита шартлар орасидаги максимал фарқ ясси деформацияланган ҳолатда, яъни ўртача бош нормал кучланишлар, четкадагиларнинг ярим йиғиндисига тенг бўлганда бўлади.

Бош уринма кучланишлар доимийлиги шарти бўйича чегаравий сирт [(3.22) тенглама] пластик деформациянинг энергетик шарт бўйича чегаравий сиртидан иборат бўлган, цилиндр ичига чизилган, тўғри олти қиррали призма кўринишга эга. Ясси кучланган ҳолат учун эса пластиклик контури бўлиб олтибурчак ҳисобланади (43-расмга қаранг).

Агар ясси кучланган ва ясси деформацияланган ҳолат учун биз (2.42) тенгламадан бош нормал кучланшлар қийматини, (3.22) тенгламалардан қайси биригадир қўйсак, масалан учинчисига, у ҳолда бош уринма кучланишлар доимийлиги нуқтаи назаридан ҳар қандай ўқ учун пластиклик шартини оламиз:

$$(\sigma_X - \sigma_Z)^2 + 4\tau_{XZ}^2 = \sigma_s^{\ 2} \qquad (3.23)$$

Ясси деформацияланган ҳолат учун бу тенглама кучланишларнинг ҳар қандай нисбатида ҳақиқийдир. Ясси кучланган ҳолат учун у фақат ушбу шартда ҳақиқий

$$\sigma_X \sigma_Z \leq \tau_{XZ}^2$$

Агар $\sigma_X \sigma_Z \geq \tau_{XZ}^2$ бўлса, у ҳолда бошқа тенгламадан фойдаланиш лозим. Уни келтириб чиқаришсиз ёзамиз:

$$(\sigma_X - \sigma_Z)^2 + 4\tau_{XZ}^2 = [\sigma_s - / \sigma_{yp} /]^2 \qquad (3.24)$$

Ясси кучланган ҳолат учун $\sigma_X \sigma_Z \leq \tau_{XZ}^2$ бўлганда бош уринма кучланишлар, (3.23) ва (3.10) тенгламаларни таққослашдан кўринадики, анча содда, ясси деформацияланган ҳолат учун эса фарқ фақат доимийларда [(3.22) ва (3.13), шунингдек (3.23) ва (3.12) тенгламаларга қаранг] бўлади.

3.6. Кучланишлар ва деформациялар орасидаги богланиш.

Кучланишлар ва деформациялар ўртасидаги богланиш қуйидаги тажриба йўли билан ўрнатилган низомлар асосида чиқарилиши мумкин бўлади.

Фаол пластик деформациянинг ҳар бир маълум пайтида лоақал оддий юкланиш шароитларида:

1) бош чизиқли деформациялар йўналиши (чўзилишлар) бош нормал кучланишлар йўналишлари билан тўгри келади;

2) деформациялар учун О. Мор диаграммаси (ε ва γ координатларида) кучланишлар учун О. Мор диаграммасига (σ ва τ координатларида) геометрик ўхшаш.

Керакли хулосаларни олиш учун, ундан ташқари ҳажмнинг доимийлик шартини ҳисобга олиш керак:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z = 0$$

(белгилашларда ε – кичик деформациялар учун).

А.А. Ильюшинга биноан, агар кучланишлар жадаллиги σ_i қиймати унинг аввалги ҳамма қийматларидан оширилган фурсатда фаол деформация бўлади. Агар σ_i, унинг аввалги қийматларидан биттасидан бўлса ҳам кичик бўлса, у ҳолда элемент деформацияси суст (пассив) бўлади.

«Лоақал оддий юкланиш шароитида» чекланиш А.А. Ильюшин чиқарган «оддий юкланиш ҳақидаги теорема» дан келиб чиқади. Жисмнинг юкланиш жараёни «ташқи кучлар улар қўйилганидан бошлаб умумий параметрга пропорционал ўсганда» оддий ҳисобланади.

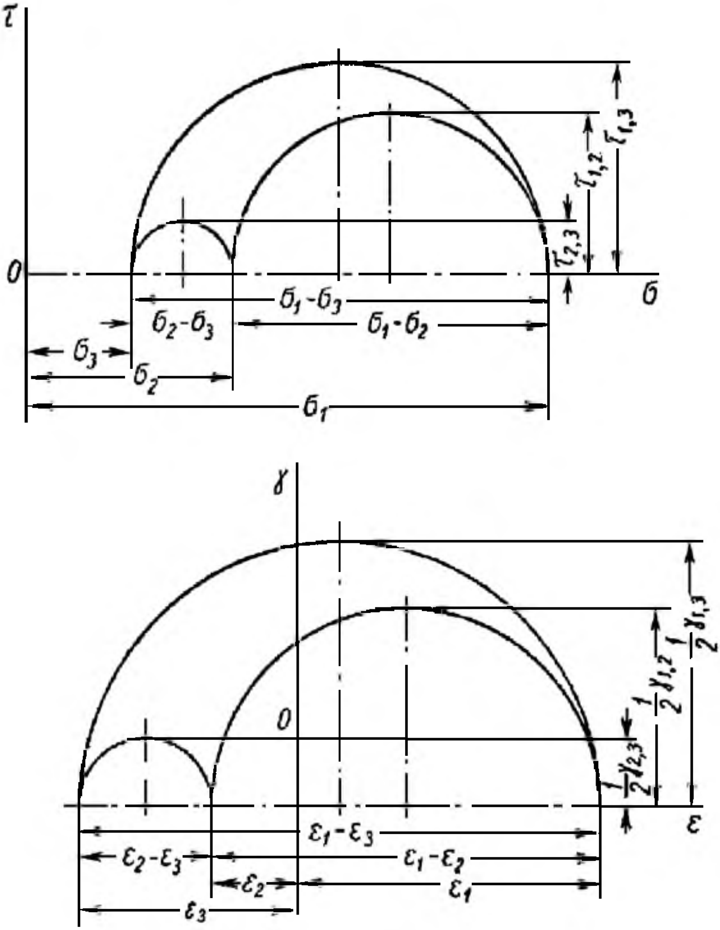
Пластик ҳолатда бўлган қандайдир нуқтанинг кучланиш ва деформацияси учун Мор диаграммалари қурамиз (46-расм).

Бу диаграммаларнинг ўхшашлиги ҳақидаги қоидани ҳисобга олиб, бевосита чизмадан ушбуни оламиз.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = 2G'$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_2 &= 2G'(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \qquad \tau_{12} = G'\gamma_{12} \\ \sigma_2 - \sigma_3 &= 2G'(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) \qquad \tau_{23} = G'\gamma_{23} \qquad (3.24а) \\ \sigma_3 - \sigma_1 &= 2G'(\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \qquad \tau_{31} = G'\gamma_{31} \end{aligned}$$

$2G'$ - пропорционаллик коэффициенти сифатида олинган. Унинг маъноси кейинроқ аниқланади.



46-расм. Пластик ҳолатда бўлган нуқтанинг кучланиш ва деформацияси учун Мор диаграммалари

Ўша диаграммаларнинг ўзидан ихтиёрий (бош бўлмаган) координат ўқларида олинган кучланишлар ва деформациялар учун нисбатларни ҳосил қилиш мумкин:

$$\sigma_X - \sigma_Y = 2G'(\varepsilon_X - \varepsilon_Y)$$

$$\sigma_Y - \sigma_Z = 2G'(\varepsilon_Y - \varepsilon_Z)$$

$$\sigma_Z - \sigma_X = 2G'(\varepsilon_Z - \varepsilon_X)$$

$$\tau_{XY} = G'\gamma_{XY}$$

$$\tau_{YZ} = G'\gamma_{YZ}$$

$$\tau_{ZX} = G'\gamma_{ZX} \qquad (3.24б)$$

шунингдек

$$\sigma_X - \sigma_{yp} = 2G'\varepsilon_X$$

$$\sigma_Y - \sigma_{yp} = 2G'\varepsilon_Y \qquad (3.24в)$$

$$\sigma_Z - \sigma_{yp} = 2G'\varepsilon_Z$$

Равшанки, (3.24в) тенгламаларда x, y, z индекслар 1,2,3 индекслар билан алмаштирилиши мумкин.

(3.24а) дан иккинчи тенгламани оламиз ва унда $-\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ алмаштириб ε_2 ни аниқлаймиз.

$$\sigma_2 - \sigma_3 = 2G'(2\varepsilon_2 + \varepsilon_1)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{(\sigma_2 - \sigma_3 - 2G'\varepsilon_1)}{4G'}$$

Топилган ε_2 қийматини (3.24а) ни биринчи тенгламасига қўйиб ушбуни оламиз:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2G'(\varepsilon_1 - \frac{(\sigma_2 - \sigma_3 - 2G'\varepsilon_1)}{4G'})$$

Бу тенгламани ε_1 га нисбатан ечамиз.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{3G'}[\sigma_1 - \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{2}] \qquad (3.25)$$

(3.24а) тенгламаларни бошқа бирикмалари билан ўхшаш тарзда муомала қилиб, ушбуни оламиз:

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{3G'}[\sigma_2 - \frac{(\sigma_3 + \sigma_1)}{2}]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{3G'}[\sigma_3 - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2}] \qquad (3.25)$$

$3G'$ ни E' орқали белгилаб узил-кесил оламиз

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E'}[\sigma_1 - \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{2}]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E'}[\sigma_2 - \frac{(\sigma_3 + \sigma_1)}{2}]$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E'}[\sigma_3 - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2}] \qquad (3.25а)$$

Биз (3.24б) тенгламалар билан худди шундай тарзда муомала қилиб, иҳтиёрий ўқлар бўйича деформациялар учун буткул шунақа ифодалар олган бўлар эдик, яъни (3.25) тенгламалардаги 1, 2, 3 индексларни x, y, z индекслар билан алмаштириш мумкин.

Пластик деформацияда жисм ҳажми ўзгармай қолгани сабабли ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$), (3.25.а) тенгламадаги 1/2 коэффициентлар кучланишлар йигиндисида Пуассон коэффициентидан иборат бўлади. Бу ердан келиб чиқадики, ε пластик деформациялар ифодаси эластик деформациялар учун ифодаларга бутунлай ўхшаш , фарқи фақат биринчи тур эластиклик модули Е' коэффициенти билан алмаштирилганида холос.

Бу коэффициент биринчи тур деформация модули (ёки пластиклик модули) номини олган.

Иккинчи тур эластиклик модули G модул Е билан маълумки ушбу нисбат орқали богланган:

$$G = \frac{1}{(2(1 + \mu_\rho))} E$$

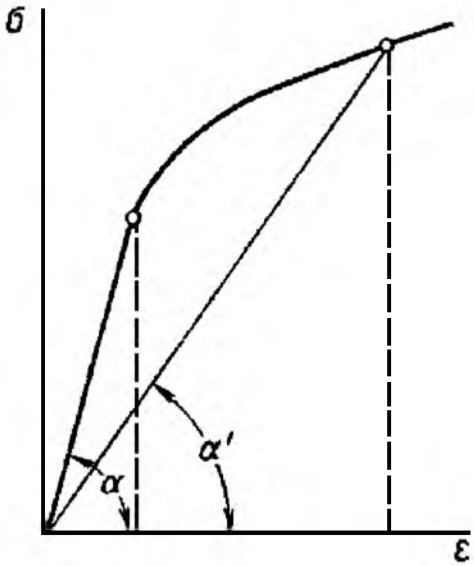
Пуассон коэффнциентини $\mu_\rho = 0{,}5$ олсак

$$G = \frac{E}{3}$$

(3.25) ва (3.25а) тенгламаларни таққослаб кўрамизки, пластик деформация бўлганда:

$$G' = \frac{E'}{3}$$

Шундай қилиб, G' – иккинчи турдаги деформация модулидир.



47-расм. Эластиклик ва деформация модуллари орсидаги боглиқликка оид схема.

Бир томондан E ва G эластиклик модуллари ва бошқа томонидан ва деформация модуллари E' ва G' орасидаги муҳим фарқ шундан иборатки, биринчилари моҳияти билан ўзгармас катталиклар – материалнинг доимийлари (константлари), иккинчилари эса, ҳар бири деформация жараённининг фақат бирорта қандайдир пайти учун ҳақиқий бўлган, ўзгарувчан турли қниматлар қабул қила оладнган, катталиклар ҳисобланади. 47-расмдан $E = tg\alpha$, $E' = tg\alpha'$ бунинг устига α' ўзгарувчанлиги кўринади. Бу ерда E' қийматини қуйидаги тарзда таърифлаш мумкин. Агар деформациянинг бошланишини ўзидан модул E' ушбу катталикга эга бўлса эди, у ҳолда жисм элементи берилган ε деформацияни олганда кучланиш катталиги E'_ε бўлар эди.

$\sigma_2 = \sigma_1$ бўлсин. Бу қийматни (3.25.а) биринчи ва иккинчи тенгламага қўйиб, ушбуни оламиз

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E'}[\sigma_1 - (\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2})]$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E'}[\sigma_2 - (\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2})] \qquad (3.25а)$$

Шундай қилиб, агар икки кучланиш ўзаро тенг бўлса, унда мос келувчи деформациялар ҳам тенг ва аксинча.

Агар ясси деформацияланган ҳолат бўлса, у ҳолда деформациялардан бири нолга тенг. $\varepsilon_2 = 0$ ни (3.25) охирги тенгламасига қўямиз; унда

$$\sigma_2 - (\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}) = 0 \qquad \text{ёки}$$

$$\sigma_2 = (\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2})$$

Илгари қабул қилинган қоида, ясси деформацияланган ҳолатда деформация бўлмаган йўналишдаги кучланиш, бошқа иккитасининг ярим йиғиндисига тенглиги энди исботланди.

Энди (3.25.) учинчи тенгламага $\sigma_2 = 0$ қўямиз, яъни ясси кучланган ҳолатни назарда тутамиз:

$$\varepsilon_2 = (-\frac{1}{E'})(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2})$$

Шундай қилиб, ясси кучланган ҳолатда кучланиш бўлмаган йўналишдаги деформация бошқа иккитасининг ярим йигиндисига, яъни ўртача кучланишга пропорционал.

Ниҳоят, (3.25) тенгламадан, агар деформация, унча мос келувчи кучланиш, бошқа иккитасини ярим йигиндисидан (алгебраик) катта бўлса, мусбат ишорага эга бўлиши кўринади.

Деформация назариясининг барча формулалари кучланишлар назариясининг мос келувчи формулаларига ўхшаш ёзилиши мумкинлиги илгари кўрсатилган эди. Бу қоидадан фойдаланамиз ва деформациялар учун, кучланишлар жадаллиги ёки умумлашган кучланиш σ_i га ўхшаш ифода келтирамиз:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \qquad (3.27)$$

σ_i - деформациялар жадаллиги ёки умумлашган деформация даражаси, қисқача - умумлашган деформациядан иборат бўлади.

Энди барча илгари келтирилган кучланишлар ва деформациялар богланиши тенгламаларини битта тенгламада умумлаштира оламиз:

$$\sigma_i = E'\varepsilon_i \qquad (3.28)$$

Бундан

$$E' = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \qquad (3.29)$$

Умумлашган деформация ε_i пластик шакл ўзгартиришда материалнинг мустахкамланнш даражасини аниқлайдн. $\sigma_i - \varepsilon_i$ эгри чизиқ тажриба маълумотларига асосланиб қурилиши мумкин.

3.7. Деформациянинг механик схемаси.

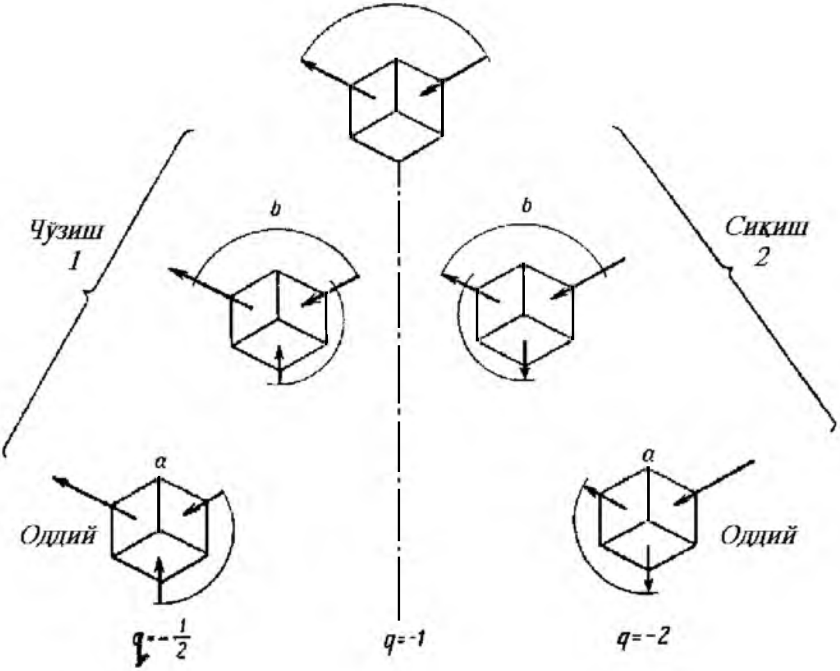
С.И. Губкин ишлаб чиққан, деформациянинг механик схемаси ҳақидаги тушунча, металларни босим билан ишлашда деформация жараёнларини таҳлил қилиш учун жуда катта аҳамиятга эга.

С.И. Губкиннинг деформацияни механик схемаси бош кучланишлар ҳамда бош деформациялар борлиги ва ишораси ҳақида график тасаввурни беради. У бош кучланишлар схемасини ва бош деформациялар схемасини йиғиндиси ҳисобланади.

Ҳажмнинг доимийлиги натижасида мутлоқ катталиги бўйича максимал бош деформация бошқа иккитасини тескари ишора билан олинган йигиндисига тенг. Шундай қилиб, деформациялардан бири, мутлоқ қиймати бўйича энг каттаси, доимо бошқа иккитасининг ишорасига қарама-қарши ишорага эга бўлади. Бундан келиб чиқадики, бош деформациялар схемалари кўриниши фақат учта бўлиши мумкин:

1) битта мусбат деформацияли ва бошқа иккитаси манфий схемалар ёки 2) битта манфий ва иккита мусбат ва ниҳоят 3) битта деформация нолга тенг ва иккита бошқаси, мутлоқ қиймати бўйича тенг ва ишораси бўйича қарама - қарши (ясси деформацияланган ҳолат).

Биринчи икки кўринишдаги схема ҳажмий схемадан иборат, учинчи - бош деформацияларнинг ясси схемасидир. Барча схемалар айни вақтда турли номли бўлади, чунки деформация ишоралари турлича (48-расм). Агар биз схемаларда бош деформацияларнинг фақат борлигини ва йўналишини эмас, балки уларнинг мумкин бўлган мутлоқ катталигини ҳам хисобга оладиган бўлсак ва $\frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}} = q$, белгиласак, унда ясси схема учун $q = -1$, битта мусбат бош деформация билан ҳажмий схема учун $\frac{1}{2} \ge q \succ -1$, бнтта манфий деформация билан хажмий схема учун $1 \succ q \ge -2$ (48-расмга қаранг).



48-расм. Бош деформациялар схемаси.

Бош деформациялар схемаларини бошқача таснифлаш мумкин. Г.А. Смирнов -Аляев бу схемаларни қуйидаги турларга ажратади (48-расм): «чўзилиш», «силжиш» ва «сиқилиш».

Чўзилишда учта бош ўқдан биттаси бўйлаб деформация мусбат (узайиш), бошқа иккита бош ўқлар бўйлаб эса - деформациялар манфий (қисқариш). Чўзилишнинг хусусий ҳоли манфий деформациялар ўзаро тенг бўлган ***оддий чўзилиш*** бўлади.

Силжишда (ясси деформация) икки бош ўқларнинг ҳар бири бўйлаб деформациялар мутлоқ қиймати бўйича тенг ва ишораси бўйича қарама -қарши (узайиш ва қисқариш), учиичи бош ўқ бўйлаб эса деформация бўлмайди (нолга тенг).

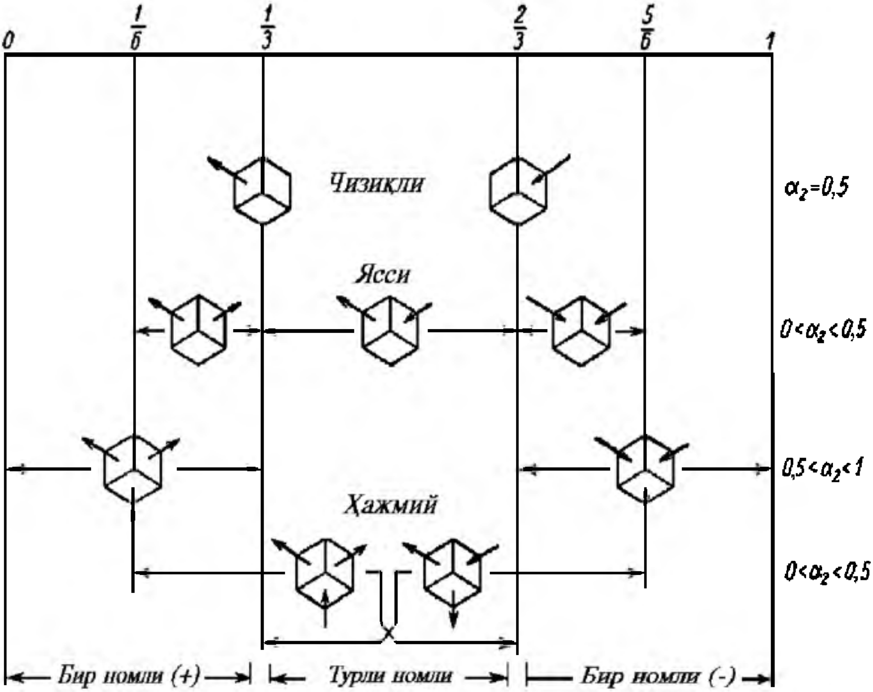
Сиқилишда учта бош ўқдан биттаси бўйлаб деформация манфий (қисқариш), бошқа иккита бош ўқлар бўйлаб эса-деформациялар мусбат (узайиш). Сиқилишнинг хусусий ҳоли мусбат деформациялар ўзаро тенг бўлган ***оддий сиқилиш*** бўлади.

