

## MATERIALLAR QARSHILIGI

### VIII

### BOB

#### Umumiy tushunchalar

#### 2.1-§. Materiallar qarshiligi fanining mohiyati va predmeti

Barcha muhandislik konstruksiyasi (mashina yoki inshoot) va uning qismlari mustahkamlik, bikrlilik hamda ustuvorlik kabi muhim konstruktiv talablarga javob berishi lozim.

Muayyan miqdordagi tashqi yuklar ta'siridagi konstruksiya va ular qismlarining:

— **buzilmasdan (ikki qismga ajralib ketmasdan) qarshilik ko'rsata olishiga mustahkamlik;**

— **geometrik o'lchami, shakli o'zgarsa-da, lekin «haddan tashqari katta» deformatsiyalar hosil qilmaslik yoki boshqacha aytganda deformatsiyalarga qarshilik ko'rsata olishiga bikrlilik;**

— **dastlabki (yuk qo'yilmagan paytdagi) elastik muvozanat holatini saqlay olishiga ustuvorlik deyiladi.**

Konstruksiya va konstruksiya qismlarining ko'ndalang kesim yuza o'lchamlari kattalashtirilsa bir vaqtning o'zida ularning mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligi oshishi tabiiy. Ammo bunday hollarda faqat materiallarga emas, balki mehnat ham ko'proq sarflanadi. Shu bois muhandis-loyihachilar loyihalashning boshqa maqbul usullarini izlashlari — materiallarni mumkin qadar kam talab qilgan holda yuqorida zikr etilgan uchta muhim talablarga bir vaqtda javob bera oladiganini tanlashlari, aniqrog'i, materiallar qarshiligi faniga murojaat qilishlari zarur.

Materiallar qarshiligi fanida yechiladigan masalalarning asosiy mazmuni quyidagilardan iborat:

- **konstruksiya elementlarining o'ziga xos, ayniqsa, xavfli kesimlaridagi ichki zo'riqish kuchlari, kuchlanishlar, deformatsiyalar va ko'chishlarni aniqlash;**
- **konstruksiya elementlarining mustahkamlik, bikrlilik, ustuvorlik kabi talablarni qanoatlantiruvchi zaruriy, ishonchli va foydalanishga qulayroq o'lchamlarini aniqlash;**
- **berilgan o'lchamlar bo'yicha konstruksiya elementlarining xavf-xatarsiz ishlashni ta'minlovchi eng katta kuch (yuk)larni topish.**

Bu fanda barcha masala va muammolar nazariy jihatdan matematika, nazariy mexanika hamda amaliy jihatdan esa qattiq jismlar fizikasi, materialshunoslik kabi fanlarga tayanib yechiladi.

Shuni alohida ta'kidlash zarurki, amaliy hisoblashlarda konstruksiya qismlarining hamma xossalari bir vaqtda e'tiborga olish juda qiyin.

Shu sababli materiallar qarshiligi fanini o'rganish jarayonida hamda uning barcha yechim va xulosalarini olishda quyidagi cheklanish (gipoteza)larga tayanish zarur:

- **jism materiali yaxlit (g'ovaksiz);**
- **jism materiali bir jinsli;**
- **jism materiali izotrop;**
- **jism to'la elastik;**
- **kuchlanish va deformatsiyalar o'zaro chiziqli bog'lanishda.**

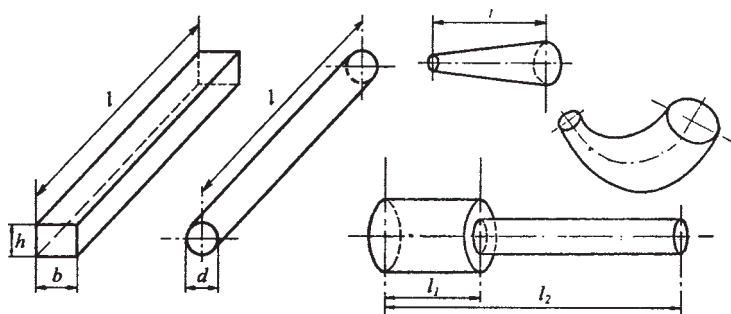
Bundan tashqari yana ikkita tamoyil ishlatiladi:

- **kuchlar ta'sirining bir-birlariga xalal bermaslik tamoyili (mazmuni: jism nuqtalarida hosil bo'ladigan kuchlanish va deformatsiyalar tashqi kuch (yuk)larning ketma-ket yoki tartibsiz qo'yilishiga bog'liq bo'lmaydi, balki ikkala holda ham kuchlanish va deformatsiyalar bir xil bo'ladi);**
- **Sen-Venan tamoyili (mazmuni: jismning birorta kichik bo'lagiga qo'yilgan muvozanatlashuvchi kuchlarning ta'siridan yuzaga kelgan kuchlanishlar «mahalliy» xarakterga ega bo'lib, ular kuchlar qo'yilgan qismdan uzoqlashgan sari juda tez so'na boshlaydi).**

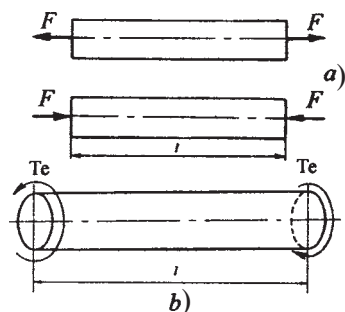
Materiallar qarshiligida, asosan, brus va yupqa devorli sterjenlar o'rganiladi.

**Ko'ndalang kesim yuza o'lchamlari uzunlik o'lchamiga nisbatan juda kichik bo'lgan jismlar brus deyiladi (2.1-shakl).**

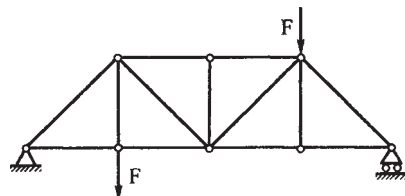
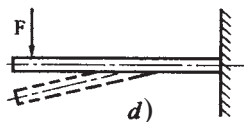
Bruslar o'qlarining holatiga ko'ra to'g'ri yoki egri, ko'ndalang kesim yuzasiga ko'ra esa o'zgarimas yoki o'zgaruvchan kesim yuzali bo'lishi mumkin.



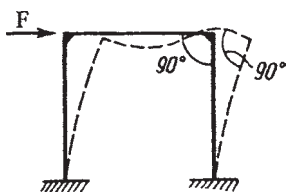
2.1-sh a k l



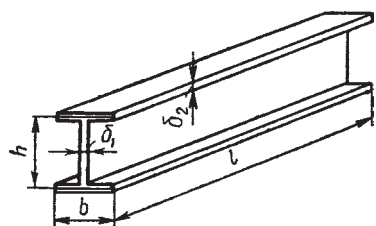
2.2-sh a k l



2.3-sh a k l



2.4-sh a k l



2-5-sh a k l

Agar brus cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatsa yoki ishlasa **sterjen** (2.2-shakl, a), buralishiga qarshilik ko'rsatsa **val** (2.2-shakl, b) va egilishga qarshilik ko'rsatsa **to'sin** (2.2-shakl, d) deb ataladi.

Bir qancha sterjenlarning sharnirlar vositasida tutashtirilishidan hosil bo'lgan geometrik o'zgarmas tuzilmaga **ferma** deyiladi (2.3-shakl).

Bir qancha bruslarning o'zaro bikiq tutashtirilishi natijasida hosil bo'lgan tuzilmaga **rama** deyiladi (2.4-shakl).

Ramaning vertikal sterjenlari ustun, gorizontaal sterjenlari esa rigel deyiladi.

Uchala o'ldamlari mos ravishda bir-birlaridan taxminan 8—10 martagacha farq qiluvchi jismlarga **yupqa devorli sterjen** deyiladi (2.5-shakl).

Yupqa devorli sterjenlar garchi nisbatan yengil bo'lsa-da, yetarlicha mustahkamlik va bikrikka ega; shu sababli ular mashinasozlikda, samolyot-sozlikda, kemasozlikda va qurilish konstruksiyalarida keng ko'lamda ishlatiladi.

## 2.2-§. Tashqi kuchlar va deformatsiyalar

Tashqi kuch (yuk)lar jismlarga qo'yilishiga qarab **hajmiy** va **sirtqi** kuchlarga ajratiladi.

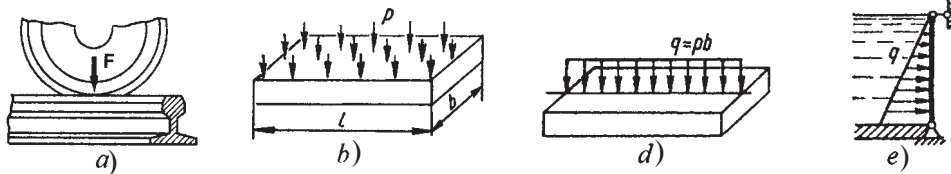
Hajmiy kuchlar jismlarning har bir ichki elementlari hajmiga ta'sir qilib, hajm birligiga to'g'ri keluvchi kuchning miqdori bilan tavsifladi va xalqaro birliklar sistemasi (SI)da  $kN/m^3$ ,  $N/m^3$  kabi birliklarda o'ldhanadi.

Og'irlik kuchlari va inersiya kuchlari hajmiy kuchlarga misol bo'ladi.

Sirtqi kuchlar tekshirilayotgan jismga qo'shni ikkinchi jismdan o'tadigan kuchlar natijasi bo'lib, to'plangan va yoyilgan (taqsimlangan) kuchlarga ajratiladi:

— jismning o'ldhamlariga nisbatan juda kichik sirtiga ta'sir ko'rsatuvchi kuchlar to'plangan kuchlar deb atalib, xalqaro birliklar sistemasi (SI)da kN yoki N lar bilan o'ldhanadi (2.6-shakl, a).

— aksincha, jism sirtidagi birorta yuzaga yoki undagi chiziqning biror qismiga ta'sir ko'rsatuvchi kuchlarga yoyilgan kuchlar deb ataladi (2.6-shakl, b); odatda, yuza bo'ylab taqsimlangan kuchlar  $kN/m^2$ ,  $N/m^2$  lar, uzunlik bo'yicha taqsimlanganlari esa  $kN/m$ ,  $N/m$  lar bilan o'ldhanadi (2.6-shakl, d,e).



2.6-sh a k l

Tashqi kuchlar ta'sir etish muddatiga ko'ra doimiy (masalan, konstruksiya yoki uning qismlarining xususiy og'irlik kuchlari) va vaqtinchalik (masalan, poezdning temir yo'lga ta'siri) kuchlarga bo'linadi.

Bundan tashqari tashqi kuchlar jismlarga ta'sir etish tavsifiga ko'ra statik va dinamik kuchlarga ham bo'linadi.

Noldan boshlab o'zining oxirgi qiymatigacha sekin, bir tekisda oshib boruvchi, keyin esa o'zgarimasdan qoluvchi kuchlarga **statik kuchlar** deyiladi.

Juda qisqa vaqt mobaynida o'z miqdori va qo'yilish nuqtalarini sezilarli darajada katta tezliklar bilan o'zgartiruvchi kuchlarga **dinamik (zarbali)** kuchlar deb ataladi.

Tashqi kuchlar yoki haroratning o'zgarishi natijasida barcha real jismlar deformatsiyalanadi, boshqacha aytganda ularning geometrik shakli, o'lchamlari va hajmi o'zgaradi.

Jismlarning deformatsiyalari ikki xil ko'rinishda namoyon bo'ladi:

- elastik deformatsiya;
- plastik deformatsiya.

Agar tashqi kuchlar ta'siri tufayli deformatsiyalangan jismdan mazkur kuchlar olinganda, deformatsiyalar ham butunlay yo'qolib, jism o'zining dastlabki geometrik shaklini egallasa, u holda, bunday deformatsiyalarga **elastik deformatsiyalar** deyiladi. Aksincha, deformatsiyalangan jismdan tashqari kuchlar olingandan keyin ham u o'zining dastlabki geometrik shaklini egallay olmasa, bunday deformatsiyalarga plastik **deformatsiyalar** deyiladi.

Materiallar qarshiligi fanida deformatsiyalar oddiy: cho'zilish yoki siqilish, siljish, buralish, egilish va murakkab (bir qancha oddiy deformatsiyalarning birgalikda paydo bo'lishi) deformatsiyalarga ajratilib, konstruksiya qismlarining bikrligiga oid muammolar hal etiladi.

### 2.3-§. Ichki kuchlar. Kuchlanishlar

Real holatda barcha deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarni o'zaro ta'sirlashib turuvchi zarrachalar yig'indisidan iborat deb qarash mumkin. Zarrachalarning o'zaro ta'sir kuchlari jismlarni bir butun holda tutib turib, ularning deformatsiyalanishiga qarshilik ko'rsatishi uchun xizmat qiladi.

Jismlar deformatsiyalanganda ularning kesimlaridagi zarrachalar bir-birlaridan qochishga yoki o'zaro yaqinlashishga intiladilar; **deformatsiyalangan jism zarrachalarining muvozanatini saqlovchi kuchlarga ichki zo'riqish kuchlari yoki ichki kuchlar deyiladi.**

Deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi ichki kuchlarning teng ta'sir etuvchisini topish uchun **kesish usuli** qo'llaniladi.

Kesish usulining mazmunini tushuntirish maqsadida ixtiyoriy tayanchlarda (tayanchlar shaklda ko'rsatilmagan) yotuvchi birorta brusning muvozanatini tekshiramiz (2.7-shakl, a).

Brusga qo'yilgan tashqi kuchlar tizimi tayanchlarda reaksiya kuchlarini hosil qiladi. Natijada, brus muvozanat holatida bo'ladi.

Brusning biror kesimidagi ichki kuchlarni aniqlash uchun quyidagi ishlarni navbat bilan bajaramiz:

a) brusni ixtiyoriy V tekislik bilan fikran kesib, uni ikki qismga ajratamiz;

b) ixtiyoriy tomonni, masalan chap tomonni tashlab yuborib, o'ng tomonni alohida ajratib olamiz; albatta, bunday holatda ajratilgan qismning muvozanati buzilishi tabiiy;

d) ajratilgan qismning muvozanatini tiklash maqsadida tashlab yuborilgan tomonning ta'sirini kesim yuza bo'yicha ixtiyoriy ravishda taqsimlanuvchi va kesimning har bir nuqtasiga qo'yilgan kuchlar bilan almashtiramiz (2.7-shakl, b);

e) quyidagi statika tenglamalari yordamida ajratilgan qismning muvozanatini tekshiramiz:

$$\begin{aligned} \Sigma X_i = \Sigma F_{ix} = 0 & \quad \Sigma M_{xi} = \Sigma M_x(F_i) = 0 \\ \Sigma Y_i = \Sigma F_{iy} = 0 & \quad \Sigma M_{yi} = \Sigma M_y(F_i) = 0 \\ \Sigma Z_i = \Sigma F_{iz} = 0 & \quad \Sigma M_{zi} = \Sigma M_z(F_i) = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Agar brusdan ajratilgan qism bitta tekislikda yotuvchi kuchlar ta'sirida bo'lsa, u holda yuqoridagi muvozanat sharti quyidagicha yoziladi:

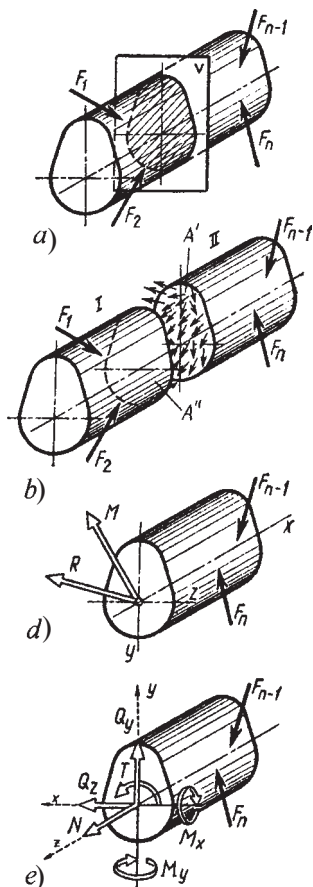
$$\Sigma X_i = 0, \quad \Sigma Y_i = 0, \quad \Sigma M_{xi} = 0 \quad (2.2)$$

Endi kesimlardagi barcha ichki kuchlarni bitta bosh vektor  $R$  va bosh moment  $M$  bilan almashtirib, kesim og'irlik markaziga keltiramiz (2.7-shakl, d).

Bosh vektor va bosh momentlarni  $x, y, z$  o'qlariga proektsiyalab, quyidagi oltita ichki kuch omillariga ega bo'lamiz (2.7-shakl, e):

$$\begin{aligned} Q_x = \pm \Sigma X_i & \quad M_x = \pm \Sigma M_x(F_i) \\ Q_y = \pm \Sigma Y_i & \quad M_y = \pm \Sigma M_y(F_i) \\ N_z = \pm \Sigma Z_i & \quad M_z = \pm \Sigma M_z(F_i) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Bu yerda,  $N=N_z$  — bo'ylama kuch;



2.7-shakl

$Q_x, Q_y$  — ko‘ndalang (kesuvchi yoki qirquvchi) kuchlar;

$M_x, M_y$  — eguvchi momentlar;

$T = M_z$  — burovchi moment.

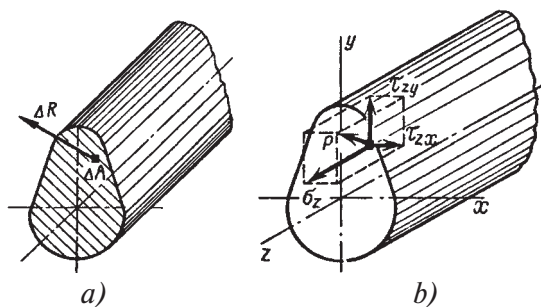
Ichki kuchlar quyidagicha ta’riflanadi:

— ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan tekshirilayotgan kesim normaliga mos keluvchi o‘qqa nisbatan olingan proyeksiyalarning algebraik yig‘indisiga bo‘ylama kuch deyiladi;

— ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan  $ox$  va  $oy$  markaziy bosh inersiya o‘qlariga\* nisbatan olingan proyeksiyalarning algebraik yig‘indisiga ko‘ndalang (kesuvchi) kuch deyiladi;

— ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan tekshirilayotgan kesim og‘irlik markazidan o‘tuvchi  $ox$  va  $oy$  o‘qlarga nisbatan olingan momentlarning algebraik yig‘indisiga eguvchi moment deyiladi;

— ajratilgan qismga qo‘yilgan tashqi kuch va reaksiya kuchlaridan tekshirilayotgan kesim normaliga mos keluvchi o‘qqa nisbatan olingan momentlarning algebraik yig‘indisiga burovchi moment deyiladi.



2.8-shakl

Tekshirilayotgan jismlarning istalgan kesimida yotuvchi nuqtadagi ichki kuchlar intensivligining o‘lchovini bilish maqsadida **kuchlanish** tushunchasi kiritilgan.

Faraz qilaylik, tekshirilayotgan kesimning biror nuqtasi atrofidan olingan  $\Delta A$  elementar yuzachaga ichki kuchlarning teng ta’sir etuvchisi  $\Delta R$  qo‘yilgan bo‘lsin (2.8-shakl, a).

\* bosh inersiya o‘qlari ( $J_{max}$  va  $J_{min}$ ) deb, tekis shaklning ixtiyoriy nuqtasidan o‘tuvchi shunday ikkita o‘zaro perpendikular o‘qlarga aytiladiki, bu o‘qlarga nisbatan olingan o‘qli inersiya momentlari ekstremal (maksimal yoki minimal) qiymatlarga, markazdan qochirma inersiya momentlari esa nolga teng bo‘ladi. Bosh inersiya o‘qlarining yana shunday xarakterli xususiyati mavjudki, maksimal o‘q doimo o‘qli inersiya momenti katta bo‘lgan o‘q bilan kichik burchak tashkil etadi.

Ichki kuchlar teng ta'sir etuvchisining elementar yuzachaga nisbati o'rtacha kuchlanish deyilib, quyidagicha ifodalanadi:

$$p_{o'rt} = \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (2.4)$$

Demak, kuchlanish kesim yuza birligiga to'g'ri keluvchi ichki kuch bo'lib, yo'nalishi  $\Delta A \rightarrow 0$  dagi  $\Delta R$  ning chekli yo'nalishiga mos keluvchi vektor kattalik ekan.

To'la kuchlanish quyidagicha aniqlanadi:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A} \quad (2.5)$$

Kuchlanishlar  $Pa$ ,  $MPa$  lar bilan o'lchanadi.

To'la kuchlanish vektorini koordinata o'qlariga parallel bo'lgan uchta tuzuvchiga ajratamiz (2.8-shakl, b); bu tuzuvchilarning birinchisini  $\sigma$  normal va qolgan ikkitasini  $\tau$  urinma kuchlanishlar deb ataymiz. Odatda, to'la kuchlanishning tashkil etuvchilari bir indeksli  $\sigma$  (bu yerda, indeks yuzaga o'tkazilgan normalning yo'nalishini ko'rsatadi) va qo'sh indeksli (bu yerda, birinchi indeks yuzaga o'tkazilgan normalning yo'nalishini, ikkinchisi esa urinma kuchlanish tashkil etuvchisining yo'nalishini ko'rsatadi) bilan belgilanadi.

Yuqoridagi ifodadan foydalanib, normal va urinma kuchlanishlarni aniqlaymiz:

$$\sigma_z = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N_z}{\Delta A} \quad (2.5)a$$

$$\tau_{zx} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_x}{\Delta A} \quad (2.5)b$$

$$\tau_{zy} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta Q_y}{\Delta A} \quad (2.5)d$$

Normal kuchlanishlar bo'ylama (chiziqli) deformatsiyalarni, urinma kuchlanishlar esa siljish (burchakli) deformatsiyalarni yuzaga keltiradi.

To'la kuchlanish va uning tashkil etuvchilari orasida quyidagi munosabat mavjud:

$$p = \sqrt{\sigma_z^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2} \quad (2.6)$$





## Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Mashina va inshoot qismlariga qanday konstruktiv talablar qo'yiladi?
2. Materiallar qarshiligi fanida deformatsiyalanuvchi qattiq jism qanday guruhlariga ajratib o'rganiladi?
3. Tashqi kuchlar qanday guruhlariga ajratiladi?
4. Deformatsiyalarning turlarini tushuntiring.
5. Ichki kuchlar deganda qanday kuchlarni tushunasiz? Kesish usulining mohiyati nimadan iborat?
6. Nima maqsadda kuchlanish tushunchasi kiritilgan? Uning o'lchamligi qanday?
7. Materiallar qarshiligi fanida qabul qilingan cheklanish (gipoteza)larning mazmunini izohlang.
8. Materiallar qarshiligi fanida hal etiladigan masalalarning mohiyati nimalardan iborat?

## Cho‘zilish yoki siqilish

### 2.4-§. Asosiy mulohazalar

Agar tekshirilayotgan sterjenlarning ko‘ndalang kesimlarida oltita ichki kuch faktorlaridan faqatgina bitta bo‘ylama kuch  $N_z$  ta‘sir ko‘rsatib, qolganlari esa nolga teng bo‘lsa, u holda **cho‘zilish** yoki **siqilish** deformatsiyasi sodir bo‘ladi.

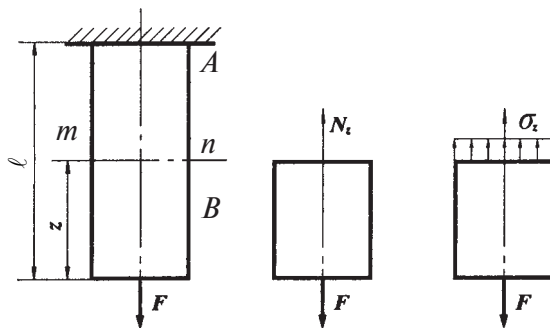
Biz bu bobda faqatgina markaziy cho‘zilish yoki siqilish deformatsiyasini o‘rganish bilan chegaralanamiz.

**Misollar:** vagonlarni o‘zaro bog‘lovchi moslamalar, yuk ko‘tarish kranlaridagi po‘lat arqonlar, tasmali uzatmalarda tasmalar va shu kabilar cho‘zilishga, g‘ishtlar yoki toshlardan terilgan devorlar, temir-beton ustunlar va shu kabilar esa siqilishga qarshilik ko‘rsatadi.

### 2.5-§. Sterjenlarning markaziy cho‘zilish yoki siqilishga qarshilik ko‘rsatishi

#### I. Masalaning statik tomoni

Tekshirilayotgan sterjenni ixtiyoriy  $m-n$  tekislik bilan fikran kesib, uni ikkita **A** va **B** qismlarga ajratamiz (2.9-shakl). Bu qismlardan birini, masalan yuqoridagisini tashlab yuborib, uning qoldirilgan qismga ko‘rsatgan ta‘sirini  $N_z$  ichki kuch bilan almashtiramiz.



2.9-shakl

Ajratilgan qism uchun statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz:

$$\Sigma Z_i = 0 \quad \text{yoki} \quad -N_z + F = 0 \quad (2.7)$$

Agar normal kuchlanishni ko'ndalang kesim yuza bo'yicha tekis taqsimlangan, deb faraz qilsak, u holda (2.5)a ifoda

$$N_z = \sigma A \quad (2.8)$$

ko'rinishga keladi.

Bundan

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (2.9)$$

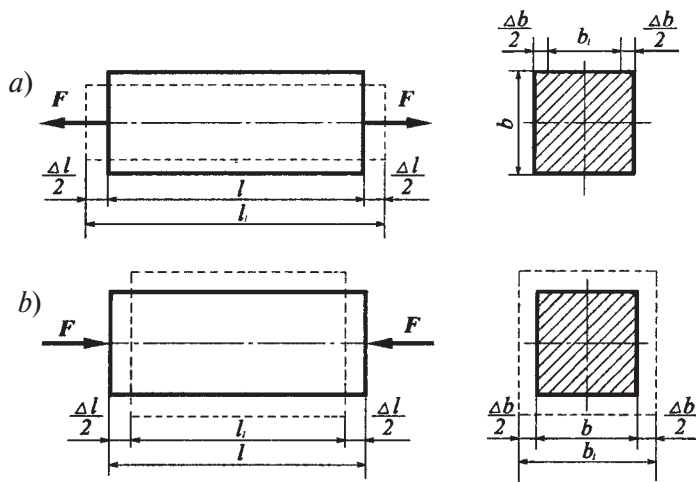
ekanligi kelib chiqadi.

