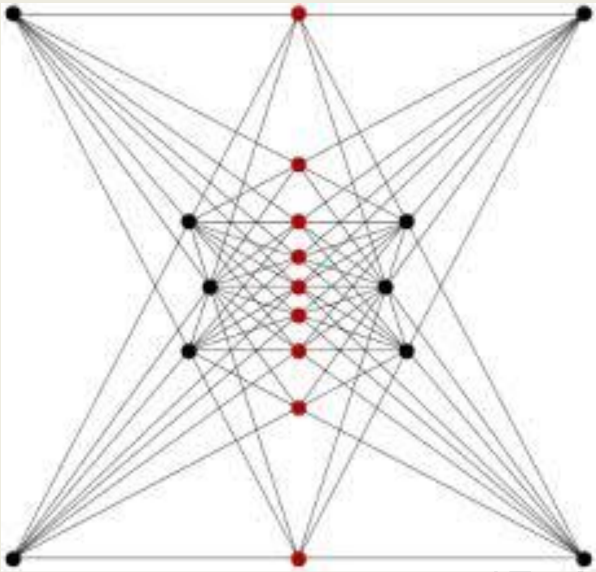
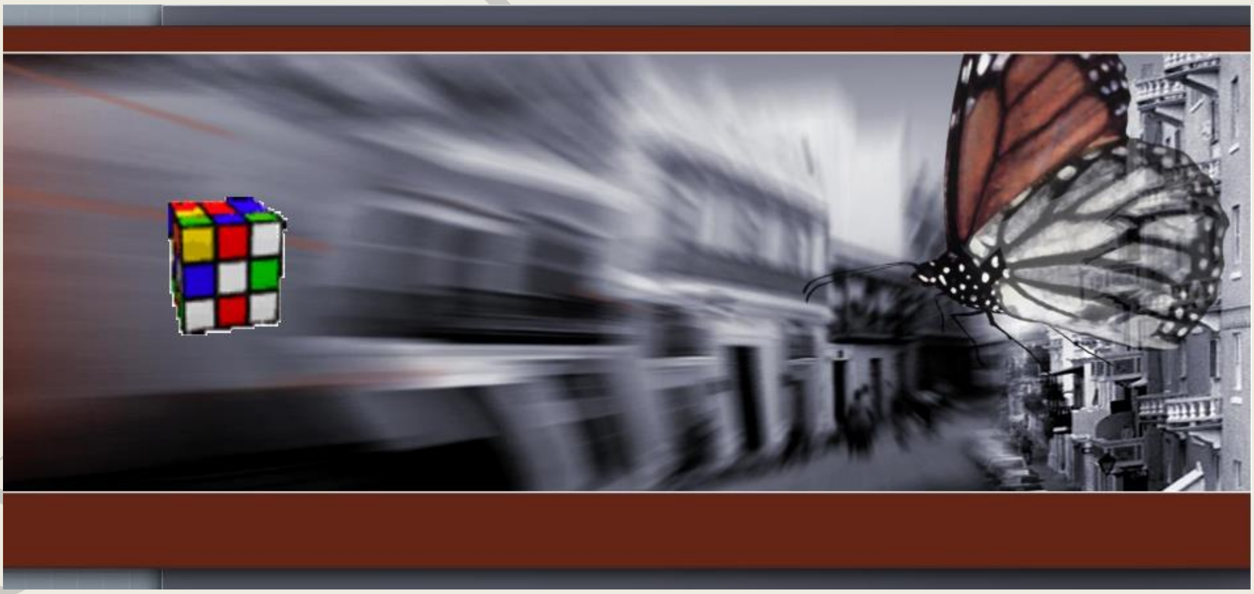
Norqulov J.Sh,   Axmadova M.O



KOMBINATORIKA VA NYUTON BINOMI



MUNDARIJA

… davom etadi…

KIRISH

Kombinatorika matematikaning diskret obyektlar (tanlanmalar) va ularning orasidagi munosabatlarni o'rganuvchi bo'limi hisoblanadi.

"Kombinatorika" atamasi fanga 1666 yil Leybnits tomonidan olib kirilgan.

Kombinatorikaning o'zi ham bir necha qismalrga bo'linadi:

-Hisoblash kombinatorikasi;

-Strukturaviy kombinatorika;

-Ekstremal kombinatorika;

-Ehtimolliklar kombinatorikasi;

-Topologik kombinatorika

-Ramsey nazariyasi va hokazo.

Kombinatorikaning asosiy maqsadi qaralayotgan kombinatorika obyektlari sonini aniqlashdan iboratdir. Kombinatorika ob'yekti deb qaralayotgan to'plamning ma'lum bir xususiyatga ega bo'lgan elementiga aytiladi.

Matematikaning bir to`plam elementlaridan, talab qilingan shartlarni qanoatlantiruvchi xar xil birlashmalarni (kombinatsiyalarni) tuzish haqidagi masalasini o`rganish sohasi **kombinatorika** deyiladi.

Ba'zi kombinatorika ehtimollar nazariyasiga kirish deb qaraladi, chunki kombinatorika usullari ehtimollar nazariyasi hodisa voqealarni biror aniq xolatda o`rganishda muxim ahamiyatga ega. Ehtimollar nazariyasida "birlashma" (kombinatsiya) deb aytishning o`rniga "tanlanma" deb aytish qabo`l qilingan. Kombinatorikada tanlanma o`rinlashtirish, o`rinalmashtirish, gurppalash (guruhlash) ko`rinishda qaraladi.

I-BOB

QO'SHISH VA KO'PAYTIRISH QOIDALARI

Eric Temple Bell:

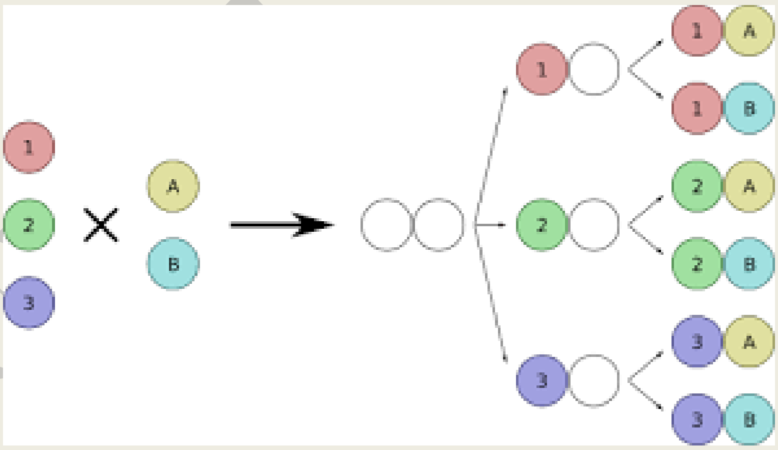
"Obvious-is the most dangerous word in mathematics"

Ushbu bobda kombinatorikamasalalarini yechishda yordam beradigan ikkita umumiy qoida:

1. Qo`shish qoidasi
2. Ko`paytirish qoidasi

larni o'rganamiz.

Kombinatorikaning boshqa formulalari ham shu qoidalar va ularning natijalariga asoslangan holda keltirilib chiqariladi. Shuning uchun ham bu qoidalar kombinatorikada juda muhim o'rin egallaydi.



I.1. QO`SHISH QOIDASI.

Agar biror A predmetni m usul bilan B predmetni k usul bilan (lekin xuddi A kabi emas) tanlash mumkin bo`lsa, u holda “ A predmetni yoki B predmetni” $m+k$ usul bilan tanlash mumkin.

Misol: Yashikda n ta oq va qora rangdagi sharlar bo`lsin. Ixtiyoriy ravishda bitta shar olinsin.

-Necha xil usul bilan buni bajarish mumkin?

-Albatta n usul bilan.

Endi bu n ta sharlarni 2 ta yashikka joylashtiraylik: Birinchida m ta sharlar, ikkinchida k ta sharlar bo’lsin. Ixtiyoriy ravishda birorta yashikdan 1 ta shar olaylik.

-Buni nechta har xil usullar bilan bajarish mumkin?

Birinchi yashikdan m ta har xil usul bilan shar chiqarish mumkin, ikkinchi yashikdan k ta har xil usul bilan shar chiqarish mumkin. Hammasi bo`lib $m+k$ ta usul bilan bittadan shar chiqarib olish mumkin.

Agar barcha kombinatorik obyektlarni elementlari soni mos ravishda A va B ga teng bo’lgan ikkita o’zaro kesishmaydigan qismto’plamlarga ajratish mumkin bo’lsa u holda kombinatorik obyektlar soni $(A+B)$ ga teng bo’ladi.

Qo’shish qoidasini quyidagi qoida bilan ham tushuntirishimiz mumkin:

Ko’paytirishish qoidasini quyidagi qoida bilan ham tushuntirishimiz mumkin: Agar qandaydir X hodisani A ta yo’l bilan, Y hodisani esa B ta yo’l bilan hosil qilish mumkin bo’lib, X va Y hodisalarni bir vaqtda hosil qilish mumkin bo’lmasa u holda (X yoki Y) hodisani $(A+B)$ ta yo’l bilan hosil qilish mumkin bo’ladi.

1-Masala: $\{0;1\}$ sonlaridan foydalanib nechta ikki koordinatali nuqta hosil qilishimiz mumkin?

Yechish: Masalada tavsiflangan kombinatorika obyektlarining sonini aniqlaylik. Bunda **Kombinatorika obyekti:** koordinatalari 0 yoki 1 ga teng bo’lgan ikki koordinatali nuqtalar

Bu masalada qaralayotgan kombinatorik obyektlarni ikkita o’zaro kesishmaydigan qismto’plamlarga ajratamiz:

1-to’plam: birinchi koordinatasi 1 ga teng bo’lgan nuqtalar: $(1;0),(1;1)$

2-to’plam: birinchi koordinatasi 0 ga teng bo’lgan nuqtalar: $(0;0);\ (0;1)$

Javob: $2+2=4$

2-Masala: G’orning 7 ta eshigi bor, sayyoh bu g’orga necha usul bilan kirib , yana qaytib chiqishi mumkin?

Yechish: Sayyoh uchun g’orga kirishning 7 usuli bor, har bir kirishida esa undan chiqishning ham 7 usuli bor. Demak natija $7+7+7+7+7+7+7=49$ ga teng.

2-Masala: Yuqoridagi masala har bir eshikdan faqat bir marta o’tish mumkin degan shart mavjud bo’lsa natija qanday bo’lar edi?

Yechish: Sayyoh uchun bu g’orga kirishning 7 usuli bor, har bir kirishida esa mavjud shartga ko’ra undan chiqishning 6 usuli bor. Demak natija $6+6+6+6+6+6+6=42$ ga teng.

3-Masala: Ikkita shoshqol toshi tashlandi.

a) Natija necha xil bo’lishi mumkin?
b) Nechta holda ikala toshda chiqqan sonlar yig’indisi juft son bo’ladi?

Yechish: a) Birinchi toshda 6 xil natija bo’lishi mumkin, birinchi toshning har bir natijasida ikkinchi tosh ham 6 xil natijali bo’ladi. Demak natija $6+6+6+6+6+6=36$ xil bo’lar ekan.

b) Bu sonlar yig’indisi juft son bo’lishi uchun toshlarda chiqqan sonlarning ikalasi ham juft yoki ikalasi ham toq bo’lishi mumkin.

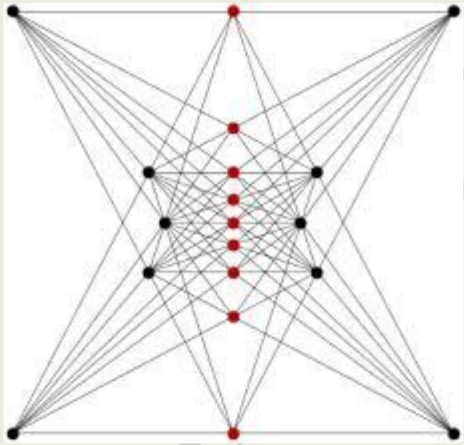
Faraz qilaylik ikala toshdagi sonlar ham juft bo’lsin: 2,4,6. Birinchi toshdagi son 2,4,6 larning biriga teng bo’lganda ikkinchi toshdagi sonlar ham 2,4,6 lardan biri bo’lishi kerak. Demak, natija $3+3+3$ xil ekan.

Faraz qilaylik ikala toshdagi sonlar ham toq bo’lsin: 1,3,5. Birinchi toshdagi son 1,3,5 larning biriga teng bo’lganda ikkinchi toshdagi sonlar ham 1,3,5 lardan biri bo’lishi kerak. Demak, natija $3+3+3$ xil ekan.

Shunday qilib, umumiy natija $9+9=18$ ga teng ekan.

I.2. KO`PAYTIRISH QOIDASI.

Agar biror A narsani m usul bilan tanlab so`ngra $B$ narsani k usul bilan tanlash mumkin bo`lsa, u holda bir juft A va B narsalarni $(m{\cdot}k)$ usulda tanlash mumkin.



Isbot: Faraz qilaylik berilgan to'plam $n = m + k$ elementdan iborat bo`lib ikkita qism to'plamga ajratilgan bo'lsin; ulardan birida m ta $a_1, a_2, \cdots, a_m$ elementlardan, ikkinchisi k ta $b_1, b_2, \cdots, b_k$ elementlardan iborat bo'lsin.

Endi har bir qism to'plamdan bittadan elementni bir-biriga bog`liq bo`lmagan holda tanlab olinsin.

Bunday tanlab olishni necha xil usulda tashkillashtirish mumkin?

Bu savolga quyidagi mulohazalar orqali javob topamiz. Ushbu jadvalni qaraylik.U masalada ko'zda tutilgan tanlashlarning barchasini o'z ichiga oladi.

$$\underbrace{\left.\begin{matrix} a_1в_1, & a_1в_2, & a_1в_3, & \cdots & a_1в_к, \\ a_2в_1, & a_2в_2, & a_2в_3, & \cdots & a_2в_к, \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_mв_1, & a_mв_2, & a_mв_3, & \cdots & a_mв_к, \end{matrix}\right]}_{k\text{ta ustun}} m - ta \quad qator$$

Bu jadvalda jami $(m{\cdot}k)$ ta $a_i b_j(\ i = \overline{1,m}\,; b = \overline{1,n})$elementlar joylashgan, chunki har bir qatorda k –tadan elementlar joylashgan, qatorlar soni esa m ta. Shunday qilib bu jadvaldagi elementlar sonini N deb belgilasak, yuqoridagilarga asosan

$$N = m{\cdot}k \qquad (1)$$

tenglik o'rinli bo`lar ekan.

Agar barcha kombinatorik obyektlar ikki xususiyat bo'yicha bilan qaralsa, $1-$xususiyatda A ta turli kombinatorik obyekt , $2-$xususiyatda esa B ta obyekt mavjud bo'lsa unda barcha kombinatorik obyektlar soni AB ga teng bo'ladi.

Ko'paytirishish qoidasini quyidagi qoida bilan ham tushuntirishimiz mumkin: Agar qandaydir X hodisani A ta yo'l bilan, Y hodisani esa B ta yo'l bilan hosil qilish mumkin bo'lib, X va Y hodisalarni bir vaqtda hosil qilish mumkin bo'lmasa u holda $(X$ va $Y)$ hodisani AB ta yo'l bilan hosil qilish mumkin bo'ladi.

1-Masala: $\{0;1\}$ sonlaridan foydalanib nechta ikki koordinatali nuqta hosil qilishimiz mumkin?

Yechish: Masalada tavsiflangan kombinatorika obyektlari sonini topamiz.

Kombinatorika obyekti: koordinatalari 0 yoki 1 ga teng bo'lgan ikki koordinatali nuqtalar

Bu masalada qaralayotgan kombinatorik obyektlarni ikkixususiyati bo'yicha qaraymiz: 1-koordinatasining qiymatlari va 2-koordinatasining qiymatlari.

Yoki berilgan masalani quyidagicha yozishimiz ham mumkin:

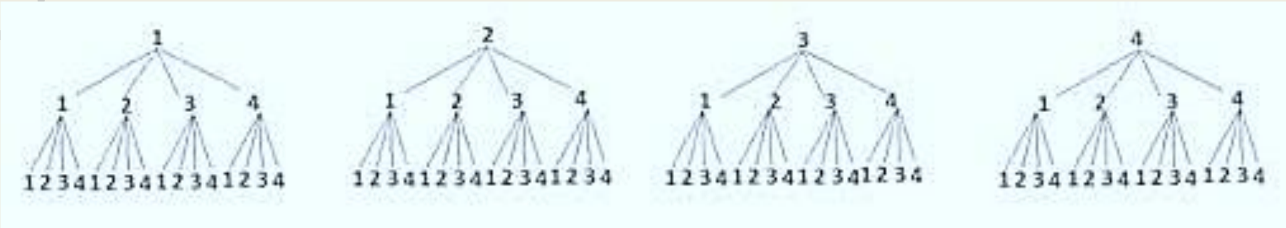
1-koordinatasi 0 yoki 1 (bu nuqtalarning soni 2 ta) va ikkinchi koordinatasi 0 yoki 1 bo'lgan nuqtalar (bu nuqtalarning soni ham 2 ta) sonini aniqlang.

Natijada kombinatorik obyektlar soni $2 \cdot 2 = 4$ ga teng bo'ladi.

2-masala: 1,2,3,4 raqamlaridan foydalanib nechta uch xonali son yozish mumkin?

Javob: 64 ta

Ko'rsatma: Sonning har bir raqamini 4 usul bilan tanlashimiz mumkin.



3-Masala: Nechta butun sonlar juftligi $x^2 + y^2 \leq 5$ tengsizlikni qanoatlantiradi.

Yechish: Bunda qaralayotgan hodisani bir necha o'zaro kesishmaydigan hodisalarga ajratib qo'shish formulasidan foydalanamiz.

Masalan:$S = \{(x; y) \mid x^2 + y^2 \leq 5\}$, $S_i = \{(x; y) \mid x^2 + y^2 \leq i\}$

4-Masala: 600 sonining barcha natural bo'luvchilari sonini toping.

Yechish: $600 = 2^3 \cdot 3^1 \cdot 5^2$ ekanligiga ko'ra bu sonning barcha natural bo'luvchilari $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$, $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$ ko'rinishida bo'ladi. $0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 1, 0 \leq z \leq 2$ uchlikni tanlab olishlar soni $4 \cdot 2 \cdot 3 = 24$ ga teng bo'ladi.

5-Masala: 7 ta odamni 7 ta o'ringa necha o'rinda joylashtirish mumkin?

Yechish: $1 -$ o'ringa 7 ta nomzod bor, shundan keyin $2 -$ o'ringa 6 ta nomzod qoladi, $3 -$o'rin uchun 5 ta va hokazo $6 -$o'ringa 2 ta va $7 -$o'ringa 1 ta nomzod qoladi. Ko'paytirish qoidasidan foydalansak ushbu natijaga ega bo'lamiz:

$$7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7!$$

6-masala: Oshxonada 5 ta lampochka bor. Ularning har biri yoqilgan yoki o'chirilgan holatda bo'lishi mumkin. Necha xil holat bo'lishi mumkin?

Yechish: 5 ta lampochkaning har biri 2 holatning birida ekan. Demak holatlar soni $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$ ga teng ekan.

7-masala: Dilbarning kiyim javonida quyidagilar bor:

 va 

U necha xil usulda kiyim tanlashi mumkin?

