УМУМИИ ФИЗИКА КУРСИ

II

Ушбу китобнинг мақсади студентларни физиканинг асосий идеялари ва методлари билан таништиришдан иборат. Асосий эътибор физикавий қонунларнинг маъносини тушунтиришга ва улардан онгли равишда фойдаланишга қаратилди. Китобнинг ҳажми унчалик катта бўлмаса ҳам, у келгусида назарий физика ва бошқа физика фанларини урганишда зарур булган электр ҳақидаги барча масалалар баёнини ўз ичига олган.Ҳамма параграфлар Халқаро бирликлар системаси (СИ) да баён қилинган, бироқ назарий физикада ҳозирги вақтгача Гаусс бирликлари системаси қўлланилаётганлиги сабабли ўқувчи бу система билан ҳам танишиш имконига эга.

Китоб ва унинг таржимаси ҳақидаги ўз фикр ва мулоҳазаларингизни қуйидаги адресга юборишингизни сўраймиз: Тошкент — 129, Навоий кучаси, 80. „Ўқитувчи" нашриёти, Физика-математика адабиёти редакцияси.

$С \frac{20407 \quad №\ 61}{М-353-(06)\ 75}$ 90—75

РУСЧА ТУРТИНЧИ НАШРИГА СЎЗ БОШИ

Китобнинг ушбу нашрини тайёрлаш вақтида анчагина ўзгартишлар киритилиб, жиддий қайта ишлаб чиқилди. Моддадаги электр ва магнит майдонига бағишланган II ва VII боблар ҳамда индукция электр юритувчи кучи баён этилган 56- § тамоман ўзгартирилди. Вакуумдаги майдонлар кўрилаётганда фақат E ва **B** катталиклардан фойдаланилди. Векторлар анализидан элементар маълумот берувчи янги параграф (107- §) қўшилди. 18, 30, 40, 47, 112- параграфларга муҳим қўшимчалар киритилди. Бошқа баъзи параграфларга ўзгартиш ва қўшимчалар киритилди.

Автор Н. И. Гольдфарбга фойдали маслаҳат ва изоҳлари учун миннатдорчилик билдиради, улар иккинчи томни қайта ишлашда ҳисобга олинди.

Апрель, 1970 й.

И. Савельев

РУСЧА БИРИНЧИ НАШРИГА ЁЗИЛГАН СЎЗ БОШИДАН

Ушбу курснинг иккинчи томи ҳам биринчи томи каби асосан олий техника уқув юртларининг инженер-физик ихтисосига ўқийдиган студентлар учун мулжалланган. Китобхонларга таклиф қилинаётган ушбу қулланманинг ҳажми унча катта бўлмаса ҳам, унда келажакда назарий физика ва бошқа физика фанларини ўрганишда билиш зарур бўлган барча маълумотлар мавжуд.

Китоб ҳажмини қисқартириш (биринчи томдагига ўхшаш) лекцияда курсатиладиган демонстрацияларнинг, эскирган асбоблар ва утган асрда қулланилган экспериментал техниканинг баёнилан воз кечиш ҳисобига эришилди. Тарихий материаллар ҳам қисқартирилган ҳолда берилди. Лекин юқорида айтилганлар баён қилиш экспериментга таянмайди деган маънони билдирмайди. Электромагнетизм ҳақидаги ҳозирги замон таълимоти асосида ётган фундаментал тажрибаларнинг барчаси етарли даражада тулиқ баён этилган. Мисол учун металлардаги электр утказувчилар табиатини аниқлашга бағишланган тажрибалар туплами (Рикке, Мандельштам ва Папалекси, Толмен ва Стюарт тажрибалари), магнетизм табиатини аниқлашга бағишланган тажрибалар тўплами (Эйнштейн ва де Хаас, Барнетт, Штерн ва Герлах тажрибалари), электрон ва мусбат ионларнинг заряди ҳамда солиштирма зарядини аниқлаш учун қилинган тажрибалар (Милликен, Томсон, Астон тажрибалари), Герцнинг электромагнит тўлқинлар билан утказган тажрибалари ва бошқаларни кўрсатиш мумкин. Шунингдек, зарядланган зарралар тезлатгичлари, ионлаш камералари ва счётчиклар, масс-спектрографлар каби бошқа бир қатор замонавий экспериментал методикалар ва қурилмалар баён қилинади.

Қўлланмада диа-ва парамагнетизм, металларнинг ва ярим ўтказгичларнинг зонали назарияси, газда разряд ва электромагнит тўлқинлар каби мавзулар олий ўқув юртларида фойдаланилаётган физика дарсликларидагига нисбатан тўлароқ тушунтирилган. Автор баъзи дарсликларда учраб турадиган ҳамда ҳодисаларнинг моҳиятини бузиб, китобхоннинг фикрини чалкаштирадиган соддалаштиришлардан воз кечди. Масалан, Ферми сатҳи электронларнинг абсолют ноль температурадаги максимал энергияси сифатида аниқланиши контакт термо-э. ю. к. пайдо бўлишини бутунлай тушунарсиз қилади (чунки бундай усулда температуранинг функцияси булган Ферми сатҳи берилган металл учун характерли булган константага айланиб қолади). Ферми сатҳини бу усулда аниқлаш ярим уткасгичларда ҳам қулланилиши мумкин эмас, чунки ярим ўтказгичларда Ферми сатҳи таъқиқланган зонада жойлашган бўлади. Иккинчи мисол сифатида диполнинг электромагнит тўлқинлар нурлашини куч чизиқларининг „ечилиб кетиши" деб аталадиган усул ёрдамида тушунтиришни курсатиш мумкин. Биринчидан, бундай „ечилиб кетишини" тушунтиришни фақат кургазмали қилади, лекин асл маъносини тушунтира олмайди. Бундан ташқари бу усул принцип жиҳатдан нотўғридир, чунки электромагнит тулқинларнинг пайдо булиш ва тарқалиш ҳодисаси асосида ётган электр ва магнит майдонларнинг бирлиги ва ўзаро боғланишини бутунлай ҳисобга олмайди. Ечилиб кетиш тўғрисидаги мулоҳазаларда электр ва магнит майдонларининг пайдо бўлиши бир-бирига боғланмаган ҳолда тушунтирилади, бу эса ҳодисаларнинг ҳақиқий физикавий моҳиятига зиддир.

Китоб Халқаро бирликлар системаси (СИ) да баён қилинади. Ҳозирги вақтгача Совет Иттифоқида нашр қилинган физикага доир адабиётда (хусусан, назарий физикага доир дарсликларнинг барчасида бирликларнинг Гаусс системаси қулланилган Шунинг учун биз китобхонни бу система билан таништиришни зарур деб топдик. Гаусс системаси қуллаб ёзилган текстлар петитда (майда ҳарф билан) терилган булиб, агар китобхон бу системага қизиқмаса, шу текстни уқимасдан кетиши мумкин. Китобнинг охиридаги иловаларда электр ва магнит катталикларнинг СИ ва Гаусс системасидаги улчов бирликлари берилган, электромагнетизмга тааллуқли асосий формулаларнинг иккала системадаги ифодаларининг солиштирма жадвали берилган.

Москва энергетика институти физика кафедрасининг мудири профессор В. А. Фабрикантга ва шу кафедра ўқитувчилари И. П. Федорова ҳамда Ю. Б. Горбатовга бир қатор жуда фойдали маслаҳат ва изоҳлари учун ташаккур билдираман. Шунингдек, китоб текстини тузатиш ва яхшилашда кўп меҳнат қилган редактор Е. Б. Кузнецовага ҳам миннатдорчилик билдиришни ўз бурчим деб биламан.

И. Савельев

I БОБ

ВАКУУМДА ЭЛЕКТР МАЙДОНИ

1-§. Кириш

Табиатдаги жисмларнинг маълум шароитда электр зарядга эга булиши (электрланиши) мактаб физика курсидан маълум. Жисмда электр зарядининг борлиги унинг бошқа зарядланган жисмлар билан узаро таъсирлашишида намоён бўлади.

Электр зарядлари икки турда бўлиб, шартли равишда мусбат ва манфий деб аталади. Бир хил ишорали зарядлар бир-бирини итаради, ҳар хил ишоралилари эса ўзаро тортишади.

Электр заряди элементар зарралар деб аталадиган баъзи зарраларнинг асосий хусусиятларидан биридир. Барча элементар зарраларнинг заряди (агар унинг заряди нолга тенг булмаса) абсолют қиймати жиҳатидан бирдай бўлади. Бундай зарядни элементар заряд деб айтиш мумкин. Бу зарядни *е* ҳарфи билан белгилаймиз.

Элементар зарралар қаторига электрон (манфий зарядга эга), протон (мусбат зарядга эга) ва нейтронлар (унинг заряди нолга тенг) киради. Модда атомлари ана шундай зарралардан ташкил топгани учун электр зарядлари барча жисмлар таркибига органик равишда кирган булади. Одатда жисмлар таркибидаги турли ишорали зарядларга эга булган зарралар миқдори тенг бўлади ва жисм ҳажми буйлаб бирдай зичликда тақсимланади. Бу ҳолда жисмнинг исталган кичик (элементар) ҳажмидаги зарядларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг булади ва бундай жисмларнинг (шу жумладан барча жисмларнинг) ҳар бири электр нуқтаи назардан нейтрал бўлади. Агар бирор усул билан (масалан, бошқа жисмга ишқалаш орқали) жисмда маълум ишорали зарралар миқдорини купайтирсак (аксинча, қарама-қарши ишорали зарралар миқдорини камайтирсак), биз бу жисмни зарядлаган буламиз. Худди шунингдек, зарядлашни жисмдаги мусбат ва манфий зарядларнинг умумий миқдорини ўзгартирмай бажариш мумкин. Зарраларни жисм ҳажмида қайта тақсимлаш орқали жисмнинг бир қисмида бир ишорали, бошқа қисмида эса иккинчи ишорали зарядлар миқдорини кўпайтириш мумкин. Буни металл жисмга зарядланган бошқа жисмни яқинлаштириш йўли билан амалга ошириш мумкин.

Исталган q заряд элементар зарядларнинг йиғиндисидан иборатдир, шунинг учун бу заряд e га бутун каррали ҳисобланади:

$$q = \pm Ne.$$

Бироқ элементар заряд шундай кичикки (3- § га қаранг), исталган микроскопик зарядлар катталигини узлуксиз узгарувчан деб ҳисоблаш мумкин.

Электр зарядлари йуқолиши ва яна пайдо булиб туриши мумкин. Лекин доимо қарама-қарши ишорали икки элементар заряд бир вақтда йуқолади ёки пайдо булади. Шунинг учун электр жиҳатдан изоляцияланган¹) системанинг умумий заряди ўзгармайди. Бу **электр зарядининг сақланиш қонуни**дир.

Агар зарядланган зарралар, масалан, электронлар бирор жисм ҳажмида маълум эркинлик билан ҳаракатлана олса, бундай жисм электр токини утказиш хусусиятига эга бўлади. Ҳаракати натижасида ток вужудга келадиган заряд ташувчилар вазифасини электронларгина эмас, балки ионлар ҳам бажариши мумкин, яъни бир неча электронларини йуқотган ёки қушиб олган атом ва молекулалар ҳам заряд ташувчи була олади.

Электр токини утказиш хусусиятига қараб табиатда учрайдиган барча жисмлар диэлектриклар (ёки изоляторлар), утказгичлар ва ярим утказгичларга ажралади. Табиатда идеал изоляторлар учрамайди. Барча жисмлар жуда кам булса ҳам электр токини ўтказади. Лекин диэлектриклар утказгичларга нисбатан токни $10^{15}-10^{20}$ марта ёмон ўтказади. Электр ўтказиш хусусияти буйича ўтказгичлар билан диэлектриклар уртасида турувчи жисмлар ярим утказгичлар деб айтилади. Ярим утказгичлар ўтказувчанлик катталигидан ташқари утказгичлардан бир қатор бошқа хоссалари билан ҳам фарқ қилади.

2- §. Зарядларнинг ўзаро таъсири. Кулон қонуни

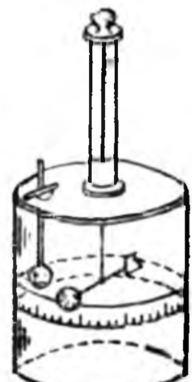
Жисмнинг электр зарядига эга эканлиги шу жисмнинг бошқа зарядланган жисмлар билан ўзаро таъсирлашиши орқали намоён бўлиши юқорида айтиб утилган эди. Бир хил ишорали зарядларга эга булган жисмлар (бундай жисмлар бир исмли зарядланган дейилади) бир-бирларини итаради. Ҳар хил ишорали зарядларга эга булган жисмлар бир-бирини тортади. Нуқтавий деб аталувчи зарядларнинг узаро таъсир кучи 1785 йилда Кулон аниқлаган қонунга бўйсунади.

¹) Агар системани чегаралаб турган сирт орқали электр токи ўта олмайдиган бўлса, бундай система электр жиҳатдан изоляцияланган дейилади.

Агар бирор зарядланган жисмнинг ўлчамларини шу жисмдан бошқа жисмларгача булган масофага нисбатан чексиз кичик деб ҳисоблаш мумкин булса, бундай зарядланган жисм **нуқтавий заряд** деб айтилади.

Кавендиш томонидан гравитация доимийсини аниқлашда фойдаланилган (I том, 46- § га қаранг) буралма тарозидан (1-расм) фойдаланиб, Кулон иккита зарядланган шарча орасидаги таъсир кучини шарчалардаги зарядларнинг катталигига ҳамда шарчалар ўртасидаги масофага боғлиқ равишда ўлчади. Кулон бу тажрибани уtказганда зарядланган металл шарчага зарядланмаган металл шарчани тегизганда мавжуд заряд шарчалар уртасида тенг тақсимланади деб ҳисоблади.

Ўз тажрибалари ёрдамида Кулон қуйидаги хулосага келди: *иккита нуқтавий заряднинг ўзаро таъсир кучи ҳар бир заряд катталигига тўғри ва зарядлар ўртасидаги масофанинг квадратига тескари пропорционалдир.* Кучнинг йуналиши зарядлар орқали ўтган туғри чизиқ билан устма-уст тушади.



1- расм.

Кулон қонунини қуйидаги формула орқали ифодалаш мумкин.

$$f = k\frac{q_1 q_2}{r^2}, \qquad (2.1)$$

бу ерда k — пропорционаллик коэффициенти, q_1 ва q_2 — таъсирлашаётган зарядларнинг миқдорлари, r — зарядлар орасидаги масофа.

Зарядлар бир хил ишорали булса, (2.1) формула ёрдамида ҳисоблаб топилган куч мусбат булади (бу зарядларнинг бир-биридан итарилишини билдиради). Агар зарядлар ҳар хил ишорали булса, таъсир кучи манфий булади (бу зарядларнинг бир-бирига тортилишини билдиради)[1]).

Кулон қонунини вектор курinишида қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\mathbf{f} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (2.2)$$

Бу ифодада $\mathbf{r}$ орқали бир заряддан иккинчи зарядга ўтказилган ва $\mathbf{f}$ куч таъсир қилаётган зарядга қараб йуналган вектор белгиланган.

Нуқтавий зарядлар ўртасидаги узаро таъсир қонунини билган ҳолда чекли ўлчамларга эга булган жисмларда йиғилган

---

[1]) Молекулалар уртасидаги таъсир кучининг ишораси ва характери билан таққосланг (I том, 117- § га қаранг).

зарядлар ўртасидаги ўзаро таъсир кучини ҳисоблаб чиқиш мумкин. Бунинг учун зарядларнинг ҳар бирини шундай кичик dq бўлакчаларга ажратиш керакки, бу бўлакчаларни нуқтавий деб ҳисоблаш мумкин булсин. Шундан кейин жуфтлаб олинган dq зарядлар ўртасидаги ўзаро таъсир кучини ҳисоблаш ва кучларни вектор равишда қўшиш керак. Бундай ҳисоблаш математика нуқтаи назаридан чекли ўлчамга эга булган жисмлар ўртасидаги гравитацион тортишиш кучини ҳисоблашга тўла мос келади (I том, 46-§ га қаранг).

2-расм.

3-§. Бирликлар системалари

Заряднинг ўлчов бирлигини мослаб танлаш билан (f ва r катталикларнинг ўлчов бирликлари механика қисмида келтириб чиқарилган эди) (2.1) формуладаги пропорционаллик коэффициентини бирга тенг қилиб олиш мумкин. Заряднинг шу коэффициентга мос ўлчов бирлиги заряднинг абсолют электростатик бирлиги (қисқача: СГСЭ-заряд бирлиги) деб айтилади (f ва r катталиклар бирликларнинг СГС-системасида ўлчанган деб ҳисобланади). Ву бирлик вакуумда миқдор жиҳатдан тенг бўлган ва 1 *см* масофада турган зарядга 1 *дина* куч билан таъсир қиладиган заряддан иборат.

Аниқ ўлчовлар утказиш натижасида (66-§ га қаранг) элементар заряд қуйидаги қийматга тенг эканлиги топилди:

$$e = 4{,}80 \cdot 10^{-10} \text{ СГСЭ-заряд бирлиги.}$$

Узунлик, масса, вақт ва заряд бирликларини асосий бирлик деб қабул қилиб, электр ва магнит катталикларнинг ўлчов бирликлари системасини тузиш мумкин. Асосий бирликлар сифатида сантиметр, грамм-масса, секунд ва СГСЭ-заряд бирлиги қабул қилинган бирликлар системасини абсолют электростатик бирликлар системаси (СГСЭ-система) деб айтилади. Бу система Кулон қонуни асосида, яъни зарядланган жисмлар ўртасидаги ўзаро таъсир қонуни асосида тузилган. Кейинроқ биз абсолют электромагнит бирликлар системаси (СГСМ-система) билан танишамиз. Бу система электр токи ўтаётган ўтказгичлар ўртасидаги ўзаро таъсир қонуни асосида тузилган. Электр катталикларининг бирликлари СГСЭ-система бирликларига, магнит катталикларнинг бирликлари эса СГСМ-система бирликларига мос тушадиган Гаусс системаси ҳам абсолют системадир.

СГСЭ системасида Кулон қонунини ифодаловчи формула қуйидагича куринишга эга булади:

$$f = \frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{8.1}$$

Бу формула бушлиқда жойлашган зарядлар учунгина татбиқ қилиниши мумкин. Муайян муҳитда жойлашган зарядлар учун формулага тузатишлар киритиш зарур (18- § га қ.).

1963 йилнинг 1 январидан бошлаб СССРда Давлат стандарти ГОСТ 9867—61 қабул қилинган. Бу стандартда СИ символи билан белгиланадиган бирликларнинг Халқаро системасини қуллаш мақсадга мувофиқ эканлиги курсатилган. Бу системанинг асосий бирликлари: метр, килограмм, секунд, ампер, Кельвин градуси ва шамдир. СИ системада куч бирлиги сифатида ньютон (*н*) қабул қилинган булиб, у 10^5 *дина* га тенг.

Электр ва магнит катталикларнинг бирликларини белгилашда СИ система ҳам СГСМ системасидаги каби зарядларнинг ўзаро таъсир кучига эмас, балки токли утказгичларнинг узаро таъсирига асосланади. Шунинг учун бу системаларда Кулон қонунидаги пропорционаллик коэффициенти 1 дан фарқли бўлган улчамли катталик булади.

СИ системада заряд бирлиги сифатида кулон (*к*) қабул қилинган. Тажриба ёрдамида қуйидаги аниқланган:

$1\ к = 2{,}998 \cdot 10^9$ (тақрибан $3 \cdot 10^9$) СГСЭ-заряд бирлиги. (3.2)

1 *к* заряднинг катталиги ҳақида тасаввур ҳосил қилиш учун заряди 1 *к* га тенг булиб, бир-биридан 1 *м* масофада турган иккита нуқтавий зарядларнинг ўзаро таъсир кучини ҳисоблайлик. (3.1) формулага мувофиқ

$$f = \frac{3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100^2} \text{ СГСЭ} = 9 \cdot 10^{14}\ дина = 9 \cdot 10^9 н \approx 10^9\ кГ.$$

Кулон ҳисобида ифодаланган элементар заряд

$$e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\ к$$

га тенг бўлади.

4- §. Формулаларни рационаллаштириб ёзиш

Агар электродинамика формулалари СГС-системасида (хусусан, Гаусс системасида) ёзилса, уларнинг купчилигида 4π кўпайтувчи ва электродинамика доимийси деб аталиб, қиймати ёруғликнинг бушлиқдаги тезлигига тенг бўлган доимий сон *с* учрайди. Амалиётда куп қўлланиладиган муҳим формулаларда ана шу кўпайтувчилардан халос булиш учун Кулон қонунидаги пропорционаллик коэффициентини $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ га тенг деб олинади. У ҳолда бушлиқда жойлашган зарядлар учун Кулон қонуни қуйидаги куринишда ёзилади:

$$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{4.1}$$

Бошқа формулалар ҳам мос равишда ўзгартирилади. Формулаларнинг ана шу тартибда ўзгартириб ёзилишини рационаллаштирилган ёзув дейилади. Рационаллаштирилган формулалардан фойдаланиб тузилган бирликлар системалари **рационаллаштирилган** системалар дейилади. СИ-система ҳам ана шундай системалар қаторига киради.

Формулалардаги ε_0 катталикни **электр доимийси** дейилади. Бу катталикнинг ўлчами электр сиғимининг узунликка нисбатидан иборат. Демак, курилаётган катталик **фарада тақсим метр** деган бирликларда ифодаланар экан (25- § га қаранг).

Электр доимийси ε_0 нинг қийматини аниқлаш учун бир-биридан 1 *м* масофада жойлашган ва миқдори 1 *к* га тенг иккита заряд учун берилган қийматларни (4.1) формулага қўямиз. Олдинги параграфда ўзаро таъсир кучи $9 \cdot 10^9$ *н* га тенг эканлигини аниқлаган эдик. Кучнинг ана шу қийматини (4.1) формулага қўйиб, $q_1 = q_2 = 1$ *к* ва $r = 1$ *м* эканлигини ҳисобга олиб қуйидагини топамиз:

$$9 \cdot 10^9 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1 \cdot 1}{1^2},$$

бундан

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} = 0{,}885 \cdot 10^{-11} \text{ ф/м}. \qquad (4.2)$$

Электр доимийси ε_0 магнит доимийси μ_0 (38- § га қаранг) билан бирга Гаусс системасида учрайдиган электродинамика доимийси c нинг урнини босади.

СССРда олдинги йилларда нашр қилинган физика адабиётларида асосан Гаусс бирликлар системаси қўлланилган. Шунинг учун биз китобхонларни СИ бирликлар системаси ҳамда Гаусс бирликлар системаси билан таништириш зарур деб ҳисоблаймиз. Китобдаги материал СИ системасида баён қилинади ва келтириб чиқарилган формулалар Гаусс системасида қандай ифодаланиши кўрсатиб ўтилади. Китоб охиридаги II иловада электродинамика асосий формулаларининг СИ ва Гаусс системаларидаги ёзувлари таққосланган.

5- §. Электр майдони. Майдон кучланганлиги

Зарядлар ўртасидаги ўзаро таъсир электр майдон воситасида амалга ошади. Ҳар қандай заряд ўз атрофидаги фазонинг хоссасини ўзгартиради, бу фазода электр майдонини пайдо қилади. Электр майдонининг борлиги шу майдоннинг бирор нуқтасига жойлаштирилган электр зарядга куч таъсир қилиши орқали маълум булади. Агар бирор жойда электр майдони бор-йўқлигини билмоқчи булсак, шу жойга зарядланган жисмни (бундан кейин қисқалик учун заряд деймиз) келтириш (яқинлаштириш) ва бу жисмга электр кучи таъсир қилаётган ёки таъсир қилмаётганини аниқлаш керак. Келтирилган зарядга таъсир қилаётган кучнинг катталигига қараб майдоннинг „интенсивлиги“ ҳақида хулоса чиқариш мумкин.

Электр майдонини билиш ва ўрганиш учун маълум „синаш" зарядидан фойдаланиш керак. Синаш зарядига таъсир қилаётган куч майдоннинг „муайян нуқтасидаги" характеристикасини бериши учун синаш заряди нуқтавий заряд булиши керак. Акс ҳолда, зарядга таъсир қилаётган куч майдоннинг синаш зарядига эга булган жисм эгаллаган ҳажми бўйича уртача хусусиятларини характерлайди.

Синаш заряди $q_{син}$ ёрдамида нуқтавий заряд q пайдо қилган майдонни текширайлик. Заряд q га нисбатан ҳолати радиус-вектор $\mathbf{r}$ билан аниқланган нуқтага синаш зарядини жойлаштирсак (3- расм), бу зарядга қуйидаги куч таъсир қилганини топамиз:

$$\mathbf{f} = q_{син}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\mathbf{r}}{r}\right). \qquad (5.1)$$

3- расм.

Юқоридаги (5.1) формуладан синаш зарядига таъсир қилаётган куч майдонни белгиловчи катталиклардан (q ва r дан) ташқари синаш зарядининг катталиги $q_{син}$ га ҳам боғлиқ эканлиги куринади. Агар турли катталикдаги $q'_{син}$, $q''_{син}$ ва ҳоказо синаш зарядларини танлаб олсак, майдоннинг маълум нуқтасида бу синаш зарядларга таъсир қиладиган кучлар $\mathbf{f}'$, $\mathbf{f}''$ ... ҳам ҳар хил булади. Лекин ана шу (5.1) формуладан барча синаш зарядлар учун олинган нисбат $\mathbf{f}/q_{син}$ га тенг эканлиги ва фақат маълум нуқтадаги майдонни белгиловчи q ва $\mathbf{r}$ катталикларга боғлиқ эканлиги куринади. Шунинг учун бу нисбатни электр майдонни белгиловчи катталик сифатида қабул қилиш табиийдир:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{f}}{q_{син}}. \qquad (5.2)$$

(5.2) формуладаги вектор катталик муайян нуқтадаги (яъни синаш заряди $q_{син}$ га $\mathbf{f}$ куч таъсир этаётган нуқтадаги) **электр майдоннинг кучланганлиги** деб айтилади.

Электр майдон кучланганлигининг миқдори (5.2) формулага мувофиқ майдоннинг маълум нуқтасида жойлашган бирлик нуқтавий зарядга таъсир қилаётган кучга тенг. Вектор $\mathbf{E}$ нинг йуналиши мусбат зарядга таъсир қилаётган кучнинг йуналишига мос келади.

Биз кучланганлик ҳақидаги тушунчани нуқтавий заряд майдонини урганиш орқали келтириб чиқардик. Лекин (5.2) формуланинг таърифини зарядларнинг исталган йиғиндиси пайдо қилган майдон учун ҳам қуллаш мумкин. Кейинги айтилган сўзларга қуйидаги аниқликни киритиш зарур. Ўрганилаётган майдонни пайдо қилган зарядларнинг узаро жойлашиши си наш зарядининг таъсирида ўзгариб қолиши мумкин. Агар майдонни пайдо қилувчи зарядлар ўтказгичда жойлашган ва ўтказгич бўйлаб эркин ҳаракатлана оладиган бўлса, юқорида айтиб ўтилган ҳол юз бериши мумкин. Шу сабабли ўрганилаётган майдонга ўзгариш киритмаслик учун синаш зарядининг миқдорини етарли даражада кам қилиб олиш зарур.

Биз кўриб ўтган (5.2) ва (5.1) формулалардан нуқтавий заряд майдонининг кучланганлиги заряд миқдори q га тўғри пропорционал ва заряддан майдоннинг берилган нуқтасигача бўлган масофанинг квадратига тескари пропорционаллиги билинади, яъни:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (5.3)$$

Е вектор заряд ва майдоннинг берилган нуқтаси орқали ўтган тўғри чизиқ бўйича йўналган. Агар заряд мусбат бўлса, йўналиш заряддан ташқарига, заряд манфий бўлса, заряд томонга қараган бўлади.

Гаусс системасида ёзилган (3.1) формулага мувофиқ вакуумдаги нуқтавий заряд майдони кучланганлигининг формуласи қуйидагича ёзилади:

$$\mathbf{E} = \frac{q}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (5.4)$$

Электр майдон кучланганлигининг бирлиги сифатида бир бирлик зарядга (СИ системада 1 *к*, Гаусс системасида 1 СГСЭ-заряд бирлиги (бир бирлик куч) СИ системада 1 *н*, Гаусс системасида 1 *дина*) таъсир қилаётган нуқтанинг кучланганлиги олинади. Гаусс системасида бу бирлик махсус исмга эга эмас, СИ системасида эса электр майдон кучланганлигининг бирлиги **вольт тақсим метр** деб аталади ва *в/м* символи билан белгиланади [(11.8) формулага қаранг].

(5.3) формулага биноан бўшлиқда жойлашган 1 *к* заряднинг 1 *м* масофада пайдо қилган кучланганлиги

$$E = \frac{1}{4\pi \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9}} \frac{1}{1^2} = 9 \cdot 10^9 \text{ в/м}.$$

Худди шу кучланганлик Гаусс системасида

$E = \frac{q}{r^2} = \frac{3 \cdot 10^9}{100^2} = 3 \cdot 10^5$ СГСЭ-бирликка тенг. Иккала натижани таққослаб 1 СГСЭ-кучланганлик бирлиги $3 \cdot 10^4$ *в/м* га тенг эканлигини аниқлаймиз.

Синаш зарядига таъсир қилаётган куч (5.2) формулага биноан

$$\mathbf{f} = q_{\text{син}} \cdot \mathbf{E}.$$

Кучланганлиги Е га тенг бўлган майдоннинг бирор нуқтасида жойлашган нуқтавий заряд q га[1]) таъсир қиладиган куч қуйидагига тенг:

$$\mathbf{f} = q \cdot \mathbf{E}. \qquad (5.5)$$

---

[1]) (5.3) формулада q заряд майдонни пайдо қилади. (5.5) формулада эса q кучланганлик Е га тенг бўлган нуқтада f куч таъсир қилаётган зарядни кўрсатади.

Агар q заряд мусбат бўлса, кучнинг йўналиши **E** вектор йўналишига мос келади. Агар q заряд манфий бўлса, **f** ва **E** векторларнинг йўналишлари қарама-қарши бўлади.

6-§. Майдонлар суперпозицияси. Диполь майдони

Зарядлар системаси томонидан система таркибига кирмаган зарядга таъсир қилаётган куч система таркибидаги зарядларнинг айрим-айрим таъсир кучларининг вектор йиғиндисига тенг бўлиши тажрибадан маълум. Бу ердан *зарядлар системаси майдоннинг кучланганлиги система таркибидаги зарядларнинг ҳар бири пайдо қилиши мумкин бўлган майдонлар кучланганликларининг вектор йиғиндисига тенг* деган хулоса келиб чиқади, яъни:

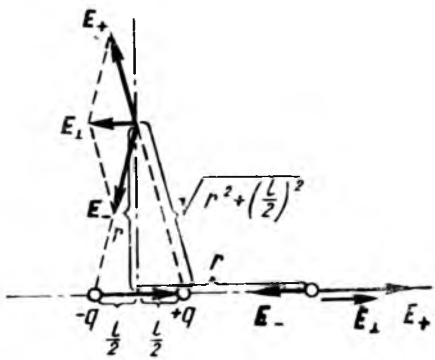
$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \ldots = \sum \mathbf{E}_i. \tag{6.1}$$

Юқорида айтилган фикр электр майдонларининг суперпозиция (устма-уст тушиб қўшилиши) принципи деб айтилади.

Суперпозиция принципи зарядларнинг ҳар қандай системаси майдонининг кучланганлигини ҳисоблаш имконини беради. Катта ўлчамларга эга бўлган зарядларни жуда кичик dq бўлакчаларга бўлиш орқали зарядларнинг ҳар қандай системасини нуқтавий зарядлар тўпламига айлантириш мумкин. Бундай зарядлардан ҳар бирининг натижавий майдонга қўшган ҳиссаси (5.3) формула ёрдамида ҳисобланади.

Электр диполининг майдон кучланганлигини топиш учун суперпозиция принципидан фойдаланамиз.

Электр диполь деб катталиги тенг бўлган иккита ҳар хил ишорали нуқтавий зарядлар $+q$ ва $-q$ дан иборат бўлган системага айтилади. Бу зарядларнинг орасидаги масофа l



4- расм.

системанинг майдони аниқланадиган нуқталаргача бўлган масофадан анча кичикдир. Иккала заряд орқали ўтаётган тўғри чизиқ диполь ўқи дейилади. Диполь майдонининг диполь ўқидаги кучланганлигини, ҳамда диполь марказидан ўтиб унинг ўқига перпендикуляр бўлган тўғри чизиқдаги кучланганликни аниқлаймиз (4- расм). Тўғри чизиқлардаги нуқталарни уларнинг диполь марказидан бўлган r масофалари билан белгилаймиз. Диполнинг таърифига мувофиқ $r \gg l$ бўлиши кераклигини эслатиб ўтамиз.

Ҳар бир нуқтадаги майдон нуқтавий зарядлар $+q$ ва $-q$ пайдо қилган майдонлар $\mathbf{E}_+$ ва $\mathbf{E}_-$ нинг суперпозициясидан иборат бўлади. Диполь ўқида $\mathbf{E}_+$ ва $\mathbf{E}_-$ векторлар қарама-қарши йўналишга эга бўлади. Шунинг учун натижавий кучланганлик $\mathbf{E}_\parallel$ модуль бўйича $\mathbf{E}_+$ ва $\mathbf{E}_-$ векторлар модулларининг айирмасига тенг бўлади:

$$E_\parallel = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{q}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2} - \frac{q}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}\right] = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} q \frac{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2 - \left(r-\frac{l}{2}\right)^2}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}.$$

Махраждаги $l/2$ ни r га нисбатан ҳисобга олмасак, қуйидагига эга бўламиз:

$$E_\parallel = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{2p}{r^3}, \qquad (6.2)$$

бу ерда p орқали диполнинг электр моменти деб айтиладиган ql кўпайтма белгиланган.

Диполь ўқига перпендикуляр бўлган тўғри чизиқда $\mathbf{E}_+$ ва $\mathbf{E}_-$ ларнинг модуллари тенг бўлади:

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}. \qquad (6.3)$$

Тўғри чизиқ кесмаси l ва $\mathbf{E}$ векторга таянган тенг ёнли учбурчакларнинг ўхшашлигидан (4- расм) қуйидагини аниқлаймиз:

$$\frac{E_\perp}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r^2+\left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx \frac{l}{r}.$$

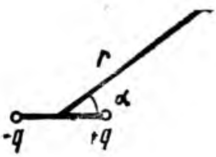
Юқоридаги тенгламада E_+ ўрнига (6.3) дан қийматини олиб қўйсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$E_\perp = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{ql}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3}. \qquad (6.4)$$

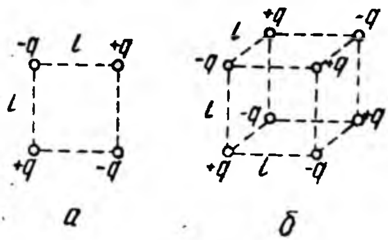
Диполь майдонининг ҳар қандай нуқтасидаги кучланганликни қуйидаги формула ёрдамида ҳисоблаш мумкин эканлигини кўрсатиш мумкин:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{p}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}, \qquad (6.5)$$

бу ерда α — диполь ўқи билан берилган нуқта йўналиши орасидаги бурчак (5- расм). Агар (6.5) формулада $\alpha = 0$ (ёки π) ва $\alpha = \frac{\pi}{2}$ деб қабул қилинса, (6.2) ва (6.4) формулалар келиб чиқади.



5- расм.

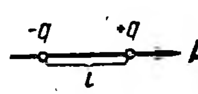


6- расм.

Гаусс системасида (6.2), (6.4) ва (6.5) формулаларда $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ кўпайтувчи бўлмайди.

Диполь майдони кучланганлигини ҳисоблаганда эътиборни жалб қиладиган нарса кучланганликнинг диполни ташкил қилувчи зарядлар миқдорига эмас, балки диполь моменти $p = ql$ га боғлиқлигидир. Диполдан узоқлашганда кучланганлик $\frac{1}{r^3}$ га пропорционал равишда камаяди, яъни нуқтавий заряд кучланганлигига $\left(\text{у } \frac{1}{r^2} \text{ га пропорционал камаяди}\right)$ қараганда тезроқ камаяди. 6-*а* расмда кўрсатилган квадруполь деб аталадиган зарядлар системасининг кучланганлиги янада тезроқ $1/r^4$ га пропорционал равишда камаяди. Октуполь деб аталадиган системанинг (6- *б* расм) кучланганлиги $1/r^5$ га пропорционал камаяди. Диполь, квадруполь ва октуполларни умумлаштирадиган нарса улар таркибидаги зарядларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг эканлигидир.

Диполни тўлиқ ифодалаш учун q ва l нинг қийматларидан ташқари диполь ўқининг фазодаги йўналишини билиш ҳам зарур. Шунинг учун диполь моменти **p** вектор деб ҳисобланади. Бу вектор манфий заряддан мусбат зарядга қараб йў-



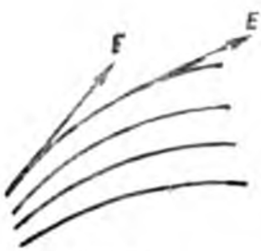
7- расм.

налган (7- расм). Агар $-q$ ва $+q$ га утказилган радиус-векторни $\mathbf{l}$ деб белгиласак, диполь моменти қуйидаги кўринишда ёзилиши мумкин:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l}. \tag{6.6}$$

7- §. Кучланганлик чизиқлари. Кучланганлик векторининг оқими

Электр майдонни ҳар бир нуқта учун $\mathbf{E}$ векторнинг катталиги ва йўналишини кўрсатиш билан белгилаш мумкин. Ана шу векторлар тўплами электр майдон кучланганлиги векторининг майдонини ташкил қилади (тезлик вектори майдони билан таққосланг, I том, 54- §). Тезлик вектори майдонини оқим чизиқлари ёрдамида яққол тасаввур қилиш мумкинлигини кўрган эдик. Худди шунга ухшаш электр майдонини ҳам кучланганлик чизиқлари орқали тасвирлаш мумкин, бу чизиқларни қисқача қилиб $\mathbf{E}$ чизиқлари деб атаймиз. Кучланганлик чизиқлари шундай ўтказилиши керакки, уларнинг ҳар бир нуқтасига уринма $\mathbf{E}$ вектор йуналишига мос келсин. Чизиқлар қалинлигини танлашда чизиқларга перпендикуляр жойлашган бирлик майдонча юзи орқали утаётган чизиқлар сони $\mathbf{E}$ векторнинг сон қийматига тенг бўлиши кераклигини эътиборга олиш керак. У ҳолда кучланганлик чизиқлари манзарасига қараб $\mathbf{E}$ вектор учун фазонинг ҳар қандай нуқтасида катталик ва йуналишни аниқлаб олиш мумкин (8- расм).

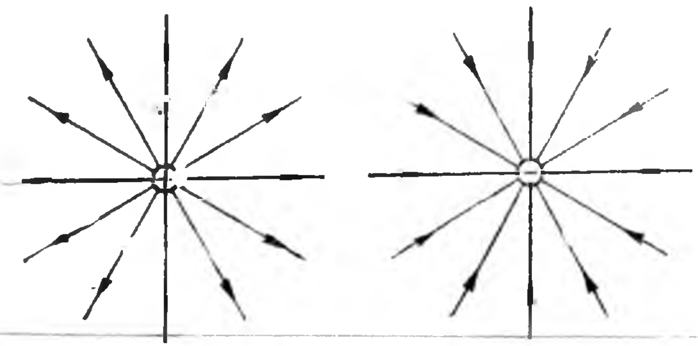


8- расм.

Нуқтавий заряднинг $\mathbf{E}$ чизиқлари радиал тўғри чизиқлардан иборат булиб, заряд мусбат булса, чизиқлар заряддан ташқарига ва заряд манфий булса, зарядга томон йуналган бўлади (9- расм). Чизиқларнинг бир учи зарядга тиралиб, иккинчи учи чексизликка кетади. Ҳақиқатан, ихтиёрий r радиусга эга бўлган сферанинг сирти орқали ўтаётган чизиқларнинг тула сони N чизиқлар қалинлигининг сфера сирти юзи $4\pi r^2$ га кўпайтмасига тенгдир. Юқорида айтилган шартга мувофиқ чизиқлар қалинлиги сон жиҳатидан $E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2}$ га тенг. Демак, N нинг сон қиймати

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{r^2}\,4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \tag{7.1}$$

бўлади, яъни заряддан исталган масофадаги чизиқлар сони бир хилдир. Бундан чизиқлар заряддан бошқа ҳеч қаерда бошланмайди ва тугамайди, улар зарядда бошланиб чексизликка кетади (мусбат заряд) ёки чексизликдан келиб зарядда тугайди (манфий заряд) деган хулоса келиб чиқади. **E** чизиқларининг бу хусусияти барча электростатик майдонлар учун, яъни қўзғалмас зарядларнинг ҳар қандай системаси пайдо қилган майдонлар учун умумийдир: кучланганлик чизиқлари фа-



9- расм.

қат зарядларда бошланиши ва тугалланиши ёки чексизликка кетиши мумкин. 26- расмда диполь майдони **E** чизиқлари манзараси кўрсатилган.

E чизиқлар зичлиги E нинг сон қийматига тенг қилиб танланиши сабабли **E** векторга перпендикуляр жойлашган dS юз орқали ўтаётган чизиқлар миқдори сон жиҳатдан EdS га тенг бўлади. Агар dS юзнинг йўналиши унга ўтказилган нормаль **E** вектор билан α бурчак ташкил қиладиган бўлса, шу юз орқали ўтувчи чизиқларнинг сон қиймати қуйидагига тенг бўлади [I том, (82.12) формулага таққосланг]:

$$EdS'\cos\alpha = E_n dS',$$

бу ерда E_n — **E** векторнинг юзачага ўтказилган нормаль йўналиши билан мос тушадиган ташкил этувчиси. Бундан ихтиёрий сирт орқали ўтаётган чизиқлар миқдори учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$N \text{ нинг сон қиймати } \int_S E_n dS' \text{ га тенг.} \tag{7.3}$$

Агар бирор **A** векторнинг майдони мавжуд бўлса, юқоридаги ифодани бундай ёзиш мумкин:

$$\Phi = \int_S A_n dS, \tag{7.4}$$

бу ерда A_n — **A** векторнинг dS га нормаль бўйича йўналган таркибий қисмидир. Янги ифода **A** векторнинг dS сирт орқали оқими дейилади.

A векторнинг табиатига қараб (7.4) ифода турли физикавий маънога эга бўлади. Масалан, энергия оқими зичлиги векторининг оқими энергиянинг мос сирт орқали оқимига тенг (I том, 82- § га қаранг). Тезлик векторининг оқими

$$\Phi = \int_S v_n dS$$

нинг S сирт орқали вақт бирлиги давомида оқиб ўтаётган суюқлик ҳажмига тенг эканлигини исбот қилишни китобхоннинг ўзига ҳавола қиламиз.

(7.3) формуладан **E** векторнинг оқими

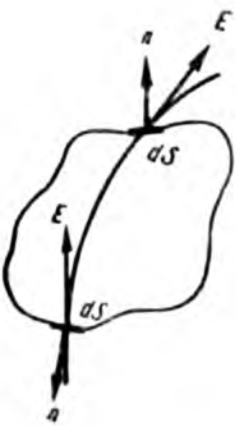
$$\Phi = \int_S E_n dS \qquad (7.5)$$

сон жиҳатдан S сирт орқали утаёттан **E** чизиқлар миқдорига тенг эканлиги куринади.

Кучланганлик вектори оқими тушунчаси электр ва магнетизм ҳақидаги таълимотда катта роль йўнашини кейинроқ кўрамиз.

(7.5) формулада берилган оқим алгебраик катталик бўлиб, унинг ишораси Φ ни ҳисоблаш учун S сиртни кичик юзачаларга булиб, шу юзачаларга нормаллар ўтказсак, ишора шу нормалларнинг йуналишини танлашга боғлиқ булади. Нормаль йўналишини тескари томонга айлантирсак E_n нинг, демак, оқим Φ нинг ишораси ўзгаради.

Сиртлар ёпиқ бўлган ҳолда сирт ураб турган ҳажмдан ташқарига чиқаётган оқим ҳисобланади. Шунинг учун қуйида dS юзачага нормалъ деганда ташқарига қараган, яъни ташқи нормаль тушунилади. Шу сабабли **E** вектор ташқарига йўналган (яъни **E** вектор сирт ўраб олган ҳажмдан чиқаётган) ҳолда E_n ва $d\Phi$ мос равишда мусбат бўлади; E вектор ичкарига йўналган (яъни E чизиқ сирт ураб олган ҳажмга кираётган) жойда E_n ва $d\Phi$ манфий булади (10- расм)



10- расм.

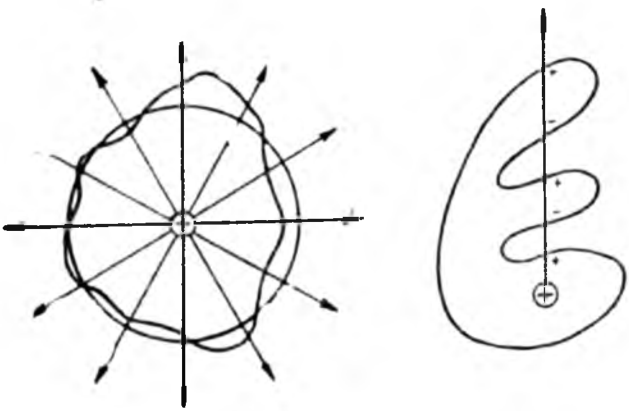
8- §. Гаусс теоремаси

Аввалги параграфда нуқтавий заряд q ни ураб турган r радиусли сферик сиртни q/ε_0 та **E** чизиқлари кесиб утиши кўрсатилган эди.[1]) [(7.1) формулага қаранг]. Натижада нуқтавий

[1]) Албатта **E** чизиқларнинг миқдори сон жиҳатдангина q/ε_0 га тенг. Чизиқлар миқдори улчамсиз катталикдир, q/ε_0 катталикнинг эса ўлчамлиги бор. Лекин биз баённи қисқартириш учун шартли равишда чизиқлар сони q/ε_0 га тенг деб оламиз.

заряддан q/ε_0 чизиқ чиқади (ёки зарядга киради) деган хулосага келамиз (Гаусс системасида бу сон $4\pi q$ га тенг).

(7.3) формулага мувофиқ **E** векторнинг бирор сирт орқали ўтаётган оқими сон жиҳатдан шу сиртни кесиб утаётган **E** чизиқлар миқдорига тенг. Демак, зарядни ураб олган сферик сирт орқали утаётган оқим q/ε_0[1]) га тенг. Оқимнинг ишораси заряд ишорасига мос келади. Ўз ичига нуқтавий заряд q ни ўраб олган исталган шаклли ёпиқ сирт учун **E** векторнинг оқими q/ε_0 га тенг эканлигини исботлаймиз. Эгри-бугри бўлмаган сирт учун юқорида айтилган тенглик бажарилиши ойдиндир (11- *а* расм). Ҳақиқатан ҳам бундай сирт сферик сирт каби ҳар бир **E** чизиқ томонидан фақат бир марта кесиб утилади. Шунинг учун кесиб ўтишлар сони заряддан чиқаётган чизиқлар сонига, яъни q/ε_0 га тенг.



а *б*

11- расм.

Эгри-бугри сирт орқали ўтаётган оқимни ҳисоблаганда (11- *б* расмга қаранг, бу ерда q/ε_0 та **E** чизиқлардан биттасигина кўрсатилган) муайян **E** чизиқ сиртни тоқ сон марта кесиб утиши мумкин эканлигини, кесиб ўтишлар эса умумий оқимга навбат билан мусбат ёки манфий ҳисса қўшишини ҳисобга олиш керак. Натижада, кўрилаётган чизиқ сиртни неча марта кесиб утишидан қатъи назар оқимга қушилган натижавий ҳисса плюс бирга (пировардида сиртдан ташқари чиқадиган чизиқ учун) ёки минус бирга (сирт ичига кирадиган чизиқ учун) тенг булади.

[1]) Бу ерда гап фақат сон жиҳатдан тенглигидагина эмас, **E** вектор оқими q/ε_0 нинг улчамлигига тенг.

Шундай қилиб, нуқтавий зарядни ўраб турган ёпиқ сиртнинг шакли қандай бўлишидан қатъи назар **E** векторнинг ушбу сирт орқали оқими q/ε_0 га тенг бўлар экан.

Бирор ёпиқ сирт ичига қийматлари ихтиёрий бўлган q_1, q_2 ва ҳоказо нуқтавий зарядлар жойлашган бўлсин. Юқорида аниқланганга мувофиқ **E** векторнинг оқими қуйидагига тенг:

$$\Phi = \oint_S E_n dS' \tag{8.1}$$

(интеграл белгисидаги айланача ёпиқ сирт бўйича интеграл олинаётганликни билдиради).

Майдонларнинг суперпозиция принципига мувофиқ

$$E_n = E_{n1} + E_{n2} + \ldots = \sum E_{ni}. \tag{8.2}$$

(8.2) ни оқим учун чиқарилган ифодага қўйсак,

$$\oint_S E_n dS = \oint_S \left(\sum E_{nl}\right) dS = \sum \oint_S E_{nl} dS$$

га эга бўламиз. Бу ерда E_{nl} — l-заряд алоҳида турганда пайдо қиладиган майдон кучланганлигининг нормал ташкил этувчиси.

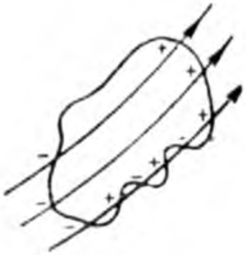
Лекин юқорида

$$\oint E_{nl} dS = \frac{q_l}{\varepsilon_0}$$

га тенг эканлиги исбот қилинган эди. Демак,

$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_l. \tag{8.3}$$

Биз исбот қилган тенглик Гаусс теоремаси деб айтилади. Бу теоремани қуйидагича таърифлаш мумкин: электр майдони кучланганлиги векторининг ёпиқ сирт орқали оқими шу сирт ичига жойлашган зарядлар алгебраик йиғиндисининг ε_0 га бўлган нисбатига тенг.



12- расм.

Хусусан, ёпиқ сирт ичида зарядлар бўлмаса, оқим нолга тенг. Бу ҳолда майдон кучланганлигининг ҳар бир чизиғи (сиртдан ташқарида жойлашган зарядлар пайдо қилган) сиртни жуфт сон марта кесиб ўтиб, сирт ичига неча марта кирса, ташқарига шунча марта чиқади (12-расм). Натижада ҳар бир чизиқнинг қўшган ҳиссаси нолга тенг бўлади.

Агар заряд ёпиқ сирт ичида доимий ρ ҳажмий зичлик билан узлуксиз тақсимланган бўлса[1]), Гаусс теоремаси қуйидагича ёзилиши мумкин:

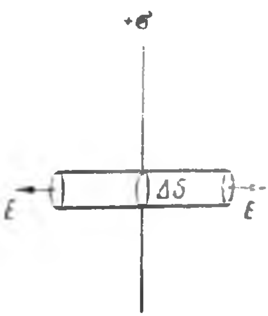
$$\oint_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho\, dV, \tag{8.4}$$

бу ерда ўнг томондаги интеграл S сирт ўраб олган V ҳажм бўйича олинади.

Гаусс системасида (8.3) ва (8.4) формулаларда ε_0 урнига 4π ёзилади.

Гаусс теоремаси бир қатор ҳолларда майдон кучланганлигини, нуқтавий заряд майдони кучланганлиги учун топилган (5.3) формуладан ва майдон суперпозицияси принципидан фойдаланиб топишга қараганда осонроқ йўллар билан ҳисоблаш имкониятини беради. Гаусс теоремасининг имкониятларини келгусида бизга фойдали бўладиган бир нечта мисолда курсатамиз.

1. Бир текис зарядланган чексиз текислик майдони. Сиртий зичлиги σ узгармас (бир хил) булган зарядланган чексиз текислик ҳосил қилган майдонни курайлик. Аниқлик учун текислик мусбат зарядланган деб ҳисоблаймиз. Симметрия нуқтаи назаридан қараганда майдоннинг ҳар бир нуқтасида кучланганлик текисликка перпендикуляр йуналган булади. Ҳақиқатан, текислик чексиз ва бир хил зарядланган (яъни заряд зичлиги ўзгармас) булгани учун синаш зарядига таъсир қилаётган кучнинг текисликка нормал йуналишидан оғишига ҳеч қандай сабаб йўқ. Шунинг учун ҳам текисликка нисбатан симметрик жойлашган



13- расм.

[1]) Заряднинг ҳажмий зичлиги моддаларнинг зичлигига ўхшаш қуйидагича аниқланади:

$$\rho = \lim_{\Delta V \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta V},$$

бу ерда Δq — кичик ΔV ҳажм ичидаги заряд. Заряднинг ҳажмий зичлигидан ташқари бизга келажакда қуйидаги зичликлар керак бўлади:

$$\text{сиртий зичлик } \sigma = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta S},$$

Δq — сирт элементи ΔS даги заряд,

$$\text{чизиқий зичлик } \lambda = \lim_{\Delta l \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta l},$$

Δq — цилиндрсимон жисмнинг Δl узунликдаги кесмасида жойлашган заряд.

нуқталарда майдон кучланганлигининг катталиги тенг ва йўналиши тескари бўлиши равшан.

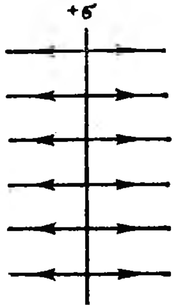
Ясовчилари текисликка перпендикуляр ва катталиги ΔS га тенг асослари текисликка нисбатан симметрик бўлган цилиндрсимон сиртни кўз олдимизга келтирайлик (13- расм). Шу сиртга Гаусс теоремасини қўллаймиз. Сиртнинг ён томонидан чиқувчи оқим бўлмайди, чунки бу томоннинг ҳар бир нуқтаси учун E_n нолга тенг. Цилиндрнинг асосларида E_n ва E мос тушади. Демак, сирт орқали ўтаётган умумий оқим $2E\Delta S$ га тенг бўлади. Сирт ичига $\sigma\Delta S$ заряд жойлашган. Гаусс теоремасига мувофиқ қуйидаги шарт бажарилиши керак:

$$2E\,\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0},$$

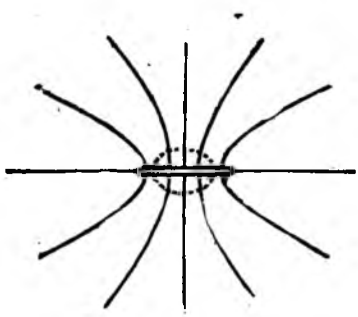
бундан

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}. \tag{8.5}$$

Олинган натижа цилиндр узунлигига боғлиқ эмас. Шундай қилиб, текисликдан исталган масофадаги майдон кучланганлигининг катталиги бир хил бўлади. Кучланганлик чизиқларининг манзараси 14- расмда кўрсатилгандек бўлади. Манфий зарядланган текислик учун ҳам натижа юқоридагидек бўлади, фақат **E** векторнинг ва кучланганлик чизиқларининг йўналиши тескарисига ўзгаради.



14- расм.



15- расм.

Агар чекли ўлчамларга эга бўлган текисликни, масалан, зарядланган юпқа пластинкани[1]) олсак, юқорида топилган тенглик майдоннинг шундай нуқталари учунгина бажариладики, бу

[1]) Пластинка бўлган ҳолда (8.5) формуладаги σ га юзи 1 $м^2$ бўлган пластинканинг бутун қалинлиги бўйича тақсимланган заряд мос келади. Металл жисмларда зарядлар ташқи сирт бўйлаб тақсимланади. Бинобарин, (8.5) формуладаги σ га металл пластинкани ўраган сиртлардаги заряд зичлигидан икки баравар катта зичлик мос келади.

нуқталардан пластинка қирраларигача бўлган масофалар пластинкагача бўлган масофадан катта бўлиши керак. 15- расмда бундай нуқталар жойлашган соҳа пунктир эгри чизиқ билан кўрсатилган. Текисликдан узоқлашганда ёки унинг четларига яқинлашганда майдон зарядланган чексиз текислик майдонидан кўпроқ фарқлана бошлайди. Текисликдан катта масофаларда жойлашган нуқталардаги майдоннинг табиатини билиш учун, пластинканинг ўлчамларидан кўп марта катта бўлган масофалардаги майдонни нуқтавий заряд майдони деб ҳисоблаш мумкин эканлигини назарда тутиш керак.

2. Иккита ҳар хил исмли зарядланган текислик майдони. Ҳар хил исмли зарядлар билан катталиги тенг, сиртий зичлиги σ ўзгармас бўлган зарядланган иккита параллел чексиз текисликнинг майдонини ҳар бир текислик пайдо қилаётган майдонларнинг суперпозицияси сифатида топиш мумкин. Текисликлар орасидаги соҳада қўшилаётган майдонларнинг йўналиши бир хил эканлиги кўриниб турибди (16-расм). Чунки натижавий кучланганлик қуйидагига тенг:

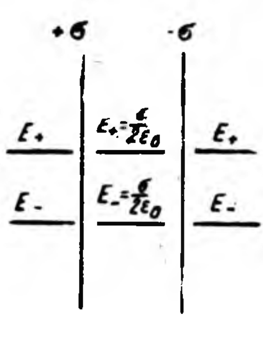
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \tag{8.6}$$

Гаусс системасида бу формула қуйидагича ёзилади:

$$E = 4\pi\sigma. \tag{8.7}$$

Текисликлар билан чегараланган ҳажмдан ташқарида қўшилаётган майдонлар қарама-қарши йўналишга эга бўлгани учун натижавий кучланганлик нолга тенг.

Шундай қилиб, майдон иккита текислик орасига мужассамлашган бўлиб қолди. Шу оралиқнинг ҳар бир нуқтасидаги



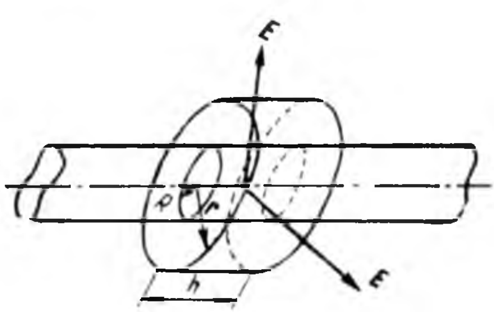
16- расм.

17- расм.

майдон кучланганлиги катталиги ва йўналиши бўйича бир хилдир. Шундай хусусиятларга эга бўлган майдонни бир жинсли майдон дейилади. Бир жинсли майдон кучланганлигининг чизиқлари бир-биридан тенг масофада жойлашган параллел тўғри чизиқлар тўпламидан иборат.

Биз келтириб чиқарган натижани текисликлар чекли ўлчамларга эга бўлган ҳолларга ҳам, масалан текисликлар орасидаги масофа уларнинг чизиқли ўлчамларидан анча кам бўлган (ясси конденсатор) ҳолларга ҳам қўллаш мумкин. Бунда майдоннинг бир жинслиликдан ҳамда кучланганлик катталигининг σ/ε_0 дан сезиларли даражада оғиши фақат пластинка четларида кузатилади (17-расм).

3. Зарядланган чексиз цилиндр майдони. Сиртий зичлиги σ ўзгармас бўлган R радиусли зарядланган чексиз узун цилиндрсимон сирт ҳосил қилган майдонни кўриб чиқайлик. Симметрия нуқтаи назаридан қараганда майдоннинг исталган нуқтасидаги кучланганлик цилиндр ўқига перпендикуляр бўлган радиал тўғри чизиқ бўйича йўналган бўлиб, кучланганликнинг катталиги эса цилиндр ўқидан қурилаётган нуқтагача бўлган масофа r га боғлиқ бўлиши керак. Зарядланган сиртга коаксил бўлган r радиусли ва баландлиги h га тенг цилиндрсимон сиртни кўз олдимизга келтирайлик (18-расм). Бундай цилиндрнинг асосида $E_n = 0$ га тенг, ён сирти учун эса $E_n = E(r)$ га тенг бўлади (зарядларни мусбат деб ҳисоблаймиз). Демак, **E** чизиқларининг ушбу ёпиқ сирт орқали оқими $E(r) \cdot 2\pi rh$ га тенг бўлади. Агар $r > R$ бўлса, сирт ичида $q = \lambda h$ заряд жойлашган



18-расм.

бўлади, бу ерда λ — заряднинг чизиғий зичлиги, Гаусс теоремасини қўллаб қуйидагини оламиз:

$$E(r) \cdot 2\pi rh = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0},$$

бундан

$$E(r) = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda}{r} \; (r \geqslant R). \tag{8.8}$$

Агар $r < R$ бўлса, биз кўраётган ёпиқ сирт ичида зарядлар бўлмайди, натижада $E(r) = 0$ га тенг бўлади

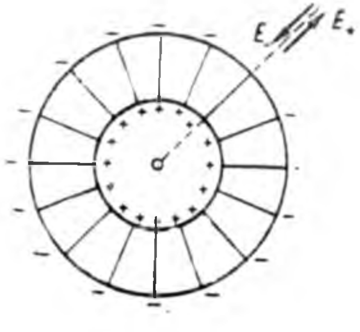
Шундай қилиб, зарядланган чексиз узун цилиндрсимон сирт ичида майдон бўлмайди. Сиртдан ташқаридаги майдон кучланганлиги заряднинг чизиғий зичлиги λ га[1]) ва цилиндр ўқидан фазодаги нуқтагача булган масофа r га боғлиқ булади. Манфий зарядланган цилиндр майдони мусбат зарядланган цилиндр майдонидан **E** векторнинг йуналиши билан фарқланади.

Юқоридаги (8.8) формуладан цилиндр радиуси R ни камайтириб (заряднинг чизиғий зичлиги λ узгармаган ҳолда) цилиндр сирти яқинида жуда кучли майдон, яъни кучланганлиги жуда катта булган майдон ҳосил қилиш мумкин.

$\lambda = 2\pi R\sigma$ эканлигини ҳисобга олиб, сиртга жуда яқин нуқтадаги ($r = R$) кучланганлик учун қуйидаги муносабатни оламиз:

$$E(R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}. \tag{8.9}$$

Катталиги жиҳатдан бирдай, лекин чизиғий зичлиги ишораси билан фарқ қиладиган зарядланган иккита коаксил цилиндрсимон сиртларнинг майдонини суперпозиция принципи ёрдамида топиш мумкин (19-расм). Кичик цилиндрнинг ичида ва катта цилиндрнинг ташқарисида майдон булмайди. Цилиндрлар ўртасидаги майдон кучланганлиги (8.8) формула буйича аниқланади. Бу формуладан чекли узунликка эга булган цилиндрсимон сиртлар учун ҳам фойдаланиш мумкин, фақат сиртлар ўртасидаги масофа уларнинг узунлигидан кўп марта кичик булиши керак (цилиндрсимон конденсатор). Цилиндрлар қирраларидаги майдон чексиз узун сиртлар майдонидан сезиларли фарқланади.



19-расм.

4. Зарядланган сферик сирт майдони. Радиуси R га тенг бўлган ва зичлиги σ ўзгармас булган зарядланган сферик сирт пайдо қилган майдон бошқа майдонлардан марказий симметрияси билан фарқ қилиши керак, албатта. Бундан **E** векторнинг исталган нуқтадаги йўналиши сферанинг марказидан утади, кучланганликнинг катталиги эса сфера марказидан бўлган масофанинг функцияси булади деган хулоса келиб чиқади. Радиуси r га тенг сферик сиртни кўз олдимизга келтирайлик. Бу сиртнинг барча нуқталари учун $E_n = E(r)$. Агар $r > R$ булса,

[1]) Заряд цилиндрнинг ўқи ва сирти бўйича бир текис тақсимланган деб ҳисобланади (σ = const)

биз қураётган майдонни пайдо қилаётган заряд q сирт ичида булади. Демак,

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0},$$

бу ердан

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} \qquad (r \geqslant R). \tag{8.10}$$

Гаусс системасида бу формуладаги $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ купайтувчи бўлмайди.

R дан кичик r радиусли сферик сирт ичида зарядлар бўлмайди, натижада $r < R$ бўлганда $E(r) = 0$ га тенг булади.

Шундай қилиб, сиртий зичлиги σ ўзгармас булган зарядланган сферик сирт ичида майдон булмайди. Бундай сиртдан ташқаридаги майдоннинг куриниши, заряди сферик сирт зарядига тенг булиб, сфера марказида жойлашган нуқтавий заряднинг майдонига ухшайди. (8.10) даги q нинг ўрнига $4\pi R^2\sigma$ ёзиб, $r = R$ деб олсак, зарядланган сферик сирт яқинидаги майдон кучланганлиги учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$E(R) = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \tag{8.11}$$

[(8.9) формула билан солиштирамиз].

Суперпозиция принципидан фойдаланиб, катталиги жиҳатдан бирдай, лекин ишораси қарама-қарши булган $+q$ ва $-q$ зарядга эга иккита концентрик сферасимон сиртнинг майдони сиртлар уртасидаги оралиқда мужассамлашган эканлигини ҳамда бу майдон кучланганлигини (8.10) формула ёрдамида топиш мумкинлигини курсатиш мумкин.

5. **Ҳажмий зарядланган сфера майдони.** Ўзгармас ҳажмий зичлик ρ билан зарядланган R радиусли сферани қурайлик. Бундай сфера ҳосил қилган майдон марказий симметрияга эга булиши равшан. Сфера ташқарисида ҳосил бўлган майдон учун сирти зарядланган сферанинг ташқарисида ҳосил буладиган майдон учун олинган натижа [демак, (8.10) га ухшаш формула] чиқишини исбот қилиш қийин эмас. Лекин сфера ичидаги нуқталар учун натижа бошқача булади. Ҳақиқатан, радиуси r $(r < R)$ га тенг булган сферасимон сирт $\rho\cdot\frac{4}{3}\pi r^3$ га тенг заряд жойлашади. Демак, бундай сирт учун Гаусс теоремаси қуйидагича ёзилади:

$$E(r)\cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\,\frac{4}{3}\,\pi r^3,$$

бу ерда ρ ни $\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}$ билан алмаштириб, қуйидагига эга буламиз:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^3}\,r \qquad (r \leqslant R). \tag{8.12}$$

Шундай қилиб, сфера ичидаги майдон кучланганлиги сфера марказидан муайян нуқтагача бўлган масофа r нинг ўсиши билан чизиқли ортади. Сферадан ташқарида кучланганлик нуқтавий заряд майдон кучланганлиги каби камаяди.

9- §. Электростатик майдон кучларининг иши

Бирор қўзғалмас нуқтавий заряд майдонида жойлашган бошқа нуқтавий зарядга таъсир қилувчи кучнинг марказий куч эканлигини англаш қийин эмас. Механика қисмидан маълумки (I том, 26- § га қаранг), кучларнинг марказий майдони потенциал майдондир. Электростатик майлоннинг (яъни қузғалмас нуқтавий зарядлар ҳосил қилаётган майдоннинг) потенциал эканлигини текшириб кўрамиз. Бунинг учун қўзғалмас нуқтавий заряд q ҳосил қилган майдон кучларининг бу майдонда кўчиб юрувчи нуқтавий заряд q' устида бажарган ишини ҳисоблаймиз. Узунлиги dl га тенг бўлган элементар йўлда бажарилган иш (20- расм)

$$dA = f dl \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} dl \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r^2} dr$$

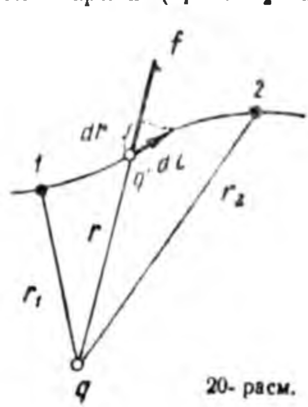
га тенг (бу ерда биз $dl \cos\alpha = dr$ эканлигини ҳисобга олдик). Бу формуладан фойдаланиб $1-2$ нуқталар орасидаги йўлда бажарилган ишни топамиз:

$$A = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{qq'}{r_1} - \frac{qq'}{r_2}\right). \qquad (9.1)$$

Ушбу формула Гаусс системасида ёзилганда $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ кўпайтувчи бўлмайди.

Олинган натижа бажарилган иш q' заряднинг электр майдонда босиб утган йулига боғлиқ булмай, балки бу заряднинг майдондаги бошланғич ва охирги ҳолатларига (r_1 ва r_2 га) боғлиқ эканлигидан далолат беради. Демак, қузғалмас заряд q нинг майдонида q' зарядга таъсир қилувчи кучлар потенциал кучлар экан. Бу хулосани қузғалмас зарядларнинг исталган системасининг майдони учун татбиқ қилиш мумкин. Ҳақиқатан, бундай майдонда q' зарядга таъсир қилувчи $\mathbf{f}$ кучни суперпозиция принципига мувофиқ қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathbf{f} = \sum \mathbf{f}_i.$$



20- расм.

бу ерда f_i — майдонни ҳосил қилган системадаги i - заряд томонидан таъсир қилинаётган куч. Маълумки, бундай ҳолда бажарилган умумий иш айрим кучлар томонидан бажарилган ишларнинг алгебраик йиғиндисига тенг:

$$A = \sum A_i.$$

Бу ифоданинг ўнг томонидаги қўшилувчиларнинг ҳар бири йўлга боғлиқ эмас. Демак, умумий иш A ҳам йўлга боғлиқ бўлмайди.

Механика қисмидан маълумки, потенциал кучларнинг ёпиқ йўлда бажарган иши нолга тенг. Майдон кучларининг ёпиқ контурни айланиб чиқаётган q' заряд устида бажарган ишини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$\oint q' E_l dl,$$

бу ерда E_l — **E** векторнинг элементар кўчиш dl йўналишига бўлган проекциясидир (интеграл белгисидаги айлана ёпиқ контур бўйича интеграл олинаётганлигини кўрсатади). Ишни ифодаловчи интегрални нолга тенглаштириб, ўзгармас катталик q' ни қисқартирсак, қуйидаги муносабатга эга бўламиз:

$$\oint E_l dl = 0, \tag{9.2}$$

бу муносабат исталган ёпиқ контур учун бажарилиши керак. Юқоридаги (9.2) формула фақат электростатик майдонга татбиқ қилинишини назарда тутиш зарур. Кейинроқ ҳаракатланувчи зарядларнинг майдони (яъни, вақт бўйича ўзгарувчи майдон) потенциал майдон эмаслиги исбот қилинади; демак, (9.2) шарт бундай майдонда бажарилмайди.

$\oint A_l dl$ кўринишдаги ифода **A** векторнинг муайян контур бўйича циркуляцияси дейилади. Шундай қилиб, электростатик майдон учун кучланганлик векторининг исталган ёпиқ контур бўйича циркуляцияси нолга тенг эканлиги характерлидир.

10- §. Потенциал

Механикадан маълумки, кучларнинг потенциал майдонида жойлашган жисм потенциал энергияга эга бўлиб, майдон кучлари шу энергия ҳисобидан иш бажаради. Демак, (9.1) формуладаги ишни q' заряд q заряд майдонининг 1 ва 2 нуқталарида эга бўлган потенциал энергиясининг қийматлари фарқи сифатида ифодалаш мумкин:

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r_1} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r_2} = W_{p1} - W_{p2}.$$

Бундан q' заряднинг q заряд майдонидаги потенциал энергияси учун қуйидагини оламиз:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r} + \text{const}.$$

Ву ифодадаги const ни потенциал энергия учун танлаганда, заряд чексиз узоқлашганда ($r = \infty$ да) потенциал энергия нолга тенг бўлиши кераклиги назарда тутилади. Шу шарт бажарилганда

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qq'}{r} \tag{10.1}$$

га тенглиги келиб чиқади.

Майдонни ўрганиш учун q' заряддан синаш заряди сифатида фойдаланамиз. Синаш заряди эга бўлган потенциал энергия (10.1) га мувофиқ заряд q' нинг катталигигагина эмас, балки майдонни белгиловчи q ва r катталикларга ҳам боғлиқдир. Демак, синаш зарядига таъсир қилаётган кучдан майдонни аниқлаш учун фойдаланганимиз каби потенциал энергиядан ҳам худди шундай фойдаланиш мумкин экан.

Турли $q'_{\text{син}}$, $q''_{\text{син}}$ ва ҳоказо синаш зарядлари майдоннинг муайян нуқтасида турли W'_p, W''_p ва ҳоказо энергияга эга бўлади. Лекин, барча зарядлар учун $W_p/q_{\text{син}}$ нисбат бир хил бўлиши (10.1) ифодадан кўриниб турибди. Қуйидаги катталик

$$\varphi = \frac{W_p}{q_{\text{син}}} \tag{10.2}$$

муайян нуқтадаги м а й д о н п о т е н ц и а л и дейилади ва майдон кучланганлиги E каби электр майдонларни ифодалашда фойдаланилади.

Юқоридаги (10.2) формуладан потенциал сон жиҳатдан бирлик мусбат заряднинг майдондаги муайян нуқтада эга бўлган потенциал энергиясига тенг эканлиги кўринади.

Потенциал энергиянинг (10.1) даги қийматини (10.2) га қўйсак, нуқтавий заряд майдони потенциали учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r},$$

Нуқтавий заряд майдонининг потенциали Гаусс системасида қуйидаги формула билан аниқланади:

$$\varphi = \frac{q}{r}.$$

Нуқтавий зарядлар системаси q_1, q_2, q_3, ... ҳосил қилган майдонни кўрайлик. Системадаги ҳар бир заряддан майдоннинг берилган нуқтасигача бўлган масофаларни мос равишда r_1, r_2, ... деб белгилаймиз. Ушбу майдон кучлари томонидан q' заряд устида бажарилган иш ҳар бир заряд устида бажарилган ишларнинг алгебраик йиғиндисига тенг бўлади, яъни:

$$A_{12} = \sum A_i.$$

Лекин (9.1) га мувофиқ A_i ишларнинг ҳар бири уз навбатида

$$A_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{q_i q'}{r_{i2}}\right)$$

га тенг, бу ерда r_{i1}—q_i заряддан q' заряднинг бошланғич ҳолатигача бўлган масофа r_{i2}—q_i дан q' заряднинг охирги ҳолатигача бўлган масофа. Демак,

$$A_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i q'}{r_{i1}} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i q'}{r_{i2}}.$$

Бу ифодани қуйидаги муносабат билан солиштирсак,

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2}.$$

q' заряднинг зарядлар системаси майдонидаги потенциал энергияси учун қуйидаги ифодага эга буламиз:

$$W_p = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i q'}{r_i},$$

бундан

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sum \frac{q_i}{r_i}. \qquad (10.4)$$

Шундай қилиб, *зарядлар системаси ҳосил қилган майдон потенциали система таркибига кирган ҳар бир заряднинг алоҳида ҳосил қилган майдон потенциалларининг алгебраик йиғиндисига тенгдир.* Майдонлар устма-уст тушган вақтда кучланганликлар вектор равишда қўшилган булса, потенциаллар ҳам алгебраик қўшилади. Шунинг учун потенциални ҳисоблаш, электр майдон кучланганлигини ҳисоблашга қараганда жуда енгил булади.

Юқорида курилган муносабат (10.2) дан майдоннинг потенциали φ га тенг булган нуқтасида жойлашган заряд q қуйидаги потенциал энергияга эгадир:

$$W_p = q \cdot \varphi. \qquad (10.5)$$

Демак, майдон кучларининг q заряд устида бажарган ишини потенциал фарқи орқали ифодалаш мумкин:

$$A_{12} = W_{p1} - W_{p2} = q(\varphi_1 - \varphi_2). \qquad (10.6)$$

Шундай қилиб, майдон кучларининг заряд устида бажарган иши заряд миқдорининг бошланғич ва охирги нуқталари уртасидаги потенциаллар фарқига купайтирилганига тенг. Агар

q заряд потенциали φ га тенг бўлган нуқтадан чексиз узоқлаштирилган бўлса, (у ердаги потенциал шартга кўра нолга тенг), майдон кучларининг иши қуйидагига тенг бўлади:

$$A_{\infty} = q\varphi. \qquad (10.7)$$

Бундан *потенциал сон жиҳатдан майдон кучларининг бирлик мусбат зарядни муайян нуқтадан чексизликка кўчиришда бажарган ишига тенгдир* деган хулоса келиб чиқади. Бирлик мусбат зарядни чексизликдан майдоннинг муайян нуқтасига кўчириб келиш учун катталиги юқоридагига тенг иш бажариш керак бўлади.

Потенциалнинг ўлчов бирликларини белгилаш учун (10.7) муносабатдан фойдаланишимиз мумкин. Потенциалнинг бирлиги сифатида майдоннинг шундай нуқтасининг потенциали қабул қилинадики, бир бирлик мусбат зарядни чексизликдан шу нуқтага кўчирганда бир бирлик иш бажарилсин. Масалан, потенциалнинг вольт деб аталадиган СИ бирлиги учун (қисқача белгиси *в*) шундай нуқтанинг потенциали қабул қилинадики, 1 кулон зарядни чексизликдан шу нуқтага кўчириш учун 1 жоуль иш бажариш керак:

$$1\,ж = 1\,к \cdot 1\,в,$$

бу ердан

$$1\,в = \frac{1\,ж}{1\,к}. \qquad (10.8)$$

Потенциалнинг абсолют электростатик бирлиги (СГСЭ-потенциал бирлиги) сифатида шундай нуқтанинг потенциали қабул қилинадики, бу нуқтага чексизликдан $+1$ СГСЭ-заряд бирлигига тенг зарядни кўчириш учун 1 *эрг* иш бажариш керак.

Юқоридаги (10.8) муносабатдаги 1 *ж* ва 1 *к* ларни СГСЭ-бирликлар орқали ифодаласак, вольт билан СГСЭ-потенциал бирлиги ўртасидаги муносабатни топамиз:

$$1\,в = \frac{1\,ж}{1\,к} = \frac{10^7\,эрг}{3 \cdot 10^9\,СГСЭ} = \frac{1}{300}\ \text{СГСЭ-потенциал бирлиги.}$$

Шундай қилиб, бир СГСЭ-потенциал бирлиги 300 *в* га тенг.

Физикада кўпинча иш ва энергиянинг электронвольт деган бирлиги (*эв*) қўлланилади. Электронвольт деганда бир электрон зарядига тенг заряд 1 *в* потенциаллар фарқи орқали ўтаётганда майдон кучлари томонидан шу заряд устида (яъни элементар заряд *e* устида) бажарилган иш тушунилади:

$$1\,эв = 1{,}60 \cdot 10^{-19} к \cdot 1 в = 1{,}60 \cdot 10^{-19} ж = 1{,}60 \cdot 10^{-12}\,эрг.$$

Амалда электронвольтга каррали бўлган бирликлардан ҳам фойдаланилади:

1 *кэв* (килоэлектронвольт) $= 10^3$ *эв*,
1 *Мэв* (мегаэлектронвольт) $= 10^6$ *эв*,
1 *Гэв* (гигаэлектронвольт) $= 10^9$ *эв*.

белгиловчи катталик kT хона температурасида қуйидагига тенг:

$$kT = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 2,5 \cdot 10^{-2} эв = \frac{1}{40} эв.$$

11-§. Электр майдоннинг кучланганлиги билан потенциали ўртасидаги боғланиш

Аввалги параграфларда электр майдонни вектор катталик **E** ёки скаляр катталик φ орқали ифодалаш мумкин эканлиги аниқланган эди. Шу катталиклар ўртасида маълум богланиш бўлиши аниқ кўриниб турибди. Агар **E** заряд таъсир қилаётган кучга, φ эса заряднинг потенциал энергиясига пропорционал эканлигини ҳисобга олсак, **E** билан φ ўртасидаги боғланиш потенциал энергия билан куч ўртасидаги боғланишга ўхшаш бўлиши яққол кўринади. Ҳақиқатан, майдон кучларининг q заряд устида йўлнинг dl кесмаси давомида бажарган ишини бир томондан $qE_l dl$ кўринишида, иккинчи томондан заряд потенциал энергиясининг камайишини кўрсатувчи ифода, яъни $-d(q\varphi) = -q\frac{\partial\varphi}{\partial l}dl$ орқали ифодалаш мумкин. Юқорида айтиб ўтилган формулаларни тенглаштириб,

$$qE_l dl = -q\frac{\partial\varphi}{\partial l}dl$$

ни ҳосил қиламиз, бундан

$$E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l} \tag{11.1}$$

га эга бўламиз[1]), бу ерда l орқали фазода ихтиёрий равишда танланган йўналиш белгиланган. Хусусан,

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{11.2}$$

бундан

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right).$$

Қавслар ичига олинган ифода скаляр φ нинг градиенти дейилади (grad φ деб белгиланади)[2]). Градиент белгисидан фойдаланиб, ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi. \tag{11.3}$$

---

[1]) Бу тенгликнинг иккала томонини q га кўпайтириб,

$$f_l = -\frac{dW_p}{dl}$$

га эга бўламиз [(28.5) формулага қаранг, I том].

[2]) Градиентни белгилашда ∇ (набла) символидан ҳам фойдаланилади:

$$\nabla\varphi = \operatorname{grad}\varphi.$$

Молекулалар иссиқлик ҳаракатининг ўртача энергиясини белгиловчи катталик kT хона температурасида қуйидагига тенг:

$$kT = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} \approx 2{,}5 \cdot 10^{-2}\text{эв} = \frac{1}{40}\text{эв}.$$

11-§. Электр майдоннинг кучланганлиги билан потенциали ўртасидаги боғланиш

Аввалги параграфларда электр майдонни вектор катталик **E** ёки скаляр катталик φ орқали ифодалаш мумкин эканлиги аниқланган эди. Шу катталиклар ўртасида маълум боғланиш бўлиши аниқ кўриниб турибди. Агар **E** заряд таъсир қилаётган кучга, φ эса заряднинг потенциал энергиясига пропорционал эканлигини ҳисобга олсак, **E** билан φ ўртасидаги боғланиш потенциал энергия билан куч ўртасидаги боғланишга ўхшаш бўлиши яққол кўринади. Ҳақиқатан, майдон кучларининг q заряд устида йўлнинг dl кесмаси давомида бажарган ишини бир томондан $qE_l dl$ кўринишида, иккинчи томондан заряд потенциал энергиясининг камайишини кўрсатувчи ифода, яъни $-d(q\varphi) = -q\frac{\partial\varphi}{\partial l}dl$ орқали ифодалаш мумкин. Юқорида айтиб ўтилган формулаларни тенглаштириб,

$$qE_l dl = -q\frac{\partial\varphi}{\partial l}dl$$

ни ҳосил қиламиз, бундан

$$E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l} \tag{11.1}$$

га эга бўламиз[1]), бу ерда l орқали фазода ихтиёрий равишда танланган йўналиш белгиланган. Хусусан,

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \quad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y}, \quad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \tag{11.2}$$

бундан

$$\mathbf{E} = \mathbf{i}E_x + \mathbf{j}E_y + \mathbf{k}E_z = -\left(\mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right).$$

Қавслар ичига олинган ифода с к а л я р φ н и н г г р а д и е н т и дейилади (grad φ деб белгиланади)[2]). Градиент белгисидан фойдаланиб, ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathbf{E} = -\operatorname{grad}\varphi. \tag{11.3}$$

---

[1]) Бу тенгликнинг иккала томонини q га кўпайтириб,

$$f_l = -\frac{dW_p}{dl}$$

га эга бўламиз [(28.5) формулага қаранг, I том].

[2]) Градиентни белгилашда ∇ (набла) символидан ҳам фойдаланилади:

$$\nabla\varphi = \operatorname{grad}\varphi.$$

Шундай қилиб, электр майдон кучланганлиги потенциалнинг тескари ишорада олинган градиентига тенг экан. Бирор скаляр функция $\varphi(x, y, z)$ нинг градиенти қуйидаги хусусиятларга эга бўлган вектор катталикдир. Градиент йўналиши функция φ берилган нуқтадан катталик жиҳатидан ортиб силжиганда энг катта тезлик билан ўзгараётган йўналиш $\mathbf{n}$ билан мос бўлади. Бу йўналиш бўйича олинган ҳосиланинг катталиги $\frac{\partial\varphi}{\partial n}$ градиентнинг модулини беради. Формула таркибига кирган $\frac{\partial\varphi}{\partial x}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial y}$, $\frac{\partial\varphi}{\partial z}$ хусусий ҳосилалар градиентнинг координат ўқлари x, y, z га бўлган проекцияларидан иборатдир. Худди шундай ихтиёрий йўналиш l бўйича олинган ҳосила $\frac{\partial\varphi}{\partial l}$ градиентнинг мос йўналишига проекцияси булади. Градиентнинг ўзига перпендикуляр йўналиш τ га проекцияси нолга тенг булиши аниқдир:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial\tau} = 0.$$

Майдон кучланганлиги билан потенциали ўртасидаги боғланишни нуқтавий заряд майдони мисолида тушунтирамиз. Бу майдоннинг потенциали қуйидаги функция орқали ифодаланади [(10.3) га қаранг]:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}.$$

Майдондаги 1 нуқтани кўрайлик, бу нуқтанинг ҳолати радиус-вектор $\mathbf{r}$ билан белгиланади (21- расм; q заряд мусбат деб ҳисоблаб чизилган). Берилган нуқтадан турли йўналишлар бўйича катталиги тенг кичик dl кесмаларга силжиганда энг катта мусбат орттирмага 1 нуқтадан мусбат q заряд томонга ёки манфий q заряддан 1 нуқта томонга силжиш натижасида эришилиши куриниб турибди. Демак, градиентнинг йўналиши $\mathbf{n}$ ни қуйидаги кўринишда ифодалаш мумкин:

$$\mathbf{n} = \pm\frac{\mathbf{r}}{r}, \tag{11.4}$$

21- расм.

бу ерда „—“ ишораси q заряд мусбат булган ҳолга „+“ ишораси эса q заряд манфий булган ҳолга мос келади. Натижада $\mathrm{grad}\,\varphi$ нинг $\mathbf{r}$ йўналишига проекцияси қуйидагига тенг бўлади:

$$(\mathrm{grad}\,\varphi)_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}. \tag{11.5}$$

Бу ифодадаги „—“ ишораси заряд мусбат булганда grad φ радиус-вектор **r** нинг йуналишига қарама-қарши йуналган, заряд манфий булганда эса **r** нинг йуналишига мос йуналган эканлигини курсатади. Бундан grad φ нинг модули (11.5) ифоданинг модулига тенг эканлиги куринади. Шунинг учун (11.4) ифодани назарда тутиб, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\text{grad}\,\varphi = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} \qquad (11.6)$$

[бундай ёзишда (11.4) даги шарт уз ўзидан ҳисобга олинишига ишонч ҳосил қилиш қийин эмас]. (11.3) формуладан фойдаланиб, (11.6) дан нуқтавий заряд майдони кучланганлиги учун бизга маълум булган (5.3) формулани келтириб чиқарамиз.

(11.3) формула ёрдамида φ нинг берилган қийматлари буйича исталган нуқтадаги кучланганликни ҳисоблаш мумкин. Биз тескари масалани ҳам ечишимиз мумкин, яъни **E** нинг берилган қийматлари буйича майдоннинг исталган иккита нуқтаси уртасидаги потенциаллар фарқини аниқлаш мумкин. Бунинг учун майдон кучлари томонидан q заряд нуқта *1* дан нуқта *2* га силжитилганда бажарилган иш қуйидагича ҳисобланиши мумкин эканлигини назарда тутамиз:

$$A_{12} = \int_1^2 qE_l dl.$$

Шу билан бирга (10.6) тенгликка мувофиқ худди шу ишнинг узи бошқача ифодаланиши мумкин:

$$A_{12} = q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Шу иккита ифодани бир-бирига тенглаштириб, q зарядга қисқартирсак, қуйидаги ифодага эга буламиз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl. \qquad (11.7)$$

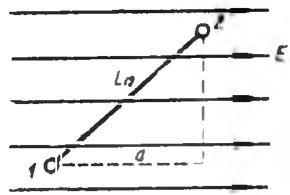
Ўнг томондаги интегрални *1* ва *2* нуқталарни бирлаштирадиган исталган чизиқ буйича ҳисоблаш мумкин, чунки майдон кучлари бажарган иш йулга боғлиқ эмас. Ёпиқ контурни айланганда $\varphi_1 = \varphi_2$ булади ва (11.7) формула бизга яхши таниш булган (9.2) ифодага айланади.

Турли ишорада зарядланган иккита чексиз текислик уртасидаги потенциаллар фарқини ҳисоблашда (11.7) формуладан фойдаланайлик. Текисликлар орасидаги майдон кучланганлиги σ/ε_0 га тенг ва текисликларга перпендикуляр йуналган эканлиги 8-§ да курсатилган эди. Иккита текисликда ихтиёрий равишда танланган *1* ва *2* нуқталарни 22- расмда курсатилгандек $1-1'-2$ чизиқ билан туташтирамиз. (11.7) формулага мувофиқ

$$\varphi_1-\varphi_2=\int_1^2 E_l dl=\int_1^{1'} E_l dl+\int_{1'}^2 E_l dl.$$

22- расм

Чизиқнинг $1-1'$ қисмида $E_l=0$, шунинг учун унг томондаги биринчи қушилма нолга тенг (бундан 1 ва $1'$ нуқталарнинг потенциали бир



23- расм.

хил деган хулоса келиб чиқади). Чизиқнинг $1'-2$ қисмида эса $E_l=E=\text{const}$, демак,

$$\int_{1'}^2 E_l dl=E\int_{1'}^2 dl=Ed,$$

бу ерда d — текисликлар уртасидаги масофа. Шундай қилиб,

$$\varphi_1-\varphi_2=Ed. \tag{11.8}$$

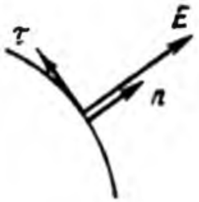
Равшанки, олинган натижа кучланганлиги E га тенг бўлган бир жинсли майдондаги икки нуқта уртасидаги потенциаллар фарқини билдиради. Бу формуладаги d майдоннинг 1 ва 2 нуқталари орасидаги масофа l_{12} нинг **E** вектор йўналишига проекциясидир (23- расм).

12-§. Эквипотенциал сиртлар

Майдонни яққол тасвирлаш учун кучланганлик чизиқларининг урнига потенциали тенг сиртлар ёки эквипотенциал сиртлардан фойдаланиш мумкин. Демак, эквипотенциал сирт деб барча нуқталардаги потенциали бир хил бўлган сиртларга айтилади. Агар потенциал x, y ва z нинг функцияси булса, у ҳолда эквипотенциал сиртнинг тенгламаси қуйидаги куринишга эга бўлади:

$$\varphi(x, y, z)=\text{const}.$$

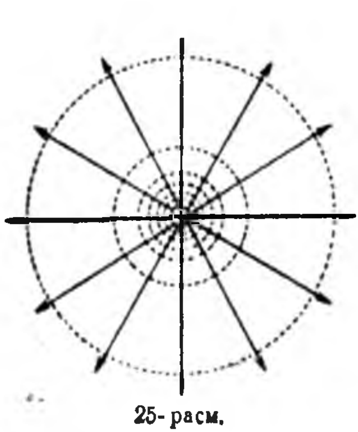
Эквипотенциал сиртга утказилган нормалнинг йўналиши шу нуқтадан утказилган **E** векторнинг йўналишига мос булади. Бунга ишонч ҳосил қилиш учун бирор нуқтада сиртга уринма чизиқ τ ўтказамиз (24-расм). Шу τ чизиқ бўйлаб чексиз кичик кесма $d\tau$ га силжиганда потенциал φ ўзгармайди ва $\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}$ нолга тенг бўлади. Лекин $\frac{\partial\varphi}{\partial\tau}$ нинг қиймати вергулдан кейинги биринчи рақамгача аниқлик билан **E** векторнинг уринма τ йўналишига бўлган проекциясига тенгдир. Демак, **E** нинг тангенциал ташкил этувчиси нолга тенг экан, бундан **E** вектор сиртга ўтказилган перпендикуляр бўйича йўналган дейишимиз мумкин. **E** вектор **E** чизиққа ўтказилган уринма бўйича йўналган эканлигини ҳисобга олсак, фазодаги ҳар бир нуқтанинг кучланганлик чизиқлари эквипотенциал сиртларга ортогонал экан деган хулосага келамиз.



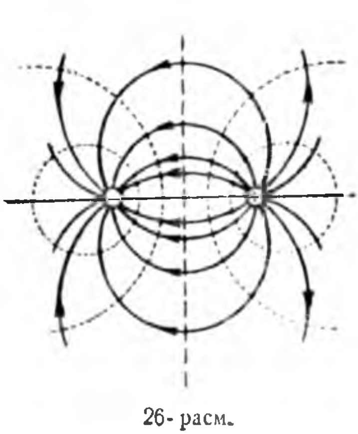
24-расм.

Эквипотенциал сиртни майдоннинг исталган нуқтаси орқали ўтказиш мумкин. Демак, фазода чексиз кўп эквипотенциал сиртларни чизишимиз мумкин. Лекин, эквипотенциал сиртларни чизганда иккита қўшни сирт потенциалларининг айирмаси $\varphi_{i+1} - \varphi_i$ ҳар доим бир хил бўлиши кераклиги ҳақида келишиб олинган. У ҳолда эквипотенциал сиртларнинг зичлигига қараб майдон кучланганлигининг катталиги ҳақида фикр юритиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, эквипотенциал сиртларнинг зичлиги қанчалик катта бўлса, шу сиртларга ўтказилган нормаль йўналишда силжигандаги потенциалнинг ўзгариши шунчалик тез бўлади. Бундан майдоннинг бирор жойидаги grad φ қанча катта бўлса, **E** ҳам шунча катта қийматга эга бўлади деган хулоса келиб чиқади.

25-расмда нуқтавий заряд майдонининг эквипотенциал сиртлари (тўғрироғи, бу сиртларнинг расм текислиги билан кеси-



25-расм.



26-расм.

шиши) кўрсатилган, **E** векторнинг узгаришига мос равишда зарядга яқин нуқталарда эквипотенциал сиртларнинг қалинлиги ортади.

Бир жинсли майдоннинг эквипотенциал сиртлари бир-бирларидан тенг масофаларда жойлашган ва майдон йуналишига перпендикуляр бўлган текисликлар системасидан иборатдир.

26- расмда диполь майдони учун эквипотенциал сиртлар ва кучланганлик чизиқлари курсатилган. 25- ва 26- расмлардан бир вақтнинг узида ҳам эквипотенциал сиртлардан, ҳам кучланганлик чизиқларидан фойдаланилса, майдоннинг манзараси айниқса яққол кўринишга эга бўлиши кўриниб турибди.

II БОБ

ДИЭЛЕКТРИКЛАРДА ЭЛЕКТР МАЙДОНИ

13-§. Қутбли ва қутбсиз молекулалар

Агар электр майдонга диэлектрик киритсак, шу майдонда ҳамда диэлектрикда куп узгаришлар кузатилади. Бу узгаришларнинг содир бўлиши сабабини тушуниш учун атом ва молекулаларнинг таркибида мусбат зарядланган ядролар ва манфий зарядланган электронлар бор эканлигини ҳисобга олиш зарур. Электронлар атом ёки молекулалар чегараларида жуда катта тезликлар билан ҳаракат қилиб, уларининг ядрога нисбатан ҳолатларини узлуксиз узгартириб турадилар. Шунинг учун ҳар бир электрон ташқи зарядларга таъсир қилганда электроннинг вақт буйича уртача ҳолатида жойлашган қузғалмас заряд каби таъсир қилади.

Молекула улчамларига қараганда катта булган масофаларда электронларнинг таъсири уларнинг молекуланинг бирор нуқтасига жойлашган йиғинди заряди таъсирига тенг булади. Бу нуқтани манфий зарядларнинг оғирлик маркази деб атаймиз. Шунга ухшаш ядролар зарядларининг таъсири мусбат зарядлар оғирлик маркази деб айтиладиган нуқтага жойлашган йиғинди заряд таъсирига тенгдир. Зарядларнинг оғирлик маркази жисмнинг оғирлик маркази каби аниқланиши равшан, лекин бунда зарраларнинг массалари уларнинг зарядлари билан алмаштирилиши зарур. Демак, мусбат зарядлар оғирлик марказининг радиус-вектори қуйидаги формула буйича ҳисобланади:

$$\mathbf{r}^+ = \frac{\sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+}{\sum q_i^+} = \frac{\sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+}{q}, \qquad (13.1)$$

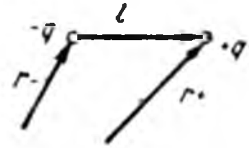
бу ерда $\mathbf{r}_i^+$ — i-мусбат заряд жойлашган нуқтанинг радиус-вектори, q—молекуланинг йиғинди мусбат заряди.

Мос равишда манфий зарядларнинг радиус-вектори учун қуйидаги ифодага эга буламиз:

$$\mathbf{r}^- = \frac{\sum q_i^- \mathbf{r}_i^-}{\sum q_i^-} = \frac{\sum q_i^- \mathbf{r}_i^-}{q}, \qquad (13.2)$$

бу ерда $\mathbf{r}_j^-$ — j - манфий зарядиинг вақт буйича уртача ҳолатининг радиус-вектори. Умуман олганда, молекула нейтрал булгани учун йиғинди манфий заряд тескари ишора билан олинган мусбат зарядга тенг эканлигини ҳисобга олдик.

Ташқи электр майдон булмаганда, мусбат ва манфий зарядларнинг оғирлик марказлари мос тушиши ёки бир-бирига нисбатан маълум масофага силжиган булиши мумкин. Агар зарядларнинг оғирлик марказлари силжиган булса, у ҳолда молекула электр диполга ўхшайди ва қутбли молекула деб аталади. Қутбли молекула хусусий электр моменти $\mathbf{p}$ га эга, (13.1) ва (13.2) формулаларни ҳисобга олганда бу момент учун қуйидаги ифода келиб чиқади (27-расм):



27-расм.

$$\mathbf{p} = q\mathbf{l} = q(\mathbf{r}^+ - \mathbf{r}^-) = \sum q_i^+ \mathbf{r}_i^+ + \sum q_j^- \mathbf{r}_j^-.$$

Агар мусбат ва манфий зарядларни бир хил номерласак, ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathbf{p} = \sum q_k \mathbf{r}_k, \tag{13.3}$$

бу ерда q_k — алгебраик катталик; йиғинди молекуланинг барча мусбат ва манфий зарядлари буйича олинади. Агар зарядлар системаси умумий ҳолда нейтрал булса, (13.3) ифода радиус-вектор $\mathbf{r}_k$ лар утказилаётган нуқталарни танлашга боғлиқ булмайди.

Ташқи майдон йуқлигида турли ишорали зарядларининг оғирлик марказлари мос тушган молекула хусусий электр моментга эга булмайди ва қутбсиз молекула дейилади. Ташқи электр майдон таъсирида қутбсиз молекуланинг зарядлари бир-бирига нисбатан силжийди, бунда мусбат зарядлар майдон томонга қараб, манфий зарядлар эса майдонга қарши силжийди. Натижада бундай молекула электр моментга эга булади ва моментнинг катталиги ташқи майдон кучланганлигига пропорционал булади. Рационаллаштирилган системада пропорционаллик коэффициенти $\varepsilon_0\beta$ куринишда ёзилади, бу ерда ε_0 — электр доимийси, β эса молекуланинг қутбланувчанлиги деб аталадиган катталикдир. Агар $\mathbf{p}$ ва $\mathbf{E}$ катталикларнинг йуналишлари бир хил эканлигини ҳисобга олсак, қуйидаги ифодани ёзишимиз мумкин:

$$\mathbf{p} = \beta\varepsilon_0\mathbf{E}. \tag{13.4}$$

Диполь моментининг ўлчамлиги $[q]\ L$ га тенг. (5.3) формулага мувофиқ $\varepsilon_0 E$ нинг ўлчамлиги $[q]\ L^{-2}$ га тенг. Демак, молекуланинг қутбланувчанлиги β нинг улчамлиги L^3 га тенг.

Қутбсиз молекуланинг қутбланиш процесси худди мусбат ва манфий зарядлари бир-бири билан эластик кучлар ёрдамида боғланган диполь каби булади. Шунинг учун қутбсиз молекула ташқи электр майдонда эластик диполь вазифасини утайди дейилади.

Ташқи майдоннинг қутбли молекулага таъсири молекулани унинг электр моменти майдон йуналиши буйича жойлашадиган қилиб буришдан иборатдир. Ташқи майдон электр момент катталигига ҳеч қандай таъсир курсатмайди. Демак, қутбли молекула ташқи майдонда узини қаттиқ диполь сифатида намоён қилади.

Молекулалар узларининг электр хусусиятлари буйича диполларга ухшаш булгани сабабли диэлектриклардаги булаётган ҳодисаларни тушуниш учун диполнинг ташқи электр майдонидаги хатти-ҳаракатини урганиш керак.

14- §. Бир жинсли ва бир жинсли булмаган электр майдонларидаги диполь

Агар диполни бир жинсли электр майдонга жойлаштирсак у ҳолда диполни ташкил қилган $+q$ ва $-q$ зарядлар катталиклари тенг, лекин йуналишлари қарама-қарши булган f_1 ва f_2 кучлар таъсирида булади (28- расм). Бу кучлар елкасининг узунлиги $l \sin\alpha$ га тенг, яъни диполнинг майдонга нисбатан ҳолатига боғлиқ булган жуфт кучни ташкил этади. Кучлардан ҳар бирининг модули qE га тенг. Бу модулни елкага купайтирсак, диполга таъсир қилаётган жуфт куч моментининг катталигини келтириб чиқарамиз:

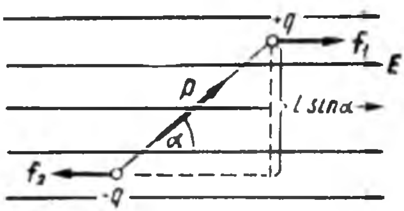
$$M = qEl\sin\alpha = pE\sin\alpha, \tag{14.1}$$

бу ерда p— диполнинг электр моменти.

Юқоридаги (14.1) формулани вектор куринишда ёзиш мумкин:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{pE}]. \tag{14.2}$$

Шу (14.2) формулада берилган момент диполни унинг моменти $\mathbf{p}$ майдон йуналишига мос равишда йуналадиган қилиб буришга интилади.



28- расм

$\mathbf{p}$ ва $\mathbf{E}$ векторлар уртасидаги бурчакни $d\alpha$ га орттириш учун электр майдонда диполга таъсир қилаётган кучларга қарши қуйидаги ишни бажариш керак:

$$dA = M\,d\alpha = pE\sin\alpha\,d\alpha.$$

Бу иш диполнинг электр майдондаги потенциал энергиясини оширишга сарфланади:

$$dW = \mathbf{p}E \sin\alpha \, d\alpha. \tag{14.3}$$

(14.3) ифодани интегралласак, диполнинг электр майдондаги энергияси учун қуйидаги формулага эга бўламиз:

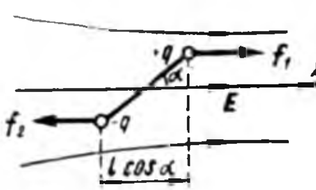
$$W = -pE\cos\alpha + \text{const}.$$

Ниҳоят, const ни нолга тенг деб ҳисоблаб, қуйидагини чиқарамиз:

$$W = -pE\cos\alpha = -\mathbf{pE}. \tag{14.4}$$

Формуладаги const нинг қийматини шундай танлаганимизда, диполь ташқи майдонга перпендикуляр жойлашганда унинг энергияси нолга тенг булади деб ҳисоблаган бўламиз. Агар диполь майдон йуналишига мос йуналган бўлса, унинг энергияси энг кичик $-pE$ қийматга тенг бўлади ва аксинча, агар диполь моменти **E** га қарама-қарши йўналган бўлса, диполь энергияси энг катта pE га тенг қийматга эга булади.

Бир жинсли бўлмаган майдонда диполь зарядларига таъсир қилаётган кучларнинг катталиги тенг эмас. Агар диполь ўлчамлари кичик булса, $\mathbf{f}_1$ ва $\mathbf{f}_2$ кучларни коллинеар деб ҳисоблаш мумкин (29- расм). Ташқи майдон, фазонинг диполь жойлашган нуқтасида **E** вектор йўналишига мос булган x йуналиш буйича энг тез ўзгараётган бўлсин. Диполнинг мусбат заряди унинг манфий зарядига нисбатан x йуналиши буйича $\Delta x = l\cos\alpha$ катталикка силжигандир. Шунинг учун зарядлар жойлашган нуқталардаги кучланганликлар $\Delta E = \frac{\partial E}{\partial x}\Delta x = \frac{\partial E}{\partial x} l\cos\alpha$ га фарқланади.



29- расм.

Демак, диполга таъсир қилаётган кучларнинг тенг таъсир этувчиси $\mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2$ нолдан фарқлидир. Бу тенг таъсир этувчининг x ўқига проекцияси қуйидагига тенг:

$$f = q\Delta E = q\frac{\partial E}{\partial x} l\cos\alpha = p\frac{\partial E}{\partial x}\cos\alpha. \tag{14.5}$$

Шундай қилиб, бир жинсли бўлмаган электр майдонда диполга айлантирувчи момент (14.2) дан ташқари (14.5) куч ҳам таъсир қилади. Бу куч таъсирида диполь кучлироқ майдон томонга тортилиши (α бурчак ўткир бўлса) ёки бундай майдондан итарилиши мумкин (α бурчак ўтмас бўлса).

Механикадан маълум бўлган потенциал энергия билан куч ўртасидаги муносабатдан фойдаланиб, диполь энергиясини кўрсатадиган (14.4) формуладан f кучнинг ифодасини топиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, агар α бурчак (яъни диполнинг ҳолати) узгармас деб ҳисоблаб (14.4) ни x бўйича дифференциалласак, сунг натижанинг ишорасини тескарисига алмаштирсак, (14.5) формулани келтириб чиқарамиз.

15-§. Диэлектрикларнинг қутбланиши

Ташқи электр майдон булмаса, диэлектриклар молекулаларининг диполь моментлари нолга тенг булади (қутбсиз молекулалар) ёки фазодаги йуналишлар буйича ихтиёрий равишда тақсимланган булади (қутбли молекулалар). Иккала ҳолда ҳам диэлектрикнинг йиғинди электр моменти нолга тенг булади.

Ташқи майдон таъсирида диэлектрик қутбланади. Бу эса диэлектрикнинг натижавий электр моменти нолдан фарқли эканлигини билдиради. Диэлектрикнинг қутбланиш даражасини белгиловчи катталик сифатида ҳажм бирлигидаги электр моментини олиш табиийдир. Агар майдон ва диэлектрик (умумий ҳолда иккаласи ҳам) бир жинсли булмаса, унда диэлектрикнинг турли нуқталаридаги қутбланиш даражаси ҳар хил бўлади. Муайян нуқтадаги қутбланишни характерлаш учун шу нуқтани ўз ичига олган физикавий чексиз кичик ҳажм ΔV ни[1]) ажратиш, шу ҳажм ичидаги молекулалар моментларининг йиғиндиси $\sum\limits_{\Delta V} \mathbf{p}_i$ ни топиш ва қуйидаги нисбатни олиш керак:

$$\mathbf{P} = \frac{\sum\limits_{\Delta V} \mathbf{p}_i}{\Delta V}. \qquad (15.1)$$

(15.1) формула ёрдамида аниқланадиган $\mathbf{P}$ катталик **диэлектрикнинг қутбланиш вектори** деб айтилади.

Диполь моменти $\mathbf{p}_i$ нинг улчамлиги $[q]\ L$ га тенг. Демак, $\mathbf{P}$ нинг улчамлиги $[q]\ L^{-2}$ га тенг, яъни $\varepsilon_0 \mathbf{E}$ нинг ўлчамлигига ўхшаш бўлади [(5.3) формулага қаранг].

Исталган типдаги диэлектрикларда (сегнетоэлектриклардан ташқари, бу ҳақда 19-§ да тухтаб утамиз) қутбланиш вектори майдоннинг муайян нуқтасидаги кучланганлиги билан қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\mathbf{P} = \varkappa \varepsilon_0 \mathbf{E}, \qquad (15.2)$$

---

[1]) Физикавий чексиз кичик ҳажм деб шундай ҳажмга айтиладики, бундай ҳажм молекулалар миқдорини уртачалаш учун етарлидир ва шу билан бирга шунчалик кичикки, бундай ҳажм ичида зичлик, температура, майдон кучланганлиги $\mathbf{E}$ ва бошқа макроскопик катталикларни узгармас деб ҳисоблаш мумкин (I том, 39-§ даги (39.2) формуладан кейинги текстга ҳам қаранг).

бу ерда $\varkappa$ — **E** га боғлиқ булмаган ва диэлектрикнинг диэлектрик қабул қилувчанлиги деб аталадиган катталик[1]). **P** ва ε_0**E** ларнинг ўлчамликлари бир хил эканлигини куриб утган эдик. Демак, $\varkappa$ улчамсиз катталикдир.

Қутбсиз молекулалардан тузилган диэлектриклар учун (15.2) формула қуйидаги мулоҳазаларга асосан келтириб чиқарилади. Берилган ΔV ҳажм ичига $n\Delta V$ та молекула тушади, у бу ерда n — ҳажм бирлигидаги молекулалар сони. Бундай ҳолда $\mathbf{p}_i$ моментларнинг ҳар бири (13.4) формула билан аниқланади. Шундай қилиб,

$$\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_i = n\,\Delta\,V\beta\varepsilon_0\,\mathbf{E}.$$

Бу ифодани ΔV га булсак, қутбланиш вектори учун қуйидаги ифодага эга буламиз:

$$\mathbf{P} = n\beta\varepsilon_0\mathbf{E}.$$

Ниҳоят,

$$\varkappa = n\beta \tag{15.3}$$

белгилаш[2]) киритиб, (15.2) формулага эга буламиз.

Қутбли молекулалардан ташкил топган диэлектрикларда молекулаларнинг иссиқлик ҳаракати уларнинг диполь моментларини ҳар хил йуналишлар буйича тарқатиб, ташқи майдоннинг йуналтирувчи таъсирига тусқинлик қилади. Натижада молекулалар диполь моментларининг купчилиги майдон йуналишига мос равишда йуналган булади. Статистик ҳисоблаш тажрибага мос равишда, температура узгармаса, қутбланиш вектори майдон кучланганлигига пропорционал эканлигини курсатади, яъни (15.2) формулага олиб келади. Майдон кучланганлиги узгармас булса, қутбли молекулалардан ташкил топган диэлектрикларнинг қутбланиш вектори температура ортиши билан камаяди. Бундай диэлектрикларнинг диэлектрик қабул қилувчанликлари абсолют температурага тескари пропорционалдир.

Маълумки, ион боғланишли кристалларда алоҳида молекулалар уз мустақиллигини йуқотади. Бутун кристалл катта бир молекулага айланади. Ион боғланишли кристаллнинг панжарасини бир-бирининг ичига киритилган иккита панжарадан иборат деб куришимиз мумкин, бу панжаралардан бири мусбат ионлардан тузилган, иккинчиси эса манфий ионлардан тузилган. Кристаллнинг ионларига ташқи майдон таъсир қилганда панжаралар бир-бирларига нисбатан силжийди, натижада диэлектрик қутбланади. Қутбланиш вектори бу ҳолда ҳам

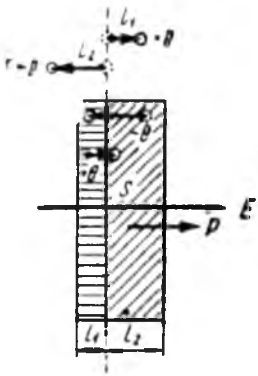
---

1) Анизотроп диэлектрикларда **P** ва **E** нинг йўналишлари, умуман олганда, мос келмайди. Биз фақат изотроп диэлектрикларни қараб чиқамиз.

2) (15.3) муносабат тақрибийдир. $\varkappa$ ва β катталикларни боғловчи аниқроқ ифода 18-§ нинг охирида курилади.

майдон кучланганлиги билан (15.2) муносабат орқали боғланган.

Қутбсиз молекулалардан ташкил топган бир жинсли изотоп диэлектрикда майдоннинг йуналиши **E** га, демак, қутбланиш вектори **P** нинг йуналишига ҳам перпендикуляр булган S майдонча бор деб фараз қилайлик (30- расм). Диэлектрикнинг ҳажм бирлигида заряд $+e$ булган n та бир хил зарра ва заряди $+e$ булган n та бир хил зарра бор булсин. Агар диэлектрик ичидаги майдон бир жинсли булса, **E** нинг пайдо бўлиши билан мусбат зарядларнинг ҳаммаси E нинг йўналиши буйлаб (**P** нинг йуналиши билан мос булган йўналиш буйлаб 30- расмга қаранг) бир хил l_1 масофага силжийди, ҳамма манфий зарядлар эса қарама-қарши йуналишда бир хил l_2 масофага силжийди. Натижада S майдонча орқали чапдан унгга томон маълум миқдорда мусбат зарядлар ва ўнгдан чапга маълум миқдорда манфий зарядлар утади. Модомики, мусбат зарядларни ташувчилар l_1 масофага силжир экан, у ҳолда пластинкадан l_1 дан узоқ булмаган масофада жойлашган барча $+e$ зарядлар S майдончани кесиб ўтади, яъни асоси S га ва баландлиги l_1 га тенг булган цилиндрсимон ҳажм ичида (30- расмда бу ҳажм горизонтал чизиқлар билан чизилган) жойлашган барча $+e$ зарядлар S майдонча орқали утади. Бундай зарядларнинг сони nSl_1 га тенг булиб, улар томонидан **P** йуналишда ташиб утилган заряд $+enSl_1$ га тенг. Худди шундай **P** йуналишга қарама-қарши йўналишда Sl_2 ҳажмда жойлашган ҳамма манфий зарядлар S майдончани кесиб утади (30- расмда бу ҳажм қия чизиқлар билан чизилган). Натижада берилган майдонча орқали ўнгдан чапга томон $-enSl_2$ га тенг манфий заряд утади.



30- расм.

Манфий заряднинг маълум йуналишда кучирилиши катталик жиҳатдан тенг мусбат заряднинг тескари йуналишда кўчирилишига эквивалентдир. Шунинг учун майдон уланганда S майдонча орқали **P** векторнинг йуналишида қуйидаги мусбат заряд кўчирилади дейиш мумкин:

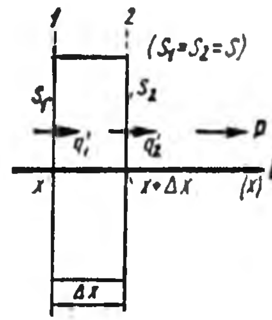
$$q' = en\,Sl_1 + en\,S'l_2 = e(l_1 + l_2)\,nS'.$$

Лекин $l_1 + l_2$ диэлектрикдаги мусбат ва манфий зарядлар бир-бирига нисбатан силжиган l масофадир. Бундай силжиш натижасида $+e$ ва $-e$ зарядларнинг ҳар бир жуфти $p = el = e(l_1 + l_2)$ га тенг диполь моментга эга бўлади. Ҳажм бирлигида бундай заряд жуфтларининг сони n та. Демак,

$e(l_1+l_2)\,n = eln = pn$ кўпайтма қутбланиш векторининг **P** модулини беради. Шундай қилиб, майдон уланганда S майдонча орқали **P** вектор йўналишида ўтаётган заряд қуйидагига тенг:

$$q' = PS. \tag{15.4}$$

Диэлектрик ичида катталиклари тенг иккита S_1 ва S_2 майдончаларни тасаввур қилайлик. Майдончалар **E** нинг йўналишига перпендикуляр ва бир-бирларидан Δx масофада (31- расм) жойлашган булсин. Диэлектрик майдонга киритилмасдан олдин асоси S га ва баландлиги Δx га тенг бўлган цилиндрсимон ҳажмдаги йиғинди заряд нолга тенг (диэлектрик нейтрал бўлади). Диэлектрик майдонга киритилганда S_1 майдонча орқали цилиндр ичига $q = P_1S$ мусбат заряд киради [(15.4) га қаранг, P_1 — **P** векторнинг S_1 майдон кесимидаги модулидир]. Шу билан бир вақтда S_2 майдонча орқали цилиндр ичидан $q_2' = PS$ мусбат заряд чиқади (P_2 — **P** векторнинг S_2 майдонча кесимидаги модулидир). Натижада қаралаётган ҳажмда маълум миқдорда ортиқча боғланган мусбат заряд қолади:



31- расм.

$$q_{\text{орт.}} = q_1' - q_2' = (P_1 - P_2)\,S. \tag{15.5}$$

Агар диэлектрик бир жинсли қутбланган бўлса ($\mathbf{P} = \text{const}$), у ҳолда $P_1 = P_2$ ва (15.5) ифода нолга айланади. Демак, бир жинсли қутбланган диэлектрик ҳажмида ортиқча боғланган зарядлар пайдо бўлмайди. Лекин бирор сабаб билан диэлектрик бир жинсли қутбланмаган бўлса, $P_1 = P_2$ тенглик бажарилмайди. Бир жинсли бўлмаган қутбланишга диэлектрикнинг ўзидаги бир жинслимасликлар ҳамда **E** майдоннинг бир жинслимасликлари (албатта, бир жинслимасликларнинг барчаси эмас, балки бир жинсли бўлмаган жойларда эркин зарядларга эга бўлганлари) сабаб бўлади.

Диэлектрикнинг қутбланиш даражаси **E** нинг йўналишига мос тушадиган x ўқи йўналиши бўйича ўзгаради деб ҳисоблайлик (31- расм). У ҳолда $P_2 - P_1$ катталик **P** вектор модулининг x ўқи бўйича Δx масофага силжиганда олган орттирмаси ΔP дан иборат. Бу орттирма $\Delta P \neq 0$ бўлгани сабабли катталиги $S\Delta x$ га тенг цилиндрик ҳажмда (15.5) га мувофиқ

$$q_{\text{орт}} = -(P_2 - P_1)\,S = -\Delta P \cdot S$$

га тенг ортиқча заряд пайдо бўлади. Бу зарядни цилиндрнинг ҳажми $S\Delta x$ га бўлсак, боғланган зарядларнинг x координата билан кесимдаги ҳажм зичлигига эга буламиз/(Δx ни кичик деб ҳисоблаймиз):

$$\rho' = -\frac{\Delta P \cdot S}{S \cdot \Delta x}.$$

Бу ифодани S га қисқартириб Δx ни нолга интилтирсак, қуйидаги формулага эга буламиз[1]):

$$\rho' = -\frac{dP}{dx}. \tag{15.6}$$

Ҳосил қилинган муносабатни қутбли молекулали диэлектриклар учун ҳам қуллаш мумкин.

Курилаётган ҳажмда жойлашган боғланган ортиқча заряд учун топилган (15.5) ифодадан яна бир муҳим муносабат келиб чиқади. **P** векторнинг 31-расмда курсатилган цилиндр сирти орқали оқимини топамиз. Ён сирт орқали утаётган оқим нолга тенг, чунки **P** вектор бу сиртга утказилган уринма буйича йуналгандир. **P** нинг S_2 майдонча учун нормал ташкил этувчиси **P** векторнинг *2* кесимдаги модулига, яъни P_2 га тенг. Шунинг учун S_2 майдонча орқали ўтаётган оқим P_2S га тенгдир (S_1 ва S_2 майдончаларнинг юзи бирдай булиб S га тенг). **P** векторнинг S_1 майдончага нормал ташкил этувчиси $-P_1$ га тенг (S_1 майдончага утказилган ташқи нормал ва **P** векторнинг йуналишлари қарама-қарши), шунинг учун майдонча орқали утаётган оқим $-P_1S$ га тенг. Шундай қилиб, **P** векторнинг цилиндр сирти орқали тулиқ оқим қуйидагига тенг:

$$\Phi_P = P_2S - P_1S = (P_2 - P_1)\,S.$$

Юқорида келтирилган ифодани (15.5) формуланинг унг қисми билан таққосласак, цилиндр ичидаги боғланган ортиқча заряд билан **P** векторнинг цилиндр орқали оқими уртасидаги муносабатга эга буламиз:

$$q'_{орт} = -\Phi_P. \tag{15.8}$$

Бирор ҳажм ичида жойлашган ортиқча заряд шу ҳажмда жойлашган боғланган зарядларнинг алгебраик йиғиндисига тенг:

---

[1]) **P** вектор йўналиш буйича x ўқига мос тушмайдиган ва x дан ташқари яна y ва z координаталарга боғлиқ булган умумий ҳолда ρ' учун қуйидаги формула ёзилади:

$$\rho' = -\left(\frac{\partial P_x}{\partial x} + \frac{\partial P_y}{\partial y} + \frac{\partial P_z}{\partial z}\right) = -\operatorname{div}\mathbf{P} \tag{15.7}$$

(div **P** символининг маъноси 107-§ да тушунтирилади).

Биз (15.6) формулани келтириб чиқарган ҳол учун $P_x = P, P_y = P_z = 0$ га тенг, шунинг учун (15.6) хусусий ҳолда кўрилган (15.7) нинг худди ўзидир.

$q_{\text{орт}} = \sum q'$. Шунинг учун (15.8) формулани қуйидаги куринишда ёзиш мумкин:

$$\Phi_P = \oint P_n\, dS = -\sum q'. \qquad (15.9)$$

Ушбу (15.9) формула энг умумий ҳолда ҳам бажарилишини, яъни исталган шаклдаги сирт **P** векторнинг x, y, z координаталарга ихтиёрий боғланиши, қутбсиз ва қутбли молекулаларга эга булган диэлектриклар учун туғри булишини исбот қилиш мумкин.

Қутбланган диэлектрикнинг сиртида қандай ҳодисалар кузатилишини курайлик. Дастлаб, диэлектрикнинг ташқи ясси сирти **P** векторга перпендикуляр деб ҳисоблаймиз (32- *а* расм). Майдон уланганда барча манфий зарядлар мусбат зарядларга нисбатан чап томонга **P** га қарши томонга бир хил l масофага (30- расмдаги $l_1 + l_2$ га мос келади) силжийди. Натижада қалинлиги l га тенг булган сирт яқинидаги қатламда йиғиндиси $q_{\text{орт}} = enSl$ га тенг булган мусбат зарядларнинг узи қолади (қарама-қарши томондаги сиртда эса катталик жиҳатдан тенг манфий заряд пайдо булади). Агар $q_{\text{орт}}$ ни S га булсак, боғланган заряднинг сиртий зичлиги $\sigma' = eln$ га эга буламиз. Лекин eln қутбланиш вектори **P** нинг модули эканлигини юқорида кўриб утган эдик, шунинг учун

$$\sigma' = P \qquad (15.10)$$

деб ёзиш мумкин.

Диэлектрикнинг ташқи ясси сиртига утказилган нормал вектор **P** билан ихтиёрий α бурчак ташкил қиладиган ҳолни кўрайлик (32- *б* расм). Бунда қия цилиндрнинг $Sl\cos\alpha$ га тенг ҳажми манфий зарядлардан озод булади. Бу ҳажм ичидаги ортиқча заряд $q_{\text{орт}} = enSl\cos\alpha$ га тенг. Бу ифодани S га булиб, $eln = P$ эканлигини ҳисобга олсак, қуйидагига эга буламиз:

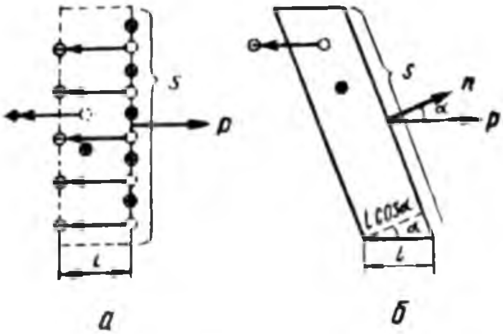
$$\sigma' = P\cos\alpha = P_n, \qquad (15.11)$$

бу ерда P_n — **P** векторнинг диэлектрик сиртига ўтказилган ташқи нормалга булган проекциясидир. Юқоридаги ифодада $\alpha = 0$ бўлса, P_n проекция P га тенг булади ва биз яна (15.10) формулага қайтамиз.

