РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
НАВОИЙСКИЙ ГОРНО - МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ
НАВОИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ

УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС

по дисциплине

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

Навои 2011

Учебно - методический комплекс составлен на основе государственного стандарта определяющего степень высшего профессионального знания республики Узбекистан.

Учебно - методический комплекс обсужден и утвержден на заседании №_1_ от «______»________ 2011 г. кафедры «Автоматизация и управление технологических процессов и производств»

Зав. кафедрой ________ Базаров М.Б

Составитель программы:

Зав.кафедрой «Автоматизация и управление», д.т.н., профессор **Игамбердиев Х.З.**

Рецензенты:

к.т.н., доцент каф. «АПП» ТГТУ **Д. П. Мухитдинов**
зам. глав. инж. ПО НМЗ НГМК, **В.И.Ким**

Содержания

-485

ЎЗБЕКИСТОН РЕСПУБЛИКАСИ

ОЛИЙ ВА ЎРТА МАХСУС ТАЪЛИМ ВАЗИРЛИГИ

Рўйхатга олинди:
№БД 5521800-3.13
2008 йил «23» август

Ўзбекистон Республикаси
Олий ва ўрта махсус таълим
вазирининг
2008 йил 23 августдаги
263-сонли буйруғи билан
тасдиқланган

БОШҚАРИШ ОБЪЕКТЛАРИНИ ИДЕНТИФИКАЦИЯЛАШ

фанининг

ЎҚУВ ДАСТУРИ

Билим соҳаси: 500 000 – Муҳандислик, ишлов бериш ва қурилиш тармоқлари

Таълим соҳаси: 520 000 – Муҳандислик ва муҳандислик иши

Таълим йўналиши: 5521800 – Автоматлаштириш ва бошқарув (тармоқлар бўйича)

Тошкент – 2008

Фаннинг ўқув дастури Олий ва ўрта махсус, касб-ҳунар таълими ўқув-услубий бирлашмалари фаолиятини Мувофиқлаштирувчи Кенгашнинг 2008 йил «20» 08 даги «4»-сонли мажлис баёни билан маъқулланган.

Фаннинг ўқув дастури Тошкент давлат техника университетида ишлаб чиқилди.

Тузувчилар:

Игамбердиев Х.З. – «Автоматлаштириш ва бошқарув» кафедраси мудири, т.ф.д., проф.

Тақризчилар:

Исмоилов М.А. – ЎзР ФА «Замонавий информацион технологиялар» қошидаги «Информатика» ИТИ директори муовини, т.ф.д., проф.

Мамарасулов Ф.У. – «Ўзкимёсаноат» Давлат Акционерлик Компанияси бош мутахассиси, т.ф.н.

Фаннинг ўқув дастури Тошкент Давлат техника университети Илмий-методик кенгашида тавсия қилинган (2008 йил «__» ________даги «___»-сонли баённома).

Кириш

«Бошқариш объектларини идентификациялаш» фани бўйича тузилган ушбу намунавий дастур қўйилган ДТС талаблари асосида тузилган. Республикамизда фан ва техника соҳасидаги малакали кадрлар тайёрлашда ушбу фан катта аҳамиятга эга.

Ўқув фанининг мақсади ва вазифалари

Фан ўқитилишидан мақсад – талабаларни тажриба маълумотлари натижалари асосида объект ва бошқариш системаларининг идентификацияси соҳасида яъни, замонавий микропроцессорли ҳисоблаш воситаларини қўллашга қаратилган математик моделлар куриш ва уларнинг баҳолаш алгоритмларини тузиш соҳасида зарурий билимлар, кўникмалар ва тажрибалар даражасини таъминлашдир.

Фаннинг вазифаси: идентификацион моделлар масалалари шаклига турли ёндошувларга асосланган бошқариш объектларини идентификациялаш ва шакллантириш усулларини талабалар ўзлаштиришидир.

Фан бўйича талабаларнинг билимига, кўникма ва малакасига қўйиладиган талаблар

«Бошқариш объектларини идентификациялаш» ўқув фанини ўзлаштириш жараёнида амалга ошириладиган масалалар доирасида бакалавр:

- фаннинг асосий муаммолари ва унинг касбни эгаллашдаги моҳияти; идентификациялашнинг ўрни ва роли; объектлар ва бошқариш системаларини тавсифлаш учун қўлланиладиган моделларнинг асосий турларини, улар орасидаги ўзаро алоқани, кузатилиш ва идентификацияланиш хоссаларини; баҳолаш назарияси элементларини ва олинаётган баҳолар хоссаларини (силжиганлик, асослилик, унумлилик ва ҳ.к.); *билиши керак;*
- баҳолаш масалаларида қўлланиладиган оптималлаштиришнинг асосий меъзонларини; чизиқли ва ночизиқли динамик системалар ҳолатини бахолашнинг усуллари ва алгоритмларини ҳисоблашда амалий мустаҳкам *кўникмаларига эга бўлиши керак;*
- объектлар ва бошқариш системалари моделларининг параметрик ва нопараметрик идентификацияси усуллари ва алгоритмлари асосида ишлаб чиқиш *малакасига эга бўлиши керак.*

Фаннинг ўқув режадаги бошқа фанлар билан ўзаро боғлиқлиги ва услубий жиҳатдан узвий кетма-кетлиги

«Бошқариш объектларини идентификациялаш» умумкасбий фани ҳисобланиб, 6 – семестрда ўқитилади. Дастурни амалга ошириш ўқув режасида режалаштирилган математик ва табиий (олий математика, физика, назарий механика) фанларидан етарли билим ва кўникмаларга эга бўлишлик талаб этилади.

Фаннинг ишлаб чиқаришдаги ўрни

Ишлаб чиқаришда эришилган муваффақиятлар ҳамда ютуқлар мамлакатимизнинг иқтисодиёти ва маданиятини ривожлантириш, шунингдек, аҳолининг турмуш фаровонлигини ошириш учун аҳамиятга эга бўлган саноатни яратиш учун асос бўлмоқда. Ўз навбатида бошқариш объектларини идентификациялаш ишлаб чиқариш самарадорлигини мутассил ошириш, маҳсулот сифатини юқори даражага кўтариш, харажатларни камайтириш, меҳнат шароитларини яхшилаш ва ишлаб чиқаришда хавфсизлик техникасини таъминлаш учун хизмат қиладиган асосий омил ҳисобланади.

Бошқариш объектларини идентификациялашдан кутилган мақсадга эришиш учун технологик жараёнлар ва технологик агрегатлар автоматлаштириш принциплари ва имкониятларига тўла амал қилган ҳолда тайёрланган бўлиши керак. Шунинг учун ушбу фан умумкасбий фани ҳисобланиб, ишлаб чиқариш технологик тизимининг ажралмас бўғинидир.

Фанни ўқитишда замонавий ахборот ва педагогик технологиялар

Талабаларнинг бошқариш объектларини идентификациялаш фанини ўзлаштиришлари учун ўқитишнинг илғор ва замонавий усулларидан фойдаланиш, янги информацин-педагогик технологияларни тадбиқ қилиш муҳим ахамиятга эгадир. Фанни ўзлаштиришда дарслик, ўқув ва услубий қўлланмалар, маъруза матнлари, тарқатма материллар, электрон материллар, виртуал стендлар ҳамда ишчи ҳолатдаги машиналарнинг ишлаб чиқришдаги намуналари ва макетларидан фойдаланилади. Маъруза, амалий ва лаборатория дарсларида мос равишдаги илғор педагогик технолгиялардан фойдаланилади.

Асосий қисм

Идентификация кузатиш натижалари асосида моделлар тузишнинг усули сифатида

Моделлаштириш – моддий оламни билишнинг усулларидан биридир. Идентификация тушунчаси тор ва кенг маънода. Нормал ишлаш тартибида идентификация ва актив идентификация. Ушбу курснинг вазифаси ва таркиби.

Ҳолат фазоси, кузатилувчанлик ва идентификациялашувчанлик

Ҳолат фазоси тушунчаси. Кузатилувчанлик, идентификациялашувчанлик. Ҳолат фазосида тасаввур этиш ва узатиш функцияси ёрдамида тасаввур этиш ўртасидаги алоқа.

Синусоидал, поғонали ва импульс сигналлар ёрдамида идентификациялаш усуллари

Фурье алмаштиришига асосланган идентификациялаш усуллари. Частотали таснифлаш ёрдамида идентификациялаш. Ўтиш функцияси ёрдамида идентификациялаш. Импульс ўтиш функцияси ёрдамида идентификациялаш.

Корреляцион функция усуллари

Ўрам ва корреляция интеграллари. Ўзаро корреляция ва импульсли таъсирлар. Системаларни киришида оқ шовқин ёрдамида идентификациялаш. Тасодифий ва псевдотасодифий кетма-кетликларни генерациялаш. Тасодифий сонларни генерациялаш. Псевдотасодифий бинар кетма-кетликларни генерациялаш. Корреляцион функциялар асосида частотавий тавсифларни олиш.

Регрессион усуллар ёрдамида идентификациялаш

Бир чиқишли системалар учун статик масалалар. Бир қанча киришли ва чиқишли системалар учун статик масалалар. Чизиқли динамик жараёнларни регрессион идентификациялаш. Узатиш функциялар ёрдамида системаларни моделларини қуриш. Кириш-чиқиш атамаларидаги моделлар. Кириш ва чиқишлардаги шовқин моделлари. Дисперсия минимуми ва ўхшашлик функцияси мезонлари бўйича идентификациялаш. Ночизиқли жараёнларни регрессион идентификациялаш. Полиномлар ёрдамида аппроксимациялаш. Бошланғич маълум бўлган ночизиқ функцияларни идентификациялаш. Кетма-кет регрессион усуллар. Скаляр ҳодиса. Кўп ўлчамли ҳодиса. Кетма-кет ночизиқли регрессия.

Стохастик аппроксимация ва кетма-кет ўргатиш усуллари билан идентификациялаш

Идентификация учун стохастик аппроксимация усулини қўллаш. Стохастик аппроксимация усулига кўра идентификациялаш муолажалари. Идентификация алгоритми учун бошланғич баҳолар. Ўргатиш усули билан идентификациялаш. Стационар жараёнларни идентификациялаш. Ностационар жараёнларни идентификациялаш. Ночизиқли системаларни идентификациялаш учун усулларни аниқлаб олишнинг кетма-кетлик тартиби. Кетма-кет ўқитиш алгоритми.

Квазичизиқлаш ва инвариант ботиш усуллари билан идентификациялаш

Квазичизиқлаш усули билан системаларни идентификациялаш. Инвариант ботиш усули билан системаларни идентификациялаш.

Динамик системаларнинг ҳолати ва параметрларини биргаликда баҳолаш

Чизиқли системаларда ҳолат ва параметрларини биргаликда баҳолаш масаласини умумлаштириш каби ночизиқли динамик системалар ҳолатини баҳолаш масаласининг қўйилиши. Субоптимал ночизиқли фильтрлашнинг асосий усуллари: чизиқлантирилган ва кенгайтирилган Калман фильтрлари. Динамик системалар идентификацияси назарияси ва усулларининг ривожланиш истиқболлари.

Амалий машғулотларини ташкил этиш бўйича кўрсатма ва тавсиялар

Амалий машғулотлари мавзулари:

1. Частотали таснифлаш, ўтиш функцияси ва импульс ўтиш функцияси ёрдамида идентификациялаш.
2. Чизиқли динамик объектларни регрессион идентификациялаш.
3. Дисперсия минимуми ва ўхшашлик функцияси мезонлари бўйича идентификациялаш.
4. Ўргатиш усули билан идентификациялаш.
5. Динамик системаларнинг ҳолати ва параметрларини биргаликда баҳолаш.

Амалий машғулотларини ташкил этиш бўйича кафедра профессор-ўқитувчилари томонидан кўрсатма ва тавсиялар ишлаб чиқилади. Унда талабалар асосий маъруза мавзулари бўйича олган билим ва кўникмаларини амалий масалалар орқали янада бойитадилар. Шунингдек, дарслик ва ўқув қўлланмалар асосида талабалар билимларини мустаҳкамлашга эришиш, тарқатма материаллардан фойдаланиш, илмий мақолалар ва тезисларни чоп этиш орқали талабалар талабалар билимини ошириш, масалалар ечиш, мавзулар бўйича тақдимотлар ва кўргазмали қуроллар тайёрлаш, қонун ва меъёрий ҳужжатлардан фойдалана билиш ва бошқалар тавсия этилади.

Тажриба машғулотлари

Корреляцион усул асосида чизиқли бошқарув объектларини идентификациялаш. Кетма-кет регрессион усул асосида объектларни идентификациялаш. Стохастик аппроксимация усулидан бошқарув объектларини идентификациялашда фойдаланиш. Квазичизиқлаш усули билан идентификациялаш. Инвариант чўкиш усули билан идентификациялаш

Мустақил таълимни ташкил этишнинг шакли ва мазмуни

Талаба мустақил ишни тайёрлашда муайян фаннинг хусусиятларини ҳисобга олган ҳолда қуйидаги шакллардан фойдаланиш тавсия этилади:

- дарслик ва ўқув қўлланмалар бўйича фан боблари ва мавзуларини ўрганиш;
- тарқатма материаллар бўйича маърузалар қисмини ўзлаштириш;

- автоматлаштирилган ўргатувчи ва назорат қилувчи тизимлар билан ишлаш;
- махсус адабиётлар бўйича фанлар бўлимлари ва мавзулари устида ишлаш;
- янги техникаларни, аппаратураларни, жараён ва технологияларни ўрганиш;
- талабанинг ўқув-илмий-тадқиқот ишларини бажариш билан боғлиқ бўлган фанлар бўлимлари ва мавзуларни чуқур ўрганиш;
- фаол ва муаммоли ўқитиш услубидан фойдаланиладиган ўқув машғулотлари;
- масофавий (дистанцион) таълим.

Тавсия этилаётган мустақил ишларнинг мавзулари:

1. Бошқариш объектларини идентификациялашнинг ривожи ва тутган ўрни.
2. Бошқариш объектларини идентификациялашнинг замонавий усуллари.
3. Идентификация кузатиш натижалари асосида моделлар тузишнинг усули сифатида.
4. Ҳолат фазоси, кузатилувчанлик ва идентификациялашувчанлик.
5. Синусоидал, поғонали ва импульс сигналлар ёрдамида идентификациялаш усуллари.
6. Корреляцион функция усуллари.
7. Регрессион усуллар ёрдамида идентификациялаш.
8. Стохастик аппроксимация ва кетма-кет ўргатиш усуллари билан идентификациялаш.
9. Квазичизиқлаш ва инвариант ботиш усуллари билан идентификациялаш.
10. Динамик системаларнинг ҳолати ва параметрларини биргаликда баҳолаш.

Дастурнинг информацион-услубий таъминоти

Мазкур фанни ўқитиш жараёнида таълимнинг замонавий методлари, педагогик ва ахборот-коммуникация технологиялари қўлланилиши назарда тутилган.

- бошқариш объектларини идентификациялаш бўлимига тегишли маъруза дарсларида замонавий компьютер технологиялари ёрдамида презентацион ва электрон-дидактик технологияларидан;
- идентификация кузатиш натижалари асосида моделлар тузишнинг усуллари, ҳолат фазоси, кузатилувчанлик ва идентификациялашувчанлик, синусоидал, поғонали ва импульс сигналлар ёрдамида идентификациялаш усуллари, корреляцион функция усуллари, регрессион усуллар ёрдамида идентификациялаш, стохастик аппроксимация ва кетма-кет ўргатиш усуллари билан идентификациялаш, квазичизиқлаш ва инвариант ботиш усуллари билан идентификациялаш, динамик системаларнинг ҳолати ва параметрларини биргаликда баҳолаш. мавзуларида ўтказиладиган амалий машғулотларда ақлий ҳужум, гурухли фикрлаш педагогик технологияларидан;

- турли дастурий пакетлар ёрдамида корреляцион усул асосида чизиқли бошқарув объектларини идентификациялаш, кетма-кет регрессион усул асосида объектларни идентификациялаш, стохастик аппроксимация усулидан бошқарув объектларини идентификациялашда фойдаланиш, квазичизиқлаш усули билан идентификациялаш, инвариант чўкиш усули билан идентификациялаш мавзуларида ўтказиладиган тажриба машғулотларида кичик гурухлар мусобақалари, гурухли фикрлаш педагогик технологияларини қўллаш назарда тутилган.

Фойдаланиладиган асосий дарсликлар ва ўқув қўлланмалар рўйхати

Асосий дарсликлар ва ўқув қўлланмалар:

1. Гроп Д. Методы идентификации систем. -М.: Изд-во «Мир», 1979.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ I-IV. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
3. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. -М.: Наука, 1991. - 432 с.
4. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления, Издательство «Мир», -М.: 1979. -683 с.
5. Сейдж Э.П., Мелса Д.Ж Л. Идентификация систем управления. Изд-во «Наука», М.: 1974. -480 с.
6. Игамбердиев Х.З. Регулярная идентификация динамических систем. ТашПИ им. А.Р. Беруни. - Т.: Фан, 1987. - 120 с.

