С. Ҳ. СИРОЖИДДИНОВ,
Г. П. МАТВИЕВСКАЯ, А. АҲМЕДОВ

БЕРУНИЙ—МАТЕМАТИК ВА АСТРОНОМ

С. Ҳ. СИРОЖИДДИНОВ, Г. П. МАТВИЕВСКАЯ,
А. АҲМЕДОВ

АБУ РАЙҲОН БЕРУНИЙ АСАРЛАРИДА МАТЕМАТИКА ВА АСТРОНОМИЯ

УЗБЕКИСТОН ССР «ФАН» НАШРИЕТИ
ТОШКЕНТ — 1973

51
С 60

Сирожиддинов С. Ҳ. ва бошқ.
Абу Райҳон Беруний асарларида математика ва астрономия. (ЎзССР ФА илмий — оммабоп китоблар таҳрир ҳайъати томонидан нашрга тасдиқланган). Т., «Фан», 1973.
48 бет.
Сарл. олдида авт.: С. Ҳ. Сирожиддинов, Г. П. Матвиевская, А. Аҳмедов.
1. Соавт.

Сиражиддинов С. Х. и др. Математика и астрономия в работах Абу Райхана Беруни.

001+51+52

Ушбу рисолада Абу Райҳон Берунийнинг математика ва астрономия соҳасидаги фаолияти оммабоп тарзда баён этилади. Математиканинг айрим қоидаларини яратиш ва талқин қилишдаги Берунийнинг роли кўрсатилади, унинг асарларидан мисоллар келтирилади. Шунингдек, унда буюк олимнинг ҳаётига оид кўплаб маълумотларни ўқиш мумкин.

Китобча юқори синф ўқувчилари, математика ўқитувчилари, математика тўгарагида шуғулланувчиларга ва Ўрта Осиё фани тарихи билан қизиқувчи кенг китобхонлар оммасига мўлжалланган

2-2-1

КИРИШ

1973 йили буюк хоразмлик энциклопедист олим Абу Райҳон Берунийнинг туғилганига 1000 йил тўлади. Бутун прогрессив инсоният бу шонли санани зўр тантана билан нишонлайди, чунки у келажак авлодга тарих, фалсафа, тилшунослик, география, астрономия ва математика соҳасида бой илмий мерос қолдирди. Ўрта аср Шарқ фанининг буюк сиймоси Абу Райҳон Беруний ижодини ўрганишда фаннинг барча соҳасидаги олимлар иштирок этмоқдалар. Бу соҳадаги ишлар ҳали тугалланмаган бўлишига қарамасдан, ҳозирданоқ Берунийнинг номи фан тарихида чуқур из қолдирган улкан фан арбобларининг номи билан бир қаторга қўйилиши кераклиги аён бўлди.

Ҳозирги кунда Берунийнинг аниқ фанларга, чунончи математика ва астрономияга оид асарларини ўрганишга зўр эътибор бериляпти. Ушбу брошюрада Берунийнинг ҳозирги кунда таржимаси мавжуд асарларидаги астрономик ва математик маълумотлар умумлаштирилди ва айримлари устида эса муфассалроқ тўхталдик.

Брошюрани ёзишда муаллифлар Беруний асарларининг қуйидаги таржималарига асосландилар: «Қадимги халқлардан қолган ёдгорликлар», «Ҳиндистон», «Геодезия», «Берунийнинг юлдузлар каталоги Хаём ва Тусий каталоглари иловаси билан», «Доирадаги ватарларни унга ички чизилган синиқ чизиқ ёрдамида аниқлаш ҳақида рисола», «Ҳинд рошиклари ҳақида китоб» ва бошқалар.

Шунингдек, Берунийнинг ҳозирги кунда нашрга тайёрланаётган «Қонуни Масъудий» номли асарининг таржимасидан ҳамда А. М. Беленицкий, П. Г. Булгаков, Э. Видеман, В. Хартнер, А. Шрамм, Ғ. Ж. Жалолов, Г. Зутер, М. А. Қозим, У. И. Қаримов, Э. Кеннеди, И. Ю. Крачковский, Г. Г. Леммлейн, М. М. Рожанская, Б. А. Розенфельд, Ҳ. У. Содиқов, А. А. Семенов, С. П. Толстов, Қ. Шой каби совет ва ажнабий олимларининг Беруний ижодига бағишланган илмий ишларидан фойдаланилди.

БЕРУНИЙНИНГ ҲАЁТИ ВА ИЛМИЙ ФАОЛИЯТИ ҲАҚИДА

Абу Райҳон Беруний мураккаб бир тарихий шароитда яшаб ижод этди. У Шарқ феодал ҳокимларининг ўзаро битмас-туганмас низолари натижасида илм-фан аҳлининг бошига тушган оғир кулфатларнинг гувоҳи бўлди ва ўз бошидан кечирди. У ҳар қандай тарихий шароитда ҳам бутун куч ва вужудини ўзи танлаган фан соҳасига бағишлар ва шу фан манфаатини ҳар нарсадан юқори қўяр эди.

Беруний асли хоразмлик бўлиб, ўз ижодида асосан шу ернинг қадимий илдизга эга бўлган илмий анъаналаларига таянди.

Хоразм маданияти қадимий тарихга эгадир. Тарихчилар уни эрамиздан аввалги II минг йилликдан бошланган деган хулосага келдилар. Бундай фикр сўнгги йилларда Хоразмда олиб борилаётган археологик қазилмалар натижасида тасдиқланди. Эрамиздан аввалги I минг йилликда қурилган улкан каналлар тармоғининг мавжудлиги узоқ ўтмишда Хоразмнинг иқтисодий даражаси анча юксак эканлигидан дарак беради. Саҳро ва чўллар билан ўралган Хоразм учун мураккаб сунъий суғориш иншоотлари қишлоқ хўжалигини ривожлантиришда катта ютуқларга эришишга имкон берди, натижада қурувчилик санъати ҳам такомиллашди.

Ўрта Осиёнинг бошқа давлатлари (Суғд, Марғиёна ва бошқалар) каби Хоразм ҳам энг қадимий даврлардан бери Хитой, Ҳиндистон, Яқин Шарқ, Қавказ ва Шарқий Европадаги давлатлар билан савдо ва иқтисодий муносабатларда бўлган. Тадбиркор ва ҳаракатчан хоразмлик савдогарлар узоқ мамлакатларга Ўрта Осиё молларини олиб бориб савдо қилганлар.

Эрамизнинг II—III асрларидаёқ Хоразмда йирик шаҳарлар пайдо бўлди. Хоразмнинг қадимий пойтахти ва йирик маданий маркази Гурганж (ҳозирги Урганч) ҳақидаги Хитой тарихчиларининг хабари биринчи асрга тааллуқлидир. Шаҳарларда моҳир ҳунармандлар: тўқимачилар, кулоллар, заргарлар ва бошқалар яшар эдилар.

Экономиканинг ривожланиши билан хоразмликларнинг маданияти ва санъати ҳам ривож топди. Қадимий харобаларда олиб борилган археологик қазилмалар пайтида рассомчилик ва ҳайкалтарошлик ёдгорликлари топилди; булар орасида мураккаб орнаментлар, одам ва ҳайвонларнинг тасвири ҳам мавжуд эди. Бу топилмалар узоқ ўтмишдаёқ Хоразмда турли йўналишдаги тасвирий санъат мактаблари мавжуд бўлганлигидан дарак беради.

Қадимги замонлардаёқ хоразмликларнинг ўз тилларига мослашган ёзувлари бўлган: бу ҳақда Шарқ тарихчиларининг асарларида айтилган. Ҳозирги кунда археологик қазилмалар натижасида Тупроққалъа харобаларида бу ёзувнинг ноёб намуналари топилди. Улар тери ва ёғочга ёзилган.

Тарихий манбалар ва археологик қазилмаларга асосланиб шуни айтиш мумкинки, қадимги Хоразмда ривожланган фан мавжуд бўлган. Ҳақиқатан ҳам, турли фан соҳасида етук билимга эга бўлмай туриб мураккаб каналлар ва тўғонлар системасини, кўп қаватли қасрлар ва қалъаларни қуриб бўлмас, мураккаб ҳисоблашларни, жойларни ўлчаш ишларини олиб бориш мумкин эмас эди. Саҳролар ортидан узоқ мамлакатлар билан савдо қилиш юлдузларга қараб йўлни билишни талаб қиларди. Суғоришга асосланган деҳқончилик, ҳар йили бўладиган дарё тошқинлари қишлоқ хўжалик ишларини планлаштиришни ва календарь системасини жорий қилишни талаб қиларди.

Кейинги йилларда олиб борилган археологик қазилмалар натижасида хоразмликлар календарига оид ҳужжатлар топилди, бу эса Хоразмда астрономиянинг ривожланганлигидан дарак беради. Бунга далил қилиб шуни айтиш мумкинки, Беруний ўз асарларининг бирида хоразмликларнинг календарь системасини муфассал баён қилиб, уни бошқа халқларнинг календарлари билан солиштиради. Шунингдек, қадимги Хоразмда бошқа фанларнинг ҳам ривожланган эканлигига далиллар келтириш мумкин.

VIII аср бошида, араб ҳукмронларининг истилоси натижасида, Ўрта Осиё халқлари бошига оғир мусибат тушди. Бу даврда Ўрта Осиё давлатлари феодализм босқичига ўтиб, чуқур ижтимоий-иқтисодий кризисни кечираётган эди. Бу ерда бир неча майда, мустақил, лекин тарқоқ давлатлар мавжуд бўлиб, уларнинг энг қудратлиси Суғд ва Хоразм эди.

Халифалик феодал ҳукмронларининг истилоси натижасида шаҳар ва қишлоқлар вайрон бўлди, халқ кучли эксплуатацияга дучор бўлди, ҳамма ерда хўжалик хароблашди. Ерли халқнинг қадимий дини йўқ қилиниб, ўрнига зўрлик билан, янги дин — ислом киритилди. Бунинг натижасида фан ва санъат ёдгорликлари емирилди. Беруний, ватани Хоразмни Қутайба бошчилигидаги араб лашкарларининг босқини ҳақида бундай дейди: «Қутайба Хоразм хатини яхши биладиган, уларнинг хабар ва ривоятларини ўрганган ва билимини бошқаларга ўргатадиган кишиларни ҳалок этиб, буткул йўқ қилиб юборган эди. Шунинг учун у [хабар ва ривоятлар] ислом давридан кейин, ҳақиқатни билиб бўлмайдиган даражада яширин қолди»[1].

Ўрта Осиё халқлари истилочиларга қаттиқ қаршилик кўрсатдилар. Ўрта Осиё давлатларининг араблар томонидан забт этилиши қарийб юз йилга чўзилиб кетди, бироқ бирдамликнинг йўқлиги, феодал бошлиқларнинг сотқинлиги Ўрта Осиёнинг бўйсундирилиб, халифаликка қўшиб олинишига сабаб бўлди.

Шундай бўлса ҳам, Ўрта Осиё халқларига, жумладан, хоразмликларга етказилган қаттиқ жароҳат уларнинг қадимий маданиятини бутунлай йўқ қила олмади. Аста-аста уруш яралари битиб, қишлоқ хўжалиги, савдо ва ҳунармандчилик тиклана бошлади. IX асрга келиб Ўрта Осиё маданий ҳаёти гуркираб ривожлана бошлади. Бу даврга келиб ушбу заминда қатор машҳур олимлар етишиб чиқдики, уларнинг ижоди бутун ўрта аср Шарқида кейинги даврда фаннинг ривожланишига катта таъсир кўрсатди. Улар орасида ўша даврнинг буюк фан арбобларидан Форобий, Фарғоний, Марвазий, Сулаймон Самарқандий ва хоразмлик буюк математик Муҳаммад Хоразмийлар самарали ижод қилдилар. Хоразмий астро-

---

[1] Беруний, Танланган асарлар, I-том, Тошкент, «Фан» нашриёти, 1968, 72-бет.

номияга оид ва ҳинд рақамларига асосланган ҳамда ўнглик позицион ҳисоб системасининг ривожланишига сабаб бўлган, арифметик рисола ва ниҳоят алгебрага асос солган машҳур «Алгебра ва алмуқобала китоби» (*Китоб ал-жабр вал-муқобала*) асарини ёзди. Хоразмийнинг фан тарихида қолдирган изини баҳолаш учун шуни айтиш кифояки, биз ҳозир қўллаётган «алгоритм» сўзи унинг исми (Алхоризм)нинг лотинча талаффузи, «алгебра» эса Хоразмий рисоласининг номидаги «ал-жабр» сўзидан олинган. Хоразмийнинг ватандоши Беруний, номлари юқорида эслатилган ўрта осиёлик олимларнинг ижодидан таъсирланди.

Абу Райҳон Муҳаммад ибн Аҳмад Беруний 973 йил Ўрта Осиёнинг йирик маданият маркази, Хоразмнинг Кот (Ҳозирги Беруний ш.) шаҳри атрофида туғилди. У ўз ватанида таҳсил кўрди: юнон классик фани билимларига эга бўлди, бир неча тилларни ва фалсафа, астрономия, математика фанини мукаммал ўрганди, ботаника, минералогия ва бошқа табиий фанлар билан қизиқди. Беруний буюк ўрта осиёлик математик ва астроном Абу Наср ибн Ироқни устоз деб ҳурмат қиларди. У ёшлик чоғиданоқ фанда, айниқса, астрономияда катта муваффақиятларга эришди, масалан, 16 ёшида мустақил астрономик кузатишлар олиб борди ва анча натижага эришди. Бир оз кейин, 21 ёшида ўзи ясаган асбоб ёрдамида эклиптиканинг экваторга оғиш бурчагини топди.

995 йили Кот шаҳри Гурганж амири Маъмун I нинг аскарлари томонидан босиб олинди. Хоразмда ҳукмронлик қилаётган африғийлар сулоласи қулатилиб, шаҳар вайрон қилинди. Бундай шароит Берунийни ватанини ташлаб кетишга мажбур қилди. У паноҳ қидириб Рай (ҳозирги Теҳрон ўрнида) сўнгра Журжонга борди. Журжон ҳокими Қобус ибн Вашмгир Берунийни олим сифатида ғоят қадрлар эди. Бир ривоятга кўра, у Берунийни катта мансабга таклиф қилганида, Беруний бу мансаб уни илм-фандан четлатиб қўйишини айтиб, таклифни қабул қилмаган.