Javob: 12 usulda

Ko'rsatma:

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

I.3. QO'SHISH VA KO'PAYTIRISH QOIDALARIGA OID MASALALAR

1. Stolda 5 ta olma va 3 ta nok bor, stoldan bitta mevani necha xil usulda tanlab olish mumkin? (8)
2. Globusda 17 ta meridian va 24 ta parallellar o'tkazildi. Globus necha qismga ajralgan? (17x24)
3. Uchta shahar bor: A, B, C. A shahardan B shaharga 7 ta yo'l o'tkazilgan. B shahardan C shaharga esa 11 ta yo'l mavjud. A va C ni bog'lovchi to'g'ridan-to'g'ri yo'l o'tkazilmagan bo'lsa A shahardan B shaharga necha xil usulda borish mumkin? (77)
4. Bir shahardan ikkinchisiga uch turdagi yo'l orqali borish mumkin: quruqlik, havo yoki dengiz orqali. Agar bu shaharlar orasida 3 xil quruqlik yo'li, 5 xil havoyo'li va 2 xil dengiz yo'li o'tkazilgan bo'lsa birinchi shahardan ikkinchisiga necha xil usulda borish mumkin. Javob: 10
5. Do'konda 7 xil ko'ylak, 5 xil shim va 4 xil galstuk sotiladi. Komplektni necha xil usulda tanlab olish mumkin? (140)
6. A shahardan B shaharga 2 ta yo'l, B shahardan C shaharga 5 ta yo'l, C shahardan D shaharga esa 3 ta yo'l o'tkazilgan bo'lsa A shahardan D shaharga necha xil usulda borish mumkin. Javob: 30
7. Beshta yo'lovchi uchun poyezdning 10 ta bo'sh vagonlaridan birida ketish imkoniyati bor. Agar yo'lovchilar o'zlari istagan vagonlarda ketishi mumkin bo'lsa ular vagonlarga necha xil usulda joylashishlari mumkin? (100000)
8. Do'konda 5 xil daftar, 10 xil ruchka va 17 xil kitob sotiladi.
   a) Necha usul bilan kitob va ruchka sotib olish mumkin? (170)
   b) Necha usul bilan kitob, daftar va ruchka sotib olish mumkin? (850)
   c) Necha usul bilan ikki turli nomli o'quv qurollari sotib olish mumkin? (305)
9. "$KOMBINATORIKA$" so'zining harflari orasidan necha usul bilan bitta unli va bitta undosh harfni tanlab olish mumkin? (42)
10. 6 ta manzilga uch xil mazmundagi xatlarning birini yuborish kerak. Necha xil usulda bu vazifani bajarish mumkin? (729)
11. "$KO`ZA$" so'zining harflari yordamida K harfi bilan boshlanuvchi nechta to'rt harfli so'z yozish mumkin? (So'zlar ma'noga ega bo'lishi shart emas) (Javob: 64)
12. A shahridan B shahriga 3 ta, B shahridan C shaharga 2 ta turli yo'llar bilan borish mumkin. A dan B ga, B dan C ga ketib, C dan B ga, B dan

A ga qaytmoqchi bo'lgan sayyoh kishi sayohatni necha xilda tanlashi mumkin? (36)

13. Qishloq xo'jaligi ishlariga uchta brigadadan bittadan odam yuborilishi kerak. Agar brigadalarda odamlar soni 15, 12 va 10 ga teng bo'lsa, ishga yuboriladigan odamlar uchligini necha usulda tanlash mumkin bo'ladi? (1800)

14. Ilmiy tadqiqot institutida 25 ta matematik, 28 ta fizik va 20 ta kimyogar ishlaydi. Agar yangi tadqiqot uchun har bir mutaxassislik bo'yicha bittadan olim kerak bo'lsa, uch kichilik ilmiy tadqiqot guruhini necha xil usulda tanlab olish mumkin? (14000)

15. Barcha raqamlari juft bo'lgan besh xonali sonlar nechta? (2500)

16. 4 xonali barcha raqamlari juft bo'lgan sonlar nechta? (500)

17. 2017 xonali barcha raqamlari juft bo'lgan sonlar nechta? ($4 \cdot 5^{2016}$)

18. 0,1,3,5,7 raqamlari yordamida 5 ga bo'linadigan nechta turli raqamli 4 xonali son yozishimiz mumkin? Javob: 42

19. $\{0,1,2,3,4\}$ to'plamning elementlaridan tuzilgan , raqamlari farqli bo'lgan nechta har xil uch xonali son yozish mumkin? Javob: 48

20. $\{0,1,2,3,4,5\}$ to'plamning elementlaridan tuzilgan nechta 3 xonali juft son yozish mumkin? Javob: 28

21. $\{0,1,2,3,4\}$ to'plamning elementlari bilan nechta uch xonali son yozish mumkin? Javob: 100

22. $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ to'plam elementlari bilan nechta turli 5 ga bo'linuvchi 3 xonali son yozish mumkin? Javob: 55

23. $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ to'plamning elementlari yordamida yozilishi mumkin bo'lgan 3 xonali sonlarning nechtasi 5 ga bo'linib, o'nga bo'linmaydi. (25)

24. Beshta o'quvchini uchta parallel sinfga necha usulda taqsimlash mumkin? (243)

25. Morze alifbosining harflari belgilardan (nuqtalar va tirelardan)iborat. Agar har bir harfda beshtadan ko'p bo'lmagan belgilar ishtirok etishi mumkin bo'lsa Morze alifbosida nechta harf bor? (32)

26. Nechta uch xonali sonda aniq 1 ta 7 raqami ishtirok etadi? (qo'shish formulasidan ham ko'paytirish formulasidan ham foydalanamiz) (225)

27. Nechta uch xonali sonda kamida bitta 7 raqami ishtirok etadi. (ikki xil usulda ishlash mumkin) (252)

28. Nechta 5 xonali sonda kamida bitta ikki raqami ishtirok etadi? (ikki xil usulda ishlansin) (37512)

29. Nechta 4 xonali sonda 2 ham 3 ham ishtirok etmaydi? (5880)

30. Nechta 4 xonali sonda 2 va 3 raqamlarining kamida bittasi ishtirok etadi? (3120)

31. Nechta 3 xonali sonda 2 ishtirok etib 3 ishtirok etmaydi? (

Ko'rsatma: ikkilar soni aniq 1 ta, aniq 2 ta, aniq uchta bo'lgan hollar alohida sanaladi. Javob:200

32. Nechta uch xonali sonda 2 va 3 raqamlarining aniq bittasi ishtirok etadi? (400)

33. 4,5,6,8 raqamlari ishtirok etmagan 4 ga karrali 4 xonali sonlar nechta? (Javob: 180)

34. Oxirgi raqami uchga karrali bo'lgan 7 xonali sonlar nechta? (2700000)

35. Nechta turli raqamli 6 xonali son mavjud? (136080)

36. Oxirgi raqami 0,3,6,9 larning birortasiga teng bo'lgan turli raqamli 7 xonali sonlar nechta? (221760)

37. 1,2,3,4,5,7 raqamlaridan foydalanib nechta 5 xonali juft son yozish mumkin?

38. 6 raqami ishtirok etmagan 4 ga karrali besh xonali sonlar nechta? Javob: 8x9x9x17

39. Raqamlari orasida aniq bitta 1 mavjud bo'lib, 0 ham 3 ham qatnashmaydigan 5 xonali sonlar nechta?

40. Raqamlari orasida 1 mavjud bo'lib, 7 ham 3 ham qatnashmaydigan turli raqamli 5 xonali sonlar nechta?

41. Shaxmat doskasiga ikkita to'rani bir-birini ura olmaydigan qilib necha xil usulda joylashtirish mumkin? (64x49)

42. Shaxmat doskasiga ikki to'rani bir-birini ura olmaydigan qilib turli rangli katakchalarga necha xil usulda joylashtirish mumkin? (32x48)

43. Shaxmat taxtasida 8 ta to`ra (rux)ni bir-birini olmaydigan qilib nechta usul bilan tuzish mumkin?

44. Shaxmat doskasiga uchta to'rani bir-birini ura olmaydigan qilib necha xil usulda joylashtirish mumkin? (64x49x36)

45. Shaxmat doskasiga ikkita farzini bir-birini ura-olmaydigan qilib necha xil usulda joylashtirish mumkin? (64x42)

46. Birinchi raqami 5 ga teng bo'lmagan beshga karrali besh xonalar sonlar ko'pmi yoki oxirgi raqami 5 ga teng bo'lmagan beshga karrali besh xonalar sonlar ko'pmi?

47. Uchinchi raqami to'rtinchi raqamidan aniq ikkita kichik bo'lgan 6 xonali sonlar nechta? (72000)

48. Uchinchi raqami to'rtinchi raqamidan kichik bo'lgan to'rt xonali sonlar nechta? (45x90)

49. Bech xonali beshga karrali simmetrik sonlar nechta? Bunda simmetrik son deganda o'ngdan va chapdan o'qilganda bir xil natija hosil bo'ladigan sonlarga aytamiz, masalan, 12321 –simmetrik 45678- simmetrik emas.

50. Kitob javoniga 30 ta kitob joylashadi. Kitoblarni birinchi va ikkinchi tomlar yonma-yon turmaydigan qilib necha xil usul bilan joylashtirish mumkin?

I.4. VARIANT TANLASH YO'LI BILAN YECHILADIGAN MASALALAR

1. Yo'lovchi sayohatga ketishdan avval yuklarini vaqtinchalik saqlash uchun avtomatik kameraga joylashtirdi. Sayohatdan qaytib, yuklarni olish uchun borganida u besh raqamdan iborat bo'lgan parolni unutib qo'yganligi ma'lum bo'ldi. Uning xotirasida bu parolda 23 va 57 raqamlari bor ekanligi qolgan bo'lsa sayyoh ko'pi bilan nechta urinishdan so'ng yuklarini ola oladi?

2. Agar shu sonlar 23 va 37 dan iborat bo'lsachi? Bu holada sayyoh ko'pi bilan nechta urinishdan so'ng yuklarini ola oladi?

3. 2,3,4,5 raqamlaridan foydalanib nechta 11 ga karrali turli raqamli 4 xonali son yozish mumkin?

4. Raqamlari yig'indisi 4 dan kichik bo'lgan to'rt xonali sonlar nechta? (15)

5. Bilmasvoy olma, nok va gilos yemoqchi. Lekin qanday tartibdaligi noma'lum. U buni necha xil usulda rejalashtirishi mumkin?

6. 4 xil rangli koptok uchun shu rangdagi qutilar tayyorlangan. Lekin Bilmasvoy adashib koptoklarni boshqa rangdagi qutilarga soldi. Buni necha xil usulda amalga oshirish mumkin?

Ko'rsatma: ranglarni 1,2,3,4 raqamlari bilan belgilab koptoklarni qutilarga joylashishini 1234 to'rt xonali son kabi belgilaymiz.

1-raqam 1 dan farqli istalgan raqamga teng bo'lishi mumkin. Bunda 3 ta variant bor: 2,3,4 …. Javob: 9

7. 1,2,3,4,5,6,7,8,9 raqamlarini qatnashtirib turli raqamli besh xonali sonlar yozildi. Bu sonlarning nechtasida 2,4,5 raqamlari bir vaqtda ishtirok etadi?

8. Har xil rangli ikki ruh shaxmat taxtasida shunday joylashganki ularning har biri ikkinchisini urib olishi mumkin.Shu xildagi joylashuvlar soni nechta?

9. O'nta guruh yonma-yon joylashgan auditoriyalarda shug'ullanadi. Agar birinchi va ikkinchi guruhlar yonma-yon auditoriyalarda shug'ullanishi kerak bo'lsa guruhlarni auditoriyalarga necha xil usulda joylashtirish mumkin?

10. {0,1,2,3,4,5} raqamlaridan foydalanib nechta uchga karrali turli raqamli uch xonali son yozish mumkin?

II-BOB.

BINOMIAL VA MULTINOMIAL KOEFFITSIYENTLAR

Quyida kombinatorik masalalarda ko'p qo'llaniladigan ba'zi kombinatorik jihatlarni qarab chiqamiz:

II.1. O'RINLASHTIRISHLAR SONI

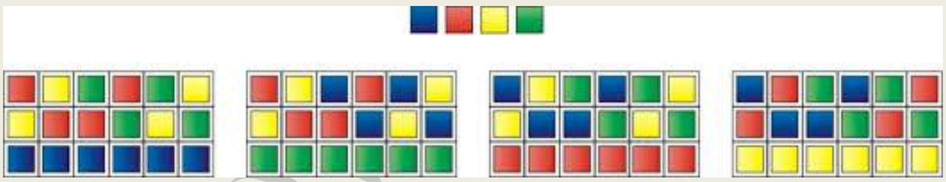
II.1.1. TARTIBLANGAN VA TAKRORLANISHSIZ O'RINLASHTIRISHLAR SONI

n ta elementning k tadan o'rinlashtirishi - berilgan n elementning orasidan tartiblangan k ta elementning tanlab olinishini bildiradi. N ta elementning k tadan o'rinlashtirishlari sonini A_n^k orqali belgilaymiz.

$$\boxed{\boldsymbol{A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}}$$

Eslatma: $\boldsymbol{n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1)}$ ***ko'paytmaga kamayuvchi factorial deyiladi.***

Quyida 4 ta elementning 3 ta elementli takrorlanishsiz tartibli o'rinlashtirishlari (vertikal) tasvirlangan.



Misol 1: $A = \{1;2;3\}$ to'plam berilgan bo'lsin. Uning barcha ikkitadan o'rinlashtirisharini yozaylik: $(1;2), (1;3), (2;1), (2;3), (3;1), (3;2)$

1-Masala: Sayyoh Samarqand, Buxoro, Xiva, Qo'qon va Toshkent shaharlariga borishi mumkin. U uchta shahardan iborat marshrutni necha xil usulda tanlashi mumkin?

Bu masalalarni yechishda o'rinlashtirishlar sonini topishdan foydalaniladi.

2-Masala: Bizga $\boxed{M}\boxed{A}\boxed{K}\boxed{T}\boxed{A}\boxed{B}$ harflari yozilgan kartochkalar berilgan. Ularning orasidan uchta kartochka tanlab olindi va ketma-ket joylashtirildi. Tanlangan kartochkalar necha qismida aynan (tartibi aniqligida) $\boxed{M}\boxed{A}\boxed{K}$ so'zi hosil bo'ladi?

Yechish: Mumkin bo'lgan barcha tanlashlar soni

$$n = A_6^3 = 120$$

Bizga kerak bo'lgan natija soni esa

$$n(A) = 1$$

ga teng.

Demak izlanayotgan son $p(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{1}{120}$ ga teng.

3-Masala:20000 dan 70000 gacha bo'lgan butun sonlarining orasida turli raqamli juft sonlar nechta?

Javob: $4032 + 3360 = 7392$

Ko'rsatma: Oxirgi raqam$0,2,4,6,8$ lardan biriga teng bo'lishi mumkin. Birinchi raqam esa $2,3,4,5,6$ lardan biriga teng bo'lishi mumkin. $\{0,2,4,6,8\} \cap \{2,3,4,5,6\} = \{2.4.6\}$bo'lganligi uchun masalani ikki qismga ajratamiz:

$birinchi\ \ raqam \in \{2,4,6\},\ \ birinchi\ raqam \in \{3;5\}$

Birinchi holda birinchi raqamni uch xil usulda tanlashimiz, shundan keyin 5,2,3,4 –raqamlarni mos ravishda $4,8,7,6$ usulda tanlashimiz mumkin.

Javob:$3 \cdot 4 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 4032$

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

II.1.2 TARTIBLANGAN VA TAKRORLANISHSIZ O'RINLASHTIRISHLAR SONIGA OID MASALALAR

1. $A = \{1; 2; 3; 4\}$ raqamlaridan foydalanib nechta turli raqamli uch xonali son yozishimiz mumkin? Javob: 24
2. 10 ta fan dasturi bo`yicha: 1 kunda 3 ta harxil darslar olib boriladi.1 kunda dars jadvalini tuzish uchunnechta usuldan foydalanish mumkin. Javob: 720
3. 40 kishilik guruhdan necha usul bilan guruh boshlig'I, uning yordamchisi va o'rinbosarini tanlab olish mumkin?
4. Turli raqamli nechta 4 xonali son mavjud?
5. Teatrda 10 ta aktyor va 8 ta aktrisa ishlaydi. Yangi spektakldagi 5 ta erkak va 3 ta ayol rolini necha xil usulda taqsimlash mumkin?
6. Fakultet jamoasi 9 kishidan iborat. Ular orasidan rahbar, uning yordamchisi va g'aznachini necha usulda tanlab olish mumkin?
7. 12 ta fan dasturi bo'yicha bir kunga uchta dars qo'yilishi mumkin. Bir kunlik dars jadvalini necha xil usulda tuzish mumkin?
8. 9 yo'lovchi chiqqan lift 10 qavatning har bir qavatida to'xtashi mumkin. Yo'lovchilar guruh bo'lib ikki kishidan, uch kishidan va to'rt kishidan tushadilar. Bu necha usul bilan ro'y berishi mumkin?
9. 25 ta sinfdosh maktabni bitirish vaqtida o'zaro rasm almashishga qaror qildilar. Hammasi bo'lib nechta rasm buyurtma qilinadi?
10. Suzish bo'yicha o'tkazilayotgan musobaqada 5 kishidan iborat komandadan tashqari yana 20 ta sportchi qatnashyapti. Bu komanda a'zolarining egallagan o'rinlarini necha xil usulda taqsimlash mumkin?
11. Komissiya rais, uning yordamchisi va yana besh nafar a'zodan iborat. Komissiya a'zolariga vazifalarni necha usulda taqsimlash mumkin?
12. Poezd to`rtta vagoniga 3 ta yo'lovchini, ular turli vagonlarda bo'ladigan qilib nechta usul bilan joylashtirish mumki? Javob: 12
13. 10 kishilik guruhdan necha xil usul bilan guruh sardori, uning yordamchisi va kamolot yetakchisini tanlab olishimiz mumkin? Javob: 720
14. Nomerlangan 7 to'pning qandaydir 2 tasi ikki o'quvchiga nechta usulda tarqatilishi mumkin? Javob: 42

15. Dars jadvaliga ko'ra har kuni 5 ta turli fandan dars o'tilishi kerak. Agar dasturda mo'ljallangan fanlar 11 ta bo'lsa bir kun uchun dars jadvalini necha xil usulda tuzish mumkin? Javob: 55440

16. Futbol bo`yicha musaboqaga 18 ta komanda qatnashmoqda. Musobaqa g`oliblari oltin, kumush va bronza medali bilan mukofatlanadi. Komandalarga medallar necha xil usul bilan taqsimlanishi mumkin?

17. Hakamlar hay'ati : bosh hakam , uning yordamchisi va beshta hakamlar hay'ati a'zolaridan iborat bo'ladi. Necha xil usul bilan hakamlar hay'ati o'zaro lavozimlarni taqsimlab olishi mumkin? Javob: 56

18. O'zbekistondan 5 sportchi suzish musobaqasida ishtirok etyapti. Musobaqa ulardan tashqari yana 20 ta sportchi ishtirok etayotganligi ma'lum bo'lsa O'zbekiston kamandasi a'zolarining egallashi mumkin bo'lgan o'rinlari necha xil bo'lishi mumkin? Javob: 6375600

19. 1 ta ko'k, 1 ta qora, 1 ta qizil qalam 7 boladan 3 tasiga necha usulda tarqatilishi mumkin?

20. Bir joyni eng ko'pi bilan bir kishi tanlaydigan bo'lsa, 3 kishi 10 joyni necha usulda tanlashi mumkin?

21. 30 kishilik bir sinfda sinf boshlig'i va yordamchisi necha usulda saylanishi mumkin?

22. Har xil rangli 2 ta koptok 6 o'quvchiga har biriga eng ko'pi bilan 1 ta to'p tegish sharti bilan nechta usulda tarqatilishi mumkin?

23. Alifboda 29 ta harf bo'lib, uning 6 tasi unli harflardan iborat bo'lsin. Birinchi va oxirgi harflari o'zaro turli unli harflar, qolgan raqamlari esa o'zaro turli undosh harflardan iborat bo'ladigan 5 harfli so'zlar soni nechta? Bu so'zlar qandaydir ma'noga ega bo'lishi shart emas?

Javob:318780

II.1.3. TAKRORLANISHLI O'RINLASHTIRISHLAR SONI.

n ta elementdan r ta elementni takrorlanishli o'rinlashtirishi deb n elementning ichidan takrorlanishli bo'ladigan qilib tanlab olingan r ta elementga aytiladi.

n ta elementning r tali takrorlanishli o'rinlashtirishlari soni

$$\boxed{\bar{A}_n^r = n^r}$$

ga teng.

1-Masala: $A = \{1;2;2\}$ to'plamning 2 ta elementli takrorlanishli o'rinlashtirishlarini toping.

