

O'ZBEKISTON RESPUBLIKASI OLIY VA O'RTA MAXSUS  
TA'LIM VAZIRLIGI

ABU RAYHON BERUNIY NOMIDAGI  
TOSHKENT DAVLAT TEXNIKA UNIVERSITETI

---

**ABDULLAYEV F.S., MAHKAMOV Q.X.**

**Metallarni bosim bilan  
ishlash nazariyasi asoslari**

Toshkent 2004

UDK 621.73.073

Abdullayev F.S., Mahkamov Q.X. Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi asoslari. Toshkent: ToshDTU, 2004. -216 b.

Darslikda metallarni bosim bilan ishlash nazariyasining asoslari 5520600 – «Mashinasozlik texnologiyasi, mashinasozlik ishlab chiqarish jihozlari va ularni avtomatlashtirish» yo'nalishi bakalavrlarining o'quv dasturi hajmida bayon etilgan.

O'zbekiston Respublikasi Oliy va o'rta maxsus ta'lim vazirligining muvofiqlashtiruvchi Kengashi bakalavrlar uchun darslik sifatida nashr etishga tavsiya etgan.

Taqrizchilar:

T.f.n., dotsent Zoirov E.U., t.f.d., professor Kalamazov R.U. (ToshDTU)

Texnika fanlari doktori, professor Mehridinov R. (O'zbekiston qiyin eruvchi va o'tga chidamli materiallar kombinati)

© Toshkent davlat texnika universiteti, 2004

## **KIRISH.**

Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi amaliy muhandislik fani bo'lib, uning vazifasi metallarni bosim bilan ishlash jarayonlarini ratsional qurish va tahlil qilishning umumiy prinsiplarini ishlab chiqish hisoblanadi. Bunda metallarga bosim bilan ishlov berish faqat xomaki mahsulot, ko'pincha talab qilingan shakldagi tayyor detallar ham olishni ta'minlash emas, balki metallarda sifat o'zgarishlarini ham keltirib chiqarishini hisobga olish lozim.

Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi bunday ishlov berish texnologiyasining ilmiy asosi bo'lishi kerak.

Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi quyidagilarni ko'rib chiqadi va o'rganadi:

1. Operatsiyalari soni eng kam bo'lgan, ya'ni eng samarador texnologik jarayonlar yaratish maqsadida turli operatsiyalarda metallning eng katta shakl o'zgarishlari imkoniyati ta'minlanadigan sharoitlar.

2. Xomaki mahsulot va detallarning eng yaxshi foydalanish tavsiflari olish maqsadida bosim bilan ishlov berishni metallning mexanik va fizikaviy xossalari ta'siri.

3. Dastlabki xomaki mahsulotni yoki bosim bilan ishlov berishdan keyin olinadigan detallarni o'lchamlari va shakllari orasidagi eng qulay nisbatlarni qidirib topish, xususan mahsulot sifatini oshirish va metall sarfini kamaytirish maqsadida xomaki mahsulotning turli operatsiyalarda shakl o'zgarishlari xarakteri.

4. Bosim bilan ishlov berish operatsiyalarida metallning plastik deformatsiyalarga qarshiligi, ya'ni jihozlarni to'g'ri tanlash va ishchi asboblarni mustahkamlikka hisoblash maqsadida kuchlanishlarni, bu operatsiyalarni amalga oshirish uchun kerakli kuchlarni va ishlarni taqsimlanishi.

Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi uchun asosiy poydevor bo'lib, reologiya, ya'ni moddalarning oqishi to'g'risidagi fanning bo'limi bo'lgan, metallarning plastik deformatsiyasi haqidagi fan hisoblanadi.

Metallning plastik deformatsiyalari haqidagi fan quyidagi, metallarga bosim bilan ishlov berish nazariyasi uchun birdek muhim ahamiyatga ega bo'lgan o'zaro bog'liq uchta asosiy yo'nalishlarda birgalikda rivojlanmoqda:

1. Metallning plastik deformatsiyasi jarayoni fizikasi. Bu yo'nalish metallning plastik shakl o'zgarishi mexanizmini tajribada va nazariy o'rganadi, turli omillarning, asosan temperaturani, deformatsiya tezligi va kuchlanganlik holatining turini bu jarayonga ta'sirini belgilaydi, demak, metall elastik holatdan plastik holatga o'tish shartlarini belgilaydi.

2. Plastik deformatsiyani metallning kimyoviy tarkibi va fazaviy holati bilan bog'lanishini ko'rib chiqadigan deformatsiya jarayonining fizikaviy kimyosi.

3. Kuchlangan va deformatsiyalangan holatlarni, plastik deformatsiyalanuvchi jismda kuchlanishlarning kattaligi va taqsimlanishi masalalarini matematik ishlab chiquvchi, jismni plastik holatga o'tish shartlarini tahlil etuvchi plastik deformatsiya mexanikasi.

Plastik deformatsiya nazariyasi nisbatan yosh fan hisoblanadi. Uning jadal rivojlanishini boshlanishi yaqin yuz yillikka tegishli. Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi yanada yangi hisoblanadi. Uni ishlab chiqish faqat asrimizning 30-yillarida, bunday ishlov berishning sanoatdagi ahamiyati keskin o'sishi munosabati bilan boshlandi.

Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi ko'plab zamonamiz olimlari mehnati bilan yaratildi. Ular orasidan S.I.Gubkin, E.P.Unksov, G.A. Smirnov-Alyayev, N.I. Korneev, I.M. Pavlov va boshqalar bu nazariyaning alohida boshqa ko'plab bo'limlari va masalalarini ishlab chiqqanlar: L.A. Shofman, A.D. Tomlenov, K.N. Shevchenko, I.A. Noritsin, M.V. Storoyev, E.A. Popov va A.G. Ovchinnikovlarni birinchi navbatda eslab o'tish lozim. O'zbekistonda fanning bu tarmog'ini rivojlanishi va joriy qilinishiga M.T.O'rozboev va boshqalar o'z hissalarini qo'shganlar.

Bu ishlarning ahamiyati beqiyosdir. Ular texnologik jarayonlarni ijodiy va tushungan holda takomillashtirish,

sanoatimiz texnikasini yanada baland pog'onalarga ko'tarish imkoniyatini beruvchi muhandislik fani sifatida metallarga bosim bilan ishlov berish texnologiyasi ilmiy asosini yaratishni ta'minladilar.

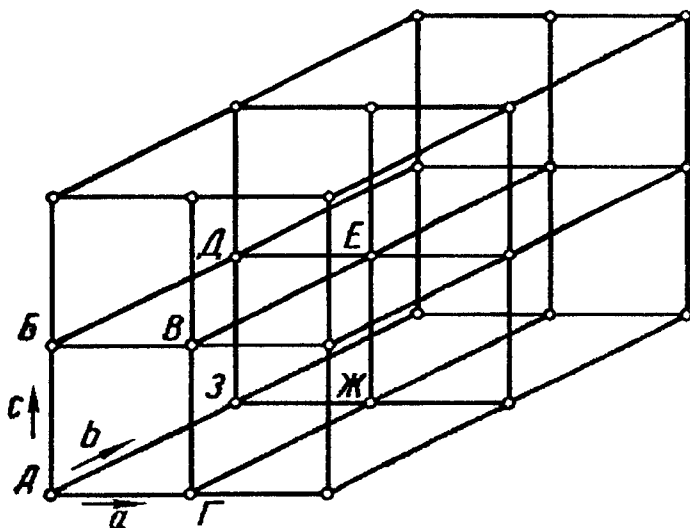
Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi bo'yicha ko'p sonli adabiyotlar mavjud. Ularda ko'plab alohida olimlar ham, ilmiy tadqiqot institutlari jamoalari va texnika o'quv muassasalari ham bajargan nazariy va tajriba ishlari ifodalangan.

Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasining sanoatdagi ahamiyati, temirchilik-press ishlab chiqarishni uzluksiz oshib borayotgan qiymatini nazarda tutsak, tinmay oshib bormoqda.

## 1-bob. PLASTIK DEFORMATSIYANING TABIATI.

### 1.1. Metallarning tuzilishi.

Barcha metall va qotishmalar kristall tuzilishga ega. Kristall tuzilish umuman atomlarning fazoda qonuniyatli va davriy joylashuvi bilan ajralib turadi. Bunda har bir atom qo'shnilari bilan bir hil joylashgan bo'ladi. Kristallarning rentgenogrammalari ko'rsatishicha, ularda atomlar to'g'ri chiziq va tekisliklar bo'yicha joylashadi va nafaqat atomlarning fazoda o'zaro joylashishini ochib berishni, balki ular orasidagi angstremlarda o'lchanadigan masofani ( $1\text{A}^0=1\cdot 10^{-8}\text{sm}$ ) ham aniqlashga imkon beradi.



1- rasm. Kristall panjaraning ramziy tasviri.

Atomlarning tekisliklar va to'g'ri chiziqlar bo'yicha qonuniyat bilan joylashishi natijasida, kristallning tuzilishini uch o'lchovli to'g'ri chiziqlardan iborat to'r ko'rinishida tasavvur qi-

lish mumkin. Ularning kesishish nuqtalarida (tugunlarida) atomlar joylashgan. Bu 1 - rasmda ramziy ko'rsatilgan.

Bunday to'rni bir hil kattalikdagi umumiy tegib turuvchi qirralarga ega geometrik ko'pburchaklardan (parallelopipedlar, prizmalar va hokazo) tashkil topgan deb hisoblash mumkin. Bu to'rning har qanday ko'pqirradi, masalan ABVGDEJZ parallelepiped (agar to'r parallelepipedlardan tashkil topgan bo'lsa) berilgan to'rning har qanday boshqa parallelepipedi bilan uch yo'nalishdan (a;b;c) har biri bo'ylab belgilangan masofaga ko'chirish yo'li bilan to'liq almashtirilishi mumkin ekanligini payqash qiyin emas.

Uchta kristallografik yo'nalishlarda uzluksiz ko'chirishlar yo'li bilan barcha fazoviy to'rni qurish mumkin bo'lgan eng kichik ko'pqirra, kristall panjaraning elementar katakchasi deb ataladi.

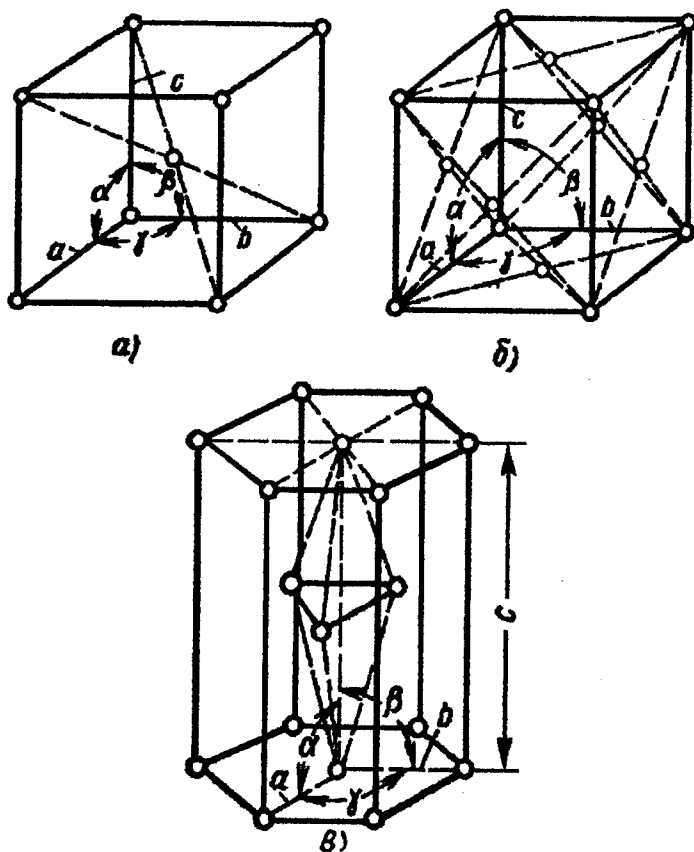
Uch o'lchovli fazoda joylashgan, qirralari bilan birlashgan elementar katakchalarning yig'indisi fazoviy panjara deb ataladi. Ushbu katakcha atomlarini qo'shni katakcha atomlari bilan to'liq mos tushishi uchun zarur bo'lgan, elementar katakchanning eng kichik surilish kattaligini aniqlovchi (a,b,c) kesmalar uzunligi, panjara parametrlari yoki qaytarilish davrlari deb ataladi.

Atomlarning katakchada o'zaro joylashishi atomlarning ushbu fazoviy panjarada joylashuvini to'liq aniqlaydi.

Kristallarning atomlar faqat panjara tugunlarida (faqat asosiy elementar katakchanning uchlarida) joylashgan oddiy fazoviy panjaralari va asosiy elementar katakchanning ichida aynan bir xil joylarda ham atomlar joylashgan murakkab fazoviy panjaralarini farqlaydilar.