Бош кучланишлар схемалар векторлар сонидан келиб чиқиб: чизиқли (битта вектор) - чизиқли кучланган ҳолат; ясси (иккита вектор) - ясси кучланган ҳолат ва ҳажмий (учта вектор) - ҳажмий кучланган ҳолат бўлиши мумкин. Бунда чизиқли схемалар иккита мусбат (чўзувчи) ёки манфий (сиқувчи) кучланиш билан бўлади. Ясси ва ҳажмий схемалар бундан ташқари бир хил номли ва турли номли бўлиши мумкин. Бир хил номли схемаларда барча кучланишлар бир хил ишорали бўлади. Демак, номи бир хил бўлган икки турдаги ясси схема (иккита сиқувчи ёки иккита чўзувчи кучланишли) ва номи бир хил бўлган икки турдаги ҳажмий схема (учта чўзувчи кучланишли - ҳар томонлама чўзилиш ёки учта сиқувчи кучланишли_- ҳар томонлама сиқилиш) бўлиши мумкин.

Эслатиб ўтамиз, пластик шакл ўзгартиришда учта кучланишнинг тенглиги, яъни бир текис ҳар томонлама чўзилиш ёки бир текис хар томонлама сиқилиш бўлиши мумкин эмас.

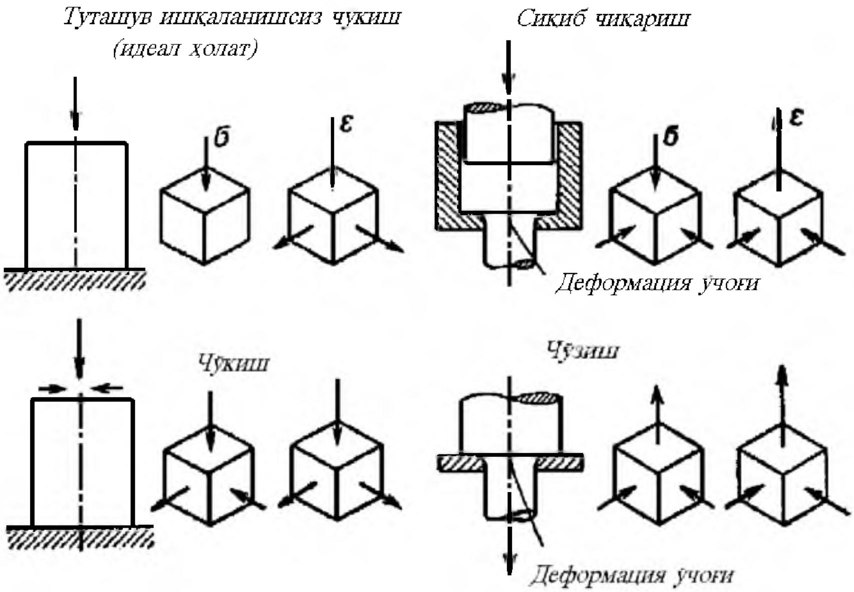
Номи турлича схемалар: ясси фақат битта турда, ҳажмий эса иккита (иккита мусбат кучланиш ва битта манфий ёки тескариси) бўлиши мумкин. Шундай қилиб, иккита чизиқли схема, учта турдаги ясси ва тўртта ҳажмий схемага, жами тўққизта кўриниш (тур) бош кучланишлар схемасига эга бўламиз (49-расм).

Ясси ва ҳажмий схемаларда кучланиш катталиклари ўртасидаги нисбатлар турлича бўлиши тушунарли. Деформациянинг механик схемасини олиш учун етти турдаги бош кучланишларнинг ясси ва ҳажмий схемаларидан ҳар бирини уч турдаги бош деформациялар схемаларини ҳар бири билан бирга қўшиш мумкин. Бу механик схемаларни 21 хилини беради. Битта бўш чўзувчи кучланишли чизиқли схема фақат, битта мусбат ва иккита ўзаро тенг манфий деформацияга эга бош деформациялар ҳажмий схемаси билан қўшилади битта сиқувчи кучланишли чизиқли схема эса битта манфий ва иккита ўзаро тенг мусбат деформацияга эга бўлган, деформация схемаси билан қўшилади.



49-расм. Бош кучланишлар схемаси.

Шундай қилиб деформациянинг механик схемаларини мумкин бўлган (кўринишлари) хиллари умумий сони 23 та бўлиши мумкин. Деформациянинг механик схемалари таъсир этаётган кучлар схемасини акс эттиради ва шакл ўзгариши хусусиятини аниқлайди.



50-расм. Деформациянинг механик схемалари.

«Деформация жараёнлари, агар улар айни бир хил схемага эга бўлсалар таққосланади. Демак, деформациянинг турли жараёнларини уларнинг механик схемалари бўйича таснифлаш мумкин». Бундан кейин, металларни босим билан ишлаш операцияларини кўриб чиқишда, биз уларни таърифлаш учун С.И. Губкин таклиф этган деформациянинг механик схемаларидан фойдаланамиз. Ҳозир, мисол учун, 50-расмда бир нечта элементар схема келтирилган. 50 - расмдан кўриниб турибдики, келтирилган таснифлашдан келиб чиқиб натижалари ва бош деформациялар схемалари бўйича бир хил жараёнлар бош кучланишларнинг турли схемалари (сиқиб чиқариш ва толалаш (волочение)) га эга бўлиши ва аксинча бош кучланишларнинг бир хил схемаларида, деформация хусусиятлари турлича бўлиши мумкин (чўкиш ва сиқиб чиқариш).

Бош деформациялар схемаларини кўриб чиқиш металлнинг деформациялашда физико - механик хоссаларини ўзгариши ҳақида фикр юритиш (ўйлаб кўриш) имкониятини беради. Масалан, бир текис тола олиш битта мусбат деформация ва иккита катталиги бўйича тенг манфий деформацияли бош деформациялар схемасида осон эришилади.

Шу схеманинг ўзида энг жадал текстура ҳосил бўлиши ва мустахкамланиш кечади. (48-расм 1а схемага қаранг).

1а схемадан 1в, 2 ва 3в схемалар орқали 3а схемага ўтишда манзара кескин ўзгаради. 3а схемада тола, масалан, бош кучланишларнинг икки мусбат йўналишида ҳосил бўлишга интилади, бунинг натижасида дона манфий деформация йўналишида мисоли пачоқланади. Қўшилмалар эса мусбат деформациялар йўналишида ёйилиб кетади, бу механик сифатга ёмон таъсир кўрсатади.

3.8. Пластик деформациянинг асосий қонунлари.

Илгари баён қилинганларда пластик деформациянинг иккита қонуни белгилаб бўлинган эди: ҳажмнинг доимийлик қонуни ва пластик шакл ўзгартиришда эластик деформация борлиги қонуни.

Энди металларни босим билан ишлаш жараёнларини таҳлил этишда шунингдек зарур бўлган пластик деформациянинг, бошқа қонунларини баён этамиз, чунончи: ўхшашлик қонуни, энг кам қаршилик қонуни ва қўшимча кучланишлар қонуни.

Ўхшашлик қонуни.

Қатор тадқиқотчиларнинг ишларида ўрнатилган ва аниқлаштирилган (В.Л. Кирпичов, 1874 й., П. Кик, 1879 й., Н.Н. Давиденков, 1943 й., С.И. Губкин ва бошқалар) ўхшашлик қонунини металларни босим билан ишлаш жараёнларига тадбиқ қилганда шундай ифодалаш мумкин:

Турлича ўлчамларга эга бўлган, икки геометрик ўхшаш жисмни ўхшаш шароитларда шартларда пластик деформацияланган ҳолда, солиштирма оқиш босимлари ўзаро тенг деформацняловчп кучлар нпсбатн чизиқли ўлчамлар нисбатини квадратига, шакл ўзгаришга сарфланадиган ишлар нисбати эса чизиқли ўлчамлар нисбатининг кубига тенг бўлади.

Солиштирма оқиш босими ёки солиштирма деформациялашга қаршилик дегаида, деформациялаш учун зарурий фаол кучнинг асбоб воситасида бу кучни бевосита таъсирига дучор қилинган металл сиртини проекцияси майдонига нисбатини тушунамиз; проекция фаол куч йўналишнга нормал бўлган текисликка олинади.

Ўхшашлик қонуни улкан аҳамиятга эга, чункн унга асосланиб, (намунани) «модел»ни синаш бўйича «натура» асл нусҳани деформациялаш учун тегишли бўлган параметрларни аниқлаш мумкин.

Ўхшашлик қонуни А.А. Ильюшин томонидан умумий кўринишда математик исботланган.

Жисмларнинг геометрик ўхшашлиги ҳақидаги ҳаммага маълум тушунчани изоҳлаб ўтирмасдан, уларнинг деформация шароитларини талаб қилинган ўхшашлиги нимада ифодаланишини ойдинлаштириб оламиз. Бунинг учун даставвал қуйидагилар зарур.

1. Жисмлар бир хил кимёвий таркиб, микро -ва макроструктура, фазовий ҳолат ва механик хоссаларга эга бўлиши зарур.

2. Жисмларнинг деформациялаш бошланишидаги температураси бир хил бўлиши керак.

3. Умумлашган деформациялар ε_i бир хил бўлишлари лозим (бир хил мустаҳкамланиш).

4. Асбоб ва металлнинг туташувчи юзалари ўртасидаги ишқаланиш коэффициентлари бир хил бўлиши керак.

Бироқ, амалиёт ва тажрибалардан маълумки, геометрик ўхшаш жисмларни иссиқ деформациясида бир хил материалдан айни бир бошланғич температурасида жисм ўлчамлари катталашиши билан солиштирма оқиш босими пасаяди, зарурий деформацияловчи кучлар эса ўхшашлик қонуни бўйича керакли бўлганча қараганда камроқ даражада ўсади.

Шундай ҳодиса совуқ деформация шароитларида деформацияловчи асбобнинг катта тезликларида ҳам кузатилади.

Бу ҳодисалар ҳаммадан олдин шу билан тушунтирилиши мумкинки, бир хил бошлангич температура, деформация жараёнининг ўзида бир хил температура ва уларнинг айнан ўхшаш тақсимланишини таъминламайди, чункн деформациялнаётган жисм ва атроф муҳит хусусан асбоб ўртасида иссиқлик алмашинуви содир бўлади.

Катта ўлчамли жисмга геометрик ўхшаган кичик ўлчамли жисмда, сиртииг ҳажмга иисбати катта бўлади, демак, бошқа тенг шароитларда иссиқлик бериш ҳам катта бўлади ва деформация жараёнида, бошқа тенг шароитларда температура кам бўлади, бу солиштирма босимни ошишига олиб келиши лозим. Бу бошлангич температуралар тенглиги шарти етарли эмаслигини исботлайди.

Н.М. Золотухин кўрсатадики, температуранинг айнан ўхшаш тақсимланиши учун қўшимча яна иккита шарт зарур, чунончи:

1) моделни ва асл нусҳани эркин ва туташув юзаларидан иссиқлик бериш коэффициентлари нисбати уларнинг чизиқли ўлчамларига тескари пропорционал бўлиши керак;

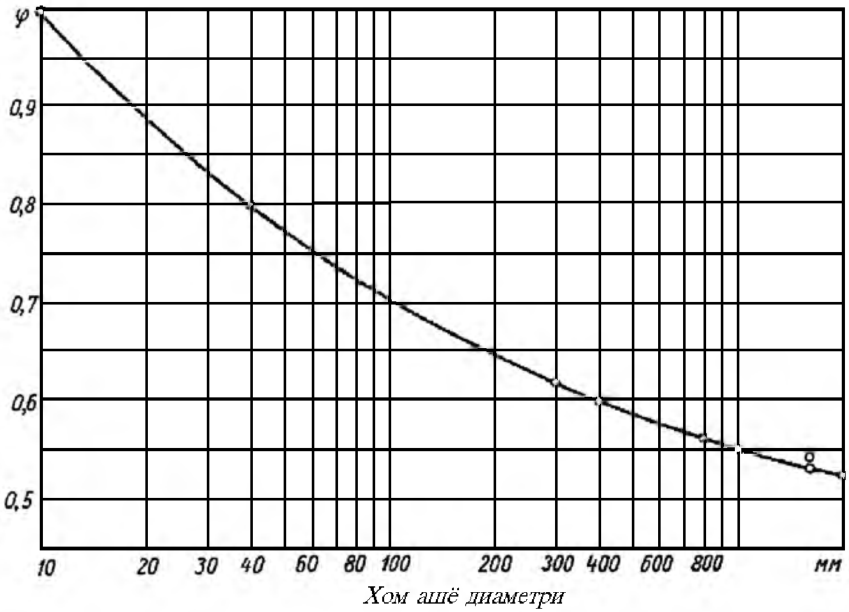
2) деформацияланиш тезликлари ҳам уларнинг чизиқли ўлчамларига тескари пропорционал бўлиши керак.

Охирги шартга риоя қилиш моделни (кичик жисмни) деформация тезлигини асл нусҳани (катта жисмни) деформация тезлиги билан таққослаганда анча оширишни келтириб чиқаради. Айни пайтда, илгари кўрсатиб ўтилганидек, деформация тезлигини ошириш, деформациялашга қаршиликни ошишини келтириб чиқаради.

Шунинг учун, бундан ташқари, деформациялаш тезлигини модел материалининг деформацияга қаршилигига таъсирини ҳам ҳпсобга олиш зарур.

Яна шуни эсда тутиш керакки, зонал макроструктура, чекка ва ўқ зоналари ҳар хил механик сифатга эга бўлган қуймаларни деформация жараёнларини моделлашда кичик ўлчамли ўхшаш намуна тайёрлаш имконияти бўлмайди. «Ўхшаш шароитлар» ни яратнш ниҳоятда қийинлигига қарамай, ўхшашлик қонунини ҳатто улар бузилганда ҳам, демак олинадиган натижаларнинг аниқлигини пасайиши ҳисобига, барибир ишлатишга тўғри келади.

Гап шундаки, солиштирма деформацияга қаршиликлар, деформацияловчи кучлар ва ишларнинг барча ифодаларига оқувчанлик чегараси σ_s асосий константа сифатида киради. Оқувчанлик чегарасини аниқлаш эса лаборатория шароитларида кичик иамуиаларда ўтказилади. Шундай қилиб, иссиқ деформация ва катта тезликларда амалга ошириладиган совуқ деформация учун лаборатория шароитларида аниқланган оқувчанлик чегараси, амалий шароитларда деформацияланадиган заготовкалар учун оширилган қийматга эга бўлади.



51-расм. φ қийматлари графиги.

Бу бирдан кичик бўлган, айтилишича «масштаб ёки ҳажмий омил (фактор)» ни ҳисобга олувчи тузатиш коэффициенти киритишга мажбур қилади.

Бироқ, ҳажм ошиши билан деформациялашга қаршиликни камайиши, ҳажмнинг ўзини геометрик омил сифатидаги таъсиридан эмас, балки ҳажмнинг ўзгариши муносабати билан ўхшаш деформация шароитларини бузилишидан келиб чиқади, хусусан, структурага нисбатан, ички нуқсонлар борлиги, иссиқлик узатиш катталикларининг турлича эканлиги, температурани ҳар хил тақсимланиши ва шунга ўхшашларга нисбатан олганда. Масштаб коэффициентига нисбатан ишончли маълумотлар ҳозирча йўқ, баъзи унинг учун таклиф этилган ифодалардан, уларнинг таркибига аниқлаш қийин доимий катталиклар киргани сабабли, амалиётда фойдаланиб бўлмайди.

Ҳозирча С. Г. Головановнинг эмпирик формуласи жуда катта эътиборга лойиқ. Бироқ у, иссиқ чўктириш операциясида солиштирма босим, деформацияловчи кучлар ва ишларнинг ҳисобланган қийматларига фақат тузатншлар кирнтиш учун яроқли.

С.Г. Голованов формуласи қуйидаги кўринишга эга:

$$\varphi = [\sqrt[3]{a} + \mu(1 - \sqrt[3]{a})]^{\eta} \qquad (3.34)$$

бу ерда: a - намунанинг чизиқли ўлчамларини поковка ўлчамларига нисбати (намуна диаметри 10 мм деб қабул қилинади); μ - ишқаланиш коэффициенти; η - тоза металлар учун 0,85-0,90; қотишмалар учун 0,75-0,85 (С.И. Губкин бўйича).

51-расмда $\mu = 0{,}3$ ва $\eta = 0{,}75$ бўлганда φ қийматлари графиги берилган. Чўктиришнинг зарурий солиштирма босимини, деформацияловчи кучини ва ишини аниқлаш формулаларида φ коэффициентини ишлатиш, уларга кирувчи σ_s катталигини $\varphi\sigma_s$ кўпайтма билан алмаштиришдан иборат бўлади.

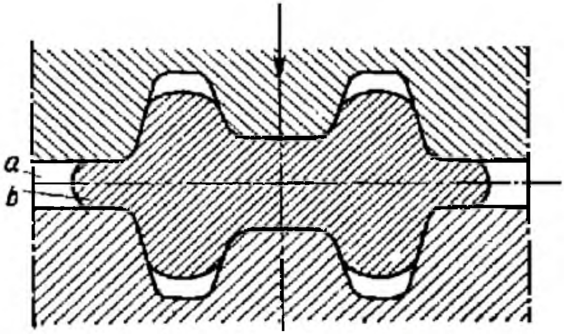
Графикдан кўринадикн, поковкаларнинг катта ўлчамларида φ тузатиш муҳим аҳамиятга эга.

Энг кам қаршилик қонуни.

Г. Треск (1865 йил) пластик деформацияга қўллаш учун айтиб ўтган энг кам қаршилик қонуни, ҳозирги пайтда С.И. Губкин томонидан қуйидаги тарзда ифодаланади:

«Деформацияланувчи жисм нуқталарининг турли йўналпшларда силжиш имконияти бўлган ҳолда, деформацияланаётган жисмнинг ҳар бир нуқтаси энг кам қаршилик йўналишида силжийди».

Энг кам қаршилик қонунининг тўгридан-тўгри оқибати бўлиб, масалан, очиқ штампларда штамповкалашда милк (заусенец) ҳосил бўлиши ҳисобланади. Металл (52-расм) штамиовкаиинг дастлабки даврида штамп шакли чегарасидан ташқарига, юқориги ва пастки штамп орасидаги тирқиш томонга оқиб чиқа бошлайди. Штамп элементлари бўшлигини тўлдириш эса, агар металлни заусенец *b* даги оқишга қаршилиги бўшлиқнинг у ёки бошқа жойларидаги оқишга қаршиликдан катта бўлганида мумкин бўлади. Металлни заусенецга оқишига қаршилик юқориги штампни ҳаракати жараёнида унинг қалинлиги камайиши билан ортиб боради ва бу пировард натижада бўшлиқнинг ҳамма элементларини тўлишини таъминлайди.



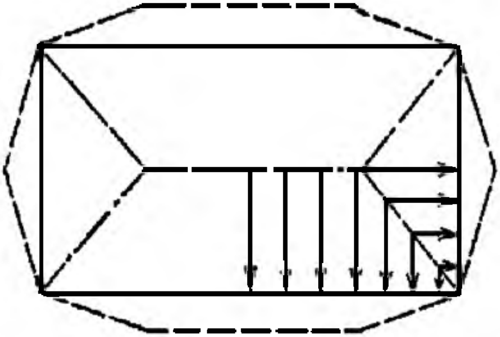
52-расм. Штамповкалашнинг дастлабки даври.

Энг кам қаршилик қонунини амалий қўллаш учун, траекторияда жойлашган нуқталарнинг энг кам оқишга қаршилик бўладиган йўналпшинн бплнш керак.

Туташпш текисликлари бўйича ишқаланиш мавжуд бўлган, параллел плиталар (бойкалар) ўртасндагп прпзматнк ва цилиндрик жисмларни чўктириш (сиқилиш) ҳолати учун бу траекториялар А.Ф. Головин ифодалаб берган қоида билан аниқланади; жисмнинг ҳар қандай нуқтасини ташқи кучлар таъсирига перпендикуляр текисликда силжиши, кесим периметрига нормал бўйича содир бўлади. Шунга ўхшаш қоидани Э. Зибел айтган.

Максимал охирги деформацияни жисм энг кўп нуқталар миқдори суриладиган йўналишларда олишини қўшиб қўйинш керак.

Асоси тўғри бурчакли призма чўктирнлаётган бўлсин, унинг, текислиги таъсир этаётган куч йўналишига нормал қандайдир кесими 53-расмда келтирилган. Нуқталарнинг кесим периметрига энг яқин нормал бўйича силжиш қоидасига асосан, тўғри бурчакни иккита учбурчак ва иккита трапецияга (53-расмда штрих-пунктир) чизиқлар билан ажратиш мумкин. Бу чизиқлар чегара чизиқлари ёки оқишни ажратиш чизиқлари бўлади, чунки бу чизиқларда ётувчи ҳар бир нуқтадан иккала томонга кесим периметрига нормалларнинг узунлиги бир ҳил бўлади. Нуқталарнинг ҳаракат йўналиши 53-расмда стрелкалар билан кўрсатилган.



53-расм. Тўғри бурчакли призмани чўктириш схемаси.

Жисмнинг ушбу кесимда, оқиш йўналишида, жойлашган нуқталари сонини ҳисобга олиб, қандайдир чўкишдан кейинги кесим 53-расмда пунктир чизиқлар билан кўрсатилган кўриниш олади деб тахмин қилиш мумкин. Бизнинг мисолимизда кўрилаётган жисмнинг чўкиш даражаси ошиши билан унинг кўндаланг кесимлари периметри эллипсга интилади, эллипс эса кейинчалик донрага айланадн, шундан сўнг нуқталар ҳаракати радиус бўйлаб содир бўлади.