Қўшимча адабиётлар:

1. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А А. Красовского. -М.: Наука, 1987. - 712 с.
2. Игамбердиев Х.З. Идентификация моделей многомерных систем: Учеб. пособие. –Т., 1985. - 81 с.
3. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. М.: Энергоатомиздат, 1990. - 208 с.
4. Типовые линейные модели объектов управления / Под ред. Н.С. Райбмана. -М.: Энергоатомиздат, 1983. - 264 с.
5. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. -М.: Наука, 1984. - 320 с.
6. Интернет маълумотлари: www.books.rosteplo.ru.

РЕСПУБЛИКИ УЗБЕКИСТАН
НАВОИЙСКИЙ ГОРНО-МЕТАЛЛУРГИЧЕСКИЙ КОМБИНАТ
НАВОИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГОРНЫЙ ИНСТИТУТ

УТВЕРЖДАЮ
Декан ЭМФ С.Ж. Бозорова
________ «____» ____ 2011 г.

Кафедра «Автоматизация и управление технологических процессов и производств»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

курса

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ

для студентов направления
5521800-«Автоматизация и управление»

Навои 2011

Рабочая программа составлено по образцу рабочих программ и на основе государственного стандарта определяющего степень высшего профессионального знания республики Узбекистан.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании №_1_ от «__» август 2011. кафедры «Автоматизация и управление технологических процессов и производств»

Зав. кафедрой ________ Базаров М.Б

Составитель программы:
Зав.кафедрой «Автоматизация и управление»,
д.т.н., профессор Игамбердиев Х.З.

Рецензенты:
к.т.н., доцент каф. «АПП» ТГТУ Д. П. Мухитдинов
зам. глав. инж. ПО НМЗ НГМК, В.И.Ким

1. Введение.

Цель изучения курса.

«Идентификация объектов управления» является одним из основных курсов направления 5521800- «Автоматизация и управление» В этом курсе даются основные фундаментальные понятия, определения и методы идентификации и разработки математических моделей объектов управления. На основе полученных знаний у студентов должно сложиться четное представление об особенностях идентификации объектов управления, имеющих различную физическую природу.

Цель изучения дисциплины: подготовить высококвалифицированных специалистов, способных с помощью глубокого знания основ теории идентификации и современной вычислительной техники решать задачи анализа и синтеза систем автоматического управления.

1.2.Задачи изучения дисциплины.

В результате изучения дисциплины студент должен овладеть методами формализованного описания и идентификации объектов управления, основанными на разных подходах к форме задания идентификационных моделей.

1.3.Связь предмета с другими дисциплинами.

Для успешного овладения дисциплины «Идентификация объектов управления» студент должен в достаточной степени овладеть материалами дисциплин: «Высшая математика», «Математические основы теории систем”, разбираться в программировании и работе на компьютере, знать принципы работы основных элементов систем автоматического управления. Материал дисциплины “Идентификация объектов управления” используется в процессе курсового и дипломного проектирования, а так же при изучении последующих специализированных дисциплин.

1.4. Отведенные часы для дисциплины по учебному плану

3 курс, 5 семестр

Лекции	–	***32 часов***
Практические занятия	–	8 часов
Лабораторные работы	–	8 часов
Самостоятельная работа	–	42 часов
Итого	–	**90 часов**

2.1. Содержание дисциплины.

1.	Роль идентификации в управлении техническими и технологическими объектами.	2
2.	Понятие оператора как общей характеристики объекта управления.	2
3.	Постановка задачи идентификации.	2
4.	Классический метод идентификации.	2
5.	Типовая идентификация линейных объектов.	2
6.	Идентификация с помощью частотной характеристики.	2
7.	Регрессионная идентификация линейных динамических процессов.	2
8.	Идентификация по критерию минимума дисперсии и функции правдоподобия.	2
9.	Регрессионная идентификация нелинейных процессов.	2
10.	Последовательный регрессионный метод.	2
11.	Последовательная нелинейная регрессия.	2
12.	Использование метода стохастической аппроксимации для идентификации.	2
13.	Идентификация методом обучения.	2
14.	Идентификация систем методом квазилинеаризации.	2
15.	Идентификация систем методом инвариантного погружения.	2
16.	Идентификация и управление с использованием прогноза.	2
	Итого:	**32 часов**

Практические занятия.

1	Регрессионная идентификация линейных динамических объектов.	2
2	Последовательная нелинейная регрессия.	2
3	Идентификация и управление с использованием прогноза.	2
4	Процедура случайного поиска для идентификации динамических систем.	2
	Итого:	**8 часов**

Лабораторные занятия.

1	Идентификация линейных объектов управления на основе корреляционного метода.	2
2	Идентификация объектов на основе последовательного регрессионного метода.	2
3	Использование метода стохастической аппроксимации для идентификации объектов управления.	2
4	Идентификация объектов методом квазилинеаризации.	2
	Итого:	**8 часов**

№	**Темы для самостоятельных работ.**
1	Задачи идентификации.
2	Классический метод вариационного исчисления.
3	Метод динамического программирования.
4	Идентификация на основе эвристического прямого поиска.
5	Основы информационной теории идентификации
6	Идентификация объекта по переходной характеристике.
7	Особенности задач идентификации систем по точности.
8	Идентификация стационарных объектов по обобщенным скалярным критериям при детерминированных сигналах.
9	Идентификация коэффициента передачи ПИ регулятора
10	Идентификация коэффициента передачи ПД регулятора
11	Идентификация коэффициента передачи ПИД регулятора

Литература

Основные:

1. Гроп Д. Методы идентификации систем. -М.: Изд-во «Мир», 1979.
2. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ I-IV. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004.
3. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. -М.: Наука, 1991. - 432 с.
4. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления, Издательство «Мир», -М.: 1979. -683 с.
5. Сейдж Э.П., Мелса Д.Ж.Л. Идентификация систем управления. Изд-во «Наука», М.: 1974. -480 с.
6. Игамбердиев Х.З. Регулярная идентификация динамических систем. ТашПИ им. А.Р. Беруни. - Т.: Фан, 1987. - 120 с.

Дополнительные:

1. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. -М.: Наука, 1987. - 712 с.
2. Игамбердиев Х.З. Идентификация моделей многомерных систем: Учеб. пособие. –Т., 1985. - 81 с.
3. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. М.: Энергоатомиздат, 1990. - 208 с.
4. Типовые линейные модели объектов управления / Под ред. Н.С. Райбмана. -М.: Энергоатомиздат, 1983. - 264 с.
5. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. -М.: Наука, 1984. - 320 с.
6. Интернет маълумотлари: www.books.rosteplo.ru.

Навоийский Государственный Горный Институт
Энерго-мехнический факультет
Кафедра «Автоматизация и управление технологических процессов и производств»

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

По курсу «ИДЕНТИФИКАЦИЯ ОБЪЕКТОВ УПРАВЛЕНИЯ»

Навои – 2011г.

Конспект лекций составлено по образцу рабочих программ и на основе государственного стандарта определяющего степень высшего профессионального знания Республики Узбекистан.

Конспект лекций обсуждена и утверждена на заседании №1 от «_________»___________ 2011г. кафедры «Автоматизация и управление технологических процессов и производств»

Составители:
Зав.кафедрой «Автоматизация и управление»,
д.т.н., профессор Х.З. Игамбердиев
к.т.н., доцент каф. «АПП» ТГТУ Д. П. Мухитдинов

Лекция №1

РОЛЬ ИДЕНТИФИКАЦИИ В УПРАВЛЕНИИ ТЕХНИЧЕСКИМИ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Интенсивное развитие теории и практики управления в последний период в значительной степени связано с переходом к решению задач управления все более сложными объектами (технологические процессы и линии, производственные объединения, биологические и медицинские системы, экологические, экономические, организационные и др.). Реальные объекты этого класса являются стохастическими, нелинейными, нестационарными, многомерными и многосвязными и обладают рядом других «неудобных» с точки зрения организации процесса управления свойств. Создание эффективных систем автоматического управления такими объектами возможно только на базе современных быстродействующих управляющих вычислительных машин. Особенно перспективны для этой цели разветвленные серии микропроцессорных машин.

Важнейшей задачей современной теории и практики управления является построение модели объекта управления, т. е. формализация закономерностей функционирования объекта. На основе этой модели определяются структура и параметры системы управления, закон управления, выбираются технические средства реализации системы. Велика роль модели не только при создании системы управления, но и при изучении закономерностей функционирования естественных и искусственных объектов и процессов. Это в первую очередь связано с ростом роли моделирования при изучении сложных явлений и объектов в различных областях науки, техники, производства.

Одним из эффективных методов построения модели сложного объекта является идентификация. Появление этого раздела теории управления диктовалось потребностями практики. Предшествующий этому времени период характеризовался интенсивным развитием кибернетики и широким использованием ее результатов при создании реальных систем управления. Для построения моделей используются методы, основанные на таких разделах математики, как теория вероятностей и математическая статистика, математическая логика, функциональный анализ, вычислительная математика и др.

Появление идентификации в начале 60-х годов было связано с острой необходимостью разработки методов построения информационных моделей объектов управления. Отсутствие таких моделей сдерживало процесс автоматизации этих объектов, построения систем прямого цифрового управления и других видов систем, использующих ЭВМ в контуре управления. Необходимость разработки новых методов построения моделей диктовалась практическими потребностями в создании систем управления сложными объектами, осуществляющих оптимальное в заданном смысле управление этими объектами, что могло быть обеспечено только путем применения быстродействующих управляющих вычислительных машин. Однако объекты оказались неподготовленными к внедрению оптимального управления на основе вычислительной техники из-за отсутствия их математического описания, их моделей.

Широкое развитие работ по формализации и построению моделей во многих областях науки, техники, производства преследует две основные цели. Первая из них связана со значительным ростом возможностей изучения сложных явлений, процессов, объектов при помощи моделирования, для чего необходима символическая модель, т. е. формализация, математическое описание исследуемого явления, процесса или объекта. Построение математической модели является первым этапом моделирования.

Естественно, что степень\полноты модели, ее соответствие реальному объекту зависят от целей, для которых эта модель используется. Модели первого типа имеют в основном гносеологический характер, от них требуется высокая степень «физичности», их построение тесно связано с методами той конкретной области знаний, для которой они строятся. Модели второго типа, иногда называемые информационными, в основном должны соответствовать целям управления; они могут давать формальное описание, устанавливающее связь между входными и выходными переменными, непосредственно не связанную с «физикой» объекта. Приведенное деление условно, но оно удобно и связано с целями построения модели и моделирования. В первом случае модель связана с процессом познания, с исследованием, с открытием закономерностей, присущих конкретным явлениям и процессам. Во втором случае модель используется для обеспечения заданных значений выходных переменных по информации, полученной с объекта в процессе его функционирования. Здесь модель является неотъемлемой частью системы управления и может рассматриваться как составляющая самого объекта, поскольку объект и система управления представляют собой единое целое.

Не меньшее значение имеют модели, используемые непосредственно в системах управления. Создание таких моделей является второй целью расширения работ по построению моделей объектов управления. В этом случае для управления используются адаптивные системы с идентификатором в цепи обратной связи (АСИ). Устройство, или программа вычислительного комплекса, осуществляющее построение модели и ее периодическое уточнение, называется идентификатором. Построение модели осуществляется по входным и выходным переменным, полученным непосредственно с объекта управления в условиях его функционирования.

По-видимому, одно из важнейших направлений в области идентификации и управления связано с адаптивными системами, содержащими в контуре управления идентификатор – АСИ. Эти системы дают возможность автоматизировать трудоемкий процесс решения задачи идентификации, обеспечить оперативное уточнение характеристик объекта в процессе функционирования объекта, перейти к созданию серийных, типовых систем управления объектами различной физической природы.

Современный этап характеризуется как углублением работ по построению моделей, так и охватом все более широкого круга явлений и процессов. Построение модели можно определить как процесс формализации изучаемого явления (процесса, объекта) с целью описания при помощи какого-либо языка основных закономерностей, присущих этому явлению.

Лекция № 2

ПОНЯТИЕ ОПЕРАТОРА КАК ОБЩЕЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

В предыдущем параграфе уже указывалось, что свойства объекта могут быть описаны различными способами. Поскольку мы ограничились здесь рассмотрением задач построения моделей с целью решения задач управления, то в дальнейшем будут применены методы описания, используемые в теории управления, т. е. математическое описание объекта.

Под моделью объекта (математической моделью или математическим описанием объекта управления) будем понимать правило преобразования воздействия на объект *X* в реакцию объекта *Y* (рис. 1.2).

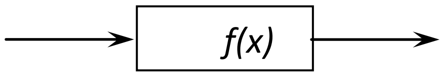

Рис. 1-2. Схема объекта, описываемого функцией *f(x)*.

В простейшем случае модель объекта-оригинала может быть представлена в виде функциональной зависимости между скалярными переменными воздействия *X* и реакция *Y* в виде

$$y = f(x) \tag{1.1}$$

В более сложном случае ограничиться моделью (1.1) не представляется возможным, например, в случае, когда реакция *Y* зависит от воздействия, которое является функцией *X(t)*. Тогда реакция *Y* представляет собой функционал, т. е. представляется как закон преобразования функции *X(t)* в число *Y* и модель объекта-оригинала может быть представлена в виде (рис. 1.3)

$$y=F[x(t)], \tag{1.2}$$

где *F* – закон преобразования, которому нужно подвергнуть функцию *X(t)*, чтобы получить переменную *Y*.

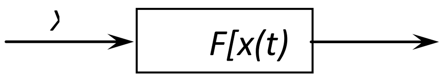

Рис. 1.3. Схема объекта, описываемого функционалом *F*.

Еще более общим является случай, когда и воздействие, и реакция объекта представляют собой функции одного и того же или разных аргументов. Правило преобразования одной функции в другую называют оператором. Оператор представляет собой совокупность математических или логических операций, устанавливающих соответствие между двумя функциями. В этом случае, когда воздействие представляет собой функцию *X(s)*, а реакция – функцию *Y(t)*, модель объекта представляется в виде уравнения (рис. 1.4)

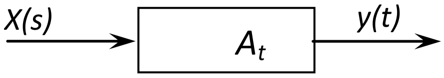

Рис. 1.4. Схема объекта, описываемого оператором A_t.

$$y(t) = A\{x(s),\, t\} \text{ или } y(t) = A_t\, x(s). \qquad (1.3)$$

В качестве примеров операторов можно указать оператор дифференцирования

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \qquad (1.4)$$

или оператор интегрирования

$$y(t) = \int_{t_0}^{t} x(t)dt. \qquad (1.5)$$

Укажем, что. оператор A называется линейным, если для него выполняется принцип суперпозиции, т. е.

$$A\sum_{i=1}^{n} c_i x_i(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i\, A x_i(t) \qquad (1.6)$$

при любых n, c_1, ..., c_n и $x_1(t)$, ..., $x_n(t)$.

Из приведенных представлений видно, что наиболее общим является представление (1.3), когда оператор представляет собой общую характеристику динамического объекта. При математическом описании динамического объекта как воздействие, так и реакция объекта представляются в виде функций, а характеристики объекта – в виде оператора. Таким образом, под моделью объекта-оригинала в общем случае будем понимать оператор, которым этот объект описывается. В частных случаях модель объекта может быть представлена уравнениями (1.2) или (1.1). В дальнейшем при решении задач идентификации мы будем искать описание объекта в виде (1.1) – (1.3).

Для линейных одномерных объектов зависимость между реакцией $Y(t)$ и воздействием $X(t)$ может быть задана три помощи:

дифференциального уравнения

$$\sum_{i=0}^{n} a_i(t)\frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_j(t)\frac{d^j x(t)}{dt^j},\ n \ge m; \qquad (1.7)$$

импульсной переходной (весовой) функции $g(t, s)$

$$y(t) = \int_{t-T}^{t} g(t,s)\, x(s)\, ds; \qquad (1.8)$$

частотной характеристики $\Phi(t, j\omega)$

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{a-j\infty}^{a-j\infty} \Phi(t,\ j\omega)\, X(j\omega) e^{j\omega}\, d\omega, \qquad (1.9)$$

где $X(j\omega)$ – преобразование Лапласа сигнала $x(t)$, т. е.

$$X(j\omega) = \int_{0}^{\infty} x(t)\, e^{-j\omega t} dt, \qquad j = \sqrt{-1}.$$

Преобразование Лапласа от x только в этой формуле обозначено буквой X.

В дальнейшем мы будем обозначать большой буквой случайную функцию *X*, а маленькими–детерминированные функции и, в частности, конкретные реализации случайных функций *X*.

Эти представления одномерных линейных объектов эквивалентны, и каждое из них является исчерпывающим описанием динамических свойств объектов.