(15.11) формула сиртдаги боғланган заряднинг катталигидан ташқари ишорасини ҳам курсатади. Сиртнинг ташқи нормал **n** билан **P** вектор уртасидаги бурчак уткир булган нуқталарида $P_n > 0$ ва σ' мусбат булади. Ташқи нормал **n** ва **P** утмас бурчак ташкил қилган нуқталарда $P_n < 0$ ва σ' манфий бўлади.

Агар (15.2) га мувофиқ **P** ни $\varkappa$ ва **E** орқали ифодаласак, қуйидаги формулага эга буламиз:

$$\sigma' = \varkappa\varepsilon_0 E_n, \qquad (15.12)$$



32-расм

бу ерда E_n — диэлектрик **ичидаги** майдон кучланганлигининг нормал ташкил этувчиси. (15.12) формуладан кучланганлик чизиқлари диэлектрикдан чиқаётган нуқталарда ($E_n > 0$) бўлганда боғланган мусбат зарядлар сиртга чиқади, кучланганлик чизиқлари диэлектрик ичига кираётган нуқталарда ($E_n < 0$ булганда) боғланган манфий зарядлар сиртга чиқади деган хулосага келамиз.

Биз келтириб чиқарган (15.11) ва (15.12) формулалар ихтиёрий шаклдаги бир жинсли бўлмаган диэлектрик, бир жинсли булмаган электр майдонда бўлган энг умумий ҳол учун ҳам бажарилади. Бунда P_n ва E_n мос векторнинг σ' си аниқланаётган сирт элементи яқинида олинган нормал ташкил этувчилари булади.

(15.11) формула Гаусс системасида ҳам шундай кўринишда булади. Лекин (15.12) формула бу системада қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\mathbf{P} = \varkappa \mathbf{E}. \qquad (15.13)$$

Мос равишда (15,12) формула қуйидагича ёзилади:

$$\sigma' = \varkappa E_n. \qquad (15.14).$$

16-§. Диэлектриклардаги майдонни тасвирлаш

Диэлектрикдаги майдон кучланганлиги деганда **E** нинг ҳақиқий майдонни физикавий чексиз кичик ҳажми буйича олинган уртача қиймати тушунилади. Диэлектрикдаги ҳақиқий (микроскопик) майдон молекулалар орасидаги масофаларда кучли узгаради. Лекин майдоннинг макроскопик жисмларга таъсири курилганда бу ўзгаришлар сезилмайди ва майдоннинг таъсири **E** нинг ўртача (макроскопик) қиймати билан аниқланади.

Макроскопик **E** майдон иккита майдоннинг устма-уст тушиб қўшилиши натижасида пайдо бўлади. Бу майдонлардан биринчи $\mathbf{E}_0$ ни эркин, яъни жисмларни бир-бирига теккизганда бир жисмдан иккинчисига ўта оладиган зарядлар пайдо қилса, иккинчи $\mathbf{E}'$ ни боғланган зарядлар пайдо қилади. Майдонларнинг суперпозиция принципига мувофиқ

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'. \tag{16.1}$$

Диэлектрикнинг қутбланиши (16.1) да кўрсатилган йиғинди майдоннинг таъсирига боғлиқдир. Шунинг учун (15.2) ва (15.12) формулаларга $\mathbf{E}$ ни қўйиш керак.

Боғланган зарядларнинг эркин зарядлардан фарқи шундаки, улар таркибига кирган молекуланинг (ёки атомнинг) ташқарисига чиқа олмайди. Уларнинг қолган хоссалари бошқа барча зарядларнинг хоссаларидан фарқланмайди. Хусусан, боғланган зарядларда $\mathbf{E}$ векторнинг q'/ε_0 чизиқлари бошланиши ёки тамомланиши мумкин. Шунинг учун (16.1) ифода орқали белгиланадиган $\mathbf{E}$ вектор учун Гаусс теоремасини қуйидагича ёзиш керак:

$$\Phi_E = \oint E_n\,dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(\sum q + \sum q'\right), \tag{16.2}$$

яъни $\mathbf{E}$ векторнинг ёпиқ сирт орқали оқимини ҳисоблаганда фақат эркин зарядларнинг алгебраик йиғиндисинигина эмас, балки шу сирт ичидаги боғланган зарядларнинг йиғиндисини ҳам эътиборга олиш керак. Шунинг учун (16.2) формула $\mathbf{E}$ векторнинг диэлектрикдаги катталигини топиш учун ярамайди, чунки бу формула номаълум $\mathbf{E}$ катталикни боғланган зарядлар q' орқали ифодалайди, бу зарядлар эса ўз навбатида $\mathbf{E}$ орқали топилади [(15.12) формулага қаранг].

Лекин $\mathbf{E}$ нинг боғланган зарядларга боғлиқ эканлигидан қутулиш мумкин, бунинг учун $\mathbf{E}$ вектор билан оддий муносабат орқали боғланган ва эркин зарядларнинг фазодаги тақсимотига боғлиқ бўлган ёрдамчи катталикни киритиш зарур. Бу катталикнинг кўринишини аниқлаш учун (16.2) формулани (15.9) ифода билан солиштирамиз. Шу (15.9) ифоданинг ўнг қисми (16.2) формуладаги иккинчи йиғинди билан ишора ва $1/\varepsilon_0$ кўпайтирғичгача аниқликда мос тушади. Натижада ушбу ифодалардан q' ни чиқариб юбориш ва $\mathbf{P}$ векторнинг оқими билан алмаштириш имкониятига эга бўламиз. Юқоридаги (15.9) ва (16.2) формулалар бирлаштирилса, қуйидаги формула келиб чиқишини текшириш қийин эмас:

$$\varepsilon_0\Phi_E + \Phi_P = \oint\limits_S (\varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P})_n\,dS = \sum q. \tag{16.3}$$

Интеграл остидаги қавслар ичидаги ифода биз излаган ёрдамчи катталикнинг ўзидир. Уни $\mathbf{D}$ ҳарфи билан белгилаб, электр силжиш (ёки электр индукцияси) деб атаймиз.

Шундай қилиб, электр силжиш (электр индукцияси) деб қуйидаги муносабат билан аниқланадиган физикавий катталикка айтилади:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}. \qquad (16.4)$$

Бу катталикдан фойдаланиб, (16.3) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Phi_D = \oint\limits_S D_n\, dS = \sum q. \qquad (16.5)$$

Агар эркин зарядлар ёпиқ сирт ичида ҳажм зичлиги ρ билан узлуксиз тақсимланган бўлса, (16.5) формула қуйидагича узгаради:

$$\Phi_D = \oint\limits_S D_n\, dS = \int\limits_V \rho\, dV. \qquad (16.6)$$

Юқоридаги (16.5) ва (16.6) формулалар электр силжиш вектори учун Гаусс теоремасини ифодалайди: *электр силжиш векторининг ёпиқ сирт орқали оқими шу сирт ичидаги эркин зарядларнинг алгебраик йиғиндисига тенгдир.*

Вакуумда $\mathbf{P} = 0$ бўлгани учун (16.4) орқали ифодаланган $\mathbf{D}$ катталик $\varepsilon_0 \mathbf{E}$ га айланади ва (16.5) ҳамда (16.6) формулалар мос равишда (8.3) ва (8.4) формулаларга айланади.

Электр силжиш вектори оқимининг бирлиги кулон (*к*) орқали белгиланади. Биз курган (16.5) формулага мувофиқ 1 *к* га тенг заряд ўзини ўраб турган сирт орқали 1 *к* га тенг силжиш оқимини пайдо қилади.

(16.4) формулага (15.2) ифодани қуйиб $\mathbf{P}$ учун қуйидаги формулани ҳосил қиламиз:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varkappa \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon_0 (1 + \varkappa) \mathbf{E}. \qquad (16.7)$$

Бу формуладаги улчамсиз катталик

$$\varepsilon = 1 + \varkappa \qquad (16.8)$$

ни муҳитнинг нисбий диэлектрик киритувчанлиги ёки қисқача диэлектрик киритувчанлиги дейилади[1]). Демак, (16.7) муносабатни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин[2]):

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \mathbf{E}. \qquad (16.9)$$

Юқорида гапириб утилган $\mathbf{E}$ ва $\mathbf{D}$ векторлар уртасидаги оддий муносабат мана шудир.

---

[1]) Баъзан формулаларни соддалаштириш мақсадида абсолют диэлектрик киритувчанлик деб аталадиган $\varepsilon_a = \varepsilon_0 \varepsilon$ катталик киритилади. Бу катталик физикавий маънога эга булмагани учун биз ундан фойдаланмаймиз.

[2]) Анизотроп диэлектрикларда $\mathbf{D}$ ва $\mathbf{E}$ нинг йуналишлари умуман айтганда, мос тушмайди (45- бетдаги сноскага қаранг).

Вакуумдаги нуқтавий заряд майдонининг электр силжиши (5.3) ва (16.9) формулаларга мувофиқ қуйидагига тенг:

$$\mathbf{D} = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}. \qquad (16.10)$$

Электр силжишнинг бирлиги сифатида квадрат метрга кулон олинади ($к/м^2$).

Гаусс системасида электр индукция[1]) қуйидаги муносабатдан аниқланади:

$$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P}. \qquad (16.11)$$

Бу ифодага (15.13) дан **P** нинг қийматини қуйсак, қуйидаги келиб чиқади:

$$\mathbf{D} = (1 + 4\pi \varkappa)\,\mathbf{E}. \qquad (16.12)$$

Ушбу

$$\varepsilon = 1 + 4\pi \varkappa \qquad (16.13)$$

катталикни д и э л е к т р и к к и р и т у в ч а н л и к деб атайдилар. Бу катталикни (16.12) формулага қуйсак, қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\,\mathbf{E}. \qquad (16.14)$$

Гаусс системасида вакуумдаги электр индукцияси майдон кучланганлиги **E** га тенг булади. Демак, вакуумдаги нуқтавий заряд майдонининг электр индукцияси (5.4) формула ёрдамида аниқланади.

(16.10) формулага мувофиқ 1 $к$ га тенг заряд 1 $м$ масофада пайдо қилаётган электр силжиш қуйидагига тенг:

$$\mathrm{D} = \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{a}{r^2} = \frac{1}{4\pi\cdot 1^2} = \frac{1}{4\pi}\ к\ м^2.$$

Бу ҳолда Гаусс системасида электр индукция

$$\mathbf{D} = \frac{a}{r^2} = \frac{3\cdot 10^9}{10^4} = 3\cdot 10^5\ \text{СГСЭ-бирликка тенг.}$$

Шундай қилиб, 1 $к/м^2$ га $4\pi\cdot 3\cdot 10^5$ СГСЭ-электр индукция бирлиги тўғри келар экан.

Гаусс теоремасининг Гаусс системасидаги куриниши қуйидагича ёзилади:

$$\oint Dn\, dS = 4\pi \sum q. \qquad (16.15)$$

ёки

$$\oint Dn\, dS = 4\pi \int \rho\, dV. \qquad (16.16)$$

Гаусс системасида бир кулон заряд $4\pi q = 4\pi\cdot 3\cdot 10^9$ СГСЭ-бирликка тенг электр индукция оқимини пайдо қилади. Шундай қилиб, **D** вектор оқими бирликларининг уртасида қуйидаги муносабат мавжуддир:

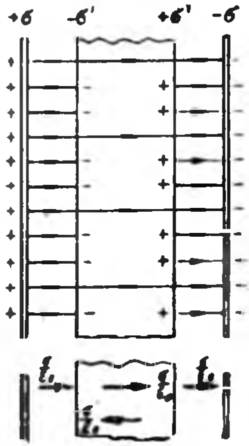
$$1\ к = 4\pi\cdot 3\cdot 10^9\ \text{СГСЭ - оқим бирлиги.}$$

D ва ε катталикларнинг физикавий маъносини тушуниш учун диэлектриклардаги майдонларга доир бир нечта мисол кўриб чиқамиз.

---

[1]) „Электр силжиш" термини (16.11) катталик учун қулланилмайди.

1. Ясси пластинка ичидаги майдон. Вакуумда иккита ҳар хил ишорали зарядланган чексиз текисликлар пайдо қилган майдонни қурайлик. Майдон кучланганлигини E_0 электр силжишни $D_0=\varepsilon_0 E_0$ деб белгилаймиз. Бу майдонга бир жинсли диэлектрикдан ясалган пластинкани киритамиз ва уни 33- расмда кўрсатилгандай жойлаштирамиз. Майдоннинг таъсирида диэлектрик қутбланади ва унинг сиртларида σ' зичликдаги боғланган зарядлар пайдо булади. Бу зарядлар пластинка ичида бир жинсли майдон пайдо қилиб, шу майдоннинг кучланганлнги (8.6)формулага мувофиқ $E'=\sigma'/\varepsilon_0$ га тенг. Курилаётган ҳолда диэлектрикнинг ташқарисида $E'=0$ га тенг. Майдоннинг кучланганлнги E_0 σ/ε_0 га тенг. Иккала майдон бир-бирига қарама-қарши йуналган булгани учун диэлектрик ичидаги майдон



33- расм.

$$E=E_0-E'=E_0-\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}=\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma-\sigma') \qquad (16.17)$$

га тенг булади. Диэлектрикдан ташқарида эса $E=E_0$ га тенг.

Диэлектрикнинг қутбланиши (16.17) майдонга боғликдир. Бу майдон пластинка сиртига перпендикуляр бўлгани учун $E_n=E$ га тенг ва (15.12) га мувофиқ $\sigma'=\varkappa\varepsilon_0 E$. Бу қийматни (16.17) формулага қўйсак,

$$E=E_0-\varkappa E$$

га буламиз, бундан

$$E=\frac{E_0}{1+\varkappa}=\frac{E_0}{\varepsilon}. \qquad (16.18)$$

Шундай қилиб, биз кўриб утган ҳолда нисбий диэлектрик киритувчанлик ε ташқи майдон диэлектрик ҳисобига неча марта камайишини курсатади.

(16.18) формулани $\varepsilon_0\varepsilon$ га купайтирсак, пластинка ичидаги электр силжиш учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$D=\varepsilon_0\varepsilon E=\varepsilon_0 E_0. \qquad (16.19)$$

Шундай қилиб, пластинка ичида электр силжиш эркин зарядлар майдони кучланганлигининг ε_0 га купайтирилганига тенг, яъни ташқи майдоннинг электр силжиши D_0 билан бир хил булади. Пластинкадан ташқарида $\varepsilon=1$ ва D ҳам $\varepsilon_0 E_0$ га тенг.

σ' ни топиш учун (16.18) формуладаги E ва E_0 ни зарядларнинг зичлиги орқали ифодалаш керак

$$\frac{1}{\varepsilon_0}(\sigma-\sigma') = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Бундан

$$\sigma' = \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon}\sigma. \qquad (16.20)$$

33- расм $\varepsilon = 3$ бўлган ҳол учун чизилган. Шунинг учун диэлектрикдаги **E** чизиқларнинг қалинлиги пластинкадан ташқаридагига қараганда уч марта кам. Майдон бир жинсли булгани учун чизиқлар бир-биридан тенг масофаларда ўтказилган. Бунда σ' ни (16.20) формуладан фойдаланмасдан топиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, пластинка ичидаги майдоннинг кучланганлиги пластинкадан ташқаридаги майдон кучланганлигидан уч баравар кам булгани учун, эркин зарядларда бошланган (ёки тамом булган) кучланганлик чизиқларининг учтасидан иккитаси боғланган зарядларда бошланиши (ёки тамомланиши) керак. Бундай боғланган зарядларнинг зичлиги эркин зарядлар зичлигининг 2/3 қисмига тенг булиши керак деган хулоса чиқади.

Гаусс системасида (8.7) формулага мувофиқ боғланган зарядлар σ' пайдо қилган E' кучланганлик $4\pi\sigma$ га тенг. Шунинг учун (16.17) муносабат қуйидаги куринишга эга булади:

$$E = E_0 - E' = E_0 - 4\pi\sigma'.$$

Агар σ' ни (15.14) формуладаги $E_n = E$ билан алмаштирсак,

$$E = E_0 - 4\pi\varkappa E$$

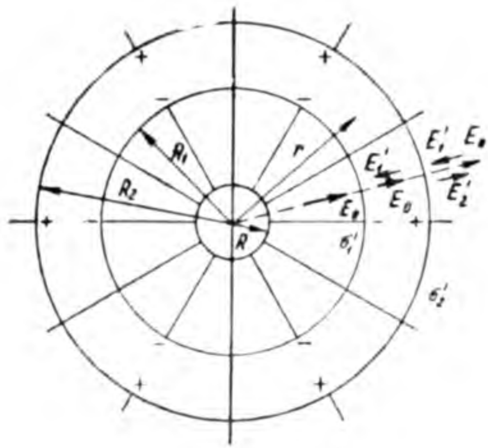
га эга буламиз, бундан

$$E = \frac{E_0}{1+4\pi\varkappa} = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

Шундай қилиб, диэлектрик киритувчанлик ε, СИ системасидаги ε га ўхшаш ташқи майдоннинг диэлектрик ҳисобига неча марта камайишини кўрсатади. Демак, нисбий диэлектрик киритувчанлик ε Гаусс системасидаги ε га тугри келар экан. Агар (16.8) ва (16.13) формулаларни эътиборга олсак, Гаусс системасидаги диэлектрик қабул қилувчанлик ($\varkappa_{ГС}$) ва СИ системадаги диэлектрик қабул қилувчанлик ($\varkappa_{СИ}$) бир-бирларидан кўпайтиргич 4π билан фарқ қилади деган хулосага келамиз:

$$\varkappa_{СИ} = 4\pi\varkappa_{ГС}. \qquad (16.21)$$

2. Шарсимон қатлам ичидаги майдон. Зарядланган сферани бир жинсли диэлектрикдан ясалган концентрик шарсимон қатлам билан ураймиз (34- расм). Қатламнинг ички сиртида σ_1' зичлик билан тақсимланган q_1' боғланган заряд пайдо булади $(q_1' = 4\pi R_1^2\sigma_1')$, ташқи сиртида эса σ_2' зичлик билан тақсимланган q_2' боғланган заряд пайдо булади $(q_2' = 4\pi R_2^2\sigma_2')$. Заряд q_2' нинг ишо-



34- расм.

раси сфера заряди q нинг ишораси билан мос тушади, q_1' заряднинг ишораси эса қарама-қарши булади. q_1' ва q_2 зарядлар мос равишда R_1 ва R_2 масофалардан катта r масофаларда пайдо қилган майдони катталиги тенг нуқтавий заряд пайдо қилган майдонга туғри келади [(8.10) формулага қаранг], q_1' ва q_2 зарядлар узлари тақсимланган сиртлар ичида майдон пайдо қилмайди. Демак, диэлектрик ичидаги майдоннинг кучланганлиги

$$E' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q_1'}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{4\pi R_1^2\sigma_1'}{r^2} = \frac{1}{\varepsilon_0}\,\frac{R_1^2\sigma_1'}{r^2}$$

га тенг ва ташқи майдон кучланганлигига қарама-қарши экан. Диэлектрикдаги натижавий майдон

$$E(r) = E_0 - E' = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2} - \frac{1}{\varepsilon_0}\,\frac{R_1^2\sigma_1'}{r^2}, \qquad (16.22)$$

$1/r^2$ қонуни буйича камайиб бориши юқоридаги формуладан куриниб турибди. Шунинг учун

$$\frac{E(R_1)}{E(r)} = \frac{r^2}{R_1^2}, \quad \text{яъни } E(R_1) = E(r)\,\frac{r^2}{R_1^2}$$

деб ёзиш мумкин, бу ерда $E(R_1)$ — диэлектрикнинг ички сиртига энг яқин турган қатламдаги майдон кучланганлиги. Ана шу кучланганлик σ' нинг катталигини аниқлаб беради, яъни:

$$\sigma_1' = \varkappa\varepsilon_0 E(R_1) = \varkappa\varepsilon_0 E(r)\,\frac{r^2}{R_1^2} \qquad (16.23)$$

(сиртнинг ҳар бир нуқтасида $E_n = E$).

Агар (16.23) ифодани (16.22) формулага қуйсак, қуйидагига эга буламиз:

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} - \frac{1}{\varepsilon_0}\frac{R_1^2\,\varkappa\varepsilon_0 E(r)\,r^2}{r^2 R_1^2} = E_0(r) - \varkappa E(r),$$

бундан диэлектрик ичида $E = \frac{E_0}{\varepsilon}$ эканлигини ва демак, $D = \varepsilon_0 E_0$ эканлигини аниқлаймиз [(16.18) ва (16. 19) формулалар билан таққосланг].

Диэлектрик ичидаги майдон $1/r^2$ қонуни буйича узгарар экан $\sigma_1 : \sigma_2 = R_2^2 : R_1^2$ муносабат бажарилишини айтиб утиш керак. Бундан $q_1' = q_2$ эканлиги келиб чиқади. Демак, бу зарядлар R_2-дан катта масофаларда пайдо қилган майдонлар бир-бирини йуқотади ва шарсимон қатламдан ташқарида $E' = 0$ ва $E = E_0$ га тенг.

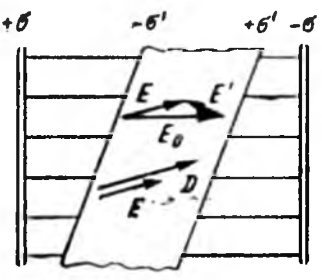
Агар $R_1 = R$ ва $R_2 = \infty$ деб қабул қилсак, чексиз бир жинсли диэлектрикка ботирилган зарядланган сфера ҳолига утган буламиз. Бундай сферанинг ташқарисидаги майдон кучланганлиги қуйидагига тенг:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}. \qquad (16.24)$$

Бир жинсли чексиз диэлектрикда жойлашган нуқтавий заряднинг кучланганлиги ҳам шундай ифодаланади.

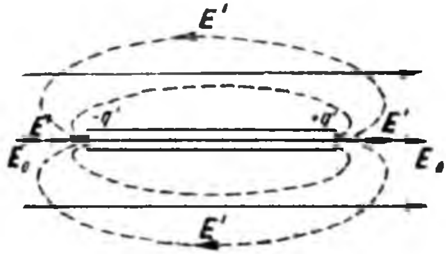
Биз куриб утган иккала мисолда диэлектрик бир жинсли ва уни чегараловчи сиртлар эквипотенциал сиртлар билан мос тушар эди. Шунинг учун биз эришган натижалар умумий булади. *Агар бир жинсли диэлектрик эквипотенциал сиртлар билан чегараланган ҳажмни тўла эгаллаган булса, электр силжиш вектори эркин зарядлар майдонининг ε_0 га купайтирилган кучланганлик векторига мос келади ва демак, диэлектрик ичидаги майдоннинг кучланганлиги эркин зарядлар майдони кучланганлигидан ε марта кам булади.*

Агар юқорида айтиб утилган шартлар бажарилмаса, $\mathbf{D}$ ва $\varepsilon\mathbf{E}_0$ векторлар узаро мос келмайди. 35-расмда эркин зарядларга эга булган текисликларга нисбатан қия турган диэлектрик пластинкадаги майдон кўрсатилган. $\mathbf{E}'$ вектор пластинканинг ёнларига перпендикуляр, шунинг учун $\mathbf{E}$ ва $\mathbf{E}_0$ векторлар коллинеар эмас. $\mathbf{D}$ вектор $\mathbf{E}$ вектор каби йуналган, демак $\mathbf{D}$ ва $\varepsilon_0\mathbf{E}_0$ йўналиш бўйича мос келмайди. Улар катталик бўйича ҳам тенг эмас эканлигини кўрсатиш мумкин.



35-расм.

Биз юқорида кўриб утган мисолларда диэлектрикнинг шакли олдиндан танлаб олингани учун **E**′ майдон фақат диэлектрик ичидаги нолга тенг эмас эди. Умумий ҳолда эса **E**′ диэлектрикдан ташқарида ҳам нолдан катта булиши мумкин. Бир жинсли майдонга диэлектрик таёқчани жойлаштирайлик (36- расм). Қутбланиш натижасида таёқчанинг учларида тескари ишорали боғланган зарядлар пайдо булади. Уларнинг таёқчадан ташқаридаги майдони диполь майдонига ухшаш бўлади (расмда **E**′ чизиқлари пунктир чизиқ билан курсатилган). Таёқча учлари яқинидаги натижавий майдон **E** ташқи майдон $\mathbf{E}_0$ дан катта бўлади.

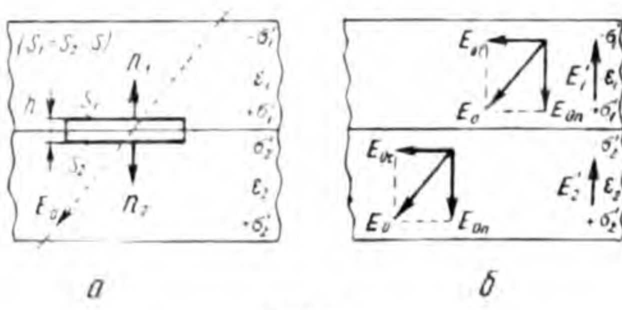


36- расм.

17- §. Электр силжиш чизиқларининг синиши

Вектор **D** нинг майдонини электр силжиш чизиқлари (бундан кейин қисқалик учун силжиш чизиқлари деймиз) ёрдамида тасвирлаш мумкин, бу чизиқларнинг йуналиши ва қалинлиги **E** вектор чизиқлари учун қандай аниқланган булса, шундай аниқланади (7- § га қаранг).

Бир жинсли $\mathbf{E}_0$ майдонга турли диэлектриклардан ясалган иккита бир жинсли ясси-параллел пластинкани устма-уст қилиб қуямиз (37- расм). Агар ε_1 ва ε_2 лар ҳар хил булса, зарядларнинг зичликлари σ_1 ва σ_2 лар ҳам ҳар хил бўлади. Демак,



37- расм.

пластинкалар бир-бирига тегиб турган сиртда боғланган ортиқча заряд $q'_{орт}$ пайдо булади. Лекин **D** векторнинг чизиқлари эркин зарядларда бошланиши ва тамомланишини биламиз. Шунинг учун силжиш чизиқлари иккита диэлектрикни ажратувчи сирт орқали утганда узилмайди. Улар бу сирт орқали утаётганда фақат синишини қуйида кўриб ўтамиз.

Биринчи ва иккинчи диэлектриклардаги **D** ва **E** векторларнинг нормал ва тангенциал (ажратувчи сиртга нисбатан) ташкил этувчилари ўртасидаги муносабатларни аниқлайлик.

Асослари S_1 ва S_2 ажратувчи сиртнинг икки томонида жойлашган, баландлиги h га тенг цилиндрни тасаввур қилиб курайлик (37-*а* расм). Бу цилиндрга Гаусс теоремасини қуллаймиз (16.5). Цилиндр ичида фақат боғланган зарядлар бор, қилган фаразимиз бўйича у ерда эркин зарядлар йўқ. Шунинг учун (16.5) формуланинг унг қисми нолга тенг булади. Цилиндрнинг ён сирти орқали утаётган вектор оқимини ҳисобга олмаса булади, чунки биз h ни нолга интилтирамиз. Цилиндрнинг юқориги асоси орқали утаётган оқим $D_{1n} S_1$ га тенг, бу ерда $\mathbf{D}_{1n}$ — **D** векторнинг биринчи диэлектрикдаги ажратувчи сиртга яқин нуқтадаги нормал ташкил этувчиси. Худди шунга ўхшаш пастки асоси орқали утаётган оқим $D_{2n} S_2$ га тенг, бу ерда $\mathbf{D}_{2n}$ — **D** векторнинг иккинчи диэлектрикдаги ажратувчи сиртга яқин нуқтадаги нормал ташкил этувчиси. Шу иккита оқимни қўшсак, тула оқимга эга буламиз, у эса куриб ўтилган шартларга мувофиқ нолга тенг бўлиши керак:

$$\Phi_D = D_{1n} S_1 + D_{2n} S_2 = (D_{1n} + D_{2n}) S = 0.$$

Бундан $D_{1n} = - D_{2n}$ эканлиги кўринади. Цилиндрнинг асосларига утказилган нормаллар n_1 ва n_2 нинг йўналишлари қарама-қарши булгани учун ташкил этувчиларнинг ишоралари ҳар хил булади. Агар $\mathbf{D}_1$ ва $\mathbf{D}_2$ ларни битта нормалга булган проекцияси олинса,

$$D_{1n} = D_{2n}. \qquad (17.1)$$

(16.9) га мувофиқ **D** векторнинг ташкил этувчиларини **E** векторнинг $\varepsilon_0\varepsilon$ га кўпайтирилган ташкил этувчилари билан алмаштирсак, қуйидаги муносабатга эга бўламиз:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_0 \varepsilon_2 E_{2n},$$

бундан қуйидаги келиб чиқади:

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \qquad (17.2)$$

Энди **E** ва **D** векторларнинг тангенциал ташкил этувчиларини кўрайлик. (16.1) формулага мувофиқ $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}'$. Иккала диэлектрикда $\mathbf{E}_0$ вектор бир хил деб қабул қилган эдик. 37-*б* расмдан кўринадики, $\mathbf{E}'$ вектор ажратувчи сиртга нормал буйича йуналган булиб, **E** векторнинг фақат нормал ташкил этувчиларига таъсир қилиши мумкин. Бундан **E** векторнинг тангенциал ташкил этувчилари иккала диэлектрикда ҳам бир хил булиши керак деган хулосага келамиз:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}. \tag{17.3}$$

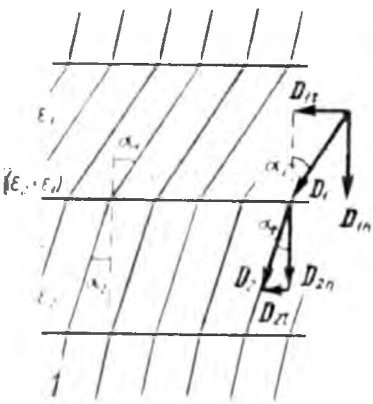
E векторнинг ташкил этувчиларини (16.9) формулага мувофиқ **D** векторнинг $\varepsilon_0 \varepsilon$ га бўлинган мос ташкил этувчилари билан алмаштирсак, қуйидаги муносабатга эга бўламиз:

$$\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_0 \varepsilon_2},$$

бундан

$$\frac{D_{1\tau}}{D_{2\tau}} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \tag{17.4}$$

Хулоса сифатида қуйидагини айтиш мумкин: икки диэлектрикни ажратувчи сирт орқали ўтаётганда **D** векторнинг нормал ташкил этувчиси ва **E** векторнинг тангенциал ташкил этувчиси узлуксиз ўзгаради. Аксинча, **D** векторнинг тангенциал ташкил этувчиси ва **E** векторнинг нормал ташкил этувчилари ажратувчи чегара орқали ўтаётганда узилади.



38- расм.

Юқорида кўрилган (17.1) — (17.4) муносабатлар диэлектрик билан вакуум ўртасидаги чегара учун ҳам қулланилади. Бу ҳолда диэлектрик киритувчанликлардан бирини бирга тенг деб олиш керак.

38- расмда курсатилган силжиш чизиқлари 37- расмдаги пластиналар учун чизилган. Пластиналардан ташқарида $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E}_0$ га тенг. Диэлектрикларнинг чегарасида бу чизиқлар синади, натижада ажратувчи сиртга нормал чизиқ билан **D** чизиқ ўртасидаги бурчак α узгаради. Шу расмдан куринадики,

$$\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{D_{1\tau}}{D_{1n}} : \frac{D_{2\tau}}{D_{2n}},$$

бу ердан (17.1) ва (17.4) формулаларни ҳисобга олиб, электр силжиш чизиқларининг синиш қонунини чиқарамиз:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}. \tag{17.5}$$

ε ни кичик булган диэлектрикка утаётганда нормал билан силжиш чизиқлари ташкил қилган бурчаги камаяди, демак, чизиқлар сийрак жойлашади; агар ε ни каттароқ булган диэлектрикка ўтилаётган булса, у ҳолда чизиқлар қалинлашади.

18-§. Диэлектрикда зарядга таъсир қилувчи кучлар

Агар вакуумдаги электр майдонга киритилган зарядланган жисмнинг улчамлари шу жисм турган жойдаги майдонни бир жинсли деб ҳисоблашга имкон берса (бу ҳолда жисмни нуқтавий заряд деб қабул қилиш мумкин), жисмга таъсир қилаётган куч қуйидагича бўлади:

$$\mathbf{f} = q\mathbf{E}. \tag{18.1}$$

Зарядланган жисмни диэлектрикда пайдо қилинган майдонга жойлаштириш учун бу диэлектрикда бушлиқ вужудга келтириш керак. Агар диэлектрик суюқ ёки газсимон булса, жисмнинг ўзи эгаллаган ҳажмидан диэлектрикни сиқиб чиқариб бушлиқ пайдо қилади. Бушлиқ сиртида боғланган зарядлар пайдо булади, шунинг учун бушлиқ ичидаги майдон яхлиг диэлектрик ичидаги **E** майдондан фарқ қилади. Шундай қилиб, бушлиқ ичига жойлаштирилган зарядланган жисмга таъсир қилаётган кучни заряднинг майдон кучланганлиги **E** га купайтмаси сифатида ҳисоблаш мумкин эмас.

Суюқ ёки газсимон диэлектрикка жойлаштирилган зарядланган жисмга таъсир қилаётган кучни ҳисоблаганда яна бир нарсани назарда тутиш зарур. Қутбланган вақтда диэлектриклар озгина деформацияланади. Бундай ҳодиса *электрострикция* деб айтилади. Электрострикция туфайли диэлектрикдаги жисм чегараларида механик тортишлар пайдо булиб, улар уз навбатида жисмга таъсир қилаётган қушимча механик кучни вужудга келтиради. Агар қаттиқ диэлектрикда бушлиқ булса, табиийки, бундай қушимча куч пайдо булмайди.

Шундай қилиб, диэлектрикка жойлаштирилган зарядланган жисмга таъсир қиладиган кучни, умуман айтганда, (18.1) формула ёрдамида ҳисоблаш мумкин эмас, бу ерда **E** — яхлит диэлектрикдаги майдон кучланганлиги, бу кучни ҳисоблаш анча мураккаб масаладир. Лекин, зарядланган жисм фазонинг майдон нолга тенг булмаган қисмини тула эгаллаган бир жинсли диэлектрикка жойлаштирилган булса, шу жисмга таъсир қилаётган электр ва механик кучларнинг тенг таъсир этувчиси (18.1) кучга тенг. Бир жинсли чексиз диэлектрикка жойлаштирилган нуқтавий заряд пайдо қилган майдоннинг кучланганлиги (16.24) формула ёрдамида аниқланади. Демак, бир жинсли чексиз[1] диэлектрикка ботирилган иккита нуқта-

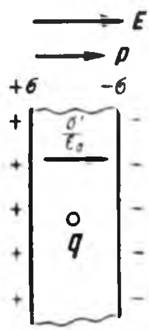
[1]) Амалда диэлектрикнинг чегаралари зарядлардан улар орасидаги масофадан анча катта масофада бўлиши кифоядир.

вий заряднинг ўзаро таъсир кучи учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}. \quad (18\ 2)$$

Ушбу (18.2) формула диэлектрикларда жойлашган зарядлар учун Кулон қонунини ифодалайди. Бу формулани фақат суюқ ва газсимон диэлектриклар учун қуллаш мумкин.

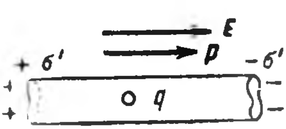
Энди қаттиқ диэлектрик ичидаги бушлиққа жойлаштирилган нуқтавий зарядга таъсир қилаётган кучни топамиз. Бир неча ҳолни кўрайлик.



39- расм.

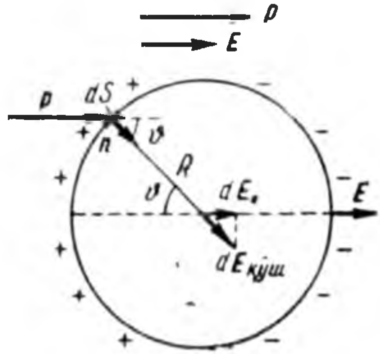
1. Тор кўндаланг тирқиш. Бир жинсли қутбланган диэлектрикда **E** ва **P** векторларга перпендикуляр жойлашган тор тирқиш куринишида бушлиқ ясаймиз (39- расм). Диэлектрикнинг тирқишни чегараловчи сиртларида зичлиги $\sigma' = p$ га тенг булган боғланган зарядлар пайдо бўлади. Бу зарядлар тирқишнинг уртасида кучланганлиги $\frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \frac{p}{\varepsilon_0}$ га тенг бўлган, йуналиши яхлит диэлектрикдаги майдон **E** нинг йўналишиға мос булган қушимча майдон пайдо қилади. Демак, тирқишнинг уртасида майдон кучланганлиги $\mathbf{E} + \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_c}$ га тенг булади. (16.4) формулага мувофиқ бу катталик диэлектрикдаги $\mathbf{D}/\varepsilon_0$ га туғри келади. Шундай қилиб, тор кўндаланг тирқиш уртасига жойлаштирилган зарядга таъсир қиладиган куч $q\frac{\mathbf{D}}{\varepsilon_0} = q\varepsilon\mathbf{E}$ га тенг бўлади.

2. Тор бўйлама бўшлиқ. Агар диэлектрикдаги бўшлиқ ташкил ясовчилари **E** ва **P** векторларга параллел бўлган тор узун цилиндр куринишида булса (40- расм), шу бушлиқ уртасидаги кучланганлик яхлит диэлектрикдаги каби бўлади. Бунинг сабаби шундаки, бўшлиқнинг тагларида пайдо булган боғланган зарядларнинг миқдори кам булиб (тагидаги майдонча кичик), бўшлиқнинг ўртасидан узоқ масофада жойлашгандир. Шунинг учун бу зарядлар пайдо қилган қушимча майдон жуда кичик бўлади. Тор бўйлама бушлиқ уртасига жойлаштирилган зарядга таъсир қилаётган куч $q\mathbf{E}$ га тенг бўлади.



40- расм.

3. Сфера шаклидаги бушлиқ. Радиуси R га тенг бўлган сферасимон бушлиқнинг марказидаги қушимча майдоннинг кучланганлигини ҳисоблаймиз (41- расм). Қутбланиш векторининг нормал ташкил этувчиси бушлиқ сиртининг турли нуқталарида P дан нолгача узгаради. Мос равишда боғланган зарядларнинг зичлиги σ' ҳам узгаради. Сиртнинг нуқталарини **E** нинг йуналишига тескари булган йуналишдан ҳисобланадиган қутб бурчаги ϑ ва азимутал бурчак α орқали ифодалаймиз. Бу ерда $\sigma' = P_n = P\cos\vartheta$ эканлигини курсатиш қийин эмас. Боғланган зарядлар пайдо қилган майдоннинг йуналиши диэлектрикдаги майдон **E** нинг йуналишига туғри келиши симметрия нуқтавий назаридан аён. Шунинг учун бу майдонни ҳисоблашда сирт элементи dS даги боғланган заряд пайдо қилган кучланганлик $d\mathbf{E}_{\text{қўш}}$ нинг векторидан **E** вектор йуналишига мос келадиган $dE_{\parallel}$ ташкил этувчини олиш ва сиртнинг барча элементлари учун шу ташкил этувчиларни қушиб чиқиш керак.



41- расм.

Сиртнинг элементини координаталарнинг сферик системасида ифодалаймиз: $dS = R^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\alpha$. Бу элементда $dq = \sigma' dS$ га тенг заряд жойлашиб, сферанинг марказида кучланганлиги қуйидагига тенг майдон пайдо қилади:

$$dE_{\text{қўш}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\ \frac{\sigma' dS}{R^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{P\cos\vartheta R^2 \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\alpha}{R^2} =$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} P\cos\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\alpha.$$

E нинг йўналишига мос келадиган $d\mathbf{E}_{\text{қўш}}$ нинг ташкил этувчиси қуйидагига тенг:

$$dE_{\parallel} = dE_{\text{қўш}}\cos\vartheta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} P\cos^2\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\alpha.$$

Бу ифодани α бўйича 0 дан 2π гача ва ϑ буйича 0 дан π гача чегараларда интегралласак, қушимча майдон кучланганлигининг ифодасини топамиз:

$$E_{\text{қўш}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} P \int_0^{\pi} \cos^2\vartheta \sin\vartheta\, d\vartheta \int_0^{2\pi} d\alpha = \frac{1}{3}\ \frac{P}{\varepsilon_0}.$$

Демак, сферасимон бўшлиқ марказидаги майдоннинг кучланганлиги қуйидагига тенгдир:

$$\mathbf{E} + \frac{1}{3}\ \frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0}. \qquad (18.3)$$

Бу формуланинг Гаусс системасидаги кўриниши қуйидагича бўлади:

$$\mathbf{E} = \frac{4}{3}\pi \mathbf{P}. \tag{18.4}$$

Диэлектрикнинг алоҳида олинган ҳар бир молекуласи сферасимон бўшлиққа жойлаштирилгандек бўлади. Шунинг учун бу молекулага таъсир қилаётган майдоннинг қиймати **E** нинг қийматига қараганда (18.3) нинг қийматига яқинроқ бўлиши керак. Аниқ ҳисоблаш шуни кўрсатадики, алоҳида олинган молекулага таъсир қилаётган майдон (18.3) орқали ифодаланган майдонга мос келиши учун диэлектрик кубик системадаги кристаллдан иборат бўлиши керак. Суюқ ва газсимон диэлектрикларда эса алоҳида олинган молекулага таъсир этаётган майдоннинг кучланганлиги (18.3) дан топилган қийматга тахминан тенг бўлади.

Биз 13- § да молекулаларнинг қутбланишини кўраётганда эластик молекулани деформациялаётган майдон, яъни (13.4) формула орқали топиладиган майдон ўртача макроскопик майдон **E** деб фараз қилган эдик. Энди биз бу фаразнинг нотўғри эканлигини исбот қилишимиз мумкин. Диэлектрикдаги ўртача макроскопик майдонни барча молекулалар, шу жумладан биз кўраётган молекула ҳам пайдо қилади. (13.4) формулага эса диполь моменти аниқланиши керак бўлган молекуладан ташқари барча молекулалар пайдо қилган ўртача майдонни қўйиш керак. Бу майдоннинг қиймати **E** нинг қийматига қараганда (18.3) нинг қийматига яқинроқ эканлигини биз кўриб ўтган эдик. Юқоридагиларни ҳисобга олсак, қутбсиз молекуланинг индукцияланган диполь моменти учун ифодани қуйидагича ёзиш мумкин бўлади:

$$\mathbf{p} = \beta\varepsilon_0\left(\mathbf{E} + \frac{1}{3}\frac{\mathbf{P}}{\varepsilon_0}\right),$$

бу ерда **p** — диэлектрикнинг қутбланиш вектори. Бу моментни ҳажм бирлигидаги молекулалар сони n га кўпайтирсак, ҳажм бирлигининг диполь моментини, яъни қутбланиш вектори **P** ни топамиз:

$$\mathbf{P} = n\mathbf{P} = n\beta\varepsilon_0\mathbf{E} + \frac{1}{3}n\beta\mathbf{P}.$$

Бундан

$$\mathbf{P} = \frac{n\beta}{1 - \frac{1}{3}n\beta}\varepsilon_0\mathbf{E}.$$

Бу формулани $\mathbf{P} = \varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}$ билан [(15.2) га қаранг)] солиштирсак, қуйидаги муносабатга эга бўламиз:

$$\frac{n\beta}{1 - \frac{1}{3}n\beta} = \varkappa, \tag{18.5}$$

Агар $n\beta \ll \sim 1$ бўлса (бу тенгсизлик унча юқори бўлмаган босим остидаги газлар учун бажарилади), биз топган (18.5) ифода (13.4) формулага айланади.

Агар (18.5) формулани $n\beta$ га нисбаган ечсак, қуйидагига эга бўламиз:

$$\frac{1}{3} n\beta = \frac{\varkappa}{3+\varkappa}.$$

Ниҳоят, (16.8) формулага мувофиқ $\varkappa$ ни $\varepsilon - 1$ орқали ифодаласак, қуйидаги формулага эга бўламиз:

$$\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} = \frac{n\beta}{3}. \qquad (18.6)$$

Бу формула Клаузиус—Мосотт формуласи деб аталади. Бу формула суюқ ва газсимон ҳолагдаги қутбсиз диэлектриклар ҳамда кубик системадаги кристаллар учун тажриба натижалари билан яхши мос келади.

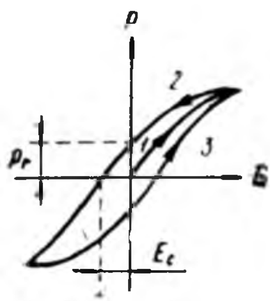
19-§. Сегнетоэлектриклар

Ташқи майдон бўлмаганда спонтан (ўз-ўзидан) қутбланиш қобилиятига эга бўлган моддалар группаси бор. Бундай ҳодиса дастлаб сегнет тузида[1]) кузатилгани учун шу моддаларнинг барчасини сегнетоэлектриклар деб атайдилар. Сегнет тузининг электр хусусиятларини биринчи бўлиб совет физиклари И. В. Курчатов ва П. П. Кобеко мукаммал ўрганган.

Сегнетоэлектриклар қолган диэлектриклардан бир қатор характерли хоссалари билан фарқ қилади:

1. Оддий диэлектрикларда ε бир неча бирликка, кам ҳолларда бир неча ўнга (масалан, сув учун $\varepsilon = 81$) тенг бўлган вақтда, сегнетоэлектрикларнинг диэлектрик киритувчанлиги бир неча мингга етиши мумкин.

2. D нинг E га боғланиши чизиқли эмас, демак, диэлектрик киритувчанлик майдоннинг кучланганлигига боғлиқ бўлади (42- расмдаги эгри чизиқнинг *1* шохчаси.)



42- расм.

3. Майдон ўзгарганда қутбланиш вектори P нинг қийматлари (демак, D нинг қийматлари ҳам) майдон кучланганлиги E нинг қийматларидан кечикиб ўзгаради, натижада P ва D лар E нинг айни вақтдаги қийматларигагина боғлиқ бўлмай, илгариги қийматларига ҳам боғлиқ бўлади, яъни диэлектрикда аввал бўлиб ўтган воқеаларга ҳам боғлиқ бўлади. Бу ҳо-

[1]) Тартрат кислота $KNaC_4H_4O_6 \cdot 4H_2O$ нинг калий-натрийли қўш тузи шундай аталади.

диса гистерезис (грекча „гистерезис“ — кечикиш дегани) деб аталади. Агар майдон давран узгарса, P нинг E га боғлиқлиги 42- расмда курсатилган эгри чизиқ билан ифодаланиб, бу чизиқ гистерезис сиртмоғи деб айтилади. Майдоннинг дастлабки пэйдо қилинишида E нинг усиши билан қутбланиш ортиб боради ва эгри чизиқнинг *1* шохчаси орқали ифодаланади. P нинг камайиши *2* шохча буйича руй беради. E нинг қиймати нолга тенг булганда модда қутбланиши P_r га тенг булиб қолади, бу қийматни қолдиқ қутбланиш дейилади. Кучланганлиги E_c га тенг булиб, тескари йуналган майдон таъсиридагина қутбланиш нолга тенг булиши мумкин. Майдон кучланганлигининг ушбу қиймати коэрцитив куч деб айтилади. Агар E ни янада узгартирсак, гистерезис сиртмоғининг *3* шохчаси пайдо булади ва ҳоказо.

Сегнетоэлектриклар қутбланишининг ўзгариши ферромагнетиклар магнитланишининг узгаришига (54- §) ухшашдир. Шунинг учун баъзан сегнетоэлектрикларни ферроэлектриклар деб ҳам атайдилар. Сегнетоэлектриклик хусусиятига фақат кристалл моддалар эга булиб, кристаллар симметрия марказига эга бўлмаслиги керак. Масалан, сегнет тузининг кристаллари ромбик системага киради (I том, 138- § га қаранг). Сегнетоэлектрик кристаллардаги зарядларнинг узаро таъсирлашиши натижасида шу зарраларнинг диполь моментлари спонтан равишда бир-бирларига параллел жойлашади. Диполь моментларининг бир хил йуналиши бутун кристаллга тарқалиши жуда кам учрайдиган ҳолдир. Одатда, кристалл бир қанча соҳаларга булиниб, хар бир соҳадаги диполь моментлар бир-бирларига параллел жойлашган булади. Лекин турли соҳаларнинг қутбланиш йуналишлари ҳар хил булади, пировардида бутун кристалл буйича олинган натижавий диполь моменти нолга тенг булиши мумкин. Спонтан (уз-узидан) қутбланиш соҳалари доменлар деб айтилади. Ташқи майдон таъсирида доменларнинг моментлари яхлит момент сифатида бурилади ва майдон йуналишига мос жойлашади.

Ҳар бир сегнетоэлектрик учун шундай температурани курсатиш мумкинки, бу температурадан юқорироқ температурада модда узининг ажойиб хусусиятларини йуқотади ва оддий диэлектрикка айланиб қолади. Бу температурани Кюри нуқтаси деб айтилади. Сегнет тузининг иккита Кюри нуқтаси бор: — 15°C да ва + 22,5°C да ва бу туз курсатилган қийматлар билан чегараланган температура интервалидагина сегнетоэлектрик хусусиятига эга булади. Агар температура — 15°C дан паст ва + 22,5° дан юқори булса, сегнет тузининг электр хоссалари оддий диэлектрикникидан фарқ қилмайди.

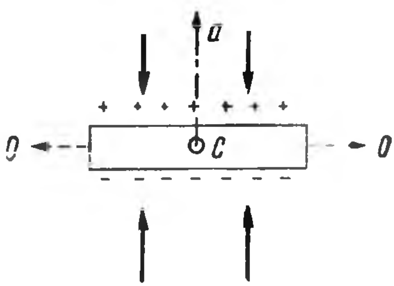
Совет физиги Б. М. Вул ва унинг ҳамкорлари кашф қилган ва Кюри нуқтаси 125°C га тенг булган сегнетоэлектрик — барийнинг метатитанати ($BaTiO_2$) жуда катта амалий аҳамиятга эга.

20-§. Тўғри ва тескари пьезоэлектрик эффект

Симметрия марказига эга бўлмаган баъзи кристаллар (шу жумладан, барча сегнетоэлектриклар) деформация вақтида қутбланади. Бу ҳодисани **тўғри пьезоэлектрик эффект** ёки оддийгина қилиб пьезоэлектрик эффект деб аталади. Қутбланишнинг катталиги деформацияга пропорционалдир, демак, эластиклик чегараларида механик кучланишга ҳам пропорционалдир. Агар деформациянинг ишорасини узгартирсак, қутбланишнинг ишораси ҳам тескарига узгаради.

Муҳим пьезоэлектриклар (яъни пьезоэлектрик кристаллар) қаторига кварц, сегнет тузи, барийнинг метатитанати ва бошқалар киради.

Кварц кристаллари гексагонал системага тегишлидир. Агар кварц кристалидан кристаллографик уқ *a* га (I том, 137-§ га қаранг) перпендикуляр қилиб пластинка қирқиб олинса ва юқорида айтилган уқ буйича сиқилса, пластинканинг ён сиртларида боғланган зарядлар пайдо булади (43- расмда пластинка шундай жойлаштирилганки, кристаллографик уқ *c* биз томонга қараб йуналган). Агар пластинкани кристаллографик йуналишлар *a* ва *c* га перпендикуляр булган *OO* уқ буйича чузсак, худди шундай натижага эришамиз. Дастлабки ҳолдаги эффектни буйлама эффект, кейинги ҳолдагисини эса кундаланг эффект дейилади. Агар деформацияланиш ишорасини узгартсак (яъни *a* буйича чузиб, *OO* буйича сиқсак) пластинканинг ён сиртлирида бошқа ишорали боғланган зарядлар пайдо булади. Пьезоэлектрик эффектдан амалда фойдаланиш учун пластинканинг ён сиртларига металл қопламалар қилинади. Агар бу қопламаларни берк занжирга уласак, кристаллнинг деформацияси узгарганда занжирда ток импульслари вужудга келади. Масалан, пьезоэлектрик микрофонда юқорида айтиб утилган процесслар кузатилади, яъни товуш тулқини таъсирида пластинканинг ҳар хил ишорали деформацияланиши шундай частотали узгарувчан токка айланади.



43- расм.

Пьезоэлектрик эффектни қуйидагича тушунтириш мумкин. Ҳар қандай кристалл панжарасини турли атомлар ёки атомларнинг группалари томонидан тузилган ва бир-бирининг ичига киритилган оддий панжаралардан иборат дейиш мумкин. Агар кристалл симметрия марказига эга булмаса, деформация таъсирида оддий панжаралар бир-бирларига нисбатан силжийди ва бундай силжиш натижасида кристаллда электр моменти пайдо булади.

Пьезоэлектрик кристалларда биз юқорида куриб утган тугри эффектдан ташқари **т е с к а р и** эффект ҳам кузатилиб, электр майдони таъсирида қутбланиш натижасида кристалл механик нуқтаи назардан деформацияланади. Шундай қилиб, 43-расмда курсатилган пластинкадаги металл қопламаларга ўзгарувчан электр кучланишини уласак, пластинка навбат билан a уқи буйича чўзилиб сиқилади (мос равишда OO уқи бўйлаб сиқилади ва чўзилади), яъни пластинкада механик тебранишлар уйғотилади. Агар ўзгарувчан кучланишнинг частотаси пластинканинг хусусий (резонанс) частотасига мос келса, кузатилаётган тебранишлар жуда кучли бўлади.

Мана шундай резонансга созланган пьезоэлектрик пластинкалардан ультратовуш тулқинларини уйғотиш (I том, 90-§), электр тебранишлар генераторларининг частоталарини стабиллаштиришда ва ҳоказоларда қулланилади.

Тескари пьезоэлектрик эффектни электрострикциядан ажрата билиш керак. Электрострикция ҳодисаси барча суюқ, газсимон, қаттиқ диэлектрикларда кузатилади. Пьезоэлектрик эффект эса фақат баъзи кристаллардагина кузатилади. Электрострикциядаги деформация майдоннинг квадратига боғлиқ ва майдоннинг йўналиши ўзгарганда ишорасини ўзгартирмайди. Пьезоэлектрик эффект эса майдонга чизиқли боғланган ва майдон йўналиши узгарганда ишорасини ўзгартиради.

III БОБ

ЭЛЕКТР МАЙДОНИДА ЎТКАЗГИЧЛАР

21-§. Утказгичдаги зарядларнинг мувозанати

Ўтказгичлардаги заряд ташувчилар жуда кичик куч таъсири остида ҳаракат қила олади. Шунинг учун зарядларнинг м.возанати қуйидаги шартлар бажарилган ҳолдагина кузатилади:

1. Ўтказгич ичидаги барча нуқталарда майдон кучланганлиги нолга тенг бўлиши зарур.

$$E = 0. \tag{21.1}$$

(11.3) га мувофиқ ўтказгич ичидаги потенциал ўзгармас бўлиши керак ($\varphi = \text{const}$).

2. Майдон кучланганлигининг утказгич сирти ҳар бир нуқтасидаги йуналиши сиртга утказилган нормалга мос булиши керак,

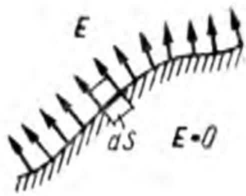
$$E = E_n. \tag{21.2}$$

Демак, зарядлар мувозанатда булганда утказгичнинг сирти эквипотенциал булади.

Агар утказувчи жисмга маълум q заряд берилса, бу заряд жисм буйлаб мувозанат шарти сақланадиган ҳолда тақсимланади. Жисм ҳажмига тулиқ жойлашган ихтиёрий ёпиқ сиртни тасаввур қилайлик. Зарядлар мувозанатида жисм ичидаги ҳар бир нуқтада майдон йуқ булганлиги учун сирт орқали ўтаётган электр силжиш векторининг оқими нолга тенг. Гаусс теоремасига мувофиқ, сирт ичидаги зарядларнинг алгебраик йиғиндиси ҳам нолга тенг булади. Бу шарт ўтказгич ичида ихтиёрий равишда ўтказилган исталган ўлчамлардаги сирт учун бажарилади. Демак, мувозанатда утказгич ичидаги ҳеч қандай нуқтада ортиқча зарядлар булиши мумкин эмас, барча зарядлар ўтказгичнинг сирти буйлаб маълум σ зичлик билан жойлашади.

Мувозанат ҳолатида утказгич ичида ортиқча зарядлар бўлмагани учун утказгич ичида танланган бирор ҳажмдаги модданинг олиб ташланиши зарядларнинг мувозанатли жойлашишига таъсир қилмайди. Шундай қилиб, ортиқча заряд ичи буш ўтказгичда худди яхлит ўтказгичда тақсимлангандай, яъни ташқи сирти буйича тақсимланади. Мувозанат ҳолатида бушлиқнинг сиртида ортиқча зарядларнинг жойлашиши мумкин эмас. Муайян q зарядни ташкил этувчи бир хил ишорали элементар зарядлар узаро итарилиб бир-бирларидан мумкин қадар узоқроқ жойлашишга интилишидан ҳам юқоридагидай хулоса келиб чиқади.

Ўтказгич сиртига утказилган нормаллар ташкил қилган ва асосларининг катталиклари dS га тенг булган кичик цилиндрсимон сиртни курайлик. Бу цилиндрсимон сирт асосларидан бири ўтказгичнинг ичида, иккинчиси эса ташқарисида жойлашган булсин (44-расм). Электр силжиш векторининг шундай сирт орқали оқими DdS га тенг булади, бу ерда D—утказгич сиртига яқин жойдаги силжиш катталиги. Ҳақиқатан ҳам, цилиндрсимон сиртнинг ички қисми орқали оқим нолга тенг, чунки утказгичнинг ичида $\mathbf{E}$, демак, $\mathbf{D}$ ҳам нолга тенг. Ўтказгичнинг ташқарисида унга яқин жойда майдон кучланганлиги $\mathbf{E}$ нинг йуналиши утказгич сиртига утказилган нормаль билан мос тушади. Демак, цилиндрнинг ташқарига чиқиб турган ён сирти учун $D_n = 0$, ташқи асос учун эса $D_n = D$ (ташқи асос утказгич сиртига жуда яқин жойлашган деб ҳисобланади). Цилиндрнинг ичида σdS га тенг эркин заряд жойлашади (σ — утказгич сиртининг берилган нуқтасига доир заряд зичлиги). Цилиндрсимон сирт учун Гаусс теоремасини қулласак, $DdS = \sigma dS$, яъни $D = \sigma$ га эга бўламиз. Бундан утказгич сирти яқинидаги майдон кучланганлиги учун қуйидагини топамиз:



44- расм.

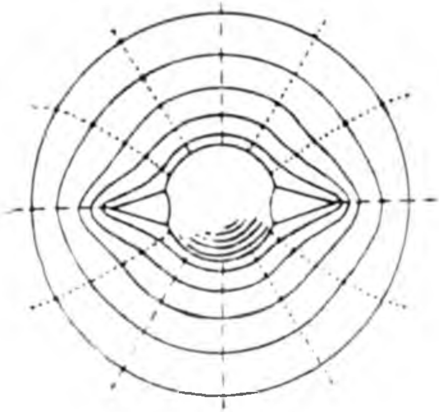
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}, \tag{21.3}$$

бу ерда ε—ўтказгични ураб турган муҳитнинг нисбий диэлектрик киритувчанлиги [шу натижани вакуумда жойлашган цилиндр ва сфера учун ёзилган (8.9) ҳамда (8.11) формулалар билан солиштиринг].

Гаусс системасида бу формула қуйидаги куринишга эга булади:

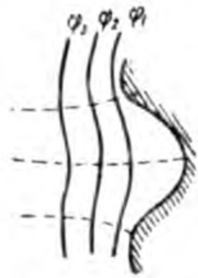
$$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}. \tag{21.4}$$

45-расмда курсатилган зарядланган утказгич пайдо қилган майдонни куриб чиқайлик. Ўтказгичдан етарли даражада узоқ масофалардаги эквипотенциал сиртлар нуқтавий зарядга хос булган сфера шаклига эга булади (расмда жойни тежаш мақсадида сферасимон сирт утказгичга яқин чизилган; пунктир чизиқлар майдон кучланганлиги чизиқларини билдиради). Ўт-



45- расм.

казгичга яқинлашган сари эквипотенциал сиртлар ўтказгич сиртига ухшай бошлайди, чунки уткагзич сиртининг узи эквипотенциал сирт эканлигини биламиз. Жисмнинг буртиб турган жойларида эквипотенциал сиртларнинг қалинлиги, демак, бу ердаги майдон кучланганлиги ҳам катта бўлади. Бундан (21.3) га мувофиқ, зарядларнинг зичлиги буртиб турган жойларда энг катта булиши келиб чиқади. Ўзаро итариш натижасида зарядлар бир-бирларидан мумкин қадар узоқроқ жойлашишини ҳисобга олинганда ҳам худди шундай хулосага келинади.



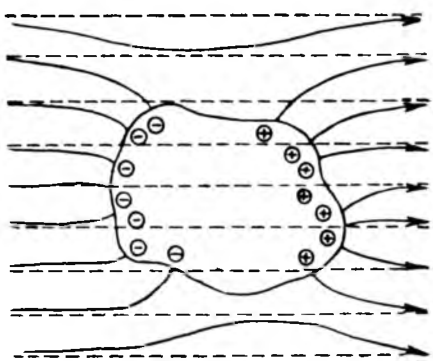
46- расм.

Ўтказгичлардаги чуқурчалар яқинида эквипотенциал сиртлар сийрак жойлашади (46-расм). Мос равишда бундай жойлардаги майдон кучланганлиги ва зарядлар зичлиги камроқ булади. Умуман олганда, ўтказгичдаги маълум потенциалда зарядларнинг зичлиги сиртнинг эгрилигига боғлиқ бўлиб, мусбат эгриликнинг (қавариқликнинг) усиши билан ортади ва манфий эгриликнинг (ботиқликнинг) усиши билан камаяди. Зарядларнинг зичлиги айниқса уткир учли жойларда катта булади. Шунинг учун уткир учлар яқинидаги майдон кучланганлиги жуда катта булиб, уткагзич атрофидаги газнинг молекулалари ионланиши мумкин. Ўтказгич заряди q га тескари ишорали ионларни узига тортади ва унинг зарядини нейтраллайди. Заряди q билан бир хил ишорали бўлган ионлар ўтказгичдан қочади ва узлари билан бирга газнинг нейтрал молекулаларини ҳам эргаштириб кетади. Натижада электр шамоли деб айтиладиган газнинг сезиларли ҳаракати пайдо булади.

ўтказгичнинг заряди ўткир учдан оқиб тушиб шамол ёрдамида учиб кетаётгандай туюлади. Шунинг учун бу ҳодисани заряднинг ўткир учдан оқиб чиқиши дейилади.

22-§. Ташқи электр майдонидаги ўтказгич

Зарядланмаган ўтказгични электр майдонига киритилса, ундаги заряд ташувчилар ҳаракатга келади. Мусбат заряд ташувчилар **E** вектор йўналиши бўйича, манфий заряд ташувчилар эса қарама-қарши йўналишда ҳаракат қилади. Натижада ўтказгичнинг учларида қарама-қарши ишорали зарядлар пайдо бўлиб, бу зарядлар индукцияланган зарядлар деб айтилади (47-расмда ташқи майдон кучланганлигининг чизиқлари пунк-

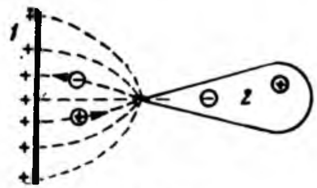


47- расм

тир билан кўрсатилган). Бу зарядларнинг майдони ташқи майдонга қарама-қарши йўналган. Шундай қилиб, ўтказгич учларида зарядларнинг йиғилиши ўтказгичдаги майдонни сусайтиришга олиб келади. Заряд ташувчиларнинг қайта тақсимланиши (21.1) ва (21.2) шартлар бажарилмагунча, яъни ўтказгич ичидаги майдоннинг кучланганлиги нолга тенг бўлиб, ўтказгичдан ташқарида кучланганлик чизиқлари сиртга перпендикуляр бўлмагунча давом этади (47- расм). Демак, электр майдонига киритилган нейтрал ўтказгич кучланганлик чизиқларининг бир қисмини узар экан, чизиқлар индукцияланган манфий зарядларда тамом бўлар ва яна мусбат индукцияланган зарядлардан бошланар экан.

Индукцияланган зарядлар ўтказгичнинг ташқи сирти бўйлаб тақсимланади. Агар ўтказгичнинг ичида бўшлиқ мавжуд бўлса, индукцияланган зарядлар тақсимоти мувозанатли бўлганда бўшлиқнинг ичидаги майдон нолга тенг бўлади. Электростатик муҳофазанинг моҳияти шундан иборатдир. Бирор асбобни ташқи майдон таъсиридан муҳофаза қилмоқчи бўлсак, бу асбобни ўтказувчи ғилоф (экран) билан ўраш керак. Экран сиртида пайдо бўлган индукцияланган зарядлар экран ичидаги ташқи майдонни компенсациялайди. Бундай экран яхлит бўлмасдан қалин тўрсимон бўлган ҳолда ҳам яхши ҳимоя қилади.

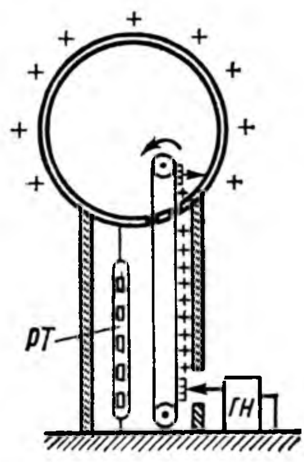
Ўтказувчи жисмда ўткир учнинг бўлиши зарядларнинг оқиб чиқишигагина эмас, балки бошқа жисмлардан „оқиб келишига" ҳам олиб келиши мумкин. Зарядланган жисм *1* пайдо қилган майдон таъсирида жисм *2*да индукцияланган зарядлар пайдо бўлади (48- расм). Учида индукцияланган заряд унинг атрофида вужудга келтирган кучли майдон газ молекулаларини ионлантиради. Турли ишорали ионлар қарама-қарши томонга ҳаракат қилади ва жисмларга жойлашиб олади. Натижада *1* жисмнинг заряди q камаяди, ўткир учли ўтказгичда эса q билан бир хил ишорали заряд йиғилиб қолади. Заряд зарядланган *1* жисмдан дастлаб зарядланмаган *2* жисмга ўтиб қолгандай бўлади.



48- расм.

23- §. Ван-де-Грааф генератори

1929 йилда Ван-де-Грааф электростатик генераторнинг ортиқча зарядларнинг ўтказгич ташқи сиртига жойлашиши ҳодисасига асосланган конструкциясини таклиф қилди. Бундай генераторнинг схемаси 49-расмда кўрсатилган. Кондуктор деб аталувчи ҳавол металл шар изоляцияловчи колоннага ўрнатилади. Шар ичига шойи ёки резиналанган газлама лента валиклар ёрдамида чексиз ҳаракатланадиган қилиб ўрнатилган. Колоннанинг пастки асосида лентанинг ёнига учли тароқ қўйилган бўлиб, бир неча ўн киловольтга мўлжалланган кучланиш генератори (ГН) уйғотаётган заряд ана шу учлар орқали лентага ўтади. Кондуктор ичига иккинчи тароқ ўрнатилган бўлиб, лентадан бу тароқнинг учларига заряд ўтади. Бу тароқ кондукторга улангани учун лентадан олинган заряд кондукторнинг ташқи сиртига жойлашади. Кондуктордаги заряднинг миқдори кўпайиши билан унинг потенциали ортиб боради, бундай ортиш сизиб кетаётган заряд олиб келинаётган зарядга тенг бўлмагунча давом этади. Кондуктордаги заряд асосан кондуктор яқинидаги газнинг



49- расм.

ионланиши натижасида сизиб кетади (шундай процесс таъсирида газ орқали токнинг утишини тож разряд ёки тожланиш дейилади (91-§ га қаранг). Тожланиш ҳодисасини камайтириш учун кондукторнинг сирти яхшилаб силлиқланади (жисмнинг бўртган жойларида майдон кучланганлиги энг катта булишини эслайлик).

Ҳаво босими атмосфера босимига тенг бўлганда разряд булиши учун майдон кучланганлиги тахминан 30 *кв/см* га тенг булиши керак. Шарнинг радиуси қанчалик кичик булса, унинг атрофидаги майдоннинг кучланганлиги юқоридаги қийматга шунчалик тез етади [(16.24) формулага қаранг]. Шунинг учун жуда катта потенциаллар фарқига эга булиш учун кондукторнинг ўлчамларини ҳам катта (диаметри 10 метргача) олиш керак. Газнинг электр мустаҳкамлиги (яъни разряд бошланадиган майдон кучланганлигининг қиймати) босим ортиши билан купайиб боради. Шунинг учун генераторни сиқилган газ атмосферасига жойлаштириб, унинг улчамларини анча камайтириш мумкин. Одатда генератор тахминан 10 *ат* босим остида газ (азот ёки электр мустаҳкамлиги юқорироқ булган фреон[1]) тулдирилган бакнинг ичига жойлаштирилади. Ван-де-Грааф генератори ёрдамида эришиш мумкин булган энг юқори потенциаллар фарқи 10^7 *в* га яқиндир.

Ван-де-Грааф генераторидан атом ядросини урганиш бўйича тажрибаларда зарядланган зарраларни тезлаштириш учун фойдаланилади. Зарралар разряд трубкасида (РТ) тезлаштирилиб, генератор ёрдамида олинган потенциаллар фарқи шу трубканинг электродларига узатилади. Баъзан Ван-де-Грааф генератори бир-бирига яқин жойлашган иккита колонна сифатида қурилиб, бу колонналарнинг кондукторлари ҳар хил ишорада зарядланади. Бундай ҳолда разряд трубкаси кондукторлар орасига уланади.

24-§. Электр сиғими

Агар уткагичга бирор q заряд берилса, у ўтказгич сирти бўйича шундай тақсимланадики, ўтказгичдаги майдоннинг кучланганлиги нолга тенг булади. Агар q зарядга эга булган утказгичга катталиги худди шундай заряд берилса, бу заряд ҳам олдинги заряд каби тақсимланиши керак, акс ҳолда у утказгичда нолга тенг булмаган майдон пайдо қилади.

Ўтказгичдаги заряднинг купайиши атрофдаги жисмлар зарядларининг қайта тақсимланишига олиб келмаган ҳолдагина юқорида айтиб ўтилган шарт бажарилишини айтиб утиш зарурдир. Шундай қилиб, бошқа жисмлардан узоқ масофада жойлашган (ягоналанган) утказгичда катталиклари ҳар хил булган зарядлар юқоридагига ухшаш тақсимланади, яъни жисм-

[1]) Фреон деб дихлордифторметан CCl_2F_2 га айтилади.

нинг исталган иккита нуқтаси учун олинган заряд зичликларининг нисбати зарядларнинг катталиги қандай бўлишига қарамай доимий булади. Бундан ягоналанган утказгичнинг потенциали ундаги заряднинг миқдорига пропорционал деган хулосага келамиз. Ҳақиқатан, заряд миқдорининг бир неча марта купайтирилиши утказгич атрофидаги фазонинг ҳар бир нуқтасидаги майдон кучланганлигини шунча марта орттиради. Демак, бирлик зарядни чексизликдан утказгич сиртига исталган йул буйича кучиришда бажарилган иш, яъни потенциал ҳам шунча марта ошади. Шундай қилиб, ягоналанган ўтказгич учун қуйидагини ёзамиз:

$$q = C\varphi. \tag{24.1}$$

Потенциал ва заряд уртасидаги пропорционаллик коэффициенти утказгичнинг **электр сиғими** (қисқароқ қилиб айтганда сиғими) дейилади. (24.1) дан қуйидаги келиб чиқади:

$$C = \frac{q}{\varphi}. \tag{24.2}$$

Сиғим сон жиҳатдан шундай зарядга тенгки, бу заряд ўтказгичга берилса, унинг потенциали бир бирликка ортади.

Радиуси R га тенг булган зарядланган шарнинг потенциалини ҳисоблайлик. Потенциаллар айирмаси ва майдон кучланганлиги уртасида (11.7) муносабат мавжуддир. Шунинг учун шарнинг потенциали φ ни (16.24) ифодани r буйича R дан ∞ гача булган чегараларда интеграллаб топамиз (чексизликдаги потенциал нолга тенг деб қабул қиламиз):

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_R^\infty \frac{q}{\varepsilon r^2}\,dr = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{q}{\varepsilon R}. \tag{24.3}$$

Агар (24.3) ни (24.2) билан солиштирсак, радиуси R га тенг булган ва нисбий киритувчанлиги ε га тенг бўлган бир жинсли чексиз диэлектрикка ботирилган ягоналанган шарнинг сиғими

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R \tag{24.4}$$

га тенг эканлигини топамиз.

Сиғим бирлиги сифатида шундай ўтказгичнинг сиғими қабул қилинадики, унга 1 *к* заряд берилганда потенциали 1 *в* га узгарадиган булсин. Сиғимнинг бундай бирлиги **фарада** (*ф*) дейилади.

Гаусс системасида ягоналанган шарнинг сиғими $C = \varepsilon R$ формула кўринишида ёзилади. Бу ерда ε — ўлчамсиз бирлик бўлгани учун сиғим узунлик бирлигига эга бўлади. Сиғим бирлиги сифатида вакуумда жойлашган ва радиуси 1 *см* га тенг бўлган ягоналанган шарнинг сиғими қабул қилинади. Сиғимнинг бундай бирлиги с а н т и м е т р дейилади. (24.2) формулага мувофиқ

$$1\ ф = \frac{1\ к}{1\ в} = \frac{3 \cdot 10^9}{1/300}\ \text{СГСЭ} = 9 \cdot 10^{11}\ см.$$

Радиуси $9 \cdot 10^9$ *м* га тенг, яъни Ер радиусидан 1500 марта катта радиусли ягоналанган шарнинг сиғими бир фарадага тенг булади. Шундай қилиб, фарада жуда катта миқдор экан. Шу сабабли амалда фараданинг улушларига тенг бирликлардан—микрофарада (*мкф*) ва микромикрофарада (*мкмкф*) ёки пикофарададан (*пф*) фойдаланилиб, бу бирликлар қуйидагича аниқланади:

$$1\ мкф = 10^{-6}\ ф,$$
$$1\ пф = 10^{-12}\ ф = 0{,}9\ см.$$

25-§. Конденсаторлар

Ягоналанган утказгичларнинг сиғими кичик булади. Ҳатто улчамлари Ернинг улчамларига тенг булган шарнинг сиғими ҳам бор-йуғи 700 *мкф* га тенг булади. Шу билан бир қаторда амалда, атрофидаги жисмларга нисбатан кичик потенциалда сезиларли даражада куп заряд йиға оладиган („конденсациялайдиган") қурилмалар керак бўлади. К о н д е н с а т о р л а р деб аталувчи бундай қурилмаларнинг тузилиши асосида утказгичга бошқа жисмлар яқинлаштирилганда сиғимининг ўсиши ҳодисаси ётади. Ҳақиқатан, зарядланган утказгич пайдо қилган майдон утказгичга яқинлаштирилган жисмга таъсир қилганда бу жисмда индукцияланган (утказгич булса) ёки боғланган (диэлектрик булса) зарядлар вужудга келади. Ўтказгич заряди q га тескари ишорали зарядлар мос ишорали зарядларга қараганда унга яқинроқ жойлашади ва демак, утказгичнинг потенциалига кучлироқ таъсир қилади. Шунинг учун зарядланган ўтказгичга бирор жисм яқинлаштирилса, утказгичнинг потенциали абсолют қиймати жиҳатидан камаяди. Юқоридаги (24.2) формулага мувофиқ утказгич сигими ортганлигини билдиради.

Конденсаторлар бир-бирларига яқин жойлашган иккита утказгич сифатида ясалади. Конденсаторни ташкил этувчи утказгичлар конденсаторнинг қопламалари дейилади. Ташқи жисмлар конденсаторнинг сиғимига таъсир қилмаслиги учун қопламаларнинг шакли ва бир-бирларига нисбатан жойлашишини улардаги зарядлар пайдо қилган майдон бутунлай конденсатор ичида жойлашадиган қилиб танланади. Бу шартга бир-бирларига яқин жойлашган иккита пластинка, иккита коаксиал цилиндр ва иккита концентрик сфера буйсунади. Буларни мос равишда ясси, цилиндрсимон ва сферик конденсаторлар дейиш мумкин.

Майдон конденсаторнинг ичида булгани учун, электр силжиш чизиқлари бир қопламадан бошланиб, иккинчисида тамомланади. Демак, турли қопламаларда вужудга келаётган эркин зарядлар катталик жиҳатдан бир хил q булиб, ишоралари ҳар хил булади. Конденсаторнинг сиғими деганда, заряд q га пропорционал ва қопламалар уртасидаги потенциаллар фарқига тескари пропорционал бўлган қуйидаги физикавий катталик тушунилади:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}. \tag{25.1}$$

Конденсаторнинг сиғими ягоналанган утказгичнинг сиғими ўлчанадиган бирликларда улчанади.

Сиғимнинг катталиги конденсаторнинг геометриясига (қопламаларнинг шакли ва улчамига ҳамда улар орасидаги масофага), қопламалар орасидаги бушлиқни тулдирувчи муҳитнинг диэлектрик хусусиятларига боглиқ булади. Ясси конденсатор сиғими формуласини чиқарайлик. Агар қопламанинг юзи S га, қопламадаги заряд миқдори q га тенг булса, қопламалар уртасидаги майдон кучланганлиги

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{q}{\varepsilon_0 \varepsilon S},$$

бу ерда биз (8.6) формуладан фойдаландик ва пластинкалар оралиғига диэлектрик тулдирилган бўлишини ҳисобга олдик.

Қопламалар орасидаги потенциаллар фарқи (11.8) га мувофиқ қуйидагига тенг:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\varepsilon_0 \varepsilon S},$$

бундан ясси конденсатор сиғими учун қуйидаги формула келиб чиқади:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \tag{25.2}$$

бу ерда S—қопламалар юзи, d—қопламалар орасидаги масофанинг катталиги, ε—шу оралиқни тулдирувчи модданинг нисбий диэлектрик киритувчанлиги.

Юқоридаги (25.2) формуладан электр доимийси ε_0 нинг улчамлиги сиғим ўлчамлигининг узунлик ўлчамлигига нисбатига тенг эканлиги куринади (ε—улчамсиз катталик эканлигини эслатиб ўтамиз). Юқоридагига мос равишда ε_0 ўлчанадиган бирлик „метрга фарада“ (*ф/м*) деб айтилади [(4.2) га қаранг].

Ясси конденсатор сиғимининг формуласи Гаусс системасида қуйидаги куринишга эга булади:

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}. \tag{25.3}$$

Цилиндрсимон ва сферик конденсаторларнинг сиғимини ҳисоблаймиз. Агар (8.8) формулада λ ни q/l билан (l—қопламаларнинг узунлиги) алмаштирсак ва қопламалар орасида диэлектрик бўлишини ҳисобга олсак, цилиндрсимон конденсатор қопламалари ўртасидаги майдон кучланганлиги учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$E(r) \mathrm{V} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{lr}.$$

Қопламалар орасидаги потенциаллар фарқини интеграллаб топамиз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

(R_1 ва R_2—ички ва ташқи қопламанинг радиуслари).

Агар q ни $\varphi_1 - \varphi_2$ нинг топилган қийматига бўлсак, цилиндрсимон конденсаторнинг сиғими учун қуйидаги формулага эга бўламиз:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}. \tag{25.4}$$

Агар қопламалар орасидаги масофа нисбатан кам бўлса, яъни $d = R_2 - R_1 \ll R_1$ шарт бажарилса, (25.4) формуланинг махражини қуйидагича ўзгартириш мумкин[1]):

$$\ln\frac{R_2}{R_1} = \ln\left(1 + \frac{R_2 - R_1}{R_1}\right) \approx \frac{R_2 - R_1}{R_1} = \frac{d}{R_1}.$$

Бу ердаги $2\pi R_1 l$, ифода қопламанинг юзи S ни кўрсатади. Шундай қилиб, агар қопламалар орасидаги масофа кичик бўлса, цилиндрсимон конденсаторнинг сиғимини (25.2) формула бўйича тахминан ҳисоблаш мумкин.

Сферик конденсатор қопламалари орасидаги майдон кучланганлиги (8.10) формулага мувофиқ

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{q}{r^2}$$

га тенг (илгари кўрилган ҳоллардаги каби қопламалар орасидаги бўшлиқ диэлектрик билан тўлдирилиши ҳисобга олинган).

Потенциаллар фарқини топамиз:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_{R_1}^{R_2} E(r)\,dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) =$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{R_2 - R_1}{R_1R_2}$$

(R_1 ва R_2 — ички ва ташқи қопламаларнинг радиуслари).

---

[1]) Биз маълум бўлган ва $x \ll 1$ да қўлланиладиган $\ln(1 + x) \approx x$ формуладан фойдаландик.

Бу ердан сиғим учун қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon\,\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}. \qquad (25.5)$$

Агар $d = R_2 - R_1 \ll R_1$ бўлса, сферик конденсатор сиғимини ясси конденсатор сиғими формуласи бўйича ҳисоблаш мумкин. Ҳақиқатан, бундай ҳолда $4\pi R_1R_2$ ифода қопламалардан истаганининг юзи S га тенг бўлади. Шунинг учун (25.5) формулани тахминан (25.2) кўринишида ёзиш мумкин.

(25.2), (25.4) ва (25.5) ифодалардан қопламалар орасига сегнетоэлектрик (масалан, барийнинг метатитанати) киритилса, улчамлари кичик бўлган конденсаторнинг сиғими катта бўлишининг сабаби кўринади.

Ҳар бир конденсатор сиғимдан ташқари чегаравий кучланиш U_{max}[1]) билан характерланиб, бу кучланиш конденсаторнинг қопламаларининг тешилиши хавфидан қўрқмай бериладиган кучланишдан иборатдир. Агар берилган кучланиш шу кучланишдан катта бўлса, қопламалар ўртасидан учқун ўтади ва диэлектрик бузилиб, конденсатор ишдан чиқади.

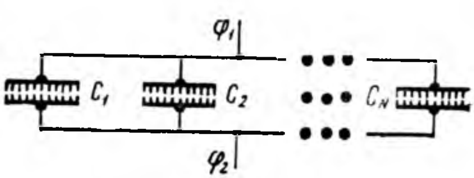
26. §. Конденсаторларни улаш

Бир қанча конденсаторларга эга бўлган ҳолда, уларни батарея қилиб улаш ёрдамида сиғим ва иш кучланишининг мумкин бўлган қийматларини бирмунча кенгайтириш мумкин.

Параллел улаганда ҳар бир конденсаторнинг қопламаларидан бири φ_1, иккинчиси эса φ_2 потенциалга эга бўлади (50-расм). Шундай қилиб, қопламаларнинг икки системасидан ҳар бирида

$$q = \sum q_k = \sum C_k(\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2)\sum C_k$$

га тенг бўлган йиғинди заряд тўпланади.



50- расм.

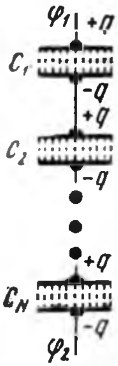
[1]) Ушбу ҳолда электр кучланиши U деганда қопламалар ўртасидаги потенциаллар фарқи тушунилади [(32.5) формулага қаранг]. Кучланишни майдон кучланганлиги билан чалкаштирмаслик зарур.

Агар йиғинди зарядни батареяга уланган кучланишга тақсим қилсак, батареянинг сиғимини топамиз. Натижада қуйидагига эга буламиз:

$$C = \sum C_k \tag{26.1}$$

Шундай қилиб, конденсаторларни параллел уланганда уларнинг сиғимлари қушилади. Батареянинг чегара кучланиши батареяга уланган конденсаторлар чегара кучланишлари U_{max} нинг энг камига тенг булиши аёндир.

51-расмда конденсаторларнинг кетма-кет уланиши курсатилган. Биринчи конденсаторнинг иккинчи қопламаси иккинчи конденсаторнинг биринчи қопламаси ягона утказгични ташкил қилиб, батареяга кучланиш берилганда бу утказгичда биринчи конденсаторнинг биринчи қопламаси ва N конденсаторнинг иккинчи қопламасидаги зарядларга тенг индукцияланган заряд пайдо булади (силжиш чизиқлари муайян конденсаторнинг бир қопламасида бошланиб, иккинчи қопламасида тамомланишини эсга олинг). Худди шундай қоида иккинчи конденсаторнинг иккинчи қопламаси ва учинчи конденсаторнинг биринчи қопламаси ва ҳоказолар учун ҳам бажарилади. Демак, кетма-кет уланган ҳамма конденсаторлар учун қопламалардаги заряд миқдори бир хил булиши хос экан. Шунинг учун ҳар бир конденсатордаги кучланиш қуйидагига тенг:



51- расм.

$$U_k = \frac{q}{C_k}. \tag{26.2}$$

Бу кучланишларнинг йиғиндиси батареяга қуйилган потенциаллар айирмасига тенг:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sum U_k = \sum \frac{q}{C_k} = q \sum \frac{1}{C_k},$$

бу ердан қуйидагини топамиз:

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_k}. \tag{26.3}$$

Конденсаторларни кетма-кет улаганда уларнинг сиғимларига тескари катталиклар қушилади. (26.2) га мувофиқ ушбу конденсаторга туғри келадиган умумий кучланишнинг улуши унинг сиғимига тескари булади. Конденсаторларнинг ҳеч бири учун U_k курсатилган U_{max} қийматидан ортмаслиги керак.

Агар конденсаторлар бир хил булиб, сиғимлари C_1 га ва чегаравий кучланиши U_{max} га тенг булса, кетма-кет улаганда $C = \frac{1}{N} C_1$ га, $(U_{max})_{бат} = NU_{max}$ га тенг булади.

IV БОБ

ЭЛЕКТР МАЙДОН ЭНЕРГИЯСИ

27-§. Зарядлар системасининг энергияси

Зарядланган жисмларнинг ўзаро таъсир кучлари консерватив кучлардир (уларнинг бажарган иши йўлга боғлиқ эмас). Демак, зарядланган жисмлар системаси потенциал энергияга эга. Нуқтавий зарядлар системасининг потенциал энергияси учун ифодани топамиз. Бир-бирларидан r_{12} масофада жойлашган иккита q_1 ва q_2 зарядлар системасидан бошлаймиз. Агар зарядлар бир-биридан чексиз узоқлаштирилган булса, улар ўзаро таъсир қилмайди. Бу ҳолда уларнинг энергиясини нолга тенг деб қабул қиламиз. Зарядларни келишилган r_{12} масофагача яқинлаштирамиз. Бунда биз электр кучларга қарши иш бажарамиз, бу иш системанинг потенциал энергиясини купайтиришга сарфланади. Зарядларни яқинлаштиришда q_1 ни q_2 га ёки q_2 ни q_1 га яқинлаштириш мумкин. Иккала ҳолда ҳам бир хил иш бажарилади. Чексизликдан q_1 зарядни q_2 дан r_{12} масофада булган нуқтага кўчиришда бажарилган иш (10.7) га мувофиқ қуйидагига тенг:

$$A_1 = q_1\varphi_1 = q_1 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_2}{r_{12}}, \tag{27.1}$$

бу ерда φ_1 — q_2 заряд q_1 заряд жойлашган нуқтада пайдо қилган потенциалдир.

Худди шундай, q_2 зарядни чексизликдан q_1 дан r_{12} масофадаги нуқтага кучиришда бажарилган иш қуйидагига тенг:

$$A_2 = q_2\varphi_2 = q_2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1}{r_{12}}, \tag{27.2}$$

бу ерда φ_2 — q_1 заряднинг q_2 заряд жойлашган нуқтада пайдо қилган потенциалидир.

Юқоридаги (27.1) ва (27.2) ишларнинг қийматлари бир хил ва иккаласи ҳам системанинг энергиясини кўрсатади:

$$W = q_1\varphi_1 = q_2\varphi_2.$$

Системанинг энергияси ифодасига иккала заряд ҳам симметрик равишда кириши учун уни қуйидагича ёзамиз:

$$W=\frac{1}{2}(q_1\varphi_1+q_2\varphi_2). \tag{27.3}$$

Бу (27.3) формула икки зарядли системанинг энергиясини ифодалайди. Чексизликдан яна бир q_3 зарядни q_1 заряддан r_{13} ва q_2 дан r_{23} масофалардаги нуқтага кўчирамиз. Бунда бажарилган иш

$$A_3=q_3\varphi_3=q_3\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{13}}+\frac{q_2}{r_{23}}\right)$$

га тенг, бу ерда φ_3 — q_1 ва q_2 зарядларнинг q_3 заряд жойлаштирилган нуқтада пайдо қилган потенциалидир.

A_2 ёки A_1 билан бирга A_3 иш учта заряднинг энергиясини беради:

$$W=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r_{12}}+q_3\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_{13}}+\frac{q_2}{r_{23}}\right).$$

Охирги ифодани қуйидаги кўринишга олиб келиш мумкин:

$$W=\frac{1}{2}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[q_1\left(\frac{q_2}{r_{12}}+\frac{q_3}{r_{13}}\right)+q_2\left(\frac{q_1}{r_{12}}+\frac{q_3}{r_{23}}\right)+q_3\left(\frac{q_1}{r_{13}}+\frac{q_2}{r_{23}}\right)\right]=$$
$$=\frac{1}{2}(q_1\varphi_1+q_2\varphi_2+q_3\varphi_3),$$

бу ерда φ_1 — q_2 ва q_3 зарядларнинг q_1 заряд жойлашган нуқтада пайдо қилган потенциали.

Зарядлар системасига кетма-кет q_4, q_5 ва бошқаларни қушсак, зарядлар N та булганда системанинг потенциал энергияси

$$W=\frac{1}{2}\sum q_i\varphi_i \tag{27.4}$$

булади, бу ерда φ_i — i-заряддан ташқари қолган зарядлар q_i заряд жойлашган нуқтада пайдо қилган потенциалдир.

28-§. Зарядланган утказгичнинг энергияси

Бирор утказгичда жойлашган q зарядни нуқтавий Δq зарядлар системаси деб қараш мумкин. Аввалги параграфда айтиб ўтилганидек, бундай системанинг энергияси барча Δq зарядларни чексизликдан утказгичнинг сиртига кучириш учун бажарилган ишга тенгдир.

Чексизликдан ўтказгич сиртига заряднинг биринчи порцияси Δq ни кўчиришда ҳеч қандай иш бажарилмайди, чунки ўтказгичнинг потенциали дастлаб нолга тенг. Ўтказгичга Δq заряд берилгандан сўнг унинг потенциали нолдан фарқ қилади, натижада заряднинг иккинчи Δq порциясини кучириш учун маълум иш бажарилиши керак булади. Ўтказгичдаги заряднинг миқдори купайиши билан унинг потенциали орта боргани учун, заряднинг навбатдаги порциясини кучиришда борган сари купроқ иш бажарилиши талаб қилинади:

$$\Delta A = \varphi \Delta q = \frac{q}{C} \Delta q, \tag{28.1}$$

бу ерда φ—уткагичнинг кучирилган q зарядга боғлиқ булган потенциали, C—уткагичнинг сиғими.

Юқоридаги (28 1) иш уткагичнинг энергиясини орттиради. Шунинг учун дифференциаллардан фойдаланиб, қуйидагини топамиз:

$$dW = \frac{1}{C} q dq,$$

бундан энергия ифодаси келиб чиқади:

$$W = \frac{q^2}{2C} + \text{const}.$$

Зарядланмаган уткагичнинг энергиясини нолга тенг деб ҳисоблаш табиийдир. У ҳолда const ҳам нолга тенг булади. Ўтказгичнинг сиғими, заряди ва потенциали уртасидаги (24.2) муносабатни ҳисобга олсак, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2} = \frac{C\varphi^2}{2}. \tag{28.2}$$

Ана шу (28.2) формулани қуйидаги мулоҳазаларга асосан чиқарса ҳам булади. Ўтказгичнинг сирти эквипотенциал сиртдир, шунинг учун нуқтавий Δq зарядлар жойлашган нуқталарнинг потенциаллари бир хил ва ўтказгичнинг потенциали φ га тенг. Агар (27.4) формулани Δq зарядларнинг системасига қулласак:

$$W = \frac{1}{2} \sum \varphi \Delta q = \frac{1}{2} \varphi \sum \Delta q = \frac{1}{2} \varphi q$$

га эга буламиз, бу эса ўз навбатида (28.2) формулага мос келади.

29- §. Зарядланган конденсаторнинг энергияси

Конденсатор қопламаларида зарядларнинг пайдо булишини шундай тасаввур қилиш мумкин. Бир қопламадан заряднинг кичик Δq порциялари олинади ва иккинчи қопламага кучирилади. Бир порцияни кучиришда бажарилган иш қуйидагига тенг:

$$\Delta A = \Delta q \ (\varphi_1 - \varphi_2) = \Delta q \ U,$$

бу ерда U—конденсатордаги кучланишдир. Кучланиш U ни (25.1) формулага асосан алмаштириб, дифференциаллашга утсак, қуйидагига эга буламиз:

$$dW = dA = U\,dq = \frac{q}{C}\,dq.$$

Ниҳоят, охирги ифодани интегралласак, зарядланган конденсатор энергияси учун формулани топамиз:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}. \qquad (29.1)$$

(29.1) формула (28.2) формуладан фақат φ нинг U га алмаштирилиши билан фарқ қилади.

Конденсатор энергияси учун худди шундай ифодани (27.4) формула ёрдамида ҳам топиш мумкин. Заряд $+q$ хаёлан булинган элементар зарядларнинг ҳар бири потенциали φ_1 га тенг булган нуқтада жойлашади, $-q$ булинган элементар зарядларнинг ҳар бири эса потенциали φ_2 га тенг булган нуқтада жойлашади. Демак, зарядларнинг бундай системасидаги энергия

$$W = \frac{1}{2}[(+q)\varphi_1 + (-q)\varphi_2] = \frac{1}{2}q(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{1}{2}qU$$

га тенг булиб, (29.1) формулага мос келади.

Энергия учун топилган ифодадан фойдаланиб, ясси конденсаторнинг пластинкалари бир-бирларини тортаётган кучни аниқлашимиз мумкин. Бунинг учун пластинкалар орасидаги масофа узгара олади деб фараз қилайлик. (29.1) формулага ясси конденсаторнинг сиғими учун (25.2) да берилган ифодани қопламалар орасидаги узгарувчан масофани x деб (d нинг урнига) белгилаймиз:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{2\,\varepsilon_0\varepsilon S}\,x.$$

Қопламалардаги зарядни узгармас деб (конденсатор кучланиш манбаидан узилган) потенциал энергияни куч билан боғловчи муносабатдан фойдаланамиз:

$$f = -\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{q^2}{2\varepsilon_0\varepsilon S} \qquad (29.2)$$

(бу ерда „—" белгиси кучнинг x масофани камайтиришга интилишини, яъни тортилиш кучи эканлигини курсатади).

Ясси конденсатор қопламалари уртасидаги тортишиш кучини қопламалардан бири пайдо қилган майдон кучланганлигининг иккинчи қопламада жойлашган зарядга купайтмаси сифатида ҳисоблаб топишга уриниб курайлик. Қопламалардан бирининг пайдо қилган майдон кучланганлиги (8.5) формулага мувофиқ қуйидагига тенг:

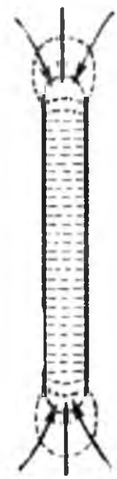
$$E = \frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0} = \frac{q}{2\,\varepsilon_0 S} \qquad (29.3)$$

($E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ иккала қопламадаги зарядлар томонидан пайдо қилинади).

Диэлектрик оралиқдаги майдонни ε марта камайтиради, лекин бундай камайиш фақат диэлектрик ичида юз беради [(16.17) формулага ва шу формула билан боғлиқ бўлган текстга қаранг]. Қопламалардаги зарядлар диэлектрикдан ташқарида жойлашган булади ва шунинг учун (29.3) да берилган майдон кучланганлиги таъсирида булади. Қопламанинг заряди q ни шу кучланганликка купайтирсак,

$$f'=-\frac{q}{2\varepsilon_0 S}q=-\frac{q^2}{2\varepsilon_0 S} \tag{29.4}$$

га эга бўламиз („—“ ишораси майдонни пайдо қилган заряд билан шу майдон таъсир қилаётган заряд ҳар хил ишорага эга булгани учун қўйилган).



52- расм.

Юқоридаги (29.2) ва (29.4) формулалар бирбирларига мос келмайди. Тажриба эса энергия ифодасидан чиқарилган (29.2) формула ёрдамида ҳисоблангани учун куч қийматига тўғри келади. Бу ҳол қопламаларга „электр“ куч (29.4) дан ташқари диэлектрик томонидан механик кучлар таъсир қилиши билан тушунтирилиб, механик кучлар қопламаларни итариб узоқлаштиришга ҳаракат қилади (18- § га қаранг). Қопламаларнинг қирраларида майдон сочилувчи булиб, қирралардан узоқлашган сари унинг катталиги камайиб боради. Диполь моментига эга бўлган диэлектрик молекулаларига куч таъсир қилади (52-расм) ва бу куч молекулаларни кучлироқ майдон соҳасига тортиб киради [(14.5) формулага қаранг]. Натижада қопламалар ўртасидаги босим ортади ва (29,4) кучнинг таъсирини ε марта камайтирадиган куч пайдо булади.

30- §. Электр майдонининг энергияси

Конденсатор энергияси (29.1) ни қопламалар орасидаги бўшлиқдаги электр майдонини характерловчи катталиклар орқали ифодалаш мумкин. (29.1) га сиғим учун чиқарилган (25.2) ифодани қуямиз, у ҳолда

$$W=\frac{CU^2}{2}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon SU^2}{2d}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon}{2}\left(\frac{U}{d}\right)^2 Sd$$

га тенг булади.

(11.8) формулага мувофиқ $\frac{U}{d}=E$ га тенг; Sd кўпайтма майдон эгаллаган ҳажмни курсагади. Шундай қилиб, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V. \tag{30.1}$$

(29.1) формула конденсаторнинг энергиясини қопламаларидаги заряд билан боғласа, (30.1) формула майдон кучланганлиги билан боғлайди. Энергия қаерда жойлашган (яъни йиғилган), энергиянинг ташувчиси нима—зарядми ёки майдонми?—деган савол туғилиши ажабланарли эмас. Қузғалмас зарядларнинг вақт давомида узгармас майдонларини урганадиган электростатика бу саволга жавоб бера олмайди. Ўзгармас майдонлар ва уларни пайдо қилган зарядлар бир бирларидан ажралган ҳолда мавжуд була олмайдилар. Лекин вақт давомида узгарувчи майдонлар уларни пайдо қилган зарядлардан ажралган ҳолда мавжуд бўлиши ва фазода электромагнит тулқинлар сифатида тарқалиши мумкин. Электромагнит тулқинларнинг энергия ташиши тажрибалардан маълумдир. Масалан, Ердаги ҳаётни мавжуд қилиб турган энергия Қуёшдан электромагнит тўлқинлар ёрдамида олиб келинади, радиоприёмникни гапиришга мажбур қиладиган энергияни узатувчи станциядан электромагнит тулқинлар олиб келади ва ҳоказо. Бундай фактлар энергиянинг ташувчиси майдон эканлигини тан олишга мажбур қилади.

Агар майдон бир жинсли булса (масалан, ясси конденсаторда худди шундай), бу майдоннинг энергияси фазода доимий w зичликда тиқсимланиб, бу зичлик майдон энергиясининг майдон тўлдириб турган ҳажмга булган нисбатига тенг. Демак, (30.1) га мувофиқ ясси конденсатор майдони энергиясининг зичлиги қуйидагига тенг:

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}. \tag{30.2}$$

Бу (30.2) формула бир жинсли бўлмаган майдон учун ҳам туғри келади. Агар (16.9) муносабатни ҳисобга олсак, юқоридаги формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$w = \frac{ED}{2} \tag{30.3}$$

ёки

$$w = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon}. \tag{30.4}$$

Изотроп диэлектрикда **E** ва **D** векторларнинг йуналишлари мос б лади. Шунинг учун (30.3) формулани қуйидаги куринишда ёзиш мумкин:

$$w = \frac{\mathbf{ED}}{2}.$$

Бу формуладаги D нинг урнига (16.4) даги қийматини қуйсак, w учун қуйидаги ифодага эга буламиз:

$$w=\frac{\mathbf{E}(\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P})}{2}=\frac{\varepsilon_0\mathbf{E}^2}{2}+\frac{\mathbf{EP}}{2}. \qquad (30.5)$$

Бу ифодадаги биринчи қушилувчи $\mathbf{E}$ майдон энергиясининг вакуумдаги зичлигига мос келади. Иккинчи қушилувчи диэлектрикни қутблаш учун сарф қилинадиган энергия эканлигини курсатамиз.

Диэлектрикнинг қутбланиши шундан иборатки, молекулалар таркибига кирган зарядлар электр майдони $\mathbf{E}$ нинг таъсири уз ҳолатларидан силжий бошлайдилар. Зарядлар q_k ни $d\mathbf{r}_k$ масофаларга силжитиш учун сарфланаётган иш диэлектрикнинг ҳажм бирлиги ичида қуйидагига тенг:

$$dA=\sum_{V=1} q_k\mathbf{E}\,d\mathbf{r}_k=\mathbf{E}d\Big(\sum_{V=1} q_k\mathbf{r}_k\Big).$$

(ҳисобни енгиллаштириш учун $\mathbf{E}$ майдонни бир жинсли деб қабул қиламиз).

(13.3) формулага мувофиқ $\sum\limits_{V=1} q_k\mathbf{r}_k$ ҳажм бирлигининг диполь моментига тенгдир, у эса аввал берилган таърифга кура диэлектрикнинг қутбланиш вектори $\mathbf{P}$ нинг узидир. Демак,

$$dA-\mathbf{E}\,d\mathbf{P}. \qquad (30.6)$$

(15.2) формулага мувофиқ $\mathbf{P}=\varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}$ га, бундан $d\mathbf{P}=\varkappa\varepsilon_0 d\mathbf{E}$ га тенг. $d\mathbf{P}$ нинг топилган қийматини (30.6) формулага қуйсак, dA учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$dA=\varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}\,d\mathbf{E}=d\left(\frac{\varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}^2}{2}\right)=d\left(\frac{\mathbf{EP}}{2}\right).$$

Ниҳоят, юқоридаги ифодани интеграллаб диэлектрикнинг бирлик ҳажмини қутблаш учун сарфланадиган иш учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$A=\frac{\mathbf{EP}}{2},$$

бу ифода (30.5) формуладаги иккинчи қушилувчи билан бир хилдир. Шундай қилиб, энергиянинг зичлиги учун топилган (30.2), (30.3) ва (30.4) ифодалар ўз таркибида майдон энергияси $\frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ дан ташқари майдонни пайдо қилаётганда диэлектрикни қутблантиришга сарфланган энергия $\frac{\mathbf{EP}}{2}$ ни ҳам киритади.

Электр майдон энергияси зичлиги учун топилган ифодалар Гаусс системасида қуйидаги кўринишга эга булади:

$$w = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi} = \frac{ED}{8\pi} = \frac{D^2}{8\pi\varepsilon}. \tag{30.7}$$

Бир жинсли чексиз диэлектрикка жойлаштирилган R радиусли зарядланган шарнинг майдони энергиясини ҳисоблаймиз. Бу ҳолда майдоннинг кучланганлиги фақат r нинг функцияси булади:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}.$$

Шарни ўраган фазони қалинлиги dr га тенг концентрик шарсимон қатламларга бўламиз. Қатламнинг ҳажми $dV = 4\pi r^2 dr$ га тенг. Шу қатламдаги энергия

$$dW = w dV = \frac{\varepsilon_0\varepsilon}{2}\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\frac{dr}{r^2}$$

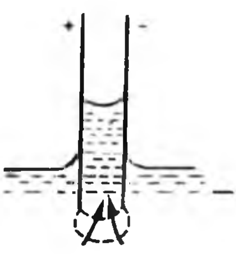
га тенг бўлади.

Майдоннинг энергияси эса

$$W = \int_R^\infty dW = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\int_R^\infty \frac{dr}{r^2} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon R} = \frac{q^2}{2C}$$

булади [(24.4) га мувофиқ $4\pi\varepsilon_0\varepsilon R$ шарнинг сиғимига тенг].

Биз чиқарган ифода зарядланган утказгичнинг энергияси учун илгари топилган (28.2) формулага мос келади.



53-расм.

Ҳаволи оралиққа эга бўлган ясси конденсаторнинг қопламаларига $+q$ ва $-q$ зарядлар берамиз. Ҳавонинг нисбий диэлектрик киритувчанлиги бирга тенг. Шунинг учун конденсаторнинг сиғимини $C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ га, энергиясини $W_0 = \frac{q^2}{2C_0}$ га тенг дейишимиз мумкин. Энди конденсатор қопламаларини суюқ диэлектрикка қисман ботирамиз (53-расм). Бунда конденсаторни параллел уланган иккита конденсатор сифатида куриш мумкин бўлади. Бу конденсаторлардан бирининг қопламаси xS юзага эга бўлиб (x—оралиқнинг суюқлик тулдирилган нисбий қисми), $\varepsilon > 1$ ли диэлектрик билан тулдирилган ҳаволи оралиққа эга булган иккинчи конденсатор қопламасининг юзаси $(1-x)S$ га тенг. Сиғими (26.1) формула буйича ҳисоблаб, қуйидагига эга бўламиз:

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 S(1-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0\varepsilon Sx}{d} = C_0 + \frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)S}{d}x > C_0.$$

Конденсатор энергияси $W = \frac{q^2}{2C}$ дастлабки W_0 энергияга қараганда кам булади. Демак, қопламалар оралиғини диэлектрик билан тулдириш энергия нуқтаи назаридан фойдали экан. Шунинг учун диэлектрик конденсатор ичига тортиб киргизилади ва унинг оралиқдаги сатҳи кутарилади. Бу эса уз навбатида диэлектрикнинг оғирлик кучи майдонидаги потенциал энергиясининг ортишига олиб келади. Натижада диэлектрикнинг оралиқдаги сатҳи йиғинди (электр майдон ва оғирлик кучи таъсиридаги) энергиянинг минимумига туғри келадиган маълум баландликда тухтайди. Бу ҳодиса суюқликнинг пластинкалар уртасидаги тор оралиқдаги капилляр кутарилиш ҳодисасига ухшашдир (I том, 156-§ га қаранг).

Диэлектрикнинг қопламалар уртасидаги оралиққа тортиб киритилишини ҳам микроскопик нуқтаи назардан тушунтириш мумкин. Конденсатор пластинкаларининг четларидаги майдон бир жинсли эмас. Диэлектрик молекулалари хусусий диполь моментига эга ёки майдон таъсирида бундай моментга эга булади; шунинг учун бу молекулаларга уларни кучли майдон бор соҳага яъни конденсатор ичига силжитувчи кучлар таъсир қилади. Бундай кучлар таъсирида суюқлик конденсатор ичига киради ва пластиналарнинг қирраларида суюқликка таъсир қилаётган электр майдон кучлари суюқлик устунининг оғирлиги билан мувозанатлашмагунча диэлектрик конденсатор ичига тортилиб туради.

V БОБ

ЎЗГАРМАС ЭЛЕКТР ТОКИ

31-§. Электр токи

Агар утказгичда электр майдони ҳосил қилинса, у ҳолда заряд ташувчиларнинг тартибли ҳаракати, яъни мусбат зарядларнинг майдон йуналиши буйича, манфий зарядларнинг эса майдонга қарама-қарши йўналган ҳаракати вужудга келади. Зарядларнинг тартибли ҳаракати электр токи деб аталади. У қаралаётган сиртдан (масалан, утказгичнинг кундаланг кесимидан) вақт бирлигида заряд ташувчилар олиб утган зарядга миқдор жиҳатдан тенг булган скаляр катталик – ток кучи билан характерланади. Агар утказгич кундаланг кесимидан dt вақтда dq заряд утса, таърифга асосан i ток кучи

$$i = \frac{dq}{dt} \tag{31.1}$$

га тенг булади.

Электр токи мусбат заряд ташувчиларнинг ҳаракатидан ҳам, манфий заряд ташувчиларнинг ҳаракатидан ҳам юзага келиши мумкин. Манфий заряднинг маълум бир йуналишда кучиши миқдор жиҳатдан шундай булган мусбат заряднинг қарама-қарши йўналишда кучишига эквивалентдир. Агар утказгичда иккала ишорали заряд ташувчилар ҳаракатланаётган булиб, берилган юзадан dt вақтда мусбат заряд ташувчилар бирор йўналишда dq^+ зарядни, манфий заряд ташувчилар эса қарама-қарши йўналишда dq^- зарядни ташиб утса, у ҳолда утказгичдан ўтаётган ток

$$i = \frac{dq^+}{dt} + \frac{dq^-}{dt}$$

га тенг булади (dq^- — манфий заряднинг абсолют қиймати).

Мусбат заряд ташувчиларнинг йўналиши токнинг йуналиши деб қабул қилинган.

Заряд ташувчилар молекуляр иссиқлик ҳаракатида қатнашадилар ва демак, майдон булмаганда ҳам маълум **v** тезлик билан ҳаракатланадилар. Аммо бу ҳолда утказгичда фикран утказилган ихтиёрий юзадан икки томонга ўтувчи исталган ишорали зарядларнинг уртача миқдори бир хил булади ва бинобарин, (31.1) ифода билан аниқланувчи ток кучи нолга тенг булади. Майдон уланганда заряд ташувчиларнинг $\mathbf{v}$ хаотик ҳаракат тезлигига $\mathbf{u}$ тартибли ҳаракат тезлиги қушилади[1]). Шундай қилиб, заряд ташувчиларнинг тезлиги $\mathbf{v}+\mathbf{u}$ га тенг булади $\mathbf{v}$ нинг уртача қиймати (аммо v нинг эмас) нолга тенг булгани учун заряд ташувчиларнинг уртача тезлиги $\mathbf{u}$ га тенг бўлади:

$$\overline{\mathbf{v}+\mathbf{u}}=\overline{\mathbf{v}}+\overline{\mathbf{u}}=\mathbf{u}.$$

Электр токи узи оқаётган сирт буйича текис тақсимланмаган булиши мумкин. Электр токини ток зичлигининг вектори $\mathbf{j}$ орқали тулароқ характерлаш мумкин. Бу вектор миқдор жиҳатдан берилган нуқтада заряд ташувчиларнинг йуналишига перпендикуляр булган $dS_{\perp}$ юзадан утувчи ток кучи di нинг шу юза катталигига булинганига тенг:

$$j=\frac{di}{dS_{\perp}}. \tag{31.2}$$

Мусбат заряд ташувчиларнинг тартибланган ҳаракат тезлик вектори $\mathbf{u}^{+}$нинг йўналиши $\mathbf{j}$ векторнинг йуналиши деб қабул қилинган.

Ток зичлиги векторининг майдонини оқувчи суюқликнинг ток чизиқлари, $\mathbf{E}$ векторнинг чизиқлари ва ҳоказолар каби ток чизиқлари билан характерлаш мумкин.

Ўтказгичнинг ҳар бир нуқтасидаги ток зичлиги векторини билган ҳолда, исталган S сиртдан утувчи ток кучи i ни топиш мумкин:

$$i=\int\limits_{S} j_n dS \tag{31.3}$$

[(7. 5) ва I т. (82.14) формулалар билан taққосланг].

Бирлик ҳажмда n^{+} та мусбат ва n^{-} та манфий заряд ташувчилар булсин. Заряд ташувчиларнинг абсолют заряд миқдори мос равишда e^{+} ва e^{-} га тенг. Агар майдон таъсирида заряд ташувчилар u^{+} ва u^{-} тезликларга эга булса, у ҳолда бирлик вақтда бирлик юзадан узи билан $e^{+}n^{+}u^{+}$ зарядни олиб утувчи $n^{+}u^{+}$ мусбат заряд ташувчи утади[2]). Шунга ухшаш манфий заряд ташувчилар $e^{-}n^{-}u^{-}$ заряд олиб утади. Шундай қилиб, ток зичлиги учун қуйидаги ифода ҳосил булади:

$$j=e^{+}n^{+}u^{+}+e^{-}n^{-}u^{-}. \tag{31.4}$$

Вақт утиши билан ўзгармайдиган ток **у з г а р м а с т о к** дейилади. Ўзгарувчан ток учун i белгини сақлаган ҳолда, уз-

---

[1]) Шунга ухшаш газ оқимида молекулаларнинг хаотик иссиқлик ҳаракатига тартибли ҳаракати қушилади.

[2]) Бирлик юздан бирлик вақтда утувчи молекулалар сони учун ёзилган ифодада, бундан ташқари $^{1}/_{4}$ купайтувчи мавжуд булиб, у молекулаларнинг хаотик ҳаракатидан келиб чиқади (I т. (100.6) формулага қ.). Берилган ҳолда бу купайтувчи булмайди, чунки бир хил ишорага эга булган заряд ташувчилар фақат бир томонга тартибли ҳаракат қиладилар.

гармас ток кучини I ҳарфи билан белгилаймиз. Куриниб турибдики:

$$I = \frac{q}{t}, \qquad (31.5)$$

бу ерда q — қаралаётган юзадан t вақтда олиб утилган заряд.

СИ системасида ток кучининг асосий бирлиги ампер (a) ҳисобланади. Унинг таърифи кейинроқ берилади (38- § га қ.). Заряд бирлиги кулон ток кучи 1 a булганда утказгичнинг кундаланг кесимидан 1 *сек* да утадиган заряд билан аниқланади.

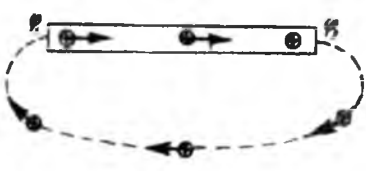
СГСЭ системасида ток бирлиги қилиб шундай ток қабул қилинадики, бунда берилган сиртдан 1 *сек* да бир СГСЭ заряд бирлиги оқиб утади (3.2) муносабатни ҳисобга олиб,

$$1a = 3 \cdot 10^9 \text{ СГСЭ-ток кучи бирлиги} \qquad (31.6)$$

ни ҳосил қиламиз.

32- §. Электр юритувчи куч

Агар утказгичда электр майдони ҳосил қилинса-ю, аммо уни сақлаб туриш учун чора курилмаса, бунда 22- § да аниқлаганимиздек заряд ташувчиларнинг ҳаракати утказгич ичидаги майдоннинг тезлик билан йуқолишига ва демак, токнинг тухташига олиб келади. Ток узоқ вақт давомида оқиб туриши учун, ток орқали оқиб келувчи зарядларни утказгичнинг кичик потенциалга эга булган чеккасидан (заряд ташувчилар мусбат деб қабул қилинади) узлуксиз олиб кетиш ва катта потенциалли чеккасига узлуксиз келгириб туриш зарур (54-расм). Бошқача қилиб айтганда, зарядларнинг ёпиқ йул буйлаб ҳаракатини вужудга келтириш керак. Электростатик майдон векторининг циркуляцияси нолга тенг [9.2) формулага қ.]. Шунинг учун ёпиқ занжирда мусбат зарядларнинг φ нинг камайиш томонига йуналган ҳаракат соҳалари билан бир қаторда, уларнинг φ нинг усиш томонига, яъни электростатик майдон кучларига қарама-қарши томонга йуналган ҳаракат соҳалари ҳам мавжуд булиши керак (54- расмдаги занжирнинг пунктир билан курсатилган қисмига қаранг). Заряд ташувчиларнинг бу соҳалардаги ҳаракати фақат ташқи кучлар деб аталувчи электростатик булмаган кучлар таъсиридагина булиши мумкин. Шундай қилиб, токнинг мунтазам оқиб туриши учун занжирнинг маълум соҳаларига ёки бутун занжирга таъсир этувчи ташқи кучлар зарур экан. Уларни химиявий процесслар, бир жинсли булмаган муҳитда ёки ҳар хил турдаги икки хил модда чегарасида заряд ташувчиларнинг диффузия-



54 расм

си, узгарувчан магнит майдонлари ҳосил қиладиган (103-§ га қ.) электр (аммо электростатик эмас) майдонлари ва ҳоказолар вужудга келтириши мумкин.

Ташқи кучларни занжирда ҳаракатланувчи зарядлар устида бажарган иши орқали характерлаш мумкин. Ташқи кучларнинг бирлик мусбат заряд устида бажарган ишига тенг булган катталик занжирдаги ёки унинг бир қисмидаги **электр юритувчи куч** (э. ю. к.) дейилади. Демак, q заряд устида бажарилган ташқи кучларнинг иши A бўлса, таърифга биноан

$$\mathscr{E}=\frac{A}{q}. \qquad (32.1)$$

(31.2) ва (10.7) формулаларни таққосласак, э. ю. к. нинг улчамлиги потенциалнинг улчамлигига тенглиги келиб чиқади. Шунинг учун φ қайси бирликларда улчанса, ҳам шу бирликларда улчанади.

q зарядга таъсир этувчи $f_{т.\,к.}$ ташқи кучни қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathbf{f}_{т.\,к.}=\mathbf{E}^*_q.$$

$\mathbf{E}^*$ вектор катталикни **ташқи кучлар майдонининг кучланганлиги** дейилади. Ташқи кучларнинг ёпиқ занжир бўйлаб q зарядни кучиришда бажарган ишини қуйидагича ифодалаш мумкин:

$$A=\oint f_{т.\,к.\,l}\,dl=q\oint E_l^*\,dl.$$

Бу ишни q га булиб, занжирдаги э. ю. к. ни топамиз:

$$\mathscr{E}=\oint E_l^*\,dl. \qquad (32.2)$$

Шундай қилиб, ёпиқ занжирдаги э. ю. к ни ташқи кучлар майдони кучланганлик векторининг циркуляцияси сифатида ифодалаш мумкин.

1—2 қисмдаги электр юритувчи куч равшанки,

$$\mathscr{E}_{12}=\int_1^2 E_l^*\,dl \qquad (32.3)$$

га тенг булади.

Зарядга ташқи кучлардан ташқари, электростатик майдоннинг $\mathbf{f}_E=q\mathbf{E}$ кучлари ҳам таъсир этади. Демак, занжирнинг ҳар бир нуқтасида q зарядга таъсир этувчи натижавий куч

$$\mathbf{f}=\mathbf{f}_{т.\,к.}+\mathbf{f}_E=q\,(\mathbf{E}^*+\mathbf{E})$$

га тенгдир. Бу кучнинг занжирнинг *1—2* қисмида q заряд устида бажарган иши қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$A_{12}=q\int_1^2 E_l^*\,dl+q\int_1^2 E_l\,dl=q\,\mathscr{E}_{12}+q\,(\varphi_1-\varphi_2). \qquad (32.4)$$

Ёпиқ занжир учун электростатик кучларнинг бажарган иши нолга тенг булгани учун $A = q$ булади.

Электростатик ва ташқи кучларнинг бирлик мусбат зарядни кучиришда бажарган ишига тенг булган катталик занжирнинг берилган қисмидаги кучланиш тушуви ёки U кучланиш дейилади. (32.4) формулага асосан:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \tag{32.5}$$

Ташқи кучлар булмаганда U кучланиш $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциаллар фарқига тенг булади.

33-§. Ом қонуни. Утказгичларнинг қаршилиги

Ом тажрибалар асосида қонун очди, бу қонунга биноан бир жинсли металл утказгичдан утаётган ток кучи утказгичдаги кучланиш тушуви U га пропорционал бўлади:

$$I = \frac{1}{R} U. \tag{33.1}$$

Бир жинсли ўтказгич деб, ташқи кучлар таъсир этмайдиган утказгичга айтилади. Бу ҳолда юқорида курганимиздек, U кучланиш утказгичнинг учларидаги $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциаллар айирмасига тенг булади. R катталик утказгичнинг электр қаршилиги дейилади. Қаршилик бирлиги ом бўлиб, у шундай ўтказгичнинг қаршилигики, бунда кучланиш 1 *в* булганда утказгичдан 1 *а* ток ўтади.

Гаусс системасида қаршилик бирлиги қилиб шундай ўтказгичнинг қаршилиги қабул қилинганки, бунда потенциаллар фарқи 1 СГСЭ-потенциал бирликка тенг бўлганда ундан 1 СГСЭ ток кучи бирлигига тенг ток оқади. Шу бирлик билан ом орасидаги муносабатни топайлик:

$$1\ ом = \frac{1\ в}{1\ а} = \frac{1/300}{3\cdot 10^9}\ \text{СГСЭ} = \frac{1}{9\cdot 10^{11}}\ \text{СГСЭ-қаршилик бирлиги.}$$

Шундай қилиб,

$$1\ \text{СГСЭ-қаршилик бирлиги} = 9\cdot 10^{11}\ ом \tag{33.2}$$

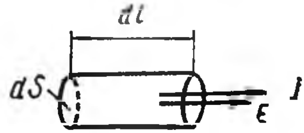
Қаршиликнинг катталиги утказгичнинг шаклига, ўлчамлари, шунингдек, унинг қандай материалдан ясалганига боғлиқ. Бир жинсли цилиндрсимон утказгич учун

$$R = \rho \frac{l}{S}, \tag{33.3}$$

бу ерда l — ўтказгичнинг узунлиги, S — унинг кундаланг кесим юзаси, ρ — утказгич ясалган материалнинг табиатига боғлиқ булган коэффициент, буни солиштирма электр қаршилик дейилади. Агар $l = 1$ ва $S = 1$ булса, у ҳолда R сон жиҳатдан ρ га тенг булади. СИ системасида ρ ом·метр (*ом·м*) ларда улчанади. Амалда материаллар $l = 1$ *м* ва $S = 1$ *мм*^{2}

булгандаги қаршилиги билан характерланади, яъни ρ солиштирма қаршилик $\frac{ом \cdot мм^2}{м}$ да ифодаланади.

Ом қонунини дифференциал кўринишида ёзиш мумкин. Ўтказгич ичидаги қандайдир нуқта атрофида фикран, ясовчилари шу нуқтадаги ток вектори зичлиги $\mathbf{j}$ га параллел бўлган элементар цилиндрик ҳажм ажратамиз (55- расм). Цилиндрнинг кўндаланг кесимидан jdS ток оқади. Цилиндрга қўйилган кучланиш Edl га тенг, бунда E — берилган нуқтадаги кучланганлик. Ниҳоят, цилиндрнинг қаршилиги (33.3) формулага биноан $\rho \frac{dl}{dS}$ га



55- расм.

тенг. Бу қийматларни (33.1) формулага қўйсак:

$$j\, dS = \frac{dS}{\rho dl} \cdot E\, dl$$

ифода ҳосил бўлади.

Заряд ташувчилар ҳар бир нуқтада $\mathbf{E}$ вектор йўналиши буйлаб ҳаракатланади. Шунинг учун $\mathbf{j}$ ва $\mathbf{E}$ нинг йуналиши мос тушади[1]).