Жисм кўндаланг кесимлари шаклининг чўкишда бундай ўзгариш қонуниятини С.Зоббе (1808 й.) аллақачон пайқаган эди. У энг кичик периметр қоидасини айтган. Бу қоидани шундай ифодалаш мумкин: призматик ёки цилиндрик жисмнинг кўндаланг кесимини ҳар қандай шакли, унинг пластик ҳолатида чўктиришда, туташув ишқаланиш билан бўлганда, ушбу юзада энг кичик периметрга эга бўлган шаклни олишга интилади, яъни охирида доирага интилади.

Энг кичик периметр қоидаси қатор тадқиқотчилар: А.Ф. Головин, С.И. Губкин ва Е.М.Савицкий, Л.А. Шофман ва бошқалар томонидан, айниқса охирги вақтда қайта-қайта синчиклаб тажриба текширишларидан ўтказилган. Бу қоида А.Ф. Головин томонидан шунингдек назарий тасдиқланган.

Равшанки, энг қисқа нормал бўйича оқиш қоидаси сингари, энг кичик периметр қоидаси ҳам энг кам қаршилик қонунининг оқибати ҳисобланади.

Энг кам қаршилик қонунини назарий тадқиқотларда ва амалий масалаларни ечишда ҳисобга олиш лозим. Масалан, режада думалоқ поковкани чўктириб штамплашни, кўп ҳолларда, квадрат кўндаланг кесимли заготовкадан фойдаланнб амалга ошириш мумкин.

Деформациялар нотекислиги ва қўшимча кучланишлар қонуни.

Илгари ойдинлаштириб олинганидек, нуқтанинг кучланган ҳолати батамом кучланишлар тензори билан аниқланади. Жисмнинг бир нуқтасидан бошқа нуқтасига ўтганда эса, умумий ҳолда, кучланиш тензори компонентлари (таркибий қисмлари) ўзгаради; бош ўқлар йўналиши ҳам ўзгаради. Жисмнинг кучланган ҳолатини очиб кўрсатиш учун унинг ҳар бир нуқтасининг кучланган ҳолатини билиш зарур. Шундай қилиб, жисмнинг кучланган ҳолати кучланишлар тензори билан эмас, балки кучланишлар тензор майдони билан аниқланади, бошқача айтганда, кучланишларнинг тақсимланишини билиш керак.

Алоҳида хусусий ҳолларда жисмнинг барча нуқталари битта кучланиш тензорининг ўзи билан тавсифланадиган бир хил кучланган ҳолатга эга бўлади. Бунга мисол, намунани чизиқли чўзишда, бўйин ҳосил бўлиши бошланиш пайтигача, намунанинг ҳар бир нуқтасидаги (қисилган жойлардан узоқдаги) кучланиш бир хил бўлади, намунанинг кучланган ҳолати бир хил бўлади; деформация ҳам бир хил бўлади. Бир хил деформация, умумий ҳолда, силжиш компонентлари U_X, U_Y ва U_Z координатлар *чизиқли* функцияси ҳисобланиши ва жисмнинг барча нуқталари учун ҳар қандай йўналишдаги нисбий деформациялар ε бир хил бўлиши билан таърифланади. Текисликлар ва тўгри чизиқлар деформация даврида ва ундан кейин текислик ва тўгри чизиқлигича қолади; жисмда ажратилган шар эллипсоидга айланади; геометрик ўхшаш ва бир хил жойлашган элементлар деформация жараёнида бузилади, шунга қарамай геометрик ўхшашлигича қолади.

Металларни босим билан ишлаш жараёнларида, пластик деформациялашда, баъзи бир масалаларни назарий ечишда текисликлар ва тўгри чизиқлар деформацияда ҳам шундайлигини қолади деб шартли йўл қўйилса ҳам, бир турдаги деформация амалий бўлмайди.

Металларни босим билан ишлаш жараёнларида пластик деформациялашда, қоида тарзида, жисм кучланган ҳолатини нотекислиги бўлади. Бу масала қатор тадқиқотчилар томонидан ўрганилган, улардан биринчи навбатда И.М. Павлов, С.И. Губкин ва Н.И. Корнеевни эслаш лозим.

Деформациянинг нотекислиги муносабати билан пластик деформацияланадиган жисмни алоҳида қатлам ва элементлари, ўлчамларни турлича ўзгаришига пнтилади. Айни пайтда, жисмнинг алоҳида қатлам ва элементлари ўз ўлчамларини, қўшни қатлам ва элементларга таъсир кўрсатмай, мустақил ўзгартира олмайдилар. «Шунинг учун, ўлчамларини (қандайдир) ўрта қийматга қараганда катта ўзгартиришга интилувчи қатламлар, ўлчамларни кам ўзгартиришга пнтилувчи қатлам ва элементларга, ўлчамлар ўзгаришини кўпайтирадиган ишорали кучлар узатадилар. Ўлчамларни кам ўзгартнрпшга ннтилувчи қатлаш ва элементлар, ўлчамларини кўп ўзгартиришга пнтилувчи қатлам ва элементларга, ўлчамларни ўзгаришини камайтирувчи ишорали кучлар узатадилар» (С.И. Губкин).

Натижада, жисмда ўзаро мувозанатловчи кучланишлар келиб чиқади, улар контурдаги шартлар ва мувозанат тенгламалари билан тасвирланиши мумкин эмас, яъни улар ташқи кучларга мос келувчи кучланган ҳолат схемаси билан аниқланмайдилар.

Бу ўзаро мувозанатланувчи кучланишларни С.И. Губкин «қўшимча» деб атаган ва кучланган ҳолатнинг нотекислиги қоида тарзида мавжудлигини ҳисобга олиб, С.И. Губкин «қўшимча кучланишлар қонуни» ни ифодалаб берган.

«Ҳар қандай пластик шакл ўзгаришида жисмнинг ўлчамларни катта ўзгаришига интилувчи қатлам ва элементларида, ишораси ўлчамларнинг камайишига жавоб берадиган, қўшимча кучланишлар вужудга келади, жисмнинг ўлчамларни кичик ўзгаришига интилувчи қатлаш ва элементларига эса, ишораси ўлчамларнинг катталашишига жавоб берадиган қўшимча кучланишлар вужудга келади».

Қўшимча кучланишлар учта турда бўлиши мумкин:

а) жисмнинг алоҳида қатламлари ўртасида мувозанатлашадиган 1-турдаги қўшимча кучланишлар;

б) алоҳида кристаллитлар ўртасида мувозанатлашадиган 2-турдаги қўшимча кучланишлар;

в) кристаллитларнинг алоҳида элементлари ўртасида мувозанатлашадиган 3-турдаги қўшимча кучланишлар.

Деформацияланаётган жисмда пайдо бўлаётган қўшимча кучланишлар:

а) юкланиш олингандан сўнг «қолдик кучланишлар» кўринишда жисмда қолиши мумкин. Бу металлни пластик хусусиятинн камайиши, кимёвий бардошини пасайиши, тоб ташлашини, қийшайишини келтириб чиқариши мумкин;

б) улар пайдо бўлган қатлам ва элементлардаги пластик деформация ҳисобига, С.И. Губкин ибораси билан айтганда қўшимча силжиш ҳисобига олиниши мумкин;

в) жисмнинг алоҳида қатлам ва элементларида бир бутунликни (яхлитликни) бузилиши ҳисобига олиниши мумкин, яъни микро- ва макродарзлар келтириб чиқаради, бу босим билан ишлаб олинаётган заготовкаларда брак (яроқсиз маҳсулот) келтириб чиқаради.

Деформациялаш жараёнида қўшимча кучланишлар пайдо бўлиши, металларни босим билан ишлаш учун ноқулай бўлган қуйидаги:

а) деформациялашга қаршиликни ошиши;

б) пластикликни пасайиши;

в) жисмда контурдаги шартлар ва мувозанат шартларидан келиб чиққан, кучланишлар тақсимланишининг кўринишини (манзарасини) бузилиши каби оқибатларга олиб келади.

Кучланган ҳолат нотекислиги умумий ҳол ҳисоблангани, бир хил деформация эса хусусий ҳол бўлгани учун ҳам, кучланган ҳолат нотекислигини келтириб чиқарадиган сабаблар ҳақида гапириш қийин. Бироқ, деформациялар нотекислигини камайтириш учун, деформация жараёнига таъсир кўрсатиши мумкин бўлган омилларни ҳисобга олиш керак. Бу омиллар қуйидагилар:

1. Туташув ишқаланиши, яъни ишлов берилаётган заготовка ва деформацияланаётган асбобнинг туташув юзаларидаги ишқаланиш. Ишқаланиш қатор ҳолларда нотекис кучланган ҳолат яратади, бошқа ҳолларда эса нотекислик даражасини оширади. Масалан, туташув ишқаланишисиз чўктириш операциясида биз бир хил деформацияга эга бўлар эдик, туташув ишқаланиши натижасида эса деформациянинг бир хиллиги бузилади. Шунинг учун босувчи асбоб юзасига алоҳида синчиклаб ишлов бериш талаб қилинади, мойлашни қўллаш эса доимо яхши таъсир кўрсатади.

2. Бошлангич <u>заготовка</u> шакли ва <u>поковка</u>нинг талаб қилинган шакли. Поковка қолганлик мураккаб бўлса, у шунчалик кўпроқ бошлангичдан фарқ қилади, деформациялаш жараёнида кучланган ҳолатнинг нотекислиги ҳам шунчалик катта бўлади. Шунинг учун штамповкалашда оралиқ (хомаки тайёрлаш) операцияларини қўллаш зарур. Бу шакл ўзгариши дастлабки заготовка шаклини тайёр поковка шаклига аста-секин яқинлашиб келишини амалга ошириш учун керак.

3. Ушбу операция учун ишлатилаётган асбоб шакли. Масалан, ясси бойкаларда думалоқ заготовкани чўзишда кучланган ҳолат нотекислиги кесма ўйилган бойкаларда чўзишга қараганда кўп бўлади.

4. Деформация жараёнида ишлов берилаётган металл хоссаларининг бир хил эмаслик даражаси. Металл (деформацияланаётган жисм) ҳамма нуқталари бўйича қанчалик бир хил бўлса, ишлов бериш жараёнида қўшимча кучланишлар шунчалик кам пайдо бўлади. Бундан келиб чиқадики, ишлов беришни металлнинг температурасинн макспмал бир текислигида, агар мумкин бўлса уни бир хил ҳолатида, тўлиқ рекристалли-

зация шароитларида (агар ишлов бериш қиздириш билан ўтказилса), доналарнинг минимал катталигида (доналар ўсишининг критик температурасидан паст) ва шунча ўхшаш шароитларда ўтказиш керак.

Пластик деформациялашда туташув ишқаланиши.

Металларни босим билан ишлашнинг кўпчилик операциялари ишлов берилаётган металлни эзувчи асбоб билан деформация манбаида туташуви шароитларида амалга оширилади. Бунда деформацияланаётган металл асбоб сирти бўйлаб сирпанишга интилади. Бунинг натижасида бу сирпанишни қийинлаштирадиган туташув ишқаланиши кучлари пайдо бўлади.

Пластик деформациялашдаги ишқаланиш машина жуфтликларидаги сирпаниб ишқаланишдан жиддий фарқ қилади.

Машина жуфтликларнда туташувчи юзалар ўртасидаги солиштирма босим нисбатан кам ва юзалар эластик деформацияланган ҳолатда бўлади. Пластик деформациялашда асбоб юзаси эластик деформацияланади, ишланаётган жисм эса пластик деформацияланади, унинг юзаси эзилишга учрайди ва асбоб юзасининг шаклини олишга интилади. Натижада иккинчи ҳолда ҳақиқий туташув юзаси (майдони) катта бўлади. Бу юқори солиштирма босим бўлганда сезиларли молекуляр илашиш кучларини келтириб чиқариши мумкин. Машина жуфтликларида ейилиш маҳсулотларининг механик ажралиши билан ейилиш ва ишқаланувчи юзаларни сийқаланиши рўй беради.

Пластик деформациялашда деформацияланувчи жисм туташув юзасини узлуксиз «янгиланиши» асосий аҳамиятга эга бўлади, чунки деформация жараёнида бу юзага ичкаридан металлнинг янги доналари узлуксиз чиқиб туради.

Кўрсатилган вазиятлар, пластик деформациялашда ишқаланиш, моҳияти бўйича Кулон қонуни $R = \mu N$ билан аниқланиши мумкин эмаслигини айтиб турибди. Бироқ ҳодисани етарли ўрганилмагани муносабати билан, металларни босим билан ишлаш операцияларини таҳлил қилишда, бу қонундан фойдаланишга йўл қўйилади, аммо ишқаланиш коэффициенти μ , пластик деформациянинг шароитлари учун тажриба йўли билан маҳсус аниқланади. Машина жуфтликларидаги ишқаланиш шароитлари учун аниқланган ишқаланиш коэффициентлари, пластик деформацияда туташув ишқаланиш кучларини аниқлаш учун сира ҳам яроқли эмас. Умумий, тахминий қоида тарзида айтиш мумкинки, пластик деформацияда ишқаланиш коэффициентининг қиймати, одатдаги сирпаниб ишқаланишдагига қараганда катта бўлади.

Пластик деформациялашдаги туташув ишқаланиш коэффициенти қийматига қатор омиллар таъсир қилади. Булар қаторига: эзувчи асбоб юзасининг ҳолати, ишлов берилаётган жисм юзасининг ҳолати, ишланаётган қотишманинг кимёвий таркиби, деформация температураси, деформациялаш тезлиги киради.

Ишчи асбоб юзасининг ҳолати туташув ишқаланиши коэффициенти қийматига таъсир кўрсатувчи асосий омил ҳисобланади. Тушунарлики, асбоб юзасининг ишлов бериш сифати қанчалик юқори бўлса, бошқа тенг (баробар) шароитларда ишқаланиш коэффициентининг қиймати шунчалик кам бўлади. Ишлов беришнинг таъсири шунчалик аҳамиятлики, ишқаланиш коэффициенти металлнинг ишлов бериш йўналишнга нисбатан, сирпаниш йўналишига боглиқ ҳолда, турли қийматга эга бўлади. И.П. Павлов тадқиқот қилган бу факт «ишқаланиш анизотропияси» деб аталган. Ҳатто асбобни икки марта шлифовкалаб ишлов берилганда ва сурков мойи бўлганда, ишлов бериш йўналишига кўндаланг ишқаланиш коэффициенти, ишлов бериш йўналиши бўйлаб ишқаланиш коэффициентидан, тахминан 20 % кўп. Сурков мойи бўлмаганда ва асбобга дагал ишлов берилганда ишқаланиш анизотропияси пластик деформациялашда жисм шакли бузилишини келтириб чиқариши мумкин. Масалан, цилиндрни чўктиришда ишқаланиш анизотропияси натижасида туташув юзалари думалоқдан эллипсга айланиши мумкин.

Деформацияланаётган жисм сирти Е.П. Унксов фикри бўйича деформацияланаётган жисм туташув юзасини ишлов бериш тури фақат деформациянинг бошланиш пайтида аҳамиятга эга. Унинг кейинги ривожланишида деформацияванаётган металлни туташув юзаси силлиқлашади ва «асбоб юзасининг изи каби бўлиб қолади».

Юзанинг физик-кимёвий ҳолати ишқаланиш коэффициентига муҳим таъсир кўрсатади. Бироқ, кўп сонли тадқиқотларга қарамасдан, бу масалада ҳали тўлиқ ойдинлик йўқ. Ҳар ҳолда А.К. Чертавский, К.Н. Кап ва бошқаларнинг ишларидан келиб чиқадики, совуқ деформацияда намуналарнинг туташув юзасини оксид ва ифлосланишлардан яхшилаб тозалаганда ишқаланиш коэффициенти ортади. Ўз навбатида оксидларнинг тури ва қалинлиги, ишқаланиш коэффициентига аҳамиятли таъсир кўрсатади, хусусан, оксид парда қалинлигини ортиши ишқаланиш коэффициенти ошишига олиб келади.

Ишлов берилаётган қотишманинг кимёвий таркиби. Тажриба тадқиқотлари деформацияланаётган қотишма кимёвий таркибини ишқаланиш коэффициентига таъсири ҳақида ҳозирча мос келувчи натижалар бермаяпти. Масалан, Л.А. Шофманнинг мойсиз совуқ чўктиришдаги тажрибалари бўйича, асбобни полировкаланган (силлиқланган) юзасида ишқаланиш коэффициенти пўлат учун минимал, дюралюмин учун максимал, мнс учун катталиги бўйича оралиқда бўлиб чиқди.

С.И. Губкин маълумотлари бўйича, мойсиз деформация учун 0,5 $T_{ПЛ}$ дан кам температураларда ишқаланиш коэффициентининг камайиши қотишмаларнинг қуйидаги тартибига мос келади: пўлат ва алюминий қотишмалари, магний қотишмалари, огир рангли қотишмалар, иссиққа бардошли рангли қотишмалар. Тажрибаларнинг мос келмаслиги эҳтимол, синалаётган намуналар физик-кимёвий ҳолатини ўхшамаслиги натижаси ҳисобланади ва бу қотишманинг кимёвий таркибига қараганда катта аҳамият касб этади.

Деформация температураси. Турли тадқиқотчиларнинг тажрибалари натижаларида қарама-қаршиликлар бўлишига қарамай, деформация температураси ошпшн бплан туташувдаги ишқаланиш коэффициенти аввал кўпаяди ва тахминан 500-800^{0}C температураларда максимумга етади, кейин эса яна бошлангнчга яқин катталикга қадар пасаяди. Е.П.Унксов максимум мавжудлигини жадал окалина (куйинди) ҳосил бўлиш жараёни билан, кейинги пасайишни эса - пластикликни ошиши ва деформациялашга қаршиликни камайиши билан тушунтиради.

Деформациялаш тезлиги. С.И. Губкин, М.В. Врацский, И.М. Павлов ва бошқаларнинг тадқиқотлари аниқ кўрсатадики, металлни асбоб юзаси бўйича нисбий сирпаниш тезлигини катталашиши билан, яъни деформациялаш тезлиги ошиши билан, ишқаланиш коэффициенти камаяди. Хусусан, молотда ишлов беришдаги туташув ишқаланиш коэффициенти, пресларда ишлов беришга қараганда, 20-25% кам бўлади.

Мойлаш. Мойлаш ишқаланиш коэффициентини пасайтириш учун ниҳоятда катта аҳамиятга эга. Тўғри танланган мой ишқаланиш коэффициентини бир неча марта камайтиради. Мой мустаҳкам мойлаш қатлами ҳосил қилиши, туташув юзасига яхши ёпишиши ва шу вақтнинг ўзида, ундан ишлов беришдан кейин етарлича енгил кетказилиши керак.

Совуқ деформациялаш учун замонавий мойлаш таркибларини тайёр андозаси турли туманлиги ва мураккаблиги билан ажралиб туради. Сурков мойлари таркибига минерал ва органик ёғлар, фаоллаштирувчи присадкалар (олеин кислотаси, олтингугурт), шунингдек нейтрал (бетараф) тўлдирувчилар (графит, бўр, тальк) ва бошқа моддалар киради. Иссиқ ишлов беришда сурков мойи сифатида мазут, ёғоч қипиги, коллоид графит, шиша ва бошқалар қўлланилади.

Туташув ишқаланиш металларни босим билан ишлашда жуда катта аҳамиятга эга. Ишқаланиш мавжудлиги натижасида энг аввало контурдаги шартлар ўзгаради. Туташув юзасининг ҳар бир нуқтасида юзага уринма бўйича йўналган элементар ишқаланиш кучлари ҳосил бўлади. Бу деформацияланаётган жисмнинг туташув юзасида уринма кучланишлар пайдо бўлишини келтириб чиқаради. Шунинг учун, кучланган ҳолат схемаси ўзгаради, кучланишлар нотекислиги ортади, демак, бундан келиб чиқадиган барча оқибатлари билан деформациялар нотекислиги ҳам катталашади.

Масалан, чўктиришда ишқаланиш кучлари борлиги кучланишларнинг ҳажмий схемасини яратади, айни пайтда, ишқаланиш бўлмаганда, чизиқли кучланган ҳолат бўлар эди.

Туташув ишқаланиш кучлари пировард натижада фаол юклама билан енгилади. Демак, туташув ишқаланиши зарурий деформацияловчи кучни, солиштирма деформациялашга қаршиликни ва деформация ишини, ишқаланиш коэффициенти қанча катта бўлса, шунчалик катта даражада оширади.

Агар, келишиб олинганидек Кулон қонуни ишлатилса, унда туташув ишқаланиши элементар кучи $R_э$ ушбу тарзда ифодаланади:

$$R_э = \mu \rho_H$$

бу ерда: μ - пластик деформациялашда туташув ишқаланиши коэффициенти; ρ_H - асбобнинг металл юзасига нормал солиштирма босими.

Нормал босим нормал кучланишга, элементар ишқаланиш кучи эса - уринма кучланишга тенг бўлади. Демак, бундай ёзиш мумкин:

$$\tau = \mu \sigma_n$$

Аммо, ёзилган ифодага тегишли муҳим эслатма қилиш лозим. Гап шундаки, пластиклик шарти бўйича уринма кучланишнинг максимал катталиги ясси деформацияланган ҳолатда $\frac{\sigma_s^*}{2}$ дан ва чекка кучланишлардан бирига тенг $\sigma_{CГ}$ да - $\frac{\sigma_s}{2}$ дан ортиқ бўлиши мумкин эмас, яъни

$$\tau_{max} \leq \frac{\beta \sigma_s}{2}$$

Шунинг учун туташув ишқаланиши туташув юзасида фақат ушбу чегараларда уринма кучланишлар уйготиши мумкин:

$$\mu \sigma_n = \tau \leq \frac{\beta \sigma_s}{2} \qquad (3.35)$$

Берилган μ да σ_n ошадиган бўлсин; бир вақтда τ ҳам ортади, фақат $\mu\sigma_n$ кўпайтмаси $\frac{\beta\sigma_s}{2}$ га тенг бўлгунга қадар. σ_n нииг буидаи кейииги ошишида уринма кучланишлар доимий бўлиб қолади, металл доналарининг асбоб юзаси бўйича сирпаниши эса секинлашади. μ катталик ўзгарганда ҳам ўхшаш кўриниш бўлади. Агар, мисол учун, нормал кучланиш $\beta\sigma_n$ тенг бўлса, (3.35.) ифодага μ 0,5 дан катта қийматини қўйиш маънога эга бўлмайди ва $\tau = \frac{\beta\sigma_s}{2}$ сифатида аниқланади.