Конкретное выражение оператора A_t для стационарных одномерных линейных объектов, для которых реакция $Y(t)$ не зависит от момента начала действия возмущения $X(t)$, зависит только от интервала времени между началом действия $X(t)$ и данным моментом и также может быть задано эквивалентными соотношениями (1.7) – (1.9), которые в этом случае примут вид:

описания с помощью дифференциального уравнения

$$\sum_{i=0}^{n} a_i(t)\frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{j=0}^{m} b_j(t)\frac{d^j x(t)}{dt^j},\ n \ge m; \tag{1.10}$$

описания с помощью импульсной переходной функции

$$y(t) = \int_0^{\infty} g(\tau)\,x(t-\tau)\,d\tau = \int_{-\infty}^{t} g(t-\tau)\,x(\tau)\,d\tau, \tag{1.11}$$

где согласно условию физической реализуемости системы $g(\tau)=0$ при $\tau<0$;

описания с помощью частотной характеристики

$$y(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\omega)\,X(j\omega)\,e^{j\omega}\,d\omega, \tag{1.12}$$

Частотная характеристика линейной стационарной системы связана с ее передаточной функцией $\Phi(p)$; последняя может быть получена по частотной характеристике путем замены $j\omega$ на p. Передаточная функция $\Phi(p)$ связана с весовой функцией $g(\tau)$ преобразованием Лапласа

$$\Phi(p) = \int_0^{\infty} g(\tau)e^{-p\tau}d\tau; \tag{1.13}$$

$$g(\tau) = \frac{1}{2\pi j}\int_{a-j\infty}^{a+j\infty} \Phi(p)\,e^{p\tau}dp. \tag{1.14}$$

Передаточная функция объекта, описываемого обыкновенным дифференциальным уравнением (1.10), является дробно-рациональной функцией вида

$$\Phi(p) = \frac{b_m p^m + \ldots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + \ldots + a_1 p + a_0},\ \ n \ge m. \tag{1.15}$$

В дальнейшем при решении задачи идентификации линейных динамических объектов мы будем определять одну из приведенных характеристик.

При математическом описании объекта с помощью уравнений (1.1) –(1.3) предполагается, что возмущение $X(t)$ и реакция $Y(t)$ представляют собой детерминированные сигналы и, кроме того, сам объект также является детерминированным, т. е, между $X(t)$ и $Y(t)$ существует однозначная функциональная зависимость. В практических случаях часто эти условия не выполняются, возмущения $X(t)$ и реакции $Y(t)$ являются случайными, а объект или исследуемый процесс являются стохастическими. В этом случае математическое описание объекта должно быть стохастическим, т. е. сигналы *X(t)* и *Y(t)* рассматриваются как случайные функции неслучайных аргументов *t* и природа оператора A_t также случайна.

В случае детерминированного безынерционного объекта, когда возмущение и реакция могут рассматриваться как случайные величины *X* и *Y* соответственно, математическая модель, описывающая объект, дается в виде условного математического ожидания *Y* относительно *X*, т. е. вместо уравнения. (1.1) объект описывается уравнением в виде

$$M\{Y|x\} = f_1(x), \tag{1.16}$$

где $M\{Y|x\}$ – условное математическое ожидание *Y* относительно *x*, а f_1 – неслучайный закон преобразования. Например, для усилительного элемента, на входе которого действует случайная величина *X*, конкретное выражение (1.16) будет иметь вид:

$$y = M\{Y|x\} = kx; \tag{1.17}$$

для квадратора

$$y = M\{Y|x\} = kx^2; \tag{1.18}$$

В (1.17) и (1.18) коэффициенты *k* и *a* являются постоянными, неслучайными величинами.

Для детерминированных динамических объектов вместо (1.3), если *Y(t)* и *X(s)* являются случайными функциями, модель объекта представляется в виде условного математического ожидания *Y(t)* относительно всей совокупности значений воздействия *X(s)* для всех значений *s* в области *T*, т. е.

для непрерывного объекта

$$y(t) = M\{Y(t)|x(s);\ s \in T\}; \tag{1.19}$$

в дискретном случае при разбиении области *T* на *n* подобластей

$$y(t) = M\{Y(t)|x_1, x_2, \dots, x_n\}. \tag{1.20}$$

Тогда для линейной модели объекта, представленной весовой функцией, уравнение (1.8) примет вид:

$$y(t) = M\{Y(t)|x(s);\ s \in Y\} = \int_T^t g(t,s)\,x(s)ds, \tag{1.21}$$

для стационарной линейной модели уравнение (1.11) перепишется следующим образом:

$$y(t) = M\{Y(t)|x(s);\ 0 \le s \le \infty\} = \int_0^\infty g(\tau)\,x(t-\tau)d\tau, \tag{1.22}$$

а в дискретном случае

$$y_m = M\{Y(t)|x_1, x_2, \dots,\ x_n\} = \sum_{i=1}^n a_{m-i}\,x_i \tag{1.23}$$

Для детерминированных объектов функции *g(t,s), g(τ)* и коэффициенты a_i являются неслучайными.

Для стохастических объектов оператор A_t является случайным, т. е. например, коэффициенты линейного дифференциального уравнения (1.7) или

(1.10), весовые функции в уравнениях (1.8) и (1.11) и т. д. являются случайными. Например, в случае безынерционного объекта коэффициенты в уравнениях (1.17) и (1.18) для стохастических объектов также являются случайными.

Из приведенных определений намечаются различные подходы к описанию объектов: детерминированный, когда воздействие, объект и реакция представляются детерминированными, и стохастический, когда воздействие, объект и реакция представляются случайными. При этом следует заметить, что и случае, когда хотя бы одна из трех характеристик $X(t)$, A_t или $Y(t)$ представляет собой случайную функцию, построение модели может быть осуществлено только вероятностными методами.

Лекция №3

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Приведем здесь некоторые постановки задачи идентификации в зависимости от априорной информации и класса объектов. При этом мы будем исходить из статической постановки задачи идентификации, считая, что воздействие (входная переменная) $X(t)$ и реакция (выходная переменная) $Y(t)$ представляют собой случайные функции или случайные величины. Это связано не с удобством такого рассмотрения, а, как мы увидим ниже, вытекает из того, что природа этих переменных случайная и сам идентифицируемый объект также является случайным.

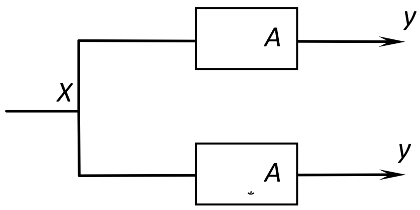

Рис. 1.5. Схема процесса идентификации.

Пусть для одномерного объекта, характеристикой которого является оператор A_t [см. рис. 1.5 и уравнение (1.3)], могут быть измерены случайные функции входа $X(t)$ и выхода $Y(t)$. Тогда задача идентификации сводится к определению оператора A_t по результатам измерения входной и выходной случайных функций. Точнее, ставится задача определения не самого оператора Аи а его оценки A_t^*. Например, оценка коэффициентов в дифференциальных уравнениях (1.7) или (1.10), оценка весовой функции в (1.8) или (1.11), частотной характеристики в (1.9) или (1.12) по результатам измерений $X(t)$ и $Y(t)$. Оценка оператора A_t^* используется в качестве характеристики неизвестного оператора A_t. Разумно потребовать близость оценки оператора A_t^* к истинному значению оператора A_t в смысле некоторого критерия, т. е. должно быть выполнено требование близости случайных функций $Y^*(t)$ – выхода модели [Л. 161]

$$y^*(t)=A_t^*x(s) \tag{1.24}$$

к случайной функции $Y(t)$, являющейся выходной переменной объекта.

Для решения задачи вводится функция $\rho[y_t,\, y_t^*]$. которая зависит от $Y(t)$ и $Y^*(t)$ и не зависит от оператора A_t.

Выбор этой функции зависит от принятого критерия оптимальности. Функция $\rho[y_t,\, y_t^*]$ обычно называется функцией потерь. Для решения поставленной задачи на математическое ожидание этой функции накладывается требование минимума

$$M\{\rho[y_t,\, y_t^*]\} = \min\ , \tag{1.25}$$

и в этом смысле понимается близость оценки A_t^* к истинному значению оператора A_t. Математическое ожидание от функции потерь обычно называют средним риском, а критерий оптимальности (1.25) – критерием минимума среднего риска [Л. 205]. Соотношение (1.25) будет выполнено, если потребовать минимум математического ожидания функции $\rho[y_t,\ y_t^*]$ при заданной реализации случайной функции *x(s)*, т. е.

$$M\left\{\rho\left[y_t,\ y_t^*\right]x_s;\ s\in T\right\}=\min\ . \tag{1.26}$$

Условие минимума соотношения (1.25) имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial y_t^*}M\left\{\rho\left[y_t,\ y_t^*\right]x_s;\ s\in T\right\}=0\,. \tag{1.27}$$

При идентификации объектов управления в большинстве практических случаев ищется оптимальный оператор по критерию минимума среднего квадрата ошибки, т. е. принимают:

$$\rho\left[y_t,\ y_t^*\right]=(y_t,\ y_t^*)^2\,. \tag{1.28}$$

Тогда из условия (1.26) получим следующее уравнение для определения оптимальной в смысле минимума среднего квадрата ошибки оценки оператора A_t:

$$y(t)=A_t^*x(s)=M\left\{Y(t)\middle|\,x(s);\ s\in T\right\}. \tag{1 -29}$$

Из уравнения (1.29) видно, что оператор условного математического ожидания, т. е. регрессия выходной переменной *Y(t)* относительно входной *X(t)*, дает оптимальный в смысле критерия (1.28) оператор объекта в классе всех возможных операторов.

Если ограничиться линейным описанием объекта, т. е. оптимальный оператор искать в классе линейных операторов, то из (1.29) путем умножения на входную случайную функцию получим:

$$A_t^*\,x(v)\,x(s)=M\left\{Y(t)\middle|\,x(s)\right\}x(v)\,.$$

Применение операции математического ожидания к обеим частям последнего равенства дает:

$$\left.\begin{aligned}M\left\{A_t^*\,X(v)\,X(s)\right\}&=M\left\{M\left\{Y(t)\middle|X(s)\right\}X(v)\right\};\\ M\left\{A_t^*\,X(v)\,X(s)\right\}&=M\left\{Y(t)\ X(v)\right\}.\end{aligned}\right\} \tag{1.30}$$

Поскольку A^*_t ищется в классе линейных операторов, то оператор математического ожидания *M* коммутативен с оператором A^*_t при самых общих предположениях. Тогда из (1.30) получим следующее уравнение для определения оптимальной оценки оператора A_t в классе линейных, операторов по критерию минимума среднего квадрата ошибки:

$$A_t^*M\left\{X(v)\,X(t)\right\}=M\left\{Y(t)\ X(v)\right\}. \tag{1.31}$$

Если, не ограничивая общности, предположить, что математические ожидания случайных функций входа *X(t)* и выхода *Y(t)* равны нулю, т. е. $M\{X(t)\}=0$ и $M\{Y(t)\}=0$, то (1.31) может быть записано в виде

$$A_t^*K_{xx}(v,s)=K_{yx}(t,v) \tag{1.32}$$

или весовая функция *g(t, s)* объекта определяется из следующего интегрального уравнения:

$$K_{yx}(t,v)=\int_{t-T}^{t} g(t,s)\,K_{xx}(s,v)\,ds\,, \qquad (1.33)$$

где $K_{xx}(s, v)$ – автокорреляционная функция случайной функции $X(t)$; $K_{yx}(t, v)$ – взаимная корреляционная функция случайных функций $Y(t)$ и $X(t)$; T – интервал времени наблюдения.

Таким образом, оптимальная оценка весовой функции по критерию минимума среднего квадрата ошибки определена соотношениями (1.32) или (1.33) для модели линейного объекта, описываемого уравнением (1.7).

В частном случае, когда случайные функции $Y(t)$ и $X(t)$ являются стационарными и стационарно связанными, оптимальная оценка оператора определяется из уравнения

$$K_{yx}(\tau)=A_t^{*}\,K_{xx}(t-\tau)\,, \qquad (1\text{-}34)$$

а весовая функция (при бесконечном интервале наблюдения) из интегрального уравнения Винера – Хопфа

$$\left.\begin{aligned} &K_{yx}(\tau)=\int_{0}^{\infty} g(t)\,K_{xx}(t-\tau)\,dt,\ t\ge 0;\\ &g(t)=0 \quad при\ t<0. \end{aligned}\right\} \qquad (1.35)$$

Модель объекта в этом случае дается уравнением (1.11). Общей характеристикой многомерного объекта является оператор A_t, устанавливающий соответствие между векторными случайными функциями $Y(t)$ и $X(s)$. По результатам измерения $X(s)$ и $Y(t)$ определяется оценка A^*_t оператора A_t. При этом накладывается требование близости оценки A^*_t истинному значению A_t в смысле какого-либо критерия, т. е. должно быть выполнено требование близости векторной случайной функции на выходе модели $Y^*(t)$

$$Y^{*}(t)=A_t^{*}\{x_1(s),\,\ldots,x_n(s);\ \ s\in T\} \qquad (1.36)$$

к векторной выходной переменной объекта $Y(t)$ (рис. 1.6).

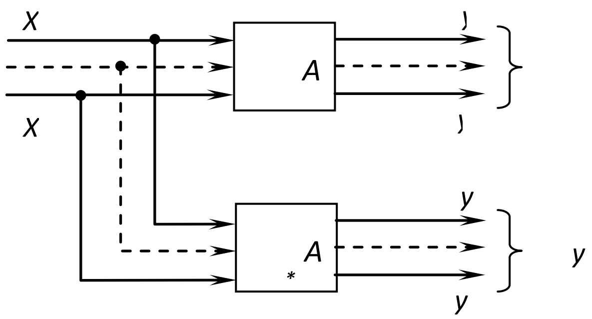

Рис. 1.6. Схема идентификации многомерного объекта.

Для определения оптимального оператора по критерию минимума среднего квадрата ошибки в этом случае функция потерь принимает вид:

$$\rho\left[y(t),y^{*}(t)\right]=\sum_{i=1}^{m}\omega_i\left[y_i(t),y_i^{*}(t)\right]^2\,, \qquad (1.37)$$

где веса ω_i определяются значимостью каждой из выходных переменных $y_i(t)$, $(i = 1, 2, ..., m)$.

Для выполнения условия (1.36) достаточно, чтобы

$$M\left\{\rho\left[y_i(t), y_i^*(t) \middle| x_1(s), ..., x_n(s);\ s \in T\right]\right\} = \min, \tag{1.38}$$

т. е. достаточно минимума математического ожидания функции $\rho\left[y_i(t), y_i^*(t)\right]$ при фиксированных реализациях случайных функций $x_1(t), ..., x_n(t)$.

Оптимальную оценку оператора A_t по критерию минимума среднего квадрата ошибки получим из множественной регрессии рассматриваемой выходной переменной $Y_i(t)$ относительно всей совокупности входных переменных $X_1(s), ..., X_n(s)$ для всех аргументов s в области T:

$$y_i^*(t) = A_t^*\{x_1(s), ..., x_n(s)\} = M\{Y_i(t) | x_1(s), ..., x_n(s);\ s \in T\}. \tag{1.39}$$

Соотношение (1.39) дает возможность получить наилучшую в смысле минимума среднего квадрата ошибки оценку оператора A_t для любого числа входных переменных в классе всех возможных операторов.

Если ограничиться классом линейных операторов, то для определения оптимальных оценок A_t по критерию минимума среднего квадрата ошибки получим из (1.39) систему уравнений, включающих автокорреляционные и взаимные корреляционные функции рассматриваемых переменных. Для весовых функций система уравнений примет вид:

$$\left.\begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n}\int_{t-T}^{t} g_i(t,s)\,K_{x_1x_i}(s,v)\,ds = K_{yx_1}(t,v); \\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ &\sum_{i=1}^{n}\int_{t-T}^{t} g_i(t,s)\,K_{x_nx_i}(s,v)\,ds = K_{yx_n}(t,v), \end{aligned}\right\} \tag{1.40}$$

где $K_{x_ix_i}$ – автокорреляционные, а K_{yx_i} и $K_{x_ix_j}$ – взаимные корреляционные функции соответствующих входных и выходных переменных. Из (1.40) можно получить систему уравнений для случая, когда $Y(t)$ и $X_1(s), ..., X_n(s)$ являются стационарными и стационарно связанными случайными функциями (см. гл. 3).

Рассмотренная задача идентификации может быть обобщена на объекты с распределенными параметрами. Пусть на входе объекта действует векторная случайная функция $X(s)$ [$X_1(s), ..., X_i(s), ..., X_n(s)$], состояние объекта характеризуется векторным случайным полем $U(\lambda,t)\left[U_1(\lambda,t),...,U_k(\lambda,t),...,U_p(\lambda,t)\right]$, а на выходе объекта имеем векторную случайную функцию $Y(t)$ [$Y_1(t), ..., Y_j(t), ..., Y_m(t)$].

Лекция № 4

КЛАССИЧЕСКИЙ МЕТОД ИДЕНТИФИКАЦИИ.

Для простоты ограничимся системами с одним входом и одним выходом. Рис. 2.2.1 иллюстрирует эту задачу: по наблюдениям входного и выходного сигналов линейной стационарной системы на конечном промежутке времени $0 \le t \le T$ нужно определить ее весовую функцию $h(t)$.

Мы будем наблюдать входные и выходные сигналы только в N равномерно распределенных на отрезке $[0,\ T]$ с шагом Δ точках фиксации, причем $N\Delta=T$. Основываясь на этих данных, мы будем искать приближенные значения весовой функции в указанных точках.