Шундай қилиб,

$$\mathbf{j} = \frac{1}{\rho}\mathbf{E} = \sigma \mathbf{E} \qquad (33.4)$$

ифодани ёза оламиз, бунда $\sigma = 1/\rho$ — материалнинг электр утказувчанлик коэффициенти ёки оддийгина материалнинг утказувчанлиги деб аталувчи катталик.

(33.4) формула Ом қонунининг дифференциал куринишини ифодалайди.

Ўтказгичнинг ток утказиш қобилияти унинг ρ солиштирма қаршилиги ёки σ ўтказувчанлиги билан характерланади. Уларнинг катталиги модданинг химиявий табиати ва шарт-шароитлари, хусусан, модданинг температураси билан аниқланади. Купчилик металларнинг солиштирма қаршилиги температура ошиши билан тахминан чизиқли қонун буйича ошиб боради:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t^\circ),$$

бу ерда ρ_0 — 0°C даги солиштирма қаршилик, t° — Цельсий шкаласидаги температура, α — сон жиҳатдан тахминан 1/273 га тенг булган коэффициент.

Абсолют температурага утиб, қуйидаги

$$\rho = \alpha \rho_0 T \qquad (33.5)$$

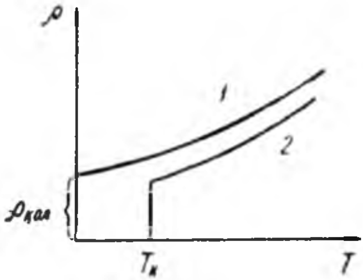
ифодани ҳосил қиламиз.

---

[1]) Анизатроп жисмларда $\mathbf{j}$ ва $\mathbf{E}$ векторларнинг йўналиши мос тушмаслиги мумкин.

Паст температураларда бу қонундан четланиш кузатилади (56- расм).

Купчилик ҳолларда ρ билан T орасидаги боғланиш 1 эгри чизиқ буйича боради. Қолдиқ қаршилик $\rho_{қол}$ нинг катталиги материалнинг тозалигига ва ундаги қолдиқ механикавий кучланишларга кучли боғланган. Шунинг учун $\rho_{қол}$ материалларга термик ишлов берилгандан сунг сезиларли даражада камаяди.



56- расм.

Идеал туғри панжарага эга булган абсолют тоза металл учун абсолют ноль температурада

$$\rho = 0.$$

Металлар ва қотишмаларнинг кўпчилик группаларида бир неча Кельвин градуси тартибидаги температурада қаршилик сакраб нолга айланади (56- расмдаги 2 эгри чизиқ). Ўта ўтказувчанлик деб аталувчи бу ҳодисани биринчи бўлиб 1911 йилда Камерлинг-Оннес симобда пайқаган. Кейинчалик ўта утказувчанлик ҳодисаси қўрғошин, қалайи, рух, алюминий ва бошқа металлар, шунингдек, бир қатор қотишмаларда пайқалди. Ҳар бир ўта ўтказувчан модда узининг $T_к$ критик температурасига эга бўлиб, бунда у ута утказувчанлик ҳолатига утади. Ўта утказувчан моддага магнит майдони таъсир этганда унинг ўта ўтказувчанлик ҳолати бузилади. Ўта утказувчанликни бузувчи $H_к$ критик майдон $T = T_к$ булганда нолга тенг булади ва температура пасайиши билан ошади.

1958 йилда совет физиги Н. Н. Боголюбов ва унинг шогирдлари ута утказувчанликни назарий жиҳатдан тўла тушунтириб бердилар.

Қаршилик термометрлари электр қаршиликнинг температурага боғлиқлигига асосланган. Бундай термометр чинни ёки слюдадан ясалган каркасга ўралган металл симдан (одатда платина симдан) иборат[1]). Ўзгармас температурали нуқталар буйича даражаланган қаршилик термометрлари юқори температураларни ҳам, паст температураларни ҳам бир неча юз градус тартибдаги аниқлик билан ўлчашга имкон беради.

34-§. Жоуль—Ленц қонуни

Ўтказгичдан ток утганда утказгич қизийди. Жоуль ва ундан мустақил равишда Ленц тажрибада утказгичдан ажралиб

[1]) Сунгги вақтларда ярим утказгичлардан тузилган қаршилик термометрлари кўпроқ қўлланилмоқда.

чиқувчи иссиқлик миқдори унинг қаршилигига, ток кучининг квадратига ва вақтга пропорционал эканлигини топдилар:

$$Q = RI^2t. \tag{34.1}$$

Агар ток вақт бўйича узгарса, у ҳолда

$$Q = \int_0^t Ri^2dt \tag{84.2}$$

бўлади.

(34.1) ва (34.2) муносабатлар Жоуль—Ленц қонунини ифодалайди. R ни омларда, i ни амперларда ва t ни секундларда ҳисобланса, Q жоулларда ифодаланади.

(34.2) қонун қуйидагича тушунтирилади. U кучланиш қўйилган бир жинсли уткавгични қараб чиқайлик. Ўтказгичнинг ҳар бир кесимидан dt вақтда $dq = i\,dt$ заряд утади. Бу $dq = i\,dt$ заряднинг dt вақтда уткавгичнинг бир учидан иккинчи учига утишига тенг кучлидир. Бу ҳолда майдон кучлари $dA = U dq = Ui\,dt$ иш бажаради. Ом қонунига асосан U ни Ri билан алмаштириб ва интеграллаб, электр кучлари бажарган ишнинг ифодаси Q учун ёзилган (34.2) ифодага ўхшаш эканлигини топамиз. Шундай қилиб, утказгич майдон кучларининг заряд ташувчилар устида бажарган иши ҳисобига қизир экан.

Бутун утказгичдан ажралиб чиққан иссиқликни аниқловчи (34.1) формуладан утказгичнинг турли қисмларидан ажралиб чиқувчи иссиқликни характерловчи ифодага утиш мумкин. Ўтказгичдан юқорида (33.4) формулани келтириб чиқаришда бажарганимиздек цилиндрсимон элементар ҳажм ажратамиз. Жоуль—Ленц қонунига асосан бу ҳажмдан dt вақтда ажралиб чиқувчи иссиқлик миқдори

$$dQ = Ri^2dt = \frac{\rho\,dl}{dS}(jdS)^2\,dt = \rho j^2\,dV\,dt \tag{34.3}$$

га тенг, бунда $dV = dS\,dl$ — элементар ҳажм катталиги.

Бирлик вақтда бирлик ҳажмдан ажралиб чиқувчи иссиқлик миқдорини **т о к н и н г с о л и ш т и р м а қ у в в а т и** w деб атаймиз. (34.3) дан қуйидаги ифода:

$$w = \rho j^2 \tag{34.4}$$

ни ҳосил қиламиз.

$\mathbf{j}$, $\mathbf{E}$, ρ ва σ лар орасидаги (33.4) муносабатдан фойдаланиб, (34.4) формулага қуйидагича кўриниш бериш мумкин:

$$w = jE = \sigma E^2. \tag{34.5}$$

(34.4) ва (34 5) формулалар Жоуль—Ленц қонунининг дифференциал кўринишидир. Шуларга асосланиб, t вақтда бутун ўтказгичдан ажралиб чиққан иссиқликни топиш учун w ни t вақтнинг маълум пайтидаги ҳажм буйича интеграллаш, ундан сунг ҳосил булган ифодани эса t вақт буйича интеграллаш керак:

$$Q = \int_0^t dt \int_V \rho j^2 dV.$$

35-§. Занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонуни

Ом қонунининг (33.1) кўринишдаги ифодаси занжирнинг бир жинсли, яъни электр юритувчи куч таъсир этмайдиган қисми учун уринли. Занжирнинг бир жинсли булмаган қисми учун Ом қонунининг ифодасини ҳосил қилишда энергиянинг сақланиш қонунига асосланамиз. Қисмнинг учларида $\varphi_1 - \varphi_2$ потенциаллар фарқи мавжуд булсин (57-расм). Қисмда таъсир этувчи э. ю. к. ни $\mathcal{E}_{12}$ деб белгилаймиз. Маълум йўналишни (масалан, 57-расмда стрелка билан белгиланган) танлаб, I ток ва $\mathcal{E}_{12}$ э. ю. к. ларни алгебраик катталиклар деб қараш мумкин. Агар ток стрелка йуналиши буйлаб оқса, уни мусбат, агар стрелкага қарама-қарши йуналишда оқса, уни манфий деб қабул қиламиз. Шунга ўхшаш, э. ю. к. стрелка йуналишида таъсир этаётган булса, уни мусбат (бу, ташқи кучлар шу йўналиш буйича ҳаракатланувчи мусбат заряд устида мусбат иш бажаради, демакдир), қарама-қарши йуналишда таъсир этаётган булса, уни манфий деб қараймиз.

57-расм

Агар занжир қисмларини ташкил қилувчи ўтказгичлар ҳаракатсиз бўлса, занжирдан ток ўтишнинг бирдан-бир натижаси утказгичларнинг қизишидан иборат булади. Шунинг учун барча кучларнинг (электростатик ва ташқи) заряд ташувчилар устида бажарган иши ажралиб чиққан иссиқликка тенг булиши керак. Ўтказгичдан dt вақтда $dq = Idt$ заряд оқиб утади. (32.4) га асосан бу зарядлар устида бажарилган иш

$$dA = \mathcal{E}_{12}\, dq + (\varphi_1 - \varphi_2)\, dq$$

га тенг бўлади.

dt вақтда ажралиб чиққан иссиқлик миқдори:

$$dQ = I^2R\, dt = IR\,(I\, dt) = IR\, dq.$$

Бу икки ифодани бир-бирига тенглаб, dq га қисқартирсак

$$IR = (\varphi_1 - \varphi_2) + \mathcal{E}_{1,2} \qquad (35.1)$$

ифода ҳосил булади. Бундан

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{1,2}}{R}. \qquad (35.2)$$

(35.1) ва (35.2) формулалар занжирнинг бир жинсли бўлмаган қисми учун Ом қонунини ифодалайди $\mathcal{E}_{1,2} = 0$ да (35.2) формула занжирнинг бир жинсли қисми учун Ом қонунининг (33.1) ифодасига ўтади. (35.1) ифодада $\varphi_1 = \varphi_2$ булса, ёпиқ занжир учун Ом қонунининг

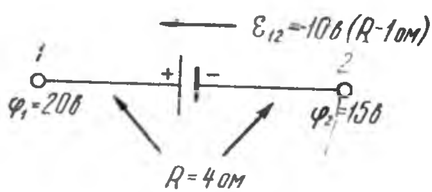
$$I = \frac{\mathcal{E}}{R} \qquad (35.3)$$

ифодасини ҳосил қиламиз, бу ерда $\mathcal{E}$ — занжир буйлаб таъсир этувчи э. ю. к., R — барча занжирнинг умумий қаршилиги.

Ташқи кучлар мавжуд булганда Ом қонунининг дифференциал куриниши қуйидагича ёзилади:

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*). \qquad (35.4)$$

(35.2) формуланинг қўлланишига мисоллар қараб чиқайлик. Занжир қисмининг учларидаги потенциаллар $\varphi_1 = 20$ *в* ва $\varphi_2 = 15$ *в* бўлсин (58-расм). Қисмнинг э. ю. к. эса $\mathcal{E}_{1,2} = -10$ *в* (минус ишораси э. ю. к. нинг $2 \to 1$ йуналишда таъсир этишини курсатади). Э. ю. к манбаининг қаршилиги 1 *ом*, қисмнинг



58- расм

қолган булакларининг қаршилиги 4 *ом*. Шундай қилиб, қисмнинг тула қаршилиги $R = 5$ *ом*. Берилган қийматларни (35.2) формулага қуйиб, қуйидаги:

$$I = \frac{20 - 15 - 10}{5} = -1a$$

қийматни оламиз.

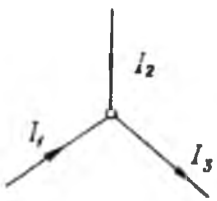
Ток учун манфий қиймат ҳосил булди. Бу, токнинг $2 \to 1$ йуналишда оқаётганини курсатади.

36-§. Тармоқланган занжирлар Кирхгоф қоидаси

Агар Кирхгоф таърифлаган қоидадан фойдаланилса, тармоқланган занжирларни ҳисоблаш анча осонлашади. Бу қоида иккита. Улардан бири занжирнинг тугунларига тааллуқли. Иккитадан ортиқ утказгич уланган нуқта тугун деб аталади (59-расм). Тугунга келаётган ток маълум ишора (плюс ёки минус) га эга булса, тугундан кетаётгани эса иккинчи хил ишорага (минус ёки плюс) эга булади. **Кирхгофнинг биринчи қоидасига** асосан, ***тугунда учрашувчи токларнинг алгебраик йиғиндиси нолга тенг:***

$$\sum I_k = 0. \tag{36.1}$$

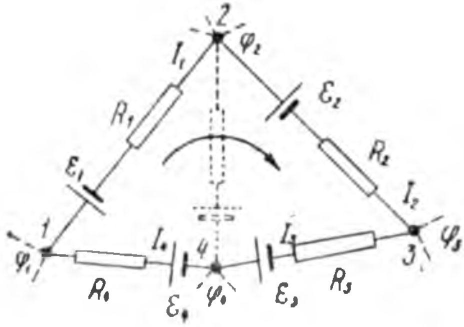
Бу қоиданинг туғрилиги қуйидаги мулоҳазалардан келиб чиқади. Агар токларнинг алгебраик йиғиндиси нолдан фарқли бўлганда эди, тугунда зарядларнинг тупланиши ёки камайиши содир булиб, бу эса уз навбатида тугунда потенциалнинг узгаришига ва демак, занжирдан утувчи токларнинг узгаришига олиб келган булар эди. Шундай қилиб, занжирда токларнинг узгармаслиги учун (36.1) шартнинг бажарилиши зарур.



59- расм.

(36.1) тенгламани N та тугундан иборат занжирнинг ҳар бир тугуни учун ёзиш мумкин. Лекин $N-1$ тенглама мустақил булиб, N-тенглама эса шу тенгламалардан келиб чиқади.

Тармоқланган занжирда фикран ихтиёрий ёпиқ контур (60-расмдаги 1—2—3—4—1 контурга қ.) ажратамиз. Айланиш йуналишини белгилаймиз (масалан, расмда курсатилгандек соат



60- расм

стрелкаси бўйлаб) ва контурнинг ҳар бир тармоқланмаган қисмлари учун Ом қонунини қуллаймиз:

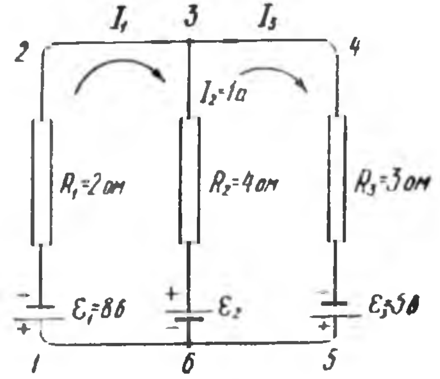
$$I_1R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_1,$$
$$I_2R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \mathcal{E}_2,$$
$$I_3R_3 = \varphi_3 - \varphi_4 + \mathcal{E}_3,$$
$$I_4R_4 = \varphi_4 - \varphi_1 + \mathcal{E}_4.$$

Бу ифодалар қўшилганда потенциаллар қисқаради ва **Кирхгофнинг иккинчи қонунини** ифодаловчи тенглама ҳосил булади:

$$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k. \tag{36.2}$$

(36.2) тенгламани берилган тармоқланган занжирда фикран ажратиб олинган барча ёпиқ контурлар учун тузиш мумкин. Аммо бошқа контурларни бир-бирига қушиш йули билан ҳосил қилиш мумкин булмаган контурларнинг тенгламаларигина мустақил булади.

Масалан, 61-расмда курсатилган занжир учун уч тенглама тузиш мумкин:



61-расм.

1) *1—2-3—6—1* контур учун,
2) *3—4—5—6—3* контур учун,
3) *1—2—3—4—5—6—1* контур учун.

Охирги контур биринчи иккитасининг қўшилишидан ҳосил бўлади. Бинобарин, кўрсатилган контурларнинг тенгламалари мустақил булмайди. Мустақил тенгламалар сифатида учала тенгламадан ихтиёрий иккитасини олиш мумкин.

Ток ва э. ю. к. орқали Кирхгофнинг иккинчи қоидаси тенгламаларини тузишда танлаб олинган йўналишнинг ишораси курсатилиши керак. Масалан, 61-расмда курсатилган I_1 ток танлаб олинган ҳаракат йуналишига тескари томонга оққанлиги учун уни манфий деб ҳисоблаш зарур. $\mathcal{E}_1$ э. ю. к. учун ҳам „—“ ишора қўйиш керак, чунки у ҳам ҳаракат йуналишига қарши томонга қараб таъсир этади ва ҳ. к.

Ҳар бир контурда ҳаракат йуналишини, бошқа контурлардаги ҳаракат йуналишларидан қатъи назар, ихтиёрий танлаб олиш мумкин. Бу ҳолда биргина э.ю.к. ёки токнинг ўзи турли тенгламаларга турли ишора билан кириши мумкин (61-расмда курсатилган йуналишда I_2 ток учун шу ҳол содир бўлади). Аммо бу ҳеч қандай аҳамиятга эга эмас, чунки ҳаракат йуналишининг узгариши фақат (36.2) тенгламадаги барча ишораларнинг тескарисига айланишигагина олиб келади.

Тенгламалар тузишда занжирнинг тармоқланмаган қисмининг исталган кесимидан бир хил ток оқишини унутмаслик керак. Масалан, $\mathcal{E}_2$—3 қисмдан қандай ток оқса, 6—$\mathcal{E}_2$ қисмдан ҳам шундай I_2 ток оқади.

Кирхгофнинг биринчи ва иккинчи коидаларига асосан тузилган мустақил тенгламаларнинг сони тармоқланган занжирдан оқаётган турли кучдаги токларнинг сонига тенг булар экан. Шунинг учун, агар барча тармоқланмаган қисмларнинг э.ю.к. ва қаршиликлари маълум булса, барча токларни ҳисоблаб топиш мумкин. Бошқа турдаги, масалан, берилган қаршиликларда керакли токларни ҳосил қилиш учун занжирнинг ҳар бир қисмига уланиши керак бўлган э.ю.к. ларни топиш каби масалаларни ҳам ечиш мумкин.

Энди 61- расмда курсатилган тармоқланган занжирни ҳисоблашга доир мисолни таҳлил қиламиз. R_1, R_2, R_3 $\mathcal{E}_1$ ва $\mathcal{E}_3$ берилган $I_2 = 1$ *a* булганда $\mathcal{E}_2$ ни ва бунда ҳосил булувчи I_1 ва I_3 токларни топиш керак.

Занжир икки тугундан (3 ва 6 нуқталар) иборат. Токларнинг стрелкалар билан курсатилган йуналишларида (36.1) тенглама шу тугунлар учун қуйидаги:

$$\left.\begin{aligned} &3 \text{ тугун учун} -I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ &6 \text{ тугун учун} \quad I_1 - I_2 + I_3 = 0 \end{aligned}\right| \qquad (36.3)$$

куринишга эга булади.

Бу генгламалар мустақил эмас, чунки уларнинг ҳар бирини иккинчисининг ишорасини тескарига узгартириш йули билан ҳосил қилиш мумкин.

1—2—3—6—1 ва *3—4—5—6—3* контурлар учун ҳаракат йуналиши соат стрелкаси буйича деб қабул қилиб, (36.2) тенгламани тузамиз:

$$\left.\begin{aligned} -I_1R_1 - I_2R_2 &= -\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2, \\ I_3R_3 + I_2R_2 &= \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_2\text{ [1]}). \end{aligned}\right| \qquad (36.4)$$

(36.3) ва (36.4) генгламаларга берилган қийматларни қуямиз ва уларни қуйидагича ёзамиз:

$$\begin{aligned} -1\cdot I_1 - 1\cdot I_3 + 0\cdot \mathcal{E}_2 &= -1, \\ -2\cdot I_1 - 0\cdot I_3 + 1\cdot \mathcal{E}_2 &= -4, \\ 0\cdot I_1 + 3\cdot I_3 - 1\cdot \mathcal{E}_2 &= 1. \end{aligned}$$

Номаълумлари I_1, I_3 ва $\mathcal{E}_2$ бўлган уч тенглама системасини ҳосил қилдик. Системани ечиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

---

[1]) Ўқувчига *1—2—3—4—5—6—1* контур учун тенглама тузиб, бу тенглама (36.4) тенгламаларнинг натижавийси эканлигига қаноат ҳосил қилишни тавсия этамиз.

$$\mathscr{E}_2=\frac{\begin{vmatrix}-1 & -1 & -1\\ -2 & 0 & -4\\ 0 & 3 & 1\end{vmatrix}}{\begin{vmatrix}-1 & -1 & 0\\ -2 & 0 & 1\\ 0 & 3 & -1\end{vmatrix}}=\frac{-8}{5}=-1{,}6\ в.$$

Шу йул билан $I_1=1{,}2\ a$, $I_3=-0{,}2\,a$ эканлигини топиш мумкин

Биз $\mathscr{E}_2$ учун манфий қиймат олдик. Бу эса $\mathscr{E}_2$ нинг йуналиши ҳисоб вақтида қабул қилинган, яъни 61- расмда кўрсатилган йуналишга нисбатан қарама-қарши бўлиши кераклигини курсатади. Шунингдек, I_3 гок расмда курсатилгандагидек 3—4 йуналиш буйича эмас, балки унга қарама-қарши йуналишда оқади.

37-§. Ток манбаининг фойдали иш коэффициенти

Қоида бўйича электр занжири ток манбаидан, ток утказувчи симлардан ва истеъмолчи ёки нагрузкадан иборат бўлади. Занжирнинг ҳар бир элементи қаршиликка эга. Одатда, ток ўтказувчи симларнинг қаршилиги жуда кичик бўлгани учун уларни ҳисобга олмаймиз. Занжирдаги ток (35.3) формулага асосан:

$$I=\frac{\mathscr{E}}{R_0+R}, \tag{37.1}$$

бу ерда R_0—манбанинг қаршилиги, R—нагрузканинг қаршилиги.

Нагрузкадаги

$$U=IR=\mathscr{E}\ \frac{R}{R_0+R}$$

кучланиш (клеммалардаги э. ю. к га тенг бўлган кучланиш). $\mathscr{E}$ дан кичик. $R\to\infty$ да (яъни занжир узуқ бўлганда) U $\mathscr{E}$ га тенг булади. Шундай қилиб, очиқ ток манбаининг клеммаларидаги кучланиш унинг э. ю. к. ига тенг.

Ёпиқ занжир учун (32.4) формулани татбиқ этиб, dq зарядни занжир бўйлаб кўчиришда бажарилган иш

$$dA=\mathscr{E}\ dq$$

га тенг эканлигини ҳосил қиламиз.

dA ишни уни бажариш учун кетган dt вақтга булиб, э. ю.к. манбаининг қувватини топамиз:

$$P=\frac{dA}{dt}=\mathscr{E}\ \frac{dq}{dt}=\mathscr{E}\ I.$$

Шундай қилиб, ток манбаининг қуввати:

$$P=\mathscr{E}\ I \tag{37.2}$$

га тенг.

Бу формулага (37.1) токнинг қийматини қўйиб, барча занжирда ажралиб чиққан тула қувватни топамиз:

$$P = \frac{\mathcal{E}^2}{R_0 + R}. \qquad (37.3)$$

Нагрузкада бу қувватнинг, биз фойдали деб атайдиган, фақат бир қисми ажралиб чиқади:

$$P_н = RI^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{(R_0 + R)^2} R = \frac{\mathcal{E}^2}{R_0 + R} \cdot \frac{R}{R_0 + R}. \qquad (37.4)$$

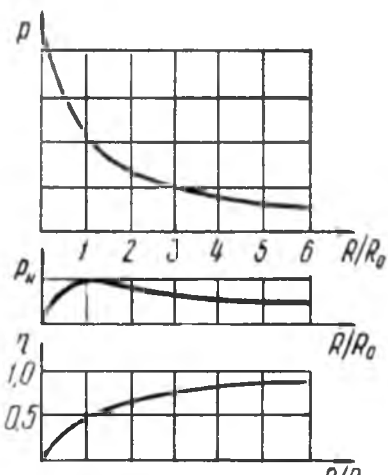
Қувватнинг қолган қисми эса ток манбаида (ва ток утказувчи симларда) сарфланиб, бекорга исроф булади.

Фойдали қувватнинг занжирдаги э. ю. к. нинг умумий қувватига нисбати ток манбаининг фойдали иш коэффициентини (ф. и. к.) курсатади:

$$\eta = \frac{P_н}{P} = \frac{R}{R_0 + R}. \qquad (37.5)$$

Бу формуладан нагрузканинг R қаршилиги ток манбаининг R_0 қаршилигидан қанча катта булса, η ф. и. к.нинг шунча катта булиши келиб чиқади. Шунинг учун манбанинг қаршилигини иложи борича кичик қилишга ҳаракат қилинади.

Берилган ток манбаининг қуввати нагрузканинг R қаршилигига боғлиқ. У қисқа туташувда ($R = 0$) максимал булади, аммо бу ҳолда барча қувват манбаининг ўзида ажралиб чиқади ва бутунлай бефойда булади. R қаршилик ортиши билан тула қувват камайиб боради ва $R \to \infty$ булганда нолга интилади.



62- расм.

Ток манбаидан ажралиб чиқувчи фойдали қувватнинг қиймати энг катта булганда R ва R_0 лар орасидаги муносабатни топамиз. Бунинг учун $P_н$ нинг (37.4) формуласини $\mathcal{E}$ буйича дифференциаллаймиз ва ҳосилани нолга тенглаштирамиз:

$$\frac{dP_н}{dR} = \mathcal{E}^2 \cdot \frac{R_0 - R}{(R_0 + R)^3} = 0.$$

Бундан $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0$ бўлганда $P_н$ максимумга эга булишини топамиз (бошқа ечими: $\mathcal{E} = \infty$ булганда $P_н$ минимум булади) Демак, берилган э. ю. к. дан энг куп фойдали қувват олиш учун нагрузканинг қаршилигини ток манбаининг қаршилигига тенг қилиб олиш керак. Бу ҳолда (37.5) формулага асосан ф. и. к. 0,5 ни ташкил этади.

62- расмда P, $P_н$ ва η ларнинг $\mathcal{E}/\mathcal{E}_0$ нисбатга боғланиш эгри чизиқлари келтирилган.

VI БОБ

ВАКУУМДА МАГНИТ МАЙДОНИ

38-§. Токларнинг ўзаро таъсири

Электр токлари бир-бири билан ўзаро таъсирлашади. Масалан, ток ўтаётган икки ингичка тўғри чизиқли ўтказгич (уларни биз тўғри токлар деб атаймиз), агар ток уларда бир томонга оқса, бир-бирини тортади, агар қарама-қарши томонга оқса, бир-бирини итаради. Тажриба кўрсатадики, параллел ўтказгичларнинг ҳар бирининг бирлик узунлигига тўғри келувчи ўзаро таъсир кучи улардаги i_1 ва i_2 токларга тўғри пропорционал ва улар орасидаги b масофага тескари пропорционал:

$$f_1 = k\frac{2i_1i_2}{b}. \tag{38.1}$$

Кейинроқ ойдинлашадиган мулоҳазаларга асосланиб, биз пропорционаллик коэффициентини $2k$ орқали белгиладик.

Токларнинг ўзаро таъсир қонуни 1820 йилда Ампер томонидан аниқланган эди. Биз бу қонуннинг исталган шаклдаги ўтказгичлар учун қўллаш мумкин бўлган умумий ифодаси билан 46-§ да танишамиз. Ток кучининг СИ ва абсолют электромагнит (СГСМ система) бирликлар системасидаги бирлиги (38.1) қонунга асосан топилади. Ток кучининг СИ системадаги бирлиги—ампер—ўзгармайдиган ток кучи сифатида аниқланади. Бу ток вакуумда бир-биридан 1 *м* масофада жойлашган, жуда кичик кўндаланг кесим юзига ва чексиз узунликка эга бўлган параллел тўғри чизиқли ўтказгичлардан оқиб, улар орасида узунликнинг ҳар бир метрига $2\cdot10^{-7}$ *н* га тенг бўлган куч ҳосил қилади.

Кулон 1 *а* ток ўтаётган ўтказгичнинг кўндаланг кесимидан 1 *сек* да оқиб ўтувчи зарядни кўрсатади. Шунга асосан кулонни ампер-секунд (*а·сек*) деб ҳам атайдилар.

(38.1) формула рационаллаштирилган кўринишда қуйидагича ёзилади:

$$f_1 = \frac{\mu}{4\pi}\frac{2i_1i_2}{b}, \tag{38.2}$$

бу ерда μ_0 — магнит доимийси деб аталади [ушбу формулани (4.1) формула билан таққосланг].

μ_0 нинг сон қийматини топиш учун ампернинг таърифига мувофиқ $i_1 = i_2 = 1\,a$ ва $b = 1$ *м* бўлганда $f_1 = 2 \cdot 10^{-7}$ *н/м* бўлишлигидан фойдаланамиз. Бу қийматларни (38.2) формулага қўямиз:

$$2 \cdot 10^{-7} = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{1}.$$

Бундан

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 2 \cdot 10^{-7}\ гн/м\,^{1)}. \qquad (38.3)$$

(38.1) формуладаги k коэффициентнинг қийматини ток кучи бирликларини танлаб олиш ҳисобига 1 га тенглаш мумкин. Ток кучининг абсолют электромагнит бирлиги (СГСМ ток кучи бирлиги) шундай аниқланади. Бу бирлик шундай токнинг куч бирлигики, бу ток ингичка тўғри симдан оқиб ўтаётиб, 1 *см* масофада жойлашган ўзига тенг ва параллел тўғри токнинг ҳар бир сантиметр узунлигига 2 *дина* куч билан таъсир этади.

СГСЭ бирликлар системасида k бирга тенг бўлмаган ўлчамли катталикдир. (38.1) формулага асосан k нинг ўлчамлиги қуйидагича топилади:

$$[k] = \frac{[f_1]\,[b]}{[i^2]} = \frac{[f]}{[i]^2}. \qquad (38.4)$$

Биз f_1 нинг ўлчамлиги узунлик ўлчамлигига бўлинган кучнинг ўлчамлигига тенг деб ҳисоблаганимиз учун, $f_1\,b$ кўпайтманинг ўлчамлиги кучнинг ўлчамлигига тенг бўлади. (3.1) ва (31.5) формулага асосан:

$$[f] = \frac{[q]^2}{L^2}; \quad [i] = \frac{[q]}{T}.$$

Бу қийматларни (38.4) ифодага қўйиб,

$$[k] = \frac{T^2}{L^2}$$

эканлигини топамиз.

Шундай қилиб, СГСЭ системада k ни

$$k = \frac{1}{c^2} \qquad (38.5)$$

кўринишда ифодалаш мумкин, бу ерда c — электродинамик доимий деб аталувчи катталик бўлиб, тезлик ўлчамлигига эга. Унинг сон қийматини топиш учун тажриба орқали аниқланган кулон билан СГСЭ заряд бирлиги орасидаги (3.2) муносабатдан фойдаланамиз. $2 \cdot 10^{-7}$ *н/м* куч $2 \cdot 10^{-4}$ *дина/см* га эквивалентдир. (38.1) формулага асосан $b = 100$ *см* бўлганда ҳар биридан $3 \cdot 10^9$ СГСЭ бирлик (яъни 1 *a*) ток ўтаётган ўтказгичлар шундай куч билан таъсирлашади. Демак:

$$2 \cdot 10^{-4} = \frac{1}{c^2}\,\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^9}{100},$$

бундан

$$c = 3 \cdot 10^{10}\ см/сек. \qquad (38.6)$$

Электродинамик доимийнинг қиймати ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлигининг қийматига мос келади. Максвелл назариясидан бўшлиқдаги тезлиги

---

1) Метрга генри (59-§ га қ.).

c электродинамик доимийга тенг бўлган электромагнит тўлқинларнинг мавжудлиги келиб чиқади. c нинг ёруғликнинг вакуумдаги тезлигига тенглиги Максвеллга ёруғлик электромагнит тўлқинлардан иборат деб тахмин этишга асос бўлди.

k нинг (38.1) формуладаги қиймати СГСМ-бирликлар системасида 1 га ва СГСЭ-бирликлар системасида $\frac{1}{c^2} = \frac{1}{(3 \cdot 10^{10})^2} \frac{сек^2}{см^2}$ га тенг. Бундан 1 СГСМ ток кучи бирлиги $3 \cdot 10^{10}$ СГСЭ-ток кучи бирлигига эквивалент эканлиги келиб чиқади:

1 СГСМ-ток кучи бирлиги $= 3 \cdot 10^{10}$ СГСЭ-ток кучи бирлиги $= 10\,a$ (38.7)

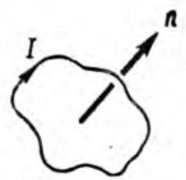
Шундай қилиб, $i_{сгсм} = \frac{1}{c} i_{сгсэ}$. Шунга ухшаш, $q_{сгсм} = \frac{1}{c} q_{сгсм}$. Шунинг учун Гаусс системасидаги магнит катталиклари билан бир қаторда ток кучи ёки заряд мавжуд бўлган барча формулаларга i ёки q нинг ҳар бири учун биттадан $\frac{1}{c}$ катталик киради. Бу кўпайтувчи СГСЭ-бирликлар системасида ифодаланган ҳар бир катталик (i ёки q) нинг қийматини СГСМ-бирликлар системасига айлантиради (СГСМ-бирликлар системаси шундай тузилганки, ундаги барча формулаларнинг пропорционаллик коэффициенти 1 га тенг)

39-§. Магнит майдони

Токларнинг ўзаро таъсири **магнит майдони** деб аталувчи майдон орқали амалга ошади. Бу ном 1920 йилда Эрстед пайқаганидек, ток ҳосил қилган майдоннинг магнит стрелкасига таъсиридан келиб чиққан.

Шундай қилиб, ҳаракатланувчи зарядлар (токлар) ўзларини ўраб олган фазонинг хусусиятини ўзгартиради, яъни унда магнит майдони ҳосил қилади. Бу майдон ўзида ҳаракатланувчи зарядлар (токлар) га кучлар таъсир қилишида намоён бўлади.

Электр майдонини ўрганишда нуқтавий синов зарядидан фойдаланганимиздек, магнит майдонини ўрганишда ҳам кичик ўлчамларга эга бўлган ясси ёпиқ контурдан оқувчи синов токи қўлланилади. Контурнинг фазодаги ҳолати контурга токнинг йўналишига боғлиқ бўлган ҳолда ўнг винт қоидаси бўйича ўтказилган нормаль йўналиши билан характерланади (63- расм). Бундай нормални биз мусбат нормаль деб атаймиз.



63- расм.

Биз синов контурини магнит майдонига киритганимизда майдоннинг контурга йўналтирувчи таъсир кўрсатиб, уни мусбат нормали билан маълум йўналишга буришини пайқаймиз. Бу йўналишни майдоннинг шу нуқтадаги йўналиши деб қабул қиламиз. Агар контурни нормаль йўналиши билан майдон йўналиши мос келмайдиган қилиб жойлаштирсак, контурни мувозанат ҳолатига қайтарувчи айланма момент ҳосил бўлади. Моментнинг катталиги нормаль билан майдон йўналиши орасидаги α бурчакка боғлиқ бўлиб, $\alpha = \frac{\pi}{2}$ бўлганда у ўзининг максимал M_{max} қийматига эришади ($\alpha = 0$ да момент нолга тенг).

Айлантирувчи момент берилган нуқтадаги майдон ҳамда контурнинг хусусиятларига боғлиқ. Бир нуқтанинг узига ҳар хил синов контурларини киритиб, M_{max} нинг катталиги контурдаги I ток кучига ва контурнинг S юзига пропорционал эканлигини ҳамда контурнинг шаклига мутлақо боғлиқ эмаслигини аниқлаймиз. Шундай қилиб, магнит майдонининг токли ясси контурга таъсири контурнинг магнит моменти деб аталувчи

$$p_m = IS, \tag{39.1}$$

ифода билан аниқланади (электр майдонида диполга таъсир этувчи айлантирувчи момент диполнинг электр моменти $p=ql$ га пропорционал булгани каби).

Гаусс системасида магнит моменти СГСМ-бирликлар системасида, ток кучи эса СГСЭ-бирликлар системасида ўлчаниши зарур. Шунинг учун Гаусс системасида p_m нинг ифодасига $\frac{1}{c}$ кўпайтувчи киритилади:

$$p_m = \frac{1}{c} IS. \tag{39.2}$$

Контур I ток кучи ва S юзадан ташқари, шунингдек, узининг фазодаги ҳолати билан ҳам характерланади. Шунинг учун моментни йуналиши мусбат нормаль йўналишига мос келадиган вектор сифатида қараш керак:

$$\mathbf{p}_m = p_m \mathbf{n}$$

($\mathbf{n}$ — бирлик вектор).

Майдоннинг берилган нуқтасида p_m нинг қийматлари билан бир-биридан фарқ қиладиган синов контурларига турли катталикдаги M_{max} айлантирувчи моментлар таъсир этади. Лекин M_{max}/p_m нисбат барча контурлар учун бир хил булганлигидан уни майдоннинг миқдорий характеристикаси деб қараш мумкин. Бу нисбат пропорционал бўлган физикавий B катталик магнит индукцияси деб аталади:

$$B \sim \frac{M_{max}}{p_m}. \tag{39.3}$$

Магнит индукцияси вектор катталик бўлиб, унинг йуналиши синов контурига ўтказилган нормалнинг йуналиши (биз бу йуналишни майдоннинг йуналиши деб қабул қилган эдик) билан аниқланади. (39.3) формула **B** векторнинг модулини ифодалайди.

B векторнинг майдонини магнит индукция чизиқлари ёрдамида **E** векторнинг майдонини ифодалашда қулланилган қоидалар буйича кўргазмали қилиб ифодалаш мумкин (7- § га қ.)

Айтилганлардан **E** электр майдонининг зарядга таъсир кучини характерлагани каби, **B** ҳам магнит майдонининг токка таъсир кучини характерлаши, яъни **B** нинг **E** га ухшаш эканлиги келиб чиқади.

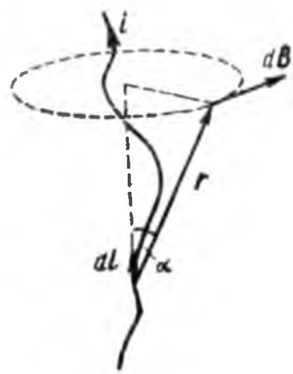
40- §. Био—Савар қонуни. Ҳаракатланувчи заряднинг майдони

1820 йилда Био ва Савар ҳар хил шаклдаги токларнинг магнит майдонларини ургандилар. Улар барча ҳолларда магнит индукцияси магнит майдонини ҳосил қилувчи токка пропорционал эканлигини ҳамда В аниқланган нуқгагача булган масофага бирор тарздаги (озроқ ёки купроқ) мураккабликда боғлиқ эканлигини аниқлади. Лаплас Био ва Савар тажрибаларининг натижаларини анализ қилиб, исталган токнинг магнит майдонини токнинг алоҳида элементар бўлакчалари ҳосил қилган майдонларнинг вектор йиғиндиси (суперпозицияси) сифатида ҳисоблаш мумкинлигини аниқлади.

Лаплас узунлиги dl булган ток элементи ҳосил қилган майдоннинг магнит индукцияси учун

$$d\mathbf{B} = k' \frac{i\,(d\mathbf{l}\,\mathbf{r})}{r^3} \quad ^{1)} \tag{40.1}$$

формулани аниқлади, бу ерда k' — улчов бирлигини танлашга боғлиқ булган пропорционаллик коэффициенти, i — ток кучи, $d\mathbf{l}$ — ток оқаётган томонга йўналган ва токнинг элементар булагига мос келувчи вектор (64- расм), $\mathbf{r}$ — ток элементидан $d\mathbf{B}$ аниқланаётган нуқтага йуналган вектор, r — шу векторнинг модули.



64- расм.

40.1) муносабат Био—Савар—Лаплас ёки қисқароқ Био—Савар номи билан юритилади.

$d\mathbf{B}$ вектор $d\mathbf{l}$ элементдан ва майдон ҳисобланаётган нуқтадан утувчи текисликка перпендикуляр йўналган. Бунда $d\mathbf{l}$ атрофида $d\mathbf{B}$ нинг йўналиши буйича айланиш $d\mathbf{l}$ билан унг винт қоидаси орқали богланган (64- расм). $d\mathbf{B}$ нинг модули учун қуйидаги ифодани ёзиш мумкин:

$$dB = k' \frac{idl \sin \alpha}{r^2}, \tag{40.2}$$

бу ерда α — $d\mathbf{l}$ ва $\mathbf{r}$ векторлар орасидаги бурчак.

Био—Савар қонуни рационаллашган шаклда қуйидагича ёзилади:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{idl \sin \alpha}{r^2}, \tag{40.3}$$

---

[1]) Бу бобда фақат вакуумдаги магнит майдони қаралаётганини эслатиб утамиз.

яъни $k' = \mu_0/(4\pi)$ деб қаралади. Магнит индукциясининг СИ системадаги бирлиги тесла (*тл*) деб аталади

СГСЭ ва СГСМ системаларида B нинг ўлчов бирлиги шундай танланадики, бунда Био—Савар қонунининг ифодасидаги k коэффициент 1 га тенг булади. Демак, бу системалардаги B нинг бирликлари орасида худди шундай системадаги ток бирликлари орасидаги муносабат мавжуд бўлади:

$$1 \text{ СГСМ } B \text{ бирлик} = 3 \cdot 10^{10} \text{ СГСЭ } B \text{ бирлик}. \qquad (40.4)$$

Магнит индукциясининг СГСМ бирлиги гаусс деб аталувчи махсус номга эга. Гаусс шундай абсолют бирликлар системасини таклиф қилдики, бу системада барча электр катталиклар (заряд, ток кучи ва ҳ. к.) СГСЭ-бирликлар системасида, магнит катталиклар (магнит моменти, магнит индукцияси ва ҳ. к.) эса СГСМ бирликлар системасида улчанади Гаусс системасида Био—Савар қонуни

$$dB = \frac{1}{c} \frac{i dl \sin\alpha}{r^2} \qquad (40.5)$$

куринишга эга ($1/c$ купайтма тугрисида 106- бетга қ.)

Биз биламизки, электр токи зарядларнинг тартибли ҳаракатидан иборат. Шундай қилиб, магнит майдонини ҳаракатланувчи зарядлар вужудга келтиради. (40.1) майдонни токнинг dl элементида ҳаракатланувчи барча зарядлар ҳосил қилади. Битта ҳаракатланаётган заряд вужудга келтирган майдоннинг магнит индукциясини топиш учун (40.1) ифодадаги i ток кучи урнига j ток зичлигининг утказгичнинг кундаланг S кесим юзига бўлган купайтмасини қуйиб ёзамиз. Ток зичлиги вектори $\mathbf{j}$ ва $d\mathbf{l}$ векторлар бир хил йуналишга эга. Шунинг учун

$$i d\mathbf{l} = S \mathbf{j} dl \qquad (40.6)$$

деб ёзиш мумкин.

Агар утказгичдаги барча заряд ташувчилар бир хил булиб, e' (e' — алгебраик катталик) зарядга эга булса, у ҳолда ток зичлиги векторини қуйидагича ёзиш мумкин [(31.4) га қ.].

$$\mathbf{j} = e' n \mathbf{u}, \qquad (40.7)$$

бу ерда n—бирлик ҳажмдаги заряд ташувчилар сони, $\mathbf{u}$ — заряд ташувчилар тартибли ҳаракатининг ўртача тезлиги. Ток ташувчилар мусбат булса, $\mathbf{j}$ ва $\mathbf{u}$ бир хил йуналишга эга булишини эслатиб ўтамиз. Агар ток ташувчилар манфий бўлса, $\mathbf{j}$ ва $\mathbf{u}$ қарама-қарши томонга йуналган булади.

(40.1) формулага $i d\mathbf{l}$ нинг (40.6) ифодасини қуйиб, ундаги $\mathbf{j}$ ни (40.7) га биноан алмаштирамиз (k' ни $\mu_0/4\pi$ га тенг деб қабул қиламиз). Натижада

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{S dl n e' [\mathbf{u}\mathbf{r}]}{r^3} \qquad (40.8)$$

ифодани ҳосил қиламиз. $Sdln$—утказгичнинг dl элементидаги заряд ташувчилар сони. (40.8) ифодани шу сонга булиб, $\mathbf{u}$ тезлик билан ҳаракатланувчи битта заряд вужудга келтирган майдоннинг магнит индукциясини топамиз.

Агар e' заряд $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракатланаётган булса, у ҳолда бу заряд урни ўзига нисбатан $\mathbf{r}$ радиус-вектор билан аниқланадиган нуқтада ҳосил қилган магнит майдонининг индукцияси:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e'[\mathbf{v}\,\mathbf{r}]}{r^3} \tag{40.9}$$

га тенг.

Гаусс системасида бу формула қуйидаги куринишга эга:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{e'[\mathbf{v}\,\mathbf{r}]}{r^3}. \tag{40.10}$$

Электромагнит тулқинларнинг фазода c ёруғлик тезлигига тенг бўлган чекли тезликда тарқалишини назарда тутиш зарур. Шунинг учун фазонинг берилган нуқтасидаги майдон заряднинг $\tau = r/c$ секунд олдин мавжуд бўлган ҳолатига (яъни урнига ва тезлигига) мос келади (r –заряд τ секунд олдин мавжуд булган нуқтадан $\mathbf{B}$ аниқланаётган нуқтагача булган масофа). Шундай қилиб, майдоннинг берилган нуқтадаги қиймати, шу майдонни вужудга келтираётган заряд нуқтадан қанча узоқда жойлашган бўлса, шунча камаяди деб айтиш уринлидир.

(40.9) ва (40.10) формулалар заряднинг τ вақтдаги силжиши (силжиш $v\tau$ га тенг) майдоннинг берилган нуқтасигача булган r масофага нисбатан ҳисобга олинмаган ҳолда, яъни $v\tau \ll r$ шарт бажарилган ҳолдагина туғри натижа беради. $v\tau \ll r$ тенгсизликни τ га булиб ҳамда r/τ нинг c га тенглигини эътиборга олиб, (40.9) ва (40.10) формулалар уринли буладиган

$$v \ll c \tag{40.11}$$

шартни ҳосил қиламиз.

41- §. Туғри ва айланма токларнинг майдонлари

Содда токларнинг майдонларини ҳисоблашда (40.3) формуладан фойдаланамиз. Чексиз узун туғри симдан оқаётган ток вужудга келтирган майдонни қараб чиқайлик (65- расм). Берилган нуқтадаги барча $d\mathbf{B}$ лар бир хил йўналишга (биз кўраётган ҳолда чизманинг орқа томонига йўналган) эга. Шунинг учун $d\mathbf{B}$ векторларнинг йиғиндисини уларнинг модулларининг йиғиндиси билан алмаштириш мумкин. Биз магнит индукциясини ҳисоблаётган нуқта утказгичдан b масофада жойлашган. 65- расмдан

$$r = \frac{b}{\sin\alpha}, \qquad dl = \frac{r\,d\alpha}{\sin\alpha} = \frac{b\,d\alpha}{\sin^2\alpha}$$

эканлиги куриниб турибди.

Бу қийматларни (40.3) формулага қуямиз:

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I\,b\,d\alpha \sin\alpha \cdot \sin^2\alpha}{b^2 \cdot \sin^2\alpha} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I}{b} \sin\alpha\, d\alpha.$$

Чексиз узун тўғри токнинг барча элементлари учун α бурчак 0 билан π орасида ўзгаради. Демак,

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{b}\int_0^{\pi} \sin\alpha\, d\alpha = \mu_0 \frac{i}{2\pi b}.$$

Шундай қилиб, тўғри ток майдонининг магнит индукцияси

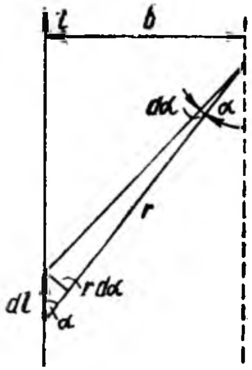
$$B = \mu_0 \frac{i}{2\pi b} \qquad (41.1)$$

формула билан аниқланади.

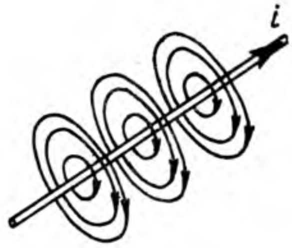
Гаусс системасида бу формула

$$B = \frac{1}{c}\frac{2i}{b} \qquad (41.2)$$

кўринишга эга.



65- расм.



66- расм.

Тўғри ток майдонининг магнит индукцияси чизиқлари симни ўраб олган концентрик айланалар системасидан иборат (66-расм).

(41.1) формуладан 1 *а* ток ўтаётган тўғри симнинг $b = \frac{1}{2\pi}$ *м* масофадаги магнит индукцияси сон жиҳатдан μ_0 магнит доимийсига тенглиги келиб чиқади. μ_0 нинг (38.3) қийматини ҳисобга олсак, биз қараётган ҳол учун $B = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *тл* бўлади. Худди шу ҳол учун B нинг Гаусс системасидаги қийматини ҳосил қилишда (41.2) ифодага $c = 10^{10}$ *см/сек*, $i = 3 \cdot 10^9$ СГСЭ-ток кучи бирлиги (31.6 га қ.) $b = (100/2\pi)$ *см* қийматларни қўямиз:

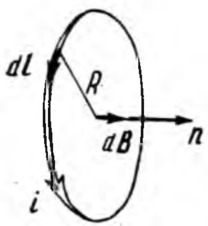
$$B = \frac{1}{c}\frac{2i}{b} = \frac{1}{3 \cdot 10^{10}}\frac{2 \cdot 3 \cdot 10^9}{(100/2\pi)} = 4\pi \cdot 10^{-3} \text{ гс}.$$

Шундай қилиб, $4\pi \cdot 10^{-7}$ *тл* магнит индукцияси $4\pi \cdot 10^{-3}$ *гс* магнит индукциясига эквивалент экан. Бундан

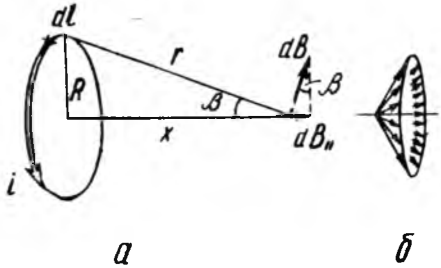
$$1 \text{ тл} = 10^4 \text{ гс} \qquad (41.3)$$

эканлиги келиб чиқади.

R радиусли айлана шаклига эга бўлган ингичка симдан ўтаётган ток (айланма ток) нинг ҳосил қилган майдонини қараб чиқайлик. Айланма токнинг марказидаги магнит индукциясини топамиз (67- расм). Токнинг ҳар бир элементи марказда контурга ўтказилган мусбат нормаль бўйлаб йўналган индукция ҳосил қилади. Шунинг учун dB ларни вектор қўшиш уларнинг модулларини қўшиш каби бўлади. (40.3) формулага асосан



67- расм.



68- расм.

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{idl}{2R^2},$$

$(\alpha = \pi/2)$. Бу ифодани бутун контур бўйича интеграллласак:

$$B = \int dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{R^2}\int dl = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{i}{R^2}2\pi R = \mu_0\frac{i}{2R}.$$

Демак, айланма токнинг марказидаги магнит индукцияси

$$B = \mu_0\frac{i}{2R}. \qquad (41.4)$$

Энди айланма ток ўқининг контур ётган текисликдан x масофада жойлашган нуқтасидаги B ни топамиз (68- расм). dB векторлар $d\mathbf{l}$ ва $\mathbf{r}$ векторлар орқали ўтадиган текисликларга перпендикуляр. Бинобарин, улар симметрик конуссимон елпиғич ҳосил қиладилар (68- *б* расм). Симметрия мулоҳазаларига асосан натижавий $\mathbf{B}$ вектор ток ўқи бўйлаб йўналган деб айтиш мумкин. Ҳар бир $d\mathbf{B}$ ташкил этувчи вектор натижавий векторга модуль жиҳатдан $dB\sin\beta = dB\frac{R}{r}$ га тенг бўлган $d\mathbf{B}_\parallel$ дан иборат ўз ҳиссасини қўшади. $d\mathbf{l}$ ва $\mathbf{r}$ векторлар орасидаги α бурчак тўғри бўлгани учун

$$dB_\parallel = dB\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{idl}{r^2}\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{iRdl}{r^3}.$$

Бу ифодани бутун контур бўйича интеграллаб, r ни $\sqrt{R^2+x^2}$ ифода билан алмаштирсак:

$$B=\int dB_{\parallel}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{iR}{r^3}\int dl=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{iR}{r^3}2\pi R=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\pi R^2 i}{(R^2+x^2)^{3/2}} \quad (41.5)$$

ни ҳосил қиламиз. $x=0$ да бу формула айланма токнинг марказидаги магнит индукцияси учун ёзилган (41.4) формулага айланади.

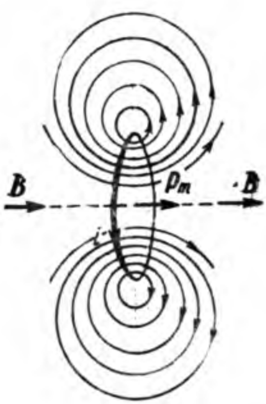
(41.5) муносабатнинг суратидаги $\pi R^2 i$ ифода контурнинг p_m магнит моментига тенг. Контурдан жуда узоқда жойлашган нуқталар учун махраждаги R^2 ни x^2 га нисбатан ҳисобга олмаса бўлади. Бу ҳолда (41.5) формула диполь ўқидаги электр майдони кучланганлиги учун ёзилган (6.2) ифодага ўхшаш

$$B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2p_m}{x^3}$$

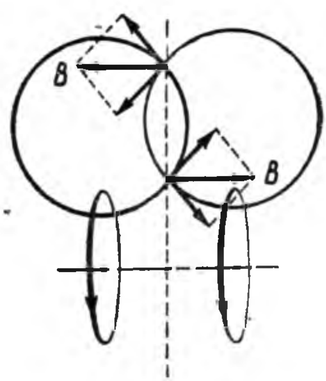
кўринишга эга бўлади. Айланма токнинг марказидаги $\mathbf{B}$ ва $\mathbf{p}_m$ контурга ўтказилган мусбат нормаль бўйича йўналганлигини ҳисобга олиб

$$\mathbf{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2\mathbf{p}_m}{x^3} \quad (41.6)$$

деб ёзишимиз мумкин.



69- расм.



70- расм.

69- расмда айланма токнинг магнит индукцияси чизиқлари тасвирланган. Бунда фақат токнинг ўқидан ўтган текисликларнинг бирида ётувчи чизиқларгина кўрсатилган. Бу текисликларнинг исталган бири учун шундай кўриниш ўринли бўлади.

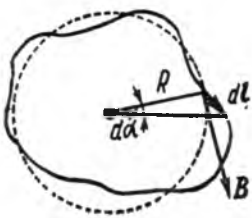
Умумий ўққа эга бўлган ва бирор текисликка нисбатан симметрик жойлашган иккита айланма ток шу текисликнинг ҳар бир нуқтасига перпендикуляр йўналган магнит индукцияси ҳосил қилиши 70- расмдан кўриниб турибди.

42- §. В векторнинг циркуляцияси. Соленоид ва тороиднинг майдони

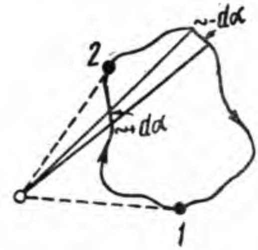
Тўғри токни ўраб олган контур оламиз ва шу контур учун **B** векторнинг циркуляциясини ҳисоблаймиз:

$$\oint B_l dl.$$

Аввал контур токнинг йўналишига тик бўлган текисликда ётган ҳолни қараб чиқамиз (71- расм, ток чизма текислигига пер-



71- расм.



72- расм

пендикуляр ва унинг орқа томонига йўналган). Контурнинг ҳар бир нуқтасида **B** вектор айлананинг шу нуқтасидан ўтувчи уринма бўйлаб йўналган. Векторларни скаляр кўпайтиришнинг маълум хусусиятидан фойдаланиб, $B_l dl$ ни $B dl_B$ билан алмаштириш мумкин; бу ерда $d\mathbf{l}_B$ — $d\mathbf{l}$ векторнинг **B** нинг йўналиши бўйлаб силжиш проекцияси. Лекин dl_B ни $Rd\alpha$ кўринишда ифодалаш мумкин, бу ерда R — тўғри токдан dl гача бўлган мғсофа. $d\alpha$ — радиал тўғри чизиқнинг контур бўйлаб dl га силжигандаги бурилиш бурчаги. Шунинг учун, B нинг (41.1) ифодасини ҳисобга олган ҳолда қуйидагини ёзиш мумкин:

$$B_l\, dl = B\, dl_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\, R d\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi}\, d\alpha.$$

Шундай қилиб, циркуляция учун

$$\oint B_l\, dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint d\alpha \qquad (42.1)$$

ифода ҳосил бўлади.

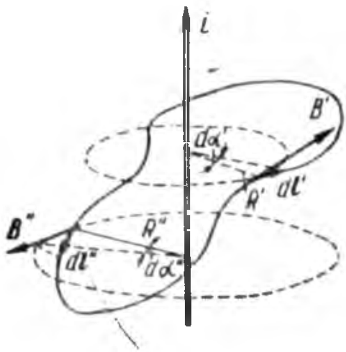
Радиал тўғри чизиқ токни ўраб олган контурни айланиб ўтишда ҳар доим бир томонга бурилганлиги учун $\oint d\alpha = 2\pi$ бўлади. Агар ток контур билан ўраб олинмаган бўлса, масала бошқача бўлади (72- расм). Бу ҳолда радиал чизиқ контурни айланиб ўтишда аввал бир йўналишда (1—2 қисм), сўнгра қарама-қарши йўналишда (2—1 қисм) бурилади. Натижада $\oint d\alpha$

нолга тенг бўлади. Бу натижани ҳисобга олиб қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\oint B_l dl = \mu_0 i, \qquad (42.2)$$

бу ерда i — контур ўраб олган ток. Агар контур токни ўраб олмаган булса, **B** векторнинг циркуляцияси нолга тенг булади.

Ихтиёрий шаклдаги контур учун воқеа биз юқорида қараб чиққан ҳолдан фарқ қилади (73- расм). Бунда радиал тўғри чизиқ контур бўйлаб ҳаракатланган, у фақат ток атрофида бурилибгина қолмасдан, балки контур буйлаб силжийди ҳам. Агар биз $d\alpha$ ни радиал чизиқнинг токка перпендикуляр текисликдаги проекцияси бурилган бурчак деб қарасак, у ҳолда юқорида олган натижаларимизнинг ҳаммаси уринли булади. Бу проекция айланиш бурчагининг йиғиндиси, агар контур токни ураган булса 2π га тенг, акс ҳолда эса нолга тенг булади. Демак, биз яна (42.2) формулага қайтиб келамиз. Бу формула тўғри ток учун ҳосил қилинган эди. Биз унинг ихтиёрий шаклга эга булган ўтказгичдан ўтаётган ток учун ҳам тўғрилигини курсатишимиз мумкин.



73- расм.

Агар контур бир неча токни ураб олган булса, **B** нинг циркуляцияси уларнинг алгебраик йиғиндисига тенг булади:

$$\oint B_l \, dl = \mu_0 \sum i. \qquad (42.3)$$

Токларнинг йиғиндисини ҳисоблашда токнинг йўналиши контурни айланиш йўналишига унг винт қоидаси бўйича боғланган булса, бу токни мусбат, қарама-қарши йўналишдаги токни эса манфий дейилади.

(42.3) ифода фақат вакуумдаги майдон учун уринли. Моддадаги майдон учун (42.3) формулада симлар буйича оқувчи токлар (макро токлар) билан бир қаторда молекуляр токларни (44- §) ҳам ҳисобга олиш зарур.

(31.3) муносабатдан фойдаланиб,

$$\oint B_l \, dl = \mu_0 \int i_n dS, \qquad (42.4)$$

ифодани ёзиш мумкин, бу ерда S — берилган контурга ёндошган ихтиёрий сирт.

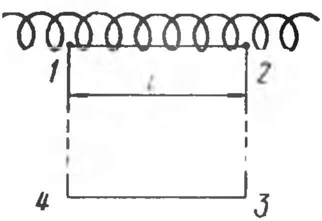
Гаусс системасида (42.3) формула

$$\oint B_l\,dl = \frac{4\pi}{c}\sum I \qquad (42.5)$$

куринишга эга бўлади.

E ва **B** катталиклар тегишли майдонларнинг асосий куч характеристикалари ҳисобланади. **E** ва **B** ларнинг циркуляциялари учун ёзилган (9.2) ва (42.3) ифодаларни бир-бири билан таққослаш, бу майдонлар орасида принципиал фарқ бор деб хулоса қилишга имкон беради. Электростатик майдон кучланганлигининг циркуляцияси ҳар доим нолга тенг. Демак, электростатик майдон потенциал майдон булиб, уни φ потенциал орқали характерлаш мумкин. Агар циркуляция олинаётган контур токни ураб олган булса, магнит индукциясининг циркуляцияси нолдан фарқли булади. Бундай хусусиятга эга булган майдонлар у ю р м а в и й (ёки с о л е н о и д а л) майдонлар деб аталади. Магнит майдони учун магнит индукцияси билан (11.7) формулага ўхшаш муносабатда боғланган потенциални ёзиш мумкин эмас. Бу потенциал бир қийматли була олмайди, чунки у токни ўраб олган контурни ҳар бир айланиб чиқишда ва дастлабки нуқтага қайтиб келишда $\mu_0 I$ га тенг орттирма олади.

Электростатик майдоннинг кучланганлик чизиқлари зарядлардан бошланиб, зарядларда тугайди. Тажриба курсатадики, бунга қарама-қарши уларок магнит индукцияси чизиқлари ҳар доим ёпиқ булади (66-, 69- ва 75- расмларга қ.). Бу эса табиатда магнит зарядларининг мавжуд эмаслигини курсатади.



74- расм

(42.3) формулани чексиз узун соленоид майдонининг магнит индукциясини ҳисоблашга тадбиқ этиш мумкин. Соленоид (74- расм) цилиндрик каркасга зич қилиб ўралган ингичка симдан иборат. Соленоид узи ҳосил қилган майдони жиҳатидан умумий уққа эга булган айланма токлар системасига эквивалент. Чексиз узун соленоид узининг ўқига перпендикуляр булган ҳар қандай текисликка нисбатан симметрик. Шундай текисликка нисбатан симметрик қилиб олинган жуфт урам магнит индукцияси текисликка перпендикуляр булган майдон ҳосил қилади (70- расмга қ.) Демак, соленоиднинг ичи ва ташқарисидаги исталган нуқтадаги **B** векторнинг йуналиши соленоид ўқига параллел булади.

Туғри бурчакли *1—2—3—4* (74- расм) контур олайлик. **B** нинг шу контур буйича циркуляциясини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\oint B_l dl = \int_1^2 B_l\,dl + \int_2^3 B_l\,dl + \int_3^4 B_l\,dl + \int_4^1 B_l\,dl.$$

Ўнг томондаги турт интегралдан иккинчиси ва тўртинчиси нолга тенг, чунки **B** вектор контурнинг интеграл олинаётган қисмларига перпендикулярдир. 3—4 қисмни соленоид ўқидан жуда узоқ масофада олиб (бу ерда майдон жуда кучсиз бўлиши аниқ), учинчи қушилувчини ҳисобга олмаслик мумкин. Демак, таъкидлаш мумкинки:

$$\oint B_l\, dl = \int_1^2 B_l\, dl = Bl,$$

бу ерда B — $1—2$ қисм жойлашган нуқтадаги майдоннинг магнит индукцияси, l — шу қисмнинг узунлиги.

Агар $1—2$ қисм соленоид ичида унинг ўқидан исталган масофада жойлашган булса, контур nli йиғинди токни ўраб олади бу ерда n— соленоиднинг бирлик узунлигига тўғри келувчи ўрамлар сони, i — соленоиддаги ток кучи. Шунинг учун (42.3) га мувофиқ

$$\oint B_l dl = Bl = \mu_0 nli,$$

бунда

$$B = \mu_0 ni. \tag{42.6}$$

Гаусс системасида бу формула қуйидаги кўринишга эга:

$$B = \frac{4\pi}{c} ni. \tag{42.7}$$

Олган натижамиз $1—2$ қисмнинг соленоид ўқидан (соленоид ичида) қанча масофада жойлашганлигига боғлиқ эмаслигини қайд қилиб ўтамиз. Агар бу қисм соленоиддан ташқарида жойлашган булса, контур ўраб олган ток нолга тенг булади, бунинг натижасида

$$\oint B_l\, dl = Bl = 0,$$

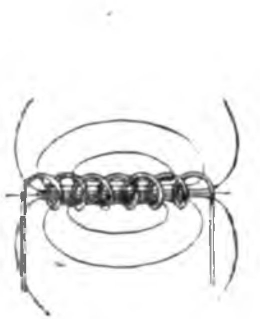
бундан $B = 0$. Шундай қилиб, чексиз узун соленоиднинг ташқарисида магнит индукцияси нолга тенг, ичида эса ҳамма жойда бир хил ва (42.6) формула билан аниқланадиган катталикка эга Шу сабабдан, электр тўғрисидаги таълимотда ясси конденсатор қандай роль уйнаса, магнетизм тўғрисидаги таълимотда чексиз узун соленоид ҳам шундай роль уйнайди. Иккала ҳолда ҳам майдон бир жинсли булиб, бутунлай конденсатор ичига (электр майдони) ва соленоид ичига (магнит майдони) тўпланган булади.

ni купайтма метрдаги ампер-ўрамлар сони деб аталади. 1 метрда $n = 1000$ ўрам бўлиб, ток кучи 1 a булса, соленоид ичидаги магнит индукцияси $4\pi \cdot 10^{-4}$ *тл* $= 4\pi$ *гс* га тенг булади. [(41.3) га қ]. 70-расмдаги икки айланма ток натижавий майдонга тенг ҳисса қушгани каби, чексиз узун соленоиднинг иккала ярми ҳам (42.6) майдонни ҳосил қилишда тенг ҳисса қушади. Шунинг учун, агар соленоиднинг ярми олиб ташланса, у ҳолда қолган „ярим чексиз“ соленоиднинг учидаги магнит индукцияси (42.6) формуладан олинадиган қийматнинг ярмига тенг булади:

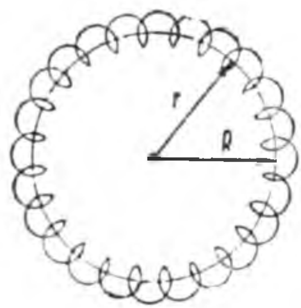
$$B = \frac{1}{2}\mu_0 ni. \tag{42.8}$$

Амалда, агар соленоиднинг узунлиги унинг диаметридан анча катта булса, (42.6) формула соленоиднинг урта қисмидаги нуқталар учун, (42.8) формула эса унинг учларига яқин нуқталар учун уринли булади.

75- расмда чекли узунликка эга булган соленоид магнит индукцияси чизиқларининг тахминий манзараси курсатилган.



75- расм.



76- расм.

Тороид тор шаклига эга булган узакка (каркас) га зич ўралган ингичка симдан иборат (76- расм). У марказлари айлана буйлаб жойлашган айланма токлар системасига эквивалент. Маркази тороид маркази билан мос келувчи r радиусли айлана шаклидаги контур олайлик. Симметрия шартига кура **B** вектор ҳар бир нуқтада контурга утказилган уринма буйлаб йуналиши керак. Бинобарин:

$$\oint B_l\, dl = B \cdot 2\pi r,$$

бу ерда B — контур ўтувчи нуқталардаги магнит индукцияси.

Агар контур тороид ичидан утса, у $2\pi Rni$ токни ўраб олади (R — тороид радиуси, n — тороиднинг узунлик бирлигидаги ўрамлар сони). Бу ҳолда

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 2\pi Rni,$$

бундан

$$B = \mu_0 ni \frac{R}{r}. \tag{42.9}$$

Тороиднинг ташқарисидан ўтувчи контур токни ўрамайди ва шунинг учун $B\,2\pi r = 0$ бўлади. Шундай қилиб, тороиддан ташқарида магнит индукцияси нолга тенг бўлади.

Ўрам радиусидан жуда катта R радиусга эга бўлган тороид учун R/r нисбат тороид ичидаги барча нуқталар учун бирдан кам фарқ қилади ва (42.9) формула ўрнига чексиз узун соленоидникига ўхшаш

$$B = \mu_0 n i \tag{42.10}$$

формула ҳосил бўлади.

Бу ҳолда тороиднинг ҳар бир кесимидаги майдонни бир жинсли деб ҳисоблаш мумкин. Турли кесимларда майдон турли йўналишга эга, шунинг учун бутун тороид майдонининг бир жинслилиги ҳақида гапирганимизда **B** векторнинг модулини назарда тутамиз.

VII БОБ

МОДДАДАГИ МАГНИТ МАЙДОНИ

43-§. Моддадаги магнит майдони

Бундан олдинги бобда биз магнит майдонни ҳосил қилувчи токли ўтказгичлар вакуумда жойлашган деб фараз қилган эдик. Агар токли ўтказгичлар бирор муҳитда жойлашган бўлса, у ҳолда магнит майдони ўзгаради. Бунга сабаб шуки, ҳар қандай модда магнетикдир, яъни у магнит майдони таъсирида магнит моментга эга бўлади (магнитланади). Магнитланган модда токлар томонидан ҳосил бўлган магнит майдони $\mathbf{B}_0$ га қўшиладиган магнит майдони $\mathbf{B}'$ ни ҳосил қилади. Иккала майдон қўшилиб натижавий майдонни беради:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'. \qquad (43.1)$$

Магнетикдаги ҳақиқий (микроскопик) майдон молекулалар орасидаги масофада кучли ўзгаради. $\mathbf{B}$ вектори орқали ўртача (макроскопик) майдон тушунилади (16-§ га қаранг).

Ампер жисмларнинг магнитланишини тушунтириш учун моддаларнинг молекулаларида айланма токлар мавжуд деб қаради. Ҳар бир шундай ток магнит моментига эга ва атроф фазода магнит майдон ҳосил қилади. Ташқи майдон таъсири бўлмаганда молекуляр токлар тартибсиз ориентацияланган бўлади, натижада, уларнинг натижавий майдони нолга тенг бўлади. Ҳар бир молекуланинг магнит момент тартибсиз ориентацияланган бўлгани сабабли жисмнинг йиғинди моменти ҳам нолга тенг бўлади. Майдон таъсирида молекулалар моментларининг маълум бир йўналишда ориентацияланиши кўпроқ бўлади, бунинг натижасида магнетик магнитланади—унинг йиғинди магнит моменти нолдан фарқли бўлиб қолади. Бу ҳолда ҳар бир молекуляр токнинг магнит майдонлари бир-бирини сусайтирмайди ва $\mathbf{B}'$ майдон ҳосил бўлади.

Магнетикнинг магнитланишини бирлик ҳажмдаги магнит майдони моменти орқали характерлаш табиийдир. Бу миқдор $\mathbf{J}$ орқали белгиланади ва уни магнитланиш вектори деб юритилади. Агар магнетикнинг магнитланиши бир жинсли булмаса, берилган нуқтадаги магнитланиш вектори қуйидаги ифода орқали аниқланади:

$$\mathbf{J} = \frac{\sum_{\Delta V} \mathbf{p}_m}{\Delta V}, \tag{43.2}$$

бу ерда ΔV — қаралаётган нуқта атрофида олинган чексиз кичик ҳажм, $\mathbf{p}_m$ — алоҳида молекуланинг магнит моменти. Йиғинди ΔV — ҳажмда жойлашган барча молекулалар бўйича олинади ((15.1) формула билан солиштиринг).

44-§. Магнетиклардаги майдонни ифодалаш

Вектор $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}'$ нинг ихтиёрий ёпиқ сиртдан утувчи оқимини топайлик:

$$\Phi_B = \oint_S B_n dS = \oint_S (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}')_n dS = \int_S B_{0n} dS + \oint_S B'_n dS.$$

$\mathbf{B}_0$ векторининг (макроскопик токлар томонидан ҳосил булувчи майдонни характерловчи) чизиқлари ҳар доим ёпиқ эканлиги 42-§ да курсатилган эди. Бу $\mathbf{B}'$ вектор чизиқлари учун ҳам уз кучига эга. Шунинг учун, унгдаги ҳар иккала интеграллар нолга тенг ($\mathbf{B}_0$ ва $\mathbf{B}'$ чизиқлари ёпиқ сиртни жуфт марта кесиб утади, чизиқ сиртнинг ичига неча марта кирса, ундан шунча марта ташқарига чиқади). Демак,

$$\Phi_B = \int_S B_n dS = 0. \tag{44.1}$$

Бу формула $\mathbf{B}$ вектор учун Гаусс теоремасини ифодалайди: *исталган ёпиқ сирт орқали ўтувчи магнит индукция векторининг оқими нолга тенг.*

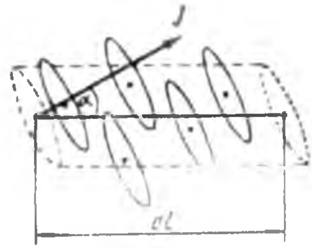
Энди $\mathbf{B}$ векторининг циркуляциясига мурожаат қилайлик, у таърифга биноан

$$\oint B_l \, dl = \oint (\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}')_l \, dl = \oint B_{0l} dl + \oint B_l' dl.$$

Бу формуланинг унг томонидаги $\mathbf{B}_0$ вектори циркуляциясини ифодаловчи интеграл, циркуляция олинувчи контур эгаллаган макроскопик i токларнинг алгебраик йиғиндисига тенглигини 42-§ да курсатилган эди. Шунингдек, $\mathbf{B}'$ векторнинг (иккинчи қушилувчи) циркуляцияси контур эгаллаган барча I_M молекуляр токларнинг йиғиндисига пропорционал булиши керак. Демак, натижавий майдон $\mathbf{B}$ векторининг циркуляцияси контур ураб олган барча токларнинг (ҳам макроскопик i, ҳам молекуляр I_M) йиғиндисига пропорционалдир:

$$\oint B_l \, dl = \mu_0 \sum i + \mu_0 \sum I_м. \tag{44.2}$$

Бу ерда диэлектрикдардаги электр майдонини [(16.2) формулага қаранг] кузатишдагиг ухшаш ҳолат юз беради; **B** ни аниқлаш учун фақат утказгичлардан утувчи токнигина эмас, балки молекуляр токларни ҳам билиш зарур. Бу қийинчиликдан қутулиш йўли ҳам 16-§ да фойдаланган йулга ўхшашдир. Ваҳоланки, вектор **B** билан оддий муносабат орқали боғланган ва фақат макроскопик токлар орқали аниқланган қушимча катталикни топиш мумкин экан.



77- расм.

Бу қўшимча катталикнинг кўринишини аниқлаш учун (44.2) да курсатилган молекуляр токларнинг йиғиндисини магнетикнинг магнитланиш вектори **J** [1]) орқали ифодалашга ҳаракат қиламиз. Бу йиғиндига фақат циркуляцияси ҳисобланаётган контурни кесиб утган молекуляр токлар кириши лозим. 77-расмдан кўриниб турубдики, магнитланиш йўналиши билан α бурчак ҳосил қилувчи контурнинг dl элементини марказлари оғма цилиндр ҳажми $S_M \cos\alpha dl$ (S_M — алоҳида молекуляр ток ураб олган контурдир) да ётувчи молекуляр токлар кесиб утади. Агар n — бирлик ҳажмдаги молекулалар сони булса, у ҳолда dl элементидаги йиғинди ток $I_M S_M \cos\alpha dl$ га тенг булади $I_M S_M$ купайтма алоҳида молекуляр токнинг магнит моменти P_m га тенг. Демак, $I_M S_M \cdot n$ ифода бирлик ҳажм магнит моментидан иборат, яъни вектор **J** нинг модулини беради, $I_M S_M \cdot n \cos\alpha$ эса вектор **J** нинг dl элемент йуналишига проекцияси J_l дан иборат. Шундай қилиб, dl элементни эгалловчи натижавий молекуляр ток $J_l dl$ га тенг, бутун контур томонидан эгалланган молекуляр токларнинг йиғиндиси эса:

$$\sum I_M = \oint J_l dl. \tag{44.3}$$

(44.2) ва (44.3) формулалардан молекуляр токлар йиғиндисини чиқариб, қуйидаги ифодани осон ҳосил қилиш мумкин:

$$\oint \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J}\right)_l dl = \sum I. \tag{44.4}$$

Интеграл остидаги қавс ичида турган ифода изланаётган қўшимча катталикдан иборат. Уни **H** ҳарфи билан белгиланади ва магнит майдон кучланганлиги деб юритилади.

---

[1]) Биз 16-§ да боғланган зарядлар йиғиндисини диэлектрикнинг қутбланиш вектори **P** орқали ифодалаган эдик.

Демак, магнит майдон кучланганлиги деб

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{J} \qquad (44.5)$$

ифода билан аниқланадиган физик катталикка айтилади. Бу катталикдан фойдаланиб (44.4) ифодани қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\oint H_l\, dl = \sum i. \qquad (44.6)$$

Агар макроскопик токлар фазода $\mathbf{j}$ зичлик билан тақсимданган булса, (44.6) формула қуйидаги куринишга эга булади:

$$\oint H_l\, dl = \oint_S j_n dS \qquad (44.7)$$

(S — циркуляцияси олинувчи контур томонидан эгалланган ихтиёрий сирт).

(44.6) ва (44.7) формулалар **H** векторининг циркуляцияси тўғрисидаги теоремани ифодалайди: *магнит майдон кучланганлиги векторининг циркуляцияси бу контур томонидан эгалланган макроскопик токларнинг алгебраик йиғиндисига тенг.*

Юқорида айтилганидек, магнит майдон кучланганлиги **H** электр силжиши **D** (электр индукцияси) нинг аналогидан иборат. Даставвал, электр зарядига ўхшаш табиий магнит массалари бўлади деб фараз қилинар эди ва магнетизм туғрисидаги таълимот электр туғрисидаги таълимот асосида олиб борилар эди. Ўша даврларда **B** учун „магнит индукцияси", **H** учун „магнит кучланганлиги" номлари киритилган эди. Кейинчалик аниқланишича, табиатда магнит массалари мавжуд эмас, магнит индукцияси деб аталган катталик аслида электр силжиши **D** га мос булмай, электр майдони **E** га мос келар экан (шунга ухшаш **H** **E** га эмас, балки **D** га мос келар экан). Аммо, турғунлашиб қолган терминларни ўзгартириб утиришмади, ҳатто электр ва магнит майдонларининг ҳар хил табиатга эга эканлигига қарамасдан (электростатик майдон—потенциал, магнит майдони эса соленоидалдир), **B** ва D катталиклар уз куринишларида катта ухшашликларга эга (масалан **D** нинг чизиқлари **B** нинг чизиқлариники каби икки муҳит чегарасида узилишга эга булмай узлуксиздир).

Вакуумда $\mathbf{J} = 0$, шунинг учун **H** $\mathbf{B}/\mu_0$ га айланади ҳамда (44.6) ва (44.7) формулалар (42.3) ва (42.4) формулаларга утади. (41.1) формуладан куринадики, вакуумдаги туғри токнинг майдон кучланганлиги

$$H = \frac{i}{2\pi b} \qquad (44.8)$$

ифода орқали аниқланади, ундан магнит майдон кучланганлигининг улчамлиги, ток кучи улчамлигининг узунлик улчамлигига бўлинганидан иборат эканлиги келиб чиқади. Бунга асосан СИ да магнит майдони бирлиги метрга ампер ($a/м$) (44.8) формулага асосан 1 ампер ток утаётган тўғри утказгичдан (симдан) $b = \frac{1}{2\pi}$ $м$ масофадаги магнит майдон кучланганлиги 1 $a/м$ га тенг. Бу ҳолда магнит индукцияси $4\pi 10^{-7}$ $тл$ (41-§ га қаранг) га тенглигини эслайлик.

Гаусс системасида магнит майдони кучланганлиги қуйидагича аниқланади:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{J}, \tag{44.9}$$

циркуляция ифодаси эса

$$\oint H_l\,dl = \frac{4\pi}{c}\sum i \tag{44.10}$$

кўринишга эга.

(44.9) дан вакуумда $\mathbf{H} = \mathbf{B}$ эканлиги келиб чиқади. Бунга асосан **H** нинг Гаусс системасидаги бирлиги э р с т е д д а н иборат булиб, магнит индукцияси — гаусс каби улчамликка эга. Аслида гаусс ва эрстед бир миқдор булиб, ҳар хил ном билан аталади. Агар бу бирлик билан **H** ни ўлчанса, уни эрстед ($э$) дейилади, **B** ни ўлчанаётган бўлса—гаусс дейилади.

Шундай қилиб, вакуумдаги тўғри ток учун **B** аниқланадиган (41.2) формула орқали **H** ҳам аниқланади, бунда эрстедларда ўлчанган H миқдор жиҳатидан гауссларда ўлчанган B га тенг. (41.3) муносабатни келтириб чиқаришдан олдинги ҳисобларга асосан кучи 1 a бўлган тўғри токдан $\frac{1}{2\pi}$ $м$ масофадаги H эса $4\pi\cdot 10^{-3}$ $э$ га тенг бўлади. Ўша кучланганлик СИ системасида 1 $a/м$ га тенг. Шундай қилиб:

$$\left.\begin{aligned} &1\ a/м = 4\pi\cdot 10^{-3} э \\ \text{ёки}\quad & \\ &1\ э = 79{,}6\ a/м\ (\approx 80\ a/м). \end{aligned}\right\} \tag{44.11}$$

Магнитланиш вектори **J** ни магнит индукцияси билан эмас, балки майдон кучланганлиги орқали боғлаш қабул қилинган. Тажриба курсатадики, **J** вектори магнетикнинг ўша нуқтасидаги **H** вектори билан қуйидаги муносабат орқали боғланган:

$$\mathbf{J} = \chi\mathbf{H}, \tag{44.12}$$

бу ерда χ — берилган магнетик учун характерли катталик булиб, м а г н и т қ а б у л қ и л у в ч а н л и г и[1]) дейилади. (44.5) га асосан **H** нинг ўлчамлиги **J** нинг улчамлилигига мос келади. Демак, χ улчамсиз катталик.

(44.5) формулага **J** нинг (44.12) дан ифодасини қуйиб,

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \chi\mathbf{H}$$

ни ҳосил қиламиз ва бундан

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0(1+\chi)}. \tag{44.13}$$

Ўлчамсиз катталик

$$\mu = 1 + \chi \tag{44.14}$$

---

[1]) Анизотроп муҳитда **J** ва **H** векторларнинг йўналишлари мос келмаслиги мумкин.

модданинг **нисбий магнит киритувчанлиги** ёки умуман **магнит киритувчанлиги**[1] дейилади.

Фақат мусбат қийматлар қабул қилувчи диэлектрик киритувчанлик $\varkappa$ (изотроп диэлектрикларда поляризация вектори **P** ҳар доим майдон **E** буйича йўналгандир) дан фарқли равишда магнит киритувчанлиги χ ҳам мусбат, ҳам манфий булиши мумкин. Шунинг учун магнит киритувчанлиги бирдан катта ёки кичик бўлиши мумкин.

(44.13) формулага (44.14) ни қуйиб, юқорида эслатилган **B** ва **H** векторлари орасидаги содда боғланишни ифодаловчи

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0\mu} \tag{44.15}$$

муносабатга келамиз.

Шундай қилиб, магнит майдон кучланганлиги **H** вектор катталик булиб **B** вектор йуналган томонга қараб йуналгандир, аммо модуль жиҳатидан $\mu_0\mu$ марта кичик (анизотроп муҳитларда **H** ва **B** векторлар йуналиш жиҳатидан мос келмасликлари мумкин)

J ва **H** векторларни боғловчи (44.12) муносабат Гаусс системада ҳам худди шундай куринишга эга. Бу ифодани (44.9) формулага қуйиб, қуйидагини оламиз:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\chi\mathbf{H},$$

бундан

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{1 + 4\pi\chi} \tag{44.16}$$

улчамсиз

$$\mu = 1 + 4\pi\chi \tag{44.17}$$

катталик модданинг **магнит киритувчанлиги** дейилади. Бу катталикни (44.16) формулага қуйиб,

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu} \tag{44.18}$$

ни ҳосил қиламиз.

Гаусс системасидаги μ СИ даги μ га мос келиши кўриниб турибди (44.14) ва (44.17) формулаларни солиштириб қаралса рационаллаштирилган системада магнит қабул қилувчанлик Гаусс системасидаги χ дан 4π марта катта:

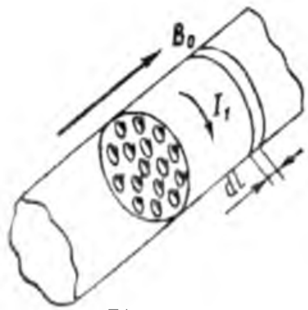
$$\chi_{СИ} = 4\pi\chi_{ГС} \tag{44.19}$$

Энди **H** ва μ катталикларнинг физикавий маъносини аниқлашга утамиз. Вектор B_0 ёки $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mu_0$ орқали ҳосил қилиш мумкин бўлган вакуумдаги бир жинсли магнит майдонни қараймиз. Вектор $\mathbf{H}_0$ ни, биз ташқи майдоннинг кучланганлиги деб атайлик. Бу майдонга жинсли магнетикдан иборат бўлган чексиз узун юмалоқ стержень киритайлик ва уни $\mathbf{B}_0$ йўналиши

---

[1]) Баъзан формулаларни соддалаштириш мақсадида абсолют магнит киритувчанлиги деб аталувчи $\mu_a = \mu_0\mu$ катталик киритилади. Аммо бу катталик физикавий маънога эга булмагани сабабли биз ундан фойдаланмаймиз.

бўйича жойлаштирайлик (78- расм). Майдон таъсирида молекуляр токларнинг магнит моментлари стержень буйлаб жойлашади, бунинг натижасида моментлар жойлашган текислик стержень ўқига перпендикуляр бўлиб қолади. Ихтиёрий олинган стерженнинг кундаланг кесимида ётувчи молекуляр токларни қараб чиқайлик. Стержень ичидаги ҳар бир нуқтадан оқувчи қушни токлар бир-бирига қарама-қарши томонга қараб йуналган бўлгани учун уларнинг умумий таъсири нолга тенг булади. Фақат стерженнинг сиртига ёндошувчи токларгина бир-бирини сусайтирмайди. Шундай қилиб, молекуляр токларнинг натижавий таъсири стержень сирти буйлаб оқувчи макроскопик токнинг таъсирига тенг булади. Стерженнинг узунлик бирлигига туғри келувчи (токнинг чизиқли зичлиги) бу токнинг кучини I_1 орқали белгилаймиз. Бинобарин, чизиқли зичлиги I_1 булган ток айланиб утувчи цилиндр ампер-урамлар сони nl булган соленоидга эквивалентдир. Демак, барча молекуляр токлар вакуумда ампер-ўрамлар сони I_1 бўлган соленоид томонидан ҳосил қилинган майдонга баробар майдон ҳосил қилар экан. (42.6) формулага асосан бу майдоннинг магнит индукцияси қуйидагига тенг булади:



78- расм.

$$B' = \mu_0 I_1. \tag{44.20}$$

$\mathbf{B}'$ нинг йуналиши $\mathbf{B}_0$ йуналиши билан мос келишини кўриш қийин эмас. Стержендан ташқарида $\mathbf{B}'$ нолга тенг.

Стержендa унинг ўқига перпендикуляр ва қалинлиги dl булган қатламни фикран ажратиб оламиз. Бу қатламнинг ичидаги молекуляр токлар кучи $I_1 dl$ бўлган айланма токка эквивалентдир. (39.1) формулага асосан бу токнинг магнит моменти

$$dp_m = I_1 S dl$$

бўлади: бунда S — стерженнинг кундаланг кесим юзи. dp_m ни қатлам ҳажми $dV = Sdl$ га булиб, стерженнинг магнитланиши учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$J = I_1. \tag{44.21}$$

Шундай қилиб, стерженнинг магнитланиши токнинг чизиқли зичлигига мос келар экан.

(44.21) формулани ҳисобга олганда (44.20) қуйидаги куринишга эга бўлади:

$$\mathbf{B}' = \mu_0 \mathbf{J} \tag{44.22}$$

(биз $\mathbf{B}'$ ва $\mathbf{J}$ векторлар бир хил йуналишга эга эканлигидан фойдаландик).

Натижавий майдоннинг магнит индукцияси $\mathbf{B}'$ ва $\mathbf{B}_0$ векторларни қушиш орқали топилади:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}' = \mathbf{B}_0 + \mu_0\mathbf{J}.$$

Ниҳоят, $\mathbf{B}$ нинг бу қийматини (44.5) формулага қуйиб,

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mathbf{H}_0 \qquad (44.23)$$

ни ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, биз қараб чиққан ҳолда магнетикдаги магнит майдон кучланганлиги ташқи майдон магнит индукция векторининг μ_0 га булинганига мос келади, яъни ташқи майдон кучланганлигига тенг экан.

(44.15) формулага асосан $\mathbf{H}$ ни $\mu_0\mu$ га купайтиб, индукция $\mathbf{B}$ ни ҳосил қиламиз:

$$\mathbf{B} = \mu_0\mu\mathbf{H} = \mu_0\mu\frac{\mathbf{B}_0}{\mu_0} = \mu\mathbf{B}_0. \qquad (44.24)$$

Бундан, нисбий магнит киритувчанлик μ магнетикда майдоннинг неча марта ортишини кўрсатиши келиб чиқади [(16.18) билан солиштиринг].

Майдон $\mathbf{B}'$ стерженнинг ичидагина нолдан фарқли эканини, стерженнинг ташқарисидаги магнит майдон эса узгаришсиз қолишини қайд қилиб утамиз.

Биз ҳосил қилган натижа бир жинсли магнетик ташқи майдон кучланганлиги чизиқлари билан чегараланган сирт билан чегараланган ҳажмни тулдириб турган булсагина тўғри бўлади[1]).

Акс ҳолда (44.5) формула билан аниқланувчи майдон кучланганлиги $\mathbf{H}_0 = \mathbf{B}_0/\mu_0$ га мос келмайди.

Магнетикдаги майдон кучланганлигини

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 - \mathbf{H}_{\ominus}$$

деб шартли равишда қабул қилинади, бунда $\mathbf{H}_0$ ташқи майдон, $\mathbf{H}_{\ominus}$ — магнитсизлантирувчи майдондан иборат булиб, магнитланишга пропорционал деб қаралади:

$$\mathbf{H}_{\ominus} = N\mathbf{J}. \qquad (44.25)$$

Пропорционаллик коэффициенти N ни **магнитсизлантириш фактори** дейилади. У магнетик шаклига боғлиқ булади. Сирти ташқи майдон кучланганлик чизиқлари билан кесишмаган жисм учун, юқорида курганимиздек, $\mathbf{H} = \mathbf{H}_0$, яъни

---

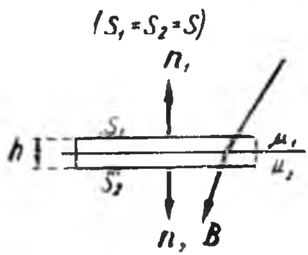
[1]) Электр майдони учун $\mathbf{D} = \mathbf{D}_0$ шарти эквипотенциал сиртлар, яъни ташқи майдон кучланганлик чизиқларига ортогонал бўлган сиртлар билан чегараланган ҳажмни тулдирувчи бир жинсли диэлектрик учун бажарилишини эслатиб ўтайлик.

магнитсизлантириш фактори нолга тенг. Ташқи майдонга тик бўлган юпқа диск учун $N=1$, шар учун эса $N=1/3$.

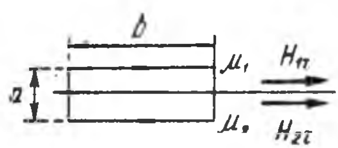
Ҳисоблашлар эллипсоид шаклидаги бир жинсли магнетикни бир жинсли магнит майдонига киритилганда, ундаги магнит майдони нолдан фарқли булса, ҳам, у бир жинсли булишини курсатади. Бу ҳолат эллипсоиднинг хусусий ҳоли булган шар учун, шу билан бирга эллипсоиднинг чегаравий ҳоли бўлган диск ва узун стержень учун ҳам тўгридир.

45- §. Магнит индукция чизиқларининг синиши

Ҳар хил μ га эга булган иккита бир жинсли изотроп магнетиклар чегарасида қандай ҳодиса руй беришини аниқлайлик. S_1 ва S_2 асосларига чегара сиртнинг икки томонида жойлашган баландлиги h булган цилиндрни тасаввур қилайлик (79-расм). Бу цилиндр учун Гаусс теоремаси (44.1) ни татбиқ этамиз. Агар h ни нолга интилтирсак, ён сиртдан утувчи оқимни ҳисобга олмасак ҳам булади. Цилиндрнинг юқори асосидан утувчи оким $B_{1n}S_1$



79- расм



80- расм.

га тенг, бунда B_{1n} вектор **B** нинг биринчи магнетик чегараси яқинидаги нормал ташкил этувчисидан иборат. Шунга ухшаш пастки асосдан утувчи оким $B_{2n}S_2$ дан иборат, бунда B_{2n} — вектор **B** нинг иккинчи магнетик чегараси яқинидаги нормал ташкил этувчисидан иборат. Биз икки оқимни қушиб, тўла оқимни ҳосил қиламиз, у Гаусс теоремасига асосан нолга тенг булиши керак:

$$\Phi_B = B_{1n}S_1 + B_{2n}S_1 = (B_{1n} + B_{2n})S = 0.$$

Бундан $B_{1n} = -B_{2n}$ эканлиги келиб чиқади. Агар $\mathbf{B}_1$ ва $\mathbf{B}_2$ ларни бир нормалга проекциясини олсак:

$$B_{1n} = B_{2n} \tag{45.1}$$

эканлигини ҳосил қиламиз.

(44.15) га асосан **B** нинг ташкил этувчиларини вектор **H** нинг $\mu_0\mu$ га купайтирилган ташкил этувчилари билан алмаштириб,

$$\mu_0\mu_1 H_{1n} = \mu_0\mu_2 H_{2n}$$

ни ҳосил қиламиз, ундан қуйидаги келиб чиқади:

$$\frac{H_{1n}}{H_{2n}}=\frac{\mu_2}{\mu_1}. \tag{45.2}$$

Энди магнетиклар чегарасида тўғри бурчакли контур олиб (80- расм), унинг учун **H** нинг циркуляциясини ҳисоблайлик. Чегара сиртига перпендикуляр булган циркуляцияни ҳисобга олмаслик учун контур эни a ни жуда кичик қилиб оламиз. Бу ҳолда циркуляция ифодаси учун $b(H_{1\tau}-H_{2\tau})$ ни ҳосил қиламиз. Контур макроскопик токларни уз ичига олмагани сабабли циркуляция нолга тенг булиши керак [(44.6) га қаранг], бундан

$$H_{1\tau}=H_{2\tau} \tag{45.3}$$

эканлиги келиб чиқади.

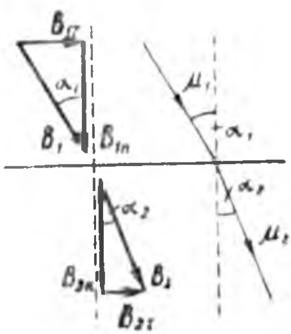
(44.15) ифодага асосан **H** нинг ташкил этувчиларини $\mu_0\mu$ га булинган **B** векторининг ташкил этувчилари билан алмаштириб, қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$\frac{B_{1\tau}}{\mu_0\mu_1}=\frac{B_{2\tau}}{\mu_0\mu_2},$$

бундан

$$\frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}}=\frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Хулоса қилиб айтиш мумкинки, вектор **B** нинг нормал ташкил этувчиси ва **H** нинг тангенциал ташкил этувчиси икки магнетик чегарасидан утганда узлуксиз узгарар экан. **B** векторнинг тангенциал ташкил этувчиси ва **H** векторнинг нормал ташкил этувчилари чегарадан утганда узилишга эга булади. Шундай қилиб, икки муҳит чегарасидан утганда **B** вектор ўзини **D** вектор каби тутса, **H** вектор эса **E** каби тутар экан [(45.1)—(45.4) формулаларни (17.1)—(17.4) формулалар билан солиштиринг].



81- расм.

81- расмда **B** вектор чизиқларининг икки магнетик чегарасидан утгандаги ҳолати кўрсатилган. **B** нинг чизиқлари билан сирт чегарасига ўтказилган нормал орасидаги бурчакларни α_1 ва α_2 деб олайлик. Бу бурчаклар тангенсларининг нисбати

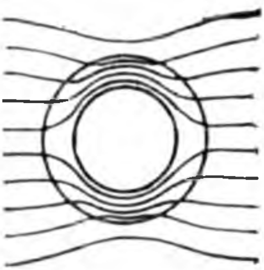
$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=\frac{B_{1\tau}/B_{1n}}{B_{2\tau}/B_{2n}}$$

га тенг бўлиб, бундан (45.1) ва (45.4) ларни ҳисобга олганда магнит индукцияси чизиқларининг (17.5) га ухшаш синиш қонуни ҳосил булади:

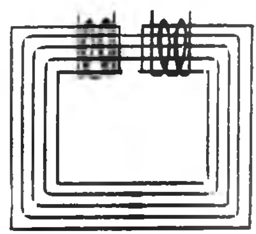
$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}=\frac{\mu_1}{\mu_2}. \tag{45.5}$$

Магнит индукция чизиқлари μ си катта булган магнетикка ўтганда, нормалдан сиртга қараб оғади. Куриш мумкинки, бу чизиқларнинг зичлашишига олиб келади. Катта магнит киритувчанликка эга булган моддаларда **B** чизиқларининг зичлашиши, магнит дасталарини ҳосил қилишга имкон беради,яъни уларга керакли шакл ва йуналиш бериш мумкин. Хусусан, маълум ҳажмда магнитдан иҳоталаш мақсадида уни темир экранга уралади. 82- расмдан куриниб турибдики, экран қалинлиги ичида магнит индукция чизиқларининг қалинлашиши унинг ичидаги майдоннинг сусайишига олиб келади.

83- расмда лабораторияларда ишлатиладиган электромагнит курсатилган. У ток билан таъминланувчи ғалтак ва унга кийдирилган темир узакдан иборат. Магнит индукция чизиқлари



82- расм.



83- расм.

асосан ўзак ичида мужассамлашган бўлар экан. Улар фақат μ_{ci} кичик бўлган юпқа ҳаво оралиғи булган муҳитдан утади. **B** вектор ҳаво оралиғи билан узак чегараси орасидаги сиртга тик йўналишда кесиб утади. Бундан (45.1) га асосан ҳаво оралиғидаги ва ўзакдаги магнит индукцияси катталиги жиҳатдан бир хил булар экан. Ўзак ўқидан утувчи контурга **H** векторнинг циркуляцияси ҳақидаги теоремани татбиқ этайлик. Темир ичидаги майдон кучланганлиги бир хил ва $H_{\text{темир}} = B/\mu_0 \cdot \mu_{\text{темир}}$ га тенг деб катта аниқлик билан айтиш мумкин. Ҳаводa $H_{\text{ҳаво}} = B/\mu_0 \mu_{\text{ҳаво}}$. Контурнинг темирдаги қисмининг узунлиги $l_{\text{темир}}$ тирқишдагисини $l_{\text{ҳаво}}$ орқали белгилаймиз. Бу ҳолда циркуляцияни қуйидагича ёзиш мумкин: $H_{\text{темир}} l_{\text{темир}} + H_{\text{ҳаво}} l_{\text{ҳаво}}$ (44.6) га асосан бу циркуляция Ni га тенг булиши керак, бунда N — электромагнит ғалтакларининг урамлар сони, i—ток кучи. Шундай қилиб,

$$\frac{B}{\mu_0 \mu_{\text{темир}}} l_{\text{темир}} + \frac{B}{\mu_0 \mu_{\text{ҳаво}}} l_{\text{ҳаво}} = Ni,$$

бундаги

$$B = \mu_0 I \frac{N}{\frac{l_{\text{ҳаво}}}{\mu_{\text{ҳаво}}} + \frac{l_{\text{темир}}}{\mu_{\text{темир}}}} \approx \mu_0 I \frac{N}{l_{\text{ҳаво}} + \frac{l_{\text{темир}}}{\mu_{\text{темир}}}}$$

($\mu_{\text{ҳаво}}$ бирдан вергулдан кейинги бешинчи қиймат билан фарқ қилади).

Одагда $l_{\text{ҳаво}}$ 10 *см* = 0,1 *м*, $l_{\text{темир}}$ тахминан 1 *м* булади, $\mu_{\text{темир}}$ эса бир неча мингга тенг булади (186- бетдаги жадвалга қаранг). Шунинг учун махраждаги иккинчи қўшилувчини ҳисобга олмасак бўлади ва

$$B = \mu_0 I \frac{N}{l_{\text{ҳаво}}}. \tag{45.6}$$

Демак, электромагнит тирқишидаги магнит индукцияси узунлик бирлигига $N/l_{\text{ҳаво}}$ урам сони ўралган узаксиз тороид ичида ҳосил бўлувчи майдонга тенг бўлар экан [(42.10) га қаранг]. Умумий ўрамлар сонини орттира бориб, ҳаво оралиғи улчамларини камайтира бориб катта қийматли **B** га эга булган майдон ҳосил қилиш мумкин. Амалда темир узакли электромагнитлар ёрдамида $B \sim 1$ *тл* (10000 *гс*) га тенг булган майдон олиш мумкин.

VIII БОБ

МАГНИТ МАЙДОНИНИНГ ТОКЛАРГА ВА ЗАРЯДЛАРГА ТАЪСИРИ

46- §. Магнит майдонидаги токка таъсир этувчи куч. Ампер қонуни

Ампер томонидан аниқланган қонунга асосан магнит майдонида ток элементи $d\mathbf{l}$ га таъсир этувчи куч

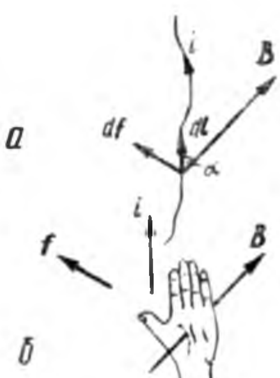
$$d\mathbf{f} = ki\,[d\mathbf{l}\,\mathbf{B}] \tag{46.1}$$

(k — пропорционаллик коэффициенти, i — ток кучи, $\mathbf{B}$ — $d\mathbf{l}$ элемент жойлашган нуқтадаги магнит индукцияси).

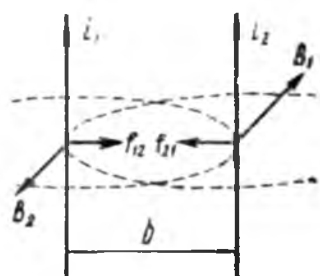
Бу кучнинг катталигини (46.1) га асосан қуйидагича ҳисобланади:

$$df = ki\,Bdl\sin\alpha, \tag{46.2}$$

бунда α — $d\mathbf{l}$ ва $\mathbf{B}$ векторлари орасидаги бурчак (84- *а* расм). Бу куч $d\mathbf{l}$ ва $\mathbf{B}$ векторлар ётган текисликка перпендикуляр йўналгандир. Токка таъсир этувчи кучнинг йўналишини **чап қўл қоидасидан** фойдаланиб аниқлаш қулай. Агар чап



84- расм.



85- расм.

қўлнинг кафтига $\mathbf{B}$ вектори кирадиган қилиб қўйсак ва узатилган тўртта бармоқни ток йўналиши бўйича жойлаштирсак, у ҳолда очилган бош бармоқ кучнинг йўналишини кўрсатади (84- *б* расм).

Ампер қонунини вакуумда жойлашган иккита чексиз узун параллел тўғри токларнинг ўзаро таъсир кучини ҳисоблаш учун қўллаймиз. Агар токлар орасидаги масофа b га тенг бўлса (85- расм), у ҳолда i_2 токнинг ҳар бир элементи индукцияси $B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi b}$ |(41.1) формулага қаранг)| бўлган магнит майдонида бўлади. Вектор $\mathbf{B}_1$ ва ток элементи i_2 орасидаги α бурчак тўғри бурчакдан иборат. Демак, (46.2) га асосан i_2 токнинг узунлик бирлигига таъсир этувчи куч

$$f_{21} = ki_2B_1 = k\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{2i_1i_2}{b}. \qquad (46.3)$$

i_1 токнинг узунлик бирлигига таъсир этувчи куч f_{12} учун шунга ўхшаш ифода ҳосил бўлади. Чап қўл қоидасига асосан, токлар бир томонга қараб йўналганда бир-бирини тортишини, қарама-қарши йўналганда эса итаришини осонгина аниқлаш мумкин.

(46.3) ифода $k = 1$ бўлганда (38.2) формулага мос келади. Шунинг учун СИ системада Ампер қонуни

$$d\mathbf{f} = i\,[d\mathbf{l}\,\mathbf{B}] \qquad (46.4)$$

кўринишга эга бўлади.

Мос ҳолда

$$df = iBdl\sin\alpha. \qquad (46.5)$$

Гаусс системасида (46.1) формула

$$d\mathbf{f} = \frac{1}{c}\,i\,[d\mathbf{l}\,\mathbf{B}] \qquad (46.6)$$

кўринишга эга бўлади (38- § даги эслатмага қаранг).

Гаусс системасида вакуумдаги магнит индукцияси **H** га мос келади, бунга асосан Ампер қонунини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$d\mathbf{f} = \frac{1}{c}\,i\,[d\mathbf{l},\,\mathbf{H}]. \qquad (46.7)$$

47- §. Лоренц кучи

Ток ўтаётган ўтказгич токсиз ўтказгичдан шу билан фарқ қиладики, унда заряд ташувчиларнинг тартибли ҳаракати содир бўлади. Бундан магнит майдондаги токли ўтказгичга таъсир этувчи куч ҳаракатланувчи алоҳида зарядларга таъсир этувчи кучлар таъсиридан иборат, бундан эса таъсир зарядлардан улар оқаётган ўтказгичга берилиши керак деган хулоса келиб чиқади. Бу хулоса бир қатор тажрибалар асосида тасдиқланади ва хусусан, эркин ҳаракатланувчи зарядланган зарралар дастаси, масалан, электронлар дастаси магнит майдони таъсирида оғади.

(46.4) формулага асосан магнит майдонидаги токнинг $d\mathbf{l}$ элементига таъсир этувчи куч

$$d\mathbf{f} = i\,[d\mathbf{l}\mathbf{B}]. \qquad (47.1)$$

Ампер қонунидаги $i\,d\mathbf{l}$ ни $Sj\,dl$ билан алмаштириб [(40.6) формулага қаранг], уни қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$d\mathbf{f} = S\,dl\,[\mathbf{jB}] = [\mathbf{jB}]\,dV,$$

бунда dV—$d\mathbf{f}$ куч таъсир этувчи ўтказгич ҳажмидан иборат. $d\mathbf{f}$ ни dV га бўлиб „кучнинг зичлигини", яъни бирлик хажмга таъсир этувчисини топамиз:

$$\mathbf{f}_{\text{бир. ҳажм}} = [\mathbf{jB}]. \qquad (47.2)$$

Бу ифодага $\mathbf{j}$ нинг (40.7) ифодасини қўйиб,

$$\mathbf{f}_{\text{бир. ҳажм}} = ne'\,[\mathbf{uB}]$$

ни ҳосил қиламиз. Бу куч бирлик ҳажмдаги ташувчиларга таъсир этувчи кучлар йиғиндисига тенг. Бундай ташувчилар n та бўлгани учун ҳар бир ташувчига таъсир этувчи куч $\mathbf{f}_{\text{бир. ҳажм}}/n = e'\,[\mathbf{uB}]$ дан иборат. Шундай қилиб, магнит майдонида $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракатланувчи e' зарядга

$$\mathbf{f} = e'\,[\mathbf{vB}] \qquad (47.3)$$

куч таъсир этади.

(47.3) ифода билан аниқланувчи кучга **Лоренц кучи** дейилади[1]).

Гаусс системасида унинг ифодаси

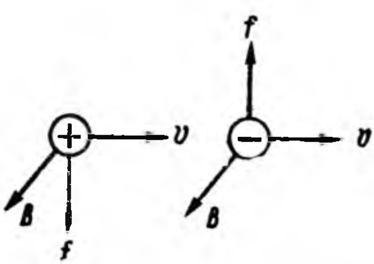
$$\mathbf{f} = \frac{e'}{c}\,[\mathbf{vB}] \qquad (47.4)$$

бўлиб, вакуум учун **B** ни **H** билан алмаштириш мумкин.

Лоренц кучининг модули қуйидагига тенг

$$f = e'vB'\sin\alpha, \qquad (47.5)$$

бунда α — $\mathbf{v}$ ва $\mathbf{B}$ векторлар орасидаги бурчак. Демак, магнит майдон чизиқлари бўйича ҳаракатланувчи зарядга куч таъсир этмайди.



86- расм.

Лоренц кучи $\mathbf{v}$ ва $\mathbf{B}$ векторлар ётган текисликка перпендикуляр равишда йўналгандир. Агар e' заряд мусбат бўлса, кучнинг йўналиши $[\mathbf{vB}]$ векторнинг йўналишига мос келади. e' заряд манфий бўлган ҳол учун эса, $\mathbf{f}$ ва $[\mathbf{vB}]$ векторлар қарама-қарши томонга йўналгандир (86- расм).

Лоренц кучи ҳар доим зарядланган зарранинг тезлигига перпендикуляр йўналган бўлгани учун, у зарра устида иш

---

[1]) Кўпинча зарядга таъсир этувчи электр ва магнит кучларининг йиғиндисидан иборат бўлган $\mathbf{f} = e'\mathbf{E} + e'\,[\mathbf{vB}]$ кучни Лоренц кучи деб аталади.

баажармайди. Демак зарядланган заррага, узгармас магнит майдони орқали таъсир этиб унинг энергиясини ўзгартириш мумкин эмас.

Лоренц кучининг ифодаси (47.3) ни (47.1) дан ҳосил қилишда биз заряд ташувчилар ўтказгичда $\mathbf{u}$ тезлик билан тартибли ҳаракатланади деб қарадик. Аммо ток булмаган ҳолда заряд ташувчилар хаотик ҳаракат ҳолатида бўлади. Бу ҳаракат тезлик векторининг ўртача қиймати (ташувчилар буйича) $\mathbf{v}$ нолга тенг булади:

$$\overline{\mathbf{v}}_0 = \frac{1}{n} \sum \mathbf{v}_0 = 0.$$

Шунинг учун ўтказгичнинг Δl элементидаги заряд ташувчиларга таъсир этувчи (47.3) кучларнинг тенг таъсир этувчиси ток булмаган ҳолда ҳам нолга тенг бўлади:

$$\Delta \mathbf{f} = \sum e' [(\mathbf{v}_0 \mathbf{B}] = e' \left[\left(\sum \mathbf{v}_0 \right) \mathbf{B} \right] = 0. \qquad (47.6)$$

Ток ҳосил булганда ташувчиларнинг тезлиги $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{u}$ бўлади Бу ҳолда

$$\Delta \mathbf{f} = \sum e' [(\mathbf{v}_0 + \mathbf{u}) \mathbf{B}] = \sum e' [\mathbf{v}_0 \mathbf{B}] + \sum e' [\mathbf{u} \mathbf{B}].$$

Бу ифодадаги биринчи йиғинди (47.6) га асосан нолга тенг. Иккинчи йиғинди (47.2) билан мос келади. Шундай қилиб, токка таъсир этувчи ампер кучи тартибли ҳаракатда булган заряд ташувчилар томонидан ҳосил қилинган Лоренц кучларининг йиғиндисидан иборат экан.

Магнит майдонидаги токка таъсир этувчи куч, токли утказгичнинг магнит майдонига нисбатан тинч турган булиши ёки булмаслигига қарамасдан (47.1) қийматга эга бўлади. Бунга Лоренц кучининг (47.3) ифодасини эслаб, осонлик билан ишонч ҳосил қилиш мумкин. Ток утаётган утказгич $\mathbf{v}$ тезлик билан, заряд ташувчи электрон эса, симга нисбатан $\mathbf{u}$ тезлик билан ҳаракатланаётган булсин. Бу ҳолда электрон майдонга нисбатан $\mathbf{v} + \mathbf{u}$ тезлик билан ҳаракатланади ва унга

$$f_- = -e [(\mathbf{v} + \mathbf{u}) \mathbf{B}] = -e [\mathbf{v} \mathbf{B}] - e [\mathbf{u} \mathbf{B}]$$

куч таъсир этади, симнинг булагига эса

$$df_- = -e [\mathbf{v} \mathbf{B}] \, dN - e [\mathbf{u} \mathbf{B}] dN$$

куч таъсир этади, бунда dN — токнинг dl элементидаги электронлар сони, $\mathbf{u}$ — эса уларнинг утказгичга нисбатан нисбий ҳаракат тезлигидир.

Сим ҳаракатсиз мусбат ионлар[1]) ва эркин ҳаракатланувчи электронлардан ташкил топганлиги учун умуман нейтралдир

[1]) Аслида ионлар ҳаракатсиз бўлмай, панжара тугунлари олдида тебраниб туради. Аммо бу, уларнинг панжарага нисбатан ўртача тезлиги нолга тенг бўлганлиги учун, аҳамиятга эга эмас.

(I т., 139-§, металл кристалларга қаранг). Мусбат токлар сим билан бирликда $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракатланганлиги учун унинг ҳар бирига таъсир этувчи куч:

$$\mathbf{f}_+ = e\,[\mathbf{vB}].$$

Токнинг dl элементидаги ионлар сони ундаги электронлар сонига тенг. Демак, dl элементдаги ионларга таъсир этувчи куч

$$d\mathbf{f}_+ = e\,[\mathbf{vB}]\,dN.$$

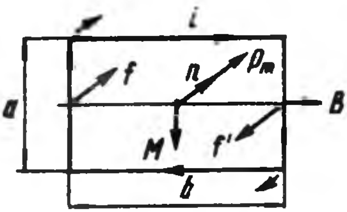
Симнинг dl элементига таъсир кучи, $d\mathbf{f}_+$ ва $d\mathbf{f}_-$ кучларнинг йиғиндисига тенглигидан

$$d\mathbf{f} = d\mathbf{f}_- + d\mathbf{f}_+ = -e\,[\bar{\mathbf{u}}\mathbf{B}]\,dN.$$

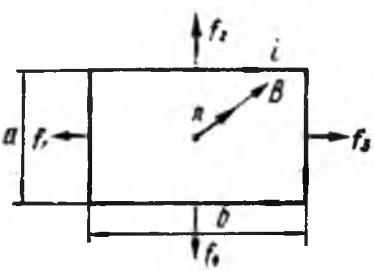
Биз олган ифода (47.1) формулага эквивалентдир. Шундай қилиб, ҳаракатдаги ҳамда тинч турган утказгич учун Ампер қонуни бир хил куринишга эга экан.

48-§. Магнит майдонидаги токли контур

Тўғри бурчакли ясси контур бир жинсли магнит майдонига жойлаштирилган булсин. Агар **B** вектор контур текислигига параллел (87-расм) булса, (46.5) формулага асосан $\sin\alpha = 0$ бўлганлиги учун унинг b узунликка эга бўлган томонига куч таъсир қилмайди. Контурнинг чап булагига, Ампер қонунига асосан, расм орқасига қараб йуналган $f = iBa$ куч таъсир этса,



87-расм.



88-расм.

ўнг томонига эса катталик жиҳатдан қарама-қарши булган f' куч таъсир қилади. Булар жуфт кучларни ҳосил қилиб, унинг моменти

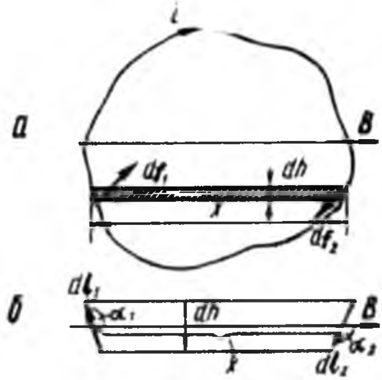
$$M = fb = iBab.$$

Контурнинг юзи $S = ab$ эканлигини, iS эса магнит момент p_m га тенглигини ҳисобга олган ҳолда қуйидагини ёзиш мумкин:

$$M = p_m B. \qquad (48.1)$$

Бу формула (39.3) формулага маъно жиҳатидан мос келади.

Момент **M** контурни унинг магнит моменти $\mathbf{p}_m$ майдон **B** йўналиши бўйича жойлаштиришга интилади. Контурнинг бундай ориентацияси 88- расмда кўрсатилган. Бу ҳолда $f_1 = f_3 = iBa$, $f_2 = f_4 = iBb$. Барча кучларнинг йўналиши контур текислигида ётади. Бундай ҳолда айлантирувчи момент ҳосил бўлмаслигини осон кўриш мумкин. Майдон бир жинсли бўлгани учун кучларнинг тенг таъсир этувчиси нолга тенг, кучлар контурни чўзади холос, аммо уни қўзғата олмайди. Агар контурни 180° га айлантирсак (ёки майдон йўналишини тескари бурсак), у ҳолда барча кучларнинг йўналиши қарама-қарши томонга буралади ва улар контурни чўзмасдан, аксинча сиқишини кўрсатиб ўтиш мумкин.



89 · расм.

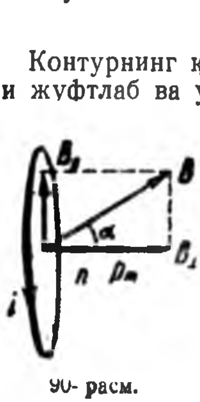
(48.1) формуланинг ихтиёрий шаклга эга бўлган ясси контур учун тўғри эканлигини кўрсатамиз. Контур сиртини кенглиги dh бўлган ингичка **B** вектор йўналишига параллел бўлган полосаларга ажратайлик (89- *a* расм). Контурнинг dl_1 элементига расм текислигига қараб йўналган $df_1 = iBdl_1 \sin\alpha_1$ куч таъсир этади. dl_2 элементга эса қарама-қарши йўналган $df_2 = iBdl_2 \sin\alpha_2$ куч таъсир этади. 89- *б* расмдан полоса кенглиги $dl_1 \sin\alpha_1 = dl_2 \sin\alpha_2 = dh$ эканлиги кўриниб турибди. Демак, df_1 ва df_2 кучлар катталик жиҳатидан бир хил ва моменти

$$dM = iB\,dh \cdot b$$

бўлган жуфтликни ҳосил қилади, бунда b — полоса узунлиги, bdh кўпайтма — полоса юзи dS ни беради. Шундай қилиб,

$$dM = iB\,dS.$$

Контурнинг қарама-қарши элементларига қўйилган кучларни жуфтлаб ва уларнинг моментларини йиғсак, контурга таъсир этувчи натижавий моментни топамиз:



90- расм.

$$M = \int dM = iB \int dS = iSB = p_m B.$$

Шундай қилиб, биз яна (48.1) формулага келдик. Контурнинг ихтиёрий ҳолати учун (90- расм) магнит индукцияси **B** ни $\mathbf{B}_\perp$ — контур текислигига перпендикуляр ва $\mathbf{B}_\parallel$ — параллел ташкил этувчанларга ажратилади ва ташкил этувчиларнинг ҳар бирининг таъсири қараб чиқилади. $\mathbf{B}_\perp$ ташкил этувчи контурни чузувчи ёки қисувчи кучларни ҳосил қилади. Катталиги $B\sin\alpha$ (α — p_m ва $\mathbf{B}$ лар орасидаги бурчак) бўлган $\mathbf{B}_\parallel$ ташкил этувчи эса айлантирувчи моментни ҳосил қилишга олиб келади, уни (48.1) формула ёрдамида топиш мумкин:

$$M = p_m B_\parallel = p_m B \sin\alpha. \qquad (48.2)$$

$\mathbf{M}$, $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{B}$ векторларнинг узаро ориентацияларини ҳисобга олган ҳолда (48.2) формулани қуйидаги куринишда ёзиш мумкин:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m\, \mathbf{B}]. \qquad (48.3)$$

Вакуум учун Гаусс системасида бу формула

$$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{H}] \qquad (48.4)$$

кўринишга эга бўлади.

Векторлар $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{B}$ орасидаги α бурчакни $d\alpha$ га орттириш учун майдонда контурга таъсир этувчи кучларга қарши иш бажариш керак:

$$dA = M\, d\alpha = p_m B \sin\alpha\, d\alpha. \qquad (48.5)$$

Контур аввалги ҳолга қайтиш пайтида ташқи жисмлар устида иш бажариб, унга сарфланган ишни қайтариши мумкин. Демак, (48.5) иш магнит майдонидаги контурнинг W энергиясининг ортишига сарф булади.

$$dW = p_m B \sin\alpha\, d\alpha.$$

Бу ифодани интеграллаб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$W = -p_m B \cos\alpha + \text{const}.$$

Агар $\text{const} = 0$ десак, бу формула қуйидаги куринишга эга бўлади:

$$W = -p_m B \cos\alpha = -\mathbf{p}_m \mathbf{B}. \qquad (48.6)$$

Вакуум учун Гаусс системада

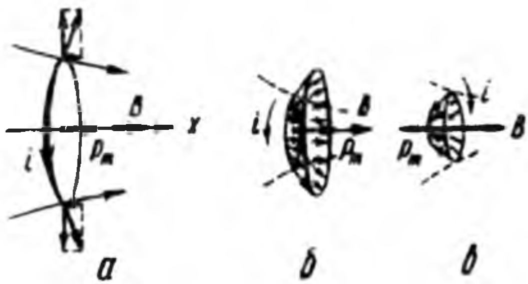
$$W = -\mathbf{p}_m \mathbf{H} \qquad (48.7)$$

деб ёзиш мумкин.

(48.6) формула электр майдонидаги диполь энергиясини характерловчи (14.4) ифодага ухшашлигини қайд қилиб ўтиш зарур.

Энди бир жинсли булмаган магнит майдонидаги токли ясси контурни қараб чиқамиз. Соддалаштириш учун аввал контурни айланма деб қарайлик Майдон $\mathbf{B}$ нинг йуналишига мос келувчи контур маркази жойлашган нуқтада x йуналишда тезроқ узгаради ва контурнинг магнит моменти майдон йуналиши бўйича ориентацияланган деб фараз қилайлик (91- *а* расм).