Журжонда Беруний ўзининг муҳим асари «Қадимги халқлардан қолган ёдгорликлар» (*Ал-осор ал-боқиа ан ал-қурун ал-ҳолия*) ни ёзади. Бу асарда юнонлар, форслар, араблар, суғдийлар, хоразмликлар ва бошқа халқларнинг календарь системаси муфассал баён қилинган. Шунингдек, астрономия ва математикага оид масалаларга ҳам катта эътибор берилган, Ўрта Осиёнинг тарихи ва маданияти ҳақида қизиқарли маълумотлар келтирилган.

1004 йилга яқин Беруний ўз ватанига қайтади. Хоразмнинг пойтахти Гурганжда (ҳозирги Урганч) адабиёт ва фанга ҳомийлик қилаётган хоразмшоҳ Маъмун II (1009—1017) атрофида машҳур олимлар, жумладан, буюк файласуф ва табиб Абу Али ибн Сино, Беруний-нинг устози Абу Наср ибн Ироқ, табиб Абу Саҳл Масиҳийлар тўпланиб, фаннинг турли соҳаларида иш олиб бордилар. Беруний анжуманнинг фаолиятида муҳим роль ўйнади. 1017 йилда Хоразм йирик феодал истилочи Маҳмуд Ғазнавий (997—1030) томонидан босиб олинди. Маҳмуд Ғазнавий қурол кучи билан йирик, лекин муваққат салтанат барпо қилди. У пойтахт Ғазнага Хоразмшоҳ саройидаги бошқа бир қанча олимлар билан бирга Берунийни ҳам олиб кетди.

Маҳмуд Ғазнавий — мустабид ҳукмрон, у ўз атрофига шоир, ёзувчи ва олимларни тўплаб олган эди, лекин илмий ижоднинг фарқига бормас ва уни қадрлай олмасди. Беруний чуқур қайғу билан бир асарида: «Ҳозирги шароит фанга мувофиқ келмаяпти»,— деган эди. Лекин ҳар қандай қийинчиликларга қарамай, у илмий изланишларини тўхтатмади, фаннинг турли соҳаларида чуқур натижаларга эришди.

Тўхтовсиз урушлар натижасида Маҳмуд Ғазнавий Шимолий Ҳиндистонни босиб олиб, унинг аҳолисини қирғин қилди. Беруний бу ҳарбий юришларда султонни кузатиб юришга мажбур бўлди. Буюк олим кўп йиллар бу мамлакатда бўлиб, унинг халқини, тарихи, маданияти ва фанини ўрганди. У ҳиндларнинг илмий тили — санскритни ўрганиб, шу тилга бир неча қадимги юнон классик асарларини, шу жумладан, Евклиднинг «Негизлари»ни ва Птолемейнинг «Алмагест»ини ҳамда ўзининг астролябия ҳақидаги рисоласини таржима қилди.

Беруний ҳиндларнинг ҳаётини синчковлик билан кузатди ва адабиётини ўрганди, ҳиндларнинг маданий бойлигини тўла ўзлаштириб олди. Натижада «Ҳиндистон» (*Таҳқиқ мо ли-л-ҳинд мин маъқула мақбула фи-л-ақл ав марзула*) номли машҳур асарини ёзди. Бу китобда ҳиндларнинг фалсафаси, тарихи, мамлакат географияси, аҳолисининг этник таркиби, урф-одатлари, диний эътиқодлари ҳақида бой маълумотлар тўпланган. «Ҳиндистон» бутун ўрта аср фанида мислсиз бир асардир. Асар муаллифини, ҳақли равишда, илмий ҳиндшуносликнинг асосчиси ва машҳур ҳиндшунос деб аташ мумкин. Беруний бу асарида кўз олдимизда фақат — тарихчи, географ, астроном, лингвист ва файласуф олим сифатида гавдаланиб қолмасдан, балки буюк гуманист, ирқий ва диний хурофотларга қарши курашувчи сифатида ҳам гавдаланади. У Маҳмуд Ғазнавийга тўла қарам бўлса ҳам уни диний таассуби ва жоҳиллиги учун қаттиқ қоралайди.

1025 йили Беруний «Турар жойлар орасидаги масофаларни тўғрилаш учун жойларнинг чегараларини аниқлаш» (*Таҳдид ниҳоёт ал-амокин ли тасҳиҳ масофот ал-масокин*) номли асарини ёзиб тугатди. Бу асар қисқача «Геодезия» деб юритилади. Бу асар астрономия, геодезия, география ва геофизика ҳақида қимматбаҳо маълумотларни ўз ичига олган бўлиб, Беруний шахсан ўзининг кузатишларига ҳамда классиклар ва замондошларининг берган маълумотларига асослангандир. Лекин бу маълумотларга Беруний танқидий ёндашган. Олимнинг айтишича, тарқоқ маълумотларни тўплаган, ноаниқларини аниқлаштирган ва тўлдирган. Саёҳатчиларнинг берган хабарларига асосан жой ва шаҳарларнинг масофаларини ҳамда номларини аниқлаган. Мавжуд маълумотларни бир-бирига солиштириб, ақлга тўғрироғини қабул қилган. Натижада ўша даврда маълум бўлган географик кенглик ва узунликни аниқлаш усуллари ҳақида тўла маълумот тўплади, геодезиянинг муҳим масалаларини ҳал қилди ва биринчи бўлиб геодезияни мустақил фан даражасига кўтарди.

Маҳмуд Ғазнавий вафотидан сўнг, яъни 1030 йилдан унинг ўрнига ўғли Масъуд ўтириб, 1041 йилгача султонлик қилди. Бу даврда Беруний астрономия бўйича энциклопедик билимларни ўз ичига олган «Қонуни Масъудий» асарини ёзиб, уни фанга ҳомийлик қилаётган султон Масъудга бағишлади. Бу асар ўрта аср Шарқида Берунийга улкан шон-шуҳратлар келтирди. Асарда математика, астрономия ва математик географиядан қимматбаҳо маълумотлар келтирилган. Бир ривоятга кўра, султон Масъуд Берунийга ушбу хизмати учун қимматбаҳо мукофот тақдим қилган, лекин у олмаган, чунки у бойлик илмий ижодга ҳалал беради деб ҳисобларди. Бу ҳақда унинг ўзи бундай деган: мен ақл фармонига бўйсунаман

Беруний аниқ фанлар билан шуғулланувчи олим бўлиш билан бирга, машҳур тарихчи ҳам эди, у Ўрта Осиё ва Ҳиндистон давлатларининг тарихига оид қимматбаҳо маълумотлар тўплади. У тарихий манбаларни синчковлик билан ўрганишни, аниқ маълумотларигина эътиборга олиб, ноаниқларини ташлашни талаб қилар ва ўтмиш тарихини ўрганишда ёзма манбаларга — «китоб аҳлига» таянишни ўргатарди. Шунинг учун Беруний турли халқларнинг урф-одатлари, хронологияси, диний эътиқодларини ҳамда айрим ижтимоий масалаларни муфассал текширди.

У кўпроқ фан ва маданият тарихига эътибор берди, бу соҳада Беруний барча ўрта аср олимларидан устун бўлиб қолди. Фанларнинг келиб чиқиши борасида Беруний материалистик нуқтаи назарда турар эди. У «Геодезия»да фанларнинг келиб чиқишига инсониятнинг кундалик тажрибаси ва меҳнат фаолияти сабабчидир деган фикрни илгари сурадн. Унинг айтишича, маданий инсоннинг мерос улашишда, еру мулкнинг наслдан-наслга ўтишида ювлаш ўлчаш ва ҳисоблашга эҳтиёжи тушди. Шундай қилиб ҳисоб ва ўлчаш фанларга асос бўлди, натижада математик фанлар, жумладан, геометрия фани пайдо бўлди.

Беруний турли тилларни ҳам яхши биларди. Ўз она тили — хоразмий тили, форс, араб ва санскрит тилларидан ташқари юнон, сурён ҳамда иброн тилларини ҳам яхши билган. Сўнгги текширишлар шуни кўрсатдики, у лотин тилидан яхши хабардор бўлган. Шунинг учун ўша даврдаги хоҳ қадимги классик илмий адабиёт бўлсин, хоҳ замонавий, барибир унга тушунарли бўлган. «Сайдана» ни текшириш шуни кўрсатдики, у бошқа тиллардан ҳам хабардор бўлган. Беруний ўз асарларини араб тилида ёзган, чунки бу тил ўрта аср Шарқида (кейинроқ Европада лотин тили каби) илм-фан ва дин тили бўлган. Бу тил турли миллатларга ва элатларга мансуб олимларни бирлаштирар ва бир-бирини осон тушунишга ёрдам берар эди.

Беруний асарларидан унинг фалсафий қарашлари билан ҳам танишиш мумкин. У фанни диндан ажратиш зарурлигини таъкидлайди, чунки акс ҳолда илмий маълумотлар ишончли бўлмайди, дейди.

Бу борада Беруний Ҳинд олимларини, дин масалалари билан фанни аралаштириб юборганликлари сабабли, ва ҳеч қачон абадий қоладиган билимни қисқа, вақтли, сохта ярқирашга алмашмайман.

Умрининг сўнгги йилларида Масъуднинг вориси султон Мавдуд (1041—1048) даврида Беруний газнавийлар салтанати инқирозининг шоҳиди бўлди. Шу кунгача унинг ўша даврдаги таржимаи ҳоли ҳақида бирор маълумот йўқ, лекин олимнинг иккита йирик асари — минералогия ва доришуносликка оид тугалланмаган асари вафотидан бир оз илгари ёзилган, шунга кўра буюк олим умрининг охиригача ижод қилишда давом этган.

Берунийнинг «Минералогия» (*Китоб ал-жамоҳир фи маърифат ал-жавоҳир*) номли асари минералогия фанининг тарихида муҳим роль ўйнади. Бу асарда минераллар, металлар, фойдали қазилмалар конлари, уларни аниқлаш ҳақида маълумотлар келтирилган. Беруний ўзи таърифлаган метал ва минераллар солиштирма огирликларининг жуда аниқ қийматларини келтирган. Асар минералогия соҳасида ёзилган кейинги илмий ишларга катта таъсир кўрсатди.

Берунийнинг энг сўнгги асари — «Табобатда доришунослик» (*Китоб ас-сайдана фи-т-тибб*) ёки қисқача «Сайдана» рус тилига У. Каримов томонидан таржима қилиниб, ҳозирги кунда «Фан» нашриёти томонидан чоп этилмоқда. Бу китоб Шарқ мамлакатлари, жумладан, Ўрта Осиёда доришунослик тарихида алоҳида ўрин тутувчи муҳим асардир. Унда ботаника, зоология, минералогия ва географияга оид қимматбаҳо маълумотлар келтирилган.

Абу Райҳон Беруний 1048 йилда вафот этди. Беруний ўзидан кейинги авлодга жуда бой илмий мерос қолдирди. Ўрта аср араб тарихчиси ва географи Ёқут Ҳамавийнинг (XIII аср) айтишича, Берунийнинг астрономия, мантиқ, фалсафага оид ёзган асарларининг номлари майда ҳарф билан ёзилган олтмиш бетни ташкил қилган. Ҳар хил ҳажмдаги асарларининг ҳозирги кунда тикланган рўйхати 150 га яқин номни ўз ичига олади. Лекин улардан 30 га яқини бизгача сақланиб қолган. Кейинроқ бошқа асарлари қўлёзмалари топилса ажаб эмас.

Ҳозирги вақтда Берунийнинг илмий ижодига жуда кўп ишлар бағишланган бўлиб, улар олимнинг турли фанларни ривожлантиришда қандай аҳамият касб қилганлигини ёритишга имкон беради.

қаттиқ қоралайди. У фақат рационал билимга таянишни тарғиб этиб, диний мутаассибларни танқид қилади ва уларнинг тарғиботига қарши чиқади. Беруний очиқ шаккоклик қилмаган бўлса ҳам, унинг асарларида ҳукмрон дунёқарашга қарши айтилган фикрларни топиш мумкин.

Берунийнинг ижтимоий фанлар соҳасидаги ютуқлари тўғрисида гапирар эканмиз, унинг шеърият бобидаги ижодига тўхталмасдан бўлмайди. Унинг бизгача етиб келган шеърларидан кўринадики, Беруний истеъдодли танқидчи — шоир бўлган.

Беруний яратган илмий услуб, унга табиий фанларнинг турли соҳаларида мисли кўрилмаган ихтиролар қилишга имкон берди. Беруний — олимга хос хусусиятлардан бири шуки, ҳар қандай нуфузли кишиларнинг айтганини танқидий қабул қилишдир. У ҳар доим бундай кишиларнинг айтганларини объектив тақдирлашга ҳаракат қилади ва сўз конини «тозаламасдан», «текширмасдан» қабул қилувчиларни қоралайди ва бундай сўзларни ҳар томонлама «синаб кўриш» керак, дейди.

Беруний асарларини мутолаа қилган ҳар бир киши, ҳар доим унинг билимдонлиги ва илмий ҳалоллиги таъсири остида қоладики, бу хусусиятлар унинг асарларини қамраб олган. Беруний фактларни ёритишда олимлардан қатъийликни, баён қилишда мантиқийликни ва аниқликни талаб қилади. Бу талабни у изчиллик билан ўзига нисбатан ҳам ва бошқаларга нисбатан ҳам қўяди. Ҳақиқий фан қонунларига хилоф қилувчи олимни у қаттиқ танқид қилади ва аксинча ҳақиқий фан йўлида бўлган, лекин хатоликка йўл қўйган олимни тузатади ва ҳимоя қилади.

Шу билан бирга, Беруний ўздан аввалгилар ёки замондошларининг асарларидан фойдаланишда ҳаққоният билан иш тутган. У қаердан ва қайси китобдан фойдаланганлигини софдиллик билан қайд қилади ва агар ўзи ўқимаган бўлса кимдан эшитганлигини ёзади. Беруний фойдаланган асаридаги натижаларни қимматга эга деб топса, муаллифини мақташдан ва қадрлашдан тоймайди. Шунинг учун, агар Беруний бирор ихтирони меники деб таъкидласа, бу ҳақиқатан ҳам шундай эканлиги шак-шубҳасиздир.

БЕРУНИЙ АСАРЛАРИДА МАТЕМАТИКА

Берунийнинг астрономия соҳасида эришган муваффақиятлари асосан математик билимларни чуқур билиши билан исботланади. «Қонуни Масъудий»да математика ҳақида у бундай дейди: «Мен математика билан боғлиқман, уни туғилган вақтларимдан буён чуқур биламан».