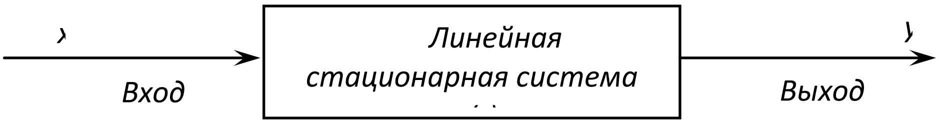

Рис. 2.2.1. Схема задачи определения весовой функции.

Выходной сигнал системы при входе $x(t)$ и нулевых начальных условиях выражается хорошо известным интегралом свертки

$$y(t) = \int_0^t \omega(t-\tau)x(\tau)d\tau \,. \tag{2.2.1}$$

Здесь предполагается также, что вход $x(\tau)$ равен нулю при $\tau < 0$. Кроме того, потребуем, чтобы $x(0) \ne 0$; если это ограничение не выполнено, ему легко удовлетворить соответствующим преобразованием независимой переменной t.

Введем теперь аппроксимацию входной функции времени $x(t)$, полагая ее равной значению в левой точке фиксации на всем интервале между двумя соседними точками. Следовательно, мы принимаем

$$x(t) \approx x(n\Delta) \quad \textit{при} \quad n\Delta < t < (n+1)\Delta \,. \tag{2.2.2}$$

Точно так же функцию $\omega(t)$ примем постоянной между точками фиксации, присвоив ей значение, соответствующее средней точке интервала:

$$\omega(t) \approx \omega\left(\frac{2n+1}{2}\Delta\right) \quad \textit{при} \quad n\Delta \le t < (n+1)\Delta \,. \tag{2.2.3}$$

В терминах ступенчатых аппроксимаций $x(t)$ и $\omega(t)$ интеграл в (2.2.1) при $t = n\Delta$ приближенно запишется в виде

$$y(n\Delta) = \Delta\sum_{i=1}^{n-1} \omega\left(\frac{2n-1}{2}\Delta - i\Delta\right)x(i\Delta). \tag{2.2.4}$$

Обозначив N-вектор наблюдений выхода через

$$Y^T(T) = y^T(T) = \left[y(\Delta)y(2\Delta)\ldots y(N\Delta)\right] \tag{2.2.5}$$

и N-вектор значений весовой функции в точках фиксации через

$$\omega^T(T) = \left[\omega\left(\frac{\Delta}{2}\right)\omega\left(\frac{3\Delta}{2}\right)\ldots\ \omega\left(\frac{2N-1}{2}\Delta\right)\right], \tag{2.2.6}$$

перепишем уравнение (2.2.4) в виде

$$Y(T) = \Delta X \omega(T). \tag{2.2.7}$$

Здесь матрица W определяется равенством

$$X = \begin{bmatrix} x(0) & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x(\Delta) & x(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ x(2\Delta) & x(\Delta) & x(0) & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x[(N-1)\Delta] & x[(N-2)\Delta] & \dots & \dots & \dots & x(0) \end{bmatrix}.$$

Отметим, что X – левая треугольная матрица.

Теперь задача сведена к определению из уравнения (2.2.7) вектора ω значений весовой функции в точках фиксации. Ввиду условия $x(0) \neq 0$, как легко видеть, $\det X=[x(0)]^N \neq 0$ и X невырождена. Поэтому формально решение уравнения (2.2.7) можно записать в виде

$$\omega = X^{-1} Y. \tag{2.2.8}$$

Благодаря левой треугольной форме X выражение для ω легко переписать в рекуррентном виде

$$\omega_n = \frac{1}{x(0)} \left[\frac{y(n\Delta)}{\Delta} - \sum_{i=1}^{n-1} \omega_{n-1} x(i\Delta) \right], \tag{2.2.9}$$

где

$$\omega_n \overset{\Delta}{=} \omega\left(\frac{2n-1}{2} \Delta \right) \tag{2.2.10}$$

и

$$\omega_1 = \frac{y(\Delta)}{\Delta x(0)}. \tag{2.2.11}$$

Лекция №5

ТИПОВАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

Из приведенного в гл. 1 определения идентификации следует, что нахождение оптимальной в каком-либо смысле модели реального объекта по результатам измерения входных и выходных переменных заключается в выборе оценки оператора данного объекта *A* из заданного класса операторов. Такое определение ведет к типовой идентификации, т. е. к необходимости располагать классом операторов [Л. 11, 166], из которого представилось бы возможным выбрать по характеристикам реализаций входа и выхода оператор, близкий к истинному значению неизвестного оператора объекта. Таким образом, речь идет о том, чтобы максимально использовать предыдущий опыт теоретических и экспериментальных исследований и на его базе составить классификацию объектов управления, по которой можно было бы приближенно оценить структуру и параметры реального объекта. Практическая ценность такой типизации очевидна. Действительно, для случая одномерного стационарного линейного объекта процедура использования результатов типовой идентификации выглядит следующим образом. По реализациям входной и выходной переменных, полученным в реальных условиях функционирования объекта, определяются оценки функций $K_{xx}(t)$ и $K_{yx}(t)$. По виду этих функций производится приближенное определение класса оператора, к которому может быть отнесен данный конкретный объект, т. е. определяется структура модели, описывающая данный объект. Затем осуществляется дальнейшая детализация в том смысле, что по виду полученных функций $K_{xx}(t)$ и $K_{yx}(t)$ данный объект относится к определенному типу, и определяются параметры модели.

Очевидно, что наличие альбомов типовой идентификации дает возможность значительно уменьшить затраты времени, необходимые для решения интегрального уравнения с целью определения характеристик многочисленных типов объектов, и, кроме того, в дальнейшем сможет служить основой для полной автоматизации процесса идентификации.

Задача составления таких альбомов может быть решена как с помощью рассмотренных выше методов (или при помощи моделирования на аналоговых машинах), так и аналитическими методами. На одном из возможных аналитических методов мы остановимся здесь подробней ввиду его простоты, а также в связи с тем, что первая укрупненная классификация была произведена при помощи этого метода.

Примем, что при идентификации весовая функция линейного стационарного объекта определяется по корреляционной функции входа $K_{xx}(t)$ и взаимной корреляционной функции входа и выхода $K_{yx}(t)$ из следующего интегрального уравнения:

$$K_{yx}(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) K_{xx}(t-\tau) d\tau, \qquad -\infty < t < +\infty \tag{3.15}$$

Уравнение (3.15) представляет собой уравнение Фредгольма первого рода, решение которого связано с известными трудностями [Л. 197]. При определенных условиях, которые будут сформулированы ниже и которые не сильно сужают класс реальных объектов, уравнение (3.15) может быть сведено к уравнению Вольтерра первого рода, которое просто решается при помощи преобразования Лапласа. Для этого корреляционную функцию входа объекта представим в виде [Л. 166]

$$K_{xx}(t) = \begin{cases} K_{xx}^{+}(t) & для \quad t \geq 0; \\ K_{xx}^{-}(t) & для \quad t < 0, \end{cases} \tag{3.16}$$

а взаимную корреляционную функцию входа и выхода в виде

$$K_{yx}(t) = \begin{cases} K_{yx}^{+}(t) & для \quad t \geq 0; \\ K_{yx}^{-}(t) & для \quad t < 0, \end{cases} \tag{3.17}$$

Допустим теперь, что при $t < 0$ корреляционная функция входа $K_{xx}^{-}(t)$ и взаимная корреляционная функция входа и выхода $K_{yx}^{-}(t)$ представляют собой аналитические функции входной и выходной случайной функций и допускают аналитическое продолжение на положительную полуось. Кроме того, примем, что при $t \geq 0$.

$$K_{yx}^{+}(t) \not\equiv K_{yx}^{-}(t), \tag{3.18}$$

которое всегда будет выполняться, когда в аналитическое представление $K_{yx}(t)$ будет явно входить модуль£. Очевидно, что в силу симметричности автокорреляционной функции для $-\infty < t < +\infty$ имеет место тождество

$$K_{xx}^{+}(t) \equiv K_{xx}^{-}(t). \tag{3.19}$$

Для принятых ограничений уравнение Фредгольма первого рода сведем к уравнению Вольтерра первого рода типа свертки. Для этого уравнение (3.15) запишем раздельно для случая $t \leq 0$ и для случая $t \geq 0$. Для $t \leq 0$ уравнение (3.15) представим следующим образом:

$$K_{yx}^{-}(t) = \int_{0}^{\infty} g(\tau)\, K_{xx}^{-}(t-\tau)\, d\tau\,. \tag{3.20}$$

В силу единственности аналитического продолжения для функций $K_{xx}^{-}(t)$ и $K_{yx}^{-}(t)$ уравнение (3.20) будет иметь место для всех t.

С учетом представления корреляционной функции в виде (3.16) интеграл в уравнении (3.15) для $t \geq 0$ будет равен сумме двух интегралов

$$K_{yx}^{+}(t) = \int_{0}^{t} g(\tau) K_{xx}^{+}(t-\tau) d\tau + \int_{t}^{\infty} g(\tau) K_{xx}^{-}(t-\tau) d\tau \tag{3.21}$$

или

$$K_{yx}^{+}(t) = \int_{0}^{t} g(\tau) K_{xx}^{+}(t-\tau) d\tau + \int_{0}^{\infty} g(\tau) K_{xx}^{-}(t-\tau) d\tau - \int_{0}^{t} g(\tau) K_{xx}^{-}(t-\tau) d\tau\,. \tag{3.22}$$

Объединяя первый и третий интегралы, а также учитывая (3.20), получаем следующее уравнение:

$$K_{yx}^{+}(t) - K_{yx}^{-}(t) = \int_{0}^{t} g(\tau) K_{xx}^{+}(t-\tau) - K_{xx}^{-}(t-\tau) d\tau, \quad t \geq 0\,. \tag{3.23}$$

Если для всех рассматриваемых функций существует преобразование Лапласа, то решение уравнения (3.23) всегда существует и при том единственное. Решение уравнения (3.23) получается путем применения преобразования Лапласа к обеим частям уравнения. Так как согласно теореме умножения свертка оригиналов имеет изображением произведение изображений, то передаточная функция объекта равна:

$$G(p) = \frac{R^{+}_{yx}(p) - R^{-}_{yx}(p)}{R^{+}_{xx}(p) - R^{-}_{xx}(p)}, \tag{3.24}$$

где $R^{+}_{yx}(p)$, $R^{-}_{yx}(p)$, $R^{+}_{xx}(p)$ и $R^{-}_{xx}(p)$ – преобразование Лапласа корреляционных функций $K^{+}_{yx}(t)$, $K^{-}_{yx}(t)$, $K^{+}_{xx}(t)$ И $K^{-}_{xx}(t)$ соответственно.

Определение весовой функции объекта $g(\tau)$ осуществляется при помощи обратного преобразования Лапласа

$$g(\tau) = \frac{1}{2\pi j} \int_{-j\infty+a}^{+j\infty+a} G(p) e^{p\tau} dp \tag{3.25}$$

для $\tau \geq 0$, так как для $\tau < 0$ весовая функция $g(\tau) = 0$.

При практическом решении задачи типовой идентификации принимается, что корреляционная функция входа $K_{xx}(t-\tau)$ может быть представлена в виде конечных сумм произведений неслучайных функций каждой из переменных t и τ [Л. 179]. Тогда с учетом принятого разбиения автокорреляционной функции (3.16) можно записать:

$$K_{xx}(t-\tau) = \begin{cases} K^{+}_{xx}(t-\tau) = \sum\limits_{i=1}^{n} u_i(t) v_i(t) \quad при \quad t \geq \tau; \\ K^{-}_{xx}(t-\tau) = \sum\limits_{i=1}^{n} v_i(t) u_i(t) \quad при \quad t \leq \tau. \end{cases} \tag{3.26}$$

В этом случае взаимная корреляционная функция $K^{-}_{yx}(t)$ не может быть произвольной, а должна быть равна:

$$K^{-}_{yx}(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i \, v_i(t), \tag{3.27}$$

$$c_i = \int_0^{\infty} g(\tau) u_i(\tau) d\tau; \tag{3.28}$$

при этом $K^{+}_{yx}(t)$ может быть произвольной, но должно выполняться требование непрерывности взаимной корреляционной функции $K_{yx}(t)$ в нуле, т. е. $K^{+}_{yx}(0) = K^{-}_{yx}(0)$.

Рассмотренный метод разбиения корреляционных функций $K_{xx}(t)$ и $K_{yx}(t)$ для принятых ограничений может быть использован для решения интегрального уравнения (1.35). Аналогично изложенному получим уравнения

$$K^{+}_{yx}(t) - F(t) = \int_0^{t} g(\tau) \left[K^{+}_{xx}(t-\tau) - K^{-}_{xx}(t-\tau) \right] d\tau, \quad t \geq 0; \tag{3.29}$$

$$F(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) K^{-}_{xx}(t-\tau) d\tau, \tag{3.30}$$

которые эквивалентны уравнению (1.35). Учитывая (3.26), уравнение (3.30) запишем следующим образом:

$$F(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i\, v_i(t)\,, \tag{3.31}$$

где постоянные коэффициенты с, определяются уравнением (3.28). Применение преобразования Лапласа (если оно существует) к обеим частям (3.29) с учетом (3.31) дает следующее уравнение для передаточной функции объекта:

$$G(p) = \frac{R_{yx}^{+}(p) - \sum_{i=1}^{n} c_i\, v_i(p)}{R_{xx}^{+}(p) - R_{xx}^{-}(p)}\,. \tag{3.32}$$

Лекция № 6

ИДЕНТИФИКАЦИЯ С ПОМОЩЬЮ ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Частотный метод идентификации линейных систем основан на работах Найквиста [6] и Боде [7] и использует амплитудные частотные характеристики. В частотном методе полагается, что на вход подается синусоидальный сигнал, частота которого изменяется в рассматриваемом диапазоне. Следствием этого могут быть значительные практические трудности при формировании синусоидальных входных сигналов с различными частотами. Метод основан на следующем преобразовании Лапласа для отношения входа и выхода (см. рис. 3.1):

$$\mathrm{X}(s) = G(s) \cdot Y(s), \tag{3.14}$$

или

$$G(s) = \frac{\mathrm{X}(s)}{Y(s)}, \tag{3.15}$$

где *G(s), X(s) и Y(s)* – передаточная функция, выход и вход системы соответственно. Взаимосвязь между концепциями передаточной функции и переменной состояния обсуждается в разд. 2.5. Возможен переход от концепции передаточной функции к пространству состояний и наоборот. Заметим, что переменная *s* преобразования Лапласа есть

$$s = \sigma + j\omega, \tag{3.16}$$

а так как нас интересует только изменение соотношения вход/выход в передаточной функции G (рис. 3.1) по частоте, то можно предположить, что $\sigma \to 0$. Тогда получим

$$\mathrm{X}(j\omega) = G(j\omega) \cdot Y(j\omega). \tag{3.17}$$

Уравнение (3.17) представляет собой выражение преобразования Фурье, справедливое для сходящихся функций *g(t), x(t)* и *y(t)*, где

$$\begin{gathered} g(t) = L^{-1}[G(s)], \\ x(t) = L^{-1}[X(s)], \\ y(t) = L^{-1}[Y(s)]. \end{gathered} \tag{3.18}$$

Таким образом, $G(j\omega)$ обозначает передаточную функцию системы при частоте ω (рад/с). Так как $G(j\omega)$ – комплексная величина, то можно рассмотреть модуль передаточной функции $G(j\omega)$ и аргумент (сдвиг по фазе). Тогда для

$$G(j\omega) = \alpha(\omega) + j\beta(\omega) \tag{3.19}$$

получим

$$|G(j\omega)| = \sqrt{\omega^2(\omega) + \beta^2(\omega)} \tag{3.20}$$

и

$$\psi(\omega) = Arg[G(\omega)] = arctg\,\frac{\beta(\omega)}{\alpha(\omega)}. \tag{3.21}$$

Выход *x(t)* линейной системы будет иметь ту же частоту, что и вход *y(t)*, если *y(t)* – чисто синусоидальный входной сигнал с единственной частотой ω.

В таком случае амплитуда *x(t)* в $|G(j\omega)|$ раз больше входного сигнала *y(t)*, а ее фаза смещена на величину $\psi(\omega)$ относительно *y(t)*, так что для

$$y(t) = M\sin(\omega t) \qquad (3.22)$$

получаем

$$x(t) = N\sin(t\omega + \psi), \qquad (3.23)$$

где

$$\frac{N}{M} = |G(j\omega)| \qquad (3.24)$$

и

$$\psi = Arg[G(j\omega)] \qquad (3.25)$$

Частотная характеристика $G(j\omega)$ определяется путем подачи синусоидальных входных сигналов $M\sin(\omega t)$ на различных частотах ω и записи соответствующих выходных сигналов $N\sin(\omega t+\psi)$. С целью получения необходимой частотной характеристики величины M/N и ψ определяются для каждой рассматриваемой частоты ω.