Металлни босим билан ишлашнинг кўпчилик операциялари учун ишқаланиш зарарли омил ҳисобланади. Шунинг учун ишқаланиш коэффициентини камайтириш чораларини кўриш керак. Улар орасида эзувчи асбоб юзасининг ишлов сифатини ошириш ва сурков мойлари қўллаш энг самаралидир.

4-боб. ДЕФОРМАЦИЯЛОВЧИ КУЧЛАР ВА ДЕФОРМАЦИЯ ИШИНИ АНИҚЛАШ УСУЛЛАРИ.

4.1. Умумий қоидалар.

Болгалаш ва штамплаш операсияларида, айрим истиснолардан ташқари, машинанинг ишчи органи ва унга маҳкамланаган асбоб деформатсиялаш даврида тўгри чизиқли илгариланма ҳаракатга ега бўлади. Машина асбобда унинг ҳаракат йўналиши бўйича деформатсиялаш даврини ҳар бир пайтида ўстириши керак бўлган фаол куч доимо деформатсияланаётган жисм кўрсатаётган қаршиликка тенг бўлади. Бу фаол кучни деформатсияловчи куч ёки деформатсияловчи зўриқиш деб атаймиз. Берилган операсиядаги деформатсияловчи кучни билиш, тушунарлики, уни амалга ошириш учун машинани тўгри танлаш имконини беради.

Агар машинанинг ишчи органи илгариланма емас, балки айланма ҳаракатга ега бўлса, масалан, валкали ва тўгри машиналарда, прокатка, валсовка, егиш ва тўгрилаш жараёнларида ишнинг моҳияти ўзгармайди. Бу ҳолларда, валкаларга босимдан ташқари, талаб етилган буровчи моментни ҳам шунингдек билиш зарур.

Бундай кейин, баён етишни соддалаштириш учун илгариланма ҳаракатга ега асбобга мослаб фикр юритамиз. Бу, шунга қарамай хулосаларни айланма ҳаракатли асбоб амалга оширадиган деформатсиялаш жараёнларига тарқатишга тўсқинлик қилмайди.

Деформасияловчи куч деформатсияланаётган жисмга ёки жисмнинг деформатсияланаётган участкасига, ёки қўзгалувчан езувчи асбобни у билан бевосита туташуви билан; ёҳуд унга туташ жисмнинг пластик деформатсияланмайдиган участкалари воситаси орқали узатилиши мумкин. Чўктириш, чўзиш, тешиш, сиқиб чиқариш, ҳажмий штамповкалаш ва бошқа операсияларда деформатсияловчи куч қўзгалувчан асбобни жисм билан туташув юзаси орқали узатилади. Толалаш, лист материалии чўзиш, егишнинг баъзи ҳолларида ва бурашда иккинчи ҳолат ўринли бўлади.

Деформатсияловчи кучни катталигини аниқлаш учун туташув юзасидаги ёки (ҳақиқий ёки шартли) юзадаги деформатсия манбаи чеклаб турувчи (иккинчи ҳол учун) кучланишлар катталиги ва тақсимланишини билиш зарур. Қаидайдир операсияда асбобнинг **С** стрелка бўйича ҳаракат йўналишида фаол куч таъсир етадиган туташув юзаси **АВ** юза бўлсин, нормал кучланишларнинг тақсимланиши еса **аб** епюра билан ифодаланади (54-расм). Туташув юзасининг қайеридаднр елементар участка dF_K оламиз. Бу участкага таъсир етаётган нормал елементар куч ушбуга тенг бўлади.

$$dP_n = \sigma_n dF_K \qquad (а)$$

бу ерда: σ_n - нормал кучланиш.

Асбобнинг ҳаракат йўналиши бўйича, шу йўналиш бўйича dP_n куч- нинг ташкил етувчиси бўлган dP таъсир кўрсатади.

$$dP = dP_n \cos\alpha \qquad (б)$$

бу ерда: α - нормал кучланиш σ_n йўналиши ва асбобнинг харакат йўналиши, яъни фаол куч ўртасидаги бурчак.

(а) тенгламани ҳисобга олинса

$$dP = \sigma_n dF_K \cos\alpha \qquad (в)$$

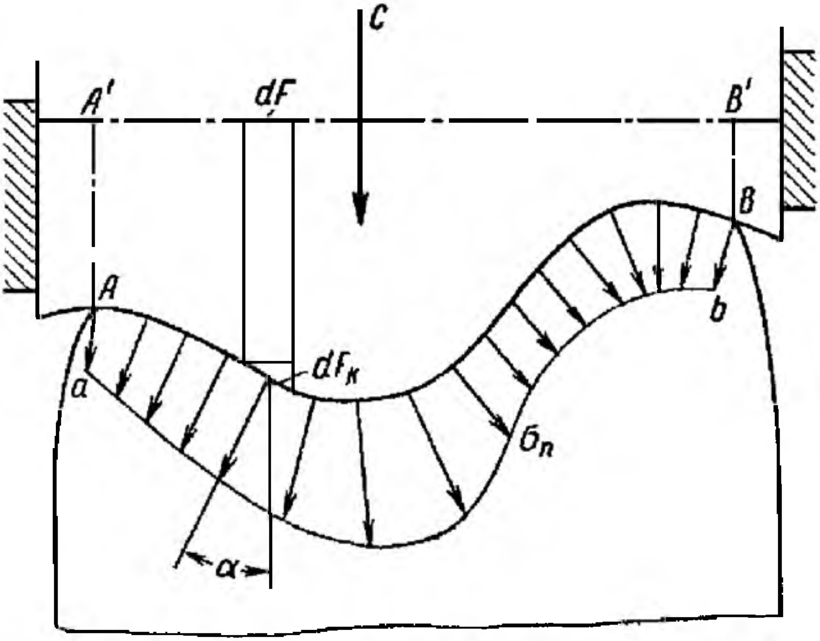
Аммо, $dF_K \cos\alpha$ кўпайтма туташув юзасининг кўрилаётган елементар участкасини асбоб ҳаракати йўналишига, яъни деформатсияловчи куч йўналишига перпендикуляр бўлган текисликка проексияси dF майдондан бошқа нарса емас:

$$dF = dF_K \cos\alpha \qquad (г)$$

демак,

$$dP = \sigma_n dF \qquad (д)$$

(в) ва (д) ифодаларни таққослаш кўрсатадики, биз гидравликадан маълум қоидаги ўхшаш натижа олдик. Яъни «босимнинг қандайдир елементар майдонгача проексияси, майдончанинг ўзини, проексия олинган ўқга перпендикуляр текисликка проексиясига бўлган босимга тенг» (И.Б. Есьман).



54-расм. Кучланишлар тақсимланишининг епюраси.

Деформасияловчн кучни аниқлаш учун (д) ифодани туташув юзасини асбоб ҳаракатига перпендикуляр текпслнкка $A'B'$ проексияси барча майдони бўйлаб тарқатиш зарурлиги тушунарли, яъни

$$P = \iint\limits_{F} \sigma_n dF \qquad (4.1)$$

Агар σ_n ни F майдонда жойлашган нуқталарнинг координати функсияси сифатида ифодалаш ёки аксинча, бу координатларни σ_n кучланиш берилган координатлар орқали ифодалаш мумкин бўлса умуман, (4.1) интегралии ечиш доимо мумкин.

Тўгри бурчакли координатларга келтирилганда (4.1) ифодали ушбу кўринишни олади:

$$P = \iint_F \sigma_n dydx \qquad (4.1a)$$

Қутб координатларига келтирилганда еса:

$$P = \iint_F \sigma_n \rho \cdot d\rho \cdot d\theta \qquad (4.1б)$$

Фаол куч жисмнинг деформатсияланмайдиган участкалари орқали узатиладиган ҳолда ҳам (4.1) ифода ўз кучида қолади.

σ_n фақат битта координатанинг функсияси бўлган кўплаб ҳолларда, икки карра интеграллаш зарурияти амалий йўқолади. Бу кейинроқ кўринади.

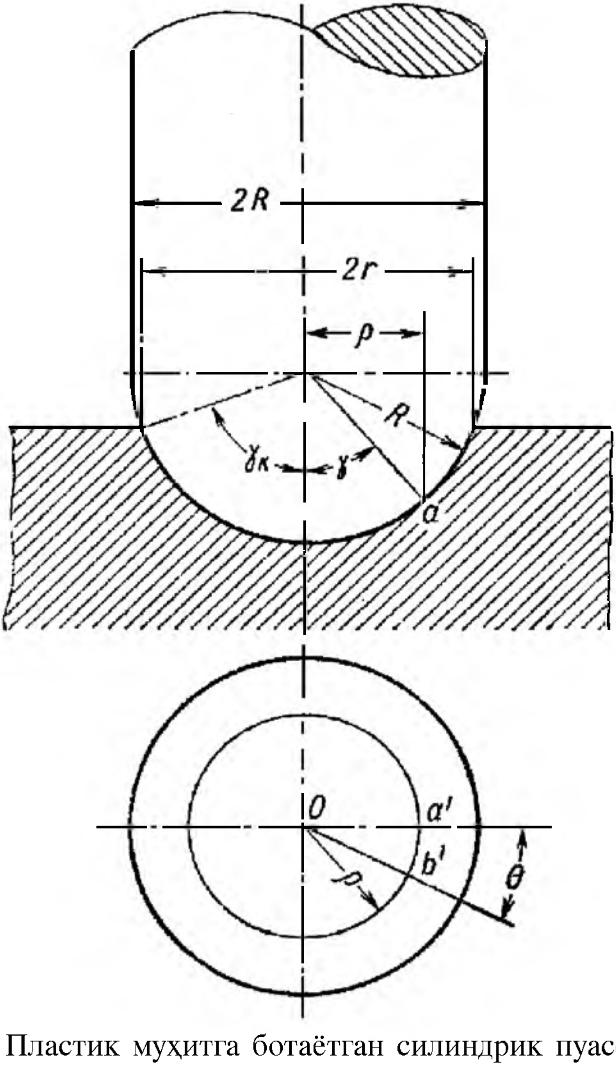
Агар σ_n нормал кучланиш доимий катталикдан иборат бўлса ёки унинг ўртача қиймати билан алмаштирилиши мумкин бўлса, унда (4.1) ифодада σ_n интеграл белгиси ташқарисига чиқарилиши мумкин. Бу ҳолда ушбуга ега бўламиз:

$$P = \sigma_n F; \quad \sigma_n = const \text{ бўлганда.} \qquad (4.2)$$

(4.2) ифода гидравликадан маълум бўлган қоидага мос келади: «Эгри чизиқли девор ҳис қилаётган босимнинг (қандайдир ўқга) проексиялари йигиндиси, деворнинг есланган ўқга перпендикуляр текисликка проексиясига кўпайтирилган босимга тенг» (А.М. Самус).

Кучларнн проекснялашнн (лойиҳалашни) туташув юзаларннн проексиялаш (лойиҳалаш) билан алмаштириш қондаси, боснм билан ишлов беришга нисбатан қўллашда, биринчи бўлиб И.М. Павлов томонидан кўриб чиқилган ва С.И. Губкин томонидан умумлаштирилган. Деформасияловчи P кучни доимо мусбат деб ҳисоблаймиз, шунинг учун бундан кейин (4.1) формулаларга нормал кучланишларнинг мутлоқ (абсолют) қийматларини қўямиз.

(4.1) интегралии ечишга мисол кўриб чиқамиз. Силиндрик пуансон шарсимон учи билан 55-расмда текислиги билан чегараланган пластик муҳитга (металлга) ботаётган (кираётган) бўлсин (кўрилаётган муҳитни атрофга ва чуқурликка тарқалишини пуансон ўлчамлари билан таққослаганда етарлича катта деб қабул қнлампз).



55-расм. Пластик муҳитга ботаётган силиндрик пуассон.

Нормал кучланишларнинг туташув юзасида ишқаланиш бўлмаганда тақсимланишини А.Д. Томленов бўйича ушбу формула билан ифодалаш мумкин:

$$\sigma_n = \sigma_s(1+\frac{\pi}{2}-\gamma)$$

Шундай қилиб, σ_n кучланиш фақат γ бурчак функциясидир. (4.1) интегралии ушбу ҳолда (4.1б) шаклида қўллаш қулай:

$$P = \iint\limits_F \sigma_s(1+\frac{\pi}{2}-\gamma)\rho\cdot d\rho\cdot d\theta$$

55- расмдан кўринадики, σ_n кучланишни туташув проексияси нуқталарининг координатлари орқали ифодалаш мумкин:

$$sin\,\gamma = \frac{\rho}{R}$$

$$\gamma = arcsin(\frac{\rho}{R})$$

$$\sigma_n = \sigma_s(1+\frac{\pi}{2}-\arcsin(\frac{\rho}{R}))$$

демак

$$P = \iint\limits_F \sigma_s(1+\frac{\pi}{2}-\arcsin(\frac{\rho}{R}))\rho\cdot d\rho\cdot d\theta$$

Интеграллашни $\theta = 0$ дан $\theta = 2\pi$ гача ва $\rho = 0$ дан $\rho = r$ гача чегараларда бажариш керак.

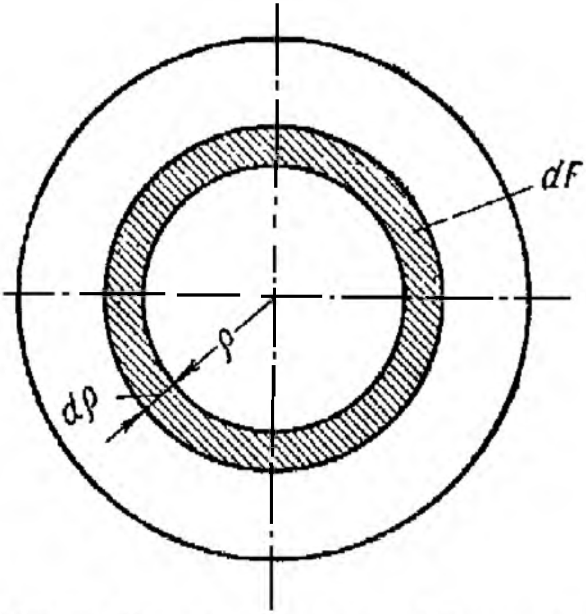
$$P = \int_0^r d\rho\int_0^{2\pi}\sigma_s(1+\frac{\pi}{2}-\arcsin(\frac{\rho}{R}))\rho\cdot d\theta$$

θ бўйича интеграллаб, ушбуга ега бўламиз:

$$P = 2\pi\sigma_s \int_0^r \sigma_s (1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin(\frac{\rho}{R}))\rho \cdot d\rho$$

ρ бўйича интеграллашдан сўнг еса ушбуни оламиз:

$$P = \pi r^2 \sigma_s [1 + \frac{\pi}{2} - (1 - (\frac{1}{2})(\frac{R^2}{r^2}))\arcsin(\frac{r}{R}) - (\frac{1}{2})(\frac{R}{r})\sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2}})]$$



56-расм. Елементар майдонни кўриниши.

$r = R$ бўлган, чегаравий ҳол учун куч бундай бўлади

$$P = \pi R^2 \sigma_s (1 + \frac{\pi}{4}) \approx 1{,}8\pi R^2 \sigma_s$$

Кўрилаётган ҳолда σ_n кучланиш θ координатага боғлиқ бўлмагани учун dF елементар майдонни биз ушбу кўринишда олишимиз мумкин еди (56-расм)

$$dF = d\rho \cdot 2\pi\rho$$

ва (4.1) тенглама асосида бундай ёзишимиз мумкин:

$$P = \int_0^r 2\pi\sigma_s(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma)\rho \cdot d\rho$$

яъни, икки карра интегралии битта билан алмаштириш мумкин.

Келтирилган ечимда биз γ координатани ρ координата орқали ифодаладик. Аксинча қилиш ҳам мумкин.

55-расмдан кўринадики,

$\rho = R\,sin\,\gamma$ ва $d\rho = R\,cos\,\gamma \cdot d\gamma$

Илгариги ифодага қўйсак

$$P = \int_0^{\gamma_K} 2\pi R^2\sigma_s(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma)\sin\gamma \cdot \cos\gamma \cdot d\gamma$$

Интеграллаб ушбуни оламиз:

$$P = \pi R^2\sigma_s[(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma_K)\sin^2\gamma_K + \frac{(2\gamma_K - \sin 2\gamma_K)}{4}]$$

γ_K нинг чегаравий қиймати $\frac{\pi}{2}$ бўлади. Уни олинган ифодага қўйиш, илгари бўлгани сингари ушбуни беради

$$P = \pi R^2\sigma_s(1 + \frac{\pi}{4}) \approx 1{,}8\pi R^2\sigma_s$$

Узатувчи қўзгалувчан асбоб туташув юзасидаги γ_K уринма кучланишлар фаол, яъни деформатсияловчи кучни, баъзи ҳолларда, шунингдек асбоб ҳаракат йўналиши бўйича тенг таъсир етувчини бериши мумкин. Нормал кучланишлар келтириб чиқарадиган деформатсияловчи куч P ни аниқлашда қилингани каби, уринма кучланишлар тенг таъсир етувчиси P_τ ни ушбу ифода билан аниқлаш мумкин:

$$P_\tau = \iint\limits_F \tau_K dF_K \qquad (4.3)$$

бу ерда: F_K - туташув юзасини асбобнинг ҳаракат йўналишига параллел текисликка проексиясидан ёки умуман, уринма кучланишларнинг туташув юзасига проексияси олинаётган йўналнишга параллел текисликка проексиясидан иборат бўлади.

(4.3) интегралии, масалан, прокат валкаларида буровчи моментни аниқлаш учун, ҳисоблаш лозим.

Деформасияловчи куч P ни мос равишдаги майдон F га бўлиш билан [(4.1) тенгламага қаранг] биз солиштирма деформатсиялашга қаршиликни ёки шунинг ўзи бўлган ***солиштирма оқиш босими*** ρ ни оламиз. (охирги атама С.И. Губкин томонидан киритилган).

$$\rho = \frac{P}{F} = \frac{\iint\limits_F \sigma_n dF}{F} \qquad (4.4)$$

Ушбу босим билан ишлов бериш жараёнида солиштирма деформатсиялашга қаршиликни билиш, ҳар қандай ўлчамлардаги заготовка учун деформатсияловчи кучни осон аниқлаш имкониятини беради.

Деформатсиялашга солиштирма қаршиликни деярли ҳар доим шундай тасаввур етиш мумкин

$$\rho = m\sigma_s \qquad (4.5)$$

бу ерда: m - қандайдир ўлчамсиз коеффисиент бўлади. У амалга оширилаётган жараён турига, деформатсияланаётган заготовка (тановор) нисбий ўлчамлари ва шаклига, туташув ишқаланиши коеффисиентига боглиқ бўлади.

Солиштирма босим ρ ни, деформатсияловчи куч P каби, доимо мусбат деб ҳисоблаймиз, σ_s ўз навбатида деформатсияланаётган металл табиатига, унинг ҳолати (мустаҳкамланиш), температура ва деформатсия тезлигига ва масштаб коеффисиентига боғлиқ бўлади. Демак, σ_s қиймати ρ ни аниқлашда тажриба маълумотлари асосида танланиши, деформатсия шароитларига мос келиши ва унинг қийматига зарур бўлганда, керакли коеффисиентлар (тезлик, масштаб ва хоказо) ёрдамида тузатишлар киритилиши лозим.

Бу ерда баён етилганларнинг барчасидан кўринадики, деформатсиялашга солиштирма қаршиликни аниқлаш тажриба учун муҳим аҳамиятга ега ва металларни босим билан ишлаш жараёнларини куч таҳлилини асосий масаласи ҳисобланади.

Фаол (деформатсияловчи) кучни қабул қилаётган жисм юзасидаги нормал кучланишлар катталигини белгиловчи қонун маълум бўлса, куч (4.1) интегралии ечиш билан осон ҳисобланиши мумкинлиги, илгари аниқлаб олинган еди. Кучланишларнинг катталиги ва тақсимланишини белгилаш анча қийин. Бунинг учун турли усуллар мавжуд бўлиб, улар асосида кучланган ва чегаравий кучланган ҳолатлар назариясининг айнан бир хил қонунлари ётади. Бунда доимо, деформатсияланаётган заготовка, ҳамма нуқталарда бир хил физикавий ва механик хоссаларга ега бир жинсли жисм деб қабул қилинади, яъни, ундан келиб чиқиб кучланган ҳолат назарияси қурилган, дастлабки тахмин ўз кучида қолади.

4.2. Мувозанат дифференсиал тенгламаларини пластиклик шарти билан бирга ечиш.

Бу усул мувозанат дифференсиал тенгламалари ва пластиклик тенгламасини биргаликда ечишдан иборат бўлади. Тенгламалар кўрилаётган аниқ масала шартларига жавоб берадиган, координатларда (тўгри бурчакли, силиндрик, қутбий, сферасимон) ва шаклларда (ҳажмий, ўққа симметрик, ясси кучланган ҳолат, ясси деформатсияланган ҳолат учун) ёзилади.

Ихтиёрий доимийлар чегара шартларидан аниқланади. Ишқаланиш бўлганда, туташув юзасида уринма кучланишларни аниқлайдиган, ишқаланиш қонуни ҳам берилиши керак.

Ишқаланиш қонуни амалий фақат икки шаклда қабул қилинади: туташув уринма кучланишлари, ёки улар йўналган координатага боглиқ емас (яъни, доимий) деб ҳисобланади, ёки улар туташув юзасидаги нормал кучланишларга пропорсионал деб ҳисобланади.

Агар масала статик ноаниқ деб топилса, унда қўшимча равишда кучланишлар ва деформатсиялар орасидаги богланиш тенгламалари, ҳамда деформатсияларни узлуксизлиги тенгламасидан фойдаланилади.