Muvozanatning boshqa tenglamalari esa ayniyatga aylanadi.

## II. Masalaning geometrik tomoni

Markaziy cho'zilish (siqilish)ga doir masalalarga geometrik nuqtai nazardan yondashish uchun sterjen deformatsiyalarining geometrik xossalarini tekshirish zarur.

Agar uzunligi  $\ell$  va ko'ndalang kesim yuzasi  $A$  bo'lgan sterjenga  $F$  kuchlar ta'sir etsa, u holda sterjen uzayib (2.10-shakl, a) yoki aksincha, qisqarib (2.10-shakl, b)  $\ell_1$  uzunlikka erishadi. Odatda, sterjen uzunligining bunday o'zgarishiga **bo'ylama deformatsiya** deyiladi.



2.10-sh a k l

Sterjen dastlabki uzunligi  $\ell$  ning

$$\ell_1 - \ell = \Delta\ell \quad \text{yoki} \quad \ell - \ell_1 = \Delta\ell \quad (2.10)$$

miqdorga o'zgarishi absolyut uzayish yoki **absolyut qisqarish** deyiladi.

Masalaning geometrik tomoni tajribaga asoslangan Y. Bernulli gipotezasiga tayanadi: **sterjenning deformatsiyagacha bo'lgan tekis va sterjen o'qiga tik bo'lgan kesimlari deformatsiyadan keyin ham tekis va sterjen o'qiga tikligicha qoladi.**

Bu ta'rifdan esa sterjen absolyut uzayishining dastlabki uzunligiga nisbati o'zgarish miqdori ekanligi kelib chiqadi:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \text{const} \quad (2.11)$$

Bu yerda  $\varepsilon$  — o'lchamsiz miqdor bo'lib, **nisbiy bo'ylama deformatsiya** deyiladi.

Sterjen uzunligining o'zgarishi natijasida uning ko'ndalang kesim o'lchamlari ham o'zgaradi: **cho'zilishda ko'ndalang kesim o'lchamlari kamayadi, siqilishda esa oshadi.** Bularga ko'ndalang deformatsiyalar deyiladi.

Agar cho'zilish (siqilish) paytida ko'ndalang kesimning o'lchami  $\Delta b = b - b_1$  yoki  $\Delta b = b_1 - b$  qiymatga o'zgarsa, u holda nisbiy ko'ndalang deformatsiya quyidagicha bo'ladi:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (2.12)$$

Elastiklik chegarasida nisbiy ko'ndalang deformatsiyaning nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri mutanosib bog'lanishdaligi va ishoralari esa qarama-qarshi ekanligi tajribalarda tasdiqlangan:

$$\varepsilon' = \mu\varepsilon \quad (2.13)$$

Bu yerda  $\mu$  — ko'ndalang deformatsiya koeffitsienti yoki Puasson koeffitsienti deb atalib, materiallarning elastiklik xossalarini tavsiflaydi.

Barcha materiallar uchun Puasson koeffitsientining o'zgarish chegarasi  $\mu = 0 \div 0,5$  ekanligi tajribalardan isbotlangan.

Ba'zi materiallar uchun  $\mu$  ning qiymatlari 2.1-jadvalda keltirilgan.

| Materiallar                            | $\mu$     | $E$ ( $\cdot 10^5$ MPa) |
|--|-----------|-------------------------|
| Po'lat                                 | 0,26–0,33 | (1,9–2,15)              |
| Kulrang cho'yan (SCh 12–28, SCh 15–32) | 0,23–0,27 | (0,8–1,5)               |
| Mis                                    | 0,31–0,33 | (1,1–1,3)               |
| Alyuminiy qotishmalar                  | 0,33–0,36 | (0,69–0,71)             |
| Qarag'ay                               | –         | (0,1–0,12)              |
| Tekstolit                              | –         | (0,07–0,13)             |
| Beton                                  | 0,16–0,18 | (0,15–0,23)             |
| Rezina                                 | 0,5       | 0,00008                 |
| Po'kak (tiqin)                         | 0         | –                       |

### III. Masalaning fizik tomoni

Qo'yilgan masalaga fizik tomondan yondashish maqsadida tajribalardan olingan quyidagi asosiy natijalardan foydalanamiz:

a) sterjenning ko'ndalang kesimdagi normal kuchlanish mazkur sterjen materialining elastiklik chegarasidagi kuchlanishiga yetmaguncha u elastik deformatsiyalanadi;

b) elastiklik chegarasida sterjen ko'ndalang kesimidagi normal kuchlanishning nisbiy bo'ylama deformatsiyaga nisbati o'zgarmas bo'lib, turli xil materiallar uchun turlichadir:

$$\frac{\sigma}{E} = \varepsilon \quad \text{yoki} \quad \boxed{\sigma = E\varepsilon} \quad (2.14)$$

Demak, cho'zilgan (siqilgan) sterjenlarda normal kuchlanish nisbiy bo'ylama deformatsiyaga to'g'ri mutanosib (mutanosib) bog'lanishda ekan; bu ta'rifga Guk qonuni deyiladi.

Bu yerda  $E$  – birinchi tur elastiklik moduli yoki Yung moduli deb atalib, kuchlanish o'lchov birligida ifodalanadi va materiallarning elastiklik xossasini tavsiflaydi. Aniqrog'i uning qiymati qancha katta bo'lsa, material shuncha elastik deb hisoblanadi.

2.1-jadvalda ba'zi materiallar uchun  $E$  ning qiymati keltirilgan.

Agar elastiklik moduli  $E$  ning qiymati hamma yo'nalishlarda bir xil bo'lsa, u holda material **izotrop** deyiladi; izotrop materiallarga po'lat, cho'yan, quyma metallar va shu kabilar misol bo'ladi.

Aksincha, elastiklik moduli  $E$  ning qiymati hamma yoʻnalishlarda turlicha boʻlsa, u holda material **anizotrop** deyiladi; yogʻochlar anizotrop material hisoblanadi.

(2.13) ni nazarda tutib, oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$\sigma = -\frac{1}{\mu} E \varepsilon' \quad (2.15)$$

## XULOSA

Endi markaziy choʻzilish (siqilish)ga oid masalalarni statik, geometrik va fizik nuqtayi nazardan tahlil qilish natijasida kelib chiqadigan xulosalar bilan tanishamiz.

Yuqoridagi formulalarni sterjenning absolyut deformatsiyasi  $\Delta l$  ga nisbatan yechib, quyidagiga ega boʻlamiz:

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad (2.16)$$

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \Delta l_i = \sum_{i=1}^n \frac{N_i l_i}{E_i A_i} \quad (2.17)$$

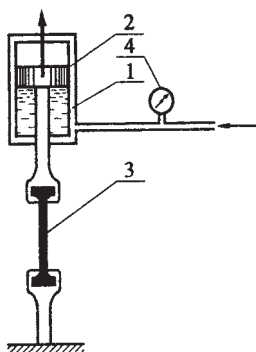
bu yerda  $EA$  – sterjenning choʻzilish va yoki siqilishdagi bikrligi.

### 2.6-§. Materiallarning mexanik xossalarini tajriba yordamida tekshirish

Konstruksiya yoki konstruksiya elementlarining mustahkamligi, bikrligi va ustuvorligiga oid turli xil masalalarni yechayotganda ularni yasash uchun ishlatiladigan materiallarning mexanik xossalarini bilish juda muhimdir.

Materiallarning mexanik xossalari deyilganda ularning elastiklik ( $E$ ,  $\mu$ ), mustahkamlik ( $\sigma_{mut}$ ,  $\sigma_e$ ,  $\sigma_{o.ch.}$ ,  $\sigma_m$ ), plastiklik ( $\delta_q$ ,  $\Psi$ ) va energetik ( $u$ ,  $a$ ) tavsifnomalari tushuniladi.

Materiallarning mexanik xossalari tajribalar oʻtkazish usuli bilan aniqlanadi. Buning uchun materiallardan maxsus namunalar tayyorlanib, ular sinov mashinalarida choʻzilish va siqilishga sinaladi.



2.11-shakl

2.11-shaklda gidravlik usulda ishlaydigan sinov mashinasining prinsipial sxemasi keltirilgan; suyuqlik silindr 1 ga ma'lum bosim ostida haydalgach, porshen 2 ni yuqoriga ko'tarib, namuna 3 ni cho'zadi. Cho'zuvchi kuchning qiymatini manometr 4 bilan o'lchanadigan bosim bo'yicha aniqlash mumkin. Ko'pgina zamonaviy sinov mashinalarida namunaga ta'sir etuvchi kuch  $F$  va shu kuch tufayli vujudga kelgan absolyut deformatsiya  $\Delta l$  orasidagi bog'lanish grafisini tajriba davomida chizib boruvchi avtomatik yozuv qurilmasi o'rnatilgan. Odatda,  $F=f(\Delta l)$  bog'lanishdagi grafikka namunalarning cho'zilish yoki siqilish diagrammalari deyilib, u materiallarning mexanik xossalarini batafsil aniqlashga imkon beradi.

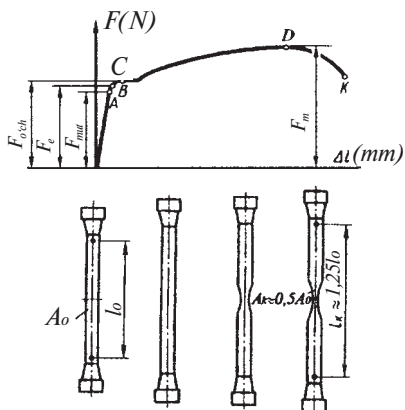
**Materiallarni cho'zilishga sinash.** Materiallarni cho'zilishga sinash uchun ulardan silindrik va tekis shakldagi maxsus namunalar tayyorlanadi.

Odatda, o'rta qismining uzunligi va diametri orasidagi munosabatlarga qarab silindrik namunalar uzun ( $l_{10} = 10d$ ) va qisqa ( $l_0 = 5d$ ) qilib yasaladi.

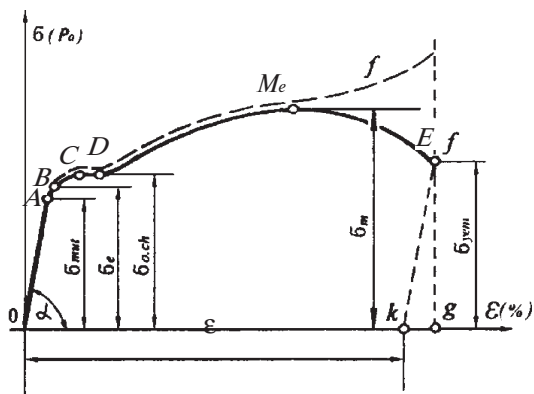
Sinov mashinasining pastki va yuqori qisqichlariga namuna mahkam o'rnatilib, keyin cho'ziladi.

2.12-shaklda kam uglerodli (St3) po'lat materialidan tayyorlangan namunaning cho'zuvchi kuch ostida «o'zini qanday tutish»ni ko'rsatuvchi birlamchi cho'zilish diagrammasi keltirilgan.

Ma'lumki, materiallar qarshiligida ko'pchilik konstruksiya elementlari normal kuchlanishlar bo'yicha hisoblanadi. Shuning uchun birlamchi cho'zilish



2.12-shakl



2.13-shakl

diagrammasini  $\epsilon\sigma$  koordinata tekisligida ifodalash zarur: cho‘zilish diagrammasidagi absissa o‘qidagi hamma qiymatlarni mos ravishda  $l_0$  marta, ordinata qiymatlarini esa  $A_0$  marta kamaytirish yo‘li bilan osongina shartli kuchlanish diagrammasiga o‘tish mumkin (2.13-shakl).

Shuni qayd etib o‘tish kerakki, shartli kuchlanish diagrammasi garchi ko‘rinishi jihatidan birlamchi diagrammaga o‘xshasa-da, lekin u faqat namunaning emas, balki materialning mexanik xossasini tavsiflaydi.

Endi diagrammalardagi tavsifli nuqta va zonalarini qayd etib, namunaning deformatsiyalanish jarayonini tahlil qilamiz.

Cho‘zilish diagrammasini taxminan to‘rtta zonaga ajratish mumkin.

Diagrammaning **OB** qismiga elastik zonasi deyiladi; bu zonada kuch (kuchlanish) bilan absolyut (nisbiy) deformatsiya orasida to‘g‘ri mutanosib bog‘lanish bo‘lib, material Guk qonuniga to‘la bo‘ysunadi. Kuchlanish diagrammasidagi nuqtaning holati mutanosiblik chegarasi deyiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_{mut} = \frac{F_{mut}}{A_0} \quad (2.18)$$

Bu yerda  $F_{mut}$  — mutanosiblik chegarasiga mos kelgan kuch.

**Mutanosiblik chegarasi** deb, shunday eng katta kuchlanishga aytiladiki, ungacha material Guk qonuniga to‘la bo‘ysunadi.

**OA** to‘g‘ri uchastkaning absissa o‘qiga og‘ish burchagining tangenisi elastiklik moduliga teng bo‘ladi.

$$tg\alpha = \frac{\sigma_{mut}}{\epsilon} = E \quad (2.19)$$

**A** nuqtadan boshlab diagramma egrilana boshlaganligi sababli Guk qonuni buziladi. Diagrammaning egri chiziqli uchastkasida yotuvchi **B** nuqtaning holati elastiklik chegarasi  $\sigma_e$  ga mos keladi.

**Elastik chegarasi** deb, namuna yuksizlantirilganda qoldiq deformatsiya hosil qilmasdan uning materiali chidash beradigan eng katta kuchlanishga aytiladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0} \quad (2.20)$$

bu yerda,  $F_e$  — elastiklik chegarasiga mos keluvchi maksimal kuch.



Agar kuchlanishlarning qiymati  $\sigma_e$  dan oshib ketmasa, u holda namunada faqat elastik deformatsiya hosil bo'ladi; aksincha, oshib ketrsa, namunada ham elastik, ham qoldiq deformatsiyalar paydo bo'ladi.

Diagrammaning **CD** qismiga *oquvchanlik* zonasi deb ataladi. **C** nuqtadan boshlab, diagrammalar yo'nalishini o'zgartiradi, ya'ni deyarli o'zgarmas kuchda ham sezilarli darajada deformatsiyaning oshishi sodir bo'ladi — material go'yoki «oqadi». Bu holatga to'g'ri kelgan kuchlanish oquvchanlik chegarasi deb ataladi va uning qiymati quyidagicha topiladi:

$$\sigma_{o.ch} = \frac{F_{o.ch}}{A_0} \quad (2.21)$$

Bu yerda  $F_{o.ch}$  — oquvchanlik chegarasidagi kuch.

Diagrammaning gorizontaal uchastkasi oquvchanlik maydonchasi deb ataladi.

Oquvchanlik zonasida namunaning yaltiroq sirti xiralashib, uning o'qi bilan  $45^\circ$  burchak tashkil etuvchi darz chiziqlar — Lyuders-Chernov chiziqlari hosil bo'ladi.

Shuni ham ta'kidlab o'tish kerakki, ba'zi maxsus po'latlar, mis va bronza kabi materiallarning cho'zilish diagrammasida oqish chegarasi aniq ko'rinmaydi. Shu bois, bunday materiallar uchun oqish chegarasi shartli ravishda kuchlanishning 0,2 protsent qoldiq deformatsiya beradigan miqdori  $\sigma_{0,2}$  ga teng qilib olinadi.

Diagrammalarning navbatdagi holati namunaga ta'sir etuvchi kuch (kuchlanish) va absolyut (nisbiy) deformatsiyalarning o'sishi bilan tavsiflanadi. Cho'zilish diagrammasining **DM** qismi mustahkamlanish zonasi deb ataladi; **M** nuqtaning holati materialning mustahkamlik chegarasi yoki vaqtli qarshiligi **M** ga mos keladi.

Namuna chidash bera olmaydigan eng katta kuchning uning dastlabki kesim yuzasiga bo'lgan nisbati *mustahkamlik chegarasi* deb ataladi va quyidagicha aniqlanadi:

$$\sigma_m = \frac{F_m}{A_0} \quad (2.22)$$

Bu yerda  $F_m$  — mustahkamlik chegarasiga mos keluvchi maksimal kuch.

Kuchlanish  $\sigma_m$  ga yetganda namunaning ko'ndalang kesim yuzasi qisqarib, «bo'yin» hosil bo'ladi. «Bo'yin» boshlanishi bilanoq diagrammada ko'rsatilgandek, kuch va kuchlanish tobora kamaya boshlaydi. Namuna **E** nuqtaga tegishli

$$\sigma_e = \frac{F_e}{A_0} \quad (2.23)$$

kuchlanishda uziladi.

Bu yerda  $F_e$  — namunaning yemirilish paytidagi kuch.

Diagrammaning **ME** qismiga «mahalliy» oquvchanlik zonasi deyiladi.

Yuqorida bayon qilingan choʻzilish diagrammasining tavsifli nuqtalariga tegishli  $\sigma_{mut}$ ,  $\sigma_{o.ch}$  va  $\sigma_m$  kuchlanishlar materialning mustahkamlik tavsiflari deyiladi.

Materialning plastiklik tavsiflari esa quyidagilardan iborat:

a) nisbiy qoldiq uzayish

$$\delta_q = \frac{l_q - l_0}{l_0} \cdot 100\% \quad (2.24)$$

bu yerda  $l_0$  — namunaning tajribadan oldingi uzunligi;

$l_q$  — namunaning uzilgandan keyingi uzunligi;

b) kesim yuzaning nisbiy qoldiq ingichkalanishi:

$$\psi = \frac{A_0 - A_b}{A_0} \cdot 100\% \quad (2.25)$$

bu yerda  $A_0$  — namunaning tajribadan oldingi koʻndalang kesim yuzasi;

$A_b$  — namuna uzilgandan keyingi «boʻyin»ning koʻndalang kesim yuzasi.

**Materiallarni siqilishga sinash.** Turli xil materiallar siqilish deformatsiyasiga turlicha qarshilik koʻrsatadi.

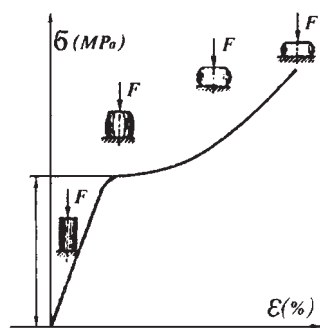
Metall materiallarni siqilishga sinashdan avval ulardan uzunligi diametri bilan  $l=(1\div 3) d_0$  munosabatda boʻlgan silindrik namunalar tayyorlanadi; moʻrt va anizotropik materiallarni sinash uchun esa kub yoki silindrik shaklida tayyorlangan maxsus namunalar ishlatiladi.

Tashqi taʼsir kuchi natijasida materiallarning buzilmasdan qoldiq deformatsiya olish layoqatiga **plastiklik** deyiladi. Materiallarni shtamplash, choʻzish, egish va shu kabi bir qancha texnologik jarayonlarni bajarishda ularning plastiklik xossalariidan foydalaniladi. Odatda, materiallarning plastikligi foizlarda ifodalanuvchi nisbiy uzayish  $\delta_q$  va kesim yuzalarining nisbiy ingichkalanishi  $\psi$

bilan o'lanadi. Alyuminiy, latun, kam uglerodli po'latlar kabi materiallar yuqori plastiklik xossalarini o'zida namoyon qiladi.

Yuklanishning dastlabki davrida plastik materiallarning siqilish diagrammasi (2.14-shakl) cho'zilish diagrammasi kabi Guk qonuniga bo'ysunuvchi to'g'ri chiziqdan iborat bo'ladi; namuna esa yassilana borib, bochkasimon shaklni egallay boshlaydi.

Siquvchi kuch oqish chegarasi  $F_{o.ch}$  ga yetganda diagramma egrilanib, keskin yuqoriga ko'tariladi. Oquvchanlik chegarasiga mos keluvchi kuchlanish



2.14-shakl

$$\sigma_{o.ch} = \frac{F_{o.ch}}{A_0} \quad (2.26)$$

ko'rinishda yoziladi.

Siqilishda «oqish maydoncha»si cho'zilishdagi kabi aniq bilinmaydi; siqilishdagi oquvchanlik chegarasi cho'zilishdagi oquvchanlik chegarasiga mos kelishi tajribadan tasdiqlangan.

Namuna siqilganda buzilish belgilari sodir bo'lmasdan, u go'yoki «kulcha»lana boshlaydi, ya'ni uning ko'ndalang kesim o'lchamlari kattalashib, mustahkamligi orta boradi. Shuning

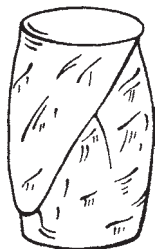
uchun ham plastik materiallarning mustahkamlik chegarasini aniqlab bo'lmaydi.

Siqilishdagi mustahkamlik chegarasi shartli ravishda cho'zilishdagi mustahkamlik chegarasiga teng deb olinadi.

Tashqi ta'sir kuchi natijasida materiallarning sezilarli darajada qoldiq deformatsiya hosil qilmasdan buzilish qobiliyatiga **mo'rtlik** deyiladi. Cho'yan, yuqori uglerodli asbobsozlik po'latlari, g'isht, beton va shu kabilar mo'rt materiallar hisoblanib, ularda  $\delta_q$  va  $\psi$  larning miqdorlari yetarli darajada kichik bo'ladi.

Mo'rt materiallar cho'zilishdan ko'ra siqilishga yaxshiroq ishlaydi. Ular siqilish jarayonida asos tekisligiga taxminan 45° qiyalikda yemirila boshlaydi (2.15-shakl).

Mo'rt materiallar uchun mustahkamlik chegarasi



2.15-shakl

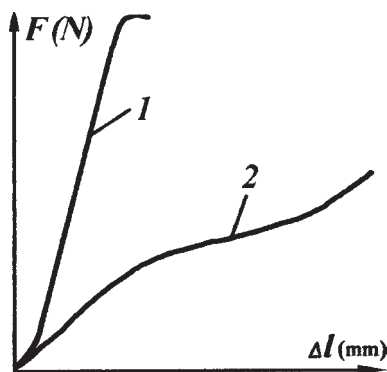
$$\sigma_M = \frac{F_M}{A_0} \quad (2.27)$$

ko'rinishda bo'ladi.

Bu yerda  $F_M$  — mustahkamlik chegarasiga to'g'ri kelgan yemiruvchi (chegaraviy) kuch;

$A_0$  – namuna ko‘ndalang kesimining deformatsiyagacha bo‘lgan yuzasi.

Ko‘pgina materiallar, xususan yog‘ochlar siqilganda anizotropik xossalarni o‘zlarida namoyon qiladi. Boshqacha aytganda, tolalari bo‘ylab va tolalariga tik yo‘nalgan siquvchi kuchlarga ular turlicha bardosh beradi. 2.16-shaklda yog‘och (qayin) namunaning siqilish diagrammasi keltirilgan.



2.16- sh a k l

1—tolalar bo‘ylab;  
2—tolalarga tik yo‘nalishda.

Yog‘ochlarning mustahkamlik chegarasi quyidagi munosabatlardan topiladi:  
a) siquvchi kuch tolalar bo‘ylab yo‘nalganda:

$$\sigma'_M = \frac{F'}{A_0} \quad (2.28)$$

b) siquvchi kuch tolalarga tik yo‘nalganda:

$$\sigma''_M = \frac{F''}{A_0} \quad (2.29)$$

bu yerda  $F'_M$  va  $F''_M$  – namunani siquvchi (emiruvchi) kuchlar;  
 $A_0$  – namunaning deformatsiyagacha bo‘lgan yuzasi.

Tajribalardan olingan cho‘zilish yoki siqilish diagrammalaridan foydalanib, materiallarning quyidagi energetik tavsifnomalarini aniqlash mumkin:

a) deformatsiyaning potensial energiyasi

$$U = \frac{F^2 \cdot l}{2EA} \quad \text{yoki} \quad U = \frac{\sigma^2 \cdot Al}{2E} \quad (2.30)$$

*Izoh:* Oxirgi formulalar tarkibidagi kuch va kuchlanishlarning kvadratlari deformatsiyaning potensial energiyasi hamma vaqt musbat ekanligini ko‘rsatadi.

b) solishtirma potensial energiya

$$a = \frac{U}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (2.31)$$

## 2.7-§. Joiz kuchlanishlar

Tajribalar yordamida materiallarning mexanik xossalari aniqlangandan keyin, shunday kuchlanishlarni topish mumkinki, bu kuchlanishlar ta‘sirida mazkur materiallardan tayyorlangan konstruksiya elementlari uzoq muddat davomida o‘zining mustahkamligini yo‘qotmasdan xavf-xatarsiz ishlaydi. Odatda, bunday kuchlanishlarga mos ravishda materiallarning joiz (ruxsat etilgan) normal ( $\sigma_{adm}$ ) va urinma ( $\tau_{adm}$ ) kuchlanishlari deb ataladi. Ba‘zi adabiyotlarda  $\sigma_{adm}$  ni oddiy cho‘zilish (siqilish)ga,  $\tau_{adm}$  ni esa siljish (kesilish)ga joiz kuchlanishlar deb ham yuritiladi.

Ma‘lumki, konstruksiya elementlari ishlash jarayonida qoldiq deformatsiyalarni hosil qilmasligi kerak. Buning uchun esa joiz kuchlanishning qiymati mutanosiblik yoki elastiklik chegaralaridan oshib ketmasligi shart. Shu sababli joiz normal kuchlanish xavfli kuchlanish  $\sigma_h$  ning ma‘lum qismini tashkil qiladi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_h}{n} \quad (2.32)$$

bu yerda,  $n$  — qiymati birdan kichik bo‘lgan miqdor bo‘lib, mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti deb yuritiladi.

Mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti konstruksiya yoki uning qismlarini tayyorlash uchun ishlatiladigan materiallarning plastikligi, mo‘rtligi va kuchlar quyilishining tavsiflari kabi bir qancha faktlarga bog‘liqdir.

Bundan tashqari mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti fan-texnika rivojlanish darajasiga ham bog‘liq ekanligini alohida ta‘kidlab o‘tish muhimdir. Chunki, fan-texnika rivojlangan sari yangi, sifatli materiallarni tayyorlashga, detallarga

ishlov berish texnologiyasini takomillashtirishga, hisoblash jarayonlarida esa barcha real sharoitlarni e'tiborga olishga erishiladi; bu o'z navbatida mustahkamlikning ehtiyot koeffitsientini kamaytirishga yoki joiz kuchlanishni oshirishga imkon beradi. Shuning uchun ham joiz kuchlanishlar oldindan yuqori tashkilotlar tomonidan qat'iy belgilanadi, unga amal qilish esa barcha muhandis-texnik xodimlar uchun majburiy hisoblanadi.