Javob: $\{1;1\}; (1;2);\ (1;3);\ (2;1);\ (2;2);\ (2;3);\ (3;1);\ (3;2); (3;3)$

2-Masala: Teatr, sirk va kinoga bittadan bilet bor. Necha xil usulda ularni 4 ta talabaga taqsimlab berish mumkin, bunda bitta biletga istalgancha sondagi student kiritlishi mumkin.

Yechish: Bizda uch xil bilet bor. Ulardan 4 tasini takrorlanish mumkin bo'lgan shart bilan tanlab olishimiz kerak. Yuqoridagi formulaga ko'ra ushbu :

$$\bar{A}_3^4 = 3^4 = 81$$

natijaga ega bo'lamiz.

Javob: $\bar{A}_3^4 = 3^4 = 81$

3-Masala: O'yin soqqasi uch marta tashlandi. Nechta turli natijaga ega bo'lish mumkin?

Yechish: Tajriba uch marta takrorlanayapti, har bir tajribada sodir bo'lishi mumkin bo'lgan natijalar soni 6 ga teng. Har bir soqqada chiqqan raqamlar bir xil bo'lishiyam mumkin.Bu esa masala takrorlanishli tanlanmalar sonini topishdan iborat ekan.

Shuning uchun izlanayotgan javob yuqoridagi formulaga ko'ra

$$N = 6^3$$

ga teng.

II.1.4. MURAKKAB O'RINLASHTIRISHLAR SONI.

Faraz qilaylik bizga r ta guruh berilgan bo'lib, $i -$ guruh n_i $(i = 1,2,\dots,r)$ ta elementlardan iborat bo'lsin. Har bir guruhdan aniq bittadan elementlarni tanlab olishlar soni

$$\boxed{N = n_1 n_2 \dots n_r}$$

ga tengdir.

1-Masala: Barcha raqamlari turli bo'lgan uch xonali sonlar barcha uch xonali sonlarning qanday qismini tashkil etadi?

Yechish: Ravshanki barcha uch xonali sonlar soni $n = 900$ ga teng. Endi Barcha raqamlari turli bo'lgan uch xonali sonlar sonini topamiz. Ma'lumki birinchi raqamni 9 xil usulda, ikkinchi va uchinchi raqamlarni esa 10 xil usulda tanlash mumkin. Agar birinchi raqamni 9 usulda tanlab olsak, sonning raqamlari turlicha bo'lishi kerakligini hisobga olsak ikkinchi raqamni ham 9 xil usulda va shundan keyin uchinchi raqamni 8 xil usulda tanlab olishimiz mumkiin bo'ladi. Demak qaralayotgan sonlar soni

$$n(A) = 9 \cdot 9 \cdot 8$$

ga teng ekan.

Bundan izlanayotgan son quyidagiga teng ekanligini topamiz:

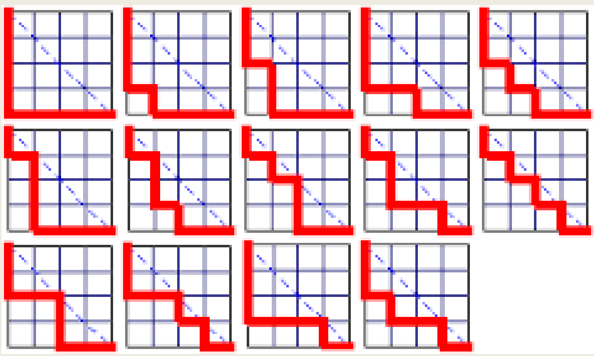
$$p(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{9 \cdot 9 \cdot 8}{900} = 0.72$$

ESLATMA: Agar $n_1 = n_2 = \cdots = n_r = n$ bo'lsa keltirilgan formula $N = n^r$ko'rinishni oladi.

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

II.1.5. TAKRORLANISHLI O'RINLASHTIRISHLAR SONIGA OID MASALALAR

1. Bilet nomi har biri 0 yoki 1 ga teng bo'lgan sakkizta belgilar ketma-ketligidan iborat bo'lsa ko'pi bilan nechta turli bilet mavjud bo'lishi mumkin? Javob: 256
2. Tramvay marshruti odatda ikkita rangli fonarlar yordamida belgilanadi. Agar belgilashda fonarlar 8 xil rangga ega bo'lishi mumkin bo'lsa ko'pi bilan nechta tramvay marshrutini belgilashimiz mumkin?
3. Bolada shtampning faqat 1,3,7 raqamlari yozilgan qismi qolgan. U bundan foydalanib nechta turli 5 xonali son yoza oladi?
4. 7 raqamli telefon nomerlari nechta, agar
   a) Barcha raqamlar har xil bo'lishi talab etilsa;
   b) Har bir raqam 0 dan 9 gacha bo'lgan istalgan raqamga teng bo'lishi mumkin bo'lsa;
   c) Oxirgi 4 ta raqam bir xil bo'lishi talab etilgan bo'lsa?
5. Seyf uch raqamli son bilan kodlangan. Agar kodlashda 1,2,3,4,5 raqamlaridangina foydalanishga ruxsat etilgan bo'lsa kodlashni necha xil usulda amalga oshirish mumkin?
6. Qurilayotgan binoning 8 ta qavatiga 6 yashik har xil material chiqariladi. Materiallarni qavatlarga necha xil usul bilan taqsimlash mumkin? 8-qavatga necha xil variant bilan kamida ikki xil material chiqariladi?
7. Agar bitta raqam bir necha marta takrorlanishi mumkin bo`lsa 1,2,3,4,5 rakamlardan nechta uch xonali sonlar tuzish mumkin?
8. Agar bitta raqam bir necha marta takrorlanishi mumkin bo`lsa, 0,1,2 raqamlardan nechta to`rt xonali son tuzish mumkin?



II.2. KOMBINATSIYALAR SONI

II.2.1. TARTIBLANMAGAN VA TAKRORLANISHSIZ TANLANMALAR SONI

n ta turli elementning ichidan m tasini takrorlanishsiz gruppalashlar soni

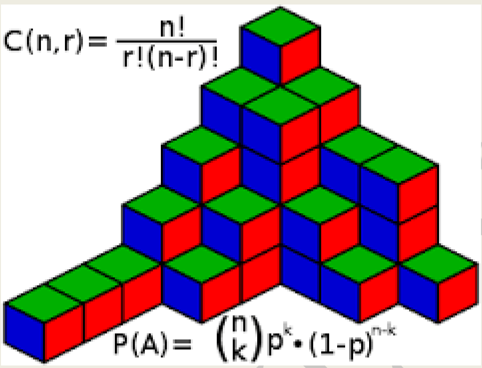
$$\boxed{C_n^m = \frac{n!}{m!\,(n-m)!}}$$

ga tengdir.

Misol 1: $\boldsymbol{A} = \{\mathbf{1}; \mathbf{2}; \mathbf{3}\}$ to'plamning ikki elementli tanlashlari quyidagilardan iboratdi $(1;\ 2),\ (1;3), (2;3)$.

1-Masala: Olimpiadada 3 ta talabadan iborat komonda qatnashishi mumkin. 20 ta talabadab olimpiadada ishtirok etuvchi uchta talabani necha xil usulda tanlab olishimiz mumkin?

Yechish: $C_{20}^3 = \frac{20!}{3!17!} = 1140$



2-Masala: Berilgan $2, 3,4 ,5 , 8$ sonlarining orasidan ikkitasi tanlab olindi. Olingan sonlardan tuzilgan kasr tuzamiz.Hosil bo'lgan kasrlarning nechtasiqisqarmas kasr bo'ladi?

Yechish: Kasr qisqarmas bo'lmasligi uchun u $2, 4, 8$ sonlaridan tuzilgan bo'lishi kerak. Chunki uning surat va maxrajining kamida biri 3 yoki 5 raqamlaridan iborat bo'lsa unda bu kasr albatta qisqarmas bo'ladi. Ravshanki, bunda mumkin bo'lgan barcha tanlashlar soni:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!\,(3)!} = 10$$

Qisqaruvchi kasrlar soni esa

$$n(A) = C_3^2 = \frac{3!}{2!\,(1)!} = 3$$

Demak, hosil bo'lgan kasrlarning

$$p(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{3}{10} = 0{,}3$$

qismi qisqaruvchi, 0,7 qismi esa qisqarmas ekan.

Shunday masalalarga ham duch kelamizki, ularda qaralayotgan formula bilan birgalikda qo'shish va ko'paytirish qoidalaridan ham foydalanishimizga to'g'ri keladi.

3-Masala : 4 qiz va 7 ta o'g'il bolaning orasidan 5 ta bolani

a) Hech qanday qo'shimcha shartlarsiz
b) Aniq 2 ta qiz bola olinishi sharti bilan
c) Kamida uchta qiz bola olinishi sharti bilan

necha xil usulda tanlab olish mumkin?

Javob: 462, 210, 91

Ko'rsatma: a) Bu son hech qanday shartlar mavjud bo'lmaganligi sababli C_{11}^{5} ga teng.

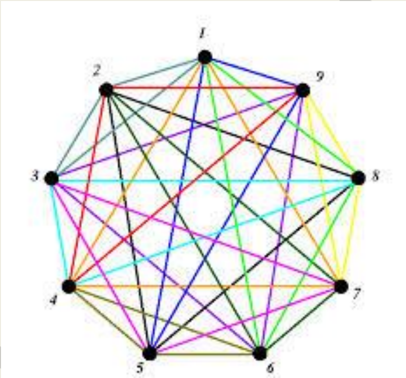
b) Tanlangan beshlik aniq ikkita qiz bola va 3 ta o'g'il bola bo'lishi kerak. Ko'paytirish qoidasiga ko'ra bu son $C_4^2 \cdot C_7^3$ ga teng bo'ladi.

c) Demak tanlangan beshlikda qizlar soni aniq uchta yoki aniq 4 ta bo'lishi kerak ekan. Qo'shish qoidasiga ko'ra bu son $C_4^3 \cdot C_7^2 + 1 \cdot 7$ ga teng.

II.2.2. TARTIBLANMAGAN VA TAKRORLANISHSIZ TANLANMALAR SONIGA OID MASALALAR

1. Guruhda 20 ta o'quvchi bor. Dushanba kuni uch o'quvchi navbatchilik qilishi kerak. Shu o'quvchilarni necha xil usulda tanlab olish mumkin?

2. Tekislikda 7 ta nuqta olingan bo'lib, ularning hech bir uchtasi bir to'g'ri chiziqda yotmaydi. Shu nuqtalarni tutashtirib nechta turli to'g'ri chiziq o'tkazish mumkin?



3. Vazada 10 ta qizil va 5 ta pushti gul bor. Vazadan 3 ta bir xil rangdagi gulni necha xil usulda tanlab olish mumkin.? Javob: $C_{10}^{3} + C_{5}^{3}$

4. Tekislikda 10 ta nuqta olindi. Ular yordamida nechta kesma hosil qilish mumkin? Javob: 45

5. Uchrashuv paytida 12 kishi qo`lma-qo`l so'rashishdi. Bunda necha marta qo`lma-qo`l so`rashilgan? Javob: 66

6. Mashg`ulotda 12 ta basketbolchi qatnashmoqda. Trener har xil beshlik o`yinchilarni nechta usul bilan tuzish mumkin?

7. Do'konda 3-xil nomalum konfet mavjud. Konfetlar 3-xil ko`rinishda qutilarga jixozlab joylashtirilgan bo`lib xar bir nomli konfetning o`z qutisi bor. 5 ta qutidan saylab tayorlash buyurtmasini necha xil usul bilan bajarish mumkin?

8. Aylanadan 12 ta turli nuqta olindi. Nechta yoy hosil bo'ldi?

9. 12 burchakning nechta dioganali bor? Javob: 54
Ko'rsatma: ko'pburchakning ikki uchini tutashtiruvchi kesmalar soni 12 tadan 2 tani takrorlanishsiz tartibsiz tanlab olishlar soni 66 ga teng. Undan ko'pburchakning tomonlari soni 12 ni olib tashlasak dioganallar soni qoladi.

10. 8 kishining 5 tasi Farg'ona, qolganlari Buxoroga ketadi. Gruppalar necha usulda hosil qilinishi mumkin?

11. 6 turli darsdan ma'lum ikkitasi bir paytda berilmoqda. Bu 6 darsdan 3 dars necha turli shaklda tanlanishi mumkin?

12. 10 kishidan 3 kishi, bu uch kishilik guruhdan 1 kishini necha usulda tanlashimiz mumkin?

13. Aylana ustida 8 ta turli nuqta bor. Uchlari shu nuqtalarda bo’lgan nechta turli uchburchak mavjud?

14. Ixtiyoriy uchtasi bir to’g’ri chiziqda bo’lmagan A,B,C,D,E nuqtalarni uchburchaklarning uchlari deb olsak, nechtasi A nuqta qatnashadi?

15. 10 sportchi qatnashgan bir musobaqada dastlabki uch o’rin necha usulda bo’la oladi?

16. Eng kamida uchtasi bir to’g’ri chiziq ustida bo’lmagan, va bir tekislik ustidagi 8 turli nuqtadan nechta to’g’ri chiziq o’tkazish mumkin?

17. 8 kishilik o’quvchilar gruppasidan 3 tasi Toshkentga, 2 tasi Xivaga, qolganlari Buxoroga sayohat qiladigan bo’ldilar. Ali va Ahmad ismli ikki o’quvchi bir shaharga boradigan gruppada bo’lmaslik sharti bilan necha gruppa hosil qilish mumkin?

18. Ahmad va Vali bo’lgan 10 kishilik gruppadagi 4 kishilik va 6 kishilik ikki har xil gruppa tuzmoqchi. Ahmad va Vali har xil gruppalarda bo’lishi kerak bo’lsa, bunday ajtarish necha xil usulda bo’ladi?

19. Bir tekislikdagi 10 ta to’g’ri chiziqdan 4 tasi o’zaro, boshqa 6 tasi o’zaro paralleldir. Bularning kesishishlari bilan nechta parallelogram hosil bo’ladi?

20. 3 ta erkak va 3 ayol orasidan faqat bitta ayol bo’lgan 3 kishilik gruppa necha usulda tanlanishi mumkin?

21. 10 sportchi qatnashgan bir musobaqada kuchli uchlikni necha usulda tanlab olish mumkin?

22. Hech bir uchtasi bir to’g’ri chiziqda yotmaydigan 18 ta nuqta orqali nechta to’g’ri chiziq o’tkazish mumkin?

23. Shaxmat turnirida 14 ta o’yinchi ishtirok etdi. Agar har bir o’yinchi boshqalar bilan aniq bir partiyadan o’yin o’tkazgan bo’lsa turnirda necha partiya o’yin o’ynalgan?

24. Brigadir ishga 12 kishilik guruhdan 5 kishini yuborishi kerak? U besh kishilik ishchi guruhni necha usulda tanlab olishi mumkin?

25. 80 nafar askar va 3 nafar ofitser orasidan uch nafar askar va bitta ofitserdan iborat bo’lgan tarkibni necha usulda tanlab olish mumkin?

26. Agar guruhda 6 ta hujumchi, 3 ta yarimhimoyachi, 6 ta himoyachi va 1 ta darvozabon bo’lsa , ular orasidan bitta darvozabon, 4 ta himoyachi, 3 ta yarimhimoyachi va uchta hujumchini necha usulda tanlab olish mumkin?

27. Matematika to’garagida 20 ta, fizika to’garagida 23 ta, kimyo to’garagida 12 ta, tarixchilar to’garagida 19 ta o’quvchi bor. 4 ta matematik, 5 ta fizik, 3 ta kimyogar va 6 ta tarixchidan iborat guruhni necha usulda tanlab olish mumkin?

28. 15 kishilik guruhdan bitta brigadir va 4 ta brigada a'zosini necha usulda tanlab olish mumkin?

29. Kitob javonida matematika va mantiqdan hammasi bo'lib 20 ta kitob bor. 5 ta matematika kitobi va 5 ta mantiq kitobidan iborat komplekt variantlarining soni javondagi kitoblar har bir fandan 10 tadan bo'lganda eng katta bo'lishini ko'rsating.

30. Guruhda 12 ta o'quvchi bor. Ularni matematika va fizika to'garaklariga shunday taqsimlash kerakki, har bir to'garakka jufttadan o'quvchi qatnashsin.Buni necha xil usulda amalga oshirish mumkin? Javob: 2046

Ko'rsatma:$C_{12}^2 + C_{12}^4 + C_{12}^6 + C_{12}^8 + C_{12}^{10}$

31. Guruhda 2 ta darvozabon, 5 ta himoyachi va 8 ta hujumchi bor. murabbiy musobaqaga 1 ta darvozabon, 2 ta himoyachi va uchta hujumchidan iborat jamoani yuborishi kerak. U buni necha xil usulda amalga oshirishi mumkin? Javob: 1120

Ko'rsatma: ko'paytirish formulasiga ko'ra $C_2^1 \cdot C_5^2 \cdot C_8^3 = 1120$

32. 3 ta matematik va 10 ta iqtisodchilar orasidan kamida bitta matematik bo'lgan 7 kishini tanlab olish kerak. Nechta holatda buni amalga oshirishimiz mumkin? Javob: 1596

Ko'rsatma: $C_{13}^7 - C_{10}^7$, barcha tanlashlar sonidan matematik qatnashmagan tanlashlar sonini ayirib tashlaymiz.

33. Raqamlari yig'indisi 3 ta teng bo'lgan nechta 23 xonali son bor?

Ko'rsatma: sonning 1-raqami 1,2,3 bo'lishi mumkin. Qo'shish qoidasidan foydalanamiz: $(C_{22}^1 + C_{22}^2) + (C_{22}^1) + 1 = 2761$-qavs ichidagi son birinchi raqami 1 bo'lgan sonlar soni tashkil etadi va hokazo.

34. Alida 7 ta matematikaga oid kitob, Valida 10 ta kimyoga oid kitob bor. ular necha xil usulda 3 tadan kitob almashishi mumkin? Javob: 2300

Ko'rsatma: ko'paytirish qoidasidan: $C_7^3 \cdot C_{10}^3$

35. 0 va 8 raqamlaridan foydalanib 9 ga karrali nechta 11 xonali son yozish mumkin? Javob: 45

Ko'rsatma: bo'linish qoidasiga ko'ra aniq 9 ta 8 yozishim kerak, 1-raqam 8 bo'lishi aniq, demak javob: $C_{10}^8 = 45$

36. 5 erkak va 3 ayol orasida eng kamida biri ayol bo'lgan 3 kishilik bir gruppa necha usulda tanlanishi mumkin?

37. O'nburchakda dioganallar soni nechta?

38. 4 ta ko'k va 4 qizil to'plar mavjud bo'lgan bir xaltadan bir xil rangdagi 3 to'p necha usulda tanlanishi mumkin?

39. 12 ta savolli bir sinovda 8 ta savol tanlanishi kerak. Birinchi 5 savoldan faqat 3 ta savol majburiy bo'lsa, 8 savol necha usulda tanlanishi mumkinmi?

40. 4 ayol va 3 erkakning orasidan 1 ta ayol va 2 ta erkakni necha usulda tanlash mumkin?

41. Bir xildagi uch to'p 2 o'quvchiga, bir o'quvchi ko'pi bilan bir to'p olish sharti bilan necha usulda tarqatilishi mumkin?

42. Bir xil rangli 2 ta koptok 6 o'quvchiga har biriga eng ko'pi bilan 1 ta to'p tegish sharti bilan nechta usulda tarqatilishi mumkin?

43. Uchtasida haydovchilik guvohnomasi bo'lgan 11 kishidan beshtasi bir mashinaga, odamlarning kamida bittasida haydovchilik guvohnomasi bo'lish sharti bilan necha usulda o'tirishlari mumkin?

44. 4 ta qizil va 4 ta ko'k to'p bo'lgan bir xaltadan 3 ta ko'k va 3 ta qizil to'p nechta usulda tanlanishi mumkin?

45. 16 kishilik nomzodlardan kapitan va darvozabon oldindan tayinlangan bo'lsa 11 kishilik jamoani necha usulda tanlab olish mumkin?

46. Ixtiyoriy ikkitasi parallel bo'lmagan bir tekislikdagi 15 to'g'ri chiziqdan 3 tasi A nuqtadan, 3 tasi B nuqtadan , 3 tasi C nuqtadan o'tmoqda. Bu to'g'ri chiziqlarning nechta turli nuqtalarda kesishadi?