Математика уни аввало астрономик текширишларга зарур қурол сифатида ўзига жалб қилган. Бироқ бу соҳада Беруний эришган натижалар шундай аҳамиятлики, ҳатто ҳозир олимлар унинг математик меросини ўргана туриб, Беруний ўрта аср даврининг йирик математикларидан бири деган хулосага келяптилар.

Абу Райҳон Берунийнинг математик асарлари яқиндагина маълум бўлди: унинг математикага оид рисолаларининг илк таржималари фақат ўтган асрнинг охирларида бажарилди. Беруний математик ижодининг кейинги йиллардаги ўрганилиши юқорида айтилган фикрнинг тўғрилигини тасдиқлади. Ҳозир биз Берунийни ажойиб математик, ҳисоблаш мутахассиси ва назариётчиси деб биламиз. Унинг математик қизиқишлари доираси ниҳоятда кенг бўлган. У арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрия, сонлар назарияси масалалари билан шуғулланган, астрономия, география, геодезия, картография ва хронология билан боғлиқ бўлган кўп амалий масалаларни ечди. Шу билан бирга, у ўз даврига нисбатан юксак назарий тафаккур чўққисига кўтарилди, бунга унинг тригонометрик функциялардаги умумий қонуниятларни билганлиги далил бўлади.

Беруний математикага кўп марта мурожаат қилган. У математикага махсус асарларини бағишлабгина қолмасдан, балки бошқа илмий асарларида ҳам, асосан астрономияда, унга кўп жой ажратган.

Биз юқорида номлари эслатилган унинг асарларидан айрим математик масалалар устида тўхталиб ўтамиз.

Шуни ҳам айтиш керакки, ўрта аср Шарқ математикасида символика бўлмаган ва барча қоида, теоремалар сўз билан ёзилган. Шунинг учун Беруний асарларидаги математик масалалар кўрилаётганда уларни ҳозирги замон тилига кўчириш керак, яъни бизнинг замонавий математик белгиларимиз билан ифодалаш лозим.

Аввало Беруний ҳал қилган бир неча арифметик масалаларни кўрайлик.

Беруний «Қадимги халқлардан қолган ёдгорликлар» асарида қадимги ҳинд афсонаси билан боғлиқ бўлган «шахмат тахтаси» масаласини кўриб чиқиб, «шахмат тахтаси хоналарига кетма-кет: олдин 1 та, кейин 2 та, сўнгра унинг квадрати, куби даражасига миқдорлар қўйиб борилса, геометрик прогрессия ҳосил бўлиши ҳақида баён этади»[2]. Бу ерда ушбу

$$1+2+2^2+2^3\ldots+2^{63}$$

геометрик прогрессиянинг йиғиндиси топилиши керак.

Беруний ечим 18446744073709551615 ни келтиради ва ечилишини тушунтиради. У аввал иккита қоидани таърифлайди. Биринчисига кўра, агар шахмат тахтасининг бирор катагидаги донлар сонини ўзига кўпайтирсак, шундай катакдаги донлар сонига тенг бўладики, бу катак аввалги катакдан қанча узоқликда бўлса, аввалги катак биринчи катакдан шунча узоқликда бўлади. Бошқача айтганда, n номерли катакка мос келувчи сон 2^{n-1} ни ўзига кўпайтирсак 2^{n-1} номерли катакка мос келувчи сон $2^{n-1}\cdot 2^{n-1}=2^{2n-2}$ ни топамиз, бу ҳолда $(2n-1)-n=$ $=n-1$ муносабат бажарилади. Ушбу қоидани Беруний мисол билан тушунтиради: «Бешинчи хонадаги [адад] 16 ни ўзига кўпайтирсак, 256 чиқади, бу тўққизинчи хонадаги [ададга] баробар бўлади. Тўққизинчи хонанинг бешинчидан узоқлиги биринчи хонанинг бешинчидан узоқлигичадир»[3].

---

[2] Беруний, Танланган асарлар, 1-том, Тошкент «Фан» нашриёти, 1968, 25-бет.

[3] Беруний, Танланган асарлар, 1-том, 180-бет.

Яъни агар бешинчи катакдаги 2^4 сонни ўзига кўпайтирсак, натижа $2^4 \cdot 2^4 = 2^8 = 256$ тўққизинчи катакда бўлади, бу ҳолда $9-5=5-1$.

Шу қоиданинг ўзини Беруний бошқача таърифлайди: бу ерда у кетма-кет, «жуфт-жуфт», яъни 2 = кўринишидаги, кўрилаётган прогрессиянинг ҳадларидан иборат сонлар ҳақидаги теоремадан фойдаланади. Бу прогрессиянинг иккита чеккасидаги ҳадларининг кўпайтмаси, агар улар орасидаги ҳадлар сони жуфт бўлса, ўртасидаги иккита ҳадининг кўпайтмасига тенг бўлади ва агар шу ҳадлар сони тоқ бўлса, ўртадаги битта ҳаднинг квадратига тенг бўлади. Мисолда бу

$$2^8 \cdot 1 = (2^4)^2 \text{ ёки } 256 \cdot 1 = 16 \cdot 16$$

кўринишда бўлади.

Иккинчи қоида қуйидагича таърифланади: «Агар биз хоналардан биридаги [ададни] олиб, ундан бирни туширсак, қолгани ундан олдинги хоналардаги [ададларнинг] жамига тенг бўлади»[4]. Бошқача айтганда, кўрилаётган геометрик прогрессия ҳадларининг йиғиндисини топиш қоидаси:

$$1+2+2^2+2^3+\ldots+2^к=2^к-1 \text{ берилган.}$$

Мисол тариқасида беш ҳаднинг йиғиндиси

$$1+2+4+8+16=2^5-1=32-1=31 \text{ топилган.}$$

Шу қоидани татбиқ қилиб, Беруний айтадики, прогрессиянинг ҳамма олтмиш тўрт ҳадининг йиғиндисини топиш учун 33 номерли катакдаги сонни ўзига кўпайтириш ва бирни айириш керак. Бу эса қидирилаётган қиймат $((((2^4)^2)^2)^2)^2-1=2^{64}-1$ эканлигини билдиради. Кетма-кет кўпайтириб, Беруний

$$(2^4)^2=16^2=256,$$
$$((2^4)^2)^2=65\,536,$$
$$(((2^4)^2)^2)^2=4\,294\,967\,296,$$
$$((((2^4)^2)^2)^2)^2=18\,446\,744\,073\,709\,551\,616$$

қийматларни топади.

Шундай қилиб, $2^{64}-1=18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$.

Ўрта асрларда Шарқ ва Ғарбда машҳур бўлган арифметик «уч миқдор қоидаси» ва уни кенгайтириш учун

---

[4] Ўша асар, ўша бет.

Беруний «Ҳинд рошиклари ҳақида китоб» рисоласини бағишлаган.

«Уч миқдор қоидаси» ёки «учлама қоида» шундан иборатки, агар учта a, b, c миқдор маълум бўлса, $a:b=c:x$ муносабатдан x ни топиш керак.

Ҳиндлар «трай рашика», яъни «уч ўринга эга» деб аталган бу қоидадан қандай фойдаланганликларини изоҳлаб беради.

Масалан, $5:15=3:x$ пропорциядан номаълум x ни топиш учун иккита ўзаро кесишувчи чизиқ ўтказиб, ҳосил бўлган „тўрт ўрин"да сонларни ушбу $\begin{array}{c|c} 15 & 5 \\ \hline & 3 \end{array}$ кўринишда жойлаштирганлар.

Берунийнинг айтишича, улар ўн бешни бўш ўрин ёнига ёзганлар ва уни ўз қаршисидагига, яъни учга кўпайтирганлар, қирқ беш ҳосил бўлади, уни бешга бўлганлар, бўлинмада тўққиз ҳосил бўлади; мана шу [сон] бўш ўринда туриши керак бўлган нарсадир.

Учлама қоидани икки қайта қўллашни талаб қиладилар. Масалалар «беш миқдор қоидаси» ёрдамида ечилади, бунда номаълум x, агар a, b, c, d, e берилган бўлса,

$$\frac{a}{x}=\frac{b}{c}\cdot\frac{d}{e} \text{ ёки } x=\frac{bde}{ac}$$

муносабатдан топилади.

Беруний мисол келтиради: Агар 10 дирҳам[5] икки ойда 5 дирҳам фойда келтирса, 8 дирҳам уч ойда қанча фойда келтиради?

Берилган миқдорлар ушбу

$$\begin{array}{c|c} 10 & 8 \\ \hline 2 & 3 \\ \hline 5 & \end{array}$$

тартибда жойлаштирилади.

Номаълумни топиш учун, Беруний, бешни бўш ўринга кўчиради, уни учга кўпайтиради, сўнгра кўпайтмани саккизга кўпайтиради; 120 ҳосил бўлади; бу эслаб қолинади. Кейин 2 ни 10 га кўпайтирилади, йигирма ҳосил бўлади. Эслаб қолинган шунга бўлинади, 6 ҳосил бўлади; мана шу саккиз дирҳамнинг уч ойда келтирган фойдасидир.

[5] *Дирҳам* — пул бирлиги.

Шундай қилиб,

$$x = \frac{5 \cdot 3 \cdot 8}{2 \cdot 10} = 6$$

Кейин Беруний, шу схема бўйича етти ва ўн бир миқдор учун ҳинд қоидаси бўйича масала ечишни баён қилади. Масалан, етти миқдор қоидаси бўйича қуйидаги масала ечилади: фараз қилайлик, ғиштнинг узунлиги — 5 бирлик, кенглиги—4 бирлик ва баландлиги—3 бўлсин; шундай ғиштларнинг ҳар 30 таси учун 60 дирҳам тўланади. Узунлиги — 8, кенглиги — 6, баландлиги — 2 бўлган 20 та ғишт қандай харажатни талаб қилади? Ечиш учун берилган миқдорлар ушбу

4	8
3	6
5	2
30	20
60	

тартибда жойлаштирилади. Худди юқоридагидек,

$$\frac{60}{x} = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{30}{20}$$

бўлади, бундан

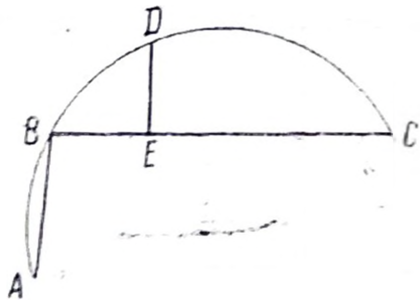
$$x = \frac{60 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 20}{4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 30} = \frac{115200}{1800} = 64.$$

Беруний таъкидлайдики, ҳиндлар фақат ўн бир миқдор билан чегараланадилар. У дейди: Биз эса бу чегарадан ўтамиз ва ҳожатига қараб, масаланинг шарти ва хусусиятига кўра хоҳлаганча сонлар миқдорини кўриш мумкин деб ҳисоблаймиз.

Беруний ҳинд қоидасини умумлаштирган 15 ва 17 миқдор учун сонли мисол келтиради.

Берунийнинг кўп асарларида геометрик масалалар кўрилади. Булардан бири — 1027 йили ёзиб тугатилган, «Доирадаги ватарларни унга ички чизилган синиқ чизиқ ёрдамида аниқлаш ҳақида рисола». Рисолада доирага ички чизилган синиқ чизиқларнинг хусусиятлари ҳақида тўрт теорема ҳамда тригонометрия ва астрономик ҳисоблашларда зарур бўладиган бошқа теоремалар келтирилади.

Асарнинг бошланишида Архимеднинг «Ўринувчи доиралар ҳақида китоб»идан ушбу теорема келтирилади: «Агар айлананинг ёйи ичида тўғри чизиқ иккита тенг эмас бўлакка бўлинса ва агар мен унга шу ёйнинг ўртасидан перпендикуляр туширсам, у [синиқ чизиқ] тенг иккига бўлинади». Бошқача айтганда, агар айланага ABC (1-шакл) синиқ чизиқ ички чизилган бўлиб, у икки



1-расм.

бўлакдан иборат бўлса ва у билан тортилиб турган AC ёйининг ўртаси D дан DE перпендикуляри катта бўлак BC га туширилса, у ҳолда шу перпендикуляр синиқ чизиқни иккита тенг ABE ва EC қисмга ажратади.

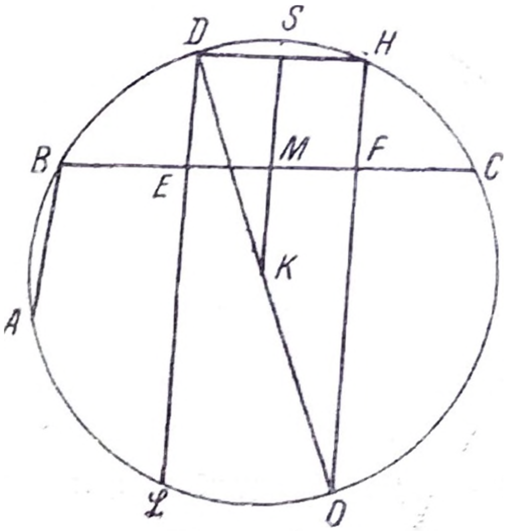
Беруний бу теоремани шунчалик зарур деб ҳисоблар эдики, у ўзидан аввалгилар ва замондошларининг бажарган бир неча исботларини келтиради. Улар орасида Архимед, машҳур математик ва физик Ибн ал-Ҳайсам (965—1039), Беруний билан шахсан таниш бўлган Абу Саид Сижизий (тахм. 951—1024), Сулаймон ибн Исмат Самарқандий (X аср), Озарҳур Жашнис (X аср), математик Абу Абдуллоҳ аш-Шонний, Берунийнинг устози Абу Наср ибн Ироқ томонидан бажарилган исботлар бор. Берунийнинг ўзи саккиз хил исботни бажарган.

Улардан бири мана бу. Маркази K бўлган доирага ABC синиқ чизиғи чизилган бўлсин (2-шакл). DKO диаметрни ўтказиб, DE перпендикулярини айлана билан L нуқтада кесишгунича давом эттирамиз. Шунингдек, OH тўғри чизиғини DL га параллель қилиб ўтказамиз.