Kristallar yoki kristallarning fazoviy panjarasi tuzilishini bayon etish uchun odatda koordinat tizimi tanlab olinadi. Uning o'qlari bo'lib, bir nuqtadan (panjara tugunidan) o'tuvchi, kristallning asosiy tugun chiziqlari bilan mos tushuvchi uchta to'g'ri chiziq, (masalan 1-rasmdagi a,b,c vektorlar bilan yo'nalishi mos tushuvchi to'g'ri chiziqlar), xizmat qiladi. Bunda kristallografik tizim o'qlarini kristallning simmetriyasiga mos ravishda tanlab olinadi. Kristallografik o'qlar tizimida fazoviy panjaraning elementar katakchasi shakli kristallografik o'qlar orasidagi uchta koordinat burchagi  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  va panjaraning uchta parametri a, b, c yordamida ifodalanishi mumkin.

Metallar fazoviy kristall panjarasining asosiy elementar katakchalarini namunaviy shakllari 2 - rasmda keltirilgan.



2-rasm. Kristall panjaraning elementar katakchalari.

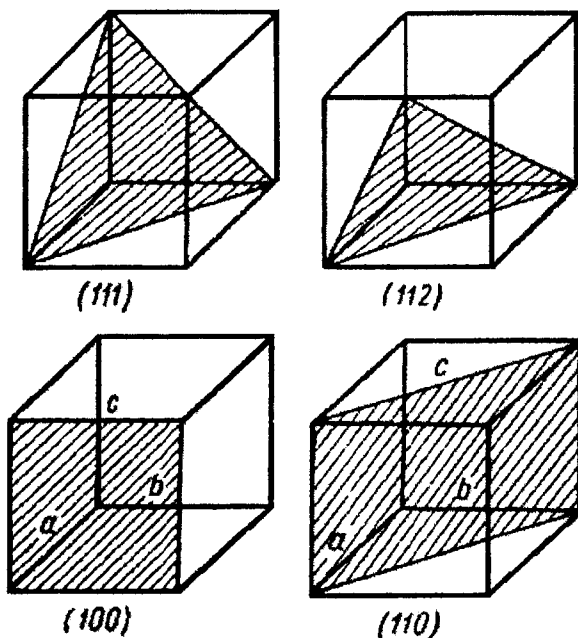
Kubsimon panjaralar (2-rasm, a va b)  $\alpha = \beta = \gamma$  burchaklar tengligi va  $a = b = c$  panjara parametrlarining o'zaro tengligi bilan ajralib turadi. Agar kubsimon panjarada elementar katakcha kubining uchlarida joylashgan atomlardan boshqa, kub markazida joylashgan atom ham bo'lsa, unda bunday panjara hajmiy markazlashtirilgan kubsimon deb ataladi. Kub tomonlarining markazida joylashgan atomlarga ega bo'lgan kubsimon panjara



tomonlari markazlashtirilgan kubsimon deb ataladi. Geksagonal panjaraning elementar katakchasi (2 - rasm, v)  $\alpha = \beta = 90^\circ$  va  $\gamma = 120^\circ$  burchaklar qiymati va panjaraning faqat ikkita parametrini o'zaro tengligi  $a = b \neq c$  bilan ajralib turadi.

Panjaralarning keltirilgan uch turi ko'plab metallarga taalluqlidir.

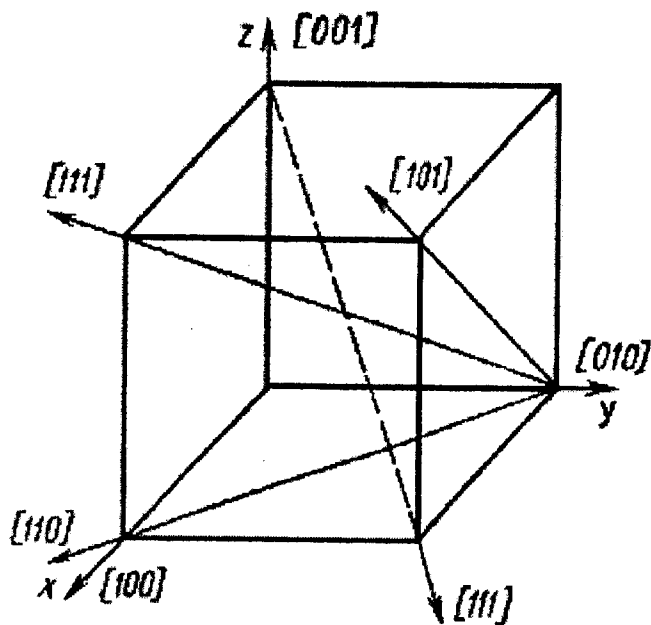
Hajmiy markazlashtirilgan kubsimon katakchali panjaraga masalan, metallar:  $\alpha$ - va  $\beta$ - temir, litiy, vanadiy, volfram, molibden, xrom, tantal egadir; alyuminiy,  $\gamma$ - temir, oltin, mis, nikel, platina, qo'rg'oshin, kumush metallari tomonlari markazlashtirilgan kubsimon katakchali panjaraga ega; geksagonal zich joylangan katakchali (ya'ni, prizmaning ichida uchta atomga ega bo'lgan, 2-rasm, v) panjara magniy, rux, beriliy, kadmiy, kobalt,  $\alpha$  - titan metallarida bo'ladi.



3-rasm. Kubsimon katakchada o'tkazilgan tekisliklarning belgilanishi.

Fazoviy panjaraning elementar katakchalarida (demak, fazoviy panjaraning o'zida ham) o'tkazish mumkin bo'lgan tekisliklarni aniqlash uchun, shuningdek, kristallografik yo'nalishlarni aniqlash uchun kristallografiyada indekslash tizimi qabul qilingan. Bu tizim bo'yicha kubsimon panjara tekisliklarini indekslash yumaloq qavsga olingan uchta raqam bilan amalga oshiriladi. Bu raqamlar koordinat o'qlarida tekislik bilan kesilgan kesmalar kattaligiga o'zaro teskari proporsional uchta oddiy sonlardan iborat bo'ladi. Bunda kesmalarning o'lchov birligi sifatida panjara parametrlari qabul qilinadi.

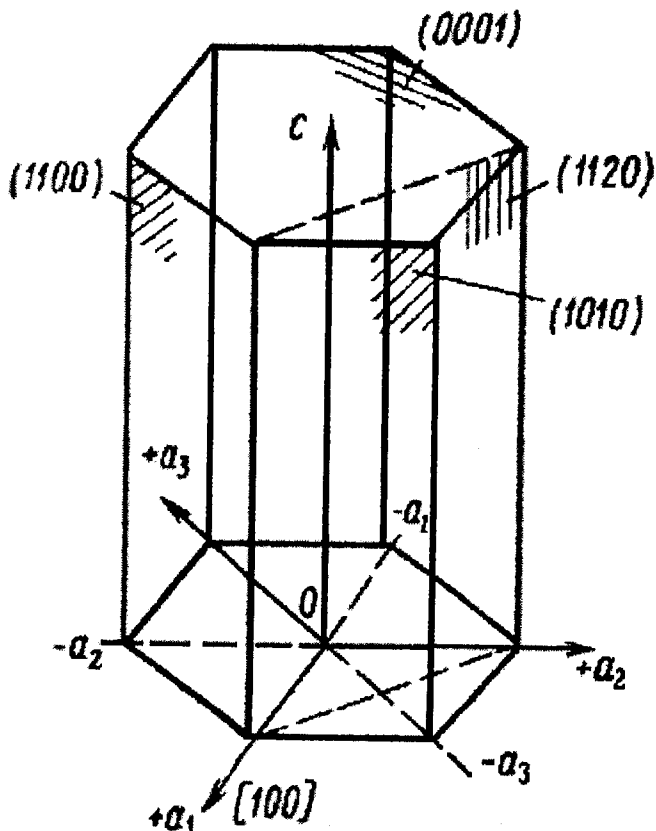
3 - rasmda elementar kubsimon katakchada o'tkazilgan ba'zi tekisliklar bu tekisliklarning belgilanishi bilan birga keltirilgan.



4-rasm. Kubsimon katakchadagi belgilanishlar.

Geksagonal elementar katakchada indekslash ko'rilayotgan tekislik bilan to'rtta kristallografik o'qda kesilgan kesmalarning

kattaligiga teskari olib boriladi. Bu o'qlardan uchtasi olti yoqli prizmaning (bazis tekisligi deb ataluvchi) asosi tekisligida yotadi.



5-rasm. Geksagonal katakchadagi belgilanishlar.

### 1.2. Plastik deformatsiya haqida tushuncha

Metallning qandaydir hajmiga qo'yilgan tashqi kuchlar tizimi uni deformatsiyasini keltirib chiqaradi. Elastik va plastik deformatsiyalar bo'ladi. Agar tashqi kuchlar olingandan so'ng

deformatsiyalangan jism o'zining dastlabki shakl va o'lchamlarini to'liq tiklasa, bunday deformatsiya elastik deb ataladi. Agar tashqi kuchlar keltirib chiqargan jismning shakli va o'lchamlarining o'zgarishi, bu kuchlar olingandan so'ng o'z holida qolsa, bunday deformatsiyani plastik yoki qoldiq (qaytmas) deb ataladi.

Metallarga bosim bilan ishlov berish usulida detallarni olish xomaki mahsulotni plastik deformatsiyalashga asoslangan. Plastik deformatsiya xomaki mahsulotni buzmasdan turib, uning alohida hajmlarini nisbiy siljitish yo'li bilan detalning berilgan shaklini olishga imkon beribgina qolmay, balki xomaki mahsulot materialining mexanik va fizik-kimyoviy xossalariga ham ta'sir ko'rsatadi.

Elastik deformatsiya metallda atomlarning turg'un muvozanat holatidan chetlatish hisobiga ro'y beradi va potensial energiyaning minimum bo'lishi bilan ajralib turadi. Bu chetlanishning kattaligi qo'shni atomlar orasidagi masofadan oshmaydi. Elastik deformatsiya atomlararo masofani o'zgarishi natijasida qaytadigan hajm o'zgarishlarini keltirib chiqaradi. Hajmning qaytadigan o'zgarishi, masalan, 10 MPa bosim bilan har tomonlama siqilishda po'lat uchun ~ 0,6 %, mis uchun 1,3 % ni tashkil etadi.

Atomlarni turg'un muvozanat holatidan chetlanishi jismda to'plangan potensial energiyani oshiradi va belgilangan chegaralargacha chetlanish kattaligi deformatsiyalovchi kuchlar oshishiga proporsional ortib boradi. Har qanday sharoitlarda ham tashqi kuchlarning jismga ta'siri, atomlarni eng kam potensial energiyali holatga qaytarishga intiluvchi, atomlararo kuchlarning qarshi ta'siri bilan muvozanatlashadi.

Plastik deformatsiya atomlarni yangi turg'un muvozanat holatlarga, kristall panjaradagi atomlar orasidagi masofadan ancha katta bo'lgan nisbiy siljishi hisobiga amalga oshadi. Plastik deformatsiyalashda jismga qo'yilgan kuchlar keltirib chiqargan umumiy deformatsiya plastik tashkil etuvchini ham, shu qatorda deformatsiyalovchi kuchlar olingandan so'ng yo'qoladigan elastik tashkil etuvchini ham o'z ichiga oladi.

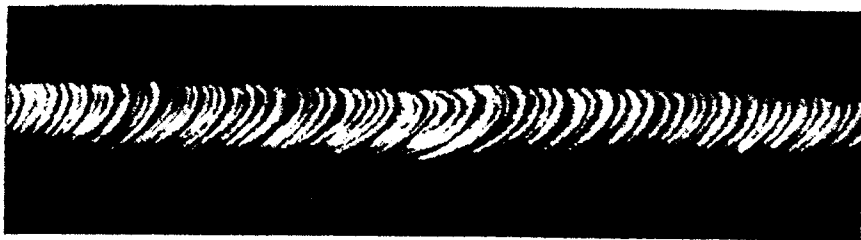
### 1.3. Monokristallning sovuq plastik deformatsiyasi mexanizmi.

Monokristallning plastik deformatsiyasi asosan ikki yo'l: sirpanish va qiyofadoshlanish bilan bo'lishi mumkin.

**Sirpanish** kristallning yupqa qatlamlarini yonidagilarga nisbatan parallel siljishdan iborat bo'ladi. Harakat qator tekisliklarni yoki oralig'ida plastik deformatsiya elementlari bo'lmagan juda yupqa qatlamlarni (sirpanish yo'llarini) qamrab oladi.

Sirpanish yo'llari bir-biridan o'rtacha 1 mkm atrofidagi masofada ketma-ket saflanadi, bu vaqtda qo'shni atom tekisliklari orasidagi masofa esa  $10^4$  mkm raqami bilan ifodalanishi tajriba yo'li bilan aniqlangan.

Monokristallning sirpanish yo'li bilan deformatsiyalanishi 6 - rasmda keltirilgan mis va alyuminiy qotishmasi monokristallini cho'zilishga uchragan namunasi fotosuratidan yaqqol ko'rinib turibdi.



6-rasm. Monokristallning sirpanish yo'li bilan deformatsiyalanishi.

Monokristalllarda sirpanish aniq kristallografik tekisliklar bo'yicha ro'y beradi. Bularni sirpanish tekisliklari deyiladi. Odatda atomlar joylashuvining eng katta zichligiga ega tekisliklar sirpanish tekisliklari bo'lib hisoblanadi, atomlararo masofalar minimal kattalikka ega bo'lgan yo'nalishlar esa sirpanish yo'nalishi bo'lib hisoblanadi. Masalan, yon tomoni markazlashgan kubsimon kristall panjarali metallarda odatda (111) turidagi oktaedr tekisliklari sirpanish tekisliklari hisoblanadi, (101) turidagi yo'nalish esa sirpanish yo'nalishi bo'lib hisoblanadi.