Таким образом, метод преобразований Фурье используется для анализа в случае синусоидальных входных сигналов. Теоретически преобразования Фурье неприменимы для несходящихся входных сигналов *y(t)*, когда $\int_{-\infty}^{\infty}|y(t)|dt \to \infty$. Однако в разд. 3.1 уже говорилось, что синусоидальный входной сигнал можно рассматривать как несколько демпфированный, т. е.

$$y(t) = \sin(\omega t)e^{-\sigma t} \qquad (3.26)$$

где σ – малая положительная величина.

Амплитудные частотные характеристики, которые широко используются в классической теории управления [8], состоят из амплитудной и фазовой (частотной) характеристик. Поэтому в общем случае $G(j\omega)$ является комплексной величиной. Если построить модуль измеренной частотной характеристики устойчивой линейной системы в единицах $20\lg|G(j\omega)|$ в зависимости от $\lg(\omega)$, то можно непосредственно идентифицировать эту систему. Ограничение случаев устойчивых систем имеет не только теоретический, но и практический смысл, так как в неустойчивых системах частотные характеристики нельзя измерить. Общая форма выражения для *G(s)* имеет вид

$$\frac{\alpha_m s^m + \alpha_{m-1}s^{m-1} + \ldots + \alpha_0}{\beta_n s^n + \beta_{n-1}s^{n-1} + \ldots + \beta_0} = \frac{Ks^q \prod\limits_{i=1}^{p}(\tau_i s+1)\prod\limits_{p=1}^{p}(T_p^2 s^2 + 2T_p\xi_p s+1)}{s^\mu \prod\limits_{h=1}^{\gamma}(\tau_h s+1)\prod\limits_{\eta=1}^{\lambda}(T_\eta^2 s^2 + 2T_\eta\xi_\eta s+1)}, \qquad (3.27)$$

где $q+p+2r=m$ – порядок полинома s в числителе, а $\mu+\gamma+2\lambda=n$ – порядок полинома *s* в знаменателе. Тогда $\lg|(G(j\omega)|$ и $Arg[G(j\omega)]$ определяются выражениями

$$\lg|G(j\omega)| = \lg K + q\lg\omega + \sum_{i=1}^{p}\lg|j\tau_i\omega+1| + \sum_{\rho=1}^{r}\lg|1-\omega^2T_\rho^2 + 2jT_\rho\xi_\rho\omega| -$$

$$-\mu\lg\omega - \sum_{h=1}^{\nu}\lg|j\tau_h\omega+1| - \sum_{\eta=1}^{\lambda}\lg|1-\omega^2T_\eta^2 + 2T_\eta\xi_\eta\omega|, \qquad (3.28)$$

$$Arg[G(j\omega)] = \psi(\omega) = q(\pi/2) + \sum_{i=1}^{p} Arg(j\tau_i\omega + 1) + \sum_{p=1}^{r} Arg(1 - \omega^2 T_p^2 + 2jT_\eta\xi_\eta\omega) - \mu(\pi/2) -$$

$$- \sum_{\eta=1}^{\nu} Arg(j\tau_h\omega + 1) - \sum_{\eta=1}^{\lambda} Arg(1 - \omega^2 T_\eta^2 + 2T_\eta\xi_\eta\omega)\,. \qquad (3.29)$$

(Отметим что для всех *A* и *B* $Arg(A\cdot B)=Arg\ A+ArgB$, $Arg(A/B)=ArgA-ArgB$ а для всех вещественных значений D $ArgjD=Argj+ArgD=\pi/2+Arg\ D=\pi/2$.

Лекция №7

РЕГРЕССИОННАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Линейные динамические системы можно описать следующим уравнением состояния:

$$\dot{x} = \alpha x + \beta u \tag{5.28}$$

где x, u – n-мерный вектор состояния и m-мерный вектор управления (вход) соответственно, В дискретной форме уравнение (5.28) может быть записано так:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k \tag{5.29}$$

где $t=k\Delta t$, и

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \dots a_{1n} \\ \vdots \\ a_{n1} \dots a_{nn} \end{bmatrix} \cong I + \Delta t \cdot \alpha,$$

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} \dots b_{1m} \\ \vdots \\ b_{n1} \dots b_{nm} \end{bmatrix} \cong \Delta t \cdot \beta .$$

Введем теперь

$$w_k \stackrel{\Delta}{=} (x_{1,k} \dots x_{n,k}; u_{1,k} \dots u_{m,k})^T \stackrel{\Delta}{=} (\omega_{1,k} \dots \omega_{n+m,k})^T \equiv (n+m) \cdot \text{единичный вектор}, \tag{5.30}$$

$$\Phi \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} a_{11} \dots a_{1n} & b_{11} \dots b_{1m} \\ \vdots & \\ a_{n1} \dots a_{nn} & b_{n1} \dots b_{nm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\Phi_1)^T \\ \vdots \\ (\Phi_n)^T \end{bmatrix}. \tag{5.31}$$

Следовательно, уравнение (5.29) запишется в виде

$$X_{k+1} = \Phi \cdot W_k, \tag{5.32}$$

что аналогично уравнению (5.18) из разд. 5.2. Если запомнить r единовременных совокупностей измерений ($r \geq n+m+1$) величин $x_{k+1} W_k$ (т.е. x_{k+1}, x_k, u_k), то элементы матрицы Φ можно идентифицировать с помощью линейной регрессионной процедуры по методу наименьших квадратов из разд. 5.1 и 5.2. Следовательно, оценка $\hat{O}_i^*$ i-й строки матрицы Ф (i=1,...,n) по методу наименьших квадратов задается соотношением

$$(\hat{O}_i^*)^T = \left[(W_k)^T W_k\right]^{-1} (W_k)^T \chi_{i,k+1} = [a_{1,i} \dots a_{ni}, b_{1i} \dots b_{mi}], \tag{5.33}$$

где по аналогии с уравнением (5.25)

$$W_k \stackrel{\Delta}{=} \begin{bmatrix} \omega_{1(1)k} \dots \omega_{m+n(1)k} \\ \vdots \\ \omega_{1(r)k} \dots \omega_{m+n(r)k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1(1)k} \dots x_{n(1)k}, u_{1(1)k} \dots u_{m(1)k} \\ \vdots \\ x_{1(r)k} \dots x_{n(r)k}, u_{1(r)k} \dots u_{m(r)k} \end{bmatrix}, \tag{5.34}$$

$$\chi_{i,k+1} = [x_{i(1)k+1} \dots x_{i(\mu)k+1} \dots x_{i(r)k+1}]^T. \tag{5.36}$$

Здесь $x_{i(\mu)k+1}$ обозначает μ-е измерение i-го состояния x_{k+1} (μ = 1, 2,..., r), а r – число измерений W_k, x_{k+1}. Видно, что для идентификации Φ необходимо запомнить r величин x_{k+1} и r единовременных совокупностей измерений векторов x_k, u_k, принадлежащих к предыдущему промежутку интегрирования Δt (обозначенных через w_k). Иногда возможно измерять и запоминать несколько совокупностей значений x, u в течение Δt (с интервалом $\tau = v\Delta t$, где $1/v$ – целое число), если на каждом интервале измерений текущий вектор x_k объединяется в пару с вектором w_k, измеренных на v интервалов измерений раньше, чтобы получить x_{k+i} и x_k, u_k, как это требуется для идентификации Φ. Следовательно, $u_{j(\mu),k}$ принадлежит к совокупности измерений, полученной на r-m интервалов измерений раньше, чем, $u_{j,(r),k}$ и на $v + r - \mu$ интервалов измерений раньше, чем $x_{i(r)k+1}$. Вообще для идентификации A, B в соответствии с уравнением (5.33) требуется запомнить $2r$ измерений x и r измерений u.

В приведенном выше выводе предполагается, что вектор состояния x может быть измерен. Однако в общем случае можно измерить лишь выходной вектор y, который равен

$$y = C\text{x} + n, \tag{5.36}$$

где n – вектор шума.

Поэтому с учетом результатов анализа наблюдаемости, приведенного в гл. 2, можно сделать вывод, что если некоторые элементы матрицы C в уравнении (5.36) равны 0, то непосредственпая идентификация A, B по измерениям y становится невозможной. Однако, поскольку идентифицируемая система предполагается наблюдаемой, матрицы A и B могут быть идентифицированы по соотношению вход/выход, как это делается ниже, в разд. 5.4, а преобразование к A, B может быть проведено по алгоритму из разд. 2.5. Далее, если размерность n вектора состояния x заранее не известна, то ее можно определить методом идентификации с помощью передаточных функций из разд. 5.4, выполнив преобразования так, как это показано в разд. 2.5. Влияние шума обсуждается в разд. 5.4.2.

Лекция №8

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПО КРИТЕРИЮ МИНИМУМА ДИСПЕРСИИ И ФУНКЦИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ

Рассмотрим систему, описываемую соотношением

$$z = x + n, \tag{5.54а}$$

где z и n – k-мерные векторы измерений и шума измерений соответственно, а k обозначает порядковый номер измерений. Кроме того,

$$x=Ua, \tag{5.54б}$$

где U, x и a – соответственно матрицы входа, выхода и параметров модели аналогично уравнению (5.10а).

Предположим, что известно множество k измерений, а вектор n имеет совместное с ним гауссовское распределение

$$p(n) = f(N, k)\ exp\ (-n^T N^{-1} n/2), \tag{5.55а}$$

$$E(n) = 0, \tag{5.55б}$$

$$E\ (nn^T) = N. \tag{5.55в}$$

Здесь E – оператор математического ожидания, а f является скалярной функцией N, k. Следовательно, если математическое ожидание N априорно известно, то можно получить марковскую линейную оценку, минимизирующую дисперсию вектора параметра a из уравнения (5.54б) следующим образом [5].

Замечая в уравнениях (5.54а), (5.54б), что оценка $\hat{a}$ параметра а связана с $\hat{n}$ соотношением

$$\hat{n} = z - U\,\hat{a}, \tag{5.56}$$

определим функцию правдоподобия $p(\hat{n})$, такую, что

$$p(\hat{n}) = p(z - U\,\hat{a}). \tag{5.57}$$

Следовательно, оценка $\hat{a}$ вектора а, максимизирующая $\ln[p(\hat{n})]$, задается выражением

$$\frac{\partial}{\partial\,\hat{a}}\left[\ln\left[z - U\,\hat{a}\right]\right] = 0, \tag{5.58}$$

где $p(...)$ обозначает вероятность. Воспользовавшись выражением для $p(n)$ из уравнения (5.55), получим

$$\ln\left[p(z - U\hat{a})\right] = \ln\left[f(N,k)\right] - (z - U\hat{a})^T\ N^{-1}(z - U\hat{a})/2\,. \tag{5.59}$$

С учетом этого уравнение (5.58) запишется в виде

$$\frac{\partial}{\partial\,a}\left[\left(z - U\,a\right)^T N^{-1}\left(z - U\,a\right)\right] = 0\,. \tag{5.60}$$

Из уравнения (5.60) следует

$$U^T\ T^{-1} U a * - U^T N^{-1} z = 0, \tag{5.61а}$$

или для невырожденных матриц $(U_T\ N^{-1}U)$

$$a* = \left(U^T\ N^{-1} U\right)^{-1} U^T\ N^{-1}\ z\,. \tag{5.61б}$$

Здесь $a*$ – линейная оценка a, обеспечивающая минимум дисперсии (марковская оценка), которая является безусловной оценкой по методу максимального правдоподобия [12] для гауссовской случайной величины n, поскольку она максимизирует функцию правдоподобия в уравнении (5.57).

Отметим, что оценка z^* в уравнении (5.616), обеспечивающая минимум дисперсии, на самом деле представляет собой взвешенную регрессионную оценку, весовая матрица N^{-1} которой вводится в регрессионную оценку по методу наименьших квадратов (5.16). Поэтому

$$a^* = \left(U^T U\right)^{-1} U^T z . \qquad (5.62)$$

Очевидно, что если не имеется никакой априорной информации об N (как и бывает в общем случае), то можно предположить, что $N = \sigma^2 I$ (σ – скаляр), так что уравнения (5.616) и (5.62) становятся идентичными. Однако если ковариация различных составляющих n априорно известна, то оценка а определяется по уравнению (5.616).

Для гауссовского вектора n, когда n независим, т. е. для $N = \sigma^2 I$, регрессионная оценка по методу наименьших квадратов является оценкой, обеспечивающей максимум правдоподобия. Поэтому для приведенных выше условий оценки по методу наименьших квадратов обладают теми же свойствами, что и оценки по методу максимального правдоподобия. Следовательно, они являются несмещенными (т. е. для достаточного числа измерений $E[a^*]$ равно а) и состоятельными. Они также эффективны (т. е. в предположении о несмещенности для любого достаточно большого числа измерений они дают оценки параметров, обеспечивающие минимум дисперсии ошибок в результатах вычислений, полученных по любым возможным параметрам при известных данных по сравнению с фактическими измерениями).

Отметим, что при идентификации смешанных авторегрессионных гауссовских процессов скользящего среднего, описываемых уравнениями с шумовыми членами, которые обеспечивают сдвиг среднего значения, любая оценка параметров авторегрессии по методу наименьших квадратов, выполненная изолированно, не эффективна, так как не учитывает других параметров. Эта оценка не является оценкой максимального правдоподобия, поскольку на основе преобразования смешанной авторегрессионной модели скользящего среднего (по методу, рассмотренному в разд. 2.5) получается многомерный вектор шума n. Этот вектор не является независимым, и для него имеет место неравенство $N \neq \sigma^2 I$ до тех пор, пока присутствуют члены, вызывающие сдвиг среднего значения.

Лекция № 9

РЕГРЕССИОННАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Как статические, так и динамические процессы могут обладать нелинейными характеристиками, которые нельзя игнорировать. Если имеется априорная информация о типе нелинейности, то параметры «истинных» нелинейных функций могут быть идентифицированы. Примером этого могут служить случаи, когда из теоретических соображений известно, что в рассматриваемом процессе между некоторыми переменными, например между скоростью W и давлением P, существует экспоненциальная зависимость вида $W=k_1exp(k_2P)+k_3$, в которой k_1, k_2 и k_3 необходимо идентифицировать. Если тип нелинейной функции неизвестен, то аппроксимация истинной нелинейности может быть выполнена, например, с помощью полиномов. Однако во всех случаях идентификацию можно проводить только в предположении некоторого специфического типа нелинейной аппроксимирующей функции, параметры которой подлежат идентификации. Следовательно, задача идентификации опять является задачей оценки параметров априорно заданной функции. В данном разделе делается попытка найти подход к решению двух видов нелинейных задач идентификации (когда тип нелинейной функции известен заранее и когда он описан приближенно) путем использования методов нелинейной регрессии и обсудить тип аппроксимирующих функций, обеспечивающих адекватную аппроксимацию.

Для описания методов идентификации нелинейных процессов с помощью регрессии рассмотрим сначала аппроксимацию полиномом третьего порядка по методу наименьших квадратов некоторого динамического процесса, имеющего две переменные состояния x_1, x_2 и одну управляющую переменную и:

$$\begin{aligned} x_{i,k+1} &= a_{i1}x_{1,k} + a_{i2}x_{1,k}^2 + a_{i3}x_{1,k}^3 + b_{i1}x_{2,k} + b_{i2}x_{2,k}^2 + b_{i3}x_{2,k}^3 + \\ &+ c_{i1}u + c_{i2}u^2 + c_{i3}u^3 \quad при \quad i = 1, 2. \end{aligned} \tag{5.63}$$

Отметим, что в соответствии с теоремой Вейерштрасса [14] непрерывные нелинейные функции x могут быть аппроксимированы полиномами x, такими, которые сходятся к исходным функциям. Для того чтобы облегчить применение процедуры регрессионной идентификации к процессу (5.63), введем векторы z и α_i:

$$z \overset{\Delta}{=} [z_1\ z_2\ z_3\ z_4\ z_5\ z_6\ z_7\ z_8\ z_9]^T \overset{\Delta}{=} [x_{1k}\ x_{1k}^2\ x_{1k}^3\ x_{2k}\ x_{2k}^2\ x_{2k}^3\ u_k\ u_k^2\ u_k^3]^T, \tag{5.64а}$$

$$\alpha_i \overset{\Delta}{=} (\alpha_{i,1} \cdots \alpha_{i,9})^T = (a_{i1}\ a_{i2}\ a_{i3}\ b_{i1}\ b_{i2}\ b_{i3}\ \tilde{n}_{i1}\ c_{i2}\ c_{i3})^T. \tag{5.64б}$$

С учетом этого уравнения (5.63) можно записать в виде

$$x_{i,k+1} = z^T \cdot \alpha_i, \tag{5.65}$$

что полностью аналогично уравнениям (5.5) и (5.6) из разд. 5.1 и, следовательно, является формой линейной регрессии. Элементы α полиномиального выражения третьего порядка, образованного по методу наименьших квадратов и используемого для аппроксимации данного процесса, вычисляются с помощью формул (5.5) – (5.16). В этих формулах *x, U* и *a* заменяются соответственно на $x_{1k=1}$, *z* и α из уравнений (5.64) и (5.65). Следовательно, *x, U* из уравнений (5.7) и (5.8) выражаются через $x_{i,k+1}$ и через компоненты z, а α_i задается уравнением (5.64).