Amaliy hisoblashlarda statik kuchlar ta'siridagi plastik materiallar uchun xavfli kuchlanishning qiymati oquvchanlik chegarasi  $\sigma_{o'ch}$  ga teng qilib olinadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_{o'ch}}{n_{o'ch}} \quad (2.33)$$

bu yerda  $n_{o'ch} = 1,4 \div 1,6$  ga teng bo'lib, oquvchanlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti deyiladi.

Statik kuchlar ta'siridagi mo'rt materiallar uchun esa xavfli kuchlanish o'rniga mustahkamlik chegarasi  $\sigma_m$  olinadi:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_m}{n_m} \quad (2.34)$$

bu yerda  $n_m = 2,5 \div 3,0$  ga teng bo'lib, mustahkamlik chegarasidagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti deyiladi.

Yog'och materiallari uchun esa mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti 3 dan 8 gacha oraliqda tanlanadi.

2.2-jadval

| Materiallarning nomi            | $\sigma_{adm}$ (MPa hisobida) |                   |
|---------------------------------|-------------------------------|-------------------|
|                                 | cho'zilishda                  | siqilishda        |
| Kulrang cho'yanlar:             |                               |                   |
| SCh 12-28                       | 20÷30                         | 70÷110            |
| SCh 15-32                       | 25÷40                         | 90÷150            |
| Po'latlar:                      |                               |                   |
| St 3                            | 160                           | 160               |
| Uglerodli konstruksion po'lat   | 60÷250                        | 60÷250            |
| Ligerlangan konstruksion po'lat | 140÷400 va yuqori             | 100÷400 va yuqori |
| Latun                           | 70÷140                        | 70÷140            |
| Qarag'ay (tola bo'ylab)         | 7÷10                          | 10÷12             |
| Qarag'ay (tolaga tik)           | —                             | 1,5÷2             |
| G'isht                          | 0,2 gacha                     | 0,6÷2,5           |
| Beton                           | 0,1÷0,7                       | 1÷9               |

Ko'p ishlatiladigan metallar uchun joiz normal kuchlanishning qiymatlari 2.2-jadvalda keltirilgan.

## 2.8-§. Cho'zilgan yoki siqilgan sterjenlarning mustahkamlik sharti

Agar sterjenning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'lgan maksimal normal kuchlanishning qiymati uning materiali uchun joiz normal kuchlanishdan oshib ketmasa, u holda sterjen mustahkam deb hisoblanadi.

Cho'zilish yoki siqilishda sterjenlarning mustahkamlik sharti

$$\sigma_{max} = \frac{N_{max}}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (2.35)$$

ko'rinishda yoziladi.

Bu formula asosida quyidagi uch xil masala hal qilinadi:

1) *mustahkamlikka tekshirish.*

Bu quyidagi formula yordamida bajariladi:

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} \quad (2.36)$$

Agar sterjenga ta'sir etuvchi cho'zuvchi (siquvchi) kuchlar va uning ko'ndalang kesim o'lchamlari ma'lum bo'lsa, u holda ko'ndalang kesimdagi maksimal normal kuchlanishni aniqlab, uni joiz kuchlanish bilan solishtirib ko'rish mumkin; ular orasidagi farq amalda 5 foizdan oshmasligi kerak.

2) *mustahkam kesim yuza tanlash.*

Agar sterjenga ta'sir etuvchi kuchlar va uning materiali ma'lum bo'lsa, u holda sterjen ko'ndalang kesimining xavfsiz o'lchamlari

$$A \geq \frac{N_{max}}{\sigma_{adm}} \quad (2.37)$$

ifodadan tanlanadi.

3) *eng katta kuchni aniqlash.*

Agar sterjenning kesim yuza o'lchamlari va uning materiali ma'lum bo'lsa, u holda sterjen ko'tara oladigan maksimal kuch quyidagicha aniqlanadi:

$$N_{max} \leq \sigma_{adm} \cdot A \quad (2.38)$$

## 2.9-§. Ichki kuchlarning epyuralari va unga oid masalalar

Brus (sterjen, val, to'sin)larni mustahkamlik va bikrikka hisoblash paytlarida ularning qaysi kesimlarida ichki kuchlar ekstremal (maksimal yoki minimal) qiymatlarga erishishini, aniqrog'i, ichki kuchlarning brus uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuniyatini bilishga to'g'ri keladi. Odatda, bu qonuniyatni analitik bog'lanishlar va ular yordamida quriladigan epyuralar orqali ifodalash mumkin.

**Ichki kuchlarning brus uzunligi bo'yicha o'zgarish qonuniyatini ko'rsatuvchi grafik yoki diagramma mazkur ichki kuchlarning epyuralari yoki qisqacha epyura deyiladi.**

Demak, epyuralarni to'g'ri qurish muhim ahamiyatga ega ekan, chunki ular yordamida brusning xavfli kesimi tanlanadi hamda ichki kuchlarning hisobiy qiymatlari aniqlanadi.

Har bir ichki kuchning o'ziga aynan bitta tenglama mos keladi.

Epyuralarni qurishda quyidagi umumiy tartiblardan foydalanish tavsiya etiladi:

1) statikaning muvozanat tenglamalari yordamida tayanch reaksiya kuchlari\* aniqlanadi;

2) brusni tegishli «oraliq»larga ajratib, ma'lum tartibda ular I, II, III,... raqamlar bilan belgilanadi; oraliqning chegaralari quyidagilardan iborat bo'lishi mumkin.

a) to'plangan kuchlar va juft kuchlar qo'yilgan kesimlar;

b) bitta qonuniyat bo'yicha o'zgaruvchi yoyilgan kuchlarning boshlanish va oxirgi kesimlari;

d) bruslarning siniq joylari.

3) kesish usulidan foydalanib, har bir oraliq uchun ichki kuchlarning analitik ifodalari yoziladi; bunda ichki kuchlarning ishoralariga alohida e'tibor berish zarurdir.

4) analitik ifodalar tarkibidagi o'zgaruvchi  $z$  ga tegishli qiymatlar berib, har bir oraliqning tavsifli kesimlaridagi ichki kuchlarning miqdorlari — ordinatalari hisoblanadi.

5) ordinatalar aniq masshtab bilan brus o'qiga parallel qilib o'tkazilgan nol chizig'iga tik (perpendikular) qilib joylashtiriladi va epyura chiziladi; odatda, epyurada musbat qiymatlar nol chizig'ining yuqori, manfiy qiymatlar esa pastki qismiga joylashtiriladi.

6) epyura nol chizig'iga tik bo'lgan chiziqlar bilan shtrixlanadi.

---

\* faqat bir uchi bilan qistirib mahkamlangan bruslar uchun bu tavsiyani bajarmasa ham bo'ladi, chunki masala brusning erkin uchidan boshlab ham yechilishi mumkin.

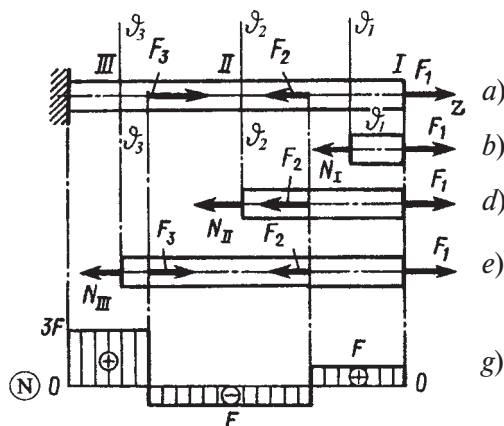


**2.1-masala.** O'zgarmas kesimli brus  $F_1 = F$ ,  $F_2 = 2F$  va  $F_3 = 4F$  kuchlar bilan yuklangan. (2.17-shakl, a).

Bo'ylama kuch epyurasini qurish talab etiladi.

**Yechish.**

Sterjen o'ng tomondagi uchi bilan qistirib mahkamlanganligi sababli masalani chap tomondan boshlab yechamiz;  $z$  o'qini sterjen o'qi bo'ylab yo'naltiramiz. Sterjen uchta oraliqdan iborat.



2.17-shakl

Kesish usulidan foydalanamiz: har bir oraliqni mos ravishda  $v_1-v_1$ ,  $v_2-v_2$  va  $v_3-v_3$  tekisliklari bilan fikran qirqib, qirqilgan kesimlarga nisbatan bo'ylama kuchlarning tenglamalarini yozib olamiz (2.17-shakl, b,d,e).

Ma'lumki, bo'ylama kuchlar qirqim tekisligining chap yoki o'ng tomonlariga ta'sir etayotgan barcha kuchlardan  $z$  o'qiga olingan proeksiyalar yig'indisidan iborat edi:

$$N(z) = \pm \sum Z_i \quad (a)$$

Odatda, bo'ylama kuchlarning ishoralari quyidagicha tanlanadi: agar

bo'ylama kuchlar qirqilgan kesimdan bir tomonda yotgan sterjenning bo'lakchasini cho'zsa, ular musbat ishorali va aksincha, uni siqsa manfiy ishorali bo'ladi.

Endi (a) ni har bir qirqilgan kesimga nisbatan yozib chiqamiz:

I oraliq  $(0 \leq z_1 \leq \ell)$

o'ng tomon uchun:  $N(z_1) = F_1 = F = \text{const}$

II oraliq  $(\ell \leq z_2 \leq 3\ell)$

o'ng tomon uchun:  $N(z_2) = F_1 - F_2 = F - 2F = \text{const}$

III oraliq  $(0 \leq z_3 \leq \ell)$

o'ng tomon uchun:  $N(z_3) = F_1 - F_2 + F_3 = F - 2F + 4F = 3F = \text{const}$ .

Bu qiymatlar yordamida aniq masshtab bilan bo'ylama kuchning epyurasini quramiz (2.17-shakl, g).

**2.2-masala.** Pog'onali brusga  $F_1 = F$  va  $F_2 = 2,5 \cdot F$  kuchlar ta'sir etmoqda (2.18-shakl, a). Uning kesim yuzasi  $A=10^3 \text{ mm}^2$ , cho'zilishdagi va siqilishdagi joiz kuchlanishlari tegishlicha  $\sigma_{adm}^+ = 40 \frac{N}{\text{mm}^2}$  va  $\sigma_{adm}^- = 120 \frac{N}{\text{mm}^2}$  ga teng.  $F$  kuchning joiz qiymatini toping.

### Yechish.

Kesish usulidan foydalanib, har bir oraliq uchun bo'ylama kuch  $N$  va normal kuchlanish  $\sigma$  larning epyuralarini quramiz (2.18-shakl, b,d).

Normal kuchlanish epyurasidan ko'rinib turibdiki, brusning I oralig'ida eng katta siquvchi normal kuchlanish  $\sigma_{max}^- = \frac{F}{A}$ , III oraliqda esa eng katta cho'zuvchi normal kuchlanish  $\sigma_{max}^+ = 0,75 \frac{F}{A}$  paydo bo'ladi.

Cho'zilish (siqilish)da mustahkamlik shartini yozamiz:

$$\text{I oraliq uchun } \sigma_1 = \frac{N_1}{A} = \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{a})$$

$$\text{III oraliq uchun } \sigma_{III} = \frac{N_3}{2A} = 0,75 \frac{F}{A} \leq \sigma_{adm} \quad (\text{b})$$

Bulardan

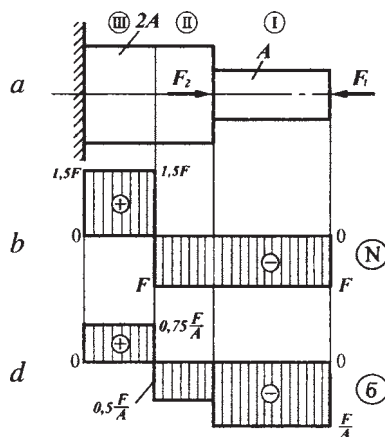
$$F'_{adm} = A \cdot \sigma_{adm} = 10^3 \cdot 120 = 120 \text{ kN}$$

$$F'''_{adm} = \frac{1}{0,75} A \cdot \sigma_{adm} = \frac{1}{0,75} \cdot 10^3 \cdot 40 = 53,4 \text{ kN}$$

$F'_{adm} \leq F'_{adm}$  bo'lganligi uchun joiz kuch sifatida

$$F_{adm} = F'''_{adm} = 53,4 \text{ kN}$$

olinadi.



2.18-shakl

## 2.10-§. Cho‘zilish va siqilish deformatsiyasiga oid statik aniqmas masalalar

Cho‘zilish (siqilish) deformatsiyasiga oid masalalarni yechayotganda, bordiyu sterjenlar (sterjenlar tizimi)ning tayanchlarida hosil bo‘luvchi reaksiya kuchlari yoki ularning ko‘ndalang kesimlaridagi zo‘riqish kuchlarini statikaning muvozanat tenglamalari yordamida aniqlash mumkin bo‘lmasa, bunday masalalarga cho‘zilish (siqilish)dagi statik aniqmas masalalar deyiladi.

Bu mavzuni quyidagi ikkita masala orqali tushuntiramiz.

**2.3-masala.** Ko‘ndalang kesim yuzasi  $A$  ga teng bo‘lgan ustunning yuqori uchi shipga, pastki uchi esa polga qistirib mahkamlangan bo‘lib, unga  $F_1 = 50$  kN va  $F_2 = 100$  kN tashqi kuchlar qo‘yilgan (2.19-shakl, a).

Ustunning ko‘ndalang kesimida hosil bo‘luvchi zo‘riqish kuchlarini topish talab etiladi. Bikrlilik  $EA = \text{const}$ ,  $\ell_1 = 0,3$  m,  $\ell_2 = 1,1$  m,  $\ell = 2$  m deb hisoblansin.

### Yechish.

1. Masalani statik tomonini tekshiramiz. Yuqori va pastki tayanchlarni  $R_C$  va  $R_B$  reaksiya kuchlari bilan almashtiramiz.

Ustun  $F$  kuch va ship bilan polning reaksiyalari ta‘sirida muvozanat holatida turadi; shu sababli, statikaning muvozanat tenglamasi quyidagicha ko‘rinishda yoziladi:

$$\sum X_i = 0 \quad \text{yoki} \quad R_C + R_B - F_1 - F_2 = 0 \quad (\text{a})$$

Oxirgi tenglamada ikkita noma‘lum bor, ya‘ni masala bir marta statik aniqmasdir. Qo‘shimcha tenglama tuzish uchun deformatsiyalarni solishtirish usulidan foydalanamiz.

II. Ustunni pastki tayanchdan ozod qilib, asosiy tizim tanlaymiz; berilgan tizimga ekvivalent tizim hosil qilish uchun asosiy tizimga  $F_1$ ,  $F_2$  va  $R_B$  kuchlarni ta‘sir ettiramiz (2.19-shakl, b).

III. Guk qonunidan foydalanib, B kesimning ko‘chishini topamiz va uni nolga tenglashtiramiz:

$$\delta_B = \frac{F_1 \cdot \ell_1}{E \cdot A} + \frac{F_2 \cdot \ell_2}{E \cdot A} - \frac{R_B \cdot \ell}{EA} = 0 \quad (\text{b})$$

IV. Cintez. Hosil qilingan (a) va (b) tenglamalar noma‘lum reaksiya kuchlariga nisbatan yechiladi:

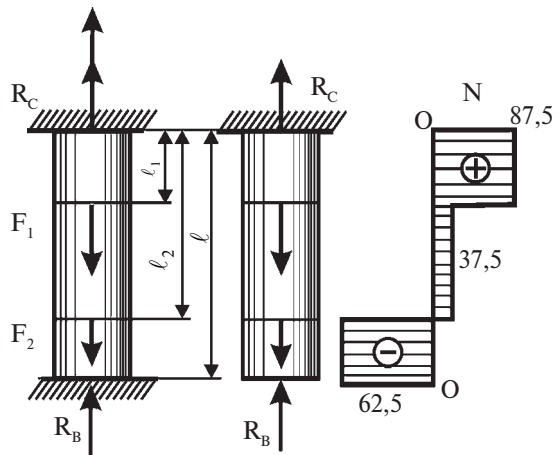
$$R_B = 62,5 \text{ kN}, \quad R_C = 87,5 \text{ kN} \quad (\text{d})$$

Kesish usulidan foydalanib, ustunning barcha ko'ndalang kesim yuzalarida hosil bo'luvchi bo'ylama kuch epyurasini qurish mumkin (2.19-shakl, e).

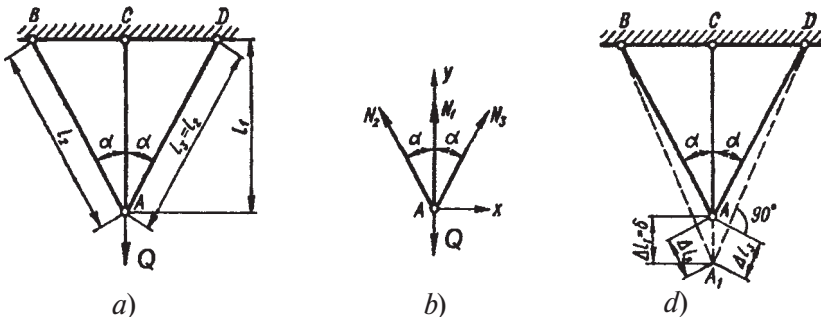
**2.4-masala.** Sterjenlar tizimining sharnirli  $A$  tuguniga  $Q$  yuk osib qo'yilgan (2.20-shakl, a); sterjenlarning materiali, ko'ndalang kesim yuzasi va uzunliklarini ma'lum deb, ularda tashqi yukdan hosil bo'lgan zo'riqishlar aniqlansin. Bikrlik  $EA=const$  deb hisoblansin.

**Yechish.**

I. Masalaning statik tomonini tahlil qilamiz. Kesish usulidan foydalanib,  $A$  sharnirli tugunning muvozanatini tekshiramiz (2.20-shakl, b):



2.19-shakl



2.20-shakl

$$\sum X_i = 0, \quad N_2 \sin \alpha - N_3 \sin \alpha = 0$$

$$\sum Y_i = 0, \quad N_1 + N_2 \cos \alpha + N_3 \cos \alpha - Q = 0$$

Bu tenglamalarning birinchisidan

$$N_2 = N_3$$

ekanligi ma'lum; buni e'tiborga olib, ikkinchisini

$$N_1 + 2N_2 \cos \alpha = Q \tag{b}$$

shaklida yozamiz.

Oxirgi tenglama ikkita noma'lum bo'lganligi uchun masala bir marta statik aniqlas deyiladi.

II. Masalaning geometrik tomonini tekshiramiz; 2.20-shakl,  $d$  dan foydalanib, sterjenlarning deformatsiyalari orasidagi munosabatni quyidagicha yozamiz:

$$\Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l_1 \cdot \cos\alpha \quad (d)$$

III. Masalaning fizik tomonini qarab chiqamiz. Guk qonuniga asosan sterjenlarning deformatsiyasini aniqlaymiz:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA}; \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{E \cdot A} \quad (e)$$

IV. Sintez, ya'ni yuqorida olingan tenglamalardan ichki zo'riqish kuchlarini topamiz:

$$N_1 = \frac{Q}{1 + 2\cos^2\alpha}; \quad N_2 = N_3 = \frac{Q}{1 + 2\cos^2\alpha} \cdot \cos\alpha$$

*Izoh:* 1-ilovida cho'zilish (siqilish), egilish va buralishga oid masalalarni MathCAD dasturida yechilishi ko'rsatilgan ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $q$ ,  $l$  – o'zgarmas miqdorlar).



### Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Tekis kesimlar gi potezasi (Bernulli gi potezasi)ning mohiyati nimadan iborat?
2. Cho'zilish yoki siqilishda absolyut va nisbiy deformatsiyalar qanday aniqlanadi?
3. Materiallarning turlariga qarab Puasson koeffitsientining o'zgarish chegarasini izohlang.
4. Guk qonunini ta'riflang, uning matematik ifodasini yozing.
5. Elastiklik moduli (birinchi tur)ning mohiyati nimadan iborat?
6. Qanday kattaliklar materiallarning mexanik xossalarini ifodalaydi?
7. Kam uglerodli po'latning cho'zilish diagrammasi qanday tavsifli nuqtalarga ega? Namunada «bo'yin» qachon hosil bo'ladi?
8. Mutanosib lik, elastiklik, oquvchanlik va mustahkamlik chegaralarini mohiyatini tushuntiring.
9. Turli xil (plastik, mo'rt va anizotropik) materiallarning siqilish diagrammalarini izohlang.
10. Plastik va mo'rt materiallar uchun joiz kuchlanish qanday aniqlanadi?
11. Cho'zilish yoki siqilishda mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega? Ushbu mustahkamlik sharti yordamida qanday masalalarni hal etish mumkin?
12. Cho'zilish yoki siqilishda deformatsiyaning potensial energiyasi qanday topiladi?
13. MathCAD dasturi asosida 1-ilovidagi masalalar to'plamidan ayrimlari uchun mustaqil ravishda ichki kuchlarning epyuralarini qurishni mashq qiling.

## Kuchlanishlarning tahlili

### 2.11-§. Nuqtadagi kuchlanishlar. Bosh yuzalar va bosh kuchlanishlar

Aytaylik, deformatsiyalanuvchi qattiq jism tashqi kuch (to'plangan kuch, yoyilgan yuk va juft kuch)lar tizimi ta'sirida muvozanatda bo'lsin (2.21-shakl). Umumiy holda jismning istalgan  $K$  nuqtasi atrofidan ajratib olingan elementar parallelopipedga normal va urinma kuchlanishlarning tashkil etuvchilari ta'sir ko'rsatadi (2.22-shakl).

Tabiiyki, elementar parallelopiped tomonlarining joylashish holatlari o'zgartirilgan taqdirda tomonlarga ta'sir etuvchi kuchlanishlarning miqdorlari va yo'nalishlari ham o'zgaradi. Hatto, elementar parallelopipedning shunday joylashtirish mumkin ekaniki, bunday holatda uning tomonlariga urinma kuchlanishlar ta'sir ko'rsatmas ekan.

Odatda, urinma kuchlanishlar ta'sir ko'rsatmaydigan yuzalarga bosh yuzalar deyiladi; mazkur yuzadagi normal kuchlanishlarga esa bosh kuchlanishlar deyiladi.

Bosh kuchlanishlar  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  lar orqali belgilanib,

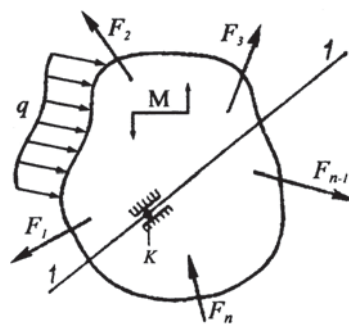
$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

ko'rinishdagi munosabatda bo'ladi.

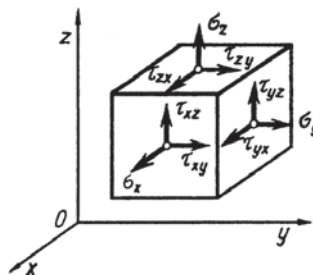
Nuqtadagi kuchlanish holati deb, mazkur nuqta orqali o'tkaziladigan barcha yuzachalarda paydo bo'ladigan normal va urinma kuchlanishlarning to'plamiga aytiladi.

Kuchlanish holatlari uch xil bo'ladi:

a) **chiziqli yoki bir o'qli kuchlanish holati**; bunday kuchlanish holatida jismning har qanday nuqtasi atrofidan faqatgina bitta bosh yuza o'tkazish mumkin (2.23-shakl, a);



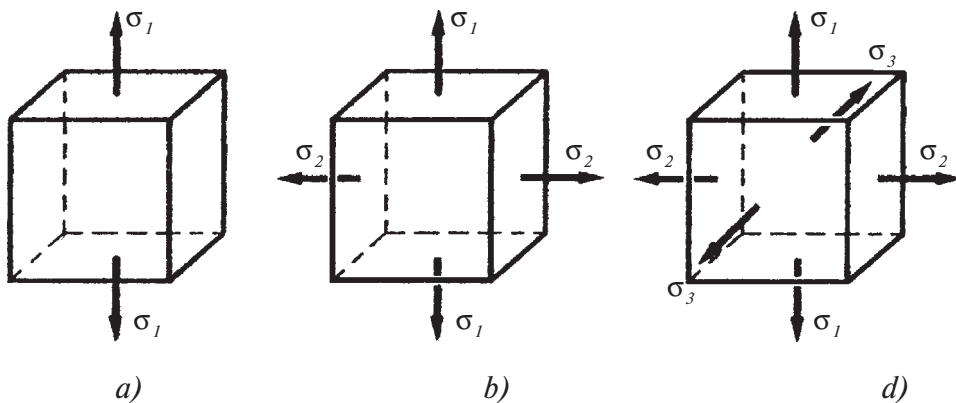
2.21-shakl



2.22-shakl

b) **tekis yoki ikki o'qli kuchlanish holati**; bu xil kuchlanish holatida esa jismning har qanday nuqtasi atrofidan o'zaro tik yo'nalgan ikkita bosh yuza o'tkazish mumkin (2.23-shakl, b);

d) **fazoviy yoki uch o'qli kuchlanish holati**; bunday kuchlanish holatida esa jismning har qanday nuqtasi atrofidan o'zaro tik yo'nalgan uchta bosh yuza o'tkazish mumkin (2.29-shakl, d).



2.23-shakl

## 2.12-§. Qiya kesimlardagi kuchlanishlar

Shu vaqtgacha faqat sterjenlarning o'qiga tik bo'lgan ko'ndalang kesimlardagi normal kuchlanishlarni aniqlash bilan shug'ullandik. Endi esa istalgan qiya kesimlardagi kuchlanishlarni aniqlashga o'tamiz. Buning uchun har bir kuchlanish holatini faqat statik tomondan tekshirish kifoya.

Masalani bunday mukammalroq tahlil qilish, birinchidan, materiallarning mustahkamligi haqida to'la mulohaza yuritishga, ikkinchidan esa, hatto, oddiy cho'zilish (siqilish)da ham sterjenlarning qiya kesimlarida normal va urinma kuchlanishlarning paydo bo'lishini, aniqrog'i, cho'zilish (siqilish) va siljish deformatsiyalarining o'zaro bog'liq ekanligini ko'rsatishga imkon beradi.