Ечим асосан кучланишларни жисмни бутун ҳажми бўйича катталиги ва тақсимланишини бериши керак, яъни жисм нуқталарининг, шу жумладан, бевосита фаол кучни қабул қилаётган юзасида ётганларни ҳам, координатлари функсияси сифатида кучланишлар қийматларини бериши керак. Афсуски, бундай ечим, алоҳида хусусий ҳолларда, шунда ҳам туташув юзаларида ишқаланиш кучлари бўлмаганда (ёки бўлмаган деб фараз қилинганда) олиниши мумкин.

Энди дифференсиал мувозанат тенгламаларини ечиш мумкинлигини турли кўринишдаги пластик кучланган ҳолат учун кўриб чиқамнз.

Ҳажмий кучланган ҳолатда мувозанатнинг учта тенгламаси (2.34) бизнинг ихтиёримизда бўлади. Унга олтита номаълум (учта нормал ва учта уринма кучланиш) ва ўша номаълумларни ўз ишга олган пластик шарти (4.5) киради.

Шундай қилиб, бу ҳолда биз олтита номаълум билан тўртта тенгламага ега бўламиз ва масала икки карра статик аниқмас бўлади. Қўшимча кучланишлар ва деформатсиялар ўртасидаги богланишни олтита тенгламаси (4.23а) ва деформатсиялар узлуксизлигини учта тенгламасини ишлатиш мумкин. Бу тенгламалар яна еттита номаълум (олтита деформатсия ва пластиклик модули) олиб киради.

Натижада 13 та номаълум билан 13 та тенглама оламиз. Бироқ, номаълумлар миқдори тенгламалар сонига тенг бўлишига қарамай, бу тизимни ечими амалий мумкин емас. ***Шундай қилиб, ҳажмий масала*** умумий кўринишда (олтита кучланиш, уларнинг ҳар бири учта координатанинг функсиясидир) ***ҳозирча ечилмайдиган ҳисобланади***.

Ўққа симметрик кучланган ҳолат учун тўртта номаълумли иккита мувозанат тенгламаси (2.35) ва ўша номаълумларни ўз ичига олган пластиклик шарти (4.14) бор. Шундай қилиб, ўққа симметрик масала, шунингдек ҳажмий сингари, статик аниқмас ва уни ечиш учун кучланишлар ва деформатсиялар ўртасидаги богланишлар тенгламаларини (тўртта тенглама, улар тўртта янги номаълумларни олиб келади) ва деформатсиялар бирлиги тенгламасини жалб етиш талаб қилинади. Ҳаммаси бўлиб саккизта номаълум билан саккизта тенглама оламиз. Бундан ўққа симметрик масала ҳажмийга қараганда анча оддийлиги келиб чиқади. Бироқ бу масалани аниқ берк ечими, ёки контурдаги уринма кучланишлар бўлмаганда, ёки мувозанат шартига кирувчи икки координатдан фақат биттасига боглиқ бўлгандаги, алоҳида хусусий ҳоллар учунгина мавжуд.

Ясси кучланган ва ясси деформатсияланган ҳолатлар учун иккита мувозанат тенгламаси декарт координатларида (2.44) ва қутб координатларида (2.45) ҳамда пластиклик шарти (4.10) ва (4.12) га егамиз. Бу учта тенгламада учта номаълум бор. Шундай қилиб, масала статик аниқ ҳисобланади. Шунга қарамасдан бу масаланинг тенгламалар тизими ҳам фақат алоҳида хусусий ҳоллардагини, яъни контурдаги уринма кучланишлар нолга тенг бўлганда ёки улар мувозанат тенгламаларига кирадиган икки координатадан биттасига боглиқ бўлмаганда аниқ берк ечимга ега бўлади.

Пластиклик шарти билан биргаликда мувозанат дифференсиал тенгламаларини интеграллаш усули, юқорида кўрсатилган тахминлар билан олганда, аниқ берк ечим берадиган ўққа симметрик ва ясси масалалар қаторига, масалан, ушбулар киради: қалин деворли қувурни ички ва ташқи босим таъсири остида пластик мувозанати (А. Надаи, В.В. Соколовский, А.А. Ильюшин); матрисага ўралган (беркитилган) қалин деворли қувурни чўктириш (Л. Степановский); гадир-будир плиталар орасида чексиз полосани сиқиш (Л. Прандтал); понани сиқиш (А.Надаи); конус шаклини тўлдпрувчн пластик массани мувозанати (В.В. Соколовский); стерженларни (ўзакларни) пластик егпш ва бураш ва бошқалар.

Мувозанат дифференсиал тенгламаларини пластиклик шарти билан бирга аниқ интеграллашдаги ўтиб бўлмас қийинчиликлар шунга олиб келдики, тадқиқотчилар (С.И. Губкин, Е.П. Унксов, И.М. Павлов, Г. Закс, Э.Зибел ва бошқалар) 1920-1930 йиллардаёқ деформатсияловчи кучларни аниқлаш бўйича (чўктириш, чўзиш, тешиш, сиқиб чиқариш, прокатлаш, толалаб чўзиш ва шунга ўхшаш) амалий масалаларни ечишда соддалаштирувчи фикрлар киритдилар, ҳар бир ҳолат учун соддалаштирилган мувозанат тенгламалари туздилар ва уларни бош кучланишларда ифодаланган пластиклик шартлари билан биргаликда ечдилар.

Бироқ, соддалаштирилган тенгламалар тузишнинг умумий услубий йўқлиги ва соддалаштирувчи фикрларни олинадиган натижалар аниқлигига таъсири ҳисобга олинмагани оқибатида баъзан жуда катта ҳатоларга йўл қўйилган. Фақат охирги вақтларда Е.П. Унксов у ёки бу соддалаштирувчи фикрни ишлатиш мумкинлигини муфассал назарий таҳлилини ўтказди ва яқинлаштирилган (тахминий) тенгламалар тузиш услубини ишлаб чиқди. Уларнинг тўлиқ етарли даражада амалий аниқлигини назарияда ва тажрибада исботлаб берди. Солиштирма деформатсиялашга қаршилик ва деформатсияловчи кучларни аниқлаш бўйича Е.П. Унксов ишлаб чиққан масалаларни ечиш усули «мухандислик усули» деб аталган.

Бу усулни, асосан Е.П. Унксов бўйича ифодалаб берамиз.

4.3. Металларни босим билан ишлашда мувозанатнинг яқинлашган тенгламалари ва пластиклик шарти бўйича кучларни ҳисоблаш усули асослари.

1. Масала ўқга симметрик ёки яссига келтирилади. Деформасияланаётган жисм шакли мураккаб бўлса, уни ўққа симметрик ёки ясси масала шартлари қўйилиши мумкин бўлган, қатор ҳажмларга бўлиш керак.

2. Нормал кучланишлар тақсимланиши фақат туташув юзаси учун аниқланади (солиштирма деформатсиялашга қаршиликни аниқлаш учун шу талаб етилади), жисм ичида кучланишлар тақсимланишини очиб беришдан воз кечилади.

3. Масала шартларига жавоб берадиган шакл ва координатларда олинган мувозанат дифференсиал тенгламалари яқинлашган шаклга келтирилади. Бунинг учун нормал кучланишлар координатлардан фақат биттасига боглиқ қилиб олинади.

Шундай қилиб, дифференсиал тенгламалар сони биттагача камаяди, у аниқ мувозанат тенгламаларида бўладиган хусусий ҳосилалар ўрнига оддий ҳосилаларни ўз ичига олади. Мувозанат дифференсиал тенгламаларини соддалаштириш тартиби билан биз кейинчалик, металларни босим билан ишлаш операсияларини кўриб чиқишда, танишмиз.

4. Пластиклик шарти ҳам яқинлаштириб ишлатилади. У қуйида келтирилади.

Яқинлаштирилган пластиклик шартлари.

Пластиклик шарти умумий ҳолда ушбу кўринишга ега (4.5)

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2 + 6(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} +$$

$$+ \tau^2{}_{ZX}) = 2\sigma_s{}^2$$

Уни қуйидаги тарзда ўзгартирамиз:

$$\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2} =$$

$$= \sqrt{2\sigma_s^2 - 6(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX})}$$

ёки

$$\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2} =$$

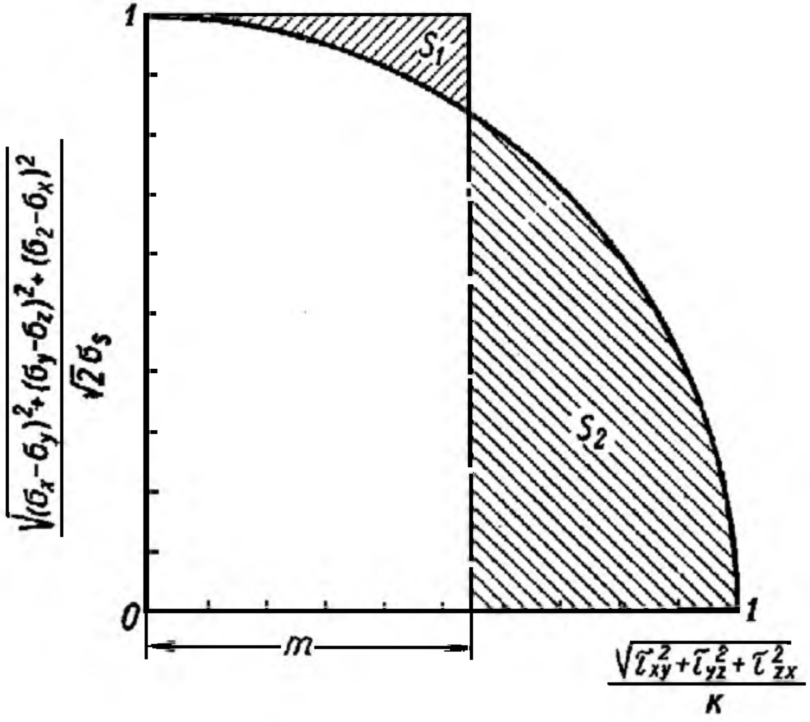
$$= \sqrt{2}\sigma_s\sqrt{1 - \frac{3(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX})}{\sigma_s{}^2}}$$

$\sigma_s = \sqrt{3}k$ еканини ҳисобга олиб, ушбуга ега бўламиз

$$\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2} =$$

$$= \sqrt{2}\sigma_s\sqrt{1-\frac{(\tau^2{}_{XY}+\tau^2{}_{YZ}+\tau^2{}_{ZX})}{k^2}}$$

Илдиз ишораси остидаги уринма кучланишлар квадратларининг йигиндиси **0** дан k^2 га тенг чегаравий катталиккача ўзгариши мумкин. У параметрик ўзгаради деб қабул қиламиз. У ҳолда тенгламанинг чап қисми ($\sqrt{2}\sigma_s$ га кетирилган) $\frac{\sqrt{(\tau^2{}_{XY}+\tau^2{}_{YZ}+\tau^2{}_{ZX})}}{k}$ функцияси сифатида 57-расмда кўрсатилган график билан тасвирланади.



57-расм. Уринма кучланишлар функциясининг графиги.

Кўриш осонки, $\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX} = 0$ бўлган ҳолда биз ушбуни оламиз:

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2 = 2\sigma_s^2 \quad (4.6)$$

$\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX} = k^2$ максимал қийматда еса

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2 = 0 \quad (4.7)$$

(4.6) ва (4.7) ифодалар умумий ҳолда кучланган ҳолат учун яқинлаштирилган пластиклик шарти сифатида ишлатилиши мумкин:

$\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX} \to 0$ қийматларда (4.6) ифода, (4.7) ифода еса $\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX} \to k^2$.

У ёки бу яқинлашган пластиклик шарти (4.6) ва (4.7) ни қўлланиш чегараларини аннқлаймиз.

(5.6) ифодани $\dfrac{\sqrt{(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX})}}{k} = 0$ дан $\dfrac{\sqrt{(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX})}}{k}$ қандайдир m катталикгача ($0 \le m \le 1$) бўлган чегараларда ишлатишда олинадиган Δ_1 ўртача ҳатолик, чамаси S_1 майдонни (57-расм) m га бўлинганига тенг бўлса керак, яъни:

$$\Delta_1 = (\frac{1}{m})(m - \int_0^m \sqrt{1 - m^2 dm})$$

(4.7) ифодани $\frac{\sqrt{(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX})}}{k} = m$ дан $\frac{\sqrt{(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX})}}{k} = 1$ гача чегараларда ишлатишда олинадиган Δ_2 ўртага ҳатолик ўхшаш тарзда ($1 - m$) га бўлинган S_2 майдон билан ифодаланади:

$$\Delta_1 = (\frac{1}{(1-m)})\int_m^1 \sqrt{1-m^2}dm)$$

У ёки бу яқинлашган пластиклик шартини қўлланиш чегарасини, иккита участкада ҳам ўртага ҳатолик Δ бир хил бўлишидан келиб чиқиб аниқлашимиз мумкин, бунинг учун ушбу зарур.

$$(\frac{1}{m})(m - \int_0^m \sqrt{1-m^2}dm) = (\frac{1}{(1-m)})\int_m^1 \sqrt{1-m^2}dm)$$

Бу тенгламанинг ечими $m = 0{,}952$ қийматни беради ва $\Delta = 0{,}18$ бўлади.

Яқинлашган пластиклик шартидан (4.6) ва (4.7) бевосита тегишли шартларни қўйиб, хусусий холлар учун ифодалар олиш осон:

а) σ_Y σ_X ёки σ_Z га тенг бўлсин:

$$\sigma_X - \sigma_Z = \pm\sigma_S = \sqrt{3}k \qquad (4.6а)$$

$$\sigma_X - \sigma_Z = 0 \qquad (4.7а)$$

б) $\sigma_Y = \frac{\sigma_X + \sigma_Z}{2}$ (ясси деформатсияланган ҳолат):

$$\sigma_X - \sigma_Z = \pm\sigma_S{}^* = \pm 2k \qquad (4.6б)$$

$$\sigma_X - \sigma_Z = 0 \qquad (4.7б)$$

в) σ_Y нинг оралнқ қпйматнда, шунингдек ясси кучланган ҳолат учун $\sigma_X \sigma_Z \prec 0$ бўлганда

$$\sigma_X - \sigma_Z = \pm \beta \sigma_S \qquad (4.6в)$$

$$\sigma_X - \sigma_Z = 0 \qquad (4.7в)$$

г) Ясси кучланган ҳолат учун (умумий ҳолда)

$$\sigma_X^2 - \sigma_X \sigma_Z + \sigma_Z^2 = \sigma_S^2 = 3k^2 \qquad (4.6г)$$

$$\sigma_X^2 - \sigma_X \sigma_Z + \sigma_Z^2 = 0 \qquad (4.7г)$$

Яна бир марта еслатиб ўтамиз, координатлар ва координатлар тизими тенг ҳуқуқлик ҳисобланади. Яқинлашган пластиклик шартлари (4.6б) ва (4.7б) Е.П. Ункcов томонидан тузилган ва асосланган; унинг услуби бу ерда ҳам умумлашган ифодалар (4.6) ва (4.7) ни келтириб чиқаришда қўлланган.

Кўпинча амалий масалаларни ечишда пластиклик шарти берилган координата бўйича битта кучланишнинг ҳосиласини, ўша координатани ўзида бошқа кучланишнинг ҳосиласи орқали ифодалаш учун зарур бўлади. Бу масалани ўрганампз. Пластиклик шарти (4.5) ни, қандайдир координата, масалан, x бўйича дифференсиаллаб ушбуни оламиз:

$$(2\sigma_X - \sigma_Y - \sigma_Z)(\frac{\partial \sigma_X}{\partial x}) + (2\sigma_Y - \sigma_X - \sigma_Z)(\frac{\partial \sigma_Y}{\partial x}) +$$

$$+ (2\sigma_Z - \sigma_X - \sigma_Y)(\frac{\partial \sigma_Z}{\partial x}) = -\frac{6\partial(\tau^2{}_{XY} + \tau^2{}_{YZ} + \tau^2{}_{ZX}\ )}{\partial x}$$

Агар τ қиймати параметрик ўзгарса, яъни x координатага боглиқ бўлмаса, унда тенгламанинг ўнг қисми нолга айланади:

$$(2\sigma_X - \sigma_Y - \sigma_Z)(\frac{\partial\sigma_X}{\partial x}) + (2\sigma_Y - \sigma_X - \sigma_Z)(\frac{\partial\sigma_Y}{\partial x}) +$$

$$+ (2\sigma_Z - \sigma_X - \sigma_Y)(\frac{\partial\sigma_Z}{\partial x}) = 0$$

Бундан ташқари қандайдир кучланиш, масалан σ_Y бошқа иккитасидан бирига тенг ёки уларнинг ярим йигиндисини ташкил етадиган бўлсин (ясси кучланган ҳолат). Олдинги ифодага бундай σ_Y қийматларини қўйиб ва умумий ҳолда $\sigma_X - \sigma_Y = 0$ еканини ҳисобга олиб, ушбуни оламиз:

$$\frac{\partial\sigma_X}{\partial x} = \frac{\partial\sigma_Z}{\partial x} \qquad (4.8)$$

Ушбу кордината бўйича τ ҳар қандай доимий қийматларида, (4.8) ифода юқорида кўрсатилган σ_Y қийматлари учун аниқ пластиклик шарти бўлади. Агар τ қиймати ушбу координатага боглиқ бўлса, у ҳолда (4.8) шарт яқинлашган бўлади.

Шундай қилиб, биз яқинлашган пластиклик шартлари 4.6 (а,б,в,г), 4.7 (а,б,в,г) ва 4.8 ни ҳосил қилдик.

4.4. Ўзгартирилган мувозанат тенгламаларини йечиш усули (характеристикалар усули, сирпаниш чизиқлари).

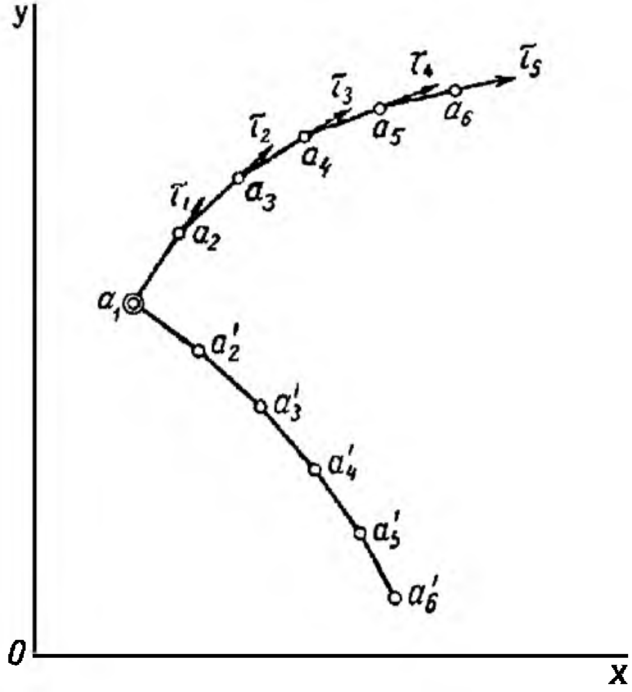
Ясси (ва ўққа симметрик) масалаларни ечишда қўлланиладиган бу усул ўз бошланишини М. Леви (1871), Л. Прандталь ва Г. Генки (20-йиллар) ишларидан олади. У Россия олимлари С.А. Христанович, А.А. Ильюшин, В.В. Соколовский, А.Ю. Ишлинский, С.Г. Михлин ишларида катта ривожланиш олган ва К.Н. Шевченко ва А.Д. Томлёновлар металларни босим билан ишлаш операсияларига қўллашда кенг ишлатилган.

Усул охирги натижада сирпаниш чизиқларини қуриш ва уларнинг хоссаларидан фойдаланишда ифодаланади.

Сирпаниш чизиқлари.

Ясси деформатсияланган ҳолатда бўлган жисмнинг xy текислигида (58 -расм) қандайдир a_1 нуқта оламиз ва ундан бош уринма кучланиш τ_1 ни векторини қўямиз. Бу вектор йўналишида a_1 нуқтага жуда яқин турган a_2 нуқтага ўтамиз. a_2 нуқтадан бу нуқтадаги бош уринма кучланишлар τ_2 ни векторини қўямиз. Вектор τ_2 умумий ҳолда τ_1 вектордан йўналиши бўйича ҳам, катталиги бўйича ҳам фарқ қилади. Худди шундай тарзда давом етиб бориб, натижада $a_1a_2a_3a_4a_5a_6$ ва хоказо синиқ чизиқии оламиз.

Уринма кучланишлар жуфтлиги оқибатида, олинган a_1 нуқтадан илгари қўйилганига перпендикуляр бўлган иккинчи τ векторни қўйиш мумкин бўлгани учун, худди шундай усулда a_1 нуқтадан иккинчи синиқ чизиқ $a_1a_2'a_3'a_4'a_5'a_6'$ ва ҳоказони қуриш мумкин. Чизиқлар a_1 нуқтада тўгри бурчак остида кесишади. Бу чизиқлар a_1 нуқтадан бошқа томонга ҳам давом етиши мумкинлиги тушунарли.



58-расм. Сирпаниш чизиқлари.

a ва a' нуқталар чекланмаган яқинлашувида синиқ чизиқлар силлиқ егри чизиқлар α ва β га (59-расм) айланади. Улар бош уринма кучланишлар траекторияси ёки сирпаниш чизиқларини тасвирлаб кўрсатади.

Ушбу сирпаниш чизиқлари жуфтлигининг ҳар қандай нуқтасидан бошқа сирпаниш чизиқлари қуришни бошлаш мумкин. Натижада биз умумий ҳолда α ва β чизиқлар икки оиласидан егри чизиқли ортоганал сирпаниш чизиқлари тўрини оламиз (59-расм).

Биз сирпаниш чизиқлари тўрини қуришни асосланиб кўрсатган мулоҳазалардан очиқ кўриниб турибдики, жисмнинг турли кучланган ҳолатлари учун сирпаниш чизиқлари тўри турлича бўлади, аммо ҳар бир аниқ кучланган ҳолатга битта аниқ сирпаниш чизиқлари тури мос келади.