Если рассматривается аппроксимация с помощью полиномов более высокого порядка, чем в уравнении (5.63), то применяется тот же подход, что и в уравнениях (5.63) – (5.65), но с использованием большего числа членов. Этот подход, очевидно, применим также к статическим процессам [т. е. когда индексы *k, k+1* в уравнении (5.63) опускаются]. Указанный подход может быть использован в принципе для большего числа переменных, чем имеется в уравнении (5.63).

В некоторых случаях необходимо идентифицировать коэффициенты аппроксимирующих полиномов, выраженных через степени функций переменных процесса, а не через степени самих переменных, т. е.

$$\begin{aligned} x_{i,k+1} &= a_{i1} f(x_{1k}) + a_{i1} f^2(x_{1k}) + a_{i1} f^3(x_{1k}) + b_{i1} f(x_{2k}) + \\ &+ b_{i2} f^2(x_{2k}) + b_{i3} f^3(x_{2k}) + c_{i1} f(u_k) + c_{i2} f^2(u_k) + c_{i3} f^3(u_k). \end{aligned} \tag{5.66}$$

В этом случае компоненты вектора z определяются следующим образом:

$$z \stackrel{\Delta}{=} [z_1, z_2, \ldots, z_9]^T \stackrel{\Delta}{=} \left[f(x_{1k}), f^2(x_{1k}), f^3(x_{1k}), \ldots, f^3(u_k)\right]^T, \tag{5.67}$$

а остальные выкладки будут те же, что и для уравнения (5.63). В случаях когда идентифицируемый полином содержит члены со смешанными переменными, например вида

$$x_{i,k+1} = a_{i1} x_{1k} + a_{12} x_{1k} x_{2k} + a_{13} x_{1k}^2 + \ldots, \tag{5.68}$$

компоненты *z* определяются выражением

$$z \stackrel{\Delta}{=} [z_1, z_2, z_3, \ldots]^T \stackrel{\Delta}{=} \left[x_{1k}, x_{1k} \cdot x_{2k}, x_{1k}^2, \ldots\right]^T, \tag{5.69}$$

а дальнейшие выкладки проводятся так же, как и в уравнении (5.63). По аналогии со случаями линейной регрессии (разд. 5.1 – 5.3) потребуем, чтобы число измерений составляло $r \geq \omega + 1$, где (о соответствует размерности *z* в уравнениях (5.64) или (5.67), что облегчает определение α_i в уравнении (5.65), позволяя избежать согласования измерений с аппроксимирующей моделью.

Лекция № 10

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МЕТОДЫ

Методы идентификации, основанные на последовательном методе наименьших квадратов, применимы к линейным и нелинейным стационарным системам и могут быть использованы вместо непоследовательных регрессионных методов. То, что эти методы являются последовательными, позволяет реализовать их сравнительно быстро при небольшом объеме требуемой памяти ЦВМ. При последовательном подходе уменьшаются вычислительные сложности, связанные с обращением матриц, что устраняет основное препятствие на пути применения многомерных регрессионных методов к реальным системам.

При применении регрессионных методов к задачам идентификации медленно меняющихся нестационарных процессов предполагалось наличие стационарности только на интервале, в течение которого собираются данные для регрессионной идентификации. При этом регрессионный интервал состоит из r интервалов измерения. Идентификация в этом случае осуществляется практически непрерывно, а конец фиксированного интервала регрессии периодически продвигается вперед на один или несколько измерительных интервалов. Для каждого такого сдвига заново осуществляется идентификация всего вектора параметров, тогда как данные, не относящиеся к используемому интервалу регрессии, полностью игнорируются. В отличие от непоследовательной регрессии интервал, на котором собираются данные для последовательной регрессии, с течением времени постепенно удлиняется, и никакие данные не считаются настолько старыми, чтобы ими можно было полностью пренебречь.

На практике последовательные оценки любого рода можно применять к данным, полученным на конечном интервале, в пределах которого система предполагается стационарной, следующим образом. Рассматривается интервал Т с момента времени $t\text{-}T$ до t, на котором взяты n точек в моменты $0, 1, ..., k, ..., n$. Можно осуществить последовательную регрессионную идентификацию на основании k выборок, затем в соответствии с $k+1$, $k+2$ и т.д. вплоть до n выборок, дающих конечную оценку в момент времени t. Затем в момент времени $t+\Delta t$ $(\Delta t \overset{\Delta}{=} T/n)$ повторяют всю процедуру получения регрессионной оценки, так что данные в момент времени $t\text{-}T+\Delta t$ становятся первой выборкой и т. д., пока не получат n выборок за период времени $t+\Delta t$, что дает конечную оценку в момент $t+\Delta t$. Та же самая процедура может повторяться для $t+2\Delta t$, $t+3\Delta t$, ..., $t+j\Delta t$, ...

Рассмотрим систему с неизвестным параметром вида

$$x_k = au_k + n_k, \quad \forall k = 0,1,2,..., \tag{6.1}$$

где u_k и x_k – измеряемые входная и выходная последовательности соответственно, а n_k – шум измерения на k-м измерительном интервале. Задача идентификации (оценивание неизвестного параметра системы а) может быть решена путем использования линейной регрессии по методу наименьших квадратов. В итоге на основании r единовременных совокупностей величин u_k, x_k $(k=1, ..., r)$ получается оценка $\hat{a}_r$ параметра a, для которой минимизируется критерий J_r:

$$J_r = \sum_{k=1}^{r} q_k \left(x_k - \hat{a}_r u_k\right)^2 \tag{6.2}$$

где q_k – произвольный весовой коэффициент, например $q_k=l$. Введение $q_k>1$ в уравнение (6.2) может служить для увеличения веса последних измерений. Регрессионная оценка по методу наименьших квадратов $\hat{a}_r$ параметра a задается выражением

$$\frac{\partial J_r}{\partial \hat{a}_r} = 0 = -2\sum_{k=1}^{r} q_k\, u_k\, (x_k - \hat{a}_r u_k), \tag{6.3}$$

откуда

$$\hat{a}_r = \frac{\sum_{k=1}^{r} q_k\, u_k x_k}{\sum_{k=1}^{r} q_k\, u_k^2} = 0 = -2\sum_{k=1}^{r} q_k\, u_k\, (x_k - \hat{a}_r u_k). \tag{6.3}$$

Оценка $\hat{a}_r$ может быть получена и последовательным способом, причем результат будет совпадать с уравнением (6.4) после r измерений [1]:

$$\hat{a}_1 = \frac{q_1 u_1 x_1}{q_1\, u_1^2} \tag{6.5}$$

и

$$\hat{a}_2 = \frac{q_1 u_1 x_1 + q_2 u_2 x_2}{q_1\, u_1^2 + q_2\, u_2^2}. \tag{6.6}$$

Однако уравнение (6.6) может быть переписано в виде

$$\hat{a}_2 = \hat{a}_1 - \frac{\hat{a}_1\, q_1\, u_1^2 + \hat{a}_1\, q_2\, u_2^2}{q_1\, u_1^2 + q_2\, u_2^2} + \frac{q_1\, u_1\, x_1 + q_2\, u_2\, x_2}{q_1\, u_1^2 + q_2\, u_2^2} = \hat{a}_1 + \frac{q_1\, u_1\, (x_1 - \hat{a}_1 u_1) + q_2\, u_2\, (x_2 - \hat{a}_1 u_2)}{q_1\, u_1^2 + q_2\, u_2^2}. \tag{6.7}$$

Подстановка выражения (6.5) во второй член правой части уравнения (6.7) дает

$$\begin{aligned} \hat{a}_2 &= \hat{a}_1 + \frac{q_1\, u_1\left(x_1 - \frac{q_1\, u_1\, x_1}{q_1\, u_1^2} u_1\right) + q_2\, u_2\left(x_2 - \frac{q_1\, u_1\, x_1}{q_1\, u_1^2} u_1\right)}{q_1\, u_1^2 + q_2\, u_2^2} = \\ &= \hat{a}_1 + \frac{0 + q_2\, u_2\left(x_2 - \hat{a}_1 u_2\right)}{q_1\, u_1^2 + q_2\, u_2^2} = \hat{a}_1 + \frac{q_2\, u_2\left(x_2 - \hat{a}_1 u_2\right)}{q_1\, u_1^2 + q_2\, u_2^2}. \end{aligned} \tag{6.8}$$

Аналогично получим

$$\hat{a}_j = \hat{a}_{j-1} + p_j q_j u_j \left(x_j - \hat{a}_{j-1} u_j\right), \tag{6.9}$$

где

$$\hat{a}_0 = 0 \tag{6.10}$$

Рассмотрим систему со многими параметрами, задаваемую уравнением

$$x_k = a_1\, u_{1,k} + a_2\, u_{2,k} + ... a_m\, u_{m,k} + n_k, \tag{6.14}$$

Где a_i $(t = l, \ldots, m)$ – требующие идентификации неизвестные параметры, x_k – выход системы на k-м измерительном интервале, $u_{i,k}$ – i-й вход системы на этом же интервале, а n_k – шум измерения.

Уравнение (6.14) может быть записано в векторной форме

$$x_k = a^T \; u_k + n_k \,, \tag{6.15}$$

где

$$a^T \stackrel{\Delta}{=} [a_1, \ldots, a_m] \,, \tag{6.16}$$

$$u_k \stackrel{\Delta}{=} [u_{1,k}, \ldots, u_{m,k}]^T \,. \tag{6.17}$$

Оценивание вектора параметров a осуществляется таким образом, чтобы оценка $\hat{a}_r$ минимизировала критерий J_r, записанный по аналогии с уравнением (6.2):

$$J_r = \sum_{k=1}^{r} q_k \left(x_k - \hat{a}_r^T u_k \right)^2 . \tag{6.18}$$

Здесь r обозначает число измерений. Следовательно, оценка $\hat{a}_r$ должна удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial J_r}{\partial \hat{a}_r} = 0 \,, \tag{6.19}$$

так что

$$\left(\sum_{k=1}^{r} q_k u_k u_k^T \right) \hat{a}_r = \sum_{k=1}^{r} q_k x_k u_k \,. \tag{6.20}$$

Введем обозначение

$$P_r^{-1} \stackrel{\Delta}{=} \sum_{k=1}^{r} q_k (u_k \; u_k^T) \,. \tag{6.21}$$

Матрица P_r^{-1} обратима только при $r \geq m$, где m – размерность u, а r – число рассматриваемых измерений. При этом уравнение (6.20) принимает вид

$$P_r^{-1} \hat{a}_r = \sum_{k=1}^{r} q_k x_k \, u_k \,, \tag{6.22}$$

откуда

$$\hat{a}_r = P_r \sum_{k=1}^{r} q_k x_k \, u_k \,, \tag{6.23}$$

Последнее выражение представляет собой обыкновенную оценку вектора а с помощью линейной регрессии. Отметим, что хотя произведение $u_r u_r^T$ является вырожденным, матрица P_r^{-1} из (6.21) не вырождена из-за суммирования по k. Уравнение (6.22) может быть записано в виде

$$P_r^{-1} \hat{a}_r = \sum_{k=1}^{r-1} q_k x_k \, u_k + q_r x_r \, u_r \,. \tag{6.24}$$

Поскольку из уравнения (6.20) следует

$$\sum_{k=1}^{r-1} q_k x_k \, u_k = \left(\sum_{k=1}^{r-1} q_k x_k \, u_k \right) \hat{a}_{r-1} \,, \tag{6.25}$$

можно подставить выражение для $\sum_{k=1}^{r-1} q_k x_k u_k$ из уравнения (6.25) в уравнение (6.24), что дает

$$P_r^{-1}\hat{a}_r = \left(\sum_{k=1}^{r-1} q_k x_k u_k^T \right) \hat{a}_{r-1} + q_r x_r u_r . \tag{6.26}$$

Прибавляя и вычитая $\left[q_r u_r u_r^T \hat{a}_{r-1} \right]$ в правой части уравнения (6.26), получаем

$$\begin{aligned} P_r^{-1}\hat{a}_r &= \left(\sum_{k=1}^{r-1} q_k x_k u_k^T \right) \hat{a}_{r-1} + q_r u_r \left(x_r - u_r^T \hat{a}_{r-1} \right) + q_r u_r u_r^T \hat{a}_{r-1} = \\ &= \left(\sum_{k=1}^{r} q_k x_k u_k^T \right) \hat{a}_{r-1} + q_r u_r \left(x_r - u_r^T \hat{a}_{r-1} \right). \end{aligned} \tag{6.27}$$

С учетом определения P_r^{-1} по уравнению (6.21) уравнение (6.27) принимает вид

$$P_r^{-1}\hat{a}_r = P_r^{-1}\hat{a}_{r-1} + q_r u_r \left(x_r - u_r^T \hat{a}_{r-1} \right), \tag{6.28}$$

Тогда выражение для последовательного оценивания вектора неизвестных параметров будет иметь вид:

$$\hat{a}_r = \hat{a}_{r-1} + P_r q_r u_r \left(x_r - u_r^T \hat{a}_{r-1} \right), \quad r = 1, 2, \ldots , \tag{6.29}$$

Следовательно, оценка $\hat{a}_r$ может быть рекуррентно получена по предыдущей оценке $\hat{a}_{r-1}$ и по измерениям и весовым коэффициентам x_r, u_r, q_r при условии, что матрица P_r также получена последовательно. Далее в соответствии с (6.21) получаем уравнение

$$P_r^{-1} = \sum_{k=1}^{r-1} q_k (u_k u_k^T) + q_r u_r u_r^T = P_{r-1}^{-1} + q_r u_r u_r^T . \tag{6.30}$$

Выражение для P_r^{-1} (6.30) требует обратимости матрицы P_r.

Рекуррентное выражение, не требующее обращения матрицы P_r, имеет вид:

$$P_r = P_{r-1} - P_{r-1} H_r (1 + H_r^T P_{r-1} H_r)^{-1} H_r^T P_{r-1} . \tag{6.37}$$

Поскольку $1 + H_r^T P_{r-1} H_r$ – скаляр, при получении P_r по рекуррентному соотношению (6.37) обращения матриц не требуется.

При практическом использовании выражения (6.29) рекомендуется при $r=1$ принять:

$$\hat{a}_0 = 0 , \tag{6.40}$$

$$P_0 = \frac{1}{\varepsilon} I, \quad \varepsilon \to 0 , \tag{6.41}$$

где I – единичная матрица.

Лекция № 11

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Выше упоминалось, что в соответствии с теоремой Вейерштрасса [5] любая непрерывная нелинейная функция *f[x(t)]* аргумента *x* может быть аппроксимирована полиномом *x*, который сходится к *f[x(t)]*. Было показано, как идентифицируются по методу наименьших квадратов параметры полинома *x*, задаваемого (для случая системы третьего порядка с двумя входами) в виде

$$x(t) = a_1 f(u_1) + a_2 f^2(u_1) + a_3 f^3(u_1) + b_1 f(u_2) + b_2 f^2(u_2) + b_3 f^3(u_2) \quad (6.42)$$

чтобы получить

$$x(t) = \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \alpha_3 z_3 + \ldots + \alpha_6 z_6 = \alpha^T z \quad (6.43)$$

где

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \alpha_6 \end{bmatrix} \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_3 \end{bmatrix} \quad (6.44a)$$

и

$$z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_5 \\ z_6 \end{bmatrix} \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} f(u_1) \\ f^2(u_1) \\ f^3(u_1) \\ f(u_2) \\ f^2(u_2) \\ f^3(u_2) \end{bmatrix} \quad (6.44b)$$

Таким образом, идентификация вектора а сводится к задаче идентифицирования параметров а уравнения линейной регрессии (6.43). В результате получаются последовательные оценки параметров нелинейных систем, соответствующие минимальной среднеквадратической ошибке.

В последовательной нелинейной регрессии не используются процедуры обращения матриц, но они встречаются при идентификации с помощью нелинейной регрессии. При этом приходится преодолевать сложности, связанные с плохой обусловленностью матриц нелинейных систем. В этой случае матрицы, которые необходимо обращать, имеют более высокую размерность, чем для эквивалентных линейных систем. Например, для процессов с двумя входными воздействиями (6.42), аппроксимированных полиномами третьего порядка, приходится рассматривать шестимерный входной вектор. В этом случае при использовании непоследовательной регрессии потребовалось бы обращение матрицы размерностью 6×6 в отличие от матрицы размерностью 2×2 в линейном случае, что иллюстрирует эффективность последовательной регрессии даже для нелинейных систем небольшой размерности.

Лекция №12

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА СТОХАСТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Метод стохастической аппроксимации, используемый для идентификации линейных и нелинейных стационарных процессов, по существу представляет собой метод последовательного градиентного поиска.