Biz faqat chiziqli va tekis kuchlanish holatlari uchun qiya kesimlardagi kuchlanishlarni o'rganish bilan chegaralanamiz, xolos.

### I. Chiziqli kuchlanish holati

Cho'zuvchi kuchlanish ta'siridagi prizmatik sterjenning istalgan burchakka qiyalangan kesimidagi kuchlanishlarni aniqlaymiz (2.24-shakl, a). Buning uchun quyidagi ishlarni ketma-ket bajarish tavsiya etiladi:

1) sterjenni uchta, ya'ni kuchlanish yo'nalishiga tik, unga parallel va ko'ndalang kesimga nisbatan  $\alpha$  burchakka qiyalangan tekisliklar bilan fikran kesamiz;

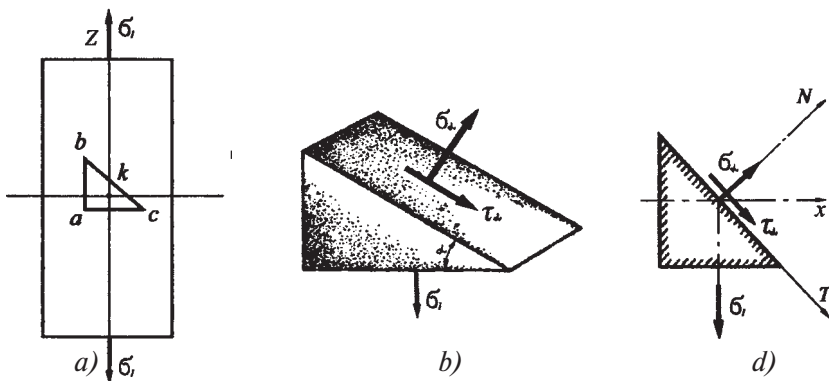
2)  $abc$   $d'b'c'$  elementar bo'lakchani ajratib olamiz (2.24-shakl, b). Agar og'ma yuzani  $\Delta A$  ga teng deb qabul qilsak, u holda sterjen o'qiga tik bo'lgan yuza  $\Delta A_y = \Delta A \cos\alpha$  bo'ladi;

3) tashlab yuborilgan qismning ajratib olingan bo'lakchaga ko'rsatuvchi ta'sirini ichki kuchlar bilan almashtiramiz (2.24-shakl, d):

✓ gorizontaal yuzani  $\Delta A_x$  yuzachaga  $\sigma_1 \Delta A \cos\alpha$  normal kuch ta'sir ko'rsatadi;

✓ vertikal yuzani  $\Delta A_x = \Delta A \cdot \sin\alpha$  yuzachaga esa kuchlar ta'sir ko'rsatmaydi, chunki sterjenning chetki kesimlaridagi  $\sigma_1$  kuchlanishlar tekis taqsimlanganligi sababli sterjen o'qi bo'ylab yo'nalgan tolalar bir-birlariga bosim ko'rsatmaydi, balki ularning har biri xuddi sterjendek cho'zilishga yoki siqilishga qarshilik ko'rsatadi;

✓ og'ma  $\Delta A$  yuzachaga esa  $\sigma_\alpha \Delta A$  normal va  $\tau_\alpha \Delta A$  urinma kuchlar ta'sir ko'rsatadi.



2.24-shakl

1. Statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\Sigma N_i = 0 \quad \text{yoki} \quad \sigma_\alpha \Delta A - \sigma_1 \Delta A \cos\alpha \cdot \cos\alpha = 0 \quad (a)$$

$$\Sigma T_i = 0 \quad \text{yoki} \quad \tau_\alpha \Delta A - \sigma_1 \Delta A \cos\alpha \cdot \sin\alpha = 0 \quad (b)$$

Oxirgi ifodalardan

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha \quad (2.39)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha \quad (2.40)$$

ekanligi kelib chiqadi.



(2.39) va (2.40) formulalar yordamida chiziqli kuchlanish holati uchun qiya kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlar aniqlanadi.

Bu formulalardan ko'rinib turibdiki,  $\sigma_a$  va  $\tau_a$  kuchlanishlar qiya kesim yo'nalishining o'zgarishiga bog'liq ekan.

Quyidagi xususiy hollarni qarab chiqamiz:

$$\text{a) } \alpha = 0 \text{ da } \begin{cases} \sigma_a = \sigma = \sigma_{max}; \\ \tau_a = 0 \end{cases}$$

bo'ladi, ya'ni ko'ndalang kesimda normal kuchlanish maksimal qiymatga teng bo'lar ekan;

$$\text{b) } \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ da } \begin{cases} \sigma_\alpha = 0 = \sigma_{min}; \\ \tau_\alpha = 0 \end{cases}$$

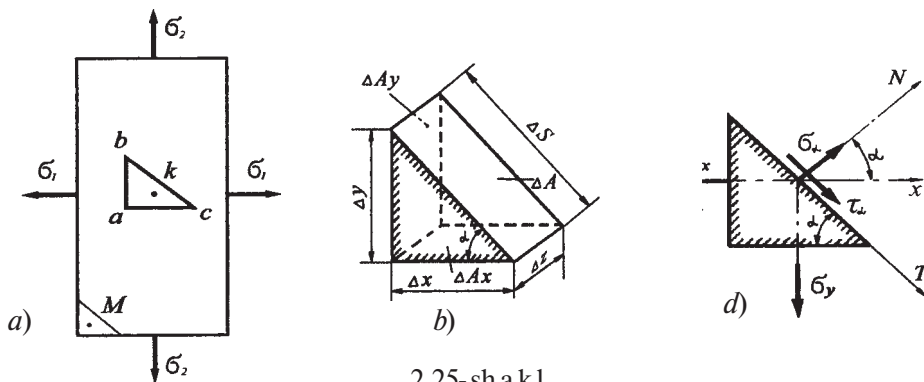
bo'ladi, ya'ni normal kuchlanish minimal qiymatga erishib, sterjenning bo'ylama tolalari bir-birlariga hech qanday bosim bermas ekan;

$$\text{d) } \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ da } \begin{cases} \sigma_\alpha = \frac{\sigma_1}{2}; \\ \tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} = \tau_{max} \end{cases}$$

bo'ladi, ya'ni urinma kuchlanish sterjen o'qiga  $45^\circ$  qiyalangan tekislikda maksimal qiymatga erishib, miqdor jihatidan asosiy cho'zuvchi (siquvchi) normal kuchlanishning yarmiga teng ekan.

## II. Tekis kuchlanish holati

O'zaro tik (perpendikular) bo'lgan ikki yo'nalishdagi cho'zuvchi bosh kuchlanish ( $\sigma_1$  va  $\sigma_2$ )lar ta'siridagi prizmatik jismni tekshiramiz (2.25-shakl, a).



2.25-shakl

C nuqta atrofida ajratib olingan birorta elementning qiya kesimlaridagi kuchlanishlarni aniqlash maqsadida quyidagi ishlarni navbat bilan bajaramiz:

1) *jismni uchta tekislik bilan fikran kesamiz;*

2) *abc a<sub>1</sub> b<sub>1</sub> c<sub>1</sub> elementar bo'lakchani ajratib olamiz (2.25-shakl, b);* og'ma yuzani  $\Delta A$  ga teng deb qabul qilib, qolgan yuzalarni esa  $\Delta A_x = \Delta A \cdot \sin\alpha$  va  $\Delta A_y = \Delta A \cdot \cos\alpha$  shaklida yozib olamiz;

3) *tashlangan qismning ajratilgan bo'lakchaga ko'rsatuvchi ta'sirini ichki kuchlar bilan almashiramiz (2.25-shakl, e);* u holda elementning yuzalariga quyidagi kuchlar ta'sir qiladi:

$$\begin{array}{ll} \Delta A \text{ yuza bo'yicha:} & \sigma_\alpha \Delta A \quad (\text{normal kuch}) \\ & \tau_\alpha \Delta A \quad (\text{urinma kuch}) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta A_x \text{ yuza bo'yicha:} & \sigma_\alpha \Delta A \cdot \sin\alpha \quad (\text{normal kuch}) \\ & \tau_{yx} \Delta A \cdot \sin\alpha \quad (\text{urinma kuch}) \end{array}$$

$$\begin{array}{ll} \Delta A_y \text{ yuza bo'yicha:} & \sigma_y \Delta A \cdot \cos\alpha \quad (\text{normal kuch}) \\ & \tau_{xy} \Delta A \cdot \cos\alpha \quad (\text{urinma kuch}) \end{array}$$

4) statikaning muvozanat tenglamalarini tuzamiz:

$$\sum M_{oi} = 0; \quad \tau_{xy} \Delta A \cos\alpha \frac{\Delta y}{2} + \tau_{yx} \Delta A \sin\alpha \cdot \frac{\Delta x}{2} = 0 \quad (d)$$

$$\sum T_i = 0;$$

$$\tau_\alpha \Delta A - \sigma_x \Delta A \sin\alpha \cos\alpha + \sigma_y \Delta A \cos\alpha \cdot \sin\alpha + \tau_{yx} \Delta A \cos\alpha \cos\alpha + \tau_{xy} \Delta A \sin\alpha \cdot \sin\alpha = 0 \quad (e)$$

$$\sum \mathbf{N}_i = \mathbf{0};$$

$$\sigma_\alpha \Delta A - \sigma_x \Delta A \sin\alpha \cdot \sin\alpha - \sigma_y \Delta A \cos\alpha \cdot \cos\alpha - \tau_{yx} \Delta A \cos\alpha \cdot \sin\alpha - \tau_{xy} \Delta A \sin\alpha \cdot \cos\alpha = 0 \quad (f)$$

$$\text{Chizmadan} \quad \Delta x \cdot \Delta z = \Delta A_y; \quad \Delta y \cdot \Delta z = \Delta A_x$$

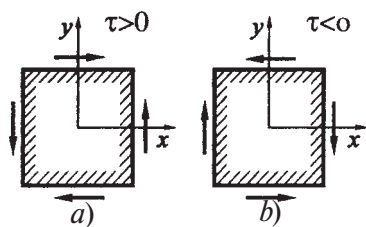
$$\text{yoki bundan} \quad \Delta y = \frac{\Delta A \cdot \sin\alpha}{\Delta z}$$

ekanligini e'tiborga olib, (d) formulani

$$\boxed{\tau_{xy} = -\tau_{yx}} \quad (2.41)$$

ko'rinishda yozamiz.

(2.41) formula urinma kuchlanishlarning juftlik qonunini ifodalaydi va quyidagicha ta'riflanadi: *istalgan ikkita o'zaro perpendikular yuzalardagi urinma*



2.26-shakl

***kuchlanishlar miqdor jihatdan bir-biriga teng, lekin yoʻnalishlari esa qarama-qarshi boʻladi.***

Demak, umumiy qirraga ega boʻlgan oʻzaro perpendikular yuzalardagi urinma kuchlanishlar bir vaqtning oʻzida ikkalasi ham yoki shu qirra tomonga yoʻnalgan (2.26-shakl, a) yoki undan uzoqlashgan boʻlar ekan (2.26-shakl, b).

Urinma kuchlanishlarning juftlik qonunini nazarda tutib, (e) va (f) ifodalarni soddaroq holga keltiramiz:

$$\sigma_{\alpha} = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cdot \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \cdot \sin 2\alpha \quad (2.42)$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{(\sigma_y - \sigma_x)}{2} \cdot \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cdot \cos 2\alpha \quad (2.43)$$

(2.42) va (2.43) formulalar yordamida tekis kuchlanish holati uchun qiya kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlar aniqlanadi.

### 2.13-§. Bosh yuzalarning holati va bosh kuchlanishlarni aniqlash

Oldingi paragrafda keltirib chiqarilgan formulalardan koʻrinib turibdiki, qiya kesimdagi normal va urinma kuchlanishlar mazkur kesimning absissa oʻqi bilan tashkil etgan burchagi  $\sigma_{\alpha}$  ning funksiyasi ekan:

$$\sigma_{\alpha} = f_1(\alpha)$$

$$\tau_{\alpha} = f_2(\alpha)$$

$\alpha$  burchakning qaysi qiymatlarida normal va urinma kuchlanishlar ekstremal (maksimal yoki minimal) qiymatlarga erishadi, degan savol paydo boʻlishi tabiiy. Chunki injenerlik amaliyotida tekshirilayotgan nuqta atrofidan olingan barcha yuzalarning holati va ulardagi kuchlanishlarni aniqlashning zaruriyati tugʻilmaydi.

Amaliyotda ekstremal qiymatlarga ega boʻlgan kuchlanishlar va ular taʼsir etuvchi yuzalarning holatini aniqlash kifoya.

Materiallar qarshiligi fanining toʻla kursida tekis kuchlanish holatida normal kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari

$$\sigma_{\frac{\max}{\min}} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.44)$$

va ikkita o'zaro tik bosh yuzalarning holati

$$\boxed{\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}} \quad (2.45)$$

ko'rinishda aniqlanishi isbotlangan.

(2.44) formuladagi musbat ishora maksimal bosh kuchlanish

$\sigma_1 = \sigma_{\max}$  ni, manfiy ishora esa minimal bosh kuchlanishni bildiradi.

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, (2.45) formula bosh yuzalarning holatini aniqlashga yordam bersa-da, lekin qaysi yuzaga  $\sigma_{\max}$  ta'sir etishini ko'rsata olmaydi. Bu savolga javob berish uchun quyidagi qoidaga murojaat qilamiz:

**bosh kuchlanish  $\sigma_{\max}$  ning yo'nalishi hamma vaqt  $\tau_{xy}$  va  $\tau_{yx}$  urinma kuchlanishlarning strelkalari uchrashadigan koordinata o'qlarining ikkita choragi orqali o'tadi.**

Quyidagi urinma kuchlanishlari ekstremal qiymatini aniqlash formulasi isbotsiz keltirilgan:

$$\tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2} \quad (2.46)$$

Demak, maksimal va minimal urinma kuchlanishlar miqdor jihatdan o'zaro teng bo'lib, ishoralari teskari ekan.

Odatda, urinma kuchlanishlari ekstremal qiymatga ega bo'lgan yuzalarga **siljish yuzalari** deyiladi.

Siljish yuzasining holati quyidagicha aniqlanadi (isbotsiz):

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau_{xy}} \quad (2.47)$$

Bosh yuzaning va siljish yuzasining holati formulalaridan

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{1}{\operatorname{tg} 2\alpha_0} \quad \text{yoki} \quad \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{2} - 2\alpha_1 \right) = \operatorname{ctg} (-2\alpha_0)$$

bundan

$$\boxed{\alpha_1 = \alpha_0 + \frac{\pi}{4}}$$

ekanligi kelib chiqadi.

Demak, siljish yuzasi bilan bosh yuza orasidagi burchak miqdor jihatidan  $45^\circ$  ga teng ekan.

Bu xulosaga asosan  $\alpha = +45^\circ$  ni (2.42) va (2.43) formulalarga qo'yib

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; \quad (2.48)$$

$$\tau_\alpha = \tau_{\frac{\max}{\min}} = \pm \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} \quad (2.49)$$

ifodalarga ega bo'lamiz.

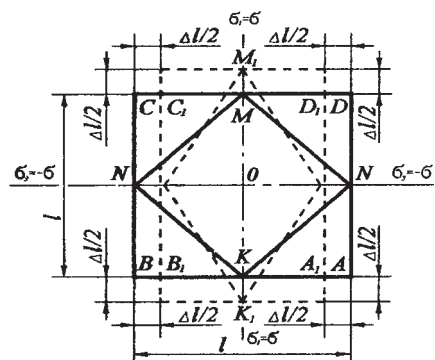
**Xususiy hol.** Faraz qilaylik, tekshirilayotgan jism  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$  bosh kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin; u holda (2.48) va (2.49) formulalarga asosan  $\sigma_\alpha = 0$ ,  $\tau_{\max} = \pm\sigma$  bo'ladi. Kuchlanish holatining bu turiga sof siljish, faqatgina urinma kuchlanishlar paydo bo'ladigan yuzalarga esa sof siljish yuzalari deyiladi.

## 2.14-§. Sof siljish

Agar elastik sterjendan ma'lum qiyalikdagi tekisliklar yordamida ajratib olingan elementar kubning tomonlariga faqat urinma kuchlanishlar ta'sir qilsa, u holda kubning bunday tekis kuchlanish holatiga **sof siljish** deyiladi.

### I. Masalaning statik tomoni

Faraz qilaylik, tekis kuchlanish holatidagi sterjenning biror nuqtasi atrofidan ajratilgan elementar kub  $\sigma_1 = -\sigma_2 = \sigma$  bosh kuchlanishlar ta'sirida bo'lsin (2.27-shakl, a).



2.27- sh a k l

Sof siljish yuzasidagi kuchlanishlarni aniqlaymiz ( $\alpha=45^\circ$ ):

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 45^\circ - \sigma_1 \sin^2 45^\circ = 0 \quad (a)$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - (-\sigma_1)}{2} \sin^2 45^\circ = \sigma \quad (b)$$

Demak, urinma kuchlanishning maksimal qiymati sterjenni o'zaro perpendikular o'qlar bo'yicha cho'zuvchi va siquvchi bosh

kuchlanishlarga teng ekan. Bundan urinma kuchlanish ta'siridagi tekshirilayotgan element sof siljishda faqat siljish deformatsiyasiga uchrab, uning tomonlari cho'zilmas (siqilmas) ekan, degan xulosa kelib chiqadi.

## II. Masalaning geometrik tomoni

Bosh kuchlanishlar ta'sirida elementar kubning AD, BC qirralari cho'zilib, AB, CD qirralari esa siqiladi; ularning absolyut cho'zilish va siqilishlari bir xil bo'ladi:

$$\Delta l = \varepsilon_1 l = |\varepsilon_2 l| = \varepsilon l \quad (d)$$

Kvadrat shakldagi KLMN element esa siljish natijasida  $K_1L_1M_1N_1$  romb shaklini egallaydi. Natijada, deformatsiyagacha bo'lgan KLM to'g'ri burchak  $K_1L_1M_1$  o'tmas burchakka aylanadi. Bu burchaklarning ayirmasi nisbiy sof siljish burchagi yoki qisqacha, nisbiy siljish deyiladi:

$$\gamma = \angle K_1L_1M_1 - \angle KLM = \angle K_1L_1M_1 - \frac{\pi}{2} \quad (e)$$

bundan

$$\frac{\angle KLM}{2} = \angle K_1L_1O_1 = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{2}$$

shakldan bu burchakning tangensini aniqlaymiz:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{OL}{OL_1} = \frac{\frac{1}{2} + \frac{\Delta l}{2}}{\frac{1}{2} - \frac{\Delta l}{2}} = \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

Ikkinchi tomondan  $\gamma$  ning kichikligidan  $\operatorname{tg}\gamma \approx \gamma$  ekanligini nazarda tutib, ikki burchak yig'indisining tangensini quyidagicha yozamiz:

$$\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{\operatorname{tg}\frac{\pi}{4} + \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}}{1 - \operatorname{tg}\frac{\pi}{4} \cdot \operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}} \cong \frac{1 + \frac{\gamma}{2}}{1 - \frac{\gamma}{2}}$$

Oxirgi ikkita ifodalarni tenglab, nisbiy cho'zilish miqdor jihatidan nisbiy siljishning yarmiga teng ekanligiga ishonch hosil qilamiz:

$$\varepsilon = \frac{\gamma}{2} \quad (2.50)$$

### III. Masalaning fizik tomoni

Umumlashgan Guk qonunini e'tiborga olib, nisbiy deformatsiyani

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \mu\sigma_3) = \frac{1+\mu}{E}\sigma$$

yoki

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{1+\mu}{E}\sigma$$

ko'rinishda yozamiz.

Sof siljishdagi element faqat urinma kuchlanish ta'sirida bo'lgani uchun oxirgi ifodani quyidagicha o'zgartirish mumkin:

$$\tau = G\gamma \quad (2.51)$$

bu yerda

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (2.52)$$

bo'lib, siljishdagi elastiklik moduli yoki ikkinchi tur elastiklik moduli deyiladi.

(2.51) formula sof siljish uchun Guk qonunini ifodalaydi.

Umuman olganda, (2.50) va (2.52) munosabatlar cho'zilish (siqilish) va siljish deformatsiyalari orasida bog'lanish mavjud degan xulosani tasdiqlaydi.

#### 2.15-§. Siljishga ishlovchi konstruksiya qismlarining hisobi

Siljish deformatsiyasining o'ziga xos xususiyati shundaki, tekshirilayotgan kesimda ichki kuch omillaridan faqat kesuvchi kuch mavjud bo'lib, qolganlari esa nolga teng bo'ladi.

Kesuvchi kuchlar kesimda urinma kuchlanishlarni hosil qilishi bizga oldindan ma'lum.

Shuni ta'kidlab o'tish kerakki, real sharoitlarda siljish deformatsiyasiga duch kelgan elementlar faqat sof siljishga emas, balki cho'zilish (siqilish) va egilish kabi deformatsiyalarga ham qarshilik ko'rsatadilar. Amalda siljish deformatsiyasi kesilish yoki yorilish kabi deformatsiyalar tarzida namoyon bo'lib, u ko'pincha boltli, parchin mixli va payvand birikmali konstruksiya elementlarida uchraydi.

Boltli, parchin mixli va payvand birikmalarni hisoblash uslubi mashina detallari, metall konstruksiyalar kabi maxsus fanlarda mukammal o'rganiladi. Shu sababli bu yerda faqat parchin mixli birikmalarni hisoblash uslubi qisqacha bayon etilgan, xolos.

Siljish deformatsiyasiga oid amaliy hisoblashlarni osonlashtirish maqsadida quyidagi cheklanishlar kiritilgan:

a) siljish sodir bo'lgan kesimdagi urinma kuchlanishlar bir tekisda taqsimlangan deb faraz qilinadi; bundan

$$Q = \tau A \quad (2.53)$$

ekanligi kelib chiqadi;

b) konstruksiya elementlarini bir-birlariga biriktirishda ishlatiladigan barcha biriktiruvchi detallar (bolt, parchin mixlar va hokazolar) baravar yuklangan deb faraz qilinadi.

Qalinligi  $\delta$  bo'lgan ikkita list (tunuka) uchma-uch joylashtirilib, ularning ustidan va ostidan  $\delta_1$  qalinlikdagi ustquyma (po'lat taxtakach)lar qo'yilib, parchin mixlar yordamida biriktirilgan (2.28-shakl). Bunday birikmalarda ishlovchi parchin mixlar ikki kesilishli parchin mixlar deyiladi.

Bitta parchin mix uchun muvozanat tenglamasini yozamiz:

$$\sum X_i = 0, \quad -\tau_{kes} \cdot A - \tau_{kes} \cdot A + F = 0$$

bundan listlarni cho'zuvchi kuchni

$$F = 2\tau_{kes} A$$

ko'rinishda yozib olamiz.

Oxirgi ifodani umumlashtirib, kesilishdagi mustahkamlik shartini quyidagicha yozamiz:

$$\tau_{kes} = \frac{F}{n2A} < \tau_{max} \quad (2.54)$$

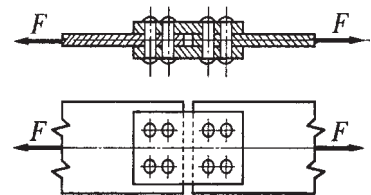
bunda  $A = \frac{\pi d^2}{4}$  — bo'lib, parchin mixning ko'ndalang kesim yuzasi;

$d$  — parchin mix sterjenining diametri;

$n$  — parchin mixlar soni;

$\tau_{adm}$  — parchin mix materiali uchun siljishdagi joiz urinma kuchlanish.

Odatda,  $\tau_{adm}$  bilan oddiy cho'zilish (siqilish)dagi normal kuchlanishning joiz qiymati  $\sigma_{adm}$  orasida quyidagi munosabat mavjud:



2.28-sh a k l



$$\tau_{adm} = k \sigma_{adm} \quad (2.55)$$

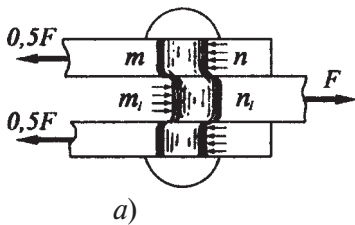
bunda  $k$  o'zgarmas son bo'lib, quyidagicha tanlanadi:

- a) mo'rt materiallar uchun  $k = 0,7 - 1,0$ ;
- b) plastik materiallar uchun  $k = 0,5 - 0,6$ ;
- d) anizotrop materiallar (masalan, o'rtacha sifatli qarag'ay) uchun  $k = 0,1$ .

Listlarni cho'zuvchi kuch  $F$  ma'lum qiymatga yetganda list parchin mixni yoki aksincha, parchin mix listni ezishi mumkin. Konstruktiv talablarga asosan hamma vaqt  $\delta > \delta_1$  bo'lganligidan ustquymalarni ezilishga hisoblashning zaruriyati yo'q.

2.29-shakl,  $a$  va  $b$  larda tasvirlangan ikki kesimli parchin mix ezilgan sirtining shartli yuzasi  $A_{ez} = \delta d$  bilan aniqlanadi.

Ikki kesilishli parchin mixlarning ezilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

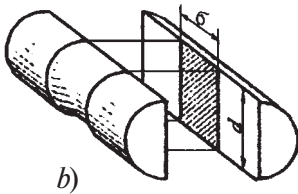


$$\sigma_{ez} = \frac{F}{n\delta d} < \sigma'_{con} \quad (2.56)$$

Bunda  $\sigma'_{con}$  — ezilish uchun joiz kuchlanish.

Odatda,  $\sigma'_{con}$  oddiy cho'zilish (siqilish)dagi joiz normal kuchlanishga nisbatan quyidagicha olinadi:

$$\sigma'_{con} = (2 \div 2,5)\sigma_{adm} \quad (2.57)$$

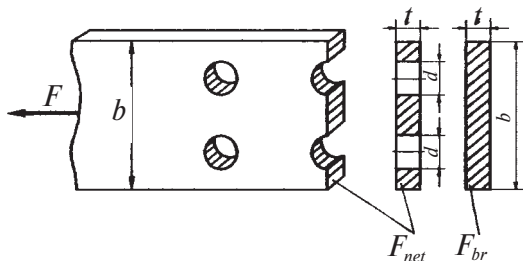


2.29-shakl

Endi ulanuvchi listlarning cho'zilish yoki siqilishdagi puxtaligini tekshirishga o'tamiz. Ulanuvchi listning ko'ndalang kesim yuzasini

$A_{brutto}$  va parchin mixlar o'tadigan teshiklar chiqarib tashlangandan keyin qolgan yuzani esa  $A_{netto}$  bilan belgilaymiz (2.30-shakl).