Контур элементига таъсир этувчи $d\mathbf{f}$ куч $\mathbf{B}$ га, яъни $d\mathbf{l}$ билан кесишган магнит индукция чизиқларига перпендикуляр. Шунинг учун контурнинг ҳар хил элементларига қуйилган кучлар конус шаклидаги „даста“ ни ҳосил қилади (91- *б* расм). Уларнинг ташкил этувчиси $\mathbf{f}$ эса $\mathbf{B}$ ортишига қараб йуналгандир ва демак, контурни майдоннинг кучлироқ соҳасига томон тортади. Куриниб турибдики, майдон қанча тез узгарса (майдоннинг градиенти $\frac{\partial B}{\partial x}$ қанча катта булса) „дастанинг" бурчаги шунча кичик булади ва бир хил шароитда тенг таъсир этувчи куч $\mathbf{f}$ шунча катта бўлади. Агар контурдаги токнинг йўналишини тескарисига ўзгартирсак (бу ҳолда $\mathbf{p}_m$ $\mathbf{B}$ га қарама-қарши булиб қолади), барча $d\mathbf{f}$ кучлар ва уларнинг тенг таъсир этувчи $\mathbf{f}$ кучларининг йуналиши тескарига узгаради (91- *в* расм). Демак, $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{B}$ векторларнинг бундай узаро ҳолатида контур майдондан итарилади



91- расм

Магнит майдонидаги контур энергиясининг ифодаси (48.6) дан f нинг сон қиймати буйича ифодасини осон топиш мумкин. Агар магнит моментининг майдонга нисбатан ҳолати ўзгармаса ($\alpha = \text{const}$), у ҳолда W фақат x га (B орқали) боғлиқ бўлади. W ни x буйича дифференцирлаб ва натижадаги ишорани ўзгартириб, кучнинг x ўқига проекциясини ҳосил қиламиз:

$$f_x = -\frac{\partial W}{\partial x} = p_m\frac{\partial B}{\partial x}\cos\alpha.$$

Фаразимизга асосан бошқа йуналишларда майдон кам ўзгаради, шунинг учун кучнинг бошқа йуналишларидаги проекцияларини ҳисобга олмасак ҳам булади ва $f = f_x$ деб ҳисоблаш мумкин. Шундай қилиб,

$$f = p_m\frac{\partial B}{\partial x}\cos\alpha. \qquad (48.8)$$

Олинган формулага асосан бир жинсли бўлмаган магнит майдонидаги токли контурга таъсир этувчи куч контурнинг магнит моментининг майдон йўналишига нисбатан ориентациясига боғлиқ Агар $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{B}$ векторлар бир хил йуналган булса ($\alpha = 0$), куч мусбат, яъни $\mathbf{B}$ нинг ортиш томонига йўналган $\left(\frac{\partial B}{\partial x}\right)$ мусбат деб қаралади, акс ҳолда кучнинг ишораси ва йўналиши қарама-қаршисига ўзгаради, аммо куч контурни кучли майдон томонига тортади). Агар $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{B}$ лар антипараллел ($\alpha = \pi$) бўлса, куч манфий булади, яъни у $\mathbf{B}$ нинг камайиш томонига қараб йуналган булади. Бу натижани биз 91- расм орқали олган эдик.

Бир жинсли бўлмаган магнит майдонидаги токли контурга (48.8) кучдан ташқари айлантирувчи момент (48.3) ҳам таъсир этиши уз-узидан тушунарлидир.

49- §. Магнит майдонида токни кўчиришда бажарилган иш

Токли утказгич (сим) ташқи магнит майдонида эркин ҳаракатланадиган бўлсин. Буни симнинг охири ва ёпиқ занжирнинг қолган булаклари орасида сирпана оладигаи коитактлар ёрдамида амалга оширищ мумкин (92- расм). Ташқи майдон бир жинсли ва контур текислигига перпендикуляр деб қараймиз. Ток ва майдоннинг йўналишлари расмда курсатилгандек булганда куч унг томонга қараб йуналган ва

$$f = iBl$$

га тенг булади, бунда l — токнинг ҳаракатланувчи қисми. Бу куч ds масофада ўтказгич устида

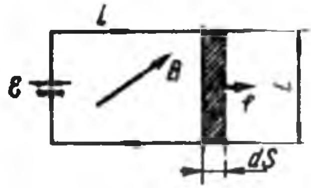
$$dA = f\,ds = iBl\,ds$$

иш бажаради.

$l\,ds$ купайтма штрихланган юзага тенг (92- расм), $Bl\,ds$ эса шу юзадан утувчи $d\Phi$ магнит индукция оқимига тенг. Шунинг учун

$$dA = i\,d\Phi \qquad (49.1)$$

шаклида ёзиш мумкин, бунда $d\Phi$ ҳаракатдаги утказгични кесиб ўтувчи магнит индукция оқими.



92- расм.

Олинган натижани бир жинсли бўлмаган майдон учун ҳам осон умумлаштириш мумкин. Бунинг учун ўтказгични dl элементларга булиб, ҳар бир элемент устида бажарилган ишларни йиғиш зарур (ҳар бир кичик $dl\,ds$ юза учун магнит индукциясини ўзгармас деб қараш мумкин).

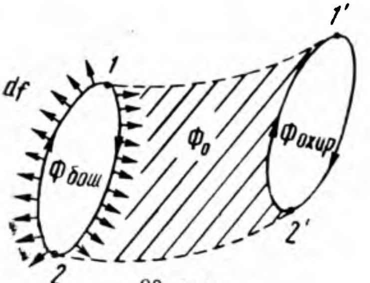
Агар $\mathbf{B}$ вектор контурга утказилган нормаль билан нолдан фарқли булган α бурчак ҳосил қилса, кучнинг йуналиши ҳам ҳаракат йуналиши билан α бурчак ҳосил қилади ($\mathbf{f}$ куч $\mathbf{B}$) га перпендикуляр ва

$$dA = f\cos\alpha\, ds = iB_n l\, ds$$

бўлади, бунда $B_n = B\cos\alpha$ — вектор $\mathbf{B}$ нинг $l\,ds$ юзага ўтказилган нормаль буйича ташкил этувчиси. $B_n l\,ds$ купайтма эса утказгич кесиб ўтаётган $d\Phi$ оқимдан иборат. Шундай қилиб, биз бу ҳолда ҳам (49.1) формулага келамиз.

(49.1) иш магнит майдони ҳисобига бажарилмасдан (47- § да кўрсатилгандек Лоренц кучлари зарядлар устида иш бажармайди), балки контурни ток билан таъминлаб турувчи манба ҳисобига бажарилади[1]).

Магнит майдонида токли ёпиқ контурни кўчиришда бажариладиган ишни топайлик. Бунинг учун аввал контур кўчаётганда ҳар доим бир текисликда қолади деб фараз қилайлик (93- расм; **B** вектори расмдан ташқарига йўналган). Контурнинг *1—2* бўлагига қўйилган кучлар ҳаракат йўналиши билан ўткир бурчаклар ҳосил қилади. Демак, бу кучлар бажарадиган A_1 иш мусбат (49.1) формулага биноан бу иш контурдаги ток кучи i га ва *1—2* бўлак кесиб ўтган магнит индукция оқимига пропорционалдир. *1—2* бўлак ўзининг ҳаракатида штрихланган сирт орқали Φ_o оқимни ва контурни унинг охирги ҳолатида $\Phi_{\text{охир}}$ оқимни кесиб ўтади.



93- расм.

Шундай қилиб,

$$A_1 = i\,(\Phi_o + \Phi_{\text{охир}}).$$

Контурнинг *2—1* бўлагига таъсир этувчи кучлар ҳаракат йўналиши билан ўтмас бурчаклар ҳосил қилади. Шунинг учун улар бажарадиган A_2 иш манфий. Унинг абсолют қиймати *2—1* бўлак томонидан кесиб ўтилган оқим Φ_o ва Φ_1 ларга пропорционалдир, $\Phi_{\text{бош}}$ контурни дастлабки ҳолатда кесиб ўтувчи оқимдир. Демак,

$$A_2 = -\,i\,(\Phi_o + \Phi_{\text{бош}}).$$

Бутун контур устида бажариладиган иш

$$A = A_1 + A_2 = i\,(\Phi_o + \Phi_{\text{охир}}) - i\,(\Phi_o + \Phi_{\text{бош}}) + i\,(\Phi_{\text{охир}} - \Phi_{\text{бош}}).$$

Контур ҳаракатининг охирги ҳолатидаги $\Phi_{\text{охир}}$ ва бошланишдаги $\Phi_{\text{бош}}$ оқимлар орасидаги айирма оқимнинг контурдаги орттирмаси $\Delta\Phi$ ни беради. Шундай қилиб,

$$A = i\,\Delta\Phi. \tag{49.2}$$

---

[1]) Контурни кесиб ўтувчи магнит индукция оқимининг ўзгариши, бу контурда $\mathcal{E}_i = -\dfrac{d\Phi}{dt}$ индукция э. ю. к ҳосил қилишини 56- § да кўрсатилади. Демак, бу ҳолда ток манбаи Ленц—Жоуль иссиқлигини ҳосил қилиш учун сарф бўладиган ишдан ташқари индукция э. ю. к га қарши қўшимча иш бажаради, бу қўшимча иш (49.1) билан мос келади:

$$dA = -\,\mathcal{E}_i\, i\, dt = \frac{d\Phi}{dt}\cdot i\, dt = i\, d\Phi.$$

Гаусс системасида иш формуласи қуйидаги кўринишга эга:

$$A = \frac{1}{c} i \Delta \Phi. \qquad (49.3)$$

(49.2) формулани келтириб чиқаришда биз контурнинг ҳаракатини маълум фараз орқали қабул қилдик. Бу формуланинг контурнинг ихтиёрий магнит майдонидаги исталган ҳаракати учун тўғрилигини кўрсатиш мумкин. Хусусан, контурни бир жинсли майдонда $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{B}$ векторлари қарама-қарши йўналган ҳолатдан йўналишлари мос келувчи ҳолатга ўтказилганда майдон кучининг контур устида бажарган иши

$$A = 2iBS$$

бўлади ($\Phi_{бош} = -BC$, вектор $\mathbf{B}$ ва мусбат нормаллар қарама-қарши бўлганлиги учун $\Phi_{бош}$ манфийдир; $\Phi_{охир} = BS$), $iS = p_m$ нинг эканлигини ҳисобга олиб,

$$A = 2p_m B$$

ни ҳосил қиламиз.

Контурнинг магнит майдонидаги энергияси учун (48.6) ифода орқали шундай натижани ҳосил қилиш мумкин:

$$A = W_{бош} - W_{охир} = p_m B - (-p_m B) = 2p_m B.$$

IX БОБ

МАГНЕТИКЛАР

50-§. Магнетиклар классификацияси

Магнетикларнинг классификациясини баён қилишдан аввал турли моддаларнинг магнит хусусиятларини характерловчи катталикларни қараб чиқайлик. 44-§ да шу мақсадда бирлик ҳажмдаги магнитланиш катталигини характерловчи қабул қилувчанлик χ киритилган эди [(44.12) формулага қаранг].

Кўпинча бирлик ҳажмдаги қабул қилувчанлик x урнига модданинг бир киломолига нисбати киломоляр (химиявий оддий моддалар учун килоатом) қабул қилувчанлик $\chi_{км}$ ($\chi_{кат}$) ёки бирлик массага нисбати солиштирма қабул қилувчанлик $\chi_{сол.}$ ишлатилади. Бу қабул қилувчанликларнинг қийматлари орасида қуйидаги боғланишлар мавжуд $\chi_{км} = \chi V_{км}$ бунда $V_{км}$ — киломоль модданинг ҳажми (*м*^{3}/*кмоль*), $\chi_{сол.} = \frac{1}{\delta}\chi$, δ — модданинг зичлиги (*кг*/*м*^{3}), χ—улчамсиз катталик бўлса ҳам, $\chi_{км}$ (ёки $\chi_{кат}$) *м*^{3}/ *кмоль* (ёки *м*^{3}/ *кат*) ва $\chi_{сол}$ — *м*^{3}/ *кг* ўлчамликка эга.

Модданинг молга нисбати олинган қабул қилувчанлиги (грамм-молекула) моляр (химиявий оддий моддалар учун— атом) қабул қилувчанлик дейилади. $\chi_M = \chi V_M$ эканлигини куриш мумкин бунда V_T — бир моль модданинг ҳажми (*см*^{3}/*моль*), $\chi_{км}$ (СИда) ва χ_M (Гаусс системасида) ларнинг қийматлари орасида қуйидаги муносабат бор:

$$\chi_{км} = 4\pi \cdot 10^{-3}\chi_M. \tag{50.1}$$

Магнит қабул қилувчанлигининг ишорасига ва катталигига қараб барча магнетиклар уч группага бўлинади:

1) диамагнетиклар – уларда χ манфий ва абсолют қиймати жиҳатлан жуда кичик ($\chi_{км} \sim 10^{-8} \div 10^{-7}$ *м*^{3}/*кмоль*);

2) парамагнетиклар – уларда ҳам χ унча катта эмас, аммо у мусбат ($\chi_{км} \sim 10^{-7} \div 10^{-4}$ *м*/^{3}*кмоль*);

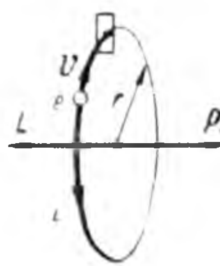
3) ферромагнетиклар — уларда χ мусбат ва жуда катта қийматларга эга ($\chi \sim 10_3 \div$ *м*^{3}/*кмоль*). Бундан ташқари ферромагнетиклар магнит қабул қилувчанлиги узгармас бўлган диамагнетик ва парамагнетиклардан яна шу билан фарқ қила-

дики, уларнинг магнит қабул қилувчанлиги магнит майдон кучланганлиги функцияси ҳисобланади.

Шундай қилиб, магнитланиш вектори **J** йуналиш жиҳатидан **H** га мос келиши (пара - ва ферромагнетикларда) ва қарама-қарши томонга йўналган булиши мумкин (диамагнетикларда). Диэлектрикларда қутбланиш вектори ҳар доим **E** нинг йўналиши буйича йўналганлигини эслатиб ўтамиз.

51-§. Магнитомеханик ҳодисалар Атом ва молекулаларнинг магнит моментлари

VII бобда молекуляр токлар тўғрисидаги Ампер гипотезасини магнетиклардаги купчилик ҳодисаларни тушунтиришга ёрдам берганини кўрган эдик. Молекуляр токларнинг табиати Резерфорд тажрибалари асосида барча молекулаларнинг атомлари мусбат зарядланган ядро ва унинг атрофида айланиб юрувчи электронлардан ташкил топганлиги курсатилгандан сунг тушунарли бўлиб қолди.



94- расм.

1913 йили Нильс Бор томонидан илгари сурилган назарияга асосан, атомдаги электронлар айлана орбита буйича ҳаракатланади. Электрон йулининг исталган нуқтасига жойлаштирилган юздан (94- расм) бирлик вақтда $e\nu$ заряд кучириб утилади, бунда e — электроннинг заряди, ν — бир секунддаги айланишлар сони. Демак, орбита буйлаб ҳаракатланувчи электрон кучи $i = e\nu$ бўлган айланма токни ҳосил қилади. Электроннинг заряди манфий булгани учун унинг ҳаракат йўналиши ток йуналишига қарама-қаршидир. Электрон токи томонидан ҳосил қилинадиган магнит моменти

$$p_m = iS = e\nu\pi r^2,$$

бунда r — орбита радиуси. $2\pi r\nu$ купайтма электроннинг ҳаракат тезлиги v дан иборат булгани учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$p_m = \frac{evr}{2}. \qquad (51.1)$$

(51.1) даги момент ифодаси электроннинг орбита бўйлаб ҳаракатланиши сабабли ҳосил бўлгани учун электроннинг орбитал магнит моменти дейилади. $\mathbf{p}_m$ векторнинг йўналиши ток йуналиши билан ўнг винт, электрон ҳаракатининг йуналиши билан эса чап винт системасини ҳосил қилади (94- расм).

Орбита буйлаб ҳаракатланувчи электрон

$$L = m v r, \tag{51.2}$$

импульс моментига эга (m — электроннинг массаси). Бундаги векторни электроннинг орбитал механик моменти дейилади. У электрон ҳаракати йуналиши билан унг винт системасини ҳосил қилади. Демак, $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{L}$ векторларнинг йуналиши қарама-қаршидир.

Элементар зарранинг магнит моментини унинг механик моментига нисбати гиромагнит нисбат дейилади. Электрон учун у

$$\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2m} \tag{51.3}$$

га тенг („—" ишора йуналишларнинг қарама-қаршилигини кўрсатади).

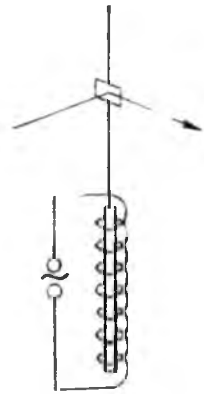
Гаусс системасида гиромагнит нисбат $\frac{p_m}{L} = -\frac{e}{2mc}$ га тенг.

Электроннинг ядро атрофида айланиши пилдироқни эслатади. Бу ҳолат, магнетикнинг магнитланиши унинг айлантиришга ва аксинча, магнетикнинг айланиши унинг магнитланишига сабаб булувчи гиромагнит ёки магнитомеханик ҳодисалар асосида ётади. Биринчи ҳодисанинг мавжудлиги Эйнштейн ва де Хаас, иккинчиси эса Барнетт томонидан утказилган тажрибаларда тасдиқланган.

Эйнштейн ва де Хаас тажрибаси асосида қуйидаги мулоҳазалар ётади. Агар магнетикдан қилинган стержень магнитланса, электронларнинг орбитал магнит моментлари майдон йўналишини, механик моментлари эса майдонга қарши йўналишни эгаллайди. Натижада электронларнинг механик моментлари йиғиндиси $\sum \mathbf{L}$ нолдан фарқли бўлади (дастлаб алоҳида моментларнинг хаотик ориентацияси натижасида у нолга тенг эди). Стержень + электронлар системасининг импульс моменти ўзгармай қолади. Шунинг учун стержень — $\sum \mathbf{L}$ га тенг булган моментга эга бўлади, яъни айланади. Магнитланиш йўналишининг узгариши стерженнинг айланиш йуналишини узгартиришга олиб келади.

Бу тажрибанинг механик моделини қуйидагича яратиш мумкин: айланувчи стулга утқазилган одамга велосипеднинг ғилдираги тутқазилади. У айланаётган ғилдиракни юқорига кутарса, ўзи ғилдирак айланишига қарама-қарши томонга айланади. Агар ғилдиракни пастга қаратса, аввалги ҳаракатига қарама-қарши томонга айланади.

Эйнштейн ва де Хаас тажрибаси қуйидагича амалга оширилган (95 расм). Ингичка темир стержень бураладиган эластик ипга осилиб соленоид ичига жойлаштирилади. Ўзгармас магнит майдонида стержень магнитланганда ипнинг буралиши жуда кичик булган. Эффектни кучайтириш учун резонанс методидан фойдаланилган, яъни соленоидни частотаси системанинг механик частотасига тенг бўлган ўзгарувчан ток билан таъминланган. Бундай шароитда тебраниш амплитудасининг катталигини ипга урнатилган кузгучадан қайтувчи шуъла йуналишидан аниқлаш мумкин. Тажриба натижаларидан $-\frac{e}{m}$ ($-\frac{e}{mc}$ Гаусс системасида) га тенг бўлган гиромагнит нисбат аниқланди. Шундай қилиб, молекуляр ток ҳосил қилувчи заряд ташувчиларнинг ишораси электрон ишораси билан мос тушди. Аниқланган натижа эса (51.3) ифодадагига қараганда 2 марта ортиқ бўлди.



95-расм.

Барнетт тажрибасини тушунишга гироскопни бирор ўқ атрофида айлантирмоқ учун унинг уқи хусусий ва мажбурий айланишларнинг мос туша оладиган йуналишда бурилиши лозимлигини эслаймиз (I т., 44-§ га қаранг). Агар кардон осмага маҳкамланган гироскопни марказдан қочма машина дискига урнатилиб айлантирилса, гироскопнинг ўқи вертикал бўлиб қолади ва унинг айланиши дискнинг айланиш йуналиши билан мос тушади. Марказдан қочма машинанинг айланиш йуналиши узгартирилса, гироскопнинг уқи 180° га бурилади, яъни қайтадан иккала йуналиш мослашади.

Барнетт темир стерженни уқ атрофида тез айлантириб, ҳосил булган магнитланишни ўлчади. Барнетт ҳам уз тажрибалари натижасида гиромагнит нисбат учун (51.3) га қараганда 2 марта катта қиймат олди. Кейинчалик электрон орбитал моментлар (51.1) ва (51.2) дан ташқари хусусий механик L_s ва магнит p_{ms} моментларига ҳам эга булиб, улар учун қуйидаги гиромагнит нисбат уринли эканлиги аниқланди:

$$\frac{p_{ms}}{L_s} = -\frac{e}{m}, \qquad (51.4)$$

яъни Эйнштейн олган тажриба натижалари де Хаас ва Барнетт натижалари билан мос келади. Бундан, темирнинг магнит хоссалари электроннинг орбитал моментига эмас, балки хусусий магнит моментига боғлиқ деган хулоса чиқади.

Даставвал электронларнинг хусусий моменти мавжудлигини уни уз уқи атрофида айланувчи зарядланган шарча деб қараш йули билан тушунтирмоқчи булганлар, Шунга мос равишда электроннинг хусусий механик моментини—спин (инглизча to spin — айланмоқ) деб аталган. Куп утмай бундай мулоҳаза бир қатор қарама-қаршиликларга олиб келди ва „айланувчи" электрон ҳақидаги гипотезадан воз кечишга тўғри келди. Ҳозирги вақтда хусусий механик момент (спин) ва у билан боғлиқ бўлган хусусий (спин) магнит момент электрон учун унинг массаси ва заряди каби ажралмас хусусиятлар қаторига ўтиб қолди.

Фақат электронгина эмас, балки бошқа элементар зарралар ҳам спинга эгадир.

Элементар зарралар спини $\hbar$ га бутун ёки ярим каррали, яъни Планк доимийси h[1]) нинг 2π га бўлинганига тенг:

$$\hbar = \frac{L}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ \textit{ж}\cdot\textit{сек} = 1{,}05 \cdot 10^{-27}\ \textit{эрг}\cdot\textit{сек}. \quad (51.5)$$

Хусусан, электрон учун $L_s = \frac{1}{2}\hbar$ дир, шунинг учун электроннинг спини $\frac{1}{2}$ га тенг дейилади. Шундай қилиб, заряд табиий бирлиги „e" бўлганидек, $\hbar$ ҳам импульс моментининг табиий бирлигидир.

(51.4) га асосан электроннинг хусусий моменти

$$p_{ms} = -\frac{e}{m}L_s = -\frac{e}{m}\frac{\hbar}{2} = -\frac{e\hbar}{2m} \quad (51.6)$$

га тенг.

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} = 0{,}927 \cdot 10^{-23}\ \frac{\text{жоуль}}{\text{тесла}} = 0{,}927 \cdot 10^{-20}\ \text{эрг/гаусс} \quad (51.7)$$

катталик[2]) Бор магнетони деб аталади. Бинобарин, электроннинг хусусий магнит моменти бир Бор магнетонига тенг.

Атомнинг магнит моменти унинг таркибига кирувчи электронларнинг орбитал ва хусусий моментлари, ҳамда ядро магнит моментининг (ядро таркибига кирувчи элементар зарралар— протон ва нейтронларнинг магнит моментлари) йиғиндисидан иборатдир. Ядронинг магнит моменти электронларнинг магнит моментидан анча кичик, шунинг учун кўпгина масалаларни кўришда уни ҳисобга олмай, атом моменти электронларнинг магнит моментларининг вектор йиғиндисидан иборат деб караш мумкин. Молекулаларнинг магнит моментини ҳам унинг таркибидаги электронлар магнит моментларининг йиғиндиси деб ҳисоблаш мумкин.

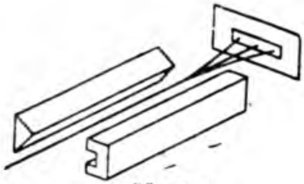
Атомлар ва молекулалар магнит моментлари тажрибада Штерн ва Герлах томонидан аниқланган. Уларнинг тажрибасида молекулалар дастаси катта градиентли магнит майдонидан ўтказилган. Махсус шаклдан электромагнит қутблар бир

---

[1]) Планк доимийсини таъсир кванти деб ҳам юритилади.

[2]) $W = -\mathbf{p}_m \mathbf{B}$ формулага асосан, магнит моменти ўлчамлигини энергия ўлчамлиги (эрг ёки жоуль) нинг магнит индукцияси ўлчамлиги (гаусс ёки тесла) га нисбати деб қаралади.

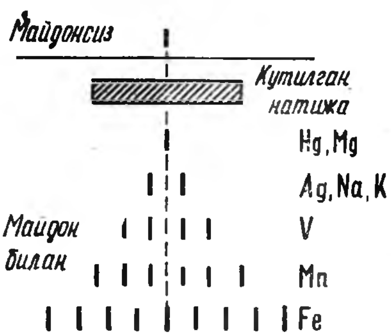
жинсли бўлмаган магнит майдонни ҳосил қилади (96-расм). (48.8) формулага биноан атом ёки молекулалар дастасига



96-расм.

$$f = p_m \frac{\partial B}{\partial x} \cos \alpha$$

куч таъсир этади, бу кучнинг катталиги ва йўналиши майдон йўналиши билан p_m вектори орасидаги α бурчакка боғлиқдир. Молекулалар магнит моментларининг йўналиши хаотик тақсимотга эга бўлганидан, дастада α нинг қиймати 0 дан π гача ўзгарувчи зарралар ҳам бўлиши мумкин. Шунга асосан, қутблар орасидан ўтган молекулалар дастаси, экранда четлари $\alpha = 0$ ва π бурчакка мос молекулалар изи билан чегараланган яхлит чўзиқ из қолдиради (97-расм). Тажриба кутилмаган натижаларни берди. Яхлит чўзилган из ўрнига майдон бўлмаганда олинган изга симметрик жойлашган алоҳида чизиқчалар ҳосил бўлди.



97-расм.

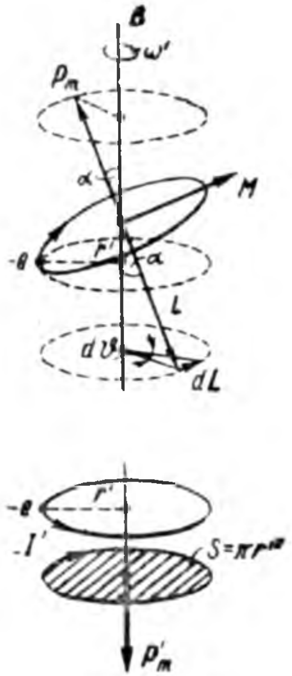
Штерн ва Герлах тажрибаси атом ва молекулаларнинг магнит майдонига нисбатан ориентация бурчаги дискрет қийматларга эга эканлигини, яъни магнит моментининг ташқи майдонга проекциясининг квантланишини кўрсатади.

Магнит моментининг магнит майдони йўналиши бўйича мумкин бўлган проекциялари сони турли атомлар учун турличадир. Кумуш, алюминий, мис ва ишқорий металл атомлари учун иккига, ваннадий, азот ва галогенлар учун— тўртга, кислород учун — бешга, марганец учун — олтига, темир учун —тўққизга, кобальт учун — ўнга тенг ва ҳоказо.

Ўлчашлар, атом магнит моментлари учун бир неча Бор магнетонига тенг бўлган қийматларни берди. Баъзи атомлар учун оғиш юз бермаган (97-расмдаги симоб ва магний изларига қаранг), бу эса уларда магнит моменти йўқлигини кўрсатади.

52-§. Диамагнетизм

Орбита бўйлаб ҳаракатланаётган электрон пирилдоққа ўхшайди. Шунинг учун, ташқи куч таъсирида бўлган гироскопнинг ҳамма хусусиятлари унга хос бўлиши керак, хусусан маълум шароитларда электрон орбитасининг процесси ҳосил



98- расм.

бўлиши мумкин. Атом ташқи магнит майдони **B** да бўлганида прецессия учун зарур шароит яратилади (98-расм). Бу ҳолда орбитага электроннинг орбитал магнит моменти $\mathbf{p}_m$ ни майдон бўйлаб йуналишига интилтирувчи $\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m \mathbf{B}]^{-m}$ айлантирувчи момент таъсир қилади (бу вақтда механик момент L майдонга қарама-қарши йўналишни эгаллайди). **M** момент таъсирида L ва $\mathbf{p}_m$ векторлар магнит индукция вектори **B** атрофида тезлиги осон аниқланадиган (I т., 44-§ га қаранг) прецессияга учрайди. L вектор dt вақтда dL оргтирма олади:

$$d\mathbf{L} = \mathbf{M}\, d\, t.$$

dL вектори **M** каби B ва L векторларидан утувчи текисликка перпендикуляр булиб, модули

$$|d\mathbf{L}| = p_m \cdot B \sin\,\alpha\; dt$$

бўлади, бу ерда α — $\mathbf{p}_m$ ва **B** орасидаги бурчак.

dt вақтда L вектор ётган текислик **B** йуналиш атрофида қуйидаги бурчакка бурилади:

$$d\vartheta = \frac{|d\mathbf{L}|}{L\sin\alpha} = \frac{p_m\, B\sin\,\alpha dt}{L\, \sin\,\alpha} = \frac{p_m}{L}\, B\; dt.$$

Бу бурчакни dt вақтига бўлиб, прецессия бурчак тезлигини топамиз:

$$\omega_L = \frac{d\vartheta}{dt} = \frac{p_m}{L} B.$$

Бу ифодага (51.3) дан электроннинг магнит ва механик орбитал моментлари нисбатининг қийматини қуйиб,

$$\omega_L = \frac{eB}{2m} \tag{52.1}$$

ни ҳосил қиламиз.

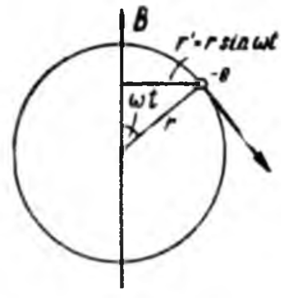
Гаусс системасида $\omega_L = \dfrac{eH}{2mc}$ бўлади.

(52.1) частота **Лармор прецессияси** ёки оддийгина қилиб **Лармор частотаси** деб юритилади. У орбитанинг магнит майдон йуналишига нисбатан оғиш бурчагига ҳам, орбита радиуси ёки электрон тезлигига ҳам боғлиқ бўлмай, атом таркибига кирувчи ҳамма электронлар учун бир хил қийматга эгадир.

Орбита прецессияси электроннинг майдон атрофидаги қўшимча ҳаракатига сабабчи бўлади. Агар электроннинг **B** га параллел ўқидан орбита маркази орқали ўтувчи r' масофаси ўзгармаса, электроннинг қўшимча ҳаракати r' радиусли айлана бўйлаб содир бўлар эди (98-расмнинг остки қисмидаги штрихланмаган айланага қаранг). Унга магнит моменти

$$p'_m = I'S' = e\frac{\omega_L}{2\pi}\cdot\pi r'^2 = \frac{e\omega_L}{2}r'^2 \qquad (52.2)$$

га тенг бўлган ва йўналиши 98-расмдан кўриниб тургандек **B** га тескари йўналган $I' = e\frac{\omega_L}{2\pi}$ айланма ток мос келар эди (штрихланган айланага қаранг). Бу моментга индукцияланган (келтирилган) магнит моменти дейилади.



99-расм.

Ҳақиқатан, электроннинг орбита бўйлаб ҳаракати туфайли r' масофа доимо ўзгариб туради. Шунинг учун (52.2) формулада r'^2 урнига унинг вақт буйича уртача қиймати $\overline{r'^2}$ олинади. Бу уртача қиймат орбита текислигининг B га нисбатан ориентациясини курсатувчи α бурчакка боғлиқ бўлади. Хусусий ҳолда B векторга перпендикуляр орбиталар учун r' ўзгармас қийматга эга булиб, орбита радиуси r га тенгдир. Текислиги B йўналишдан ўтувчи орбита учун r' масофа $r' = r\sin\omega t$ қонуният билан ўзгаради, бу ерда ω — электроннинг орбитадаги бурчак тезлиги (99-расм; B вектори ва орбита расм текислигида ётибди). Демак, $\overline{r'^2} = r^2\overline{\sin^2\omega t}$ ва синус квадратининг ўртача қиймати $\frac{1}{2}$ га тенг булгани учун $\overline{r'^2} = \frac{1}{2}r^2$ бўлади. Агар α нинг мумкин булган ҳамма қийматларидан ўртачаси олинса ва уларни баравар эҳтимолликли деб ҳисобланса, у ҳолда қуйидаги ифода ҳосил булади:

$$\overline{r'^2} = \frac{2}{3}r^2. \qquad (52.3)$$

Кўп электронли атомларда орбиталар мумкин бўлган ҳамма турларда ориентацияланади, шунинг учун ҳар бир электронга (52.3) уртача қийматни қабул қилиш мумкин[1]).

---

[1]) Бу атомларнинг сферик симметрик электрон қобиқлари учун тўғридир („Атом физикаси“ дарслигига қаранг).

(52.2) ифодага (52.1) дан ω_L нинг қийматини ва (52.3) дан $\overline{r'^2}$ нинг қийматини қуйиб, бир электроннинг индукцияланган магнит моментининг ўртача қийматини қуйидагича аниқлаш мумкин:

$$\overline{p}'_m = -\frac{e^2}{6m}\overline{r^2}B \qquad (52.4)$$

(„—" ишора $\overline{\mathbf{p}}'_m$ ва **B** векторларнинг қарама-қарши йўналганликларини кўрсатади).

Биз орбитани доиравий (айлана) деб фараз қилган эдик. Акс ҳолда (масалан, эллиптик орбита учун) r^2 ўрнига $\overline{r^2}$, яъни ядродан электронгача бўлган масофанинг ўртача квадрати олинади.

(52.4) ифодани ҳамма электронлар учун жамлаб атомнинг тўлиқ индукцияланган магнит моментини аниқлаш мумкин:

$$p_{\text{mат}} = \sum \overline{p}'_m = -\frac{e^2B}{6m}\sum_{k=1}^{Z}\overline{r_k^2}. \qquad (52.5)$$

(маълумки, атомдаги электронлар сони атом номери Z га тенг).

Демак, ташқи магнит майдон таъсирида ҳамма электронлар учун бир хил бурчак тезликда орбиталарнинг прецессияси кузатилар экан (52.1). Прецессия натижасида ҳосил бўлган электронларнинг қўшимча ҳаракат йўналиши майдон йўналишига қарама-қарши бўлган атомнинг индукцияланган магнит моменти (52.5)ни юзага келтиради. Ҳамма моддаларда Лармор прецессияси ҳосил бўлади. Атом ўз магнит моментларига эга бўлган ҳолларда ташқи магнит майдон индукцияланган момент (52.5) ҳосил қилибгина қолмай, атом магнит моментларини майдон йўналишига ориентациялайди. Ҳосил бўлган мусбат (яъни майдон бўйича йўналган) магнит момент манфий индукцияланган магнит моментдан анча катта бўлади. Шунинг учун натижавий момент мусбат бўлиб, модда парамагнетик бўлади.

Атомлари магнит моментига эга бўлмаган (атом таркибидаги электронларнинг орбитал ва спин магнит моментларининг вектор йиғиндиси нолга тенг) моддаларда диамагнетизм ҳодисаси кузатилади. Бундай моддалар учун (52.5) тенгликни Авогадро сони N_A га кўпайтирилса, модда килограмм-атомининг магнит моменти ҳосил бўлади. Уни магнит майдон кучланганлигига бўлиб, килограмм-атомнинг магнит қабул қилувчанлиги $\chi_{\text{кат}}$ ни хосил қиламиз. Диамагнетикларнинг нисбий магнит киритувчанлиги амалда 1 га тенг. Шунинг учун $\frac{B}{H} = \mu_0$ дейиш мумкин.

Шундай қилиб,

$$\chi_{\text{кат}} = \frac{N_A p'_{m\,\text{ти}}}{H} = -\frac{\mu_0 N_A e^2}{6m}\sum_{k=1}^{z}\overline{r_k^2} = -3.55\cdot 10^{12}\sum_{k=1}^{z}\overline{r_k^2}. \qquad (52.6)$$

Электрон орбиталарининг радиуси тахминан 10^{-10} *м* га тенг. Демак, (52.6) формулага асосан килограмм-атом диамагнитнинг магнит қабул қилувчанлиги 10^{-8} — 10^{-7} булиб, бу тажриба натижаларига мос келади.

53-§. Парамагнетизм

Агар модда атомларининг магнит моменти нолдан фарқли бўлса, бундай модда парамагнетик ҳисобланади. Ташқи магнит майдон атомларнинг магнит моментларини **B** йуналиш буйича жойлаштиришга, иссиқлик ҳаракати эса ҳамма йуналишларга баробар бўлиб юборишга интилади. Натижада, B катта бўлган ҳолларда моментларнинг майдон буйлаб ориентацияси бирмунча купроқ ва температура юқори бўлганда эса камроқ булади.

Кюри тажрибада килограмм-атом парамагнит модданинг магнит қабул қилувчанлиги учун қуйидаги қонуниятни урнатди:

$$\chi_{\text{кат}} = \frac{C}{T}, \qquad (53.1)$$

бу ерда C — К ю р и д о и м и й с и, у модданинг табиатига боғлиқ, T — абсолют температура.

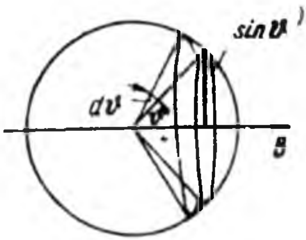
1905 йилда Ланжевен томонидан парамагнетизмнинг классик назарияси яратилди. Бу назарияни биз унча кучли булмаган майдон ва жуда паст бўлмаган температуралар учун баён этамиз.

(48.6) формулага асосан атом магнит майдонида $\mathbf{p}_m$ ва $\mathbf{B}$ векторлари орасидаги бурчак ϑ га боғлиқ бўлган потенциал энергия $W = -p_m B\cos\vartheta$ га эга бўлади. Шунинг учун моментларнинг йуналиш бўйича мувозанатли тақсимоти Больцман қонуниятига буйсуниши керак [I том, (109.3) формулага қаранг]. Бу қонуниятга асосан, атом магнит моментини **B** йуналиш билан ҳосил қилган бурчагининг ϑ ва $\vartheta + d\vartheta$ оралиқда ётиш эҳтимоллиги, қуйидаги миқдорга пропорционалдир:

$$e^{-\frac{W}{kT}} = e^{\frac{p_m B\cos\vartheta}{kT}}.$$

$$a = \frac{p_m B}{kT} \qquad (53.2)$$

белги киритиб, эҳтимолликни аниқловчи ифодани $e^{a\cos\vartheta}$ кўринишда ёзиш мумкин.



100- расм.

Атомлар магнит моментлари йўналишини бирлик радиусли сферадаги нуқталар ёрдамида тасвирлаймиз. Агар майдон магнит моментларига ориентацияловчи таъсир курсатмаса, улар йўналишлар буйича хаотик тақсимланган бўлар эди. Бу ҳолда сферадаги нуқталарнинг зичлиги ўзгармас бўлиб, $\frac{n}{4\pi}$ га тенг бўлади, n—бирлик ҳажмдаги атомлар сонига тенг деб олинган кузатилаётган атомлар сонидир. Шунинг учун, моментлари **B** нинг йўналиши билан ϑ ва $\vartheta + d\vartheta$ оралиқдаги бурчак ҳосил қилувчи атомлар сони (100- расм) қуйидагига тенг булади:

$$dn_\vartheta = n\,\frac{2\pi \sin\vartheta\, d\vartheta}{4\pi} = \frac{1}{2}\,n \sin\vartheta\, d\vartheta \qquad (53.8)$$

(I томдаги (100.4) формула билан таққосланг).

Ҳақиқатда, магнит майдон моментларга ориентацияловчи куч билан таъсир этади, натижада кичик ϑ ли йуналишлар устунлик қила бошлайди. Юқорида кўрганимиздек, турли йуналишлар эҳтимоллиги $e^{a\cos\vartheta}$ га пропорционалдир. Бинобарин, магнит майдон мавжудлигида моментларнинг йўналиш буйича тақсимотини ҳосил қилиш учун (53.3) ифодани шу купайтувчига купайтириш лозим:

$$dn_\vartheta = Ae^{a\cos\vartheta}\cdot\frac{1}{2}\,n\sin\vartheta\, d\vartheta \qquad (53.4)$$

(A — ҳозирча номаълум булган пропорционаллик коэффициенти).

Атом магнит моменти бир Бор магнитонига тенг, яъни $\sim 10^{-23}\,\frac{ж}{тл}$ [(51.7) га қаранг] қийматга эга.

Одатда ҳосил қилиниши мумкин булган майдонлардаги магнит индукцияси 1 *тл* (10^4 *гс*) га яқиндир. Бинобарин, $p_m B \approx 10^{-23}$ *ж* га яқин булади. Уй температурасида $kT \approx 4\cdot 10^{-21}$ *ж* булади. Шундай қилиб, $a = \frac{p_m B}{kT} \ll 1$ ва $e^{a\cos\vartheta}$ ни тахминан $1 + a\cos\vartheta$ ифодага алмаштириш мумкин. Бу ҳолда (53.4) ифода қуйидаги куринишга эга булади:

$$dn_\vartheta = A\,(1 + a\cos\vartheta)\,\frac{1}{2}\,n\sin\vartheta\, d\vartheta.$$

A доимийни мумкин булган ҳамма йуналишларда ориентациялана оладиган, яъни ϑ қиймати 0 дан π гача узгарадиган молекулалар сонининг n га тенг булишидан фойдаланиб топамиз:

$$n = \int_0^{\pi} dn_{\vartheta} = \frac{1}{2} nA \int_0^{\pi} (1 + a\cos\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta = nA.$$

Бу ердан $A = 1$ булади, шунинг учун

$$dn_v = \frac{1}{2} n (1 + a\cos\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta.$$

Атомларнинг магнит моментлари майдон йуналишига нисбатан симметрик тақсимланади. Шунинг учун натижавий магнит момент B буйича йуналган булади. Шунингдек, ҳар бир атом натижавий моментга $p_m \cos\vartheta$ га тенг ҳисса қушади. Шундай қилиб, бирлик ҳажмнинг магнит моменти учун (яъни, магнитланиш векторига) қуйидаги ифодани ёзиш мумкин:

$$\mathbf{J} = \int_0^{\pi} p_m \cos\vartheta\, d n_{\vartheta} = \frac{1}{2} np_m \int_0^{\pi} (1 + a\cos\vartheta)\cos\vartheta\sin\vartheta\, d\vartheta =$$

$$= \frac{1}{2} np_m \frac{2a}{3} = \frac{np_m a}{3}.$$

Бу формулага (53.2) дан a нинг қийматини қуйсак, қуйидаги ҳосил булади:

$$J = \frac{np_m^2 B}{3kT}.$$

Ниҳоят, J ни H га бўлиб магнит қабул қилувчанликни топамиз:

$$\chi = \frac{\mu_0 np_m^2}{3kT} \qquad (53.5)$$

(парамагнетиклар учун ҳам $\frac{B}{H} = \mu_0$ дейиш мумкин). n нинг урнига Авогадро сони N_A ни олсак, килоатом қабул қилувчанлик учун ифода ҳосил қиламиз:

$$\chi_{\text{кат}} = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{3kT}. \qquad (53.6)$$

Шу билан биз Кюри қонунига келганимизни билиш қийин эмас. (53.1) ва (53.6) формулаларни солиштириб, Кюри доимийси учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$C = \frac{\mu_0 N_A p_m^2}{3k}. \qquad (53.7)$$

(53.6) формула $p_m B \ll kT$ бўлган ҳол учун чиқарилганлигини эслатиб ўтамиз. Жуда кучли майдон ва паст температураларда парамагнетикнинг магнитланиши J ва майдон кучланганлиги H орасидаги пропорционалликдан четланиш кузатилади, хусусан, ҳамма $\mathbf{p}_m$ лар майдон бўйича жойлашгандан кейин, H нинг ортиши J нинг ўсишига олиб келмайди, яъни магнит туйиниш ҳолати кузатилади.

(53.6) формула ёрдамида ҳисобланган $\chi_{кат}$ нинг қиймати кўпгина ҳолларда тажриба натижаси билан мос тушади.

Парамагнетизмнинг квант назарияси атом магнит моментларининг майдонга нисбатан ориентациясининг дискретлигини ҳисобга олади. $\chi_{кат}$ учун квант назарияси (53.6) га ухшаш ифодага олиб келади.

54-§. Ферромагнетизм

Ташқи майдон булмаганда ҳам магнитланиш хусусиятига эга булган моддалар магнетикларнинг алоҳида синфини ташкил этади. Ўзининг энг куп тарқалган вакили—темир булганидан, улар ферромагнетиклар деб номланади. Темир, никель, кобальт, гадолиний ва уларнинг қотишмалари, шунингдек, марганец ва хромнинг ферромагнит булмаган элементлар билан бирлашмалари (масалан, MnAlCu, CrTe ва бошқалар) ферромагнитларга мисол була олади. Кейинги вақтда ферритлар деб номланган ферромагнит ярим ўтказгичлар (72-§ га қаранг) катта роль уйнамоқда. Ферромагнетизм бу моддаларнинг фақат кристалл ҳолатлари учун хос булган хусусиятидир.

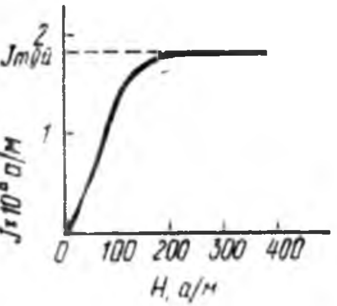
Ферромагнетиклар — кучли магнит моддалардир, уларнинг магнитланиши кучсиз магнит ҳисобланган диа-ва парамагнетикларникидан бир неча (10^{10} гача) марта каттадир.

Кучсиз магнит моддаларнинг магнитланиши майдон кучланганлиги билан чизиқли боғланишга эга. Ферромагнитларнинг магнитланиши эса H билан мураккаб боғланган, 101-расмда дастлабки магнит моменти ноль булган ферромагнетикларнинг магнитланиш эгри чизиғи курсатилган (бу асосий ёки ноль тартибли магнитланиш эгри чизиғи дейилади). Бир неча эрстедли ($\sim 100\ а/м$) майдонлардан бошлаб магнитланиш тўйина бошлайди. 102-расмда ($0-1$ эгри чизиқ) $B-H$ диаграммада магнитланиш эгри чизиғи берилган. $B=\mu_0(H+J)$ ифодани эслаймиз. Шунинг учун B туйинишга эришиши билан H га чизиқли боғланишда орта боради:

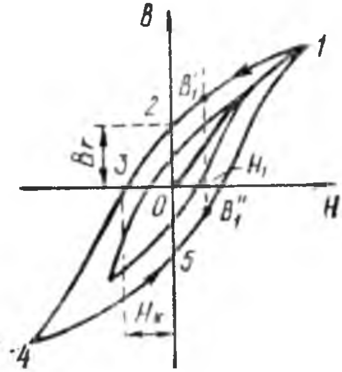
$$B=\mu_0 H+\text{const}, \text{ бу ерда } \text{const}=\mu_0 J_{\text{тўй}}.$$

Темирнинг магнитланиши биринчи марта улуғ рус олими А. Г. Столетов томонидан аниқланиб, тўла текширилган. Шу ҳодиса асосида ишлаб чиқилган магнит индукциясининг баллистик метод билан улчаниши ҳозирги кунда ҳам кенг куламда қулланиб келинмоқда (57-§ га қаранг).

H ва J (ёки H ва B) орасидаги чизиқли бўлмаган боғланишдан ташқари ферромагнетиклар учун гистерезис ҳодисаси ҳам характерлидир. Агар магнитланишни туйинишга етказсак (102- расмдаги *1* нуқта) ва магнит майдон кучланганлигини камайтирсак, у ҳолда магнитланиш дастлабки *0 — 1* буйича бормай, *1 — 2* чизиқ буйича узгаради. Натижада ташқи майдон кучланганлиги нолга тенг бўлганда магнитланиш йўқолмайди, унга мос қолдиқ индукция B_r деб аталувчи катталик билан характерланади. Бу ҳолда магнитланиш J_r қолдиқ магнитланиш деб аталади.



101- расм.



102- расм.

Магнитланишни ҳосил қилувчи майдонга қарама-қарши йўналган майдон H_c таъсирида магнитланиш йўқолади (*3* нуқта). H_c кучланганликка коэрцитив куч деб аталади.

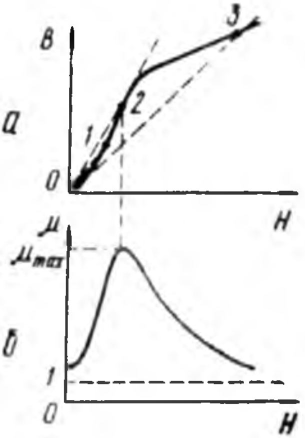
Қолдиқ магнитланишнинг мавжудлиги узгармас магнитларни ҳосил қилишга, яъни ташқи энергия сарфламай макроскопик токларни тутиб турувчи жисмлар яратишга имкон беради. Ҳақиқатан, ўзгармас магнит ўз хусусиятларини яхши сақлаб туриши учун коэрцитив кучи катта бўлган материалдан ясалиши керак.

Ферромагнетикка ўзгарувчан магнит майдони таъсир қилганда индукция гистерезис сиртмоғи деб аталувчи *1—2—3—4—5—1* эгрилик бўйича (102- расм) узгаради (J — H диаграммада ҳам шунга ўхшаш эгрилик ҳосил бўлади). Агар H нинг максимал қиймати туйинтирувчи магнитланишни ҳосил қила оладиган булса, максимал гистерезис сиртмоғи ҳосил булади (102- расмдаги яхлит эгри чизиқли сиртмоқ). Агар H нинг амплитуда қиймати туйинишга етмаса, хусусий цикл деб аталган сиртмоқ ҳосил бўлади (расмдаги пунктир чизиқ билан чизилган сиртмоқ). Хусусий цикл чексиз куп бўлиши мумкин, уларнинг ҳаммаси максимал гистерезис сиртмоғи ичида ётади.

Гистерезис, ферромагнетиклар магнитланиши B нинг бир қийматли функцияси эмаслигини курсатади; бу намунанинг бундан аввалги тарихий ҳолига, яъни аввал қандай майдонларда булганлигига боғлиқ булади. Масалан, H_1 майдон кучланганлиги учун индукция B_1' дан B_1'' гача булган исталган қийматларга эга булиши мумкин (102- расм).

Ферромагнетиклар ҳақида юқорида айтилганлардан уларнинг сегнетоэлектрикларга ухшаш хусусиятларга эга эканлиги куриниб турибди (19- § га қаранг).

B нинг H билан бир қийматли боғланишга эга эмаслигидан магнит сингдирувчанлик фақат магнитланишнинг асосий эгри чизиғи учун қулланиши келиб чиқади. Ферромагнетикларнинг магнит киритувчанлиги μ (магнит қабул қилувчанлик χ) ҳам майдон кучланганлигининг функцияси булади. 103- *а* расмда магнитланишнинг асосий эгри чизиғи берилган. Координата бошидан, эгри чизиқнинг ихтиёрий нуқтасидан утадиган тўғри чизиқ ўтказамиз. Бу туғри чизиқнинг оғиш бурчаги тангенси B/H нисбатга пропорционал, яъни кучланганликнинг шу қийматига мос магнит киритувчанлик μ ни беради. „H“ ни нолдан бошлаб орттирсак, бурчак аввал ортади (μ ҳам). *2* нуқтада максимумга (*0—2* туғри чизиқ эгри чизиққа утказилган уринмадир) эришиб, сунг камаяди. 103- *б* расмда μ нинг H га боғлиқлик графиги берилган. Расмдан куриниб турибдики, μ нинг максимал қийматига туйинишдан бирмунча аввалроқ эришилар экан. H нинг чексиз ортиши билан у 1 га асимптотик яқинлашади. Бу $\mu = 1 + J/H$ ифодадаги J нинг $J_{туй}$ дан орта олмаслигидан келиб чиқади.

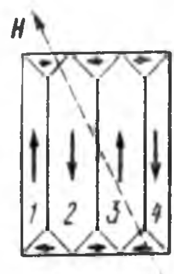


103- расм.

B_r (ёки J_r), H_c ва μ_{max} катталиклар ферромагнетикларнинг асосий характеристикалари ҳисобланади. Агар коэрцитив куч H_c катта булса, бундай ферромагнетикни қаттиқ ферромагнетик дейилади. Унга кенг гистерезис сиртмоғи характерлидир. Кичик H_c га эга булган ферромагнетик учун (мос равишда ингичка гистерезис сиртмоғига эга булгани) юмшоқ ферромагнетик дейилади. Қўлланишига қараб у ёки бу ферромагнетик ишлатилади. Ўзгармас магнитларга қаттиқ ферромагнетик, трансформатор ўзакларига эса юмшоқ ферромагнетик ишлатилади. Бир неча типик ферромагнетикларнинг характеристикалари жадвалда берилган.

Модда	Таркиби	μ_{max}	B_r *Тл*	H_c *а/м*
Темир	99,9% Fe	5 000	—	8 0
Супермаллои	79% Ni, 5% Mo, 16% Fe	800 000	—	0 3
Алнико	10% Al, 19% Ni, 18% Co, 53% Fe	—	0,9	52 000
Магнико	14% Ni, 24% Co, 8% Al, 3% Cu, 51% Fe	—	1,25	46 000
Колумакс	13% Ni, 24% Co, 8% Al, 3% Cu, 0,7% Ti, қолгани Fe	—	1,3	59 000

Ферромагнетиклар магнитланганда деформацияланади. Бу ҳодиса магнитострикция дейилади. Магнитострикцияда намунанинг чизиқли улчамларининг нисбий ўзгариши жуда катта эмас—10^5 *а м* ($\sim 10^3$ *э*)га яқин майдонда $10^{-5} + 10^{-6}$ ни ташкил қилади. Бу эффектнинг ишораси ферромагнетик табиатига, кристаллографик уқларининг магнит майдон йуналишига нисбатан ориентациясига ва майдон кучланганлигига боғлиқ бўлади. Баъзи ферромагнетикларда кучсиз майдондан кучли майдонга утганда магнитострикция ишораси ўзгаради.



104- расм

Ферромагнетизм назариясини Я. И. Френкель ва Гейзенберг 1928 йилда яратган эдилар. Магнитомеханик ҳодисаларни урганувчи тажрибалардан (51-§ га қаранг), ферромагнетикларнинг магнит хусусиятлари электронларнинг хусусий (спин) моментлари томонидан белгиланади деган хулосага келинади. Маълум шароитда кристалларда шундай кучлар[1]) ҳосил буладики, у электронларнинг магнит моментларини узаро параллел жойлаштиради. Натижада (ўз-узидан) спонтан магнитланиш соҳаси ҳосил бўлади, улар доменлар деб аталади. Ҳар бир домен чегарасида ферромагнетик уз-ўзидан магнитланиб туйинади ва аниқ магнит моментига эга бўлади Бундай моментларнинг йўналиши турли доменлар учун турличадир (104- расм), ташқи майдон булмаганда бутун жисмдан моментларнинг йиғиндиси нолга тенг бўлади. Доменлар ўлчами $10^{-4} + 10^{-1}$ *см* тартибида булади.

Майдоннинг доменларга таъсири турли даврларда турличадир. Дастлаб, майдон ҳали кучсиз бўлган вақтда доменлар чегараларининг силжиши кузатилади, натижада, моментлари **H** билан кичик бурчак ташкил қилувчилари $\mathbf{p}_m$ ва **H** вектор-

[1]) Бу кучлар ўзаро алмашинувчи кучлар дейилади. Уларни квант механикасигина тушунтира олади.

лари орасидаги бурчаги ϑ катта булган доменлар ҳисобига катталашади. Масалан, *1* ва *3* домен (104- расм) *2* ва *4* домен ҳисобига катталашади. Майдон кучланганлиги ортиши билан бу процесс ривожланиб ϑ си кичик булган доменлар энергетик ноқулай булган доменларни тамоман ютиб юборгунча давом этади. Кейинги даврда домен магнит моментлари майдон йуналиши томон бурилади. Бу ҳолда домен чегарасидаги электрон моментлари ҳам ўзаро паралеллигини йуқотмасдан, майдон йуналиши томон бир вақтда бурилади. Бу процесслар (кучсиз майдон таъсирида доменлар орасидаги чегаранинг озгина силжишини ҳисобга олмаса) қайтмас булиб, гистерезиснинг ҳосил бўлишига сабаб булади.

Ҳамма ферромагнетиклар учун спонтан магнитланиш соҳаси ажралиб кетадиган ва модда ферромагнитлик хусусиятини йўқотадиган маълум T_c температура мавжуд. Бу температура Кюри нуқтаси дейилади. Бу нуқта темир учун 768°C га, никель учун 365°C га тенг бўлади. Кюри нуқтасидан юқори температурада ферромагнетик оддий парамагнетик булиб, магнит киритувчанлиги Кюри—Вейсс қонунига буйсунади:

$$\chi_{кат} = \frac{C}{T - T_c} \qquad (54.1)$$

[(53.1) формула билан таққосланг].

Кюри нуқтасидан паст температурагача совитилганда доменлар қайтадан ҳосил булади.

Кюри нуқтасида иккинчи тур фазовий утиш булади (I т., 147- § га қаранг). T_c га тенг температурада бир қатор физик хусусиятлар, хусусан ферромагнетик солиштирма иссиқлик сиғимида аномаллик кузатилади.

Бир неча ҳолларда, алмашинувчи кучлар антиферромагнетикларни ҳосил қилади (хром, марганец ва бошқалар). Антиферромагнетикларнинг мавжудлигини 1933 йилда Л. Д. Ландау айтиб берган эди. Антиферромагнетикларда электронларнинг хусусий моментлари ўз-узидан антипараллел жойлашиб қолади.

Бундай ориентация жуфт-жуфт қушни атомларни ўз ичига олади. Натижада антиферромагнетиклар жуда кичик магнит қабул қилувчанликка эга булиб, кучсиз парамагнетиклардек булиб қолади. Улар учун ҳам T_N температура мавжуд булиб, спинларнинг антипараллел ориентацияланиши йуқолади. Бу температура антиферромагнит учун Кюри нуқтаси ёки Неел нуқтаси дейилади. Баъзи ферромагнетиклар (масалан, эрбий, диспрозий, мис ва марганец қотишмалари учун бундай температура иккита булиб (Неелнинг юқори ва қуйи нуқтаси), улар орасида антиферромагнитлик хусусиятлар намоён булади. Юқори Неел нуқтасидан баланд температураларда модда ўзини парамагнетик каби, қуйи Неел нуқтасидан пастда эса ферромагнетик каби тутади.

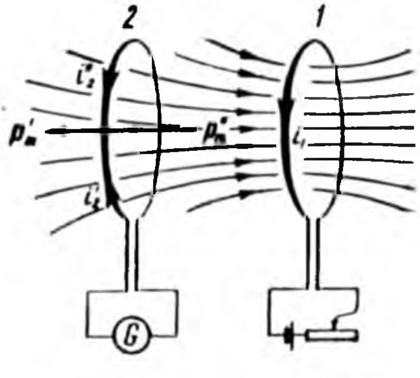
X БОБ

ЭЛЕКТРОМАГНИТ ИНДУКЦИЯ

55-§. Электромагнит индукция ҳодисаси

Фарадей 1831 йилда ҳар қандай утказувчан берк контурда у ўраб турган сирт орқали ўтаётган магнит индукцияси оқими узгарганда электр токи пайдо булишини кашф этди. Бу ҳодиса **электромагнит индукция** деб аталади, ҳосил бўлаётган токни эса **индукцион ток** дейилади.

Индукцион токнинг катталиги магнит индукцияси оқими Ф ни узгартириш усулига боғлиқ бўлмай, балки Ф нинг узгариш тезлигига, яъни $\frac{d\Phi}{dt}$ га боғлиқ бўлади. $\frac{d\Phi}{dt}$ нинг ишораси узгариши билан токнинг йўналиши ҳам узгаради. Юқорида айтилганларни қуйидаги мисол орқали тушунтирамиз. 105-расмда курсатилган *1* контурдаги токнинг кучи i_1 ни реостат ёрдамида узгартириш мумкин. Бу i_1 ток *2* контурни кесиб ўтадиган магнит майдонни вужудга келтиради. Агар i_1 токни орттирсак, *2* контур орқали утаётган магнит индукцияси оқи-



105-расм.

ми Ф кўпаяди. Натижада *2* контурда i_2 индукцион ток пайдо бўлади, уни гальванометр ёрдамида аниқлаш мумкин. i_1 токнинг камайтирилиши, иккинчи контур орқали ўтаётган магнит индукцияси оқимининг камайишига олиб келади, бу эса контурда аввалги йўналишга тескари йўналган токни пайдо қилади. Индукция токи i_2 ни *2* контурни биринчи контурга яқинлаштириш ёки иккинчи контурни биринчи контурдан узоқлаштириш йўли билан вужудга келтириш мумкин. Ҳар иккала ҳолда пайдо бўлаётган токларнинг йўналиши қарама-қарши бўлади. Ниҳоят, *2* контурни илгариланма ҳаракатлантирмасдан, контурга туширилган нормал билан майдон йўналиши ўртасида бурчакни ўзгартириб ҳам электромагнит индукция ҳодисасини кузатиш мумкин.

Майдони нолдан фарқли бўлган бутун фазони бир жинсли магнетик билан тўлдирсак, бошқа томондан бир хил бўлган шароитда индукцион токни μ марта орттириш мумкин. Шу билан индукцион токнинг **H** вектор оқимининг ўзгаришига эмас, балки магнит индукцияси оқимининг ўзгаришига боғлиқ эканлиги тасдиқланади.

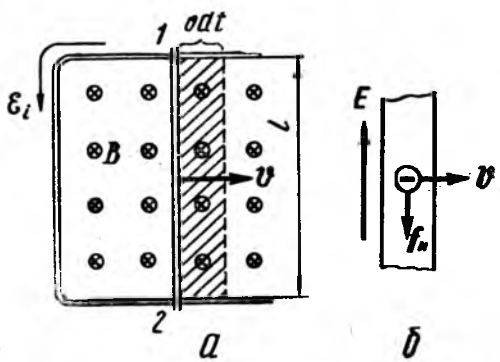
Ленц индукцион токнинг йўналишини топиш имконини берадиган қоидани аниқлади. Ленц қоидасига мувофиқ *индукцион токни ўзини вужудга келтираётган сабабга қаршилик кўрсатувчи томонга йўналган бўлади.* Масалан, контурни ҳаракатлантириб Ф ўзгартирилган бўлса, у ҳолда пайдо бўлган индукцион токнинг йўналиши шундайки, контурга ташқи майдонда таъсир қилаётган куч унинг ҳаракатига қаршилик қилади. Агар *2* контурни биринчи контурга яқинлаштирсак, i_2' ток пайдо бўлиб (105- расм), бу токнинг магнит моменти ташқи майдонга қарши йўналган ($\mathbf{p}_m$ ва **B** векторлар ўртасидаги α бўрчак π га тенг). Демак, (48.8) формулага мувофиқ *2* контурга таъсир қилаётган куч уни биринчи контурдан итаради. Агар *2* контурни биринчи контурдан узоқлаштирсак, контурда пайдо бўлган i_2' токнинг моменти $\mathbf{p}_m'$ йўналиш бўйича **B** билан мос тушади ($\alpha = 0$), натижада *2* контурга таъсир қилаётган куч биринчи контур томонга йўналган бўлади.

Энди *2* контур силжимасин ва индукцион ток биринчи контурдаги i_1 токни ўзгартириш натижасида пайдо бўлсин. Бу ҳолда шундай йўналишдаги i_2 ток пайдо бўладики, бу ток пайдо қилган магнит оқими индукцион токни вужудга келтирган ташқи оқимнинг ўзгаришини камайтиришга интилади. Агар i_1 токни кўпайтирсак, яъни ўнг томонга йўналган ташқи магнит оқими ортса, чап томонга қараб йўналган оқимни вужудга келтирувчи i_2' ток пайдо бўлади. Агар i_1 токнинг қиймати камайтирилса, хусусий магнит оқими ташқи оқимга мос йўналган ва демак, ташқи оқимни ўзгартирмасликка интиладиган i_2 ток пайдо бўлади.

56-§. Индукция электр юритувчи кучи

Занжирда ток мавжуд бўлиши учун э. ю. к. бўлиши керак. Шунинг учун электромагнит индукция ҳодисасининг кузатилиши контурдаги магнит оқими Ф ўзгарганда контурда индукция электр юритувчи кучи $\mathcal{E}_i$ пайдо бўлади.

$\mathcal{E}_i$ билан Ф нинг ўзгариш тезлиги орасидаги боғланишни аниқлаш учун қуйидаги мисолни кўриб чиқамиз. Коитурнинг узунлиги l га тенг бўлган 1—2 қисми қолган қисмига нисбатан контактни узмаган ҳолда ҳаракат қила оладиган бўлсин (106- *а* расм). Шу контурни ўз текислигига перпендикуляр



106- расм

бўлган бир жинсли магнит майдонига жойлаштирамиз (бу майдон чизмада крестли доирачалар билан кўрсатилган — **B** вектор биздан чизма орқасига йўналган). Контурнинг ҳаракатланувчи қисмини **v** тезликда ҳаракатлантирамиз. Ташқи майдонга нисбатан ўтказгичдаги заряд ташувчилар—электронлар ҳам шундай тезлик билан ҳаракатланади (106- *б* расм). Натижада ҳар бир электронга Лоренц кучи $\mathbf{f}_{\parallel}$ таъсир қилиб, унинг модули қуйидагига тенг [(47.5) га қаранг]:

$$f_{\parallel} = evB \qquad (56.1)$$

(бу ердаги „ || “ индекси куч сим бўйлаб йўналган эканлигини кўрсатади).

Юқоридаги кучнинг таъсири кучланганлиги

$$E = vB$$

га тенг бўлган ва 106- *б* расмда кўрсатилган йўналишга эга бўлган электр кучнинг таъсирига эквивалентдир. Бу майдон электростатик майдон эмас. Бу кучнинг контур бўйича циркуляцияси контурда индукцияланган э. ю. к. га тенг:

$$\mathcal{E}_i = \oint E_l\, dl = El = vBl = B\,\frac{lv\, dt}{dt} = B\,\frac{ds}{dt}, \tag{56.2}$$

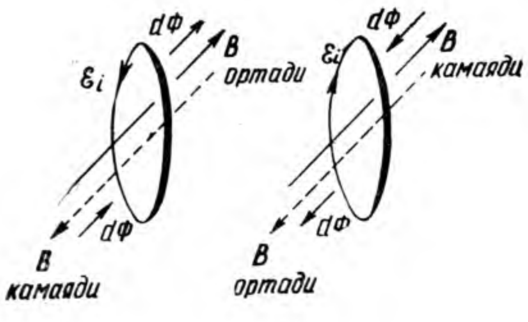
бу ерда $ds = lv\, dt$ контур юзининг dt вақт ичида олган орттирмаси (бу орттирма 106-a расмдаги штрихланган юзачага тенг) Циркуляциясини ҳисоблаётганда биз E_l узунлиги l га тенг бўлган кесмадагина нолдан фарқли ҳамма кесма бўйича $E_l = E$ эканлигини ҳисобга олдик.

Формуладаги Bds кўпайтма контур орқали ўтаётган магнит индукцияси оқимининг $d\Phi$ орттирмасига тенг. Демак, ёпиқ контурда пайдо бўлаётган индукция э. ю. к. контур орқали ўтаётган магнит индукцияси оқимининг ўзгариш тезлигига тенг деган хулосага келамиз. Бу тенгликни қуйидагича ёзиш қабул қилинган:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt}. \tag{56.3}$$

(56.3) даги «—» ишора $\mathcal{E}_i$ ва $d\Phi$[1]) ларнинг йўналишлари чап парма қоидаси орқали ўзаро боғланишга эга эканлигини билдиради. Оқимнинг чизма орқали йўналган мусбат орттирмасига (106-расм) $\mathcal{E}$, нинг расмда кўрсатилган йўналиши мос келиб, у оқим йўналиши билан чап парма қоидасига кўра чизма орқасига йўналган. Агар ўтказгич 1—2 ўнг томонга эмас, чап томонга силжиса, контур орқали ўтаётган оқим камаяди ва $\mathcal{E}_i$ нинг йўнилиши расмда кўрсатилган йўналишга тескари бўлади.

107-расмда $\mathcal{E}_i$ нинг **B** векторнинг турли йўналишига ва **B** нинг вақтга турлича боғланишига мос келадиган йўналиши кўрсатилган.



107- расм.

[1]) Оқим Ф ва унинг орттирмаси $d\Phi$ скаляр катталиклардир. Шунинг учун уларнинг йўналиши ҳақида сўзлаганда, токнинг йўналиши тушунчасига ўхшаш маъно кўзда тутилади [(7.5) формуланинг изоҳларига қаранг].

СИ системада магнит индукция оқимининг бирлиги қилиб, вебер (*вб*) олинган, у магнит индукцияси 1 теслага тенг бўлган магнит майдонининг 1 $м^2$ сиртдан кесиб ўтувчи нормал чизиқлари оқимига тенг. Агар оқим ўзгаришининг тезлиги 1 *вб/сек* га тенг бўлса, контурда индукцияланган э. ю. к. 1 *в* га тенг бўлади.

Гаусс системасида (56.3) формула қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{1}{c}\,\frac{d\Phi}{dt}. \tag{56.4}$$

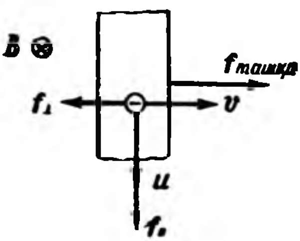
Бу системада Ф нинг бирлиги Максвелл (*мкс*) қабул қилинган. $B=1$ *гс* га тенг бўлганда 1 $см^2$ сирт орқали ўтаётган оқимга тенг. Оқимнинг СИ ва Гаусс системаларидаги бирликлари ўртасида қуйидаги муносабат мавжуд:

$$1\ вб = 1\ тл \cdot 1\ м^2 = 10^4\ гс \cdot 10^4\ см^2 = 10^8\ мкс. \tag{56.5}$$

(56.4) формула бўйича $\mathcal{E}_i$ ни ҳисоблаганда СГСЭ-потенциал бирликларида чиқади. $\mathcal{E}_i$ ни вольтларда ифодалаш учун натижани 300 га кўпайтириш керак $300/c = 10^{-8}$ бўлгани учун,

$$\mathcal{E}_i(в) = -10^{-8}\frac{d\Phi}{dt}\ \frac{(мкс)}{(сек)}. \tag{56.6}$$

Биз юқорида кўриб ўтган мисолда контурда токни сақлаб турадиган ташқи кучлар вазифасини Лоренц кучлари бажаради. Бу кучларнинг бирлик мусбат заряд устида бажарган ва таъриф бўйича э. ю. к. га тенг бўлган (32-§ га қаранг) иши нолдан фарқлидир. Бу ҳол 47-§ да Лоренц кучи заряд устида иш бажариши мумкин эмас деб айтилган фикрга зид келгандай кўринади. Лекин гап шундаки, (56.1) куч электронга таъсир қилаётган Лоренц кучининг ҳаммаси эмас, балки **v** тезликка боғлиқ бўлган параллел ташкил этувчисигинадир (108-расм). Электрон ана шу ташкил этувчи таъсирида сим бўйлаб **u** тезлик билан ҳаракат қилади, натижада Лоренц кучининг симга перпендикуляр бўлган ва модули қуйидагига тенг бўлган $f_\perp$[1] ташкил этувчиси ҳосил қилади:



108-расм.

$$f_\perp = euB \tag{56.7}$$

(108-расмга қаранг).

Шундай қилиб, электронга таъсир қилаётган тўла Лоренц кучи

$$\mathbf{f}_Л = \mathbf{f}_\parallel + \mathbf{f}_\perp$$

га тенг, бу кучнинг электрон устида dt вақтда бажарган иши қуйидагига тенг:

$$dA = f_\parallel u\,dt - f_\perp v\,dt$$

[1]) Бу ташкил этувчи циркуляцияга ҳисса қўшмайди, чунки унинг сим йўналишига бўлган проекцияси нолга тенг.

($\mathbf{f}_\parallel$ ва $\mathbf{u}$ векторларнинг йўналиши бир хил, $\mathbf{f}_\perp$ ва $\mathbf{v}$ векторларнинг йўналиши эса қарама-қарши, 108-расмга қаранг). Агар $f_\parallel = evB$, $f_\perp = euB$ эканлигини ҳисобга олсак, ҳақиқатан ҳам Лоренц кучининг иши нолга тенг эканлигини кўрамиз.

$\mathbf{f}_\perp$ куч симнинг тезлиги $\mathbf{v}$ га қарама-қарши йўналган. Шунинг учун симнинг $1-2$ кесмаси 108-расмда кўрсатилгандай доимий $\mathbf{v}$ тезлик билан ҳаракатланиши учун $1-2$ симдаги барча электронларга таъсир қилувчи $\mathbf{f}_\perp$ кучларнинг йиғиндисини тезлаштирувчи $\mathbf{f}_{\text{ташқи}}$ ташқи куч билан таъсир қилиш керак. Индукция токининг контурда ажратадиган энергияси ана шу ташқи куч бажарган иш ҳисобига ҳосил бўлади. Ҳақиқатан, $\mathbf{f}_{\text{ташқи}}$ кучнинг модулини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$f_{\text{ташқи}} = f_\perp n V = euBnV = euBnlS_{\text{сим}},$$

бу ерда n—ҳажм бирлигидаги эркин электронларнинг сони, $V = eS_{\text{сим}}$ — симнинг $1-2$ қисмидаги ҳажми, $S_{\text{сим}}$ — симнинг кўндаланг кесим юзи.

Шунда $f_{\text{ташқи}}$ кучнинг dt вақт давомида бажарган иши қуйидагига тенг:

$$dA_{\text{ташқи}} = f_{\text{ташқи}} v\, dt = euBnlS_{\text{сим}} v dt. \qquad (56.8)$$

Ток контурда dt вақт давомида ажратган энергияси қуйидаги ифода орқали аниқланади [(37.2) формулага қаранг]:

$$dQ = \mathscr{E}_i I dt = \mathscr{E}_i j S_{\text{сим}} dt,$$

бу ерда j — ток зичлиги. Ток зичлиги (37.4) формулага мувофиқ $j = enu$ га тенг бўлгани учун индукция э. ю. к. (56.2) формулага мувофиқ қуйидаги $\mathscr{E}_i = vBl$ кўринишга эга. Агар j ва $\mathscr{E}_i$ нинг юқоридаги қийматларини dQ нинг ифодасига қўйсак, қуйидаги формулага келамиз:

$$dQ = vBlenuS_{\text{сим}} dt.$$

Бу формула $dA_{\text{ташқи}}$ учун ёзилган (56.8) формулага мос келади. Шундай қилиб, биз $dQ = dA_{\text{ташқи}}$ эканлигини исбот қилдик.

Индукция э. ю. к. нинг пайдо бўлишини биз юқорида кўриб ўтгандек тушунтирилиши магнит майдони ўзгармас бўлиб, контурнинг геометрияси ўзгарадиган ҳолга тааллуқлидир. Лекин контур орқали ўтаётган магнит оқими $\mathbf{B}$ нинг ўзгариши ҳисобига ўзгариши мумкин. Охирги ҳолда э. ю. к. нинг пайдо бўлишини бошқача тушунтириш мумкин. Вақт давомида ўзгарувчи магнит майдони $\mathbf{B}$ уюрмавий электр майдонни $\mathbf{E}$ вужудга келтиради (103-§ да бу ҳақда батафсил сўзланади). Майдон $\mathbf{E}$ нинг таъсирида ўтказгичдаги ток ташувчилар ҳаракатга келади ва индукцион ток пайдо бўлади. Индукция э. ю. к. билан магнит оқимининг ўзгариши ўртасидаги боғланиш бу ҳолда ҳам (56.3) формула ёрдамида ифодаланади.

Э. ю. к. индукцияланаётган контур бир эмас, балки N та бир хил ўрамдан иборат бўлсин, яъни соленоид (ёки тороид) шаклида бўлсин. Соленоиднинг ўрамлари кетма-кет уланган бўлгани учун $\mathcal{E}_i$ ҳар бир ўрамда индукцияланган э. ю. кучларнинг йиғиндисига тенг бўлади:

$$\mathcal{E}_i = -\sum \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(\sum \Phi\right).$$

Бундаги

$$\Psi = \sum \Phi, \tag{56.9}$$

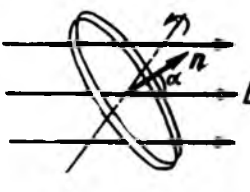
катталикни оқим тутиниши ёки тўла магнит оқими деб айтилади. Бу катталик Ф нинг бирликларида ўлчанади. Агар ҳар бир ўрам ўтаётган оқим бир хил бўлса,

$$\Psi = N\Phi. \tag{56.10}$$

Оқим тутинишдан фойдаланиб, соленоидда индукцияланган э. ю. к. ифодасини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}. \tag{56.11}$$

Мисол. N ўрамдан иборат бўлган ғалтак бир жинсли магнит майдонида ўзгармас ω тезликда айланмоқда (109-расм). Шу ғалтакда индукцияланган э. ю. кучни топайлик. Бир ўрам орқали ўтаётган оқим $\Phi = B_nS = BS\cos\alpha$ га тенг бўлиб, бу ерда S — ўрам юзи, α — ўрам сиртига ўтказилган нормал билан **B** йўналиш ўртасидаги бурчак. Тўла оқим $\Psi = N\Phi = NBS\cos\alpha$ га тенг. Бурчак α вақт давомида $\alpha = \omega t$ қонун бўйича ўзгаради. Демак,



109- расм.

$$\Psi = NBS\cos\omega t = \Psi_m \cos\omega t$$

га тенг, бу ерда Ψ_m орқали тўла оқимнинг амплитуда қиймати белгиланган (56.11) формулага мувофиқ

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt} = \Psi_m\omega \sin\omega t = \mathcal{E}_m \sin\omega t, \tag{56.12}$$

Шундай қилиб, ғалтакда гармоник қонун бўйича ўзгарадиган ўзгарувчи э. ю. к индукцияланар экан.

57-§. Магнит индукциясини ўлчаш усуллари

Бирор ёпиқ контурга боғланган тўла оқим қиймати Ψ_1 дан Ψ_2 гача ўзгараётган бўлсин. Контурнинг кўндаланг кесими орқали ўтаётган зарядни топайлик. Контурдаги ток кучининг оний қиймати қуйидагига тенг:

$$i = \frac{\mathcal{E}_i}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d\Psi}{dt},$$

бундан

$$dq = i\,dt = -\frac{1}{R}\frac{d\Psi}{dt}dt = -\frac{1}{R}d\Psi$$

(бу ердаги „—" ишора dq заряд кўчирилаётган йўналиш билан $d\Psi$ нинг йўналиши чап парма қоидаси орқали боғланганлигини билдиради).

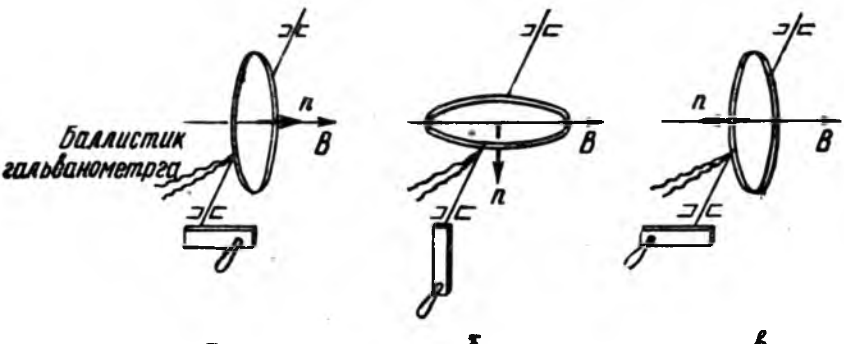
Юқоридаги ифодани интегралласак, тўла зарядни топамиз:

$$q = \int dq = -\frac{1}{R}\int_1^2 d\Psi = \frac{1}{R}(\Psi_1 - \Psi_2). \qquad (57.1)$$

(57.1) муносабат магнит индукциясини ўлчашнинг А. Г. Столетов ишлаб чиққан баллистик усулига асос бўлиб хизмат қилади, бу усул қуйидагидан иборат. Майдоннинг бизни қизиқтираётган нуқтасига N ўрамли кичик ғалтак жойлаштирамиз. Агар ғалтакни **B** вектор ўрамлар текислигига перпендикуляр бўладиган қилиб жойлаштирсак (110-*а* расм), тўла магнит оқими қуйидагига тенг бўлади:

$$\Psi_1 = NBS,$$

бу ерда S—битта ўрамнинг юзи бўлиб, бу юз **B** нинг қийматини ўзгармас деб ҳисоблайдиган даражада кичик бўлиши керак.



110- расм.

Агар ғалтакни 90° га бурсак, (110-*б* расм), ғалтак орқали ўтаётган оқим нолга тенг бўлади (**n** вектор **B** га перпендикуляр бўлади), яъни NBS га ўзгаради. Агар ғалтакни 180° га бурсак (110-*в* расм), тўла оқим $2NBS$ га ўзгаради, чунки оқим қиймати $\Psi_2 = -NBS$ га тенг бўлиб қолади (**n** ва **B** қарама-қарши томонларга йўналган). Агар ғалтакни етарли даражада тез бурсак, контурда қисқа муддатли ток импульси пайдо бўлиб, бунда (57.1) га мувофиқ қуйидагига тенг заряд ўтади:

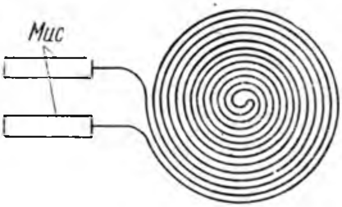
$$q = \frac{1}{R} 2NBS \qquad (57.2)$$

(90° бўлганда формулада 2 бўлмайди).

Қисқа муддатли ток импульси мавжуд бўлганда контур орқали ўтаётган зарядни баллистик гальванометр ёрдамида ўлчаш мумкин. Баллистик гальванометр хусусий тебранишлар даври катта бўлган гальванометрдан иборатдир. Агар q ни ўлчаб олсак, R, N ва S нинг қийматларини билган ҳолда (57.2) формула ёрдамида B ни топиш мумкин. Бу ерда R нинг қийматига ғалтак, ток келтирувчи симлар ва гальванометр қаршилигидан иборат занжирнинг тўла қаршилиги киради.

Агар (57.2) формуладаги q ни кулон ҳисобида, R ни ом ҳисобида, S ни *кв. метр* ҳисобида ифодаласак, B тесла ҳисобида келиб чиқади.

Ғалтакни айлантириш ўрнига ўрганилаётган магнит майдони улаш (ёки узиш) ҳамда унинг йўналишини тескарига алмаштириш мумкин. Хусусан А. Г. Столетов темирнинг магнитланиш эгри чизиғини ўрганишда шундай қилган.



111-расм.

B ни ўлчаганда висмутнинг электр қаршилиги магнит майдон таъсирида кескин тесланинг ўндан бир қисмида (демак ҳар 1000 *гс* да) тахминан 5% га[1]) ортишидан фойдаланиш мумкин. Шунинг учун илгаридан даражаланган висмут спирални (111-расм) жойлаштириш керак ва қаршилигининг нисбий ўзгаришини ўлчаб олиб майдоннинг магнит индукциясини топиш керак.

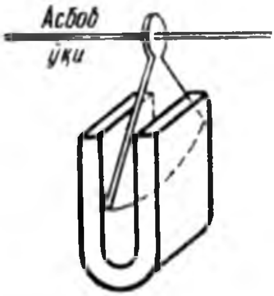
58-§. Фуко токлари

Индукцион токлар массив яхлит ўтказгичларда ҳам пайдо бўлиши мумкин. Бу ҳолда улар Ф у к о т о к л а р и ёки у ю р м а в и й т о к л а р деб айтилади. Массив ўтказгичнинг электр қаршилиги жуда кам бўлгани учун уюрмавий токларнинг кучи жуда катта қийматга етиши мумкин.

Фуко токлари Ленц қоидасига буйсунади, яъни ўтказгич ичида ўзларининг таъсири билан ўзларини пайдо қилган сабабга кучлироқ қаршилик кўрсата оладиган йўл ва йўналиш-

[1]) Бошқа материалларнинг электр қаршилиги ҳам магнит майдонида ортади, лекин камроқ даражада ортади. Масалан, миснинг қаршилиги висмутнинг қаршилигига қараганда 10^4 марта кам ортади.

ларни танлайди. Шунинг учун кучли магнит майдонида ҳаракатланаётган яхлит ўтказгичларга Фуко токларининг магнит майдони билан узаро таъсирланиши натижасида катта тормозловчи куч таъсир қилади. Бундан гальванометрлар, сейсмографлар ва бошқа асбоблардаги ҳаракатланувчи қисмларни тинчлантириш (демпфирлаш) учун фойдаланилади. Асбобнинг ҳаракатланувчи қисмига сектор шаклида ясалган утказувчи (масалан, алюминий) пластинка урнатилиб, бу пластинка кучли доимий магнит қутблари орасига киритилади (112- расм). Пластинка ҳаракатланганда уюрмавий токлар пайдо булиб, улар системани тормозлаб туради. Бундай қурилманинг устунлиги шундан иборатки, тормозланиш пластинка ҳаракат қилганда пайдо булади ва пластинка тинч турганда эса пайдо булмайди. Шунинг учун электромагнит тинчлантиргич системасининг мувозанат ҳолатга катта аниқлик билан қайтишига қаршилик курсатмайди.



112- расм

Фуко токларининг иссиқлик таъсиридан индукцион печкаларда фойдаланилади. Бундай печка кучи жуда катта булган юқори частотали ток билан таъминланган ғалтакдан иборатдир. Агар ғалтак ичига ўтказгич жойлаштирилса, бу ўтказгичда кучли уюрмавий токлар вужудга келиб, ўтказгични эритиш нуқтасигача қиздириб юборади. Металларни вакуумда шу усулда эритилиб, жуда тозаликдаги материаллар олинади.

Фуко токларидан вакуум қурилмалар ичидаги металл қисмларни қиздириб, газлардан тозалашда ҳам фойдаланилади.

Куп ҳолларда Фуко токлари зарарли булади ва улар билан курашиш учун махсус чораларни кўриш керак бўлади. Масалан, трансформаторлар ўзакларининг уюрмавий токлар таъсирида қизишига энергия сарфланишининг олдини олиш учун ўзаклар ораларига изоляцияловчи қатламлар қуйилган юпқа пластинкалардан йиғилади. Пластинкаларни жойлаштираётганда Фуко токларининг имконий йўналишлари бу пластинкаларга перпендикуляр бўладиган қилиб олинади. Ферритларнинг (электр қаршилиги катта булган магнит материалларнинг) пайдо бўлиши ўзакларни яхлит қилиш имкониятини беради.

Ўзгарувчан ток утаётган симлардаги уюрмавий токлар сим ичидаги токнинг кучини камайтирадиган ва симнинг сиртидаги токнинг кучини орттирадиган равишда йўналган бўлади. Натижада тез узгарувчи ток симнинг кесими бўйлаб нотекис тақсимланган булади, ток утказгич сиртига сиқиб чиқарилгандек туюлади. Бу ҳодиса с к и н - э ф ф е к т (инглизча skin—тери деган маънони билдиради) ёки с и р т э ф ф е к т и деб аталади.

Скин—эффект туфайли юқори частотали занжирлардаги ўтказгичларнинг ички қисми кераксиз булиб қолади. Шунинг учун юқори частотали занжирларда трубкасимон утказгичлардан фойдаланилади.

59-§. Узиндукция ҳодисаси

Исталган контурда оқаётган электр токи i шу контурни кесиб утувчи магнит оқими Ψ ни вужудга келтиради. Агар i ўзгарса, Ψ ҳам узгаради, демак, контурда э. ю. к. индукцияланади. Бундай ҳодисани ўзиндукция дейилади.

Био—Савар қонунига биноан магнит индукцияси B майдонни пайдо қилган ток кучига пропорционалдир. Бундан контурдаги ток i ва шу ток пайдо қилган ҳамда контур орқали ўтаётган тула магнит оқим Ψ бир-бирига пропорционал эканлиги келиб чиқади:

$$\Psi = Li. \tag{59.1}$$

Ток кучи билан тўла магнит оқими ўртасидаги пропорционаллик коэффициенти L контурнинг индуктивлиги дейилади[1]).

Контурни ураб турган муҳитнинг магнит киритувчанлиги μ майдон кучланганлиги H га боғлиқ булмаганда, яъни ферромагнетиклар йуқ булган ҳолда Ψ нинг i га чизиқли боғланганлиги ҳақида гапириш мумкин. Акс ҳолда μ ток кучи i нинг (H орқали) мураккаб функцияси бўлади (103-расмга қаранг) ва демак, $B = \mu\mu_0 H$ бўлгани учун Ψ билан i нинг боғланиши ҳам мураккаб булади. Лекин (59.1)муносабат бу ҳолга ҳам татбиқ қилинади. Фақат индуктивлик L ток i нинг функцияси деб ҳисобланади. Ток кучи узгармаса тўла оқим Ψ контурнинг шакли ва ўлчамларининг ўзгариши натижасида ўзгариши мумкин.

Юқорида айтилгандан индуктивлик L контурнинг геометриясига (яъни унинг шакли ва ўлчамларига) ва контурни ураб турган муҳитнинг магнит хусусиятларига (μ га) боғлиқ эканлиги куринади. Агар контур қаттиқ бўлиб, атрофида ферромагнетиклар бўлмаса, индуктивлик L ўзгармас катталик бўлади.

СИ системасида индуктивлик бирлиги сифатида шундай ўтказгичнинг индуктивлиги қабул қилинадики, бу ўтказгичдаги ток кучи 1 *а* булганда пайдо булган тўла оқим $\Psi = 1$*вб* бўлади. Бу бирлик генри (*гн*) деб айтилади.

Гаусс системасида индуктивлик L ни аниқловчи ифода қуйидаги кўринишга эга:

$$L = \frac{\Psi}{i/c} = c\,\frac{\Psi}{i}. \tag{59.2}$$

---

[1]) Бу катталикнинг эски номи—ўзиндукция коэффициентидир.

Юқоридаги (59.2) катталикнинг улчамлигини топиш учун Гаусс системасида B нинг ўлчамлиги (40.5) га мувофиқ ток кучи i нинг улчамлигининг c улчамлигига ҳамда узунлик улчамлигига (уни $|l|$ символи билан белгилаймиз) булган нисбатига тенг эканлигидан фойдаланамиз Демак,

$$|L| = |c| \frac{|\Psi|}{|i|} = |c| \frac{|B|\,|S|}{|i|} = |c| \frac{|B|\,|l|^2}{|i|} = |l|.$$

Шундай қилиб, Гаусс системасида индуктивлик узунлик улчамлигига эга булади. Бу системада индуктивлик бирлигини мос равишда сантиметр деб айтилади. Агар оқаётган токнинг кучи 1 СГСМ-бирликка (яъни 10 a) тенг бўлганда контур билан *мкс* (10^{-8} *вб*) оқим тутинса, бундай контурнинг индуктивлиги 1 *см* га тенг булади.

Индуктивлик L нинг СИ ва Гаусс системаларидаги бирликлари ўрта сида қуйидаги муносабат мавжуд:

$$1\ гн = \frac{1\ вб}{1a} = \frac{10^8\ мкс}{0{,}1\ СГСМ} = 10^9\ см. \tag{59.3}$$

Соленоиднинг индуктивлигини ҳисоблаймиз. Соленоиднинг узунлиги шундай бўлсинки, уни чексиз деб ҳисоблаш мумкин бўлсин. Бу соленоид орқали i ток утганда унинг ичида бир жинсли майдон ҳосил қилинади. Бу майдоннинг магнит индукцияси 42.6) ва (44.24) формулаларга биноан $B = \mu_0\mu ni$ га тенг. Ҳар бир урам орқали утаётган оқим $\Phi = BS$ га, соленоид билан тугинган тўла оқим эса қуйидагига тенг:

$$\Psi = N\Phi = nlBS = \mu_0\mu\, n^2 lSi, \tag{59.4}$$

бу ерда l—соленоиднинг узунлиги (жуда катта деб ҳисобланади), S — кўндаланг кесим юзи, n—узунлик бирлигига тугри келган урамлар сони (nl кўпайтма урамларнинг тўла сони N га тенг).

Агар (59.4) ифодани (59.1) ифода билан солиштирсак, жуда узун соленоид индуктивлиги учун қуйидаги ифодага эга бўламиз:

$$L = \mu_0\mu\, n^2 lS = \mu_0\mu\, n^2 V, \tag{59.5}$$

бу ерда $V = lS$ — соленоид ҳажми (59.5) ифодадаги n нинг урнига $\frac{N}{l}$ ни қуйсак, қуйидагига эришамиз:

$$L = \mu_0\mu \frac{N^2}{l} S. \tag{59.6}$$

Гаусс системасида соленоид индуктивлигини ҳисоблаш формуласи қуйидаги кўринишда булади:

$$L = 4\pi\mu n^2 lS. \tag{59,7}$$

Юқоридаги (59.6) ифодага мос равишда μ_0 нинг ўлчамлиги индуктивлик улчамлигининг узунлик ўлчамлигига булган нисбатига тенг (нисбий магнит киритувчанлик μ—улчамсиз катталик эканлигини эслатиб утамиз). Демак, СИ системасида μ_0 нинг бирлиги метрга генри [(38.3) га қаранг].

Контурдаги ток кучининг ўзгариши натижасида пайдо бўлган ўзиндукция э. ю. к. $\mathscr{E}_s$ қуйидагига тенг [(56.11) формулага қаранг]:

$$\mathscr{E}_s = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{d(Li)}{dt} = -\left(L\frac{di}{dt} + i\frac{dL}{dt}\right). \tag{59.8}$$

Агар ток кучи ўзгарганда L доимий бўлиб қолса (бу ҳол ферромагнетиклар йўқлигидагина бўлиши мумкинлиги қайд қилинган эди), $\mathscr{E}_s$ нинг ифодаси қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$\mathscr{E}_s = -L\frac{di}{dt}. \tag{59.9}$$

Гаусс системасида эса

$$\mathscr{E}_s = -\frac{1}{c^2}L\frac{di}{dt}. \tag{59.10}$$

Юқоридаги (59.9) муносабат индуктивлик L ни контурдаги ток кучининг ўзгариш тезлиги билан унинг натижасида пайдо бўладиган ўзиндукция э. ю. к. ўртасидаги пропорционаллик коэффициенти сифатида аниқлаш имкониятини беради. Лекин бундай аниқлаш $L = \text{const}$ бўлгандагина тўғридир. Ферромагнетиклар мавжуд бўлганда деформацияланмайдиган контур учун L ток i нинг функцияси (H орқали) бўлади, демак, $\frac{dL}{dt}$ ни $\frac{dL}{di}\frac{di}{dt}$ деб ёзиш мумкин. (59.8) формулага қўйсак, қуйидагига эришамиз:

$$\mathscr{E}_s = -\left(L + i\frac{dL}{dt}\right)\frac{di}{dt}, \tag{59.11}$$

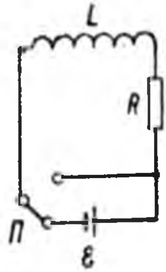
бундан ферромагнетиклар мавжуд бўлганда $\frac{di}{dt}$ ва $\mathscr{E}_s$ ўртасидаги пропорционаллик коэффициенти L бир хил эмаслиги кўринади.

Агар $L = \text{const}$ бўлса, (59.9) га мувофиқ индуктивлиги $L = 1$ *гн* бўлган ўтказгичдаги ток кучининг 1 *а/сек* тезлик билан ўзгариши $\mathscr{E}_s = 1$ *в* га тенг э. ю. к. ни вужудга келтиради.

60-§. Занжирни улаш ва узиш пайтидаги ток

Ленц қоидасига биноан ўтказгичларда ўзиндукция натижасида пайдо бўлган қўшимча токлар занжирдаги асосий токнинг ўзгаришига қаршилик кўрсатиш томонга йўналган бўлади. Бу ҳол эса занжирни улаш пайтида токнинг ортиши ва занжирни узиш пайтида токнинг камайиши бирданига эмас, балки аста-секин содир бўлишига олиб келади.

Аввал занжирни узиш пайтида токнинг ўзгариш характерини ўрганайлик. Ток i га боғлиқ бўлмаган индуктивлик L ва



113- расм.

қаршилиги R га тенг булган занжир э. ю. к. $\mathscr{E}$ га тенг бўлган ток манбаига уланган булсин (113- расм). Шу э. ю. к. таъсирида занжир орқали ўзгармас ток ўтади:

$$I_0 = \frac{\mathscr{E}}{R} \tag{60.1}$$

(ток манбаининг ички қаршилиги жуда кичик деб ҳисоблаймиз).

Вақтнинг $t=0$ онидан занжирни ток манбаидан узамиз ва уни Π переключатель ёрдамида қисқа туташтирамиз. Занжирдаги ток кучи камая бошлаши билан ўзиндукция э. ю. к. пайдо булади. Демак, э. ю. к. манбаидан узилган занжирдаги ток кучи Ом қонунига биноан қуйидаги тенгламани қаноатлантиради:

$$iR = \mathscr{E}_s = -L\frac{di}{dt}.$$

Бу ифодани қуйидагича ёзамиз:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i = 0. \tag{60.2}$$

(60. 2) тенглама биринчи тартибли бир жинсли дифференциал тенгламадир. Агар узгарувчиларни ажратсак, яъни қуйидаги куринишда ёзсак,

$$\frac{di}{i} = -\frac{R}{L}dt,$$

осон интегралланади, бундан

$$\ln i = -\frac{R}{L}t + \ln \mathrm{const}$$

(кейинги ўзгартишларни кўзда тутиб, интеграллаш доимийсини $\ln \mathrm{const}$ кўринишида ёздик).

Бу муносабатни потенцирлаб, қуйидагига эга буламиз:

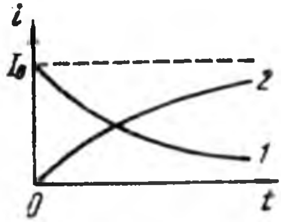
$$i = \mathrm{const}\, e^{-\frac{R}{L}t}. \tag{60.3}$$

(60.3) ифода (60.2) тенгламанинг умумий ечими бўлади. const қийматини бошланғич шартлардан топамиз $t=0$ да ток кучининг қиймати (60.1) га тенг эди. Демак, $\mathrm{const} = I_0$. Буни (60.3) га қўйсак, қуйидагини оламиз:

$$i = I_0 e^{-\frac{R}{L}t}. \tag{60.4}$$

Шундай қилиб, э. ю. к. манбаидан узилган занжирдаги токнинг кучи дарҳол нолга тенг бўлиб қолмай, экспоненциал қонун (60.4) буйича камаяди. 114-расмда i нинг камайиш графиги курсатилган (1 эгри чизиқ). Камайиш тезлиги вақт улчамлигига эга булган

$$\tau = \frac{L}{R} \qquad (60.5)$$



114-расм.

катталик билан аниқланади ва бу катталик занжирнинг вақт доимийси дейилади. Агар (60.5) даги белгилашдан фойдалансак, (60.4) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (60.6)$$

Бу формулага мувофиқ, τ ток кучининг e марта камайиши учун зарур булган вақтни курсатади. (60.5) тенгликдан занжирнинг индуктивлиги L қанча катта ва қаршилиги R қанча кичик булса, вақт доимийси τ шунчалик катта ва занжирдаги токнинг камайиши шунчалик секин содир булади.

Энди занжирни улаш пайтидаги ҳолни куриб чиқайлик. Ток манбаига уланган вақтдан бошлаб, занжирда токнинг узгармас (60.1) қиймати урнатилгунча э. ю. к. дан ташқари узиндукция э. ю. к. ҳам булади. Ом қонунига мувофиқ қуйидагини ёзиш мумкин:

$$iR = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s = \mathcal{E} - L\frac{di}{dt}.$$

Бу муносабатни қуйидаги куринишга олиб келамиз:

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L} i = \frac{\mathcal{E}}{L}. \qquad (60.7)$$

Биз чизиқли бир жинсли булмаган тенгламага эга булдик, бу тенглама (60.2) тенгламадан унг томонидаги ноль урнида узгармас катталик $\frac{\mathcal{E}}{L}$ борлиги билан фарқ қилади. Дифференциал тенгламалар назариясидан маълумки, чизиқли бир жинсли булмаган тенглама умумий ечимга эга булиши учун унинг бирор хусусий ечимини мос бир жинсли тенгламанинг умумий ечимига қушиш керак. Бир жинсли тенгламанинг умумий ечими (60.3) куринишга эга. (60.7) тенгламанинг хусусий ечими $i = I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ куринишга эга эканлигига ишонч ҳосил қилиш қийин эмас. Демак, (60.7) нинг умумий ечимини қуйидаги куринишда ёзамиз:

$$i = I_0 + \mathrm{const} \cdot e^{-\frac{R}{L}t}.$$

Бошланғич моментда ток кучи i нолга тенг. Бундан const учун const $= -I_0$ га тенг қийматга эга бўламиз. Шундай қилиб,

$$i = I_0\left(1 - e^{-\frac{R}{L}t}\right). \tag{60.8}$$

Ушбу (60.8) функция занжирга э. ю. к. манбаини улагандан сўнг токнинг ортишини кўрсатади. Бу функциянинг графиги 114-расмда курсатилган (2-эгри чизиқ).

Биз индуктивлик L доимий деб ҳисобладик. Агар занжирда темир узакли ғалтак булса, $\mathcal{E}_s$ ни (59.8) формула буйича аниқлаймиз. Бунда $i\frac{dL}{dt}$ қушилувчи борлиги учун узиндукция э. ю. к жуда катта қийматларга эга булиши мумкин. Охирги ҳолда токнинг кучи I_0 дан анча катта булиши мумкин.

61-§. Магнит майдон энергияси

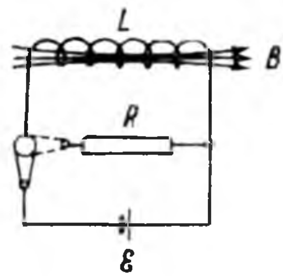
115-расмда курсатилган занжирни қараб чиқайлик. Аввал соленоид L ни батарея $\mathcal{E}$ га улаймиз; занжирда i ток ҳосил булиб, соленоид урамлари билан тутинган магнит майдон юзага келади. Агар соленоидни батареядан узиб, унга R қаршилик орқали уласак, ҳосил булган занжирдан бир қанча вақт давомида камайиб борувчи ток утиб туради. Бу ток dt вақт ичида бажарган иш қуйидагига тенг:

$$dA = \mathcal{E}_s i\,dt = -\frac{d\Psi}{dt} i\,dt = -i\,d\Psi. \tag{61.1}$$

Агар соленоиднинг индуктивлиги i га боғлиқ булмаса ($\alpha =$ const), у ҳолда $d\Psi = L\,di$ ва (61.1) ифода қуйидаги куринишни олади:

$$dA = -Li\,di. \tag{61.2}$$

Бу ифодани i буйича i нинг дастлабки қийматидан нолгача чегараларда интеграллсак, занжирда магнит майдони йуқолаётган вақт давомида бажарилган ишни топамиз:



115-расм.

$$A = -\int_I^0 Li\,di = \frac{LI^2}{2}. \tag{61.3}$$

Бу (61.3) иш утказгичларнинг ички энергиясини орттиришга, яъни уларни қиздиришга сарфланади. Бу иш бажарилган вақтда соленоид атрофидаги фазода мавжуд булиб турган магнит майдон йуқолади. Электр занжирини ураб турган жисмларда ҳеч кандай ўзгариш руй бермагани учун, магнит майдон энергия ташувчи булиб, иш шу энергия ҳисобига бажарилади деган хулосага келамиз (61.3). Шундай қилиб, биз индуктивлиги L га тенг булган ва i ток утаётган утказгич қуйидаги энергияга эга:

$$W = \frac{Li^2}{2} \tag{61.4}$$

ва бу энергия ток вужудга келтирган магнит майдонида тўпланган деган хулосага келамиз [бу формулани зарядланган конденсатор энергияси учун ёзилган (29.1) ифода билан солиштиринг].

Гаусс системасида токли контур энергиясининг ифодаси қуйидаги кўринишга эга булади:

$$W = \frac{1}{c^2} \frac{Li^2}{2}. \tag{61.5}$$

(61.3) ифодани ток 0 дан i гача ортаётганда узиндукция э. ю. к. га қарши бажарилган ва (61.4) энергияга эга булган магнит майдонни пайдо қилишга сарфланган иш деб тушунтириш ҳам мумкин. Ҳақиқатан, ўзиндукция э. ю. к. га қарши бажарилган иш

$$A' = \int_0^t (-\mathscr{E}_s)\, i\, dt$$

га тенг. Биз (61.2) ифодага келтирган ўзгартишларга ухшаш узгартиришларни бажариб қуйидагига эришамиз:

$$A' = \int_0^i Li\, di = \frac{Li^2}{2}, \tag{61.6}$$

бу ифода (61.3) ифодага мос келади. (61.6) иш э. ю. к. манбаи ҳисобига токнинг маълум қиймати ҳосил қилинганда бажарилади ва бутунлай контур билан боғланган магнит майдонни пайдо қилишга сарфланади. (61.6) ифодада э. ю. к. манбаи токнинг маълум қиймати ҳосил қилингунча утказгичларни қиздиришда сарф қиладиган иш ҳисобга олинмайди[1]).

Магнит майдон энергияси (61.4) ни шу майдонни характерловчи катталиклар орқали ифодалаймиз. Чексиз узун (амалда жуда узун) соленоидда

$$L = \mu\mu_0 n^2 v; \quad H = ni,$$

бундан

$$i = \frac{H}{n}.$$

---

1) Бу иш $A'' = \int_0^t Ri^2\, dt$ га тенг.

L ва l катталикларнинг бу қийматларини (61.4) га қуйиб, мос узгартиришларни бажарсак, қуйидагига эришамиз:

$$W = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} V. \qquad (61.7)$$

Чексиз узун соленоиднинг магнит майдони бир жинсли ва фақат соленоид ичида нолдан фарқ қилишини 42-§ да кўрсатиб утган эдик. Демак, (61.7) энергия соленоид атрофида йиғилган ва ҳажми буйича доимий w зичлик билан тақсимланган, бу зичликни W ни V га тақсимлаб топишимиз мумкин. Шундай амални бажариб, қуйидаги ифодага эга буламиз:

$$w = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2}. \qquad (61.8)$$

(44.15) формуладан фойдаланиб, магнит майдон энергияси зичлиги формуласини қуйидагича ёзиш мумкин:

$$w = \frac{BH}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu}. \qquad (61.9)$$

Магнит майдони энергияси зичлиги учун биз келтириб чиқарган ифода электр майдон энергияси зичлиги учун (30.2) ифодага ухшаш бўлиб, фақат электр катталиклари магнит катталиклар билан алмаштирилган.

Гаусс системасида магнит майдон энергияси зичлиги учун ёзилган формула қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$w = \frac{\mu H^2}{8\pi} = \frac{BH}{8\pi} = \frac{B^2}{8\pi}. \qquad (61.10)$$

Агар магнит майдон бир жинсли булмаса, энергия зичлиги H ва μ қаерда катта булса, шу ерда катта булади. Маълум V ҳажм ичидаги магнит майдон энергиясини топиш учун қуйидаги интегрални ҳисоблаш керак:

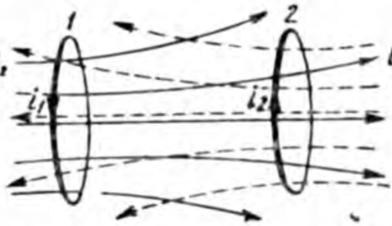
$$W = \int_V w\, dV = \int_V \frac{\mu \mu_0 H^2}{2} dV. \qquad (61.11)$$

62-§. Ўзаро индукция

Бир-бирларидан унчалик узоқ жойлашмаган 1 ва 2 контурни олайлик (116-расм). Агар биринчи контур орқали кучи i_1 га тенг ток ўтаётган булса, бу ток туфайли иккинчи контур орқали i_1 га пропорционал булган тўла оқим утади:

$$\Psi_2 = L_{21} i_1 \qquad (62.1)$$

(бу оқимни пайдо қилаётган майдон расмда яхлит чизиқлар билан кўрсатилган).



116- расм

i_1 ўзгарганда иккинчи контурда қуйидаги э. ю. к. пайдо бўлади:

$$\mathcal{E}_{i2} = -L_{21}\frac{di_1}{dt}. \qquad (62.2)$$

Шунга ухшаш иккинчи контурдан i_2 ток ўтганда биринчи контур билан боғланган оқим пайдо булади:

$$\Psi_1 = L_{12}i_2 \qquad (62.3)$$

(бу оқимни пайдо қилган майдон пунктир чизиқлар билан кўрсатилган).

i_2 узгарганда *1* контурда қуйидаги э. ю. к индукцияланади:

$$\mathcal{E}_{i1} = -L_{12}\frac{di_2}{dt}. \qquad (62.4)$$

1 ва *2* контурлар боғланган контурлар дейилади, улардан биридаги ток кучини ўзгартирилганда иккинчи контурда э. ю. к. нинг пайдо булиш ҳодисаси эса ў з а р о и н д у к ц и я деб айтилади.

Пропорционаллик коэффициентлари L_{12} ва L_{21} мос равишда контурларнинг у з а р о и н д у к т и в л и г и (ёки у з а р о и н д у к ц и я к о э ф ф и ц и е н т л а р и) дейилади. Кейинроқ бу коэффициентларнинг

$$L_{12} = L_{21} \qquad (62.5)$$

эканлигини курсатамиз.

Ўзаро индуктивлик L_{12} контурларнинг шакли ўлчамлари ва ўзаро жойлашишига, шунингдек, контурларни ўраб турган муҳитнинг магнит киритувчанлигига боғлиқдир. L_{12} нинг бирлиги индуктивлик L бирликларида ўлчанади.

Иккала контур пайдо қилган магнит майдоннинг энергиясини ҳисоблайлик. Агар ток контурларнинг бири, масалан, биринчиси орқали утаётган бўлса, магнит майдон энергияси (61.4) га мувофиқ қуйидагига тенг:

$$W_1 = \frac{L_1 i_1^2}{2}, \qquad (62.6)$$

энергия зичлиги эса

$$w_1 = \frac{\mu\mu_0 H_1^2}{2}$$

га тенг бу ерда H_1 — ток i_1 пайдо қилган майдон кучланганлиги.

Шунга ухшаш, агар ток фақат иккинчи контурдан утаётган булса, майдон энергияси

$$W_2 = \frac{L_2 i_2^2}{2} \qquad (62.7)$$

га, унинг зичлиги эса

$$w_2 = \frac{\mu\mu_0 \cdot H_2^2}{2}$$

га тенг булиб, бу ерда H_2 — ток i_2 пайдо қилган майдон кучланганлигидир.

Иккала контурдаги ток нолдан катта булган ҳолда исталган нуқтадаги кучланганлик суперпозиция принципига мувофиқ

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2$$

га тенг, натижада

$$H^2 \neq H_1^2 + H_2^2,$$

бундан

$$w \neq w_1 + w_2$$

эмаслиги ва контурларнинг умумий тула энергияси W (62.6) ва (62.7) энергияларнинг йиғиндисига тенг эканлиги келиб чиқади.

W энергияни ҳисоблаш учун иккала контурга уланган ток манбаларининг контурларда кучлари i_1 ва i_2 га тенг токларни ва мос жами майдонни ҳосил қилишга сарфлаган ишини ҳисоблаш керак. Дастлаб иккала контурдаги токларнинг кучи нолга тенг булсин. Биринчи контурдан токнинг кучи i_1 га тенг булиши учун контурга уланган ток манбаи узиндукция э. ю. кучига $\mathscr{E}_{s1}$ га қарши катталиги (61.6) га мувофиқ қуйидагига тенг ишни бажариш керак:

$$A_1' = \frac{L_1 i_1^2}{2},$$

бу ерда L_1 — биринчи контурнинг индуктивлиги.

Энди ток кучи i_1 ни узгартирмай иккинчи контурдаги токнинг кучини 0 дан i_2 гача орттирамиз. Бунда иккинчи контурга уланган ток манбаининг бажарган иши

$$A_2' = \frac{L_2 i_2^2}{2}$$

га тенг, бу ерда L_2—иккинчи контурнинг индуктивлиги.

Лекин шу билан масала ҳал бўлмайди. Ток i_{12} ни узгартирсак, биринчи контурда э. ю. к. индукцияланади (62.4). Бу э. ю. к. пайдо булганда контурдаги токнинг кучи ўзгармаслиги учун биринчи контурга уланган ток манбаи э. ю. к. га қарши қуйидаги ишни бажариш керак:

$$A'_{12} = \int (-\mathcal{E}_{i1}) i_1 dt.$$

Шу ифодага $\mathcal{E}_{i1}$ учун топилган (62.4) ифодани қўйсак ва кучи i_1 узгармас эканлигини ҳисобга олсак,

$$A'_{12} = i_1 \int_0^t L_{12} \frac{di_2}{dt} dt = i_1 \int_0^{i_2} L_{12} di_2 = L_{12} i_1 i_2.$$

Шундай қилиб, иккала контурдаги ток манбалари бажараётган тула иш токларининг кучи мос равишда i_1 ва i_2 га тенг булганда

$$A' = A_1 + A'_2 + A'_{12} = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + L_{12} i_1 i_2. \qquad (62.8)$$

Худди шундай мулоҳазаларни аввал иккинчи контурдаги ток кучи i_2 урнатилиб, кейин биринчи контурдаги ток кучи i_1 урнатилган ҳол учун ҳам олиб борсак, қуйидагига эришамиз:

$$A' = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + L_{21} i_2 i_1 \qquad (62.9)$$

(охирги ҳолда ток i_2 нинг кучини ўзгармас қилиб тутиб туриш учун L_{21} га пропорционал булган индукция э. ю. кучи (62.2) га қарши иш бажариш керак).

Бажарилган иш токларни пайдо қилиш тартибига—аввал i_1, кейин i_2 ёки аксинча — боглиқ булмаганлиги учун (62.8) ва (62.9) ифодалар тенг булиши керак. Бундан (62.5) муносабат тўгри эканлиги келиб чиқади.

Биз ҳисоблаб чиққан иш магнит майдон энергияси W ни вужудга келтиришга сарфланади. Шунинг учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$W = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + L_{12} i_1 i_2. \qquad (62.10)$$

Бу формуладаги биринчи қўшилувчи i_1 токнинг энергиясини, иккинчи қўшилувчи i_2 токнинг энергиясини, $L_{12} i_1 i_2$ қўшилувчи эса i_1 ва i_2 токларнинг узаро энергияси дейилади.

i_1 ва i_2 токлар нолдан белгиланган қийматгача бир вақтда ортиб боради деб ҳисоблаб, W энергияни топайлик. Бунда биринчи контурда $\mathcal{E}_{s1} + \mathcal{E}_{i1}$ га тенг э. ю. к. индукцияланади, бу ерда $\mathcal{E}_{s1} = -L_1 \frac{di_1}{dt}$ ўз индукция э. ю. кучи, $\mathcal{E}_{i1}$— (62.4) формуладан аниқланадиган э. ю. к. Иккинчи контурда $\mathcal{E}_{s2} + \mathcal{E}_{12}$ таъсир қилади. Юқорида кўрсатилган э. ю. кучларга қарши бажарилган иш токлар энергиясини пайдо қилишга сарфланади. Шунинг учун қуйидагини ёзиш мумкин:

$$W = \int_0^t [-(\mathcal{E}_{s1} + \mathcal{E}_{21})]\, i_1 dt + \int_0^t [-(\mathcal{E}_{s2} + \mathcal{E}_{12})]\, i_2 dt =$$

$$= \int_0^t \left(L_1 \frac{di_1}{dt} + L_{12} \frac{di_2}{dt}\right) i_1 dt + \int_0^t \left(L_2 \frac{di_2}{dt} + L_{21} \frac{di_1}{dt}\right) i_2 dt.$$

(62.5) тенгликдан фойдалансак, ифода қуйидаги кўринишга келади:

$$W = \int_0^t L_1 i_1 \frac{di_1}{dt} dt + \int_0^t L_2 i_2 \frac{di_2}{dt} dt + \int_0^t L_{12}\left(i_1 \frac{di_2}{dt} + i_2 \frac{di_1}{dt}\right) dt.$$

Биринчи ва иккинчи интеграллар мос равишда $\frac{L_1 i_1^2}{2}$ ва $\frac{L_2 i_2^2}{2}$ га тенг. Учинчи интегрални қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\int_0^t L_{12} \frac{d(i_1 i_2)}{dt} dt = L_{12} i_1 i_2.$$

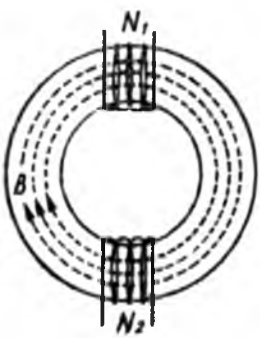
Шундай қилиб, биз яна (62.10) ифодага келдик.

Токлар энергиясининг формуласини симметрик кўринишда ёзиш мумкин:

$$W = \frac{L_1 i_1^2}{2} + \frac{L_2 i_2^2}{2} + \frac{L_{12} i_1 i_2}{2} + \frac{L_{21} i_1 i_2}{2}.$$

Бир-бирлари билан боғланган N та контур учун қуйидаги ифода келиб чиқади:

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i,k=1}^{N} L_{ik} i_i i_k, \qquad (62.11)$$



117- расм.

бу ерда $L_{ik} = L_{ki}$ — i- ва k-контурларнинг ўзаро индуктивлиги, $L_{ii} = L_i$ — i-контур индуктивлиги.

Ниҳоясида, умумий тороидал темир ўзакка ўралган иккита ғалтакнинг ўзаро индуктивлигини топамиз (117- расм). Магнит индукцияси чизиқлари ўзак ичида жойлашгани учун [(45.5) формуладан кейинги текстга қаранг], исталган чулғамда уйғотган магнит майдоннинг кучланганлиги ўзакнинг барча нуқталарида бир хил булади (магнит индукцияси чизиқларининг қалинлиги B га пропорционал бўлишини эслатиб утамиз). Агар биринчи чулгамда N_1 та урам бўлиб, кучи i_1 га тенг ток утаётган булса, циркуляция ҳақидаги теоремага [(44.6) га қаранг] мувофиқ

$$Hl = N_1 i_1, \qquad (62.12)$$

бу ерда l – узакнинг узунлиги.

Ўзакнинг кундаланг кесими орқали утаётган магнит индукция оқими $\Phi = BS = \mu_0\mu HS$ га тенг, бу ерда S – ўзакнинг кундаланг кесим юзи. Бунга H нинг (62.12) даги қийматини олиб қуйсак ва ҳосил булган ифодани N_2 га купайтирсак, иккинчи чулғам билан боғланган тула оқимни топамиз:

$$\Psi_2 = \frac{S}{l}\mu_0\mu N_1 N_2 i_1.$$

Бу ифодани (62.1) билан солиштириб, қуйидагини топамиз:

$$L_{21} = \frac{S}{l}\mu_0\mu N_1 N_2. \qquad (62.13)$$

Биринчи чулғам билан боғланган оқим Ψ_1 ни ҳисоблаб, иккинчи чулғам буйича i_2 ток ўтмоқда деб фараз қилинса, L_{12} учун юқоридагига ўхшаш ифодани оламиз.

63-§. Ферромагнетикларни қайта магнитлашда бажарилган иш

Занжирдаги ток ўзгарганда узиндукция э. ю. кучига қарши қуйидаги иш бажарилади:

$$dA' = (-\mathcal{E}_s)\,i\,dt = \frac{d\Psi}{dt}\,i\,dt = i\,d\Psi. \qquad (63.1)$$

Агар занжирнинг индуктивлиги L ўзгармаса (бу ҳол ферромагнетиклар булмаганда руй бериши мумкин), бажарилган иш магнит майдон энергиясини пайдо қилишга тула сарфланади: $dA' = dW$[1]. Ферромагнетиклар бўлган вақтда аҳвол бошқача эканлигини куришимиз мумкин.

(63.1) ифодани магнит майдонни характерловчи катталиклар орқали ифодалаймиз. Шу мақсадда жуда узун соленоидни кўрайлик. Бу ҳолда $H = ni$, $\Psi = nlBS$ га тенг бўлади. Демак, қуйидагини ёзиш мумкин:

$$i = \frac{H}{n}; \quad d\Psi = nlSdB.$$

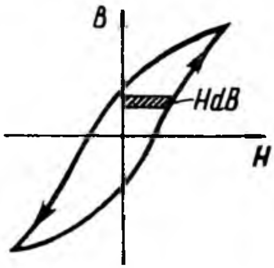
[1]) Бу ҳолда (63.1) $dA' = Li\,di$ каби ёзилади [(61 6) га қаранг].

Бу ифодаларни (63.1) га қўйиб, қуйидагига эришамиз:

$$dA' = H\,dB \cdot V, \tag{63.2}$$

бу ерда $V = lS$ — соленоид ҳажми, яъни майдон ҳажми.

(63.2) ифодани магнит майдон энергиясининг орттирмасига тенглаштириш мумкин ёки мумкин эмаслигини аниқлайлик. Энергия ҳолат функцияси эканлигини эслатиб ўтамиз. Шунинг учун энергия орттирмаларининг йиғиндиси бир ҳолатдан иккинчи ҳолатга ўтиш йўлига боғлиқ эмас ва, хусусан, айланма процесс учун энергия орттирмаларининг йиғиндиси нолга тенг:



118- расм.

$$\oint d\,W = 0$$

(бошқача айтганда dW тўла дифференциал бўлади).

Агар соленоид ферромагнетик билан тўлдирилса, B ва H ўртасидаги боғланиш 118- расмда кўрсатилгандек бўлади. Гистерезис сиртмоғини айланиб чиққанда (яъни қайта магнитлашни бир цикли давомида)

$$\oint H\,dB$$

интеграл сиртмоқ ўраб олган юза S_c га тенг бўлади. Шундай қилиб, (63.2) ифоданинг интеграли, яъни

$$\oint dA' \tag{63.3}$$

нолдан фарклидир. Бундан ферромагнитиклар мавжуд бўлганда (63.2) ишни магнит майдон энергиясининг орттирмасига тенглаштириш мумкин эмас, деган хулосага келамиз.

Ферромагнетикнинг бирлик ҳажмига тўғри келадиган ишни ҳисоблаганда, (63.2) қуйидагига тенг бўлади:

$$\oint H\,dB = S_c. \tag{63.4}$$

Қайта магнитлаш циклининг охирида H ва B, демак, магнит энергия ҳам дастлабки қийматларга эга бўлади. Демак, (63.4) иш магнит майдон энергиясини ҳосил қилишга сарфланмайди. Тажриба кўрсатадики, бу иш ферромагнетикнинг ички энергиясини кўпайтиришга, яъни уни қиздиришга сарфланади.

Демак, қайта магнитлашнинг бир циклида ферромагнетик ҳажмининг ҳар бирлигига сон жиҳатдан гистерезис сиртмоғи юзасига тенг (63.4) иш сарфланади. Бу иш ферромагнетикни қиздиришга сарфланади.

Гаусс системасида ферромагнетикни қайта магнитлашда ҳажм бирлигига тўғри келган иш қуйидагича топилади:

$$\frac{1}{4\pi}\oint H\,dB = \frac{1}{4\pi}S_c, \qquad (63.5)$$

яъни сон жиҳатдан гистерезис сиртмоғи юзининг 4π га бўлинганига тенг.

Ферромагнетиклар бўлмаса, B катталик H нинг бир қийматли функцияси бўлади ($B = \mu\mu_0 H$, бу ерда $\mu = \mathrm{const}$). Шунинг учун (63.2) тўлиқ дифференциал бўлади:

$$dA' = \mu_0\mu\, H\, dH\cdot V.$$

Агар 0 дан H гача чегарада интегралласак:

$$W = \int dA' = V\mu_0\mu\int_0^H H\,dH = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}V$$

га эга бўламиз, бу эса ҳажм бирлиги учун ҳисоблаганда (61.8) га тенг. Шундай қилиб, ферромагнетиклар бўлмаганда (63.2) иш магнит майдон энергиясини ҳосил қилишга сарф қилинади, яъни

$$dw = HdB, \qquad (63.6)$$

магнит майдон энергияси зичлигининг орттирмасидан иборат.