Рассмотрим дискретную стационарную систему

$$x_k = \Phi(u_k, u_{k-1}, ..., p), \tag{7.1}$$

которая является нелинейным обобщением уравнения

$$\left(\alpha_n B^n + \alpha_{n-1} B^{n-1} + ... + \alpha_1 B + 1\right) x(t) = \left(\gamma_{m+p} B^{m+p} + \gamma_{m+p-1} B^{m+p-1} + ... + \gamma_1 B + \gamma_0\right) u(t),$$

и уравнение

$$y_k = x_k + v_k, \tag{7.2}$$

где x, u, y, v – переменные состояния, входа, выхода и шума в измерениях соответственно; p – вектор параметров, который необходимо идентифицировать; Ф – заданная линейная или нелинейная функция x, u и неизвестного вектора p, где

$$u_k = \left(u_k, ..., u_{k-r}\right)^T. \tag{7.3}$$

Подставляя соотношение (7.3) в (7.1), преобразуем уравнение (7.1) к виду

$$x_k = \hat{O}(u_k, p). \tag{7.4}$$

Оценка $\hat{p}_n$ вектора p (на n-м последовательном шаге) получается из алгоритма стохастической аппроксимации следующим образом:

$$\hat{p}_{n+1} = \hat{p}_n - \rho_n \psi_n, \qquad \forall n = 1, 2, 3, ..., \tag{7.5}$$

где ψ_n – функция, которую можно оценить по измерениям y [ее математическое ожидание равно нулю при точных p, u из уравнений (7.1) и (7.3)], а ρ_n – последовательность скалярных корректирующих коэффициентов.

Для обеспечения сходимости последовательность ρ_n должна удовлетворять следующим условиям, основанным на теореме Дворецкого [1,6]:

$$\lim_{n\to\infty} \rho_n = 0, \tag{7.6}$$

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \rho_k = \infty, \tag{7.7}$$

$$\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \rho_{k\,n}^2 < \infty. \tag{7.8}$$

Очевидно, любая функция вида $\rho_k = \rho_1 / k$ удовлетворяет уравнениям (7.6) – (7.8) так же, как и многие другие функции k.

Вектор-функция ψ_k, учитываемая уравнением (7.5), была введена Кифером и Вольфовицем [3] для описания функции градиента. Поэтому функцию ψ_k можно выразить следующим образом.

Обозначим через $J_k(\hat{p})$ скалярный показатель качества идентификации, определяемый в виде

$$J_k(\hat{p}) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{2}\left(y_k - \hat{O}(u_k,\ \hat{p}_k)\right)^2, \tag{7.9}$$

и

$$\psi_k \stackrel{\Delta}{=} \frac{\partial J_k(\hat{p})}{\partial \hat{p}_k} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial J_k}{\partial \hat{p}_{1,k}} \\ \dfrac{\partial J_k}{\partial \hat{p}_{2,k}} \\ \vdots \\ \dfrac{\partial J_k}{\partial \hat{p}_{m,k}} \end{bmatrix}, \tag{7.10}$$

где $\hat{p}_{1,k},\ \hat{p}_{2,k}, ..., \hat{p}_{m,k}$ – элементы $\hat{p}_k$. В соответствии с приложением 2 имеем

$$\psi_k = \frac{\partial J_k(\hat{p})}{\partial \hat{p}_k} = \left[\hat{O}(u_k, \hat{p}_k) - y_k\right] \frac{\partial \hat{O}(u_k, \hat{p}_k)}{\partial \hat{p}_k} = \left[\hat{O}(u_k, \hat{p}_k) - y_k\right] g_k(u_k, \hat{p}_k)\,. \tag{7.11}$$

где

$$\frac{\partial \hat{O}(u_k, \hat{p}_k)}{\partial \hat{p}_k} = g_k(u_k, \hat{p}_k)\,. \tag{7.12}$$

Заметим, что функцию ψ_k можно оценить по измерениям y_k, u_k и по предыдущим оценкам $\hat{p}$.

Процедура идентификации, описываемая уравнением (7.5), таким образом, зависит от начальных оценок $\hat{p}_1$ (здесь p_1 обозначает начальное множество p_1 ... p_q) и от начального значения коэффициента ρ_1. Процесс оценивания ψ_k можно проиллюстрировать, рассматривая пример линейной системы, описываемой уравнением

$$x_k = p^T u_k = \hat{O}(u_k, p)\,. \tag{7.13}$$

Поэтому на основании приложения 2 получим

$$g_k(u_k, \hat{p}_k) = \frac{\partial \hat{O}(u_k, \hat{p}_k)}{\partial \hat{p}_k} \tag{7.14}$$

и

$$\psi_k = \left[\hat{O}(u_k, \hat{p}_k) - y_k\right] g_k(u_k, \hat{p}_k) = (\hat{p}_k^T u_k - y_k)\, u_k\,. \qquad (7\text{-}15)$$

Лекция № 13

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МЕТОДОМ ОБУЧЕНИЯ

Аналогично методам стохастической аппроксимации метод последовательного обучения не дает оценки параметров по методу наименьших квадратов на различных последовательных шагах, вследствие чего сходимость этого метода несколько ниже, чем метода последовательной регрессии. Тем не менее оценки постепенно сходятся (в среднем) к истинным значениям параметров. Метод последовательного обучения отличается от метода стохастической аппроксимации характеристиками сходимости. Этот метод удобно применять для процессов с медленно меняющимися параметрами. Основное преимущество метода последовательного обучения по сравнению с другими последовательными методами состоит в простоте алгоритма последовательной идентификации.

В методе последовательного обучения [9, 10] рассматривается система со случайным входом $u(t)$, выходом $x(t)$ и импульсной реакцией $g(t)$. Эти функции удовлетворяют интегралу свертки [уравнение (4.2)], который для нулевых начальных условий записывается в виде

$$x(t)=\int_0^t g(\tau)u(t-\tau)d\tau, \tag{7.19}$$

где и – измеряемая функция. Дискретная форма выражения

$$x_j=\sum_{i=1}^N g_i u_{j-i} \tag{7.20}$$

аналогична уравнению для скользящих средних бесконечного порядка (при стохастической функции u). Определение g_i, которое является целью идентификации, выполняется путем итерационных вычислений множества величин

$$\hat{h}_1^{(j)},\ \hat{h}_2^{(j)},\ \ldots,\ \hat{h}_j^{(j)},\quad \forall j=N+1,\ n+2,\ \ldots, \tag{7.21}$$

которые должны соответственно приближаться g_1, g_2, …, g_N в уравнении (7.20), где j обозначает номер итерации. Тогда оценка выхода $\hat{x}_j$ при использовании $\hat{h}_i^{(j)}$ (на j-й итерации), таким образом, становится равной по аналогии с уравнением (7.20)

$$\hat{x}_j=\sum_{i=1}^N \hat{h}_i^{(j)} u_{j-1}\ . \tag{7.22}$$

Обозначая

$$g\overset{\Delta}{=}[g_1\ \ldots\ g_N]^T, \qquad (7\text{-}23)$$

$$\hat{h}_j\overset{\Delta}{=}\left[\hat{h}_1^{(j)}\ \ldots\ \hat{h}_N^{(j)}\right]^T, \tag{7.24}$$

и

$$u_j\overset{\Delta}{=}\left[u_{j-1}\ \ldots u_{j-N}\right]^T, \tag{7.25}$$

преобразуем уравнения (7.20) и (7.22) соответственно к виду

$$x_j = g^T u_j \tag{7.26}$$

и

$$\hat{x}_j = \hat{h}_j^{(T)} u_j . \tag{7.27}$$

Рассмотрим теперь вектор $\Delta \hat{h}_j$:

$$\Delta \hat{h}_j \stackrel{\Delta}{=} \hat{h}_{j+1} - \hat{h}_j , \tag{7.28}$$

который будем использовать для коррекции вектора следующей идентификации $\hat{h}_{j+1}$ относительно $\hat{h}_j$ с учетом ошибки $x_j - \hat{x}_j$ в оценке x_j.

Полагая [9, 13]

$$\Delta \hat{h}_j = (x_j - \hat{x}_j) \frac{u_j}{u_j^T u_j} . \tag{7.29}$$

где $j=1, 2, 3,...$, получим выражение

$$u_j^T \Delta \hat{h}_j = \frac{(x_j - \hat{x}_j) u_j^T u_j}{u_j^T u_j} = (x_j - \hat{x}_j) , \tag{7.30}$$

которое должно удовлетворять уравнениям (7.27) и (7.28), если оценка $\hat{h}_{j+1}$ равна g. Чтобы начать процедуру оценивания по уравнению (7.29) при $j=1$, можно подставить в это уравнение x_0 вместо x_j.

Лекция №14

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ КВАЗИЛИНЕАРИЗАЦИИ

Рассмотрим дискретную систему, описываемую уравнением

$$x(k+l) = g[x(k), u(k), p], \quad kT=t, \tag{8.21}$$

где $k=0, 1, 2,..., v$, а x, u, p – n-мерный вектор состояния, r-мерный вектор входа и r-мерный вектор параметров соответственно, как и в уравнении

$$\dot{x} = f(x,u,p). \tag{8.1}$$

Предполагается, что система уравнений (8.21) удовлетворяет (n+r) граничным условиям, которые представляют собой (n+r) скалярных измеряемых функций $x_j(i)$, где $x_j(i)$ обозначает j-е компоненты x на i-м интервале. Аналогично случаю непрерывной системы из разд. 8.1 определим $(n+r)$ -мерный вектор z в виде

$$z \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix}, \tag{8.22}$$

где

$$p(k+l) = p(k). \tag{8.23}$$

Тогда из уравнения (8.21) следует

$$z\,(k + 1) = \lambda[z(k), u(k), k], \tag{8.24}$$

и для стационарных систем имеем

$$\lambda \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} g[x(k), u(k), p, k] \\ p[k] \end{bmatrix} \tag{8.25}$$

По аналогии с непрерывным случаем применим разложение в ряд Тейлора уравнения (8.24), чтобы получить следующее соотношение между $(\mu+1)$-й оценкой $\hat{z}_{\mu+1}$ вектора z и соответствующей μ-й оценкой:

$$\hat{z}_{\mu+1}(k+1) = \hat{\lambda}_{\mu}[\hat{z}_{\mu}(k), u(k), k] + \left(\frac{\partial\hat{\lambda}}{\partial z}\right)_{\mu}[\hat{z}_{\mu+1}(k) - \hat{z}_{\mu}(k)]. \tag{8.26}$$

Уравнение (8.25) можно переписать в виде линейного уравнения для $z_{\mu+1}$ с переменными коэффициентами:

$$\hat{z}_{\mu+1}(k+1) = \hat{B}(k)\,\hat{z}_{\mu+1}(k) + \hat{w}(k), \tag{8.27}$$

где

$$\hat{B}_{\mu}(k) \overset{\Delta}{=} \left(\frac{\Delta\hat{\lambda}}{\partial z}\right)_{\mu}, \tag{8.28а}$$

$$\hat{w}(k) \overset{\Delta}{=} \hat{\lambda}[\hat{z}_{\mu}(k), u(k), k] - \left(\frac{\partial\hat{\lambda}}{\partial z}\right)_{\mu}\hat{z}_{\mu}(k). \tag{8.28б}$$

Решение уравнения (8.26), таким образом, становится полностью аналогичным решению в разд. 8.1:

$$\hat{z}_{\mu+1}(k) = \hat{\varphi}_{\mu+1}(k,h)\,\hat{z}_{\mu+1}(h) + \hat{q}_{\mu+1}(k), \tag{8.29}$$

где

$$\hat{\varphi}_{\mu+1}(k,h)=\hat{A}_{\mu}(k)\hat{\varphi}_{\mu+1}(k,h), \qquad k>h, \tag{8.30}$$

$$\hat{\varphi}(h,h)\overset{\Delta}{=}I, \tag{8.31}$$

а $\hat{q}(k)$ – частное решение уравнения (8.26) в форме

$$\hat{q}_{\mu+1}(k+1)=\hat{B}_{\mu}(k)\hat{q}_{\mu+1}(k)+\hat{w}(k) \tag{8.32}$$

с начальным условием

$$\hat{q}_{\mu+1}(0)=0. \tag{8.33}$$

Здесь $n+r$ компонентов начального вектора $\hat{z}_{\mu+1}(0)$ должны удовлетворять $n+r$ граничным условиям $x_j(i)$. Для того чтобы обеспечить единственность решения, в случае зашумленных измерений необходимо ввести $v>n+r$ граничных условий. Эти условия образуют линейное регрессионное соотношение для получения $n+r$ компонентов вектора $z_{\mu+1}(0)$, как и в непрерывном случае, рассмотренном в разд. 8.1.

Для выполнения процедуры идентификации необходимо иметь начальные оценки $\hat{p}_0$ вектора p и $\hat{x}(0)$ вектора $x(0)$. Эти оценки должны быть как можно ближе к реальным значениям, так как сходимость гарантируется не всегда и зависит от начальных оценок. Аналогично непрерывному случаю начальная оценка становится менее значащей, когда число измерений достаточно велико.

Лекция №15

ИДЕНТИФИКАЦИЯ МЕТОДОМ ИНВАРИАНТНОГО ПОГРУЖЕНИЯ

Методы инвариантного погружения можно использовать для идентификации параметров, а также для одновременного последовательного оценивания параметров и состояния линейных и нелинейных наблюдаемых систем. Подобно методам, изложенным в предыдущих главах, для метода инвариантного погружения в задачах идентификации нелинейных систем необходима априорная информация о форме нелинейной функции, параметры которой необходимо идентифицировать. Сходимость процедуры идентификации методом инвариантного погружения к фактическим значениям параметров можно обеспечить в довольно широком диапазоне начальных оценок, однако при этом требуются априорные данные о диапазоне, внутри которого находятся значения параметров. Такие данные могут быть неточными в отличие от случая, когда используются краевые методы квазилинеаризации, но это сильно уменьшает скорость сходимости процедуры идентификации. Кроме того, неадекватный выбор начальной матрицы Q при решении задачи идентификации может привести к расходимости или слабой сходимости процедуры идентификации.

Идентификация методом инвариантного погружения основана на интегрировании по времени системы нелинейных дифференциальных уравнений, решение которой должно сходиться к оценкам параметров и переменных состояния. Поскольку измерения входят в правые части указанных уравнений, то чем продолжительнее процесс измерений, тем точнее решение сходится к истинным значениям параметров.

Поскольку метод инвариантного погружения может обеспечить последовательное одновременное оптимальное оценивание параметров и всех переменных состояния линейных и нелинейных систем, он оказывается одним из наиболее мощных математических методов идентификации. Одновременное оценивание состояния и параметров может выполняться с помощью и других методов, рассмотренных далее в гл. 12, а в некоторых случаях – методом квазилинеаризации из гл. 8. Однако большая часть методов гл. 12 применима в основном к линейным системам и требует линеаризации нелинейных систем, а при использовании метода квазилинеаризации для обеспечения сходимости необходимо иметь хорошие начальные оценки. Метод инвариантного погружения свободен от этих ограничений. Несмотря на свой общий характер, применимость метода инвариантного погружения для идентификации в реальном масштабе времени ограничивается вычислительными сложностями. Поэтому данный метод применим в основном в тех случаях, когда требуется совместная оценка состояния и параметров нелинейных систем и имеется достаточная априорная информация. Отметим, что, когда размерность вектора состояния неизвестна, итерационное определение размерности обычно нерационально из-за увеличения числа определяемых параметров и соответствующего усложнения вычислений.

Постановка задачи идентификации методом инвариантного погружения

Рассмотрим систему, описываемую уравнениями

$$\dot{x} = f[x(t),\ p, u(t) + n(t)] \tag{9.1}$$

и

$$z(t) = \varphi[x(t),\ p, u(t) + v(t)] \tag{9.2}$$

где *f* – нелинейная функция, *x, u, n, z* и *v* – векторы состояния, измеряемого входа, неизмеряемого шума в системе, измерений и шума в измерениях соответственно, *p* – вектор постоянных параметров, причем

$$\dot{p} = 0. \tag{9.3}$$

Задача идентификации формируется как задача минимизации затрат *J*, где

$$J \overset{\Delta}{=} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ [z - \varphi(\hat{x}, u)]^T \cdot \eta \cdot [z - \varphi(\hat{x}, u)] + \hat{n}^T \xi\, \hat{n} \right\} dt \tag{9.4}$$

и

Здесь $\hat{x}, \hat{n}$ – оценки соответственно *x* и *n* из уравнения (9.1), $\eta,\ \xi$ – положительные диагональные весовые матрицы (отметим, что в моделях предсказания обычно *u = 0*). Определим теперь вектор *y*:

$$y \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix}. \tag{9.5}$$

Из уравнений (9.1), (9.3) следует

$$\dot{y} = \psi + V, \tag{9.6}$$

где

$$\psi \overset{\Delta}{=} \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{9.7}$$

$$V = \begin{bmatrix} n \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{9.7}$$

а ψ из уравнения (9.7) – нелинейная функция *y*, даже если функция *f* линейна, так что

$$\dot{x} = px + u,$$

где

$$x \overset{\Delta}{=} y_1,\quad p \overset{\Delta}{=} y_2,\quad y^T = [y_1, y_2],$$

и в соответствии с уравнением (9.6)

$$\left.\begin{aligned} \dot{y}_1 &= y_1 y_2 + u \\ y_2 &= 0 \end{aligned}\right\} = \psi + V,$$

так что

$$\psi = \begin{bmatrix} y_1\ y_2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Для минимизации *J* по оценкам $\hat{y}$ вектора *y* рассмотрим гамильтониан *H*, где

$$H \overset{\Delta}{=} [z-\varphi(\hat{y},\, u)]^T\, \eta[z-\varphi] + \hat{n}^T\, \xi\hat{n} + \hat{\lambda}^T \psi\,. \tag{9.9}$$

Из условий минимизации J по $\hat{y}$ получаем следующую систему уравнений [5]:

$$\frac{\partial H}{\partial \hat{y}} = -\dot{\lambda}\,, \tag{9.10}$$

$$\frac{\partial H}{\partial \lambda} = \hat{y}\,, \tag{9.11}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0\,. \tag{9.12}$$

Кроме того, когда $\hat{y}(t_0),\ \hat{y}(t_j)$ не заданы (здесь t_0, t_f обозначают начальный и конечный моменты времени), условие трансверсальности при минимизации H дает [5]

$$\lambda = 0\Big|_{t=t_0}^{t=t_f} \tag{9.13}$$

Таким образом, с уравнениями (9.10) и (9.11) можно связать следующие граничные условия:

$$\lambda(t_0) = 0, \tag{9.14}$$

$$\lambda(t_j) = 0. \tag{9.15}$$

Следовательно, оценивание $\hat{p},\, \hat{x}$ представляет собой задачу решения уравнений (9.10) и (9.11) с использованием соответствующих начальных условий. В этом случае оказывается необходимым применение метода инвариантного погружения.