У ҳолда $\angle LDO = \angle DOH$ ва бу ички чизилган бурчаклар тиралган ёйлар тенг, яъни $\smile DH = \smile LO$. Демак, буларнинг ҳар бирини ярим айланага тўлдирувчи ёйлар ҳам тенг, яъни $\smile DAL = \smile OCH$.

D ва H нуқталарини бирлаштирамиз. У ҳолда DHO — тўғри бурчак бўлади, чунки у ярим айланага ички чизилган, $DHFE$ эса тўғри тўртбурчак. Демак, $DH=EF$.

Доиранинг маркази K дан LD га параллел қилиб KS тўғри чизиғини ўтказамиз. У BC ва DH ватарларининг ҳар бирига перпендикуляр бўлгани учун уларни мос M ва S нуқталарда тенг иккига бўлади, яъни $DS=SH$,



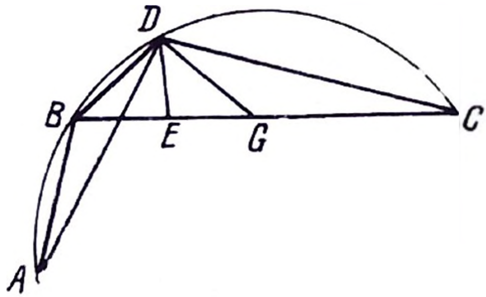
2-расм.

$EM=MF$. Лекин $BM=MC$, демак, $BE=FC$. У ҳолда $\smile BD=\smile HC$ ва уларни тенг $\smile AD$ ва $\smile DC$ ёйлардан айириб, $\smile AB=\smile DH$ ни топамиз.

Демак, уларни тортиб турувчи ватарлар тенг, яъни $AB=DH$. Бироқ $DH=EF$ бўлгани учун $AB=EF$ эканлиги кўринади. Шунинг учун $AB+BE=EF+FC$, яъни $AB+$ $+BE=EC$, бу эса исботланиши керак бўлган нарса.

Берунийнинг иккинчи исботи қуйидагидан иборат: EC да $EG=BE$ кесмани қўямиз (3-шакл) ва аввало $GC=AB$ эканлигини исботлаймиз.

D нуқтани A, B, G, C нуқталар билан BD, AD, DG, DC кесмалар ёрдамида бирлаштирамиз ва $\triangle DGC$ ни кўрамиз. $\angle GDC+\angle DCG=\angle DGB$, чунки $\angle DGB$ — ташқи бурчак. Лекин $\angle DGB=\angle DBG$, чунки улар тенгёнли учбурчак асосидаги бурчаклар; демак, $\angle DBG = \angle GDC + \angle DCG$. $\angle DBG$ берилган $\smile AC$ нинг ярмига тиралган ва $\angle GCD - \smile BD$ ёйга тиралгани учун $\angle GDC$ нинг миқдори $\smile BD$ берилган ёйнинг ярмигача тўлдирувчи ёй билан, яъни $\smile AB$ билан ўлчанади. Демак, $\angle DCG = \angle BAD$. $\angle BAD = \angle DCG$ бўлгани учун, DCG ва ABD учбурчаклар ўхшашдир. Лекин $DC = DA$, чунки улар тенг



3-расм.

ёйларни тортиб турувчи ватарлар. Демак, $\triangle ABD = \triangle DCG$ ва $AB = GC$. $BE = EG$ бўлгани учун $AB + BE = EG + GC = EC$, бу эса исботланиши керак бўлган нарса эди.

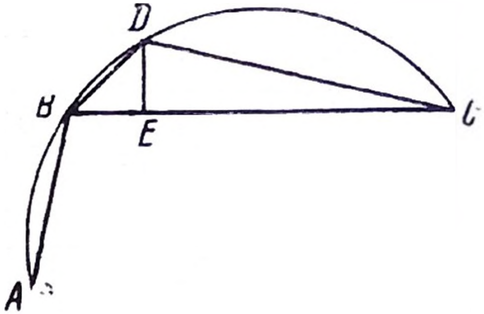
Беруний «Қонуни Масъудий»да ҳам Архимед теоремасининг бир неча исботини келтирган.

Бошқа бир теорема: Беруний таъбири билан айтганда, синиқ чизиқнинг «фойдали хусусияти» қуйидагича ифодаланади: Доирага ички чизилган синиқ чизиқлар хусусиятига асосан, агар шу ёй иккита тенг ва иккита тенг эмас қисмга бўлинса, у ҳолда тенг эмас қисмлар ватарларининг кўпайтмаси, тенг эмас қисмларнинг бири билан ярим ёй айирмасининг ватари квадратига қўшилмаси ярим ёй ватарининг квадратига тенг. Бу шуни билдирадики, агар AC ёйи (4-шакл) D нуқтада тенг иккига ва B нуқтада иккита ҳар хил қисмга бўлинса, $AB \cdot BC + BD^2 = DC^2$ бўлади.

Бу ҳолда ҳам Беруний теореманинг математиклар томонидан бажарилган бир нечта исботини ва ўзининг учта исботини келтиради.

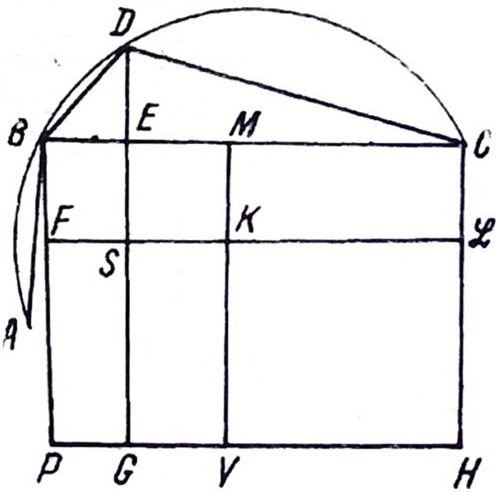
Беруний исботларидан бирини келтирамиз: ABC (5-шакл) ёйига $ABDC$ синиқ чизиқ ички чизилган бўлсин ва $\smile AD = \smile DC$, $\smile AB \neq \smile BC$ бўлсин. $AB \cdot BC + BD^2 = DC^2$ эканлигини исботлаш керак. BC га DE перпендикуларини туширамиз ва у G нуқтагача шундай давом эттирилсинки, $EG=EC$ бўлсин. $EGHC$ квадратини ясаймиз.

Шунингдек, BE кесмада $BESF$ квадратини чизамиз. EC чизиқда $EM=BE$ ажратамиз, $EMKS$ квадратини



4-расм.

ясаймиз ва унинг томонларини CH ва GH билан L ва V нуқталарида кесишгунча давом эттирамиз. Худди шу-



5-расм.

нингдек, BF ва HG ларни P нуқтада кесишгунча давом эттирамиз.

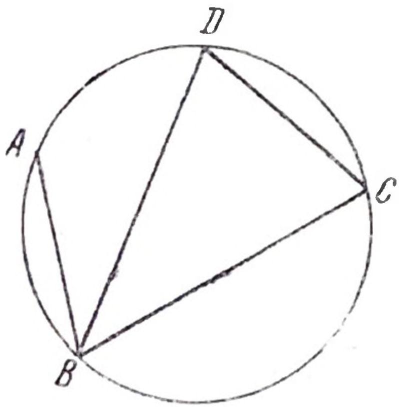
Биринчи теоремага кўра, $AB+BE=EC$, бундан $MC=AB$, чунки $EC=EM+MC$ ва ясалишга кўра $EM=$

$=BE$. $ECHG$, $EMKS$ ва $KLHV$ квадратлар бўлгани учун $MC=SG$ ҳамда $MCLK$, $SKVG$ ва $FSGP$ тўғри тўртбурчаклар ўзаро тенгдир.

Шунинг учун $FLHP$ тўғри тўртбурчакдан $EMKS$ квадрат айирилса, айирма $ECHG$ квадратига тенг, яъни $FLHP=ECHG-EMKS$.

Бироқ $FLHP=FL\cdot FP$ ва $FL=BC$, $FP=MC=AB$, демак, $FLHP=BC\cdot AB$.

Агар $FLHP$ тўғри тўртбурчакка BD да ясалган квадратни, яъни $BC\cdot AB+BD^2$ ни қўшсак, $BESF$ квадрат билан DE да ясалган квадратни қўшгандаги нарса ҳосил бўлади. Бошқача айтганда, тўғри бурчакли BED учбурчакда Пифагор теоремасига кўра $BD^2=BE^2+DE^2$ бўлгани учун $BC\cdot AB+BD^2=$ $=BC\cdot AB+BE^2+DE^2$ бўлади. Лекин тўғри бурчакли DEC учбурчаги учун ўша теоремага асосан $CE^2+DE^2=DC^2$. Демак, $BC\cdot AB+BD^2=DC^2$ бу эса исботланиши керак бўлган нарса эди.



6-расм.

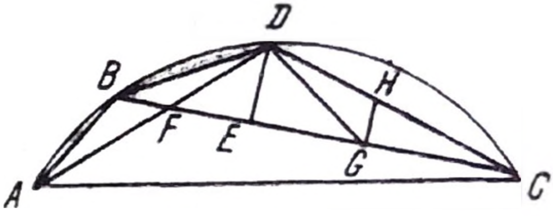
Ички чизилган синиқ чизиқ ҳақидаги учинчи теорема иккинчи теоремадан келиб чиқади: агар берилган AC ёйи (6-шакл) D нуқтада тенг иккига бўлинган ва унга BA ёйи қўшилса, у ҳолда $AB\cdot BC+DC^2=BD^2$ бўлади.

Тўртинчи теорема қуйидагидан иборат: агар AC ёйи (7-шакл) D нуқтада тенг иккига ва B да иккита тенг эмас бўлакка бўлинса, у ҳолда агар тенгёнли ADC учбурчак билан турли томонлик ABC учбурчак айирмаси ясалса, айирма DE ва BE лар кўпайтмасига тенг бўлади.

Берунийнинг исботи: Кўрилаётган учбурчакларга умумий бўлган AFC учбурчакни ташлаймиз. Сўнгра $EG=BE$ ни ажратиб, DG ни ўтказамиз. Бунда, шартга кўра $BD=DG$, $AD=DC$ ва $AB=GC$ (чунки биринчи теоремага асосан $AB+BE=EG+GC$ ва $BE=EG$); демак, $\triangle ABD=\triangle DGC$. Бундан $\angle ABD=\angle DGC$. $\angle CGH=$ $=\angle ABF$ ни ясаймиз ва $\angle CGH$ ни $\angle DGC$ дан ажратамиз. У ҳолда $\triangle CGH=\triangle BFA$ ва демак, $\triangle DGH=\triangle DFB$, бундан $\triangle DGH+\triangle DEF=\triangle DEB$. Демак, $DFGH=\triangle ADC-\triangle ABC=\triangle DGB$. Лекин $\triangle DGB=DE\cdot BE$.

Шундай қилиб, $\triangle ADC-\triangle ABC=DE\cdot BE$, бу эса исботланиши керак бўлган нарса.

Рисолада исботланган бошқа теоремалар қаторида Архимед теоремаси бўлиб, унга кўра учбурчакнинг бирор баландлиги асосидан қолган икки учининг биригача масофаси топилади, шунингдек, «Герон теоремаси» мавжуд



7-расм.

бўлиб, унда учбурчакнинг учта томонига кўра юзаси аниқланади.

Бундан ташқари, «Доирадаги ватарларни аниқлаш ҳақидаги рисола»да кейинчалик «Қонуни Масъудий»га киритилган ясашга доир масалаларнинг ечими ва айрим теоремаларнинг исботи келтирилган.

Рисоланинг сўнгги сатрларида Беруний ўқувчига мурожаат қилиб, бу рисола «тушуниш булоқлари очилиши» учун ва ўқувчининг ақли «нодонлик зангидан тозалансин» учун ёзилган, дейди.

Савол ва жавоб тарзида ёзилган «Тафҳим» асарининг анча қисми математикага (арифметика, алгебра, геометрия, тригонометрияга) бағишланган. 530 саволнинг 119 таси математикага тегишлидир.

Беруний асосий математик тушунчалар — бир, сон ва унинг турлари, нуқта, чизиқ, сирт, жисм, турли геометрик шакллар, доирадаги тригонометрик чизиқлар ва ҳоказоларнинг таърифларини келтиради.

Масалан, Беруний геометриянинг асосий тушунчаларини таърифлаб туриб, Евклидга қарши ўлароқ камроқ абстракцияли тушунча жисмдан бошлайди, кейин юқори абстракцияли тушунчалар — сирт тушунчаси, сўнгра чизиқ тушунчаси ва охири нуқта тушунчасини таърифлайди.

Берунийгача шундай тартибда таъриф киритиш тарафдорларидан бири, ўрта асрнинг буюк файласуфи, Ўрта осиёлик Абу Наср Муҳаммад ибн Муҳаммад Форобий (IX—X аср) эди; у таълим беришда геометрик тушунчаларни абстракция ўсиш тартибида киритиш керак дер эди. Эҳтимол «Тафҳим»ни математика ва астрономиядан дарслик сифатида ёзган Беруний ҳам шу мақсадни кўзда тутгандир.

Беруний, шунингдек арифметик операциялар — кўпайтириш, бўлиш, квадрат ва кубга ошириш, квадрат ва куб илдиз олиш амалларини тушунтиради.

Алгебраик тушунчаларни кўришда у номаълумни ва унинг даражаларини таърифлайди, қоидасини ифодалайди, алгебраик операцияларни тушунтиради, булардан муҳими «ал-жабр» («тўлдириш», яъни тенгламанинг манфий ҳадини қарама-қарши тарафга ўтказиш ва натижада тенгламанинг икки тарафида мусбат ҳадлар ҳосил бўлади) ва «ал-муқобала» («қарама-қарши қўйиш», яъни тенгламанинг ўхшаш ҳадларини тўплаш) операцияларидир: Беруний шунингдек, Муҳаммад ибн Мусо Хоразмий биринчи марта киритган тенгламаларнинг анъанавий таснифини келтиради:

1) $ax^2 = bx$, 2) $ax^2 = c$, 3) $ax = c$,

4) $ax^2 + bx = c$, 5) $ax^2 + c = bx$, 6) $bx + c = ax^2$.