Geksagonal kristall panjarali metallarda odatda sirpanish tekisligi bo'lib (0001) turdagi bazis tekisligi, sirpanish yo'nalishi

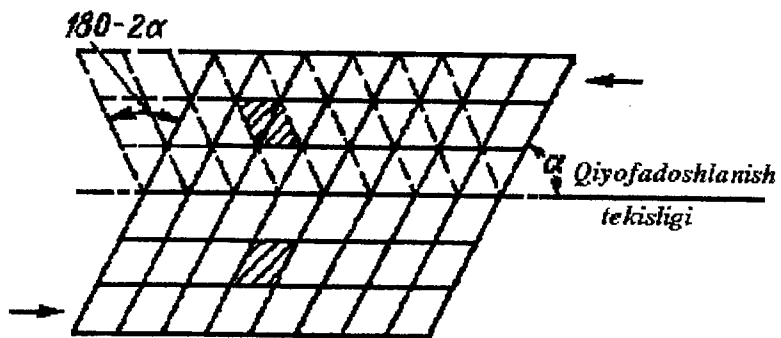
bo'lib esa, oltiburchakning diagonaliga mos tushadigan (100) turdagi (bu katakchanning asosi) yo'nalish hisoblanadi.

Atomlarning qandaydir kristallik tekisliklari bo'yicha siljishi mumkinligiga temperatura ancha sezilarli ta'sir ko'rsatadi. Temperaturaning oshishi qator hollarda shunga olib keladiki, bunda sirpanish jarayoni, xona temperaturasida sirpanish bo'ladigan tekisliklardan farqli, boshqa tekisliklar bo'yicha amalga oshishi mumkin. Masalan, geksagonal zich joylashgan panjarali metallarda xona temperaturasida bitta sirpanish tekisligi - (0001) bazis tekisligi bo'ladi,  $200^{\circ}$  dan oshiq temperaturada esa qo'shimcha (1011) yoki (1012) turidagi tekisliklar bo'yicha sirpanish imkoniyati paydo bo'ladi.

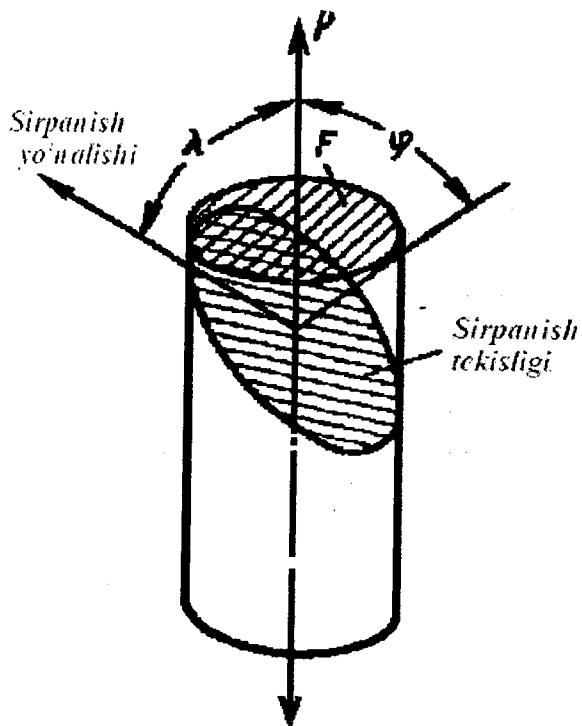
**Qiyofadoshlanish** «qiyofadoshlanish tekisligiga» parallel tekisliklarda joylashgan atomlarning ma'lum masofaga siljishidan iborat bo'lib, bu masofa tekisliklarning qiyofadoshlanish tekisligigacha bo'lgan masofasiga proporsional bo'ladi. 7 - rasmda deformatsiya natijasida hosil bo'lgan qiyofadosh punktir chiziq bilan ko'rsatilgan. Bunda kristall panjara qirralari, dastavval qiyofadoshlanish tekisligiga  $\alpha < 90^{\circ}$  burchak ostida bo'lgan bo'lsa,  $180^{\circ} - 2\alpha$  ga teng burchakka buriladi.

Qiyofadoshlanish orqali deformatsiya olgan kristall bo'lagining panjarasi, kristallning deformatsiyaga uchramagan qismi panjarasini qiyofadoshlanish tekisligiga nisbatan oynadagi tasviri (qiyofadoshi) bo'ladi. Qiyofadoshlanish statik yuklanishda nisbatan kam, zarb bilan deformatsiyalanishda ancha tez-tez kuzatiladi. Qiyofadoshlanish nafaqat deformatsiyalanuvchi jismga tashqi kuchlarning ta'siri natijasida, balki plastik deformatsiyadan so'ng otjig (bo'shatish) natijasida ham paydo bo'lishi mumkin. Bunday hodisa, xususan, misda, latun (jez) va ba'zi boshqa, kubsimon yon tomoni markazlashtirilgan panjarali metallarda kuzatiladi. Qiyofadoshlanish sirpanib deformatsiyalanish bilan birga kelishi mumkin. Sirpanish bilan deformatsiyalanishda qiyofadoshlanish deformatsiyalash uchun zarur bo'lgan kuchni keskin kamaytiradi.

Ishlov beriladigan metallarning plastik deformatsiya jarayoni asosan sirpanish hisobiga amalga oshiriladi.



7-rasm. Deformatsiya natijasida hosil bo'lgan qiyofadosh.

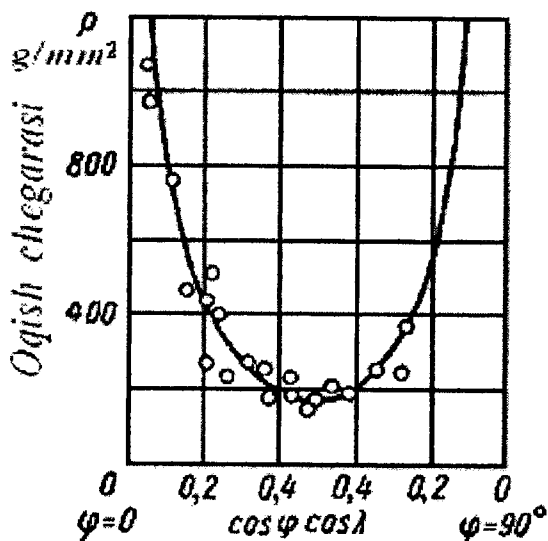


8-rasm. Monokristallning R kuch ta'sirida cho'zilishi

Berilgan metallni sirpanish bilan plastik deformatsiyasi boshlanishi uchun zarur bo'lgan siljituvchi (urinma) kuchlanishlar, berilgan temperatura va deformatsiya tezligida, jismga ta'sir ko'rsatayotgan kuchlarga nisbatan sirpanish tekisliklar yo'nalishiga bog'liq bo'lmagan doimiy kattalik ekanligi ko'p sonli tadqiqotlarda ko'rsatilgan. Agar ko'ndalang kesim yuzasi  $F$  bo'lgan monokristall namunani  $R$  kuch bilan cho'zilsa, bunda sirpanish tekisligiga normal (tik chiziq) ta'sir etayotgan kuchlar yo'nalishi tomoniga  $\varphi$  burchak ostida, sirpanish yo'nalishiga esa  $\lambda$  burchak ostida qiylangan bo'lsa (8 -rasm), u holda siljituvchi kuchlanish  $\tau$  kattaligi ushbu formula bo'yicha topilishi mumkin:

$$\tau = \left( \frac{P}{F} \right) \cos \varphi \cos \lambda \quad (1.1)$$

bu yerda:  $\frac{F}{\cos \varphi}$  - namunaning sirpanish tekisligi bo'yicha maydoni.



9-rasm. O'zgarmas  $\tau$  qiymatlarida oqish chegarasining  $\cos \varphi \cos \lambda$  ga bog'liqligi



9-rasmda (1.1) formula bo'yicha  $\tau = \text{const}$  bo'lganda hisoblab hosil qilingan  $\frac{P}{F} = f(\cos \varphi \cos \lambda)$  bog'lanish keltirilgan. Nuqtalar bilan tajriba natijalari ko'rsatilgan. Keltirilgan ma'lumotlar tajribalar aniqligi chegaralarida, o'zgarmas temperatura va deformatsiya tezliklari uchun, sirpanish boshlanishiga mos keluvchi siljituvchi kuchlanish kattaligi dcimiy va sirpanish tekisligini ta'sir etuvchi kuchlar yo'nalishi tomon og'ish burchagiga bog'liq ekanini tasdiqlaydi.

Bu ma'lumotlar har bir metallning monokristalli uchun oquvchanlik chegarasi kattaligini (plastik deformatsiya boshlanishiga mos keluvchi  $\sigma = \frac{P}{F}$  normal kuchlanishni), kuchlar ta'siri yo'nalishiga nisbatan  $\varphi = \lambda = 45^\circ$  burchaklarda minimumga ega bo'lib, sirpanish tekisliklarining qanday yo'nalganligiga sezilarli bog'liqligini ko'rsatadi.

Xuddi shunday tajribalar bilan plastik deformatsiya kattalashgan sari namunani keyingi deformatsiyalanishi uchun zarur bo'lgan siljituvchi kuchlanish  $\tau$  oshib borishi ko'rsatilgan.

Ko'p sonli tadqiqotlar bilan sirpanish jarayoni bitta tekislikdagi barcha atomlarning qo'shni atomlarga nisbatan bir vaqtdagi siljishi sifatida qaralishi mumkin emasligi ko'rsatilgan.

Zamonaviy tushunchalar bo'yicha sirpanish jarayoni atomlarning alohida guruhlarini ketma-ket siljitish yo'li bilan amalga oshiriladi. Deformatsiya jarayonida atomlarning parallel kristallografik tekisliklarda joylashgan faqat bir qisminigina nisbiy siljishi mumkinligi metallda to'g'ri kristall tuzilishning buzilishi borligi bilan izohlanadi. Haqiqiy monokristall va donachalar mozaik tuzilishga ega, ya'ni o'lchami  $10^{-4} - 10^{-6}$  sm atrofida bo'lgan bloklardan iborat, shuningdek, har bir blok mukammal kristall (to'g'ri kristall tuzilishga ega) ekanligi, qo'shni bloklar bir-biriga nisbatan  $10' - 20'$  atrofida burchakka burilganligi tajribalarda isbotlangan. Bunday bloklar mozaika bloklari deb ataladi. Bundan tashqari haqiqiy monokristall va donachalarda kristall tuzilishi to'g'riligining mahalliy buzilishi mavjud bo'lib, bunda panjaraning alohida tugunlarida atomlar bo'lmaydi yoki panjara-ning ba'zi

joylarida «ortiqcha» atomlar bo'ladi. Haqiqiy kristall tuzilishidagi to'g'rilikning bunday buzilishi, ko'rinib turibdiki, kristallanish jarayonining mukammal emasligini natijasi bo'ladi.

Kristall tuzilishining to'g'riligini buzilishi kristall panjaraning alohida joylarida deformatsiyalanmagan metallda atomlar eng kam potensial energiyali turg'un muvozanat holatidan siljigan bo'lishiga olib keladi. Bunday siljishlarning mavjudligi shunga olib keladiki, atomlarning alohida guruhlarini yangi turg'un holatlarga surilishi uchun, bunday surilishlar bo'lmagandagiga qaraganda, kamroq suruvchi kuchlanishlar talab qilinishi mumkin.

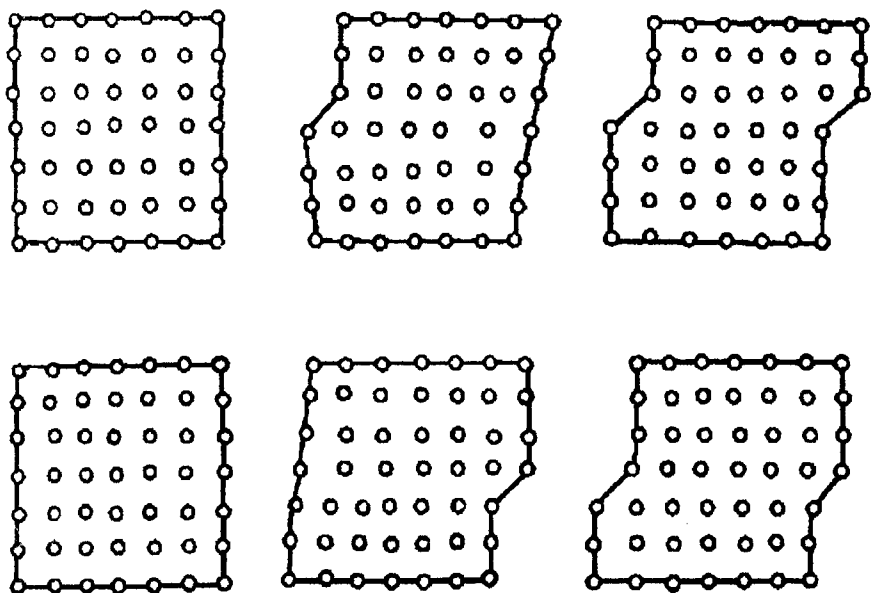
Hozirgi vaqtda fazoviy panjaraning, dislokatsiya deb ataluvchi alohida nomukammalliklarini sirpanish tekisligida sirpanib surilish jarayonini tushuntiruvchi taxmin keng tarqalgan. Dislokatsiya deb kristall panjaraning mahalliy buzilishi (qiyshayishi)ga aytiladi. Unda qo'shni parallel tekisliklarda atomlar sonidagi farq oqibatida atomlarning sirpanish tekisligidan bir tomonda joylashgan qismi kichiklashgan atomlararo masofaga ega bo'ladi (siqilgan), sirpanish tekisligining qarshi tomonida joylashgan atomlarning boshqa qismi esa kattalashgan (cho'zilgan) atomlararo masofaga ega bo'ladi. Shartli ravishda kristallning sirpanish tekisligi tepasida joylashgan qismida atomlararo masofa kichiklashgan musbat dislokatsiyalar va kristallning sirpanish tekisligidan pastda joylashgan qismida atomlararo masofa kichiklashgan manfiy dislokatsiyalarni farqlaydilar.