Гаусс системасида эса

$$dw = \frac{1}{4\pi}H\,dB. \qquad (63.7)$$

XI БОБ

ЭЛЕКТР ВА МАГНИТ МАЙДОНЛАРИДА ЗАРЯДЛАНГАН ЗАРРАЛАРНИНГ ҲАРАКАТИ

64-§. Бир жинсли магнит майдонида зарядланган зарранинг ҳаракати

Фараз қилайлик, e' заряд бир жинсли магнит майдонига **B** га перпендикуляр бўлган **v** тезлик билан кириб келаётган бўлсин. Заряд Лоренц кучи таъсирида катталиги жиҳатидан ўзгармас бўлган

$$w_n = \frac{f}{m} = \frac{e'}{m} vB \qquad (64.1)$$

нормал тезланишга эга бўлади (**v** ва **B** орасидаги бурчак тўғри бурчакдир).

Агар тезлик фақат йўналиш жиҳатидан ўзгарадиган бўлса, у ҳолда бу ҳаракат катталиги жиҳатидан ўзгармас нормал тезланиш билан бўладиган айлана бўйлаб текис ҳаракатдан иборат бўлади. Бу айлананинг радиуси $w_n = v^2/R$ шартдан топилади (I т. 20-§ га қаранг). Бунга (64.1) дан w_n нинг қийматини қўйиб ва ҳосил бўлган тенгламани R га нисбатан ечиб,

$$R = \frac{m}{e'} \frac{v}{B} \qquad (64.2)$$

ни оламиз.

Шундай қилиб, **v** вектор **B** га перпендикуляр бўлган ҳолда, зарядланган зарра айлана бўйлаб ҳаракат қилади. Бу айлананинг радиуси зарранинг тезлигига, майдоннинг магнит индукциясига ва зарра e' зарядини унинг m массасига бўлган нисбатига боғлиқ бўлади. e'/m нисбатан солиштирма заряд деб аталади.

Зарранинг бир марта айланиши учун кетган T вақтни топайлик. Бунинг учун $2\pi R$ айлана узунлигини зарранинг v тезлигига бўламиз. Натижада қуйидагини оламиз:

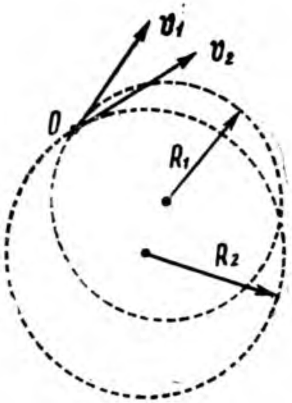
$$T = 2\pi \frac{m}{e'} \frac{1}{B}. \qquad (64.3)$$

Зарранинг айлана бўйлаб айланиш даври унинг тезлигига боғлиқ бўлмай, фақат зарранинг солиштирма заряди ва майдоннинг магнит индукцияси орқали аниқланар экан. 119-расмда бир жинсли магнит майдонидаги бир хил солиштирма зарядли, бироқ турли $\mathbf{v}_1$ ва $\mathbf{v}_2$ тезликли иккита зарранинг ҳаракат траекторияси кўрсатилган. Агар зарралар O нуқтадан бир вақтда чиққан бўлса, у ҳолда бир хил вақтда тўлиқ айланишни бажариб, улар қайтадан O нуқтада учрашади.

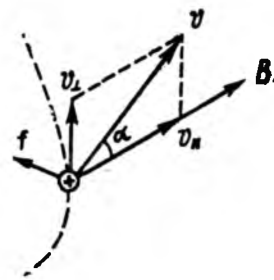
Зарядланган зарра тезлиги билан бир жинсли магнит майдони йўналиши $\pi/2$ дан фарқли бўлган α бурчак ҳосил қилган ҳолдаги ҳаракатнинг характерини аниқлайлик. $\mathbf{v}$ векторни $\mathbf{B}$ га перпендикуляр бўлган $\mathbf{v}_\perp$ ва $\mathbf{B}$ га параллел бўлган $\mathbf{v}_\parallel$ ташкил этувчиларга ажратамиз (120- расм). Бунда

$$v_\perp = v\sin\alpha, \quad v_\parallel = v\cos\alpha$$

эканлигини осонгина кўриш мумкин.



119- расм.



120- расм.

Лоренц кучи

$$f = e'vB\sin\alpha = e'v_\perp B$$

га тенг бўлиб, $\mathbf{B}$ га перпендикуляр текисликда ётади. Бу куч таъсирида ҳосил қилинган тезланиш $\mathbf{v}_\perp$ учун нормал ҳисобланади. Лоренц кучининг $\mathbf{B}$ йўналишидаги ташкил этувчиси нолга тенг, шунинг учун бу куч $\mathbf{v}_\parallel$ нинг катталигига таъсир эта олмайди. Шундай қилиб, зарранинг ҳаракатини иккита: 1) $\mathbf{B}$ нинг йўналиши бўйича $v_\parallel = v\cos\alpha$ ўзгармас тезлик билан силжиш ва 2) $\mathbf{B}$ векторга перпендикуляр текисликдаги текис айланма ҳаракат йиғиндисидан ташкил топган деб тасаввур қилиш мумкин. Айланиш содир бўлаётган айлана радиусини (64.2) формула ёрдамида аниқлаш мумкин, фақат бунинг учун v ўрнига $v_\parallel = v\sin\alpha$ қўйилиши керак. Зарранинг ҳаракат траекторияси ўқи $\mathbf{B}$ нинг йўналиши билан (121- расм) мос тушадиган спирални тасвирлайди. Спираль қадами

121- расм.

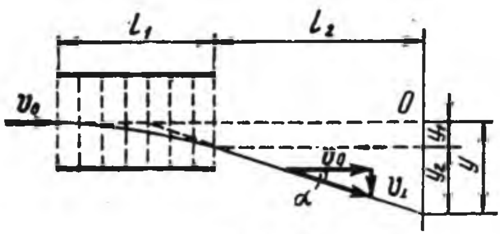
l ни $v_{\|}$ ни (64.3) формуладан топиладиган айланиш даври T га кўпайтириш орқали топилади:

$$l = v_{\|} T = 2\pi \frac{m}{e'} \frac{1}{B} v \cos \alpha. \qquad (64.4)$$

Спиралнинг буралиш йўналиши зарранинг заряд ишорасига боғлиқдир. Агар заряд мусбат бўлса, спираль соат стрелкаси йўналишига қарши буралади. Манфий ишорали зарра ҳаракатланадиган спираль соат стрелкаси бўйлаб буралади (бунда биз спиралга **B** нинг йўналиши бўйлаб қараган бўламиз; агар $\alpha < \pi/2$ бўлса, зарра биз томондан, агар $\alpha > \pi/2$ бўлса, бизга томон ҳаракатланаётган бўлади).

65-§. Ҳаракатланаётган зарядланган зарраларнинг электр ва магнит майдонларида оғиши

Даста йўналишига перпендикуляр ўрнатилган экраннинг O нуқтасига тушувчи бир хил зарядланган зарралар (масалан, электронлар) нинг ингичка дастасини қараб чиқайлик (122-расм). Йўлнинг l_1 узунлигида дастага перпендикуляр йўналган бир жинсли электр майдони таъсирида даста изининг силжи-



122- расм.

шини аниқлаймиз. Зарранинг дастлабки тезлиги $\mathbf{v}_0$ га тенг бўлсин. Ҳар бир зарра майдон соҳасига кириб, катталик жиҳатидан ўзгармас ва йўналиши жиҳатидан $\mathbf{v}_0$ га перпендикуляр бўлган $\mathbf{w}_\perp = \frac{e'}{m} \mathbf{E}$ тезланиш билан ҳаракатланади (e'/m—зарранинг солиштирма заряди). Майдон таъсири остидаги ҳаракат $t = l_1/v_0$ вақт давом этади. Бу вақтда зарра

$$y_1 = \frac{1}{2} w_\perp t^2 = \frac{1}{2} \frac{e'}{m} E \frac{l_1^2}{v_0^2} \qquad (65.1)$$

масофага силжийди ва $\mathbf{v}_0$ га перпендикуляр бўлган

$$v_\perp = w_\perp t = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0}$$

тезлик ташкил этувчисига эришади.

Кейинчалик зарралар $\mathbf{v}_0$ вектор билан α бурчак ҳосил қилган.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{v_\perp}{v_0} = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0^2} \qquad (65.2)$$

шарт билан аниқланувчи тўғри чизиқ йўналишида ҳаракатланади. Натижада даста (65.1) силжишга қўшимча

$$y_2 = l_2 \operatorname{tg}\alpha = \frac{e'}{m} E \frac{l_1 l_2}{v_0^2}$$

силжишга эга бўлади, бунда l_2— майдон чегарасидан экрангача бўлган масофа.

Шундай қилиб, O нуқтага нисбатан даста изининг силжиши

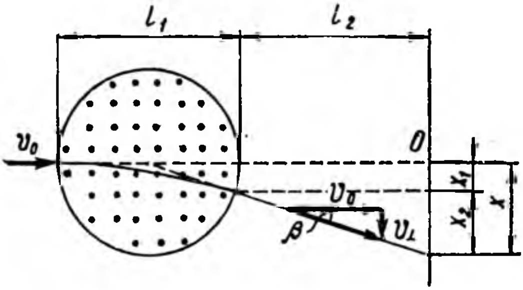
$$y = y_1 + y_2 = \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v_0^2}\left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right) \qquad (65.3)$$

га тенг.

Охирги ифодани (65.2) ни ҳисобга олган ҳолда

$$y = \operatorname{tg}\alpha\left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right)$$

кўринишда ёзиш мумкин, бундан зарралар майдондан чиқиб, майдон ҳосил қилган конденсатор марказидан (65.2) формула билан аниқланувчи α бурчак остида учиб чиққани сингари ҳаракатланади деган хулоса келиб чиқади.



123- расм.

Энди зарраларнинг берилган l_1 йўли давомида уларнинг $\mathbf{v}_0$ тезлигига перпендикуляр ҳолда бир жинсли магнит майдони қўйилади деб фараз қилайлик (123- расм, майдон расм текислигига перпендикуляр йўналган, майдон соҳаси пунктир айланма чизиқ билан кўрсатилган). Ҳар бир зарра майдон таъсирида катталиги жиҳатидан ўзгармас бўлган $w_\perp = \frac{e'}{m} v_0 B$ тезланиш олади. Майдон таъсирида дастанинг оғиши унча катта бўлмаганлик шарти билан чегараланиб $w_\perp$ тезланиш йўналиши бўйича ўзгармас ва $\mathbf{v}_0$ га перпендикуляр деб ҳисоблаш мумкин. У ҳолда силжишни ҳисоблаш учун ҳосил қилинган формулани, ундаги тезланиш $w_{\perp} = \frac{e'}{m} E$ ни $w_{\perp} = \frac{e'}{m} v_0 B$ билан алмаштириб фойдаланиш мумкин. Натижада, эндиликда биз x билан белгилайдиган силжиш учун

$$x = \frac{e'}{m} B \frac{l_1}{v_0}\left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right) \tag{65.4}$$

ни ҳосил қиламиз.

Дастанинг магнит майдони таъсирида оғган бурчаги

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{e'}{m} B \frac{l_1}{v_0} \tag{65.5}$$

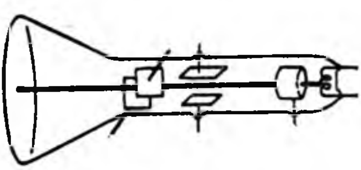
ифода билан аниқланади.

(65.5) ни ҳисобга олган ҳолда (65.4) формулани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$x = \operatorname{tg} \beta\left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right).$$

Демак, зарралар магнит майдондан чиқиб, камроқ оғганда улар худди майдон марказидан қиймати (65.5) ифода билан аниқланадиган β бурчак остида учиб чиққандек ҳаракатланади.

Электр майдони таъсирида (65.3) огиш каби магнит майдони таъсирида (65.4) оғиш ҳам зарранинг солиштирма зарядига ва мавжуд майдон кучланганлигига (ёки индукциясига) пропорционал эканлигини қайд қиламиз. Ҳар иккала оғиш, шунингдек v_0 га ҳам боғлиқдир. Бир хил e'/m ва v_0 га эга бўлган зарралар ҳар бир майдонда бир хил огади ва натижада, экраннинг айни бир нуқтасига тушади.



124- расм.

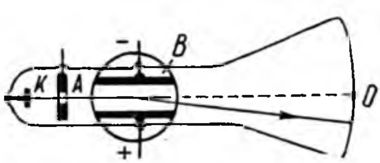
Электрон-нур трубкасида электронлар дастасининг электр ёки магнит майдони таъсири остида оғиш ҳодисасидан фойдаланилади. Электронларнинг электр майдони таъсирида оғишига асосланган электрон-нур трубкасининг ичига (124- расм) тез электронларнинг ингичка дастаси (электрон-нур) ни ҳосил қилувчи электрон прожектордан ташқари ўзаро перпендикуляр икки жуфт пластинка ҳам жойлаштирилади. Исталган жуфт пластинкаларга кучланиш бериб, электрон нурининг бу пластинкаларга перпендикуляр йўналишда берилган кучланишга пропорционал равишда силжишини юзага келтириш мумкин. Трубка экрани флуоресценцияланувчи модда билан қопланади. Шунинг учун экраннинг электрон нури тушадиган жойида ёрқин нурланувчи доғ ҳосил бўлади.

Электрон-нур трубкалари тез ўтувчи процессларнинг суратини олиш ва кузатиш имконини берувчи асбоблар—осциллографларда қўлланилади. Бунда оғдирувчи пластинкаларнинг бир жуфтига вақт ўтиши билан чизиқли ўзгариб турувчи кучланиш, бошқа жуфтига текширилувчи кучланиш берилади. Электрон дастасининг инерционлиги жуда кичик бўлгани сабабли унинг оғиши оғдирувчи пластинкаларга берилган кучланиш ўзгаришидан орқада қолмайди, бунда нур осциллограф экранида текширилувчи кучланишнинг вақтга боғлиқлик графигини чизади. Кўпгина ноэлектрик катталиклар мавжуд қурилмалар (датчиклар) ёрдамида электр кучланишларига (ёки токка) айлантирилиши мумкин. Шунга кўра осциллографлар ёрдамида табиати жиҳатидан турли-туман процесслар текширилади.

Электрон-нур трубкаси телевизион қурилмаларнинг ажралмас қисмидир. Телевидениеда кўпроқ электрон нурлари магнит билан бошқарилувчи трубкалар ишлатилади. Бундай трубкаларда оғдирувчи пластинкалар ўрнида сиртдан жойлаштирилган иккита ҳар бири нурга нисбатан перпендикуляр магнит майдони ҳосил қилувчи ўзаро перпендикуляр бўлган ғалтаклар системаси мавжуд бўлади. Ғалтаклардаги токни ўзгартириш билан экранда нур орқали ҳосил қилинган ёруғлик доғининг силжиши юзага келтирилади.

66-§. Электроннинг зарядини ва массасини аниқлаш

Электроннинг солиштирма зарядини, яъни e/m нисбатни ўлчашни биринчи марта 125-расмда ифодаланган разряд трубкаси ёрдамида 1897 йилда Томсон амалга оширган эди. *A* аноднинг тешигидан чиқаётган электрон дастаси (катод нурлар; 89-§ га қаранг) ясси конденсатор пластинкалари орасидан ўтади ва флуоресценцияланувчи экранга тушади ва экранда нурланувчи доғ ҳосил қилади. Конденсатор пластинкаларига кучланиш бериб, ҳосил бўлган бир жинсли электр майдони билан дастага таъсир этиш мумкин. Электронлар йўлининг айни ўша қисмида электр майдонига перпендикуляр бўлган бир жинсли магнит майдони яратиш мумкин бўлсин учун, трубкани электромагнит қутблари орасига жойлаштирилади (бу майдон соҳаси 125-расмда пунктир чизиқ билан ўралган). Майдон бўлмаганда даста экраннинг *O* нуқтасига тушади. Ҳар бири алоҳида майдон дастанинг вертикал йўналишда силжишини вужудга келтиради. Силжишнинг катталиги олдинги параграфда топилган (65.3) ва (65.4) ифодалар билан аниқланади.



125-расм.

Магнит майдони ҳосил қилиб ва унинг натижасида юзага келган даста изининг

$$x = \frac{e}{m} B \frac{l_1}{v_0}\left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right) \tag{66.1}$$

силжишини ўлчаб, Томсон шунингдек, электр майдони ҳам ҳосил қилди ва унинг катталигини ҳамда йўналишини шундай танладики, даста яна қайтадан O нуқтага тушади. Бу ҳолда электр ва магнит майдонлари электронлар дастасига бир вақтда катталик жиҳатидан бир хил, бироқ йўналиш жиҳатидан қарама-қарши булган кучлар билан таъсир этади, яъни

$$eE = ev_0B \qquad (66.2)$$

шарт бажарилади.

Томсон (66.1) ва (66.2) тенгламаларни биргаликда ечиб, e/m ва v_0 ни ҳисоблаб топди[1].

Буш электронларнинг солиштирма зарядини аниқлаш учун магнит фокусировка методини қуллади. Бу методнинг моҳияти қуйидагичадир. Фараз қилайлик, бир жинсли магнит майдонига маълум бир нуқтадан майдон йўналишига нисбатан симметрик ҳолда озгина булса-да ёйилиб борувчи, миқдор жиҳатидан бир хил v тезликка эга булган электронлар дастаси кириб келсин. Электронларнинг ҳаракат йуналиши $\mathbf{B}$ нинг йуналиши билан унча катта бўлмаган α бурчак ҳосил қилсин. 64-§ да тушунтириб ўтилганидек, бу ҳолда электронлар бир хил

$$T = 2\pi \frac{m}{e} \frac{1}{B}$$

вақт мобайнида [(64.3) формулага қаранг] тула айланиш ҳосил қилиб ҳамда майдон йуналиши бўйлаб

$$l = v \cos \alpha\, T \qquad (66.3)$$

га тенг l масофага силжиб, спираль траектория буйлаб ҳаракатланади.

α бурчакнинг қиймати кичик бўлганлиги туфайли турли электронлар учун (66.3) масофа амалда бир хил ва vT (кичик бурчаклар учун $\cos\alpha \approx 1$) га тенг булади. Демак, ёйилиб борувчи даста электронлар чиққан нуқтадан

$$l = vT = 2\pi \frac{m}{e} \frac{v}{B} \qquad (66.4)$$

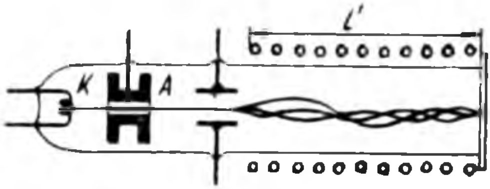
масофада тўпланади.

Буш тажрибасида toблантирилган K катоддан ажралган электронлар (126-расм) катод ва A анод орасига қуйилган U потенциаллар фарқини ўта бориб тезлашади. Натижада улар қиймати

$$eU = \frac{mv^2}{2} \qquad (66.5)$$

шартдан топилиши мумкин булган v тезликка эга булади.

[1]) Худди шунингдек, дастанинг оғишини электр майдони билан ўлчаш ва кейин электр майдони таъсирини магнит майдони билан компенсациялаш мумкин эканлигини ҳал этиш мумкин эди.



125- расм.

Сунгра электронлар аноддаги тешикдан учиб чиқиб, соленоид ўртасига урнатилган, ҳавоси суриб олинган трубка уқи буйлаб йуналган ингичка даста ҳосил қилади. Соленоидга киришда узгарувчан кучланиш бериб турадиган конденсатор жойлаштирилади. Конденсатор ҳосил қилган майдон электронлар дастасини асбоб уқидан вақт давомида узгариб турувчи унча катта булмаган α бурчакка оғдиради. Натижада дастанинг „уюрмаланиши“ содир булади, электронлар турли спираль траекториялар буйлаб ҳаракат қила бошлайди. Соленоиднинг чиқиш қисмига флуоресценцияланувчи экран қуйилади. B магнит индукцияси шундай танлансаки, конденсатордан экрангача булган l' масофа

$$l' = nl \tag{66.6}$$

шартни қаноатлантирса (бунда l—спираль қадами, n—бутун сон), у ҳолда электронлар траекториясининг кесишиш нуқтаси экранга туғри келади—электрон даста бу нуқтада фокусланган булади ва у экранда тиниқ нурланувчи доғни ҳосил қилади Агар (66.6) шарт бажарилмаса, экрандаги нурланувчи доғ чаплашган булади. (66.4), (66.5) ва (66.6) тенгламаларни биргаликда ечиб, e/m ва v ларни топиш мумкин.

Турли методлар билан олинган натижалар асосида топилган электрон солиштирма зарядининг энг аниқ қиймати қуйидагига тенг:

$$\frac{e}{m} = 1{,}76\cdot 10^{11}\ к/кг = 5{,}27\cdot 10^{17}\ СГСЭ/г. \tag{66.7}$$

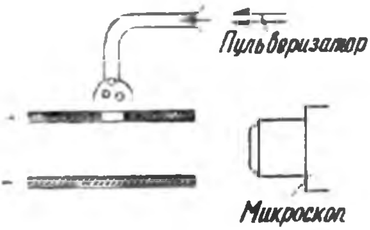
(66 7) катталик электрон зарядининг унинг тинчликдаги массаси m_0 га нисбатини ифодалайди. Нисбийлик назариясидан келиб чиқадики, ҳар қандай жисмнинг массаси унинг тезлигига қуйидаги қонун буйича боғлиқдир:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}. \tag{66.8}$$

Бу формулада m — v тезлик билан ҳаракатланувчи жисмнинг массаси, c — ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлиги, m_0 — жисмнинг тинч ҳолатдаги массаси бўлиб, **тинчликдаги масса** деб аталади.

Томсон тажрибаларида электронларнинг тезлиги тахминан 0,1 c ни ташкил қилади, бу m нинг m_0 дан 0,5% фарқланишини юзага келтиради. Кейинги тажрибаларда электронларнинг тезлиги жуда катта қийматларга эга бўлди. Барча ҳолларда v нинг қиймати ортиши билан (66.8) формулага мувофиқ e/m нинг ўлчанаётган қийматларининг камайиб бориши қайд қилинган.

Электрон заряди 1909 йилда Милликен томонидан катта аниқлик билан топилган эди. Берк соҳада горизонтал жойлашган конденсатор пластинкалари орасига (127- расм) Милликен ёғнинг жуда майда томчиларини киритди. Пуркалиш вақтида томчилар электрланган ва конденсатордаги кучланиш ишорасини ва катталигини танлаб, уларни қўзғалмас қилиб тутиб туриш мумкин бўлган. Қуйидаги шарт бажарилганда мувозанат юзага келади:



127- расм.

$$P' = e'E; \qquad (66.9)$$

бу ерда P' — оғирлик кучи ва Архимед кучининг натижаловчиси бўлиб, $4/3\pi r^3(\rho - \rho_0) g$ га тенг, бунда ρ — томчи зичлиги, r — унинг радиуси, ρ_0 — ҳавонинг зичлиги.

r ва E ларни билган ҳолда e' ни топиш мумкин. Радиусни аниқлаш учун майдон бўлмаган ҳолда томчининг текис тушиш тезлиги ўлчанади. Механикадан маълумки [I т. (60.2) формулага қаранг], бу тезлик

$$v_0 = \frac{2(\rho - \rho_0) g r^2}{9\eta} \qquad (66.10)$$

га тенг. v_0 ни ўлчаб ва ρ, ρ_0, ҳавонинг қовушоқлиги η ни билган ҳолда (66.10) формула бўйича r ни ҳисоблаб топиш мумкин. Томчининг ҳаракати микроскоп орқали кузатилади. v_0 ни ўлчаш учун томчининг микроскопнинг кўриш майдонида кўринадиган иккита ипи орасидаги масофани ўтиш вақти аниқланади.

Томчини аниқ мувозанатга келтириш жуда қийин. Шунга кўра (66.9) шартни қаноатлантирувчи майдон ўрнига шундай майдон ҳосил қилинадики, томчи унинг таъсири остида юқорига унча катта бўлмаган тезлик билан ҳаракат қила бошлайди. Юзага келган барқарор v_E кўтарилиш тезлигини P' куч ва $6\pi\eta r v$ ишқаланиш кучларининг йиғиндиси $e'E$ кучни мувозанатлаш шартидан аниқланади:

$$P' + 6\pi\eta r v_E = e'E.$$

P' ни ρ, ρ_0 ва r орқали ифодалаб ҳамда r нинг (66.10) даги қийматини қўйиб, тенгламани e' га нисбатан ечсак,

$$e' = 9\pi \sqrt{\frac{2\eta^3}{(\rho-\rho_0)\,g}}\sqrt{v_0}\,\frac{v_0+v_E}{E}$$

ни ҳосил қиламиз[1]).

Демак, маълум E электр майдонида томчининг v_0 эркин тушиш тезлигини ва унинг v_E кўтарилиш тезлигини улчаб, томчининг e' зарядини топиш мумкин.

Милликен v_E тезликни ўлчаб, пластинкалар орасидаги масофани рентген нури билан нурлантириб, ҳавонинг ионлашишини юзага келтирди. Айрим ионлар томчига ёпишиб олиб, унинг зарядини узгартирди, натижада v_E тезлик узгарган.

Милликен ўлчашлари шуни курсатадики, томчи зарядининг узгариши $\Delta e'$ ва заряднинг узи e' ҳар гал e га каррали бўлар экан. Шунингдек электр зарядининг дискретлиги, яъни ҳар қандай заряд бир хил катталикдаги элементар зарядлардан ташкил топганлигини экспериментал исботлади. Милликен улчашларини ва бошқа усуллар билан олинган маълумотларни ҳисобга олган ҳолда элементар заряд қиймати қуйидагига тенг:

$$e = 1{,}60\cdot 10^{-19}\,к = 4{,}80\cdot 10^{-10}\ \text{СГСЭ}. \qquad (66.11)$$

Электрон заряди ҳам шундай қийматга эга. (66.7) ва (66.11) дан электроннинг тинчликдаги массаси учун қуйидаги қийматни оламиз:

$$m_0 = 0{,}91\cdot 10^{-30}\ кг = 0{,}91\cdot 10^{-27}\ г. \qquad (66.12)$$

Шундай қилиб, электрон массаси энг енгил атомлардан ҳисобланган водород атоми (I т., 92- § га қаранг) массасидан тахминан 1840 марта кичик экан.

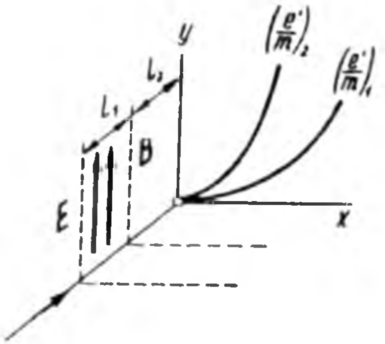
67- §. Мусбат ионларнинг солиштирма зарядини аниқлаш. Масс-спектрографлар

Олдинги параграфда баён этилган e'/m ни аниқлаш методлари дастадаги барча зарралар бирдай тезликка эга булган ҳолдагина яроқли булади. Электронлар дастасини ташкил қилган ҳамма электронлар улар учиб чиқадиган катод билан анод орасига қуйилган бир хил потенциаллар фарқи таъсирида тезлатилади; шунинг учун дастадаги электронлар тезликларининг камайиши жуда ҳам кичикдир. Агар шундай бўлмаганда эди, электрон дастаси экранда жуда хира (чаплашган) догни берар эди ва уни ўлчаш мумкин булмай қолар эди.

[1]) Милликен бу формулага томчининг улчамлари ҳавода молекуланинг эркин югуриш узунлиги билан солиштирилиши мумкинлигини ҳисобга олувчи тузатма киритди.

Газ молекулаларининг ионлашуви ҳисобига, масалан, газ разрядида мусбат ионлар ҳосил булади (84- § га қаранг). Ионлар турли жойларда ҳосил булганлиги туфайли улар ҳар хил потенциаллар фарқидан утади, натижада уларнинг тезликлари ҳам ҳар хил булади.

Шундай қилиб, электронларнинг солиштирма зарядини аниқлаш учун қулланган методларни ионларга тадбиқ этиш мумкин эмас. 1907 йилда Томсон томонидан юқорида қайд қилиб утилган қийинчиликни четлаб утиш имкониятини берувчи „парабола методи“ ишлаб чиқилди.



128- расм.

Томсон тажрибасида мусбат ионларнинг ингичка дастаси, бир вақтда бир-бирига параллел булган электр ва магнит майдонлари таъсир этадиган соҳа орқали утказилади (128- расм). Ҳар икки майдон бир жинсли булиб, дастанинг бошланғич йуналиши билан туғри бурчак ташкил қилади. Улар ионларнинг оғишини юзага келтиради: магнит майдон — x ўқи йуналишида, электр майдони эса y уқи бўйича, (65.4) ва (65.3) формулаларга биноан бу оғишлар қуйидагига тенг булган:

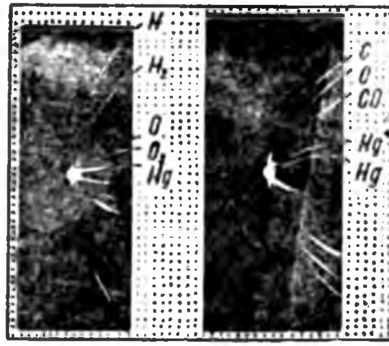
$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{e'}{m} B \frac{l_1}{v}\left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right), \\ y &= \frac{e'}{m} E \frac{l_1}{v^2}\left(\frac{1}{2} l_1 + l_2\right). \end{aligned}\right| \qquad (67.1)$$

бунда v — солиштирма заряди e'/m булган ионнинг тезлиги, l_1 — майдоннинг дастага таъсир этувчи соҳасининг узунлиги, l_2 — соҳа чегарасидан етиб келган ионларни қайд қилувчи фотопластинкагача булган масофа.

(67.1) тезлиги v ва берилган e'/m қийматга эга булган ионнинг пластинкага тушадиган нуқтасининг координаталарини ифодалайди. Бир хил солиштирма зарядли, бироқ турли тезликли ионлар пластинканинг турли нуқталарига тушади. (67.1) формуладан v ни йуқотиб, узунлиги буйлаб e'/m бирдай булган ионларнинг изи жойлашадиган эгри чизиқ тенгламасини оламиз. (67.1) тенгламалардан биринчисини квадратга кутариб ва уни иккинчи тенгламага бўлиб юбориб, маълум узгартиришлардан сўнг қуйидагини оламиз:

$$y = \left[\frac{E}{l_1 B^2 (0{,}5\, l_1 + l_2)}\right] \frac{m}{e'} x^2. \qquad (67.2)$$

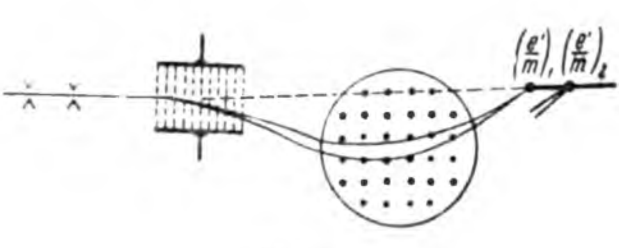
Шундай қилиб, бир хил e'/m ва турли v га эга булган ионлар пластинкада парабола куринишида из қолдирар экан. Турли e'/m га эга булган ионлар турли парабола бўйлаб жойлашади. Асбобнинг параметрларини (E, B, l_1 ва l_2 ларни) билган ҳолда ва y ҳамда x силжишларни улчаб, (67.2) формула буйича ҳар бир параболага мос келувчи ионларнинг солиштирма зарядини топиш мумкин экан. Майдонлардан бирининг йуналиши узгартирилганда, унга мос келувчи координата уз ишорасини тескарисига узгартиради, бунда аввалгисига симметрик булган парабола ҳосил булаверади. Симметрик параболаларга мос келувчи нуқталар орасидаги масофани тенг иккига булиб, x ва y ларни топиш мумкин. Пластинкада даста томонидан майдон булмагандаги қолдирилган из (нуқта) координата бошини беради. 129- расмда Томсон томонидан ҳосил қилинган биринчи параболалар курсатилган.



129-расм.

Томсон химиявий тоза ҳисобланган неон билан тажриба утказиб, бу газ 20 ва 22 атом оғирликларига мос келувчи иккита парабола беришини қайд қилди. Бу натижани тушунтиришга булган уринишлар, химиявий жиҳатдан фарқ этиб булмайдиган неон атомининг турли куринишидир, деган тахминга олиб келди (ҳозирги замон терминологияси буйича—неоннинг иккита изотопи). Бу тахминнинг исботи ионларнинг солиштирма зарядини аниқлаш методини такомиллаштирган Астон томонидан берилган эди.

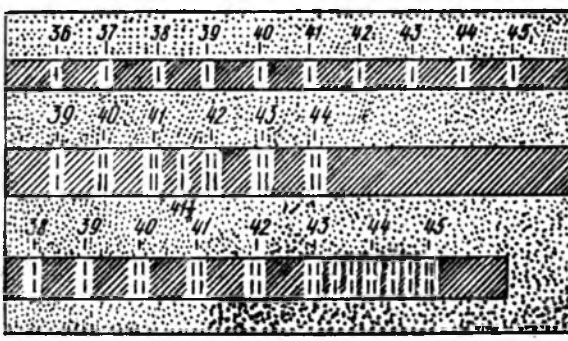
Масс-спектрограф деб номланган Астон асбоби қуйидагича тузилган эди (130- расм). Тирқишлар системаси томонидан ажратиб олинган ионлар дастаси, электр ва магнит майдонларининг қарама-қарши йуналишда оғишларини юзага кел-



130-расм

тирадиган йўналишда шу майдонлар орқали кетма-кет ўтказилади. e'/m га эга бўлган ионларнинг тезликлари қанчалик кичик бўлса, электр майдонидан ўтганларида шунчалик кучли оғади. Шунинг учун ҳам ионлар электр майдонидан сочилувчи даста кўринишида чиқади. Магнит майдонида ҳам ионларнинг тезликлари қанчалик кичик бўлса, уларнинг траекторияси шунчалик кучли эгриланади. Натижада магнит майдонидан чиққандан сўнг бир нуқтага йиғилувчи ионлар дастаси ҳосил бўлади.

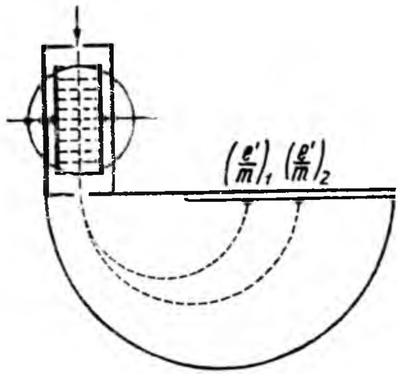
Солиштирма зарядлари бошқача бўлган ионлар бошқа нуқталарда йиғилади (130- расмда ионларнинг траекторияси e'/m нинг фақат бир қиймати учун кўрсатилган). Тегишли ҳисоблашлар, e'/m турлича бўлган ионлардан ташкил топган дасталар қўшиладиган нуқталар тахминан бир тўғри чизиқда ётишини кўрсатади. Бу тўғри чизиқ бўйлаб фотопластинкани жойлаштириб, Астон унда ҳар бири e'/m нинг маълум қийматларига мос келувчи қатор штрихларни ҳосил қилди. Пластинкада ҳосил қилинган тасвирнинг оптик чизиқли спектр тасвирига ўхшашлиги Астоннинг буни масс-спектрограмма деб аташига, ўзи ихтиро қилган асбобни эса масс-спектрограф деб аташига сабаб бўлди. 131- расмда Астон томонидан ҳосил



131- расм.

қилинган масс-спектрограмма келтирилган (штрихлар қаршисида ионларнинг масса сони кўрсатилган).

Бейнбридж бундай асбобнинг бошқача типини яратди. Бейнбридж масс-спектрографида (132- расм) ионлар дастаси аввал дастадан маълум қийматга эга бўлган тезликли ионларни ажратувчи тезликлар селектори (ёки фильтри) деб аталувчи система орқали ўтади. Ионлар селекторда бир вақтда таъсир қилувчи ўзаро перпендикуляр электр ва магнит майдонларининг таъсирига учрайди. Бу майдонларнинг ҳар бири ионларни қарама-қарши томонга оғдиради. Селекторнинг чиқиш тирқишидан фақат шундай ионлар ўта оладики, уларга таъсир қилувчи электр ва магнит майдонлари бир-бирини компенсациялайди. Бу ҳол $e'E = e'vB$ бўлган шароитда бажарилади. Демак, селектордан чиққан ионларнинг тезлиги, уларнинг массаси ва заряди қандай бўлишидан қатъи назар, $v = E/B$ га тенг бўлган бир хил қийматга эга.



132- расм.

Ионлар селектордан чиққанда тезликларига перпендикуляр бўлган B' индукцияли бир жинсли магнит майдони соҳасига киради. Бу ҳолда ионлар радиуси (64.2) га асосан e'/m га боғлиқ бўлган айлана бўйлаб ҳаракатланади, яъни

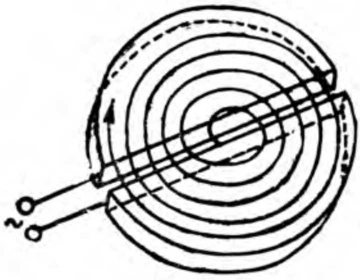
$$R = \frac{m}{e'} \frac{v}{B'}.$$

Ионлар ярим айланани ўгиб, фотопластинканинг тирқишдан $2R$ масофадаги нуқтасига тушади. Демак, ҳар бир сортли ионлар (e'/m нинг қиймати билан аниқланадиган) пластинкада ингичка полоса кўринишидаги из қолдиради. Асбобнинг параметрларини билган ҳолда ионларнинг солиштирма зарядини ҳисоблаб чиқиш мумкин. Ионларнинг заряди e элементар зарядга бутун каррали бўлганлиги туфайли, e'/m нинг маълум қийматлари бўйича ионларнинг массасини аниқлаш мумкин.

Ҳозирги вақтда такомиллаштирилган масс-спектрографларнинг кўпгина типлари мавжуд. Шунингдек ионларни фотопластинкалар билан эмас, балки электр қурилмалар ёрдамида қайд қилувчи асбоблар яратилди. Улар **масс-спектрометрлар** номини олди.

68- §. Циклотрон

Зарядланган зарранинг айланиш даврини бир жинсли магнит майдонида унинг тезлигига боғлиқ эмаслиги [(64.3) формулага қаранг] **циклотрон** деб аталувчи зарядланган зарралар тезлатгичига асос қилиб олинган. Бу асбоб дуантлар деб аталувчи иккита унча баланд бўлмаган ярим думалоқ шаклда ясалган қутича кўринишидаги электроддан ташкил топган (133-расм). Дуантлар катта электромагнит қутблари орасида жойлашган ҳавоси сўриб олинадиган корпус ичига ўрнатилади. Электромагнит ҳосил қилган майдон бир жинсли ва дуантлар текислигига перпендикулярдир. Дуантларга генератор қутбларидан юқори частотали ўзгарувчан кучланиш берилади.



133-расм.

Кучланиш максимум қийматга эришган вақтда дуантлар орасига мусбат зарядланган зарра киритилади. Зарра электр майдони томонидан қамраб олинади ва манфий электрод ичига киритилади. Дуантлар орасидаги фазо эквипотенциал бўлиб ҳисобланади, демак, зарра у ерда фақат магнит майдони таъсирида бўлади. 64-§ да аниқланилганидек, бу ҳолда радиуси зарранинг тезлигига пропорционал бўлган [(64.2) формулага қаранг] зарядланган зарранинг айлана бўйлаб ҳаракати содир бўлади. Дуантлар орасидаги кучланишнинг ўзгариш частотасини шундай танлаймизки, зарра айлананинг ярмисини ўтиб, дуантлар орасидаги бўшлиққа келган вақтда улар орасидаги потенциаллар фарқи ишорасини ўзгартириб, амплитуда қийматига эришган бўлишлиги керак. У вақтда зарра янгидан тезлатилган бўлади ва биринчи дуантда ҳаракатланганига қараганда икки марта катта энергия билан иккинчи дуантга учиб киради. Катта тезликка эга бўлган зарра иккинчи дуантда катта радиусли ($R \sim v$) айлана бўйлаб ҳаракатланади, бироқ унинг ярим айланани ўтувчи вақти аслича қолаверади (у v га боғлиқ бўлмайди). Шунга кўра зарра дуантлар орасига кирган вақтда улар орасидаги кучланиш ўз ишорасини яна ўзгартиради ва катталиги жиҳатидан максимал қийматга эришади.

Шундай қилиб, агар кучланишнинг ўзгариш частотасини зарранинг (64.3) формула билан аниқланувчи айланиш даврига тенглаштирилса, у ҳолда зарра ҳар гал дуантлар орасидан ўтганда $e'U$ га тенг бўлган қўшимча энергия порциясини олиб, спиралга яқин эгрилик бўйлаб ҳаракатланади (e' — зарранинг заряди, U — генератор ишлаб чиқарган кучланиш).

Унча катта бўлмаган ($\sim 10^5$ *в*) ўзгарувчан кучланиш манбаига эга бўлиб, циклотрон ёрдамида протонларни 25 *Мэв* тартибдаги энергиягача тезлатиш мумкин. Нисбатан катта энергиялардан протонлар массасининг тезликка боғлиқлиги намоён бўлади — айланиш даври орта боради. [(64.3) га асосан у m га пропорционалдир] ва зарранинг ҳаракати билан тезлатувчи майдоннинг ўзгариши орасидаги синхронлик бузилади.

Синхронликнинг бузилишидан қутулиш ва юқори энергияли зарраларни олиш учун дуантларни таъминловчи кучланиш частотасини ёки магнит майдони индукцияси ўзгарувчан қилинади. Ҳар бир порция заррани тезлатиш жараёнида шу тезлатишга мос келувчи тезлатувчи кучланиш частотаси камаювчи бўлган асбоб фазатрон (ёки синхроциклотрон) деб аталади. Частотаси ўзгармайдиган магнит майдони индукцияси эса m/B нисбатни ўзгармас сақлаган ҳолда ўзгарадиган асбоб синхротрон деб аталади (бу типдаги тезлатгичлар асосан электронларни тезлатиш учун қўлланилади).

Синхрофазатрон[1]) деб аталадиган тезлатгичда ҳам тезлатувчи кучланиш частотаси, ҳам магнит майдони ўзгаради. Синхрофазатронда тезлатилувчи зарралар спираль бўйича эмас, балки ўзгармас радиусли айланавий траектория бўйлаб ҳаракатланади. Зарранинг тезлиги ва массаси орта борган сари магнит майдони индукцияси шундай ортиб борадики, (64.2) формула билан аниқланадиган радиус ҳар вақт ўзгармас қолади. Бунда айланиш даврининг ўзгариши бир томондан зарра массасининг ортиши ҳисобига бўлса, иккинчи томондан, B нинг ортиши натижасида бўлади. Тезлатувчи кучланиш зарранинг ҳаракати билан синхрон бўлсин учун, ушбу кучланиш частотаси тегишли қонун бўйича ўзгарадиган қилинади. Синхрофазатронда дуантлар йўқ, зарраларни тезлатиш ўзгарувчан частотали кучланиш генератори томонидан ҳосил қилинган электр майдон ёрдамида траекториянинг айрим қисмларида содир бўлади.

Ҳозирги вақтдаги (1969 й.) элементар зарраларни тезлатувчи энг қувватли тезлатгич—протон синхротрони—1967 йилда СССР да Юқори энергиялар физикаси институтида (Москва яқинидаги Серпухов шаҳри) ишга туширилди. У протонларни 76 *Гэв* ($76 \cdot 10^9$ *эв*) энергиягача тезлатади. Бундай энергияга эга бўлган протонларнинг тезлиги ёруғликнинг бўшлиқдаги тезлигидан 0,01% дан ҳам кам ($v=0{,}99992\ c$) фарқ қилади.

---

[1]) Синхрофазатронни шунингдек, протон синхротрони деб ҳам юритилади.

XII БОВ

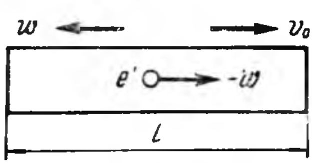
МЕТАЛЛАРДА ВА ЯРИМ ЎТКАЗГИЧЛАРДА ЭЛЕКТР ТОКИ

69-§. Металлардаги ток ташувчиларнинг табиати

Металларда ток ташувчиларнинг табиатини аниқлаш учун қатор тажрибалар қилинган. Энг аввал 1901 йилда амалга оширилган Рикке тажрибасини қайд қилиш мумкин. Рикке учлари жуда тоза йўнилган иккита мис ва битта алюминий цилиндрни олади. Цилиндрлар дастлаб тортилган, сўнгра биргаликда мис—алюминий—мис кетма-кетлигида қўйилган. Ана шундай таркибий ўтказгич орқали бир хил йўналишда бир йил давомида узлуксиз равишда ток ўтказиб турилди. Бутун йил давомида цилиндрлар орқали $3{,}5 \cdot 10^6$ *к* га тенг заряд оқиб ўтган.

Яна қайта тортишлар шуни кўрсатдики, токнинг ўтиши цилиндрларнинг оғирлигига ҳеч қандай таъсир этмас экан. Шунингдек, бир-бирига тегиб турувчи учлар микроскоп остида қараб текширилганда ҳам бир металлнинг бошқасига кириб қолганлиги қайд қилинган эмас. Рикке тажрибасининг натижалари металларда заряд ташиш атомлар билан эмас, балки барча металлар таркибига кирувчи қандайдир зарралар воситасида амалга ошишидан дарак беради. Бундай зарралар 1897 йилда Томсон томонидан кашф қилинган электронлар бўлиши мумкин эди.

Металларда ток ташувчилар айнан электронлар эканлигини кўрсатиш учун ташувчиларнинг солиштирма заряди катталигини ҳамда ишорасини аниқлаш керак эди. Шу нуқтаи назардан қилинган тажрибалар қуйидаги мулоҳазаларга асосланган эди. Агар металларда осон силжий оладиган зарядланган зарралар мавжуд бўлса, у ҳолда металл ўтказгич тормозланган вақтда бу зарралар маълум вақт давомида инерцияси бўйича ҳаракатини давом эттириш керак, натижада ўтказгичда ток импульси пайдо бўлади ва бунда маълум миқдор заряд кўчирилади. Ўтказгич дастлаб $\mathbf{v}_0$ тезлик билан ҳаракатланаётган бўлсин (134- расм). Уни $\mathbf{w}$ тез-



134- расм.

ланиш билан тормозлай бошлаймиз. Заряд ташувчилар инерцияси бўйича ҳаракатини давом эттириб, ўтказгичга нисбатан $-w$ тезланишга эга бўлади. Қузғалмас ўтказғичда кучланганлиги $E = -\frac{mw}{e'}$ бўлган электр майдони ҳосил қилиб, яъни ўтказгич учларига $U = lE = -\frac{mwl}{e'}$ (l — ўтказгич узунлиги, m—масса, e' эса заряд ташувчи) потенциаллар фарқини бериш орқали ҳам заряд ташувчиларга худди шундай тезланиш бериш мумкин. Бу ҳолда ўтказгич бўйлаб кучи $i = \frac{U}{R}$ бўлган ток ўтади, бунда R—ўтказгич қаршилиги. Демак, dt вақтда ўтказгичнинг ҳар бир кўндаланг кесимидан

$$dq = i\,dt = -\frac{mwl}{e'R}\,dt = -\frac{ml}{e'R}\,.v$$

заряд ўтади.

Бутун тормозланиш вақтида

$$q = \int_0^t dq = -\int_{v_0}^0 \frac{ml}{e'R}\,dv = \frac{m}{e'}\,\frac{lv_0}{R} \qquad (69.1)$$

заряд ўтади.

Бунда q, l, v_0 ва R катталиклар ўлчанишга мансубдир. Шундай қилиб, ўтказгични тормозлаб ва бу ҳолда занжирдан ўтадиган зарядни ўлчаб, заряд ташувчиларнинг солиштирма зарядини аниқлаш мумкин. Ток импульсининг йўналиши заряд ташувчининг ишорасини белгилайди.

Тезланувчан ҳаракатдаги ўтказгич билан буладиган биринчи тажриба 1913 йилда Мандельштам ва Папалекси томонидан қилиб кўрилган эди. Улар сим ўралган ғалтакни унинг ўқи атрофида тез бурама тебранишга келтирдилар. Ток импульси ўтиши ҳисобига ҳосил бўлган товушни эшитиш учун ғалтакнинг учига телефон уланади.

Толмен ва Стюарт томонидан 1916 йилда шундай тажрибанинг миқдорий натижаси олинган эди. Узунлиги 500 *м* ўтказгич ўралған ғалтакни ўрамларнинг чизиқли тезлиги 300 *м/сек* ни ташкил этадиган қилиб айланма ҳаракатга келтирилади. Сўнгра ғалтакни кескин тормозлантирилади ва баллистик гальванометр ёрдамида тормозланиш вақтида занжирдан оқиб ўтган заряд ўлчанади. (69.1) формула бўйича ҳисобланган заряд ташувчилар солиштирма зарядининг қиймати электронлар учун e/m га жуда ҳам яқин эканлигини кўрсатди. Шундай қилиб, металларда ток ташувчилар электронлар эканлиги экспериментал равишда тасдиқланди.

Металларда жуда кичик потенциаллар фарқи билан ҳам токни юзага келтириш мумкин. Бу ҳол, ток ташувчилар—электронлар металлар бўйлаб деярли эркин силжий олади деб айтишга асос бўлади. Толмен ва Стюарт тажрибаларининг натижалари ҳам шу хулосага олиб келади.

Эркин электронлар мавжудлигини шу билан тушунтириш мумкинки, кристалл панжаралар ҳосил бўлганида энг бўш боғланган (валентли) электронлар металл атомларидан ажралиб, металл бўлагининг „коллектив ташкил этувчиси" бўлиб қолади. Агар ҳар бир атомдан биттадан электрон ажралиб қолса, эркин электронларнинг концентрацияси (яъни ҳажм бирлигидаги уларнинг n сони) ҳажм бирлигидаги атомлар сонига тенг бўлади. n нинг қийматини ҳисоблайлик. Ҳажм бирлигидаги атомлар сони $\frac{\delta}{\mu} N_A$ га тенг, бунда δ—металлнинг зичлиги, μ — килограмм-атом массаси, N_A — Авогадро сони. Металлар учун δ/μ нинг қиймати 20 *кмоль/м*^{3} дан (калий учун) 200 *кмоль/м*^{3} гача (бериллий учун) оралиқда бўлади. Демак, эркин электронлар концентрацияси учун (ёки уларни ўтказувчан электронлар деб ҳам аташади)

$$n = 10^{28} \div 10^{29}\ м^{-3} (10^{22} \div 10^{23}\ см^{-3}) \tag{69.2}$$

тартибдаги қийматлар тўғри келади.

70-§. Металларнинг элементар классик назарияси

Эркин электронлар ҳақидаги тасаввурдан фойдаланган ҳолда Друде, кейинчалик Лоренц бу назарияни мукаммаллаштириб, металларнинг классик назариясини ишлаб чиққан. Друде металлардаги ўтказувчи электронлар табиати идеал газ молекулаларига ўхшаган бўлади, деб фараз қилган. Тўқнашиш орасидаги вақтларда улар деярли эркин ҳаракатланиб, ўртача λ йўлни босиб ўтади. Югуриш йўллари молекулаларнинг ўзаро тўқнашиши билан белгиланувчи газ молекулаларидан фарқли равишда, электронлар ўзаро эмас, балки кўпроқ металларнинг кристалл панжараларини ташкил этувчи ионлар билан тўқнашади. Бу тўқнашишлар электрон газ билан кристалл панжара орасида иссиқлик мувозанати ўрнатилишига олиб келади. Электрон газга газлар кинетик назариясининг натижасини татбиқ этилиши мумкинлигини ҳисобга олиб, электронларнинг иссиқлик ҳаракати ўртача тезлигининг қийматини

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \tag{70.1}$$

формула бўйича ҳисоблаб чиқиш мумкин [I т. (106. 12) формулага қаранг]. Хона температураси учун ($\sim 300°$ K) бу формула бўйича ҳисоблаш қуйидаги қийматга олиб келади:

$$v = \sqrt{\frac{8 \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{3{,}14 \cdot 0{,}91 \cdot 10^{-30}}} \approx 10^5\ м/сек.$$

(70.1) тезлик билан борувчи хаотик иссиқлик ҳаракатга майдон таъсир қилганда электронларнинг бирор $\bar{u}$ ўртача тезликдаги тартибли ҳаракатлари юзага келади. Бу тезлик қийматини j ток зичлиги билан ҳажм бирлигидаги n заряд ташувчилар, уларнинг заряди ва ўртача тезлик u билан боғловчи формулага асосан осон баҳолаш мумкин:

$$j = ne\bar{u}. \tag{70.2}$$

Мис ўтказгичлар учун ток зичлигининг техник нормалари бўйича чегаравий қиймати 10 $а/мм^2 = 10^7$ $а/м^2$ ни ташкил этади. n учун 10^{23} $см^{-3} = 10^{29}$ $м^{-3}$ қийматни олиб,

$$\bar{u} = \frac{j}{en} \approx \frac{10^7}{1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{29}} \approx 10^{-3} \text{ м/сек}$$

ни ҳосил қиламиз.

Шундай қилиб, ҳатто жуда катта ток зичликларида зарядлар тартибли ҳаракатининг ўртача тезлиги ($\bar{u}$) иссиқлик ҳаракатининг ($\bar{v}$) ўртача тезлигидан 10^8 марта камдир. Шунга кўра натижавий тезлик $|\mathbf{v} + \mathbf{u}|$ модулини ҳисоблашда уни иссиқлик ҳаракат тезлигининг модули $|\mathbf{v}|$ билан алмаштириш мумкин.

Электронларнинг майдон томонидан юзага келтирилган кинетик энергия ўртача қийматининг ўзгаришини топамиз. Натижавий тезликнинг ўртача квадратик қиймати

$$\overline{(\mathbf{v} + \mathbf{u})^2} = \overline{\mathbf{v}^2 + 2\,\mathbf{vu} + \mathbf{u}^2} = \overline{\mathbf{v}^2} + 2\,\overline{\mathbf{vu}} + \overline{\mathbf{u}^2}$$

га тенг[1]). Бироқ $\mathbf{v}$ нинг ўртача қиймати нолга тенг (31-§ га қаранг). Шунинг учун

$$\overline{(\mathbf{v} + \mathbf{u})^2} = \overline{v^2} + \overline{u^2}.$$

Демак, тартибли ҳаракат электронларнинг кинетик энергияси ε_k ни ўртача

$$\overline{\Delta\varepsilon_k} = \frac{m\overline{u^2}}{2} \tag{70.3}$$

га орттиради.

Ом қонуни. Друденинг ҳисобича, электроннинг кристалл панжара иони билан навбатдаги тўқнашувидан кейин электроннинг тартибли ҳаракат тезлиги нолга тенг бўлади. Фараз қилайлик, майдон кучланганлиги ўзгармас бўлсин. У ҳолда майдон таъсири остида электрон eE/m га тенг бўлган ўзгармас тезланишга эга бўлиб, югуришнинг охирида тартибли ҳаракат тезлиги ўртача

$$\bar{u}_{\max} = \frac{eE}{m}\,\tau \tag{70.4}$$

---

[1]) Агар иккита тасодифий a ва b қийматлар бир-бирига боғлиқ бўлмаса ($\mathbf{v}$ ва $\mathbf{u}$ тезликлар учун ўринли бўлган), у ҳолда уларнинг кўпайтмасининг ўртача қиймати ўртача қийматлар кўпайтмасига тенгдир: $\overline{ab} = \bar{a} \cdot \bar{b}$.

қийматга эга бўлади, бунда τ—электроннинг панжара ионлари билан уваро иккита кетма-кет урилишдаги уртача вақт.

Друде электронларнинг тезликлар буйича тақсимотини ҳисобга олмасдан, барча электронлар бир хил қийматли v тезлик билан ҳаракат қилади деб олди. Бу тахминда

$$\tau = \frac{\lambda}{v}$$

бўлиб, бунда λ—эркин югуриш узунлигининг уртача қиймати, v—электронларнинг иссиқлик ҳаракати тезлиги (биз $|\mathbf{v}+\mathbf{u}|$) нинг амалда $|\mathbf{v}|$ га тенг эканлигидан фойдаландик).

τ нинг бу қийматини (70 4) формулага қўямиз:

$$\bar{u}_{max} = \frac{eE\lambda}{mv}. \tag{70.5}$$

Югуриш вақтида u тезлик чизиқли ўзгаради. Шунинг учун, унинг уртача қиймати (югуриши учун) максимал қийматининг ярмига тенг:

$$u = \frac{1}{2}\bar{u}_{max} = \frac{eE\lambda}{2mv}.$$

Бу ифодани (70.2) формулага қуйиб,

$$j = \frac{ne^2\lambda}{2\,mv}E$$

ни ҳосил қиламиз.

Ток зичлиги майдон кучланганлигига пропорционал экан, демак, биз Ом қонунини ҳосил қилдик. (33.4) га мувофиқ j ва E орасидаги пропорционаллик коэффициенти утказувчанликни ифодалайди:

$$\sigma = \frac{ne^2\lambda}{2\,mv}. \tag{70.6}$$

Агар электронлар панжара ионлари билан тўқнашганда эди, эркин югуриш йўли ва демак, утказувчанлик чексиз катта булар эди. Шундай қилиб, металларнинг электр қаршиликлари эркин электронларнинг металлнинг кристалл панжара тугунларида жойлашган ионлари билан тўқнашишлари натижасида юзага келади.

Жоуль—Ленц қонуни. Эркин югуришининг охирида электрон қушимча кинетик энергияга эришади. Бу энергиянинг уртача қиймати (70.3) ва (70.5) формулаларга мувофиқ

$$\overline{\Delta\varepsilon_k} = \frac{m\bar{u}^2_{max}}{2} = \frac{e^2\lambda^2}{2\,mv^2}E^2 \tag{70.7}$$

га тенг булади.

Электрон ион билан тукнашгач, фаразимизга кура, югуриш вақтида олган тезлигини тула йуқотади, яъни (70.7) энергияни кристалл панжарага беради. Бу энергия иссиқлик сифатида намоён бўлиб, металлнинг ички энергиясини орттиради. Ҳар бир электрон бир секунд давомида ўртача $1/\tau = v/\lambda$ тўқнашишга дуч келиб, ҳар гал панжарага (70.7) га тенг энергия беради. Демак, ҳажм бирлигидан бирлик вақтда

$$w = n\frac{1}{\tau}\Delta\overline{\varepsilon}_k = \frac{ne^2\lambda}{2mv}E^2$$

иссиқлик ажралиши керак, бунда n—бирлик ҳажмдаги ўтказувчан электронлар сони.

w катталик токнинг солиштирма қувватининг ўзгинасидир (34-§ га қаранг). E^2 олдидаги купайтувчи (70.6) даги σ нинг қиймати билан мос тушади. Шундай қилиб, биз Жоуль—Ленц қонуни ифодаси (34.5) га эга бўлдик.

Видеман—Франц қонуни. Металларнинг юқори электр ўтказувчанликлари билан бирга, юқори иссиқлик утказувчанликка эга эканлиги тажрибадан маълум. 1853 йилда Видеман ва Франц иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти $\varkappa$ ни электр ўтказувчанлик коэффициенти σ га нисбати барча металлар учун тахминан бир хил бўлиб, абсолют температурага пропорционал ўзгаришини кўрсатувчи эмпирик қонунларини аниқладилар. Масалан, хона температурасида бу нисбат алюминий учун $5{,}8 \cdot 10^{-6}$, мис учун $6{,}4 \cdot 10^{-6}$ ва қурғошин учун $7{,}0 \cdot 10^{-6}$ $\frac{ж \cdot ом}{сек \cdot град}$ га тенг.

Металл бўлмаган кристаллар ҳам иссиқлик ўтказиш қобилиятига эгадир. Бироқ металларнинг иссиқлик ўтказувчанлиги диэлектрикларнинг иссиқлик ўтказувчанлигидан катта фарқ қилади. Бундан, металларда иссиқлик ўтказувчанлик асосан кристалл панжаралар ҳисобига эмас, балки электронлар ҳисобига бўлади деб хулоса қилиш мумкин. Электронларни бир атомли газ сифатида қараб, иссиқлик ўтказувчанлик коэффициенти учун газлар кинетик назарияси ифодасидан фойдаланиш мумкин [I том, (113.6) формулага қаранг]:

$$\varkappa = \frac{1}{3}nmv\lambda c_V.$$

(бу ерда nm орқали газ зичлиги белгиланган, $\bar{v}$ ўрнига v олинган).

Бир атомли газнинг солиштирма иссиқлик сиғими $c_V = \frac{3}{2}\frac{R}{\mu} = \frac{3}{2}\frac{k}{m}$ га тенг. Бу қийматни $\varkappa$ учун ёзилган ифодага қўйиб,

$$\varkappa = \frac{1}{2}nkv\lambda$$

ни ҳосил қиламиз.

$\varkappa$ ни σ учун ёзилган (70.6) ифодага бўламиз.

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = \frac{kmv^2}{e^2}.$$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT$ алмаштиришдан фойдаланиб, Видеман—Франц қонунини ифодаловчи

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = 3\left(\frac{k}{e}\right)^2 T$$

муносабатга келамиз.

$k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ *ж/град* ва $e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}$ *к* ларни ўрнига қўйиб,

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = 2{,}23 \cdot 10^{-8}\ T$$

ни ҳосил қиламиз.

$T = 300°$ К да $\varkappa/\sigma$ нисбат учун экспериментал маълумотлар билан жуда ҳам мос келадиган $6{,}7 \cdot 10^{-6} \frac{ж \cdot ом}{сек \cdot град}$ қиймат ҳосил қилинади (Al, Cu ва Pb учун юқорида келтирилган қийматларга қаранг). Бироқ кейинчалик аниқланишича, шунчалик яхши мослашув тасодифий экан, чунки Лоренц электронларнинг тезликлар буйича тақсимотини ҳисобга олган ҳолда бирмунча аниқроқ ҳисоблаб чиқиб, $\varkappa/\sigma$ нисбат учун тажриба натижалари билан унчалик яхши мос келмайдиган $2\left(\frac{k}{e}\right)^2 T$ қийматни ҳосил қилди[1].

Шундай қилиб, классик назария Ом ва Жоуль—Ленц қонунларини тушунтира олди, шунингдек, Видеман—Франц қонунини анча сифатли тушунтириб берди. Шу билан бирга бу назария жиддий қийинчиликларга учради. Улардан иккитаси энг асосийлари ҳисобланади. (70.6) формуладан келиб чиқадики, металларнинг қаршиликлари (яъни σ га тескари бўлган катталик) квадрат илдиздан чиқарилган T каби ортиб бориши керак. Ҳақиқатан ҳам n ва λ катталикларнинг температурага боғлиқ деб айтишга ҳеч қандай асос йўқ. Иссиқлик ҳаракат тезлиги эса илдиз остидаги T га пропорционалдир. Назариянинг бу хулосаси тажрибавий маълумотларга зид келади; металларнинг электр қаршилиги T нинг биринчи даражасига пропорционал, яъни $\sqrt{T}$ га қараганда тезроқ ортиб боради (33-§ га қаранг).

Классик назариянинг иккинчи қийинчилиги шундан иборатки, электрон газ $3/2\ R$ га тенг булган моляр иссиқлик сиғимига эга булиши керак. Бу катталикни $3\ R$ ни ташкил этувчи панжаранинг иссиқлик сиғимига қўшиб (I т., 141-§ га қаранг), металлнинг килограмм-атом иссиқлик сиғими учун $\frac{9}{2}R$ қийматни ҳосил қиламиз. Шундай қилиб, классик электрон наза-

---

[1]) Квант назарияга мувофиқ

$$\frac{\varkappa}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3}\left(\frac{k}{e}\right)^2 T = 2{,}45 \cdot 10^{-8}\ T.$$

рияга мувофиқ металларнинг килограмм-атомидаги иссиқлик сиғими диэлектрикларникига қараганда 1,5 марта катта бўлиши керак. Ҳақиқатда эса, металларнинг иссиқлик сиғими металл булмаган кристалларнинг иссиқлик сиғимларидан сезиларли даражада фарқ қилмайди. Бундай номувофиқликни фақат металларнинг квант назариясигина тушунтира олди.

Классик назариянинг қатор ҳодисаларни тушунтира олмаслигига қарамай, уз аҳамиятини шу вақтга қадар сақлаб келди, чунки эркин электронлар концентрацияси кичик булган ҳолларда (бу ҳол ярим утказгичларда ўринлидир) у қониқарли натижаларни беради. Шу билан бирга классик назария квант назариясига қараганда бирмунча содда ва кўргазмалидир.

71-§. Металлар квант назарияси асослари

Металларнинг классик назариясида ўтказгич электронлар исталган қийматли энергияга эга булиши мумкинлиги уз-узидан тушунарли деб ҳисобланар эди. Квант назариясига мувофиқ исталган кристалл жисмдаги (хусусан, металларда) электронлар энергияси худди атомдаги электрон энергияси каби квантланиш ҳусусиятига эгадир. Бу шуни англатадики, электронлар энергияси энергетик сатҳ деб аталувчи фақат дискрет (яъни чекли оралиқлар билан ажралган) қийматларни қабул қила олиши мумкин. Кристалларда рухсат этилган энергетик сатҳлар зоналарга группаланади.

Зоналарнинг келиб чиқишини тушуниш учун кристалларда атомларнинг бирлашиш процессини хаёлан қараб чиқамиз. Дастлаб бирор модданинг N та изоляцияланган атомлари берилган булсин. Исталган атомнинг ҳар бир электрони рухсат этилган энергия қийматларидан бирига эга бўлади, яъни рухсат этилган энергетик сатҳлардан бирини эгаллайди. Асосан, атомнинг уйғонмаган ҳолатида электронларнинг йиғинди энергияси мумкин булган минимал қийматга эга булади. Шунинг учун, гуё барча электронлар энг қуйи сатҳда булишлари керак. Бироқ электронлар Паулининг таъқиқловчи принципига буйсунади, яъни исталган квант системада (атомда, молекулада, кристаллда ва ҳоказо) ҳар бир энергетик сатҳда иккитадан ортиқ электрон булиши мумкин эмас[1]), бунда электронларнинг бир вақтда бир хил сатҳда турган хусусий моментлари (спинлари) қарама-қарши йуналишга эга булиши керак[2]). Демак, атомнинг энг қуйи сатҳида фақат иккита элек-

---

[1]) Бир хил қийматли энергия турли квант ҳолатларга туғри келиши ҳам мумкин Бу ҳодисани айниш деб аталади, бир хил энергияли турли ҳолатлар сони эса айниш карралилиги (g) дейилади. Бу ҳолда ҳар бир энергетик сатҳда 2 g дан ортиқ электронлар булмайди.

[2]) Паули принципига фақат электронларгина эмас, балки ярим спинга эга булган барча бошқа зарралар ҳам бўйсунади [51-§ даги (51.4) формуладан кейинги текстга қаранг].

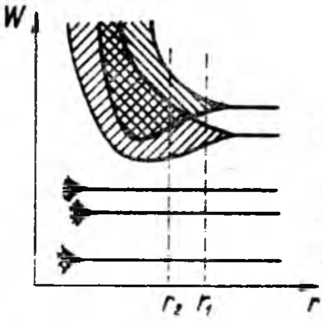
трон жойлашиши мумкин, қолганлари эса жуфт-жуфт ҳолда бирмунча юқори сатҳларни тўлдириб туради. 135-расмда 5 та электронли атомнинг асосий ҳолатида электронларнинг сатҳлар бўйича жойлашиши кўрсатилган. Сатҳлар схемаси масштабларга риоя қилинмаган ҳолда шартли тасвирланган. Электронлар стрелкали доирачалар билан белгиланган. Стрелкаларнинг турли йўналиши спинларнинг қарама-қарши йўналишларига мос келади.

135-расм.

Атомлар бир-биридан ажратилган бўлса, у ҳолда тўла мос тушувчи энергетик сатҳлар схемасига эга бўлиши мумкин. Сатҳларнинг электронлар билан тўлиб бориши бошқа атомлардаги шунга ўхшаш сатҳларнинг тўлиб боришига боғлиқ бўлмаган ҳолда, ҳар бир атомда амалга ошиши мумкин. Атомлар бир-бирига яқинлашган сари улар орасида кучайиб борувчи ўзаро таъсир пайдо бўлади, бу эса сатҳлар ҳолатининг ўзгаришига олиб келади. Барча N та атом учун бир хил бўлган битта сатҳ ўрнига, N та бир-бирига жуда яқин бўлган, бироқ устма-уст тушмайдиган сатҳ ҳосил бўлади.

Шундай қилиб, изоляцияланган ҳар бир атом сатҳи кристаллда полоса ёки зонани ҳосил қилувчи қуюқ жойлашган N та сатҳга бўлинади.

Турли сатҳлар учун бўлиниш (парчаланиш) катталиги бир хил эмас. Атом ядросига яқинроқ жойлашган (ички) электронлар билан тўлдирилган сатҳлар ташқи электронлар билан тўлдирилган сатҳларга қараганда камроқ ғалаёнланади. 136-расмда атомлар орасидаги r масофанинг функцияси сифатида турли сатҳларнинг бўлиниши кўрсатилган. Расмда белгиланган r_1 ва r_2 қийматлар икки хил кристаллдаги атомлар орасидаги масофаларга мос келади. Ички электронлар билан тўлдирилган сатҳлар кристалларда жуда ҳам кам бўлиниши схемадан кўриниб турибди. Валент электронлар билан тўлдирилган сатҳларгина сезиларли бўлинади. Шундай бўлиниш атомнинг асосий ҳолатида электронлар билан тўлдирилмаган анча юқори сатҳларга тааллуқлидир.



136-расм.

Атомлар орасидаги масофа етарлича кичик бўлганда атомларнинг иккита қўшни сатҳларига мос келувчи зоналар ўзаро қопланиб қолиши мумкин (атомлар орасидаги r_2 масофага тўғри келувчи пунктир тўғри чизиққа қаранг). Бундай қўшилиб кетган зонадаги сатҳлар сони атомнинг ҳар иккала сатҳнинг бўлинган сонлари йиғиндисига тенг бўлади.

Ўзаро таъсир қилувчи атомлар Паулининг таъқиқловчи принципи таъсиридаги ягона квант системани ташкил қилади. Демак, изоляцияланган атомларнинг бирор сатҳини тўлдириб турувчи $2N$ та электрон кристаллда жуфт-жуфт (қарама-қарши спинли) бўлиб, тегишли полосанинг N та сатҳига жойлашади.

Камроқ бўлинган сатҳлардан иборат бўлган пастки зоналар кристаллда ҳам ўз атоми билан мустаҳкам боғлиқлигини йўқотмайдиган электронлар билан тўлиб боради. Кейинчалик бу зоналар ва уларни тўлдирувчи электронлар бизни қизиқтирмайди.

Кристаллда валент электронларнинг йўл қўйилган қийматли энергияси рухсат этилган қийматли энергия бўлмаган оралиқлар билан ажралиб турувчи зоналарга бирлашади. Бу оралиқларни **таъқиқланган зоналар** деб аталади. Рухсат этилган ва таъқиқланган зоналарнинг кенглиги кристалларнинг ўлчамларига боғлиқ бўлмайди. Шундай қилиб, кристаллда атомлар қанчалик кўп бўлса, зоналардаги сатҳлар шунчалик зичроқ жойлашган бўлади. Рухсат этилган зоналар кенглиги бир неча электрон-вольт қийматга эга бўлади. Демак, агар кристалл 10^{23} та атомдан ташкил топган бўлса, зонада қўшни сатҳлар орасидаги масофа $\sim 10^{-23}$ *эв* га эга бўлади.

Абсолют нолда кристалл энергияси минимал бўлиши керак. Шунинг учун валент электрон жуфт-жуфт ҳолда рухсат этилган зонанинг пастки сатҳини тўлдиради. Бу сатҳлар атомнинг асосий валент электронлар эгаллаган сатҳдан ҳосил бўлади (буни биз **валент зоналар** деб атаймиз). Бундан юқорироқ турган рухсат этилган зоналарда электронлар бўлмайди. Валент зоналарнинг электронлар билан тўлиш даражасига ҳамда таъқиқланган зонанинг кенглигига қараб, 137-расмда тасвирланган уч ҳол мавжуд бўлиши мумкин: а) ҳолда электронлар валент зонани тўлиқ тўлдирмайди. Шунинг учун юқори сатҳларда

137 расм.

турган электронларга уларни яна ҳам юқорироқ сатҳларга ўтказиш учун унча катта бўлмаган ($10^{-23} \div 10^{-22}$ *эв*) энергия бериш етарлидир. 1°K да иссиқлик ҳаракат энергияси (kT) тахминан 10^{-4} *эв* ни (хона температурасида $\sim 1/40$ *эв*) ташкил этади. Демак, 0° K дан фарқли температураларда электронларнинг бир қисми бирмунча юқори сатҳга ўтади. Электроннинг электр майдон таъсирида олган қўшимча энергияси ҳам унинг бирмунча юқорироқ сатҳга ўтиши учун етарли экан. Шунинг учун электронлар электр майдон таъсирида тезлашиши ва майдон йўналишига қарама-қарши йўналган қўшимча тезликка эга бўлиши мумкин. Шундай қилиб, бундай энергетик сатҳлар схемасига эга бўлган кристалл металлдан иборатдир.

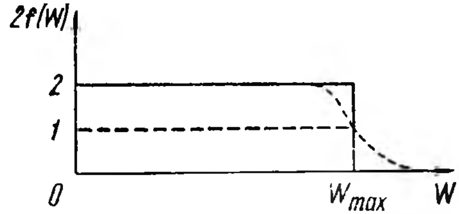
Агар атомнинг охирги бўлган сатҳида фақат битта электрон бўлса; ёки зоналарнинг ўзаро қолиши ўринли бўлса (136-расм, r_2 масофага қаранг), валент зонанинг қисман тўлиши (металл учун уни ў т к а з у в ч а н л и к з о н а с и деб ҳам аталади) содир бўлади. Биринчи ҳолда N та ўтказувчан электрон жуфт-жуфт бўлиб, валент зона сатҳларининг фақат ярмини тўлдиради. Иккинчи ҳолда ўтказувчанлик зонасида сатҳлар сони N дан кўп бўлади, шунинг учун ўтказувчан электронлар сони $2N$ га тенг бўлганда ҳам улар зонанинг ҳамма сатҳларини эгаллай олмайди.

б) ва *в*) ҳолларида валент зоналардаги сатҳлар электронлар билан тўлиқ, яъни зона тўлган бўлади. Электроннинг энергиясини орттириш учун унга таъқиқланган зона кенглиги ΔW дан кам бўлмаган энергия миқдори бериш керак. Электр майдони (ҳар ҳолда, кристаллда электрик тешилиш рўй бермайдиган катталикдаги кучланганлик) электронга бундай энергия беришга қодир эмас. Бундай шароитларда кристаллнинг электр хоссалари таъқиқланган зона кенглиги ΔW билан аниқланади. Агар ΔW унчалик катта бўлмаса (бир неча ўн электрон-вольт таркибида), иссиқлик ҳаракати энергияси бир қисм электронларни юқориги бўш зонага ўтказиш учун етарли бўлади. Бу электронлар металларда валент электронлар турган шароитга ўхшаш бўлган шароитда бўлади Бўш зона улар учун ўтказувчан зона бўлиб қолади. Бир вақтда валент зонадаги электронларнинг унинг юқориги сатҳларига ўтиши мумкин бўлиб қолади. Бундай модда э л е к т р о н л и я р и м ў т к а з г и ч деб аталади.

Агар таъқиқланган зонанинг ΔW кенглиги (бир неча электрон-вольт) катта бўлса, иссиқлик ҳаракати бўш зонага унчалик кўп сонли электронларни ўтказа олмайди. Бу ҳолда кристалл и з о л я т о р ҳисобланади.

Шундай қилиб, квант назарияси яхши ўтказгичларнинг (металлар), ярим ўтказгич ва изоляторларнинг мавжудлигини ягона нуқтаи назардан тушунтириб беради.

Металлда электронларнинг ўтказувчанлик зонасидаги сатҳлар бўйича тақсимланишини қараб чиқайлик. Абсолют нолда пастки $N/2$ сатҳлар бўш бўлади. 138- расмда бундай тақсимот яхлит чизиқ билан кўрсатилган. Ордината ўқи бўйича мавжуд сатҳдаги электронлар сони қўйилган [$2f(W)$ белгилашнинг мазмуни кейинчалик ойдинлашади]. Сатҳни белгилаш учун индекс сифатида унинг W энергияси фойдаланилган. Хусусан



138- расм.

энергетик сатҳларнинг дискретлигини ҳисобга олганда W_{max} дан чап томонда тақсимот 2 ординатали нуқталарнинг йиғиндиси билан, W_{max} дан ўнгда эса 0 ординатали нуқталар билан ифодаланади. Бироқ сатҳлар орасидаги масофалар жуда кичик бўлганлиги туфайли, бу нуқталар жуда зич жойлашиб, яхлит чизиқни ҳосил қилади.

Абсолют нолда юқориги тўлган сатҳ учун квант назарияси

$$W_{max} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

қийматни беради, бунда $\hbar = 1{,}05 \cdot 10^{-34}$ *ж·сек*, m — электрон массаси, n — ҳажм бирлигидаги эркин электронлар сони, $n = 10^{29}$ $м^{-3}$ эканлигини эътиборга олиб,

$$W_{max} = \frac{1{,}05^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 0{,}91 \cdot 10^{-30}} (3 \cdot 3{,}14^2 \cdot 10^{29})^{2/3} \approx 1{,}25 \cdot 10^{-18}\, ж \approx 8\, эв$$

ни ҳосил қиламиз.

Агар зона сатҳлари энергия ўқи бўйлаб ўзгармас зичлик билан тақсимланганда эди (яъни dW энергия интервалига тўғри келган dz сатҳлар сони W га боғлиқ бўлмаганда), электронлар энергиясининг ўртача қиймати максимал қийматининг ярмига тенг бўлар эди. Ҳақиқатда сатҳларнинг зичлиги $\sqrt{W}$ га пропорционалдир, яъни $dz \sim \sqrt{W}\, dW$. Ҳисоблашлар абсолют нолда электронларнинг ўртача энергияси учун $\overline{W} = \frac{3}{5} W_{max}$ қийматни беради. Демак, ҳатто 0°К да ҳам ўтказувчанлик электронлар металларда ўртача тахминан 5 *эв* га тенг бўлган катта кинетик энергияга эга бўлади. Классик электрон газга шундай энергия бериши учун уни тахминан тўрт юз минг градус Кельвингача қиздириш керак бўлади. Изоляторларда валент электронлари ҳам шундай тезликда ҳаракатланади. Бироқ улар шундай шароитда бўладики, электр майдон уларнинг ҳолатини ўзгартира олмайди ва бир йўналиш бўйича устунлик қилувчи ҳаракатни юзага келтира олмайди.

0° К дан фарқли температураларда электронларнинг турли сатҳларда бўлиш эҳтимоли қандай бўлишини аниқлайлик. Классик физикада зарраларнинг турли энергияли ҳолатлар бўйича тақсимоти Больцман функцияси бўйича характерланади:

$$f_{\text{B}}(W) = Ae^{-\frac{W}{kT}}, \tag{71.1}$$

бу ерда A — пропорционаллик коэффициенти [I т., (109.6) формула билан таққосланг]. Бу функция орқали зарранинг W энергияли ҳолатда бўлиш эҳтимолини аниқлаш мумкин.

(71.1) тақсимот функциясини мавжуд энергияли ҳар бир ҳолатда чексиз миқдордаги зарра бўлиши мумкин[1]) деб фараз қилиб топган эдик. Паулининг таъқиқловчи принципини ҳисобга олувчи тақсимот функцияси Ферми томонидан топилган эди. У қуйидаги кўринишга эга:

$$f(W) = \frac{1}{e^{(W-W_F)/kT} + 1}. \tag{71.2}$$

Бу ерда W — берилган сатҳ энергияси, W_F — Ферми сатҳи деб аталувчи система параметри.

(71.2) функция берилган сатҳнинг электронлар билан тўлиш эҳтимоллигини беради. 138- расмдаги яхлит эгри чизиқ 2 кўпайтувчигача аниқлик билан $T = 0$ учун (71.2) функция графиги билан мос тушишига осон ишонч ҳосил қилиш мумкин. Ҳақиқатан ҳам, бундай ҳолда

$$\text{агар } W < W_F \text{ бўлса, } f(W) = 1$$

ва

$$\text{агар } W > W_F \text{ бўлса, } f(W) = 0.$$

Шундай қилиб, $0°K$ да Ферми сатҳи электронлар билан тўлган юқори $W_{\max}$ сатҳ билан мос тушади.

(71.2) функция $W = W_F$ учун исталган температурада 1/2 га тенг қийматга эга. Демак, Ферми сатҳи тўлиш эҳтимоллиги ярмига тенг бўлган (бундай сатҳда ўртача битта электрон бўлади) энергетик сатҳ билан мос тушади. W_F нинг қийматини

$$\sum_k 2f(W_k) = N \tag{71.3}$$

[1]) $T = 0$ да (71.1) функция энергиянинг $W = 0$ дан бошқа барча қийматларида нолга айланади. Бу эса барча зарралар ноль сатҳда туришлари кераклигини билдиради.

шартдан топиш мумкин, бунда N — кристаллдаги валент электронларнинг тўла сони. Ҳар бир қўшилувчи k-сатҳдаги электронларнинг ўртача сонини белгилайди. Йиғинди валент зона ва унинг устида ётувчи қолган зоналарнинг барча сатҳлари бўйича олинади.

Рухсат этилган зоналар чегарасидаги сатҳлар жуда зич жойлашган бўлади.

Шунинг учун (71.3) йиғиндини интеграл билан алмаштириш мумкин. Унча катта бўлмаган dW энергия интервали чегарасида ётувчи барча сатҳлар учун банд бўлиши эҳтимоли $2f(W)$ деб айтиш мумкин. Агар сатҳлар зичлиги $g(W)$ га тенг бўлса, dW интервалда уларнинг сони $g(W)dW$ ни ташкил этади. Бу сатҳларга ўртача $dN_W = 2f(W)g(W)dW$ электрон тўғри келади. Барча сатҳлардаги электронлар сони эса

$$\int_0^\infty dN_W = \int_0^\infty 2f(W)g(W)dW = \int_0^\infty \frac{2g(W)\,dW}{e^{(W-W_F)/kT}+1} = N \qquad (71.4)$$

га тенг бўлиши керак.

$g(W)$ кўринишини билган ҳолда (71.4) интегрални ҳисоблаб чиқиш мумкин (таъқиқланган зоналарга мос келувчи энергия интерваллари учун $g(W)$ ни нолга тенг деб қараш керак). Ҳосил бўлган ифода W_F ва T ларни ўз ичига олади. Демак, берилган N учун W_F ни T нинг функцияси сифатида топиш мумкин. (71.4) ифода аслини олганда $f(W)$ функцияни нормаллаштириш шартини ифодалайди [I т., 106-§, (106.7) формуладан олдинги текстга қаранг].

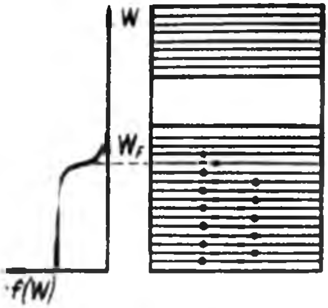
Металлар учун ўтказилган ҳисоблашлар W_F ни температурага бўш боғлиқлигини кўрсатади, шунинг учун бунда Ферми сатҳининг қийматлари унча юқори бўлмаган температураларда (агар $kT \ll W_{F_0}$) абсолют нолдаги W_{F_0} нинг қийматидан кам фарқ қилади.

0°К дан фарқли температураларда (71.2) функция билан ифодаланувчи тақсимот 138-расмда кўрсатилган пунктир эгри чизиқ кўринишига эгадир. Эгри чизиқ ординатаси вақт бўйича сатҳнинг ўртача банд бўлишлигини характерлайди; масалан, 0,25 га тенг бўлган ордината вақтнинг 1/4 улушида сатҳ биттагина электрон билан банд бўлишини (ёки 1/8 да иккита электрон), бошқа вақтда эса сатҳ бўш бўлишини билдиради.

Катта энергия соҳаларида (яъни $W - W_F \gg kT$ да соҳанинг охирида тақсимот эгри чизиғи ўринли бўлади) махраждаги бирни ҳисобга олмаса ҳам бўлади. У вақтда (71.2) функция

$$f(W) \approx e^{-\frac{W-W_F}{kT}} = \text{const}\cdot e^{-\frac{W}{kT}} \qquad (71.5)$$

кўринишни олади, яъни (71.1) Больцман тақсимоги функциясига айланади.



139- расм.

Электронларнинг сатҳлар бўйича тақсимланишини 139- расмдаги каби Ферми тақсимоти эгрилигини энергетик зоналар схемаси билан бирга тасвирлаб, жуда ҳам кургазмали қилиш мумкин.

Температура қанча юқори булса, эгриликнинг пастланмайдиган қисми шунча қияроқ бўлади. Бироқ T температурада 0°К дагига нисбатан тақсимланишдаги сезиларли фарқ фақат энергияси kT тартибда булган соҳада кузатилади. Демак, иссиқлик ҳаракати барча электронлар кинетик энергиясининг фақат бир қисмигагина таъсир қилади. Шунинг учун электронларнинг уртача энергияси температурага суст боғланган булади. Ўтказгичдан электронларнинг металларнинг иссиқлик сиғимига муҳим ҳисса қушмаслиги ҳам шу билан тушунтирилади. Шундай қилиб, квант назария классик назарияси енга олмаган асосий қийинчиликлардан бирини бартараф қилади.

Квант назарияси, шунингдек металлнинг электр утказувчанлигининг температурага боғлиқлиги учун тажриба натижалари билан яхши мос келувчи натижаларни беради.

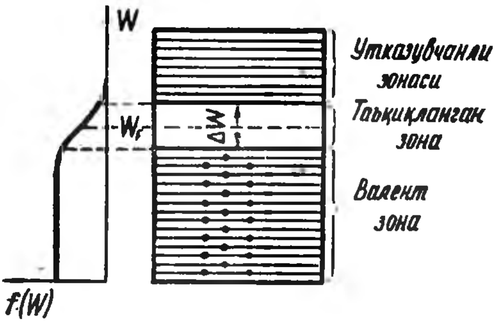
72- §. Ярим утказгичлар

Ярим ўтказгичлар узларининг номларига кура, улар электр ўтказувчанликлари жиҳатдан металлар билан изоляторлар орасидаги оралиқ ҳолатни эгаллаши керак. Бироқ улар учун характерли ҳол утказувчанлик катталиги эмас, температура ортиши билан уларнинг утказувчанлигининг ортиши ҳисобланади (эслатиб утамизки, металларда утказувчанлик камаяди). Валент зонаси электронлар билан батамом тулган (137- *б* расмга қаранг), таъқиқланган зона кенглиги унча катта булмаган (хусусий ярим утказгичларда 1 *эв* дан ортмайди) моддалар ярим ўтказгич ҳисобланади.

Ярим утказгичлар аралашмали ва хусусий ўтказувчанликли ярим утказгичларга булинади.

Хусусий утказувчанлик. Хусусий ўтказувчанлик электронларнинг валент зонанинг юқориги сатҳларидан утказувчанлик зонасига утиши натижасида юзага келади. Бунда ўтказувчанлик зонасида бирмунча сондаги зонанинг тубига яқин бўлган сатҳда жойлашган ток ташувчилар—электронлар ҳосил бўлади; шу билан бир вақтда валент зонадаги юқориги сатҳларда шунча ўрин бўшайди. Валент зонанинг абсолют ноль температурада тулдирилган сатҳларидаги электронлардан бушаган бўш уринлар тешиклар деб аталади.

Электронларнинг валент зонадаги ва утказувчанлик зонасидаги сатҳлар бўйича тақсимланиши (71.2) Ферми функцияси орқали аниқланади. (71.4) формула буйича ҳисоблашлар курсатадики, Ферми сатҳи таъқиқланган зонанинг аниқ ўртасига жойлашган булар экан (140- расм). Демак, утказувчанлик зо-



140- расм.

насига утган электронлар учун $W-W_F$ қиймат таъқиқланган зона кенглигининг ярмидан кам фарқ қилади. Ўтказувчанлик зонасининг сатҳлари тақсимот эгри чизиғининг охирида ётади. Шунинг учун уларнинг электронлар билан тулиш эҳтимолини (71.5) формула буйича топиш мумкин. Бу формулада $W-$ $-W_F=\Delta W/2$ деб олиб,

$$f(W)\approx e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} \tag{72.1}$$

ни ҳосил қиламиз.

Ўтказувчанлик зонасига утган электронлар миқдори (72.1) эҳтимолликка пропорционал булади. Шунингдек, бу электронлар ва худди шунча миқдорда ҳосил булган тешиклар (биз буни кейинроқ кўриб ўтамиз) ток ташувчилар ҳисобланади. Ўтказувчанлик ташувчилар сонига пропорционал булгани туфайли у (72.1) ифодага ҳам пропорционал булиши керак. Демак, ярим утказгичларнинг электр ўтказувчанлиги

$$\sigma=\sigma_0 e^{-\frac{\Delta W}{2kT}} \tag{72.2}$$

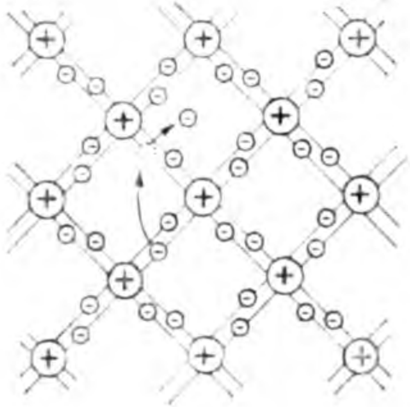
қонун бўйича ўзгариб, температура ортиши билан тез ортиб боради, бунда ΔW—таъқиқланган зона кенглиги.

Агар графикда $\ln\sigma$ нинг $1/T$ га боғлиқлиги қуйилса, у ҳолда ярим утказгичлар учун 141- расмда ифодаланган туғри чизиқ ҳосил қилинади. Бу туғри чизиқ-

141- расм.

нинг оғиши буйича таъқиқланган ΔW зонанинг кенглигини аниқлаш мумкин.

Менделеев даврий системасидаги IV группа элементлари— германий ва кремний ярим утказгичларнинг типик вакили бўлиб ҳисобланади. Улар ҳар бир атоми бир хил узоқликда турган тўртта қўшни атом билан ковалент (электрон-жуфтли)боғланган (I т., 139- § га қаранг) панжарани ҳосил қилади. Атомларнинг бундай узаро жойлашишини 142- расмда тасвирлангандек шартли равишда ясси структура куринишида бериш мумкин. „+" ишора қуйилган доирачалар билан мусбат зарядланган қолдиқ атомни (яъни атомнинг валент электронлар кетгандан сўнг қоладиган қисми), „—" ишорали доирачалар билан валент электронларни, қуш чизиқлар билан — ковалент боғланишлар белгиланган.



142- расм.

Етарлича юқори температурада иссиқлик ҳаракатлари битта электронни ажратиб айрим жуфтларни бузиб юбориши мумкин (бундай ҳол 142- расмда курсатилган). Электронлар ташлаб кетилган бўш уринлар нейтрал булиб туролмайди, унинг атрофида ортиқча мусбат $+e$ заряд пайдо булади, натижада тешик ҳосил булади. Бу уринга қушни жуфтлардан электрон сакраб ўтиши мумкин. Натижада тешик ҳам озод бўлган электрон каби кристалл буйлаб кеза бошлайди.

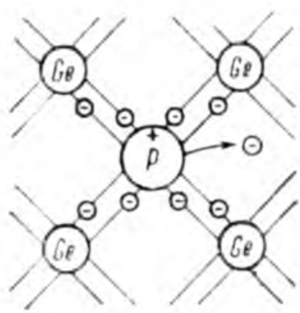
Агар эркин электрон тешик билан учрашиб қолса, улар рекомбинациялашади (бирлашадилар).Бу эса шуни англатадики, электрон тешик атрофидаги ортиқча мусбат зарядларни нейтраллайди ва кристалл панжарадан узи ажралиб чиқиши учун етарли булган энергияни қайтадан олмагунча эркин силжиш имкониятини йуқотади. Рекомбинация бир вақтда эркин электрон ва тешикнинг йуқолишига олиб келади. Сатҳлар схемасида (140- расм) рекомбинация процессига электроннинг утказувчанлик зонасидан валент зонанинг бирор буш сатҳларига утиши мос келади.

Шундай қилиб, ярим утказгичда бир вақтнинг ўзида иккита процесс юз беради: эркин электрон ва тешикларнинг жуфт ҳолда ҳосил булиши ҳамда электрон ва тешикларнинг жуфт ҳолда йўқолишига олиб келувчи рекомбинация. Биринчи процесснинг булиш эҳтимоллиги температурага боғлиқ ҳолда тез усади. Рекомбинация эҳтимоллиги эркин электронлар сонига ҳам, тешиклар сонига ҳам пропорционалдир. Демак, ҳар бир температурага электрон ва тешикларнинг маълум мувозанат концентрацияси мос келади. Бу катталик ҳам σ каби температурага боғлиқ ҳолда бирдай қонун бўйича ўзгаради [(72.2) формулага қаранг].

Ташқи электр майдон бўлмаганда утказувчан электронлар ва тешиклар хаотик ҳаракатланади. Майдон таъсир қилганда хаотик ҳаракат тартибли ҳаракатга айланади: электронлар майдонга қарши ва тешиклар эса майдон йўналишида ҳаракатланади. Электронларнинг ҳам, тешикларнинг ҳам ҳаракати кристалл бўйлаб зарядларни ташишга олиб келади. Демак, хусусий электр утказувчанликнинг юзага келишига икки хил ишорали заряд ташувчилар: манфий электронлар ва мусбат тешиклар сабаб бўлади.

Хусусий ўтказувчанлик етарлича юқори температурада ҳамма ярим утказгичларда кузатилади.

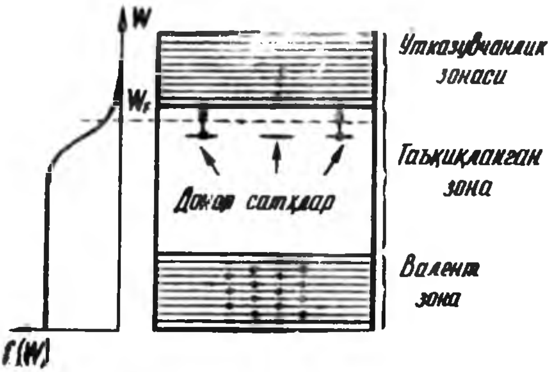
Аралашмали утказувчанлик. Ўтказувчанликнинг бу тури берилган ярим утказгичнинг кристалл панжара тугунларида турган айрим атомларини валентлиги асосий атомлар валентлигидан бирга фарқ қиладиган атомлар билан алмаштирилганда содир бўлади. 143- расмда 5-валентли фосфор атоми аралаштирилган (бириктирилган) германий панжараси шартли равишда тасвирланган. Фосфор атоми қўшни атомлар билан ковалент боғланиш ҳосил қилиши учун тўртта электрон етарлидир. Демак, бешинчи валент электрон гўё ортиқча бўлиб қолади ва у атомдан иссиқлик ҳаракати энергияси ҳисобига осонгина ажралиб, „сайёр“ эркин электрон ҳосил бўлади. Юқорида қараб чиқилган ҳолдан шу билан фарқ қиладики, бунда эркин электронлар ҳосил бўлганда ковалент боғланишларнинг бузилиши, яъни тешикларнинг ҳосил бўлиши кузатилмайди. Гарчи, аралашма атоми атрофида ортиқча мусбат зарядлар ҳосил бўлсада, бироқ у шу атом билан боғланган бўлиб, панжара бўйлаб куча олмайди. Бу заряд туфайли аралашма атоми унга яқинлашиб келган электронни қўшиб олиши мумкин, бироқ қушиб олинган электрон билан атом орасидаги боғланиш мустаҳкам бўлмайди ва панжаранинг иссиқлик тебранишлари ҳисобига яна осонгина бузилиб кетиши мумкин.



143- расм.

Шундай қилиб, 5-валентли аралашма қўшилган ярим утказгичда фақатгина бир турдаги ток ташувчилар — электронлар мавжуддир. Шунга мувофиқ ҳолда, бундай ярим ўтказгич электрон ўтказувчанликка эга ёки n-тип ярим ўтказгич деб аталади negativ — манфий деган суздан олинган). Ўтказувчанликни юзага келтирувчи электронлар билан таъминловчи аралашма атомлари д о н о р л а р деб аталади.

Аралашмалар панжара майдонининг бузилишига сабаб булади, бу эса энергетик схемадаги кристаллнинг таъқиқланган зонасида жойлашган, локаллашган сатҳлар деб аталувчи сатҳларнинг пайдо бўлишига олиб келади (144- расм). Валент зона-



144- расм

нинг ёки утказувчанлик зонасининг исталган сатҳини кристаллнинг исталган жойида турган электрон эгаллаши мумкин. Электрон локаллашган сатҳга мос келувчи энергияга фақат, бу сатҳнинг ҳосил бўлишини юзага келтирувчи аралашма атоми яқинида бўлган ҳолдагина эга булиши мумкин. Демак, аралашма сатҳини эгаллаган электрон аралашма атоми яқинида локаллашгандир.

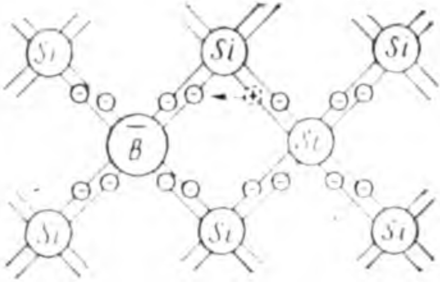
Агар донор сатҳлар валент зона „шипидан“ унча узоқда жойлашмаган бўлса[1]), улар кристаллнинг электр хоссасига жиддий таъсир курсата олмайди. Бундай сатҳларнинг ўтказувчанлик зонаси тубигача булган масофа таъқиқланган зона кенглигига қараганда анча кичик булганда бошқачароқ ҳол юзага келади. Бу ҳолда иссиқлик ҳаракат энергияси ҳатто оддий температураларда ҳам электронни донор сатҳидан утказувчанлик зонасига утказиш учун етарли булади. 143- расмда бу процессга аралашма атомидан бешинчи валент электроннинг ажралиб кетиши мос келади. Эркин электроннинг аралашма томонидан қўшиб олинишига 144- расмда электроннинг ўтказувчанлик зонасидан донор сатҳлардан бирига ўтиши мос келади.

---

[1]) Яъни бешинчи валент электрони ўз атоми билан мустаҳкам боғланган.

n-тип ярим утказгичда Ферми сатҳи донор сатҳи ва утказувчанлик зонаси тубининг орасида ётади, унча юқори бўлмаган температураларда эса тахминан уларнинг уртасида ётади (144- расм).

145- расмда 3- валентли бор атоми қушилган кремний панжараси шартли тасвирланган. Бор атомининг туртала қўшни атомлар билан боғланиш ҳосил қилиш учун учта валент электрони етарли эмас. Шунинг учун боғланишлардан



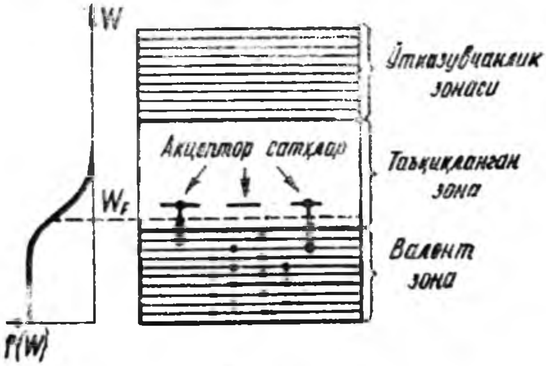
145- расм.

бири тўлиқ булмайди ва у жой ўзига электрон қушиб олишга қодир булган бўш ўринга айланади. Бу ўринга бирор қўшни жуфтлардан электрон утганда кристалл панжарада кучиб юрувчи тешик ҳосил булади. Аралашма атоми яқинида ортиқча манфий заряд ҳосил бўлади, аммо у берилган атом билан боғланган булиб, ток ташувчи була олмайди. Шундай қилиб, 3-валентли элемент қушилган ярим утказгичда фақат бир турдаги ток ташувчи тешиклар ҳосил булади. Бундай утказувчанликни тешикли утказувчанлик дейилади, ярим утказгич эса *p* типга мансуб дейилади (positiv—мусбат сузидан олинган). Тешикларни юзага келтирувчи аралашмаларни а к ц е п т о р л а р дейилади.

Акцепторларга сатҳлар схемасидан (146- расм) таъқиқланган зонада унинг тубидан унча узоқ жойлашмаган локал сатҳ мос келади. Электроннинг валент зонадан акцептор сатҳга утиши тешикнинг ҳосил булишига сабаб бўлади. Аксинча утиш қушимча элемент атомининг қушни атом билан туртта ковалент боғланишидан бирининг узилишига ва бунда ҳосил бўлган электрон ва тешик рекомбинациясига мос келади.

p- тип ярим утказгичда Ферми сатҳи валент зона „шипи" билан акцептор сатҳлар орасида, унча юқори бўлмаган температураларда эса тахминан уларнинг уртасида ётади.

Температура кутарилиши билан аралашма ток ташувчилари концентрацияси тез туйинади. Бу шуни англатадики, деярли барча донор сатҳлар бушайди ёки барча акцептор сатҳлар электронлар билан тўлади. Шу билан бирга температуранинг



146- расм.

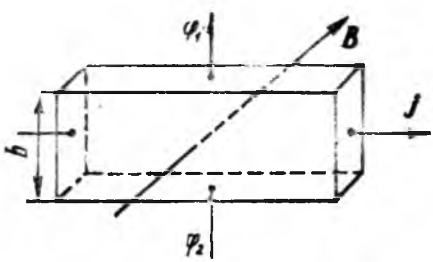
ортиши билан электронларнинг валент зонадан ўтказувчанлик зонасига бевосита ўтиши билан боғлиқ бўлган ярим ўтказгичнинг хусусий ўтказувчанлиги кўпроқ даражада сезилиб боради. Шундай қилиб, юқори температураларда ярим ўтказгичнинг ўтказувчанлиги аралашмали ва хусусий ўтказувчанликлар йиғиндисидан иборат бўлади. Паст температураларда аралашмали, юқори температураларда эса хусусий ўтказувчанлик юқори бўлади.

73- §. Холл эффекти

1880 йилда Холл қуйидаги ҳодисани қайд қилди: агар ўзгармас электр токи ўтаётган металл пластинкани унга перпендикуляр бўлган магнит майдонга жойлаштирилса, у ҳолда ток ва майдон йўналишига параллел қирралари орасида $U_H = \varphi_1 - \varphi_2$ потенциаллар фарқи юзага келади (147- расм). Унинг катталиги

$$U_H = RbjB \qquad (78.1)$$

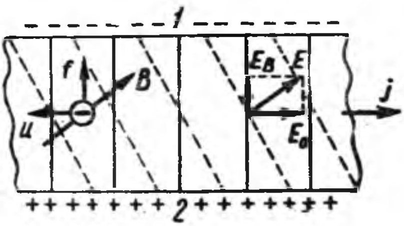
ифода орқали топилади, бунда b — пластинка кенглиги, j—ток зичлиги, B—майдоннинг магнит индукцияси, R—турли метал-



147- расм.

лар учун турлича бўлган пропорционаллик коэффициенти бўлиб, Холл доимийси деб аталади. Ҳодисанинг ўзи Холл эффекти ёки гальваномагнит ҳодиса дейилади.

Холл эффекти электрон назарияси асосида жуда оддийгина тушунтирилади. Магнит майдон бўлмаганда пластинкадаги ток $\mathbf{E}_0$ электр майдони билан белгиланади (148- расм). Бу майдон-



148- расм.

нинг эквипотенциал сиртлари $\mathbf{E}_0$ векторга расмда яхлит тўғри чизиқлар билан тасвирланган перпендикуляр текисликлар системасини ҳосил қилади. Ҳар бир сиртнинг барча нуқталаридаги потенциал, демак, *1* ва *2* нуқталардагиси ҳам бир хилдир. Ток ташувчилар—электронлар манфий зарядга эга, шунинг учун уларнинг тартибли ҳаракат тезликлари $\mathbf{u}$ ток зичлиги $\mathbf{j}$ векторига қарама-қарши йўналган.

Магнит майдон уланганда ҳар бир ташувчи пластинканинг *b* томони бўйлаб йўналган (147- расм) ва модули бўйича

$$f = euB \qquad (73.2)$$

га тенг бўлган Лоренц кучи таъсири остида бўлади. Натижада электронларда пластинканинг юқори қирраси (расмда) йўналишидаги ҳаракатнинг ташкил этувчиси пайдо бўлади. Бу қиррада ортиқча манфий зарядлар, пастки қиррада мос ҳолда ортиқча мусбат зарядлар ҳосил бўлади. Демак, қўшимча кўндаланг $\mathbf{E}_B$ электр майдони юзага келади. Бу майдон кучланганлиги шундай қийматга эга бўлсаки, унинг зарядга бўлган таъсири (73.2) кучни мувозанатлаган вақтда кўндаланг йўналишда зарядларнинг стационар тақсимоти юзага келади. E_B га мос қиймат $eE_B = euB$ шартдан аниқланади, бундан

$$E_B = uB. \qquad (73.3)$$

$\mathbf{E}_B$ майдон $\mathbf{E}_0$ майдон билан қўшилиб, натижаловчи $\mathbf{E}$ майдонни ҳосил қилади. Эквипотенциал сиртлар ҳар бир нуқтада майдон кучланганлик векторига перпендикулярдир. Демак, улар бурилиб, 148- расмда пунктир билан кўрсатилган ҳолатни эгаллайди. Даставвал биргина эквипотенциал сирт устида ётган *1* ва *2* нуқталар энди турли потенциалларга эга бўлади.

Бу нуқталар орасида ҳосил бўладиган кучланишни топиш учун E_B ни улар орасидаги b масофага кўпайтирилади. Бундан ташқари (73.3) даги u ни j, n ва e лар орқали ифодалаб, $j = neu$ формулага мувофиқ ҳолда қуйидагини оламиз [(70.2) га қаранг]:

$$U_H = bE_B = \frac{1}{ne} b j B. \tag{73.4}$$

Агар

$$R = \frac{1}{ne} \tag{73.5}$$

деб фараз қилсак, охирги ифода (73.1) билан мос тушади.

Шундай қилиб, Холл доимийсини ўлчаб, ток ташувчиларнинг концентрациясини (яъни уларнинг ҳажм бирлигидаги сонини) топиш мумкин.

Модданинг муҳим характеристикаси бўлиб, кучланганлиги бирга тенг бўлган майдон таъсирида эришган ўртача тезликлари билан характерланувчи ток ташувчиларнинг ҳаракатчанлиги ҳисобланади. Агар E майдон кучланганлигида ток ташувчилар u тезликка эришадиган бўлса, у ҳолда уларнинг ҳаракатчанлиги u_0 қуйидагига тенг бўлади:

$$u_0 = \frac{u}{E}. \tag{73.6}$$

СИ системасида тезлик секундига метр, электр майдон кучланганлиги метрга вольт ҳисобида ўлчанади. Демак, ҳаракатчанлик бирлиги 1 $м^2 \cdot в^{-1} \cdot сек^{-1}$ бўлади.

Ҳаракатчанликни ўтказувчанлик σ ва ток ташувчиларнинг концентрацияси n билан боғлаш мумкин. Бунинг учун $j = ne$ u муносабатни майдон кучланганлиги E га бўламиз. j нинг E га нисбати σ ни беришини, u нинг E га нисбати эса ҳаракатчанликни беришини ҳисобга олиб,

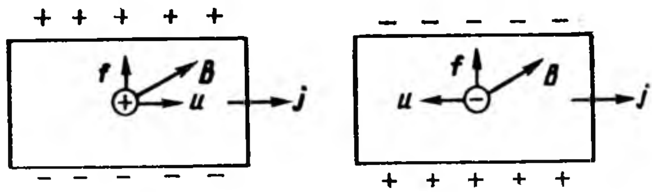
$$\sigma = neu_0 \tag{73.7}$$

ни ҳосил қиламиз.

Холл доимийси R ни ва ўтказувчанлик σ ни аниқлаб, (73,5) ва (73.7) формулалар бўйича берилган жисмда ток ташувчиларнинг концентрациясини ва ҳаракатчанлигини топиш мумкин.

Холл эффекти фақат металлардагина эмас, балки ярим ўтказгичларда ҳам кузатилади, бунда эффект ишорасига қараб ярим ўтказгичнинг n- ёки p- типга мансуб эканлиги ҳақида фикр юритиш мумкин. 149- расмда мусбат ва манфий зарядли ток ташувчиларга эга бўлган намуналарда юзага келадиган Холл эффектлари солиштирилган. Заряд ҳаракатининг йўналишини ўзгартирганда ҳам, унинг ишорасини ўзгартирганда ҳам Лоренц кучининг йўналиши қарама-қарши йўналишда ўзгаради. Демак, ток бир хил йўналишга эга бўлса, мусбат ва манфий ток ташувчиларига таъсир этувчи Лоренц кучи бир хил йўналишга эга бўлади. Шунга кўра, ташувчилар мусбат бўлганда юқориги қирра потенциали (расмда) пасткига нисбатан юқори, ташувчилар манфий бўлганда эса юқориги қирра потенциали кичикроқ бўлади. Шундай қилиб, Холл потенциаллари фарқининг ишорасини билган ҳолда, ток ташувчилар ишорасини аниқлаш мумкин.

Айрим металларда U_H ишорасининг мусбат ток ташувчилар ишорасига мос келиши диққатга сазовордир. Бу зоналар-



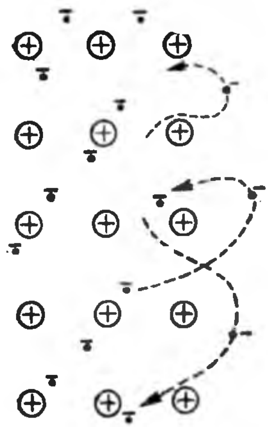
149- расм.

нинг бекилиши билан тушунтирилади. Бунда бир қисм электронлар валент зонанинг юқори сатҳларидан бошқа зонанинг пастки сатҳларига ўтишади. Натижада бир хил миқдорда эркин электронлар ва тешиклар ҳосил бўлади. Бундай металлнинг ўтказувчанлиги аралаш (электрон-тешик) характерга эга. Холл эффектининг аномал ишораси (металлар учун) тешикларнинг электронларга нисбатан юқори ҳаракатчанликка эга эканлиги билан асосланади.

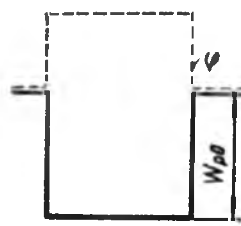
74- §. Чиқиш иши

Металлар ўз-ўзидан мусбат зарядга эга бўлмайди. Демак, металлни ўз-ўзидан ташлаб кетувчи ўтказгич электронлар сони сезиларли даражада бўлмайди. Бу ҳол металларда электронлар учун потенциал чуқурлик мавжудлиги билан тушунтирилади. Металлни ташлаб кетишга энергияси сиртга яқин бўлган потенциал чуқурликни енгиб ўтиш учун етарли бўлган электронларгина муваффақ бўлади. Бу барьерни ифодаловчи куч қуйидагича келиб чиққан. Сиртқи қатламдаги мусбат ионлар панжарасидан электронларнинг тасодифан чиқиб кетиши, электрон кетган ўринда ортиқча мусбат заряднинг пайдо бўлишига олиб келади. Бу заряд билан бўлган Кулон ўзаро таъсир кучи тезлиги унча катта бўлмаган электронни қайтишга мажбур этади. Шундай қилиб, айрим электронлар ҳамма вақт металл сиртидан чиқиб кетади, ундан бир неча атомлараро масофаларига узоқлашади, сўнгра яна қайтади. Натижада металл юпқа электронлар булути билан ўралган бўлади. Бу булут ташқи ионлар қатлами билан қўш электр қатламни ҳосил қилади (150- расм; доирачалар—ионлар, қора нуқталар—электронлар). Бундай қатламда электронга таъсир этувчи кучлар металл ичига йуналгандир. Электронни металлнинг ичидан унинг сиртига кучиришдаги бу кучларга қарши бажарилган иш электроннинг W_p потенциал энергиясини орттиришига кетади.

Шундай қилиб, валент электронларининг[1] потенциал энергияси металлнинг сиртига қараганда унинг ичида потенциал уранинг W_{po} чуқурлигига тенг миқдорда кичикдир (151-расм). Потенциал энергиянинг сакраши бир неча атомлараро масофа қаторидаги узунликда содир булади ($\sim 10^{-9}$ *м*),



150- расм.



151- расм.

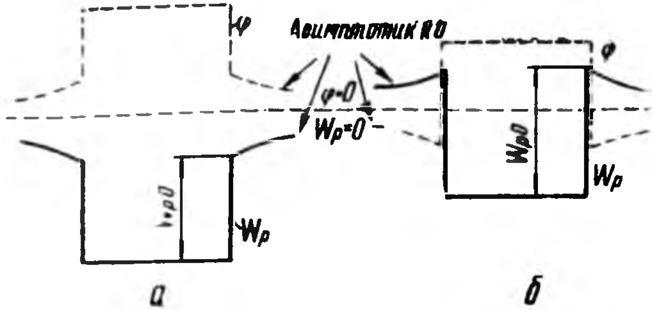
шунинг учун ура деворларини вертикал деб ҳисоблаш мумкин.

Электроннинг потенциал энергияси электрон турган нуқта потенциали билан $W_p = -e\varphi$ муносабат каби боғлангандир [(10.5) формулага қаранг]. Электрон заряди манфий булганлиги туфайли нуқта потенциали ва электроннинг потенциал энергияси турли ишорага эга. Бундан металл ичидаги потенциал унинг сиртига бевосита яқин жойдаги потенциалдан W_{po}/e га катта деган хулоса чиқади (биз қисқалик учун „сиртда“ деб гапирамиз).

Металлга ортиқча мусбат заряд берилса, унинг ичида ҳам, сиртида ҳам потенциални орттиради. Электроннинг потенциал энергияси мос ҳолда камайиб боради (152- *а* расм). 152- *б* расмда манфий зарядланган металл учун W_p ва φ эгриликлари берилган[2]).

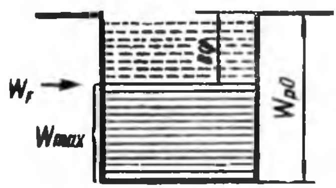
[1]) Пастки зона қатламларини тулдирувчи электронлар учун потенциал ура (яъни уз атомлари билан мустаҳкам боғланган электронлар учун) катта чуқурликка эга. Ушбу параграфдаги барча муҳокамалар валент электронларга тегишлидир.

[2]) Охирги ҳолда потенциал тусиқ баландлиги бирмунча пасаяди (мос ҳолда чиқиш иши ҳам камаяди). Бу ҳодиса Шоттки эффекти деб аталади.



152- расм.

Металлдаги электронларнинг тўла энергияси потенциал ва кинетик энергиялар йиғиндисидан ташкил топади 71- § да аниқланганидек, абсолют нолда ўтказувчан электронларнинг кинетик энергияси 0 дан Ферми сатҳи W_{max} билан мос келувчи қиймат орасида бўлади. 153- расмда ўтказувчан зоналарнинг энергетик сатҳлари потенциал ўрага қўшиб чизилган (пунктир билан 0°К да банд қилинмаган сатҳлар тасвирланган). Металлдан ташқарига чиқариб юбориш учун турли электронларга турлича энергия бериш керак бўлади. Масалан, ўтказувчанлик зонасининг энг паст сатҳида турган электронга W_{po} энергия бериш керак; Ферми сатҳида турган электрон учун $W_{po} - W_{max} = W_{po} - W_F$ энергия етарлидир.



153- расм.

Электронни қаттиқ ёки суюқ жисмдан вакуумга чиқариш учун зарур бўлган энг кичик энергия **чиқиш иши** деб аталади. Чиқиш ишини $e\varphi$ орқали белгилаш қабул қилинган, бунда φ — потенциал ўлчамлигига эга бўлиб, **чиқиш потенциали** деб аталади.

Юқорида айтилганига биноан электронларнинг металлдан чиқиш иши

$$e\varphi = W_{po} - W_F \tag{74.1}$$

ифода билан аниқланади[1]).

Биз бу ифодани келтириб чиқаришда металлнинг температураси 0°К га тенг деб фараз қилган эдик. Бошқа температураларда ҳам чиқиш иши потенциал ўра чуқурликлари ва

[1]) (74.1) катталикни айрим ҳолда эффектив чиқиш иши ҳам деб аталади, W_{po} ни эса тўла чиқиш иши дейилади.

Ферми сатҳларининг фарқи сифатида аниқланади, яъни (74.1) ифода исталган температурага татбиқ этилади. Бу ифода ярим утказгичларга ҳам қўлланилади.

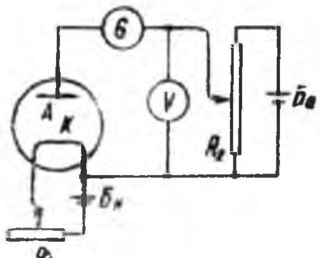
Металлардан электронларнинг чиқиш иши температурага ҳам бир оз боғлиқдир. 71-§ да қайд қилинганидек, бу ҳол, температура билан бирга Ферми сатҳи W_F нинг ўзгариши юзага келиши билан белгиланади. Бундан ташқари, иссиқликдан кенгайиш ҳисобига атомлараро уртача масофаларнинг узгариши натижасида W_{po} потенциал уранинг чуқурлиги озгина узгаради.

Чиқиш ишининг қиймати металл сиртининг ҳолатига, хусусан унинг тозалигига жуда ҳам сезгирдир. Тегишли йуллар билан металл сиртларини қоплаш орқали, чиқиш ишини жуда ҳам камайтириш мумкин. Масалан, вольфрам сиртига ишқорий-ер металл оксидлари қатламини (Ća, Sr, Ba) юритиш чиқиш ишини 4,5 *эв* дан 1,5—2 *эв* гача (тоза W учун) камайтиради.

75-§. Термоэлектрон эмиссия. Электрон лампалар

Қизиган қаттиқ ёки суюқ жисмларнинг электронлар чиқариши термоэлектрон эмиссия деб айтилади. Ушбу параграфда бизни фақат металлар қизиқтиради.

Термоэлектрон эмиссия ҳодисаси шу билан тушунтириладики, электронларнинг энергия буйича тақсимланиши натижасида металл чегарасида потенциал тусиқни енгиш учун энергияси етарли булган маълум миқдор электронлар мавжуд бўлади. Температура кутарилганда бундай электронлар миқдори кескин ортади ва сезиларли булиб қолади.



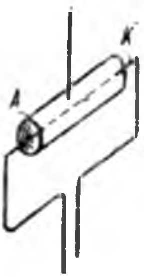
154-расм.

Термоэлектрон эмиссия ҳодисасини текширишни 154-расмда тасвирланган схема ёрдамида амалга ошириш қулай.

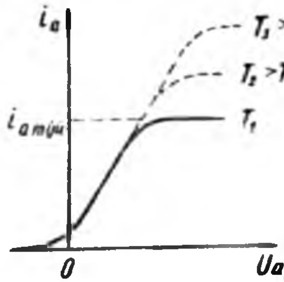
Схеманинг асосий элементи икки электродли лампа ҳисобланади, уни одатда **вакуумли диод** деб аталади. У ичида K катод ва A аноддан иборат иккита электроди бўлган, ҳавоси сўриб олинган металл ёки шиша баллондан иборат. Конструкцияси бўйича электродлар турли шаклда тайёрланган булиши мумкин. Оддий ҳолда, катод ингичка туғри тола, анод эса катодга нисбатан коаксаль цилиндр шаклида бўлади (155-расм).

Катод, чўғлантирувчи батарея $Б_H$ томонидан ҳосил қилинган ток билан қиздирилади. Реостат R_1 ёрдами билан чўғлатиш ток кучини бошқариб, чуғланиш температурасини ўзгартириш мумкин. Электродларга $Б_а$ анод батареясидан кучланиш берилади. Анод кучланиши $U_а$ нинг катталигини R_2 потенциометр ёрдамида ўзгартириш ва V вольтметр ёрдамида ўлчаш мумкин (анод потенциали катод потенциалидан юқори бўлса, $U_а$ мусбат ҳисобланади). Гальванометр G анод ток кучи $i_а$ ни улчаш учун мулжалланган.

Агар катод чуғланишини бирдай сақлаган ҳолда, анод ток кучи $i_а$ нинг анод кучланиши $U_а$ га боғлиқлиги олинса, у ҳолда 156-расмда тасвирланган эгри чизиқ ҳосил бўлади (турли



155- расм.



156- расм.

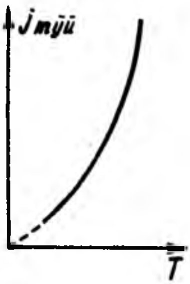
эгри чизиқлар катод температурасининг турли қийматларига мос келади). Ушбу эгри чизиқ **вольт-ампер характеристика** деб аталади

$U_а = 0$ булганда катоддан учиб чиққан электронлар унинг атрофида манфий фазовий зарядлар — электрон булутларини ҳосил қилади. Бу булут катоддан учиб чиққан электронларни итаради ва уларнинг купчилик қисмини қайтариб юборади. Шунга қарамасдан, унча куп бўлмаган электронлар анодгача учиб боришга муваффақ булади, натижада анод занжирида кучсиз ток оқа бошлайди. Электронларнинг анодга тушишини тўла тухтатиш учун, яъни $i_а$ ни нолга тенг қилиш учун, анод билан катод орасига маълум катталикдаги манфий кучланиш бериш керак булади. Натижада, диоднинг вольт-ампер характеристикаси нолдан бошланмай, балки координата бошидан бир оз чапроқдан бошланади.

$U_а$ нинг бирмунча кичик мусбат қийматларида анод токининг кучи $U_а{}^{3/2}$ га пропорционал узгаради. Назарий жиҳатдан бу боғланиш Ленгмюр ва Богуславскийлар томонидан олинган бўлиб, **иккидан уч қонуни** дейилади.

$U_а$ нинг ортиши билан электр майдон томонидан анодга томон купроқ сонли электрон тортилади ва ниҳоят, $U_а$ нинг маълум қийматида электрон булут тулиқ тортиб олинади ва катоддан учиб чиққан барча электронлар анодга етиб келиш имкониятига эга бўлади. $U_а$ нинг кейинги ортиши, анод ток кучини орттира олмайди—ток тўйиниш қийматига эришади.