Ulanuvchi listlarning cho'zilishdagi yoki siqilishdagi mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:



2.30-shakl

$$\sigma = \frac{F}{A_{netto}} < \sigma_{adm} \quad (2.58)$$

Bu formuladan  $A_{\text{netto}}$  aniqlangach, quyidagi taqribiy formulalar yordamida  $A_{\text{brutto}}$  topiladi:

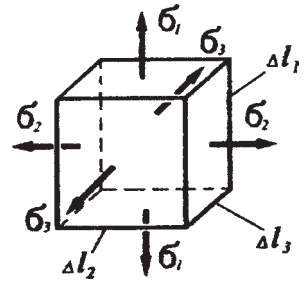
a) cho‘zilgan listlar uchun

$$A_{\text{brutto}} = A_{\text{netto}} + 0,15A_{\text{netto}}$$

b) siqilgan listlar uchun

$$A_{\text{brutto}} = A_{\text{netto}} + 0,3A_{\text{netto}}$$

Siqilishga qarshilik ko‘rsatuvchi listlar egilishga ham qarshilik ko‘rsatadilar; shu sababli ularning ko‘ndalang kesim yuzasi cho‘zilgan listlarga nisbatan yana 15 foizga oshiriladi.



2.31- sh a k l

## 2.16-§. Umumlashgan Guk qonuni

Aytaylik, fazoviy kuchlanish holatidagi izotrop jismning ixtiyoriy nuqtasi atrofidan ajratib olingan elementar parallelepiped  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  va  $\sigma_3$  bosh kuchlanishlar ta‘sirida bo‘lsin (2.31-shakl); parallelepipedning chiziqli o‘lchamlari  $\Delta l_1$ ,  $\Delta l_2$ ,  $\Delta l_3$  ga teng.

### I. Masalaning geometrik tomoni

Kuchlar ta‘sirining mustahkamlik prinsipiga ko‘ra, har bir nisbiy deformatsiyani quyidagicha yozish mumkin (masalan,  $\varepsilon_1$  uchun):

$$\varepsilon_1 = \varepsilon'_1 + \varepsilon''_1 + \varepsilon'''_1 \quad (\text{a})$$

bu yerda,  $\varepsilon'_1$ — uzunligi  $\Delta l_1$  bo‘lgan qirraning  $\sigma_1$  bosh kuchlanish ta‘siridan olgan bo‘ylama nisbiy deformatsiyasi;

$\varepsilon''_1$ — uzunligi  $\Delta l_2$  bo‘lgan qirraning  $\sigma_2$  bosh kuchlanish ta‘siridan olgan bo‘ylama nisbiy deformatsiyasi;

$\varepsilon'''_1$ — uzunligi  $\Delta l_3$  bo‘lgan qirraning  $\sigma_3$  bosh kuchlanish ta‘siridan olgan ko‘ndalang nisbiy deformatsiyasi.

## II. Masalaning fizik tomoni

Yuqorida keltirilgan nisbiy bo‘ylama va nisbiy ko‘ndalang deformatsiyalarni quyidagicha yozamiz:

$$\varepsilon_1' = \frac{\sigma_1}{E}, \quad \varepsilon_1'' = -\mu \cdot \frac{\sigma_2}{E}, \quad \varepsilon_1''' = -\mu \cdot \frac{\sigma_3}{E} \quad (b)$$

Oxirigi munosabatlarni e'tiborga olib,  $\sigma_1$  bosh kuchlanishga parallel qirraning to'la nisbiy deformatsiyasini

$$\varepsilon_1^1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_2}{E} - \mu \cdot \frac{\sigma_3}{E} = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (2.59)$$

shaklida ifodalaymiz.

Agar xuddi shu tartibda qolgan ikki yo'nalishdagi nisbiy deformatsiyalarni ham aniqlasak, u holda barcha bosh yo'nalishlardagi nisbiy deformatsiyalar quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_1 + \sigma_3)] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)] \end{aligned} \quad (2.60)$$

Deformatsiya bilan kuchlanishlarning umumiy munosabatini ko'rsatuvchi (2.60) formula fazoviy kuchlanish holatidagi jismlar uchun umumlashgan Guk qonunini ifodalaydi.

**Xususiy hol.** Tekis kuchlanish holati uchun  $\sigma_3 = 0$  ekanligi ma'lum; u holda umumlashgan R.Guk qonuni quyidagicha bo'ladi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E} (\sigma_1 - \mu\sigma_2) \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E} (\sigma_2 - \mu\sigma_1) \\ \varepsilon_3 &= -\frac{\mu}{E} (\sigma_1 + \sigma_2) \end{aligned} \quad (2.60) a$$

**Demak, tekis kuchlanish holatida ham uchinchi bosh kuchlanish  $\sigma_3$  yo'nalishi bo'yicha deformatsiya sodir bo'lar ekan.**

## 2.17-§. Mustahkamlik nazariyalari

**Mustahkamlik nazariyalari deb, materiallarda xavfli holatning boshlanish sabablarini tajribalarga asoslangan cheklanish (taxmin)lar yordamida turli omillarga bog‘lab tekshiruvchi nazariyalarga aytiladi.**

Quyida keng tarqalgan uchta klassik va bitta energetik nazariyalar haqida ayrim ma’lumotlar keltiriladi.

**Mustahkamlikning birinchi nazariyasi** dastlab XVII asrda Galiley tomonidan taklif etilgan bo‘lib, u ko‘pincha eng katta normal kuchlanish nazariyasi deb yuritiladi.

**Mustahkamlikning birinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo‘lishiga eng katta normal kuchlanish sabab bo‘ladi degan gipoteza (tahmin)ga asoslangan; bu nazariyaga ko‘ra quyidagi shart bajarilishi kerak:**

$$\sigma_{ekv}^I = \sigma_1 < \sigma_{adm} \quad (2.61)$$

Bu yerda  $\sigma_1$  — tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jism (detal)ning eng xavfli nuqtasidagi bosh kuchlanishlarning eng kattasi;

$\sigma_{adm}$  — material uchun joiz normal kuchlanish bo‘lib, uning qiymati mazkur materialdan yasalgan namunani oddiy cho‘zilish (siqilish)ga sinash yo‘li bilan aniqlanadi.

Bu nazariyaning asosiy kamchiligi shundan iboratki, (2.61) ifoda tarkibida  $\sigma_2$  va  $\sigma_3$  bosh kuchlanishlar ishtirok etmaydi. Boshqacha aytganda, murakkab va oddiy kuchlanish holatidagi jismlar go‘yoki bir xilda qarshilik ko‘rsatadilar. Vaholanki, amalda bunday emas — materialning mustahkamligiga  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  lar ham katta ta’sir ko‘rsatadilar.

Masalan, har tomonlama (gidrostatik) bosim ostida siqilayotgan sement kubik mustahkamlik chegarasidan bir necha barobar katta kuchlanishga ham yemirilmasdan bardosh bera oladi. Bu holda kubikning qarshilik ko‘rsatish qobiliyati birinchi nazariya bo‘yicha aniqlanganiga nisbatan ancha yuqoridir.

Birinchi nazariya mo‘rt materiallarni cho‘zishga sinashda tasdiqlangan. Hozirgi vaqtda bu nazariya ishlatilmaydi, u faqat tarixiy ahamiyatgagina ega, xolos.

**Mustahkamlikning ikkinchi nazariyasini** birinchi marta 1682-yilda Marriot taklif qilgan bo‘lib, u eng katta nisbiy cho‘zilish nazariyasi degan nom olgan.

**Mustahkamlikning ikkinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga eng katta cho'zilish sabab bo'ladi degan gipotezaga asoslangan; bu nazariyaga muvofiq**

$$\varepsilon_{\max} = \varepsilon_1 < \varepsilon_{adm} \quad (2.62)$$

**shart bajarilishi lozim.**

Bu yerda  $\varepsilon_1$  — tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jismning eng xavfli nuqtasidagi bosh nisbiy deformatsiyalarning eng kattasi ( $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ );  
 $\varepsilon_{adm}$  — materialning oddiy cho'zilish (siqilish)dagi joiz normal kuchlanishi  $\sigma_{adm}$  ga tegishli nisbiy deformatsiyasi.

Guk qonuniga asosan:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3)] \quad (a)$$

$$\varepsilon_{adm} = \frac{1}{E} \sigma_{adm} \quad (b)$$

Oxirgi ifodalarni e'tiborga olib, ikkinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik shartini

$$\sigma_{ekv}^{\text{II}} = \sigma_1 - \mu (\sigma_2 + \sigma_3) < \sigma_{adm} \quad (2.63)$$

ko'rinishda yozamiz.

Bu nazariyaning birinchi nazariyadan afzalligi shundaki, (2.63) shartda barcha bosh kuchlanishlar ta'siri e'tiborga olingan. Ammo bu nazariyaning hali ba'zi natijalari tajribada to'liq tasdiqlanmagan. Masalan, bu nazariyaga muvofiq, o'zaro tik ikki yo'nalishda siqilayotgan kubikning mustahkamligi bir tomonga qarab siqilayotgan kubikning mustahkamligidan yuqori bo'lishi kerak. Lekin bu xulosa tajribada tasdiqlanmaydi.

Ikkinchi nazariyaning natijalari faqatgina mo'rt materiallar uchun tajribada tasdiqlangan.

*Mustahkamlikning uchinchi nazariyasini birinchi bo'lib 1773-yilda Kulon yaratgan bo'lib, u eng katta urinma kuchlanishlar nazariyasi deb ham yuritiladi.*

**Mustahkamlikning uchinchi nazariyasi materialda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo'lishiga eng katta urinma kuchlanishlar sabab bo'ladi, degan taxminga asoslangan bo'lib, uning umumiy sharti quyidagicha yoziladi:**

$$\tau_{\max} < \tau_{adm} \quad (2.64)$$

Bu yerda  $\tau_{\max}$  — tekshirilayotgan murakkab kuchlanish holatidagi jismning eng xavfli nuqtasidagi eng katta urinma kuchlanish;

$\tau_{\text{adm}}$  — material uchun joiz urinma kuchlanish bo‘lib, uning qiymati namunani oddiy kuchlanish holatida sinash yo‘li bilan topiladi.

Oldingi paragraflardan ma‘lum:

a) murakkab kuchlanish holatida

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (d)$$

b) oddiy kuchlanish holatida

$$\tau_{\text{adm}} = \frac{\sigma_{\text{adm}}}{2} \quad (e)$$

Bularni e‘tiborga olib, uchinchi nazariya bo‘yicha mustahkamlik shartini quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{\text{ekv}}^{\text{III}} = \sigma_1 - \sigma_3 < \sigma_{\text{adm}} \quad (2.65)$$

Cho‘zilish va siqilishga bir xilda qarshilik ko‘rsatuvchi plastik materiallar uchun uchinchi nazariya tajribada tasdiqlanuvchi natijalarni beradi.

Bu nazariyaning asosiy kamchiligi shundaki, (2.65) ifoda tarkibiga  $\sigma_2$  bosh kuchlanish kirmaydi, ya‘ni tekis va fazoviy kuchlanish holatlari orasida go‘yoki hech qanday farq yo‘qdek.

Shuning uchun bu nazariya tekis kuchlanish holatidagi inshoot va mashina qismlarining mustahkamligini tekshirishda keng qo‘llaniladi.

**Mustahkamlikning energetik nazariyasi** ko‘pincha shakl o‘zgarishidan hosil bo‘lgan solishtirma potensial energiya nazariya yoki Guber-Mizes gipotezasi deb ham yuritiladi.

**Mustahkamlikning energetik nazariyasi materiallarda chegaraviy kuchlanish holati paydo bo‘lishiga shakl o‘zgarishidan hosil bo‘lgan solishtirma potensial energiya sabab bo‘ladi, degan cheklanishga asoslangan; shu bois bu nazariyani shakl o‘zgarishidan hosil bo‘lgan solishtirma potensial energiya nazariyasi deb ham yuritiladi.**

Ushbu nazariyaga muvofiq quyidagi shart bajarilishi lozim:

$$a_{\max}^{\text{sh}} < a_{\text{adm}}^{\text{sh}} \quad (2.66)$$

Bunda  $a_{max}^{sh}$  — murakkab kuchlanish holatidagi jismning xavfli holatiga oid shaklning o'zgarishidan hosil bo'lgan solishtirma potensial energiyasi;  
 $a_{adm}^{sh}$  — joiz kuchlanishga tegishli shakl o'zgarishidan hosil bo'lgan potensial energiya.

Materiallar qarshiligi fanining to'la kursida quyidagilar isbotlangan:

a) murakkab kuchlanish holatida

$$a_{max}^{sh} = \frac{1+\mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (2.67)$$

b) oddiy kuchlanish holatida

$$a_{adm}^{sh} = \frac{1+\mu}{3E} \sigma_{adm} \quad (2.68)$$

Shunday qilib, to'rtinchi nazariya bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\sigma_{ekv}^{IV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} < \sigma_{adm} \quad (2.69)$$

Bu nazariya cho'zilish va siqilishga bir xil qarshilik ko'rsatuvchi plastik materiallar uchun to'g'ri natijalar beradi.

Yuqorida bayon etilgan to'rtala nazariyada ham bitta muhim kamchilik bor: mustahkamlik shartini ifodalovchi barcha formulalar keltirib chiqarilganda Guk qonuniga asoslanilgan, holbuki mustahkamlik chegarasi elastiklik chegarasidan ancha keyinda turadi. Lekin bu formulalar tarkibida materiallarning elastiklik xossalarini tavsiflovchi kattaliklar ishtirok etmaydi. Shu jihatdan olganda, mustahkamlik sharti formulalaridan plastik deformatsiya sharoitida ishlovchi inshoot (mashina) qismlarini hisoblashda foydalanish mumkin.

Shuni ta'kidlab o'tish muhimki, ayni paytda mavjud mustahkamlik nazariyalarini takomillashtirish hamda yangi nazariyalar yaratish borasida ko'p ishlar qilinmoqda. Shu o'rinda N.N. Lavidenkov, B.Y. Fridman, I.I. Tarasenko, G.S. Pisarenko, A.A. Lebedyev kabi olimlarning qilgan va olib borayotgan ishlari diqqatga sazovordir.



## Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bosh yuza va bosh kuchlanishlarni tushuntiring.
2. Kuchlanish holati deganda nimani tushunasiz?
3. Kuchlanish holatining qanday turlarini bilasiz?
4. Chiziqli kuchlanish holatida qiya kesimlardagi normal va urinma kuchlanishlar qanday topiladi?
5. Urinma kuchlanishlarning juftlik qonuni qanday ko‘rinishda ifodalanadi? Uning ma’nosini tushuntiring.
6. Tekis kuchlanish holati uchun quyidagilar qanday aniqlanadi:
  - normal kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari;
  - bosh yuzaning holati;
  - urinma kuchlanishlarning ekstremal qiymatlari;
  - siljish yuzasining holati.
7. Sof siljish nima? Sof siljishda Guk qonuni qanday ifodalanadi?
8. Birinchi va ikkinchi tur elastiklik modullari orasida qanday munosabat mavjud?
9. Kesilishdagi mustahkamlik shartini yozing va ma’nosini tushuntiring.
10. Umumlashgan Guk qonuni qanday ko‘rinishga ega?
11. Mustahkamlik nazariyalaridan birining mohiyatini tushuntiring.

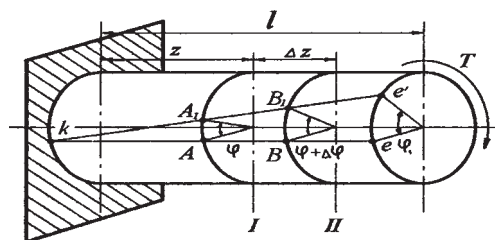


## Buralish

### 2.18-§. Asosiy tushunchalar

Agar kuchlanish holatidagi brusning ko'ndalang kesimlarida ichki kuch faktorlaridan faqat burovchi moment mavjud bo'lib, qolganlari esa nolga teng bo'lsa, u holda buralish deformatsiyasi sodir bo'ladi.

Amalda buralish deformatsiyasini juda ko'p uchratish mumkin. Masalan, tirsakli, transmission va shu singari vallar, fazoviy konstruktsiya elementlari, prujinalarning o'ramlari, bolt va shu kabilar asosan buralish deformatsiyasiga qarshilik ko'rsatadilar.



2.32-sh a k l

Materiallar qarshiligi fani faqat doiraviy kesim yuzali yaxlit va g'ovak vallarning buralishini o'rganish bilan chegaralanadi.

Aytaylik, bir uchi bilan mahkamlangan, ikkinchi uchiga esa  $T = T_z = \text{const}$  burovchi moment qo'yilgan doiraviy kesimli yaxlit val buralishga qarshilik ko'rsatayotgan bo'lsin (2.32-shakl).

Val o'qiga  $45^\circ$  qiya bo'lgan yuzalar bosh yuzalar bo'lib, bu yuzalardagi cho'zuvchi va siquvchi bosh kuchlanishlar  $\tau$  urinma kuchlanishga teng bo'ladi.

2.33-shaklda turli xil materiallardan tayyorlangan namunalarning buralishi natijasida yemirilish jarayoni tasvirlangan.



2.33-sh a k l

## 2.19-§. Buralishda kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash

Doiraviy kesimli valning ko'ndalang kesimlarida hosil bo'luvchi kuchlanish va deformatsiyalarni aniqlash maqsadida masalaning statik, geometrik va fizik tomonlarini o'rganish lozim.

### I. Masalaning statik tomoni

Odatdagidek, quyidagi ishlarni ketma-ket bajarimiz:

1) valdan o'zaro parallel hamda  $z$  o'qiga tik bo'lgan  $I-I$  va  $II-II$  tekisliklari yordamida fikran ajratib olingan cheksiz kichik  $\Delta z$  qalinlikdagi diskni tekshiramiz (2.34-shakl, a).

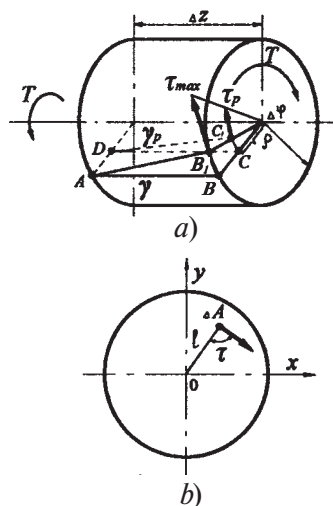
2) tashlangan qismning ajratib olingan qismga ko'rsatgan ta'sirini  $T_z$  burovchi moment bilan almashtiramiz.

3) statikaning muvozanat tenglamasini tuzamiz (2.34-shakl, b):

$$\sum M_{zj} = 0 \quad \text{yoki} \quad \sum \tau \Delta A_i \rho - T_z = 0 \quad (a)$$

bu yerda,  $\tau$  — ixtiyoriy elementar  $\Delta A$  yuzachadagi urinma kuchlanish;

$\rho$  — elementar yuzachaning radius-vektori.



2.34-sh a k l

### II. Masalaning geometrik tomoni

Masalaning geometrik tomonini tahlil qilishdan avval, vallarning buralishiga oid o'tkazilgan tajribalardan kelib chiqqan quyidagi muhim xulosalar bilan tanishib chiqamiz:

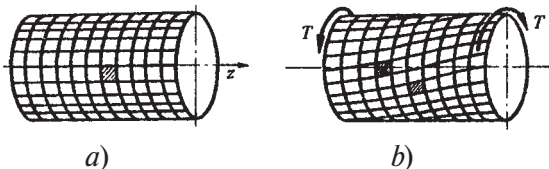
a) deformatsiyagacha tekis va valning buralish o'qi (bo'y lama simmetriya o'qi)ga tik bo'lgan barcha ko'ndalang kesimlar deformatsiyadan keyin yana tekisligicha hamda mazkur o'qqa nisbatan tikligicha qoladi. Faqatgina ular buralish o'qi atrofida bir-birlariga nisbatan buriladilar, xolos;

b) buralish natijasida barcha ko'ndalang kesimlarning radiuslari o'zlarining deformatsiyagacha bo'lgan uzunliklarini o'zgartirmaydi, ya'ni kesim gardishi aylanganicha qoladi;

d) valning sirtidagi to'r hosil qilgan kvadratlar buralish natijasida bir xildagi

romblarga aylandi (2.35-shakl, a, b). Bundan valning ko'ndalang va bo'ylama kesimlarida (urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan) urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi, degan xulosa kelib chiqadi;

e) buralish natijasida barcha ixtiyoriy qo'shni ko'ndalang kesimlar orasidagi masofalar o'zgarmaydi. Bu esa valning ko'ndalang va bo'ylama kesimlarida normal kuchlanishlar mavjud bo'lmashini tasdiqlaydi.



2.35-shakl

Agar diskni pastki qismi bilan mahkamlangan deb qarash, u holda deformatsiya tufayli uning yuqori qismi birorta burchakka aylanadi. Aniqrog'i,  $OB$  radius  $\Delta\varphi$  burchakka aylanib,  $OB^1$  va  $AB$  kesmasi esa  $\gamma$  burchakka siljib  $AB^1$  holatini egallaydi.

Endi  $\gamma$  va  $\Delta\varphi$  burchaklari orasidagi bog'lanishni keltirib chiqaramiz. Buning uchun, birinchidan,  $BB^1$  yoyni uchburchak  $\triangle ABB^1$  dan

$$BB^1 = AB \cdot \operatorname{tg}\gamma \approx \Delta z \cdot \gamma \quad (b)$$

va ikkinchidan esa izlanayotgan yoyning markaziy burchakka tiralganligidan foydalanib

$$BB^1 = OB \cdot \Delta\varphi = r\Delta\varphi \quad (d)$$

ko'rinishlarda aniqlaymiz.

(b) va (d) ifodalarni o'zaro tenglab, val sirtidagi nisbiy siljishni

$$\gamma = r \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta z} \quad (2.70)$$

shaklida yozib olamiz.

(2.70) ifodadagi  $\frac{\Delta\varphi}{\Delta z}$  nisbat  $cm^{-1}$  o'lchamga ega.

Quyidagi munosabatga nisbiy buralish burchagi deyiladi va  $\theta_z$  bilan belgilanadi:

$$\theta_z = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta z} \quad (2.71)$$

Demak, nisbiy siljish va nisbiy buralish burchagi orasida quyidagi munosabat mavjud ekan:

$$\gamma = r \cdot \theta_z \quad (2.72)$$

Bu ifodani kesim markazidan ixtiyoriy masofadagi nuqtalar uchun

$$\gamma_\rho = \rho \cdot \theta \quad (2.72) \text{ a}$$

ko‘rinishida yozib olish mumkin.

### III. Masalaning fizik tomoni

Biz masalani geometrik nuqtayi nazardan tekshirganimizda valdan ajratilgan elementar diskning sof siljish deformatsiyasiga qarshilik ko‘rsatishiga ishonch hosil qildik. Shu sababli, buralish paytida vallarning ko‘ndalang kesimlaridagi urinma kuchlanishlar quyidagicha aniqlanadi:

$$\tau = G \cdot \gamma = G \cdot r\theta \quad (2.73)$$

yoki

$$\tau_\rho = G \cdot \rho \cdot \theta$$

Demak, urinma kuchlanish kesim radius-vektoriga to‘g‘ri mutanosib bo‘lib, qutb burchagiga bog‘liq emas ekan.

### IV. Sintez

(2.73) ifodadagi urinma kuchlanish  $\tau_\rho$  ning qiymatini (a) tenglamaga keltirib qo‘yib, quyidagiga ega bo‘lamiz:

$$T_z = \sum G\theta\rho^2 \Delta A_1 = G\theta \cdot J_\rho \quad (2.74)$$

Bunda  $\sum \rho^2 \Delta A_1$  doira yuzining qutb inersiya momenti  $J_\rho$  ga teng ekanligi bizga avvaldan ma‘lum.

Oxirgi ifodadan

$$\theta = \frac{T_z}{GJ_\rho} \quad (2.75)$$

ekanligini e‘tiborga olib, ko‘ndalang kesimning istalgan nuqtasidagi urinma kuchlanishni aniqlovchi formulani hosil qilamiz:

$$\tau_{\rho} = \frac{T_z}{J_{\rho}} \cdot \rho \quad (2.76)$$

Urinma kuchlanish kesim markazida nolga teng bo'lib, kesimning gardishida, ya'ni  $\rho_{\max} = R$  bo'lganda esa eng katta qiymatga erishadi:

$$\tau_{\max} = \frac{T_z}{J_{\rho}} \cdot R \quad \text{yoki} \quad \tau_{\max} = \frac{T_z}{W_{\rho}} \quad (2.77)$$

bu yerda  $W_{\rho} = \frac{J_{\rho}}{\rho}$  — buralishdagi qarshilik momenti.

Materiallar qarshiligi to'la kursida valning buralishdagi deformatsiyasi — buralish burchagi quyidagicha aniqlanishi isbotlangan:

$$\varphi = \frac{T}{GJ_{\rho}} \quad (\text{rad}) \quad (2.78)$$

$$\text{yoki} \quad \varphi^{\circ} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \cdot \frac{T \cdot \ell}{GJ_{\rho}} \quad (\text{grad}) \quad (2.78a)$$

Oxirgi ifodalar shaklan va mazmunan cho'zilish (siqilish)dagi absolyut deformatsiyani aniqlaydigan formulaga o'xshaydi. Shu sababli, ko'pincha ularni buralishda Guk qonunining ifodasi deb ham qarash mumkin.

## 2.20-§. Valning buralishdagi mustahkamlik sharti

Buralishdagi mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishda yoziladi:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_{\rho}} \leq \tau_{adm} \quad (2.79)$$

Bu yerda  $\tau_{adm}$  — urinma kuchlanishning joiz qiymati bo'lib, ko'pincha cho'zilish uchun joiz normal kuchlanishning 0,5—0,6 qismiga teng qilib olinadi.