10-rasmda kristallik panjarada musbat va manfiy dislokatsiyalarni sirpanish tekisligi bo'ylab surilishi natijasida bitta atomlararo masofaga sirpanish sxema tarzida ko'rsatilgan.

Dislokatsiyalarni surish uchun kerakli siljituvchi kuchlanish kattaligi, berilgan tekislikdagi hamma atomlarni bir vaqtda siljitish uchun kerak bo'lganidan ko'plab marta kam. Shunday qilib, tashqi kuchlarning ta'siri ostida sirpanish birinchi navbatda kristall tuzilishining dastlabki nomukammalligi - dislokatsiyalarga ega bo'lgan tekisliklarda hosil bo'ladi. Dislokatsiyalar soni plastik deformatsiya jarayonida oshadi deb taxmin qilinadi.

Kristallik tuzilishining to'g'riligi buzilishi oqibatida dislokatsiyalar atrofida kuch maydoni bo'ladi. Dislokatsiyalar orasidagi masofa nisbatan kam bo'lgan hollarda kuch maydonlari o'zaro ta'sir ko'rsatadi. Bir ishorali dislokatsiyalar itariladi, turli ishoralilari esa tortishadi. Qandaydir darajagacha plastik

deformatsiya jarayonida siljitivchi kuchlanishning oshishi deformatsiya vaqtida bir xil ishorali dislokatsiyalar sonini ko'payishining oqibati bo'lishi mumkin.



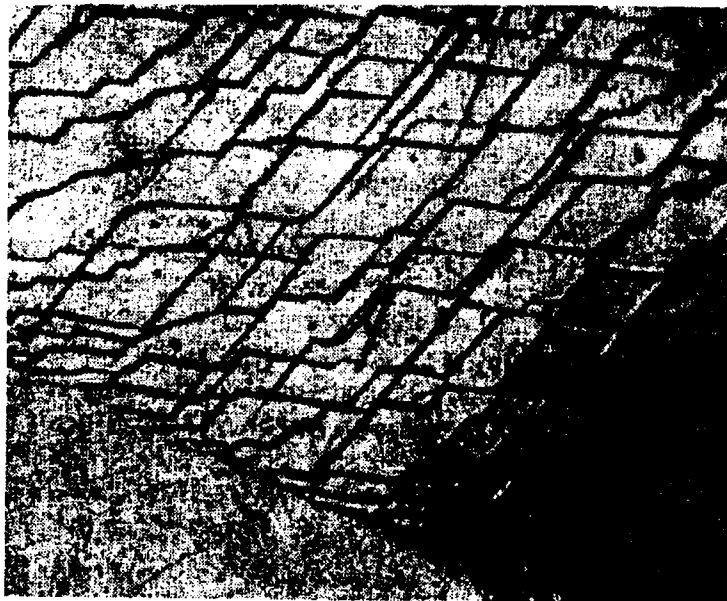
10-rasm. Kristallik panjarada sirpanish sxemalari

Dislokatsiyalar nazariyasi plastik deformatsiya paytida ro'y beradigan ko'plab hodisalarni tushuntirib beradi. Sirpanish mexanizmini tushuntiruvchi boshqa taxminlar ham bor. Masalan, Ya.I.Frenkel va T.A.Kontorova kristall tuzilish to'g'riligida mahalliy buzilishlar bo'lmaganda ham kristall panjara atomlarini bir turg'unlik holatidan boshqasiga asta-sekin o'tish yo'li bilan sirpanish amalga oshishi mumkin deb hisoblaydilar.

Monokristallardagi plastik deformatsiyada sirpanish jarayoni ba'zi bir kristall tuzilishining qo'shimcha o'zgarishlari bilan birgalikda sodir bo'ladi.

Monokristallning plastik deformatsiyasi jarayonida kuzatiladigan sirpanish tekisliklarini davriy fazoviy yuzalarga aylanishini (sirpanish tekisliklarining egilishi), shuningdek, mozaika bloklarining nisbiy burilishini ko'plab tadqiqotchilar qayd etgan.

Bir vaqtda metallning yaxlitligi va alohida bloklarning ichidagi fazoviy panjara buzilmasdan, monokristallning alohida bloklarga yanada yaqqol ko'rinishdagi maydalanishi kuzatiladi (11-rasm). N.F.Lashko plastik deformatsiya jarayonida bloklar paydo bo'lishining sababi kristall alohida qismlarining sirpanish tekisliklarining egilishi bilan bir vaqtda sirpanishiga asoslangan murakkab siljishi deb hisoblaydi.



11-rasm. Monokristallning alohida bloklarga maydalanishi

Sezilarli plastik deformatsiya natijasida monokristall to'g'ri kristall tuzilishga ega va atomlarning sezilarli siljishi oqibatida kristall tuzilish buzilgan sirpanish tekisliklari dastasi bilan chegaralangan alohida bloklarga ajraladi. Shunday qilib, sezilarli plastik deformatsiyalarda monokristall ma'lum donalar sonidan tashkil topgan polikristallga aylanadi.

#### *1.4. Polikristallning sovuq plastik deformatsiyasi*

Polikristall jismning umumiy qoldiq shakl o'zgarishi, uni tashkil etuvchi donachalarning shakli va o'lchamlarini o'zgarishi hamda ularning nisbiy siljishi bilan bo'ladigan plastik deformatsiyadan yig'iladi. Shunga ko'ra polikristallning kristallararo va kristall ichidagi deformatsiyalarini farqlaydilar. Polikristallning alohida donachalari deformatsiyasi, xuddi monokristalldagidek, sirpanish yoki qiyofadoshlanish bilan amalga oshadi. Biroq, polikristallda anchagina donachalar borligi polikristallning plastik deformatsiya jarayonini ba'zi o'ziga xos xususiyatlarini keltirib chiqaradi. Polikristallning alohida donalarida sirpanish tezliklari fazoda betartib yo'nalgan.



12-rasm. Xomaki mahsulot sirtidagi sirpanish chiziq-lari

Alohida donachalarning sirpanish tekisliklarini fazoda turlicha yo'nalganligi shunga olib keladiki, polikristall jismi tashqi kuchlar tizimida yuklanishida deformatsiya boshlanishi hamma donachalarda bir vaqtda bo'lmaydi. Birinchi navbatda plastik deformatsiya sirpanish tekisligiga eng qulay yo'nalgan, ya'ni sirpanish tekisliklari berilgan kuchlar tizimi keltirib chiqaradigan eng katta urinma kuchlanishlarning ta'sir maydonchalari bilan mos tushgan donachalarda paydo bo'ladi. Qolgan donachalar

elastik deformatsiyalanadi va faqat nisbiy siljish olishi mumkin. Chiziqli cho'zilish va siqilishda plastik deformatsiya boshlanishi uchun eng qulay yo'nalish, sirpanish tekisligi tashqi kuch ta'siri yo'nalishiga  $45^{\circ}$  burchak ostida joylashgan donachalarda bo'ladi.

Eng qulay yo'nalgan donachalardagi siljishlarning tashqi ko'rinishi birinchi marta D.K.Chernov tomonidan topilgan va ko'pincha deformatsiyalanayotgan jism sirtida kuzatiladigan sirpanish chiziqlaridir. 12-rasmda qalin metall taxtasidan kesib olingan xomaki mahsulotning oksid pardasi qoplangan sirtida hosil bo'lgan sirpanish chiziqlari ko'rsatilgan. Donachalardagi birinchi siljishlar deformatsiyalanayotgan jismda eng katta urinma kuchlanishlar ta'sir ko'rsatayotgan yo'nalishlarda sodir bo'lgani sababli, polikristall jism yuzasida ko'rinadigan sirpanish chiziqlari, unda qo'yilgan kuchlar keltirib chiqaradigan maksimal siljituvchi kuchlanishlar yo'nalishi haqida xulosa chiqarishga imkon beradi. Deformatsiyalovchi kuchlar oshgan sari, qulay bo'lmagan yo'nalishlardagi sirpanish tekisliklarida ta'sir etayotgan urinma kuchlanishlar plastik deformatsiyalar boshlanishi uchun zarur bo'lgan kattalikka etadi. Deformatsiya polikristallning yanada ko'proq donachalarini qamrab ola boshlaydi. Metallning ko'plab donachalarini plastik deformatsiyaga kirishishiga to'g'ri keladigan chiziqli cho'zilish yoki siqilishdagi normal kuchlanish oquvchanlik chegarasi hisoblanadi.

Polikristall jismning keyingi deformatsiyasi metallning eng jadal oqish yo'nalishida donachalar cho'zilgan shaklni olishiga olib keladi. Plastik deformatsiya natijasida cho'zilgan donachalarning aniqlangan yo'nalganligi mikrostrukturaning yo'l-yo'lligi deb ataladi. Donachalarning eng katta va eng kichik o'rtacha o'lchamlari kattaligi orasidagi nisbat ularning deformatsiyasi kattaligini ko'rsatadi.

Deformatsiya jarayonida donachalar shakli o'zgarishi bilan bir vaqtda alohida donachalarning kristallografik o'qlarini fazoda burilishi ro'y beradi. Plastik deformatsiya ro'y bergani sari alohida donachalarning kristallografik o'qlari yo'nalishlaridagi farq kamayadi, sirpanish tekisliklari esa metallning eng jadal oqish yo'nalishi bilan birlashishga intiladi. Bu shunga olib keladiki, sezilarli deformatsiyada tekstura deb ataluvchi polikristallning kristallografik o'qlarini afzal yo'nalganligi kelib chiqadi.

Teksturaning kelib chiqishi polikristall xossalarini anizotropiyasiga (turli yo'nalishlarda har xil bo'lishiga) olib keladi.

Metallning plastik deformatsiyasi diffuziya hodisasi bilan birga kechishi mumkin. Asosiy metallning donachalari, kristall panjarada joylashgan atomlar atrofida, qo'shni atomlarni minimal potensial energiya holatidan siljishini keltirib chiqaradigan, kuch maydoni hosil qiladi. Bu kuch maydoni dislokatsiyalarning kuch maydonlari bilan o'zaro ta'sirlashishi mumkin. Bunday o'zaro ta'sir natijasida erigan element atomlari aralashmalari yig'iladi yoki dislokatsiya sohasidan surib chiqariladi.

Shunday qilib, aralashma atomlarning deformatsiyalanayotgan donachalarda kuchlanish gradienti yo'nalishida yo'naltirilgan harakatlanishi (siljishi) hosil qilinadi. «Diffuzion plastik deformatsiya» deb atalgan bu hodisa G.V.Kurdyumov, S.T.Konobeevskiy, I.A.Oding va boshqalar tomonidan tadqiqot qilingan.

Diffuzion plastiklik hodisasi, xuddi sirpanish kabi, dislokatsiyalar surilishi natijasida hosil bo'ladigan, donachalarning o'lchami va shaklini qoldiq o'zgarishlariga olib kelishi mumkin.

Diffuzion plastiklik mexanizmi donachalarning chekka qatlamlarida va mozaika bloklari chegarasida juda kuchli namoyon bo'ladi. Bu mexanizm sirpanishga yo'ldosh bo'ladi. Uning ahamiyati qizdirib deformatsiyalashda ortadi. Yuqorida yozilgan kristallning ichki deformatsiyasi jarayonlari polikristall metallning shakl o'zgarishlarini keltirib chiqaradigan asosiy jarayonlar bo'lib hisoblanadi. Kristallararo deformatsiya bu ma'noda ancha kam ahamiyatga ega.

Kristallararo deformatsiya ilgari aytilganidek, donachalarning bir-biriga nisbatan nisbiy surilishida ifodalanadi. Bunda polikristallning kristallni ichki va kristallararo deformatsiyalari orasidagi nisbatga donalar ichidagi va ularning chegaralaridagi metall xossalarining farqi ta'sir ko'rsatadi.

Donachalar chegarasida o'tish qatlami mavjud bo'lib, undagi atomlarning joylashish qonuniyati keskin buziladi. Atomlarning donachalar chegara qatlamlarida qonuniyat bilan joylashishini bo'lmasligi qo'shni donachalar atomlari o'zaro ta'siri ular shaklining noto'g'riligi va donachalar uning suyuq holdan kristallanishda o'zaro «zo'rlab bosilishi»ning natijasi hisoblanadi.