Идентификация дискретных систем методом инвариантного погружения

Задачу идентификации и оценивания состояния системы на интервале от t_0 до t_j, определяемой уравнениями (9.10) и (9.11), можно рассматривать как обобщенную двухточечную краевую задачу, описываемую уравнениями

$$\dot{y} = g(y,\lambda,u,t)\,, \tag{9.16}$$

$$\dot{\lambda} = h(y,\lambda,u,t)\,, \tag{9.17}$$

В которых g, h – функции y, λ, u, t, а граничные условия можно выразить следующим образом:

$$\lambda(t_0) = a\,, \tag{9.18}$$

$$\lambda(t_j) = b\,. \tag{9.19}$$

Можно считать, что конечные условия $\lambda(t_j)$ описываются более общей функций t_j, где λ – *текущая переменная.* Тогда из равенства

$$\lambda = (t_j) = C(t_j) \tag{9.20}$$

Следует конечное условие, налагаемое на y:

$$y(t_j) = F(C,t_j)\,. \tag{9.20}$$

Идентификация дискретных систем методом инвариантного погружения аналогична идентификации непрерывных систем. В дискретном случае эквивалентная двухточечная краевая задача для уравнений (9.16), (9.17) принимает вид

$$y(k+1) = g(y,\lambda,u,k) \tag{9.35}$$

$$\lambda(k+1) = h(y,\lambda,u,k) \tag{9.36}$$

где $kT=t$, $k=0,...,N$, а T – интервал квантования. Граничные условия снова определяются в виде

$$\lambda(0) = a, \tag{9.37}$$

$$\lambda(N)=b. \tag{9.38}$$

Более общее конечное условие для текущей переменной N определяется так же, как в уравнении (9.20):

$$\lambda(N) = C(N). \tag{9.39}$$

Следовательно,

$$y(N) = F(C,N). \tag{9.40}$$

Преобразования производятся подобно непрерывному случаю если обозначить $t=kT$ и $t_f=NT$. В итоге получаются аналогичные результаты оценивания.

Лекция №16

ИДЕНТИФИКАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГНОЗА

Метод идентификации с использованием прогноза является по существу методом определения в реальном масштабе времени импульсной переходной функции. В этом методе используются дискретные данные о входе и выходе [1, 2]. Рассматриваемый метод позволяет на каждом интервале управления непосредственно определять вектор управления для следующего шага по результатам идентификации на предыдущем шаге, причем компоненты вектора управления представляют собой импульсы с шириной, равной одному интервалу дискретизации. Управление формируется непосредственно по импульсной переходной функции без какого-либо преобразования ее в форму передаточной функции или дифференциального уравнения, что обеспечивает относительно высокое быстродействие. Данный метод в некотором смысле имеет сходство с процессом идентификации, выполняемым человеком. Например, при управлении автомобилем даже неопытному водителю не нужно знать модель характеристик рулевого управления, представляемую в форме дифференциальных уравнений. Однако водитель будет прогнозировать траекторию автомобиля и принимать решение об управлении на следующем шаге с учетом отклонения траектории автомобиля от расчетной. Рассмотренная аналогия показывает, что идентификация с прогнозом имеет некоторые особенности, которые свойственны методу обучения. Метод идентификации с прогнозом применим для линейных и нелинейных систем, которые полагаются стационарными на нескольких интервалах управления.

Процедура идентификации выполняется непрерывно на каждом интервале управления, и результат идентификации обновляется при изменении параметров, которое происходит достаточно медленно на каждом интервале управления.

В рассматриваемой ниже процедуре градиентного прогноза используются принципы идентификации с прогнозом и анализируется изменение показателя качества от входных управляющих воздействий, а не реакции выхода системы на эти воздействия, как в методе идентификации с прогнозом.

Процессы с одним входом

Рассмотрим линейную систему (рис. 10.1), где u – вход системы, а y – n-мерный вектор выхода, имеющий компоненты от y_1 до y_n. Вход $u(t)$ представлен в форме дискретных ступенчатых воздействий $u(kT)$ при $k=1, 2, ...,$ где T – интервал управления. В некоторый момент времени $t=kT$ можно предсказать выход в момент $kT+\tau\ (\tau\leq t)$ на основе данных с момента $t = kT- T$ до $t = kT$, если предположить, что входное воздействие u с момента $t = kT-T$ остается неизменным. Последнее предположение необходимо, так как любое новое изменение и при $t = kT$ делает несостоятельными данные об y на интервале от $kT-T$ до kT для целей прогноза с момента $t = kT$ (рис. 10.2) В связи с этим определим $y_{ipo}(kT+\tau)$ как оцениваемую величину y_i, которая прогнозируется в момент $t = kT$ в соответствии с данными измерений на последнем интервале управления (от $kT–T$ до kT), когда предполагается

$$\Delta u(kT) = 0, \tag{10.1a}$$

где

$$\Delta u(kT) \stackrel{\Delta}{=} u(kT) - u(kT-T)\,. \tag{10.16}$$

Если затем подается ненулевое воздействие $\Delta u(kT)$ в момент $t = kT$, то по соответствующему измеряемому выходу $y_i(t)$, $\forall kT \le t < kT+T$, можно определить реакцию системы $q_i(\tau)$ в i-м выходе на ступенчатое воздействие $\Delta u(kT)$ следующим образом [1]:

$$q_i(\tau) = \frac{y_i(kT+\tau) - y_{i\,po}(kT+\tau)}{\Delta u(kT)}, \quad \forall kT < \tau < kT+T\,, \tag{10.2}$$

или в векторной форме

$$q(\tau) \stackrel{\Delta}{=} \frac{1}{\Delta u(kT)}\Big(y(kT+\tau) - y_{po}(kT+\tau)\Big), \tag{10.3}$$

где q – вектор идентификации, имеющий компоненты q_1, ..., q_n. В этой постановке задачи предполагается, что система является линейной или линеаризованной [приращения u и y_i малы на $(k + l)$-м интервале с момента kT до $kT+T$].

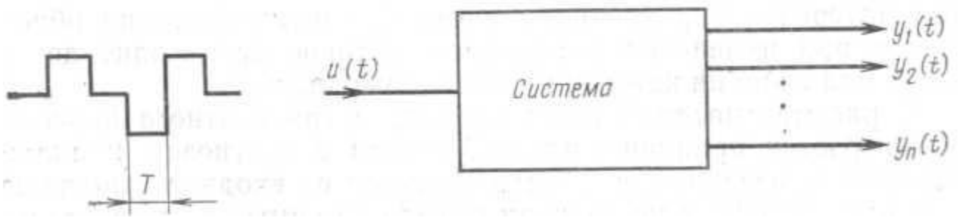

Рис. 10.1. Система с одним входом.

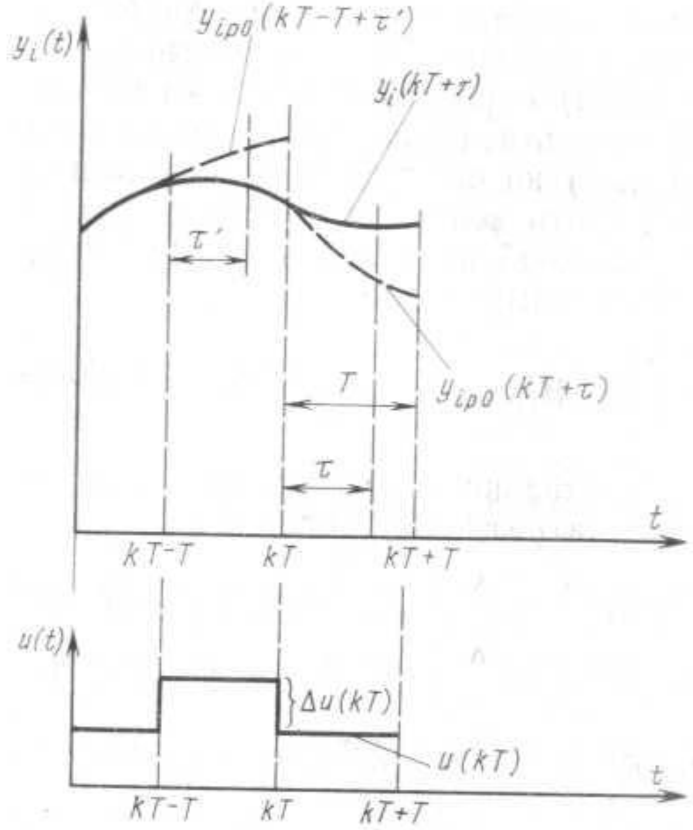

Рис. 10.2. Описание y_{p0}

Из уравнения (10.3) следует, что реакция в i-м выходе системы на единичный импульс шириной T есть $q_i(\tau)$, $\forall\ 0< \tau < t$, причем эта реакция определяется на каждом интервале управления. Реакция $q_i(\tau)$ представляет собой переходную функцию при $0<\tau<T$ так как на интервалах до момента $t=kT+T$ импульс $\Delta u(kT)$ может рассматриваться как ступенчатое воздействие. Таким образом, уравнение (10.3) позволяет осуществить идентификацию только импульсной характеристики. Однако, поскольку на каждом интервале управления входное воздействие представлено в форме импульса $\Delta u(kT)$, реакция на импульсное входное воздействие позволяет получить достаточный объем информации для целей управления. Поэтому информация о реакции на ступенчатое воздействие может быть непосредственно использована для вычисления поправки к управляющему воздействию $\Delta u(kT+\tau)$ на следующем интервале, которая также является импульсом. Кроме того, не требуется преобразование информации об этой реакции в другую форму, например в форму передаточной функции или дифференциального уравнения. Предположение, что реакция $q(\tau)$ вычисляется только при $\tau<T$, вполне допустимо, так как по истечении каждого интервала длительностью T вычисляется новый импульс управления $\Delta u(kT)$. Влияние предыдущих импульсов учитывается в прогнозе y_{po} . Таким образом, из уравнения (10.3)

определяется только реакция на воздействие $\Delta u(kT)$. В результате вычисляется изменение управляющего воздействия $\Delta u(kT)$ на каждом интервале для того, чтобы максимально приблизить величину $y(kT+\tau)$, прогнозируемую при $\Delta u(kT)=0$, к заданной величине $y_d(kT+\tau)$ так, чтобы показатель J_k достигал минимума, где

$$J_{k+1}=\int_0^T\left[\left(e_p^T He_p\right)_{kT+\tau}+\rho u_{kT}^2\right]d\tau, \qquad \forall t=kT+\tau, \quad \tau<T\ . \tag{10.4}$$

Здесь H – положительно определенная симметрическая весовая матрица, ρ – вес затрат на управление и

$$\hat{y}(kT+\tau)\overset{\Delta}{=}y_{p0}(kT+\tau)+\Delta u(kT)q(\tau), \tag{10.5а}$$

$$e_p(kT+\tau)\overset{\Delta}{=}\hat{y}(kT+\tau)-y_d(kT+\tau), \tag{10.5б}$$

$$e_{p0}(kT+\tau)\overset{\Delta}{=}y_{p0}(kT+\tau)-y_d(kT+\tau), \tag{10.5в}$$

$$e\overset{\Delta}{=}y-y_d\,. \tag{10.5г}$$

Требование о том, чтобы матрица H была положительно определенной и симметрической, введено из соображений устойчивости [3], которые основаны на теореме Ляпунова [4] и не рассматриваются в данной книге. Минимизация J_{k+i} достигается путем подстановки e_p из уравнения (10.5) в (10.4) и последовательного дифференцирования J_{k+1} по Δu в уравнении (10.4). Отметим, что ошибка $e_{p0}(kT+\tau)$ не зависит от $\Delta u(kT)$, так как по определению она получается в результате экстраполяции y (или e) при $\Delta u(kT)=0$. Следовательно, управление $\Delta u(kT)$ должно удовлетворять условию

$$\frac{\partial J_{k+1}}{\partial \Delta u(kT)}=0\,, \tag{10.6}$$

из которого при подстановке e_p из уравнения (10.5) и выражений для J_k и $[u(kT-T)+\Delta u(kT)]$ можно получить

$$\Delta u(kT)=-\frac{\int_0^T\left[\rho u(kT-T)+e_{p0}^T(kT+\tau)Hq(\tau)\right]d\tau}{\int_0^T\left[\rho+q^T(\tau)Hq(\tau)\right]d\tau} \tag{10.7}$$

где e_{p0} (или y_{p0}) получается путем прогноза при $\Delta u(kT)=0$, а вектор q идентифицируется в соответствии с уравнением (10.2) на $(k–1)$-м интервале. Очевидно, что если y_{p0} прогнозируется точно и вектор $q(\tau)$, который вычисляется на интервале от $kT–T$ до kT, также используется на следующем интервале, то фактический выход $y(kT+\tau)$ очень близок к $\hat{y}(kT+\tau)$. Таким образом, для адекватного управления требуется, чтобы прогноз y_{p0} был адекватен, а вектор $q(\tau)$ изменялся очень незначительно от одного интервала управления к следующему, т. е. чтобы реакция системы на ступенчатое воздействие, а следовательно, и характеристики идентифицируемой системы изменялись медленно на интервале управления T.

Процедуры прогноза, которые используются для оценки $y_{p0}(\kappa T+\tau)$, могут быть основаны на аппроксимации $y(t)$ ортогональными полиномами наилучшего порядка по методу наименьших квадратов на интервале от $kT–T$ до kT, причем эта аппроксимация будет экстраполироваться путем разложения в ряд Тейлора на следующем интервале. Чтобы избежать численного дифференцирования в процедуре прогноза, при разложении в ряд Тейлора должны использоваться аналитические выражения для производных аппроксимирующего полинома в момент $t=kT$ [1]. С учетом свойств ошибок для такой аппроксимации предпочтительнее использовать полиномы Чебышева, как упоминалось в разд. 5.6 данной книги, где также обсуждался вопрос о выборе наилучшего полинома [5]. Для прогноза, как показано ниже в гл. 12, можно использовать также более сложные процедуры, однако такое усложнение обычно сопровождается увеличением продолжительности процедуры. Отметим, что прогноз необходим на интервале T (т.е. до момента $t+T$, где t – текущее время), равном периоду, на котором можно получить данные измерений для прогноза, так как новые входные воздействия подаются в моменты времени $t=T,\ 2T,\ \ldots,$ тем самым нарушая стационарность выхода через каждые T секунд. (Дальнейшее обсуждение задач прогноза проводится в гл. 12.)

Рассмотренный метод прогноза применим к совместным процедурам идентификации и управления в реальном масштабе времени, так как вход $u(kT)$, который вычисляется с целью минимизации J_{k+1} в уравнении (10.4), также используется для идентификации вектора q на k-м интервале в соответствии с уравнением (10.3). Вектор q этого интервала последовательно используется на следующем интервале управления для формирования необходимого управления $\Delta u(\kappa T+T)$, которое минимизирует J_{k+1} и т. д.

Литературы

1. Гроп Д. Методы идентификации систем. -М.: Изд-во «Мир», 1979.

2. Методы классической и современной теории автоматического управления / Под ред. К.А.Пупкова. ТОМ I-IV. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004.

3. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. -М.: Наука, 1991. - 432 с.

4. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления, Издательство «Мир», -М.: 1979. -683 с.

5. Сейдж Э.П., Мелса Д.Ж.Л. Идентификация систем управления. Изд-во «Наука», М.: 1974. -480 с.

6. Игамбердиев Х.З. Регулярная идентификация динамических систем. ТашПИ им. А.Р. Беруни. - Т.: Фан, 1987. - 120 с.

7. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. -М.: Наука, 1987. - 712 с.

8. Игамбердиев Х.З. Идентификация моделей многомерных систем: Учеб. пособие. –Т., 1985. - 81 с.

9. Огарков М.А. Методы статистического оценивания параметров случайных процессов. М.: Энергоатомиздат, 1990. - 208 с.