(2.79) hisob tenglamasi yordamida doiraviy kesimli yaxlit va kovak vallar uchun quyidagi uchta masalalarni yechish mumkin:

a) valning kesimidagi kuchlanishni tekshirish masalasi; bu masalaning mohiyati shundaki agar valning kesim yuza o'lchamlari va unga qo'yilgan  $T$  ma'lum bo'lsa, u holda tavsifli kesimdagi maksimal urinma kuchlanish aniqlanib,  $\tau_{adm}$  bilan solishtiriladi:

$$\tau_{\max} \leq \tau_{adm} \quad (2.79a)$$

b) val uzata oladigan maksimal burovchi momentni aniqlash masalasi; agar valning kesim yuza o'lchamlari va uning materiali uchun joiz urinma kuchlanish ma'lum bo'lsa, u holda bu masala

$$T_{max} \leq \tau_{adm} \cdot W_{\rho} \quad (2.79)b$$

formula yordamida yechiladi.

d) yangi vallarni loyihalash masalasi; bu masalani yechish uchun val materialining joiz urinma kuchlanishi va tavsifli kesimdagi eng katta burovchi moment ma'lum bo'lishi kerak. Masalan, (2.79) formulaga qarshilik momentining ifodasini qo'yib, yaxlit val uchun quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

$$\frac{16T}{\pi D^3} \leq \tau_{adm} \quad (2.79)d$$

bundan

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot T}{\pi \tau_{adm}}} = 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{\tau_{adm}}} \quad (2.80)$$

Xuddi shu tarzda ichi kovak vallar uchun quyidagilarni topamiz:

$$D \geq 1,72 \sqrt[3]{\frac{T}{(1 - \alpha^4) \cdot \tau_{adm}}} \quad (2.81)$$

Bu yerda  $\alpha = \frac{d}{D}$  ichki diametrning tashqi diametrga nisbati.



### Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Nisbiy buralish burchagi qanday aniqlanadi?
2. Nisbiy siljish va nisbiy buralish burchagi orasida qanday munosabat mavjud?
3. Buralishda qarshilik momenti qanday aniqlanadi? Uning o'lchamligini yozing.
4. Qanday kattalik buralishdagi bikrlilik deyiladi? Uning o'lchamligini yozing.
5. Buralishda Guk qonuni qanday ifodalanadi?
6. Kesimi doiraviy vallar buralganda kesimning qaysi nuqtalarida eng katta urinma kuchlanishlar paydo bo'ladi?
7. Kesimi doiraviy vallar buralganda mustahkamlik sharti qanday ko'rinishda yoziladi?

## Tekis egilish

## 2.21-§. Asosiy tushunchalar

Sterjenlarning markaziy cho‘zilish-siqilishini va vallarning buralishini tahlil qilib, ularning deformatsiyagacha bo‘lgan bo‘ylama to‘g‘ri o‘qi deformatsiyadan keyin ham to‘g‘riligicha qolishiga ishonch hosil qilgan edik.

Ammo to‘sinlar egilishining tavsifli xususiyati shundaki, o‘zaro parallel ko‘ndalang kesimlarning bir-birlariga nisbatan og‘ishi va bo‘ylama o‘q ustida yotuvchi barcha nuqtalarning vertikal ko‘chishi natijasida to‘g‘ri chiziqli geometrik o‘q egri chiziqqa aylanadi.

To‘sinlar egilganda barcha kesimlarda ichki kuch faktorlaridan faqat ko‘ndalang kuch  $Q$  va eguvchi moment  $M$  lar hosil bo‘ladi.

Tashqi yuklarning qo‘yilishi va to‘sinlarning mahkamlanish usullariga ko‘ra egilishlar turli xil bo‘lishi mumkin.

Agar barcha tashqi yuklar (tayanch reaksiyalari ham) to‘sin bo‘ylama o‘qidan o‘tuvchi bitta tekislikda yotsa va bu tekislik simmetriya tekisliklari bilan ustma-ust tushsa, u holda egilish ham mazkur simmetriya tekisligida sodir bo‘ladi; odatda bunday egilish **tekis egilish** deb yuritiladi.

Tashqi yuklarning qo‘yilishi va to‘sinlarning mahkamlanish usullariga qarab tekis egilish sof va ko‘ndalang egilishlarga ajratiladi.

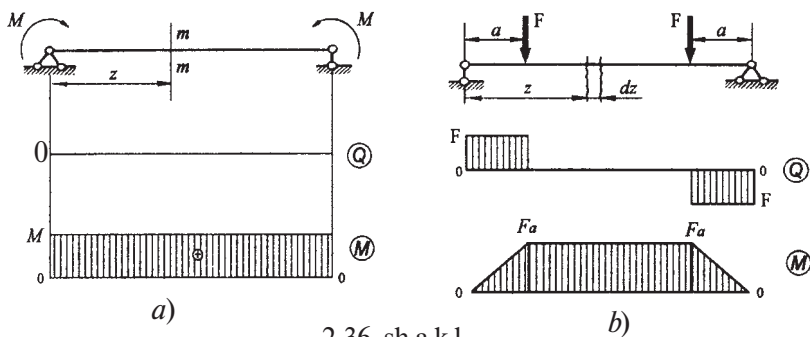
*Sof egilishda* to‘sinning ko‘ndalang kesim yuzalarida kesuvchi kuch nolga teng bo‘lib, eguvchi moment o‘zgarmas miqdorga teng bo‘ladi; *ko‘ndalang egilishda* esa kesim yuzalarida eguvchi momentdan tashqari kesuvchi kuch ham paydo bo‘ladi.

2.36-shaklda tasvirlangan to‘sinlarning kesuvchi kuch va eguvchi moment epyuralarini tahlil qilib, quyidagi xulosalarga kelish mumkin (to‘sinlarning xususiy og‘irliklari e‘tiborga olinmagan):

2.36-shakl,  $a$  da tasvirlangan to‘sin faqat sof egilishga qarshilik ko‘rsatadi;

2.36-shakl,  $b$  da tasvirlangan to‘sinning faqat o‘rta qismi sof egilishga, chap va o‘ng qismlari esa ko‘ndalang egilishga qarshilik ko‘rsatadi.

To‘sinning ko‘ndalang kesimlaridagi ichki zo‘riqishlarni mazkur kesimlarda paydo bo‘luvchi kuchlanishlar muvozanatlaydi. Aniqrog‘i, eguvchi momentni normal kuchlanish, kesuvchi kuchni esa urinma kuchlanish muvozanatlaydi.



2.36- sh a k l

Bundan normal kuchlanish faqat eguvchi momentga, urinma kuchlanish esa kesuvchi kuchga bog'liq ekan, degan xulosa kelib chiqadi:

$$\sigma = \sigma(M) \quad (a)$$

$$\tau = \tau(Q) \quad (b)$$

Bu xulosa normal va urinma kuchlanishlarni alohida aniqlashga, ya'ni sof va ko'ndalang egilishlarni bir-birlaridan mustaqil o'rganishga imkon beradi.

## 2.12-§. Sof egilishda normal kuchlanishlarni aniqlash

Sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinning ixtiyoriy kesimlarida paydo bo'luvchi eguvchi momentlarni muvozanatlovchi normal kuchlanishni aniqlaymiz.

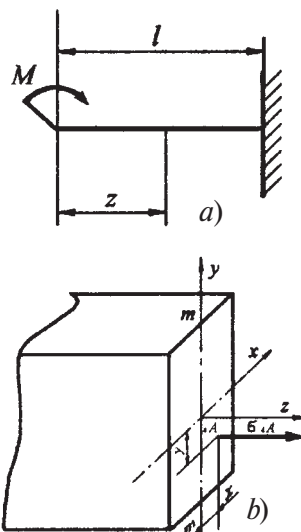
### I. Masalaning statik tomoni

Quyidagi ishlarni ketma-ket bajaramiz:

1) to'sinni chap tayanchdan ixtiyoriy  $z$  absissa bo'yicha fikran qirqamiz (2.37-shakl, a).

2)  $m-m$  kesimning o'ng tomonini tashlab yuborib, to'sinning qolgan qismini alohida ajratib olamiz (2.37-shakl, b). Kesimdan koordinatalari  $x$ ,  $y$  va yuzasi  $\Delta A$  bo'lgan element ajratib olamiz; bu elementga faqat  $\Delta N = \sigma \Delta A$  ichki zo'riqish ta'sir ko'rsatadi;

3) ajratilgan qismning muvozanatini tekshiramiz. Umumiy holda oltita muvozanat tenglamasini tuzish mumkin:



2.37-shakl



$$\left. \begin{aligned} \Sigma F_{ix} &= 0; & \Sigma M_x(F_i) &= 0 \\ \Sigma F_{iy} &= 0; & \Sigma M_y(F_i) &= 0 \\ \Sigma F_{iz} &= 0; & \Sigma M_z(F_i) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.82)$$

Biz tekshirayotgan holat uchun yuqoridagi tenglamalarning dastlabki ikkitasi ayniyat ravishda nolga aylanadi; chunki  $\Delta N_z$  ichki zo'riqish kuchi  $ox$  va  $oy$  o'qlariga nisbatan tik yo'nalgan.

Muvozanat tenglamalarining uchinchisi

$$\Sigma \sigma \cdot \Delta A_i = 0 \quad (2.82) a$$

to'rtinchisi

$$M - \Sigma \sigma y \cdot \Delta A_i = 0 \quad (2.82) b$$

beshinchisi esa

$$\Sigma \sigma \cdot \Delta A_i = 0 \quad (2.82) d$$

shaklida ifodalanadi.

Nihoyat, muvozanat tenglamalarining oxirgisi ayniyat ravishda nolga aylanadi, chunki  $\Delta N_z$  zo'riqish kuchi  $oz$  o'qiga parallel yo'nalgandir.

Shunday qilib, cheksiz ko'p noma'lum miqdor  $\sigma$  ga ega bo'lgan uchta tenglamalar sistemasiga ega bo'ldik. Bu jihatdan olganda sof egilishda normal kuchlanishni aniqlash masalasi statik aniqmas ekan.

## II. Masalaning geometrik tomoni

Sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sin (masalan, rezinadan yasalgan)ning sirtiga to'r chizib (2.38-shakl, a), deformatsiyadan so'ng quyidagi hodisalar namoyon bo'lishini kuzatish mumkin:

1) to'sinning sirtidagi bo'ylama chiziqlar deformatsiyadan keyin oraliq masofa  $t$  ni o'zgartirmasdan egrilanadi; ko'ndalang chiziqlar esa to'g'riligicha qoladi. Bu hol, birinchidan  $y$  o'qi yo'nalishida chiziqli deformatsiya ( $\epsilon_y = 0$ ) mavjud emasligini, ikkinchidan esa Bernulli gipotezasining to'g'ri ekanligini tasdiqlaydi.

2) to'sinning qavariq tomonidagi tolalari cho'zilib ( $a_2 > a$ ), botiq tomonidagi tolalari esa siqiladi ( $a_1 < a$ ); ular orasida yotuvchi qandaydir tolalar o'z uzunliklarini o'zgartirmaydi (masalan,  $a_0 = a$ , 2.38-shakl, b). Demak, to'sinning cho'zilgan va siqilgan tolalar qatlami orasida shunday qatlam mavjud ekanki, unda yotuvchi tolalar to'sin egilganda ham o'z uzunliklarini o'zgartirmas ekan.

To'sinning cho'zilmagan va siqilmagan tolalari yotgan qatlami **neytral qatlam**

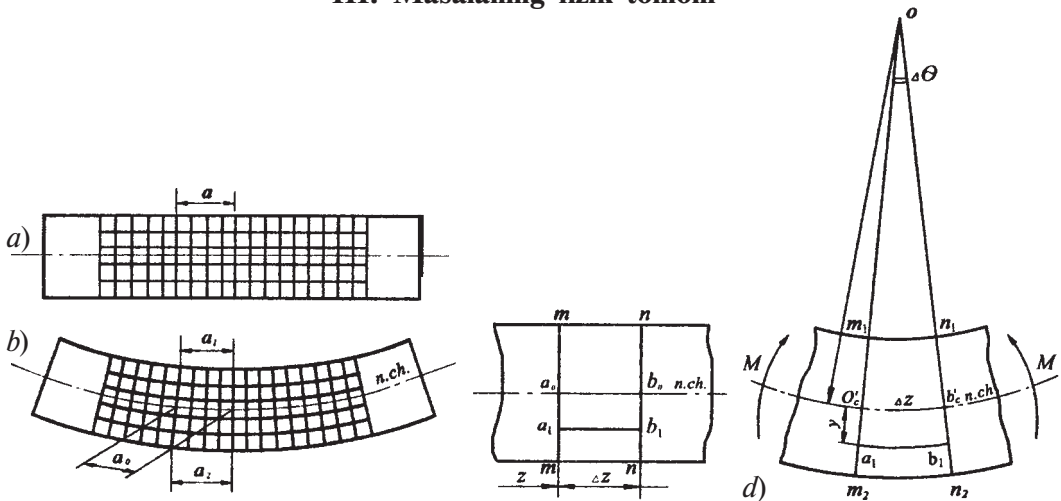
deyiladi. Neytral qatlam tekisligi bilan to'sinning ko'ndalang kesim tekisligi kesishgan chiziq mazkur kesimning **neytral o'qi** deb ataladi. To'sin egilganda har bir ko'ndalang kesim o'zining neytral o'qi atrofida aylanadi.

Brusdan ajratib olingan  $\Delta z$  uzunlikdagi elementni ko'rib chiqamiz (2.38-shakl, d); neytral qatlamdan yuqoridagi barcha tolalar cho'zilib, pastki tolalar esa siqiladi.

Materiallar qarshiligi to'la kursida neytral qatlamdan  $y$  masofadagi ixtiyoriy tolaning nisbiy cho'zilishi neytral o'qqacha bo'lgan masofaga mutanosib ekanligi isbotlangan:

$$\varepsilon_z = \frac{y}{\rho} \quad (2.83)$$

### III. Masalaning fizik tomoni



2.38-shakl

Masalaning fizik tomonini tahlil qilish uchun tekshirilayotgan tolaning kuchlanish holatini bilish muhimdir. Yuqorida ko'rib o'tganimizdek, birinchidan, tolaning  $\Delta A$  ko'ndalang kesimida urinma kuchlanish ta'sir ko'rsatmaydi; u holda urinma kuchlanishlarning juftlik qonuniga asosan, to'sin o'qiga parallel kesimlarda ham urinma kuchlanishlar paydo bo'lmaydi. Ikkinchidan, qo'shni tolalarning  $y$  o'qi yo'nalishidagi o'zaro ta'sirini ifodalovchi normal kuchlanish ham nolga teng, chunki mazkur yo'nalishda chiziqli deformatsiya ( $\varepsilon_y = 0$ ) mavjud emas.

Bundan chiqdi, to'sinning barcha bo'ylama tolalari bir-birlariga bosim

ko'rsatmasdan, balki ular chiziqli kuchlanish holatida bo'lib, mustaqil ravishda faqat cho'zilar yoki siqilar ekan; bu xulosa neytral o'qdan  $y$  masofada turgan tolalardagi normal kuchlanishlarni aniqlash uchun oddiy cho'zilish yoki siqilishdagi Guk qonunini qo'llashga imkon beradi:

$$\sigma = E\varepsilon_z \quad (2.84)$$

#### IV. Sintez

(2.83) munosabatni nazarda tutib, normal kuchlanish uchun quyidagi ifodani yozamiz:

$$\sigma = E \frac{y}{\rho} \quad (2.85)$$

Bu yerda  $E$  va  $\rho$  lar kesim yuzasi  $\Delta A$  ga teng bo'lgan elementning holatiga bog'liq bo'lmagan miqdorlardir.

Demak, sof egilishda to'sin ko'ndalang kesimida yotgan barcha nuqtalarning normal kuchlanishi, mazkur nuqtadan neytral o'qqacha bo'lgan masofaga mutanosib ekan.

Oxirgi formula garchi normal kuchlanishning kesim yuza balandligi bo'yicha chiziqli qonuniyat bilan o'zgarishini ifodalasa-da, ammo uning yordamida kuchlanishni hisoblab bo'lmaydi. Chunki neytral o'qning holati va neytral qatlamning egrilik radiusi hozircha bizga ma'lum emas. Shu bois, (2.85) ifodani e'tiborga olgan holda yuqoridagi tenglamalar sistemasini quyidagicha yozamiz:

$$\left. \begin{aligned} \sum E \frac{y}{\rho} \Delta A_i = \frac{E}{\rho} \sum y \Delta A_i = 0 \\ \frac{E}{\rho} \sum y^2 \Delta A_i - M = 0 \\ \frac{E}{\rho} \sum xy \Delta A_i = 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.86)$$

Bizga ma'lumki, (2.86) ifoda tarkibidagi yig'indilar, tegishlicha ko'ndalang kesim yuzaning neytral o'qqa nisbatan statik momentini va o'qli inersiya momentini hamda  $x$  va  $y$  o'qlariga nisbatan markazdan qochma inersiya momentini ifodalaydi:

$$S_x = \sum y \Delta A_i, \quad J_x = \sum y^2 \Delta A_i, \quad D_{xy} = \sum xy \cdot \Delta A_i, \quad (2.87)$$

Shuni ham qayd qilish muhimki,  $\frac{E}{\rho} = \text{const}$  va nolga teng bo'lmagan miqdordir.

Demak, (2.87) ifodaning birinchi va uchinchisidan  $S_x = 0$  va  $D_{xy} = 0$  ekanligi kelib chiqadi.  $S_x$  ning nolga teng bo'lishi  $x$  o'qining kesim yuza og'irlik markazidan o'tishini,  $D_{xy}$  ning nolga teng bo'lishi esa  $ox$  va  $oy$  o'qlarning bosh o'qlar ekanligini bildiradi.

(2.87) ifodaning ikkinchisidan neytral qatlamning egriligini topamiz:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EJ_x} \quad (2.88)$$

Nihoyat oxirgi ifodani (2.85) ga qo'yib, quyidagi munosabatga ega bo'lamiz:

$$\sigma = \frac{M}{J_x} y \quad (2.89)$$

Bu yerda  $M_x$  — kuchlanish topiladigan kesimdagi eguvchi moment.

Olingan ifoda sof egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinning ko'ndalang kesimida yotuvchi istalgan nuqtadagi normal kuchlanishni aniqlash formulasi yoki Navye formulasi deyiladi.

Oxirgi formulani quyidagicha yozamiz:

$$\sigma = \frac{M_x}{\frac{J_x}{y}}$$

Mahrajdagi ifoda  $y = y_{max}$  bo'lganda kesim yuzaning neytral o'qqa nisbatan qarshilik momentini ifodalaydi:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{max}}$$

Demak, Navye formulasi

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} \quad (2.90)$$

shaklda yoziladi.

Shuni ta'kidlab o'tish muhimki, Navye formulasi garchi sof egilish holati uchun chiqarilgan bo'lsada, undan ko'ndalang egilgan to'sinning kesimidagi har qanday nuqtaning normal kuchlanishini aniqlashda ham foydalanish mumkin.

## 2.23-§. Ko‘ndalang egilishda urinma kuchlanishlarni aniqlash

To‘sinning ixtiyoriy kesimlarida hosil bo‘luvchi urinma kuchlanishlarning miqdori va kesim yuza bo‘yicha taqsimlanish qonuniyatlarini aniqlaymiz (isbotsiz):

$$\tau_y = \frac{QS_x^{ajr}}{bJ_x} \quad (2.91)$$

Bu yerda  $S_x^{ajr}$  — ko‘ndalang kesimdan urinma kuchlanishi topilishi kerak bo‘lgan qatlamning yuqorisidan ajratib olingan yuzachaning neytral o‘qqa nisbatan statik momenti;

$b = b_y$  — urinma kuchlanishi topiladigan qatlamdagi ko‘ndalang kesimning eni;

$J_x$  — ko‘ndalang kesimning neytral o‘qqa nisbatan inersiya momenti;

$Q = Q_x$  — tekshirilayotgan ko‘ndalang kesimdagi kesuvchi kuch.

(2.91) formulani birinchi bo‘lib rus muhandisi D.I. Juravskiy keltirib chiqargan; shuning uchun bu formula Juravskiy formulasi yoki ko‘ndalang kesimning ixtiyoriy nuqtasidagi urinma kuchlanishni aniqlash formulasi deb ataladi.

To‘g‘ri to‘rtburchakli kesimning balandligi bo‘yicha urinma kuchlanishning taqsimlanish qonuniyatini tekshiramiz (2.39-shakl, a).

Dastlab, urinma kuchlanish topilishi kerak bo‘lgan nuqtadan yuqorida joylashgan yuzaning neytral o‘qqa nisbatan statik momentini aniqlaymiz:

$$S_x^{ajr} = A_{ajr} y_c = \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)$$

chunki

$$A_{ajr} = d \left( \frac{h}{2} - y \right), \quad y_c = y + \frac{\left( \frac{h}{2} - y \right)}{2} = \frac{1}{2} \left( \frac{h}{2} + y \right)$$

Bundan tashqari  $J_x = \frac{bh^3}{12}$ ,  $b = const$  ekanliklari ma’lum. Natijada, quyidagi ifoda hosil bo‘ladi:

$$\tau_y = \frac{Q \frac{b}{2} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right)}{b \frac{bh^3}{12}} = \frac{6Q}{bh^3} \left( \frac{h^2}{4} - y^2 \right) \quad (2.91)a$$

Demak, urinma kuchlanish kesim yuza balandligi bo'yicha parabola qonuniyati bilan o'zgarar ekan.

Urinma kuchlanishning epyurasini quramiz:

$$y = \pm 0,5 h \text{ bo'lganda } \tau = 0 \text{ bo'ladi};$$

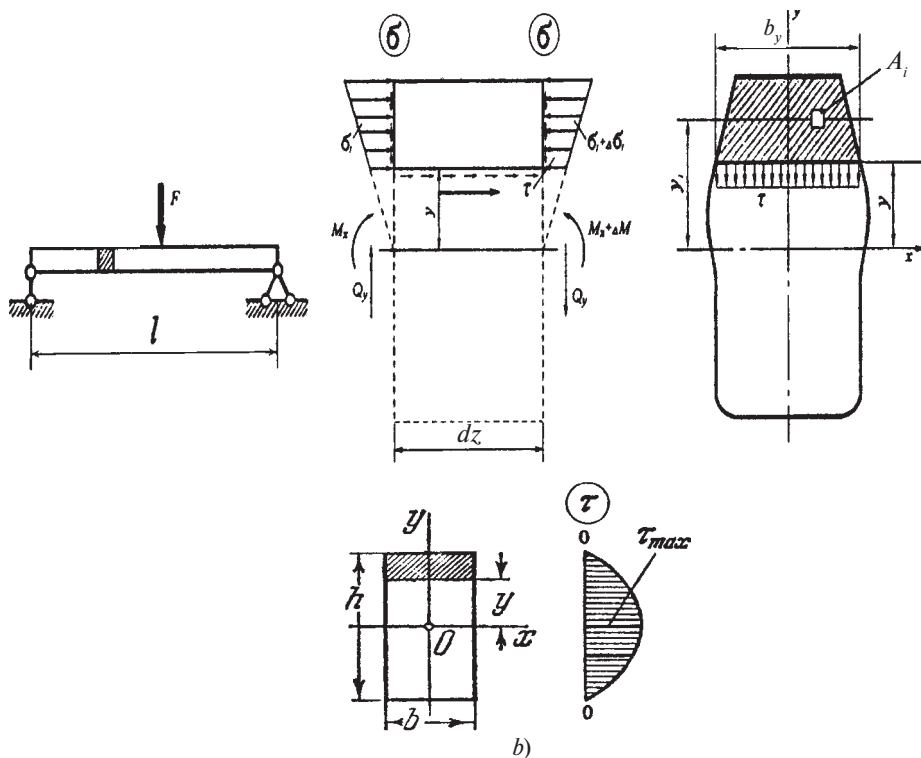
$$y = 0 \text{ bo'lganda } \tau = \frac{3Q}{2A} \text{ bo'ladi.}$$

Urinma kuchlanish  $\tau$  ning epyurasi 2.39-shakl, b da ko'rsatilgan.

Eng katta urinma kuchlanish neytral o'q ustidagi nuqtalarda bo'lib, uning qiymati quyidagicha bo'ladi:

$$\tau_{max} = \frac{3 Q_{max}}{2 A}$$

Demak, ko'ndalang egilishdagi eng katta urinma kuchlanish sof siljish holatidagi o'rtacha urinma kuchlanish  $\tau_{o'rt} = \frac{Q_{max}}{A}$  dan 1,5 marta katta ekan.



2.39- sh a k l

## 2.24-§. To'sinlarning normal va urinma kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlik sharti

Egishda normal kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagi ko'rinishga ega:

$$\sigma_{max} = \frac{M_x(max)}{W_x} \leq \sigma_{adm} \quad (2.92)$$

Bu yerda  $W_x$  — neytral o'qqa nisbatan to'sin ko'ndalang kesimining minimal qarshilik momenti;

$M_x(max)$  — absolyut qiymati bo'yicha eng katta eguvchi moment;

$\sigma_{adm}$  — tekshirilayotgan to'sin materiali uchun joiz normal kuchlanish;

To'sinning mustahkamlik shartidan foydalanib, quyidagi uchta masalani yechish mumkin:

a) to'sinni mustahkamlikka tekshirish, ya'ni xavfli kesimdagi haqiqiy maksimal kuchlanishni aniqlab, uni mazkur to'sin materiali uchun joiz kuchlanish bilan taqqoslash:

$$\sigma_{max} \leq \sigma_{adm} \quad (2.92)a$$

b) kesim yuza tanlash, ya'ni qarshilik momenti quyidagi shartni qanoatlantirishi kerak:

$$W_x \geq \frac{M_x(max)}{\sigma_{adm}} \quad (2.92)b$$

d) to'sin materiali ko'tara oladigan kuchni topish, ya'ni xavfli kesimdagi eguvchi moment quyidagi shartni qanoatlantirishi kerak:

$$M_x(max) \leq W_x \sigma_{adm} \quad (2.92)d$$

To'sinning urinma kuchlanishlar bo'yicha mustahkamlik sharti quyidagicha yoziladi:

$$\tau_{max} = \frac{Q(max)S_x^{ajr}(max)}{b_0 J} \leq \tau_{adm} \quad (2.93)$$

Bu yerda  $S_x^{qjr}(max)$  — ko‘ndalang kesimning neytral o‘qi yuqorisidagi yuzaning mazkur o‘qqa nisbatan statik momenti;  
 $b_0$  — ta’sir chizig‘idagi kesimning eni;  
 $\tau_{adm}$  — to’sin materiali uchun joiz urunma kuchlanish.