Bundan tashqari, suyuq metallning qotishida donachalar chegaralari bo'ylab erimaydigan qo'shimchalar yig'iladi. Shunday

qilib, donachalarning chegara qatlamlari fizika-kimyoviy xossalari bilan ichki qatlamlardan farq qiladi. Chegaraviy donalar aro qatlamlarda metall tuzilishi to'g'ri bo'lmasligi shunga olib keladiki, bu qatlamlardagi atomlar minimal potensial energiyaga mos keluvchi holatlarda joylashgan bo'lmaydi. Bundan kelib chiqadiki, ularning qo'zg'aluvchanligi ichki qatlamdagi donachalarga qaraganda katta bo'lishi mumkin, ularning nisbiy siljishi esa (ro'y berishi qandaydir ma'lum tekisliklar bo'yicha emas) nisbatan kam urinma kuchlanishlarni talab qilishi mumkin. Biroq, atomlarning chegara qatlamlarda nisbiy siljish imkoniyati, sirpanish dislokatsiyalar surilishi bilan amalga oshadigan ichki qatlamlardagiga qaraganda, doimo ham katta bo'lmaydi.

Atomlarning donachalar chegara qatlamlarida siljishi erimaydigan qo'shimchalar va donacha yuzasini ularni deformatsiya jarayonida ilashib va tiqilib qolishiga olib keluvchi noto'g'ri shakli bilan qiyinlashadi.

Kristallitaro deformatsiyada donachalar chegarasi bo'ylab shikastlanishlar kelib chiqadi. Ular kristallitaro deformatsiya rivojlanganda mikro-, keyin makro darzlar hosil bo'lishiga olib keladi, bular pirovard natijada polikristallni buzilishiga olib kelishi mumkin.

Kristallitaro siljishlar kichik va ikkinchi darajali ahamiyatga ega bo'lganda, donachalarning chegaralari yetarlicha mustahkam bo'lgan holda, ancha sezilarli plastik deformatsiya bo'lishi mumkin.

Biroq donacha chegaralarida hosil bo'ladigan shikastlanishlar deformatsiya jarayonida to'liq yoki sezilarli darajada tiklanadigan bo'lsa, donachalararo siljishlar jism shaklini o'zgartirishda juda muhim ahamiyat kasb etishi ham mumkin. Bu hodisa ko'pincha yuqori temperaturalarda kuzatiladi.

### *1.5. Sovuq deformatsiyada mustahkamlanish*

Polikristallning plastik deformatsiyasi metallning mexanikaviy, fizikaviy va kimyoviy xossalarini ancha o'zgarishiga olib keladi. Deformatsiya darajasini oshishi bilan deformatsiyaga qarshilikning barcha ko'rsatkichlari: elastiklik, proporsionallik,



oquvchanlik va mustahkamlik chegaralari oshadi, shuningdek, metallning qattiqligi ham oshadi. Bu bilan bir vaqtda plastiklik ko'rsatkichlarini (nisbiy cho'zilish, nisbiy siqilish, zarbiy qovushqoqlik) kamayishi kuzatiladi; elektr qarshilik oshadi, korroziyaga qarshilik, issiqlik o'tkazuvchanlik kamayadi, ferromagnit metallarning magnit xossalari o'zgaradi va hokazo. Metallarning plastik deformatsiya jarayonida mexanikaviy va fizika-kimyoviy xossalari o'zgarishi bilan bog'liq hodisalar to'plami mustahkamlanish (parchinlanish) deb ataladi. Hozirgi vaqtgacha mustahkamlanishning fizikaviy tabiati to'liq aniqlanmagan.

Metallar mexanik xossalari o'zgarishi, xususan mustahkamlik ko'rsatkichlarini oshishi sezilarli darajada fazoviy atom panjarani ishorasi bo'yicha bir xil dislokatsiyalar o'zaro ta'sirida buzilishi, sirpanish tekisliklarini qiyshayishi, sirpanish tekisliklarida donachalar bo'laklarini kontsentratsiyalari blok hosil qilishi bilan tushuntiriladi. Bundan tashqari qator tadqiqotlarda, ba'zi tashkil etuvchilari metastabil tuzilishga ega qotishmalarning deformatsiyalash jarayonida mustahkamlik xossalari o'zgarishi, bu fazalarning tuzilish xolati o'zgarishiga ta'sir ko'rsatishi ko'rsatib o'tilgan.

S.T.Kishkin tushunchasiga ko'ra po'latning sirpanish tekisliklari bo'yicha plastik deformatsiyasi jarayonida siljishlarni to'xtatuvchi va metallni mustahkamlanishiga yordam beruvchi submikroskopik zarrachalar (karbidlar) ajralib chiqadi.

S.T.Konobeevskiy va M.A.Zaxarova misning alyuminiydagi qattiq eritmasini deformatsiyasi jarayonida, sirpanish tekisliklari bo'yicha dispers zarrachalar ajralishi bilan bu eritmani parchalanishi ro'y berishini rentgenografik usulda aniqladilar.

S.S.Nosirova va M.V.Burakova plastik deformatsiya jarayonida o'ta sovutilgan austenitni sirpanish tekisliklari bo'yicha martensitga aylanishini kuzatdilar.

Sirpanish tekisliklari bo'yicha submikroskopik zarrachalar ajralishi, ko'rinib turibdiki, sirpanish tekisliklari va unga yaqin joylashgan kichik xajmlarda temperaturani sezilarli oshishi natijasi hisoblanadi.

Temperaturaning oshishi diffuziya jarayonlari o'tishi uchun zarur bo'lgan va xususan, sirpanish tekisliklarida koagulyatsiya va karbidlar to'kilishi uchun qo'shimcha energiya manbaidir.

Metall tuzilishi va atomlarning panjarada o'zaro joylashishidagi o'zgarishlar, plastik deformatsiya natijasida metallar xossalarning boshqa o'zgarishlarini ham tushuntirib beradi.

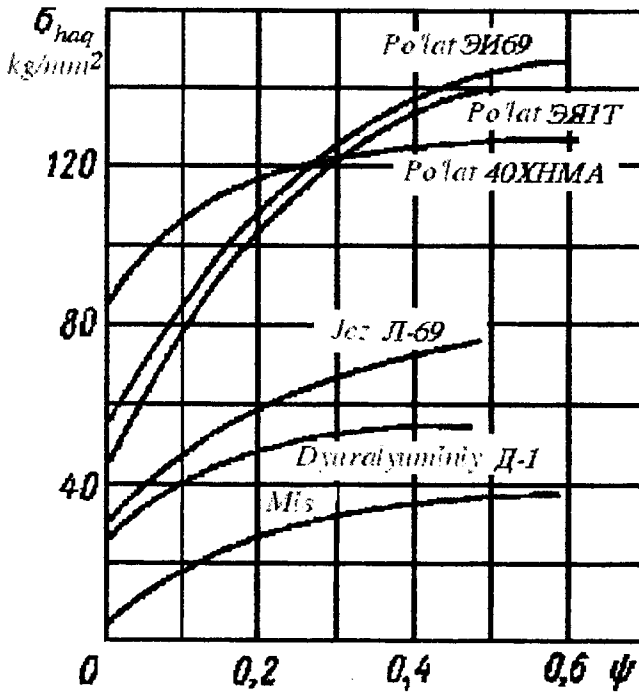
### **1.6. Mustahkamlanish egri chiziqlari**

Plastik deformatsiya jarayonida deformatsiyalashga qarshilikning o'zgarishi ko'rsatkichi sifatida odatda haqiqiy kuchlanish deb ataluvchi kattalik qabul qilinadi. U namunani chiziqli cho'zilishidagi ta'sir etayotgan kuchni har bir berilgan deformatsiyalash paytida uning ko'ndalang kesim yuzasiga xususiy bo'linishi bo'ladi (L.A.Shofman ko'rsatishicha haqiqiy kuchlanishlar qiymati, siqilishga sinash ma'lumotlari bo'yicha ham topilishi mumkin). Haqiqiy kuchlanish mohiyati bo'yicha deformatsiyada mustahkamlanish o'ladigan materialning oqish chegarasidir.

Deformatsiya darajasini baholovchi namunaning shakl o'zgarishi ko'rsatkichlari bo'lib, namunaning cho'zilishdagi nisbiy uzayishi  $\varepsilon = (l - l_0)/l_0$  yoki ko'ndalang kesim yuzasini nisbiy kamayishi  $\psi = (F_0 - F)/F_0$  hisoblanadilar. Bu yerda:  $l_0$  va  $F_0$  - namunaning hisoblanadigan uzunligi va ko'ndalang kesimining dastlabki qiymatlari;  $l$  va  $F$  - berilgan deformatsiya paytidagi namunani uzunligi va ko'ndalang kesim yuzasini joriy qiymatlari.

Haqiqiy kuchlanishning deformatsiya darajasidan bog'liqlik grafigi mustahkamlanish egri chiziqlari deb ataladi. Ba'zi metall va qotishmalar uchun mustahkamlanish egri chiziqlari 13-rasmda ko'rsatilgan.

Keltirilgan mustahkamlanish egri chiziqlaridan ko'rinadiki, haqiqiy kuchlanishning eng shiddatli o'sishi deformatsiyalashni boshlang'ich bosqichida bo'ladi, deformatsiya darajasini qandaydir qiymatlaridan (mustahkamlanish bo'sag'asi) keyingi deformatsiya haqiqiy kuchlanish kattaligini sezilarli o'zgarishini keltirib chiqarmaydi.



13-rasm. Mustahkamlanish egri chiziqlari.

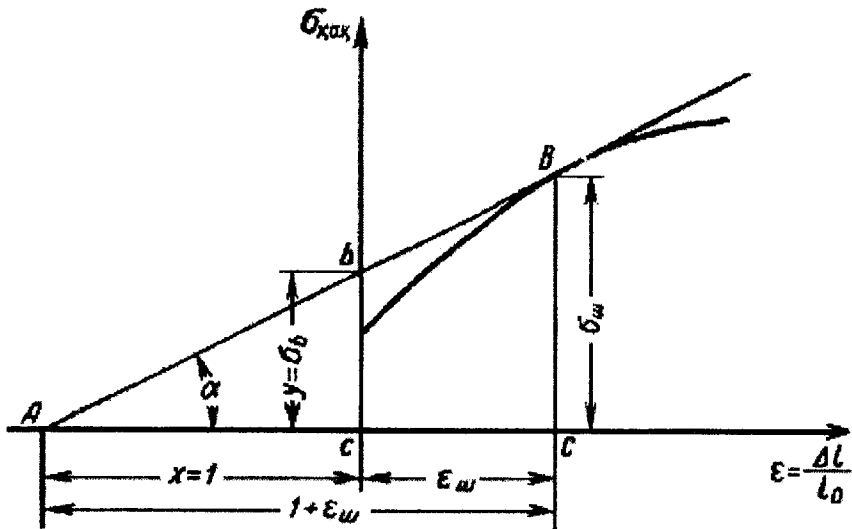
Deformatsiya darajasini qabul qilingan ko'rsatkichga bog'liq holda birinchi va ikkinchi xildagi mustahkamlanish egri chiziqlarini farqlaydilar. Birinchi xildagi mustahkamlanish egri chiziqlarida haqiqiy kuchlanish nisbiy cho'zilishga, ikkinchi xildagi egri chiziqlarda esa - nisbiy torayishga bog'liq holda beriladi.

Birinchi va ikkinchi xildagi mustahkamlanish egri chiziqlari, ularni standart cho'zilishga sinash ma'lumotlari bo'yicha tahminiy qurish imkoniyatini beradigan ba'zi xususiyatli xossalarga ega.

Birinchi xildagi mustahkamlanish egri chizig'ini ko'rib chiqamiz (14-rasm). Deformatsiyaning bo'yin hosil bo'lishi boshlanguncha bo'lgan istalgan payti uchun haqiqiy kuchlanish (1.2) nisbatdan shartli kuchlanish  $\sigma_{shart}$  va ko'ndalang kesim yuzasi  $F$  ning joriy qiymatlari bo'yicha aniqlanishi mumkin:

$$\sigma_{haq} = \sigma_{shart} F_0 / F \quad (1.2)$$

bu yerda:  $\sigma_{shart} = R/F_0$  - berilgan paytda ta'sir etayotgan kuchni namunaning dastlabki ko'ndalang kesim yuzasiga xususiy bo'linishi.



14-rasm. Birinchi xildagi mustahkamlanish egri chizig'i.

Cho'zilishga sinashda namunada bo'yin hosil bo'lishiga mos keluvchi paytda shartli kuchlanish mustahkamlik chegarasi  $\sigma_v$  ga teng (cho'zuvchi kuch maksimal qiymatga ega). Bu paytga to'g'ri keluvchi haqiqiy kuchlanish  $\sigma_{sh}$  ushbu ifodadan aniqlanadi:

$$\sigma_{sh} = \sigma_v F_0 / F_{sh} \quad (1.3)$$

bu yerda:  $F_{sh}$  - namunani cho'zilishda bo'yin hosil bo'lish boshlanishi paytidagi ko'ndalang kesim yuzasi.