Шунингдек, «икки хато ҳолат қоидаси» деб аталувчи қоида тушунтирилади. Ўрта аср математиклари томонидан кенг қўлланган бу қоида чизиқли тенгламаларни ечишда қўлланилган бўлиб, у қуйидагичадир: агар $ax+b=c$ тенгламани ечиш талаб қилинса, номаълум x га қийматлар («хато ҳолатлар») x_1 ва x_2 ни берамиз; шунда

$$\begin{cases} ax_1 + b = c + d_1 \\ ax_2 + b = c + d_2, \end{cases}$$

бу ерда d_1 ва d_2 — биринчи ва иккинчи „хато“, бундан

$$\frac{x_1 - x}{x_2 - x} = \frac{d_1}{d_2} \text{ ва } x = \frac{x_1 d_2 - x_2 d_1}{d_2 - d_1} \text{ бўлади.}$$

Беруний шунингдек, ўрта аср математикасида муҳим аҳамиятга эга бўлган нисбатлар назариясининг асосий қоидаларини ҳам кўради. Картография ва астрономияда зарур бўлган, сферани текисликка проекциялаш каби геометриянинг масаласига Беруний муҳим аҳамият берди (бу масала юлдузлар осмонининг харитасини тузишда ва ўша даврда жуда кенг қўлланган астрономик асбоб—астурлобни ясашда аҳамиятлидир).

Бу масала махсус ёзилган «Юлдуз туркумларини текисликка проекциялаш ҳақида рисола»да кўрилади, кейинроқ у «Қадимги халқлардан қолган ёдгорликлар» нинг «Ой манзиллари ҳақида»ги бобига киритилди.

Масалани ечишга ўтиб, Беруний текис сиртларда юлдузлар туркумини ва шунингдек «мамлакатлар, шаҳарлар ҳамда ердаги мавжуд жамики нарсаларни» тасвирлашнинг зарурлиги ҳақида гапиради. У сферани текисликка проекциялашнинг бир неча усулларини таклиф қилади. Булардан бири — стереографик проекция бўлиб, у сфера нуқталарини унинг бирор қутбидан экваторига ёки параллел текисликларга проекциялашдан иборат. Қадимги юнонларгаёқ маълум бўлган бу усулни Беруний «астурлоб усули» деб атайди ва сферанинг катта айланалари текисликда «айланалар ва тўғри чизиқлар шаклини олади», дейди.

Иккинчиси, Берунийнинг таъбирича, X аср олими Абу Ҳамид Соғоний таклиф қилган усул бўлиб, стереографик проекциядан шу билан фарқланадики, бунда проекция маркази қутбдан ўқнинг сферадан ички ёки ташқи бирор нуқтасига кўчирилади. Бу ҳолда «сферанинг катта айланалари тўғри чизиқлар, айланалар, эллипслар, параболалар ва гиперболалар шаклини олади». Берунийнинг айтишича, Соғонийгача ҳеч ким «бундай ажойиб текисликни чизмаган».

Сферани текисликка проекциялашнинг учинчи усулини Беруний цилиндрик проекция деб атаб, уни ўзи яратган усул деб ҳисоблайди[6]. Усул шундан иборатки, бу ҳолда сферанинг нуқталари ўқ бўйлаб экваториал текисликка ёки унга параллель проекцияланади; натижада текисликда «фақат тўғри чизиқлар, айланалар ва эллипслар» ҳосил бўлади. Сўнгра Беруний шундай проекциялаш усулини таърифлайдики, у билан текисликда тўла яримшарни тасвирлаш мумкин, бу усул эса астурлобларни ясашда зарурдир. Таърифдан маълум бўлишича, Беруний ҳозир глобуляр проекция деб аталадиган проекцияни назарда тутган.

Шунга ўхшаш масалаларни Беруний «Астурлоб (ясаш) санъатидаги мумкин бўлган усуллар» номли рисоласида ҳам кўради. Бу ерда махсус асбоб—мукаммал

[6] Бу усул қадимги юнон астрономларига маълум бўлганлигидан Беруний бехабар қолган ва уни мустақил қайтадан ихтиро қилган.

циркуль ёрдамида эллипс, парабола ва гиперболани узлуксиз ясаш усули таърифланади. Бу циркулнинг (унинг қаламлик оёқчаси узунлиги ўзгартирилиши мумкин) ишлаш принципи Вейжон ибн Рустам ал-Кўҳий (X аср) ва Аҳмад ибн Муҳаммад Сижизий (тахминан 951—1024 йй..) нинг асарларида ҳам баён қилинган.

Берунийнинг математик ижодини баҳолашда «Қонуни Масъудий» асари, айниқса, унинг тригонометрияга бағишланган учинчи мақоласи диққатга сазовордир.

Маълумки, қадимги юнон математикасида «ватарлар тригонометрияси» яратилган бўлиб, у ерда синус ўрнига ўша даврда биргина маълум тригонометрик катталик — марказий бурчак ватари (радиуси $r = 1$ доирада *ватар* $\alpha^0 = 2\sin\frac{\alpha^0}{2}$) қўлланилар эди. Айлана 360 бўлакка бўлиниб, унинг диаметри 120 бўлакка бўлинарди. Ватарлар учун ҳозирги

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1,\ \sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha,$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$$

формулаларга тенгкучли муносабатлар келтириб чиқарилган эди. Атоқли астроном Птолемей (II аср) астрономиянинг ривожланишида катта таъсир кўрсатган „Математик тузиш“ (кейинчалик араблаштирилган „Алмагест“ номи билан машҳур бўлган) асарида 30′ оралиқда ҳисобланган 30′ дан 180°гача бўлган бурчаклар ватарларининг жадвалини келтирган. Улар 15′ оралиқда 15′ дан 90° гача ҳисобланган синуслар жадвалига тенгкучлидир.

Ватарлар ҳинд математикасида синуслар билан алмаштирилди. Синус чизиғидан ташқари ҳиндлар косинус ва синус—верзус (айлана радиуси билан синус чизиғи орасидаги айирма ёки йиғинди) чизиқларини киритадилар. Бу тригонометрик миқдорлар, радиуси бирдан фарқли бўлган, доиранинг биринчи чорагида кўрилар эди.

Ҳозир ўрта мактабларда фан сифатида ўрганилаётган тригонометрия IX—XIII асрларда фақат Яқин ва Ўрта Шарқ математикларининг асарларида шаклланган. IX асрнинг атоқли математиклари, алгебра ва арифметикага оид рисолаларнинг муаллифлари хоразмлик Муҳаммад ибн Мусо Хоразмий ва марвлик (ҳозирги Мари)

Аҳмад ибн Абдуллоҳ Марвазийнинг асарлари тригонометрия соҳасида яратилган муҳим ишлардан ҳисобланади. Хоразмий синуслар жадвалини тузди. Марвазий эса тригонометрияга тангенс, котангенс ва косекансларни киритди ва уларга оид жадваллар тузди.

Беруний «Қонуни Масъудий»да ўтмишдошлари Муҳаммад ибн Жобир ал-Баттоний (929 йили в.), Абул Вафо ал-Бўзжоний (940—998), Абу Наср ибн Ироқ ва бошқалар ҳосил қилган натижаларини ўз кузатишлари билан тўлдирди ва умумлаштирди. У аввало астрономия учун ёрдамчи восита деб ҳисобланган текис ва сферик тригонометрияни мустақил фан сифатида баён қилди. «Қонуни Масъудий» кейинги даврдаги математиклар — Умар Хайёмнинг шогирди, атоқли физик ва астроном Абдураҳмон Хазинийнинг (XII аср) асарларида ва XIII асрнинг кўзга кўринган олими, машҳур Марога илмий мактабининг раҳбари Насириддин Тусийнинг (1201—1274) асарларига катта таъсир кўрсатди.

Тусийнинг тригонометрик асари «Тўла тўрт томонлик ҳақида рисола» (*Китоб шаклу-л-қиттоъ*) эса, ўз навбатида XV асрда Европада маълум бўлиб, у ерда тригонометриянинг ривожланишига стимул бўлди. «Қонуни Масъудий»нинг таъсирини Улугбекнинг (XV аср) Самарқанд мактабидаги олимларнинг асарларида ҳам сезиш мумкин. Маълумки, бу ерда ҳисоблаш математикасида ажойиб ютуқларга эришилди.

XVII асрда турк олими Хожи Халифа «Қонуни Масъудий»ни Шарқ олимларининг энг муҳим математик ва астрономик асарлари қаторига қўйди.

«Қонуний Масъудий» учинчи мақоласининг биринчи бобида Беруний радиуси R бўлган доирага ички чизилган мунтазам учбурчак, квадрат, мунтазам беш, олти, саккиз ва ўнбурчакларни циркуль ва чизгич ёрдамида чизиш усулини баён қилади. Бошқача айтганда, доира

$$\frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{6},\ \frac{1}{8}\ \text{ва}\ \frac{1}{10}$$

бўлакларининг, яъни 120°, 72°, 60°, 45° ва 36° нинг ватарларини ҳисоблайди. Берунийнинг айтишича, „бу астрономия учун зарур“ эди.

Агар биз Беруний усули билан доира учдан бирининг ватарини аниқлашни хоҳласак, доира диаметри билан диаметр ярми йиғиндисини ярим диаметрга кўпайтирамиз ва кўпайтмадан илдиз оламиз. Агар шундай қилсак ёки диаметрни унинг тўртдан учига кўпайтирсак ва кўпайтмадан илдиз олсак, иккала ҳолда ҳам илдиз доира учдан бирининг ватари бўлади. Агар ҳозирги белгилашда ёзсак қидирилаётган ватар a_3 ушбу

$$a_3 = \sqrt{(2R + R)R} = R\sqrt{3} \text{ ёки}$$

$$a_3 = \sqrt{2R \cdot \frac{3}{4} \cdot 2R} = R\sqrt{3}$$

формулалар бўйича топилади.

Доира чорагининг ватарини топиш учун «диаметрнинг ўзига кўпайтмаси ярмидан илдиз оламиз», яъни

$$a_4 = \sqrt{\frac{(2R)^2}{2}} = R\sqrt{2}.$$

Доира $\frac{1}{5}$ нинг ватарини, яъни ички чизилган мунтазам бешбурчакликнинг томонини топиш қоидасини Беруний қуйидагича таърифлайди: Доира диаметрини олиб, уни ўз тенгига, сўнгра бешга кўпайтирамиз; кўпайтмани ўн олтига бўламиз, касрдан илдиз оламиз ва ундан диаметр чорагини айирамиз; бу эслаб қолинадиган сон. Сўнгра эслаб қолинган сон ва радиусни — ҳар бирини ўз тенгига кўпайтирамиз ва шу кўпайтмалар йиғиндисидан илдиз оламиз. Мана шу илдиз доира бешдан бирининг ватари бўлади. Ҳозирги белгилашларда

$$a_5 = \sqrt{\left(\frac{2R \cdot 2R \cdot 5}{16} - \frac{2R}{4}\right)^2 + R^2} = R\sqrt{\frac{5 - \sqrt{5}}{2}}.$$

Ички чизилган мунтазам олтибурчакликнинг томони, яъни доира $\frac{1}{6}$ нинг ватари «шу доира радиусига тенг, радиус эса шу доирани чизишдаги циркуль оёқларининг очилиш масофасидир», яъни $a_6 = R$.

Куб тенгламани ечишга келтириладиган, ички чизилган мунтазам еттибурчакликнинг томонини топиш масаласини Беруний ечмайди.

Доира саккиздан бирининг ватарини топиш учун радиусни доира чорагининг ватари билан радиус орасидаги айирмага кўпайтирамиз; бу кўпайтмани радиуснинг ўзига кўпайтмасидан айирамиз ва айирманинг илдизини оламиз. Мана шу илдиз доира саккиздан бирининг ватари бўлади. Бошқача айтганда, қидирилаётган ватар доира чорагининг ватари орқали ифодаланади, яъни

$$a_8 = \sqrt{R^2 - (a_4 - R)R} = \sqrt{R^2 - (R\sqrt{2} - R)R} =$$
$$= \sqrt{R^2 - R^2\sqrt{2} + R^2} = R\sqrt{2 - \sqrt{2}}.$$

Доира тўққиздан бирининг ватарини Беруний «Қонуни Масъудий»нинг алоҳида бобида ҳисоблайди; биз унинг усули билан бу масаланинг ечилишини қуйироқда кўрамиз.

Доира $\frac{1}{10}$ нинг ватарини Беруний аввал топилган доира $\frac{1}{5}$ нинг ватари ёрдамида ҳисоблайди ва $a_{10} = \frac{R}{2}(\sqrt{5} - 1)$ кўринишда топади.

Беруний ўзининг мулоҳазаларида синиқ чизиқ ҳақидаги Архимед теоремаси ва аввал ҳар хил усул билан «Доирадаги ватарларни унга ички чизилган синиқ чизиқ ёрдамида аниқлаш ҳақида рисола»да исботланган бошқа теоремалардан ҳам фойдаланади.

Беруний радиусини 1 деб ҳисоблаган доирадаги a_3, a_4, a_5, a_6, a_8, a_{10} ватарларни ҳисоблаб, натижада $\sin 60°$, $\sin 45°$, $\sin 30°$, $\sin 22\frac{1°}{2}$ ва $\sin 18°$ ларни топади, чунки, бу доирада *ватар* $\alpha^0 = 2\sin\frac{\alpha^0}{2}$.

«Қонуни Масъудий» учинчи мақоласининг иккинчи бобида тўлдирувчи ёйнинг ватари ҳақида, иккиланган ва ярим ёйнинг ватари, берилган икки ёйнинг йиғинди ва айирмаси ватарлари ҳақидаги теоремалар мавжуд. Булар иккиланган ва ярим бурчак синуслари, икки бурчак йиғиндиси ва айирмасининг синуси ҳақидаги теоремаларга тенгкучлидир. Берунийнинг айтишича, бу теоремалар аввалги бобдаги теоремаларнинг натижалари бўлса ҳам зарурлиги уларникидан кам эмас.

Ватари маълум ёйни ярим айланага тўлдирувчи ёйнинг ватарини аниқлаш учун «берилган ватар билан доира диаметри йиғиндисининг ярмини диаметрнинг шу ярим йиғиндидан ортиқлигига ва ҳосил бўлганини тўртга кўпайтирамиз; шу кўпайтмадан квадрат илдиз оламиз. Мана шу ватар маълум ёйни ярим айланага тўлдирувчисининг ватаридир».