## 2.25-§. Egilishdagi ko‘chishlarni aniqlash

Biz shu vaqtgacha egilgan to’sinlarni kuchlanishlar (normal, urinma va bosh kuchlanishlar) bo‘yicha mustahkamlikka tekshirish bilan shug‘ullandik. Endi esa egilgan to’sinlarni bikriklikka tekshirish masalalari haqida fikr yuritamiz.

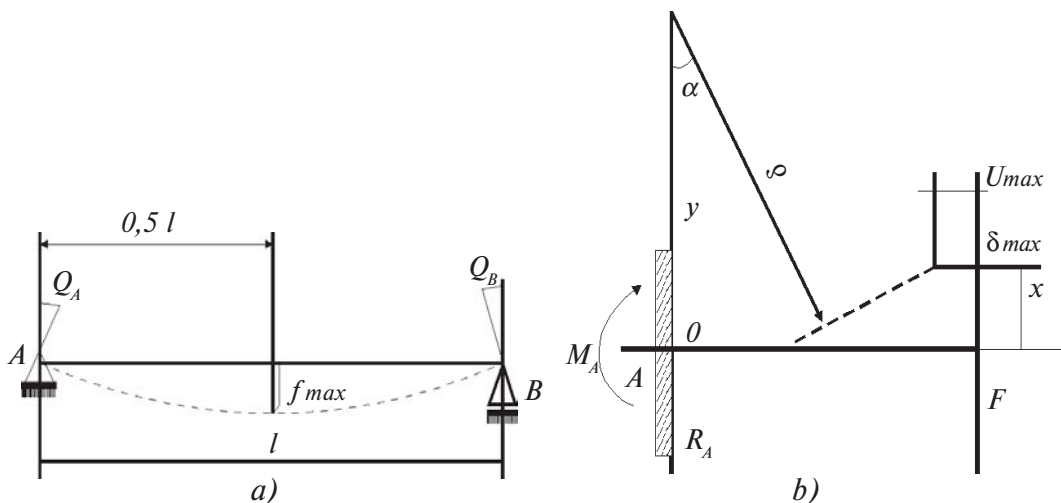
To’sinlarni bikriklikka hisoblash uchun ularni deformatsiyalarini bilish muhimdir.

To’sinlarning egilishdagi deformatsiyalari barcha ko‘ndalang kesimlarning holatlarini tavsiflaydigan quyidagi ikkita ko‘chishlardan iborat bo‘ladi (2.40-shakl, a):

a) istalgan nuqtalarning salqiligi — chiziqli ko‘chish;

b) istalgan ko‘ndalang kesimlarning aylanish burchaklari — burchakli ko‘chish.

To’sinning ko‘ndalang kesim og‘irlik markazining to’sin o‘qiga tik yo‘nalishdagi ko‘chishi uning mazkur kesimdagi salqiligi deyiladi va  $v_z$  yoki  $f$  harflari bilan belgilanadi.



2.40- sh a k l



Ixtiyoriy ko'ndalang kesimning dastlabki (deformatsiyalanmagan) vaziyatga nisbatan tekis qolgan holda neytral o'q atrofida ma'lum burchakka og'ishiga mazkur kesimning aylanish burchagi deyiladi va  $\theta$  harfi bilan belgilanadi.

Deformatsiyalangan to'sinning barcha ko'ndalang kesim og'irlik markazlarining geometrik o'rniga egilgan o'q yoki elastik chiziq deyiladi; elastik chiziq tekis egri chiziq bo'lib, u kuch tekisligida yotadi.

To'sinlarning deformatsiyasini, shuningdek, bikrligini tekshirish masalasi asosan elastik chiziqning  $v = v(z)$  ko'rinishdagi tenglamasini aniqlashga keltiriladi. To'sinlarni bikrlikka hisoblash uchun joiz salqilik

$$v_{adm} = \frac{\ell}{m} \quad (a)$$

ni aniqlash muhimdir.

Bunda  $m$  – loyihalash meyorlariga muvofiq 300 dan 1000 gacha bo'lgan oraliqdagi o'zgarmas son hisoblanadi; mas'uliyatli inshootlar, xususan temir yo'l ko'priklari uchun  $m = 1000$  qilib tanlanadi.

Egilishga qarshilik ko'rsatuvchi barcha mavjud konstruksiya elementlarida gorizontal ko'chish  $u(max)$  vertikal ko'chish  $v(max)$  ga qaraganda yetarlicha kichik ekanligi tasdiqlangan. Bu xulosa gorizontal ko'chishni e'tiborga olmasa ham bo'ladi, yoki boshqacha aytganda barcha nuqtalar faqat vertikal yo'nalishda ko'chadi deb hisoblashga imkon beradi (2.40-shakl, b).

Umuman olganda egilishlardagi ko'chishlar quyidagi cheklanishlarga tayangan holda aniqlanadi:

- 1) salqilik to'sin uzunligiga nisbatan juda kichik deb faraz qilinadi;
- 2) to'sinning kesimi deformatsiyadan keyin ham tekisligicha qoladi (Bernulli gipotezasi);
- 3) ko'ndalang kuchlardan hosil bo'luvchi siljish deformatsiyalari e'tiborga olinmaydi, deb faraz qilinadi; bu taxmin ko'ndalang kesim tekisligi to'sin egilgandan keyin ham elastik chiziqqa tikligicha qoladi, deyishga imkon beradi.

Ma'lumki, elastik chiziqning egriligi  $1/\rho$  eguvchi momentga to'g'ri, bikrlikka teskari mutanosib bog'lanishda edi:

$$1/\rho = - M/EJ \quad (b)$$

Ifodadagi minus ishora to'sinning yuqori tolalari cho'zilayotganligini ko'rsatadi.

Egilishdagi deformatsiyalarni aniqlashning bir qancha usullari mavjud; biz faqatgina Vereshagin usuli bilan qisqacha tanishib chiqamiz.

1925-yilda Moskva temiryo‘l muhandislari institutining talabasi A.N.Vereshagin grafo-analitik usulda ko‘chishlarni aniqlashni taklif etgan. Ba‘zan bu usul epyuralarni o‘zaro ko‘paytirish usuli ham deb yuritiladi.

Quyida Vereshagin formulasini isbotsiz keltiramiz:

$$\Delta = \frac{A\eta^c}{EJ} \quad (2.94)$$

Demak, Vereshagin usulida ko‘chishni aniqlash uchun tashqi kuchdan qurilgan epyura yuzasi  $A$  ni mazkur yuza og‘irlik markaziga to‘g‘ri keluvchi birlik kuch epyurasining ordinatasi  $\eta^c$  ga ko‘paytirib, olingan natijani brusning bikrligi  $EJ$  ga bo‘lish kerak.

Agar elastik brus  $n$  ta uchastkadan iborat bo‘lsa, Vereshagin formulasi quyidagicha bo‘ladi:

$$\Delta = \frac{1}{EJ} \sum_{i=1}^n A_i \eta_i^c \quad (2.95)$$

Bikrligi pog‘anali ravishda o‘zgaruvchi  $n$  ta uchastkali elastik bruslar uchun Vereshagin formulasi

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \frac{A_i \eta_i}{EJ_i} \quad (2.96)$$

ko‘rinishda yoziladi.

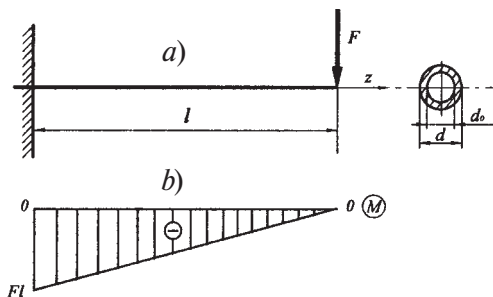
Shuni ta’kidlab o‘tish lozimki, o‘zgaruvchan kesimli bruslarning ko‘chishlarini Vereshagin usulida aniqlab bo‘lmaydi; bunday hollarda ko‘chishlarni aniqlashning boshqa usullari qo‘llaniladi.

Agar tashqi va birlik kuchlardan qurilgan eguvchi moment epyuralari brusning bo‘ylama o‘qidan bir tomonda yotsa  $A_i \eta_i^c$  ko‘paytma musbat, aksincha turli tomonlarda yotsa manfiy ishorali hisoblanadi.

## XII bobga oid masalalar

**2.5-masala.** Uzunligi  $\ell = 1,0$  m bo‘lgan konsolning uchiga  $F = 900$  kN kuch qo‘yilgan (2.41-shakl, a). Konsolning kesim yuzasi xalqa ( $d=100$  mm,  $d_0=80$  mm)dan iborat bo‘lib, u St.3 po‘latdan tayyorlangan. Po‘lat uchun oquvchanlik chegarasi  $\sigma_{o.ch.} = 240$  MPa ga teng.

Xavfli kesimdagi mustahkamlikning ehtiyot koeffitsientini hisoblang.



2.41-shakl

### Yechish.

Eguvchi moment epyurasidan ko'rinib turibdiki, xavfli kesim qistirib mahkamlangan tayanch kesimga mos keladi, chunki bu kesimda eng katta eguvchi moment  $M_{max} = F \ell = 100 \text{ Nm}$  ta'sir ko'rsatadi (2.41-shakl, b).

Xavfli kesimdagi normal kuchlanishni hisoblaymiz:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_z} = \frac{F \ell}{0.1 d^3 (1 - c^4)} = \frac{900 \cdot 100}{0.1 \cdot 10^3 (1 - (0.8)^4)} = 1525 \frac{kG}{sm^2} = 152,5 \text{ MPa}$$

Ma'lumki, plastik materiallar uchun mustahkamlikning ehtiyot koeffitsienti

$$n = \frac{\sigma_{o.ch.}}{\sigma_{max}}$$

formuladan topiladi.

$$\text{Shunday qilib, } n = \frac{240}{152,5} = 1,58$$

**2.6-masala.** Po'lat materialdan tayyorlangan oddiy to'singa  $F = 3,5 \text{ t}$  kuch ta'sir etmoqda (2.42-shakl, a). To'sinning uzunligi 4 m ga teng. Faraz qilaylik, to'sin uch xil variantda, ya'ni kesimi kvadrat, to'g'ri to'rtburchak va qo'shtavr shaklda tayyorlangan bo'lsin.

Kesim yuzalarini taqqoslab, tegishli xulosa chiqaring.

### Yechish.

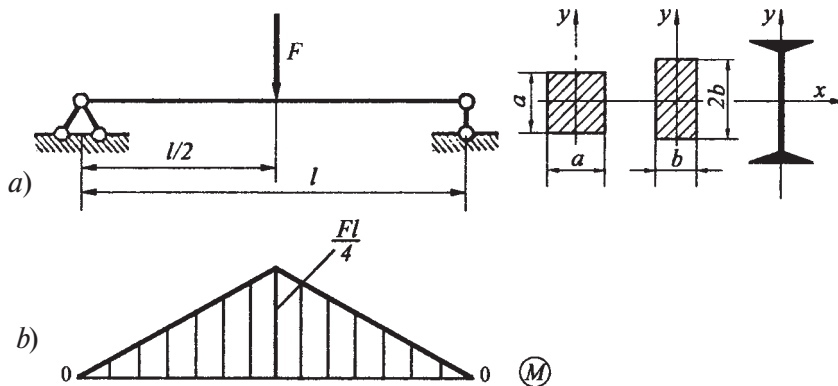
Eguvchi moment epyurasini qurib (2.42-shakl, b), xavfli kesimni aniqlaymiz. To'sinning o'rtasida

$$M_{max} = \frac{Pl}{4} = \frac{3,5 \cdot 4}{4} = 3,5 \text{ tm}$$

moment ta'sir etganligi sababli, bu kesim xavfli kesim deb hisoblanadi.

Normal kuchlanish bo'yicha mustahkamlik shartidan qarshilik momentining zaruriy qiymatini topamiz:

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = \frac{3,5 \cdot 10^5}{1600} = 218 \text{ sm}^3$$



2.42- sh a k l

Har bir variant uchun kesim yuza o'lchamlarini aniqlaymiz:

a) kvadrat uchun qarshilik momenti

$$W_x^1 = \frac{a^3}{6}$$

formuladan topiladi. Buni  $W_x$  bilan tenglashtirsak

$$a = \sqrt[3]{6W_x} = \sqrt{6 \cdot 218} = 11 \text{ sm}$$

kelib chiqadi.

b) to'g'ri to'rtburchak uchun qarshilik momenti

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}b^3$$

ga teng; yuqoridagi singari kesim yuza o'lchamlarini aniqlaymiz:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2}W_x} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot 218} = 6,9 \text{ sm}; \quad h = 2b = 2 \cdot 6,9 = 13,8 \text{ sm}$$

d) qo'shtavr uchun sortament jadvalidan (GOST 8239-72 bo'yicha)  $W_x \geq 218 \text{ sm}^3$  ga yaqin bo'lgan №22 qo'shtavr ( $W_x^{GOST} = 232 \cdot \text{sm}^3$ ;  $A_{lav} = 30,6 \cdot \text{sm}^2$ ) ni tanlaymiz.

Topilgan qiymatlar asosida kesim yuzalarini taqqoslaymiz (2.4-jadval).

| Kesim yuzasi          | Kvadrat | To'g'ri to'rtburchak | Qo'shtavr |
|-----------------------|---------|----------------------|-----------|
| A, sm                 | 121     | 95                   | 30,6      |
| $K=A/A_{\text{tavr}}$ | 4,0     | 3,15                 | 1,0       |

Jadvaldan ko'rinib turibdiki, kesim yuzasi qo'shtavr bo'lgan to'sin yengil bo'lib, uni tayyorlashga kam material sarflanar ekan.

**2.7-masala.** Uzunligi  $2\ell$  bo'lgan konsolning uchiga  $F = \text{const}$  kuch qo'yilgan (2.43-shakl). Vereshagin usuli yordamida K kesimning chiziqli va burchakli ko'chishlarini toping. To'sinning egilishdagi bikrligi  $EJ = \text{const}$  deb hisoblansin.

### Yechish.

Masala quyidagi tartibda yechiladi:

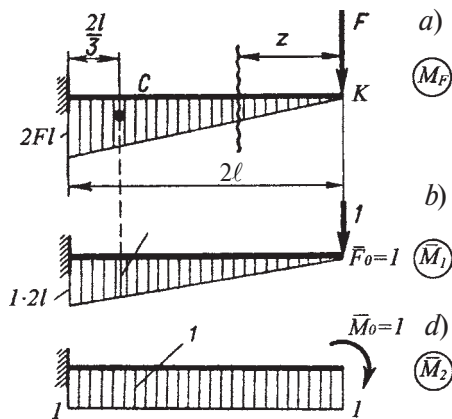
1. Tashqi kuchdan eguvchi moment epyurasi quriladi. Buning uchun kesish usulidan foydalanib, eguvchi momentning analitik ifodasini tuzamiz:

$$M(z) = -F \cdot z \quad (0 \leq z \leq 2\ell)$$

$z = 0$  da  $M(0) = 0$  bo'ladi;

$z = 2\ell$  da  $M(2\ell) = -2F\ell$  bo'ladi.

Bu qiymatlar asosida qurilgan  $M_F$  epyurasi 2.43-shakl, a da ko'rsatilgan.



2.43-shakl

2. Masalaning shartiga qarab yordamchi sxemalar chizamiz (2.43-shakl, b, d).

K kesimning chiziqli ko'chishini topish uchun konsolning uchiga  $F_0=1$  to'plagan kuch, burchakli ko'chishini topish uchun esa  $M_0=1$  juft kuch — moment qo'yamiz.

Odatdagidek, kesish usulidan foydalanib, birlik kuchlardan  $\bar{M}_1$  va  $\bar{M}_2$  epyuralarni quramiz.

Quyidagilarni aniqlaymiz:

$A = \frac{1}{2} F 2\ell \cdot 2\ell = 2Fl^2$  (tashqi kuchdan hosil bo'lgan eguvchi moment epyurasining yuzasi);

$\eta_1^C = \frac{2}{3} 2l = \frac{4l}{3}$  (A yuzaning og'irlik markazi C nuqtaga mos keluvchi, birlik kuchning moment epyurasidan olingan ordinata);

$\eta_2^C = 1$  (A yuzaning og'irlik markazi C nuqtaga mos keluvchi, birlik juft kuchning moment epyurasidan olingan ordinata).

K nuqtaning chiziqli ko'chishini aniqlaymiz:

$$\Delta = f_k = \frac{1}{EJ} A\eta_1^C = \frac{1}{EJ} 2Fl^2 \cdot \frac{4l}{3} = \frac{8Fl^3}{3EJ}$$

K nuqtaning burchakli ko'chishini aniqlaymiz:

$$\Delta = \theta_k = \frac{1}{EJ} A\eta_2^C = \frac{1}{EJ} 2Fl^2 \cdot \frac{4l}{3} = \frac{8Fl^3}{3EJ}$$



### Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Egilishda ichki kuch faktorlaridan qaysilari paydo bo'ladi?
2. Sof egilish va ko'ndalang egilish nima?
3. Neytral qatlam va neytral o'q nima?
4. Sof egilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
5. Ko'ndalang egilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
6. Normal kuchlanish bo'yicha to'sinlarning mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
7. Urinma kuchlanish bo'yicha to'sinlarning mustahkamlik sharti qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
8. Egilishda paydo bo'luvchi chiziqli va burchakli ko'chishlar qanday aniqlanadi?
9. Vereshagin formulasi qanday ko'rinishga ega?

**Murakkab qarshilik****2.26-§. Asosiy tushunchalar**

Biz yuqorida o‘tilgan boblarda konstruksiya elementlarining markaziy cho‘zilish yoki siqilish, siljish, buralish, sof va ko‘ndalang egilish kabi oddiy deformatsiyalarini tekshirib chiqdik. Odatda, oddiy deformatsiyalar sodir bo‘lishi uchun tekshirilayotgan elementlarning istalgan ko‘ndalang kesim yuzalarida ichki zo‘riqishlardan faqatgina bittasi ta’sir ko‘rsatishi kerak. Masalan, agar sterjenlarning istalgan ko‘ndalang kesim yuzalari faqat bo‘ylama kuchlar ta’sirida bo‘lsa, u holda markaziy cho‘zilish yoki siqilish deformatsiyasi paydo bo‘ladi. Bordi-yu, sterjenning barcha ko‘ndalang kesim yuza tekisliklariga mazkur tekisliklarda yotuvchi juft kuchlar ta’sir ko‘rsatsa, buralish deformatsiyasi yuzaga keladi.

Shuni ta’kidlash zarurki, garchi ko‘ndalang egilishga qarshilik ko‘rsatuvchi to‘sinlarning kesimlarida ichki zo‘riqishlardan ikkitasi – ko‘ndalang kuch  $Q$  va eguvchi moment  $M$  mavjud bo‘lsa-da, ko‘ndalang egilish oddiy deformatsiya tarzida o‘rganildi. Chunki bunday paytlarda xavfli kesimda paydo bo‘luvchi eng katta normal kuchlanish  $\sigma_M(\max)$  mazkur kesimdagi eng katta urinma kuchlanish  $\tau_Q(\max)$  dan yetarlicha katta bo‘lib, to‘sin ko‘pincha eguvchi moment bo‘yicha mustahkamlikka hisoblanadi.

Lekin muhandislik amaliyotida konstruksiya elementlari bir vaqtning o‘zida ikki yoki undan ortiq oddiy deformatsiyalarga qarshilik ko‘rsatishlari mumkin. Masalan, mashina vallari buralishi hamda egilishi mumkin. Chunki bunday hollarda ularning istalgan ko‘ndalang kesimlariga ichki zo‘riqishlardan faqat burovchi va eguvchi momentlar ta’sir ko‘rsatadi. Ko‘prik va kran fermalari sterjenlarining cho‘zilishi bilan birgalikda egilishga ham qarshilik ko‘rsatishi ularning barcha kesimlarida bo‘ylama kuch va eguvchi moment ta’sirida ekanligidan dalolat beradi.

**Tekshirilayotgan konstruksiya elementlari yoki mashina qismlarining barcha ko‘ndalang kesim yuzalariga ta’sir ko‘rsatuvchi ikki yoki undan ortiq ichki zo‘riqishlar natijasida vujudga keladigan deformatsiyalar murakkab deformatsiya yoki murakkab qarshilik deyiladi.**

Murakkab deformatsiyaga uchraydigan birkonstruksiya uning tuzilmalari koʻndalang kesimlaridagi barcha nuqtalarda umumiy holda uchta normal ( $\sigma_{N(z)}$ ,  $\sigma_{M(x)}$ ,  $\sigma_{M(y)}$ ) va uchta urinma ( $\tau_{Q(x)}$ ,  $\tau_{Q(y)}$ ,  $\tau_{M(z)}$ ) kuchlanishlar paydo boʻladi.

## 2.27-§. Qiyshiq egilish

**Toʻsinda oʻz oʻqiga tik yoʻnalgan va bosh tekisliklardan birining ham ustida yotmagan natijaviy eguvchi moment taʼsiridan qiyshiq egilish deformatsiyasi sodir boʻladi** (2.44-shakl, a).

Qiyshiq egilishda natijaviy eguvchi moment tekisligi bilan egilish tekisligi ustma-ust tushmaydi.

Qiyshiq egilishda natijaviy normal kuchlanishni aniqlaymiz:

$$\sigma_z = \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y \quad (2.97)$$

Oxirgi ifoda qiyshiq egilishni kesimning markaziy bosh inersiya oʻqlariga nisbatan olingan eguvchi momentlar taʼsiridan hosil boʻlgan ikkita toʻgʻri egilishlar yigʻindisidan iborat ekanligini tasdiqlaydi. Demak, qiyshiq egilish bosh inersiya tekisliklarida sodir boʻlgan ikkita toʻgʻri egilishlar yigʻindisidan iborat ekan.

Kuchlanish topiladigan nuqta kesimda joylashuviga qarab musbat yoki manfiy ishorali koordinatalarga ega boʻlishi mumkin. Buni eʼtiborga olib (2.97) formulani quyidagi koʻrinishda umumlashtirib yozish maqsadga muvofiqdir:

$$\sigma_z = \pm \frac{M_y}{J_y} x \pm \frac{M_x}{J_x} y \quad (2.98)$$

(2.98) formula boʻyicha kesimning istalgan nuqtasidagi kuchlanish topiladi. Shuni taʼkidlash muhimki, bu formuladan foydalanayotganda kuchlanishi topiladigan nuqtaning koordinatalari ishorasini, albatta, eʼtiborga olish zarur.

Tekshirilayotgan holda  $M_x = M \cos \varphi$ ,  $M_y = M \sin \varphi$  ekanligini nazarda tutib, neytral oʻq tenglamasini

$$y = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi x \quad (2.99)$$

koʻrinishda yozib olamiz.

Neytral oʻq koordinata boshidan oʻtuvchi toʻgʻri chiziq boʻlib, uning holatini  $\beta$  burchak aniqlaydi (2.44-shakl, b). Neytral oʻq ustida yotuvchi biror  $K(x_0, y_0)$  nuqta uchun



$$y_0 = -\frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi x_0$$

bundan  $-\frac{y_0}{x_0} = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi$  yoki

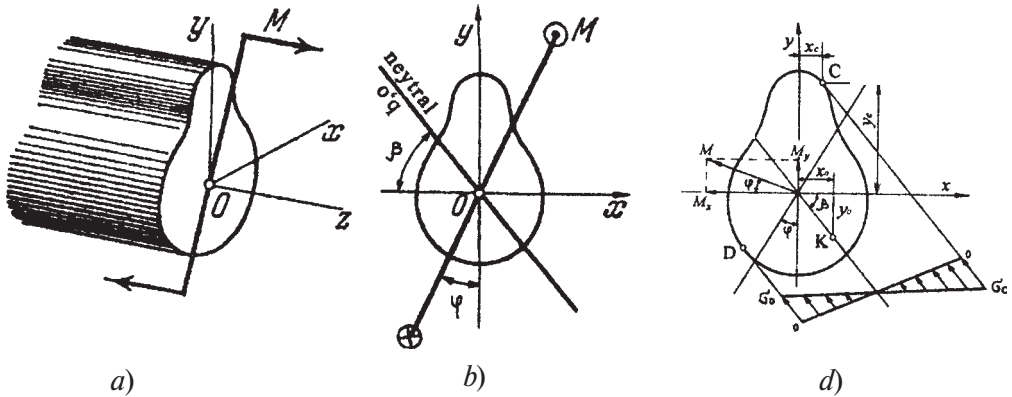
$$\operatorname{tg} \beta = \frac{J_x}{J_y} \operatorname{tg} \varphi$$

(2.100)

(2.100) formula neytral o'qning holatini aniqlaydi. Bu formula qiyshiq egilishda neytral o'qning natijaviy eguvchi moment tekisligining iziga tik emasligini tasdiqlaydi.

Kvadrat, doiraviy, halqa kabi kesimli to'sinlar qiyshiq egilishga qarshilik ko'rsatmaydilar, chunki ularda  $J_x = J_y$  va nihoyat  $\beta = \varphi$  bo'lib, egilish kuch tekisligida sodir bo'ladi.

Neytral o'qqa parallel holda kesim konturiga urinma o'tkazib, kesim yuzada normal kuchlanish epyurasini quramiz (2.44-shakl, d).



2.44- shakl

Epyuradan ko'rinib turibdiki, neytral o'qdan eng uzoqda joylashgan C va D nuqtalarda tegishli eng katta  $\sigma_c$  cho'zuvchi va  $\sigma_d$  siquvchi kuchlanishlar paydo bo'ladi. Bu kuchlanishlar bo'yicha qiyshiq egilishga qarshilik ko'rsatuvchi to'sinlar mustahkamlikka tekshiriladi.

## 2.28-§. Markaziy bo'lmagan cho'zilish yoki siqilish

Qutb nuqtasi deb ataluvchi A nuqtaga F kuch qo'yilganda brus kesimlarida  $N_z = F$ ,  $M_x = Fy_F$ ,  $M_y = Fx_F$  ichki zo'riqishlar paydo bo'ladi (2.45-shakl). Shu bois, brus markazlashmagan cho'zilish yoki siqilishga qarshilik ko'rsatadi.