47. 12 kishi ishtirok etgan majlisda har bir ishtirokchi boshqa biri bilan bahslashmoqda? Nechta turli bahslashish bo'ladi?

48. 3 ta oq, 4 ta qora koptok orasidan bir xil rangdagi ikki koptok necha usulda tanlanishi mumkin?

49. 3 ta erkak va 4 ta ayol orasidan, ma'lum ikki erkakning biri bo'lish sharti bilan 3 kishilik gruppa necha usulda talanishi mumkin?

50. 4 tasi o'zaro, qolgan 5 tasi ham o'zaro parallel bo'lgan 9 ta to'g'ri chiziqning kesishishidan nechta parallelogram hosil bo'ladi?

51. 9 ta turli o'yinchoq uch bolaga tarqatilmoqda. Eng katta bolaga5 ta, ikkinchisiga 3 ta, eng kichigiga 1 ta o'yinchoq necha usulda tarqatilishi mumkin?

52. Ixtiyoriy uchtasi bir to'g'ri chiziqda yotmaydigan 8 ta nuqtani uchlari deb olib nechta turli to'rtburchak chizilishi mumkin?

53. Tekislikda 10 ta to'g'ri chiziq o'kazildi. Ularning hech biri ikkitasi parallel emas va hech qanday uchta chiziq bir nuqtada kesishmaydi.

a) Bu to'g'ri chiziqlar kesishishidan nechta nuqta hosil bo'ladi?

b) Bu to'g'ri chiziqlarning kesishish nuqtalarini tutashtirish nechta uchburchak yasash mumkin? Javob: $C_{10}^{2}, \ C_{10}^{3}$

54. Tramvay bileti 0 dan 9 gacha bo'lgan 6 ta raqamning ketma-ket yozish orqali belgilanadi. Nechta tramvay biletida aniq 5 ta raqam bir xil bo'ladi? Javob: 540

55. Dildorada 5 xil rangli bo'yoq bor. U 7 ta vertikal qismga bo'lingan bayroqni shu ranglar bilan bo'yashi kerak. Bunda istalgan ikki ketma-ket kelgan qism turli rangda bo'lishi va bayroqni bo'yashda kamida uchta rang ishlatilgan bo'lishi kerak. Dildora buni necha xil usulda amalga oshirishi mumkin? Javob: 20460

56. 23 xonali raqamlari yig'indisi 4 ga teng bo'lgan sonlar nechta? Javob: 2300

57. Jamshidda 36 ta yong'oq bor. U bu yong'oqlarni jiyanlari Shavkat va Ibrohimlar bilan baham ko'rmoqchi. Agar har bir bolaga kamida bitta yong'oq tegaishi kerak bo'lsa Jamshid yong'oqlarni necha xil usulda taqsimlashi mumkin?Javob: 595

58. Ali, Vali va G'ani 80 ta tilla tanga topib olishdi. Agar har bir bolaga kamida 15 ta tanga tegishi kerak bo'lsa, bolalar bu tangalarni necha xil usulda bo'lib olishlari mumkin? Javob: 999

59. 377353752 sonining raqamlari o'rnini almashtirish orqali nechta 5 ga karrali 9 xonali son hosil qilishimiz mumkin? Javob: 1120

60. Mirzohid 4 xil rangli 50 ta qalam sotib olishi kerak. U hamma qalamlani bir xil rangda olishi yoki biror xil rangli qalamdan umuman olmasligi ham mumkin.Mirzohid xaridni necha xil usulda amalga oshirishi mumkin? Javob: 23426

61. Ulug'bekda Garri Potter haqidagi kitobning 7 tomi ham bor. U bu kitoblarni 3 ta javonga joylashtirmoqchi. Agar hech bir javon bo'sh qolmasligi kerak bo'lsa kitoblarni necha xil usulda taqsimlash mumkin?Javonda kitoblarning o'zaro joylashuviga qarab ham taqsimlanishlarni turli deb hisoblang. Javob: 75600

62. Ikkita parallel to'g'ri chiziq berilgan bo'lib ular orasidagi masoga 2 ga teng. Har bir to'g'ri chiziqda 10 tadan nuqta tanlangan bo'lib, ketma-ket joylasgan istalgan ikki nuqta orasidagi masofa 1 ga teng. Bu 20 ta nuqta orasidan shunday 9 ta nuqtani tanlab olish kerakki, ularning istalgan ikkitasi orasidagi masoga 2 dan kam bo'lmasin.Bu tanlashni necha xil usulda amalga oshirish mumkin? Javob: 420

63. Agar qavariq ko'pburchakning hech qanday uchta dioganali bir nuqtada kesishmasa, shu ko'pburchakning dioganallari kesishishdan nechta nuqta hosil bo'ladi?

64. Bizga muntazam 12-burchak berilgan. uning uchlarini ketma-ket tutashtirish orqali nechta o'z-o'zini kesmaydigan 7 qirrali siniq chiziq o'tkazish mumkin? J:33792

II.3. O'RIN ALMASHTIRISHLAR SONI

II.3.1. TAKRORLANISHSIZ O'RIN ALMASHTIRISHLAR SONI.

n element ketma-ket yozilgan bo'lsin. n elementli o'rin almashtirish deb, berilgan n elementdan tanlab olingan tartibli n ta elementga aytiladi. Bunda shu elementlarning joylashish tartibi ham biz uchun muhim bo'ladi.

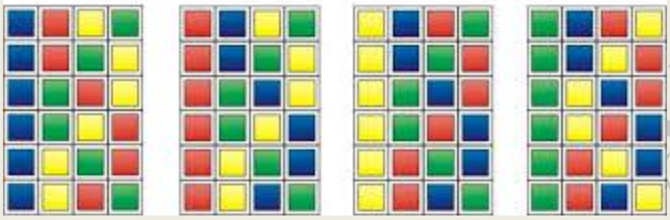
n ta turli elementning barcha o'rin almashtirishlari soni

$$\boxed{P_n = n!}$$

ga teng.

Faraz qilaylik bizga 4 xil rangli kartochkalar berilgan bo'lsin.

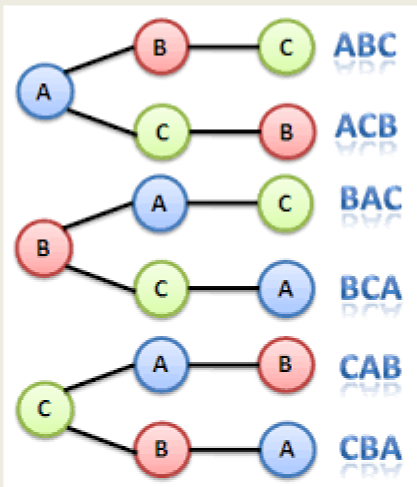
Quyida ularning barcha o'rin almashtirishlari tasvirlangan:



Ushbu masalalar elementlarning o'rin almashtirishlari bilan bog'liqdir.

1-Masala : $A = \{1; 2; 3\}$ to'plamning barcha takrorlanishsiz o'rin almashtirishlarini yozing.

Javob: $(1; 2; 3), (1; 3; 2), (2; 1; 3), (2; 3; 1), (3; 1; 2), (3; 2; 1)$



2-Masala: 8 ta talaba navbatma-navba timtihon topshiradi. Ular necha xil usulda navbatda turishi mumkin?

Yechish: Bunda takrorlanish bo'lishi kuzatilishi mumkin emas, chunki hech bir talaba bir vaqtning o'zida ikki o'rinda navbatda tura olmaydi. Demak 8 ta elementning takrorlanishsiz o'rin almashtirishlari sonini hisoblaymiz:

$$P_8 = 8!$$

3-Masala: $APELSIN$ harflari yozilgan 7 ta kartochkaning o'rinlari qandaydir tartibda almashtirildi.Necha xil natija hosil bo'lishi mumkin?

$$\boxed{A}\boxed{P}\boxed{E}\boxed{L}\boxed{S}\boxed{I}\boxed{N}$$

Yechish: Ravshanki bunda qidirilayotgan son $n = 7$ ta elementlarning barcha mumkin bo'lgan o'rin almashtirishlari soni

$$P_7 = 7!$$

ga teng.

II.3.2. TAKRORLANISHLI O'RIN ALMASHTIRISHLAR SONI

n element ketma-ket yozilgan bo'lsin. Faraz qilaylik ularning n_1 tasi a_1 ga, $n_2$tasi a_2 ga va hokazo n_k tasi a_k ga teng bo'lsin. Bunda

$$\boldsymbol{n = n_1 + n_2 + \cdots + n_k}$$

Bu elementlarning o'rin almashtirishlari soni quyidagi formula yordamida aniqlanadi:

$$\overline{P}_n\left(n_1, n_2, \ldots, n_k\right) = \frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_3!}\,.$$

1-Masala: "$KARAKARTAL$" so'zining harflari o'rnini necha xil usulda almashtirish mumkin?

Yechish: Berilgan qatorda $2\ ta\ K, 2\ ta\ R, 4\ ta\ A, 1\ ta\ T\ va\ 1\ ta\ L$ harflari bor. Yuqorida keltirilgan formulaga ko'ra bu son

$$\overline{P_{10}}(2;2;1;1;4) = \frac{10!}{2!\cdot 2!\cdot 4!\cdot 1!\cdot 1!} = 7560$$

ga teng.

II.3.3. O'RIN ALMASHTIRISHLAR SONIGA OID MASALALAR:

1. Besh kishi qatnashadigan bir musobaqa necha turli natija bilan tugashi mumkin?
2. 12 ta o'quvchiga ikki variant (har bir variant 6 kishiga berilgan) nazorat ishi berildi.Ularni , yonma-yon o'tirganlarning variantlari bir xil bo'lmagan va ketma-ket birining orqasida ikkinchisi o'tirganlarning variantlari bir xil bo'ladigan qilib, ikki qatorga nechaa xil usulda o'tqazish mumkin?
3. 14 o'yin natijasini to'g'ri topish ucun kamida nechta ustun to'ldirilishi lozim?
4. Uchta avtomobil 6 ta do'konga mahsulot olib borishi kerak. Agar bu mashinalarning har biri birdaniga hamma do'konga mahsulot yetkazib berish imkoniyatiga ega bo'lsa va bir do'konga bir vaqtda ikkita mashina kelmaydigan bo'lsa mashinalarda necha usulda foydalanish mumkin? Agar faqat birinchi mashinadan foydalanish kerak bo'lsa uning marshrutini necha xil usulda tuzish mumkin?
5. "*KOMPYUTER*" so'zi harflarining o'rnini almashtirib nechta turli so'z hosil qilishimiz mumkin?
6. A punktdagi 10 radistning har biri B punktdagi 20 radistning har biri bilan aloqa o'rnatishga harakat qiladi.Bunday har xil aloqaning natijasi nechta bo'lishi mumkin?
7. O'nta pochtachi o'nta uyga xat olib borishi kerak.Ular xatlarni necha usul bilan bo'lib olishlari mumkin?
8. 8 nafar yo'lovchi poyezdning 8 ta vagonida ketyapti, Agar har bir vagonda bittadan yo'lovchi ketishi shart bo'lsa, bu yo'lovchilarni vagonlarga necha xil usudla joylashtirib chiqish mumkin?
9. Guruhda 30 ta bola bo'lib , ular tibbiy nazoratdan o'tish uchun navbatda turishibdi. Shu navbatni necha xil usulda tashkil etish mumkin?
10. Ikkita fudbol jamoasining a'zolarini bir safga hech bir jamoaning ikki a'zosi yonma-yon turib qolmaslik sharti bilan necha usulda terish mumkin?
11. "RAKETA"so'zining harflari o'rnini almashtirib nechta turli va "*R*" harfi bilan boshlanuvchi so'z yozish mumkin. (bu so'zlar ma'noga ega bo'lishi shart emas)
12. "ABRAKADABRA" so'zining harflari o'rnini necha xil usulda lamashtirish mumkin?
13. "PARABOLA"so'zining harflari o'rinlarini almashtirib nechta turli so'z (ma'nosi bo'lishi shart emas) yozish mumkin?

14. Shaxmat turniriga 20 ta sportchi tashrif buyurdi. birinchi davra o’yinlarida ularni necha xil usulda juftliklarga ajratish mumkin?

15.“*MATEMATIKA*”so’zining harflari o’rinlarini almashtirib nechta turli so’z (ma’nosi bo’lishi shart emas) yozish mumkin?

16.“*MASALA*” so’zining harflarini o’rnini necha xil usulda almashtirish mumkin?

17.“*MISSISIPPI*”so’zining harflari o’rnini necha xil usulda amlashtirish mumkin?

18. Kompyuter dasturiga “*KOMBINATORIKA MASALALARINI O’RGANAMIZ*” matni kiritildi va uning belgilari o’rnini almashtirish buyrug’i kiritildi. Ekranga necha xil natija chiqariladi?

19. «*GAMMA*» so`zida qatnashgan xarflardan nechta har xil so`z tuzish mumkin?

20. Alisherda 4 ta bir xil ruchka, 3 ta qalam va 2 ta o’chirg’ich bor. U o’quv qurollarini necha usul bilan bitta qatorga terishi mumkin?

21. Poyga yo’lakchasida uchta Rossiya avtomobili, 5 ta Italiya va 6 ta Amerika avtomobillari harakatlanmoqda. Ular necha xil holatda bo’lishi mumkin?

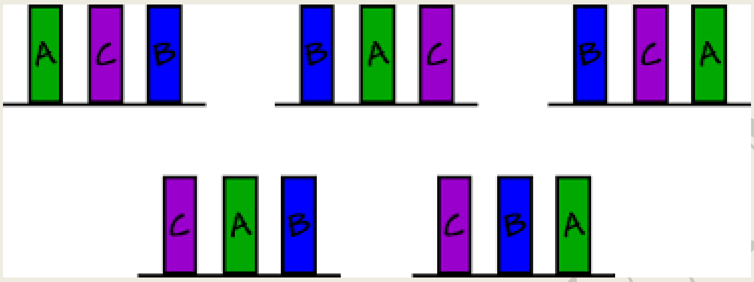
22. Bog’ning birinchi qatoriga 7 ta olcha, 5 ta o’rik va 4 ta olma ko’chati necha xil usulda ekilishi mumkin?

23. Do’konga 10 ta har xil yashik va 10 turdagi shirinlik va do’konning maxsus emblemasi tushirilgan 10 xil yorliq keltirildi. Shirinliklarni necha xil usulda yashiklarga solib, yorliqlarni yelimlab chiqish mumkin?

24. 5 ta patranaj hamshirasi har birida 10 tadan xonadon bo’lgan 5 ta ko’chani nazoratdan o’tkazib chiqishlar kerak. Har bir hamshira aniq bitta ko’chadagi xonadonlarni nazorat qilishi kerak bo’lsa hamshiralarning harakatlanish rejasini necha usulda tashkil etish mumkin?

25. “*MAHALLA*” va “*MARKAZ*” so’zlarining harflarini necha xil usulda bir satrga yozish mumkin?

II.3.4. ELEMENTLARNI AYLANA YOKI TO'G'RI CHIZIQ BO'YLAB JOYLASHTIRISHGA OID MASALALAR



Quyida elementlarni aylana yoki to'g'ri chiziq bo'ylab joylashtirishga oid bir nechta masalalarni ko'rib chiqamiz. Bu masalalarning javoblarini izlashda o'rin almashtirishlar soni va boshqa formulalardan foydalanish mumkin.

Elementlarni aylana yoki to'g'ri chiziq bo'ylab joylashtirishga oid masalalar tubdan farq qiladi. Masalan aylana bilan ishlaganda ushbu o'rinlashtirishlar bir xil deb hisoblanadi lekin satr bo'ylab joylashtirilganda ular turlichadir.

1- **Masala:** Guruhda 7 nafar o'g'il va 3 nafar qiz bola bor. Ularni bir qatorga joylashtirish kerak. Agar

a) uchta qiz ketma-ket joylashishi

b) qatorning oxirgi 2 o'rinida o'g'il bolalar turishi kerak bo'lsa buni necha xil usulda joylashtirishimiz mumkin?

Javob: a) $8!\cdot 3!$ $b)\ 8!\cdot 21$

Ko'rsatma: a) qizlar ketma-ket joylashishi kerak bo'lganlari uchun bir element deb qarasak 7 ta o'g'il bola bilan birgalikda 8 ta elementga ega bo'lamiz. Ularni 8 o'ringa 8! usul bilan joylashtirish mumkin. Bu joylashishlarning har birida qizlarning o'zaro joylashishlari soni ham 3!ga teng bo'ladi. Ko'paytirish qoidasiga ko'ra javobni hosil qilamiz.

b) qatorning ikki chetiga joylashadigan o'g'il bolalarni C_7^2 usulda tanlab olish mumkin. Shundan so'ng qatorning o'rtasida qolgan 8 o'ringa 8 bolani 8! usul bilan joylashtirish mumkin bo'ladi.Bu holda ham ko'paytirish qoidasidan foydalanamiz.

2- Masala: Aylana stol atrofiga 5 ta o’g’il va 3 ta qiz bolani

a) Hech qanday qoidalarsiz
b) 1-o’g’il bola va 1-qiz bola yonma-yon o’tirib qolmaslik sharti bilan
c) Qizlar yonma-yon o’tirmaslik sharti bilan necha xil usulda joylashtirishimiz mumkin?

Javob: a) 7! b)3600 c) 1440

Ko’rsatma: a) bunda hech qanday shartlar mavjud bo’lmaganligi uchun o’g’il bolalarni ham qizlarni ham shunchaki bir bola sifatida qaraymiz. Stol doira shaklida bo’lganligi sababli (a, b, c, d, e, x, y, z) va (b, c, d, e, x, y, z, a) joylashishlar o’zaro bir xil hisoblanadi.

Aniqlikni ta’minlash uchun bolalarning birini olib biror o’ringa joylashtiraylik , va qolgan bolalarning shu bolaga nisbatan joylashish holatlariga qarab joylashtirishlarni turli deb qarashimiz mumkin bo’ladi. Shundayqilib masalada qutb vazifasini bajaruvchi bolaning o’ng tomonidan keyingi bolani 7 usulda, so’ng bu bolaning ham o’ng tomoniga yana bir bolani 6 usulda joylashtirishimiz mumkin bo’ladi va hokazo.

MUSTAQIL YECHISH UCHUN

QUYIDAGI MASALALARNING JAVOBLARINI MUSTAQIL RAVISHDA TOPING:

1. 4 ta kitobni tokchaga necha usul bilan terib chiqish mumkin?
2. 3 ta matematika, 2 ta fizika, 4 ta kimyo kitoblari matematika kitoblari yonma-yon bo’lish sharti bilan nechta usulda terilishi mumkin?
3. Bizda 2 ta matematika, 2 ta fizika va 2 ta kimyo kitobi bor. Bir darslik kitoblari yonma-yon kelish sharti bilan ularni necha usulda bir tokchaga terish mumkin?
4. Har xil 4 ta matematika va 3 ta fizika kitobi, fizika kitoblari yonma-yon bo’lish sharti bilan bir tokchaga necha xil usulda terilishi mumkin?
5. Bir xil 4 ta matematika kitobi bilan bir xil 3 ta fizika kitobi tokchaga yonma-yon necha usulda tokchaga joylashtirilishi mumkin?
6. 5 ta turli matematika va 2 ta turli fizika kitoblari tokchga yonma-yon qo’yiladi. Fizika kitoblari yonma-yon va ma’lum ikkita matematika kitoblari chetlarda bo’lish sharti bilan necha usulda joylashtirilsa bo’ladi?
7. Bir xil turdagi 2 ta qizil, 3 ta sariq va 4 ta ko’k qalam bir qatorga yonma-yon necha usulda qo’yilishi mumkin?