Ҳар қандай нуқтадаги сирпаниш чизиқларига уринмалар бош уринма кучланишлар йўналиши билан мос келади ва x ўқини бир нуқтадан ёнидагига ўтишда бир текис ўзгарадиган ω ва ω_1 бурчаклар билан кесиб ўтади. 59 - расмдан бевосита келиб чиқадики, α оиласи сирпаниш чизиқлари учун

$$\frac{dy}{dx} = tg\omega \qquad (4.9)$$

β оиласи сирпаниш чизиқлари учун еса

$$\frac{dy}{dx} = -ctg\beta \qquad (4.10)$$

Бу тенгламалар сирпаниш чизиқларининг дифференсиал тенгламаларидан иборатдир. Сирпаниш чизиқлари деформатсияланаётган жисмда Д.К. Чернов чизиқлари кўринишида хақиқий акс етади.

Худди сирпаниш чизиқлари тўри каби, бош кучланишлар траекториялари ортогонал тўрини қуриш мумкин. Бу траекториялар сирпаниш чизиқларини $\frac{\pi}{4}$ бурчак остида кесиб ўтади. a нуқта орқали ўтадиган бош кучланишлар траекториялари 59 - расмда пунктир чизиқ билан кўрсатнлган.

Энди ясси деформатсияланган ҳолатда кучланиш таркибпй қисмларини φ бурчак функсияси, яъни ихтиёрий ўқ x ва бош ўқ 1 ўртасидаги бурчак функсиясида ифодаловчи формулаларни (2.43а) ёзиб оламиз:

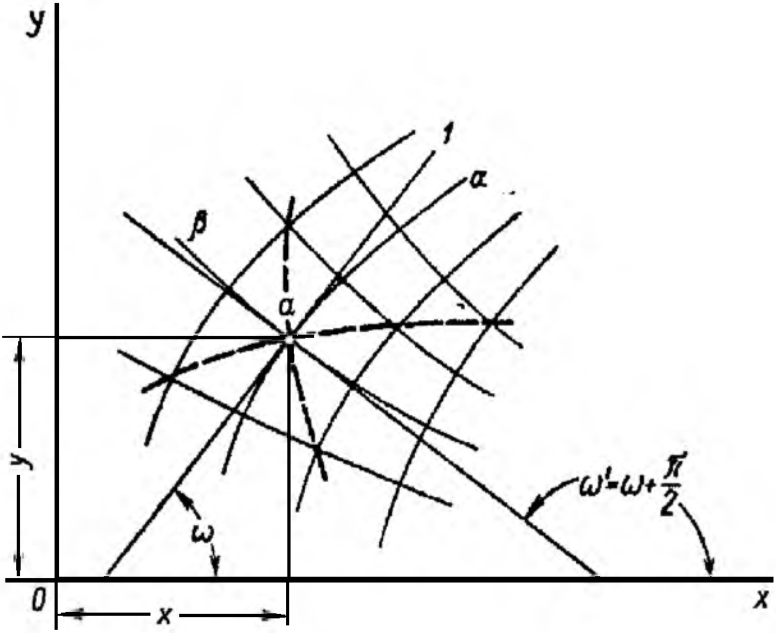
$$\sigma_X = \sigma_{cp} + \tau_{12} \cos 2\varphi$$

$$\sigma_Y = \sigma_{cp} - \tau_{12} \sin 2\varphi$$

$$\tau_{XY} = \tau_{12} \sin 2\varphi$$

Бу ифодаларда φ бурчакни ω бурчак билан алмаштирамиз. ω бурчак φ бурчакдан 45^0 га фарқ қилади, чунки бош уринма кучланишлар, бош нормал кучланишларга 45^0

бурчак остида йўналган. Бир вақтда пластик деформатсияда $\tau_{12} = k$ еканини ҳисобга оламиз.



59-расм. Ортогонал сирпаниш чизиқлари тўри.

Натижада ушбуни оламиз:

$$\sigma_X = \sigma_{cp} + k\cos 2\omega$$

$$\sigma_Y = \sigma_{cp} - k\sin 2\omega$$

$$\tau_{XY} = k\sin 2\omega \qquad (4.11)$$

(5.11.) ифодалар пластиклик шартини (4.12) айнан ўхшаш қониқтирпшини, шундай хоссага егалигини еслатиб қўямпз.

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau^2{}_{XY} = 4k^2$$

Ҳақиқатан ҳам (4.11) тенгламаларни (3.12) га қўйиб, ушбуни оламиз:

$$4k^2 = 4k^2$$

Демак, (4.11) ифодалар билан бундан кейин муомала қилганда пластиклик шартига мурожаат қилмаслик мумкин, чунки пластиклик шарти ω нинг ҳар қандай қийматида қаноатлантирилади.

(4.11) дан кучланиш қийматларини мувозанат дифференсиал тенгламалари (2.44) га қўямиз

$$\frac{\partial \sigma_X}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{XY}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{XY}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_Y}{\partial y} = 0$$

Ушбуни оламиз:

$$\frac{\partial \sigma_{cp}}{\partial x} + 2k(\cos 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial x}) - \sin 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial y})) = 0$$

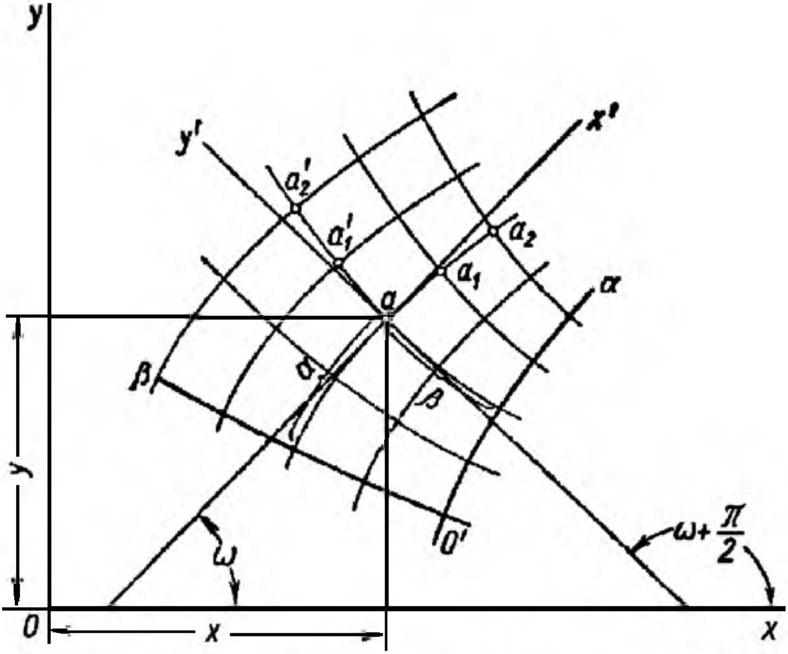
$$\frac{\partial \sigma_{cp}}{\partial y} - 2k(\cos 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial y}) - \sin 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial x})) = 0 \qquad (4.12)$$

(4.12) тенгламаларда α ва β егри чизиқли координат тизимига ўтамиз, унинг ўрнида сирпаниш чизиқлари тўрини қабул қнлампз.

Сирпаниш чизиқлари тўри қанчалик тўла қонуниятли бўлса, шунчалик даражада биз, масалан, $O'\alpha$ ва $O'\beta$ чизиқларни егри чизиқли ўқлар сифатида ва уларга нисбатан ҳар қандай x ва y координат ўрнига α ва β координатли ҳар қандай a нуқтани (60-расм) тўрдаги ҳолатини аниқлашни кўриб чиқишимиз мумкин бўлади.

Равшанки, декарт координатлари ва егри чизиқли координатлар бир-бири билан функсионал богланган бўлади. Ҳар қандай координат тизимида бўлгани каби, кўрилаётган ҳолда, битта координата бўйлаб, масалан, α координата, нуқтанинг

(a_1, a_2) силжишида бошқа координата β ўзгармас (доимий) бўлиб қоладн, β координата бўйлаб (a_1' , a_2') силжишда еса α координата ўзгармас бўлиб қолади.



60-расм. a нуқтанинг тўрдаги ҳолатини аниқлаш.

Енди xy тизимнинг координат боши O ни икки сирпаниш чизиги кесишган иҳтиёрий a нуқтага кўчирамнз ва x, y ўқларни сирпаниш чизиқлари жуфтлигининг ушбу нуқтада кесишадиган x' ва y' уринмалари бўйлаб йўналтирамнз. (4.11) тенглама, шунинг учун (4.12) ҳам бу вақтда, (4.11) ни келтириб чнқаришда ўқлар йўналиши ихтиёрий қабул қилинганн сабабли ўз кучида қолади.

a нуқтанинг чексиз кичик атрофида α, β тизим ёйи елементларини, янги x, y ўқлар йўналтирилган уринмалар билан мос келадиган деб ҳисоблаш мумкин, шундай екан,

$$dx = d\alpha \ ; \ dy = d\beta \ \text{ва} \ \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \alpha} \ ; \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \beta}$$

деб қабул қилиш мумкин.

Бурчак ω еса ўқларни сирпаниш чизиқларига уринмалар билан мос келгани сабабидан енди нолга тенг бўлади. Бироқ, $\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}$ ва $\frac{\partial \omega}{\partial \beta}$ нолга айланмайди, чунки ω бурчак егри чизиқли координат йўналишлари бўйлаб ўзгаради. Айтилганларни ҳисобга олиб ва (4.12) да x, y бўйича ҳосилаларни α, β бўйича ҳосилалар билан алмаштириб ушбуни оламиз:

$$\frac{\partial \tau_{cp}}{\partial \alpha} + 2k(\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}) = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{cp}}{\partial \beta} - 2k(\frac{\partial \omega}{\partial \beta}) = 0 \qquad (4.13)$$

(4.13) ни келтириб чиқаришда a нуқта ихтиёрий олингани учун бу тенгламалар ҳар қандай нуқта учун ҳам ҳақиқий бўлади. Шундай қилиб биз (4.12) да, x, y координатдан янги α, β координатларга ўтдик. (4.13) тенглама шунингдек мувозанат дифференсиал тенгламалари бўлади ва шу билан бирга пластиклик шартларини қаноатлантиради.

(4.13) тенгламаларни биринчисини α бўйича, иккинчисини β бўйича интеграллаб ушбуни оламиз:

$$\sigma_{yp} + 2k\omega = C_1 \qquad (а)$$

$$\sigma_{yp} - 2k\omega = C_2 \qquad (б)$$

Модомики биз хусусий ҳосилали тенгламаларни интеграллаган еканмиз, юқорида келтирилган ечим тузатишлар киритишни талаб етади. Гаи шундаки, битта ўзгарувчи бўйича дифференсиаллаганда бошқа функсия ўзгармас деб қабул қилинади ва унинг ҳосиласи нолга айланади. Шундай екан, тенглама таркибида β га боглиқ, (4.13) нинг биринчи тенгламасида ҳосиласи нолга айланган қандайдир функсия бўлиши мумкин. Бу ҳолатни (а) тенгламада ҳосила доимийси C_1 ни β га боглиқ ихтиёрий функсия билан алмаштираётганда ҳисобга олиш керак. Бу (б) тенгламага ҳам тегишли. Унда C_2 доимийни α нинг ихтиёрий функсияси билан алмаштириш керак. Айтилганларни еътиборга олиб, (а) ва (б) тенгламаларни узил-кесил ушбу шаклда ёзиш лозим бўлади:

$$\sigma_{yp} + 2k\omega = \xi(\beta)$$

$$\sigma_{yp} - 2k\omega = \eta(\alpha) \qquad (4.14)$$

$\xi(\beta)$ ва $\eta(\alpha)$ ихтиёрий функсиялар нуқтани мос равишда α тизим ва β тизимни айнан бир сирпаниш чизиқлари бўйлаб силжишида доимий қийматга ега бўлади ва фақат битта тавсифдан бошқасига ўтганда ўзгаради.

Бу тенгламалар Г. Генки интеграллари номини олган.

Агар, α, β сирпаниш чизиқлари бизга доимо маълум бўлганда еди, у ҳолда Г. Генки интеграллари ясси деформатсия масаласини мустаҳкамланиш бўлмагандаги умумий ечими бўлар еди.

Берилган сирпаниш чизнгининг M нуқтаснда кучланнш $\sigma_{yp} = \sigma_{yp.M}$ ва $\omega = \omega_M$, ўша чизиқнинг бошқа N нуқтасида $\sigma_{yp} = \sigma_{yp.N}$ ва $\omega = \omega_N$ бўлснн.

Бу маълумотларнп, масалан (4.14) тизиминп биринчи тенгламасига қўйиб ушбуни оламиз:

$$\sigma_{yp.M} + 2k\omega_M = \xi(\beta)$$

$$\sigma_{yp.N} + 2k\omega_N = \xi(\beta)$$

Аммо нуқтани айнан бир сирпаниш чизиғи бўйлаб силжишида ихтиёрий функсия ўзгармагани учун:

$$\sigma_{yp.M} + 2k\omega_M = \sigma_{yp.N} + 2k\omega_N$$

мос равишда иккинчи тенглама ушбуни беради.

$$\sigma_{yp.M} - 2k\omega_M = \sigma_{yp.N} - 2k\omega_N$$

Охирги ифодаларни бирлаштириб ва бир оз ўзгартириб, ушбуни оламиз:

$$\sigma_{yp.M} - \sigma_{yp.N} = \pm 2k(\omega_M - \omega_N) \qquad (4.15)$$

$\omega_M - \omega_N$ ни ω_{MN} орқали белгнлаб, бу ерда ω_{MN} M нуқтадан N нуқтага ўтганда сирпаниш чизиғини бурилиш бурчагидан иборат бўлади, ушбуга ега бўламиз:

$$\sigma_{yp.M} - \sigma_{yp.N} = \pm 2k\omega_{MN} \qquad (4.15а)$$

(4.14.) тенглама σ_{yp} ўзгариши сирпаниш чнзигинн бурилиш бурчагига пропорсионал, пропорсионаллик коеффисиенти еса $2k$ катталик бўлншпнп кўрсатади.

Агар сирпаниш чизиқлари маълум бўлса, шунингдек унинг битта нуқтасидағи σ_{yp} кучланиш маълум бўлса (масалан, чегара шартларидан), унда (4.15а) ифода бошқа ҳар қандай нуқтадаги кучланишни осон аниқлашга имкон беради, бу ушбу ифодага муҳим ахамият касб етади.

(4.14.) ни биринчи тенгламасини аввал α бўйича, кейин еса β бўйича дифференсиаллаб ва иккинчи тенгламани тескари тартибда дифференсиаллаб, биридан иккинчисини айириб ушбуни оламиз:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial\alpha \cdot \partial\beta} = 0 \qquad (4.16)$$

Бу тенгламани $d\beta$ бўйича интеграллаймиз (хусусий ҳосилали тенгламаларни интеграллаш хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда):

$$\frac{\partial\omega}{\partial\alpha} = f(\alpha)$$

Яна бир марта $d\alpha$ бўйича интеграллаймиз:

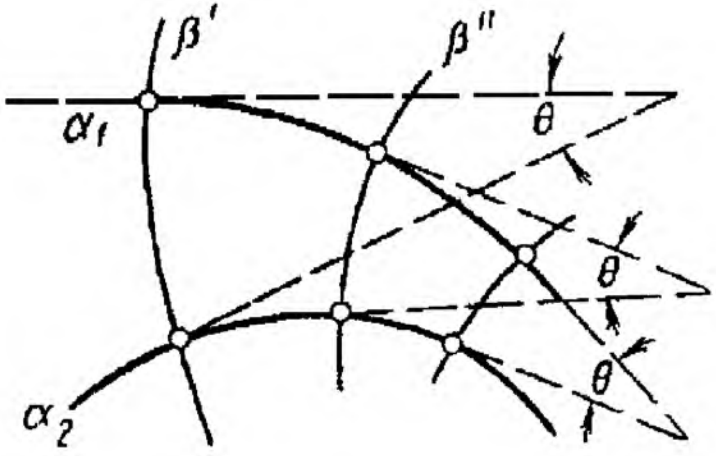
$$\omega = \int f(\alpha)\cdot d\alpha + \psi\beta = \varphi(\alpha) + \psi(\beta)$$

$f(\alpha)$ ихтиёрий функсия бўлгани учун, $\int f(\alpha)\cdot d\alpha$ ҳам ихтиёрий функсия бўлади. Уни биз $\varphi(\alpha)$ орқали белгиладик.

α тизимнинг қандайдир иккита сирпаниш чизиқлари α' ва α'' оламиз, уларинг ҳар бири бўйлаб β координат доимий (ўзгармас). Уларни мос равишда β^1 ва β'' билан белгилаймиз. Шундай екан, $\psi(\beta') = const$ ва $\psi(\beta'') = const$. α' чизиқ учун уринмаларнинг огиш бурчаклари ω ни ω' орқали ва α'' учун мос равишда ω'' билан белгилаймиз. ω учун олинган тенгламалардан фойдаланиб, ушбуга ега бўламиз:

$$\omega' = \varphi(\alpha) + \psi(\beta')$$

$$\omega'' = \varphi(\alpha) + \psi(\beta'')$$



61-расм. Уринмалар орасидаги θ бурчак.

β тизимнинг айнан бир чизиги билан кесишиш нуқталарида, α' ва α'' чизиқларига икки уринмалар орасидаги θ бурчакни аниқлаймиз (61-расм). Бу нуқталарда α координат қийматлари бир хил бўлади, демак $\varphi(\alpha)$ қийматлари ҳам бир хил бўлади. θ бурчак еса ω' ва ω'' бурчаклар фарқига тенг, яъни

$$\theta = \omega' - \omega'' = \psi(\beta') - \psi(\beta'') = const \quad (4.17)$$

Шунга ўхшаш усулда, биз бошқа оиланинг чизиқлар жуфти учун, худди шундай натижа олишимиз мумкин еди.

Шундай қилиб, биз сирпаниш чизиқларнинг яна бир хоссасини келтириб чиқардик: бир оиладаги икки сирпаниш чизиқларига, уларни бошқа оила сирпаниш чизиқлари билан кесишиш нуқталарида уринмалар ўртасидаги бурчак доимий бўлиб қолади (61-расм).

Сирпаниш чизиқлари еркин (бўш) ёки туташув юзасига чиқади. Эркин юзада шунингдек туташувда ишқаланиш бўлмаганда $\tau_{ZY} = 0$. (4.11) тизимни учинчи тенгламасидан бу қиймат учун ушбуни оламиз.

$cos\,2\omega = 0$, бундан $\omega = \pm 45^0$ яъни, иккала оиланинг сирпаниш чизиқлари еркин юзани ёки туташув юзасини ишқаланиш бўлмаганда доимий 45^0 бурчак остида қилиб ўтади.

Агар ишқаланиш максимал қийматга етса, унда k максимал катталикка етади. Бу пайтда

$$cos\,2\omega = 1;\ \omega = 0;\ \omega_1 = \omega \pm 90^0 = \pm 90^0$$

Шундай қилиб, бу ҳолда туташув юзаси бир оила сирпаниш чизиқлари учун егувчи, бошқа оила чизиқлари еса бу юзага нормал бўлади.

Туташув уринма кучланишларнинг оралиқ қийматларида ω бурчаклар қийматлари шунингдек оралиқда бўлади:

$$0 \le \tau \le k$$

$$\frac{\pi}{4} \le \omega \le \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} \ge \omega \ge 0.$$

Сирпаниш чизиқлари хақида барча айтилганлардан хулоса қиламиз:

1.Сирпаниш чизиқлари узлуксиз.

2.Сирпаниш чизиқлари икки оилани ташкил етади.

3. Сирпаниш чизиқлари оилалари ўзаро ортоганал.

4. Сирпаниш чизиқлари бош кучланишлар траекторияларини π/4 бурчак остида кесиб ўтади.

5. Бир оиладаги икки сирпаниш чизиқларига, уларни бошқа оила сирпаниш чизиқлари билан кесишган нуқталарида уринмалар ўртасидаги бурчак доимий бўлиб қолади.

6. Контурга чиқишдаги сирпаниш чизиқларининг қияланиш бурчакларн контурдагн уринма кучланишлар катталигига боглиқ.

7. Ўртага нормал кучланишни сирпаниш чпзнгп бўйлаб харакатидаги ўзгариши унинг бурилиш бурчагига пропорсионал.

Ўзаро перпендикуляр тўгри чизиқлар, айланалар ва уларга ортогонал радиуслар, сиклоидлар, логарифмик спираллар ва бошқа янада мураккаб егри чизиқлар сирпаниш чизиқлари бўлиши мумкин.

Тавсифлар (характеристикалар).

(4.12.) тенгламалардан σ_{yp} ўзгарувчини чиқариб юборампз, бунинг учун биринчи тенгламани y бўйича, иккинчисини x бўйича дифференсиаллаб оламиз ва биридан иккинчисини айирамиз:

$$\frac{-\partial^2\omega}{\partial x^2} + 2ctg\,2\omega\,(\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}) + \frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} - 4(\frac{\partial\omega}{\partial x})(\frac{\partial\omega}{\partial y}) + 2ctg\,2\omega \times$$

$$\times[(\frac{\partial\omega}{\partial y})^2 - (\frac{\partial\omega}{\partial x})^2] = 0 \qquad (5.18)$$

Олинган тенглама умумлашган шаклда бундай ёзилиши мумкин:

$$A(\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}) + 2B(\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}) + C(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}) + F(x, y, \omega, \frac{\partial\omega}{\partial x}, \frac{\partial\omega}{\partial y}) = 0 \qquad (4.18а)$$

У ҳолда тенглама оддий ҳосилалар кўринишида

$$Ady^2 - 2Bdx \cdot dy + Cdx^2 = 0 \qquad (4.18б)$$

дифференсиал тенгламалар назариясида айтилишича, a тенгламанинг тавсиф тенгламаси, унинг ечими еса тавсиф (характеристика) бўлади.