Namunani bir tekis uzayishida hajmning o'zgarmay qolishi shartidan ushbuni belgilash mumkin:

$$F = \frac{F_0 l_0}{l} = \frac{F_0 l_0}{l_0 + \Delta l} = \frac{F_0 l_0}{l_0 (1 + \epsilon)} = \frac{F_0}{1 + \epsilon} \quad (1.4)$$

bu yerda:  $\varepsilon = \frac{l-l_0}{l_0}$  - namunani nisbiy uzayishi.

(1.2) - (1.4) nisbatlar bo'yin hosil bo'lishini boshlanish paytigacha to'g'ri bo'ladi.

Deformatsiyaning istalgan paytidagi kuch ushbu nisbatdan topiladi:

$$R = \sigma_{\text{haq}} F \quad (1.5)$$

(1.5) tenglamani differensiallab ushbuni topamiz:

$$dP = \sigma_{\text{haq}} dF + F d\sigma_{\text{haq}} \quad (1.6)$$

F ning qiymatini (1.4) dan (1.6) ga qo'yib va dF kattalikni (1.4) ifodani differentsiallash yo'li bilan topib, murakkab bo'lmagan o'zgartirishlardan so'ng ushbuga ega bo'lamiz:

$$dP = \frac{\left( d\sigma_{\text{sh}} - \frac{\sigma_{\text{sh}} d\varepsilon}{1 + \varepsilon} \right) F_0}{1 + \varepsilon} \quad (1.7)$$

Bo'yin hosil bo'lishi boshlanish paytida  $\sigma_{\text{haq}} = \sigma_{\text{sh}}$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{sh}}$ ,  $dP = 0$ , chunki bu paytda cho'zuvchi kuchning o'sishi to'xtaydi. Bundan

$$\frac{d\sigma_{\text{sh}}}{d\varepsilon_{\text{sh}}} = \frac{\sigma_{\text{sh}}}{1 + \varepsilon_{\text{sh}}} \sum \quad (1.8)$$

kelib chiqadi. Biroq  $\frac{d\sigma_{\text{sh}}}{d\varepsilon_{\text{sh}}} = \text{tg } \alpha$ , bu yerda  $\alpha$  - bo'yin hosil bo'lish

boshlanishiga mos keluvchi nuqtada mustahkamlanish egri chizig'iga o'tkazilgan urinmaning og'ish burchagi. Bu urinmani absissa o'qi  $x$  va ordinata o'qi  $u$  da kesishgan kesmaning kataligini topamiz (14-rasm).

AVS uchburchakdan  $\gamma + \varepsilon_{sh} = \frac{\sigma_{sh}}{tg\alpha} = 1 + \varepsilon_{sh}$  ekanini topamiz.

Bundan  $x=1$  kelib chiqadi.

AVS va Abc uchburchaklar o'xshashligidan  $\frac{y}{\sigma_{sh}} = \frac{1}{1 + \varepsilon_{sh}}$ ;  $\frac{1}{1 + \varepsilon_{sh}} = \frac{\sigma_{sh}}{1 + \varepsilon_{sh}}$  ekanligi kelib chiqadi.

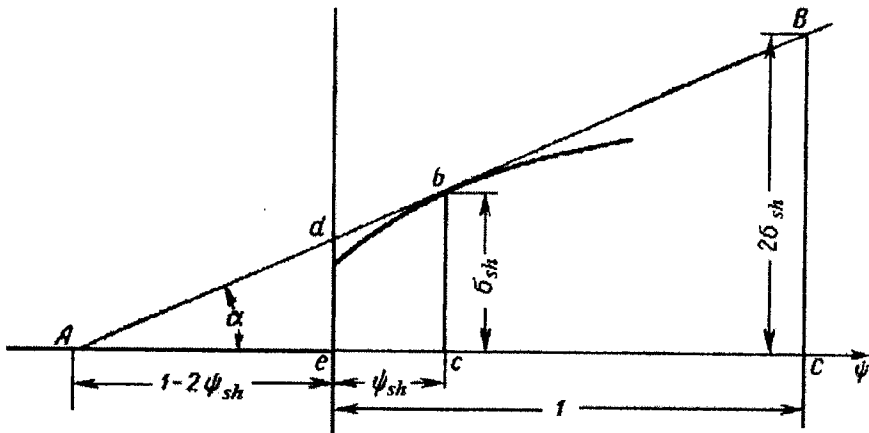
(1.3) va (1.4) nisbatlardan foydalanib,  $u = \sigma_b$  ni topamiz.

*Shunday qilib, bo'yin hosil bo'lishi boshlanishiga mos keluvchi nuqtada mustahkamlanish egri chizig'iga o'tkazilgan urinma, deformatsiya o'qini manfiy qismida son jihatidan birga teng kesma, haqiqiy kuchlanishlar o'qida esa son jihatidan mustahkamlik chegarasiga teng bo'lgan kesma ajratadi.*

Ikkinchi turdagi mustahkamlanish egri chiziqlarining xossalari ko'rib o'tamiz (15-rasm). Namunaning cho'zilishdagi

ko'ndalang kesim yuzasini nisbiy kamayishi  $\psi = \frac{(F_0 - F)}{F_0}$  ifoda

bilan aniqlanadi. Bundan  $F = F_0(1 - \psi)$  (1.9) kelib chiqadi.



15-rasm. Ikkinchi turdagi mustahkamlanish egri chiziqlari.

R kuch deformatsiyaning istagan paytidagi, bo'yin hosil bo'lishi boshlanishini ham qo'shib, ushbu ifodadan topilishi mumkin:

$$R = \sigma_{\text{haq}} F = \sigma_{\text{haq}} F_0 (1 - \psi) \quad (1.10)$$

(1.10) ni differensiallab, ushbuni topamiz:

$$dP = F_0 (1 - \psi) d\sigma_{\text{haq}} - \sigma_{\text{haq}} F_0 d\psi. \quad (1.11)$$

Bo'yin hosil bo'lish boshlanishiga mos keluvchi payt uchun ilgari ko'rilganiga o'xshash  $\psi = \psi_{\text{sh}}$ ,  $\sigma_{\text{haq}} = \sigma_{\text{sh}}$ ,  $dP = 0$  bo'ladi.

Shuning uchun (1.11) ifodadan bo'yin hosil bo'lish boshlanishiga mos keluvchi payt uchun ushbu nisbat olinishi mumkin.

$$\frac{d\sigma_{\text{sh}}}{d\psi_{\text{sh}}} = \frac{\sigma_{\text{sh}}}{(1 - \psi_{\text{sh}})} \quad (1.12)$$

$\frac{d\sigma_{\text{u}}}{d\psi_{\text{u}}}$  nisbat bo'yin hosil bo'lishi boshlanishiga mos keluvchi nuqtada ikkinchi turdagi mustahkamlanish egri chizig'iga o'tkazilgan urinmani og'ish burchagining tangensi hisoblanadi. Bundan  $\text{tg } \alpha = \sigma_{\text{sh}} / (1 - \psi)$  kelib chiqadi. AVS va Abc uchburchaklardan esa urinma absissa o'qining manfiy qismida son jihatidan  $1 - 2\psi_{\text{sh}}$  ga teng, absissa o'qiga perpendikulyarda esa,  $\psi = 1$  nuqtada son jihatidan  $2\sigma_{\text{sh}}$  ga teng kesma ajratishini topamiz.

***Shunday qilib, ikkinchi turdagi mustahkamlanish egri chizig'iga, bo'yin hosil bo'lishi boshlanishiga mos keluvchi nuqtadan o'tkazilgan urinma, absissa o'qiga perpendikulyardagi  $\psi = 1$  nuqtada, son jihatidan bo'yin hosil bo'lish boshlanishi paytidagi haqiqiy kuchlanishning ikkilangan qiymatiga teng bo'lgan kesma ajratadi.***

Metallarni bosim bilan ishlashda deformatsiyalash uchun talab etiladigan kuchlarni kattaligiga mustahkamlanish tabiati va ta'sir darajasini tahlil qilish uchun mustahkamlanish egri

chiziqlaridan foydalanish mumkin. Deformatsiyalash kuchlari kattaligiga mustahkamlanish ta'sirini belgilash va deformatsiyalanayotgan jismdagi kuchlanishlarni taqsimlanishi bo'yicha masalani analitik yechishni osonlashtirish uchun, mustahkamlanish egri chizig'ini haqiqiy kuchlanishlarni deformatsiya darajasi bilan bog'lovchi tenglama ko'rinishida tasvirlash zarur. Haqiqiy kuchlanishlarni deformatsiya darajasiga funksional bog'liqligini soddalashtirish maqsadida mustahkamlanish egri chizig'ini to'g'ri chiziq yoki darajali egri chiziq bilan almashtiradilar.

Mustahkamlanishning haqiqiy kuchlanish kattaligiga ta'sirini tahminan ifodalovchi to'g'ri chiziq sifatida, bo'yin hosil bo'lish boshlanishiga mos keluvchi nuqtadan o'tkazilgan urinma qabul qilinadi. Bu to'g'ri chiziqning  $\sigma_{\text{haq}} - \psi$  koordinatlaridagi tenglamasi ushbu ko'rinishda yozilishi mumkin:

$$\sigma_{\text{haq}} = \sigma_{m0} + B\psi \quad (1.13)$$

bu yerda:  $\sigma_{m0}$  - ekstrapolyatsiyalangan oquvchanlik chegarasi (urinma bilan  $\psi=0$  bo'lganda ordinata o'qida kesilgan kesma);  $V$  - mustahkamlanish moduli, to'g'ri chiziqni absissa o'qiga  $\alpha$  og'ish burchagining tangensi bo'ladi.

(1.12) va (1.9) nisbatlardan foydalanib, shuningdek  $\sigma_{\text{sh}} = \sigma_0 F_0 / F_{\text{sh}}$  ekanini hisobga olib, ushbuni olish mumkin:

$$B = \frac{\sigma_b}{(1 + \psi_{\text{sh}})^2} \quad (1.14)$$

$\sigma_{m0}$  kattaligi Ade uchburchagidan topilishi mumkin (15-rasm) va (1.14) ifodadan foydalanib  $\sigma_{m0}$  ni aniqlash formulasi  $\text{tg } \alpha = V$  uchun ushbu ko'rinishga keladi:

$$\sigma_{m0} = \frac{\sigma_b(1 - 2\psi_{\text{sh}})}{(1 - \psi_{\text{sh}})^2} \quad (1.15)$$

(1.13) formula bilan hisoblangan  $\sigma_{\text{haq}}$  kattalıkları,  $\psi = \psi_{\text{sh}}$  dan tashqari  $\psi$  ning barcha qiymatlarida, haqiqiy kuchlanishlar egri chizig'i bo'yicha aniqlanadigan  $\sigma_{\text{haq}}$  qiymatlaridan bir oz katta bo'ladi, bu farq kichik deformatsiya darajalarida ( $\psi \ll \psi_{\text{sh}}$ ) ayniqsa sezilarli bo'ladi.



Ushbu ko'rinishdagi darajali funksiya haqiqiy kuchlanishning  $\psi$  kattaligiga chinakam bog'liqligini yanada aniqroq ifodalaydi:

$$\sigma_{\text{haq}} = S\psi^n \quad (1.16)$$

C va n qiymatlari ushbu tarzda aniqlanishi mumkin:

$$\psi = \psi_{sh}; \quad \sigma_{\text{haq}} = \sigma_{sh}; \quad \text{demak } S = \sigma_{sh} / \psi_{sh}^n.$$

C ning topilgan qiymatini (1.16) tenglamaga qo'yib, ushbuni hosil qilamiz:

$$\sigma_{\text{haq}} = \sigma_{sh} \psi^n / \psi_{sh}^n \quad (1.17)$$

(1.10) va (1.17) tenglamalardan cho'zilishning (bo'yin hosil bo'lishi boshlanguncha) har qanday paytidagi R kuchni aniqlash uchun formula topilishi mumkin:

$$P = \frac{\sigma_{sh} \psi^n F_0 (1 - \psi)}{\psi_{sh}^n} \quad (1.18)$$

(1.18) ifodani differensiallab va  $dP=0$  (bo'yin hosil bo'lishi boshlanishi payti uchun) tenglab olib, ushbuni topamiz:

$$n = \psi_{sh} / (1 - \psi_{sh})$$

n ning topilgan qiymatini (1.17) tenglamaga qo'yib,  $\sigma_{sh}$  ni

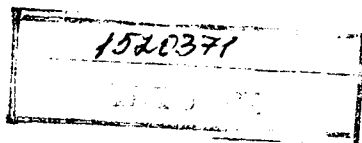
$$\sigma_{sh} = \frac{\sigma_b F_0}{F_{sh}} = \frac{\sigma_b}{(1 - \psi_{sh})}$$

nisbat bo'yicha  $\sigma_b$  bilan almashtirib, uzil-

kesil ushbuni hosil qilamiz.

$$\sigma_{\text{haq}} = \frac{\sigma_0}{(1 - \psi_{sh})} \left( \frac{\psi}{\psi_{sh}} \right)^{\frac{\psi_{sh}}{(1 - \psi_{sh})}} \quad (1.19)$$

S.I.Gubkin taklif etgan (1.19) formula,  $\sigma_{\text{haq}}$  ning hisoblangan qiymatlarini daliliy qiymatlar bilan taqqoslash ko'rsatishicha, mustahkamlanishning haqiqiy kuchlanishlar kattaligiga ta'siri tabiati va darajasini yetarlicha to'g'ri ifodalaydi.