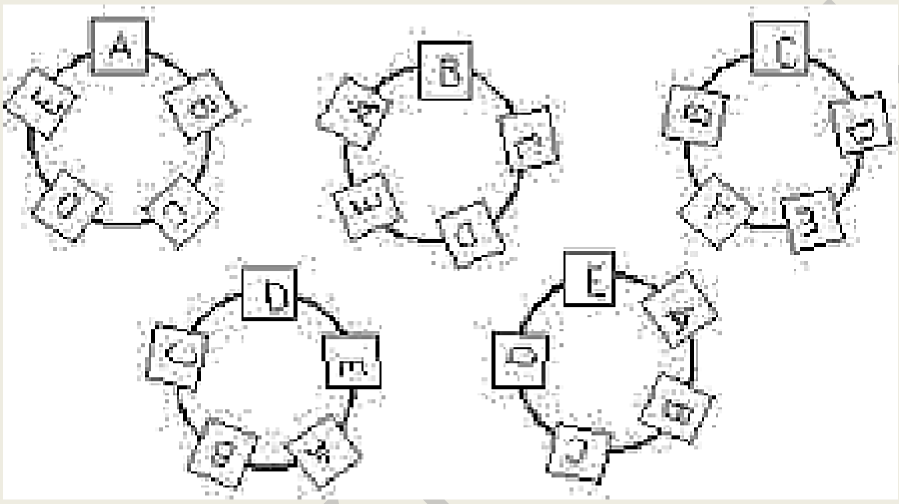
8. Bir turdagi ikkita ko'k, to'rtta qizil, 3 ta sariq koptok yonma-yon necha usulda qo'yilishi mumkin?

9. Ikki fudbol jamoasining o'yinchilarini bitta jamoaning ikki fudbolchisi yonma-yon turmaydigan qilib safga necha xil usul bilan terish mumkin?

10. Shaxmat doskasining birinchi qatoriga necha usul bilan oq figuralar (2 ta ot, 2 ta fil, 2 ta to'ra, 1 ta ferzi, 1 ta shox)ni joylashtirib chiqish mumkin?

11. 5 ta oq, 5 ta qizil va 5 ta ko'k sharlarni bitta qatorga ko'k sharlar yonma-yon turib qolmaslik sharti bilan necha usulda joylashtirish mumkin? $(C_{11}^5 C_{10}^5)$

12. Shaxmat turnirida navbatdagi o'yinda 4 ta juftlik ishtirok etadi. Bunda har bir o'yinchining raqibi aniqlangan. Agar o'yin zaliga 8 ta stul ketma-ket joylashtirilgan bo'lsa o'yinchilarni stullarga necha xil usulda o'tkazish mumkin? Javob: 16x24



13. 12 kishini stol atrofida terilgan 12 stulga nechta usul bilan joylashtirish mumkin?

14. Dumaloq stol atrofida 5 erkak va 5 ayolni har bir erkak ikki ayolning o'rtasida o'tirishi sharti bilan necha xil usulda joylashtirish mumkin?

15. 6 kishilik gruppa boshliq va yordamchisi yonma-yon bo'lmaslik shart bilan necha usulda stol atrofida o'tirishlari mumkin?

16. 5 kishidan tashkil topgan gruppada, boshliq va yordamchisi yonma-yon o'tirish sharti bilan doira shaklidagi stol atrofida necha usulda o'tirishlari mumkin?

17. 5 kishilik gruppada boshliq va uning yordamchisining o'rinlari tayin bo'lsa doira shaklidagi stol atrofida necha usulda o'tirishlari mumkin?

18. Belgilangan ikkita shaxs yonma-yon o'tirmaslik sharti bilan 6 ta o'quvchi doira shaklidagi stol atrofiga necha xil usulda o'tirishlari mumkin?

19. 4 ta qiz va 6 ta o'g'il bola doira shaklidagi, qizlardan 4 talasi yonma-yon bo'lish sharti bilan necha usulda o'tira oladilar?

II.4. GRUPPALASHLAR SONI

II.4.1. TAKRORLANISHLI GRUPPALASHLAR SONI (TAKRORLANISHLI TARTIBSIZ TANLANMALAR SONI)

n ta turli elementning ichidan k tasini takrorlanishli gruppalashlari deb k ta elementli takrorlanishli tanlanmaga aytamiz.

Misol 1: $A = \{1; 2; 3\}$ to'plamning 2 talik barcha takrorlanishli gruppalashlari $(1; 1), (1; 2);\ (1; 3), (2; 2); (2; 3); (3; 3)$ lardan iboratdir.

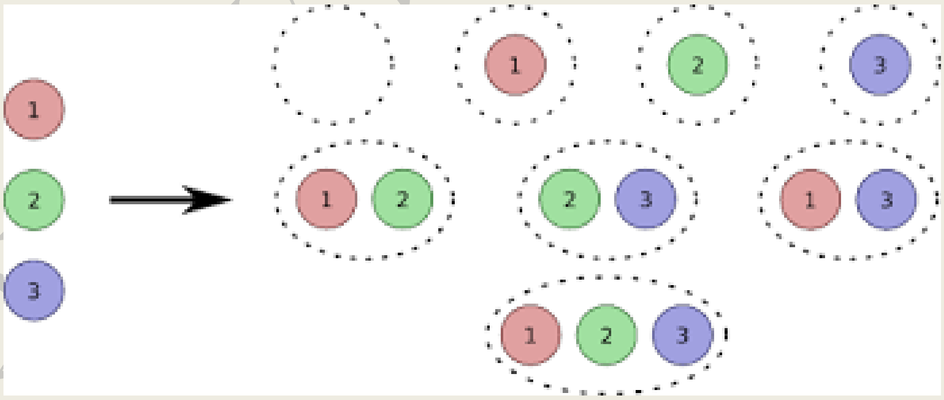
n ta turli elementning ichidan k tasini takrorlanishli gruppalashlari soni

$$\boxed{\bar{C}_n^m = C_{n+k-1}^k = \frac{(n+k-1)!}{k!\,(n-1)!}}$$

ga tengdir.

Misol 2: Pochtada Yangi yil uchun 5 turdagi otritkalar bor. 7 ta otkritkani necha xil usulda tanlab olishimiz mumkin?

Javob: $\frac{11!}{7!4!} = 330$



II.4.2. MURAKKAB GRUPPALASHLAR SONI.

n ta turli elementni $n_1, n_2, \dots, n_r$ ta (takrorlanishsiz) elementli k gruppalarga bo'lishlar soni

$$N = \frac{n!}{n_1!\, n_2! \dots n_r!}$$

ga teng.

1- Masala: 36 ta karta tasodifiy qilib har birida 9 tadan element bo'lgan 4 gruppaga ajratildi. Shunday ajratlishlarning necha qismida tuzlar turli gruppalarda bo'ladi?

Yechish: Yuqorida keltirilgan formulaga ko'ra 36 ta kartani 9 tadan element bo'lgan 4 gruppaga ajratishlar soni

$$n = \frac{36!}{9!\, 9!\, 9!\, 9!}$$

ga teng. Har bir tuz - turli gruppalarda bo'ladigan gruppalashlar soni esa

$$n_1(A) = \frac{4!}{1!\, 1!\, 1!\, 1!}$$

$$n_2(A) = \frac{32!}{8!\, 8!\, 8!\, 8!}$$

$$n(A) = n_1(A) n_2(A) = \frac{4!}{1!\, 1!\, 1!\, 1!} \cdot \frac{32!}{8!\, 8!\, 8!\, 8!}$$

ga teng. Shunday qilib izlanayotgan son quyidagiga teng ekan:

$$p(A) = 4! \cdot 9^4 \cdot \frac{32!}{36!}$$

II.4.3. GRUPPALASHLAR SONIGA OID MASALALAR

1. 10 ta bola 5 ta ko'chat ekishi kerak. Bunda bir bola istasa birorta ham ko'chat ekmasligi yoki bitta yoki undan ortiq sonda ko'chat ekishi mumkin. Ko'chatlarning ekilishi necha xil usulda tashkil etilishi mumkin? Javob:
2. Do`konga 10 xil daftar keltirildi. Miqdori 12 ta bo`lgan daftarlar tanlanmasini nechta usul bilan tanlash mumkin ? Miqdori 8 ta bo`lsachi?
3. 30 ta odamni har birida 10 tadan odam bo'ladigan uchta guruhga necha xil usulda ajratish mumkin?
4. «$GAMMA$» so`zida qatnashgan xarflardan nechta har xil so`z tuzish mumkin?
5. Mexmondorchilik uchun 2 kg olma 3 kg nok va 4 kg apelsin sotib olindi. 9 ta tarelkaga 1 kg dan meva joylashtiriladi. Mevalarni necha usul bilan joylashtirish mumkin?
6. To'rt mergan (har biri ikkitadan) 8 ta nishonga o'q uzishi kerak.Merganlar nishonlarni necha xil usul bilan bo'lib olishlari mumkin?
7. Sakkiz yozuvchi 16 bobdan iborat kitob yozishlari lozim, Agar ikki kishi kitobning uchtadan bobini, to'rt kishi ikkitadan bobini va ikki kishi bittadan bobini yozadigan bo'lsa, yozuvchilar materialni necha xil usul bilan taqsimlashlari mumkin?
8. 30 kishi har birida o'n kishidan bo'lgan 3 ta guruhga ajratilgan.Guruhlarning tarkibi necha xil usulda tanlanishi mumkin?
9. 6 ta kitobni uchta o'quvchiga ikkitadan bo'lib berish kerak. Buni necha xil usulda amalga oshirish mumkin?
10. Bog'bon uch kun davomida 10 dona daraxt ko'chatini o'tqazishi lozim. Agar bog'bon bir kunda kamida bitta daraxt o'tqazgan bo'lsa u ishni kunlar bo'yicha necha xil usulda taqsimlashi mumkin?

III.4.4. KOMBINATORIKA KURSI BO'YICHA ARALASH MASALALAR

1. Do'konda 4 xil ruchka bo'lib, biz 9 ta ruchka xarid qilishimiz kerak. Buni necha xil usulda amalga oshirishimiz mumkin?

2. 4 ta bola
a) 10 ta olmani;
b) 6 ta olma, 1 ta apelsin, 1 ta o'rik va 1 ta mandarinni;
c) 4 ta olma, 2 ta apelsin va 1 ta mandarinni necha usulda bo'lishib olishlari mumkin?

3. 15 ta tangani 7 ta numizmatga har biriga kamida bittadan tanga berish sharti bilan necha usulda taqsimlab berishimiz mumkin?

4. 15 ta mehmonni 4 ta xonaga xonalar bo'sh qolmaslik sharti bilan necha usulda joylashtirish mumkin?

5. 10 ta biletni 5 kishiga har biro dam kamida bittadan bilet olishi sharti bilan necha usulda taqsimlab berish mumkin?

6. 1 dan 35 gacha bo'lgan sonlar orasidan 10 ta sonni hech bir ikkitasi ketma-ket kelgan sonlar bo'lmaslik sharti bilan necha usulda tanlab olish mumkin?

7. Dushanbadan jumagacha shifokor 6 ta bemorni operatsiya qilishi kerak. U har kuni istalgancha bemorni operatsiya qila oladi. Shifokor bemorlarni peratsiya qilish jadvalini necha usulda tuzishi mumkin?

8. 3 ta olma va 10 ta nokni 4 ta idishga necha usulda solish mumkin?

9. 20 ta turli kitobni 5 ta tokchaga necha usulda terish mumkin. Bunda barcha kitoblar bitta tokchaga qo'yilishi ham mumkin?

10. Muqovachi 12 ta kitobni yashil, qizil va ko'k rangli qog'ozlarga muqovalashi kerak. U buni necha usulda amalga oshirishi mumkin?

11. $\{1,2,3,4,\dots,19,20\}$ to'plamning ikkita ketma-ket sonni o'z ichida saqlamagan nechta uch elementli qismto'plami mavjud?

12. Shirinlik do'konida 4 turdagi shirinlik sotiladi: napoleon, ekler, pesochniy va qatlama. Necha xil usul bilan 7 ta shirinlik sotib olish mumkin?

13. Sportlotto kartochkalari. Sportlotto o'yining har sonidan avval milionlab odamlar 49 sondan 6 tasini topishga harakat qilib biletlar sotib olgan. Agar bir xil raqamlarni belgilagan ikki ishtirokchi topilmasa o'yinda ko'pi bilan necha kishi ishtirok etishi mumkin? **Javob**: 13 983 816

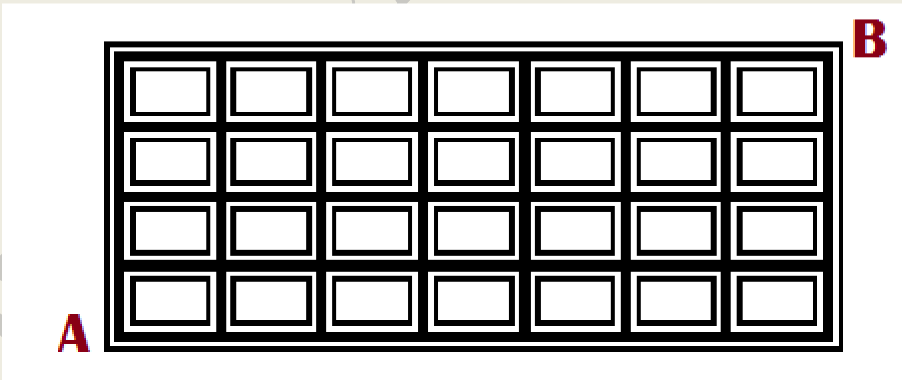
14. Sportlotto o'yining g'oliblari. Sportloto o'yinida 6 ta raqamning barchasini topmagan ishtirokchilarga ham ma'lum bir darajada yutuqlar belgiladi. Agar bir xil raqamlarni belgilagan ikki ishtirokchi topilmasa bu o'yinda birorta ham raqamni topa olmagan va yoki aniq

a) Bitta
b) Ikkita
c) Uchta
d) To'rtta
e) Beshta
f) Oltita

raqamni topgan ishtirokchilar soni nechtagacha bo'lishi mumkin?

Javob: birorta ham raqamni topolmagan ishtirokchilar soni C_{43}^6 . Aniq bitta, ikkita, uchta , to'rtta, beshta raamni topgan ishtirokchilar soni mos ravishda $C_6^5 C_{43}^5,\ C_6^4 C_{43}^4,\ C_6^3 C_{43}^3, C_6^2 C_{43}^2,\ C_6^1 C_{43}^1$

15. Shahar bo'ylab sayohat.



Shaharga kirgan sayyoh A punktdan B punktga eng qisqa yo'l orqali shahar ko'chalaridan yurib bormoqchi. Bunda u faqat sharqqa yoki shimolga yurishi kerak. U shaharni necha xil usulda aylanib o'tishi mumkin? Javob: C_{11}^4

16. Bolada 2 ta olma va 3 ta nok bor. U besh kun davomida har kuni bittadan meva yedi. Buni necha usulda tashkil etish mumkin?

17. Korxonaga bir mutaxassislik bo'yicha 4 ta ayol, ikkinchi mutaxassislik bo'yicha 6 ta erkak va uchinchi mutaxassislik bo'yicha jinsidan qat'i nazar 3 ta sihchi kerak. Agar 6 ta ayol va 8 ta erkak nomzod bor bo'lsa ishchilarni necha xil usulda qabul qilish mumkin?

18. Yo'lovchi poyezdida 9 ta vagon bor. 4 ta yo'lovchini ularni turli vagonlarda joylashtirish shart bilan poyezdga necha xil usulda joylashtirishimiz mumkin?

19. Gruppada 9 ta odam bor. Bu guruhni bir necha guruhlarga (har birida kamida ikkitadan odam bo'ladigan qilib) necha xil usulda ajratish mumkin?

20. Musobaqa uchun 10 ta boladan 5 tasi tanlab olinishi kerak. Agar bu bolalarning qaysidir ikkitasi gruppaga aniq kirishi kerak bo'lsa musobada uchun bolalarni necha xil usulda tanlab olish mumkin?

21. 20 ta ishchini 3 ta brigadaga necha xil usulda ajratish mumkin, bunda 1-brigadaga 3 kishi, 2-brigadaga 5 , uchinchi brigadaga 12 kishi kirishi kerak.

22. Shaxmat turniriga 15 ta shaxmatchi ishtirok etish uchun keldi. Ularning har biri qolgan o'yinchilar bilan aniq bir martada o'yin o'tkazishi kerak. Turnirda jami nechta o'yin o'ynaladi?

23. Berilgan $3, 5, 7, 11, 13, 17$ sonlaridan foydalanib 1 dan farqli nechta kasr hosil qilish mumkin?

24. $INSTITUT$ va $OLMA$ so'zlarining harflarini o'rnini almashtirib nechta so'z hosil qilish mumkin? (bu so'zlar qandaydir ma'noga ega bo'lishi shart emas)

25. 1 dan 1 000 000 gacha bo'lgan sonlarning nechtasida 1 raqami ishtirok etadi va nechtasida 1 raqami ishtirok etmaydi?

26. Bayroq 13 ta gorizontal sohalarga ajratilgan bo'lib ular uch xil rangga bo'yalgan. Agar istalgan ikki ketma-ket kelgan sohalar rangi turlicha bo'lishi kerak bo'lsa bunday bayroqlar soni nechtaga teng bo'lishi mumkin?

27. Raqamlari kamayish tartibida joylashmagan

a) 5 xonali
b) 16 xonali
c) n xonali
d) 10^n dan oshmagan sonlar nechta?

28. 15 ta sovg'ani 4 ta bolaga

a) Hech qanday chegarasiz
b) Har bir bola kamida bitta sovg'a olish sharti bilan necha xil usulda tarqatish mumkin?

29. Shu masalaning javobini sovg'alar soni n ta, bolalar soni m ta bo'lgan holda ham aniqlang?

30. 36 ta o'yin kartasining ichidan 6 ta kartani

a) Aniq 1 ta tuz bo'lish sharti bilan
b) Aniq 2 ta tuz bo'lish sharti bilan
c) Aniq 2 ta tuz va bitta Karol bo'lish sharti bilan
d) Kamida bitta tuz bo'lish sharti bilan

e) Kamida ikkita tuz bo'lish sharti bilan
f) Aniq 1 ta tuz va kamida bitta Karol bo'lish sharti bilan
g) Aniq 2 ta tuz va kamida ikkita Karol bo'lish sharti bilan necha usulda tanlab olish mumkin?

31. 52 talik o'yin kartasining orasidan 4ta kartani
a) Aniq bitta Dama bo'lish sharti bilan
b) Aniq bitta qizil rangli Dama bo'lish sharti bilan necha usulda tanlab olishimiz mumkin?