Бошқача айтганда, агар диаметри D доирада α ёйнинг ватари маълум бўлса, у ҳолда

$$\text{ватар}\,(180^\circ-\alpha)=\sqrt{4\,\frac{\text{ватар}\,\alpha+D}{2}\left(D-\frac{\text{ватар}\,\alpha+D}{2}\right)}=$$

$$=\sqrt{\text{ватар}^2\,\alpha-D^2}.$$

Бу ердан $\text{ватар}^2-\alpha+\text{ватар}^2\,(180^\circ-\alpha)=D^2$ муносабат ҳосил бўлади, бу эса ушбу $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$ муносабат билан тенгкучли.

Бундан кейин Беруний ватарлари маълум ёйнинг иккиланганлари ва ярмларининг ватарларини ҳисоблаш қоидаларининг иккинчисини қуйидагича таърифлайди: «Маълум ватар ярмининг квадратини оламиз, бунга диаметр билан ватари маълум ёйни ярим айланага тўлдирувчи ёй ватари орасидаги айирма ярмининг квадратини қўшамиз; шу йиғиндидан квадрат илдиз оламиз. Мана шу илдиз ватари маълум ёй ярмининг ватари бўлади», яъни *ватар* α маълум бўлса,

$$\text{ватар}\,\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\left(\frac{\text{ватар}\,\alpha}{2}\right)^2+\left(\frac{D-\text{ватар}\,(180^\circ-\alpha)}{2}\right)^2},$$

бу эса $\sin\frac{\alpha}{2}=\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}}$ формулага тенгкучли.

Худди шунингдек, ватарлари маълум ёйлар йиғинди ва айирмаларининг ватарларини ҳисоблаш қоидалари таърифланади; улар ушбу

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta\pm\sin\beta\cdot\cos\alpha$$

формулаларга тенгкучли.

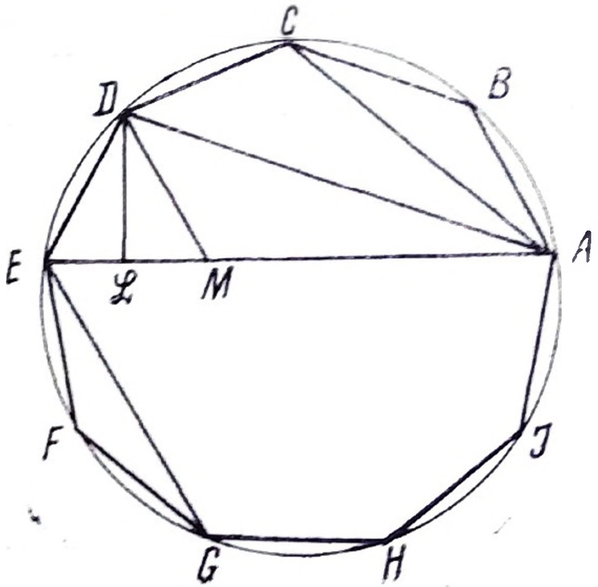
Бу қоидаларни исботлаш учун, айланага ички чизилган синиқ чизиқ ҳақидаги Архимед теоремасидан фойдаланади.

Шундай қилиб, Беруний таърифлаган қоидалари туфайли 72°, $12^\circ=72^\circ-60^\circ$, 6°, 3° ларнинг ватарларини ҳисоблаш имкониятига эга бўлди.

«Қонуни Масъудий» учинчи мақоласининг учинчи боби доирага ички чизилган мунтазам тўққизбурчакнинг томонини, яъни 40° нинг ватарини ҳисоблашга бағишланган. Бунда Беруний айланага ички чизилган мунтазам учбурчакнинг томонига, яъни 60° нинг ватарига асосланади.

Энг аввало у таъкидлайдики: Агар, геометрия негизларига мувофиқ, берилган бурчакни учга бўлиш мумкин бўлса эди, бунинг ёрдамида учдан бирининг ватарини аниқлаш мумкин бўлар эди ва бу ҳолда тўққиздан бирнинг учдан бири бўлгани учун тўққиздан бирнинг ватари маълум бўлар эди. Бироқ бурчакни тенг учга бўлиш масаласи «бурчак трисекцияси» деб аталадиган масала, қадимги юнон математикларига ҳам маълум бўлган, умумий ҳолда циркуль ва чизғич ёрдамида ечилмайдиган мураккаб масала эди.

Қўйилган масалани Беруний куб тенгламага келтиради. Фараз қилайлик, доира айланаси A, B, C, D, E, F,



8-расм.

G, H, I (8-шакл) нуқталарда тўққизта тенг бўлакка бўлинган бўлсин ва унинг ичига $ABCDEFGHI$ тўққизбурчаклик чизилсин. EA ва EG ватарларини ўтказамиз. Демак, бу ҳолда доирага AEG синиқ чизиқ чизилган бўлади. ADG ёйининг ўртаси D дан EA га DL перпендикулярини туширамиз. Унда Архимед теоремасига асосан

$$\frac{AE + EG}{2} = EL + EG,$$

бундан

$$EL = \frac{1}{2}(AE - EG). \quad LM = EL \text{ ни}$$

қўйсак, $AM = EG$ бўлади.

Маълумки, $\angle DEL$ 120° га тенг бўлган AD ёйига тиралади, ундан $\angle DEL = 60^\circ$. Демак, тенгёнли $\triangle EDM$ тенг томонли бўлади ва $DE = EM$. $DE = 1$ деб қабул қилайлик ва EG ни x дейлик. У ҳолда $AE \cdot EG = (1 + x)x$ ва доирага ички чизилган синиқ чизиқ ҳақидаги иккинчи теоремага асосан $DE^2 + AE \cdot EG = AD^2$,
яъни

$$1 + (1 + x)\,x = AD^{2(*)}.$$

ADE синиқ чизиқ $\smile ACE$ га ички чизилганлиги учун, доирага ички чизилган синиқ чизиқ ҳақидаги иккинчи теоремага асосан, $DC^2 + AD \cdot DE = AC^2$. Лекин $AC = EG = x$, $DC = DE = 1$ демак, $AD^2 = x^2 - 1$.

Бу қийматни (*) га қўйиб топамиз $1 + (1 + x)\,x = (x^2 - 1)^2$. Бундан $1 + x + x^2 = x^4 - 2x^2 + 1$ ва $x^3 = 1 + 3x$.

Худди шу йўл билан Беруний $x^3 + 1 = 3x$ тенгламани томони x бўлган ички чизилган мунтазам ўнсаккизбурчаклик учун ҳосил қилади.

Тенгламалардан биринчисининг тақрибий ечимини келтириб, ҳисоблаш йўли қандай эканлигини айтмайди. Бу ечим олтмишлик касрларда келтирилган:

$$x = EG = 1^{P}\,52^{I}\,45^{II}\,47^{III}\,13^{IV}\ [7],$$

$$\left(\text{яъни}\ \ x = 1 + \frac{52}{60} + \frac{45}{60^2} + \frac{47}{60^3} + \frac{13}{60^4}\right).$$

Бундан доира $\frac{1}{9}$ нинг ватари $0^{P}\,41^{I}\,2^{II}\,32^{III}\,41^{IV}\,55^{V}$ бўлади.

Худди шу қийматни Беруний бошқа усул билан «тўлдириш ва қарама-қарши қўйиш усулини», яъни алгебраик усулни қўлламасдан топади. 40° нинг ватарини ҳисоблаш учун ўзига хос итерацион усулни қўллайди: маълум ватар 30° ва ватар 12° (ватар $30^\circ = 31^{I}\,3^{II}\,29^{III}\,49^{IV}\,36^{V}$, ватар $12^\circ = 12^{I}\,32^{II}\,37^{III}\,17^{IV}\,46^{V}$) ларга асосланиб, у юқорида келтирилган қоидалар ёрдамида кетма-кет $42^\circ = 30^\circ + 12^\circ$, $\frac{1}{4} \cdot 42^\circ = 10^\circ 30'$, $40^\circ 30' = 30^\circ + 10^\circ 30'$, $\frac{1}{4} \cdot 40^\circ 30' = 10^\circ 7' 30''$, $40^\circ 7'' 30'' = 30^\circ + 10^\circ 7' 30''$ ва ҳоказоларнинг ватарларини ҳисоблайди.

---

[7] P— олтмишлик касрнинг бутун қисмини билдиради.

У ўз ҳисобларини $40^\circ 24^{IV}$ нинг ватаригача давом эттириб, унинг тақрибий қийматини $0^p 42^I 2^{II} 32^{III} 42^{IV} 29^V$ деб топади, бу эса алгебраик йўл билан топилган қийматга яқин.

«Қонуни Масъудий» учинчи мақоласининг тўртинчи бобида аниқ тригонометрик жадваллар тузиш учун ўта зарур бўлган нарса — 1° нинг ватарини ҳисоблашни кўради. Буни ечиш учун у аввало бурчак трисекциясининг геометрик усулларида тўхталиб, бундай усулдан 12 тасини келтиради.

Бу масала учун Птолемей топган ечимнинг етарли аниқмаслигини таъкидлаб, у қўйилган масаланинг уч хил усул билан ечимини топади.

Биринчи усул доирага ички чизилган мунтазам тўққиз ва ўнбурчакликнинг томонларини, яъни ватар 40° ва ватар 36° ларни кўришга асосланган. Беруний аввал ватар $(40^\circ—36^\circ)$ ни, яъни 4° нинг ватарини топади, кейин ярим бурчак ватари қоидасини кетма-кет қўллаб, 2° ва 1° ларнинг ватарларини, яъни $2 \sin 1^\circ$ ва $2 \sin \frac{1^\circ}{2}$ ни топади.

Иккинчи усулни қўллашда 10° ва 12° нинг ватарларини олади ва яна керакли натижага эришади.

Учинчи усул эса 3° нинг ватари маълум бўлганда 1° нинг ватарини топишга асосланган. Беруний топган қиймат $\sin 1^\circ = 1^I 2^{II} 49^{III} 43^{IV}$ квартларигача аниқдир.

«Қонуни Масъудий» учинчи мақоласининг бешинчи боби π сонини ҳисоблашга, яъни айлана узунлиги диаметрига нисбатини топишга бағишланган. Аввал Беруний диаметрнинг ички чизилган мунтазам 180 бурчакликнинг (унинг томони юқорида топилган 2° нинг ватари) периметрига ва ташқи чизилган 180 бурчакликнинг периметрига нисбатларини топади, мос қийматлар $\frac{2}{360 \cdot \sin 1^\circ}$ ва $\frac{2}{360 \operatorname{tg} 1^\circ}$ бўлади. Сўнгра у

$$3^p\, 8^I 29^{II} 35^{III} 24^{IV} < \pi < 3^p\, 8^I 30^{II} 59^{III} 14^{IV}$$

эканлигини кўрсатади ва ўрта арифметигини олиб, олтмишлик касрларда $\pi = 3^p 8^I 30^{II} 17^{III} 46^{IV} 46^V 30^{VI}$ топади, бу эса ўнлик касрларда $\pi = 3{,}1417482$ га мос келади.

Шу мақоланинг олтинчи ва еттинчи бобларида 15^I оралиқ билан ҳисобланган, катта аниқликка эга, синуслар жадвали келтирилган. Шуниси аҳамиятлики, бу ерда айлана радиуси аввалгидек 60 эмас, балки 1 деб қабул қилинган. Берунийнинг изоҳлашича, радиус миқдори шундай деб қабул қилинганда, ҳисоблашда 60 га кўпайтириш ва бўлишнинг эҳтиёжи бўлмайди. Европада тригонометрияга оид асарларда 1 га тенг радиус биринчи марта XIV асрда киритилган ва фақат XVIII асрда кенг кўламда қўлланила бошланган.

Мақоланинг саккизинчи бобида тангенслар (Беруний «соялар» деб атаган) жадвали келтирилган, у 1° оралиқда ҳисобланган.

Аниқлик учун бу жадваллардан бир қисмини ва таққослаш учун ҳозирги замон тригонометрик функциялар еттихоналик жадвалларини ва уларнинг қийматлари орасидаги айирмаларни (Б. А. Розенфельдга асосан) келтирамиз (35-бетда).

Келтирилган парчадан кўринадики, Беруний олиб борган ҳисоблар юксак даражада аниқ бўлган. Унинг тригонометрик жадваллари ўрта асрларда Яқин ва Ўрта Шарқда тузилган жадваллар орасида эътиборлидир.

Олдин, астрономия учун зарур бўлган, шунга ўхшаш жадваллар Юнонистонда (ватарлар жадвали), сўнгра Ҳиндистонда (синуслар жадвали) тузилган эди. Яқин ва Ўрта Шарқ олимлари ўзлари киритган бир неча янги тригонометрик функциялар (тангенс, котангенс, секанс, косеканс) учун жадваллар бердилар ва шунингдек, жадвалларни тузишда турлича ҳисоблаш амалларини қўллаб, жадвалларнинг аниқлигини анча оширдилар. Юқорида эслатиб ўтилган Хоразмий ва Марвазийдан ташқари зижлар (тригонометрик ва астрономик жадвалларни, календарлар баёни, хронология ҳақида хабарлар, юлдузлар каталогини ўз ичига олган асарлар)нинг муаллифлари орасида Берунийдан илгари яшаганлардан Абул Вафо Бўзжоний, Ибн Юнус (950—1009), Кушиёр ибн Лаббон ал-Жилий (тахм. 971—1024), ундан кейин яшаганлардан — Насириддин Тусий ва Улуғбек мактаби олимларини эслатиш мумкин; буларнинг жадваллари узоқ вақт ўз аниқлиги бўйича тенгги йўқ эди.