(5.18.) учун характеристикалар тенгламасини тузамиз:

$$-dy^2 - 2ctg(2\omega)dx \cdot dy + dx^2 = 0$$

Бу ердан $\frac{dy}{dx}$ ни ω нинг аниқ функсияси сифатида кўриб ушбуга ега бўламиз:

$$\frac{dx}{dy} = -ctg(2\omega) \pm \sqrt{ctg^2\omega + 1} = \frac{-\cos 2\omega}{\sin 2\omega} \pm \frac{1}{\sin 2\omega}$$

Бундан (4.18.) тенгламани иккита характеристика дифференсиал тенгламаларини оламиз:

$$\frac{dy}{dx} = tg\omega$$
$$\frac{dy}{dx} = -ctg\omega \qquad (4.19)$$

Равшанки, (4.19) тенгламалар ечимлари бир вақтда (4.18) тенгламанинг ҳам ечимлари бўлади.

(4.9) ва (4.10) тенгламаларни (4.19) билан таққослаб, хулоса қиламиз: сирпаниш чизиқлари (4.18) дифференсиал тенгламани характеристикалари билан мос тушади. Улар, уни келтнриб чиқаришдан кўринадики, пластик мувозанат шарти ҳисобланади.

Характеристика тенгламаларини ечиш, кўпинча *х* ва *й* ўзгарувчиларни, янги ξ ва η ўзгарувчиларга алмаштнриш йўлн билан, уларни каноник деб аталувчи шаклга келтириб амалга оширилади. Г. Генки интеграллари асосида қабул қиламиз:

$$\xi = \xi(\beta)$$
$$\eta = \eta(\alpha)$$

У ҳолда, (4.14) тенгламадан аввал $\sigma_{ур}$ни, сўнгра ω ни чиқариб ушбуни оламиз:

$$\omega = \frac{1}{4}(\xi - \eta)$$

$$\sigma_{ур} = \frac{k}{2}(\xi + \eta)$$

x ва y α ва β координаталар функцияси ҳисобланади, шундай екан улар ξ ва η ўзгарувчиларнинг ҳам функцияси бўлади. Шунинг учун $\frac{\partial x}{\partial \xi}$ ва $\frac{\partial \eta}{\partial y}$ ифодалар маъногa ега бўлади. Бу ифодаларни мос равишда (4.19) ни биринчи ва иккинчи тенгламаларига кўпайтириб, ушбуни оламиз:

$$(\frac{dy}{dx})(\frac{\partial x}{\partial \xi}) = (\frac{\partial x}{\partial \xi})tg\omega$$

$$(\frac{dy}{dx})(\frac{\partial \eta}{\partial y}) = -(\frac{\partial \eta}{\partial y})(\frac{1}{tg\omega})$$

ва бундан ҳосилалар ишорасини ўзгартириб, узил-кесил ушбу тизимни оламиз:

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} - (\frac{\partial x}{\partial \xi})tg\omega = 0$$

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} + (\frac{\partial y}{\partial \eta})tg\omega = 0$$

$$\omega = \frac{1}{4}(\xi - \eta)$$

$$\sigma_{yp} = \frac{k}{2}(\xi + \eta) \qquad (4.20)$$

Бу тенгламаларнинг сирпаниш чизиқлари параметрик кўринишда аннқланадилар:

$$x = f_1(\xi, \eta) \quad \text{ва} \quad y = f_2(\xi, \eta)$$

Характеристика тенгламалари ечилса, унда шу билан сирпаниш чизиқлари ҳам маълум бўлади ва кучланишлар ҳам ҳисоблаб чиқилиши мумкин.

Бу ерда баён етилган усулнинг моҳияти шундаки, одатдаги мувозанат дифференсиал тенгламалари (2.44) ни пластиклик шарти (4.12) билан биргаликда ечиш ўрнига, характеристика тенгламалари ечилади.

Характеристикалар усули билан қатор муҳим масалалар ечилган. Бироқ берк (тугалланган) шаклдаги ечимни олиш туташув юзаларида ишқаланиш бўлмаган ҳолда мумкин бўлади. Ўзгарувчи уринма кучланишлар бўлганда характеристика тенгламаларини сонли интеграллаш қўлланилади. Бу умумий ечимни қидириб топишни, характеристика тўрининг тугун нуқталари чекли сонида қидирилаётган функсияни аниқлаш билан, алмаштиришдан иборат бўлади.

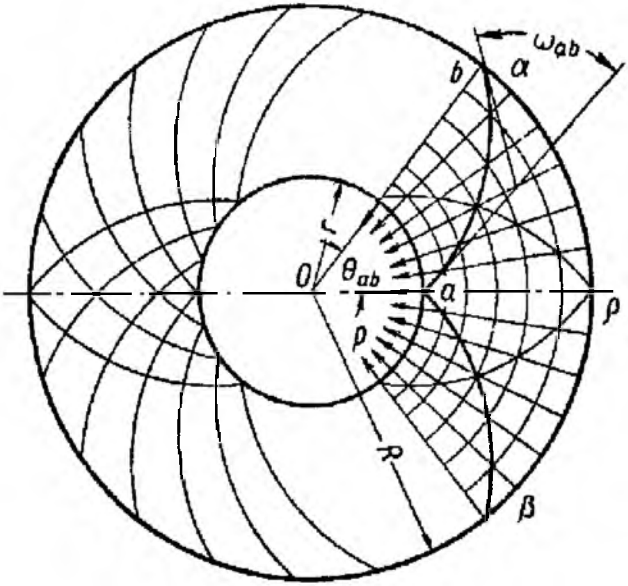
Натижада, анча кўп меҳнат талаб қилувчп ҳисоблаш ишларидан кейин, туташув юзасида нормал ва уринма кучланишларнинг тақсимланиш егри чизигини топилган аниқ ҳоли учун, у ёки бу параметрни кучланишларнинг катталиги ва тақсимланишга қандай таъсир қилишини таҳлили учун кўргазмали маълумотлар олмасдан туриб, график қуриш мумкин бўлади.

Деформасияловчи кучни аниқлаш нормал кучланишлар епюраси майдонини планиметрлашни талаб етади. Шунга қарамасдан, бундай ечимлар катта аниқлик даражаснгача етказилнши ва мувозанат тенгламаларини яқинлашган ечими усулида олинган натижаларнинг аниқлик даражасини таҳлили учун хизмат қилиши мумкин Е.П. Унксов шундай қилиб, аниқлиги етарлича қониқарли бўлган қатор масалалар учун (чўктириш, тешиш, сиқиб чиқариш ва бошқалар) ечимини кўрсатиб берган.

Шуни қайд етиш лозимки, баъзан сирпаниш чизиқларини, характеристика тенгламаларини ечмасдан туриб, масала шартларини таҳлил қилиш асосида ва сирпаниш чизиқларининг геометрик хусусиятларидан фойдаланиб қуриш мумкин бўлади. Бундай услубни А.Д. Томленов ривожлантирган.

Намуна. Ясси ҳалқа берилган (62-расм), у ички контури бўйича бир текис тақсимланган чўзувчи юклама p билан юкланган. Деформасия z ўқи йўналпшнда (яъни халқа қалинлигида) ясси деб қабул қилинади. Ҳалқа бутунича пластик деформатспя ҳолатпда бўлншпга олнб келувчп P куч катталиги аниқлансин.

Ички контурда уринма кучланишлар бўлмагани учун, σ_{ρ} кучланишлар (яъни радиал йўналган) бош нормал бўлади. Демак, σ_{θ} кучланишлар (тангенсиал йўналган) ҳам бош нормал бўлади. Шунинг учун бош кучланишлар траекторияси доиралар тўри ва уларга ортоганал радиуслардан иборат бўлади (62-расм, ўнг томони). Сирпаниш чизиқлари бош кучланишлар траекторияларига 45^0 бурчак остидаги қияланган, яъни ҳар бир сирпаниш чизнги кесиб ўтадиган ҳар қандай радиус билан 45^0 бурчак ташкил етади (ҳар қандай доира билан ҳам шундай, чунки доиралар радиусларга ортогонал).



62-расм. Юклама остидаги ясси халқа.

Эгри чизиқлар назариясидан маълумки, битта O нуқтадан чпқувчн, барча нурларни, айнан бир ҳил α бурчак остида кесиб етувчи егри чизиқ логорифмик спиралдир. Шундай екан, кўрплаётган масалада сирпаниш чизиқлар логарифмик спирал ҳпсобланади.

Логарифмик спирал тенгламаси:

$$\rho = re^{A\theta}$$

$A = ctg\alpha$, бизнинг ҳолда $A = ctg45^0$ тенг ва $\rho = re^{\theta}$. ρ ўқидан соат милига тескари қилиб θ ни қўйиб, α оиласига тегишли чизиқларни, соат мили бўйича қўйиб - бошқа β оиласи мансуб чизиқларини оламиз (62-расмга қаранг).

Расм чапида сирпаниш чизиқлари тўрини участкаси берилган. Исботлаш осонки, у ортогоналлик талабларини ва уринмалар ўртасидаги бурчакни доимийлигини қониқтиради.

Қурилган сирпаниш чизиқлари радиусларга доимий 45^0 бурчак остида қиялангани учун, уларнинг бурилиш бурчаги радиуснинг битта кесишиш нуқтасидан иккинчисигача бурилиш бурчагига тенг бўлади:

$$\theta_{ab} = \omega_{ab} \qquad \text{(62-расм)}$$

Эгри чизиқ тенгламасидан

$$ln(\frac{\rho}{r}) = \theta$$

$$\theta_{ab} = \omega_{ab} = ln(\frac{R}{r}) - ln(\frac{r}{r}) = ln(\frac{R}{r})$$

Г. Генки интеграли асосида (4.15а)

$$\sigma_{yp.a} - \sigma_{yp.b} = \pm 2k\, ln(\frac{R}{r})$$

b нуқта еркин юзада ётади, шундай екан,

$$\sigma_{\rho b} = 0$$

Пластиклик шарти бўйича

$$\sigma_{\rho b} - \sigma_{\theta b} = 2k$$

бундан

$-\sigma_{\theta b} = 2k$, ва

$$\sigma_{yp.b} = \frac{(\sigma_{\rho b} + \sigma_{\theta \cdot b})}{2} = -k$$

У ҳолда

$$\sigma_{yp.a} = \pm 2k\, ln(\frac{R}{r}) - k\,,$$

аммо

$$\sigma_{yp.a} = \frac{(\rho + \sigma_{\theta \cdot a})}{2},$$

пластиклик шарти бўйича еса

$$\rho + \sigma_{\theta \cdot a} = 2k \quad \text{ва} \quad \sigma_{\theta \cdot a} = \rho - 2k\,,$$

шунинг учун

$$\sigma_{yp.a} = \frac{(\rho + \rho + 2k)}{2} = 2k\, ln(\frac{R}{r}) - k\,,$$

бундан

$$\rho = 2k\, ln(\frac{R}{r}) = \sigma_s^*\, ln(\frac{R}{r})$$

Масала ечилди.

4.5. Металларни пластик деформатсияларга қаршилик усули.

Г.А. Смирнов - Аляев ва унинг ходимлари, хусусан, В.М. Розенберг, шунингдек П.В. Камнев, М.М. Свердлов ва бошқалар томонидан ишлаб чиқилган ва муваффақиятли ривожлантирилаётган янги усул унинг муаллифи томонидан «материалларнинг пластик деформатсияларга қаршилиги деб аталган». Жуда қизиқарлилиги, оддийлиги, тажриба билан яқиндан боглиқлиги билан фарқланувчи бу усул, металларни босим билан ишлашда охирги шакл ўзгартиришнинг қатор амалий масалаларини ечиш учун жуда истиқболлидир. Бундай масалалар қаторига берилган шакл ўзгариши бўйича зарурий кучни аниқлаш, берилган юклама бўйича ёки ташқи кучларнинг берилган бажарган иши бўйича деформатсияни аниқлаш, жисмнинг охирги шакли бўйича кетма-кет ўтишлардаги шаклини аниқлаш ва бошқалар киради.

Г.А. Смирнов-Аляев усулини мукаммал ўрганиш, ушбу китобни мазмунини ўзлаштириб олган кишиларнинг асосий вазифаси бўлиши керак, бу ерда еса бу усулни фақат баъзи асосий тушунчалари қисқача санаб ўтилади.

1. Бир хиллик (монотонлик) шартида ёки деформатсия жараёни бир хилликка яқинлашганда, деформатсияларнинг бош ўқлари йўналиши, улар бўйича кучланишларнинг бош ўқлари билан мос келади. Бу билдирадики, бир хил жараёнда, кичик деформатсиялар учун олинган кучланишлар ва деформатсиялар ўртасидаги богланиш тенгламалари қўлланилиши мумкин. Бу тенгламаларни Г.А. Смирнов -Аляев ушбу шаклда олади:

$$\frac{(\delta_1-\delta_2)}{(\sigma_1-\sigma_2)}=\frac{(\delta_3-\delta_2)}{(\sigma_3-\sigma_2)}=\frac{(\delta_1-\delta_3)}{(\sigma_1-\sigma_3)}=\frac{1}{2G'}=\rho \quad (4.21)$$

Ёзилган тенглама бевосита (4.23) формулалардан келиб чиқади, бироқ (4.23) формулалар $\varepsilon=\delta$ бўлгандаги кичик деформатсияларни кўзда тутган еди, ушбу ҳолда еса сўз чекли охирги деформатсиялар ҳақида бормоқда. Шунинг учун (4.21) ифодага δ логарифмик деформатсиялар киритилган.

Бир хил жараён деганда кўрилаётган кичик моддий заррани шундай деформатсия жараёни назарда тутиладики, унинг ҳар қандай икки моддий нуқтаси ёки доимо бир - бирига яқинлашади ёки доимо бир - биридан узоқлашади.

2. (4.2.) тенгламада ρ орқали белгиланган пропорсионаллик коеффисиенти шакл ўзгариши солиштирма ишининг функсияси деб қабул қилинади: $\rho=f_1(A_\phi)$. ρ коффисиентнинг шакл ўзгариши солиштирма иши билан богланиши Г.А. Смирнов - Аляев томонидан ўтказилган кенг кўламли тажрибалар асосида аниқланган.

Муҳокамага ε_0 «деформатсиянинг миқдор характеристикаси» ни киритиб;

$$\varepsilon_0 = (\frac{1}{\sqrt{2}})\sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + (\delta_2 - \delta_3)^2 + (\delta_3 - \delta_1)^2}$$

у сонли кўпайтиргичгача аниқлик билан умумлашган деформатсия ε_i га тенг [(4.27) га қаранг], Г.А. Смирнов - Аляев таъкидлайдики, ε_0 катталик каби, σ_i катталик ҳам [(4.34) га қаранг] $A_ф$ функсиянинг моҳиятидир.

$$\sigma_i = f_2(A_ф) \qquad \varepsilon_0 = f_3(A_ф)$$

ва $\varepsilon_0 = \rho\sigma_i = f_1(A_ф) = f_2(A_ф) = f_3(A_ф)$

$f(\varepsilon, \sigma_i)$ - функсионал богланиш тажрибада оддий чўзиш бўйича синов (текширишлар) асосида топилади, уни тахминий қуриш усуллари берилади. Бу богланиш масалалар ечишда кенг қўлланилади.

3. Кучланган ва деформатсияланган ҳолатлар бир-бири билан тўлиқ мосликда $m = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_3)}$ шаклида ёзилган кучланишлар учун ν_σ кўрсаткичдан ва деформатсиялар учун ўхшаш кўрсатгичдан фойдаланиш билан кўриб чиқилади.

Кучланган ва деформатсияланган ҳолатларнинг мос келиши фақат ушбу ҳолда ўринли бўлиши мумкин:

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{(\delta_1 + \delta_3 - 2\delta_2)}{(\delta_1 - \delta_3)}$$

ёки $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0$ еканлигини ҳисобга олиб

$$m = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{3(\delta_1 + \delta_3)}{(\delta_1 - \delta_3)} = n$$

(илгаригидек, бу ерда σ_2 алгебрик катталиги бўйича ўртача бош кучланиш ҳисобланади).

Кучланган деформатсияланган ҳолатни аниқлаш учун Г.А. Смирнов - Аляев қуйидаги умумий ечиш йўлини кўрсатади.

- Охирида деформатсияланадиган заготовкада енг қизиқтирадиган, етарлича кичик, ўлчамлари ҳар бирининг чегарасида жараённинг бир хиллигини таъминлайдиган заррачалар ажратиб олиш.
- Геометриясини кўриб чиқишдан ёки бевосита тажрибада енг катта узайиш ва қисқариш йўналишини белгилаш ва $\delta_{1,}\delta_2$ ва δ_3 қийматларини ҳисоблаш.
- Деформасияланган ҳолат схемаси кўрсаткичини ҳисоблаш

$$n = \frac{3(\delta_1 + \delta_3)}{(\delta_1 - \delta_3)}$$

- Лоде (4.20) β коеффисиентини $n = \nu_\sigma$ дан келиб чиқиб аниқлаш.

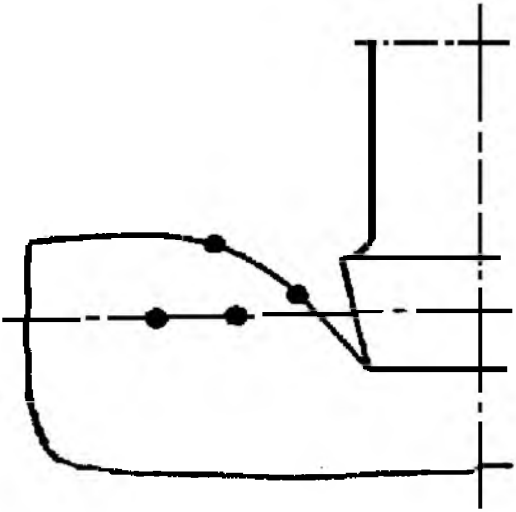
Унда аниқлаш мумкин бўлади:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta\sigma_s \text{ ва } \sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2 = n(\sigma_1 - \sigma_3)$$

Агар $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ йиғинди маълум бўлганда еди, кучланишларнинг ҳамма учта компонентлари узил-кесил маълум бўлар еди, бироқ бу йиғинди заррачанинг деформатсияланган ҳолатини кўриб чиқишдан аниқланиши мумкин емас. Уни аниқлаш учун жисмнинг ажратиладиган кичик заррачаларини мувозанат шартидан фойдаланилади. Битта заррачадан бошқасига ўтиб, бутун жисмнинг кучланган ҳолатини аниқлаш мумкин. Деформасияланаётган жисм юзасига яқин жойлашган заррачаларнинг кучланган-деформатсияланаётган ҳолатини кўриб чиқиш зарур бўлган ҳолларда, масаланинг ечими анча соддалашади.

Мисол. Тешилаётган заготовкани операсия бошланиш пайтидаги ёнбош еркин юзасида кучланган - деформатсияланган ҳолат аниқлансин.

Заготовкани ёнбош юзасига аввалдан иккита консентрик айлана белги (прошивнядан катта диаметрли) қўйилади. Пуансон ботирилгандан сўнг улар еркин юзада қолади. (63-расм). Айланалар диаметри прошивка бошланишидан олдин ва кейин мос равишда $2R_1 = 75,\ 2R_2 = 81,\ 2r_1 = 67,\ 2r_2 = 77$ бўлсин.



63-расм. Заготовкани ёнбош юзасидаги кучланган - деформатсияланган ҳолатни аниқлашга оид.

Икки белги ўртасида жойлашган соҳадаги деформатсия компонентлари (таркибий қисмлари)нинг яқинлашган қийматларини аниқлаймиз:

Ички белги бўйича

$$\delta_\theta = lg(\frac{2r_1}{2R_2}) = lg(\frac{67}{75}) = -0{,}1133$$

Ташқи белги бўйича

$$\delta_\theta = ln(\frac{2r_2}{2R_2}) = ln(\frac{77}{81}) = -0{,}049$$

Белгилар орасидаги δ_θ ўртача қиймати

$$\delta_\theta = \frac{-(0{,}1133 + 0{,}049)}{2} = -0{,}0761$$

Икки белги орасидаги δ_ρ ўртача қиймати

$$\delta_\rho = ln(\frac{(77-67)}{(81-75)}) = 0{,}5128$$

δ_Z ўртача қиймати

$$\delta_Z = -\delta_\theta - \delta_\rho = 0{,}0761 - 0{,}5128 = -0{,}4367$$

Шундай қилиб,

$$\delta_{\max} = \delta_\rho = 0{,}5128$$

$$\delta_{\min} = \delta_Z = -0{,}4367$$

$$n = \frac{3(\delta_{max} + \delta_{min})}{(\delta_{max} - \delta_{min})} = (\frac{0{,}5128 - 0{,}4367}{0{,}5128 + 0{,}4367}) = 0{,}241$$

Лоде коеффисиенти β (4.20) ни аниқлаймиз:

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3+n^2}} = \frac{2}{\sqrt{3+0{,}241^2}} = 1{,}142$$

(4.21) бўйича ушбуга ега бўламиз:

$$\frac{(\sigma_\rho - \sigma_Z)}{(\delta_\rho - \delta_Z)} = \frac{(\sigma_Z - \sigma_\theta)}{(\sigma_Z - \sigma_\theta)}$$

маълум қийматларни қўйгандан кейин еса

$$\frac{\sigma_\rho}{(0{,}5128 + 0{,}4367)} = \frac{-\sigma_\theta}{(-0{,}4367 + 0{,}0761)}$$

бундан

$$\sigma_\rho = 0{,}263\sigma_\theta$$

Бундан келиб чиқадики, σ_ρ ва σ_θ бир хил ишорали ва шу билан бирга мусбат ($\varepsilon_Z \prec 0$).

Шундай қилиб, $\sigma_\rho = \sigma_{max}$.

$\sigma_s = 5{,}2$ кг/см^2 бўлсин. (4.19) пластиклик шарти бўйича

$$\sigma_\rho = \beta\sigma_s = 1{,}142 \cdot 5{,}2 = 5{,}94 \text{ кг/см}^2;$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_\rho}{2{,}63} = 2{,}27 \text{ кг/см}^2.$$

4.6. Деформатсияловчи кучлар ва деформатсия ишини аниқлаш усуллари.