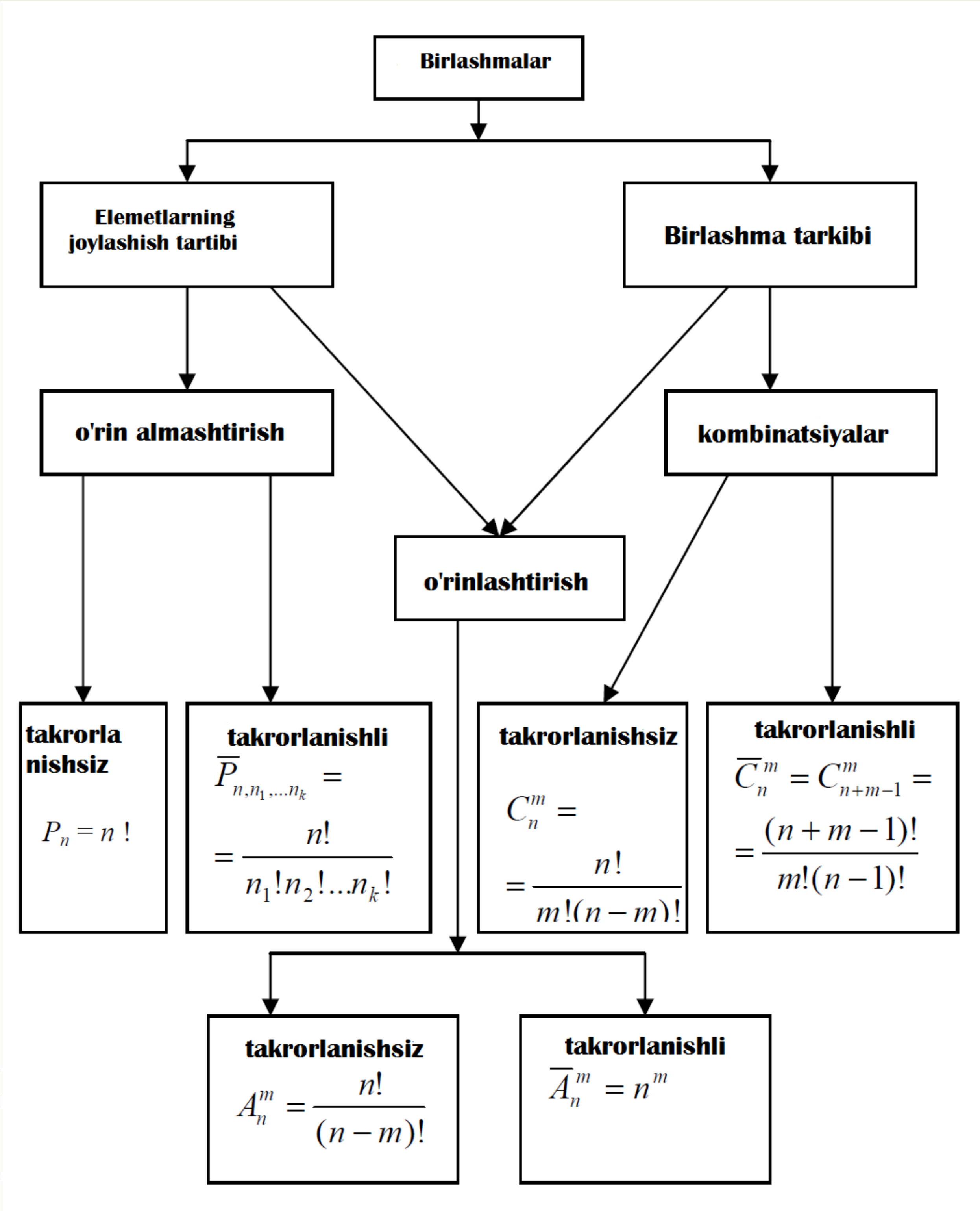
32. Shaxmat doskasiga necha usul bilan
a) 1 ta Oq va 1 ta qora to'rani
b) 6 ta oq to'rani
c) 4 ta oq va 2 ta qora to'rani
d) 8 ta oq to'rani necha usul bilan joylashtirish mumkin?

33. 32-masalani to'ralar bir-birini ura olmaslik sharti bilan yeching.

34.

BIRLASHMALARNING TURLARI VA

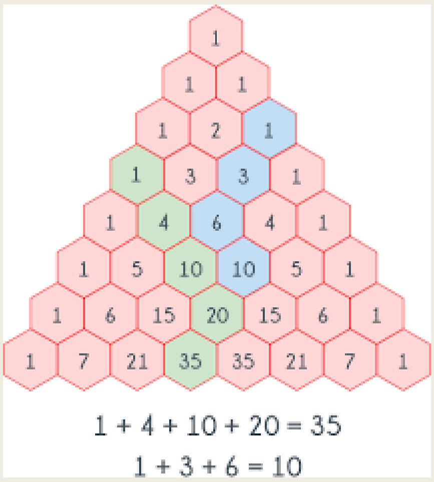
ULARNING SONINI HISOBLASH FORMULALARI



III BOB

NYUTON BINOMI FORMULASI

Nyuton binomi - ikki qo‘shiluvchi yig‘indisining ixtiyoriy butun musbat darajasini qo‘shiluvchilar darajalari yig‘indisi ko‘rinishda ifodalovchi formula. Binomial koeffitsiyentlari arifmetik uchburchak tashkil qiladi.



- Nyuton binomi formulasi Nyutondan ancha avval ham ma’lum bo‘lgan. Ushbu nom tarixiy haqiqat emas, chunki Nyutondan oldin ushbu formulani Umar Xayyom (1046-1131), G‘iyos ad-Din Jamshid al-Koshi bilishgan. Nyutonning xizmati ushbu formulani butun bo‘lmagan ***n*** uchun umumlashtirgan.

Nyuton binomi matematik analiz, sonlar nazariyasi, ehtimollar nazariyasi va boshqa sohalarda muhim ahamiyatga ega.

Quyidagi ifodalar bilan barchamiz tanishmiz:

$$(a+b)^1 = a+b \qquad (1)$$

$$(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2 \qquad (2)$$

$$(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3 \qquad (3)$$

Bu yoyilmalarda *a* va *b* o’zgaruvchilar oldida turgan koeffitsientlarga e’tiboringizni qarating!

(1)-formulaning chap tomonida bu koeffitsiyentlar mos ravishda 1,1 larga teng. Ya’ni (1)-ifoda $C_1^0 = 1$, $C_1^1 = 1$ koeffitsiyentli ko’phaddan iborat ekan.

Bu yerda C_n^m $-n$ elementdan m tadan olingan kombinatsiyalar sonidir. (3) formulada esa bu koeffitsientlarni $C_3^0 = 1$, $C_3^1 = 3$, $C_3^2 = 3$, $C_3^3 = 1$ ko'rinishda yozish mumkin.

Endi (2) va (3) larni quyidagi ko'rinishda yozamiz.

$$(a+b)^2 = C_2^0 a^2 + C_2^1 ab + C_2^2 b^2$$

$$(a+b)^3 = C_3^0 a^3 + C_3^1 a^2 b + C_3^2 ab^2 + C_3^3 b^3$$

Bu tengliklarga asoslanib biz $n -$ chi darajali binom formulasini qanday ko'riishda bo'ladi degan savol tug'ilishi tabiiydir. Bu savolga quyidagi teorema javob beradi:

- **TEOREMA (BINOMIAL TEOREMA)**

Quyidagi tenglik o'rinli

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n \qquad (4)$$

ya'ni

$$(a+b)^\alpha = \binom{0}{\alpha} a^\alpha + \binom{1}{\alpha} a^{\alpha-1} b + \binom{2}{\alpha} a^{\alpha-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{\alpha} a^{\alpha-n} b^n + \cdots \quad (8)$$

Bu yerda

$$\binom{n}{\alpha} = \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)\cdots\big(\alpha-(n-1)\big)}{n!}, \qquad \alpha \neq 0$$

sonlarga ***binomial koeffitsiyentlar***, tenglikka esa ***Nyuton binomi*** deyiladi.

Fakt: $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^n b^n$ binom yoyilmasining binomial koeffitsiyentlari yig'indisi uchun ushbu tenglik o'rinli:

$$C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \cdots + C_n^n = 2^n$$

Eslatma: $P(a;b)=(a+b)^n$ ko'phad qaralayotganda uning binom koeffitsiyentlari va "oddiy" koeffitsiyentlarini farqlash lozim.

Masalan: $P(x;y)=(2x+3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$ ko'phadning koeffitsiyentlari $4,\ 12, 9$ sonlaridan iborat, ammo bu yoyilmaning binom koeffitsiyentlari $1, 2$ va 1 lardan iborat. Shuning uchun ham bu ko'phadning koeffitsiyentlari yig'indisi 25 ga, binom koeffitsiyentlari yig'indisi esa 4 ga teng.

Agar $(a+b)^n=C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^nb^n$ yoyilmada

$$C_n^m a^{n-m}b^m=T_{m+1}$$

kabi belgilash kiritsak , ushbu yoyilmani

$$(a+b)^n=T_1+T_2+T_3+\cdots+T_{n+1}$$

ko'rinishga keltiramiz, bunda T_m ifodaga $(a+b)^n$ yoyilmaning m −hadi deyiladi.

Demak ifodaga $(a+b)^n$ yoyilmaning m −hadi

$$\boxed{T_m=C_n^{m-1}a^{n+1-m}b^{m-1}}$$

ko'rinishdagi ifodadan iborat bo'lar ekan. Ravshanki, $(a+b)^n$ yoyilmaning m −hadi oldidagi binom koeffitsiyenti C_n^{m-1}ga teng bo'ladi.

Endi e'tiboringizni quyidagi masalalarni qarating.

1- masala: Ayniyatni isbotlang:

$$\binom{n}{k}=\binom{n}{n-k}$$

Isbot: $$\binom{n}{k}=\frac{n!}{k!\cdot(n-k)!}=\frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}=\binom{n}{n-k}$$

2- masala: Ayniyatni isbotlang:

$$\binom{n+1}{m+1} = \binom{n}{m} + \binom{n}{m+1}$$

Isbot:

$$\binom{n+1}{m+1} = \frac{(n+1)!}{(m+1)!(n-m)!} = \frac{(n+1)\cdot n!}{(m+1)!(n-m)!} =$$
$$= \frac{(m+1)\cdot n!}{(m+1)!(n-m)!} + \frac{(n-m)\cdot n!}{(m+1)!(n-m)!} = \frac{n!}{m!(n-m)!} + \frac{n!}{(m+1)!(n-m-1)!} =$$
$$= \binom{n}{m} + \binom{n}{m+1}.$$

3- masala: Agar $(a+b)^n$ yoyilmaning $2-,3-$ va $4-$hadlari mos ravishda $240, 720$ va 1080 ga teng bo'lsa, a, b, n larni toping.

Yechish: Berilgan yoyilmaning $2-,3-$ va $4-$hadlarini

$$\boxed{T_m = C_n^{m-1}a^{n+1-m}b^{m-1}}$$

formulaga ko'ra yozib olaylik:

$$\begin{cases} C_n^1 a^{n-1}b = 240 \\ C_n^2 a^{n-2}b^2 = 720 \\ C_n^3 a^{n-3}b^3 = 1080 \end{cases}$$

Hosil bo'lgan tenglamalar sistemsini yechamiz:

$$\begin{cases} na^{n-1}b = 240 \\ \dfrac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2 = 720 \\ \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}a^{n-3}b^3 = 1080 \end{cases}$$

$$\frac{240\cdot 1080}{720^2} = \frac{na^{n-1}b^1\cdot \frac{n(n-1)(n-2)}{6}a^{n-3}b^3}{\left(\frac{n(n-1)}{2}a^{n-2}b^2\right)^2}$$

Bundan ushbu tenglikka kelamiz:

$$n\frac{n(n-1)(n-2)}{6}:\left(\frac{n(n-1)}{2}\right)^2=\frac{1}{2}$$

$$\frac{2(n-2)}{3(n-1)}=\frac{1}{2}$$

Demak, $n=5$ ekan.

a, b larning qiymatlarini topishni o’quvchiga qoldiramiz.

Binomial teoremani umumlashtirib polinomial teoremani ham keltirishimiz mumkin:

- **TEOREMA (POLINOMIAL TEOREMA):**

$(a_1+a_2+...+a_k)^n$ ifoda, bo‘lishi mumkin bo‘lgan barcha quyidagi

$$\frac{n!}{r_1!r_2!..r_k!}a_1^{r_1}a_2^{r_2}...a_k^{r_k}$$

ko‘rinishdagi qo‘shiluvchilar yig‘indisidan iboratdir, bu yerda $r_1+r_2+...+r_k=n$

ya’ni:

$$(a_1+a_2+\ldots+a_k)^n=\sum_{\substack{r_1\geq 0,\ldots,r_k\geq 0\\ r_1+r_2+\ldots+r_k=n}}\frac{n!}{r_1!*r_2!*\ldots*r_k!}*a_1^{r_1}*a_2^{r_2}*\ldots*a_k^{r_k}$$

Polinomial teoremada $k=2$ bo’lganda

$$(a_1+a_2)^n=\sum_{r=0}^{n}\frac{n!}{r_1!(n-r)!}a_1^{n-r}\cdot a_2^{r}$$

tenglikka ega bo’lamiz.

Demak Nyuton binomi formulasi Polinomial teoremaning xususiy holi ekan.

NYUTON BINOMIGA OID MISOLLAR

1. Tenglamani yeching: $48 = A_x^2 \cdot C_x^{x-1}$

2. Tenglamani yeching: $9x^2 - 14x = C_x^1 + 6C_x^2 + 6C_x^3$

3. Tenglamani yeching: $C_{x+1}^{x-2} + 2C_{x-1}^3 = 7(x-1)$

4. Tenglamani yeching: $A_x^3 + A_x^{x-2} = 14x$

5. Tenglamani yeching: $A_x^5 = 336C_{x-2}^{x-5}$

6. Tenglamani yeching: $P_{x+2} = 210P_3 \cdot A_{x-1}^{x-4}$

7. Tenglamani yeching: $\frac{A_x^3+3A_x^2}{P_{x+1}} = \frac{1}{2}$

8. Tenglamani yeching: $\frac{A_x^4}{A_{x+1}^3 - C_x^{x-4}} = \frac{24}{23}$

9. Tenglamani yeching: $\frac{A_{x+1}^{y+1} \cdot P_{x-y}}{P_{x-y}} = 72$

10. Tenglamani yeching: $C_x^{x-1} + C_x^{x-2} + \cdots + C_x^{x-9} + C_x^{x-10} = 1023$

11. Tenglamani yeching: $P_{x+3} = 720A_x^5 \cdot P_{x-5}$

12. Tenglamalar sistemasini yeching: $\begin{cases} A_y^x : P_{x-1} + C_y^{y-x} = 126 \\ P_{x+1} = 720 \end{cases}$

13. Tenglamalar sistemasini yeching: $C_{x+1}^y : C_x{}^{y+1} : C_x^{y-1} = 6:5:2$

14. Tenglamalar sistemasini yeching: $\left(A_{x-1}^y + yA_{x-1}^{y-1}\right) : A_x^{y-1} : C_x^{y-1} = 10:2:1$

15. Ayniyatni isbotlang: $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k$

16. kC_{40}^k ifoda qachon o'zining eng kata qiymatiga erishadi?

17. Ayniyatni isbotlang: $A_{n-1}^m = A_n^m - mA_{n-1}^{m-1}$

18. Ayniyatni isbotlang: $\frac{C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+\cdots+nC_n^n}{n} = 2^{n-1}$

19. Ayniyatni isbotlang: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + C_n^3 + \cdots + C_n^n = 2^n$

20. Ayniyatni isbotlang: $C_n^m + C_{n-1}^m + \cdots + C_{n-10}^m = C_{n+1}^{m+1} - C_{n-10}^{m+1}$

21. $P_1 + 2P_2 + \cdots + nP_n$ ifodani soddalashtiring.

22. Tengsizlikni isbotlang: $C_{2n+x}^n \cdot C_{2n-x}^n \leq (C_{2n}^n)^2$

23. Binom formulasi bo'yicha yoying.

a) $(1+x)^6$; b) $(x+3)^5$; d) $(x-1)^7$; e) $(a-b)^m$;

f) $(2-a)^8$; g) $(3x+4y)^6$; h) $(x+\frac{1}{x})^5$; i) $(3a^2-2b^2)^6$;

24. Yoyilmaning eng katta hadini toping. $(\sqrt{5}+\sqrt{2})^{20}$

25. $(a+b+c)^2$ yoyilma uchun formula tuzing.

26. $(a_1+a_2+...+a_n)^2$ yoyilma qanday ko'rinishda bo'ladi?

27. Yoyilmaning 6-hadini toping: $(5x^2-6a^2)^{10}$

28. $(x^2+\frac{3}{x^3})^{15}$ yoyilmada o'zida x ni tashkil qilmagan hadini toping.

29. Agar $(1+x)^9+(1+x)^{10}+\cdots+(1+x)^{14}$ ifodaning hamma qavslarini ochib, o'xshash hadlar ixchamlansa, u holda biror ko'phad hosil bo'ladi. Bu ko'phadning qavslarini ochmasdan x^9 oldidagi koeffitsiyentni aniqlang.

30. Agar $(2nx+\frac{1}{2nx^2})^{3n}$ binomial yoyilmaning koeffitsiyentlari yig'indisi 64 ga teng bo'lsa, bu yoyilmaning ozod hadini toping.

31. Agar $(ax+x^{-\frac{1}{4}})^n$ binomial yoyilmaning toq nomerdagi koeffitsiyentlari yig'indisi 512 ga teng bo'lsa, bu yoyilmaning ozod hadini toping.

32. x ning qanday qiymatlarida $(5+2x)^{16}$ yoyilmaning $4-$hadi o'zining ikki qo'shni hadlari yig'indisidan katta bo'ladi?

33. Agar $(a+b)^n$ binomial yoyilmaning barcha koeffitsiyentlari yig'indisi 4096 ga teng bo'lsa uning eng katta koeffitsiyenti nechaga teng bo'lishi mumkin?

34. Agar $(\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt[10]{\frac{a^7}{b^3}})^n$ yoyilmada ab had ishtirok etishi ma'lum bo'lsa bu had oldidagi koeffitsiyentni toping.

35. $(\sqrt[5]{x^2}-\frac{1}{2\sqrt[6]{x}})^n$ yoyilmaning ikkinchi va uchinchi hadlari koeffitsiyentlari yig'indisi 25.5 ga teng bo'lsa uning ozod hadini toping.

36. Agar $(\sqrt[3]{x}+\frac{1}{x})^n$ yoyilmaning beshinchi hadi o'zgarmas sondan iborat bo'lsa A_n^2 ni toping.

37. $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+3\right)$ ni qanday darajaga ko'targanimizda uning to'rtinchi va uchinchi hadlarining nisbati $3\sqrt{2}$ ga teng bo'ladi?

38. Agar $(a+b)^n$ va $(a+b)^{n+1}$ yoyilmalarning 3-binomial koeffitsiyentlari ayirmasi 225 ga teng bo'lsa $(\sqrt[5]{x}+\sqrt[9]{y})^n$ yoyilmaning nechta ratsional hadi mavjud?

39. $Agar$ $(n+\frac{1}{n})^n$ yoyilmaning boshidan va oxiridan to'rtinchi o'rinda turgan hadlari ko'paytmasi 14400 ga teng bo'lsa bu yoyilmaning eng katta binomial koeffitsiyentini toping.

40. Agar $T_{k+2}:T_{k+1}:T_k=28:8\sqrt{6}:9$ ekanligi ma'lum bo'lsa $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^k$ yoyilmaning $k-$hadini toping.

41. $(\sqrt[6]{x}+\sqrt{\frac{1}{x}})^{12}$ binom yoyilmasining biror T_{k+1} va T_k hadlari orasidagi ayirma 20 ga teng. Agar T_{k+1} haddagi x ning darajasi T_k haddagi x ning darajasiga qaraganda ikki marta kichik bo'lsa, bu x ning qanday qiymatlarida mumkin ekanligini aniqlang.

42. $Agar$ $(\sqrt[4]{3}+\sqrt[2]{4})^n$ yoyilmaning boshidan va oxiridan boshlab hisoblaganda 3-o'rinda turgan hadlari yig'indisi 9900 ga teng bo'lsa bu yoyilmada nechta ratsional had bor?

43. $\left(2x+\frac{1}{x^2}\right)^m$ yoyilmaning uchinchi hadi o'zgarmas sondan iborat bo'lsa bu had x ning qanday qiymatlarida $(1+x^3)^{30}$ yoyilmaning ikkinchi hadiga teng bo'ladi?

44. z ning yo'l qo'yiladigan ixtiyoriy qiymatida $(\sqrt[3]{z}+\sqrt{z})^m$ yoyilmaning T_{k+1} hadi $(\sqrt[6]{z^5}+\frac{1}{\sqrt[6]{z}})^{m+1}$ yoyilmaning V_{k+2} hadidan ikki marta kichik. Shu hadlarni toping.

45. Qanday $n \in N$ larda $(a+b)^n$ yoyilmaning barcha binom koeffitsiyentlari toq bo'ladi?

46. $(1+2)^{100}$ yoyilmaning eng kata hadini toping.

47. $\left(x^3+\frac{1}{x^2}\right)^{10}$ yoyilmaning ozod hadini toping.

48. $(1+x^5+x^7)^{20}$ yoyilmaning qavslari ochilganda x^{17}, x^{18} hadlari oldida turadigan koeffitsiyentni toping.

49. $(1+x+x^2+\cdots+x^9+x^{10})^3$ yoyilmaning qavslari ochilganda

a) x^{29};

b) x^{18};

50. Ushbu $(2x-y)^{10}$ yoyilmaning qavslari ochilganda

$a)$ x^3y^7;

$b)$ x^5y^5;

hadi oldida turadigan koeffitsiyentni aniqlang.