### *1.7. Deformatsiya temperaturasi va tezligini deformatsiyalash jarayoniga ta'siri*

**Yuqori temperaturalardagi deformatsiya, qaytish va re-kristallizatsiya.** Oldinroq mustahkamlanish bilan kechadigan sovuq deformatsiya mexanizmi yozilgan edi. Deformatsiyalanayotgan metall temperaturasi oshishi bilan unda mustahkamlanishga teskari bo'lgan yangi jarayonlar, qaytish va rekristallizatsiya paydo bo'ladi. Shunday qilib, deformatsiya jarayonida yuqori temperaturalarda bir vaqtda mustahkamlanish ham, va shuningdek, bo'shalish jarayonlari ham sodir bo'ladi.

Sovuq deformatsiyalarda alohida donachalardagi sirpanish tekisliklarining turlicha yo'nalganligi, deformatsiyalarning xomaki mahsulot hajmida notekis taqsimlanishi, donachalarning shakli, o'lchami va xossaligidagi farq oqibatida ular kattaligi har xil bo'lgan elastik deformatsiyaga duchor bo'ladi. Shu bilan birga sovuq deformatsiyada kristall panjaraning qiyshayishi ortadi. Natijada tashqi kuchlar olingandan so'ng sovuq deformatsiyalangan metallda qoldiq kuchlanishlar hosil bo'ladi.

Ma'lum temperaturagacha qizdirib deformatsiyalashda atomlarning issiqlik tebranishlari amplitudasi shunchalik ortadiki, bu atomlarni muvozanat holatiga o'tishini engillashtiradi. Shu munosabat bilan yuqorida ko'rsatilgan elastik deformatsiyalar sezilarli darajada tekislanadi. O'shancha kristal panjarani hosil bo'ladigan qiyshayishlari ham kamayadi. Bu esa tashqi kuchlar olingandan so'ng qoldiq kuchlanishlarning keskin kamayishini ta'minlaydi (agar xomaki xom ashyoni deformatsiyalashdan keyin notekis sovutishda paydo bo'lishi mumkin bo'lgan termik kuchlanishlarni hisobga olinmasa). Bu hodisani qaytish (dam olish) deb ataladi.

Toza metallar uchun qaytish  $(0,25-0,30)T_{\text{erish}}$  dan ortiq mutlaq temperaturalarda namoyon bo'ladi. Bu yerda  $T_{\text{erish}}$  - erish mutlaq temperaturasi. Metallarda eruvchi aralashmalar mavjudligi qaytish temperaturasining ortishiga olib keladi.

Ishlov berish jarayonida qaytish deformatsiyalashga qarshilikni qandaydir kamayishi va plastiklikni oshishiga olib keladi. Shunga qaramay qaytish temperaturalarida deformatsiyalash, uning

jadalligi bir oz kam bo'lsa ham, mustahkamlanish bilan birga kechadi.

Qaytish mavjud bo'lgan deformatsiyada, shuningdek u bo'lmaganda ham, metallning eng jadal oqish yo'nalishida cho'ziladigan donachalarning o'lchami va shakliga qaytish ta'sir ko'rsatmaydi. Shuningdek qaytish deformatsiyada tekstura hosil bo'lishiga qarshilik ko'rsatmaydi.

Qaytish vaqt mobaynida sodir bo'ladi; temperatura oshishi bilan qaytish tezligi ortadi. Shu munosabat bilan qaytish ta'siri temperatura va deformatsiya tezligi orasidagi nisbatga bog'liq bo'ladi. Berilgan temperaturadagi deformatsiya tezligini oshishi qaytish ta'sirini kamaytirishi mumkin.

Metallni sovuq deformatsiyalashdan so'ng uni qizdirish (bo'shatish)da ham qaytish ro'y beradi.

Sovuq deformatsiyalangan metallni qaytish temperaturasi-gacha qizdirish uning mexanikaviy xossalari ko'rsatkichlariga uncha sezilarli ta'sir ko'rsatmaydi (mustahkamlik ko'rsatkichlari ozgina kamayadi, plastiklik ko'rsatkichlari esa bir qancha ortadi).

Qaytish (bo'shatish) sovuq deformatsiyalangan metallni korroziyaga qarshiligini oshirishi va o'z- o'zidan darz ketishi imkoniyatini keskin kamaytirishini ta'kidlab o'tish kerak. Bunday hodisa sovuq shtamkovkalab olingan, ayniqsa jezdan tayyorlangan detallarda kuzatiladi va kristallitlararo korroziya hisobiga buzilishga qarshilik kamayganda, qoldiq kuchlanishlar ta'siri ostida ro'y beradi.

Ba'zi metall va qotishmalarda, masalan, uglerodli po'latda, qaytish temperaturalarida, mexanik xossalarga qaytishga qarama-qarshi bo'lgan ta'sir ko'rsatuvchi, eskirish hodisasi kelib chiqishi mumkin. Eskirish mustahkamlik ko'rsatkichlarining oshishiga va bir vaqtning o'zida plastiklik ko'rsatkichlari kamayishiga olib keladi. Eskirishning fizik tabiati hali uzil- kesil aniqlanmagan. Eskirish jarayonida mexanik xossalarni o'zgarishi aralashma qo'shimchalarning mayda dispersli zarralari sirpanish tekisliklari bo'yicha to'kilishi natijasida ro'y beradi deb taxmin qilinadi.

Deformatsiyalanayotgan metall temperaturasini qaytish temperaturasidan ortishi rekristallizatsiya jarayoni kelib chiqishiga olib keladi. Plastik deformatsiyalashdagi rekristallizatsiya kurtak hosil bo'lishi, deformatsiyalangan o'rniga yangi donachalar paydo bo'lishi va o'sishidan iborat bo'ladi.

Deformatsiyalanayotgan metall temperaturasining oshishi atomlar energiyaviy potensialini shunchalik ko'taradiki, ular qayta guruhlanish va jadal o'rin almashinish imkoniyatini oladi. Bu rekristallizatsiyaning o'tishi imkoniyatini yaratadi.

Deformatsiyalanayotgan metallda mavjud bo'lgan, deformatsiya jarayonida qiyshaymagan, nisbatan to'g'ri panjarali katakchalar (mozaikaning alohida bloklari, sirpanish tekisliklaridagi yoki chegaraviy, donalar aro qatlamlardagi donachalar bo'laklari), donachalarning kurtaklariga aylanadi.

Panjara parametrlariga mos ravishda, qo'shni kurtakchali donachalarning atomlari bu kurtakchalarga yondoshib qatorlashadi va yangi donachalar o'sa boshlaydi. Yangi donachalarning o'lchamlari kattalashadi va vaqt o'tishi bilan ular deformatsiyalangan donachalarning atomlarini to'liq yutib yuborishi mumkin. Yangi donachalarning kurtakchalar atrofida o'sish imkoniyati hamma yo'nalishlar bo'yicha bir xil bo'lganligi oqibatida, yangi kurtakchalardan tashkil bo'ladigan donachalar teng o'qli, ya'ni hamma yo'nalishlar bo'yicha o'rtacha bir xil o'lchamga ega bo'ladi.

Shunday qilib, metallning rekristallizatsiya temperaturasidan yuqori temperaturalardagi deformatsiyasi ikkita o'zaro qarama-qarshi va bir paytda ta'sir qiladigan jarayonlar: donachalarning deformatsiyasi (mustahkamlanishi) va ularning rekristallizatsiyasi bilan birga kuzatiladi.

Rekristallizatsiya jarayoni vaqt bo'yicha temperaturaga va deformatsiya darajasiga bog'liq bo'lgan qandaydir tezlik bilan sodir bo'ladi.

Deformatsiyalanayotgan jism olayotgan temperatura va deformatsiya darajasi qanchalik yuqori bo'lsa, rekristallizatsiya tezligi shunchalik yuqori bo'ladi. Oxirgi natija deformatsiya va rekristallizatsiya tezligi orasidagi nisbatga bog'liq bo'ladi. Agar rekristallizatsiya tezligi deformatsiya tezligidan katta bo'lsa, natijada deformatsiyalangan metallning hamma donachalari teng o'qli shaklni oladi, kristallik tuzilishi esa deformatsiyalanmagan donachalar tuzilishiga mos keladi va metall xossalaring mustahkamlanishini keltirib chiqaradigan o'zgarishlar sodir bo'lmaydi.

A.A. Bochvar ma'lumotlari bo'yicha toza metallar uchun rekristallizatsiyaning boshlanish temperaturasi ushbu nisbatdan aniqlanadi:

$$T_{\text{rekr}} \geq 0,4 T_{\text{erish}}$$

bu yerda:  $T_{\text{rekr}}$  - rekristallizatsiyaning mutloq temperaturasi;  $T_{\text{erish}}$  - erish mutloq temperaturasi.

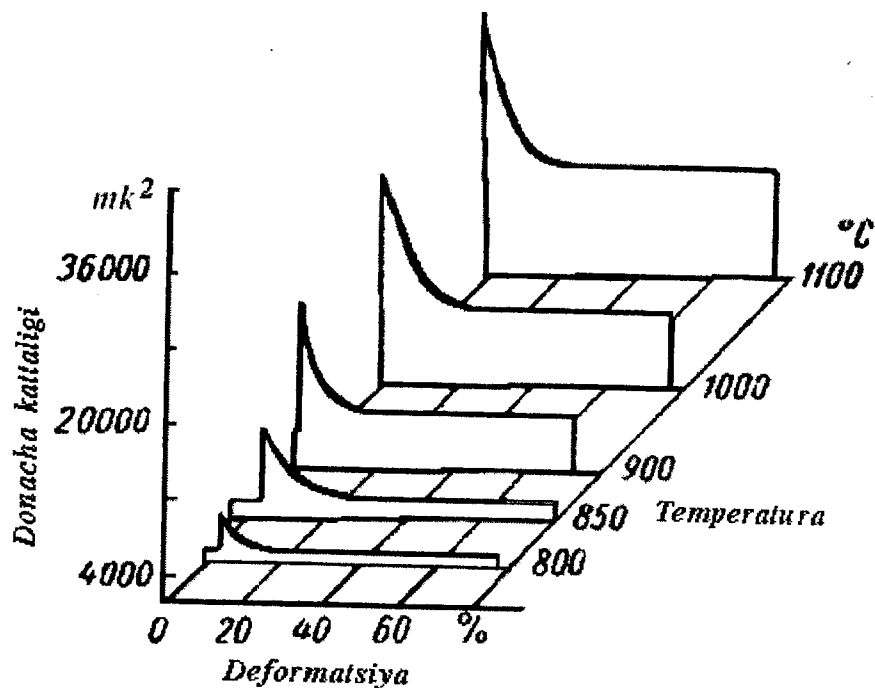
Eriydigan aralashmalar borligi rekristallizatsiya temperaturasini bir oz oshiradi.

Rekristallizatsiya jarayonida kristallit ichida ham, donachalar chegaralarida ham atomlar diffuziyasi kuchayadi. Bu donachalarning kimyoviy bir xil emasligini tekislashga va kristallitaro deformatsiya natijasida donachalar chegaralarida paydo bo'ladigan shikastlanishlarni olib tashlashga yordam beradi.

Rekristallizatsiya bilan deformatsiyalangan metalldagi teng o'qli donachalarning o'lchamlari rekristallizatsiya sodir bo'ladigan temperaturaga, deformatsiya darajasiga, shuningdek deformatsiya tezligiga bog'liq bo'ladi. Rekristallizatsiyali deformatsiyadan so'ng donacha kattaligi, temperatura va deformatsiya darajasi orasidagi bog'lanishni odatda rekristallizatsiyaning (ikkinchi xildagi) hajmiy diagrammalari bilan tasvirlanadi. Bu diagrammalar maxsus o'tkazilgan tajribalarning natijalari bo'yicha quriladi va har bir metall va qotishma uchun xususiyatli hisoblanadi. 16- rasmدا kam uglerodli po'latning hajmiy rekristallizatsiya diagrammasi tasvirlangan. Boshqa metallar va qotishmalar uchun rekristallizatsiya diagrammalari ham o'xshash xususiyatga ega bo'ladi.

Rekristallizatsiyali deformatsiyadan so'ng donacha kattaligini deformatsiya darajasiga bog'liqligini alohida xususiyati bo'lib, deformatsiyaning kritik darajasi deb ataluvchi, rekristallangan donachalarning o'lchamini keskin kattalashuvi kuzatiladigan kattalik mavjudligi hisoblanadi.

Deformatsiyaning kritik darajasi kattaligi, rekristallizatsiya boshlanishi temperaturasiga yaqin bo'lgan temperaturalarda odatda 8 - 10% dan oshmaydi va temperatura oshishi bilan kamayib boradi (deformatsiyani kritik darajasi koordinata boshiga suriladi).