Беруний синуслар учун ҳам, тангенслар учун ҳам чизиқли ва квадрат интерполяциялаш қоидасини беради. Тригонометрик жадвалларни квадрат интерполяциялашни, афтидан, биринчи бўлиб Беруний ишлатган, Масалан, синуслар жадвали учун чизиқли интерполяциялаш қоидаси ҳозирги белгилашларда қуйидаги кўринишда ёзилади:

$$\sin x = \sin x_0 + (x - x_0)\,\frac{\sin (x_0 + 15') - \sin x}{15'}$$

Синуслар жадвали

Ёйлар	Берунийда синуслар қиймати		Ҳозирги жадвалларда синуслар қиймати	Айирмалар (+, −)
	60 лик касрларда	Ўнлик касрларга кўчирилганда		
$15°00'$	$15^{P}31'44''55'''$	0,2588189	0,2588190	−0,0000011
$15°15'$	$15^{P}46'54''45'''$	0,2630313	0,2630312	+0,0000001
$15°30'$	$16^{P}2'3''29'''$	0,2672382	0,26672384	−0,0000002
$15°45'$	$16^{P}17'11''8'''$	0,2714404	0,2714404	0,000000
$16°00'$	$16^{P}32'17''40'''$	0,2756373	0,2756374	−0,0000001
$16°15'$	$16^{P}47'23''4'''$	0,2798290	0,2798290	0,000000
$16°30'$	$17^{P}2'27''19'''$	0,2840153	0,2840153	0,000000
$16°45'$	$17^{P}17'30''24'''$	0,28811963	0,28881963	0,000000
$17°00'$	$17^{P}32'32''17'''$	0,2923718	0,2923717	+0,0000001

Тангенслар жадвали

Ёйлар	Берунийда тангенслар қиймати		Ҳозирги жадвалларда тангенслар қиймати	Айирмалар (+, −)
	60 лик касрларда	Ўнлик касрларга кўчирилганда		
°	$0^{P}16'4''37'''2^{IV}$	0,2679492	0,2679492	0,000000
16°	$0^{P}17'12''17'''0^{IV}$	0,2867454	0,2867454	0,000000
17°	$0^{P}18'20''37'''50^{IV}$	0,3057307	0,3057307	0,00000С
18°	$0^{P}19'29''42'''40^{IV}$	0,3249198	0,3249197	+0,0000001
19°	$0^{P}20'39''34'''45^{IV}$	0,3443275	0,3443276	−0,0000001
20°	$0^{P}21'50''17'''34^{IV}$	0,3639702	0,3649702	0,0000000

Бу қоидани Беруний сўз билан беради. «Агар ёй сонлари сатрида бизнинг ёйга тенги бўлмаса, шу сатрда унга энг яқин, ундан кичик ёйни оламиз, уни берилган ёйдан айирамиз ҳамда унинг қаршисидаги синуслар ва тузатишлар устунидаги сонларни эсда сақлаймиз. Сўнгра ёйнинг қолдиғини тузатишга кўпайтирамиз ва кўпайтмани эсда сақланган синусга қўшамиз. Қидирилаётган ёйнинг синуси ҳосил бўлади»[8].

Шу жадвалларнинг ўзи учун квадрат интерполяциялаш қоидаси ушбу кўринишда ёзилиши мумкин:

$$\sin x = \sin x_0 + (x - x_0)\frac{\sin x_0 - \sin(x_0 - 15')}{15'} +$$

$$+ (x - x_0)^2 \frac{\frac{\sin(x_0 - 15') - \sin x_0}{15'} - \frac{\sin x_0 - \sin(x_0 - 15')}{15'}}{15'}$$

Айниқса, саккизинчи бобнинг охирги қисми диққатга сазовордир, бу ерда Беруний ўзи келтирган интерполяциялаш қоидаларини «барча жадвалларга», яъни ўша даврда маълум бўлган, тригонометрик функциялар билан астрономик миқдорлар орасидаги функционал боғланишларни ифодаловчи барча жадваллар учун умумлаштиради. Беруний келтирган квадратик интерполяциялаш қоидасини умумий ҳолда қуйидагича кўринишда ёзиш мумкин:

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)\frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h} +$$

$$+ (x - x_0)^2 \frac{\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}}{h} = f(x_0) +$$

$$+ (x - x_0)\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} +$$

$$+ (x - x_0)(x - x_0 - h)\frac{\frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} - \frac{f(x_0) - f(x_0 - h)}{h}}{h},$$

яъни ҳозирги параболик интерполяциялаш қоидасидан учинчи ҳад коэффициентида $\frac{1}{2}$ йўқлиги билан фарқланади.

Шу мақоланинг саккизинчи бобида Беруний текис учбурчак учун синуслар теоремасини ҳам исботлайди: агар томонлари a, b, c бўлган ABC учбурчак берилган бўлса, у ҳолда

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{B \sin}{b} = \frac{\sin C}{c} \text{ бўлади.}$$

---

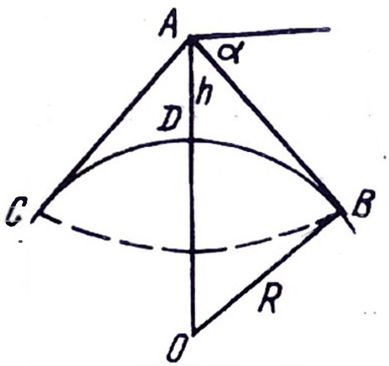
[8] *Қаранг:* Беруний, Қонуни Масъудий, 3-мақола, VII боб.

Тўққизинчи ва ўнинчи боблар сферик тригонометрияга бағишланган. Бу ерда сферик учбурчаклар учун ўрнатилган муносабатлар астрономияда тўғридан-тўғри қўлланилар эди ва шунинг учун уларни энг муҳим аҳамиятга эга деб қаралардн. Беруний сферик учбурчак ABC учун синуслар теоремасини таърифлайди ва исботини келтиради: агар a, b, c лар ўша ABC сферик учбурчакнинг ёйлардан иборат томонлари бўлса, теорема

$$\frac{\sin A}{\sin a}=\frac{\sin B}{\sin b}=\frac{\sin C}{\sin c}$$

кўринишда ёзилади. Шунингдек, Беруний тўғри бурчаги C ва томонлари a, b, c бўлган тўғри бурчакли сферик ABC учбурчак учун тангенслар теоремаси $\operatorname{tg}b=\sin A\cdot\operatorname{tg}B$ ни исботлайди.

Математиканинг муҳим масалалари «Қонуни Масъудий»нинг астрономия ва математик географияга бағишланган бошқа мақолаларида ҳам кўрилади. Чунончи, осмон сферасида бир (эклиптик) координат системасидан бошқа (экваториал) координат системасига ўтиш ва Ер меридианининг бир градусини аниқлаш масалалари шулар жумласидандир.



9-расм.

Охирги масалани Беруний бешинчи мақолада кўради, бу ерда масаланинг Эротосфен (э. а. 276—194) ва Муҳаммад ибн Муса Хоразмий томонидан келтирилган ечиш усулларини баён қилиб, сўнгра ўзининг уфқнинг қуйилашиш усули бўйича ечимини келтиради. Кузатиш, баландлиги $DA=h$ маълум (9 шакл) бўлган тоғдан олиб борилади. O — Ер маркази, R — унинг радиуси, A — тоғ чўққиси, AB ва AC — Ер айланасига уринмалар бўлсин. B ва C нуқталардан уфқ чизиғи ўтади. ABO учбурчакда B — тўғри бурчак, кузатишдан маълум бўлган кўринувчи уфқнинг қуйилашиш бурчаги $\alpha=34'$ бўлиб, $\angle AOB$ га тенг. Берунийнинг мулоҳазалари ҳозирги белгиларда қуйидагича ёзилиши мумкин: ABO тўғри бурчакли учбурчакдан

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+h} \text{ ни топамиз.}$$

$$\text{бундан} \qquad R = \frac{h\cos\alpha}{1-\cos\alpha}.$$

Шундай қилиб, Ер радиуси аниқланади ва бундан Ер меридиани айланасининг ва 1° нинг узунлиги топилади.

Шуни ҳам айтиш керакки, бу қийматларни Беруний бевосита ўзи олиб борган кузатиш ва ўлчашлар натижасида ҳосил қилди. Шунинг учун у ўзидан аввалгилар эришган натижаларни, улар орасида ихтилофлар борлиги сабабли, аниқлаштириш зарур деб ҳисоблар эди. Масалан, IX асрда ҳалифа ал-Маъмун фармони бўйича Синжор (Месопотамия) саҳросида олиб борилган ўлчаш ишларида Ер меридианининг 1° нинг узунлиги учун икки гуруҳ олимлар топган қийматлар 1315 *м* га фарқланар эди. Бу натижаларни Беруний бир неча марта текширишга ҳаракат қилди ва ўз мақсадини Ҳиндистондалик чоғида юқорида айтилган усул билан амалга оширди. У «Геодезия»да ёзади: «Ҳинд заминидаги Нандна қалъасида тўхтаганимда, ундан ғарбида баланд кўтарилиб турган тоғдан жануб тарафда саҳрони кўрдим ва у ерда шу усулни синаб кўриш хаёлимга келди. Тоғ чўққисида [бўлатуриб], ложувард рангларда товланган [осмон] билан Ернинг аниқ тегиб турган жойини белгиладим. Нишонлаш чизиғи 0°34′ га оғди»[9].

Ер меридиани 1° нинг узунлигини ҳисоблашдаги хато ҳақиқий қийматга нисбатан жуда кам (620 *м*).

Астрономияда учратиладиган функционал боғланишларни (масалан, осмон жисмлари ҳаракатини ифодаловчи боғланишлар) текширишда Беруний ишлатган умумий усуллар математика тарихи учун муҳим аҳамият касб қилади. Бироқ аниқ ҳолдаги функция тушунчасини у ҳеч қаерда таърифламаган ва функционал боғланишлар конкрет ҳолларда сўз билан ифодаланган қоидалар шаклида берилса ҳам у шу боғланишларни энг умумий нуқтаи назардан текширади: интервал ва аниқланиш соҳасини, функциянинг экстремум нуқталарини кўради,

---

[9] Беруни, Избранные произведения, т. 3, Ташкент, Изд-во «Фан», 1966, стр. 217.

унинг максимум ва минимумларини ҳисоблайди, ўсиш ва камайиш оралиқларини аниқлайди.

«Қонуни Масъудий»нинг олтинчи мақоласида келтирилган, Қуёшнинг эклиптика бўйлаб ҳаракатининг текширилиши бунга яққол мисол бўла олади. Беруний бу нотекис ҳаракатнинг тезлигини текширади ва бу миқдор апогейда минимумга ҳамда перигейда максимумга эришади, деган хулосага келади ва нуқталарнинг биридан бошқасига ўтишда узлуксиз ўсади ёки камаяди. «Секинлашиш апогейнинг иккала тарафида содир бўлади ва унда секинлашиш ниҳоясига етади. Сўнгра секинлашиш камайиб, тезланишга ўтади, унинг ниҳояси эса перигейда бўлади. Кейин тезланиш камаяди ва ундан икки тарафда секинланишга ўтади»[10], — деб ёзади Беруний.

Шундай қилиб, бу ерда, ҳозирги замон ибораси билан айтганда, Беруний функциянинг экстремум нуқталари атрофида ўзгаришини текширади.

Берунийнинг математик ижодини ўрганувчилар, тригонометрик ёки астрономик миқдорлар орасидаги функционал боғланишларни текширишда у қўллаган умумий усуллар, функция тушунчасининг ривожланишидаги муҳим босқич деб ҳисоблайдилар.

БЕРУНИЙ АСАРЛАРИДА АСТРОНОМИЯ

Абу Райҳон Беруний дунёқарашининг кенглиги — бу жуда кам учрайдиган ҳодисадир. Академик И. Ю. Крачковский «Берунийни қизиқтирган фан соҳаларини санашдан кам қизиқтирганини санаш осонроқдир»[11], — дейди. Бироқ энциклопедик заковат эгаси ғоят даражада кенг қизиқиш эгаси бўлатуриб, у ўзини кўпроқ табиий фанларга бағишлади ва асосан математика, астрономия, геодезия ва математик география билан шуғулланди.

Беруний қарийб элликта асарини астрономияга бағишлаган. Булар орасида астрономия тарихида сўнмас из қолдирган оригинал асарлар, қадимги юнон астроно-

---

[10] *Қаранг:* Беруний, Қонуни Масъудий, 1-боб, VI мақола.
[11] И. Ю. Крачковский, Избранные сочинения, т. IV, М.—Л., 1957, стр. 247.

миясининг классиги Птолемей ва ўрта осиёлик IX аср олимлари Муҳаммад ибн Муса Хоразмий, Абу-л-Аббос Аҳмад Фарғоний, Аҳмад ибн Абдуллоҳ Марвазий кабиларнинг асарларига ёзилган шарҳлар бор.

Беруний ҳиндларнинг қадимий астрономик таълимотини муфассал ўрганди ва ярмидан кўпи астрономияга бағишланган «Ҳиндистон» асарида танқидий баён қилди.

«Қадимги халқлардан қолган ёдгорликлар» асарининг ҳам кўп боблари астрономияга бағишланган. Унинг хоразмлик Ҳасаннинг қизи Райҳонга бағишланган «Китоб ат-тафҳим» асари узоқ вақт астрономия дарслиги сифатида қўлланиб келди. Бу асар математика ва астрономиядан савол-жавоб тарзида тузилган.

Беруний практик астрономияга катта аҳамият берган. Бутун ҳаёти давомида у осмон ҳодисаларини кузатган ва астрономик асбоб-ускуналар ясаган ҳамда такомиллаштирган. Унинг асарларида астурлоб ҳамда бошқа асбоблар ясашнинг турли усуллари ва улардан фойдаланиш қоидалари баён қилинади. «Геодезия»да Беруний 994 йили Котда фойдаланган, диаметри тахминан 7,5 *м* келадиган гномонлик горизонтал доира ва 1016 йили Гурганжда фойдаланган диаметри тахминан 3 *м*, шкаласининг бўлиниш аниқлиги 1′ бўлган квадрант таърифланади.

Берунийнинг астрономик асбобларга қизиқиши, унинг кузатишлар аниқлигига талабчанлигининг натижасида ҳосил бўлган, чунки бу кузатишлари натижасини у диққат билан текширар ва бир неча марта қайтарар эди. Берунийнинг энг муҳим астрономик асари «Қонуни Масъудий» ҳисобланади. Бу асарида у ўзидан аввалги астрономлар ва ўзининг кузатишларини умумлаштириб, ўша давр астрономик билимларининг тўпламини берди. Бу асар Берунийни буюк астроном сифатида улуғлади. XIII асрда машҳур араб тарихчиси ва географи Ёқут Ҳамавий замондошларининг фикрини ифодалаб ёзган эдики, «Қонуни Масъудий» астрономия ва математикадан ёзилган барча китобларнинг изини ўчирди, унинг муаллифи эса Птолемейдан устун бўлди. XVII асрда турк библиографи Хожи Халифа «Қонуни Масъудий»ни ўрта аср Шарқида астрономиядан ёзилган «энг кенг китоблар» қаторига қўшди. Беруний бу асарининг таъсири кейинги асрларда яшаган Абдурахмон Хазиний (XII), Насриддин Тусий (XIII аср) ва Улуғбекнинг (1449 йили вафот этган) астрономик асарларида ҳам сезилади.