51. Ushbu $(x+y+z+t+u)^{10}$ yoyilmaning qavslari ochilganda

$a)$ x^3yz^5t ;

$b)$ x^5y^5;

c) $x^2yz^2t^4u$;

hadi oldida turadigan koeffitsiyentni aniqlang.

III.2. MUAVR MASALASI. KO'PHADNING HADLARI SONINI TOPISHGA OID MASALALAR

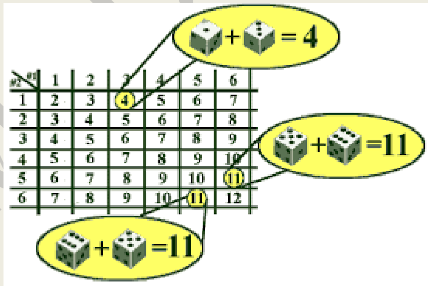
1. Agar $(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\dots(1+x^{1000})$ ifodada qavslar ochilib o'xshash hadlar ixchamlansa unda nechta had ishtirok etadi? J: 500501

2. Agar $(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\dots(1+x^{1000})^{18}$ ifodada qavslar ochilib o'xshash hadlar ixchamlansa unda nechta had ishtirok etadi? J: 2014

3. Agar $(1+x^2)^{100}\cdot(1+x^3)^{100}$ ifodada qavslar ochilib o'xshash hadlar ixchamlansa unda nechta had ishtirok etadi? J: 499

4. Agar $(1+x^3)^{100}\cdot(1+x^4)^{100}$ ifodada qavslar ochilib o'xshash hadlar ixchamlansa unda nechta had ishtirok etadi? J: 695

5. Odatda dominoning bitta toshdagi eng katta ochkolari soni 12 ga teng bo'ladi. Agar bu son 18 ga teng bo'lsa o'yinda necha dona tosh ishtirok etgan bo'ladi?



6. Xamyonda 10,15 va 20 so'mlik tangalardan 20 tadan bor. 60 so'mni necha usulda tanlab olish mumkin?

EHTIMOLLAR NAZARIYASI

Ehtimol tushunchasi

Ehtimol deb berilgan shartni qanoatlantiruvchi hodisalar sonining mumkin bo'lgan barcha hodisalar soniga nisbatiga aytiladi. Ehtimol tushunchasini ta'riflashda klassik ehtimol, statistik ehtimol va geometrik ehtimol tushunchalaridan ham foydalaniladi.

Ehtimolning quyidagi usulda aniqlanishiga klassik ehtimol deb ataladi va u Bernulli tomonidan kiritilgan edi:

"Agar barcha elementar hodisalar teng imkoniyatli bo'lsa u holda berilgan hodisaning ehtimoli deb hodisaga qulaylik tug'diruvchi elementar hodisalar sonining mumkin bo'lgan barcha elementar hodisalar soniga nisbatiga aytiladi." Shuni eslatib o'tishimiz kerakki, ehtimolning klassik ta'rifi ehtimolni aniqlashga emas uni hisoblashga yordam beradi (uni to'liq ta'rif deb hisoblay olmaymiz)

Quyidagi masalani qaraylik:

1-Masala: Shoshqol toshi tashlandi. Juft son chiqish ehtimolini toping.

Javob: ½

Yechish: Shoshqol toshi tashlanganda quyidagi hodisalar ro'y berishi mumkin:

{Tushgan son 1 ga teng};

{Tushgan son 2 ga teng };

{Tushgan son 3 ga teng };

{Tushgan son 4 ga teng };

{Tushgan son 5 ga teng };

{Tushgan son 6 ga teng };

Berilgan shartni qanoatlantiruvchi sonlar (hodisalar) uchta: 2,4,6. Mumkin bo'lgan barcha hodisalar soni esa 6 ga teng.Demak izlanayotgan ehtimol ½ gat eng ekan.

2-Masala: 1 dan 10 gacha bo'lgan sonlar bilan nomerlangan 10 ta shar ichidan tasodifiy ikkitasi olindi.

Olingan sharlarning ikalasida ham toq sonlar yozilgan bo'lishi ehtimolini toping.

Yechish: Ehtimolni topishga oid masalalarda hodisalar sonini aniqlashda kombinatorikaning ko'pgina qoidalaridan foydalaniladi. Mazkur masalada ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha hodisalar soni $C_{10}^2 = \frac{10\cdot 9}{2} = 45$ ga teng. Ikkita toq sonni esa $C_5^2 = \frac{5\cdot 4}{2} = 10$ ga teng.Demak izlanayotgan ehtimol $p = \frac{10}{45} = \frac{2}{9}$ ga teng ekan.

Odatda hodisalarning ro'y berish ehtimoli ingliz tilidagi probability – $ehtimol$ so'zining qisqartmasi sifatida p harfi bilan belgilanadi.

Hodisalarning ehtimollarini hisoblashda bizga kombinatorika formulalari zarurdir.

3-masala: 3 ta tanga tashlanmoqda. Uchalasida ham bir xil tomon chiqish ektimolini toping.

Yechish: Kombinatorika kursidan ma'lumki mumkin bo'lgan hodisalar soni $2^3 = 8$ ga teng. Ular quyidagilardan iborat:

1–tanga	2–tanga	3–tanga
S	S	S
S	S	G
S	G	S
S	G	G
G	S	S
G	S	G
G	G	S
G	G	G

Uchala tangada ham bir tomon chiqadigan hodisalar soni ko'rib turganimizdek 2 ga teng. Demak, ehtimol $p = \frac{2}{8} = 0.25$ ga teng ekan.

4-masala: 3 ta tanga tashlanmoqda. Tangalarning kamida bittasida gerb chiqishi ehtimolini toping.

Yechish: Ro'y berishi mumkin bo'lgan barcha hodisalar soni 8 ga teng. Berilgan shartni qanoatlantiruvchi hodisalar soni esa 7 ga teng.Demak izlanayotgan ehtimol $\frac{7}{8}$ ga teng.

1–tanga	2–tanga	3–tanga
S	S	S
S	S	G
S	G	S
S	G	G
G	S	S
G	S	G
G	G	S
G	G	G

5-masala: Shoshqol toshi ikki marta ketma-ket tashlandi. Toshlarda chiqqan sonlarning yig'indisi 8 dan katta bo'lish ehtimolini toping.

(a,b)	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

Yechish: Mumkin bo'lgan hodisalar soni $6^2 = 36$ ga teng. Shu hodisalar va ularda chiqqan sonlarning yig'indisi jadvalda tasvirlangan.

Berilgan shartni qanoatlantiruvchi hodisalar soni 15 ga teng. Ehtimol $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ ga teng.

6-Masala: Berilgan 2, 3,4 ,5 ,6,8 sonlarining orasidan ikkitasi tanlab olindi. Olingan sonlardan tuzilgan kasrning qisqaruvchi bo'lishi ehtimoli topilsin.

Yechish: Mumkin bo'lgan barcha tanlashlar soni:

$$C_6^2 = \frac{6!}{2!\,(4)!} = 15$$

Hodisa ro'y berishlari soni

$$1 + C_4^2 = 7$$

Demak

$$p(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{7}{15}$$

7-Masala: Bizga $\boxed{M}\boxed{A}\boxed{K}\boxed{T}\boxed{A}\boxed{B}$ harflari yozilgan kartochkalar berilgan. Ularning orasidan ketma-ket uchta kartochka tanlab olindi.Tanlangan kartochkalar aynan (tartibi aniqligida) $\boxed{M}\boxed{A}\boxed{K}$ bo'lishi ehtimoli topilsin.

Yechish: Mumkin bo'lgan barcha tanlashlar soni

$$n = A_6^3 = 120$$

Qulay hodisalar soni esa

$$n(A) = 2$$

ga teng. Demak qaralayotgan ehtimol $p(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{2}{120} = \frac{1}{60}$ ga teng.

8-Masala: 36 ta karta tasodifiy qilib har birida 9 tadan element bo'lgan 4 gruppaga ajratildi. Tuzlar turli gruppalarda bo'lishi ehtimolini toping.

Yechish: 36 ta kartani 9 tadan element bo'lgan 4 gruppaga ajratishlar soni

$$n = \frac{36!}{9!\,9!\,9!\,9!}$$

ga teng.

Har bir tuz turli gruppalarda bo'ladigan gruppalashlar soni esa

$$n_1(A) = \frac{4!}{1!\,1!\,1!\,1!}$$

$$n_2(A) = \frac{32!}{8!\,8!\,8!\,8!}$$

$$n(A) = n_1(A)n_2(A) = \frac{4!}{1!\,1!\,1!\,1!} \cdot \frac{32!}{8!\,8!\,8!\,8!}$$

ga teng. Shunday qilib izlanayotgan ehtimol quyidagiga teng ekan:

$$p(A) = 4! \cdot 9^4 \cdot \frac{32!}{36!}$$

9-Masala: Barcha raqamlari turli bo'lgan uch xonali sonni tanlab olish ehtimoli topilsin.

Yechish: Ravshanki barcha elementar hodisalar soni $n = 900$ ga teng. Endi hodisaga qulaylik tug'diruvchi hodisalar soni ya'ni barcha raqamlari turli bo'lgan uch xonali sonlar sonini topamiz. Ma'lumki birinchi raqamni 9 xil usulda, ikkinchi va uchinchi raqamlarni esa 10 xil usulda tanlash mumkin. Agar birinchi raqamni 9 usulda tanlab olsak, sonning raqamlari turlicha bo'lishi kerakligini hisobga olsak ikkinchi raqamni ham 9 xil usulda va shundan keyin uchinchi raqamni 8 xil usulda tanlab olishimiz mumkiin bo'ladi. Demak qaralayotgan sonlar soni

$$n(A) = 9 \cdot 9 \cdot 8$$

ga teng ekan.

Bundan izlanayotgan ehtimol quyidagiga teng ekanligini topamiz:

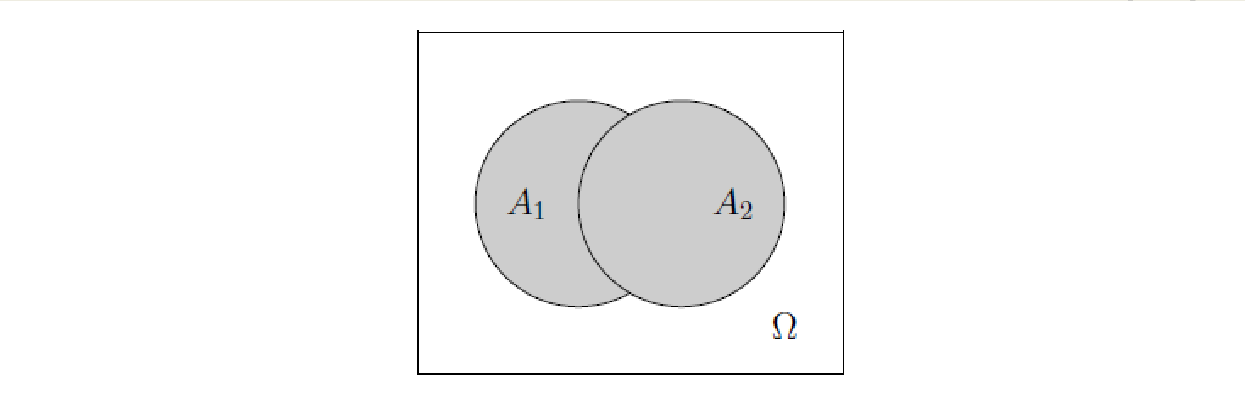
$$p(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{9 \cdot 9 \cdot 8}{900} = 0.72$$

HODISALAR USTIDA AMALLAR

Ta'rif : A_1, A_2 hodisalarning yig'indisi yoki birlashmasi deb shunday A hodisaga aytiladiki, u A_1, A_2 hodisalarning kamida biri ro'y bergandagina ro'y bersin:

$$A = A_1 + A_2 = A_1 \cup A_2$$

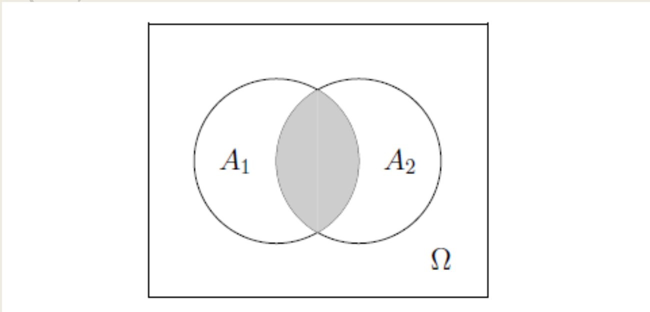
(1-rasmdagi bo'yalgan soha)



1-rasm. A_1, A_2 hodisalar birlashmasi

Ta'rif : A_1, A_2 hodisalarning ko'paytmasi yoki kesishmasi deb shunday A hodisaga aytiladiki, u A_1, A_2 hodisalarning har ikalasi ro'y bergandagina ro'y beradi.

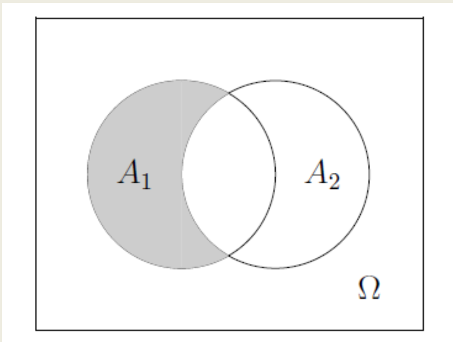
$$A = A_1 \cdot A_2 = A_1 \cap A_2$$



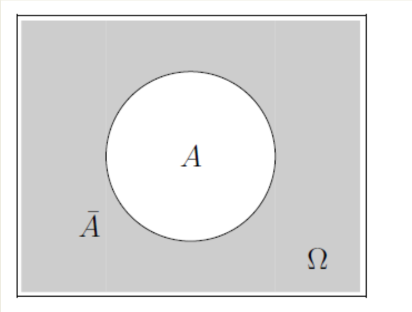
(2-rasmdagi bo'yalgan soha) **2-rasm.** A_1, A_2 hodisalar kesishmasi

Ta'rif : A_1 va A_2 hodisalarning ayirmasi deb shunday A hodisaga aytiladiki, u A_1 hodisa ro'y berib A_2 hodisa ro'y bermagandagina ro'y beradi.

$$A = A_1 \backslash A_2$$



(3-rasmdagi bo'yalgan soha) **3-rasm.** A_1, A_2 hodisalar ayirmasi



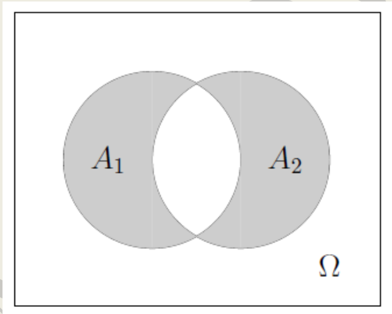
Ta'rif :A hodisaning teskarisi yoki to'ldiruvchisi deb shunday $\bar{A}$ hodisaga aytiladiki, u A hodisa ro'y berganda ro'y bermaydi, A hodisa ro'y bermaganda esa ro'y beradi

$$\bar{A} = \Omega \backslash A$$

(4-rasmdagi bo'yalgan soha)

4-rasm.A hodisaning to'ldiruvchisi

Ta'rif :A_1vaA_2 hodisalarning simmetrik ayirmasi deb shunday A hodisaga aytiladiki, u A_1 hodisa ro'y berib A_2 hodisa ro'y bermaganda va A_2 hodisa ro'y berib A_1 hodisa ro'y bermagandagina ro'y beradi.



$$A = A_1 \Delta A_2 = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2$$

(5-rasmdagi bo'yalgan soha)

5-rasm.A_1, A_2hodisalarning simmetrik ayirmasi

Misol: O'yin soqqasi ikki marta tashlandi.

$$\Omega = \{i, j\}. 1 \le i \le 6, 1 \le j \le 6$$

Agar $A = \{i + j \le 3\}$, $B = \{j = 6\}$, $C = \{j - juft\}$ hodisalar bo'lsa u holda

$$B + C = C, \quad AC = \{(1;2)\}$$
$$\bar{C} = \{(i;1), (i;3), (i;5)\}, \ \ 1 \le i \le 6$$

$$C \backslash B = \{(i;2), (i;4)\}, \ \ 1 \le i \le 6$$

$\boldsymbol{Ta'rif}$: A_1, A_2 hodisalar birgalikda emas deyiladi, agar A_2 hodisa ro'y berganda A_1 hodisa ro'y berishi mumkin bo'lmasa va aksincha.

Yuqorida keltirilgan misolda A va B hodisalar birgalikda emas .

EHTIMOLLARNI QO'SHISH QOIDASI

Teorema: Ixtiyoriy Ava$B$ hodisalar uchun

$$\boxed{p(A\ yoki\ B) = p(A) + p(B) - p(A\ \ va\ \ B)}$$

Qulaylik uchun $(A\ yoki\ B)$ hodisani $A \cup B$ $(yoki\ \ A + B)$ bilan, $(A\ \ va\ \ B)$hodisani esa$A \cap B$ $(\ yoki\ \ AB)$ bilan belgilaylik.

1-misol. Qutida 4 ta oq va 2 ta qora shar bor. Qutidan 3 ta shar olindi. Oq sharlar soni ikkitadan kam bo'lmaslik ehtimolini toping.

Yechish:$A = \{2\ tadan\ kam\ bo'lmagan\ oq\ shar\ olingan\}$,

$B = \{2\ ta\ oq, 1\ ta\ qora\ shar\ olingan\}, C = \{3\ ta\ oq\ shar\ olingan\}$.

$$A = B + C,\ \ p(A) = p(B) + p(C) - p(BC),$$

ammo$B$ va C hodisalar birgalikda bo'lmaganligi uchun $p(BC) = 0$ va

$$p(A) = p(B) + p(C).$$

Barcha tanlashlar soni

$$n = C_6^3 = \frac{6!}{3!3!} = 20.$$

Bning bajarilishiga qulaylik tug'diruvchi tanlashlar soni:

$$n(B) = C_4^2 \cdot C_2^1 = \frac{4!}{2!2!} \cdot 2 = 12.$$

$$p(B) = \frac{n(B)}{n} = \frac{12}{20} = 0,6.$$

Cning bajarilishiga qulaylik tug'diruvchi tanlashlar soni:

$$n(C) = C_4^3 = \frac{4!}{3!1!} = 4.$$

$$p(C) = \frac{n(C)}{n} = \frac{4}{20} = 0,2.$$

$$p(A) = p(B) + p(C) = 0,6 + 0,2 = 0,8.$$

. ►

EHTIMOLLARNI KO'PAYTIRISH QOIDASI

Faraz qilaylik bizga Ava$B$ hodisalar berilgan bo'lsin. A/Borqali$B$ hodisa yuz berganda A hodisaning ham ro'y berishi hodisasini belgilaymiz.

$$P(A/B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

$$P(B/A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}$$

Teorema : Ixtiyoriy A va B hodisalar uchun agar $p(B)\neq 0$ bo'lsau holda

$$p(AB)=P(A/B)\cdot p(B)$$

tenglik o'rinlidir.

Masala:3 ta o'yin soqasi tashlanadi.Agar hech bo'lmaganda bitta soqqada 6 raqami chiqqanligi ma'lum bo'lsa hamma soqqada 6 chiqish ehtimollini topilsin.

Yechish:$A=\{hamma\ soqqada\ 6\ chiqishi\}$

$B=\{kamida\ 1\ soqqada\ 6\ chiqishi\}$hodisalarni qaraylik.

Masalaga ko'ra hech bo'lmaganda bitta soqqada 6 raqami chiqqanligi ma'lum, ya'ni B hodisa ro'y beradi. Bizdan talab qilinayotgani esa shu shartda hamma soqqada 6 chiqish ehtimollini , ya'ni $p(A/B)$ ni topish.