Металларни босим билан ишлаш жараёнида металл мураккаб шакл ўзгаришига дучор қилинади. Бунда кучланган - деформатсияланган ҳолатни таҳлили ҳақиқий жараённи кечиши ҳақидаги соддалаштирувчи илмий фараз (гипотеза)лар киритмасдан мумкин бўлмайдн. Шу боисдан кучланган - деформатсияланган ҳолатни аналитик усулини асосига қўйилиши мумкин бўлган, ишончли ва аниқ сонли йўл қўйишлар олиш учун тажриба тадқиқотлари зарур бўлади. Тажриба тадқиқотлари усулларини ва уларнинг «мумкин бўлган» қўлланишини ёпиқ штампларда штамплашни ўрганиш учун кўриб ўтамиз.

Деформасияларнинг тажриба таҳлилини енг кўп маълум бўлган усули бўлувчилар усули ёки координат тўри ва унинг турли кўринишлапри ҳисобланади. Бу усулнинг асосига, олдин кесиб олинган намунани меридионал юзасига ёки унинг бўш юзасига координат тўри чизиш қўйилган. Бундай намунани деформатсиялаш жараёнида тўр бузилади ва координат тўрини бузилиши бўйича металл оқишининг киниматикаси ўрганилади. Тўр катаги билан чегараланган ҳажм чегараларида жисмни изотроп, деформатсияни еса - бир хил (бир жинсли) деб ҳисоблайдилар. Демак олинган, олинган деформатсияланган ҳолат характеристикалари ўртача ҳисобланади ва катак ўлчамлари билан чегараланган, нисбатан катта бўлмаган ҳажмда, катак марказига келтирилиши ва маҳаллий сифатида кўрилиши мумкин. Бундай маҳаллий характеристиканинг топилиш аниқлиги деформатсиянинг бир жинсли емаслигига боглиқ. Усулнинг камчилиги нисбатан юқори меҳнат талаблиги ҳисобланади.

Кучланиш ва деформатсияларни қутбланиш - оптик усул ёрдамида тадқиқот қилиш шаффоф материалларнинг мажбурий оптик анизотропиясн таъсирндан фойдаланишга асосланган. Бу усул кўргазмалиги, юқори аниқлиги билан ажратиб туради, аммо, оптик фаол ва ҳақиқий матерпаллар хоссаларн бир хиллиги таъминлашнинг мураккаблиги, пластик оқишни моделлаш сифатини ва ишончлилигини пасайтиради.

Ҳозирги вақтда деформатсияланган ҳолатни тадқиқоти учун бўлувчи тўрлар ва қутбланиш -оптик усуллари ўртасидан оралнқ жой олган Муар усули янада кенг тарқалмоқда. Деформасияларни муар таъснрп усулнда ўрганишда деформатсияланаётган жисм текис кесимларига белгиланган геометриядаги растр чизилади. Деформасия жараёнида жисм нуқталари силжиш олади ва улар билан богланган ташкил етувчи чизиқлар ўз шакли ва ҳолатини алмаштиради. Дастлабки тўрни унга қўйилганда, муар йўл-йўл чизиқлари алмашинувчи қоронғу ва ёруг йўллар кўринишда пайдо бўлади. Бу усулнинг камчилиги намуна сиртига растр тўрини чизиш ва намуна кесими текислиги таъминлаш қийинлигидан иборат.

Томсон ва уннпг ходнмларн таклнф етган кучланган - деформатсияланган ҳолатни аниқлашнинг визиопластик усули шундан иборатки, координат тўри ёрдамида тезликларнинг вектор майдони белгиланади, уни йигма намуналар ажралиш текислигига жойланади ва унинг асосида кучланишлар ҳисоблаб чиқилади. Тўр чизиладиган текислик деформатсиянинг ҳар бир навбатдаги ўсишидаи кейин суратга олинади ва тўрни бузилиши бўйича деформатсиялар аниқланади. Уларнинг Δt вақт ичида силжиши бўйича еса деформатсия тезлиги топилади. Бу усулнинг муҳим камчилиги бўлиб, координат тўрини бузилишини босқичлаб фоторасмга олиш учун деформатсия жараёнини бўлиш зарурлиги ҳисобланади. Бу туташув юзасидаги ишқаланиш шароитларини ўзгаришини олиб келади. Кўп марта юкланишда деформатсияларнинг ҳақиқий сурати бузилади ва олинган маълумотларнинг ҳатолик даражасини амалий баҳолаш мумкин емас.

Кучланган - деформатсияланган ҳолатни пластик соҳада қаттиқликни ўлчаш билан тадқиқот қилиш усули, ҳар қандай кучланган ҳолатлар учун тўгри бўлган, берилган материал учун ягона қаттиқлик H_v ва кучланишлар жадаллиги σ_i ўртасидаги богланишни мавжудлиги ҳақидаги тахминга аниқланган.

Тарировка графиги билан $\sigma_i(H_v)$ егри чизиқларни енг катта тафовутини бир текис бўлмаган оралиқ юклама билан юкланишда кутиш лозим. Баушенгер таъсири пайдо бўлиш шароитларида, тескари ишорали деформатсия, Баушенгер деформатсияси чегараларида қаттиқликни ўзгариши билан бирга кузатилмайди. Кейинги деформатсиялаш бир текис юкланишдаги каби қаттиқлик ва кучланишлар жадаллиги ўртасида алоқаларга олиб келади.

АДАБИЙОТЛАР

1. Абдуллаев Ф.С. Основы теории обработки металлов давлением. –Ташкент: ТашГТУ, 1999. -239 с.

2. Бернштейн М.Л., Займовский В.А. Механические свойства металлов. –Москва: Металлургия, 1979. -496 с.

3. Гун Г.Я. Теоретические основы обработки металлов давлением. –Москва: Металлургия, 1980. -456 с.

4. Евстратов Е.А. Теория обработки металлов давлением. –Харьков: Вища школа, 1981. -248 с.

5. Колмогоров Л.В. Механика обработки металлов давлением. –Москва: Металлургия, 1986. -688 с.

6. Макклинтон Ф., Аргон А. Деформасия и разрушение металлов. –Москва: Мир, 1970. -443 с.

7. Сторожов М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. –Москва: Машиностроение, 1977. -423 с.

8. Унксов Е.П., Джонсон У., Колмогоров Л.В. и др. Теория пластической деформасии металлов. / Под ред. Е.П.Унксова и А.Г.Овчинникова. –Москва: Машиностроение, 1983. -598 с.

9. Хоникомб Р. Пластическая деформатсия металлов. -Москва: Мир, 1972. -408 с.

ТАЯНЧ СЎЗЛАР

Деформасия, совуқ пластик деформатсия, чизиқли деформатсия, бурчакли деформатсия, ҳажмий деформатсия, нисбий деформатсия, логрифмик деформатсия, деформатсия даражаси, еластик деформатсия, пластик деформатсия, фазовий панжара, кристалл панжаранинг елементар катакчаси, ҳажмий кубсимон панжара, қирраси марказлашган кубсимон панжара, зич жойлашган чекланган катакчали панжара, анизотония, монокристалл, сирпаниш, қиёфадошланиш, дислокасия, чекка дислокасия, винсимон дислокасия, дислокасиялар чизиги, дислокасия маркази, Бюгерс вектори, оқувчанлик чегараси, микроструктура (тузилиш) йўл-йўллиги, мустахкамланиш, мустаҳкамланиш егри чизиқлари, оқувчанлик кучланиши, қайтиш ва рекристализасия, ескнрпш, иссиқ деформатсия, тўлиқмас иссиқ деформатсия, тўлиқмас иссиқ деформатсия, совуқ деформатсия, макроструктура (тузилиш) йўл-йўллиги, ҳажмий доимийлик шарти, аралаш ҳажм, силжиган ҳажм, деформатсия тезлиги, сирт кучлари, қайтиш кучланиши, кучланиш, нормал кучланиш, уринма кучланиш, бош нормал кучланиш, кучланиш тензори, инвариантлар, кучланиш еллипсоиди, бош уринма кучланишлар, йўналтирувчи кучланишлар, шарсимон тензорлар, ўртача нормал кучланиш, кучланиш девиатори, октаедрик кучланиш, Мор кучланиши, ҳажмий кучланган ҳолат, ўққа симметрик кучланган ҳолат, ясси кучланган ҳолат, ясси деформатсияланган ҳолат, деформатсия таркибий қисмлари (компонентлар), силжиш компонентлари, силжиш тезликлари, деформатсиялар тезликлари, ўхшаш принсипи, туташув иссиқланиши, енг кам қаршилик принсипи, деформатсия нотекислиги, қўшимча кучланишлар, сирпаниш чизиқлари, Генки интеграли, сирпаниш чизиқлари майдони, сирпаниш тезликлари.

ТЕСТ САВОЛЛАРИ

1-тест

Савол: Қайси жавобда деформатсия турлари тўлиқ кўрсатилган?

Жавоблар:

1. Чизиқли деформатсия, сирт деформатсияси, хажмий деформатсия.
2. Эластик деформатсия, пластик деформатсия.
3. Логарифмик деформатсия, мутлоқ деформатсия, нисбий деформатсия.
4. Чизиқли деформатсия, бурчак деформатсияси, сирт деформатсияси, хажмий деформатсия, мутлоқ деформатсия, нисбий деформатсия, логарифмик деформатсия, деформатсия даражаси, еластик деформатсия, пластик деформатсия.
5. Чизиқли деформатсия, бурчак деформатсияси, сирт деформатсияси, хажмий деформатсия, мутлоқ деформатсия, логарифмик деформатсия, еластик деформатсия, пластик деформатсия.

2-тест

Савол: Дислокасияларнинг харакат тезлиги қайси жавобда тўгри ёзилган?

Жавоблар:

1. $\sigma_{дис} = \sigma_0\left(-\frac{A}{\tau T}\right)$ 2. $\sigma_{дис} = \sigma_0 \exp\left(\frac{A}{\tau T}\right)$

3. $\sigma_{дис} = \exp\left(\frac{A}{\tau T}\right)$ 4. $\sigma_{дис} = \sigma_0 \exp\left(-\frac{A}{\tau T}\right)$

5. $\sigma_{дис} = \exp\left(-\frac{A}{\tau T}\right)$

3-тест

Савол: С.И.Губкин бўйича деформатсия турлари қайсилар?

Жавоблар:

1. Совуқ деформатсия, иссиқ деформатсия.
2. Иссиқ, тўлиқмас иссиқ, совуқ.
3. Иссиқ, тўлиқмас иссиқ, тўлиқмас совуқ, совуқ.
4. Совуқ, тўлиқмас совуқ, тўлиқмас иссиқ.
5. Совуқ, оралиқ, иссиқ.

4-тест

Савол: Деформасия даражалари йиғиндиси нимага тенг?

Жавоблар:

1. $\delta_x + \delta_y + \delta_z = 0$ 2. $\delta_x + \delta_y + \delta_z \neq 0$

3. $\delta_x + \delta_y + \delta_z > 0$ 4. $\delta_x + \delta_y + \delta_z < 0$

5. $\delta_x + \delta_y + \delta_z \approx 0$

5-тест

Савол: Деформасия тезлиги нимага тенг?

Жавоблар:

1. $\dot{\delta} = \frac{1}{V} \cdot \frac{dv}{dt}$ 2. $\dot{\delta} = \frac{1}{V} \cdot \frac{dvc}{dt}$ 3. $\dot{\delta} = \frac{d\varepsilon}{dt}$

4. $\dot{\delta} = \frac{1}{V} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$ 5. $\dot{\delta} = \frac{1}{V_c} \cdot \frac{dv}{dt}$

6-тест

Савол: Уринма кучланишнинг ишораси нималарга боглиқ?

Жавоблар:

1. Нормал кучланишнинг ишораси ва йўналишига.
2. Ўқлар йўналишига.
3. Нормал кучланишнинг ишорасига.
4. Нормал кучланиш ва ўқлар йўналишига.
5. Нормал кучланиш ва ўқлар йўналишига боглиқ емас.

7-тест

Савол: Қия майдончага нисбатан нормал холати қандай аниқланади?

Жавоблар:

1. $$\begin{aligned}\cos\alpha_x &= \cos(N;y)\\ \cos\alpha_y &= \cos(N;x)\\ \cos\alpha_z &= \cos(N;z)\end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned}\cos\alpha_x &= \cos(N;x)\\ \cos\alpha_z &= \cos(N;z)\\ \cos\alpha_y &= \cos(N;y)\end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned}\cos\alpha_z &= Q_y\\ \cos\alpha_y &= Q_x\end{aligned}$$

4. $$\begin{aligned}\cos\alpha_y &= Q_y\\ \cos\alpha_y &= Q_x\\ \cos\alpha_z &= Q_z\end{aligned}$$

5. $$\begin{aligned}\cos\alpha_x &= Q_x\\ \cos\alpha_y &= Q_y\\ \cos\alpha_z &= Qz\end{aligned}$$

8-тест

Савол: Тўлиқ кучланиш нимага тенг?

Жавоблар:

1. $S = \sigma_1 Q_1 + \sigma_2 Q_2 + \sigma_3 Q_3$

2. $S = \sigma_x Q_x + \sigma_y Q_y + \sigma_z Q_z$

3. $S^2 = \sigma_x^2 Q_x^2 + \sigma_y^2 Q_y^2 + \sigma_z^2 Q_z^2$

4. $S = \sigma_1 Q_1^2 + \sigma_2 Q_2^2 + \sigma_3 Q_3^2$

5. $S = \sigma_1^2 Q_1^2 + \sigma_2^2 Q_2^2 + \sigma_3^2 Q_3^2$

9-тест

Савол: Кучланишнинг шарсимон тензори нимага тенг?
Жавоблар:

1. $T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{\mathrm{yz}} \\ \tau_{zx} & \tau_{\mathrm{zy}} & \sigma_{\mathrm{z}} \end{Bmatrix}$

2. $T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{\mathrm{yz}} \\ \bullet & \bullet & \sigma_{\mathrm{z}} \end{Bmatrix}$

3. $T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{Bmatrix}$

4. $T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{\mathrm{z}} \end{Bmatrix}$

5. $T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_2 & \tau_{\mathrm{yz}} \\ \bullet & \bullet & \sigma_3 \end{Bmatrix}$

10-тест

Савол: Бош уринма кучланиш нимага тенг?
Жавоблар:

1. $\tau_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$
2. $\tau_{1,2} = \pm(\sigma_1 - \sigma_2)$
3. $\tau_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$
4. $\tau_{1,2} = \pm\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$

5. $\tau_{1,2} = \pm\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$

11-тест

Савол: Бош нормал кучланишларнинг ўзгариши бош уринма кучланишлар катталигига қандай таъсир қилади?

Жавоблар:

1. Бош нормал кучланишларнинг ошиши бош уринма кучланишлар катталигини оширади.
2. Бош нормал кучланишларнинг камайиши бош уринма кучланишлар катталигини камайтиради.
3. Бош уринма кучланишлар катталиги ўзгармайди.
4. Бош нормал кучланишларнинг камайиши бош уринма кучланишлар катталигини оширади.
5. Бош нормал кучланишларнинг ошиши бош уринма кучланишлар катталигини камайтиради.

12-тест

Савол: Шарсимон тензор нимага таъсир қилади?

Жавоблар:

1. Пластик деформатсияда шакл ўзгаришига.
2. Аниқ жисмларда шакл ўзгаришига.
3. Эластик деформатсиядаги шакл ўзгаришига.
4. Аниқ жисмларда хажм ўзгаришига.
5. Эластик деформатсиядаги ҳажм ўзгаришига.

13-тест

Савол: Ўққа симметрик кучланган холатда кучланиш компонентлари қайси координатага боглиқ емас?

Жавоблар:

1. ρ   2. з   3. θ   4. з, ρ   5. θ, ρ

14-тест

Савол: Ҳажмий кучланган холат учун мувозанат шартлари.

Жавоблар:

1. $$\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}=0 \\ &\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}=0 \\ &\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}=0 \end{aligned}$$

2. $$\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}=0 \\ &\frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}=0 \end{aligned}$$

3. $$\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}=0 \\ &\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}=0 \\ &\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}=0 \end{aligned}$$

4. $$\begin{aligned} &\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}=0 \\ &\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}=0 \end{aligned}$$

5. $$\begin{aligned} &\frac{\partial \sigma_x}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{z}}{\partial z}=1 \\ &\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x}+\frac{\partial \sigma_y}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z}=1 \\ &\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}=1 \end{aligned}$$

15-тест

Савол: Ясси кучланган ҳолат учун қайси тенглама тўгри?
Жавоблар:

1. $\sigma_y=0$
2. $\sigma_y=\dfrac{\sigma_x+\sigma_z}{2}$
3. $\sigma_z=\dfrac{\sigma_x-\sigma_z}{2}$
4. $\sigma_y=\dfrac{\sigma_z-\sigma_x}{2}$
5. $\sigma_y\neq 0$

16-ТЕСТ

Савол: Кучланишлар еллипсоиди қандай ифодаланади?

Жавоблар:

1. $\frac{S_1}{\sigma_1^2}+\frac{S_2}{\sigma_2^2}+\frac{S_3}{\sigma_3^2}=1$ 2. $\frac{\sigma_1}{S_1^2}+\frac{\sigma_2}{S_2^2}+\frac{\sigma_3}{S_3^2}=1$

3. $\frac{\sigma_1}{S_1}+\frac{\sigma_2}{S_2}+\frac{\sigma_3}{S_3}=1$ 4. $\frac{S_1}{\sigma_1^2}+\frac{S_2}{\sigma_2^2}+\frac{S_3}{\sigma_3^2}=0$

5. $\frac{\sigma_1}{S_1^2}+\frac{\sigma_2}{S_2^2}+\frac{\sigma_3}{S_3^2}=0$

17-тест

Савол: Ясси деформатсияланган холат учун кучланиш нимага тенг?

Жавоблар:

1. $\sigma_y=0$ 2. $\sigma_y=\frac{\sigma_x+\sigma_z}{2}$

3. $\sigma_z=\frac{\sigma_x-\sigma_z}{2}$ 4. $\sigma_y\neq 0$

5. $\sigma_y=\sigma_z+\sigma_x$

18-тест

Савол: Деформасия тезлигининг тензори деформатсия тезлигининг қайси компонентларидан ташкил топади?

Жавоблар:

1. $E_х$, $E_й$ $E_з$ - нисбий чўзилиш тезликларининг компонентларидан.

2. $\gamma_{хй}$, $\gamma_{йз}$, $\gamma_{зх}$ - нисбий силжиш тезликларининг компонентларидан.

3. Нисбий чўзилиш ва нисбий силжиш тезликларининг компонентларидан.

19-тест

Савол: Пластиклик шарти бош уринма кучланишлар орқали ифодаланганда қандай ёзилади?

Жавоблар:

1. $\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = 0$
2. $\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = 1$
3. $\tau_{12}^2 = \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = \frac{1}{2}\sigma_s^2$

20-тест

Савол: Пластик деформатсияда кучланишлар ва деформатсиялар орасидаги богланишларни ўрнатиш хуқуқини берувчи низомни айтиб беринг.

Жавоблар:

1. а) бош чизиқли деформатсиялар йўналиши бош нормал кучланишлар йўналиши билан мос келади.

б) деформатсиялар учун Мор диаграммаси кучланишлар учун Мор диаграммасига геометрик ўхшаш.

2. а) бош чизиқли деформатсиялар йўналиши бош нормал кучланишлар йўналиши билан мос келмайди.

б) деформатсиялар учун Мор диаграммаси кучланишлар учун Мор диаграммасига ўхшаш емас.

3. а) бош чизиқли деформатсиялар йўналиши бош нормал кучланишлар йўналиши билан мос келмайди

б) деформатсиялар учун Мор диаграммаси кучланишлар учун Мор диаграммасига геометрик ўхшаш.

21-тест

Савол: Чўкишдаги деформатсия иши нимага тенг?

Жавоблар:

1. $A = \rho_{CP} V_C$ 2. $A = \frac{\rho_{CP}}{V_C}$ 3. $A = \rho V_C$

22-тест

Савол: Характеристикалар тенгламасини узил кесил кўринишда ёзинг.

Жавоблар:

1. $\frac{\partial z}{\partial \eta} = \frac{\partial x}{\partial \eta} tg\omega$ 2. $\frac{\partial z}{\partial \eta} = -\frac{\partial x}{\partial \eta} tg\omega$

3. $\frac{\partial z}{\partial \eta} = \frac{\partial x}{\partial \eta} ctg\omega$ 4. $\frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} ctg\omega$

5. $\frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} tg\omega$ 6. $\frac{\partial z}{\partial \xi} = -\frac{\partial x}{\partial \xi} ctg\omega$

23-тест

Савол: Тўғри бурчакли кесимдаги заготовкани чўзишдаги деформатсиянинг солиштирма зўриқиши қандай аниқланади?

Жавоблар:

1. $p = \sigma_s \left(1 + \frac{\mu}{3} \frac{l_0}{h} \right)$ 2. $p = \frac{1 + \frac{\mu}{3} \frac{l_0}{h}}{\sigma_s}$ 3. $p = \sigma_s \left(1 + \frac{3}{\mu} \frac{h}{l_0} \right)$

24-тест

Савол: Болгалаш (ковка) даражаси қандай аниқланади?

Жавоблар:

1. $y = F_0 F_1$ 2. $y = \frac{F_0}{F_1}$ 3. $y = F_1 F_2$

25-тест

Савол: Пуассон чеккасидан матриса тубигача бўлган масофа қандай аниқланади?

Жавоблар:

1. а) ишчи юриш охиридаги Пуассон чеккасидан матриса тубигача бўлган масофа минимал рухсат етилган пресс қолдиқ қалинлигидан келиб чиқади.

б) поковка пресс қолдиқдан чивиқ (пруток) пресслангандаги кабн ажраладп.

2. а) ишчи юриш охиридаги Пуассон чеккасидан матриса тубигача бўлган масофа поковканинг қалин элементини bерилган ўлчамидан келиб чиқади

b) поковка штампдан қайтиб юрнщда турткпч ёрдамнда чпқарнb олинади.

3. a) поковка пресс қолдиқдан чивиқ пресслангдаги kabи ажралади.

b) поковканинг ўзак қисми узунлиги унинг конструксиясн билан аниқланади.

МУНДАРИЖА

Муҳаррир М. Ҳасанова