Тўйиниш токи термоэлектрон эмиссияни характерлаши тушунарлидир. Агар вақт бирлигида катоднинг бирлик сиртидан N та электрон учиб чиқса, у ҳолда тўйиниш токи зичлиги (катоднинг бирлик сиртига мос келувчи тўйиниш ток кучи) $j_{тўй} = Ne$ га тенг бўлади. Шундай қилиб, чўғлантирувчи ток кучининг турли қийматларида тўйиниш токи зичлигини ўлчаб, турли температураларда бирлик юзадан учиб чиқувчи электронлар сонини топиш мумкин.



157- расм.

156- расмда бир неча температуралар учун вольт-ампер характеристикалари тасвирланган. $U_а$ нинг кичик қийматларида улар мос тушади. Тўйиниш токи зичлигининг температурага боғлиқлиги 157- расмда кўрсатилган. Квант назария қуйидаги формулага олиб келади:

$$j_{тўй} = AT^2 e^{-\frac{e\varphi}{kT}}, \qquad (75.1)$$

бунда $e\varphi$ —чиқиш иши, A — металлнинг турига боғлиқ бўлмаган константа бўлиб, унинг назарий қиймати $1{,}20 \cdot 10^6$ $а/м^2 \times \times град^2$ (120 $а/см^2 \cdot град^2$) га тенг. A нинг экспериментал қиймати назарий усулга қараганда тахминан икки марта кам бўлиб чиқади. $j_{тўй}$ нинг температурага қараб ўзгаришини (75.1) формула тўла қаноатлантиради.

(75.1) формулани Ричардсон — Дэшман ёки қисқароқ қилиб, Ричардсон формуласи деб аталади[1]).

(75.1) дан кўриниб турибдики, $e\varphi$ нинг камайиши эмиссиянинг кескин ортишига сабаб бўлади ($1160°$К да, яъни $kT = 0{,}01$ *эв* да $e\varphi$ нинг 3 дан 1 *эв* гача камайиши, тўйиниш токи $j_{тўй}$ нинг деярли $5 \cdot 10^8$ марта ортиб кетишига олиб келишига осон ишонч ҳосил қилиш мумкин). Шунинг учун электрон лампалар тайёрланганда чиқиш ишининг камайишига олиб келувчи махсус қоплама ва катодни қайта ишлаш усуллари қўлланилади. Ҳозирги вақтда ишлаб чиқариладиган барий ёки стронций оксиди билан қопланган никелдан тайёрланиладиган оксидли катодлар $1{,}0 - 1{,}2$ *эв* чиқиш ишига эга.

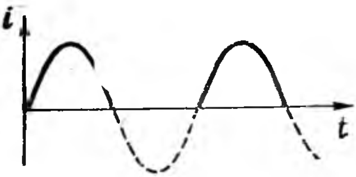
Аввалги параграфда қайд қилинганидек, ташқи майдон потенциал тўсиқ баландлигини камайтиради ва шу билан чиқиш иши ҳам камаяди (Шоттки эффекти). Бу ҳол тўйиниш ҳосил бўлгандан кейин ҳам диодда ток кучи $U_а$ нинг ортиши билан озгина бўлса-да, ортишига олиб келади. Демак, вольт-ампер характеристикани унга мос келган қисми горизонтал бўлмай

---

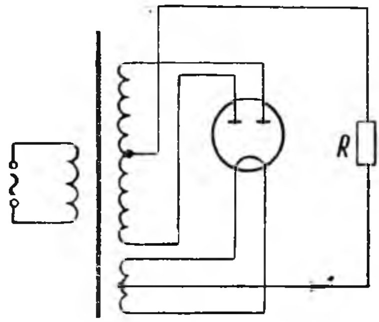
[1]) Ричардсон термоэлектрон эмиссия учун классик формулани келтириб чиқарган, унинг формуласи (75.1) дан шу билан фарқ қиладики, унда T^2 ўрнига $\sqrt{T}$ олинган. (75.1) формула Дэшман томонидан ҳосил қилинган эди.

(156- расмда ифодаланганидек) U_a ўқига унча катта бўлмаган бурчак остида боради.

Анод потенциали катод потенциалига қараганда юқори бўлгандагина диоддан ток ўтади. Анодга манфий кучланиш берилганда анод занжирида ток бўлмайди. Диоднинг бу хоссаси ундан ўзгарувчан токни тўғрилашда фойдаланишга имкон беради. Бундай мақсад учун мўлжалланган диод **кенотрон** деб аталади. Кенотронга берилган кучланиш вақт ўтиши билан гармоник қонун бўйича ўзгарса, ундан ўтган ток графиги 158-расмда тасвирланган кўринишда бўлади (158- расм). Бу ҳолда ток занжир бўйлаб фақат ярим давр давомида оқиб туради, шунинг учун токнинг бундай усул билан тўғриланишини битта ярим даврли тўғрилаш дейилади. Бир вақтда иккита кенотрондан ёки битта баллонга жойлаштирилган қўш диоддан фойдаланиб, иккита ярим даврли тўғрилашни амалга ошириш мумкин. Бундай тўғрилагич схема 159- расмда тасвирланган. Трансформаторнинг бирламчи чулғами ўзгарувчан ток билан таъминланади. Иккиламчи чулғами иккита. Кичкина чулғами катодни чўғлантириш учун хизмат қилади. Катта чулғамида ўртача уч чиқарилган бўлиб, у R нагрузка орқали катодга уланган. Бу чулғамнинг қолган икки учи анодга уланади. Даврнинг битта ярим даврида бир анод катодга нисбатан анча юқори потенциалга эга бўлиб турса, иккинчи ярим даврда иккинчи анод катодга нисбатан худди шунча юқори потенциалга эга бўлади. Натижада нагрузка орқали график равишда 160- расмда тасвирланган ток оқиб туради. Бундай пульсацияланувчи токни текислаш мумкин.



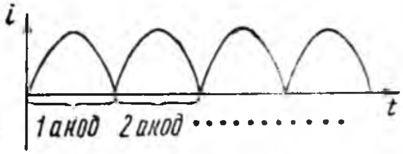
158- расм.



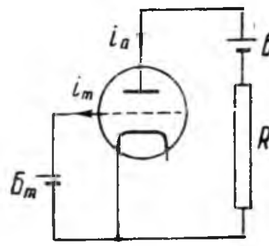
159- расм.

Агар катод билан анод орасига тўр шаклдаги учинчи электрод ўрнатилса, уч электродли электрон лампа—**триод** ҳосил бўлади (161- расм; схемада чўғлантириш занжири тушириб қолдирилган). Тўр катоднинг атрофини ўраб турувчи спираль кўринишида бўлиши ҳам мумкин. Агар тўрга катодга нисбатан унча катта бўлмаган мусбат потенциал берилса (бу ҳолда тўр билан катод орасидаги $U_{\text{тўр}}$ кучланишни мусбат деб ҳисоблаймиз), электронлар катоддан тезроқ тортиб олина бошлайди. Улардан айримлари тўрга тушади (натижада унча катта бўлмаган $i_т$ тўр токи ҳосил бўлади), лекин, электронларнинг асосий қисми тўр орқали учиб ўтиб, анодга етиб боради. Тўрнинг катодга яқинлиги туфайли тўр ва катод орасидаги кучланишнинг озгина ўзгариши анод ток кучига катта таъсир кўрсатади.

$U_{тўр}$ тўр кучланиши манфий бўлганда анод токи камаяди ва етарлича катта манфий $U_{тўр}$ кучланишда ток тамоман йўқолади—лам-

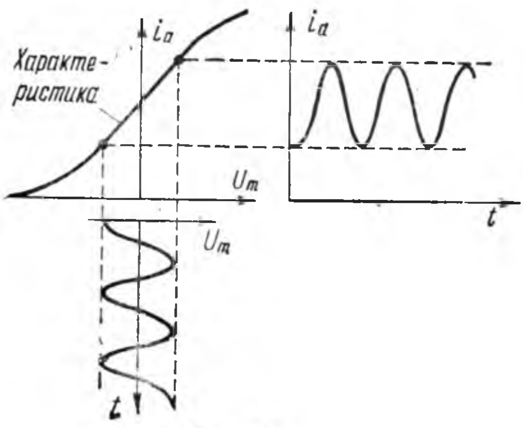


160- расм.



161- расм.

па берк ҳисобланади. Агар $U_а$ анод кучланиши ўзгармас бўлган ҳол учун $i_а$ анод токининг $U_{тўр}$ тур кучланишига боғланиши олинса, 162-расмда тасвирланган эгрилик ҳосил булади. $U_а$ нинг турли қийматлари учун қурилган бундай эгриликлар йиғиндиси триод тўр характеристикалари оиласини ҳосил қилади.



162- расм.

Қуйидаги

$$S = \frac{di_a}{dU_{тўр}} \qquad (75.2)$$

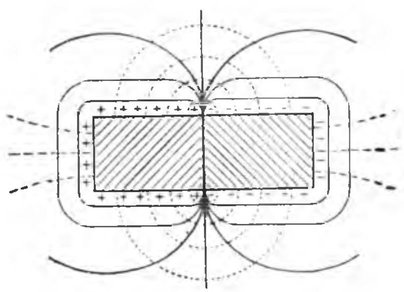
катталик характеристика тиклиги дейилади.

Характеристиканинг катта қисми тўғри чизиқлидир. Тўрга унча катта бўлмаган $U_{тўр}$ синусоидал кучланиш бериб, анод токининг каттагина синусоидал ўзгаришини ҳосил қилиш мумкин. Бунда R қаршиликдан $U_{түр}$ амплитудага қараганда анча катта амплитудали ўзгарувчан кучланиш олиш мумкин. Триоднинг кучайтиргич сифатида ишлаши шунга асосланган. Бундан ташқари триоддан ўзгарувчан ток ва кучланишларни генерациялаш (уйғотиш) ҳамда ўзгартириш (шаклини ўзгартириш) учун фойдаланиш мумкин.

Электрон лампалар характеристикасини янада яхшилаш учун унга қўшимча электрод — тўр киритилади. Тўрт электродли лампа — тетрод, беш электродлиси — пентод ва ҳ. к. деб аталади. Шунингдек, битта баллонга электродларнинг икки системаси жойлаштирилган лампалар кенг қўлланишга эга бўлмоқда. Шундай тузилган ҳар бир лампа иккита лампа функциясини бажаради.

76-§. Контакт потенциаллар фарқи

Агар иккита турли хил металл учлари бир-бирига тегизилса, улар орасида контакт потенциаллар фарқи деб аталувчи потенциаллар фарқи юзага келади. Бунда металлни ўраб турган фазода электр майдон ҳосил бўлади. 163- расмда мавжуд майдоннинг эквипотенциал сиртлари (яхлит чизиқлар) ва кучланганлик чизиқлари (пунктир чизиқлар) тасвирланган; ҳар бир металл сирти эквипотенциал сирт ҳисобланади.



163- расм

Контакт потенциаллар фарқи металлар бир-бирига тегизилганда электронларнинг бир қисми бир металлдан иккинчисига ўтиши натижасида юзага келади. 164- расмда юқори қисмида иккита металл ифодаланган: чапда уларнинг тегизилгунгача, ўнгда тегизилгандан кейин. Расмнинг пастки қисмида электронларнинг потенциал энергия графиги берилган. Биринчи металлда Ферми сатҳи иккинчисига қараганда юқорироқ деб фараз қилинади. Табиийки, бунда металлар контактлаштирилганда биринчи металлнинг энг юқори сатҳидаги электронлар иккинчи металлда бирмунча пастдаги бўш сатҳларга ўта бошлайди. Натижада, биринчи металлнинг потенциали ортиб, иккинчи металлнинг потенциали камаяди. Шунга мос ҳолда биринчи металлдаги электронларнинг потенциал энергияси камаяди, иккинчисида эса ортади (металлнинг потенциали ва ундаги электронлар потенциал энергияси турли ишорага эга эканини эслатиб ўтамиз; 152- расмга қаранг).

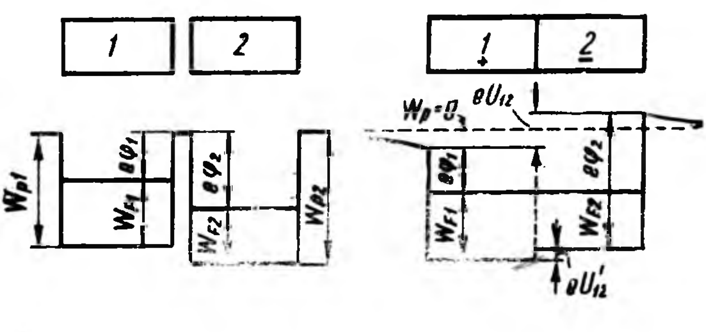
Статистик физикада тегиб турувчи металлар орасида (шунингдек, икки ярим ўтказгич ёки металл ва ярим ўтказгич орасида) Ферми сатҳларига мос келувчи тўла энергияларнинг тенглиги мувозанатлик шарти бўлиб ҳисобланиши исбот қилинади (164- расм; бу ҳолда Ферми сатҳлари бир хил баландликда жойлашади). Бундай шартга риоя қилинганда биринчи металл сиртига бевосита яқин жойдаги электроннинг потенциал энергияси иккинчи металл сирти яқинидаги электроннинг потенциал энергиясидан ($e\varphi_2 - e\varphi_1$) га кам бўлади. Демак, биринчи металл сиртидаги потенциал иккинчисининг сиртидагисига қараганда

$$U_{12} = \frac{e\varphi_2 - e\varphi_1}{e} = \varphi_2 - \varphi_1 \qquad (76.1)$$

га юқоридир. U_{12} катталик биринчи ва иккинчи металлар орасидаги контакт потенциаллар фарқидир.

(76.1) формуладан кўринадики, биринчи ва иккинчи металлар орасидаги контакт потенциаллар фарқи иккинчи ва биринчи металлар учун чиқиш ишларининг фарқини элементар зарядга бўлинганига ёки иккинчи ва биринчи металлар учун учлардаги потенциаллар фарқига тенг.

(76.1) потенциаллар фарқи металлдан ташқарида, бевосита унинг сиртига яқин турган нуқталар орасида юзага келади. Шунинг учун ҳам уни **ташқи контакт потенциаллар фарқи** деб аталади. Кўпинча, ташқи контакт потенциаллар фарқини назарда тутган ҳолда соддароқ қилиб, контакт потенциаллар фарқи деб гапирилади. Шунингдек, металларнинг



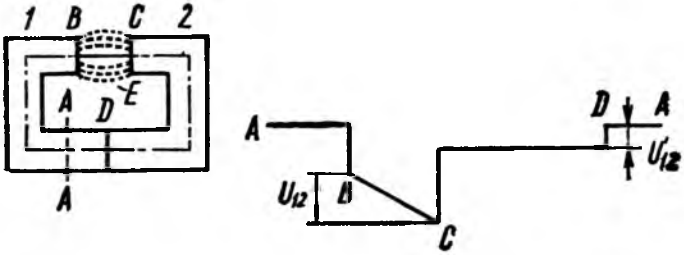
164- расм.

ички нуқталари орасида ҳам **ички** контакт потенциаллар фарқи деб аталувчи потенциаллар фарқи мавжуд. 164- расмдан кўриниб турибдики, биринчи металлда электроннинг потенциал энергияси иккинчисига қараганда $W_{F1} - W_{F2}$ га кичикдир. Шунга мувофиқ ҳолда биринчи металл ичидаги потенциал иккинчисининг ичидагига қараганда

$$U'_{12} = \frac{W_{F_1} - W_{F_2}}{e} \tag{76.2}$$

қийматга юқоридир.

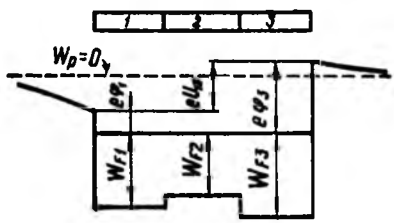
(76.2) ифода ички контакт потенциаллар фарқини беради. Биринчи металлдан иккинчисига ўтилганда потенциал шундай қийматга камаяди.



165- расм.

165- расмда тегиб турувчи *1* ва *2* металлар ва унинг ёнида штрих пунктир чизиқ билан контур бўйлаб потенциал ўзгаришлари тасвирланган. *B — C* оралиқда электр майдони ҳосил бўлади, унинг кучланганлик чизиқлари пунктир билан кўрсатилган.

166- расмда бир-бирига тегиб турувчи ҳар хил *1*, *2*, *3* металлар бўйлаб электронлар потенциал энергиясининг ўзгариб бориши берилган. Расмдан кўриниб турибдики, *1* ва *3* металл орасида ҳосил бўлувчи потенциаллар фарқи берилган ҳолда улар бевосита тегиб турган ҳолдагидек бир хил бўлади[1]. Оралиқ звенолар сони исталганча бўлса ҳам, юқоридаги муносабат ўз кучини сақлайди; занжир учлари орасидаги потенциаллар фарқи занжирнинг икки четида жойлашган металларнинг чиқиш ишлари фарқи билан аниқланади.



166- расм

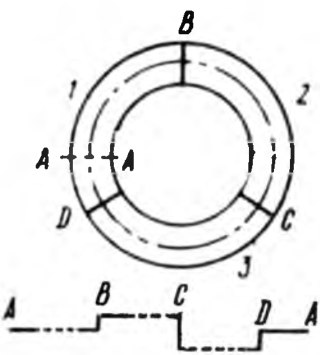
Турли металл жуфтлари учун ташқи контакт потенциаллар фарқи бир неча ўн вольтдан бир неча вольтгача оралиқда ўзгариб туради.

Контакт потенциаллар фарқи металл билан ярим ўтказгич

[1]) Бунда потенциаллар ўзгариши мумкин. Хусусан, иккита четки металлар бир хил ишорали потенциалга эга булиб қолиши ҳам мумкин.

чегарасида, шунингдек иккита ярим ўтказгич чегарасида ҳам ҳосил бўлади.

Хулоса қилиб, исталган сондаги турли хил металлардан ёки ярим уткаэгичлардан ташкил топган ёпиқ занжирда потенциал сакрашлар йиғиндиси нолга тенг дейиш мумкин (167-расм). Демак, барча кавшарланган қисмлар температурасини бир хил температурада ушлаб турилса, занжирда э. ю. к. ҳосил булмайди. Бундай занжирда токнинг ҳосил бўлиши термодинамиканинг иккинчи қонунига зид бўлар эди. Ҳақиқатан ҳам, металларда ёки ярим узказгичларда ток оқиши химиявий узгаришлар ҳисобига бўлмагани учун ток занжирини ураб олган муҳитдан олган иссиқлик ҳисобига иш бажарилган булиши керак эди. Бунда ҳеч қандай қўшимча процесслар (масалан, олинган иссиқликнинг бир қисмини бошқа жисмларга узатиш) содир бўлмас эди. Шундай қилиб, иккинчи даражали перпетиум мобиле амалга ошган булар эди.

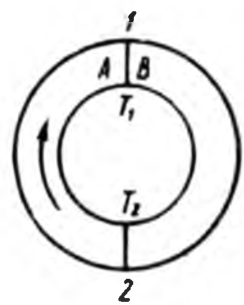


167-расм

77-§. Термоэлектрик ҳодисалар

Металларда, шунингдек ярим уткаэгичларда ҳам, иссиқлик ва электр ҳодисалари орасида **термоэлектрик ҳодисалар**: Зеебек ҳодисаси, Пельтье ҳодисаси ва Томсон ҳодисалари деб аталувчи қатор ҳодисаларни асословчи маълум узаро боғланишлар мавжуд.

Зеебек ҳодисаси. Зеебек 1821 йилда берк занжирни ташкил қилган икки хил металлнинг *1* ва *2* кавшарланган қисмларини турли температураларда ушлаб турилса, занжир буйлаб ток оқишини қайд қилди (168-расм). Кавшарланган нуқталардаги температуралар фарқининг ишораси ўзгартирилиши ток йуналишининг ўзгаришига олиб келади.



168-расм.

Термоэлектр юритувчи куч (қисқача термо э. ю. к.) икки хил сабабга кура юзага келади. 71-§ да қайд қилинганидек, Ферми сатҳи температурага боғлиқдир¹). Шунинг учун турли температура-

¹) Унча юқори булмаган температураларда металлар учун ($kT \ll W_{F0}$ бўлганда) бу боғланиш $W_F = W_{F0}\left[1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{W_{F0}}\right)^2\right]$ куринишга эга, бунда W_{F0} — 0°К даги Ферми сатҳи.

ларда бўлган кавшарлар учун бир металлдан иккинчисига ўтганда [ички контакт потенциаллар фарқи (76.2) формулага қаранг] потенциаллар сакраши турлича булади ва бутун занжир учун потенциал сакрашларининг йиғиндиси нолдан фарқлидир. 168- расмда курсатилган стрелка йуналишида

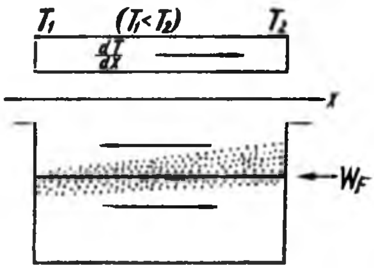
$$\mathcal{E}_{\text{конт}} = U_{AB}(T_1) + U_{BA}(T_2) =$$
$$= \frac{1}{e}\left\{\left[W_{FA}(T_1) - W_{FB}(T_1)\right] + \left[W_{FB}(T_2) - W_{FA}(T_2)\right]\right\} =$$
$$= \frac{1}{e}\left\{\left[W_{FB}(T_2) - W_{FB}(T_1)\right] + \left[W_{FA}(T_2) - W_{FA}(T_1)\right]\right\}$$

га тенг булган э. ю. к. нинг ҳосил булиши учун шунинг ўзи етарли булиши керак эди.

Охирги ифодани қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\mathcal{E}_{\text{конт}} = \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e}\frac{dW_{FB}}{dT}\right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left(\frac{1}{e}\frac{dW_{FA}}{dT}\right) dT. \qquad (77.1)$$

Термо э. ю. к. ҳосил бўлишнинг иккинчи сабабини тушуниш учун узунлиги буйлаб температура градиенти бўлган бир жинсли металл утказгични текшириб курамиз (169- расм). Бунда нисбатан юқори энергияли ($W > W_F$) электронлар концентрацияси совуқ учига қараганда қизиган учида купроқ булади: бирмунча камроқ энергияли ($W < W_F$) электронлар концентрацияси аксинча, қизиган учида камроқ булади. Ўтказгич буйлаб мавжуд энергия қийматга эга булган электронлар концентрацияси градиентининг ҳосил булиши, тез электронларнинг совуқ учга, секин электронларни эса, иссиқ учга диффузиясини юзага келтиради.



169- расм.

Тез электронларнинг диффузион оқими секин электронлар оқимига қараганда катта бўлади. Шунинг учун совуқ учи яқинида ортиқча электронлар ҳосил бўлади, иссиқ учи яқинида эса улар етишмайди. Натижада ўтказгич ичида температура градиентига қарши йуналган электр майдони ҳосил булади. У тез электронлар оқимини камайтиради ва секин электрон оқимини купайтиради. Ҳар бир кўндаланг кесим юзида иккала оқим тенглашганда мувозанат ҳолат юзага келади. Бунда утказгичнинг dx узунликка эга булган ҳар бир қисмида ушандаги dT температура узгаришига мос келувчи $d\varphi$ потенциал узгариши содир бўлади. Қуйидагича белгилаш киритамиз:

$$\beta = \frac{d\varphi}{dT}. \tag{77.2}$$

Умумий ҳолда ўтказгич узунлиги буйлаб потенциал турли сабабга кура узгариши мумкин. (77.2) даги $d\varphi$ деганда потенциалнинг фақат температура градиенти туфайли юзага келган ўзгариши тушунилади.

Температуралари T_1 ва T_2 га тенг бўлган утказгич учлари орасида

$$\Delta\varphi_{\text{диффуз}} = \int_{T_1}^{T_2} \beta\, dT \tag{77.3}$$

потенциаллар фарқи пайдо булади.

Бунда β нинг қиймати унчалик катта эмас, у тахминан 10^{-4} *в/град* атрофида бўлади. Шунинг учун (77.3) потенциаллар фарқини қайд қилиш қийин.

Нотекис қиздирилган утказгич учларида потенциаллар фарқининг ҳосил булиш процесси ярим ўтказгичлар учун ҳам уринлидир. Агар ток ташувчилар электронлар ҳисобланса, юқорида курганимиздек, қизиган учининг потенциали совуқ учининг потенциалига қараганда юқори булар экан. Демак, n-тип ярим утказгичларда $d\varphi$ ва dT лар бир хил ишорага эга, яъни $\beta > 0$. Тешикли утказувчанлик ҳолатида катта сондаги тешиклар совуқ учига қараб диффузияланиб, унинг яқинида ортиқча мусбат заряд ҳосил қилади. Шундай қилиб p-тип ярим утказгичда совуқ учининг потенциали қизиган учининг потенциалига қараганда юқори ва $\beta < 0$[1] булади.

Яна 168-расмга қайтамиз. A ва B қисмлар учун β нинг бир қийматли эмаслиги ҳисобига стрелка йуналишида

$$\mathcal{E}_{\text{диффуз}} = \int_{T_1}^{T_2} \beta_A dT + \int_{T_2}^{T_1} \beta_B dT = \int_{T_1}^{T_2} \beta_A dT - \int_{T_1}^{T_2} \beta_B dT \tag{77.4}$$

га тенг бўлган э. ю. к. ҳосил булади (интеграллаш чегараси аниқланаётганда э. ю. к. потенциалнинг камайиши йуналишида таъсир этишини ҳисобга олиш керак булади).

Термоэлектр юритувчи куч $\mathcal{E}_{\text{термо}}$ контактлардаги (кавшарланган учлардаги) потенциал сакрашлари (77.1) ва ток ташувчиларнинг диффузияси натижасида содир булган (77.4) потенциал узгаришлари йиғиндисидан ташкил топади.

---

[1]) Холл потенциал фарқининг ишораси мусбат заряд ташувчиларга мос келган (73-§ нинг охирги абзацига қаранг) металлар шундай ишорали β га эгадир.

Шундай қилиб,

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \mathcal{E}_{\text{конт}} + \mathcal{E}_{\text{диффуз}}.$$

Бунга (77.1) ва (77.4) ифодаларни қўйиб ҳамда оддий ҳисоблашларни бажариб, қуйидагини топамиз:

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \int_{T_1}^{T_2} \left(\beta_A - \frac{1}{e} \frac{dW_{FA}}{dT} \right) dT - \int_{T_1}^{T_2} \left(\beta_B - \frac{1}{e} \frac{dW_{FB}}{dT} \right) dT.$$

Қуйидаги

$$\alpha = \beta - \frac{1}{e} \frac{dW_F}{dT} \tag{77.5}$$

катталик металл ёки ярим ўтказгич характеристикаси ҳисобланиб, термо-э. ю. к. коэффициенти деб аталади.

(77.5) белгилашдан фойдаланиб, термо-э. ю. к. ифодасини

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \int_{T_1}^{T_2} \alpha_A dT - \int_{T_1}^{T_2} \alpha_B dT \tag{77.6}$$

кўринишда бериш мумкин.

Агар α_A ва α_B лар $T_1 \div T_2$ интервал чегараларида температурага боғлиқ ҳолда кам ўзгарса, у ҳолда

$$\mathcal{E}_{\text{термо}} = \alpha_{AB}(T_1 - T_2) \tag{77.7}$$

деб ёзиш мумкин, бунда α_{AB} ни $\alpha_A - \alpha_B$ орқали белгиланган. α_{AB} катталикни берилган металл ёки ярим утказгичлар жуфти учун солиштирма термо-э. ю. к. деб аталади. Купчилик металл жуфтлари учун α_{AB} катталик $10^{-5} \div 10^{-4}$ *в град* тартибда булади; ярим утказгичлар учун у жуда катта қийматга ($1{,}5 \cdot 10^{-3}$ *в град* гача) эга. Бу ҳол, турли типдаги утказувчанликка эга бўлган ярим ўтказгичларда α нинг турли ишорага эга бўлишлиги билан тушунтирилади[1]), шу сабабли

$$|\alpha_{AB}| = |\alpha_A| + |\alpha_B|.$$

Айрим ҳолларда солиштирма термо- э. ю. к. температура билан буш боғланишга эга. Бироқ кавшарланган учлардаги температуралар фарқини орттириш билан $\mathcal{E}_{\text{термо}}$ чизиқли қонуният билан эмас, балки ишораси ўзгариши мумкин булган етарлича мураккаб ҳол бўйича ўзгариши

[1]) Температура кутарилганда аралашмали ярим ўтказгичлардаги Ферми сатҳлари таъқиқланган зона маркази йуналишида силжийди, яъни турли типдаги ярим ўтказгичлар учун қарама-қарши томонга силжийди. (77.2) катталик турли тип ўтказувчанликдаги ярим ўтказгичлар учун турли ишораларга

мумкин. Масалан, темир—мис жуфтининг бир кавшарланган учини 0°С температурада ушланса, у ҳолда иккинчи кавшарланган учининг температураси тахминан 540°С га тенг бўлганда термо-э. ю. к. нолга айланади; кавшарланган учининг температураси анча паст булганда $\mathcal{E}_{\text{термо}}$ бир ишорага эга булса, юқори температураларда бошқа ишорага эга бўлади.

Зеебек ҳодисасидан температурани улчашда фойдаланиш мумкин. Бундай мақсадда ишлатиладиган қурилма **термопара** деб аталади. Термопаранинг бир кавшарланган учи узгармас температурада ушлаб турилади (масалан, 0°С да), иккинчи учини температураси улчаниши керак булган идишга туширилади. Температуранинг катталигини гальванометр билан ўлчанган термоток кучига қараб баҳолаш мумкин. Ҳосил булган термо-э. ю. к. ни компенсация методи билан ўлчанганда аниқроқ натижага эга булиш мумкин. Термопара ёрдамида паст температураларни ҳам, юқори температураларни ҳам градуснинг юздан бир улушигача аниқлик билан улчаш мумкин.

Ф. и. к. жуда кам бўлгани учун (0,5% дан ортмайди) металл ва унинг қотишмаларидан ишланган термопаралардан ток манбаи сифатида фойдаланилмайди. Ярим ўтказгич материаллардан ишланган термопаралар анча юқори ф. и. к. га эга (7% гача). Улардан турмушда кичик ток генераторлари сифатида фойдаланилади. Керосин лампа шишасига абажур сифатида кийгизиладиган бундай генератор энергияси радиоприёмникни таъминлаш учун етади.

Пельтье ҳодисаси. 1834 йилда Пельтье томонидан очилган бу ҳодиса шундан иборат эдики, турли металл ёки ярим уткизгичлардан тузилган занжир орқали ток оқиб утаётганда бир кавшарланган учида иссиқлик ажралиши содир бўлса, бошқа учида иссиқлик ютилиши содир бўлар экан. Шундай қилиб, Пельтье ҳодисаси Зеебек ҳодисасининг тескариси экан. Ажралиб чиққан иссиқлик миқдори

$$Q_{AB} = П_{AB} \cdot q = П_{AB} \cdot it \qquad (77.8)$$

ифода билан аниқланади, бунда q—кавшарланган учдан ўтган заряд, $П_{AB}$—**Пельтье коэффициенти** деб аталувчи пропорционаллик коэффициенти, (ток A звенодан B звенога оқади).

Пельтье иссиқлиги Жоуль—Ленц иссиқлигидан фарқли бўлиб, ток кучининг квадратига эмас, балки биринчи даражасига пропорционалдир. Ток йуналиши узгартирилганда Q уз ишорасини узгартиради, яъни иссиқлик ажралиши урнига худди ўшанча иссиқлик миқдорининг ютилиши кузатилади (q нинг ўша қийматида).

Демак,

$$П_{AB} = -П_{BA}$$

Пельтье коэффициенти билан термо-э. ю. к. коэффициенти орасида термодинамика қонунларидан келиб чиқувчи қуйидаги

$$П_{AB}=\alpha_{AB}T \qquad (77.9)$$

муносабат мавжуд.

Пельтье ҳодисаси қуйидагича тушунтирилади. Ток ташувчилар (электрон ёки тешиклар) кавшарланиш чегарасининг турли томонида турлича ўртача энергияга эгадир (кинетик ва потенциал энергиядан ташкил топган тулиқ энергия назарда тутилади). Агар заряд ташувчилар кавшарланган учдан утиб, кичик энергияли соҳага тушиб қолса, улар ортиқча энергияларини кристалл панжарага беради, натижада кавшарланган учи қизийди. Бошқа учида эса ток ташувчилар катта энергияли соҳага утади: етишмайдиган энергияни панжарадан олади, натижада бу кавшарланган учининг совишига эришилади.

Турли тип утказувчанликка эга бўлган иккита ярим утказгич контактида аҳвол мутлақо бошқачадир. Бунда бир кавшарда электрон ва тешиклар бир-бирига қарама-қарши йуналишда ҳаракат қилади. Улар туқнашганда рекомбинациялашади: n-тип ярим ўтказгичнинг утказувчанлик зонасидаги электрон p-тип ярим утказгичга утиб, валент зонада тешикнинг урнини эгаллайди. Бунда n-тип ярим утказгичда эркин электронни ва p-тип ярим утказгичда тешикни ҳосил булиши учун зарур бўлган энергия, шунингдек, электрон ва тешикнинг кинетик энергияси ажралади. Бу энергия кристалл панжарага сарф этилиб, кавшарланган учни қиздиришга кетади. Бошқа кавшарланган учдан ўтувчи ток ярим утказгичлар орасидаги чегарадан электрон ва тешикни суриб олади. Чегара соҳада ток ташувчиларнинг камайиб бориши электрон ва тешикларнинг жуфт-жуфт юзага келиши ҳисобига тулдириб турилади (бунда электрон p-ярим утказгичнинг валент зонасидан n-ярим ўтказгичнинг ўтказувчанлик зонасига ўтади). Жуфтларни юзага келишига панжарадан олинган энергия сарфланади—кавшарланган учи совийди.

А. Ф. Иоффе Пельтье ҳодисасидан совитгич қурилмаларини яратишда фойдаланиш ғоясини илгари сурди. Ишчи элементлари ўзаро алмашиб келувчи n- ва p-тип ярим ўтказгичлар батареяси ҳисобланган, унча катта булмаган хўжалик холодильникларининг тажриба нусхалари яратилди. Бир турдаги кавшарланган уч (масалан, n дан p га ўтишга мос келувчи) совитиладиган соҳага киритиб қўйилади, бошқа турдагиси (p дан n га ўтишга мос келувчи) ташқарига чиқариб қўйилади. Токнинг тегишли йўналишида ички кавшарланган учлар иссиқликни ютади, бунда унинг атрофидаги бўшлиқнинг температураси пасаяди, ташқи кавшарланган учлар эса иссиқликни ташқи муҳитга беради.

Пельтье ҳодисасидан хоналарни электр билан иситишда фойдаланиш ҳам қизиқарлидир. Бундай ҳолда иссиқлик ютувчи кавшарланган учни ташқарига, иссиқлик ажратувчи кавшарланган учни эса иситилувчи хона ичига жойлаштириш керак булади. Ҳисоблашларнинг курсатишича, тегишли йуналиш буйича ток утказиб, ички кавшарланган учларда ток ҳосил қилиш учун сарфланадиган энергиядан деярли икки марта ортиқ иссиқлик миқдори ажралишини ҳосил қилиш мумкин экан (қолган энергия ташқи муҳитдан туплаб олинади). Иситишнинг бундай системасининг афзаллиги шундан иборатки, керак булганда масалан, ҳаво иссиқ булганда) қайта ўзгартиришсиз хонанинг температурасини пасайтириш учун фойдаланиш ҳам мумкин— бунинг учун фақат ток йуналишини узгартириш етарлидир.

Томсон ҳодисаси. Термодинамик мулоҳазалар асосида Томсон 1856 йилда узунлиги буйича температура градиенти булган бир жинсли ўтказгичдан ток утганда Пельтье иссиқлиги каби иссиқлик ажралиши (ёки ютилиши) кераклигини олдиндан айтиб берди. Бу эффект тажрибада тасдиқланди ва Томсон ҳодисаси номини олди.

Томсон ҳодисаси асосида утказгичда ажралган солиштирма

$$w = \tau \frac{dT}{dx} j \tag{77.10}$$

қувватга тенг, бунда dT/dx — берилган жойдаги температура градиенти. j — ток зичлиги, τ — пропорционаллик коэффициенти бўлиб, **Томсон коэффициенти** деб аталади. Бу коэффициент термо-э. ю. к. коэффициенти ва Пельтье коэффициенти билан термодинамикадан келиб чиқадиган маълум муносабат орқали боғлангандир.

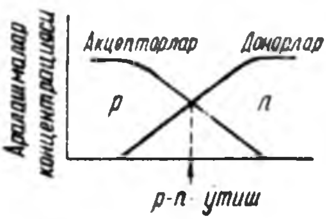
Томсон ҳодисаси Пельтье ҳодисасига ўхшаш тушунтирилади. Ток температура ортиб бориши йуналишида ўтаётган булсин. Агар ток ташувчилар — электронлар булса, улар уз ҳаракатлари давомида нисбатан юқори температурали уринларидан (демак, юқори уртача энергияли электронлар) нисбатан паст температурали ўринларга (кичик уртача энергияли) ута бошлайди. Электронлар ўзларининг ортиқча энергияларини панжарага беради, бу ҳол иссиқлик ажралишига олиб келади. Агар ток ташувчилар булиб тешиклар ҳисобланса, эффектнинг тескари ишорага эга бўлишини осонгина куриш мумкин.

78-§. Ярим утказгичли диод ва триодлар

Токларни тўғрилаш ва кучланишларни кучайтириш ярим ўтказгичли (ёки кристалл) диод ва триодлар деб аталувчи ярим ўтказгичли қурилмалар ёрдамида ҳал этилиши мумкин. Ярим утказгичли триодларни, шунингдек **транзисторлар** деб ҳам аталади.

Ярим ўтказгичли қурилмаларни нуқтавий ва ясси контактли қурилмаларга ажратиш мумкин. Биз ясси диод ва транзисторларни қараб чиқиш билан чегараланамиз.

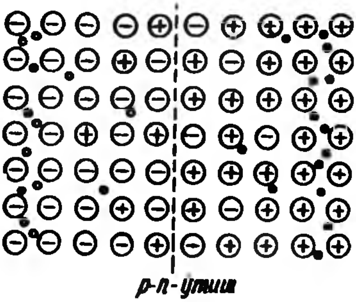
Ясси контактли қурилмаларнинг асосий элементи *p—n*-ўтиш ҳисобланади. У биргина кристаллнинг икки соҳаси орасидаги чегарада аралашмали утказувчанликдан фарқланувчи юпқа қатламни ифодалайди. Бундай утишни тайёрлаш учун электрон утказувчанликка эга булган аралашма қолдиғи жуда кам булган жуда тоза германий монокристали олинади. Кристаллдан қирқиб олинган юпқа пластинканинг бир томонига индий бўлакчаси эритиб қуйилади. Вакуумда ёки инерт газ атмосферасида амалга ошириладиган операция вақтида индий атомлари германийнинг маълум чуқурлигига қадар диффузияланиб боради. Индий атомлари ўтиб борган соҳаларда германий тешик ўтказувчанликка эга булиб қолади. Бу соҳа чегараларида *p—n*-утиш ҳосил булади.



170- расм.

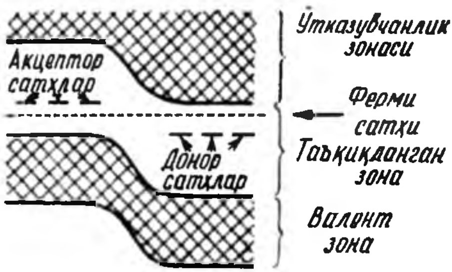
170- расмда чегара қатламга перпендикуляр йуналишда аралашма концентрациясининг ўзгариб бориши курсатилган. *p*-соҳада аралашма атомлари томонидан электронни тортиб олиш натижасида ҳосил булган тешиклар асосий ток ташувчи булиб ҳисобланади (бунда акцепторлар манфий ион булиб қолади); бундан ташқари шу соҳада электронларнинг иссиқлик ҳаракати натижасида валент зонадан бевосита утказувчанлик зонасига (бу процесс тешиклар сонини ҳам бир оз купайтиради) утиши натижасида ҳосил бўладиган, асосий булмаган кам сондаги ток ташувчилар—электронлар ҳам мавжуддир. *n*-соҳада асосий ток ташувчилар донорлар томонидан ўтказувчанлик зонасига берилган (бунда донорлар мусбат ионларга айланиб қолади) электронлар ҳисобланади; иссиқлик ҳаракат ҳисобига юз берган электронларнинг валент зонадан утказувчанлик зонасига утиши мавжуд соҳа учун асосий ток ташувчи булмаган—унча куп бўлмаган тешикларнинг ҳосил булишига олиб келади.

Чегара қатлам орқали қарама-қарши йўналишда диффузияланиб, тешик ва электронлар бир-бирлари билан рекомбинацияланади. Шунинг учун *p—n*-ўтиш ток ташувчиларга жуда камбағаллашган булиб, катта қаршиликка эга булиб қолади, Шунинг билан бир вақтда соҳалар орасидаги чегарада зарядлари эндиликда тешиклар билан компенсацияланмайдиган акцептор аралашманинг манфий ионларидан ҳамда зарядлари эндиликда электронлар билан компенсацияланмайдиган донор аралашманинг мусбат ионларидан ташкил топган қуш электр қатлам пайдо булади (171- расм; доирачалар—ионлар, қора нуқталар—элек-



171- расм

тронлар, оқ нуқталар — тешиклардир). Бундай қатламда электр майдони шундай йўналганки, у асосий ток ташувчиларнинг қатлам орқали кейинги утишларига қарши таъсир этади. Ҳар икки соҳанинг Ферми сатҳлари бир хил баландлик буйича жойлашган потенциал тусиқ қийматида заряд ташувчилар мувозанатга эришади (172- расм). Ўтиш соҳасидаги энергетик зоналарнинг эгилишига мувозанат ҳолатда p- соҳа потенциалининг n- соҳа потенциалига нисбатан пастлиги сабаб булади; шунга мувофиқ p- соҳадаги электроннинг потенциал энергияси n- соҳадагига қараганда катта булади. Валент зонанинг пастки чегараси электрон $W_{pэ}$ потенциал энергиясининг ўтишга нисбатан перпендикуляр йуналишда узгариб боришга йул беради

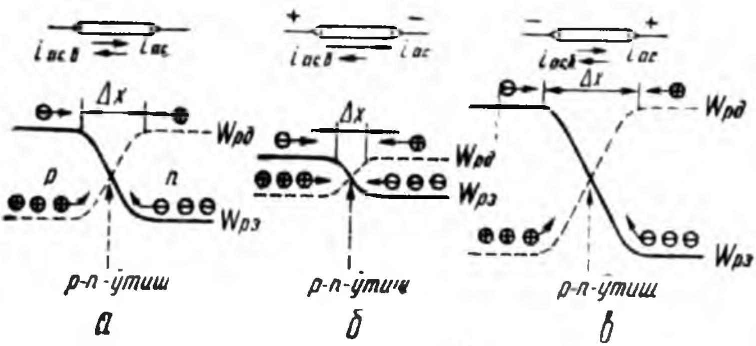


172- расм.

(173- a расмда яхлит эгри чизиққа қаранг). Тешиклар заряди электронлар зарядига қарама-қарши булгани учун уларнинг W_{pT} потенциал энергияси $W_{pэ}$ кичик булган ерда катта булади ва аксинча (173- a расмда пунктир эгри чизиққа қаранг).

p- ва n- соҳалар орасидаги мувозанатлик қўзғалувчан ҳисобланади. Асосий ташувчиларнинг бирор қисми потенциал тусиқни енгиб утишга муваффақ бўлади, натижада ўтиш жойи орқали унча катта булмаган $i_{асос}$ ток оқиб ўтади (173- a расм). Бу ток асосий булмаган ток ташувчиларнинг ҳосил қилган қарши $i_{ас.б}$ токи билан компенсацияланади. Асосий булмаган ташувчилар жуда кам,бироқ улар потенциал тўсиқдан „сирпаниб" соҳалар чегараси орқали осон утиб олади. $i_{ас.б}$ нинг катталиги ҳар секундда пайдо булиб турадиган асосий бўлмаган ток ташувчилар сони билан аниқланиб, потенциал тусиқ баландлигига деярли боғлиқ бўлмайди. $i_{асос}$ нинг катталиги эса аксинча, тусиқ баландлигига жуда боғлиқдир. Потенциал тўсиқнинг $i_{асос}$ ва $i_{ас. б.}$ токлар бир-бирларини компенсациялайдиган вақтда эга булган қийматида мувозанат юзага келади.

Кристаллга ташқи кучланиш берамиз, бунда манбанинг „+" қутбини p-соҳага „—" қутбини n-соҳага [1]) улаймиз (бундай кучланиш туғри кучланиш деб аталади). Бу ҳол p-соҳада потенциалнинг ортишига (яъни $W_{p\ T}$ нинг ортишига ва $W_{p\ э}$ нинг пасайишига) ва n-соҳада потенциалнинг камайишига (яъни $W_{n\ T}$ пасайишига ва $W_{n\ э}$ ортишига) олиб келади



173- расм.

(173-$б$ расм). Натижада потенциал тусиқ баландлиги камаяди ва $i_{асос}$ ток ортади. $i_{ас. б}$ ток эса амалда ўзгаришсиз қолади (юқорида қайд қилингани каби, тўсиқ баландлигига деярли боғлиқ булмайди). Демак, натижавий ток нолдан фарқли булиб қолади. Потенциал тўсиқнинг пасайиши қўйилган кучланишга пропорционалдир (у eU га тенг). Тусиқ баландлиги камайганда асосий ташувчилар ҳосил қилган ток ва демак, натижавий ток тез ортиб боради. Шундай қилиб, $p-n$-утиш p-соҳадан n-соҳага томон ток утказади. Бу ток кучи қўйилган кучланишнинг ортиши билан тез ортиб боради. Буни тўғри йуналиш (ё утказиш, ё ўтиш) деб аталади.

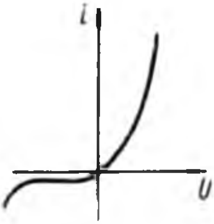
Туғри кучланишда кристаллда ҳосил булган электр майдони асосий ташувчиларни соҳалар орасидаги чегарага „сиқади", натижада заряд ташувчилар билан камбағаллаштирилган утиш

---

[1]) Ташқи кучланишнинг уланиши мувозанатни бузади, бунда ҳар икки соҳадаги Ферми сатҳлари бир-бирига нисбатан силжиб қолади. Туғри кучланишда p-соҳада W_F сатҳ n-соҳадагига қараганда пастроқда жойлашади.

қатлами кенглиги торайди[1]. Шунга мувофиқ ҳолда, кучланиш қанчалик катта бўлса, утиш қаршилиги шуичалик тез камайиб боради. Шундай қилиб, ўтказувчи соҳада, вольтампер характеристика туғри чизиқли булмайди (174- расм).

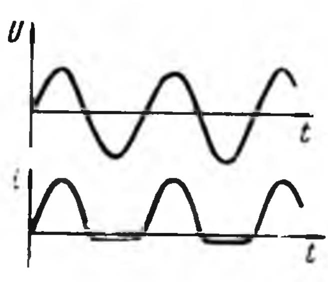
Энди кристаллга шундай йуналишдаги кучланиш берайликки, манбанинг „+" қутби n- соҳага, „—" қутби эса p- соҳага уланган булсин (буни тескари кучланиш дейилади). Тескари кучланиш потенциал тусиқнинг ортишига ва шунга мувофиқ ҳолда асосий заряд ташувчилар токи $i_{асос}$ нинг камайишига олиб келади (173- *в* расм). Бунда ҳосил булган натижавий ток (тескари ток деб аталувчи) туйиниш қийматига тез эришади (яъни U га боғлиқ булмай қолади, (174- расм) ва $i_{ас\ б}$ га тенг булиб қолади. Шундай қилиб, $p — n$- утиш n- соҳадан p-соҳага томон (тескари ёки беркитувчи деб аталади) фақат асосий булмаган ток ташувчиларга боғлиқ булган кучсиз ток ўтказади. Фақат жуда ҳам катта тескари кучланиш берилгандагина ток кучи кескин ортади, бу ўтишнинг электрик тешилиши натижасида руй беради. Ҳар бир $p — n$- утиш унга қуйилган тескари кучланишнинг чегаравий қиймати билан характерланади, бу қийматда $p — n$- ўтиш ҳеч қандай бузилишсиз ишлаши мумкин.



174- расм.

Кристаллга тескари кучланиш қуйилганда ҳосил булган майдон p- ва n- соҳалар орасидаги чегарадан асосий ташувчиларни „орқага тортади", бу эса ташувчилари камайган утиш қатлами кенглигининг ортишига олиб келади. Шунга мувофиқ ҳолда утиш қаршилиги ҳам ортиб боради. Демак, $p—n$- утиш тескари йуналишда туғри ҳолдагисига қараганда бирмунча катта қаршиликка эгадир.

Юқорида айтилганлардан, $p—n$- утишдан узгарувчан токни туғрилашда фойдаланиш мумкин эканлиги келиб чиқади. 175- расмда берилган кучланиш гармоник қонун буйича узгарган ҳол учун $p — n$- утиш орқали оқиб ўтувчи ток графиги курсатилган. Бу ҳолда ток ташувчилар камайган қатлам кенглиги ҳамда утиш қаршилиги кучланиш узгариши билан бир хил тактда узгариб пульсацияланади.



175- расм.

---

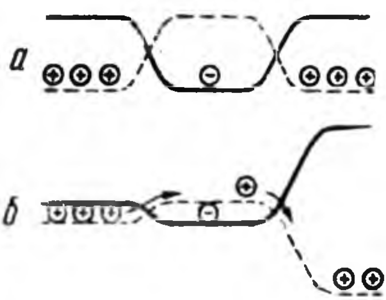
[1]) Ўтиш қатлами кенглиги камайишини берилган $d\varphi/dx$ да $\Delta\varphi$ потенциалнинг кичик узгариши Δx нинг кичик узунлигида амалга оширилиши билан тушунтириш мумкин.

Германий элементидан ясалган тўғрилагичлар 1000 вольт тескари кучланишга чидай олади. Кучланиш 1 *в* бўлганда ток зичлиги тўғри йўналиш бўйича 100 $a/см^2$ га етади, тескари йўналишда эса — бир неча микроампердан катта бўлмайди. Кремнийли тўғрилагичлар бундан ҳам юқори тескари кучланишга чидай олади. Улар шунингдек, бирмунча юқори ишчи температурага ҳам чидайди (германий учун тахминан 100°С бўлса, бунда 180°С гача). Нисбатан кенг тарқалган селенли тўғрилагичлар ёмонроқ параметрларга эгадир. Улар учун рухсат этилган тескари кучланиш 50 вольтдан ортиқ бўлмай, тўғри токнинг энг катта зичлиги 50 $ма/см^2$ гача бўлади. N та тўғриловчи элементларни (селен шайбаларни) кетма-кет улаб, N марта катта тескари кучланишга чидайдиган тўғрилагич ҳосил қилиш мумкин.

176- расм.

Ярим ўтказгичли триод ёки транзистор иккита $p-n$-ўтишга эга бўлган кристаллни ифодалайди. Турли типдаги ўтказувчан соҳаларнинг алмашиниш тартибига боғлиқ ҳолда $p-n-p$- ва $n-p-n$-транзисторларга бўлинади[1]).

Транзисторнинг ўрта қисми (транзисторнинг хилига қараб n- ёки p-тип ўтказувчанликка эга бўлади) унинг **базаси** деб аталади. Базанинг икки томонига тегиб турувчи ўтказувчанлиги базага нисбатан бошқа тип ўтказувчанликка эга бўлган соҳалар **эмиттер** ва **коллекторни** ҳосил қилади.



177- расм.

$p-n-p$-тип транзисторнинг ишлаш принципини қисқача қараб чиқамиз (176- расм). Бундай транзисторни тайёрлаш учун электрон ўтказувчанликка эга бўлган тоза германийдан ишланган пластинка олинади ва унинг ҳар икки томонига индий эритиб қуйилади. Эмиттер ва коллектордаги ташувчилар концентрацияси, яъни тешик ўтказувчанлик соҳасидаги ташувчилар концентрацияси база чегарасидаги, яъни электрон ўтказувчанлик соҳасидаги ташувчилар концентрациясидан катта бўлиши керак. 177-*а* расмда электронлар (туташ чизиқ) ва тешиклар потенциал энергия эгри чизиқлари (пунктир чизиқ) берилган.

[1]) Бирмунча мураккаб транзисторлар ҳам бўлади, масалан, $p-n-p-n$ ва бошқалар.

Эмиттер — база ўтишда ўтиш йўналишида кучланиш берилади (176-расм), база — коллектор ўтишда эса тескари йўналишда катта кучланиш берилади. Бу ҳол биринчи ўтишдаги потенциал тўсиқнинг пасайишига ва иккинчи ўтишдаги тўсиқнинг ортишига олиб келади (177-*б* расм). Эмиттер занжирида токнинг оқиши база соҳасида тешикларнинг ҳосил бўлиши билан кузатилади (электронларнинг қарши оқими уларнинг концентрацияси унча кўп бўлмагани туфайли камдир). Тешиклар база ичига ўтиб олиб, коллектор томон диффузияланади. Агар база қалинлиги унча катта бўлмаса, деярли барча тешиклар рекомбинацияланишга улгурмасдан коллекторга етиб боради. У ерда улар майдон томонидан ушлаб олинади ва коллектор занжирида тескари йўналиш бўйлаб ўтувчи токни кучайтиради.

Эмиттер занжиридаги токнинг ҳар қандай ўзгариши коллекторга ўтиб борувчи тешиклар миқдорининг ўзгаришига ва демак, коллектор занжирида токнинг худди шундай ўзгаришига олиб келади. Равшанки, коллектор занжиридаги ток ўзгариши эмиттер занжиридаги ток ўзгаришидан ортиб кетмайди[1]), бунда бундай қурилма фойдасиздек туюлади. Бироқ ўтиш тўсиқ йўналишига қарши йўналишда бирмунча катта қаршиликка эга эканлигини ҳисобга олиш керак. Шунга кўра, токларнинг бир хил ўзгаришида коллектор занжиридаги кучланиш ўзгариши эмиттер занжиридагига қараганда анча катта бўлади. Демак, транзистор кучланиш ва қувватни кучайтиради. Асбобдан олинаётган юқори қувват коллектор занжирига уланган ток манбаи ҳисобига пайдо бўлади.

Германий элементидан ясалган транзисторлар (кучланиш ва қувват бўйича) 10000 га етадиган кучайтириш беради.

---

[1]) $p-n-p-n$-тип транзисторда ток бўйича кучайтиришни ҳам ҳосил қилса бўлади.

XIII БОБ

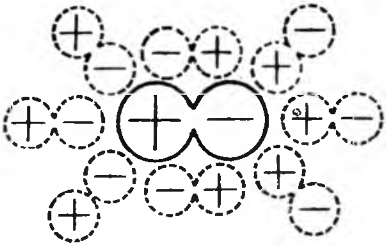
ЭЛЕКТРОЛИТЛАРДА ТОК

79- § Эритмаларда молекулаларнинг диссоциацияси

Токнинг металлар ва электрон ярим ўтказгичлар орқали ўтиши ҳеч қандай химиявий ўзгаришларсиз содир бўлади. Бундай моддалар биринчи тур ўтказгичлар деб аталади. Ток ўтишида химиявий ўзгариш юз берадиган моддалар иккинчи тур ўтказгичлар ёки электролитлар деб аталади. Улар қаторига туз, ишқор ёки кислоталарнинг сувдаги ва бошқа суюқликдаги эритмалари, шунингдек, қаттиқ ҳолатда ион кристалл ҳисобланган туз эритмалари киради.

Электролитларда ток ташувчилар бўлиб молекулалари эритилган модда эритмаларида диссоциацияланадиган (парчаланадиган) ионлар хизмат қилади. Қандай қилиб диссоциация содир бўлишини аниқлаш учун қутбли молекулани, масалан, NaCl ни қараб чиқамиз. Na ва Cl атомлари молекулага бирлашганда электронларнинг қайта тақсимланиши юз беради — Na нинг валент электрони тўлиши учун биттагина электрон етишмаётган Cl атомининг қобиғига гўёки қўшилгандек бўлади. Натижада Na атоми мусбат ионга, Cl атоми эса манфий ионга айланиб қолади. Ҳар иккала ион молекулада электростатик (кулон) ўзаро таъсир кучи билан тутиб турилади. Шунга ўхшаш, исталган бошқа қутбли молекула икки ёки ундан ортиқ сондаги ионлардан ташкил топади.

Эритмада эриган модданинг ҳар бир молекуласи, эритувчи молекулаларининг қуршовида бўлади. Агар эритувчининг молекулалари ҳам қутбли бўлса, у ҳолда улар эриган модда молекулалари яқинида унинг ҳосил қилган электр майдонида ориентацияловчи куч таъсирида бўлади. Шунинг учун эритувчи молекуласи эриган модда молекуласининг мусбат зарядланган қисмига ўзининг манфий „учи“ билан, манфий зарядланган қисмига эса—мусбат „учи“ билан ўгирилиб қолади (178- расм; туташ контур билан эриган модда молекуласи, пунктир контур билан эритувчи модда молекуласи ўралган). Эритувчи модда молекулаларининг бундай жойлашувида уларнинг ўзлари ҳосил қилган майдон эриган модда молекулаларининг турли ишорали



178- расм.

ионлари орасидаги боғланишни бўшаштиради, натижада бу боғланиш иссиқлик ҳаракати энергияси ҳисобига узилган бўлиши мумкин. Бундай ҳолда молекула турли ишорали икки ёки кўп сондаги ионларга ажралади (диссоциацияланади).

Диполь ҳосил қилган майдон кучланганлиги унинг электр моменти қийматига пропорционалдир [(6.5) формулага қаранг]. Шунинг учун диполни ўраб турувчи молекулаларнинг диполь моменти қанчалик катта бўлса, яъни эритувчи сифатида олинган суюқликнинг диэлектрик киритувчанлиги қанчалик катта бўлса, эриган модда молекуласининг ионлари орасидаги боғланиш шунчалик кучлироқ бўшашади. Барча суюқликлар ичида диэлектрик киритувчанлиги энг катта бўлган модда сувдир ($\varepsilon=81$). Шунга мувофиқ сувли эритмалардаги молекулаларнинг диссоциацияси жуда катта бўлади.

Ҳосил бўлган ионлар эритма бўйлаб кеза бошлайди. Агар турли ишорали ионлар етарлича кичик масофага яқинлашса, улар қайтадан бирлашиб молекулага айланиши мумкин. Диссоциация процессига тескари бўлган бу процесс ионларнинг **рекомбинацияси** (ёки **молизация**) деб аталади. Эритмада бир вақтда ҳар икки процесс — барча молекулаларнинг диссоциацияси ва ионларнинг бирлашиб молекулага айланиши (рекомбинацияси) содир бўлади. Бирлик вақтда диссоциацияланган молекулалар сони шу вақт давомида рекомбинацияланиш натижасида ҳосил бўлган молекулаларнинг сонига тенг бўлиб қолса, мувозанат ҳолат юзага келади. Бу ҳолатга маълум диссоциацияланиш даражаси мос келади ва уни эриган модда молекулаларининг қандай қисми диссоциацияланган ҳолатда бўлишини кўрсатувчи α **диссоциацияланиш коэффициенти** билан характерлаш қабул қилинган. Агар бирлик ҳажмдаги эритмада эриган модда молекулаларининг сони n га тенг бўлса, у ҳолда $n'=\alpha n$ та молекула эритмада ион кўринишида бўлади ва $n''=(1-\alpha)n$ та молекула диссоциланмаган молекула кўринишида бўлади.

Эриган модданинг ҳали ионларга ажралмаган ҳар бир молекуласи учун унинг бир секунд давомида диссоциацияланиш эҳтимоли мавжуддир. Демак, вақт бирлиги ичида бирлик ҳажмда диссоциацияланувчи молекулаларнинг сони $\Delta n'$ ҳали ионларга ажралмаган молекулаларнинг сони n'' га пропорционал бўлиши керак:

$$\Delta n' = k'n'' = k'(1-\alpha)n. \tag{79.1}$$

Пропорционаллик коэффициенти k' эритувчи ва эриган модданинг табиатига боғлиқдир. ε нинг қиймати катта бўлган эритувчи моддалар учун k' коэффициент катта бўлади. Бундан ташқари температура ортиши билан у ортиб боради.

Икки хил ишорали ионларнинг учрашиш эҳтимоли мусбат ва манфий ионлар сонига пропорционалдир. У сон ҳам, бу сон ҳам диссоциацияланган молекулалар сони n' га тенгдир. Шунга кўра, рекомбинация туфайли бирлик вақтда ҳажм бирлигида ҳосил бўлган молекулалар сони n'^2 га пропорционал бўлади.

$$\Delta n'' = k''n'^2 = k''\alpha^2 n^2. \tag{79.2}$$

Мувозанат ҳолат учун $\Delta n' = \Delta n''$ бўлади, шунга кўра [(79.1) ва (79.2) ифодага қаранг].

$$k'(1-\alpha)n = k''\alpha^2 n^2,$$

бундан

$$\alpha^2 + \frac{k'}{k''n}\alpha - \frac{k'}{k''n} = 0.$$

Ушбу тенгламанинг иккита ечими

$$\alpha = -\frac{k'}{2k''n} \pm \sqrt{\frac{k'^2}{4k''^2 n^2} + \frac{k'}{k''n}},$$

илдиз олдида „—" ишорали ечимини ташлаб юбориш керак, чунки α манфий бўлиши мумкин эмас. Бошқа ечимни

$$\alpha = \frac{k'}{2k''n}\left(\sqrt{1 + \frac{4k''n'}{k'}} - 1\right) \tag{79.3}$$

кўринишга келтириш осон.

Бу формула тақрибий формуладир. Агар ҳар бир эриган модда молекуласи ўзининг қўшниси сифатида фақат эритувчи молекуласига эга бўлса, k' ва k'' коэффициентларни ўзгармас деб ҳисоблаш мумкин (бу ҳол концентрацияси нисбатан кичик бўлган эритмаларда учрайди). Катта концентрацияларда ҳар бир молекула эритувчи ҳамда эриган модда молекуласи қуршовида бўлади, натижада диссоциланиш эҳтимоли ўзгаради. Шунингдек, турли ишорали ионлар учрашганда ҳам рекомбинацияланиш эҳтимоли ўзгаради.

n нинг кичик қийматларида $\left(\frac{4k''n}{k'} \ll 1 \text{ бўлганда}\right)$ (79.3) функцияни тақрибан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\alpha \approx \frac{k'}{2k''n}\left(1 + \frac{2k''n}{k'} - 1\right) = 1. \tag{79.4}$$

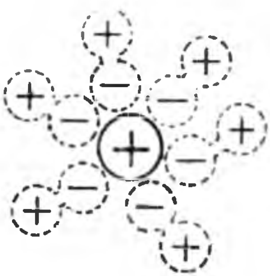
Демак, жуда ҳам суюлтирилган эритмаларда эриган модданинг деярли ҳамма молекулалари диссоциланган бўлади. Бу ҳол n нинг кичик қийматларида ионларнинг деярли бир-бирлари билан тўқнашмаслиги орқали тушунтирилади; шунинг учун рекомбинация содир бўлмайди ва вақт ўтиши билан барча молекулалар ионларга ажралади.

n нинг катта қийматларида $\left(\sqrt{\frac{4k''n}{k'}}\right.$ га нисбатан, **айниқса** $\frac{4k''n}{k'}$ га нисбатан бирни ҳисобга олмаса ҳам бўлган ҳолда$\left.\right)$ (79.3) ифода

$$\alpha \approx \frac{k'}{2k''n}\sqrt{\frac{4k''n}{k'}} = \sqrt{\frac{k'}{k''n}} \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$$

кўринишни олади.

Бу ҳолда диссоциланиш коэффициенти α жуда кичик бўлиб $\left(\text{шартга кўра } \frac{4k''n}{k'} \gg 1\right)$, демак, $\left(\frac{k'}{k''n} \ll 1\right)$, концентрациянинг ортиши билан $\frac{1}{\sqrt{n}}$ га пропорционал ҳолда камайиб боради.

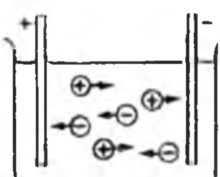


179- расм.

Унча юқори бўлмаган температураларда ионлар уларга ёпишиб қолган эритувчи молекулалари билан ўралган бўлади (179- расм; манфий ион учун ҳам худди шундай манзара кузатилади). Бу ҳодисага ионларнинг сольватланиши (сувдаги эритмалар ҳоли учун — гидратланиш) деб аталади, ионлардан ҳосил бўлган ва эритувчи молекулаларидан тузилган қобиқнинг куч майдони томонидан ушлаб турилувчи маҳсулотни эса сольват деб аталади. Бирмунча интенсив бўлган иссиқлик ҳаракати сольват қобиғини ҳосил қилувчи ион ва молекула орасидаги боғланишни бузади. Шунинг учун температура кўтарилганда сольват ўлчамлари тобора кичрая боради ва ниҳоят катта температурада сольват қобиқ йўқолади.

80- §. Электролиз

Агар электролитга қаттиқ ўтказгич пластинкалар (электродлар) туширилса ва уларга кучланиш берилса, ионлар ҳаракатга келади ва электр токи (180-расм) ҳосил бўлади. Мусбат зарядланган ионлар манфий электрод (катод) га томон ҳаракатланади, шу сабабли уларни катионлар деб аталади. Манфий ионлар мусбат электрод (анод) га томон ҳаракатланиб, уларни анионлар деб аталади.



180- расм.

Ионлар тегишли электродга етиб борганда унга ортиқча электронларини беради ёки етишмовчи электронини олади ва нейтрал атом ёки молекулаларга айланади. Электролит ва электродларнинг химиявий табиатига қараб нейтралланган ионлар ё электродларда ажралади, ё электрод ёки эритувчи билан химиявий реакцияга киришади. Нейтралланган ионлар киришадиган химиявий реакциялар иккиламчи деб аталади. Иккиламчи реакция маҳсулотлари электродларда ажралади ёки эритмага ўтади.

Шундай қилиб, электролит орқали ток ўтиши электродларда электролитнинг таркибий қисмлари ажралиши билан кузатилади. Бу ҳодиса электролиз номини олган.

Бир қанча мисолларни қараб чиқамиз.

1. Электролит сифатида хлорид кислотанинг сувдаги эритмасини оламиз. Эритмадан HCl молекуласи мусбат зарядланган H^+ водород ионига ва манфий зарядланган Cl^- хлор ионига диссоциланади:

$$HCl \rightleftarrows H^+ + Cl^-.$$

Хлор ионлари анодга етиб келиб, ортиқча электронларини беради ва хлорнинг нейтрал атомларига айланади ва тезда жуфт-жуфт бўлиб бирлашгандан сўнг молекулага айланади:

$$2Cl^- - 2e^- \rightarrow Cl_2.$$

Водород атомлари катодда нейтралланиб, H_2 молекулага айланади:

$$2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2.$$

Демак, электролиз вақтида эриган модда сарф бўлади, электродларда эса газсимон хлор ва водород ажралади. Бу ҳолда иккиламчи реакция юз бермайди.

2. Электролит сифатида сульфат кислотанинг сувдаги эритмасини олайлик. Эритмада H_2SO_4 молекуласи иккита мусбат бир зарядли водород иони ва икки зарядли SO_4^{--} манфий ионига диссоциланади:

$$H_2SO_4 \rightleftarrows 2H^+ + SO_4^{--}.$$

Электродларда қуйидаги процесслар боради:

$$2H^+ + 2e^- \rightarrow H_2,$$

$$SO_4^{--} - 2e^- \rightarrow SO_4.$$

Водород катодда пуфакчалар кўринишида ажралади. SO_4 атомларнинг нейтрал тўплами химиявий жиҳатидан жуда актив бўлиб, иккиламчи реакцияга киришади. Агар электродлар, масалан, платина ёки никелдан тайёрланган бўлса, SO_4 сув билан реакцияга киришади:

$$SO_4 + H_2O \rightarrow H_2SO_4 + \frac{1}{2} O_2.$$

Сульфат кислота молекуласи эритмага тушади, кислород анодда пуфакча кўринишида ажралади. Натижада сувнинг таркибий қисмларининг ажралиши билан унинг парчаланиши содир бўлади. Бу ҳолда иккиламчи реакция эритувчи билан бўлади.

3. Мис электродлари мис купоросининг сувда эритмасига туширилган. Диссоциация $CuSO_4 \rightleftarrows Cu^{++} + SO_4^{--}$ схема бўйича бўлади. Нейтралланган мис атомлари катодда қаттиқ чўкинди кўринишида ажралиб чиқади. SO_4 нинг нейтрал тўпламн сувга қараганда мис билан яхшироқ реакцияга киришади. Шунинг учун ҳам иккиламчи реакция анод материали билан бўлади:

$$SO_4 + Cu \rightarrow CuSO_4.$$

Ҳосил бўлган молекула эритмага ўтади. Шундай қилиб, электролиз давомида аноднинг эриши ва миснинг катодга ўтириб қолиши содир бўлади, натижада электролит ўзгармай қолади.

81-§. Фарадей қонунлари

Фарадей 1836 йилда электролиз қонунларини экспериментал равишда аниқлади. Бу қонунлар жуда соддадир. Улардан бири *электродда ажралган модда миқдори электролит орқали ўтган заряд миқдорига пропорционал* эканлигини тасдиқлайди:

$$m = Kq = K \int_0^t i\,dt, \tag{81.1}$$

бунда m — ажралган модда массаси K — модда табиатига боғлиқ бўлган ва электрохимиявий эквивалент деб аталувчи коэффициент.

$q = 1$ бўлганда m сон жиҳатидан K га тенг бўлади. Демак, электрохимиявий эквивалент — электролит орқали бир бирлик заряд ўтганда ажралган модда массасини билдиради.

Фарадейнинг иккинчи қонуни модданинг K электрохимиявий эквивалентини унинг химиявий эквиваленти A/z (A — атом оғирлик, z — берилган модда валентлиги) билан боғлайди[1].

---

[1]) Сон жиҳатидан берилган элемент массасига тенг бўлган, граммларда (ёки килограммларда) ифодаланган химиявий бирикмаларда 1,0078 *г* (шунга мувофиқ *кг*) водороднинг ўрнини босадиган ўлчамсиз катталикка элементнинг химиявий эквиваленти деб аталади.

Химиявий бирикмаларда берилган элементнинг битта атоми билан ўрин алмашинадиган водород атомлари сони элементнинг z валентлиги деб аталади.

Бир валентли элемент учун химиявий эквивалент унинг атом оғирлигига тенгдир. z валентли элемент учун химиявий эквивалент A/z га тенг.

Массаси граммларда ифодаланган, сон жиҳатидан химиявий эквивалентга тенг бўлган элемент миқдори грамм-эквивалент деб аталади. Массаси A/z килограммга тенг бўлган модда миқдори килограмм-эквивалент деб аталади.

Химиявий эквивалент, шунингдек, грамм-эквивалент ва килограмм-эквивалент тушунчаларини электролиз вақтида электродларда ажраладиган атомлар тўпламларига ҳам қўллаш мумкин.

Бу қонун қуйидагича таърифланади, ***барча моддаларнинг электрохимиявий эквивалентлари уларнинг химиявий эквивалентларига пропорционалдир.*** Пропорционаллик коэффициентини $1/F$ кўринишда ёзилади. F катталикни **Фарадей сони** деб аталади. Эндиликда Фарадейнинг иккинчи қонуни ифодаси қуйидагича кўринишга эга бўлади:

$$K=\frac{1}{F}\frac{A}{z}. \tag{81.2}$$

(81.2) ифодани (81.1) формулага қўйиб, ҳар икки қонунни бирлаштирамиз. Натижада

$$m=\frac{A}{z}\frac{q}{F} \tag{81.3}$$

ҳосил бўлади.

q сон жиҳатдан F га тенг бўлганда m масса сон жиҳатдан A/z билан мос тушади. Шундай қилиб, электродда исталган модданинг килограмм-эквивалент ёки грамм-эквивалент қисмини ажратиш учун электролит орқали сон жиҳатдан F га тенг бўлган электр миқдорининг ўтказилиши талаб этилади. Тажриба йўли билан

$$F=96{,}497\cdot10^{6}\ \frac{\text{кулон}}{\text{килограмм-эквивалент}} \tag{81.4}$$

(тахминан $96{,}5\cdot10^{6}$ *к/кг-экв.*)

ёки

$$F=96497\ \frac{\text{кулон}}{\text{грамм-эквивалент}}$$

экани аниқланган.

Фарадей қонунлари электрнинг атом (яъни дискрет) табиатини аниқлашда катта роль ўйнайди. Исталган модданинг килограмм-эквиваленти $N'=N_A/z$ (N_A — Авогадро сони) атомни ўзига олади. Демак, N_A/z ион F га тенг заряд ташиб ўтади. Ҳар бир ионга

$$e'=\frac{F}{N'}=\frac{F}{N_A}z$$

заряд тўғри келади.

Шундай қилиб, ион заряди

$$e=\frac{F}{N_A} \tag{81.5}$$

элементар зарядга бутун каррали экан.

(81.5) га (81.4) даги F нинг қийматини қўйсак ва $N_A=6{,}02\cdot10^{26}$ киломоль$^{-1}$ қийматни қўйсак, элементар заряд катталиги (66.11) га олиб келишига ишонч ҳосил қилишни ўқувчининг ўзига ҳавола қиламиз.

(81.5) муносабат Авогадро сонини аниқлаш учун фойдаланилган эди. Бунда F ўрнига электролиз тажрибаларидан топилган қийматни ва e ўрнига Милликен топган қийматни (60-§ га қаранг) қўйилган эди.

82-§. Электролитик ўтказувчанлик

Электр майдони ҳосил қилинганда ионларнинг хаотик иссиқлик ҳаракати мусбат ионларнинг майдон йўналиши бўйлаб тартибли ҳаракати, манфий ионларнинг майдон йўналишига қарши тартибли ҳаракати йўлга қўйилади. Ионларнинг ўлчамлари (айниқса сольватларда) электронларнинг ўлчамларига қараганда анча каттадир, шунинг учун ионни ўраб олган молекулалар унга узлуксиз таъсир қилиб туради (эслатиб ўтамизки, металлардаги электронларнинг ион панжаралари орасида тўқнашгунча қилган ҳаракатини эркин деб ҳисоблаш мумкин). Бу таъсир шунга олиб келадики, ион шарча сингари қовушоқ муҳитда ўзининг ҳаракати давомида тезлигига пропорционал бўлган қаршиликка учрайди. Демак, E майдон кучланганлигининг ҳар бир қийматига ионларнинг текис ҳаракати натижасида юзага келган

$$e'E = ku$$

шартдан аниқланувчи u тезлик қиймати мос келади, бунда e' — ион заряди, k—ион тезлиги билан ион ҳаракатига тусқинлик қилувчи муҳитнинг қаршилик кучи орасидаги пропорционаллик коэффициенти.

Шундай қилиб, E майдон кучланганлиги таъсири остида ион (майдон йўналишида ёки майдонга қарши йўналишда) ўзгармас

$$u = \frac{e'}{k} E \qquad (82.1)$$

тезлик билан ҳаракат қилади.

Бу ифодани (73.6) формула билан солиштириб, бунда e'/k нисбат ионнинг қўзғалувчанлиги u_0 эканлигини кўрамиз. Турли ишорали ионлар турли катталикдаги e' зарядга эга бўлиши мумкин, бундан ташқари улар учун k коэффициент турли хил бўлади. Шунинг учун турли ишорали ионлар турли хил u_0 қўзғалувчанликка эгадир.

Ионларнинг қўзғалувчанлиги эритувчининг табиати ва хусусиятига боғлиқ. Температура кўтарилиши билан қўзғалувчанлик ортади. Бу ҳол ион ҳаракатланаётган муҳит қовушоқлигининг камайиши ҳисобига содир бўлади, бундан ташқари температура кўтарилганда ионларни ўраб турувчи сольват қобиқларининг ўлчами камайиши ҳисобига ҳам содир бўлади.

Электролитларда ионларнинг қўзғалувчанлиги жуда ҳам кичикдир. Хона температурасида сувдаги эритмалар учун у тахминан $10^{-8} \div 10^{-7} \frac{м/сек}{в/м} \left(10^{-4} \div 10^{-3} \frac{см/сек}{в/см}\right)$ ни ташкил қилади. Металларда электронларнинг қўзғалувчанлиги тахминан тўрт тартибга $\left(\sim 10^{-4} \frac{м/сек}{в/м}\right)$ каттадир.

Ионлар ҳаракати зичлиги

$$j = (n^+e^+u_0^+ + n^-e^-u_0^-)\,E$$

га тенг бўлган электр токини ҳосил қилади, бунда n^+ — бирлик ҳажмдаги мусбат ионлар сони, e^+ — заряд, u_0^+ — мусбат ионларнинг қўзғалувчанлиги, n^-e^- ва u_0^- — манфий ионлар учун юқоридагига ўхшаш катталиклар [(131.4) формула билан солиштиринг].

Қавслар ичида турган катталик E га боғлиқ бўлмайди Демак, электролитлардаги ток зичлиги майдон кучланганлигига пропорционалдир. Бу ҳол электролитлар учун Ом қонуни тўғри эканлигини билдиради.

Агар молекулалар иккита ионга диссоциланса, у ҳолда $e^+ = e^- = e'$ ва $n^+ = n^- = n' = \alpha n$ (диссоциланган молекулалар сони). Бу ҳолда

$$j = \alpha\, ne'\,(u_0^+ + u_0^-)E. \tag{82.2}$$

(82.2) ифода электродлардан бирор масофадагина тўғри бўлади. Электродларнинг бевосита яқинида токни фақат бир хил ишорали ионлар: анод яқинида анионлар ва катод яқинида катионлар ҳосил қилади.

(82.2) формулага мувофиқ электролитларнинг ўтказувчанлиги қуйидаги ифода билан аниқланади:

$$\sigma = \alpha ne'\,(u_0^+ + u_0^-).$$

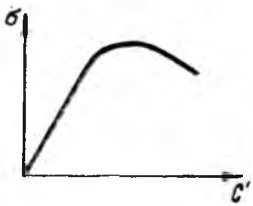
Бу ифодани килограмм-эквивалент эриган моддадаги молекулалар сони $N' = \frac{N_A}{z}$ га кўпайтирамиз ва бўламиз:

$$\sigma = \alpha \frac{n}{N'}\,(e'N')\,(u_0^+ + u_0^-)$$

$e'N'$ кўпайтма F Фарадей сонига тенг. n/N' нисбат ҳажм бирлигидаги эритмада эриган модданинг килограмм-эквивалент миқдорини беради: уни эриган модданинг **эквивалент концентрацияси** деб аталади. Бу концентрацияни η ҳарфи билан белгилаймиз, у вақтда электролит ўтказувчанлиги учун ёзилган ифодага қуйидаги кўринишни бериш мумкин:

$$\sigma = \alpha\eta F\,(u_0^+ + u_0^-). \tag{82.3}$$

Температура кўтарилганда диссоциацияланиш коэффициенти α ва ионларнинг қўзғалувчанлиги орта боради. Шунинг учун σ электролитларнинг ўтказувчанлиги температура билан бирга ортиб боради. Ўтказувчанликнинг концентрацияга боғлиқлиги анчагина мураккаб экан. Бунга сабаб шуки, σ катталик η га ва бевосита α га боғлиқдир. Концентрация кичик бўлганда, яъни $\alpha \approx 1$ [(79.4) формулага қаранг] да σ катталик η га пропорцио-



181- расм.

нал ортиб боради. Кейинчалик η нинг ортиши билан α диссоциацияланиш коэффициенти камая бошлайди: шунинг учун ўтказувчанликнинг ўсиши секинлаша боради, ҳатто кейинчалик камая бошлайди. 181-расмда сульфат кислота сувдаги эритмасининг ўтказувчанлиги σ нинг эритманинг нисбий концентрацияси c' га боғлиқлиги кўрсатилган.

83-§. Электролизнинг техникада қўлланилиши

Электролиздан техникада кўп қўлланилади. Улардан баъзиларини қисқача характерлаб ўтамиз.

1. Гальванопластика. 1837 йилда Б. С. Якоби электролиз ёрдамида модель рельефларидан металл нусхаларни олишда фойдаланди. Мум ёки бирор бошқа пластик материалдан ишланган моделни ўтказувчан қатлам ҳосил қилиш учун графит порошоги билан қопланади, сўнгра электролиз вақтида ундан катод сифатида фойдаланилади. Электролит сифатида нусхани қандай металлдан олиниши керак бўлса, ўша металлни ўз ичига олган тузли эритмаси олинади. Катодда модель рельефини аниқ акс эттирувчи металл қатлам кўринишида ажралиб чиқади. Олинган нусхани мум ёки пластик материалдан (катоддан) осонгина ажратиб олинади. Баъзан шундай усул билан типография клишелари тайёрланади.

2. Гальваностегия. Электролиз ёрдамида металл буюмлар сиртига юпқа қатламда бошқа металл юритилади. Бу, зийнатли қилиш мақсадида (олтин, кумуш, платина юритиш), шунингдек, коррозияга қарши қопламалар яратиш учун (никеллаш, хромлаш, кадмийлаш ва бошқалар) қилинади.

3. Электрометаллургия. Эритилган рудаларни электролиз қилиш йўли билан алюминий, натрий, магний, бериллий ва бошқа металлар ажратиб олинади. Масалан, алюминий олиш учун хом ашё бўлиб, лой тупроққа эга бўлган минерал (Al_2O_3)— бокситлар хизмат қилади. Электродлар сифатида кўмир пластинкалар қўлланилади. Ток ўтишидан ажралган иссиқлик ҳисобига рудалар эриган ҳолатда ушлаб турилади.

Электролиз шунингдек, металларни рафинлаш (яъни тозалаш) учун ҳам қўлланилади. Бунинг учун тегишли электролитик ваннада металлдан тозаланувчи пластинка анод сифатида уланади. Тозаланувчи металл тузининг эритмаси электролит бўлиб хизмат қилади. Тегишлича танланган кучланишда катодда фақат мавжуд металл ажралади, аралашма эса чўкинди сифатида тушиб қолади. Шундай йўл билан, масалан, электролитик деб аталувчи тоза мис олинади.

4. Электролитик пардозлаш. Электрод сиртига ўтирувчи ёки электроддан эритмага ўтувчи модда миқдори ток зичлигига пропорционалдир. Бўртиқ ерларда, маълумки, E майдон кучланганлиги катта, демак, бу ерларда ток зичлиги ҳам каттадир: чуқурликларда, аксинча ток зичлиги кам бўлади. Шунга кўра, агар дағал сиртга эга бўлган буюмни тегишли йўл билан танланган электролитик ваннада анод қилинса, у ҳолда бўртиқ ерлардан чуқурликларга қараганда эритмага кўп металл ўтади ва дағаллик текислана боради. Металларнинг электрополировкаси шу принципга асосланади.

5. Оғир сув олиш. Оғир сув (D_2O) деб, водород атомлари атом оғирлиги 2 булган унинг изотопи – дейтерий (D) атоми билан алмашган сувга айтилади. Оддий сувда оз миқдорда оғир сув бўлади. D^+ ионлари H^+ ионларига қараганда кам ҳаракатчан бўлади. Шунинг учун электролиз вақтида ажралувчи газда оғир водород оддий сувдагига қараганда нисбатан камроқ миқдорда бўлади; электролитда эса оғир сув концентрацияси ортиб боради. Агар электролизни узоқ вақт давом эттирилса, кўпроқ D_2O молекулага эга бўлган сувни олиш мумкин бўлади.

6. Электролитик конденсаторлар. Агар борли ишқор эритмасига (бор кислота ва аммиак аралашмаси) алюмин электродлар ботирилса ва уларга кучланиш берилса, у ҳолда анод тезда ўтказмовчи юпқа алюмин оксиди қатлами билан қопланади ва ток ўтиши тўхтайди. Изоляцияловчи қатлам электролиз ҳисобига ушлаб турилади ва қутблар ўзгартирилганда йўқолиб кетади. Шундай қилиб, анод ва электролит юпқа қатламли изолятор билан ажратилган бўлиб қолади ва жуда катта сиғимли конденсаторни ҳосил қилади (конденсатор сиғими қопламалар орасидаги масофага тескари пропорционал).

„Қуруқ" электролитик конденсаторларда электролит қуюқ паста кўринишида тайёрланади ва уни қатламлар орасига жойлаштириладиган қоғоз қатламга шимдирилади. Бундай конденсаторлар унча катта бўлмаган ўлчамда юзлаб микрофарада тартибли сиғимга эга бўлади. Уларни занжирга улашда белгиланган қутбларга қатъий риоя қилиш керак. Агар сиртида оксид қатлами ҳосил бўлган электродни занжирнинг минус қутбига уланса (яъни тескари йўналишда уланса), у ҳолда изоляцияловчи қатлам йўқолади ва ток кучи кескин ортади, бу конденсаторнинг бузилишига олиб келади. Бундай ҳар бир конденсатор маълум чегаравий кучланишга мўлжалланган бўлади, кучланиш ундан ортиб кетганда изоляцияловчи қатлам тешилади ва конденсатор ишдан чиқади.

XIV БОБ

ГАЗЛАРДА ЭЛЕКТР ТОКИ

84-§. Газ разрядининг турлари

Электр токининг газлар орқали ўтишига **газ разряди** дейилади. Металларда, ярим ўтказгичларда ва электролитларда ток ташувчилар ток утиши билан боғлиқ бўлган процесслардан қатъи назар доимо мавжуддир; электр майдони мавжуд зарядларни фақат тартибга солади. Газлар нормал ҳолда изолятор ҳисобланиб, уларда ток ташувчилар булмайди. Фақат махсус шарт-шароитлар юзага келтирилганда газларда ток ташувчилар (ионлар, электронлар) пайдо бўлиб, электр разряди вужудга келади.

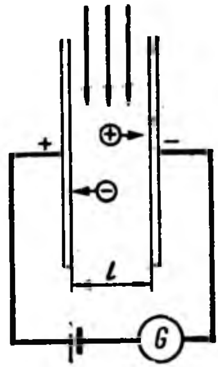
Газларда ток ташувчилар электр майдонининг мавжудлиги билан боғлиқ булмаган ташқи таъсирлар натижасида ҳосил булиши мумкин. Бундай ҳолда газларнинг **мустақил булмаган утказувчанлиги** ҳақида гап боради. Мустақил бўлмаган разряд газларни юқори температурагача қиздириш билан (термик ионизация), ультрабинафша ёки рентген нурлари таъсири билан, шунингдек, радиоактив модда нурланишининг таъсири остида юзага келиши мумкин.

Агар ток ташувчилар газга қуйилган электр майдони натижасида юзага келса, утказувчанлик **мустақил** деб аталади.

Газ разрядининг характери купгина факторларга боғлиқдир: газ ва электродларнинг химиявий табиатига, газнинг температураси ва босимига, электродларнинг шакли, ўлчами ва узаро жойланишига, кучланишга, токнинг зичлиги ва қувватига ва шунга ухшашлар. Шунинг учун газ разряди жуда турли-туман шаклларни қабул қилиши мумкин. Хусусан, нурланиш ва товуш эффектлари — шивиллаш, шовқин ва чарсиллашлар билан кузатилиши мумкин.

85-§. Мустақил бўлмаган газ разряди

Ясси параллел пластинкалар орасидаги газга (182-расм) бирор узлуксиз узгармас интенсивлик билан ионловчи агент таъсир қилсин (масалан, рентген нурлари). Ионизатор таъсири газнинг айрим молекулаларидан[1]) бир ёки бир нечта электроннинг ажралиб чиқишига олиб келади, натижада мавжуд молекулалар мусбат зарядланган ионларга айланади. Унча паст бўлмаган босимларда ажралиб чиққан электронларни одатда нейтрал молекулалар ўзига қўшиб олади, шу асосда манфий зарядланган ионлар бўлиб қоладилар. Бир секундда бирлик ҳажмда ионизатор таъсири остида ҳосил бўлган ионлар жуфтининг сонини Δn_i орқали белгилаймиз.



182- расм.

Газларда ионизация процесси билан бирга ионларнинг рекомбинацияси ҳам содир бўлади (яъни турли ишорали ионларнинг учрашганда нейтралланиши ёки мусбат ион ва электронни нейтрал молекулага қайта бирлашуви). Бир секундда бирлик ҳажмда электролитлардаги сингари [(79.2) формулага қаранг] рекомбинацияланувчи Δn_r ионлар жуфтининг миқдори бирлик ҳажмдаги жуфт ионлар сони n нинг квадратига пропорционалдир:

$$\Delta n_r = rn^2 \tag{85.1}$$

(r—пропорционаллик коэффициенти).

Мувозанат ҳолатда Δn_i тенг бўлиши керак Δn_r га, яъни

$$\Delta n_i = rn^2. \tag{85.2}$$

Бундан ионларнинг мувозанатли концентрацияси (бирлик ҳажмдаги жуфт ионларнинг сони) учун қуйидаги ифода ҳосил қилинади:

$$n = \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}} \tag{85.3}$$

Космик нурланиш ва Ер қобиғида бўлган радиоактив модда қолдиқлари таъсири остида ҳаво атмосферасида ҳар бир секундда 1 $см^3$ да ўртача бир қанча жуфт ионлар ҳосил бўлади. Ҳаво учун коэффициент $r = 1{,}6 \cdot 10^{-6} см^3 \cdot сек^{-1}$ бўлади. Ионларнинг мувозанатли концентрациялари тахминан 10^3 $см^{-3}$ ни ташкил қилади. Сезиларли даражадаги ўтказувчанликни ҳосил қилиш учун ушбу концентрация кифоя қилмайди. Маълумки, тоза, қуруқ ҳаво жуда яхши изолятор ҳисобланади.

Агар электродларга кучланиш берилса, ионларнинг камайиши фақатгина рекомбинация туфайли эмас, ионларнинг майдон томонидан электродларга сурилиши ҳисобига ҳам содир бўлади. Ҳажм бирлигидан ҳар бир секундда Δn_j жуфт ион-

---

[1]) Шунингдек, атомларни ҳам биз молекулалар (бир атомли молекулалар) деб ҳисоблаймиз.

лар сўрилаётган бўлсин. Агар ҳар бир ион заряди e' бўлса, у ҳолда электродларда бир жуфт ионларнинг нейтралланиши занжир бўйлаб e' га тенг бўлган заряднинг кўчиши билан рўй беради. Ҳар бир секундда электродга $\Delta n_j Sl$ жуфт ионлар етиб келади (S—электродларнинг юзаси, l—улар орасидаги масофа: Sl электродлараро бўшлиқ ҳажмига тенг). Демак, занжирдаги ток кучи.

$$I = e' \Delta n_j Sl$$

га тенг, бундан

$$\Delta n_j = \frac{I}{e' lS} = \frac{j}{e' l}, \tag{85.4}$$

бу ерда j—ток зичлиги,

Ток мавжуд бўлганда мувозанатлик шарти қуйидагича ёзилган бўлиши керак.

$$\Delta n_i \quad \Delta n_r + \Delta n_j.$$

Бунга Δn_r ва Δn_j учун ёзилган (85.1) ва (85.4) ифодаларни қўйиб,

$$\Delta n_i = rn^2 + \frac{j}{e' l} \tag{85.5}$$

муносабатни ҳосил қиламиз.

Шу билан бирга ток зичлиги учун электролит учун ёзилган (82.2) ифодага ўхшаш ифода ёзилиши мумкин:

$$j = e' n\,(u_0^+ + u_0^-)E, \tag{85.6}$$

бунда u_0^+ ва u_0^- мусбат ва манфий ионларнинг қўзғалувчанлиги. Бу ифодада n (85.5) муносабатдан келиб чиққанидек, j нинг функцияси, яъни E нинг функцияси ҳисобланади.

(85.5) ва (85.6) ифодалардан n ни йўқотиб ҳамда ҳосил бўлган квадрат тенгламани ечиб, j учун қуйидаги формулани топиш мумкин:

$$j = \frac{e'(u_0^+ + u_0^-)^2}{2rl} E^2 \left(\sqrt{1 + \frac{4\Delta n_i r l^2}{(u_0^+ + u_0^-)^2 E^2}} - 1 \right) \tag{85.7}$$

(иккинчи ечими манфий бўлиб, физикавий маънога эга эмас, шунинг учун ташлаб юбориш керак).

Кучли ва кучсиз майдонлар ҳолини қараб чиқамиз.

1. Кучсиз майдонлар ҳолида ток зичлиги жуда ҳам кичик бўлади ва (85.5) муносабатда $j/e'l$ қўшилувчини rn^2 га нисбаган ҳисобга олмаса ҳам бўлади (бу ҳол электродлараро бўшлиқдан ионларнинг камайиши асосан рекомбинация[1]) ҳисобига бўлишини билдиради). У вақтда (85.5) ифода (85.2) га ўтиб

---

[1]) Рекомбинацияланувчи ионлар сони билан майдон томонидан сўриб олинувчи ионлар сони орасидаги шундай муносабат электролитларда ҳам учрайдир.

қолади ва ионларнинг мувозанатли концентрацияси учун (85.3) ифода ҳосил қилинади. n нинг бу қийматини (85.6) га қўйиб

$$j = e' \sqrt{\frac{\Delta n_i}{r}} (u_0^+ + u_0^-) E \qquad (85.8)$$

ни ҳосил қиламиз (бу формула агар $\frac{4\Delta n l r l^2}{(u_0^+ + u_0^-)^2 E^2}$ га нисбатан бирни ҳисобга олинмаса (85.7) дан келиб чиқади).

(85.8) формуладаги E кўпайтувчи майдон кучланганлигига боғлиқ бўлмайди. Демак, кучсиз майдонлар ҳоли учун мустақил бўлмаган газ разряди Ом қонунига бўйсунади.

Газларда ионларнинг қўзғалувчанлиги электролитлардагига қараганда жуда катта бўлади, у тахминан $10^{-4}\,\frac{м/сек}{в/м}\left(1\,\frac{см/сек}{в/см}\right)$ тартибдаги қийматга эга бўлади. Л а н ж е в е н и о н л а р и деб аталувчи баъзи бир ионлар 100—1000 марта кам қўзгалувчанликка эгадир. Улар чанг зарраси, сув томчиси ва ҳоказолар билан бирлашувчи оддий ионларни ифодалайди.

Мувозанатлашган концентрацияда $n = 10^9 м^{-3} = 10^3 см^3$ ва майдон кучланганлиги $E = 1$ $в/м$ бўлганда ток зичлиги (85.6) формулага асосан $j = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^9 (10^{-4} + 10^{-4}) \cdot 1 \sim 10^{-14} а/м^2 = 10^{-18} а/см^2$ ни ташкил қилади (биз ионларни бир зарядли деб ҳисобладик).

2. Кучли майдон ҳолида (85.5) формулада rn^2 қўшилувчини $j/e'l$ га нисбатан ҳисобга олмаса ҳам бўлади. Бу ҳол, амалда ҳосил бўлган барча ионлар рекомбинацияланишга улгурмай электродларга етиб келишини билдиради. Бундай шароитда (85.5) муносабат

$$\Delta n_i = \frac{j}{e' l},$$

бундан

$$j = e' \Delta n_i l \qquad (85.9)$$

кўринишни олади (бу ифодани x нинг кичик қийматлари учун ўринли бўлган $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2} x$ формула бўйича қайта ишлаб (85.7) дан ҳосил қилиш мумкин).

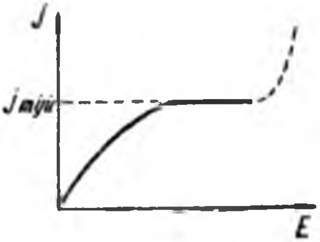
(85.9) ток зичлиги электродлар орасидаги бирлик ўзгармас кўндаланг кесимли газ устунида жойлашган ионизатор томондан ҳосил қилинган ҳамма ионлар билан ҳосил қилинади. Демак, бу ток зичлиги ионизаторнинг мавжуд интенсивлиги ҳамда электродлараро l оралиқ қийматида энг катта ҳисобланади. Уни $j_{тўй}$ тўйиниш токининг зичлиги дейилади.

Қуйидаги шартлар асосида $j_{тўй}$ ни ҳисоблаб чиқамиз. $\Delta n_i = 10^7 м^{-3} = 10 см^{-3}$ (оддий шароитда ҳаво атмосферасида ҳар бир секундда ҳар куб сантиметрда бир неча жуфт ионлар пайдо бўлади), $l = 0{,}1$ $м$ (10 $см$). (85.9) формула бўйича

$$j_{тўй} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^7 \cdot 10^{-1} \sim 10^{-13}\, а/м^2 = 10^{-17}\, а/см^2.$$

Бу ҳисоблаш оддий шароитда ҳавонинг ўтказувчанлиги жуда кичик эканини кўрсатади.

85.7) функция графиги 183-расмда тасвирланган (яхлит эгри чизиқ). Майдон кучланганлиги етарлича катта қийматга эга булганда ток кескин орта бошлайди (эгри чизиқнинг пунктир қисмига қаранг). Бу ҳол, ташқи ионизатор томонидан вужудга келаётган электронлар[1]) эркин югуриш вақтида молекула билан туқнашиб, уни ионлаш учун етарли энергияга эга булишга улгура олиши билан тушунтирилади (зарб билан ионлаш). Бунда ҳосил булган эркин электронлар тезлашиб, уз навбатида ионланишни вужудга келтиради. Шундай қилиб, ташқи ионизатор томонидан ҳосил қилинган бирламчи ионларнинг кучкисимон купайиши ва разряд токининг кучайиши содир булади. Бироқ жараён мустақилмас разряд характерини йуқотмайди, чунки ташқи ионизатор таъсири тухтатилгандан сунг, разряд барча электронлар (бирламчи ва иккиламчи) анодга етмагунга қадар давом этаверади (ионловчи зарра — электронлар мавжуд булган бушлиқнинг орқа чегараси анодга томон силжиб боради). Разряд мустақил булиб қолиши учун икки қарама-қарши йўналган ионлар дастаси мавжуд булиши керак, бу фақат зарб билан ионлаш ҳар икки ишорали зарядларни вужудга келтира олганидагина содир бўлади.



183-расм.

Заряд ташувчиларнинг купайиши ҳисобига кучайган мустақилмас разряд токлари ташқи ионизатор томонидан вужудга келтирилган бирламчи ионлар сонига пропорционал экани жуда муҳимдир. Разряднинг бу хусусиятидан пропорционал счётчикларда фойдаланилади (навбатдаги параграфга қаранг).

86-§ Ионизацион камералар ва счётчиклар

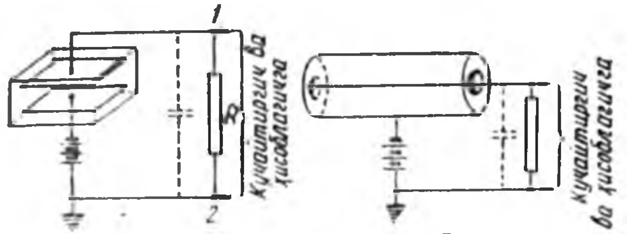
Ионизацион камералар ва счётчиклар — ядро зарраларини қайд қилиш ва ҳисоблаш учун қулланиладиган, шунингдек, рентген ва гамма нурларининг интенсивлигини улчаш учун ишлатиладиган асбобларнинг ишлаш принципи мустақилмас газ разрядидан фойдаланишга асослангандир.

Ионизацион камера ва счётчикнинг принципиал схемаси бир хил (184-расм). Улар фақат ишлаш режими ва конструкциясининг узига хослиги билан бир-биридан фарқ қилади.

---

[1]) Эркин югуриш узунлигининг катталиги туфайли электронлар газ ионларига қараганда ионлантиришни вужудга келтириш хусусиятига олдинроқ эга булади.

Счётчик цилиндрик корпусдан ва унинг ўқи бўйлаб изоляторлар орқали ингичка ип (анод) кўринишида маҳкамланган электроддан ташкил топган (184- *б* расм). Бунда счётчик корпуси иккинчи электрод (катод) бўлиб хизмат қилади. Айрим ҳолларда счётчикни шиша ғилоф ичига жойлаштирилади. Ионлантирувчи зарралар кириши учун счётчикнинг учида алю-



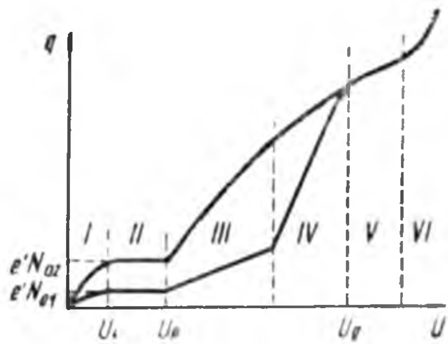
а *б*

184- расм.

миний зар ёки слюдадан дарча (тешик) ишланади. Рентген ва гамма-нурлар каби баъзи зарралар счётчик ионизацион камерага бевосита уларнинг деворлари орқали ўтади. Ионизацион камера турли шаклдаги электродларга эга бўлиши мумкин (184- *а* расм). Хусусан, улар худди счётчикдаги сингари ёки ясси-параллел пластинка ва ҳоказо шаклларга эга бўлиши мумкин.

Электродлар орасидаги соҳага N_0 жуфт бирламчи ионлар (электрон ва мусбат ионлар) ни вужудга келтирадиган тез ҳаракатланувчи зарядланган зарра (масалан, α ёки β-зарра) учиб кираётган бўлсин. Ҳосил бўлган ионлар майдон таъсирида электродларга томон олиб кетилади, натижада R қаршилик орқали маълум миқдор q заряд ўтади, биз уни ток импульси деб атаймиз. 185- расмда катталиги жиҳатидан бир-биридан уч карра ($N_{02} = 3\,N_{01}$) фарқ қилувчи икки хил миқдордаги N_0 бирламчи ионлар учун q ток импульси билан электродларнинг U кучланиш орасидаги боғланиш келтирилган. Графикдан рим рақамлари билан белгиланган олтита турли хил соҳаларни ажратиш мумкин. I ва II соҳалар аввалги параграфда батафсил кўрилган эди. Хусусан, II соҳа тўйиниш токини ифодалайди, бунда ионизатор томонидан вужудга келтирилган барча ионлар рекомбинацияланишга улгурмасданоқ, электродларга етиб боради. Бунда ток импульсининг кучланишга боғлиқ эмаслиги табиийдир.

Кучланишнинг U_n қийматидан бошлаб майдон шундай қийматга эришадики, унда электронлар газ молекулаларига урилиши натижасида молекулани ионлаштиради. Шунинг учун электронлар ва мусбат ионлар миқдори кучкисимон ортиб боради. Натижада электродларнинг ҳар бирига AN_0 ионлар келиб тушади. A катталикни **газ кучайиш коэффициенти** дейилади. III соҳада бу коэффициент бирламчи ионлар сони N_0 га боғлиқ булмайди (бироқ кучланишга боғлиқдир). Шунинг учун, агар кучланиш узгармас сақланса, ток импульси ионизатор томонидан ҳосил қилинган бирламчи ионлар миқдорига пропорционал булади. III соҳа **пропорционаллик соҳаси** деб аталади, U_p кучланиш эса **пропорционаллик соҳа бусағаси** деб аталади. Бу соҳада газ кучайтириш коэффициенти дастлаб 1 дан охирида $10^3 \div 10^4$ гача ўзгаради (185-расм q уқ буйлаб масштабга риоя қилинмаган ҳолда бажарилган; фақат II ва III соҳаларда эгри чизиқ ординаталарининг оралиқлари 1:3 муносабатда олинган).



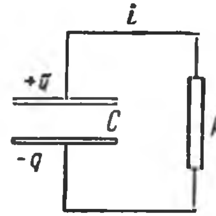
185-расм

Қисман пропорционаллик соҳаси деб аталувчи IV соҳада A газ кучайтириш коэффициенти борган сари N_0 га боғлиқ булиб боради, натижада турли миқдордаги бирламчи ионлардан вужудга келган ток импульсларидаги фарқ борган сари йуқола боради

V соҳаларга мос келувчи кучланишларда (унга **Гейгер соҳаси** дейилади, U_g кучланишни эса шу соҳа бусағаси деб аталади) жараён мустақил разряд характерига эга була боради. Бирламчи ионлар фақат унинг вужудга келиши учун бошланғич турткини вужудга келтиради. Бу соҳада ток импульсининг қиймати бирламчи ионларга мутлақо боғлиқ булмайди.

VI соҳада кучланиш шунчалик каттаки, ҳосил булган разряд кейинчалик тухтамайди. Шунинг учун уни **узлуксиз разряд соҳаси** деб аталади.

Ионизацион камера. Газ кучайтиришисиз, яъни II соҳага мос келувчи кучланишларда ишлайдиган асбобга ионизацион камера деб айтилади. Ионизацион камеранинг икки тури мавжуд. Камераларнинг биринчи тури айрим зарралар вужудга келтирган импульсларни қайд қилиш учун қулланилади (импульсли камералар). Зарра камерага учиб кирганда бир қанча ионларни ҳосил қилади, натижада R қаршилик орқали i ток ута бошлайди. Бунда 1 нуқтанинг потенциали (184-a расмга қаранг) ортади ва iR га тенг булади (дастлаб бу нуқтанинг потенциали ерга уланган 2 нуқтанинг потенциали каби эди) Бу потенциал кучайтиргичга келади ва кучайтирилгандан кейин ҳисоблаш қурилмасини (счётчикни) ишга туширади. Ички электродга тушган зарядларнинг ҳаммаси R қаршилик орқали утади, сунгра ток тухтайди ва 1 нуқта потенциали яна нолга тенг булиб қолади. Камеранинг ишлаш характери битта зарра вужудга келтирган ток импульсининг давомийлигига боғлиқдир.



186- расм.

Импульснинг давомийлиги нимага боғлиқ эканлигини аниқлаш учун C конденсатор ва R қаршиликдан тузилган занжирни қараб чиқамиз (186- расм). Агар конденсатор қопламаларига q катталикдаги турли ишорали зарядлар берилса, R қаршилик орқали ток утади, натижада конденсатор қопламаларидаги q заряд миқдори камайиб боради. Қаршиликдаги кучланишнинг оний қиймати $U = q/C$ га тенг. Демак, ток кучи

$$i = \frac{U}{R} = \frac{q}{RC}. \tag{86.1}$$

Қопламалардаги заряд камайиши $-dq = idt$. Шундай қилиб, (86.1) тенгламадаги i ни $-\frac{dq}{dt}$ орқали алмаштириш мумкин. Натижада қуйидаги дифференциал тенглама ҳосил қилинади:

$$-\frac{dq}{dt} = \frac{q}{RC}.$$

Ўзгарувчиларни ажратиб,

$$\frac{dq}{q} = -\frac{1}{RC}dt$$

га эга буламиз.

(86.1) га асосан $\frac{dq}{q} = \frac{di}{i}$. Шунинг учун

$$\frac{di}{i} = -\frac{1}{RC}dt$$

деб ёзиш мумкин.

Бу тенгламани интегралласак,

$$\ln i = -\frac{1}{RC}t + \ln i_0 \tag{86.2}$$

ни беради, бунда $\ln i_o$ орқали интеграллаш константаси белгиланган.

Ниҳоят, (86.2) потенцирлаб

$$i = i_o e^{-\frac{t}{RC}} \tag{86.3}$$

ни ҳосил қиламиз.

$t = 0$ да $i = i_o$ ҳосил қилинади. Шундай қилиб, i_o ток кучининг бошланғич қийматини ифодалайди.

(86.3) ифодадан

$$\tau = RC \tag{86.4}$$

вақт ичида ток кучининг e марта камайиши келиб чиқади. Шунга мувофиқ (86.4) катталик занжирнинг вақт доимийси номини олган.

Бу катталик қанча катта бўлса, занжирда ток шунча секин камайиб боради.

Ионизацион камеранинг схемаси (184- *а* расм) 186-расмда тасвирланган схемага ўхшайди. Бунда C ролини расмда пунктир чизиқ орқали кўрсатилган электродлараро сиғим ўйнайди. R қаршилик қанча катта бўлса, мавжуд ток кучида *1* нуқтанинг кучланиши шунча юқори кўтарилади, демак, импульсни қайд қилиш осон бўлади. Шунинг учун R қаршиликни имкон борича катта қилиб ишлашга ҳаракат қилинади. Шунинг билан бирга, тез кетма-кет келувчи зарралар вужудга келтирган ток импульсларини алоҳида қайд қилиши учун камеранинг вақт доимийси катта бўлмаслиги керак. Шунинг учун импульс камералари учун R нинг катталиги танланаётганда ўзаро келишиш керак бўлади. Кўпинча R ни 10^8 *ом* атрофида олинади. У ҳолда $C = 10^{-11}$ *ф* бўлганда вақт доимийси 10^{-3} *сек* ни ташкил этади.

Ионизацион камеранинг бошқача тури интегралловчи камера деб аталувчи камера ҳисобланади. Унда R тахминан 10 *ом* га тенг бўлади. $C = 10^{-11}$ *ф* да вақт доимийси 10^4 *сек* га тенг бўлади. Бу ҳолда айрим ионловчи зарралар томонидан вужудга келган ток импульслари қўшилишади ва қаршилик орқали қиймати камерада бирлик вақт ичида ҳосил бўладиган ионлар зарядининг йиғиндисини характерлайдиган ўзгармас ток ўтади.

Шундай қилиб, ҳар икки типдаги ионлаш камералари фақат RC вақт доимийсининг қиймати билан фарқ қилади.

Пропорционал счётчиклар. Айрим зарралар юзага келтирган импульслар, агар электродлар орасидаги кучланиш III соҳага (185- расм) тўғри келса, жуда ҳам кучайиши ($10^3 \div 10^4$ марта) мумкин. Бундай режимда ишлайдиган асбобни пропорционал счётчик деб аталади. Счётчикнинг ички электроди диаметри миллиметрнинг юздан бир улушларича бўлган тола кўринишида ишланади. Бу электрод анод вазифасини ўтайди. Электродлар орасидаги майдон кучланғанлиги $\frac{1}{r}$ қонун бўйича ўзгаради [(8.8) формулага қаранг]; шунинг учун ҳам тола яқинида кучланганлик катта қийматларга эга бўлади. Электродлар орасида етарлича катта кучланиш бўлганда тола яқинида вужудга келган электронлар майдон таъсири остида газ молекуласига урилиб, уни ионлаштириш учун етарли энергияга эришади. Натижада ионларнинг „кўпайиши" содир бўлади. Ионларнинг кўпайиши содир бўлаётган ҳажм ўлчамлиги кучланишга боғлиқ ҳолда катталашиб боради. Шунга мувофиқ ҳолда газ кучайиш коэффициенти ҳам ортиб боради.

Бирламчи ионлар сони импульсни юзага келтирган зарраларнинг табиати ва энергиясига боғлиқ. Шунинг учун пропорционал счётчик чиқишидаги импульс катталиги бўйича турли табиатли зарраларни ажратиш мумкин, шунингдек, ўша бир хил табиатли зарраларни уларнинг энергияси бўйича саралаш ҳам мумкин.

Пропорционал счётчиклар нейтронларни ҳисоблаш учун ҳам қўлланилиши мумкин. Бу ҳолда счётчик газсимон (BF_3) уч фторли бор билан тўлдирилади. Нейтронлар масса сони 10 бўлган (B^{10}) бор изотопи билан реакцияга киришади, бунда бирламчи ионланишни вужудга келтирадиган α-зарралар пайдо бўлади.

Гейгер — Мюллер счётчиклари. Импульснинг яна ҳам кучайишига (10^8 гача), счётчикни Гейгер соҳасида (185-расмда V соҳа) ишлашга мажбур этиш йўли билан эришиш мумкин. Бу режимда ишлайдиган счётчикни Гейгер—Мюллер счётчиги деб аталади (қисқача Гейгер счётчиги). Юқорида қайд қилинганидек, бу соҳада разряд мустақил разрядга ўтади, ионловчи зарра томонидан ҳосил қилинган бирламчи ионлар разрядни фақатгина „бошлаб юборади". Шунинг учун импульс катталиги бирламчи ионлаштиришга боғлиқ бўлмайди. Айрим зарралардан ажратилган алоҳида импульсларни ҳосил қилиш учун ҳосил бўлган разрядни тез орада узиш (йўқотиш) керак бўлади. Бунга R ташқи қаршилик ёрдамида (ўзи ўчмайдиган счётчикларда) ёки счётчикнинг ўзида вужудга келадиган процесслар ҳисобига эришиш мумкин. Охирги ҳолдаги счётчикни ўзи ўчадиган счётчик деб аталади.

Разрядни ташқи қаршилик ёрдами билан ўчирилиши қаршилик бўйлаб разряд токи оқиб ўтганда унда катта потенциал тушуви ҳосил бўлиши билан тушунтирилади. Натижада электродлараро оралиққа разрядни ушлаб туриш учун етарли бўлмаган кучланишнинг фақат бир қисми тўғри келади.

Ўзи ўчадиган счётчикларда разрядларнинг тугаши қуйидаги сабаблар билан асосланилади. Электронлар ҳаракатчанлиги мусбат ионларга қараганда жуда катта (тахминан 1000 марта). Шунинг учун электронларнинг толага етиши учун кетган вақт ичида мусбат ионлар ўз жойларидан қўзғалишга улгурмайди. Бу ионлар тола яқинида майдонни кучсизлантирувчи мусбат фазовий зарядни вужудга келтиради ва унда разряд тўхтайди. Бу ҳолда разряднинг тўхташига биз қараб чиқмайдиган қўшимча процесслар тусқинлик қилади. Уни бартараф қилиш учун счётчикни тулдириб турувчи газга (одатда, аргонга) кўп атомли органик газ аралашмаси (масалан, спирт буғлари) қушилади. Бундай счётчик 10^{-4}*сек* тартибдаги интервал билан кетма-кет келувчи зарра импульсларини ажрата олади.

87-§. Мустақил разрядда ток ташувчиларни юзага келтирувчи процесслар

Ток ташувчилар — электронлар ва ионлар — мустақил разрядда турли процесслар ҳисобига ҳосил булиши мумкин, биз улардан баъзиларини разряднинг айрим турларини баён этишга утишдан олдин қараб чиқамиз.

Электронларнинг молекулалар билан туқнашуви. Электронларнинг (шунингдек, ионларнинг) молекулалар билан туқнашуви эластик ва эластикмас характерга эга бўлиши мумкин. Молекула, худди атом сингари дискрет энергетик ҳолатларда булиши мумкин. Энг кичик энергияли ҳолат асосий ҳолат деб аталади. Молекулани асосий ҳолатдан турли уйғонган ҳолатларга ўтказиш учун энергиянинг W_1, W_2 каби маълум қийматлари талаб қилинади. Молекулага етарлича катта W_i энергия бериб, уни ионлаштириш мумкин.

Молекула уйғонган ҳолатга утиб, унда ҳаммаси булиб 10^{-8} *сек* вақт тура олади, ортиқча энергиясини ёруғлик кванти—фотон сифатида нурлантириб, қайтадан асосий ҳолатга утади. Метастабил ҳолат деб аталувчи баъзи ҳолатларда, молекула бирмунча узоқроқ — тахминан 10^{-3}*сек* вақт бўлиши мумкин.

Зарраларнинг туқнашувида энергия ва импульснинг сақланиш қонуни бажарилиши керак. Шунга кура туқнашувда энергия узатилишига маълум чегара қуйилади — тўқнашувчи зарра эга бўлган энергиянинг ҳаммаси эмас, балки бир қисмигина узатилиши мумкин.

Агар тўқнашувда молекулага уни уйғотиш учун етарли булмаган энергия узатилган бўлса, зарраларнинг кинетик энергиялари ўзгармайди ва тўқнашув э л а с т и к булади. v_{10} тезлик билан ҳаракатланаётган m_1 массали зарра тинч турган ($v_{20} = 0$) m_2 массали заррага келиб урилсин. Марказий тўқнашув вақтида қуйидаги шартлар бажарилиши керак:

$$\frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2},$$

$$m_1 v_{10} = m_1 v_1 + m_2 v_2,$$

бунда v_1 ва v_2 — зарраларнинг туқнашгандан кейинги тезлиги.

Бу тенгламалар системасини v_1 ва v_2 номаълумларга нисбатан ечиб (I том, 30- § га қаранг), қуйидагини оламиз:

$$v_2 = \frac{2v_{10}m_1}{m_1 + m_2}.$$

Шундай қилаб, эластик тукнашувда иккинчи заррага берилган энергая учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$\Delta W_{\text{эласт}} = \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_{10}^2}{2} \cdot \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2}.$$

Агар $m_1 \ll m_2$ булса, бу ифодани тақрибан қуйидагича ёзиш мумкин:

$$\Delta W_{\text{эласт}} = \frac{m_1 v_{10}^2}{2} \cdot \frac{4m_1}{m_2} = W_{10} = \frac{4m_1}{m_2}, \qquad (87.1)$$

бунда W_{10} — урилаётган зарранинг урилишидан олдинги энергияси.

(87.1) формуладан енгил зарра (электрон) оғир заррага (молекулага) урилганда, унга ўз энергия запасининг оз қисминигина бериши келиб чиқади $\left(\frac{m_1}{m_2} \ll 1\right)$. Енгил зарра оғир зарradan, гуёки копток девордан „сапчигани“ каби, амалда тезлик қиймати буйича узгармасдан „сапчийди“. Тегишли ҳисоблашларнинг курсатишича, марказий булмаган тўқнашувда берилган энергия яна ҳам кичик бўлар экан.

Урилувчи зарра (электрон ёки ион) етарлича катта энергияга эга булганда, молекула уйғониши ёки ионланиши мумкин. Бу ҳолда зарранинг кинетик энергия йиғиндиси сақланмайди — энергиянинг бир қисми молекулани уйғотишга ёки ионлашга, яъни туқнашувчи зарраларнинг ички энергияларини орттириш учун сарф булади. Бундай туқнашувлар **биринчи тур эластик бўлмаган туқнашувлар** деб аталади.

Уйғонган ҳолатда булган молекула бошқа зарра (электрон, ион ёки нейтрал молекула) билан туқнашганда ортиқча энергиясини нурлантирмай, балки уни электронга узатиб, асосий ҳолатга ўтиши мумкин. Бу ҳолда зарранинг тўқнашгандан кейинги йиғинди кинетик энергияси урилишгача бўлган қийматига нисбатан катта булади. Бундай урилишлар **иккинчи тур эластик бўлмаган туқнашувлар** деб аталади. Молекуланинг метастабил ҳолатдан асосий ҳолатга утиши фақат иккинчи тур туқнашувлар ҳисобига булиши мумкин.

Биринчи тур эластик булмаган тўқнашувда энергия ва импульснинг сақланиш тенгламаси

$$\left.\begin{aligned} \frac{m_1 v_{10}^2}{2} &= \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} + \Delta W_n \\ m_1 v_{10} &= m_1 v_1 + m_2 v_2 \end{aligned}\right\} \qquad (87.2)$$

кўринишга эга бўлади, бунда $\Delta W_и$ — уйғонган ҳолатга ўтишга мос келувчи молекула ички энергиясининг ортиши.

(87.2) тенгламадан v_1 ни йўқотиб,

$$\Delta W_и = m_2 v_{10} \cdot v_2 - \frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{m_2 v_2^2}{2} \tag{87.3}$$

ни ҳосил қилиш мумкин.

Бир хил тезлик (v_{10}) билан тўқнашувчи зарраларда молекула ички энергиясининг $\Delta W_и$ ўзгариши молекуланинг тўқнашувдан кейин ҳаракатланадиган v_2 тезлигига боғлиқ бўлади. $\Delta W_и$ нинг мумкин бўлган энг катта қийматини топиш учун (87.3) функцияни v_2 бўйича дифференциаллаймиз ва ҳосил бўлган ифодани нолга тенглаштирамиз:

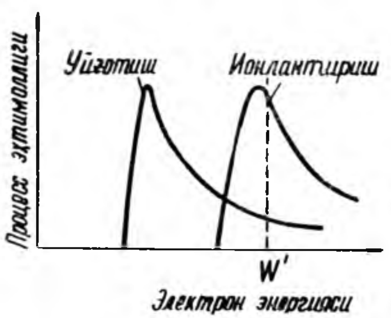
$$\frac{d(\Delta W_и)}{dv_2} = m_2 v_{10} - \frac{m_1 + m_2}{m_1} m_2 v_2 = 0.$$

Бу ердан $v_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} v_{10}$. v_2 нинг топилган қийматини (87.3) га қўйиб,

$$\Delta W_{и\,max} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \frac{m_1 m_{10}^2}{2} \tag{87.4}$$

эканини топамиз.

Агар урувчи зарра урилувчи заррага қараганда бирмунча енгил бўлса $\left(\frac{m_1}{m_2} \ll 1\right)$, (87.4) ифодада $\frac{m_1 v_{10}^2}{2}$ купайтувчи бирга яқин бўлади. Шундай қилиб, енгил зарра (электрон) оғир зарра (молекула) га урилганда урувчи зарранинг деярли ҳамма энергияси молекулани уйғотиш ёки ионлашга[1]) сарф бўлиши мумкин.



187- расм.

Ҳатто, урувчи зарра—электрон энергияси етарлича катта бўлса-да, урилиш молекуланинг уйғонишига ёки ионлашувига олиб келиши шарт бўлмайди. Бу ҳар икки процессни тезликка, яъни электрон энергиясига боғлиқ эканлигининг маълум эҳтимоллиги мавжуддир. 187-расмда бу эҳтимолликларнинг тахминий ўзгариш йўли кўрсатилган. Электрон қанчалик тез ҳаракатланса, молекуланинг яқинидан ўта бориб, у билан шунчалик қисқа вақт оралиғида ўзаро таъсирда

[1]) Ионланиш ҳолида (87.2) тенглама мураккаблашади, чунки тўқнашувдан кейин иккита эмас, балки учта зарра бўлади. Бироқ электроннинг деярли барча энергиясини ионлантиришга сарфланиш имконияти ҳақидаги хулоса тўғрилигича қолаверади.

бўлади. Шунинг учун ҳар икки эҳтимоллик максимумга тез эришади, сўнгра электрон энергиясининг ортиб бориши билан эҳтимоллик камайиб кетади. Расмдан кўриниб турибдики, масалан, W' энергияга эга бўлган электрон катта эҳтимоллик билан молекулани уйғотиш ўрнига уни ионлантиради.

Иккиламчи электрон эмиссияси. Иккиламчи электрон эмиссияси деб, қаттиқ ёки суюқ жисмни электрон ёки ионлар билан бомбардимон қилинган вақтда уларнинг сиртидан электронларнинг ажралишига айтилади. Иккиламчи электронлар сони N_2 ни эмиссияни юзага келтирган N_1 зарралар сонига нисбати

$$\delta = \frac{N_2}{N_1} \tag{87.5}$$

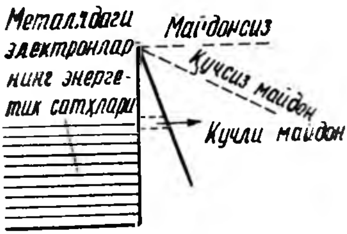
иккиламчи эмиссия коэффициенти деб аталади.

Иккиламчи эмиссия коэффициенти сирт ва уни бомбардимон қилувчи зарраларнинг табиати ва шунингдек, бу зарраларнинг энергиясига боғлиқдир. Иккиламчи электронларнинг тезлиги унча катта эмас ва бирламчи зарралар энергиясига боғлиқ бўлмайди.

Металлар сиртини электронлар билан бомбардимон қилинган ҳолда иккиламчи эмиссия коэффициенти бирламчи электронлар энергияси бир неча юз электрон вольт тартибда бўлганда (турли металлар учун 200 дан 800 *эв* гача) максимумга эришади.