«Қонуни Масъудий»нинг ўрта аср астрономиясининг ривожланиши учун аҳамияти аввалдан маълум бўлса ҳам, фан тарихчилари узоқ вақт унинг таркиби билан танишиш имкониятига эга бўла олмадилар, чунки бу асарнинг сақланиб қолган қўлёзмалари фақат айрим мутахассисларгагина тушунарли эди. «Қонуни Масъудий» арабча нусхасининг 1954—1956 йилларда Ҳайдарободда нашр қилиниши Беруний асарининг ўрганилишини тезлаштирди. Бироқ шу пайтгача асар бирорта Европа тилига ёки ҳозирги замон тилларига таржима қилинмаган эди. Ҳозирги кунда «Фан» нашриёти томонидан «Қонуни Масъудий»нинг русча ва ўзбекча таржималари чоп этилмоқда. Ушбу нашрнинг биринчи жилди (русча нашр таржимонлари П. Г. Булгаков ва Б. А. Розенфельд, ўзбекча нашр таржимони А. Расулов) Абу Райҳон Берунийнинг минг йиллик юбилейига босмадан чиқади.

«Қонуни Масъудий» ўн бир мақоладан иборат. Асар ўша даврда ҳукмрон бўлган Птолемей системасига асосан олам тасвирини таърифлаш билан бошланади. Шу билан бирга, сферик астрономиянинг бошланғич тушунчалари баён қилинади. I ва II мақолаларда турли халқлар фойдаланган календарлар кўрилади ва хронологик жадваллар келтирилади. III мақола математикага бағишланган, унда тригонометрик жадваллар келтирилади.

IV мақола асосан сферик астрономияга бағишланган; бу ерда ёритгичларнинг осмон сферасидаги ўрнини аниқлаш учун сферик тригонометриянинг формулалари баён қилинади; шу билан бирга, Беруний эклиптиканинг экваторга оғиш бурчаги ε учун топган қийматини келтиради.

Шуни ҳам айтиш керакки, ундан аввалги олимларнинг ε учун топган қийматлари ноаниқ бўлиб, Берунийнинг айтишича, у қониқарли қийматни топиш учун Кот, Гурганж ва кейин Ғазнада қайта-қайта кузатишлар олиб борган. Унинг топган қиймати 23°34′0″ аниқлик жиҳатидан ҳақиқий қиймат 23°34′0″, 45 дан жуда кам фарқ қилади.

IV ва V мақолаларда геодезия ва математик географиянинг турли масалалари кўрилган. V мақоланинг 7-бобида Беруний IX асрда Санад ибн Али ихтиро қилган усул билан Ер радиуси ва айланасининг ўлчамларини топишини баён қилган: Ер радиуси учун у топган қиймат — 6 425 684 925 *м* (ҳозирги қиймат қарийб 6 370 000 *м*), Ер меридиани 1° нинг узунлиги учун топган қиймати = 110 275 *м* (ҳозирги қиймат тахминан 110895 *м*). Шу мақоланинг X бобида 600 дан ортиқ аҳоли яшайдиган жойларнинг географик координаталари келтирилади; уларнинг кўпини Беруний шахсан ўзи топган.

VI мақола Қуёш ҳаракатига, VII мақола Ой ҳаракатига ва VIII мақола Қуёш ва Ой тутилишлари, шунингдек, тутилишлар билан боғлиқ бўлган метеорологик ҳодисалар баён қилинади. IX мақола қўзғалмас юлдузларга бағишланган; бу ерда 1029 юлдузни ўз ичига олган каталогда юлдузларнинг эклиптик координаталари ва юлдуз катталиклари келтирилади. Бу каталог ўрта асрда тузилган энг катта каталог деса бўлади. X мақола планеталар ҳаракатига ва ниҳоят XI мақола метеорология ҳамда ой манзилларига бағишланган; бу ерда ҳар қандай планетанинг бирор вақтдаги ҳолатини ҳисоблаш усули ҳам баён қилинади.

«Қонуни Масъудий»да ёритилган масалаларнинг қисқача рўйхатиёқ бу ажойиб асарнинг илмий аҳамияти ҳақида гувоҳлик беради. Қўйилган масалаларни ҳал қилаверib, Беруний янги натижаларга эришади ва ўзининг оригиналлиги ҳамда мустақиллиги билан кишини ҳайратда қолдирувчи фикрларни илгари суради.

Берунийнинг ибратли хусусияти — унинг Шарқ ҳамда Ғарбда ўрта асрларда халқ орасида кенг тарқалган сохта фан — астрологияга муносабатидир. Астрологлар ёки фолбинлар юлдузларнинг осмонда ўзаро турлича жойланишларига қараб, инсон ҳаётидаги ҳар хил ҳодисаларни, уларнинг тақдирини ва у ёки бу ҳодиса қандай натижа билан тугалишини олдиндан айтиб бермоқчи бўладилар. Астрология, айниқса феодал зодагонлар томонидан қадрланарди. Шунинг учун уларнинг ҳомийлигида бўлган олимлар, ўз дунёқарашларининг қандайлигидан қатъи назар, астрология билан шуғулланишга мажбур эдилар. Ўша даврда бу сохта фанга қарши чиқиш мумкин эмас эди. Ҳамма астрономлар, Берунийдан аввал ёки кейинроқ ижод қилганлари ҳам, у ёки бу даражада астролог ҳам эдилар, бироқ уларнинг кўпчилиги астрологиядан у ҳақиқий фан билан шуғулланишига имкон берувчи восита сифатида фойдаланар эдилар.

Шу кейингилар қаторига Берунийни ҳам киритиш мумкин. Беруний давр тақозоси туфайли астрология билан шуғулланишга мажбур бўлса ҳам, умуман у астрологияга бутунлай қарши эди. Берунийнинг бир қатор асарларида астрология ҳақида айтган фикрлари буни тасдиқлайди. Чунончи, «Геодезия»да у «[юлдузларга] қараб олдиндан айтиш санъатининг асослари заифдир, шунингдек, улардан келиб чиқадиган хулосалар ҳам заиф. Унда олиб бориладиган ўлчашлар чалкаш ва тахминлар ҳақиқий маълумотлардан устун туради» деса, «Қонуни Масъудий»да «Бу санъатнинг, [яъни астрологиянинг] «қиммати» фақат ўзидадир. Унга фақат айшу-ишратни жисмоний азоблардан қутулиш ва ҳаётий лаззатларни фойдали деб биладиганларнингтина қалби мойил бўлади. Агар сен шу лаззатларга интилмасанг, бу санъатдан, унинг «кароматларидан», унинг тартибларидан ва у билан шуғулланувчилардан жирканасан», дейди. Шундай қилиб, Беруний ўз асарларида астрологиянинг предмети ва методига қаттиқ шубҳа билан қарайди, астрологларни эса олим деб ҳисобламасдан улар устидан заҳарханда кулади.

Беруний оламнинг тузилиши ҳақидаги мулоҳазаларида ҳам ўз тафаккурининг мустақиллигини намоён қилди. Урта аср Шарқида, сўнгра Европада ҳам олам тузилиши ҳақидаги масалада астрономлар геоцентризм позициясида турар эдилар. Юнон астрономи Птолемейнинг асарларида баён қилинган назарияга асосан коинотнинг марказида Ер кураси туради ва у қўзғалмас бўлиб, унинг атрофида осмон сфераси Ой, Қуёш, планеталар ва юлдузлар билан биргаликда айланади деб ҳисобланарди. Шу тахминга асосланиб, осмон жисмларининг кўринма ҳаракатини англатувчи мураккаб назарияни яратди.

Бироқ қадимги даврнинг ўзидаёқ бу назария билан биргаликда, унга қарши дунёқараш ҳам пайдо бўлди. Бунга кўра айрим юнон ва ҳинд олимлари Қуёш олам марказида туради ва Ер унинг атрофида айланади деб талқин қилдилар. Бундай қарашга асосланган назария гелиоцентризм дейилади. Бу назария фақат XVI асрдагина буюк поляк астрономи Николай Коперник томонидан мукаммал ишлаб чиқилди ва асосланди.

Ўрта асрда дин Птолемей системасини тўғри деб топди, чунки у Ер ҳаракатсизлиги ҳақидаги диний ақидани тасдиқларди. Бу системадан ҳар қандай огиш ҳам диний таълимот билан зиддиятликка олиб келар эди. Шунинг учун, бутунлай динга боглиқ бўлган ўрта аср астрономияси Ернинг қўзғалмаслиги ҳақидаги фикрга таянарди.

Беруний Қуёш системасининг тузилиши ҳақидаги масала билан махсус шуғулланди. Бу ҳақда унинг бизгача етиб келмаган «Ер ҳаракатлими ё қўзғолмасми», «Арабларнинг Ер ҳаракати ҳақидаги фикрлари» асарларининг номи гувоҳлик беради. У диққат билан ҳинд астрономларининг назарияларини ўрганди ва ҳиндларнинг қадимий диний китоблари «Пуронлар»да баён қилинган таълимотни танқид остига олди. У ўзининг «Ҳиндистон» асарида «Пуронлар» олам шаклига тааллуқли бир қатор фикрларни ўз ичига оладики, улар астрономларга маълум бўлган илмий ҳақиқатларга бутунлай қарама-қаршидир»[12], деб ёзади. «Пуронлар» муаллифларининг хатолари илмий қарашлар билан диний таълимотларни чалкаштириб юборилишидир, деб тушунтиради.

Беруний гелиоцентрик нуқтаи назарда турган VI—VII аср атоқли ҳинд астрономлари Ариабҳатта ва Браҳмагуптанинг астрономик назариялари билан қизиқади. Шу муносабат билан у Ернинг айланма ҳаракати астрономияга зид эмас, ҳар қандай астрономик ҳодисалар шу ҳаракатга мувофиқ содир бўлади, деган ўз даврига нисбатан дадил фикрни айтди.

Беруний «Ҳар қандай кўринишдаги астурлобларни ясаш усуллари ҳақида» деган рисоласида унинг замондоши, машҳур олим Абу Саид Сижизий томонидан ихтиро қилинган бир астурлобни таърифлайди; бу астурлоб осмон сфераси эмас Ер ҳаракатланади, деган қатъий ишончга асосланиб ясалган.

Албатта, Беруний гелиоцентрик назарияни яратмади ва астрономияни баён қилишда у Птолемей системаси-

---

[12] *Қаранг:* Беруний, Танланган асарлар, 2-том, Тошкент, «Фан» нашриёти, 1965, 81—89-бетлар.

га асосланди, чунки у система ўша давр талабини қондирар ва кузатишларига ҳам мос келар эди. Лекин унинг геоцентрик ва гелиоцентрик системани илмий жиҳатдан тенг ҳуқуқли деб тан олиши буюк олимнинг фавқулодда эркин фикрли эканлигини исботлайди. Унинг бу ҳақда айтганлари, умумий нуқтаи назарда турган кейинги вақтдаги астрономларнинг ҳайратланишига сабаб бўлди. XIII аср Марокаш олими ал-Марокиший қандай қилиб Беруний Птолемей, Розий, Ибн Сино ва бошқа атоқли олимлар тарафдор бўлган геоцентрик системанинг тўғрилигига шубҳаланганлигини тушуна олмади.

Беруний астрономияга оид асарларида физик масалаларга ҳам тўхталиб ўтади. У ўткир синчковлик билан Ой тутилиши натижасида содир бўладиган ҳодисаларни тавсифлади; Қуёш, тонг ва оқшом рўй беришлари сабабини таърифлашга ҳаракат қилди.

ХОТИМА

Мазкур ишда биз хоразмлик буюк олим Абу Райҳон Берунийнинг математик ва астрономик ижодидан айрим лавҳаларни келтирдик, холос. Бироқ шу айтилганларнинг ўзиёқ, назарий ва амалий фанлар соҳасида ўз замондошларидан юқори кўтарила олган мутафаккирнинг сиймосини гавдалантириш имконини беради. Диний таассуб ва феодал деспотизм кучайган даврда Беруний, уни ўз давридан бир неча аср олға сурган илмий ихтиролар қилди.

Шуниси диққатга сазоворки, Беруний ўрта осиёлик олимлар муҳитида ўсди ва камолотга етди. Унинг ўтмишдош ва замондошлари — Хоразмий, Фарғоний, Форобий, Насавий, Ибн Сино, Хўжандий, Сулаймон ибн Исмат Самарқандий каби буюк олим ва мутафаккирлар эди. Шу билан бирга, Яқин ва Ўрта Шарқнинг — Собит ибн Қурра, ал-Баттоний, ан-Найризий, Абул Вафо ҳамда антик даврнинг Архимед, Гиппарх, Птолемей, Серен каби олимларининг илмий асарлари Беруний илмий ижодига катта таъсир кўрсатди.

Шундай қилиб, Берунийнинг 1973 йилда нишонланадиган 1000 йиллик тўйи фақат ўзбек ва СССР халқларининг байрами бўлиб қолмасдан, балки барча прогрессив инсониятнинг ҳам байрамидир.

МУНДАРИЖА

Кириш 3
Берунийнинг ҳаёти ва илмий фаолияти ҳақида 4
Беруний асарларида математика 13
Беруний асарларида астрономия 39
Хотима 46

На узбекском языке

С. Х. Сиражиддинов, Г. П. Матвиевская, А. Ахмедов

МАТЕМАТИКА И АСТРОНОМИЯ В РАБОТАХ АБУ РАЙХАНА БЕРУНИ

ЎзССР ФА илмий-оммабоп китоблар таҳрир ҳайъати томонидан нашрга тасдиқланган.

Муҳаррир *Т. Абдужабборова*
Рассом
Техмуҳаррир *Р. К. Иброҳимова*
Корректор *М. Каримбобоева*

Р08430. Теришга берилди 5/VI-73 й. Босишга рухсат этилди 18/VII-73 й. Формати $84 \times 108^1/_{32}$ Босмахона қоғози № 1. Босма л. 2,52. Қоғоз л. 1,5 Ҳисоб нашриёт л. 2,2
Нашриёт № 589. Тиражи 5000. Баҳоси 9 т. Заказ 136.

ЎзССР „Фан“ нашриётининг босмахонаси, Черданцев кўчаси, 21.
Нашриёт адреси, Тошкент, Гоголь кўчаси, 70.