Tekshirilayotgan hol uchun normal kuchlanish formulasi quyidagicha yoziladi:

$$\sigma_z = \frac{F}{A} \left( 1 + \frac{x_F}{i_y^2} x + \frac{y_F}{i_x^2} y \right) \quad (2.101)$$

Bu yerda  $i_x$ ,  $i_y$  lar inersiya radiuslari bo'lib, quyidagicha aniqlanadi:

$$i_x = \sqrt{\frac{J_x}{A}}, \quad i_y = \sqrt{\frac{J_y}{A}}, \quad (2.102)$$

Neytral o'q uchun

$$\left( 1 + \frac{x_F}{i_y^2} x + \frac{y_F}{i_x^2} y \right) = 0 \quad (2.103)$$

chunki  $\sigma_z \neq 0$ .

(2.101) formuladan markazlashmagan cho'zilish (siqilish)ga qarshilik ko'rsatuvchi brusning ixtiyoriy kesimida yotuvchi nuqtalarning normal kuchlanishi topiladi.

(2.103) ifodaga markazlashmagan cho'zilish (siqilish)da neytral o'q tenglamasi deyiladi.

Endi neytral o'qning holatini aniqlashga o'tamiz.

(2.103) tenglamani quyidagicha yozib olamiz:

$$\frac{x}{\left( -\frac{i_y^2}{x_F} \right)} + \frac{y}{\left( -\frac{i_x^2}{y_F} \right)} = 1 \quad (2.104)$$

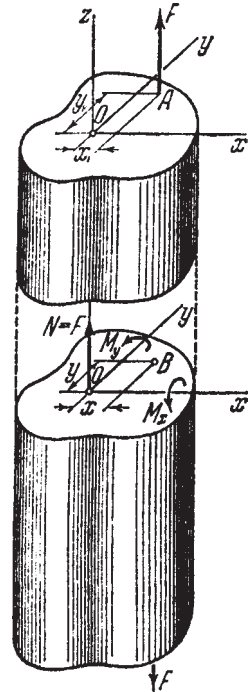
Bu tenglamadan ko'rinib turibdiki, neytral o'q kesimning og'irlik markazidan o'tmas ekan; neytral o'q bosh inersiya o'qlaridan quyidagi kesmalarni ajratadi:

$$a_x = -\frac{i_y^2}{x_F}, \quad a_y = -\frac{i_x^2}{y_F} \quad (2.105)$$

Demak, neytral o'qning holati kuchning miqdoriga bog'liq bo'lmasdan, balki kuch qo'yilgan nuqtaning holatigagina bog'liq ekan.

Koordinata boshidan birorta

$$ax + by + c = 0 \quad (2.106)$$



2.45-shakl

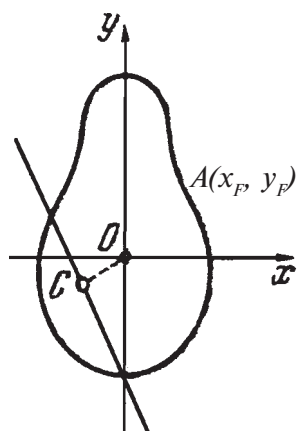
ko‘rinishdagi to‘g‘ri chiziqqacha bo‘lgan eng qisqa masofa

$$\overline{OC} = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (2.107)$$

ga teng (isbotsiz).

Tekshirilayotgan hol uchun (2.55-shakl):

$$\overline{OC} = \frac{1}{\sqrt{\frac{x_F^2}{i_Y^4} + \frac{y_F^2}{i_X^4}}} \quad (2.108)$$



2.46-shakl

Oxirgi ifoda ham neytral o‘qning holatini aniqlaydi: qutb nuqtasi kesim og‘irlik markaziga yaqinlashgan sari neytral o‘q undan uzoqlasha boradi, aksincha bo‘lsa yaqinlashadi.

Bundan chiqdi, kuchning qo‘yilish nuqtasiga qarab (aytaylik, brus cho‘zuvchi kuch ta‘sirida bo‘lsin), quyidagi xulosalarga kelish mumkin:

a) neytral o‘q kesim yuzani kesib o‘tadi; bunday holda kesimda ikki xil ishorali kuchlanish paydo bo‘ladi;

b) neytral o‘q kesimga tegib o‘tadi; kesimda bir xil ishorali kuchlanish paydo bo‘ladi;

d) neytral o‘q kesimning tashqarisidan o‘tadi; kesimda bir xil ishorali kuchlanish hosil bo‘ladi.



### Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Qaysi holdagi egilish qiyshiq egilish deyiladi?
2. Qiyshiq egilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
3. Qiyshiq egilishda neytral o‘q tenglamasini yozing va uni tushuntiring.
4. Markazlashmagan cho‘zilish yoki siqilish nima?
5. Markazlashmagan cho‘zilish yoki siqilishda normal kuchlanish qanday aniqlanadi?
6. Markazlashmagan cho‘zilish yoki siqilishda neytral o‘q tenglamasini yozing va uni tushuntiring.

## Siqilgan sterjenlarning ustuvorligi (bo'ylama egilish)

### 2.29-§. Asosiy tushunchalar

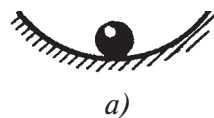
Nazariy mexanikadan ma'lumki, mutlaq qattiq jismlarning muvozanat holati uch xil bo'ladi: ustuvor (turg'un), farqsiz va noustuvor (turg'unmas). Masalan, botiq sirt ichida sharning muvozanati ustuvor bo'ladi, chunki shar biroz qo'zg'atilib, qo'yib yuborilgach, yana o'zining dastlabki muvozanat holatiga qaytib keladi (2.47-shakl, a). Gorizontaal tekislikda yotgan sharcha farqsiz muvozanat holatda bo'ladi (2.47-shakl, b); muvozanat holatdan chiqarilgan sharcha kuch ta'siri to'xtatilgach, o'zining dastlabki holatiga qaytmadan yangi muvozanat holatni egallaydi. Nihoyat, qavariq sirt ustida turgan shar noustuvor muvozanat holatda bo'ladi (2.47-shakl, d); muvozanatdan chiqarilgan shar kuch ta'siri to'xtatilgandan keyin oldingi holatiga qaytmaydi.

Shunga o'xshash misollarni deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarda, xususan siqilgan sterjenlarning muvozanatini o'rganish jarayonida ham uchratish mumkin.

Yuqorida tekshirilgan misollardan ko'rinib turibdiki, absolyut qattiq jismlarning ustuvorligi ularga qo'yilgan tashqi kuchlarga bog'liq emas. Masalan, sharning og'irligi uning ustuvorligiga ta'sir ko'rsatmaydi. Ammo deformatsiyalanuvchi qattiq jismlarning ustuvorligi ularga ta'sir etuvchi kuchning qiymati, yo'nalishi, qo'yilish joyi kabi bir qancha omillarga uzviy bog'liqdir.

Pastki uchi bilan qistirib mahkamlangan to'g'ri chiziqli uzun va ingichka sterjenning yuqori uchiga statik ravishda asta-sekin oshib boruvchi siquvchi  $F$  kuch qo'yilgan bo'lsin.

Agar yetarli darajada kichik siquvchi kuch ta'siridagi sterjenni birorta ko'ndalang kuch bilan yon tomondan turtib yuborsak, kuchlar ta'siri to'xtatilgach, sterjen biroz tebranib, o'zining dastlabki to'g'ri chiziqli holatiga qaytadi (2.48-shakl, a). Sterjenning bu holatiga **ustuvor muvozanat** deyiladi.



a)

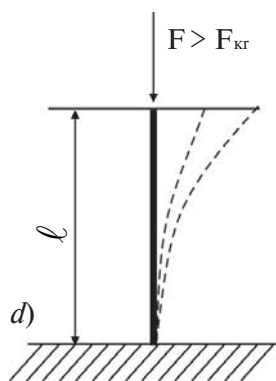
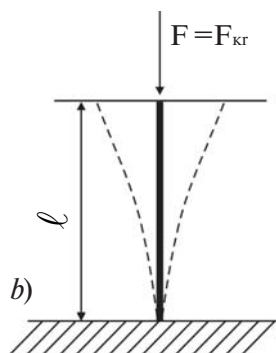
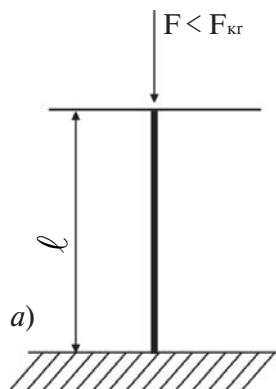


b)



d)

2.47-sh a k l



2.48- sh a k l

Siquvchi kuchni sekin-asta oshira borib, uning shunday qiymatini topish mumkinki, bu qiymatda ko'ndalang yo'nalishdagi turtkidan keyin tashqi ta'sir to'xtatilgach, u to'g'ri chizikli muvozanat holatiga qaytmasdan, egilganicha qoladi (2.48-shakl, b).

Bordi-yu, sterjen to'g'rilab qo'yilsa, u o'zining dastlabki to'g'ri chizikli muvozanat holatini egallaydi. Sterjenning bu holatiga **farqsiz muvozanat** deyiladi; bu holatga to'g'ri keluvchi siquvchi kuchning qiymatiga esa kritik qiymat yoki kritik kuch deb aytiladi hamda  $F_{kr}$  harfi bilan belgilanadi.

Kritik kuchdan kattaroq kuch bilan siqilgan sterjen tabiiyki, kuch ta'siri to'xtatilgach, dastlabki to'g'ri chizikli holatiga to'liq qaytmaydi, balki egilib, ustuvorligini yo'qotadi (2.48-shakl, d). Sterjenning bu holatiga **noustuvor muvozanat** deyiladi.

Shunday qilib, kritik kuch farqsiz muvozanat holatiga tegishli shunday kuch ekanki, agar uning qiymati «salgina» kamaytirilsa sterjen ustuvor, aksincha oshirilsa u noustivor muvozanat holatni egallaydi.

To'g'ri chizikli uzun va ingichka siqilgan sterjenlar ustuvorligining yo'qolish hodisasiga bo'ylama egilish deb ataladi.

Bo'ylama egilish xavfli, unga yo'l qo'yib bo'lmaydi. Masalan, siquvchi kuch  $F_{kr}$  dan salgina oshirilgandayoq egilish juda tez o'sib (salqilik bilan siquvchi kuch orasida chizikli bog'lanish mavjud), sterjen to'satdan yemirilishi ham mumkin.

Shu jihatdan qaraganda, siqilgan sterjenlarning xavf-xatarsiz ishlashini ta'minlovchi siquvchi kuchning haqiqiy qiymati  $F_{kr}$  ni kritik kuch dan kichik qilib olish maqsadga muvofiqdir:

$$F = \frac{F_{kr}}{n^s} \quad (2.109)$$

Bunda  $n^s$  — ustuvorlikning hisoblab aniqlanadigan yoki haqiqiy ehtiyot koeffitsienti)\*.

\* s—indeksi ingliz tilidagi stabilite (ustuvorlik) so'zidan olingan.

Ustuvorlikning talab etiladigan yoki zaruriy ehtiyot koeffitsienti maxsus jadvallardan olinadi.

Masalan, mashinasozlik konstruksiyalarining po‘lat materiallardan yasalgan qismlarini hisoblashda  $n_{adm}^s = 4\div 5$  ga teng qilib, qurilish konstruksiyalarining qismlarini hisoblashda esa  $n_{adm}^s$  quyidagicha olinadi (2.5-jadval):

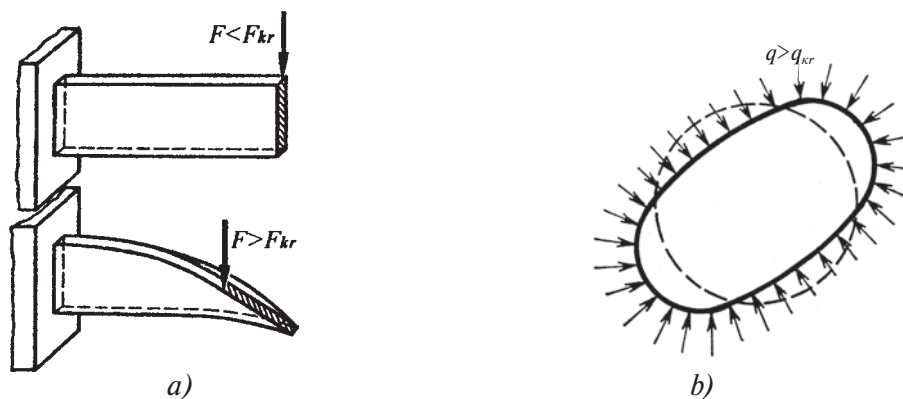
2.5-jadval

| № | Materiallar | Ustuvorlikning ehtiyot koeffitsienti $n_{adm}^s$ ning qiymati |
|---|-------------|---|
| 1 | Po‘lat      | 1,8 – 3,0   |
| 2 | Yog‘och     | 2,8 – 3,2   |
| 3 | Cho‘yan     | 5,0 – 5,5   |

Ustuvorlikning yo‘qolish hodisasi faqat siqilgan sterjenlargagina xos bo‘lmasdan, balki konstruksiyalarning boshqa xildagi elementlarida ham uchraydi. Masalan, tekis egilishga qarshilik ko‘rsatuvchi to‘g‘ri to‘rtburchak kesimli yupqa devorli konsol kuch kritik qiymatdan oshirilganda ustuvorligini yo‘qotib, egilish va buralishga birgalikda qarshilik ko‘rsatadi (2.49-shakl, a).

Radial yo‘nalishda siqilishga qarshilik ko‘rsatuvchi yupqa halqa  $q > q_{cr}$  kuch ta‘sirida shaklini ellipsga o‘zgartirib, siqilish bilan egilishga birgalikda qarshilik ko‘rsatadi (2.49-shakl, b).

Bu misollar ustuvorlik yo‘qolganda konstruksiya qismlarining deformatsiyalanish tavsifi ham sifat jihatidan o‘zgarib ketishini, ya‘ni oddiy deformatsiyaning murakkab deformatsiyaga aylanishini to‘liq tasdiqlaydi.



2.49- sh a k l

Shuning uchun ustuvorlikka oid masalalarni yechishda kritik kuch va kritik kuchlanishni aniqlash muhim ahamiyatga ega.

Materiallar qarshiligi to'la kursida kritik kuchni

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell^2} \quad (2.110)$$

ko'rinishdagi formula yordamida topish mumkinligi isbotlangan.

(2.110) formulani birinchi bo'lib 1744-yilda Peterburg Fanlar Akademiyasining a'zosi Leonard Eyler taklif etganligi sababli uni Eyler formulasi, bu formula bo'yicha topilgan kuchni esa Eyler kuchi deb ataladi.

### 2.30-§. Kritik kuch qiymatiga sterjen uchlari mahkamlanish turining ta'siri

Kritik kuchning kattaligi sterjenlar uchlarning mahkamlanishiga ham bog'liq bo'ladi. Buni oydinlashtirish maqsadida uchlari tayanchga turlicha birlashtirilgan sterjenlar uchun kritik kuchni aniqlaymiz:

a) sterjenning uchlari vertikal yo'nalishda erkin harakatlana oluvchi polzun sharnir vositasida 2.50-shakl, a da tasvirlangandek mahkamlangan (asosiy hol).

Bu usul bo'yicha tayanchlarga mahkamlangan sterjenlar uchun kritik kuch

$$F_{1kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell^2} \quad (2.111)$$

formuladan topilishini L. Eyler isbotlagan:

b) sterjenning faqat pastki uchi qistirib tiralgan (2.50-shakl, b).

Sterjenning o'q chizig'ini, chizmada ko'rsatilgandek, davom ettirib, quyidagi xulosaga kelish mumkin: bir uchi bilan qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa mutlaqo erkin turgan sterjen birinchi (asosiy) usulda mahkamlangan sterjen qanday sharoitda bo'lsa (ishlasa), xuddi shunday sharoitda bo'ladi (ishlaydi), qachonki uning uzunligi  $2\ell$  ga teng bo'lsa. Boshqacha aytganda, bir uchi qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa mutlaqo erkin turgan sterjen uzunligi  $2\ell$  ga teng bo'lgan va birinchi (asosiy) usul bo'yicha mahkamlangan sterjen kabi sharoitda bo'ladi.

Bundan chiqdi, ikkinchi usul bo'yicha mahkamlangan sterjen uchun kritik kuchni topishda (2.111) formuladagi  $\ell$  ni  $2\ell$  ga almashtirish kifoya:

$$F_{2kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(2\ell)^2} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{4\ell^2} \quad (2.112)$$

yoki 
$$F_{2kr} = \frac{1}{4} F_{1kr} \quad (2.112) a$$

d) sterjen ikki uchi bilan qistirib tiralgan yoki sterjenning ikkala uchi ham vertikal yoʻnalishda erkin harakatlanuvchi polzunga biriktirilgan (2.50-shakl, d).

Sterjenning elastik chizigʻi ikkita burilish nuqtasiga ega boʻlgan uchta teng boʻlakchadan iborat. Uzunligi  $0,5\ell$  ga teng boʻlgan boʻlakcha goʻyoki asosiy usul boʻyicha mahkamlangan sterjen kabi sharoitda boʻladi. Shu sababli (2.111)dagi  $\ell$  ning oʻrniga  $0,5\ell$  ni qoʻyish lozim:

$$F_{3kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(0,5\ell)^2} = \frac{4\pi^2 EJ_{min}}{\ell^2} \quad (2.113)$$

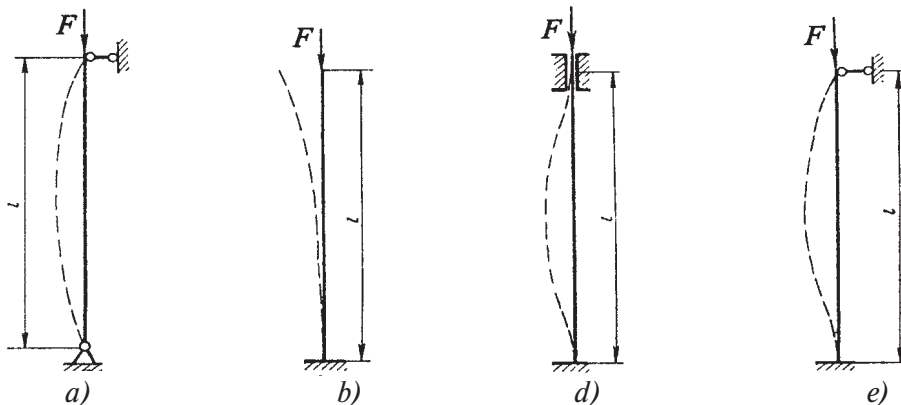
yoki 
$$F_{3kr} = 4F_{1kr} \quad (2.113a)$$

e) sterjenning bir uchi qistirib tiralgan, ikkinchi uchi esa qoʻzgʻaluvchan sharnirli tayanchga yoki vertikal yoʻnalishda erkin harakatlanuvchi polzunga sharnir vositasida mahkamlangan (2.50-shakl, e).

Elastik chiziqda bitta burilish nuqtasi mavjud boʻlib, u ikki boʻlakdan iborat; sterjenning  $0,7\ell$  qismi asosiy usul boʻyicha mahkamlangan sterjen qanday sharoitda boʻlsa, xuddi shunday sharoitda boʻladi.

Tekshirilayotgan hol uchun kritik kuch

$$F_{4kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(0,7\ell)^2} \quad (2.114)$$



2.50- sh a k l



yoki

$$F_{4kr} \cong 2F_{1kr}$$

(2.114) a

ko‘rinishlarda ifodalanadi.

Shunday qilib, yuqorida bayon etilgan barcha hollar uchun kritik kuch aniqlanadigan formulalarni

$$F_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{\ell_{kel}^2} \quad (2.115)$$

ko‘rinishda umumlashtirish mumkin.

Bunda  $\ell_{kel} = \mu \ell$  — sterjenning keltirilgan uzunligi;  
 $\mu$  — uzunlikning keltirish koeffitsienti bo‘lib,  
sterjen uchlarining tayanchlarda mahkamlanish  
turlarini e‘tiborga oladi (2.6-jadval).

2.6-jadval

| Sterjen uchlarining mahkamlanish usullari | Uzunlikning keltirish koeffitsienti $\mu$ ning qiymati |
|---|--|
| 2.59-shakl, $a$ bo‘yicha                  | 1  |
| 2.59-shakl, $b$ bo‘yicha                  | 2  |
| 2.59-shakl, $d$ bo‘yicha                  | 0,5  |
| 2.59-shakl, $e$ bo‘yicha                  | 0,7  |

### 2.31-§. Kritik kuchlanish. Eyler formulasining tatbiq etilish chegarasi

Eyler formulasi bo‘yicha kritik kuch topilgach, kritik kuchlanishni quyidagicha yozish mumkin:

$$\sigma_{kr} = \frac{F_{kr}}{A} \quad (2.116)$$

yoki

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 EJ_{min}}{(\mu \ell)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu \ell}{i_{min}}\right)^2} \quad (2.117)$$

bunda  $A$  – sterjenning ko‘ndalang kesim yuzasi.

$i_{min} = \sqrt{\frac{J_{min}}{A}}$  – sterjen ko‘ndalang kesimining eng kichik inersiya radiusi.

(2.117) formulaning maxrajidagi o‘lchamsiz miqdorni  $\lambda$  harfi bilan belgilaymiz:

$$\lambda = \frac{\mu \ell}{i_{min}} \quad (2.118)$$

bunda  $\lambda$  – sterjenning egiluvchanligi bo‘lib, o‘lchamsiz miqdor.

Oxirgi ifodani e‘tiborga olib, kritik kuchlanishni quyidagicha yozamiz:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.119)$$

Eyler formulasini amalda tatbiq etayotganda undan faqat mutanosiblik chegarasidagina foydalanish mumkin yoki boshqacha aytganda uni ishlatishda

$$\sigma_{kr} \leq \sigma_{mut} \quad \text{yoki} \quad \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{mut} \quad (2.120)$$

shartni buzmaslik kerak.

Bunda  $\sigma_{mut}$  – sterjen materialining mutanosiblik chegarasi

(St3 po‘lat uchun  $\sigma_{mut} = 200 \text{ MPa}$ ).

Eyler formulasini tatbiq etilish chegarasini aniqlash maqsadida (2.121) shartdan  $\lambda$  ni ushbu ko‘rinishda yozib olamiz:

$$\lambda \geq \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{mut}}} \quad (2.121)$$

2.7-jadvalda egiluvchanlikning chegaraviy qiymati keltirilgan.

| № | Materiallarning nomlanishi                  | $\lambda$ | $a$  | $b$  | $c$  |
|---|---|-----------|------|------|------|
|   |   | —         | MPa  | MPa  | MPa  |
| 1 | Po‘lat:                                     |           |      |      |      |
|   | St 2, St3                                   | 100       | 310  | 1,14 | —    |
|   | St5   |           | 464  | 3,26 | —    |
|   | Po‘lat 40                                   | 90        | 321  | 1,16 | —    |
| 2 | Tarkibida kremniy miqdori oshirilgan po‘lat | 100       | 589  | 3,82 | —    |
| 3 | Cho‘yan                                     | 80        | 776  | 12   | 0,53 |
| 4 | Yog‘och (qarag‘ay)                          | 110       | 29,3 | 0,19 | —    |

Demak, St3 navli po‘latdan yasalgan sterjenlar uchun Eyler formulasini egiluvchanlik 100 dan katta bo‘lgandagina tatbiq etish mumkin, xolos.

Bordi-yu tekshirilayotgan sterjenning egiluvchanligi 2.7-jadvalda berilgan qiymatlardan kichik bo‘lsa, F.S.Yasinskiy tomonidan taklif etilgan quyidagi empirik (tajribalar natijasiga asoslangan) formula ishlatiladi:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda \quad (2.122)$$

yoki cho‘yan uchun 
$$\sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2 \quad (2.123)$$

bunda  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – materialning xossasiga bog‘liq bo‘lib, tajribalardan aniqlanadi.

2.51-shaklda St 3 navli po‘lat materialidan yasalgan sterjen uchun kritik kuchning egiluvchanlikka bog‘liqlik grafigi tasvirlangan.

Grafikning  $\lambda = 0 - 40$  oralig‘ida kritik kuchlanishning qiymati o‘zgarmas bo‘lib,  $\sigma_{sr} = \sigma_{och} = \sigma_y$  ga teng. Grafikning  $\lambda = 40 - 100$  oralig‘i empirik formula yordamida qurilgan.

Grafikning  $\lambda > 100$  qismi giperbolako‘rinishidabo‘lib, Eyler formulasi asosida chizilgan.

Shunday qilib, bo‘ylama egilishga hisoblanayotgan sterjenlarni quyidagi uchta guruhga ajratish mumkin:

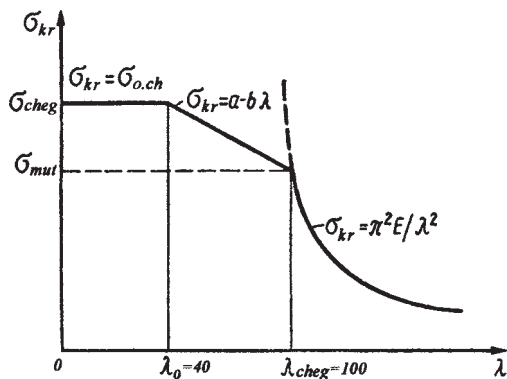
$$\sigma_e = \text{const}, \quad 0 \leq \lambda \leq 40 \quad (\text{bikr sterjenlar});$$

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda, \quad 0 \leq \lambda \leq 100 \quad (\text{o‘rtacha bikrlikdagi sterjenlar});$$

$$\frac{\pi^2 E}{\lambda^2}, \lambda > 100$$

(egiluvchan sterjenlar).

Tajriba natijalari va Eyler formulasiga tayanib, boshqa materiallar uchun ham  $\sigma_{kr} = f(\lambda)$  bog‘lanish grafigini qurish mumkin.



2.51-shakl



### Tekshirish uchun savol va topshiriqlar

1. Bo‘ylama egilish hodisasining mohiyatini tushuntiring.
2. Kritik kuch nima?
3. Eyler formulasi umumiy ko‘rinishda qanday yoziladi?
4. Uzunlikning keltirish koeffitsienti sterjen uchlarining mahkamlanish usullariga bog‘liqmi? Bu holatni misollar yordamida tushuntiring.
5. Sterjen egiluvchanligi qanday formula yordamida topiladi?
6. Kritik kuchlanish formulasini yozing va uning mohiyatini tushuntiring.
7. Kam uglerodli po‘lat uchun qurilgan kritik kuchlanish va egiluvchanlik orasidagi bog‘lanish grafigining mazmunini tushuntiring.