δ_{max} коэффициентнинг энг катта қиймати 0,5 дан (бериллий учун) 1,8 (платина учун) гача чегарада жойлашади. Ярим ўтказгичлар учун δ_{max} жуда катта қийматларга эришиши мумкин (10 га яқин). Шундай қилиб, тегишли йўл билан танланган сиртнинг иккиламчи эмиссиясидан дастадаги электронлар миқдорини „кўпайтириш" учун фойдаланиш мумкин. Биринчи марта Л. А. Кубецкий томонидан таклиф этилган электрон кўпайтиргичларда кетма-кет жойлашган электродларнинг ҳар биридан ажралган иккиламчи электронлар электр майдонида тезлашади ва навбатдаги электродни бомбардимон қилади. Бундай асбоблар ёрдами билан электронлар дастасининг юзлаб марта кучайишига эришилади.

Автоэлектрон эмиссия. Агар металл сирти яқинида катта кучланганликли ($\sim 10^6$ *в/см*) электр майдони ҳосил қилинса, автоэлектрон (ёки совуқ) эмиссия деб аталувчи электронлар чиқариш ҳодисаси кузатилади. Бу ҳодисани шунингдек, электр майдони билан электронлар чиқариш деб аталади. Автоэлектрон эмиссия квант назарияси билан тушунтирилади. Электронларнинг чиқишига қаршилик қилувчи кучли майдон мавжудлигида металл сиртидаги потенциал тўсиқ 188-расмдагидек тасвирланади. Квант механикасига мувофиқ, элементар зарранинг энергияси ҳатто тўсиқ баландлигидан кичик бўлса-да,



188- расм.

потенциал тўсиқ орқали ўта олади, деган ҳолдан фарқли эҳтимоллик мавжуддир. Зарра тўсиқдан гўё туннель орқали ўтади, бу ҳодисани туннель эффекти деб аталади. Туннель эффектининг эҳтимоли тўсиқ кенглигининг камайиши билан ортиб боради. Шунга кўра автоэлектрон эмиссия фақат жуда кучли майдонларда кузатилади.

Фотоионизация. Электромагнит нурланиш элементар зарралардан — фотонлардан иборатдир. Фотоннинг энергияси $h\nu$ га тенг, бунда h — Планк доимийси, ν — нурланиш частотаси. Фотон молекула томонидан ютилиши мумкин бўлиб (306- бетдаги сноскага қаранг), бунда унинг энергияси ёки ионлашга, ёки уйғотишга сарф бўлади. Бундай ҳолдаги молекуланинг ионлашишига фотоионизиция деб аталади. Ультрабинафша нурлар бевосита фотоионизацияни юзага келтира олади. Кўзга кўринувчи нурлар (кичик частотали нурлар) поғонали фотоионизация деб аталувчи ионизацияни юзага келтириши мумкин. Кўзга кўринувчи ёруғлик фотонининг энергияси электронни молекуладан ажратиб олиш учун етарли бўлмайди. Лекин, унинг энергияси молекулани уйғонган ҳолатлардан бирига ўтказиш учун етарлидир. Уйғонган ҳолатда бўлган молекулани ионлантириш учун нормал ҳолатда бўлган молекулани ионлантиришга қараганда кам энергия сараф бўлади. Шунга кўра фотон уйғотган молекулани унинг бошқа молекула билан тўқнашиши ҳисобига ионлаши мумкин.

Газ разрядда бевосита фотоионизацияни юзага келтира оладиган қисқа тўлқинли нурланишнинг ҳосил бўлиши мумкин. Етарлича катта тезликли (тез) электронлар тўқнашганда молекулани фақат ионлантирибгина қолмасдан, балки ҳосил бўлган ионни уйғонган ҳолатга ўтказиши ҳам мумкин. Ионнинг асосий ҳолатга ўтиши, нейтрал молекуланинг нурланишига қараганда кичик тўлқин узунликдаги (яъни катта частотали) нур чиқариши билан кузатилади. Бундай нурланишдаги фотон энергияси бевосита фотоионизация учун етарли бўлади.

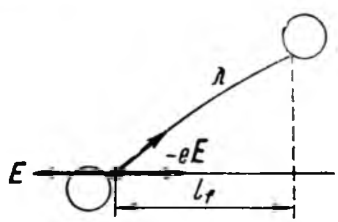
Санаб ўтилган процесслардан ташқари мустақил газ разрядларининг айрим турларида 75-§ да қараб чиқилган термоэлектрон эмиссия ҳодисаси катта роль ўйнайди. Шунингдек, металл ёки ярим ўтказгич сирти етарлича қисқа тўлқин узунликдаги ёруғлик билан ёритилганда электрон чиқариш билан белгиланадиган фотоэлектрон эмиссия (ёки ташқи фотоэффект) ҳам ўринли бўлади. Бироқ, турли кўринишдаги мустақил разрядларда фотоэлектрон эмиссия қандай роль ўйнашини биз бу ерда қараб чиқмаймиз.

88-§. Газ разрядли плазма

Мустақил разряднинг баъзи турларида газнинг ионлашиш даражаси жуда юқори бўлади. Газнинг ҳар бир элементар ҳажмдаги электрон ва ионларнинг йиғинди заряди нолга тенг (ёки деярли тенг) бўлган шароитдаги кучли ионлашган ҳолати плазма[1]) дейилади.

Плазма модданинг алоҳида ҳолатидир. Бир неча ўн миллион градус температурага эга бўлган Қуёш ва бошқа юлдузлар ичидаги моддалар шундай ҳолатда бўлади. Модданинг юқори температурага эга бўлиши натижасида ҳосил бўлган плазма юқори температурали (ёки изотермик) плазма дейилади. Газ разряди натижасида ҳосил бўлган плазма газ разрядли плазма дейилади.

Плазма барқарор ҳолатда бўлиши учун рекомбинация натижасида камайган ионлар ўрнини тўлдириб туриш зарур. Бу процесс юқори температурали плазмада термик ионлашиш ҳисобига бўлса, газ разрядли плазмада эса электр майдон тезлаштирган электронларнинг тўқнашиб ионлаши ҳисобига бўлади. Ионосфера (атмосфера қатламларидан бири) плазманинг алоҳида бир кўринишидир. Бу ҳолда молекулаларнинг юқори даражали ионлашиши ($\sim 1\%$) Қуёшнинг қисқа тўлқинли нурланиши туфайли содир бўладиган фотоионизация ҳисобига тутиб турилади.



189-расм

Газ разрядли плазмада электронлар икки хил ҳаракатда: бирор $\bar{v}$ ўртача тезлик билан хаотик ҳаракатда ва E га қарама-қарши йўналган $\bar{u}$ ўртача тезлик ($\bar{v}$ дан анча кичик) билан тартибли ҳаракатда иштирок этади. Плазмада шароит шундайки, бунда электр майдони электронларнинг фақат тартибли ҳаракатигагина сабаб бўлмай, балки уларнинг хаотик ҳаракатининг $\bar{v}$ тезлигини ҳам орттиради.

Газ майдон уланган пайтда ўртача тезлиги газнинг $T_\text{г}$ $\left(\frac{m\bar{v}^2}{2} = \frac{3}{2}\, kT_\text{г}\right)$ температурасига мос бўлган бирор миқдор электронларга эга бўлсин. Электрон газ молекулалари билан кетма-кет иккита тўқнашиш учун кетган вақт ичида ўртача λ йўлни ўтади (189-расм; электрон траекторияси $-e$E куч таъсирида озгина эгриланган). Бунда майдон электрон устида

$$A = eEl_f \tag{88.1}$$

[1]) Плазма—зарраларнинг хаотик ҳаракати уларнинг ташқи электр майдон таъсирида тартибли кўчишидан устун бўлган кучли ионлашган квазинейтрал (яъни деярли нейтрал) муҳит.

иш бажаради, бу ерда l_f—электрон кўчишининг куч йўналишига проекцияси.

Электрон газ молекулалари билан тўқнашиши натижасида унинг ҳаракат йўналиши ҳамма вақт фавқулодда ўзгариб туради. Шунинг учун (88.1) иш траекториянинг ҳар бир алоҳида қисмида турли катталикка ва турли ишорага эга бўлади. Траекториянинг баъзи қисмларида майдон электрон энергиясини орттирса, баъзи қисмларида эса камайтиради. Агар электронларнинг тартибли ҳаракати бўлмаса, у ҳолда l_f нинг ўртача қиймати, демак, (88.1) иш ҳам нолга тенг бўлар эди. Бироқ тартибли ҳаракатнинг мавжудлиги A ишнинг ўртача қиймати нолдан фарқли ва ҳатто мусбат бўлишига олиб келади. Бу иш

$$\overline{A} = eE\overline{u}\tau = eE\overline{u}\,\frac{\lambda}{\overline{v}} \tag{88.2}$$

га тенг, бу ерда τ—электроннинг ўртача эркин югуриш вақти $|\overline{u} \ll \overline{v}|$.

Бинобарин, майдон электрон энергиясини ўрта ҳисобда орттирар экан. Тўғри, молекула билан тўқнашган электрон бир қисм энергиясини молекулага беради. Лекин, аввалги параграфда тушунтириб ўтганимиздек эластик тўқнашишда берилган δ қисм энергия жуда кам, яъни у ўртача $\delta = 2\,m/M$ га тенг, бунда m—электрон массаси, M—молекула массаси[1]).

Сийраклаштирилган газда (λ босимга тескари пропорционал) ва майдон кучланганлиги E етарлича катта бўлганда (88.2) иш электроннинг молекулалар билан ҳар бир тўқнашишида уларга берадиган ўртача $\delta\,\frac{m\overline{v}^2}{2}$ энергиядан катта бўлиши мумкин. Шунинг учун электронларнинг хаотик ҳаракат энергияси ортиб боради. Натижада бу энергия молекулани ионлашга ёки уйғотишга етарли бўлган қийматга эришади. Шу пайтдан бошлаб тўқнашишларнинг бир қисми эластик бўлмайди ва бунда энергия кўп йўқолади. Шунинг учун узатиладиган энергиянинг ўртача қиймати δ ортади.

Шундай қилиб, электронлар ионлаш учун зарур бўлган энергияга бир эркин югуриш йўлида эмас, балки бир қанча эркин югуриш йўли давомида эришади. Ионланиш кўп миқдорда электронлар ва мусбат ионларнинг юзага келишига—плазма ҳосил бўлишига олиб келади.

Плазмадаги электронлар энергияси электроннинг бир эркин югуришида майдон бажарган ишнинг ўртача қиймати электрон молекула билан тўқнашган вақтда берадиган энергиянинг ўртача қийматига тенг

$$eE\overline{u}\,\frac{\lambda}{\overline{v}} = \delta\,\frac{m\overline{v}^2}{2}$$

---

[1]) (87.1) формулага мувофиқ марказий урилишда $\delta = 4m/M$. Электрон билан молекула бир-бирига шунчаки „тегиб ўтган“ вақтда $\delta \approx 0$.

деган шартдан топилади, (бу муносабатда δ ўзгарувчи $\bar{v}$ тезликнинг мураккаб функциясидир).

Тажриба газ разрядли плазмадаги электронлар учун тезликлар бўйича Максвелл тақсимоти ўринли эканлигини кўрсатади. Электронларнинг молекулалар билан тўқнашиши кучсиз бўлгани сабабли (δ эластик тўқнашишда жуда кичик, ноэластик тўқнашишларнинг нисбий сони эса жуда кам), электронларнинг хаотик ҳаракат ўртача тезлиги газнинг $T_Г$ температурасига мос келадиган тезликдан кўп марта катта бўлади. Агар $T_э$ электронлар температураси деган катталик киритиб, уни

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}\,kT_э$$

муносабатдан аниқласак, у ҳолда $T_э$ нинг қиймати бир неча ўн минг градус чамасида бўлишини кўрамиз. $T_Г$ нинг $T_э$ дан фарқли бўлиши газ разрядли плазмада электронлар билан молекулалар орасида термодинамик мувозанат йўқлигидан далолат беради[1]).

Плазмада ток ташувчилар концентрацияси жуда катта. Шунинг учун плазманинг электр ўтказувчанлик хоссаси яхши. Юқорида таъкидлаб ўтилганидек, электронларнинг ҳаракатчанлиги ионларга нисбатан тахминан уч марта катта, шу сабабли плазмада токни асосан электронлар ҳосил қилади.

89-§. Ёлқин разряд

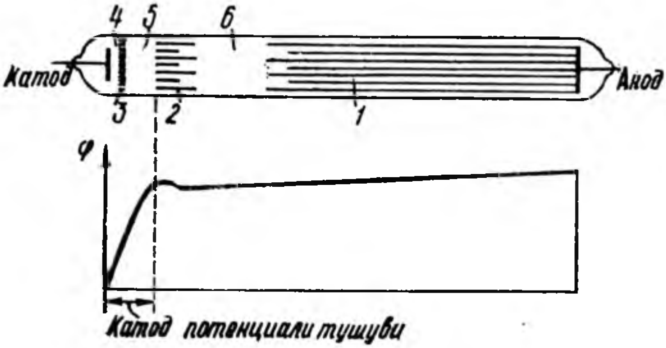
Мустақил разряд газнинг босимига, электродларнинг ўзаро жойлашишига ва ташқи занжир параметрларига қараб турли хил шаклларга эга бўлади. Разряд содир бўладиган физикавий ҳодисалар жуда мураккаб. Биз мустақил разрядларнинг асосий турларинигина қараб чиқиш билан чегараланамиз, бунда унинг баъзи деталларини ҳисобга олмаймиз.

Ёлқин разряд паст босимларда юзага келади. Буни узунлиги 0,5 *м* атрофида бўлган, учларига ясси металл электродлар кавшарланган шиша найда кузатиш мумкин (190- расм). Электродларга тахминан 1000 *в* тартибида кучланиш берилади. Оддий атмосфера босими шароитида найдан ток ўтмайди. Агар най ичидаги босимни тахминан 40 *мм* сим. уст. гача камайтирилса, анод билан катодни туташтирувчи илон изи шаклидаги ингичка шуъла ҳосил бўлади. Босим камайтирилиши билан шуъла кенгая боради ва босим тахминан 5 *мм* сим. уст. бўлганда шуъла найни тўлдиради, яъни ё л қ и н р а з р я д содир бўлади. 190-расмда ёлқин разряднинг асосий қисмлари кўрсатилган. Катод яқинида ш у ъ л а л а н у в ч и к а т о д п л ё н к а с и

---

[1]) Юқори температурали плазмада молекулалар, электронлар ва ионларнинг ўртача энергияси бир хил. Бу билан унинг иккинчи номи—изотермиклиги тушунтирилади.

деб аталувчи *3* юпқа шуълаланувчи қатлам жойлашган. Катод билан шуълаланувчи плёнка орасида астон қоронғи фазоси *4* бор. Шуълаланувчи плёнканинг анодга қараган томонида кучсиз шуълаланувчи ва равшанлиги бўйича қоронғидек туюладиган қатлам—крукс қоронғи фазоси *5* жойлашган. Бу қатлам ёлқин шуълаланиш деб аталувчи 2 шуълаланувчи соҳага айланади. Айтиб ўтилган қатламларнинг ҳаммаси ёлқин разряднинг катод қисмини ташкил қилади.



190- расм.

Ёлқин шуълаланиш фарадей қоронғи фазоси *6* билан чегараланади. Улар орасидаги чегара чаплашган бўлади. Найнинг қолган ҳамма қисми шуълаланувчи газ билан тўлган бўлиб, уни мусбат устун *1* дейилади. Босим яна камайтирилса, разряднинг катод қисми ва фарадей қоронғи фазоси кенгаяди, мусбат устун эса қисқаради. Босим 1 *мм* сим уст тартибида бўлганда мусбат устун галма-гал алмашиб келувчи қоронғи ва ёруғ эгри қатламларга—стратларга бўлинади.

Зондлар (най бўйлаб турли жойларга кавшарланган ингичка симлар) ёрдамида ўтказилган ўлчашлар, шунингдек, бошқа усуллар билан бажарилган ўлчашлар потенциалнинг най бўйлаб нотекис ўзгаришини кўрсатди (190- расмдаги графикка қ.). Потенциал тушувининг деярли ҳаммаси разряднинг крукс қоронғи фазосини ўз ичига олган биринчи учта қисмга тўғри келади (катод потенциали тушуви). Ёлқин шуълаланиш соҳасида потенциал ўзгармайди, бу соҳада майдон кучланганлиги нолга тенг. Ниҳоят, фарадей қоронғи фазосида ва мусбат устунда потенциал аста-секин ортади. Потенциалнинг бундай тақсимланишига сабаб крукс қоронғи фазосида мусбат ионлар концентрациясининг ортиб кетиши натижасида мусбат фазовий зарядларнинг ҳосил бўлишидир.

Ёлқин разрядни сақлаб туриш учун зарур бўлган асосий процесслар унинг катод қисмида содир бўлади. Разряднинг қолган қисмлари аҳамиятга эга эмас, улар ҳатто бўлмаслиги ҳам мумкин (электродлар оралиғи жуда кичик бўлганда ёки жуда паст босимда). Иккита асосий процесс бор. Булар – катодни мусбат ионлар билан бомбардировка қилишда рўй берадиган иккиламчи электрон эмиссия ва газ молекулаларини электрон зарби билан ионлашдир.

Катод потенциали тушуви тезлаштирган мусбат ионлар катодни бомбардировка қилади ва ундан электронларни уриб чиқаради. Иккиламчи электронлар катоддан унча катта бўлмаган тезлик билан отилиб чиқади. Улар астон қоронғи фазосида электр майдон таъсирида тезлашади. Етарлича энергияга эришган электронлар газ молекулаларини уйғота бошлайди ва натижада шуълаланувчи катод плёнкаси ҳосил бўлади. Крукс қоронғи фазосига молекулалар билан тўқнашмасдан етиб келган электронлар катта энергияга эга бўлади, натижада улар молекулаларни уйғотишдан кўра кўпроқ ионлаштиради (187-расмга қ.) Шундай қилиб, газнинг шуълаланиш интенсивлиги камаяди, лекин крукс қоронғи фазосида кўп электронлар ва мусбат ионлар ҳосил бўлади. Ҳосил бўлган ионлар дастлаб кичик тезликка эга бўлади. Шунинг учун крукс қоронғи фазосида мусбат фазовий заряд вужудга келади, бу эса потенциалнинг бутун най бўйлаб қайта тақсимланишига ва катод потенциали тушуви ҳосил бўлишига сабаб булади.

Крукс қоронғи фазосида ионлашиш вақтида юзага келган электронлар бошланғич электронлар билан бирга ёлқин нурланиш соҳасига кириб боради. Бу соҳа ўзида электронлар ва мусбат ионлар концентрациясининг юқори бўлиши ҳамда йиғиндиси нолга яқин бўлган фазовий заряди (плазма) билан характерланади. Шунинг учун бу ерда майдон кучланганлиги жуда кичик—майдон электронлар ва ионларни тезлаштирмайди. Электронлар ва ионлар концентрацияси юқори бўлгани туфайли ёлқин шуълаланиш соҳасида рекомбинация процесси интенсив боради, бунда ажралиб чиққан энергия нурланишни юзага келтиради. Шундай қилиб, ёлқин нурланиш асосан рекомбинация нурланишидир.

Электронлар ва мусбат ионларнинг ёлқин шуълаланиш соҳасидан фарадей қоронғи фазосига ўтиши диффузия ҳисобига бўлади (бу соҳалар чегарасида майдон бўлмайди, лекин электронлар ва ионлар концентрациясининг катта градиенти мавжуд). Зарядланган зарралар концентрацияси кичик булгани учун фарадей қоронғи фазосида рекомбинацияланиш эҳтимоли кескин камаяди. Шунинг учун ҳам фарадей фазоси қоронғи булади.

Фарадей қоронғи фазосида майдон бўлади. Бу майдонда ҳаракатланаётган электронлар аста-секин энергия йиғади ва ниҳоят плазма мавжуд бўлиши учун зарур шарт-шароитлар юзага келади. Мусбат устун газ разрядли плазмадан иборат. Бу устун разряднинг анод ва катод қисмларини туташтирувчи ўтказгич булиб хизмат қилади. Мусбат устуннинг шуълаланиши уйғонган молекулалар асосий ҳолатга утаётганда рўй беради. Бунда турли газ молекулалари турли тулқин узунликда нурлар чиқаради. Шунинг учун мусбат устун ҳар бир газ учун характерли булган рангга эга булади. Бундан ёниб турувчи ёзувлар ва рекламалар учун ёруғлик чиқарувчи газ найларини тайёрлашда фойдаланилади. Бундай ёзувлар ёлқин разряднинг мусбат устунидан иборат. Неонли газ разрядли найлар қизил ёруғлик, аргонлиги эса кук-яшил рангли ёруғлик чиқаради ва ҳоказо.

Агар электродлар орасидаги масофани аста-секин камайтириб борилса, разряднинг катод қисми узгармай қолади, мусбат устуннинг узунлиги эса тамоман йуқолгунча қисқариб боради. Сунгра масофани яна камайтиришда давом этсак, фарадей қоронғи фазоси йўқолади ва ёлқин шуълаланишнинг узунлиги қисқара бошлайди, бунда крукс қоронғи фазоси билан ёлқин шуълаланиш орасидаги чегара ҳолати узгармайди. Анод билан шу чегара орасида жуда қисқа масофа қолганда разряд тухтайди.

191-расм.

Неонли сигнал лампаларда электродлар бир-бирига шундай яқин жойлаштириладики, уларда мусбат устун булмайди ва ёруғликнинг тарқалиши ёлқин шуълаланишга асосланади (191-расм). Электродлар сиртига махсус ишлов бериш йули билан разряднинг ёниш кучланишини тахминан 50 *в* гача тушириш мумкин. Бундай лампалар тармоқда кучланиш бор-йуқлигини билишда сигнализация учун қулланилади.

Босим жуда пасайтирилганда разряднинг катод қисми электродлар орасидаги фазонинг куп қисмини эгаллайди. Етарлича кичик босимларда крукс қоронғи фазоси деярли бутун идиш буйлаб ёйилган булади. Бу ҳолда газнинг шуълаланиши сезилмай қолади, лекин най деворлари яшилроқ рангли ёруғлик тарқатиб шуълалана бошлайди. Катоддан уриб чиқарилган ва катод потенциали тушуви таъсирида тезлаштирилган электронларнинг купгина қисми газ молекулалари билан тўқнашмасдан най деворигача учиб боради ва деворга урилиб, шуълаланишни юзага келтиради. Тарихий сабабларга кура, жуда паст босимда газ разрядли найлар катодидан чиққан электронлар оқими **катод нурлари** деб аталган. Тез электронлар бомбардировкаси вужудга келтирган шуълаланиш **катодлюминесценцияси** деб аталади.

Агар газ-разрядли найнинг катодида ингичка канал уйилса, мусбат ионларнинг бир қисми катод орқасидаги фазога утади ва кескин чегараланган **к а н а л л и** (ёки **м у с б а т**) нурлар деб аталувчи ионлар дастасини ҳосил қилади. Мусбат ионлар дастасини ҳосил қилиш учун қўлланилган бу усул ҳозирги вақтгача уз аҳамиятини йуқотгани йуқ.

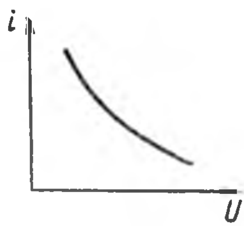
90-§. Ёй разряд

1802 йилда В. В. Петров дастлаб бир-бирига тегизилган ва катта гальваник батареяга уланган кумир электродлар бир-биридан ажратилаётганда улар орасида кузни қамаштирадиган кучли ёруғлик чиқишини аниқлади. Электродлар горизонтал жойлаштирилганда қизиган шуълаланувчи газ ёй шаклида эгилади, шу сабабли В. В. Петров топган бу ҳодисани **в о л ь т л и** (ёки **э л е к т р**) **ё й** деб аталган эди.

Ёйда ток кучи кучланиш бир неча ўн вольт булганда улкан қийматга (минг ва ун минг амперга) етиши мумкин.

Ёй разряд паст босимда ҳам (бир неча миллиметр симоб устуни тартибида), юқори босимда ҳам (1000 *ат* гача) руй бериши мумкин. Бунда қизиган катод сиртидан чиқувчи термоэлектрон эмиссия ва молекулаларнинг газ температураси юқори булиши билан боғлиқ бўлган термик ионланиши асосий процесслар ҳисобланади. Электродлар орасидаги фазонинг деярли ҳаммаси юқори температурали плазма билан тўлган булади. Бу катоддан чиққан электронларни анодга етказувчи ўтказгич булиб хизмат қилади.

Плазма температураси 6000° К атрофида булади. Ўта юқори босимли (1000 *ат* гача) ёйда плазма температураси 10000°К гача етиши мумкин (эслатиб утамиз, Қуёш сирти температураси 5800°К га тенг). Мусбат ионлар бомбардировкаси натижасида катод тахминан 3500°К гача қизийди. Кучли электронлар оқими бомбардировка қиладиган анод эса бундан ҳам кўпроқ қизийди. Бунда анод интенсив буғланади ва натижада унинг сиртида чуқурча — кратер ҳосил булади. Кратер ёйнинг энг ёруғ жойи ҳисобланади.



192- расм.

Ёй разряд пасаювчи вольт-ампер характеристикага эга (192- расм). Бунга ток кучи ортганда катоддан чиқувчи термоэлектрон эмиссиянинг ва газ разряди оралиғининг ионланиш даражаси ортиб кетиши сабаб булади.

Юқорида тавсифланган **т е р м о э л е к т р о н ё й д а н** (яъни қизиган катод сиртидан чиққан термоэлектрон эмиссия туфайли юзага келган разряддан) ташқари **с о в у қ к а т о д л и ё й** ҳам булади. Бу ҳолда ҳавоси суриб олинган баллонга қамалган суюқ симоб катод вазифасини бажаради. Разряд симоб буғларида содир булади. Электронлар катоддан автоэлектрон эмиссия ҳисобига учиб чиқади. Бунинг учун зарур булган кучли майдонни катод сиртига яқин жойда ионлардан ташкил топган мусбат фазовий зарядлар ҳосил қилади. Бунда электронлар катоднинг бутун сиртидан эмас, балки унча катта бўлмаган ёруғ шуълаланувчи ва узлуксиз кўчиб юрувчи катод доғидан чиқиб туради. Бунда газ температураси юқори бўлмайди. Плазмада молекулалар ёлқин разрядда булгани каби электронлар зарби билан ионланади.

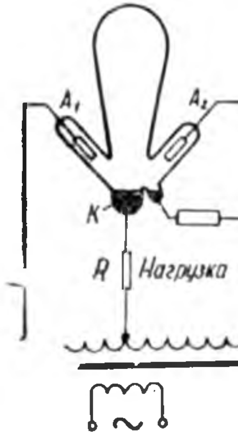
Ёй разряддан турли жойларда фойдаланилади. 1882 йилда рус инженери Н. Н. Бенардос металларни пайвандлашда электр ёйидан фойдаланишни таклиф қилди. 1888 йилда Н. Г. Славянов кўмир электродларни металл электродлар билан алмаштириб, электр пайвандлашни янада такомиллаштирди.

193- расм.

Электр ёйидан қувватли ёруғлик манбаи сифатида фойдаланилади. Ёйли ута юқори босимли лампаларда разряд вольфрамли электродлар орасида симоб буғлари булса, 100 *ат* гача босимда ёки инерт газ (неон, аргон, криптон ёки ксенон) бўлса, 20 *ат* гача босимда содир булади. 193-расмда худди шундай типдаги лампа тасвирланган. Унинг ёнидаги электрод лампани юқори кучланиш манбаидан ёқиб олишга хизмат қилади. Ўта юқори босимли лампалар жуда қаттиқ қизийди, шунинг учун унинг баллонини кварцдан тайёрланади (кварц шишага нисбатан анча юқори температурада юмшайди). Симобли лампа совуқ ҳолагда унча катта булмаган босимли (бир неча миллиметр симоб устуни тартибида) аргон ва симоб томчисига эга булади. Ёй разряд дастлаб аргонда содир булади. Лампа қизиганда симоб буғланади ва шундан сунг разряд симоб буғларида боради.

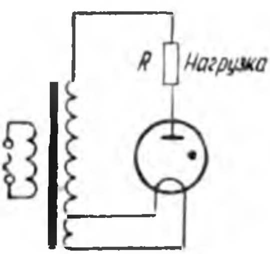
Симоб буғларида содир булаётган ёй кучли ультрабинафша нурлар оқими тарқатади. Баллони кварцдан тайёрланган (чунки кварц ультрабинафша нурларни ўтказади; оддий шиша бу нурларни ютади) симобли лампалардан медицинада ва илмий текшириш ишларида ультрабинафша нурлар манбаи сифатида фойдаланилади. Кундузги ёруғлик лампаларида разряд найининг деворлари махсус модда (люминофор) билан қопланади. Бу модда симоб буғининг ультрабинафша нури таъсирида кундузги ёруғликнинг спектрал таркибига яқин булган ёруғлик чиқаради. Бундай лампалар чуғланма лампаларга нисбатан тежамлироқ булади.

Паст босимли симоб буғларида руй берадиган катоди симобдан булган ёй разряддан симобли туғрилагичларда фойдаланилади. 194-расмда иккита ярим даврли симобли туғрилагич схемаси тасвирланган. A_1 ёки A_2 аноднинг қайси бири катодга нисбатан мусбат потенциалга эга булса, уша аноддан K катодга томон ток ўтади. Натижада ток R нагрузкадан ҳар иккала даврда ҳам бир йуналишда утади. Ён томонда жойлашган „кичик қозонча“ даги симобли электрод разрядни ёндириш учун хизмат қилади. Туғрилагични ишлатиш учун колбани катоддаги симоб „кичик қозонча“ даги симоб билан туташгунга қадар энгаштирилади. Колбани вертикал вазиятга келтирилганда симобнинг узилиш жойида электр ёйи ҳосил булади, сўнгра разряд анодлардан бирига утади.

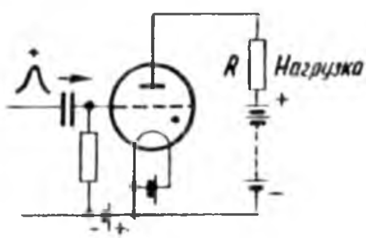


194- расм.

Газотрон ва тиратрон деб аталувчи асбобларнинг ишлаши ёй разрядга асосланган. **Газотрон**—унча катта булмаган босимда аргон ёки симоб буғлари билан тулдирилган қизувчи катодли диоддан иборат асбоб. Термоэлектрон эмиссия туфайли катоддан ажралиб чиққан электронлар газ молекулаларини ионлаштиради, бу эса газ разрядли плазма ҳосил булишига олиб келади (бу процесслар ёй разрядга хосдир). Плазманинг яхши утказувчанликка эга булиши, вакуумли диодда булганидек, катод яқинида электрон булут ҳосил булишига қаршилик курсатади. Шунинг учун электронлар орасида кучланиш унча катта булмаса ҳам (15—20 *в*) газотрон анча кучли (10 *а* тартибда) ток утказади. Аноддаги кучланиш катодга нисбатан мусбат булгандагина газотрондан ток утиши мумкин, шунинг учун ундан токни тўғрилашда фойдаланилади. 195-расмда



195- расм.



196- расм.

битта ярим даврли газотронли туғрилагич схемаси[1]) келтирилган (схемадаги *R*—тўғриланган токни истеъмол қилувчи нагрузка). 195-расмда келтирилган схемани иккита газотрон учун йиғсак, иккита ярим даврли туғрилагични ҳосил қилиш мумкин.

---

[1]) Схемадаги газ тулдирилган лампалар шунга ухшаш вакуумли лампалардан нуқтаси билан фарқ қилади.

Тиратрон учинчи электрод—турга эга булиши билан газотрондан фарқ қилади. Бу асбобдан тез ишловчи улагич сифатида фойдаланилади. 196- расмда тиратронли улагич схемаси тасвирланган. Нормал ҳолатда тур катодга нисбатан манфий потенциалга эга булади. Шунинг учун катоддан учиб чиққан электронлар майдон таъсирида орқага қайтади ва тиратрондан ток утмайди. Турга қисқа муддатли мусбат импульс берилса, тиратронда ёй разряд ҳосил булади ва кучли ток ута бошлайди. Ҳосил булган плазма утказувчанлиги жуда юқори булгани учун турни экранлайди[1]), натижада тур потенциалининг бундан кейинги узгариши разрядга таъсир қилмайди. Тиратрон ёрдамида токнинг уланиши жуда тез (тахминан 10^{-7} *сек* ичида) амалга ошади. Шундай қилиб, тиратрон ноинерциал ток улагич ҳисобланади ва шунинг учун автоматика ҳамда телемеханикада кенг қулланилади. Тиратрондан ток утишини тўхтатиш учун анод кучланишини қисқа вақтга (10^{-5} *сек*) узиш керак. Бу вақтда плазма рекомбинация натижасида йуқолади ва тиратрон яна ёнишгача булган дастлабки ҳолатига келади.

91-§ Учқун ва тож разрядлар

Учқун разряд электр майдон кучланганлиги берилган газ учун тешилиш қиймати E_T га етганда руй беради. E_T нинг қиймати газ босимига боғлиқ; ҳаво учун атмосфера босимида у 30000 *в/см* атрофида булади. Босим ортиши билан E_T нинг қиймати ортади. Пашеннинг экспериментал қонунига биноан тешувчи майдон кучланганлигининг босимга нисбати тахминан узгармасдир:

$$\frac{E_T}{p} \approx \text{const}. \qquad (91.1)$$

Учқун разряд равшан шуълаланувчи илон изидай тармоқланган канал кўринишида содир булади. Бу вақтда каналдан катта кучга эга булган қисқа муддатли ток утади. Бунга яшинни мисол қилиб олиш мумкин; унинг узунлиги 10 *км* гача, каналнинг диаметри 40 *см* гача, ток кучи 100 000 *а* ва ундан ортиқ, импульснинг давом этиши 10^{-4} *сек* атрофида булади. Ҳар бир яшин бир нечта (50 гача) импульсдан ташкил топган булиб, бу импульслар бир каналнинг узидан кетма-кет утади; уларнинг умумий давом этиш вақти бир неча секундгача етиши мумкин.

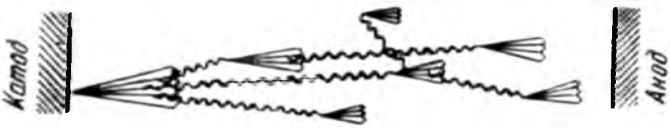
Учқун каналидаги газ температураси жуда юқори (1000°К гача) булади. Газнинг тез ва қаттиқ қизиши босимнинг кескин ортиб кетишига ва зарб ҳамда товуш тулқинлари ҳосил булишига сабаб бўлади. Шунинг учун учқун разряд вақтида то-

---

[1]) Экранлаш тур яқинида ионлар тупланиб қолиши натижасида ҳосил бўлади.

вуш чиқади, яъни кам қувватли учқунда чиқадиган кучсиз овоздан тортиб, чақмоқ чақнагандан кейинги момақалдироқ гулдурашигача содир булади.

Учқуннинг руй беришига газда стример деб аталувчи кучли ионлашган каналнинг ҳосил булиши замин булади. Бу канал учқун йулида ҳосил булган электрон кучкиларни қоплашдан ҳосил булади. Фотоионлаш йули билан ҳосил қилинган электрон ҳар бир кўчкининг асоси булиб хизмат қилади. Стримернинг усиш схемаси 197- расмда курсатилган. Майдон куч-



197- расм.

ланганлиги шундайки, бу майдонда бирор процесс ҳисобига катоддан учиб чиққан электрон эркин югуриш йули узунлигида ионлаш учун етарли энергияга эришади. Шунинг учун электронларнинг купайиши — кучки ҳосил булади (бунда ҳосил булган мусбат ионларнинг кучиши жуда суст булгани учун улар асосий роль уйнамайди; мусбат ионлар фақат потенциалнинг қайта тақсимланишига сабаб булувчи фазовий зарядни вужудга келтиради). Ионланиш вақтида ички электронларидан бири тортиб олинган атомнинг нурланиши (бу нурланиш схемада тулқинсимон чизиқлар билан курсатилган) молекулаларнинг фотоионланишига сабаб булади, шуни ҳам айтиш керакки, бунда ҳосил булган ҳар бир электрон янги кучкини вужудга келтиради. Кучкилар билан қоплангандан сунг яхши утказувчан канал—стример ҳосил бўлади. Бу канал буйича катоддан анодга томон интилувчи кучли электронлар оқими утади, яъни тешилиш содир бўлади.

Агар электродлар шакли шундай танлансаки (масалан, етарлича катта диаметрли шар шаклида), бунда электродлар орасидаги майдон тахминан бир жинсли бўлса, у ҳолда учқун тешилиш кучланиши $U_т$ нинг шарлар оралиғи l га боғлиқ бўлган маълум қийматида ($E_т=U_т/l$) ҳосил булади. Учқунли вольтметрнинг тузилиши шунга асосланган булиб, бу вольтметр билан 10^3—10^5 *в* тартибидаги юқори кучланиш улчанади. Ўлчаш вақтида учқун юзага келиши мумкин булган энг узоқ масофа l_{max} аниқланилади. Сунгра $E_т$ ни l_{max} га купайтириб улчанаётган кучланиш катталиги топилади.

Учқун вақтида газ босими ва температурасининг юқори булиши электродларга кучли механикавий таъсирни вужудга келтиради. Б. Р. Лазаренко ва Н. И Лазаренко ихтиро қилган металларга электр учқуни билан ишлов бериш усули шу ҳодисага асосланган.

Агар электродлардан бири (ёки иккаласи) катта эгриликка эга бўлса (масалан, электрод сифатида ингичка сим ёки ўткир учли сим олинса), у ҳолда дастлаб **т о ж р а з р я д** деб аталувчи разряд ҳосил бўлади. Кучланишни орттиришда давом этсак, бу разряд учқун ёки ёй разрядга ўтади. Тож разряд вақтида молекулаларнинг уйғониши ва ионланиши бутун электродлараро фазода содир бўлмасдан, балки фақат майдон кучланганлигининг қиймати $E_т$ га тенг ёки ундан юқори бўлган эгрилик радиуси кичик электрод яқинидагина ҳосил бўлади. Разряднинг шу қисмида газ шуълаланади. Шуълаланиш электродни ўраб турувчи тож шаклида бўлади, шунинг учун бундай разрядни тож разряд деб аталган. Ўткир учли сим ҳосил қилган тож разряд шуълаланиб турган бўёқ чўткага ўхшайди, шунинг учун бундай разрядни баъзида **ч ў т к а с и м о н р а з р я д** деб аталади. Тож ҳосил қилувчи электроднинг ишорасига қараб мусбат ёки манфий тож ҳақида сўз юритилади. Тож ҳосил қилган қатлам билан тож ҳосил қилмаган электрод орасида **т о ж н и н г т а ш қ и с о ҳ а с и** ётади. Тешилиш режими ($E \geqslant E_т$) тож ҳосил қилувчи қатламдагина мавжуд бўлади. Шунинг учун тож разрядни газ оралиқнинг чала тешилиши деб айтиш мумкин.

Катодда манфий тож ҳосил бўлиш ҳодисаси ёлқин разряд катодида рўй берадиган ҳодисага ўхшашдир. Кучли майдон таъсирида тезлаштирилган мусбат ионлар катоддан электронлар уриб чиқаради, бу электронлар тож ҳосил бўлувчи қатламдаги молекулаларни уйғотади ва ионлаштиради. Тожнинг ташқи соҳасидаги майдон кучсиз бўлиб, у электронларга ионлаштириш учун зарур бўлган энергияни беролмайди. Шунинг учун бу соҳага кириб қолган электронлар майдон таъсирида анодга томон дрейфланади. Электронларнинг бу қисмини молекулалар қамраб олади ва бунинг натижасида манфий ионлар ҳосил бўлади. Шундай қилиб, ташқи соҳадаги токни фақат манфий ташувчилар—электронлар ва манфий ионлар вужудга келтиради. Бу соҳадаги разряд номустақил характерга эга бўлади.

Мусбат тож ҳосил бўлишда тожнинг ташқи чегараси яқинида электрон кўчкилар юзага келади ва улар тож ҳосил қилувчи электродга—анодга интилади. Кўчкиларни юзага келтирувчи электронларнинг ҳосил бўлишига тож ҳосил бўлувчи қатламнинг нурланиши билан боғлиқ бўлган фотоионизация сабаб бўлади. Тожнинг ташқи соҳасида майдон таъсирида катодга томон дрейфланадиган мусбат ионлар ток ташувчи бўлиб хизмат қилади.

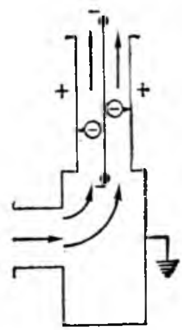
Агар иккала электрод ҳам ўткир учли бўлса (иккала электрод ҳам тож ҳосил қилувчи бўлса), у ҳолда ҳар иккаласининг яқинида ўз ишорасида тож ҳосил қилувчи электродга тегишли процесслар рўй беради. Иккала тож ҳосил бўлувчи қатлам бир-биридан мусбат ва манфий ток ташувчилар қарама-қарши ҳаракатланувчи ташқи соҳа билан ажралиб туради. Бундай тож икки қутбли тож дейилади.

86- § да эслатиб ўтилган ҳисоблагичларни қараб чиқилаётганда мустақил газ разряди тож разряддан иборат бўлади.

Тож ҳосил бўлиш қатламининг қалинлиги ва разряд токининг катталиги кучланиш ортиши билан ортади. Унча катта бўлмаган кучланишда тожнинг ўлчамлари кичик бўлиб, унинг шуълаланиши сезилмайди. Бундай микроскопик тож электр шамоли оқиб чиқувчи ўткир учли ўтказгич учида ҳосил бўлади (21- § га қ.)

Атмосфера электри таъсирида кемалар мачтаси, дарахтлар ва ҳоказоларнинг учида ҳосил бўлувчи тожни қадим вақтларда авлиё Эльма чироқлари деб аташган.

Юқори кучланишли қурилмаларда, хусусан, юқори кучланишли узатиш линияларида тож разряднинг ҳосил бўлиши токнинг исроф бўлишига олиб келади. Шунинг учун бунинг олдини олишга тўғри келади. Шу мақсадда юқори кучланиш линияларидаги ўтказгичларнинг диаметри иложи борича каттароқ олинади, яъни кучланиш қанча катта бўлса, ўтказгич диаметри ҳам шунча катта олинади.



198- расм.

Техникада тож разряднинг электр фильтрларида қўлланиши фойдали натижалар бермоқда. Тозаланувчи газ ўқи бўйлаб манфий тож ҳосил қилувчи электрод жойлаштирилган трубада ҳаракатланади (198- расм). Тожнинг ташқи қисмидаги жуда кўп манфий ионлар газни ифлослантирган зарраларга ёки томчиларга ўтириб қолади ва уларни ўзлари билан ташқи тож ҳосил қилмайдиган электродга эргаштириб кетади. Электродга етиб келгач, зарралар нейтраллашади ва унга ўтиради, сунгра бу зарраларни идишга тукиб олинади.

XV БОБ

ЎЗГАРУВЧАН ТОК

92- §. Квазистационар токлар

Ом қонуни (35.2) ҳамда ундан келиб чиқадиган Кирхгофнинг (36.1) ва (36.2) қонунлари ўзгармас ток учун аниқланган эди. Лекин улар ўзгариш тезлиги жуда тез бўлмаган ўзгарувчан ток ва кучланишнинг оний қиймати учун тўғрилигича қолади. Электромагнит ғалаёнлар занжир бўйлаб ёруғлик тезлиги c га тенг бўлган улкан тезликда тарқалади. Агар ғалаёнланишни занжирнинг энг узоқ нуқтасига узатиш учун зарур бўлган $\tau = l/c$ вақт ичида ток кучи жуда кам ўзгарса, у ҳолда ток кучининг оний қиймати занжирнинг бутун кесими бўйлаб амалда бирдай бўлади. Шундай шартларга бўйсунадиган токлар к в а з и с т а ц и о н а р токлар дейилади. Даврий ўзгарадиган токлар учун квазистационарлик шарти қуйидагича ёзилади:

$$\tau = \frac{l}{c} \ll T,$$

бу ерда T—ўзгариш даври.

Занжир ўлчами тахминан 3 *м* бўлганда $\tau = 10^{-8}$ *сек* бўлади. Шундай қилиб, тебраниш даври $T \approx 10^{-6}$ *сек* (бу 10^6 *гц* частотага мос келади) бўлгунга қадар бундай занжирдаги токни квазистационар ток дейиш мумкин. Саноат частотасидаги ($\nu = 50$ *гц*) ток ~ 100 *км* узунликдаги занжир учун квазистационардир.

Квазистационар токларнинг оний қийматлари Ом қонунига бўйсунади. Бинобарин, бу токлар учун Кирхгоф қоидалари ҳам ўринлидир.

Индуктивлик ва сиғимга эга бўлмаган[1]) R қаршиликнинг (бундай қаршиликни, одатда а к т и в қаршилик дейилади) икки учига

$$U = U_m \cos \omega t \tag{92.1}$$

---

[1]) Ҳар қандай ўтказгич (масалан, симнинг тўғри чизиқли кесмаси) бирор сиғим ва индуктивликка эга. Шунинг учун „тоза“ актив қаршилик R, индуктивлик L ва сиғим C абстракт ҳисобланади.

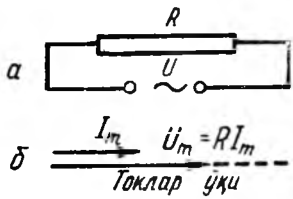
қонун бўйича ўзгарувчи кучланиш берилган бўлсин, бунда U_m— кучланишнинг амплитуда қиймати (199- *а* расм). Квазистационарлик шарти бажарилганда қаршиликдан ўтаётган ток Ом қонуни бўйича топилади:

$$i = \frac{U}{R} = \frac{U_m}{R}\cos\omega t = I_m \cos\omega t. \qquad (92.2)$$

Шундай қилиб, ток кучи ва кучланишнинг амплитуда қийматлари орасида қуйидагича муносабат мавжуд:

$$I_m = \frac{U_m}{R}. \qquad (92.3)$$

Агар ўзгарувчан ток ва кучланишни векторлар ёрдамида тасвирласак (худди гармоник тебранишларда қилингани каби), улар орасидаги муносабат янада яққолроқ кўринади (I том, 68- § га қ.). Ихтиёрий йўналиш танлаймиз ва бу йўналишни токлар ўқи деб атаймиз (199- *б* расм). Шу йўналиш бўйича I_m узунликдаги ток векторини жойлаштирамиз. Қаралаётган ҳолда ток ва кучланиш синфаз ўзгаргани сабабли кучланиш вектори ҳам токлар ўқи йўналишида бўлади; унинг узунлиги RI_m га тенг бўлади. Ток ёки кучланиш векторларининг йиғиндиси ушбу занжирнинг **вектор диаграммасини** ташкил қилади.



199- расм.

93- §. Индуктив ғалтакдан ўтувчи ўзгарувчан ток

Қаршилиги ва сиғими ҳисобга олмайдиган даражада кичик бўлган L индуктивликнинг (масалан, ғалтакнинг) учларига ўзгарувчан (92.1) кучланиш берайлик (200- *а* расм). Индуктивликдан ўзгарувчан ток ўта бошлайди, натижада ғалтакда ўзиндукция э. ю. к. ҳосил бўлади [(59.9) формулага қ.]:

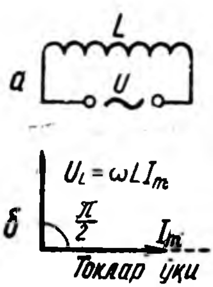
$$\mathcal{E}_s = -L\frac{di}{dt}$$

(L индуктивлик i токка боғлиқ эмас деб фараз қиламиз). Ом қонуни тенгламаси (35.1) қуйидагича ёзилади ($R = 0$, потенциаллар фарқи U га тенг, $\mathcal{E}_{12} = \mathcal{E}_s$):

$$U_m \cos\omega t - L\frac{di}{dt} = 0,$$

бундан

$$L\frac{di}{dt} = U_m \cos\omega t, \qquad (93.1)$$



200- расм.

Қаралаётган ҳолда ташқи кучланишнинг ҳаммаси L индуктивликка қўйилган. Демак,

$$U_L = L\frac{di}{dt} \tag{93.2}$$

катталик индуктивликдаги кучланиш тушишидир.

(93.1) тенгламани

$$di = \frac{U_m}{L}\cos\omega t dt$$

кўринишида ёзамиз. Буни интегралласак,

$$i = \frac{U_m}{\omega L}\sin\omega t + \text{const}$$

га эга бўламиз.

Равшанки, токнинг узгармас ташкил этувчиси йўқ; шунинг учун const = 0. Шундай қилиб,

$$i = \frac{U_m}{\omega L}\sin\omega t = I_m\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \tag{93.3}$$

бунда

$$I_m = \frac{U_m}{\omega L}. \tag{93.4}$$

(92.3) ва (93.4) муносабатларни солиштириб, ушбу ҳолда қаршилик ролини

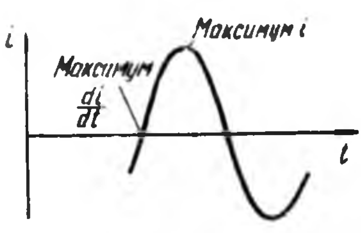
$$X_L = \omega L \tag{93.5}$$

катталик ўташлигини кўрамиз, бу катталикни **реактив индуктив қаршилик** ёки қисқача **индуктив қаршилик** деб аталади. Агар L ни генри ҳисобида, ω ни эса *сек*$^{-1}$ ҳисобида олсак, X_L катталик *ом* ҳисобида ифодаланади.

(93.5) дан ω частота ортиши билан индуктив қаршиликнинг ҳам ортиши куриниб турибди. Ўзгармас токка ($\omega = 0$) индуктивлик қаршилик кўрсатмайди. (93.1) даги U_m ни $\omega L I_m$ билан алмаштириб, индуктивликдаги кучланиш тушиши учун қуйидаги ифодани оламиз:

$$U_L = \omega L I_m\cos\omega t. \tag{93.6}$$

(93.3) ва (93.6) ифодаларни ўзаро таққослаб, индуктивликда кучланиш тушиши, шу индуктивликдан оқаётган токдан фаза бўйича $\pi/2$ га олдин кетар экан деган хулосага келамиз. Агар токлар ўқини 199-расмда кўрсатилганидек горизонтал йўналишда жойлаштирсак, у ҳолда 200-*б* расмда тасвирланган вектор диаграмма ҳосил бўлади.



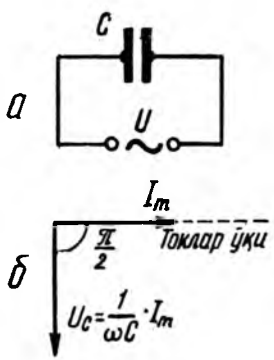
201-расм.

Агар косинуснинг ҳосиласи косинус нолга тенг булган пайтда энг катта қийматга эга бўлишини эътиборга олсак, индуктивликда ток ва кучланиш орасидаги фаза бўйича силжишни тушуниш осон. Бунда ҳосила косинуснинг ўзига қараганда 1/4 давр илгари максимумга эришади (201- расм).

94-§. Сиғимдан ўтувчи ўзгарувчан ток

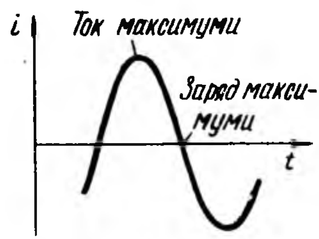
C сиғимга (92.1) кучланиш берилган бўлсин (202- a расм). Занжирнинг индуктивлигини ва ток келтирувчи симларнинг қаршилигини ҳисобга олмаймиз. Сиғим узлуксиз қайта зарядланиб туради, натижада занжирдан ўзгарувчан ток ўтади. Ток келтирувчи симларнинг қаршилиги жуда кичик бўлгани учун конденсатордаги $U_C = \frac{q}{C}$ кучланишни ташқи кучланиш U га тенг деб ҳисоблаш мумкин:

$$U_C = \frac{q}{C} = U_m \cos \omega t. \tag{94.1}$$



202- расм.

q дан t бўйича олинган ҳосила занжирдаги i токни беради. (94.1) ифодани C га кўпайтириб,



203- расм.

t бўйича дифференциаллаймиз ва $\dot{q}$ ни i га алмаштирамиз:

$$i = -\omega C U_m \sin \omega t = I_m \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \tag{94.2}$$

бунда

$$I_m = \omega C U_m = \frac{U_m}{\left(\frac{1}{\omega C}\right)}. \tag{94.3}$$

Ҳосил бўлган ифодадаги

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \tag{94.4}$$

катталик **реактив сиғим қаршилик** ёки қисқача **сиғим қаршилик** дейилади. Агар C ни фарада ҳисобида, ω ни эса *сек*$^{-1}$ ҳисобида олинса, у ҳолда X_C катталик *ом* ҳисобида ифодаланади.

Ўзгармас ток ($\omega = 0$) учун $X_C = \infty$. Шунинг учун ўзгармас ток конденсатордан ўтолмайди. Ўзгарувчан ток ($\omega \neq 0$) конденсатордан ўтади, бунда конденсаторнинг сиғими C қанча катта ва токнинг частотаси ω қанча юқори бўлса, токка кўрсатиладиган қаршилик шунча кам бўлади.

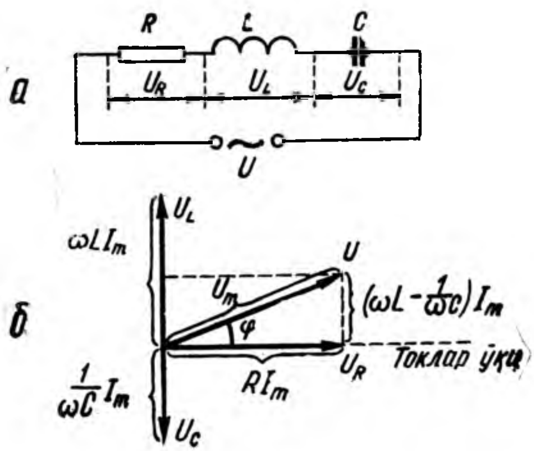
(94.1) ифодадаги U_m ни $\frac{1}{\omega C} I_m$ билан алмаштириб, сиғимдаги кучланиш тушиши учун қуйидаги ифодани ҳосил қиламиз:

$$U_C = \frac{1}{\omega C} I_m \cos \omega t. \qquad (94.5)$$

(94.2) ва (94.5) ифодаларни солиштириб, сиғимда кучланиш тушиши шу сиғимдан оқаётган токдан фаза бўйича $\pi/2$ га орқада қолар экан деган хулосага келамиз (202- *б* расмдаги вектор диаграммага қаранг). Бунга сабаб шуки, ток бир йўналишда ўтиб бўлгунига қадар конденсатор қопламаларидаги заряд ортади. Ток кучи максимум қийматдан ўтади ва камая боради (203- расм), заряд эса (демак, U_C ҳам) ортишда давом этади ва i нолга айланганда максимумга эришади. Шундан сўнг ток йўналишини ўзгартиради ва қопламалардаги заряд камая бошлайди.

95-§. Сиғим, индуктивлик ва қаршиликдан тузилган ўзгарувчан ток занжири

Актив қаршилик R, индуктивлик L ва сиғим C дан тузилган занжирни қараб чиқайлик (204- *а* расм). Занжирнинг учларига ω частотали (92.1) кучланиш берамиз. Занжирда худди шундай частотали ўзгарувчан ток юзага келади, равшанки,



204- расм.

бунда I_m амплитуда ва фаза занжирнинг R, L ва C параметрларига қараб аниқланади. Бу ток актив қаршиликда амплитудаси RI_m бўлган ҳамда фазаси ток фазасига мос келадиган U_R кучланиш тушишини ҳосил қилади (199-*б* расмга қ.). Шунинг учун вектор диаграммада (204-*б* расм) U_R ни тасвирловчи векторни токлар ўқи бўйича жойлаштириш лозим. Индуктивликдаги U_L кучланиш тушиши (ωLI_m амплитудали) токдан фаза бўйича $\pi/2$ га олдин кетади (200-*б* расмга қ.); шунинг учун U_L ни тасвирловчи вектор соат стрелкаси йўналишига қарши йўналишда токлар ўқига нисбатан $\pi/2$ бурчакка бурилган бўлиши лозим. Ниҳоят, сиғимдаги U_C кучланиш тушиши $\left(\frac{1}{\omega C} I_m \text{ амплитудали}\right)$ токдан фаза бўйича $\pi/2$ га орқада қолади (202-*б* расмга қ.); демак, U_C ни тасвирловчи вектор соат стрелкаси йўналишида токлар ўқига нисбатан $\pi/2$ бурчакка бурилган бўлиши лозим.

U_R, U_L ва U_C кучланишларнинг йиғиндиси занжирга берилган U кучланишга тенг бўлиши керак. Шунинг учун U_R, U_L ва U_C кучланишларни тасвирловчи векторларни қўшиб, U кучланиш векторини оламиз (унинг узунлиги U_m га тенг). Бу вектор токлар ўқи билан φ бурчак ҳосил қилади. Бурчакнинг тангенси эса 204-*б* расмдан кўриниб турибдики,

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \tag{95.1}$$

га тенг.

φ бурчак U кучланиш билан i ток орасидаги фаза фарқини беради. Гипотенузаси U_m га тенг бўлган тўғри бурчакли учбурчакдан

$$(RI_m)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) I_m\right]^2 = U_m^2$$

экани келиб чиқади, бундан

$$I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \tag{95.2}$$

Шундай қилиб, агар занжир учларидаги кучланиш

$$U = U_m \cos \omega t$$

қонун бўйича ўзгарса, у ҳолда занжирдан

$$i = I_m \cos(\omega t - \varphi) \tag{95.3}$$

ток ўтади, бу ерда φ ва I_m (95.1) ва (95.2) формулалардан аниқланади.

(95.2) ифодадаги

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \tag{95.4}$$

катталик занжирнинг тўла қаршилиги дейилади.

$$X = X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C} \qquad (95.5)$$

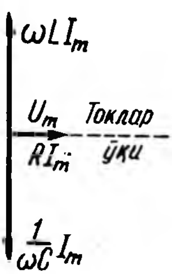
катталик эса реактив қаршилик дейилади. Шундай қилиб,

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}. \qquad (95.6)$$

Токнинг кучланишдан орқада қолиши ($\varphi > 0$) ёки олдин кегиши ($\varphi < 0$) X_L ва X_C лар орасидаги муносабатга боғлиқ. $\omega L > \frac{1}{\omega C}$ бўлганда ток кучланишдан орқада қолади, $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ бўлганда эса ток кучланишдан олдин кетади. Агар $\omega L = \frac{1}{\omega C}$ бўлса, ток билан кучланиш синфаз ўзгаради ($\varphi = 0$). Бу шартни қаноатлантирадиган частотада

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad (95.7)$$

занжирнинг тўла қаршилиги Z берилган R, L ва C қийматларда R га тенг бўлган энг кичик қийматга эга бўлади. Демак, ток кучи ўзининг (берилган U_m кучланишда эришиши мумкин бўлган) энг катта қийматига эришади. Бунда актив қаршиликдаги кучланиш тушиши занжирга берилаётган ташқи кучланишга тенг бўлади. Сиғимдаги кучланиш тушиши U_C ва индуктивликдаги кучланиш тушиши U_L амплитуда жиҳатдан тенг ва фаза бўйича қарама-қарши. Бу ҳодиса кучланишлар резонанси дейилади, бундаги (95.7) частота эса резонанс частота дейилади. Кучланишлар резонанси учун векторлар диаграммаси 205- расмда кўрсатилган.



205- расм.

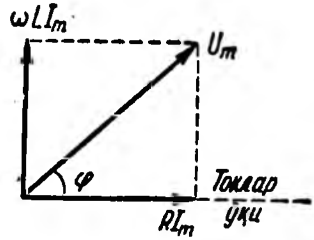
Индуктивликдаги кучланиш амплитудаси ($U_L = \omega L I_m$) ва сиғимдаги кучланиш амплитудаси $\left(U_C = \frac{1}{\omega C} I_m\right)$ ифодаларига резонанс частота (95.7) қийматини қўйсак, қуйидагини оламиз:

$$U_{L\,рез} = U_{C\,рез} = \sqrt{\frac{L}{C}}\, I_m = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}\, U_m.$$

Агар $\sqrt{\frac{L}{C}} > R$ бўлса, индуктивликдаги ва сиғимдаги кучланиш занжирга берилган ташқи кучланишдан ортиб кетади.

Кучланишлар резонанси ҳодисаси шу билан характерлики, бунда занжирнинг тўла қаршилиги фақат актив қаршиликдан иборат бўлиб қолади (ток ва кучланиш синфаз ўзгаради) ва занжирнинг берилган параметрларида энг кичик қийматга эга бўлади.

Агар занжирда сиғим бўлмаса, занжирга берилган кучланиш қаршиликдаги ва индуктивликдаги кучланиш тушишлари йиғиндисига тенг бўлади: $U = U_R + U_L$. Бунга мос векторлар диаграммаси 206-расмда тасвирланган. Бу ҳолда расмдан кўриниб турибдики,



206- расм.

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}, \quad I_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}.$$

(95.1) ва (95.2) формулаларга $\frac{1}{\omega C} = 0$, яъни $C = \infty$ қиймат қўйсак, улар ушбу ҳосил қилган ифодаларимизга мос келади. Шундай қилиб, занжирда сиғим йўқлиги биринчи қарашда бизга туюладиган $C = 0$ ни эмас, балки $C = \infty$ ни билдиради. Буни қуйидагича тушунтириш мумкин. Сиғими бор занжирдан сиғими йўқ занжирга аста-секин ўтиш учун конденсатор қопламаларини улар бир-бирига тўла теккунга қадар яқинлаштириш керак. Бунда қопламалар оралиғидаги d масофа нолга интилади, сиғим катталиги эса чексизликка интилади [(25.2) формулага қ.].

96-§. Ўзгарувчан ток занжирида ажралувчи қувват

Занжирда ажралиб чиқувчи қувватнинг оний қиймати ток ва кучланишлар оний қийматларининг кўпайтмасига тенг [(37.2) формулага таққосланг]:

$$P(t) = U(t)\, i(t) = U_m \cos\omega t\, I_m \cos(\omega t - \varphi).$$

Ушбу

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\cos(\alpha - \beta) + \frac{1}{2}\cos(\alpha + \beta)$$

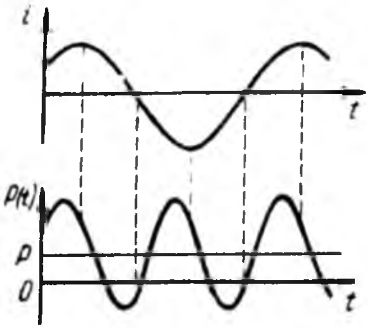
формуладан фойдаланиб, оний қувват ифодасини

$$P(t) = \frac{1}{2} U_m I_m \cos\varphi + \frac{1}{2} U_m I_m \cos(2\omega t - \varphi) \qquad (96.1)$$

кўринишга келтириш мумкин.

$P(t)$ нинг вақт бўйича ўртача қиймати амалий аҳамиятга эга, уни P орқали белгилаймиз. $\cos(2\omega t - \varphi)$ нинг ўртача қиймати нолга тенг бўлгани учун

$$P = \frac{U_m I_m}{2}\cos\varphi. \qquad (96.2)$$



207- расм.

Шундай қилиб, оний қувват (96.1) ўзининг ўртача қиймати (96.2) атрофида ток частотасидан икки марта ортиқ бўлган 2ω частота билан ўзгариб туради (207- расм).

Агар занжирдан ўтаётган ток ҳеч қандай механикавий иш бажармаса, ўртача қувват (96.2) актив қаршиликда иссиқлик шаклида ажралиб чиқади. (95.1) формулага кўра

$$\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{R}{Z}. \qquad (96.3)$$

$\cos\varphi$ нинг бу қийматини (96.2) формулага қўйиб, $\frac{U_m}{Z} = I_m$ эканини ҳисобга олсак [(95.2) формулага қ.], қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$P = \frac{RI_m^2}{2}. \qquad (96.4)$$

Кучи

$$\boxed{I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}} \qquad (96.5)$$

га тенг бўлган ўзгармас ток ҳам шундай қувватга эришади.

(96.5) катталик **ток кучининг ҳақиқий** (ёки эффектив) **қиймати** дейилади. Кучланиш учун ҳам худди шундай

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \qquad (96.6)$$

катталик кучланишнинг ҳақиқий қиймати дейилади.

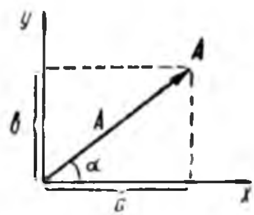
(96.2) формулани кучланиш ва токнинг ҳақиқий қийматидан фойдаланиб қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$P = UI\cos\varphi. \qquad (96.7)$$

Қувват ифодасига кирган $\cos\varphi$ кўпайтувчини **қувват коэффициенти** дейилади. Агар $X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ реактив қаршилик нолга тенг бўлса (одатда, $X_L - X_C = 0$ бўлганда шундай бўлади), у ҳолда (96.3) га биноан $\cos\varphi = 1$ ва $P = UI$ бўлади. Занжир фақат реактив қаршиликка эга ($R = 0$) бўлса, $\cos\varphi = 0$ бўлади, шунинг учун занжирда ажралиб чиқадиган ўртача қувват ҳам нолга тенг бўлади. Бу ҳолда токнинг бир чорак даврида энергия занжирга ташқи тармоқдан келади, кейинги чорак даврида эса орқага қайтади (оний қувват 2ω частота билан ўзгаради). Шундай қилиб, $\cos\varphi = 0$ бўлганда ток кучининг ҳар қандай қийматида ҳам нолдан фарқли ўртача қувватга эришиб бўлмайди. Техникада $\cos\varphi$ ни мумкин қадар каттароқ бўлишига ҳаракат қилинади. $\cos\varphi$ кичик бўлса, зарур бўлган қувватга эришиш учун занжирдан кучли ток ўтказиш керак бўлади. Лекин бунда ток келтирувчи симларда исроф кўпаяди ва шу сабабли симларнинг кўндаланг кесимини орттиришга тўғри келади.

97-§. Символик усул

Ўзгарувчан ток занжирини ҳисоблашда **символик усул** деб аталувчи усулдан фойдаланилса, ҳисоблаш анча соддалашади. Бу усул математика курсидан бизга маълум бўлган координата текислигида жойлашган ҳар қандай **A** векторни (208-расм) комплекс сонлар орқали ифодалаш мумкин эканлигига асосланган:



208- расм.

$$\dot{A} = a + bj = Ae^{j\alpha}, \qquad (97.1)$$

бунда a ва b—векторнинг координата ўқларига проекциялари (вектор боши координата боши билан мос тушади деб фараз қилинади), A—комплекс соннинг модули (вектор модулига мос тушади), α—комплекс соннинг аргументи (вектор билан x ўқ орасидаги бурчакка мос келади, j—мавҳум бирлик[1]).

a, b, A ва α катталиклар орасида қуйидаги муносабат мавжуд:

$$\left.\begin{aligned} A &= \sqrt{a^2 + b^2}, \\ \operatorname{tg}\alpha &= \frac{b}{a}. \end{aligned}\right\} \qquad (97.2)$$

Комплекс сонларни қўшишда уларнинг ҳақиқий ва мавҳум қисмлари алоҳида-алоҳида қўшилади:

$$\dot{A} = \sum \dot{A}_k = \sum a_k + j \sum b_k.$$

---

[1]) Математикада қабул қилинган i белгидан фарқли равишда, электротехникада $\sqrt{-1}$ ни j орқали белгиланади. Бу белгининг қўлланиши ва шунингдек, бурчак ва фазаларнинг φ ҳарфи билан белгиланиши англашилмовчиликка олиб келмайди, чунки биз XV ва XVI бобларда ток зичлиги ва потенциал тушунчасига қайтиб келмаймиз.

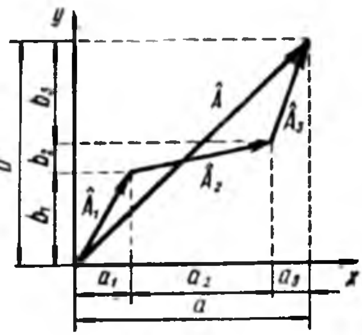
Электротехникада комплекс катталикларни белгилашда ҳарф устига „томча" ўрнига (масалан, U) нуқта қўйилади ($\dot{U}$). Лекин биз кейинги белгидан фойдалана олмаймиз, чунки бу белги физикада вақт бўйича олинган ҳосилани англатади.

Кўриниб турибдики, $\hat{A}$ катталик комплекс сонлар билан гасвирланган $\hat{A}_k$ векторлар йиғиндисига мос келади (209-расм).

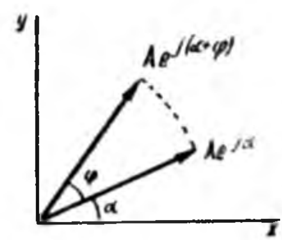
Икки комплекс сонни купайтириш қоидаси

$$Ae^{j\alpha} \cdot Be^{j\beta} = ABe^{j(\alpha+\beta)}$$

дан А векторни тасвирловчи комплекс катталик $\hat{A} = Ae^{j\alpha}$ ни $e^{j\varphi}$ комплекс сонга купайтириш А векторни соат стрелкаси йуналишига тескари йуналишда φ бурчакка буриш билан тенг қийматли эканлиги келиб чиқади (210-расм). Агар $\varphi = \frac{\pi}{2}$ бул-са, у ҳолда $e^{j\varphi} = \cos\frac{\pi}{2} + j\sin\frac{\pi}{2} = j$. Шундай қилиб, векторни j га кўпайтириш шу векторни соат стрелкаси йуналишига тес-



209- расм



210- расм

кари йуналишда $\pi/2$ бурчакка буриш билан тенг қийматлидир. Худди шунга ўхшаш, бирор векторни $1/j = -j$ га купайтириш шу векторни соат стрелкаси йуналишида $\pi/2$ бурчакка буриш билан тенг қийматлидир.

Символик усулнинг афзаллигини курсатиш учун шу усул ёрдамида индуктивлик ва сиғимдаги кучланиш тушишини ҳисоблаб чиқамиз. (93.2) формула символик кўринишда қуйидагича ёзилади:

$$\hat{U}_L = L\frac{d\hat{i}}{dt}.$$

Агар индуктивликдан

$$\hat{i} = I_m e^{j\omega t} \tag{97.3}$$

ток оқаётган бўлса, у ҳолда

$$\hat{U}_L = L\frac{d}{dt}(I_m e^{j\omega t}) = j\omega L I_m e^{j\omega t} = j\omega L\,\hat{i}. \tag{97.4}$$

Шундай қилиб, U_L кучланиш векторини ҳосил қилиш учун ток кучи векторини ωL га купайтириб, соат стрелкаси йуналишига тескари йуналишда $\pi/2$ бурчакка буриш лозим. Бу 200- *б* расмга мос келади.

(94.1) га биноан $U_C = q/C$. Конденсатордаги зарядни қуйидаги куринишда ёзиш мумкин:

$$q = \int i dt.$$

Бу ифодани U_C учун ёзилган формулага қўямиз ва символик куринишга келтириб, қуйидагини оламиз:

$$\hat{U}_C = \frac{1}{C}\int \hat{i} dt.$$

Агар занжирдан (97.3) ток оқаётган булса, конденсатордаги кучланиш

$$\hat{U}_C = \frac{1}{C}\int I_m e^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega C} I_m e^{j\omega t} = -j\frac{1}{\omega C}\hat{i} \qquad (97.5)$$

га тенг булади (кучланишнинг узгармас ташкил этувчиси йўқ деб фараз қилинади; шунинг учун интеграллаш доимийси нолга тенг деб қабул қилинган). Олинган натижа 202- *б* расм билан мос келади. Маълумки, актив қаршиликда кучланиш тушиши қуйидагига тенг:

$$\hat{U}_R = R\hat{i}. \qquad (97.6)$$

204- *а* расмда тасвирланган занжир учун (97.4), (97.5) ва (97.6) катталиклар йиғиндиси $\hat{U}$ ташқи кучланишни беради:

$$R\hat{i} + j\omega L\hat{i} - j\frac{1}{\omega C}\hat{i} = \hat{U}.$$

$\hat{i}$ ни қавсдан ташқарига чиқариб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\hat{i}\left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] = \hat{U}. \qquad (97.7)$$

Бу ифодадаги

$$\hat{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = R + jX \qquad (97.8)$$

катталик **комплекс қаршилик** дейилади. (97.2) формулага кура унинг модули тула қаршилик (95.4) га, аргументи эса (95.1) формуладан аниқланади, яъни φ га тенг (φ—кучланиш билан ток орасидаги фазалар силжиши).

Демак,

$$\hat{Z} = Ze^{j\varphi}. \qquad (97.9)$$

Комплекс қаршилик киритилгандан сунг (97.7) формула

$$\hat{i}\hat{Z} = \hat{U} \qquad (97.10)$$

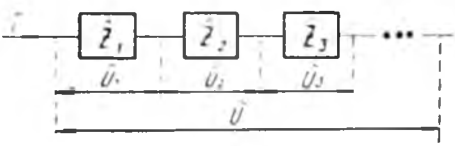
куринишни олади. Бу ўзгармас ток учун Ом қонуни ифодасига мос келади.

Қуйидаги

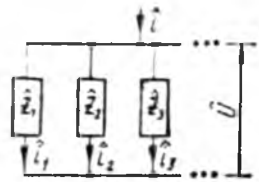
$$\hat{U} = \bar{i}\bar{Z} = \bar{i}Ze^{j\varphi}$$

муносабатдан кучланиш вектори U ни ҳосил қилиш учун ток кучи вектори $\bar{i}$ ни Z га купайтириб, соат стрелкаси йуналишига тескари йуналишда φ бурчакка буриш кифоялиги келиб чиқади. Бу 204-*б* расм билан мос келади.

Қисмлари кетма-кет уланган ва уларнинг ҳар бири Z_k комплекс қаршиликлар билан характерланадиган занжирни кўз олдимизга келтирайлик (211-расм).



211-расм.



212-расм.

(97.10) га мувофиқ ҳар бир қисмдаги кучланиш тушиши

$$\hat{U}_k = \hat{i}\hat{Z}_k$$

га тенг. Барча $\hat{U}_k$ ларнинг йиғиндиси занжирга берилган $\bar{U}$ кучланишга тенг булиши керак:

$$\bar{U} = \sum \hat{i}\hat{Z}_k = \hat{i}\sum \hat{Z}_k = \hat{i}\hat{Z}.$$

Шундай қилиб, кетма-кет уланган занжирнинг $\bar{Z}$ комплекс қаршилиги ҳар бир қисм комплекс қаршилигининг йиғиндисига тенг:

$$\hat{Z} = \sum \hat{Z}_k. \tag{97.11}$$

Ҳар бири Z_k комплекс қаршилик билан характерланадиган элементлари параллел уланган занжирда тўлиқ ток

$$\hat{i} = \frac{\hat{U}}{\hat{Z}}$$

га тенг булади (212-расм), бунда $\bar{U}$—занжирга берилган кучланиш, $\bar{Z}$ — занжирнинг комплекс қаршилиги Шу билан бирга $\bar{i}$ ток занжирнинг ҳар бир элементидан утган ва $\bar{i}_k = \bar{U}/\bar{Z}_k$

ифода орқали аниқланадиган $\hat{i}_k$ токлар йиғиндисига тенг булиши керак:

$$\hat{i} = \sum \frac{\hat{U}}{\hat{Z}_k}.$$

$\hat{i}$ учун ёзилган иккала ифодани бир-бирига тенглаб, параллел уланган занжирнинг комплекс қаршилигини ҳисоблаш формуласини топамиз:

$$\frac{1}{\hat{Z}} = \sum \frac{1}{\hat{Z}_k}. \qquad (97.12)$$

Кирхгоф қоидаси комплекс шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\left.\begin{aligned} \sum \hat{i}_k &= 0, \\ \sum \hat{Z}_k \hat{i}_k &= \sum \hat{\mathscr{E}}_k, \end{aligned}\right\} \qquad (97.13)$$

бу ерда $\hat{\mathscr{E}}_k = \mathscr{E}_{mk} e^{j(\omega t + \alpha k)}$ контурдаги k - э. ю. к.

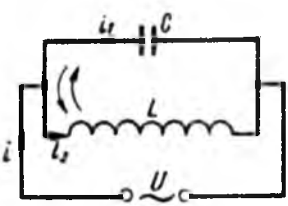
Агар ток, кучланиш ва э. ю. к. ларнинг амплитудавий қиймати урнига уларнинг ҳақиқий қийматлари олинса, бу параграфда олинган ҳамма формулалар уринли булади.

98-§. Токлар резонанси

Индуктивлик ва сиғим параллел уланган занжирни қараб чиқамиз (213- расм). Занжирнинг ҳар иккала тармоғининг актив қаршилиги жуда кичик, шунинг учун уларни ҳисобга олмаса ҳам булади деб фараз қиламиз. Бу ҳолда (97.4) ва (97.5) формулаларга биноан

$$\left.\begin{aligned} \hat{i}_1 &= j\omega C\hat{U}; \\ \hat{i}_2 &= \frac{\hat{U}}{j\omega L} = -j\frac{\hat{U}}{\omega L} \end{aligned}\right\} \qquad (98.1)$$

$$\left(\hat{U}_C = \hat{U}_L = \hat{U}\right).$$



213- расм.

(98.1) ифодалардан i_1 ва i_2 токлар қарама-қарши фазада (индуктивликда ток U кучланишдан $\pi/2$ га орқада қолади, сиғимда эса ток U кучланишдан $\pi/2$ га олдин кетади) эканлиги келиб чиқади. Ток келтирувчи симлардаги $\hat{i}$ ток $\hat{i}_1$ ва $\hat{i}_2$ токларнинг йиғиндисига тенг:

$$\hat{i} = \hat{i}_1 + \hat{i}_2 = j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)\hat{U}.$$

Бунда

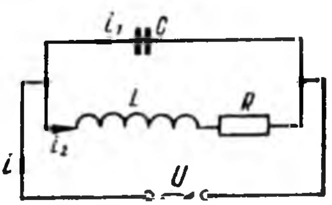
$$\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0 \qquad (98.2)$$

шарт бажарилганда занжирнинг баъзи қисмларида $\hat{i}_1$ ва $\hat{i}_2$ токлар жуда катта булиши мумкин булса-да, ток келтирувчи симларда i ток булмайди. Бу ҳодиса **т о к л а р   р е з о н а н с и** дейилади. (98.2) шартдан резонанс частота учун кучланишлар резонансида [(95.7) формулага қ.] олинган қиймат ҳосил бўлади.

Резонанс вақтида i_1 ва i_2 токлар амплитуда жиҳатдан бирдай ва юқорида айтилганидек, фаза бўйича қарама-қаршидир. Демак, индуктивлик ва сиғимдан тузилган контурда конденсатор қопламаларини узлуксиз қайта зарядловчи ток айланиб туради.

i_1 ва i_2 токлар орасидаги муносабатни вектор диаграмма ёрдамида яққол курсатиш мумкин. Кучланишлар диаграммасида $\bar{U}$ кучланиш вектори токлар уқига нисбатан жойлаштирилган эди (204- *б* расмга қ.). Энди токлар диаграммасини тузишда $\bar{i}$ токлар векторини кучланишлар уқига нисбатан жойлаштирамиз. Бу уқ сифатида x уқини оламиз (214- расм).

214- расм.



215- расм.

Индуктивликдаги ток кучланишдан $\pi/2$ га орқада қолади, шунинг учун уни кучланишлар ўқига нисбатан соат стрелкаси йўналишида $\pi/2$ бурчакка бурилган вектор орқали тасвирланади. Сиғимда эса ток кучланишдан $\pi/2$ га олдин кетади, шунинг учун уни кучланишлар ўқига нисбатан соат стрелкаси йўналишига тескари йўналишда $\pi/2$ бурчакка бурилган вектор кўринишида тасвирланади.

Резонанс вақтида иккала ток векторларининг узунликлари бирдай бўлиб, натижавий ток эса нолга тенг булади.

Амалда индуктивлик (масалан, ғалтак) ҳар доим маълум R актив қаршиликка эга булади[1]) (215- расмда актив қаршилик ва индуктивликнинг ўзи алоҳида кўрсатилган). Демак, токнинг кучланишдан орқада қолиши $\pi/2$ дан кичик бўлар экан, уни қуйидаги формула орқали аниқланади:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{R}.$$

216- расм.

Бу ҳолда $\bar{I}_1$ ва $\bar{I}_2$ векторлар коллинеар эмас ва уларнинг йиғиндиси нолга тенг булиши мумкин эмас (216- *а* расм). Ҳар иккала тармоқнинг комплекс қаршилиги қуйидагига тенг (215-расмга қ.)

$$Z_1 = \frac{1}{j\omega C}, \quad Z_2 = R + j\omega L.$$

Бутун занжир қаршилигини (97.12) формула бўйича ҳисоблаймиз:

$$\frac{1}{\bar{Z}} = j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} = \frac{(1-\omega^2 LC) + j\omega CR}{R + j\omega L},$$

бундан

$$\bar{Z} = \frac{R + j\omega L}{(1-\omega^2 LC) + j\omega CR}.$$

Ифоданинг сурат ва махражини махраждаги сонга қўшма булган комплекс сонга купайтириб, қуйидагини оламиз:

$$\bar{Z} = \frac{R + j\left[\omega L(1-\omega^2 LC) - \omega CR^2\right]}{(1-\omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2} \qquad (98.3)$$

$\bar{Z}$ нинг модули параллел уланган занжирнинг тула қаршилигини беради, $\bar{Z}$ нинг реактив ва актив ташкил этувчиларининг нисбати эса кучланиш ва ток орасидаги фазалар силжишини курсатувчи φ бурчак тангенсини беради.

Z тула қаршилик максимум қийматга (яъни токлар резонанси) $\bar{Z}$ нинг реактив ташкил этувчиси нолга айланганда ва демак, тула қаршилик фақат актив қаршиликдан иборат булгандагина эришишини курсатиш мумкин (216- *б* расм). Резонанс частотани (98.3) ифоданинг мавҳум қисмини нолга тенглаб топиш мумкин:

$$\omega L(1-\omega^2 LC) - \omega CR^2 = 0.$$

[1]) Бу шунингдек, конденсаторга ҳам тегишлидир; бироқ конденсатор занжиридаги актив қаршиликни индуктивлик занжиридагига қараганда жуда кичик қилиш мумкин.

Бундан

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{L^2}} \tag{98.4}$$

$R = 0$ булганда бу формула (95.7) га айланади.

Шундай қилиб, токлар резонанси шу билан характерлики, бунда занжирнинг тўла қаршилиги фақат актив қаршиликдан иборат булиб, занжирнинг берилган параметрларида мумкин булган энг катта қийматга эришади (кучланишлар резонансида Z энг кичик қийматга эга бўлади). Бунда i_1 ва i_2 токлар манбадан утувчи i токдан анча катта булиб қолади. Манба берадиган қувват занжирнинг R актив қаршилигида ажралади.

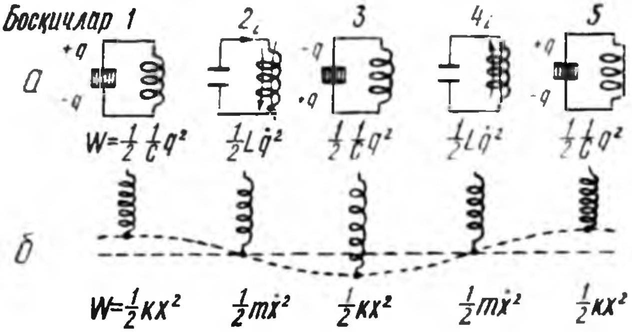
(98.4) частотали ток учун кичик R қаршиликли контур жуда катта қаршиликка эга бўлади. Бунда R қанча кичик булса, контур шунча катта қаршиликка эга булади ($R \to 0$ да контурнинг Z қаршилиги чексизликка интилади).

XVI БОБ

ЭЛЕКТР ТЕБРАНИШЛАР

99- §. Актив қаршиликсиз контурда эркин тебранишлар

Электр тебранишлар индуктивлик ва сиғимдан тузилган занжирларда ҳосил булиши мумкин. Бундай занжирни тебраниш контури дейилади. 217- *а* расмда актив қаршилиғи нолга тенг булган идеал занжирда тебраниш процесси ҳосил булишининг кетма-кет босқичлари тасвирланган.



217- расм.

Тебраниш ҳосил қилиш учун, индуктивликдан узилган конденсаторни ток манбаига улаш керак, бунинг натижасида конденсатор қопламаларида қарама-қарши ишорали q_m заряд миқдори тўпланади (1- босқич). Қопламалар орасида энергияси $\frac{1}{2}\frac{1}{C}q_m^2$ га тенг булган электр майдони ҳосил булади [(29.1) формулага қ.]. Сунгра конденсаторни ток манбаидан узиб индуктивликка уласак, конденсатор зарядсизлана бошлайди ва контурда ток ҳосил бўлади. Натижада электр майдони энергияси камая боради, аммо индуктивликдан утаётган ток энергияси аста-секин ортиб борувчи магнит майдонини вужудга келтиради. Бу энергия $\frac{1}{2}Li^2$ га тенг [(61.4) формулага қ.].

Занжирнинг актив қаршилиги нолга тенг бўлгани сабабли, $\frac{1}{2}\frac{1}{C}q^2$ электр майдон энергияси ва $\frac{1}{2}Li^2$ магнит майдон энергиясининг йиғиндисидан иборат тўла энергия исигишга сарф бўлмайди ва ўзгармас сақланади. Шунинг учун конденсатордаги кучланиш, бинобарин, электр майдони энергияси нолга айланган пайтда магнит майдони энергияси, яъни ток энг катта қийматга эришади (2- босқич; шу пайтдан бошлаб ток ўзиндукция э. ю. к. ҳисобига ўтади). Сўнгра ток камая боради ва қопламалардаги заряд миқдори дастлабки q_m қийматига эришганда ток нолга тенг бўлади (3- босқич). Шундан кейинги процесслар аксинча тартибда боради (4- ва 5- босқичлар), ва ниҳоят, система дастлабки ҳолатига қайтади (5- босқич); сўнгра бутун цикл бошқатдан қайтарилади. Баён қилинган процесс давомида конденсатор қопламаларидаги q заряд, конденсатордаги U кучланиш ва индуктивликдан ўтувчи i ток кучи даврий ўзгариб туради (яъни тебранади). Тебранишда электр ва магнит майдони энергиялари ўзаро алмашиниб туради.

217- *б* расмда контурдаги тебранишлар пружинали маятникнинг тебранишлари билан таққосланган. Конденсатор қопламаларига заряд бериш пружинали маятникнинг мувозанат ҳолатидан ташқи куч таъсирида четга чиқарилиши ва унинг бошланғич X_m оғишига мос келади. Бунда пружинанинг $\frac{1}{2}kx_m^2$ га тенг бўлган эластик деформация потенциал энергияси ҳосил бўлади [I томдаги (62.3) формулага қ.]. 2- босқич маятникнинг мувозанат ҳолатидан ўтишига мос келади. Шу пайтда квазиэластик куч нолга тенг ва маятник инерция туфайли ҳаракатини давом эттиради. Бу вақтга келиб маятникнинг энергияси бутунлай кинетик энергияга айланади ва бу энергия $\frac{1}{2}m\dot{x}^2$ ифода орқали аниқланади. Кейинги босқичларни таққослашни ўқувчига ҳавола қиламиз.

Электр ва механикавий тебранишларни таққослашдан сўнг қуйидаги хулосага келамиз. $\frac{1}{2}\frac{1}{C}q^2$ электр майдон энергияси эластик деформация потенциал энергиясига, $\frac{1}{2}Li^2$ магнит майдон энергияси кинетик энергияга ўхшар экан. Бунда L индуктивлик m масса ролини, сиғимга тескари бўлган $(1/C)$ катталик эса бикрлик коэффициенти k ролини бажарар экан. Ниҳоят, q зарядга маятникнинг мувозанат ҳолатидан x силжиши мос келади, $i=\dot{q}$ ток кучига эса $|\dot{x}|$ тезлик мос келади. Электрик ва механикавий тебранишларнинг бу ўхшашлиги уларнинг математик тенгламаларида ҳам ўз ифодасини топганлигини қуйида кўришимиз мумкин.

Тебраниш вақтида контурга ташқи кучланиш берилмаган. Шунинг учун сиғимдаги $U_c = \frac{q}{C}$ ва индуктивликдаги $U_L = L\frac{dI}{dt}$ кучланиш тушувлари йиғиндиси нолга тенг булиши керак

$$L\frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0.$$

Бу ифодани L га бўлиб ва $\frac{dI}{dt}$ ни $\ddot{q}$ $(\dot{I} = \ddot{q})$ билан алмаштириб, қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\ddot{q} + \frac{1}{LC}q = 0. \tag{99.1}$$

Агар

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \tag{99.2}$$

белгини киритсак, (99.1) тенглама механик тебранишлар (I том, (62.6) формулага қ.) бобида урганилган ва бизга яхши таниш булган

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0 \tag{99.3}$$

куринишни олади. Маълумки, бу тенгламанинг ечими

$$q = q_m \cos(\omega_0 t + \alpha) \tag{99.4}$$

функция булади.

Шундай қилиб, конденсатор қопламаларидаги заряд частотаси (99.2) ифодадан аниқланадиган гармоник қонун буйича узгарар экан. Бу частота контурнинг хусусий частотаси дейилади (бу частота гармоник осцилляторнинг хусусий частотасига мос келади). Тебраниш даври учун *Томсон формуласи* деб аталувчи қуйидаги формула ҳосил булади:

$$T = 2\pi\sqrt{LC}. \tag{99.5}$$

Конденсатордаги кучланиш заряддан $1/C$ купайтувчиси билан фарқ қилади:

$$U = \frac{q_m}{C}\cos(\omega_0 t + \alpha) = U_m \cos(\omega_0 t + \alpha). \tag{99.6}$$

(99.4) функцияни вақт буйича дифференциаллаб, ток кучи ифодасини оламиз:

$$I = -\omega_0 q_m \sin(\omega_0 t + \alpha) = I_m \cos\left(\omega_0 t + \alpha + \frac{\pi}{2}\right). \tag{99.7}$$

(99.4) ва (99.7) формулаларни таққослаб, ток максимал қийматга эришганда заряд (шунингдек, кучланиш ҳам) нолга айланади ва аксинча, деган хулосага келамиз. Заряд билан ток орасидаги бу муносабатни биз юқорида энергетик нуқтаи назардан қараб чиққан эдик.

(99.6) ва (99.7) формулалардан

$$U_m = \frac{q_m}{C}, I_m = \omega_0 q_m$$

эканлиги келиб чиқади.

ω_0 ни (99.2) формула бўйича алмаштирсак, қуйидаги

$$U_m = \sqrt{\frac{L}{C}} I_m \qquad (99.8)$$

ифодани оламиз.

Электр майдон энергиясининг $\left[\frac{1}{2} CU_m^2;\right.$ (29.1) га қ.$\left.\right]$ энг катта қиймати магнит майдон энергиясининг $\left(\frac{1}{2} LI_m^2\right)$ энг катта қийматига тенг бўлиши керак. Шунга асосланган ҳолда ҳам (99.8) формулани чиқариш мумкин.

100-§. Сўнувчи эркин тебранишлар

Ҳар қандай реал контур актив қаршиликка эга. Контурда йиғилган энергия шу қаршиликда аста-секин иссиқликка айланади, натижада эркин тебранишлар сўнади. Тебраниш тенгламасини сиғимдаги, индуктивликдаги ва актив қаршиликдаги кучланиш тушувлари йиғиндиси нолга тенг бўлиши кераклигидан ҳосил қилиш мумкин:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}q = 0.$$

Бу ифодани L га бўлиб ва i ни $\dot{q}$ орқали, $\frac{di}{dt}$ ни $\ddot{q}$ орқали белгилаб, қуйидагини оламиз:

$$\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0. \qquad (100.1)$$

Бунда $\frac{1}{LC}$ катталик контурнинг хусусий частотаси ω_0 нинг квадратига тенг эканини назарга олиб [(99.2) формулага қ.] ва

$$\beta = \frac{R}{2L} \qquad (100.2)$$

белгилаш киритиб, (100.1) тенгламани қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = 0. \qquad (100.3)$$

Охирги тенглама сўнувчи механикавий тебранишларнинг дифференциал тенгламасига мос келади [I том, (73.2) формулага қ.]. $\beta^2 < \omega_0^2$, яъни $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$ шарт бажарилганда (100.3) тенгламанинг ечими қуйидаги кўринишга эга бўлади:

$$q = q_{m0}e^{-\beta t}\cos(\omega t + \alpha), \qquad (100.4)$$

бу ерда $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$. ω_0 нинг (99.2) даги қийматини ва β нинг (100.2) даги қийматини ўрнига қўйиб, қуйидагини топамиз:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \tag{100.5}$$

Шундай қилиб, сўнувчи тебранишлар частотаси хусусий частота ω_0 дан кичик бўлар экан. $R = 0$ да (100.5) ифода (99.2) га айланади.

(100.4) ни C сиғимга бўлиб юборсак, конденсатордаги кучланишни оламиз:

$$U = \frac{q_{m0}}{C} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha) = U_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha). \tag{100.6}$$

Ток кучини топиш учун (100.4) ни вақт бўйича дифференциаллаймиз:

$$i = \dot{q} = q_{m0} e^{-\beta t} [-\beta \cos(\omega t + \alpha) - \omega \sin(\omega t + \alpha)].$$

Бу ифодани $\sqrt{\omega^2 + \beta^2} = \sqrt{\omega_0^2} = \omega_0$ га кўпайтириб, сўнгра бўламиз:

$$i = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} \left[-\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \cos(\omega t + \alpha) - \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} \sin(\omega t + \alpha) \right].$$

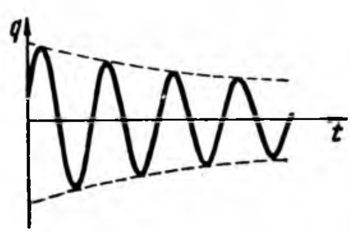
Қуйидаги

$$\cos\psi = -\frac{\beta}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = -\frac{\beta}{\omega_0}, \quad \sin\psi = \frac{\omega}{\sqrt{\omega^2 + \beta^2}} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

шартлардан[1]) аниқланадиган ψ бурчак тушунчасини киритиб, ушбуни ҳосил қиламиз:

$$i = \omega_0 q_{m0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \alpha + \psi). \tag{100.7}$$

$\cos\psi < 0$, $\sin\psi > 0$ бўлгани сабабли $\frac{\pi}{2} < \psi < \pi$. Шундай қилиб, контур актив қаршиликка эга бўлса, конденсаторда ток кучланишдан фаза бўйича $\pi/2$ дан каттароқ даврга олдин кетар экан ($R = 0$ бўлганда $\pi/2$ га олдин кетади.)



218- расм.

(100.4) функциянинг графиги 218- расмда тасвирланган. Кучланиш ва ток кучининг графиклари ҳам шундай кўринишда бўлади.

Тебранишларнинг сўнишини сўнишнинг логарифмик декре-

---

[1]) Бу шартларга яна қуйидагича кўриниш бериш мумкин:

$$\operatorname{tg}\psi = -\frac{\omega}{\beta}, \quad \cos\psi < 0.$$

менти орқали характерлаш қабул қилинган [I том, (73.12) формулага қ.]

$$\lambda = \ln \frac{a(t)}{a(t+T)} = \beta T,$$

бу ерда $a(t)$ — мос катталикнинг (q, U ёки i) амплитудаси. Сунишнинг логарифмик декременти тебраниш амплитудаси e марта камайиши учун кетган вақт ичида содир бўлган тебранишлар сони Ne га тескари катталик эканини текшириб кўриш осон:

$$\lambda = \frac{1}{N_e}.$$

Тебраниш контурини кўпроқ унинг асллиги Q орқали характерлайдилар. Бу сунишнинг логарифмик декрементига тескари пропорционал катталик сифатида аниқланади:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda} = \pi N_e. \tag{100.8}$$

(100.8) дан контур амплитуда e марта камайгунча қанча куп тебранишга улгурса, унинг асллиги шунча юқори булиши келиб чиқади. λ ўрнига унинг βT қийматини қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$Q = \frac{\pi}{\beta T} = \frac{1}{2\beta}\left(\frac{2\pi}{T}\right) = \frac{\omega}{2\beta}.$$

Агар суниш унча катта бўлмаса ($\beta^2 \ll \omega_0^2$), у ҳолда $\omega \approx \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ деб олиш мумкин. Бунда

$$Q \approx \frac{\omega_0}{2\beta} = \frac{1}{\sqrt{LC}}\,\frac{L}{R} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$$

ҳосил булади [(100.2) га мувофиқ $2\beta = R/L$]. Шундай қилиб, суниш кучсиз бўлганда

$$Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}. \tag{100.9}$$

Контурдаги ток кучининг амплитудаси $e^{-\beta t}$ қонун буйича камайиб б ради. Контурда йиғилган W энергия ток кучи амплитудасининг квадратига (ёки конденсатордаги кучланиш амплитудасининг квадратига пропорционал); бинобарин, W энергия $e^{-2\beta t}$ қонун буйича камаяди. Энергиянииг бир давр ичида камайиши

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W(t) - W(t+T)}{W(t)} = \frac{1 - e^{-2\beta t}}{1} = 1 - e^{-2\lambda}$$

га тенг.

Суниш жуда кам бўлганда (яъни $\lambda \ll 1$ шарт бажарилганда) $e^{-2\lambda}$ ни тақрибан $1-2\lambda$ га алмаштириш мумкин:

$$\frac{\Delta W}{W} = 1 - (1 - 2\lambda) = 2\lambda.$$

Бу ифодадаги λ ни (100.8) формулага биноан Q контур асллиги орқали ифодалаб ва ҳосил булган тенгламани Q га нисбатан ечиб, қуйидагини оламиз:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}. \qquad (100.10)$$

Демак, сўниш кучсиз булганда контурнинг асллиги контурда йиғилган энергиянинг бир тебраниш даврида йўқолган энергияга бўлган нисбатига пропорционал булар экан.

Хулоса қилиб шуни айтиш керакки, $\beta^2 \geqslant \omega_0^2$, яъни $\frac{R^2}{4L^2} \geqslant \frac{1}{LC}$ булганда тебраниш урнига конденсаторнинг апериодик зарядсизланиши содир бўлади. Контурнинг тебраниш процесси, апериодик процессга утадиган қаршилиги критик қаршилик дейилади. Критик қаршиликнинг қиймати $\frac{R_к^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$ шартдан аниқланади, бундан

$$R_к = 2\sqrt{\frac{L}{C}}. \qquad (100.11)$$

101-§. Мажбурий электр тебранишлар

Мажбурий тебранишлар ҳосил қилиш учун системага даврий узгарувчи ташқи куч таъсир қилиш керак. Электр тебранишларда буни амалга ошириш учун контур элементларига кетма-кет қилиб узгарувчан э. ю. к. улаш керак ёки контурни узиб, ҳосил бўлган контактларга узгарувчан U кучланиш бериш керак. Кейинги ҳол аввалги бобда батафсил куриб чиқилган[1]) (204-*а* расмга қ.). Аммо электр ва механикавий тебранишлар орасидаги ўхшашликни талқин қилишни охирига етказиш мақсадида тенгламаларга бошқачароқ куриниш бериб, мажбурий электр тебранишларни яна бир бор қараб чиқамиз.

Контур элементларидаги кучланишлар тушуви йиғиндисини занжирга берилган кучланишга тенглаймиз:

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}q = U_m \cos \omega t.$$

i токни q заряд орқали ифодалаб ва (99.2), (100.2) белгилашлардан фойдаланиб, қуйидаги тенгламани ёзамиз:

$$\ddot{q} + 2\beta\dot{q} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L}\cos \omega t.$$

---

[1]) э.ю.к. берилган ҳол учун ҳам тенгламалар худди шундай кўринишда бўлади, фақат бундаги $U = U_m \cos \omega t$ функцияни $\mathcal{E} = \mathcal{E}_m \cos \omega t$ га алмаштириш лозим.

Бу тенглама мажбурий механикавий тебранишларнинг дифференциал тенгламаси билан мос тушади [I том, (75.2) формулага қ.]. Тенгламанинг хусусий ечими қуйидаги куринишга эга:

$$q = q_m \cos(\omega t - \psi), \tag{101.1}$$

бунда

$$q_m = \frac{\left(\frac{U_m}{L}\right)}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}, \quad \mathrm{tg}\,\psi = \frac{2\beta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

[I том, (75.7) ва (75.8) формулаларга қ.].

Бу ифодаларга ω_0^2 ва β нинг (99.2) ва (100.2) ифодалардаги қийматларини қуйсак,

$$q_m = \frac{U_m}{\omega\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \tag{101.2}$$

$$\mathrm{tg}\,\psi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L} \tag{101.3}$$

ларни ҳосил қиламиз. Агар (101.1) хусусий ечимга бир жинсли тенгламанинг умумий ечимини қушсак, берилган тенгламанинг умумий ечими ҳосил булади. Бу ечимни аввалги параграфда курган эдик [(100.4) формулага қ.]. Бу ечим экспоненциал $e^{-\beta t}$ купайтувчини ўз ичига олади, шунинг учун тебраниш бошлангандан сунг етарлича вақт утиши билан камайиб қолади ва уни ҳисобга олмаса ҳам булади. Демак, ҳосил булган мажбурий тебранишлар (101.1) функция орқали ифодаланади. Эслатиб ўтамиз: аввалги бобда фақат ҳосил булган кучланишлар ва токлар қараб чиқилган эди.

q зарядни C сиғимга бўлиб, конденсатордаги кучланишни оламиз:

$$U_C = \frac{q_m}{C}\cos(\omega t - \psi) = U_{C_m}\cos(\omega t - \psi),$$

бунда

$$U_{C_m} = \frac{q_m}{C} = \frac{U_m}{\omega C\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}. \tag{101.4}$$

(101.1) ни t бўйича дифференциаллаб, контурда ҳосил булган токни топамиз:

$$i = -\omega q_m \sin(\omega t - \psi) = I_m \cos\left(\omega t - \psi + \frac{\pi}{2}\right). \tag{101.5}$$

Токнинг амплитуда қиймати

$$I_m = \omega q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \tag{101.6}$$

га тенг, бу (95.2) ифода билан мос тушади.

(101.5) га $\varphi = \varphi - \pi/2$ белги киритиб, i ток учун (95.3) формула билан мос тушувчи ифодага келамиз. (101.3) га биноан

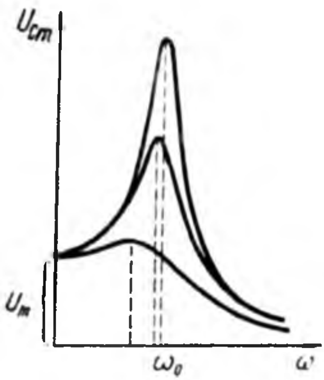
$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{tg}\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Шундай қилиб, биз яна (95.1) формулага келдик.

Конденсатордаги q заряд ва U_C кучланиш учун резонанс частота қуйидагига тенг [I том, (75.11) формулага қ.]:

$$\omega_q = \omega_U = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L^2}} < \omega_0. \qquad (101.7)$$

219- расмда U_C учун резонанс эгри чизиқлари тасвирланган (q учун ҳам резонанс эгри чизиқлари худди шундай куринишда булади). Улар механикавий тебранишлар учун олинган резонанс эгри чизиқларга ухшашдир (I том, 189- расмга қ.) $\omega \to 0$ да резонанс эгри чизиқлари U_m кучланишли узгармас кучланиш манбаига уланган конденсатор эришадиган $U_{Cm} = U_m$ кучланишга интилади. $\beta = R/2L$ катталик қанча кичик булса, яъни контурнинг актив қаршилиги қанча кичик ва индуктивлиги қанча катта булса, резонансда максимум шунча баланд ва уткир учли булади.



219- расм.

220- расмда ток кучи учун резонанс эгри чизиқлари тасвирланган. Бу эгри чизиқлар механикавий тебранишлардаги тезлик учун олинган резонанс эгри чизиқларга мос келади. Ток кучининг амплитудаси (101.6) $\omega L - 1/\omega C = 0$ да максимал қийматга эришади. Демак, ток кучи учун резонанс частота контурнинг ω_0 хусусий тебраниш частотаси билан мос келади. Резонанс эгри чизиқлари билан кесишувчи I_m уқдаги кесма узунлиги нолга тенг, яъни кучланиш узгармас булганда конденсатор уланган ёпиқ занжирдан ток ута олмайди.

Сўниш кам булганда ($\beta^2 \ll \omega_0^2$) кучланиш учун резонанс частота (101.7) ни ω_0 га тенг деб фараз қилиш мумкин:

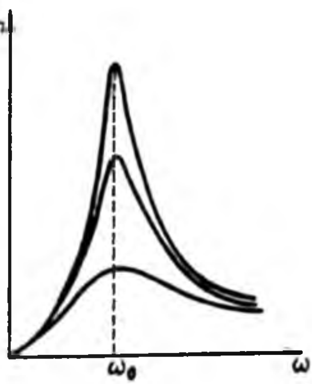
$$\omega_U \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \omega_U L - \frac{1}{\omega_U C} \approx 0.$$

(101.4) формулага биноан резонанс вақтида ҳосил булган конденсатордаги кучланиш амплитудаси $U_{Cm\,\text{рез}}$ нинг ташқи кучланиш амплитудаси U_m га бўлган нисбати

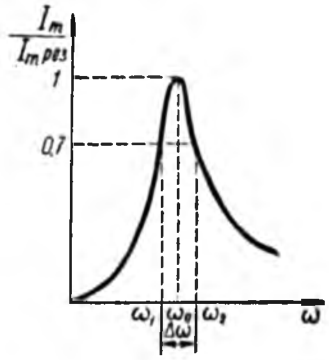
$$\frac{U_{Cm\,\text{рез}}}{U_m} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{LC}} C \sqrt{R^2}} = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} = Q$$

га тенг бўлади, бунда Q — контурнинг асллиги [(100.9) формулага қ.].

Контурнинг асллиги резонанс эгри чизиқларнинг уткирлигини ҳам характерлайди. Бунга ишонч ҳосил қилиш мақсадида ток кучи учун тўла қувватнинг ярмига мос келувчи резонанс эгри чизиқлар кенглигини ҳисоблайлик. Резонанс эгри чизиқлар кенглиги деганда частоталарнинг $\Delta\omega$ айирмаси тушунилади. Бу частоталар айирмаси учун I_m резонанс қийматнинг 0,5 қисмини ташкил қилади ($I_m \approx 0{,}7\ I_{m\,\text{рез}}$) (221 -расм).



220- расм.



221- расм.

(101.6) формулага мувофиқ ток кучи амплитудасининг квадрати қуйидагига тенг:

$$I_m^2 = \frac{U_m^2}{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Резонанс вақтида I_m^2 нинг қиймати $I^2_{m\,\text{рез}} = \frac{U_m^2}{R^2}$ га тенг. Амплитуда квадрати I_m^2 қуйидаги

$$\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 = R^2$$

шартни қаноатлантирувчи частоталарда $I^2_{m\,\text{рез}}$ резонанс қийматнинг 0,5 қисмини ташкил қилади.

Қавсни очиб, унча мураккаб бўлмаган ўзгартиришлардан сўнг қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\frac{\omega^4}{\left(\frac{1}{LC}\right)^2} - 2\frac{\omega^2}{\left(\frac{1}{LC}\right)^2} - R^2\frac{C}{L}\frac{\omega^2}{\left(\frac{1}{LC}\right)} + 1 = 0.$$

(100.9) формулага мувофиқ $R^2\frac{C}{L} = \frac{1}{Q^2}$, $\frac{1}{LC} = \omega_0^2$. Шунинг учун қуйидаги тенгламани ёзишимиз мумкин:

$$\frac{\omega^4}{\omega_0^4} - \left(2 + \frac{1}{Q^2}\right)\frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 1 = 0.$$

Бу тенгламани ω^2/ω_0^2 га нисбатан ечамиз:

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 + \frac{1}{2Q^2} \pm \sqrt{\left(1 + \frac{1}{2Q^2}\right)^2 - 1} = 1 + \frac{1}{2Q^2} \pm \frac{1}{Q}\sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}}.$$

Контурнинг асллиги катта бўлса, махражида Q- бўлган ҳадларни 1 га нисбатан ҳисобга олмасак ҳам бўлади. У ҳолда

$$\frac{\omega^2}{\omega_0^2} = 1 \pm \frac{1}{Q} \approx \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right)^2,$$

бундан

$$\frac{\omega}{\omega_0} = 1 \pm \frac{1}{2Q}.$$

Шундай қилиб, частотанинг қидирилаётган қиймати қуйидагига тенг:

$$\omega_1 = \omega_0\left(1 - \frac{1}{2Q}\right) \text{ ва } \omega_2 = \omega_0\left(1 + \frac{1}{2Q}\right).$$

Бу ердан $\omega_2 - \omega_1$ айирмани олиб, резонанс эгрилигининг кенглиги $\Delta\omega$ ни топамиз. Эгриликнинг $\frac{\Delta\omega}{\omega_0}$ нисбий кенглиги контурнинг Q асллигига тескари катталик экан:

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}. \tag{101.8}$$

Бу формула фақат Q катта, яъни контурда эркин тебранишларнинг сўниши кам бўлган ҳол учунгина тўғри эканлигини эслатиб ўтамиз.

Биз бу параграфда ташқи кучланиш тебраниш контурининг элементлари билан кетма-кет уланганда юзага келувчи мажбурий тебранишларни қараб чиқдик (204- *а* расмга қ.). Равшанки, кучланиш манбаини тебраниш контурига параллел улаб ҳам контурда мажбурий тебранишлар ҳосил қилиш мумкин (215 расмга қ) Бундай ҳолда резонанс частота (98.4) формуладан топилади.

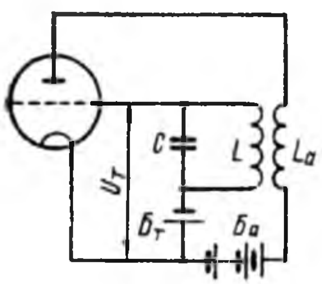
Резонанс ҳодисаси мураккаб кучланишлардан керакли ташкил этувчини ажратиб олиш учун қулланилади. Контурга берилган кучланиш қуйидагига тенг булсин:

$$U = U_{m1}\cos(\omega t + \alpha_1) + U_{m2}\cos(\omega_2 t + \alpha_2) + \dots$$

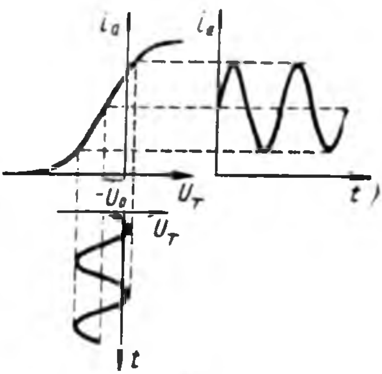
Контурни ω_1, ω_2 ва ҳоказо частоталардан бирига созлаб (яъни шундай йул билан контурнинг C ва L параметрларини танлаб), конденсаторда шу ташкил этувчидан Q марта катта қийматли кучланиш олиш мумкин, бу вақтда қолган ташкил этувчиларнинг конденсаторда ҳосил қилган кучланиши анча кучсиз булади. Масалан, радиоприёмник керакли узунликдаги тулқинга созланаётганда худди шундай процесс амалга ошади.

102-§. Сўнмас тебранишлар ҳосил қилиш

Сунмас электр тебранишлар ҳосил қилиш учун лампали генераторлар — электрон лампали автотебраниш системалари қулланилади. 222- расмда шундай генераторнинг энг содда схемаси келтирилган. Тебраниш ҳосил қилинадиган контур триоднинг катоди билан турига уланган. Анод занжирига контурнинг L ғалтаги билан индуктив боғланган L_a ғалтак уланган.



222- расм.



- расм.

ган. $Б_Т$ батарея лампанинг ишчи нуқтасини характеристиканинг (223- расм) туғри чизиқли қисмининг уртасига силжитиш учун хизмат қилади. Контурда тебраниш юзага келганда $U_Т$ тур кучланиши $Б_Т$ батареянинг U_0 кучланиши ва конденсатордаги $U_C = q/C$ кучланишларнинг қўшилишидан иборат бўлади:

$$U_Т = U_0 + \frac{q}{C}. \qquad (102.1)$$

224- расмда шу кучланишнинг графиги контурдаги q заряд ва $i = \dot{q}$ ток кучи графиклари билан таққосланган. Агар тебранишлар унча катта булмаса, $U_т$ кучланиш характеристиканинг тўғри чизиқли қисмида қолади. Бу ҳолда i_a анод токи билан $U_т$ тур кучланиши орасида чизиқли боғланиш уринли бўлади:

$$i_a = i_0 + SU_т,$$

бу ерда S — тўғри чизиқли қисмда характеристиканинг тиклиги, яъни бу катталик узгармасдир [(75.2) формулага қ.] Юқоридаги формулага $U_т$ учун олинган (102.1) ифодани қуйиб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$i_a = i_0 + SU_0 + S\frac{q}{C} = i_{ўз\text{-}мас} + \frac{S}{C}q. \qquad (102.2)$$

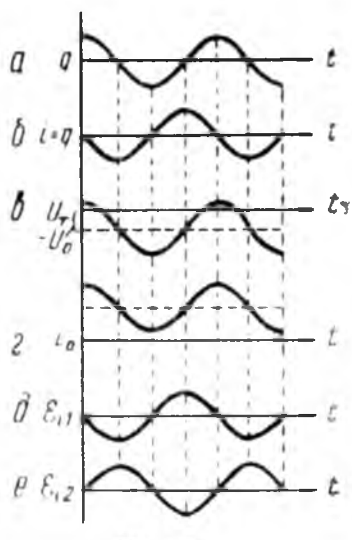
Шундай қилиб, q заряд синусоидал узгарганда, L_a ғалтакдан токнинг $i_{ўз\text{-}мас}$ ўзгармас ташкил этувчисидан ташқари $i_{ўз\text{-}чан} = \frac{S}{C}q$ узгарувчан ташкил этувчиси ҳам утади, бу ташкил этувчи q заряд билан бир тактда узгаради (224- *г* расм). Ана шу узгарувчан ташкил этувчи L ғалтакда узгарувчан узаро индукция э. ю. к. ни юзага келтиради:

$$\mathcal{E}_i = -L_{12}\frac{di_a}{dt} = -\frac{L_{12}S}{C}\dot{q}, \qquad (102.3)$$

бу ерда L_{12} — L ва L_a ғалтакларнинг узаро индуктивлиги.

Агар L_a ғалтакнинг учларини алмаштирсак (бу эса 180° га буриш билан тенг кучлидир), $\mathcal{E}_i$ нинг йўналиши қарама-қарши томонга узгаради. 224- *д* ва *е* расмда L_a нинг иккала уланиш усули учун $\mathcal{E}_i$ нинг графиклари курсатилган. Расмдан кўриниб турибдики, *д*) ҳолда $\mathcal{E}_i$ контурдаги ток билан фаза буйича мос тушади ва демак, ғалтаклар орасидаги боғланиш етарли даражада кучли булса, сўнмас тебранишларни турғунлаштириш мумкин. Контурда энергиянинг йуқолиши $Б_a$ ток манбаи ҳисобига тулдириб турилади. L_a ғалтакни 224- *е* расмга мос равишда уланганда $\mathcal{E}_i$ кучланиш i токка нисбатан қарама-қарши фазада булади ва бунинг натижасида у контурдаги тебранишга тусқинлик қилади.

Генераторда булиб утадиган процессларнинг моҳияти шундан иборатки, бунда тебраниш контури лампанинг анод занжирига, бу ҳам уз навбатида контурга таъсир кўрсатади. Тебра-



224- расм.

нишлар ҳосил қилишнинг бундай усули **тескари боғланиш** дейилади. Шунга асосан L_a ғалтакни тескари боғланиш ғалтаги дейилади.

Лампали генераторнинг (ва умуман ҳамма автотебраниш системаларининг, шу билан бир қаторда механикавий тебраниш системаларининг) қатъий назарияси жуда мураккабдир, чунки бу назария чизиқли булмаган дифференциал тенгламалар билан иш куришга олиб келади. Чизиқлимаслик— автотебраниш системаларининг узига хос характерли хоссасидир.

XVII БОБ

ЭЛЕКТРОМАГНИТ МАЙДОН

103-§. Уюрмавий электр майдони

Электрбмагнит индукциянинг ток индукцияланаётган контур қўзғалмас, индукция магнит оқимининг ўзгариши эса магнит майдонининг ўзгариши натижасида юзага келадиган ҳолини қараб чиқайлик. Индукцион токнинг ҳосил булиши шундан далолат берадики, бунда магнит майдонининг ўзгариши контурда ток ташувчиларга таъсир қилувчи ташқи кучларни юзага келтиради. Бу ташқи кучлар контурда руй берадиган химиявий процессларга ҳам, иссиқлик процессларига ҳам боғлиқ эмас. Шунингдек, улар Лоренц кучлари ҳам булиши мумкин эмас, чунки Лоренц кучлари зарядлар устида иш бажармайди. Шунинг учун индукцион ток контурда ҳосил булувчи электр майдонига боғлиқ деган хулоса чиқариш мумкин. Электр майдонининг кучланганлигини $\mathbf{E}_b$ орқали белгилайлик[1]).

(32.2) формулага асосан индукция э.ю.к. $\mathbf{E}_B$ векторнинг контур буйича циркуляциясига тенгдир:

$$\mathcal{E}_i = \oint E_{Bl}\, dl. \tag{103.1}$$

(56.3) формулага мувофиқ

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S B_n\, dS, \tag{103.2}$$

бу ерда интеграл контур ўраб турган S ихтиёрий сирт бўйича олинади. Контур қўзғалмас булгани сабабли, вақт буйича дифференциаллаш белгиси билан сирт бўйича интеграллаш белгиларининг ўринларини алмаштириш мумкин:

$$\frac{d}{dt}\int_S B_n\, dS = \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) dS. \tag{103.3}$$

---

[1]) Бу белги ёрдамчи белги бўлиб, у кейинчалик қўлланиладиган $\mathbf{E}_q$ белгига тенг кучлидир. Кейинчалик B ва q индексларни ёзмаймиз.

В вектор вақтга қандай боғлиқ булса, координатага ҳам шундай боғлиқдир. (103.3) тенгламанинг унг қисми сиртнинг қузғалмас нуқтасига тегишли **В** нинг вақт буйича ҳосиласи деб тушунилади. Шунинг учун интеграл остидаги ифодада вақт буйича хусусий ҳосила символи қўлланилган.

(103.3) ни (103.2) формулага қўллаб, $\mathscr{E}_l$ учун ёзилган (103.1) ва (103.2) ни бир-бирига тенгласак, қуйидагини оламиз:

$$\oint E_{Bl} dl = -\int_s \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)_n dS. \qquad (103.4)$$

Максвелл вақт ўтиши билан ўзгарувчи магнит майдони фазода утказувчан контур борми ё йўқми, бундан қатъи назар, шу фазода $\mathbf{E}_B$ майдонни юзага келтиради деб фараз қилган эди. Контурнинг бўлиши, унда индукцион токнинг юзага келишига қараб, фазонинг шу нуқталарида электр майдони борлигини билишгагина имкон беради.

Демак, Максвелл идеясига кўра вақт утиши билан узгарувчи магнит майдони электр майдонини юзага келтирар экан. Бу $\mathbf{E}_B$ майдон қузғалмас зарядлар юзага келтирадиган E_q электростатик майдондан мутлақо фарқ қилади. Электростатик майдон потенциалдир, унинг кучланганлик чизиқлари заряддан чиқиб, зарядга киради. $\mathbf{E}_q$ векторнинг исталган контур буйича циркуляцияси нолга тенг [(9.2) формулага қ.]:

$$\oint E_{ql}\, dl = 0. \qquad (103.5)$$

(103.4) формулага мувофиқ $\mathbf{E}_B$ векторнинг циркуляцияси нолдан фарқлидир. Демак, $\mathbf{E}_B$ майдон магнит майдони каби уюрмавий майдондир. $\mathbf{E}_B$ майдоннинг кучланганлик чизиқлари берк булади.

Шундай қилиб, электр майдони потенциал ҳам ($\mathbf{E}_q$), уюрмавий ҳам ($\mathbf{E}_B$) булиши мумкин экан. Умумий ҳолда электр майдони зарядлар ҳосил қилган $\mathbf{E}_q$ майдон билан магнит майдонининг вақт буйича ўзгаришидан ҳосил булган $\mathbf{E}_B$ майдонлар йиғиндисидан иборат булиши мумкин. (103.5) ва (103.4) ифодаларни қушиб, йиғинди майдоннинг кучланганлиги $\mathbf{E} = \mathbf{E}_q + \mathbf{E}_B$ учун қуйидаги муносабатни оламиз:

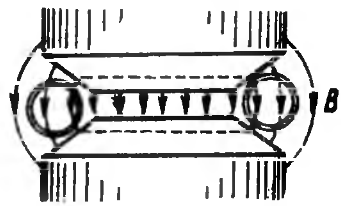
$$\oint E_l\, dl = -\int_s \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)_n dS. \qquad (103.6)$$

Тенгламанинг чап томонидаги интеграл ихтиёрий берк контур буйича олинади, ўнг томонидаги интеграл эса шу контур ураб турган ихтиёрий сирт бўйича олинади.

(103.6) ифода Максвелл электромагнит назариясининг асосий тенгламаларидан бири ҳисобланади.

104- §. Бетатрон

Уюрмавий электр майдонидан электронларнинг бетатрон деб аталувчи индукцион тезлатгичида фойдаланилади. Бу асбоб махсус шаклдаги электромагнит қутблари орасига жойлаштирилган ичидан ҳавоси сўриб олинган тороидал камерадан тузилган (225- расм). Электромагнит чулғамига частотаси 100 *гц* атрофида булган узгарувчан ток берилади. Бунда ҳосил булган узгарувчан магнит майдони икки функцияни бажаради: биринчидан, электронларни тезлатувчи уюрмавий электр майдони ҳосил қилади ва иккинчидан, электронларни камера ўқи билан мос тушувчи орбитада тутиб туради.



225- расм.

Электронларни узгармас радиусли орбитада тутиб туриш учун электронлар тезлиги ортган сари майдоннинг магнит индукциясини орттириб бориш зарур [(64.2) формулага мувофиқ орбита радиуси v/B га пропорционалдир]. Шу сабабли, тезланиш учун токнинг фақат 2- ва 4- чорак даврларидан фойдаланиш мумкин, чунки бу даврларнинг бошида магнит чулғамида ток нолга тенг булади. Шундай қилиб, бетатрон импульсли режимда ишлар экан. Импульс бошида камерага электрон пушкадан электронлар оқими киригилади, бу электронларни уюрмавий электр майдони қамраб олади ва улар доиравий орбита бўйлаб ортиб борувчи тезлик билан ҳаракатлана бошлайди. Магнит майдонининг усиш вақти ($\sim 10^{-3}$ *сек*) да электронлар миллион мартага яқин айланиб улгурган ва бир неча юз *Мэв* га яқин энергияга эришган булади. Бундаи энергияда электроннинг массаси тинч ҳолатдаги массасидан юз мартача катта булади, тезлиги эса ёруғликнинг бушлиқдаги тезлиги c га деярли тенг булади.