Eslatib o'tamizki A hodisa Bhodisa aniq yuz beradi (ya'ni A hodisa Bhodisani ergashtiradi) shuning uchun :$AB=A$.

$$p(A/B)=\frac{p(AB)}{p(B)}=\frac{p(A)}{p(B)}.$$

$$p(A)=\frac{1}{6^3},\quad p(B)=1-\left(\frac{5}{6}\right)^3.$$

$$p(A/B)=\frac{1}{91}.$$

BERNULLI FORMULASI

Faraz qilaylik biror tajriba ketma-ket n marta takrorlanayotgan bo'lib har bir tajribada A hodisaning ro'y berish ehtimoli p ga teng bo'lsin. U holda shu hodisaning ro'y bermaslik ehtimoli $q = 1 - p$ ga teng bo'ladi.

Bajarilayotgan n ta tajribalar ketma-ketligida aniq $m$ta fiksirlangan qadamda hodisaning ro'y berish hodisasi ehtimoli:

$$p^m q^{n-m}$$

ga teng bo'lishi ma'lum.

Teorema : (Bernulli formulasi)n ta tajribalar ketma-ketligida aniq m tajribada hodisaning ro'y berish ehtimoli quyidagiga teng:

$$p = C_n^m p^m q^{n-m}$$

Misol : Oilada 6 ta farzand bo'lib , bu oilada o'g'il bola tug'ilish ehtimoli 0.515 ga teng bo'lsin. Farzandlarning

a) 2 tasi o'g'il

b) ko'pi bilan ikkitasi o'g'il

c) kamida ikkitasi o'g'il

d) kamida 2 ta va ko'pi bilan uchtasi o'gil bo'lishi ehtimollarini toping. .

Bernulli formulasida ko'ra:

$n = 6, p = 0,515, q = 0,485$:

а) $p_6(2) = C_6^2(0,515)^2(0,485)^4 \approx 0,22$;

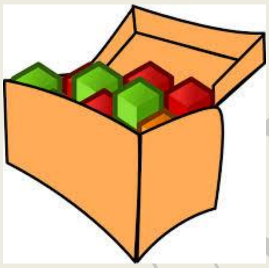
б) $p\,(m \leqslant 2) = p_6(0) + p_6(1) + p_6(2) = (0,485)^6 + C_6^1(0,515)^1(0,485)^5 + C_6^2(0,515)^2(0,485)^4 \approx 0,313$;

в) $p\,(m > 2) = 1 - p\,(m \leqslant 2) \approx 0,687$;

г) $(p\,(2 \leqslant m \leqslant 3) = p_6(2) + p_6(3) \approx 0,530$. ▶

EHTIMOLLAR NAZARIYASIDANMASALALAR

I. ARALASH MASALALAR



1. Qutida yashil va qizil ranglardagi jami 10 ta kubik bor. Qutidan yashil rangli kubikni tanlab olish ehtimoli 0.2 ga teng bo'lsa qutidagi yashilkubiklar soni nechaga teng? (2)

2. 28 ta domino toshining orasidan ikkitasi tasodifiy ravishda tanlab olindi. Qanday ehtimol bilan ularni o'yin qoidasiga ko'ra birlashtirish mumkin bo'ladi? (5/392)

3. Sinfda 30 ta o'quvchi bor. Tug'ilgan kunlari bir kunda bo'lgan o'quvchilar topilish ehtimoli ½ dan kattami?($\frac{31^{30}-31!}{31^{30}}$, ha)

4. Har birida 0 dan 9 gacha raqamlar bilan nomerlangan 10 ta shar bo'lgan 3 ta quti berilgan. Har bir qutidan bittadan shar tasodifiy ravishda tanlab olindi.

a) Uchala son ham 1 ga teng bo'lish ehtimolini toping. (0.001)

b) Uchala son ham bir xil bo'lish ehtimolini toping. (0.01)

5. Qutida 10 ta qora va 15 ta oq shar bor. Qutidan 4 ta shar tanlab olindi. Qanday ehtimol bilan bu sharlarning barchasi oq rangda bo'ladi?($\frac{C_{10}^4}{C_{25}^4}$)

6. Tasodifiy tanlangan 12 ta bolaning tug'ilgan kunlari turli oylarda bo'lish ehtimolini aniqlang. $\frac{12!}{12^{12}}$

7. Qulf kodi 10 ta raqamdan iborat. Kodni bilmaydigan odam bir urinishdayoq qulfni ochishi ehtimolini toping.

8. Qulf kodi 0 dan 9 gacha bo'lgan raqamlardan tuzilgan 5 raqamli kod bo'lsa bir urinishdayoq uni topish ehtimolini toping.

9. Qulf kodi 0 dan 9 gacha bo'lgan raqamlardan tuzilgan 5 raqamli kod bo'lib bir marta urinish 1 sekund vaqtni talab qiladi. Bir soat ichida qulfni ochish ehtimolini toping.

10. Javonda turli o'lchamdagi 5 juft tufli bor. Shkafdan 4 ta tufli olindi. Qanday ehtimol bilan ularning orasida birortayam juftlik topilmaydi.

11. Tennis bo'yicha viloyat turnirida 8 ta ishtirokchi o'zaro bellashadi. Ularning ikkitasi egizak. Qanday ehtimol bilan egizaklar 1-turda bir-birlariga qarshi o'ynashadi?

12. Javonda 40 ta kitob terilgan. Ularning orasida Navoiyning 3 tomli asari ham bor. Bu tomning kitoblari o'ngdan chapga tomon o'sish tartibida (yonma-yon bo'lish shart emas) turgan bo'lish ehtimolini toping.

13. 314-3*-** telefon nomerining oxirgi uchta raqamini bir urinishda topish ehtimoli qancha, agar

a) Bu raqamlar 1,3,5 dan farqli bo'lsa;
b) Bu raqamlar turli bo'lsa;
c) Bu raqamlar bir xil bo'lsa;
d) Dastlabki ikkita raqam bir xil, uchinchisi esa boshqacha bo'lsa;
e) Dastlabki ikkita raqam bir xil bo'lsa.

14. Qanday ehtimol bilan tasodifiy ravishda tanlab olingan to'rt xonali sonning

a) Aniq ikkita raqami bir xil
b) Ikkita juft raqamlari bir xil
c) Aniq 3 ta raqami bir xil
d) Barcha raqamlari turli
e) Barcha raqamlari bir xil
f) Raqamlar orasida 5 yo'q bo'ladi?

15. Qanday ehtimol bilan tasodifiy ravishda yozilgan 4 xonali sonning dastlabki ikkita raqamining yig'indisi oxirgi ikkita raqamining yig'indisiga teng bo'ladi?

16. Qanday ehtimol bilan tasodifiy ravishda yozilgan 6 xonali sonning dastlabki uchta raqamining yig'indisi oxirgi uchta raqamining yig'indisiga teng bo'ladi?

17. 30 ta kartochkalarning har biriga birorta raqam yozilgan bo'lib, 10 ta raqamning har biridan 3 tadan kartochkaga yozilgan. Kartochkalarning orasidan tanlab olingan 6 ta kartochka orasida qanday ehtimol bilan 3 ta bir xil raqam topilmaydi?

18. $STATISTIKA$ so'zining harflari yozilgan 10 ta kartochka orasidan tasodifiy ravoshda 5 tasi tanlab olindi. Qanday ehtimol bilan tanlab olingan kartochkalardan $TAKSI$ so'zini hosil qilishimiz mumkin bo'ladi?

19. Qutida 100 ta shar bo'lib ularning faqat bittasi oq rangda. Qutidan tavakkaliga 10 ta shar olindi. Olingan sharlar orasida oq shar ham bo'lish ehtimolini toping. ($\frac{C_{99}^{9}}{C_{100}^{10}}$=0,1)

20. Qutida 100 ta detal bo'lib, ularning 10 tasi nosoz. Tavakkaliga 4 ta detal olindi. Olingan detallar orasida

a) Nosoz detallar bo'lmasligi ($\frac{C_{90}^{4}}{C_{100}^{4}} \approx 0.65$)
b) Yaroqli detallar bo'lmasligi ehtimolini toping. ($\frac{C_{10}^{4}}{C_{100}^{4}} = 0.00005$)

21. Abonent telefon raqamini terayotib oxirgi uchta raqamni eslay olmadi. Agar nomerning oxirgi chat raqami turli raqamlar ekanligi ma'lum bo'lsa abonent bir urinishdayoq nomerni to'g'ri terishi ehtimolini toping. $(\frac{1}{720})$

22. Abonent telefon raqamini terayotib oxirgi uchta raqamni eslay olmadi. Agar nomerning oxirgi chat raqami turli raqamlar ekanligi ma'lum bo'lsa abonent 2-urinishda nomerni to'g'ri terishi ehtimolini toping. $(\frac{719}{720^2})$

23. Qutida 10 ta detal bo'lib ulardan 4 tasi bo'yalgan. Tavakkaliga 3 ta detal olindi. Kamida bitta bo'yalgan shar olinish ehtimolini toping. (Javob: $1-\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{5}{6}$)

24. Avariya yuz berganligi haqida signal berish uchun ikkita signalizator o'rnatilgan. Birinchi signalizatrning ishlash ehtimoli 0.95 ga, ikkinchisiniki esa 0,9 ga teng bo'lsa avariya yuz berganda faqat bitta signalizator ishlash ehtimolini toping. (0.14)

25. Ikki mergan nishonga o'q uzmoqda. Bitta o'q uzishda nishonga tegish ehtimoli birinchi merganda 0.7 ga, ikkinchisida esa 0.8 ga teng. Bittadan o'q uzilganda mergalarning faqat bittasi nishonga tegizishi ehtimolini aniqlang. (0.38)

26. Ikki mergan nishonga o'q uzmoqda. Bitta o'q uzishda nishonga tegish ehtimoli ikkinchisi mergandaesa 0.8 ga teng. Bittadan o'q uzilganda mergalarning faqat bittasi nishonga tegizishi ehtimolini 0.38 ga teng bo'lsa, birinchi merganning bir urishda nishonga ura olish ehtimolini aniqlang. (0.7)

27. Texnik nazorat buyumlarning yaroqliligini tekshiradi. Uning xatoga yo'l qo'yish ehtimoli 0,4 ga teng. Uchta buyum nazoratdan o'tkazilganda faqat bitta buyumda xatolik yuz berishi ehtimolini aniqlang. (0.432)

28. Texnik nazorat buyumlarning yaroqliligini tekshiradi. Uning xatoga yo'l qo'yish ehtimoli 0,8 ga teng. Uchta buyum nazoratdan o'tkazilganda faqat bitta buyumda xatolik yuz berishi ehtimolini aniqlang. (0.384)

29. Talaba o'ziga kerakli formulani uchta to'plamdan qidirmoqda. Bu formulaning birinchi, ikkinchi va uchinchi to'plamlardan topilish ehtimollari mos ravishda 0.6, 0.7, 0.8 ga teng bo'lsa formula

a) Faqat birinchi to'plamda (0.036)
b) Faqat ikkinchi to'plamda (0.042)
c) Faqat uchinchi to'plamda (0.096)
d) Faqat bitta to'plamda (0.172)
e) Faqat ikkita to'plamda (0.452)
f) Uchala to'plamda ham bo'lish ehtimolini aniqlang. (0.336)

g) Talaba qanday ehtimol bilan formulani topa olmaydi? (0.024)

30. 4 ta qutidan kerakli buyum izlanyapti. Bu buyum 1-,2-,3-,4-qutilarda bo'lish ehtimollari mos ravishda 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 ga teng bo'lsa kerakli buyum

a) Ko'pi bilan uchta qutida (0.6976)

b) Kamida ikkita qutida bo'lish ehtimolini aniqlang. (0.9572)

II. TANGA TASHLASH

31. Tanga ikki marta ketma-ket tashlandi. Kamida bir marotaba gerb tomoni chiqishi ehtimolini toping. (0.75)

32. Tanga 5 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan kamida bir marta gerb tomon chiqadi?

33. Tanga 6 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni 2 ga teng bo'ladi?

34. Tanga 6 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni 4 ga teng bo'ladi?

35. Tanga 6 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan har bir tashlashda gerb chiqadi?

36. Tanga 6 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni juft bo'ladi?

37. Kamida bitta gerb chiqish ehtimoli ½ dan kattaroq bo'lishi uchun tanga kamida necha marotaba tashlanishi kerak? (2)

38. Tanga 8 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni 5 ga teng bo'ladi?

39. Tanga 8 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni son chiqishlar soniga teng bo'ladi?

40. Tanga 8 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni 7 ga teng bo'ladi?

41. Tanga 8 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni 2 ga teng bo'ladi?

42. Tanga 32 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni 5 ga teng bo'ladi?

43. Tanga 8 marta tashlandi. Qanday ehtimol bilan gerb chiqishlar soni son chiqishlar sonidan katta bo'ladi?

44. Tanga ketma-ket 100 marta tashlanyapti.

a) Aniq 50 ta gerb chiqish ehtimolini toping. ($\frac{C_{100}^{50}}{2^{100}}$)

b) Gerb chiqishlar soni son tomon chiqishlar sonidan ko'p bo'lish ehtimolini aniqlang. ($\frac{1-\frac{C_{100}^{50}}{2^{100}}}{2}$)

III. SHOSHQOL TOSHI

(a,b)	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

45. Bir vaqtda ikki o’yin soqqasi tashlanmoqda. Ikkita bir xil tosh chiqish ehtimolini toping. (1/6)

46. Bir vaqtda ikki o’yin soqqasi tashlanmoqda. Birinchi soqqadagi tosh ikkinchi soqqadagi toshdan katta bo’lish ehtimolini toping. (15/36)

47. 2 ta o’yin soqqasi bir vaqtda tashlanmoqda. Tushgan sonlarning yig’indisi 5 yoki 6 ga teng bo’lish ehtimolini toping. (0.25)

48. Ikkita o’yin soqqasi tashlandi. Tushgan ochkolar soni 7 ga teng bo’lish ehtimolini toping. (1/6)

49. Ikkita o’yin soqqasi tashlangan. Quyidagi hodisalarning ehtimolini aniqlang:

a) Chiqqan ochkolar yig’indisi 8 ga ayirmasi 4 ga teng bo’lishi;($\frac{1}{18}$)

b) Chiqqan ochkolarning ayirmasi 4 ga teng bo’lishi ma’lum bo’lgan holda ularning yig’indisi 8 ga teng bo’lishi; ($\frac{1}{12}$)

50. Ikkita o’yin soqqasi tashlangan. Chiqqan ochkolar yig’indisi 5 ga, ko’paytmasi 4 ga teng bo’lishi ehtimolini toping. ($\frac{1}{18}$)

51. O’yin soqqasi 6 marta ketma-ket tashlandi. Chiqqan ochkolar 1,2,3,4,5,6 larga (xuddi shu tartibda) teng bo’lish ehtimolini toping. ($\frac{1}{720}$)

52. Ikkita o’yin soqqasi ketma-ket tashlandi. Tushgan ochkolar yig’indisi juft bo’lib, kamida bitta 6 chiqish ehtimolini toping. ($\frac{5}{36}$)

53. 3 ta o’yin soqqasi bir vaqtda tashlandi.

a) Uchala son ham bir xil bo’lish ehtimolini toping.$\left(\frac{1}{36}\right)$

b) Uchala son ham har xil bo’lish ehtimolini toping. $\left(\frac{30}{36}\right)$

c) Aniq ikkita bir xil son chiqish ehtimolini toping. $\left(\frac{5}{36}\right)$

54. 6 ta o'yin soqqasi bir vaqtda tashlandi. Ularda chiqqan sonlarning yig'indisi 8 dan kichik bo'lish ehtimolini toping. $\left(\frac{22}{6^6}\right)$

55. De Mere paradoksi: uch marta o'yin soqqasi tashlanmoqda.

a) Uchala toshda chiqqan sonlarning yig'indisi 11 ga teng bo'lish ehtimolini toping.

b) Uchala toshda chiqqan sonlarning yig'indisi 12 ga teng bo'lish ehtimolini toping.

c) Nima uchun 11 sonini ham 12 sonini ham uchta son yig'indisi ko'rinishida 6 usulda tasvirlash mumkin bo'lsa ham yuqoridagi ehtimollar turlicha bo'ldi?
11 = (6+4+1; 6+3+2; 5+5+1; 5+4+2; 5+3+3; 4+4+3),
12 = (6+5+1; 6+4+2; 6+3+3; 5+5+2; 5+4+3; 4+4+4)?

56. Qaysi hodisaning ro'y berish ehtimoli yuqoriroq?

a) O'qin soqqasi 6 marta tashlanganda kamida bitta 6 chiqishi;

b) O'qin soqqasi 12 marta tashlanganda kamida ikki marta 6 chiqishi;

c) O'qin soqqasi 18 marta tashlanganda kamida uch marta 6 chiqishi;

57. Kamida bitta 6 chiqish ehtimoli ½ dan katta bo'lishi uchun o'yin soqqasi kamida necha marotaba tashlanishi kerak?

V. SPORTLOTTO

58. Lotoreya o'yini biletlarining yarmi yutuqli. Yutuq chiqish ehtimoli 0.95 dan katta bo'lishi uchun kamida nechta bilet sotib olish kerak?

59. 36 dan 5 sportlotto o'yinida ishtirokchilar 1 dan 36 gacha bo'lgan sonlarning ichidan ixtiyoriy beshta son tanlaydi. O'yin davomida ham qandaydir 5 ta son tanlanadi. Agar shu tanlangan sonlarning kamida uchtasi o'yinda chiqqan sonlar orasida bor bo'lsa bu bilet yutuqli deyiladi. Qancha ko'p son ustma-ust tushda yutuq miqdori shuncha ko'p bo'ladi.

36 dan 5 lotoreya o'yinida

a) Aniq 3 ta
b) Aniq 4 ta
c) Aniq 5 ta

son ustma-ust tushish ehtimolini aniqlang.

60. Sportlottoning 45 dan 6 o'yinida tasodofiy tanlangan bilet uchun

a) Aniq 4 ta
b) Aniq 5 ta
c) Aniq 6 ta

sonning o'yinda chiqishi ehtimolini aniqlang.

61. 45 dan 6 sportlotto o'yinida (4; 12; 20; 41; 42; 43) va (4; 12; 20; 31; 32; 33) sonlari yozilgan biletlar olindi. Ikala bilet ham yutuqli bo'lish ehtimolini toping.

VI. O'YIN KARTASI

62. Kamida bitta tuz chiqish ehtimoli ½ dan katta bo'lishi uchun o'yin kartalari orasidan kamida nechta karta tanlab olinishi kerak?

63. 36 talik kartalar orasidan ikkita karta tanlab olindi. Qanday ehtimol bilan ular bir xil rangda bo'ladi. Masalani tanlangan karta qutiga
a) Qaytarib solinish
b) Qaytarib solinmaslik shartlarida yeching.

64. 36 ta karta ikki kishiga bo'linib berildi. Qanday ehtimol bilan ularning tuzlari soni bir xil bo'ladi?

65. Karta yaxshilab aralashtirilib bitta qatorga terib chiqildi. To'rtala tuz yonma-yon turib qolish ehtimolini toping.

66. 36 ta kartaning orasidan 6 tasi tanlab olindi. Qanday ehtimol bilan bu kartalar orasida
a) Aniq ikkita tuz
b) Aniq bitta tuz
c) Aniq ikkita tuz va bitta karol
d) Kamida bitta tuz
e) Aniq bitta tuz va kamida bitta karol
f) Kamida ikkita tuz
g) Ikkita tuz va kamida ikkita karol bo'ladi?

67. 52 talik o'yin kartalari orasidan tasodifiy ravishda 4 tasi tanlab olindi. Qanday ehtimol bilan bu kartalar orasida
a) Aniq bitta dama
b) Aniq bitta qora dama bo'ladi?

VII. SHAXMAT

68. Shaxmat doskasiga tasodifiy ravishda qo'yilgan
a) Ikkita farzi
b) Ikkita shox
c) Ikkita fil
d) Ikkita ot bir-birini ura olmaslik ehtimolini toping.

69. $k = \{2,3,4,5,6,7,8\}$lar uchun shaxmat doskasiga tasodifiy ravishda joylashtirilgan k ta to'raning bir-birini ura olmalik ehtimolini aniqlang.
a) Qanday $k \in \{2,3,4,5,6,7,8\}$larda bu ehtimol ½ dan kichik bo'ladi?
b) Qanday $k \in \{2,3,4,5,6,7,8\}$larda bu ehtimol $\frac{1}{100}$ dan kichik bo'ladi?