Тезлатилувчи электрон узгармас r_0 радиусли орбита буйлаб ҳаракатланиши учун орбитадаги ва унинг ичидаги майдоннинг магнит индукциялари орасида қуйида биз келтирадиган содда муносабат бажарилиши лозим. Уюрмавий майдон электрон ҳаракатланаётган орбитага утказилган уринма буйлаб йуналган. Демак, **E** векторнинг шу орбита бўйлаб циркуляциясини $2\pi r_0 E$ куринишида тасаввур қилиш мумкин. Шу билан бирга (103.1) ва (103.2) формулаларга асосан **E** векторнинг циркуляцияси $-\frac{d\Phi}{dt}$ га тенг, бунда „—“ ишора **E** векторнинг йуналишини курсатади. Бизни фақат майдон кучланганлигининг катталиги қизиқтиради, шунинг учун келгусида „—“ ишорани ташлаб юборамиз. Циркуляция учун ёзилган иккала ифодани бир-бирига тенглаб, қуйидагини топамиз:

$$E = \frac{1}{2\pi r_o} \frac{d\Phi}{dt}.$$

Электроннинг ҳаракат тенгламаси қуйидагича ёзилади:

$$\frac{d(mv)}{dt} = eE = \frac{e}{2\pi r_o} \frac{d\Phi}{dt}, \qquad (104.1)$$

$$\frac{mv^2}{r_o} = evB_{\text{орб}} \qquad (104.2)$$

(агар электрон массасининг унинг марказга интилма тезланишига бўлган купайтмасини Лоренц кучига тенгласак, охирги тенгламани оламиз; $B_{\text{орб}}$ — орбитадаги майдоннинг магнит индукцияси).

Вақт саноғини v ва Φ лар нолга тенг пайтдан бошлаб олсак ва (104.1) тенгламани 0 дан t гача интеграллсак, қуйидагини оламиз:

$$mv = \frac{e}{2\pi r_o} \Phi.$$

Магнит майдони орбита текислигига перпендикулярдир. Шунинг учун $\Phi = \pi r_o^2 \overline{B}$ деб олсак бўлади, бунда $\overline{B}$ — орбита юзидан ўтувчи магнит индукциянинг ўртача қиймати. У ҳолда

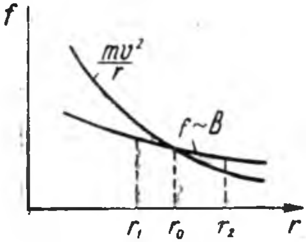
$$mv = \frac{er_o}{2} \overline{B}.$$

Охирги олинган муносабатни (104.2) билан таққослаб, изланаётган шартни топамиз:

$$B_{\text{орб}} = \frac{1}{2} \overline{B}.$$

Шундай қилиб, электрон доимо r_o радиусли орбита бўйлаб ҳаракатланиши учун орбитадаги магнит индукция орбита ичидаги магнит индукция ўртача қийматининг ярмини ташкил қилиши керак. Бунга қутб учларини кесик конус кўринишида тайёрлаб эришилади (225- расмга қ.).

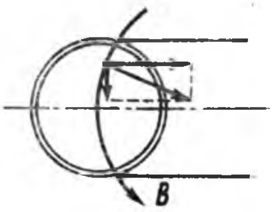
Электроннинг орбитада турғун ҳаракатланиши учун электрон тасодифий радиал оғишларга учраганда уни яна r_o радиусли орбитага қайтарувчи куч юзага келиши зарур. Бунинг учун магнит индукция орбита доирасида r нинг ортиши билан $1/r$ га қараганда секинроқ камайиб борадиган бўлиши керак (226- расм). Марказга интилма тезланиш $1/r$ қонун бўйича камайиб боради. Демак, электрон $r_1 < r_o$ радиусли орбитага ўтганда Лоренц кучлари электронга зарур бўлган марказга интилма тезланиш бериш учун етарли бўлмайди, натижада у марказдан узоқлашиб яна r_o ради-



226- расм.

усли орбитага қайтади. Электрон $r_2>r_0$ радиусли орбитага ўтганда Лоренц кучи v^2/r_2 тезланиш бериш учун зарур бўлган қийматдан катта бўлади, натижада электрон ўзининг турғун r_0 радиусли орбитасига қайтади.

Магнит майдони „бочкасимон" бўлганда электрон ўққа нисбатан турғун бўлади (225-расмга қ.). Лоренц кучи **B** индукция чизиқларига перпендикулярдир. Демак, электрон орбита текислигидан оғганда (яъни ўқ йўналишида), унинг орбитасини аввалги текисликка қайтарувчи ташкил этувчи куч юзага келади, буни 227-расмдан яққол кўриш мумкин.



227-расм.

Тезланиш олишнинг охирги циклида тезлатилган электронларни стационар орбитадан оғдирувчи ва уларни камера ичида жойлашган махсус нишонга йўналтирувчи қўшимча магнит майдони уланади. Электронлар нишонга урилгач, қаттиқ электромагнит нурлар (γ-нурлар, рентген нурлари) чиқаради.

Бетатронлар асосан ядровий текширишларда қўлланади. 50 *Мэв* гача энергияга эга бўлган унча катта бўлмаган тезлатгичлардан саноатда қаттиқ рентген нурлар манбаи сифатида массив буюмлар дефектоскопиясида фойдаланилади.

105-§. Силжиш токи

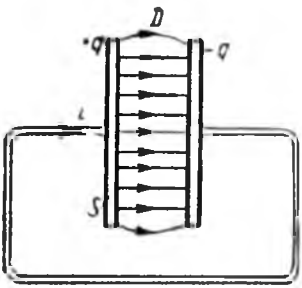
103-§ да электромагнит индукция ҳодисасидан, фазода ўзгарувчи магнит майдонининг бўлиши уюрмавий электр майдонини юзага келтиради деган хулоса чиқиши аниқланган эди. Максвеллнинг асосий ғояси шундан иборатки, у электр ва магнит майдони орасида тескари муносабат ҳам мавжуд бўлиши, яъни электр майдонининг вақт ўтиши билан ўзгариши магнит майдонини юзага келтириши лозим дейди. Бу ғоя жуда самарали чиқди. Максвеллнинг шу ғоя асосида ишлаб чиққан электромагнит майдон назарияси ажойиб экспериментал тасдиққа сазовор бўлди.

Максвелл ўзгарувчи электр майдони билан юзага келувчи магнит майдони орасидаги миқдорий муносабатни аниқлаш учун **силжиш токи** деб аталувчи катталикни киритди. Конденсатордан тузилган квазистационар ўзгарувчан ток занжирини қараб чиқайлик (228-расм). Эркин заряд ташувчилар ҳаракати, яъни ўтказувчанлик токи, конденсатор қопламалари орасидаги оралиқдан ташқари занжирнинг ҳамма қисмида мавжуддир. Демак, ўтказувчанлик токининг чизиқлари конденсатор қопламалари чегарасида узилишга эга бўлади. Лекин шунга қарамай, қопламалар орасидаги фазода ўзгарувчан электр майдони мавжуд бўлиб, уни **D** силжиш билан характерлаш мумкин. Максвелл утказувчанлик токининг чизиқлари қопламалар чегарасида силжиш токининг[1]) чизиқларига узлуксиз равишда айланади деб фараз қилган.

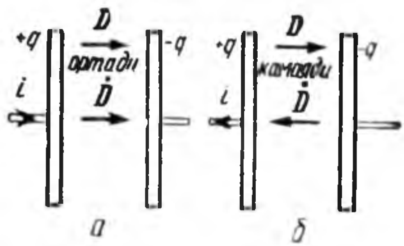
Ток кучининг оний қиймати $i = \dot{q}$ га тенг. Қопламалар сиртига бевосита яқин жойлардаги ўтказувчанлик токининг зичлиги

$$j_{ўтк} = \frac{\dot{q}}{S} = \frac{d}{dt}\left(\frac{q}{S}\right) = \dot{\sigma}$$

ифода орқали аниқланади, бу ерда S — қопламанинг юзи, q —ундаги тақсимланган заряд, σ —сиртий заряд зичлиги.



228- расм



229- расм

Силжиш токининг чизиқлари утказувчанлик токининг чизиқлари каби қуюқликка эга булиши учун силжиш токининг $j_{сил}$ зичлиги ҳам $\dot{\sigma}$ га тенг бўлиши керак. $j_{сил}$ ни қопламалар оралиғидаги электр майдонининг параметрлари орқали ифодалаймиз. (16.19) ва (8.6) формулаларга мувофиқ қопламалар оралиғидаги электр силжиш $D = \varepsilon_0 E_0 = \sigma$ га тенг, бундан $\dot{\sigma} = \dot{D}$.

Шундай қилиб,

$$j_{сил} = \dot{D} \qquad (105.1)$$

деб фараз қилиш мумкин.

229- расмда $\mathbf{j}_{ўтк}$ векторнинг йўналиши, демак, $\mathbf{j}_{сил}$ векторнинг йуналиши ҳам $\dot{\mathbf{D}}$ векторнинг йўналиши билан мос тушишлиги тушунтирилган. Зарядлар ишораси ва i токнинг йўналиши 229- a расмда курсатилгандек булса, $\mathbf{j}_{ўтк}$ вектор чапдан ўнгга йўналган бўлади. Шунингдек, $\mathbf{D}$ вектор ҳам чапдан унгга йуналган ва катталиги жиҳатидан ортиб боради. Демак, $\mathbf{D}$ вектор орттирмаси, яъни $\dot{\mathbf{D}}$ вектор ҳам $\mathbf{j}_{ўтк}$

[1]) Максвелл замонида электр майдони дунёвий эфир деб аталувчи гипотетик эластик муҳитдаги механик таранглашишлар сабабли юзага келади деб ҳисобланар эди. Ана шу таранглашишлар эфир зарраларини мувозанат вазиятидан силжитади деб фараз қилинган эди.

векторнинг йўналиши бўйича йўналади. Ток йўналиши 229-*б* расмда кўрсатилгандек бўлса, **D** вектор катталиги жиҳатидан камайиб боради. Демак, $\dot{\mathbf{D}}$ вектор ўнгдан чапга йўналган, яъни яна $\mathbf{j}_{ўтк}$ вектор йўналиши бўйича йўналган булади. Ана шунга асосан (105.1) ифодани вектор куринишда ёзиш мумкин:

$$\mathbf{j}_{сил} = \dot{\mathbf{D}}. \qquad (105.2)$$

Максвелл силжиш токининг зичлигини аниқловчи (105.2) формулани исталган турдаги[1]) электр майдонига, шунингдек, уюрмавий майдонга ҳам татбиқ этди. Максвелл утказувчанлик токига хос бўлган барча физикавий хоссалардан силжиш токига фақат биттасини — атроф муҳитда магнит майдон ҳосил қилиш хоссасини қушди. Максвелл фикрига кура магнит майдонини ҳисоблашда формулага токнинг тўла зичлигини, яъни ўтказувчанлик токи зичлиги билан силжиш токи зичликлари йиғиндисидан иборат булган зичлигини қуйиш керак:

$$\mathbf{j}_{тула} = \mathbf{j}_{ўтк} + \mathbf{j}_{сил} = \mathbf{j}_{утк} + \dot{\mathbf{D}}. \qquad (105.3)$$

Хусусан, **H** векторнинг ихтиёрий контур бўйича циркуляцияси [(44.7) формулага қ.]

$$\oint H_l\,dl = \int\limits_S (\mathbf{j}_{тўла})_n\,dS = \int\limits_S (\mathbf{j}_{ўтк} + \dot{\mathbf{D}})_n\,dS \qquad (105.4)$$

га тенг булиши керак.

(105.4) тенглама Максвелл назариясининг иккинчи асосий тенгламасидир.

(105.2) формулага мувофиқ силжиш токи узгарувчи электр майдони булган ҳамма жойда мавжуд булади. Демак, у узгарувчи электр токи ўтаётган ўтказгич ичида ҳам мавжуд. Бироқ утказгич ичида $j_{сил}$ одатда $j_{утк}$ га нисбатан ҳисобга олмаса ҳам бўладиган даражада кичик бўлади.

Гаусс системасида силжиш токи қуйидаги ифода билан аниқланади

$$\mathbf{j}_{сил} = \frac{1}{4\pi}\dot{\mathbf{D}}. \qquad (105.5)$$

106-§. Электромагнит майдон

Максвелл ғояларига кўра ўзгарувчан магнит майдони ҳар доим узи ҳосил қилган электр майдони билан боғлиқ, ўз навбатида узгарувчан электр майдони ҳам доимо узи ҳосил қилган магнит майдон билан боғлиқдир. Шундай қилиб, электр

[1]) Бу ҳолда $\dot{\mathbf{D}}$ урнида $\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$ ни тушуниш керак, чунки **D** фақат вақтгагина эмас, балки координаталарга ҳам боғлиқ бўлиши мумкин.

ва магнит майдони ўзаро узвий боғланган — улар биргаликда электромагнит майдон ҳосил қилади.

Эйнштейн Майкельсоннинг фундаментал тажриба натижаларини[1]) ва бошқа тажрибавий далилларни анализ қилиб, механикавий ҳодисалар учун Галилей аниқлаган нисбийлик принципи ҳамма физикавий ҳодисаларга татбиқ қилиниши керак деган хулосага келди. Эйнштейн таърифлаган нисбийлик принципига мувофиқ, *ҳамма физикавий ҳодисалар, шунингдек, электромагнит ҳодиса қонунлари барча инерциал саноқ системаларда бир хил кўринишга эга* (яъни бир хил тенгламалар орқали ифодаланади).

Нисбийлик принципидан электр ва магнит майдонларини алоҳида қараш фақат нисбий маъногагина эга экан деган хулосага келамиз. Ҳақиқатан, электростатик майдон қузғалмас зарядлар системаси томонидан ҳосил қилинади. Бироқ, зарядлар бирор инерциал саноқ системасига нисбатан қузғалмас булса ҳам, бошқа инерциал саноқ системасига нисбатан ҳаракатдадир, демак, улар фақат электр майдони ҳосил қилибгина қолмасдан, балки магнит майдони ҳам ҳосил қилади (ҳаракатланувчи заряд токка эквивалентдир). Ўзгармас ток утаётган қузғалмас утказгич фазонинг ҳар бир нуқтасида узгармас магнит майдонини юзага келтиради. Лекин бу утказгич бошқа инерциал саноқ системаларига нисбатан ҳаракатда булади. Шунинг учун ҳар бир x, y, z координатали нуқталарда у ҳосил қилган магнит майдони узгаради, демак, уюрмавий электр майдони вужудга келади. Шундай қилиб, бирор саноқ системасига нисбатан „тоза" электр майдони ёки „тоза" магнит майдони булиб ҳисобланган майдон бошқа саноқ системасига нисбатан электр ва магнит майдонлар йиғиндисидан иборат бўлар экан.

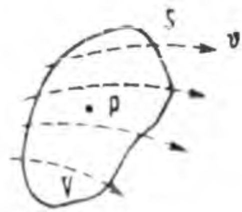
107-§. Вектор майдонлар хоссаларини тавсифлаш

Бирор сиртдан ўтувчи вектор оқими ва векторнинг берилган контур буйича циркуляциясига қараб вектор майдоннинг характери ҳақида фикр юритиш мумкин. Бироқ бу катталиклар чегараланган ҳажмдаги — оқим утаётган сирт ёки контурнинг циркуляцияси олинаётган соҳадаги майдоннинг уртача характеристикасини беради. Сиртнинг ёки контурнинг улчамларини кичрайтира бориб (уларни нуқтага интилтириб), берилган нуқтада вектор майдонни характерловчи катталикларни олиш мумкин. Бу катталикларни киритиш учун биз оқим ва циркуляция тушунчаларининг маъносини янада чуқурроқ тушуниб олишимиз лозим.

Бизга сиқилмайдиган узлуксиз оқувчан суюқлик тезлик векторининг майдони берилган булсин. Биз ойламизки, бирор

[1]) Бу тажриба оптикада баён қилинади.

сиртдан утувчи тезлик вектори оқими шу сиртдан бирлик вақт ичида оқиб ўтган суюқлик ҳажмини беради. P нуқта атрофида берк S сирт оламиз (230- расм). Агар шу сирт билан чегараланган V ҳажмда суюқлик ҳосил булмаса ва йуқолмаса, у ҳолда сиртдан ташқарига чиқувчи оқим нолга тенг булиши равшан. Оқимнинг нолдан фарқли булиши сирт ичида манба борлигини ёки суюқликнинг оқиб кетиши (исроф булиш) мавжудлигини, яъни шу ҳажмга суюқлик кирадиган нуқталар (манбалар) ёки шу ҳажмдаги суюқлик чиқиб кетадиган нуқталар (оқиб кетиш) борлигини билдиради. Оқим катталиги оқиб кегиш[1]) ва манбанинг алгебраик йиғинди қувватини белгилайди. Манбалар қуввати оқиб кетиш қувватидан юқори булса, оқим катталиги мусбат, оқиб кетиш қуввати юқори булса—манфий булади.



230- расм.

Суюқлик оқими $\Phi_{суюқ}$ нинг шу оқим чиқаётган ҳажм катталигига нисбатини, яъни

$$\frac{\Phi_{суюқ}}{V} \tag{107.1}$$

ифодани манбаларнинг V ҳажмдаги уртача солиштирма қуввати деб атаймиз. P нуқтани уз ичига олган V ҳажм қанча кичик булса, бу уртача катталик ҳақиқий солиштирма қувват қийматига шунча яқин булади. V нолга интилгандаги лимитда, яъни V ҳажмни P нуқтага тортилганда (107.1) ифода манбаларнинг P нуқтадаги ҳақиқий солиштирма қувватини беради ва уни **v** векторнинг дивергенцияси (ёки тарқалиши) дейилади (div **v** орқали белгиланади). Шундай қилиб, таърифга кура

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = \lim_{V \to P} \frac{\Phi_{суюқ}}{V}.$$

Ихтиёрий **A** векторнинг дивергенциясини ҳам шунга ухшаш аниқлаш мумкин:

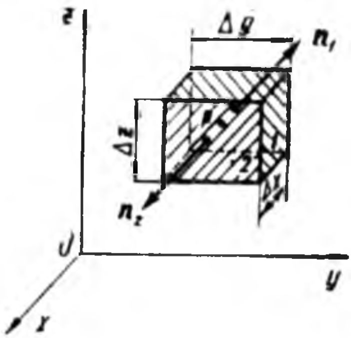
$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \lim_{V \to P} \frac{\Phi_A}{V} = \lim_{V \to P} \frac{1}{V} \oint A_n \, dS. \tag{107.2}$$

Интеграллаш V ҳажмни ураган ихтиёрий берк S сирт буйича олинади. S нолга интилганда $V \to P$ утиш содир булаётгани сабабли (107.2) ифода сирт шаклига боғлиқ булмайди.

[1]) Манбанинг (оқиб кетишнинг) қуввати деганда бирлик вақт ичида ажралиб чиққан (ютилган) суюқлик ҳажми тушунилади. Оқиб кетишни манфий қувватли манба деб қараш мумкин.

Дивергенция берилган нуқта атрофида $A(P)$ вектор функциянинг табиати қандай булишига, яъни **A** вектор (ёки унинг A_x, A_y, A_z компоненталари) фазонинг бир нуқтасидан иккинчи нуқтасига утганда узгариш характерининг қандай бўлишига қараб аниқланишини тушуниб олиш қийин эмас.

(107.2) ифодадан дивергенция фазодаги нуқталарнинг ҳолатларини аниқловчи координаталарнинг скаляр функцияси (ёки қисқача нуқтанинг функцияси) эканлиги маълум булди. (107.2) ифода координаталар системасининг танланишига боғлиқ бўлмаган энг умумий ифода ҳисобланади.



231- расм.

Дивергенция ифодасини декарт координаталар системасида топайлик. Бунинг учун $P(x, y, z)$ нуқта атрофида қирралари координаталар уқларига параллел булган параллелепипед шаклидаги кичик ҳажмни куриб чиқамиз (231- расм) [эслатиб утамиз: (107.2) ифодадаги интеграл ихтиёрий шаклдаги сирт бўйича олиниши мумкин]. Ҳажм жуда кичик бўлгани сабабли [(107.2) га кўра биз уни нолга интилтирамиз] A_x, A_y, A_z ларнинг қиймати параллелепипед олти ёғининг ҳар бирида узгармайди деб ҳисоблаш мумкин. Бутун берк сирт орқали утувчи оқим олтита ёқнинг ҳар бири орқали утаётган алоҳида оқимлар қушилишидан ҳосил булади.

x уқига перпендикуляр жойлашган бир жуфт ёқлар орқали утувчи оқимни топамиз (231- расмда бу ёқларни қийиқ чизиқлар билан штрихланган ва *1* ҳамда *2* сонлар билан белгиланган). *2* ёққа туширилган $\mathbf{n}_2$ ташқи нормаль x уқи йўналиши билан мос тушади. Демак, $A_{n2} = A_{x2}$ ва 2 ёқ орқали утувчи оқим $A_{x2}\Delta y\Delta z$ га тенг (2 индекс A_x нинг қиймати *2* ёқ жойлашган жойда олинган эканлигини курсатади). 1 ёққа ўтказилган $\mathbf{n}_1$ нормаль x уқига қарама-қарши йўналган. Шунинг учун векторнинг x уқига ва $\mathbf{n}_1$ га туширилган проекциялари қарама-қарши ишорага эга. Шундай қилиб, $A_{n1} = -A_{x1}$, 1 ёқ орқали утувчи оқим эса $-A_{x1}\Delta y\,\Delta z$ га тенг (1 индекс A_x нинг қиймати *1* ёқ жойлашган жойда олинишини курсатади). *1* ва *2* ёқлардан утувчи оқимлар йиғиндиси қуйидаги ифодадан аниқланади:

$$(A_{x2} - A_{x1})\,\Delta y\,\Delta z. \tag{107.3}$$

$A_{x2} - A_{x1}$ айирма A_x нинг x ўқи бўйича Δx силжиганда олган орттирмаси, Δx жуда кичик булгани учун бу орттирмани $\frac{\partial A_x}{\partial x}\Delta x$ куринишда ёзиш мумкин. У ҳолда (107.3) ифода

$$\frac{\partial A}{\partial x}\Delta x\,\Delta y\,\Delta z=\frac{\partial A_x}{\partial x}\Delta V$$

кўринишга ўтади.

Шунга ухшаш мулоҳаза юритиб, y ва z ўқларига перпендикуляр булган бир жуфт ёқлар орқали утувчи оқимлар учун

$$\frac{\partial A_y}{\partial y}\Delta V \text{ ва } \frac{\partial A_z}{\partial z}\Delta V$$

ифодаларни олиш мумкин.

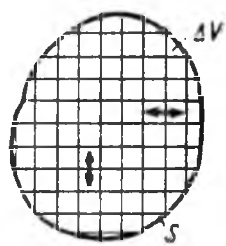
Демак, бутун берк сирт бўйича утган оқим қуйидаги ифода орқали аниқланади:

$$\Phi_{\mathbf{A}}=\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}\right)\Delta V.$$

Бу ифодани ΔV га бўлиб юборсак, **A** векторнинг P (x, y, z) нуқтадаги дивергенциясини топамиз:

$$\operatorname{div}\mathbf{A}=\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}. \qquad (107.4)$$

(Биз A_x, A_y ва A_z ларни ҳар бир ёқ чегарасида узгармас катталиклар деб фараз қилиб, $V\to P$ чегаравий ўтишни олдиндан пайқаган эдик).



232- расм.

A векторнинг фазонинг ҳар бир нуқтасидаги дивергенциясини билган ҳолда шу векторнинг чекли улчамдаги ихтиёрий сирт орқали утувчи оқимини ҳисоблаш мумкин. Бунинг учун S сирт билан чегараланган ҳажмни жуда куп (чексиз куп) сонли жуда кичик (чексиз кичик) ҳажмчаларга ажратамиз (232- расм). (107.2) формулага мувофиқ **A** векторнинг шу ҳажмчаларнинг ихтиёрий биттасидан чиқувчи оқимини

$$\text{оқим}=\operatorname{div}\mathbf{A}\,\Delta V$$

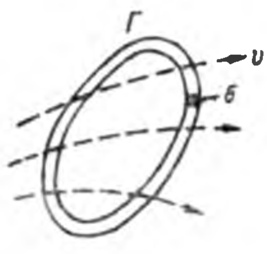
куринишда ёзиш мумкин.

Агар бу ифоданинг ҳамма ҳажмчалар бўйича йиғиндисини олсак, унг томонда S сирт билан чегараланган бутун ҳажм буйича олинган $\int\limits_V \operatorname{div}\mathbf{A}\,dV$ ҳосил булади, чап томонда эса **A** векторнинг S сирт бўйича оқими ҳосил булади. Ҳақиқатда эса, икки қушни ҳажмчани ажратиб турган ёқлардан утувчи ҳар бир оқим қушилганда йиғиндида қарама-қарши ишора билан икки марта қатнашади (қушни ҳажмчалар учун A_n катталик абсолют қиймати жиҳатидан бирдай, лекин ишораси жиҳатидан турличадир). Шунинг учун ички тусиқ орқали утувчи оқимлар ўзаро ейишади, фақат ҳажмчаларнинг ташқи ёқлари орқали ўтувчи оқимларгина компенсацияланмай қолади ва улар йиғиндиси S сирт орқали утувчи оқимни беради.

Шундай қилиб, биз қуйидаги Остроградский—Гаусс теоремаси деб юритиладиган муносабатга келамиз:

$$\oint_S A_n\, ds = \int_V \operatorname{div} \mathbf{A}\, dV. \qquad (107.5)$$

Энди яна сиқилмайдиган идеал суюқлик оқимига қайтамиз. Берк чизиқ — Γ контурни куз олдимизга келтирайлик. Суюқлик Γ контурни уз ичига олган узгармас кесимли жуда ингичка каналдан ташқари бутун ҳажм буйича қандайдир усул билан бир онга қотирилган деб фараз қиламиз (233-расм). Бу каналдаги суюқлик оқим характерига қараб (тезлик вектори майдонининг характерига қараб) ё ҳаракатсиз булади, ё шу контур буйича мавжуд икки йуналишнинг бирида ҳаракат қилади (айланади). Бу ҳаракатнинг улчови сифатида каналдаги суюқлик тезлигининг контур узунлиги l га булган купайтмасига тенг катталик оламиз. Бу катталикни $\mathbf{v}$ векторнинг Γ контур буйича циркуляцияси деб атаган эдик[1]). Шундай қилиб,



233-расм

$$\mathbf{v} \text{ нинг } \Gamma \text{ буйича циркуляцияси} = vl$$

(фараз қилганимизга кура каналнинг кесими ўзгармас булгани учун тезлик модули $v = \text{const}$). Деворлар қотган пайтда каналдаги суюқлик зарралари тезлигининг деворга перпендикуляр ташкил этувчиси йуқолади ва фақат унинг контурга уринма v_l ташкил этувчиси қолади. Бу ташкил этувчи $d\mathbf{p}_l$ импульсга боғлиқдир. Бу импульс каналнинг dl қисмидаги заррачалар учун $\rho\sigma v_l\, dl$ қийматга эга (бунда ρ—суюқлик зичлиги, σ — каналнинг кундаланг кесим юзи). Суюқлик идеал булгани учун канал деворлари $d\mathbf{p}_l$ нинг катталигини эмас, балки йуналишини узгартириши мумкин. Суюқлик зарраларининг узаро таъсири улар орасида импульснинг шундай қайта тақсимланишига олиб келадики, натижада ҳамма зарраларнинг тезлиги тенглашади. Бунда импульсларнинг алгебраик йиғиндиси узгармайди: ўзаро таъсирлашувчи зарралардан бирининг

[1]) Циркуляция маъносини бундай тушунтириш гояси Фейнман лекцияларидан олинган („Фейнмановские лекции по физике" га қаранг, 5- чиқиши, 17- бет, „Мир", 1966).

олган импульси, иккинчи зарранинг йуқотган импульсига тенг. Бу эса

$$\rho\sigma vl = \oint_{\Gamma} \rho\sigma v_l\, dl$$

эканлигини билдиради, бу ерда v — циркуляция тезлиги, v_l эса σdl ҳажмдаги суюқлик тезлигининг канал деворлари қотмасдан аввалги уринма ташкил этувчиси.

Юқоридаги ифодани $\rho\sigma$ га қисқартириб, қуйидагини оламиз:

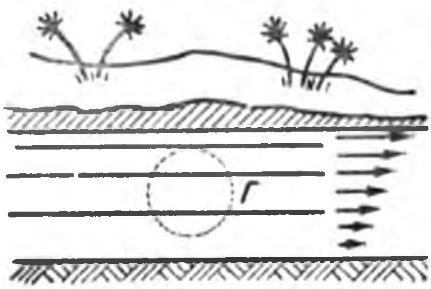
$$\mathbf{v} \text{ нинг } \Gamma \text{ буйича циркуляцияси} = vl = \oint v_l\, dl.$$

Исталган **A** векторнинг ихтиёрий Г контур буйича циркуляциясини ҳам худди шунга ўхшаш йўл билан аниқлаш мумкин:

$$\mathbf{A} \text{ нинг } \Gamma \text{ буйича циркуляцияси} = A_l l = \oint A_l\, dl, \quad (107.6)$$

бу ерда A_l — **A** вектор уринма ташкил этувчисининг контур буйича уртача қиймати.

Циркуляция нолдан фарқли булиши учун вектор чизиқлар берк ёки ҳеч булмаса контурни айланиб утиш йуналишида эгриланган булиши керак деб ўйлаш мумкин. Бундай фараз нотуғри эканлигига ишонч ҳосил қилиш қийин эмас. Суюқ-



234- расм.

ликнинг дарёдаги ламинар оқимини қараб чиқайлик. Дарё тубида суюқликнинг тезлиги нолга тенг ва сувнинг сиртига яқинлашган сари тезлик ортиб боради (234- расм). Оқим чизиқлари (**v** вектор чизиқлари) туғри чизиқлидир. Шунга қарамай **v** векторнинг пунктир чизиқ билан тасвирланган контур бўйича циркуляцияси, равшанки, нолдан фарқли булади.

Циркуляция кундаланг Γ контур улчамлари тартибидаги соҳа буйича уртачаланган майдон хоссаларини характерлайди. Майдоннинг P нуқтадаги хоссаларининг характеристикасини олиш учун Γ контурни P нуқтага тортиб улчамини кичрайтириш лозим. Бироқ бунда циркуляциянинг ўзи нолга айланади. Ҳақиқатан, A_l нинг ўртача қиймати чеклидир, контурнинг l узунлиги эса лимитда нолга айланади. Демак, $\bar{A}_l l$ кўпайтма ҳам нолга айланади. Шунинг учун **A** вектор майдоннинг P нуқтадаги характеристикаси сифатида P нуқтага тортилувчи ясси Γ контур буйича олинган **A** вектор циркуляциясининг контур юзи S га нисбатининг лимитини олиш мақсадга мувофиқ[1]):

$$\lim_{S\to P}\frac{\mathbf{A}\text{ нинг }\Gamma\text{ буйича циркуляцияси}}{S}. \tag{107.7}$$

Бироқ (107.7) лимитни ҳисоблашда қуйидаги мураккабликни пайқаймиз: бу лимитнинг катталиги майдоннинг P нуқтасидаги хоссаларигагина эмас, балки шунингдек, контурнинг контур текислигига утказиладиган мусбат **n** нормаль йуналиши билан берилиши мумкин бўлган фазодаги ориентациясига ҳам боғлиқдир (интеграллашда контурни унг винт қоидаси буйича айланиб утиш йуналиши билан боғлиқ булган нормаль мусбат ҳисобланади). (107.7) лимитни битта P нуқтанинг узида **n** нинг турли йуналишлари учун ҳисоблаб, турли хил қийматларни оламиз, бунда қарама-қарши йуналишлар учун олинган қийматлар фақат ишораси билан фарқ қилади (**n** нормаль йуналишининг қарама-қарши узгариши интеграллашда контурни айланиб утиш йуналишининг узгаришига эквивалентдир, бу эса циркуляция ишорасининг узгаришига олиб келади, холос). Нормалнинг бирор йуналиши учун (107.7) катталик берилган нуқтада максимал бўлади.

Шундай қилиб, (107.7) катталик бирор векторнинг циркуляция олинаётган контур текислигига утказилган нормалдаги проекциясига ухшайди. (107.7) катталикнинг максимал қийматини шу векторнинг модули белгилайди, максимал қийматга эришилган вақтдаги мусбат **n** нормалнинг йуналиши эса шу векторнинг йуналишини беради. Бу вектор **A** векторнинг *ротори* (ёки *уюрмаси*) дейилади. У rot **A** символ билан белгиланади. Шу белгидан фойдаланиб, (107.7) ифодани қуйидаги куринишда ёзиш мумкин:

$$\lim_{S\to P}\frac{\mathbf{A}\text{ нинг }\Gamma\text{ буйича циркуляцияси}}{S}=(\operatorname{rot}\mathbf{A})_n. \tag{107.8}$$

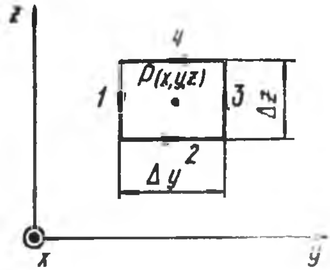
Бу ерда $(\operatorname{rot}\mathbf{A})_n$ деганда rot **A** векторнинг Γ контур ўз ичига олган S юзага утказилган мусбат нормалдаги проекцияси тушунилади.

(107.8) ифода rot **A** векторнинг таърифи бўлиб хизмат қила олади. Бундан ротор P нуқтанинг вектор функцияси эканлиги келиб чиқади.

---

[1]) Дивергенция ҳолида эса сирт бўйича олинган интегрални шу сирт ўз ичига олган ҳажмга нисбати олинади. Ушбу ҳолда контур буйича олинган интегрални шу контур ўраб турган сиртга нисбати олинади

(107.8) координаталар системасининг танланишига боглиқ булмаган энг умумий ифода ҳисобланади. Бу муносабатнинг rot **A** векторнинг Декарт координаталар системаси уқларидаги проекцияси учун ифодасини топиш учун (107.8) катталикнинг S юзачанинг шундай ориентациядаги қийматини аниқлаш керакки, бу ориентацияда S юзага утказилган **n** нормаль x, y, z уқлардан бирига мос келсин. Масалан, агар **n** векторни x уқи буйича йуналтирсак, у ҳолда (107.8) ифода $(\mathrm{rot}\,\mathbf{A})_x$ га айланади. Бу ҳолда Γ контур yz координата текислигига параллел текисликда ётади. Бу контурни томонлари Δy ва Δz булган туғри туртбурчак шаклида оламиз (235- расм; бу расмда x уқи бизга томон йуналган; расмда курсатилган контурни айланиб утиш йуналиши x уқининг йўналишига боғлиқ булиб, унг винт қоидасидан топилади). Лимитда $S \to P$ утишни назарда тутиб, A_y ва A_z ларни контур туртала томонининг ҳар бирида



235- расм.

узгармас деб ҳисоблаш мумкин. Контурнинг *1* қисми йуналиш буйича z уқига қарама-қаршидир. Шунинг учун бу қисмда A_l катталик $-A_{z1}$ билан мос келади (бу ерда *1* индекс A_z катталик *1* қисм жойлашган жойда олинаётганини курсатади). Шунга ухшаш талқин қилиб *2*, *3* ва *4* қисмларда A_l мос ҳолда A_{y2}, A_{z3} ва A_{y4} ларга тенг эканлигини топамиз. Пировардида циркуляция учун қуйидаги қийматни топамиз:

$$(A_{z3} - A_{z1})\,\Delta z - (A_{y4} - A_{y2})\,\Delta y. \qquad (107.9)$$

$A_{z3} - A_{z1}$ айирма A_z нинг y ўқи буйича Δy га силжигандаги орттирмасидир. Δy жуда кичик булгани сабабли бу орттирмани $\frac{\partial A_z}{\partial y}\Delta y$ куринишда тасаввур қилиш мумкин. Худди шунга ухшаш $A_{y4} - A_{y2}$ айирмани $\frac{\partial A_y}{\partial z}\Delta z$ кўринишда тасаввур қилиш мумкин. Бу ифодаларни (107.9) га қўйиб ва умумий купайтувчини қавсдан ташқарига чиқариб, қуйидагини ҳосил қиламиз:

$$\mathbf{A} \text{ нинг циркуляцияси} = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\Delta y\,\Delta z = \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\Delta S,$$

бу ерда ΔS—контурнинг юзи. Циркуляцияни ΔS га булиб, rot **A** нинг x уқидаги проекцияси учун қуйидаги ифодани топамиз:

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{A})_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \qquad (107.10)$$

(биз лимитдаги $S \to P$ ўтишни олдиндан биламиз, чунки контурнинг ҳар бир қисмида A_y ва A_z узгармас деб фараз қилган эдик). Худди шундай мулоҳаза юритиб, қуйидагиларни топиш мумкин:

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{A})_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}, \qquad (107.11)$$

$$(\mathrm{rot}\,\mathbf{A})_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}. \qquad (107.12)$$

Бу (107.10)—(107.12) ифодалардан исталганини ўзидан аввалги ифодадан келтириб чиқариш мумкин [(107.10) учун аввалги ифода (107.12) ҳисобланади]. Бу координаталарни циклик узгартириш, яъни координаталар алмаштириш йўли билан қуйидаги схема буйича амалга оширилади:

Шундай қилиб, **A** векторнинг ротори Декарт координаталар системасида қуйидагича ифодаланади:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{A} = \mathbf{i}\left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right) + \mathbf{j}\left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \mathbf{k}\left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right). \qquad (107.13)$$

Бу ифоданинг ихчамроқ ёзувини кейинроқ кўрсатамиз.

A векторнинг бирор S сиртнинг ҳар бир нуқтасидаги ротор ифодасини билган ҳолда шу векторнинг S сиртни чегаралаган контур бўйича циркуляциясини ҳисоблаш мумкин. Бунинг учун S сиртни жуда кичик ΔS элементларга булиб чиқамиз. **A** векторнинг ΔS ни чегаралаган контур буйича циркуляциясини (107.8) га мувофиқ қуйидаги куринишда бериш мумкин:

$$\mathbf{A} \text{ нинг циркуляцияси} = (\mathrm{rot}\,\mathbf{A})_n \Delta S,$$

бу ерда $\mathbf{n}$ — ΔS сирт элементига ўтказилган мусбат нормаль. Бу ифодаларни бутун S сирт буйича йиғсак, унг томонда $\int_S (\mathrm{rot}\,\mathbf{A})_n \, dS$ ифодани, чап томонда эса **A** векторнинг Γ контур буйича циркуляциясини оламиз. Ҳақиқатан, сиртнинг қўшни элементларини ажратиб турувчи кесмаларга туғри келувчи $A_l \Delta l$ ҳадларни қушганда бу ҳадлар узаро ейишади. Масалан, MN нинг чап томонидаги ΔS учун циркуляция $N \to M$ йўналишда олинади, MN дан ўнг томондаги ΔS учун эса шу қисмнинг узини $M \to N$ йуналишдаги циркуляцияси олинади (236-расм). Демак, MN га туғри келувчи қушни элементларнинг юзачалари учун $A_l \Delta l$ ҳадлар фақат ишораси билан фарқ қилади ва улар қушилганда нолни

236- расм.

беради. Бунда фақат алоҳида контурларнинг ташқи қисмлари (бутун S сиртга нисбатан) учун олинган $A_l \Delta l$ қўшилувчи ҳадларгина компенсацияланмаган булади ва уларнинг йигиндиси $\oint\limits_{\Gamma} A_l\, dl$ ни беради.

Шундай қилиб, биз

$$\oint\limits_{\Gamma} A_l\, dl = \int (\operatorname{rot} \mathbf{A})_n dS \qquad (107.14)$$

муносабатга эга булдик, бу ифода **Стокс теоремаси** деб юритилади.

Векторлар анализи формулаларини ёзишда векторий дифференциал оператордан фойдаланилса, формулалар анча соддалашади. Бу оператор ∇ (набла) символ билан белгиланади ва **набла оператор** ёки **Гамильтон оператори** деб аталади. Бу оператор ташкил этувчилари $\frac{\partial}{\partial x}$, $\frac{\partial}{\partial y}$ ва $\frac{\partial}{\partial z}$ бўлган вектордир. Демак,

$$\nabla = \mathbf{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial}{\partial z}. \qquad (107.15)$$

Бу вектор узича маълум маънога эга эмас. У скаляр ёки вектор функциялар билан биргаликда маънога эга булиб, бу функцияларга символик равишда купайтирилади. Масалан, ∇ вектор φ скаляр катталикка купайтирилса,

$$\nabla\varphi = \mathbf{i}\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \mathbf{j}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \mathbf{k}\frac{\partial\varphi}{\partial z} \qquad (107.16)$$

вектор ҳосил булади, биламизки (11-§ га қ.), бу вектор φ функциянинг **градиенти** деб аталади.

Агар ∇ векторни $\mathbf{A}$ векторга скаляр купайтирсак,

$$\nabla\mathbf{A} = \nabla_x A_x + \nabla_y A_y + \nabla_z A_z = \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \qquad (107.17)$$

скаляр катталик ҳосил булади, бу эса $\mathbf{A}$ векторнинг дивергенциясидир [(107.4) га қ.]

Ниҳоят, агар ∇ ни $\mathbf{A}$ векторга вектор купайтирсак, ташкил этувчилари $[\nabla\mathbf{A}]_x = \nabla_y A_z - \nabla_z A_y = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}$ ва ҳоказо бўлган вектор ҳосил булади, бу $\operatorname{rot} \mathbf{A}$ нинг ташкил этувчиларига мос келади [(107.10)—(107.12) ларга қ.]. Демак, вектор купайтмани детерминант ёрдамида ёзилган ифодасидан фойдаланган ҳолда қуйидагини ёзиш мумкин:

$$\operatorname{rot} \mathbf{A} = [\nabla\mathbf{A}] = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}. \qquad (107.18)$$

∇ вектордан фойдаланганда шуни эсда тутиш керакки, бу вектор ўзидан ўнг томонда турган ҳамма функцияга таъсир қилувчи дифференциал оператор ҳисобланади. Шунинг учун ∇ ни ўз ичига олган ифодаларни ўзгартиришда векторлар алгебрасининг қоидалари каби дифференциал ҳисоб қоидаларини ҳам ҳисобга олиш керак. Масалан, φ ва ψ функциялар кўпайтмасининг ҳосиласи

$$(\varphi\psi)' = \varphi'\psi + \varphi\psi'$$

га тенг. Шунга мувофиқ

$$\text{grad}\,(\varphi\psi) = \nabla(\varphi\psi) = \psi\nabla\varphi + \varphi\nabla\psi = \psi\,\text{grad}\,\varphi + \varphi\,\text{grad}\,\psi.$$

Бирор φ функциянинг градиенти вектор функциядир. Шунинг учун унга дивергенция операциясини ҳам, ротор операциясини ҳам қўллаш мумкин:

$$\text{divgrad}\,\varphi = \nabla(\nabla\varphi) = (\nabla\nabla)\,\varphi = (\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \nabla_z^2)\,\varphi =$$

$$= \frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = \Delta\,\varphi \qquad (107.19)$$

(бунда Δ — Лаплас оператори),

$$\text{rotgrad}\,\varphi = [\nabla,\nabla\varphi] = [\nabla\nabla]\varphi = 0, \qquad (107.20)$$

чунки бирор векторнинг ўз-ўзига вектор кўпайтмаси нолга тенг.

Электростатик майдон **E** ни φ потенциалнинг градиенти кўринишида ёзиш мумкин [(11.3) формулага қ.]. (9.2) формулага кўра электростатик майдоннинг исталган контур бўйича циркуляцияси нолга тенг, бу эса (107.20) га мос келади.

A векторнинг ротори нуқтанинг вектор функцияси бўлади. Демак, **A** векторнинг роторига дивергенция ва ротор операцияларини қўллаш мумкин:

$$\text{divrot}\,\mathbf{A} = \nabla[\nabla\mathbf{A}] = 0 \qquad (107.21)$$

(векторлар алгебрасидан маълумки, векторларнинг аралаш кўпайтмаси шу векторлардан тузилган параллелепипед ҳажмига тенг; агар шу векторлардан иккитаси устма-уст тушса, у ҳолда параллелепипед ҳажми нолга тенг бўлади),

$$\text{rotrot}\,\mathbf{A} = [\nabla,[\nabla\mathbf{A}]] = \nabla(\nabla\mathbf{A}) - (\nabla\nabla)\,\mathbf{A} =$$
$$= \text{grad}\,\text{div}\mathbf{A} - \Delta\,\mathbf{A} \qquad (107.22)$$

[биз бу ерда $[\mathbf{A}\,[\mathbf{BC}]] = \mathbf{B}(\mathbf{AC}) - \mathbf{C}(\mathbf{AB})$ формуладан фойдаландик].

(107.21) формуладан ротор майдонининг манбага эга эмаслиги, бундай майдон чизиқлари эса берк ёки чексизликка тарқалиши келиб чиқади. Магнит майдони чизиқлари ҳам худди шундай хоссага эга. Бу эса **B** магнит индукция векторининг майдонини бирор вектор потенциал деб аталувчи **A** вектор функциянинг ротор майдони кўринишида тасаввур қилишга имкон беради[1]):

$$\mathbf{B} = \text{rot}\,\mathbf{A}. \tag{107.23}$$

Вектор потенциаллар хусусида батафсилроқ баён қилиш имконига эга эмасмиз.

108-§. Максвелл тенгламалари

Силжиш токининг кашф қилиниши Максвеллга электр ва магнит ҳодисаларининг ягона назариясини яратиш имконини берди. Бу назария ўша вақтда маълум бўлган барча экспериментал фактларни тушунтириб берди ва мавжуд эканлиги кейинроқ тасдиқланган бир қатор янги ҳодисаларни олдиндан айтиб берди. Максвелл назариясининг асосий натижаси ёруғлик тезлигида тарқалувчи электромагнит тўлқинлар мавжудлигининг исбот қилиниши эди. Бу тўлқинларнинг хоссаларини назарий текшириш Максвеллни ёруғликнинг электромагнит назариясини яратишга олиб келди.

Назариянинг асосини Максвелл тенгламалари ташкил қилади. Механикада Ньютон қонунлари, термодинамикада асосий қонунлар (бош қонунлар) қандай роль ўйнаса, электромагнитизмни ўрганишда Максвелл тенгламалари шундай роль ўйнайди.

Максвелл тенгламаларининг биринчи жуфтини (103.6) ва (44.1) тенгламалар ташкил қилади. Қулайлик учун уларни қайта ёзамиз:

$$\oint E_l dl = -\int_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)_n dS, \tag{108.1}$$

$$\oint_S B_n dS = 0. \tag{108.2}$$

Бу тенгламаларнинг биринчиси **E** нинг қийматларини **B** векторнинг вақт бўйича ўзгариши билан боғлайди ва электромагнит индукция қонунини ифодалайди. Иккинчи тенглама **B** векторнинг куч чизиқлари берк эканлигини (ёки чексизликка кетишини) акс эттиради.

Максвелл тенгламаларининг иккинчи жуфтини (105.4) ва (16.6) тенгламалар ташкил қилади:

$$\oint H_l dl = \int_S j_n dS + \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}\right)_n dS, \tag{108.3}$$

$$\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV \tag{108.4}$$

[1]) Биз аввалги ҳамма формулаларда **A** символ билан ихтиёрий векторни белгилаган эдик. Магнит майдоннинг вектор потенциалини **A** символ билан белгилаш қабул қилинган.

(бу ерда ва келгусида $\mathbf{j}$ ни утказувчанлик токининг зичлиги деб тушунилади).

Биринчи тенглама утказувчанлик токи билан силжиш токи ва улар юзага келтирган магнит майдони орасидаги боғланишни аниқлайди. Иккинчи тенглама $\mathbf{D}$ векторнинг куч чизиқлари заряддан бошланиб, зарядда тугаши мумкин эканлигини курсатади.

(108.1) — (108.4) тенгламалар Максвеллнинг интеграл шаклдаги тенгламаларидир. Улар $\mathbf{E}$ ёки $\mathbf{H}$ нинг бирор контур бўйича олинган қийматлари билан $\dot{\mathbf{B}}$ (мос ҳолда $\dot{\mathbf{D}}$) нинг сиртнинг контурга тегиб турган нуқтадаги қийматлари орасидаги боғланишни беради. Векторлар анализи теоремаларидан фойдаланиб интеграл шаклдаги тенгламалардан дифференциал шаклдаги тенгламаларга утиш мумкин. Дифференциал шаклдаги тенгламалар бирор нуқтадаги $\mathbf{E}$ ёки $\mathbf{H}$ нинг қиймати билан фазонинг шу нуқтасидаги $\mathbf{B}$ (мос ҳолда $\mathbf{D}$) нинг қиймати орасидаги боғланишни беради.

(108.1) формуланинг чап томони учун Стокс теоремасини қўллаймиз [(107.14) га қ.]. Бунда $(\mathrm{rot}\,\mathbf{E})_n$ функциянинг интеграли олинадиган сирт сифатида тенгламанинг унг томонидаги интеграл олинаётган сиртнинг узи олинади. У ҳолда 108.1) тенглама қуйидаги куринишни олади:

$$\int\limits_S (\mathrm{rot}\,\mathbf{E})_n dS = -\int\limits_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)_n dS.$$

Ҳар иккала интеграл ҳам битта сирт буйича олинмоқда. Шунинг учун олинган тенгликни қуйидаги кўринишда ёзиш мумкин:

$$\int\limits_S \left(\mathrm{rot}\,\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right)_n dS = 0.$$

Бу тенглик ихтиёрий танланган S интеграллаш сирти учун бажарилиши керак, равшанки, бу шарт интеграл остидаги ифода фазонинг исталган нуқтасида ихтиёрий ориентацияланган dS юзача учун нолга тенг булган ҳолдагина бажарилиши мумкин. Шундай қилиб, фазонинг ҳар бир нуқтасида

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

тенглик бажарилади деган хулосага келамиз.

(108.3) формулага Стокс теоремасини қўллаб ва юқоридагидек мулоҳаза юритиб, қуйидагини топамиз:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}.$$

Энди (108.4) формуланинг чап қисмига Остроградский — Гаусс теоремасини [(107.5) формулага қ.] қуллаймиз. Натижада қуйидаги тенгламани оламиз:

$$\int_V \operatorname{div} \mathbf{D}\, dV = \int_V \rho\, dV.$$

Интеграл олинадиган ҳажм ихтиёрий танланган булса, юқоридаги муносабат ҳар иккала қисмдаги интеграл остидаги ифодалар фазонинг ҳар бир нуқтасида бирдай қийматга эга бўлган ҳолдагина бажарилади, яъни:

$$\operatorname{div}\mathbf{D} = \rho.$$

Остроградский — Гаусс теоремасини (108.2) формулага қўлласак, қуйидаги ифодани оламиз:

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0.$$

Шундай қилиб, Максвелл тенгламалари дифференциал шаклда қуйидагича ёзилади:

$$\operatorname{rot} \mathbf{B} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \tag{108.5}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = 0 \tag{108.6}$$

(тенгламаларнинг биринчи жуфти),

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \tag{108.7}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho \tag{108.8}$$

(тенгламаларнинг иккинчи жуфти).

Бу тенгламаларни ечишда уларни ташкил қилган катталиклар орасида мавжуд бўлган қуйидаги муносабатлардан фойдаланилади:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon\, \mathbf{E}, \tag{108.9}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu\, \mathbf{H}, \tag{108.10}$$

$$\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}. \tag{108.11}$$

Еттита тенглама (108.5) — (108.11) нинг жами тинч ҳолатдаги муҳит электродинамикасининг асосини ташкил қилади.

(108.5) ва (108.7) тенгламаларни координата ўқларига проекциялаб, ҳар бир вектор тенглама урнига учта скаляр тенглама оламиз. (107.10) — (107.12) формулаларни эътиборга олиб, қуйидагиларни ёза оламиз:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\frac{\partial B_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} &= -\frac{\partial B_z}{\partial t} \end{aligned}\right| \tag{108.12}$$

$$
\left.\begin{aligned}
\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} &= j_x + \frac{\partial D_x}{\partial t},\\
\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j_y + \frac{\partial D_y}{\partial t},\\
\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} &= j_z + \frac{\partial D_z}{\partial t}.
\end{aligned}\right| \qquad (108.13)
$$

(107.4) муносабатдан фойдаланиб, (108.6) ва (108.8) тенгламаларни скаляр куринишда қуйидагича ёзиш мумкин:

$$
\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0, \qquad (108.14)
$$

$$
\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho. \qquad (108.15)
$$

Гаусс системасида Максвелл тенгламалари қуйидаги куринишга эга булади:

$$
\left.\begin{aligned}
\operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t},\\
\operatorname{div} \mathbf{B} &= 0,
\end{aligned}\right| \qquad (108.16)
$$

$$
\left.\begin{aligned}
\operatorname{rot} \mathbf{H} &= \frac{4\pi}{c}\mathbf{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t},\\
\operatorname{div} \mathbf{D} &= 4\pi\rho.
\end{aligned}\right| \qquad (108.17)
$$

XVIII БОБ

ЭЛЕКТРОМАГНИТ ТЎЛҚИНЛАР

109-§. Тўлқин тенглама

Биз аввалги бобда узгарувчан электр майдони магнит майдонини юзага келтиради, магнит майдони ҳам, умуман айтганда, ўзгарувчан эканлигини тушунтирган эдик[1]). Бу ўзгарувчан магнит майдони, уз навбатида электр майдонини юзага келтиради ва ҳоказо. Шундай қилиб, зарядлар ёрдамида узгарувчан электр ёки магнит майдони уйғотилса, атроф фазода нуқтадан-нуқтага тарқалувчи электр ва магнит майдонларининг кетма-кет узаро алмашуви содир булади. Бу процесс фазода ҳам вақт буйича даврий булади, демак, тулқиндан иборат булади. Электромагнит тулқинлар мавжудлиги тўғрисидаги хулоса ҳам Максвелл тенгламаларидан келиб чиқишини қуйида кўрсатамиз.

Киритувчанлик доимийлари ε ва μ булган бир жинсли нейтрал ($\rho = 0$) ўтказмас ($\mathbf{j} = 0$) муҳит учун Максвелл тенгламаларини ёзамиз. Бу ҳолда

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \qquad \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \mathbf{B} = \mu\mu_0 \operatorname{div} \mathbf{H} \text{ ва } \operatorname{div} \mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \operatorname{div} \mathbf{E}.$$

Демак, (108.5) — (108.8) генгламалар қуйидаги кўринишга эга булади:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \tag{109.1}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{H} = \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} = 0, \tag{109.2}$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}, \tag{109.3}$$

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = 0. \tag{109.4}$$

---

[1]) Ҳосил бўлган магнит майдони ўзгармас бўлиши учун махсус шарт:

$$\mathbf{D} = \text{const}$$

бажарилиши зарур.

(109.1) тенгламага rot операциясини қуллаймиз

$$\text{rot}(\text{rot}\,\mathbf{E}) = -\mu\mu_0\,\text{rot}\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right). \qquad (109.5)$$

Бу ерда rot символи координаталар буйича дифференциаллашни билдиради. Координаталар ва вақт бўйича дифференциаллаш тартибини узгартириб, $\text{rot}\left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\right) = \frac{\partial}{\partial t}(\text{rot}\,\mathbf{H})$ деб ёзиш мумкин. (109.5) тенгламада шу алмаштиришни қуллаб ва ҳосил булган ифодага rot **H** нинг (109.3) даги қийматини қуйиб, қуйидагини оламиз:

$$\text{rot}(\text{rot}\,\mathbf{E}) = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \qquad (109.6)$$

(109.3) тенгламага rot операциясини қуллаб ва юқоридагига ухшаш алмаштиришлар бажариб, қуйидаги тенгламага келамиз:

$$\text{rot}(\text{rot}\,\mathbf{H}) = -\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}. \qquad (109.7)$$

(107.22) га мувофиқ $\text{rot}\,\text{rot}\,\mathbf{E} = \text{grad}\,\text{div}\,\mathbf{E} - \Delta\mathbf{E}$. (109.4) тенглама орқали ифодаланган шарт бажарилганда, бу тенгликнинг биринчи ҳади нолга айланади. Демак, (109.6) формуланинг чап қисми $-\Delta\mathbf{E}$ куринишда ёзилиши мумкин. Ҳосил булган формуланинг чап ва унг томонидаги минус ишорани ташлаб юбориб, ушбу тенгламага келамиз:

$$\Delta\mathbf{E} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

ёки $\Delta\mathbf{E}$ ни ёйиб ёзсак,

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}. \qquad (109.8)$$

Шунга ухшаш йул билан (109.7) тенгламани қуйидаги куринишга келтириш мумкин:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}. \qquad (109.9)$$

(109.8) ва (109.9) тенгламалар ўзаро ажралмас боғланишга эга эканлигини эслатиб утамиз, чунки улар ҳар бирида ҳам **E**, ҳам **H** булган (109.1) ва (109.3) тенгламалардан олинган.

Қуйидаги

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

куринишдаги тенглама тўлқин тенгламани ифодалайди [I т., 80-§ га қ.]. Бундай тенгламани қаноатлантирувчи ҳар қандай функция бирор тулқинни ифодалайди, бунда $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$ нинг олдидаги коэффициентга тескари булган катталикнинг квадрат илдиздан чиқарилган қиймати шу тулқиннинг фазавий тезлигини беради. Шундай қилиб, (109.8) ва (109.9) тенгламалар электромагнит майдонлар фазавий тезлиги

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} \, \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \tag{109.10}$$

га тенг булган электромагнит тўлқинлар куринишида мавжуд булиши мумкин эканлигини курсатади.

Вакуум учун шу тенгламадан

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4\pi\cdot10^{-7}}{4\pi\cdot9\cdot10^{9}}}} = 3\cdot10^{8}\ \text{м/сек} = c$$

ни ҳосил қиламиз [ε_0 ва μ_0 лар учун ёзилган (4.2) ва (38.3) қийматларга қ.].

Шундай қилиб, электромагнит тулқинларнинг вакуумдаги фазавий тезлиги ёруғлик тезлигига тенг экан.

Гаусс системасида

$$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}. \tag{109.11}$$

110-§. Ясси электромагнит тулқин

Ясси электромагнит тулқиннинг бир жинсли утказмас муҳитда ($\rho = 0$, $\mathbf{j} = 0$, $\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$, ε ва μ — узгармас) тарқалишини текширамиз. x уқини тўлқин сиртга перпендикуляр йуналтирамиз. У ҳолда $\mathbf{E}$ ва $\mathbf{H}$, демак, уларнинг ташкил этувчилари ҳам y ва z координаталарга боғлиқ булмайди. Шунинг учун (108.12) — (108.15) тенгламалар соддалашиб, қуйидаги куринишга келади:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial H_x}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu\mu_0\frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0\frac{\partial H_z}{\partial t} \end{aligned}\right| \tag{110.1}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial E_x}{\partial t} &= 0, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0\frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned}\right| \tag{110.2}$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} = 0, \tag{110.3}$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} = 0. \tag{110.4}$$

(110.2) тенгламаларнинг биринчиси ва (110.4) тенглама E_x ташкил этувчи t га ҳам, x га ҳам боғлиқ була олмаслигини курсатади. (110.1) тенгламаларнинг биринчиси ва (110.3) тенглама ҳам H_x учун худди шундай натижа беради. Шундай қилиб, E_x ва H_x ларнинг нолдан фарқли булиши, тулқиннинг электромагнит майдонига қўшилувчи фақат узгармас бир жинсли майдонгагина боғлиқ булиши мумкин. Майдоннинг ўзи x ўқи буйича ташкил этувчиларга эга эмас, яъни **E** ва **H** векторлар тулқин тарқалишига перпендикуляр — бу электромагнит тулқинлар кундаланг тулқинлардир. Келгусида биз ўзгармас майдон йуқ ва $E_x = H_x = 0$ деб фараз қиламиз.

(110.1) ва (110.2) ларнинг охирги иккита тенгламасини узаро боғлиқ булмаган иккита группага бирлаштириш мумкин:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial E_y}{\partial x} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_z}{\partial x} &= -\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_y}{\partial t}, \end{aligned}\right| \tag{110.5}$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial x} &= \mu\mu_0 \frac{\partial H_y}{\partial t}, \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial t}. \end{aligned}\right| \tag{110.6}$$

Биринчи группа E_y ва H_z ташкил этувчиларни, иккинчиси эса E_z ва H_y ташкил этувчиларни узаро боғлайди. Дастлаб y ўқи буйича йўналган E_y узгарувчан электр майдони ҳосил қилинган деб фараз қилайлик. (110.5) нинг иккинчи тенгламасига мувофиқ бу майдон z ўқи буйича йўналган H_z магнит майдонини ҳосил қилади. (110.5) нинг биринчи тенгламасига мувофиқ H_z майдон E_y электр майдонини ҳосил қилади ва ҳоказо. Бунда E_z майдон ҳам, H_y майдон ҳам ҳосил булмайди. Худди шунга ўхшаш, агар дастлаб E_z майдон ҳосил қилинган булса, у ҳолда (109.6) тенгламаларга биноан, E_z майдонни уйғотувчи H_y майдон пайдо булади ва ҳоказо. Бу ҳолда E_y ва H_z майдонлар ҳосил булмайди. Шундай қилиб, ясси электромагнит тўлқинни ифодалаш учун (110.5) ва (110.6) тенгламалар системасидан бирини олиш кифоя, фақат бунда бошқа тенгламалар системасида қатнашувчи ташкил этувчиларни нолга тенг деб олиш керак.

Тулқинни тавсифлаш учун (110.5) тенгламани оламиз ва $E_z = H_y = 0$ деб фараз қиламиз. Биринчи тенгламани x бўйича дифференциаллаймиз ва $\frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\frac{\partial H_z}{\partial x}$ алмаштиришни бажарамиз. Сунгра иккинчи тенгламадан $\frac{\partial H_z}{\partial x}$ нинг қийматини қўйиб, E_y учун тулқин тенгламани ҳосил қиламиз:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0 \mu\mu_0 \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}. \tag{110.7}$$

(110.5) тенгламанинг иккинчисини x буйича дифференциаллаб, юқоридагига ухшаш алмаштиришлардан сунг H_z учун тўлқин тенглама топамиз:

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \varepsilon\varepsilon_0\mu\mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \qquad (110.8)$$

E ва **H** нинг қолган ташкил этувчилари нолга тенг, шунинг учун $E = E_y$ ва $H = H_z$ эканлигини эслатиб утамиз. Биз (110.7) ва (110.8) тенгламаларда E ва H лардаги y ва z индексларни сақлаб қолдик, чунки улар **E** ва **H** векторларнинг ўзаро перпендикуляр y ва z уқлар буйича йуналганлигини кўрсатади.

(110.7) ва (110.8 тенгламалар (109.8) ва (109.9) тенгламаларнинг хусусий ҳолидир. (110.7) тенгламанинг энг оддий ечими қуйидаги функция булади:

$$E_y = E_m \cos(\omega t - kx + \alpha_1). \qquad (110.9)$$

(110.8) тенгламанинг ечими ҳам шунга ухшаш:

$$H_z = H_m \cos(\omega t - kx + \alpha_2). \qquad (110.10)$$

Бу формулада ω — тулқин частотаси, k — тулқин сони, у ω/v га тенг. α_1 ва α_2 — тебранишнинг $x = 0$ координатали нуқталардаги бошланғич фазалари.

(110.9) ва (110.10) функцияларни (110.5) тенгламаларга қуямиз:

$$kE_m \sin(\omega t - kx + \alpha_1) = \mu\mu_0\omega H_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2),$$
$$kH_m \sin(\omega t - kx + \alpha_2) = \varepsilon\varepsilon_0\omega E_m \sin(\omega t - kx + \alpha_1).$$

Тенглик бажарилиши учун α_1 ва α_2 бошланғич фазалар тенг булиши керак. Бундан ташқари, қуйидаги муносабатлар уринли бўлиши керак:

$$kE_m = \mu\mu_0\omega H_m,$$
$$\varepsilon\varepsilon_0\omega E_m = kH_m.$$

Бу иккита тенгламани бир-бирига купайтириб, қуйидагини топамиз:

$$\varepsilon\varepsilon_0 E_m^2 = \mu\mu_0 H_m^2.$$

Шундай қилиб, электромагнит тўлқинда электр ва магнит векторларининг тебраниши бир хил фазада ($\alpha_1 = \alpha_2$) бўлади, бу векторларнинг амплитудалари эса ушбу муносабат билан боғланган:

$$E_m \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H_m \sqrt{\mu\mu_0}. \qquad (110.11)$$

(110.11) формуладан бушлиқда тарқалаётган тўлқин учун E_m ва H_m ларнинг киймати орасида қуйидаги муносабат мавжуд деган хулоса чиқади:

$$\frac{E_m}{H_m} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = \sqrt{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} =$$
$$= \sqrt{(4\pi)^2 900} = 120\pi \approx 377. \qquad (110.12)$$

(110.11) формула Гаусс системасида қуйидаги куринишга эга:

$$E_m\sqrt{\varepsilon} = H_m\sqrt{\mu}$$

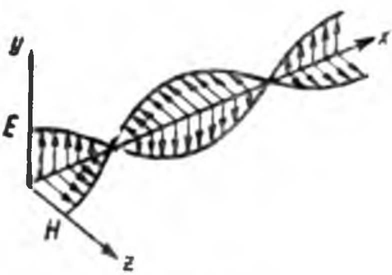
Демак, бўшлиқда $E_m = H_m$ (E_m ни СГСЭ бирликда, H_m ни СГСМ бирликда улчанади).

(110.9) тенгламани y ўқнинг ортига ($E_y\mathbf{j} = \mathbf{E}$), (110.10) тенгламани z ўқнинг ортига ($H_z\mathbf{k} = \mathbf{H}$) купайтириб, вектор кўринишдаги ясси электромагнит тўлқин тенгламасини оламиз:

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_m\cos(\omega t - kx), \\ \mathbf{H} &= \mathbf{H}_m\cos(\omega t - kx) \end{aligned}\right\} \qquad (110.13)$$

(биз $\alpha_1 = \alpha_2$ деб фараз қилдик).

237- расмда ясси электромагнит тулқиннинг „оний фотосурати“ курсатилган. Расмдан куриниб турибдики, **E** ва **H** векторлар тулқиннинг тарқалиш йуналиши билан ўнг винт системасини ҳосил қилади. Фазонинг маълум бир нуқтасидаги **E** ва **H** векторлар вақт утиши билан гармоник қонун бўйича узгаради. Улар бир вақтда нолдан бошлаб орта боради, сунгра 1/4 давр утгач, энг катта қийматга эришади (бунда **E** юқорига йуналган бўлса, у ҳолда **H** ўнгга йуналган булади; биз тулқиннинг тарқалиш йуналиши буйича қарамоқдамиз). Яна 1/4 давр ўтгач, ҳар иккала вектор бир вақтда нолга айланади. Сунгра яна энг катта қийматга эришади (лекин бу сафар **E** пастга йуналган, **H** эса — чапга). Ниҳоят, тебраниш даври тугагандан кейин векторлар яна нолга айланади. **E** ва **H** векторларнинг бундай ўзгаришлари фазонинг ҳар бир нуқтасида руй беради, лекин улар фаза бўйича силжиган булиб, бу силжиш x ўқи буйича ҳисобланувчи нуқталар орасидаги масофа билан белгиланади.



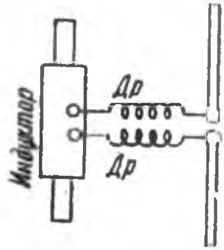
237- расм.

111- §. Электромагнит тўлқинларни экспериментал текшириш

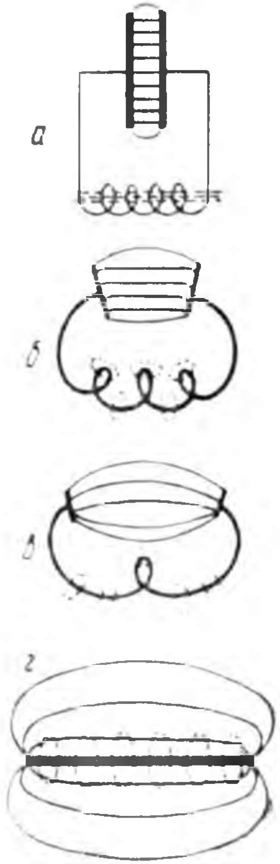
Максвеллнинг электромагнит тулқинлар мавжудлиги ҳақидаги назариясининг натижаларини 1888 йилда Герц экспериментал текширди. Герц тулқинлар ҳосил қилиш учун узи ихтиро қилган учқун оралиқ билан ажралиб турувчи иккита стерждендан иборат **вибратордан** фойдаланди (238- расм).

C конденсатор ва L индуктив ғалтакдан тузилган тебраниш контурида электр майдони конденсатор қопламалари оралиғида, магнит майдони эса ғалтак ичида тўпланади (239-*а* расм). Конденсатор ва ғалтакни ўраб турган фазода майдон амалда нолга тенг, шунинг учун тўлқинларнинг сезиларли тарқалиши содир бўлмайди. Тўлқинларнинг тарқалиши сезиларли роль ўйнаши учун майдон ҳосил буладиган соҳани атроф фазодан ажратиш керак. Бунга эришиш учун конденсатор қопламалари орасидаги ва ғалтак ўрамлари орасидаги масофани узайтириш керак (239-*б* ва *в* расм). Натижада биз Герц вибраторини ҳосил қиламиз (239-*г* расм). 239-*а*—*г* расмларда тасвирланган шакл ўзгартириш процессида контурнинг сиғими ва индуктивлиги кескин камаяди, бу эса яна ҳам қулайлик яратади, чунки бундай ҳол частотанинг ортишига олиб келади [(99.2) формулага қ.], демак, тўлқин узунлиги камаяди. Кичик узунликдаги тўлқинлар билан эксперимент ўтказиш осон бўлади. Герц частотани 10^8 *гц* тартибга етказди ва узунлиги 10 дан 0,6 *м* гача бўлган тўлқинлар олди.

Тебраниш уйғотиш учун вибратор индукторга уланади (238-расм). Учқун оралиқдаги кучланиш тешиш қийматига эриш-

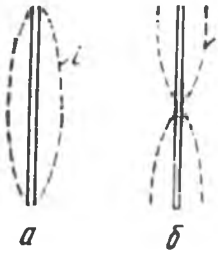


238-расм.



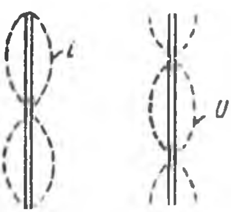
239-расм.

ганда, вибраторнинг ҳар иккала ярмини туташтирувчи учқун ҳосил булади (шунга кура 239-*г* расмда вибратор ўртасидаги узилган қисм кўрсатилмаган). Натижада учқун ўчгунча давом этадиган эркин сўнувчи тебранишлар ҳосил бўлган. Тебранишларда юзага келадиган юқори частотали токни индуктор чулғамига ўтказмаслик учун вибратор билан индуктор орасига *ДР* дроссель, яъни катта индуктивликка эга булган ғалтак уланган (ўзгарувчан ток учун индуктив қаршилик ωL га тенг). Учқун учгандан сунг вибратор индуктордан яна заряд олади ва процесс янгидан қайтарилади. Шундай қилиб, Герц вибратори кетма-кет келувчи бир қатор кучсиз сунувчи тулқинларни уйғотган.



240- расм.

Вибраторда тебраниш вақтида ток ва кучланишнинг турғун тулқинлари ҳосил булган. Ток кучи i (240- *а* расм) вибратор уртасида максимал (ток дўнглиги) ва унинг учларида нолга айланган (ток тугунлари). U кучланиш вибратор уртасида тугунга, учларида эса дунгликларга эга (240- *б* расм). Шундай қилиб, вибратор асосий (яъни энг кичик частотада тебранаётган торга ухшашдир. Вибратор тарқатаётган тулқиннинг λ узунлиги вибратор узунлигидан тахминан икки марта катта. Шу сабабли бундай вибраторни **ярим тулқинли** вибратор дейилади. Агар вибраторда частотаси икки марта катта булган мажбурий тебранишлар уйғотилса, у ҳолда ток ва кучланишларнинг тақсимланиши 241- расмда тасвирланган куринишда булади. Бу ҳолда вибратор биринчи обертон частотасида тебранаётган торга ухшайди.



241- расм.

Бундан ташқари, Герц тарқатилаётган тулқинларни уртасида унча катта булмаган учқун оралиққа эга булган ярим тулқинли вибратор ёрдамида ҳам текширди. Бундай вибраторни тўлқин электр майдонининг кучланганлик векторига параллел жойлаштирилганда унда ток ва кучланиш тебранишлари уйғотилган. Вибраторнинг узунлиги $\lambda/2$ га тенг булгани учун унда резонанс натижасида тебранишлар шундай интенсивликка эришадики, бунда учқун оралиқда унча катта бўлмаган учқунлар сакраши юзага келади[1]).

Герц катта металл кузгуларда ва асфальт призма (улчами 1 *м* дан ортиқ ва оғирлиги 1,2 *т*) ёрдамида электромагнит тулқинларнинг қайтиши ва синишини амалга оширди ҳамда ушбу ҳар иккала ҳодиса оптикада ёруғлик тулқинлари учун аниқланган қонунларга буйсунишини курсатди. Герц вибраторни ботиқ кузгунинг фокусига жойлаштириб, йуналишга эга булган ясси тулқинни ҳосил қилди. Тўлқиннинг тарқалиш

---

[1]) Ҳозирги демонстрацияларда учқун оралиққа унча катта булмаган лампочка уланади. Лампочка шуълаланишининг равшанлиги тулқин интенсивлигини кўрсатади.

йуналишига ясси кўзгу жойлаштириб, турғун тулқин олди Герц тулқинларнинг тугунлари ва дўнгликлари орасидаги масофани улчаб, тулқин узунлиги λ ни топди, λ нинг вибраторнинг тебраниш частотаси ν га булган купайтмаси электромагнит тулқинларнинг тезлигини берди, бу эса ёруғлик тезлиги c га яқин булиб чиқди. Герц тўлқинлар йулига бир-бирига параллел булган мис симлардан ясалган тур жойлаштирди ва тўрни нур атрофида айлантирганда ундан утаётган тулқинларнинг интенсивлиги кескин узгарганлигини пайқади. Тур **E** векторга перпендикуляр булганда, тўлқин турдан халалсиз ўтган. Тур **E** га параллел жойлаштирилганда тулқин турдан утмаган. Шундай қилиб, электромагнит тўлқинларнинг кундаланг тулқин эканлиги исбот қилинган.

П. Н Лебедев Герц тажрибаларини давом эттирди. У 1894 йилда тулқин узунлиги 6 *мм* га тенг булган электромагнит тулқинларни ҳосил қилди ва уларнинг кристаллардан ўтишини текширди. Бунда тулқинларнинг иккиламчи синиши пайқалди (Оптикага қ.).

А. С. Попов 1896 йилда биринчи марта электромагнит тўлқинлар ёрдамида 250 *м* масофага ахборот узатишни амалга оширди (бунда „Генрих Герц" сўзи узатилган эди). Шу билан радиотехникага асос солинган.

112-§. Электромагнит майдон энергияси

Электромагнит тулқинларни пайқаш мумкинлиги (учқун чиқиши, лампочканинг шуълаланиши ва шунга ухшашларга қараб) бу тулқинларнинг узи билан энергия кучириб юришини курсатади. Тулқиннинг энергия кучириб юришини кўрсатиш учун энергия оқими зичлиги деб аталувчи вектор катталик киритилган эди (I т., 82-§ га қ.). У сон жиҳатдан бирлик вақтда энергия оқими йуналишига перпендикуляр жойлашган бирлик юзачадан утган энергия миқдорига тенг. Энергия оқими зичлиги векторининг йуналиши энергиянинг кўчиш йуналиши билан мос тушади. Ўша параграфда энергия оқими зичлигини энергия зичлиги билан тулқин тезлигини узаро купайтириб ҳосил қилиш мумкинлиги курсатилган эди [I т., (82.8) формулага қ.].

Электромагнит майдон энергиясининг зичлиги w электр майдонининг энергия зичлиги билан [(30.2) формула билан аниқланадиган] магнит майдонининг энергия зичлиги [(61.8) формула билан аниқланадиган] йиғиндисидан иборат булади:

$$w = w_E + w_H = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2}.$$

E ва **H** векторлар фазонинг берилган нуқтасида бир хил фазада узгаради[1]). Шунинг учун **E** ва **H** ларнинг амплитуда-

[1]) Бу фақат утказмас муҳит учун ўринлидир. Ўтказувчи муҳитда **E** ва **H** ларнинг фазалари мос тушмайди.

вий қийматлари орасидаги (110.11) муносабат уларнинг оний қийматлари учун ҳам тўғридир. Бундан электр ва магнит майдонлар энергияларининг зичликлари вақтнинг ҳар бир онида бирдай деган хулоса чиқади: $w_E = w_H$. Шунинг учун қуйидагича

$$w = 2w_E = \varepsilon\varepsilon_0 E^2$$

деб ёзишимиз мумкин.

$E\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}$ эканлигидан фойдаланиб, электромагнит тўлқиннинг энергия зичлиги учун ёзилган ифодани қуйидаги кўринишга келтириш мумкин:

$$w = \sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}\, EH. \qquad (112.1)$$

(109.10) формулага мувофиқ электромагнит тўлқиннинг тезлиги $v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}}$ га тенг.

Энергия зичлиги w ни v тезликка кўпайтириб, энергия оқими зичлигини оламиз:

$$S = wv = EH. \qquad (112.2)$$

E ва **H** векторлар ўзаро перпендикуляр ва тўлқиннинг тарқалиш йўналиши билан ўнг винт системасини ҳосил қилади. Шунинг учун $[\mathbf{EH}]$ векторнинг йўналиши энергиянинг кўчиш йўналиши билан мос тушади, бу векторнинг модули эса EH ($\sin\alpha = 1$) га тенг. Демак, энергия оқими зичлиги векторини **E** ва **H** ларнинг вектор кўпайтмаси кўринишида бериш мумкин:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}]. \qquad (112.3)$$

S векторни **П о й т и н г в е к т о р и** деб аталади.

Гаусс системасида **S** нинг ифодаси қуйидаги кўринишни олади:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathbf{EH}]. \qquad (112.4)$$

Энергия оқими Φ_w, яъни бир бирлик вақтда бирор S сирт орқали тўлқин кўчирган энергия миқдори [I т., (82.14) формулага қ.]

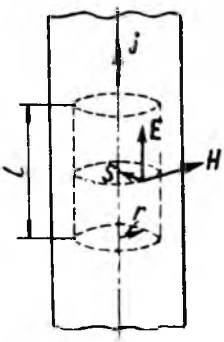
$$\Phi_w = \int_S S_n dS \qquad (112.5)$$

га тенг (бу ерда S_n—вектор **S** нинг нормал ташкил этувчиси, dS—S сиртнинг элементи).

(112.5) формуланинг қўлланишига мисол сифатида стационар (яъни вақт ўтиши билан ўзгармайдиган) ток ўтаётган цилиндр шаклидаги бир жинсли ўтказгичнинг бир қисмини қараб чиқамиз (242-расм). Бу қисмда дастлаб, ташқи кучлар йўқ деб ҳисоблаймиз. У ҳолда (33.4) формулага мувофиқ ўтказгичнинг ҳар бир нуқтасида қуйидаги муносабат бажарилади:

$$\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E} = \frac{1}{\rho}\mathbf{E}.$$

Стационар (ўзгармас) ток ўтказгичнинг бутун кесими бўйича $\mathbf{j}$ ўзгармас зичликда тақсимланади. Демак, $\mathbf{E}$ 242-расмда тасвирланган ўтказгич қисмида бир жинсли бўлади. Ўтказгич ичида фикран r радиусли ва l узунликли цилиндрик ҳажм ажратамиз. Бу цилиндр ён сиртининг ҳар бир нуқтасида $\mathbf{H}$ вектор $\mathbf{E}$ векторга перпендикуляр ва шу сиртга ўтказилган уринма бўйича йўналган (242-расмга қ.). H катталик $\frac{1}{2}jr$ га тенг [(44.7) теоремага мувофиқ $2\pi rH = j\pi r^2$]. Шундай қилиб, (112.3) вектор сиртнинг ҳар бир нуқтасида ўтказгич ўқига томон йўналган ва $S = EH = \frac{1}{2}Ejr$ катталикка эга. S ни $2\pi rl$ га тенг бўлган цилиндр ён сиртига кўпайтириб, биз текшираётган ҳажм ичига электромагнит энергия оқими киришини топамиз ($\mathbf{S}$ вектор оқими):



242- расм.

$$\Phi_S = 2\pi rl \cdot S = 2\pi rl \cdot \frac{1}{2}Ejr = Ej \cdot \pi r^2 l = Ej \cdot V, \quad (112.6)$$

бу ерда V—цилиндр ҳажми.

(34.5) га биноан Ej катталик ўтказгичнинг бирлик ҳажмида бирлик вақтда ажралиб чиқадиган иссиқлик миқдори. Демак, (112.6) тенглик ленц—жоуль иссиқлиги шаклида ажралиб чиққан энергия ўтказгичга унинг ён сиртидан электромагнит майдон энергияси шаклида кириб боришини кўрсатади.

Шуни таъкидлаб ўтамизки, Φ_S энергия оқими ўтказгич ичкарисига кирган сари энергиянинг ютилиши ва иссиқликка айланиши ҳисобига сусаяди [бунда S ҳам (у ўтказгич ўқидан цилиндр сиртигача бўлган масофага пропорционалдир), оқим ўтаётган сирт ҳам камаяди].

Энди ўтказгичнинг биз текшираётган қисми чегарасида майдони бир жинсли ($\mathbf{E}^* = \text{const}$) бўлган ташқи кучлар таъсир қилади деб фараз қилайлик. Бу ҳолда (35.4) формулага мувофиқ ўтказгичнинг ҳар бир нуқтасида

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*) = \frac{1}{\rho}(\mathbf{E} + \mathbf{E}^*)$$

муносабат уринли бўлиб, бундан

$$\mathbf{E} = \rho \mathbf{j} - \mathbf{E}^* \tag{112.7}$$

экани келиб чиқади.

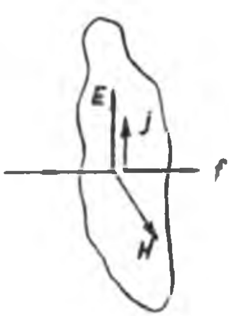
Занжирнинг биз текшираётган қисмида ташқи кучлар қаршилик курсатмайди, балки ток утишига ёрдам беради деб ҳисоблаймиз. Бу $\mathbf{E}^*$ нинг йуналиши $\mathbf{j}$ нинг йуналиши билан мос келишини билдиради. $\rho j = E^*$ муносабат бажарилади деб фараз қилайлик. Бунда электростатик майдон кучланганлиги E нинг ҳар бир нуқтада нолга тенглиги ва ён сиртдан электромагнит энергия оқими утмаслиги маълум булди. Бу ҳолда иш ташқи кучлар ҳисобига бажарилади.

Агар $E^* > \rho j$ муносабат уринли булса, у ҳолда (112.7) ифодадан $\mathbf{E}$ векторнинг $\mathbf{j}$ векторга қарама-қарши йуналганлиги келиб чиқади. Бунда $\mathbf{E}$ ва $\mathbf{S}$ векторлар 242- расмда курсатилгандек қарама-қарши йуналган булади. Демак, электромагнит энергия оқиб кирмайди, балки утказгичнинг ён сиртидан атроф фазога оқиб чиқади.

Хулоса қилиб шуни айтиш мумкинки, энергия стационар ток утаётган берк занжирнинг ташқи кучлар таъсир қилаётган қисмларидан занжирнинг бошқа қисмларига утказгичлар бўйлаб эмас, балки утказгични ураб турган фазо орқали $\mathbf{S}$ вектор билан характерланадиган электромагнит энергия оқими шаклида узатилар экан.

113-§. Электромагнит майдон импульси

Электромагнит тулқин бирор жисмга урилганда унга босим бериши керак. Бу босимнинг келиб чиқишини утказувчи жисм ($\sigma \neq 0$) мисолида осон тушунтириш мумкин. Ясси электромагнит тулқин жисмнинг ясси сиртига унинг нормали буйича тушаётган булсин (243-расм). Тулқиннинг электр вектори жисмда зичлиги $\mathbf{j} = \sigma \mathbf{E}$ булган ток уйғотади. Тулқиннинг магнит майдони токка катталиги жисмнинг бирлик ҳажмига нисбатан ҳисоблаганда (47.2) формула буйича аниқланадиган



243- расм.

$$\mathbf{f}_{\text{бирл. ҳажм}} = |\mathbf{jB}| = \mu\mu_0 |\mathbf{jH}|$$

куч билан таъсир қилади.

243- расмдан куриниб турибдики, бу кучнинг йуналиши тулқиннинг тарқалиш йуналиши билан мос тушади.

Жисм узига тушаётган энергияни тула ютадиган ҳол учун босим Максвелл ҳисобига мувофиқ, тушаётган тулқин узи билан олиб келган энергия зичлигининг уртача (вақт буйича) қийматига тенг:

$$p = \overline{w} = \frac{\overline{\varepsilon\varepsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2}}{2}. \tag{113.1}$$

Агар жисм тулқинни тескари йуналишда $S = kS_0$ интенсивлик билан қайтарса (бунда S_0—интенсивлик, яъни тушувчи тўлқин энергияси оқимининг зичлиги, k—қайтариш коэффициенти), у ҳолда босим

$$p = (1 + k)\bar{w} \qquad (113.2)$$

га тенг булади, бунда w — тушувчи тулқин энергияси оқимининг ўртача зичлиги. Идеал қайтарувчи жисм учун $k = 1$ ва $p = 2\bar{w}$.

Электромагнит тулқиннинг босим курсатиш хоссасидан электромагнит тулқин майдонининг импульсга эга эканлиги келиб чиқади. Бушлиқдаги майдоннинг бирлик ҳажм импульси (импульс зичлиги) қуйидаги қийматга эга эканлиги ҳисоблаб топилган:

$$\mathbf{K}_{\text{бирл. ҳажм}} = \frac{1}{c^2}\mathbf{S} = \frac{1}{c^2}[\mathbf{EH}]. \qquad (113.3)$$

Импульснинг мавжудлиги электромагнит майдон импульс билан $K = mc$ муносабатда боғланган массага эга деган фикр юритишга мажбур этади (майдон вакуумда c тезлик билан тарқалади). (113.3) ифоданинг модулини c га булиб, бирлик ҳажмдаги майдон массасини оламиз:

$$m_{\text{бирл. ҳажм}} = \frac{EH}{c^3}.$$

$\frac{EH}{c}$ ифода майдоннинг энергия зичлиги w ни беради. Демак,

$$m_{\text{бирл. ҳажм}} = \frac{w}{c^2}.$$

Биз ҳосил қилган муносабат нисбийлик назариясидан келиб чиқувчи масса ва энергия орасидаги

$$W = mc^2$$

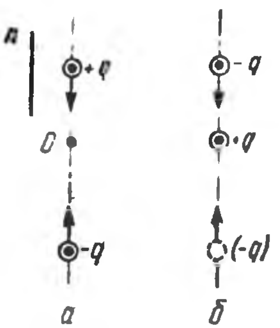
муносабатнинг хусусий ҳолидир. Бу муносабатга кура система энергиясининг ҳар қандай узгариши унинг массасининг ўзгариши билан боғлиқдир ва аксинча, система массасининг узгариши унинг энергиясининг узгаришига олиб келади.

Агар ёруғлик, Максвелл фараз қилганидек, электромагнит тўлқиндан иборат булса, у жисмга босим курсатиши керак. Туғри, бу босимнинг (113.1) формула буйича ҳисобланган қиймати жуда кичик. Масалан, кучи миллион шамга генг булган ёруғлик манбаининг 1 *м* масофадаги босими ҳаммаси булиб фақат 10^{-7} *н/м*^{2}(10^{-4} *дина/см*^{2}) атрофида булади. П. Н. Лебедев ёруғлик босимини топди ва уни улчашга муяссар булди. У жуда катта усталик ва ихтирочиликни талаб қилувчи тажрибаларни амалга ошириб, 1900 йилда ёруғликнинг қаттиқ жисмларга ва 1910 йилда газларга босимини улчади. Ўлчаш натижалари Максвелл назарияси билан тула мос келди.

114-§. Диполнинг нурланиши

Герц вибраторидаги тебранишлар вақтида унинг диполь электр моментининг даврий узгариши содир булади. Шунинг учун бундай куринишдаги нурлатгичлар **диполлар** деб ҳам юритилади. Герц вибратори ярим тўлқинли диполдан иборатдир (l узунлик $\lambda/2$ га тенг). Узунлиги тулқин узунлигидан кичик ($l \ll \lambda$) бўлган диполь нурланишини қараб чиқайлик. Бу **элементар** диполь деб аталади.

Бирор O нуқта атрофида қарама-қарши фазада тебранувчи иккита $+q$ ва $-q$ заряд энг оддий диполни ҳосил қилади (244-*а* расм). Бундай системанинг диполь электр моменти вақт ўтиши билан

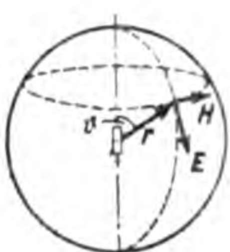


244- расм.

$$\mathbf{p} = ql\cos\omega t \cdot \mathbf{n} = \mathbf{p}_m \cos\omega t \quad (114.1)$$

қонун буйича узгаради, бунда l—ҳар бир заряд тебранишининг иккиланган амплитудаси, $\mathbf{n}$ — диполь уқи буйича йўналган бирлик вектор, $\mathbf{p}_m = ql\mathbf{n}$.

Қузғалмас мусбат $+q$ заряд ва унинг атрофида l амплитуда билан тебранаётган манфий $-q$ заряддан ташкил топган система ҳам худди юқоридагидек электр моментга эга (244-*б* расм). Бундай нурланувчи системани текшириш муҳим аҳамиятга эга, чунки у атом электронининг электромагнит тўлқинлар нурлашидан дарак беради. Классик тасаввурларга кура, электронлар атомда ядро атрофида эллиптик орбита бўйлаб айланади. Эллипс буйлаб ҳаракатни иккита ўзаро перпендикуляр тебранишларга ажратиш мумкин (I т., 71-§ га қ.). Шундай қилиб, атом нурланишини элементар диполь нурланишига ухшатиш мумкин [куринувчи ёруғликнинг тулқин узунлиги ($\sim 10^{-7}$ *м*) орбита диаметри ($\sim 10^{-10}$ *м*) дан анча катта].



245- расм.

Диполга бевосита яқин жойларда электромагнит тулқин манзараси мураккаб характерга эга. У диполнинг **тулқин зона** деб аталувчи оралиғида анча соддалашади. Бу зона тулқин узунлигидан етарлича катта булган $r (r \gg \lambda)$ масофадан бошланади. Агар тулқин бир жинсли изотроп муҳитда тарқалаётган бўлса, у ҳолда тулқин фронти тўлқин зонада сферик куринишда булади (245- расм). $\mathbf{E}$ ва $\mathbf{H}$ векторлар ҳар бир нуқтада узаро перпендикуляр ва нурга, яъни диполдан берилган нуқтага ўтказилган радиус-векторга перпендикулярдир (тулқин зонасидаги нуқталаргача бўлган масофага нисбатан диполь улчамларини ҳисобга олмаса ҳам булади).

Тулқин фронтининг диполь ўқидан утувчи текисликлар билан кесилишидан ҳосил булган кесимларни меридианлар, диполь уқига перпендикуляр текисликлар билан кесилишидан ҳосил бўлган кесимларни параллеллар деб атаймиз. У ҳолда **E** вектор тулқин зонанинг ҳар бир нуқтасида меридианга утказилган уринма буйича йуналган, **H** вектор эса параллелга утказилган уринма бўйича йуналган деб айтиш мумкин. Агар r нур бўйича қаралса, у ҳолда тулқиннинг оний манзараси 237-расмдагидек булади, фақат бу манзара амплитуданинг нур бўйича силжиганда камайиб бориши билан фарқ қилади.

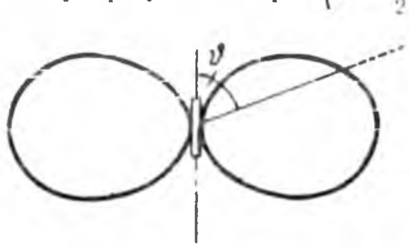
E ва **H** векторлар ҳар бир нуқтада $\cos(\omega t - kr)$ қонун бўйича тебранади. Тебранишнинг E_m ва H_m амплитудалари нурлагичгача булган r масофага ва **r** радиус-вектор йуналиши билан диполь ўқи орасидаги ϑ бурчакка боғлиқ (245-расм). Бу боғланиш вакуум учун қуйидаги куринишда булади:

$$E_m \sim H_m \sim \frac{1}{r} \sin\vartheta.$$

Энергия оқими зичлигининг $\bar{S}$ ургача қиймати $E_m H_m$ кўпайтмага пропорционал, яъни

$$\bar{S} \sim \frac{1}{r^2} \sin^2\vartheta. \qquad (114.2)$$

Бу формуладан тўлқин интенсивлиги нур йўналиши буйича ($\vartheta = \mathrm{const}$ булганда) нурлагичгача булган масофа квадратига тескари пропорционал равишда узгариб борар экан деган хулосага келамиз. Бундан ташқари, интенсивлик ϑ бурчакка ҳам боғлиқ. Диполь уз уқига перпендикуляр йуналишларда $\left(\vartheta = \frac{\pi}{2}\right)$ кучли нурланади, уз уқи йуналишида ($\vartheta = 0$ ва $\vartheta = \pi$) эса нурланмайди. Тулқин интенсивлигининг ϑ бурчакка боғлиқлиги диполнинг йуналиш диаграммаси ёрдамида яққол тасвирланади (246-расм). Бу диаграмма шундай тузилиши керакки, унинг диполь марказидан чиққан нурни кесиб ҳосил қилган кесмаси маълум бир масштабда ϑ бурчак остида нурланиш интенсивлигини бериши керак.



246- расм.

Барча йўналишлар буйлаб бирлик вақтда нурлатилган энергия нурланиш интенсивлиги (ёки қуввати) дейилади.

Ҳисоблашлар элементар диполнинг нурланиш интенсивлиги учун қуйидаги ифодани берди:

$$I=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{1}{6\pi c^2}\ddot{\mathbf{p}}^2. \qquad (114.3)$$

(114.1) формулага мувофиқ $\ddot{\mathbf{p}}^2=q^2l^2\omega^4\cos^2\omega t$. Буни (114.3) га қўйиб, қуйидагини оламиз:

$$I=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{q^2l^2\omega^4}{6\pi c}\cos^2\omega t. \qquad (114.4)$$

$\overline{\cos^2\omega t}=\frac{1}{2}$ бўлгани учун вақт бўйича ўртача нурланиш интенсивлиги қуйидагига тенг бўлади:

$$I=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{q^2l^2\omega^4}{12\pi c^2}=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{p_m^2\,\omega^4}{12\pi c^2}.$$

Шундай қилиб, диполнинг ўртача нурланиш интенсивлиги диполнинг электр моменти амплитудасининг квадратига ва частотанинг тўртинчи даражасига пропорционал. Шунинг учун кичик частоталарда электр системаларининг (масалан, саноат частотасидаги ўзгарувчан токни узатиш линиялари) нурланиши ниҳоятда кучсиз бўлади.

Агар диполь қўзғалмас ва тебранувчи зарядлар системасидан иборат бўлса, (114.4) формуладаги l тебраниш амплитудасини билдиради, $l^2\omega^4\cos^2\omega t$ катталик эса тебранувчи заряд тезланиши $\mathbf{w}$ нинг квадратига тенг бўлади. Бу ҳолда нурланиш интенсивлиги учун қуйидаги формулани ёзиш мумкин:

$$I=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\frac{q^2\mathbf{w}^2}{6\pi c^2}. \qquad (114.5)$$

Бу формула заряднинг ихтиёрий ҳаракатида ўз кучини сақлайди. Тезланиш билан ҳаракатланаётган ҳар қандай заряд электромагнит тўлқин уйғотади, бунда нурланиш қуввати (114.5) формула билан берилади. Бетатронда тезлатилаётган электронлар ҳам (104- § га қ.) $w_n=\frac{v^2}{r_0}$ марказга интилма тезланиш туфайли ҳосил бўлган нурланиш ҳисобига энергия йўқотади. (114.5) формулага мувофиқ нурланишда сарфланаётган энергия миқдори электронларнинг бетатронда эришган тезлигининг ортиши (v^4 га пропорционал) билан кескин ортади. Шунинг учун электронларнинг бетатронда эришиши мумкин бўлган тезлиги 500 *Мэв* атрофида чегараланган (бу қийматга мос келадиган тезликда нурланишда сарфланадиган энергия уюрмавий электр майдонининг электронларга берадиган энергиясига тенг).

Тезланиш гармоник қонун бўйича ўзгарадиган ҳолдан фарқли равишда, $\mathbf{w}$ ихтиёрий бўлганда нурланиш монохроматик тўлқиндан эмас, балки турли частотали тўлқинлар тўпламидан иборат бўлади.

(114.5) формулага мувофиқ $w = 0$ да интенсивлик нолга айланади. Демак, ўзгармас тезлик билан ҳаракатланаётган электрон электромагнит тўлқинлар тарқатмайди. Бироқ бу хулоса электрон ҳаракатланаётган муҳитда электроннинг $v_{эл}$ тезлиги ёруғликнинг $v_{ёр} = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ тезлигидан катта бўлмаган ҳолдагина ўринлидир. $v_{эл} > v_{ёр}$ бўлган ҳолда[1]) 1934 йилда С. И. Вавилов ва П. А. Черенков кашф қилган нурланиш кузатилади. Бу нурланиш тўғрисида китобнинг Оптика бўлимида батафсилроқ гапирилади.

---

[1]) Бу ҳол электроннинг вакуумдаги ҳаракати вақтида амалга ошмайди, чунки нисбийлик назариясига мувофиқ исталган зарранинг тезлиги c ёруғлик тезлигидан катта бўла олмайди.

ИЛОВА

СИ ва ГАУСС СИСТЕМАСИДА ЭЛЕКТР ва МАГНИТ КАТТАЛИКЛАРИНИНГ ЎЛЧОВ БИРЛИКЛАРИ

СИ бирликлар системасида:
электр доимийси

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi (2{,}99776)^2 \cdot 10^9} \, \text{ф/м} \approx \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \, \text{ф/м},$$

магнит доимийси $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ *гн/м*.

Гаусс бирликлар системасида:
электродинамик доимий

$$c = 2{,}99776 \cdot 10^{10} \text{см/сек} \approx 3 \cdot 10^{10} \text{ см/сек}.$$

Бирликлар орасидаги муносабат тақрибан берилган. Аниқ қийматлар олиш учун охирги устунда келтирилган катталиклардаги 3 ни 2,99776 га ва 9 ни $(2{,}99776)^2$ га алмаштириш керак.

Катталик ва унинг белгиси	Ўлчов бирлиги ва унинг белгиси		Бирликлар орасидаги муносабат
	СИ	Гаусс системаси	
Куч f	ньютон (*н*)	дина (*дина*)	1 *н* = 10^5 *дина*
Иш A ва энергия W	жоуль (*ж*)	эрг (*эрг*)	1 *ж* = 10^7 *эрг*
Заряд q	кулон (*к*)	$СГСЭ_{бирл.}$	1 *к* = $3 \cdot 10^9$ $СГСЭ_{бирл.}$
Электр майдон кучланганлиги E	метрга вольт *в/м*	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $СГСЭ_{бирл.}$ = $3 \cdot 10^4$ *в/м*
Потенциал φ, потенциаллар фарқи ёки кучланиш U ва э. ю. к $\mathscr{E}$	вольт (*в*)	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $СГСЭ_{бирл}$ = 300 *в*
Электр диполь моменти p	*к м*	$СГСЭ_{бирл}$	1 $к \cdot м = 3 \cdot 10^{11}$ $СГСЭ_{бирл.}$
Қутбланиш вектори P	$к/м^2$	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $к/м^2 = 3 \cdot 10^5$ $СГСЭ_{бирл}$
Диэлектрик қабул қилувчанлик $\varkappa$	$СИ_{бирл.}$	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $СГСЭ_{бирл.} = 4\pi$ $СИ_{бирл.}$
Электр силжиш (электр индукция) D	квадрат метрга кулон ($к/м^2$)	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $к/м^2$ = $= 4\pi \cdot 3 \cdot 10^5$ $СГСЭ_{бирл}$

Катталик ва унинг белгиси	Ўлчов бирлиги ва унинг белгиси		Бирликлар орасидаги муносабат
	СИ	Гаусс системаси	
Электр силжиш оқими (электр индукция оқими) Ф	кулон (*к*)	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $к = 4\pi\cdot 3\cdot 10^9$ $СГСЭ_{бирл.}$
Электр сиғими C	фарада (*ф*)	сантиметр (*см*)	1 $ф = 9\cdot 10^{11}$ *см*
Ток кучи i	ампер (*а*)	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $а = 3\cdot 10^9 СГСЭ_{бирл.}$
Ток зичлиги j	квадрат метрга ампер ($а/м^2$)	$СГЭС_{бирл.}$	1 $а/м^2 = 3\cdot 10^5$ $СГСЭ_{бирл.}$
Электр қаршилик R	ом (*ом*)	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $СГСЭ_{бирл.} = 9\cdot 10^{11}$*ом*
Солиштирма қаршилик ρ	*ом·м*	$СГСЭ_{бирл.}$	1 $СГСЭ_{бирл} = 9\cdot 10^{9}$ *ом·м*
Магнит индукция B	тесла (*тл*)	гаусс (*гс*)	1 $тл = 10^4$ *гс*
Магнит индукция оқими Ф ва оқим тутиниши ψ	вебер (*вб*)	максвелл (*мкс*)	1 $вб = 10^8$ *мкс*
Магнит моменти p_m	$а\ м^2$	$СГСМ_{бирл.}$	1 $а\cdot м^2 = 10^8$ $СГСМ_{бирл}$
Магнитланиш вектори J	метрга ампер (*а/м*)	$СГСМ_{бирл.}$ (гаусс)	1 $СГСМ_{бирл} = 10^3$ *а/м*
Магнит майдон кучланганлиги H	метрга ампер (*а/м*)	эрстед (*э*)	1 $а/м = 4\pi\cdot 10^{-3}$ *э*
Магнит қабул қилувчанлик χ	$СИ_{бирл.}$	$СГСМ_{бирл.}$	1 $СГСМ_{бирл} = 4\pi СИ_{бирл.}$
Индуктивлик L ва ўзаро индуктивлик L_{12}	генри (*гн*)	сантиметр (*см*)	1 $гн = 10^9$ *см*

II ИЛОВА

СИ ва ГАУСС СИСТЕМАСИДА ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМНИНГ АСОСИЙ ФОРМУЛАЛАРИ

Номи	СИ	Гаусс системаси
Кулон қонуни	$f = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$	$f = \frac{q_1q_2}{r^2}$
Электр майдон кучланганлиги (таъриф бўйича)	$E = \frac{f}{q}$	
Нуқтавий заряднинг майдон кучланганлиги	$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r^2}$	$E = \frac{q}{\varepsilon r^2}$

Номи	СИ	Гаусс системаси
Зарядланган текисликлар орасидаги ва зарядланган ўтказгич сирти яқинидаги майдон кучланганлиги	$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}$	$E = \frac{4\pi\sigma}{\varepsilon}$
Потенциал (таъриф буйича)	$\varphi = \frac{W_p}{q}$	
Нуқтавий заряд потенциали	$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\varepsilon r}$	$\varphi = \frac{q}{\varepsilon r}$
Майдон кучларининг заряд устида бажарган иши	$A = q(\varphi_1 - \varphi_2)$	
E ва φ орасидаги богланиш	$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\,\varphi$	
φ ва **E** орасидаги боғланиш	$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 E_l dl$	
Бир жинсли майдонда φ ва **E** орасидаги боғланиш	$\varphi_1 - \varphi_2 = Ed$	
Электростатик майдон учун **E** вектор циркуляцияси	$\oint E_l dl = 0$	
Диполнинг электр моменти	$p = ql$	
Диполга электр майдонида таъсир қилувчи механикавий момент	$\mathbf{M} = [\mathbf{pE}]$	
Диполнинг электр майдонидаги энергияси	$W = -\mathbf{pE}$	
„Эластик" молекуланинг диполь моменти	$\mathbf{p} = \beta\varepsilon_0\mathbf{E}$	$\mathbf{p} = \beta\mathbf{E}$
Қутбланиш вектори (таъриф бўйича)	$\mathbf{P} = \frac{\sum_{\Delta V} \mathbf{p}}{\Delta V}$	
P ва **E** орасидаги богланиш	$\mathbf{P} = \varkappa\varepsilon_0\mathbf{E}$	$\mathbf{P} = \varkappa\mathbf{E}$
P ва боғланган зарядларнинг сиртий зичлиги орасидаги боғланиш	$\sigma' = P_n = \varkappa\varepsilon_0 E_n$	$\sigma' = P_n = \varkappa E_n$
Электр силжиш (электр индукция) (таъриф буйича)	$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$	$\mathbf{D} = \mathbf{E} + 4\pi\mathbf{P}$
Нисбий диэлектрик киритувчанлик ε билан диэлектрик қабул қилувчанлик $\varkappa$ орасидаги боғланиш	$\varepsilon = 1 + \varkappa$	$\varepsilon = 1 + 4\pi\varkappa$
$\varkappa$ нинг СИ даги ($\varkappa_{си}$) ва Гаусс системасидаги ($\varkappa_{гс}$) қийматлари орасидаги боғланиш	$\varkappa_{си} = 4\pi\varkappa_{гс}$	
D ва **E** орасидаги боғланиш	$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0\mathbf{E}$	$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$
Вакуум учун **D** ва **E** орасидаги боғланиш	$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E}$	$\mathbf{D} = \mathbf{E}$

Номи	СИ	Гаусс системаси
Нуқтавий заряднинг майдони D	$D = \frac{1}{4\pi}\frac{q}{r^2}$	$D = \frac{q}{r^2}$
D учун Гаусс теоремаси	$\oint D_n dS = \sum q$	$\oint D_n dS = 4\pi \sum q$
Кучланиш (таъриф бўйича)	$U = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathscr{E}_{12}$	
Конденсаторнинг сиғими (таъриф бўйича)	$C = \frac{q}{U}$	
Ясси конденсаторнинг сиғими	$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$	$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d}$
Зарядлар системасининг энергияси	$W = \frac{1}{2}\sum q\varphi$	
Зарядланган конденсаторнинг энергияси	$W = \frac{CU^2}{2}$	
Электр майдонининг энергия зичлиги	$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}$	$w = \frac{\varepsilon E^2}{8\pi}$
Ток кучи (таъриф буйича)	$I = \frac{dq}{dt}$	
Ток зичлиги (таъриф буйича)	$j = \frac{dI}{dS_\perp}$	
Ом қонуни	$I = \frac{1}{R} U$	
Ом қонунининг дифференциал кўриниши	$\mathbf{j} = \frac{1}{\rho}\mathbf{E}$	
Жоуль—Ленц қонуни	$Q = \int_0^t I^2 R dt$	
Жоуль—Ленц қонунининг дифференциал куриниши	$w = \rho j^2$	
Иккита параллел токларнинг вакуумдаги ўзаро таъсир кучи (узунлик бирлиги учун)	$f = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I_1 I_2}{b}$	$f = \frac{2I_1 I_2}{b}$
Токли контурнинг магнит моменти	$p_m = IS$	$p_m = \frac{1}{c} IS$
Магнит индукция (таъриф бўйича)	$B = \frac{M_{max}}{p_m}$	
Магнитланиш вектори (таъриф бўйича)	$\mathbf{J} = \frac{\sum \mathbf{p}_m}{\Delta V}$	

Номи	СИ	Гаусс системаси
Магнит майдони кучланганлиги (таъриф бўйича)	$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0}\mathbf{B} - \mathbf{J}$	$\mathbf{H} = \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{J}$
J ва **H** орасидаги боғланиш	$\mathbf{J} = \chi\mathbf{H}$	
Нисбий магнит киритувчанлик μ ва магнит сингдирувчанлик χ орасидаги боғланиш	$\mu = 1 + \chi$	$\mu = 1 + 4\pi\chi$
χ нинг СИ даги ($\chi_{СИ}$) ва Гаусс системасидаги ($\chi_{ГС}$) қийматлари орасидаги муносабат	$\chi_{СИ} = 4\pi\chi_{ГС}$	
B ва **H** орасидаги боғланиш	$\mathbf{B} = \mu\mu_0\mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$
Вакуумда **B** ва **H** орасидаги боғланиш	$\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{H}$	$\mathbf{B} = \mathbf{H}$
Био-Савар қонуни	$d\mathbf{H} = \frac{1}{4\pi}\frac{i\,[d\mathbf{l},\ \mathbf{r}]}{r^3}$	$d\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{i\,[d\mathbf{l},\ \mathbf{r}]}{r^3}$
Тўғри ток магнит майдонининг кучланганлиги	$H = \frac{1}{2\pi}\frac{i}{b}$	$H = \frac{1}{c}\frac{2i}{b}$
Айланма ток марказидаги магнит майдон кучланганлиги	$H = \frac{i}{2r}$	$H = \frac{1}{c}\frac{2\pi i}{r}$
Соленоиднинг майдон кучланганлиги	$H = ni$	$H = \frac{4\pi}{c}ni$
H вектор циркуляцияси	$\oint H_l dl = \sum i$	$\oint H_l dl = \frac{4\pi}{c}\sum i$
B учун Гаусс теоремаси	$\oint B_n dS = 0$	
Ампер қонуни	$d\mathbf{f} = i\,[d\mathbf{l}\ \mathbf{B}]$	$d\mathbf{f} = \frac{1}{c}i\,[d\mathbf{l}, \mathbf{B}]$
Лоренц кучи	$\mathbf{f} = e'\,[\mathbf{vB}]$	$\mathbf{f} = \frac{e'}{c}\,[\mathbf{vB}]$
Магнит майдонида магнит моментга таъсир қилувчи механикавий момент	$\mathbf{M} = [\mathbf{p}_m\mathbf{B}]$	
Магнит майдонида магнит момент энергияси	$W = -\mathbf{p}_m\mathbf{B}$	
Магнит индукция оқими (таъриф бўйича)	$\Phi = \int_S B_n dS$	
Токли контурни магнит майдони бўйлаб кўчирилганда бажариладиган иш	$A = i\Delta\Phi$	$A = \frac{1}{c}i\Delta\Phi$
Гутиниш оқими ёки тўла магнит оқими (таъриф бўйича)	$\Psi = \sum\Phi$	

Номи	СИ	Гаусс системаси
Индукция э. ю. к.	$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}$	$\mathcal{E} = -\frac{1}{c}\frac{d\Psi}{dt}$
Индуктивлик (таъриф бўйича)	$L = \frac{\Psi}{i}$	$L = \frac{\Psi}{i/c} = c\frac{\Psi}{i}$
Соленоиднинг индуктивлиги	$L = \mu_0\mu n^2 lS$	$L = 4\pi\mu n^2 lS$
Ўзиндукция э. ю. к. (ферромагнетиклар булмаганда)	$\mathcal{E}_s = -L\frac{di}{dt}$	$\mathcal{E}_s = -\frac{1}{c^2}L\frac{di}{dt}$
Ток магнит майдонининг энергияси	$W = \frac{Li^2}{2}$	$W = \frac{1}{c^2}\frac{Li^2}{2}$
Магнит майдонининг энергия зичлиги	$w = \frac{\mu_0\mu H^2}{2}$	$w = \frac{\mu H^2}{8\pi}$
Боғланган контурлар энергияси	$W = \frac{1}{2}\sum L_{ik}i_i i_k$	$W = \frac{1}{2c^2}\sum L_{ik}i_i i_k$
Силжиш токининг зичлиги (таъриф бўйича)	$j_{сил} = \dot{D}$	$j_{сил} = \frac{1}{4\pi}\dot{D}$
Максвелл тенгламаларининг интеграл шакли	$\oint E_l dl = -\int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)_n dS$ $\oint_S B_n dS = 0$ $\oint H_l dl = \int_S j_n dS + \int_S \left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)_n dS$ $\oint_S D_n dS = \int_V \rho dV$	$\oint E_l dl = -\frac{1}{c}\int_S \left(\frac{\partial B}{\partial t}\right)_n dS$ $\oint_S B_n dS = 0$ $\oint H_l dl = \frac{4\pi}{c}\int_S j_n dS + \frac{1}{c}\int_S \left(\frac{\partial D}{\partial t}\right)_n dS$ $\oint_S D_n dS = 4\pi\int_V \rho dV$
Максвелл тенгламаларининг дифференциал шакли	$\mathrm{rot}E = -\frac{\partial B}{\partial t}$ $\mathrm{div}B = 0$ $\mathrm{rot}H = j + \frac{\partial D}{\partial t}$ $\mathrm{div}D = \rho$	$\mathrm{rot}E = -\frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t}$ $\mathrm{div}B = 0$ $\mathrm{rot}H = \frac{4\pi}{c}j + \frac{1}{c}\frac{\partial D}{\partial t}$ $\mathrm{div}D = 4\pi\rho$

Давоми

Номи	СИ	Гаусс системаси
Электромагнит тўлқинлар тезлиги	$v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0\varepsilon\mu}}$	$v = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$
Электромагнит тулқинда **E** ва **H** векторлар амплитудалари орасидаги муносабат	$E_m\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon} = H_m\sqrt{\mu_0\mu}$	$E_m\sqrt{\varepsilon} = H_m\sqrt{\mu}$
Пойнтинг вектори	$\mathbf{S} = [\mathbf{EH}]$	$\mathbf{S} = \dfrac{c}{4\pi}[\mathbf{EH}]$
Электромагнит майдоннинг импульс зичлиги	$\mathbf{K} = \dfrac{1}{c^2}[\mathbf{EH}]$	$\mathbf{K} = \dfrac{1}{4\pi c}[\mathbf{EH}]$
Диполь нурланишининг интенсивлиги	$I = \dfrac{1}{4\pi}\sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\,\dfrac{2}{3c^2}\ddot{\mathbf{p}}^2$	$I = \dfrac{2}{3c^3}\ddot{\mathbf{p}}^2$

МУНДАРИЖА

Бет.

Русча тўртинчи нашрига суз боши 3
Русча биринчи нашрига ёзилган сўз бошидан 4

I БОБ. Вакуумда электр майдони

1-§. Кириш 7
2-§. Зарядларнинг узаро таъсири. Кулон қонуни 8
3-§. Бирликлар системалари 10
4-§. Формулаларни рационаллаштириб ёзиш 11
5-§. Электр майдони. Майдон кучланганлиги 12
6-§. Майдонлар суперпозицияси. Диполь майдони 15
7-§. Кучланганлик чизиқлари. Кучланганлик векторининг оқими 18
8-§. Гаусс теоремаси 20
9-§. Электростатик майдон кучларининг иши 29
10-§. Потенциал 30
11-§. Электр майдонининг кучланганлиги билан потенциали урта-сидаги богланиш 34
12-§. Эквипотенциал сиртлар 37

II БОБ. Диэлектрикларда электр майдони

13-§. Қутбли ва қутбсиз молекулалар 40
14-§. Бир жинсли ва бир жинсли булмаган электр майдонлари-даги диполь 42
15-§. Диэлектрикларнинг қутбланиши 44
16-§. Диэлектриклардаги майдонни тасвирлаш 50
17-§. Электр силжиш чизиқларининг синиши 58
18-§ Диэлектрикда зарядга таъсир қилувчи кучлар 61
19-§. Сегнетоэлектриклар 65
20-§ Туғри ва тескари пьезоэлектрик эффект 67

III БОБ. Электр майдонида утказгичлар

21-§. Ўтказгичдаги зарядларнинг мувозанати 69
22-§. Ташқи электр майдонидаги утказгич 72
23-§. Ван-де-Грааф генератори 73
24-§. Электр сиғими 74
25-§. Конденсаторлар 76
26-§. Конденсаторларни улаш 79

IV БОБ. Электр майдон энергияси

27-§. Зарядлар системасининг энергияси 81
28-§. Зарядланган утказгичнинг энергияси 82
29-§. Зарядланган конденсаторнинг энергияси 83
30-§. Электр майдонининг энергияси 85

V БОБ. **Узгармас электр токи**

31-§. Электр токи 90
32-§. Электр юритувчи куч 92
33-§. Ом қонуни. Ўтказгичларнинг қаршилиги 94
34-§. Жоуль—Ленц қонуни 96
35-§. Занжирнинг бир жинсли булмаган қисми учун Ом қонуни 98
36-§. Тармоқланган занжирлар. Кирхгоф қоидаси 99
37-§. Ток манбаининг фойдали иш коэффициенти 103

VI БОБ. **Вакуумда магнит майдони**

38-§. Токларнинг ўзаро таъсири 105
39-§. Магнит майдони 107
40-§ Био—Савар қонуни. Ҳаракатланувчи заряднинг майдони . . 109
41-§. Туғри ва айланма токларнинг майдонлари 111
42-§. В векторнинг циркуляцияси. Соленоид ва тороиднинг майдони 115

VII БОБ. **Моддадаги магнит майдони**

43-§. Моддадаги магнит майдони 121
44-§. Магнетиклардаги майдонни ифодалаш 122
45-§. Магнит индукция чизиқларининг синиши 129

VIII БОБ. **Магнит майдонининг токларга ва зарядларга таъсири**

46-§. Магнит майдонидаги токка таъсир этувчи куч. Ампер қонуни 133
47-§ Лоренц кучи 134
48-§. Магнит майдонидаги токли контур 137
49-§. Магнит майдонида токни кўчиришда бажарилган иш . . . 141

IX БОБ. **Магнетиклар**

50-§. Магнетиклар классификацияси 144
51-§. Магнетомеханик ҳодисалар. Атом ва молекулаларнинг магнит моментлари 145
52-§ Диамагнетизм 149
53-§. Парамагнетизм 153
54-§ Ферромагнетизм 156

X БОБ. **Электромагнит индукция**

55-§ Электромагнит индукция ҳодисаси 161
56-§. Индукция электр юритувчи кучи 163
57-§ Магнит индукциясини ўлчаш усуллари 167
58-§ Фуко токлари 169
59-§. Ўзиндукция ҳодисаси 171
60-§. Занжирни улаш ва узиш пайтидаги ток 173
61-§. Магнит майдон энергияси 176
62-§. Ўзаро индукция 178
63-§. Ферромагнетикларни қайта магнитлашда бажарилган иш . . 183

XI БОБ. **Электр ва магнит майдонларида зарядланган зарраларнинг ҳаракати**

64-§ Бир жинсли магнит майдонида зарядланган зарранинг ҳаракати 186
65-§. Ҳаракатланаётган зарядланган зарраларнинг электр ва магнит майдонларида оғиши 188

66- §. Электроннинг зарядини ва массасини аниқлаш 191
67- §. Мусбат ионларнинг солиштирма зарядини аниқлаш Масс-спектрографлар 195
68- §. Циклотрон 199

XII БОБ. Металларда ва ярим ўтказгичларда электр токи

69- §. Металлардаги ток ташувчиларнинг табиати 202
70- §. Металларнинг элементар классик назарияси 204
71- §. Металлар квант назарияси асослари 209
72- §. Ярим ўтказгичлар 216
73- §. Холл эффекти 222
74- §. Чиқиш иши 225
75- §. Термоэлектрон эмиссия. Электрон лампалар 228
76- §. Контакт потенциаллар фарқи 233
77- §. Термоэлектрик ҳодисалар 236
78- §. Ярим ўтказгичли диод ва триодлар 242

XIII БОБ. Электролитларда ток

79- §. Эритмаларда молекулаларнинг диссоциацияси 249
80- §. Электролиз 252
81- §. Фарадей қонунлари 254
82- §. Электролитик утказувчанлик 256
83- §. Электролизнинг техникада қўлланилиши 258

XIV БОБ. Газларда электр токи

84- §. Газ разрядининг турлари 260
85- §. Мустақил булмаган газ разряди 260
86- §. Ионизацион камералар ва счётчиклар 264
87- §. Мустақил разрядда ток ташувчиларни юзага келгирувчи процесслар 270
88- §. Газ разрядли плазма 275
89- §. Ёлқин разряд 277
90- §. Ёй разряд 281
91- §. Учқун ва тож разрядлар 284

XV БОБ. Узгарувчан ток

92- §. Квазистационар токлар 288
93- §. Индуктив галтакдан утувчи узгарувчан ток 289
94- §. Сиғимдан ўтувчи узгарувчан ток 291
95- §. Сиғим, индуктивлик ва қаршиликдан тузилган узгарувчан ток занжири 292
96- §. Ўзгарувчан ток занжирида ажралувчи қувват 295
97- §. Символик усул 297
98- §. Токлар резонанси 301

XVI БОБ. Электр тебранишлар

99- §. Актив қаршиликсиз контурда эркин тебранишлар 305
100- §. Сўнувчи эркин тебранишлар 308
101- §. Мажбурий электр тебранишлар 311
102- §. Сунмас тебранишлар ҳосил қилиш 316

XVII БОБ. Электромагнит майдон

103- §. Уюрмавий электр майдони 319
104- §. Бетатрон 321

105-§. Силжиш токи 323
106-§. Электромагнит майдон 325
107-§. Вектор майдонлар хоссаларини тавсифлаш 326
108-§. Максвелл тенгламалари 337

XVIII БОБ. Электромагнит тулқинлар

109-§. Тулқин тенглама 341
110-§. Ясси электромагнит тулқин 343
111-§. Электромагнит тулқинларни экспериментал текшириш . . 346
112-§ Электромагнит майдон энергияси 349
113-§. Электромагнит майдон импульси 352
114-§. Диполнинг нурланиши 354

I илова СИ ва Гаусс системасида электр ва магнит катталикларининг ўлчов бирликлари 358
II илова СИ ва Гаусс системасида электромагнитизмнинг асосий формулалари 359

На узбекском языке

ИГОРЬ ВЛАДИМИРОВИЧ САВЕЛЬЕВ

КУРС ОБЩЕЙ ФИЗИКИ, Т. II.

Пособие для студентов высших технических учебных заведений

Перевод с русского пятого издания „Наука" М., 1973

Издательство „Ўқитувчи"
Ташкент—1975

Таржимонлар: *Обидов F.* (сўз боши, 1—30- § лар);
Қосимов А. (31—63-§ лар);
Мирзахмедов Б. (64—87- § лар);
Пўлатов М. (88- § дан охиригача).
Редакторлар: *Пўлатов М., Шерматова М.*
Бадиий редактор *Соин Е.*
Техредактор *Чигряева О.*
Корректор: *Раҳматуллаева М.*

Теришга берилди 10/IX-1974 й. Босишга рухсат этилди 1/IV-1975 й. Қоғоз № 3. 60×90 $^{1}/_{16}$. Физ. б. л. 23,0. Нашр. л. 25,0. Тиражи 15000.

„Ўқитувчи" нашриёти, Тошкент, Навоий кўчаси, 30. Шартнома 64-74.
Баҳоси 70 т. Муқоваси 10 т.

Ўз ССР Министрлар Советининг нашриётлар, полиграфия ва китоб савдоси ишлари область бошқармасининг Морозов номли босмахонаси. Самарқанд. Кузнецкая кўчаси. 82. 1975. Заказ № 9.

Типография имени Морозова областного управления по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Самарканд. ул. Кузнецкая, 82.