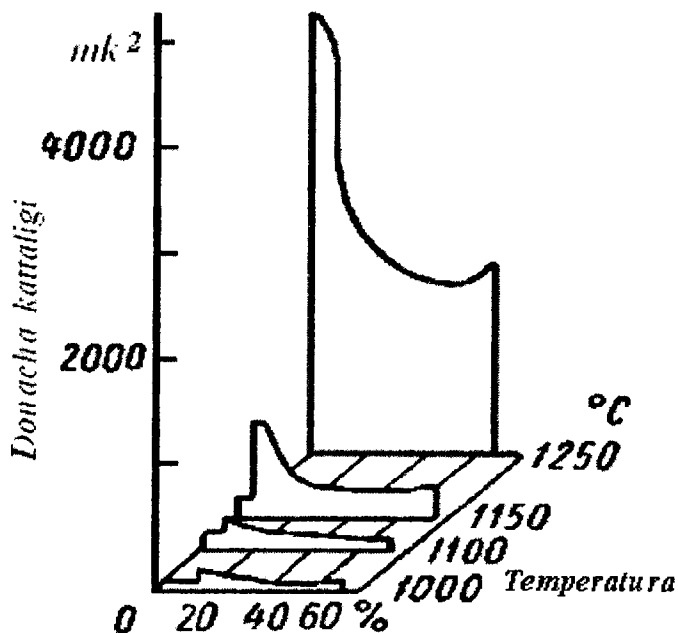


16-rasm. Kam uglerodli po'latning hajmiy rekristallizatsiya diagrammasi

Deformasiyaning kritik darajasi mavjudligini quyidagi tarzda tushuntirib berish mumkin. Deformasiyaning dastlabki bosqichida deformatsiya asosan donachani o'rab turgan kristallararo modda buzilmasdan kristallit ichidagi jarayonlar hisobiga ro'y beradi. Buning natijasida, donachalar o'lchamining rekristallizatsiyada ularni birlashishi yo'li bilan kattalashuvi qiyin bo'ladi. Bundan tashqari deformatsiyalarning nisbatan kichik qiymatida hosil bo'lgan - kristallitning singan bo'lak parchalari soni katta emas, demak mumkin bo'lgan rekristallizatsiya markazlari soni ham ko'p emas. Kritik darajalarda rekristallizatsiya markazlari soni ko'p bo'lmaydi (bir oz ko'payadi), biroq kristallararo modda qisman buziladi, bu kristallarning bir - biriga bevosita tegishiga olib keladi. Rekristallizatsiya jarayonidagi bu holat qo'shni donachalar atomlariga rekristallizatsiya markazidan o'sayotgan yangi donacha

qo'shilishini engillashtiradi. Pirovard natija bir nechta deformatsiyalanayotgan donachalarni bittaga birlashishiga, ya'ni rekristallangan donachalar o'lchamini kattalashishiga olib keladi. Deformatsiya darajasini bundan keyingi oshishi rekristallizatsiya markazlari sonining ortishiga olib keladi, demak, rekristallangan donachalar soni ortadi. Bu berilgan jism hajmida ularning o'lchami kamayishini keltirib chiqaradi.

Temperatura ortishi bilan kristallararo moddaning mustahkamligi kamayadi, kristallitlarni bir - biriga bevosita tegishi deformatsiyaning kichik darajalarida ro'y beradi, bu deformatsiya kritik darajalarini koordinat boshiga surilishiga olib keladi. Temperatura oshishi bilan, bundan tashqari, atomlar qo'zg'aluvchanligi ortadi, rekristallizatsiya jarayonida qo'shni donachalarning birlashishi engillashadi. Bu deformatsiyaning barcha darajalarida rekristallangan donachalar o'lchamining nisbiy kattalashuviga olib keladi.



17-rasm. Rekristallizatsiya egri chiziqdarida ikkinchi maksimum kuzatilishi.

Ba'zi nav po'latlarda, juda yuqori deformatsiya darajalarida, rekristallizatsiya egri chiziqlarida ikkinchi maksimum kuzatilishi (17-rasm) tadqiqotchilarning qator ishlarida ko'rsatib o'tilgan.

Yana rekristallizatsiyadan so'ng donachalarning kattaligi qizitilgan metallni rekristallizatsiya temperaturasidan ortiq temperaturada tutib turish davomiyligiga ham bog'liqdir. Uzoq vaqt tutib turilganda, ilgari bayon qilingan ishlov berish rekristallizatsiyasidan farqli ravishda, yig'iluvchi rekristallizatsiya deb ataluvchi hodisa kuzatiladi. Uning mohiyati shundaki, ishlov berish rekristallizatsiyasi natijasida hosil bo'lgan teng o'qli donachalar o'lchami birlashish hisobiga kattalashadi.

Yig'iluvchi yoki yuza rekristallizatsiyasi ishlov berishdagi rekristallizatsiyaga qaraganda sekinroq ro'y beradi. Yig'iluvchi rekristallizatsiyada donachalarning o'sish imkoniyati atomlarni qayta qurish jarayonida potensial energiyaning minimumiga javob beradigan holatni egallashga intilishidan kelib chiqadi. Donachalarning sirtqi qatlamlarida bo'lgan atomlarning o'zaro joylashishidagi to'g'rilikni buzilishi polikristallda to'plangan potensial energiyani oshiradi. Donachalar o'lchami oshganda ularning jamlangan yuzasi kamayadi, demak, jismda to'plangan potensial energiya ham kamayadi. Rekristallizatsiya boshlanishi temperaturasidan ancha orttirilgan temperaturada yig'iluvchi rekristallizatsiya ayniqsa jadal sodir bo'ladi.

Rekristallizatsiya shuningdek sovuq deformatsiyalangan metallni rekristallizatsiya boshlanish temperaturasidan bir oz ortiq temperaturagacha qizdirganda ham (past yoki rekristallizatsiya yumshatishi) sodir bo'ladi.

Sovuq deformatsiyalangan metallni rekristallizatsiyasi natijasida hosil bo'lgan donachalar kattaligi boshlang'ich xom ashyo yoki uning alohida joylari olgan deformatsiya darajasiga, rekristallizatsiya temperaturasi va bu temperaturada tutib turish vaqtiga bog'liq bo'ladi.

Donacha kattaligining bu omillardan bog'liqlik xususiyati ilgari ko'rib o'tilganga o'xshash. Bu holda ham deformatsiyaning kritik darajalari mavjud bo'lib, unda rekristallangan donachalarning o'lchamlarini ancha kattalashuvi kuzatiladi, buning ustiga qizdirish temperaturasi qanchalik yuqori bo'lsa, donachalar o'lchamining oshishi shunchalik katta bo'ladi. Nihoyatda katta darajada deformatsiya olgan va deformatsiya teksturasiga ega bo'lgan sovuq



deformatsiyalangan metallni rekristallizatsiyasi teksturani yo'qolishiga olib kelishi mumkin. Biroq, rekristallizatsiya doimo ham uni yo'qotilishiga olib kelmaydi. Deformatsiya teksturasiga ega bo'lgan metallni rekristallik yumshatish natijasida teksrekristallizatsiya deb ataluvchi, rekristallangan teng o'qli donachalarning kristollografik o'qlari fazoda ustuvor yo'nalishli holat hosil bo'lishi mumkin (ko'pchilik donachalar kristallografik o'qlarining fazoda yo'nalishi bir xil bo'ladi).

Rekristallizatsiya teksturasi deformatsiya teksturasiga aynan o'xshash bo'lishi mumkin, lekin undan farq qiliishi ham mumkin, ya'ni jismda kristallografik o'qlarning ustuvor mo'ljalli yo'nalishi rekristallizatsiyadan so'ng o'zgaradi.

Rekristallizatsiya teksturasini paydo bo'lishi chamasi shunday tushuntiriladi; deformatsiyalangan metallda bo'lgan yangi donachalar kurtaklari fazoda kristallografik o'qlarning ustuvor mo'ljaliga ega bo'ladi. Rekristallizatsiya teksturalari dastlabki deformatsiya teksturasiga aynan o'xshash bo'lishi mumkin, lekin ulardan ancha farq qilishi ham mumkin. Rekristallizatsiya teksturasi, shuningdek, deformatsiya teksturasini yumshatishdan so'ng yangi tekstura hosil qilmasdan yo'qotish imkoniyati qotishma tarkibi va aralashmalar miqdoriga, sovuq deformatsiyalashda olingan deformatsiya darajasiga, deformatsiya teksturasi xususiyatiga, yumshatish temperaturasi va uning davomliligiga bog'liq bo'ladi. Rekristallizatsiya teksturasining bo'lishi yumshatilgan metallda mexanikaviy xossalarning anizotropiyasiga olib keladi. Bu bosim bilan ishlov berib olingan detalning xizmat xususiyatlarida yoki yumshatilgan dastlabki xom ashyoni keyinchalik plastik deformatsiyalashdagi o'zini tutishida aks etishi mumkin. Masalan, yumaloq yassi dastlabki xom ashyodan stakan tortib olishda festonlar (quloqlar) hosil bo'lishi jo'valangan (va yumshatilgan) metallda (tunukada) rekristallizatsiya teksturasi bo'lganligining natijasi hisoblanadi.

## ***1.8. Metallarga bosim bilan ishlov berishdagi deformatsiyalarning turlari***

Ilgari bayon etilganlardan ko'rinadiki, bosim bilan ishlov berishda, umumiy holda, metallda o'zaro qarama -qarshi bo'lgan jarayonlar: mustahkamlanish jarayoni va bo'shatuvchi jarayonlar (qaytish va rekristallizatsiya) bir vaqtning o'zida sodir bo'lishi mumkin.

U ham, deformatsiya sharoitlari (temperatura, deformatsiya tezligi va darajasi) va deformatsiyalanayotgan metall tabiati sabab bo'lgan boshqalari ham, vaqt mobaynida muayyan tezlik bilan sodir bo'ladi. Jarayonlardan qaysi biri ustuvor bo'lishiga bog'liq holda, deformatsiya natijalari turlicha bo'ladi.

S.I.Gubkin bo'yicha issiq, to'liq bo'lmagan issiq, to'liq bo'lmagan sovuq va sovuq deformatsiyalarni farq qiladilar.

***Issiq deformatsiya*** deb rekristallizatsiya to'liq ro'y berib ulguradigan jarayonga aytiladi. Metall issiq deformatsiya natijasida mustahkamlanishning hech qanday izlari bo'lmagan, to'liq rekristallangan teng o'qli mikrotuzilish (mikrostruktura) oladi. Issiq deformatsiya, deformatsiya tezligi qancha yuqori bo'lsa, shuncha ko'p darajada rekristallizatsiya boshlanish temperaturasidan ortiq bo'lgan temperaturalarda amalga oshiriladi.

***To'liq bo'lmagan issiq deformatsiyada*** rekristallizatsiya to'liq sodir bo'lmaydi. To'liq bo'lmagan issiq deformatsiyada metallda uni deformatsiyalashda, shuningdek deformatsiya tugagandan keyin bir vaqtda ikkita har xil turdagi mikrotuzilish: rekristallangan (teng o'qli donachalar bilan) va rekristallanmagan (cho'zilgan donachali) joy olishi mumkin. Deformatsiyalangan donachalar bilan bir qatorda rekristallangan donachalar bo'lishi deformatsiya notekisligini oshishiga olib keladi. Bu metall plastikligini kamayishi va buzilish ehtimolini ko'payishiga yordam beradi. To'liq bo'lmagan issiq deformatsiyada olingan deformatsiyalangan metall kattaligi bo'yicha ancha ko'p qoldiq kuchlanishlarga ega bo'lib, ular plastiklik yetarli bo'lmaganda metallning buzilishini keltirib chiqara oladi.

To'liq bo'lmagan issiq deformatsiya rekristallizatsiya boshlanish temperaturasidan ozgina oshadigan deformatsiya tem-

peraturalarida bo'lishi mumkin. Shu bilan birga uning paydo bo'lish ehtimoli deformatsiya tezligi oshishi bilan ko'payadi.

To'liq bo'lmagan issiq deformatsiyani amaliyotda qo'llashdan iloji boricha qochish kerak, chunki u bolg'alash sifati past bo'lishiga sabab bo'ladi. Deformatsiyaning bu turi kichik rekristalizatsiya tezligiga ega bo'lgan qotishmalarda (masalan, ko'p fazali, metastabil tizim bo'lgan ba'zi alyuminiy va magniy qotishmalari) oson paydo bo'ladi. Shuning uchun ularni deformatsiyalash kichik tezliklar bilan o'tkaziladi.

*To'liq bo'lmagan sovuq deformatsiya* deb rekristalizatsiya bo'lmagan, biroq qaytish jarayoni bo'lib ulgurgan holatga aytiladi. To'liq bo'lmagan sovuq deformatsiya natijasida metall rekristalizatsiya izlarisiz yo'l-yo'l mikrotuzilish, katta deformatsiyada esa - deformatsiya teksturasi oladi. Uning plastik xossalari qaytish bo'lmaganda deformatsiyalangan metallga qaraganda yuqori, mustahkamlik xossalari esa bir muncha past.

To'liq bo'lmagan sovuq deformatsiya qaytish boshlanish temperaturasiga nisbatan katta deformatsiya peraturalarida bo'lishi mumkin; bunda deformatsiya tezligi qaytish to'liq ro'y berib ulguradigan bo'lishi kerak.

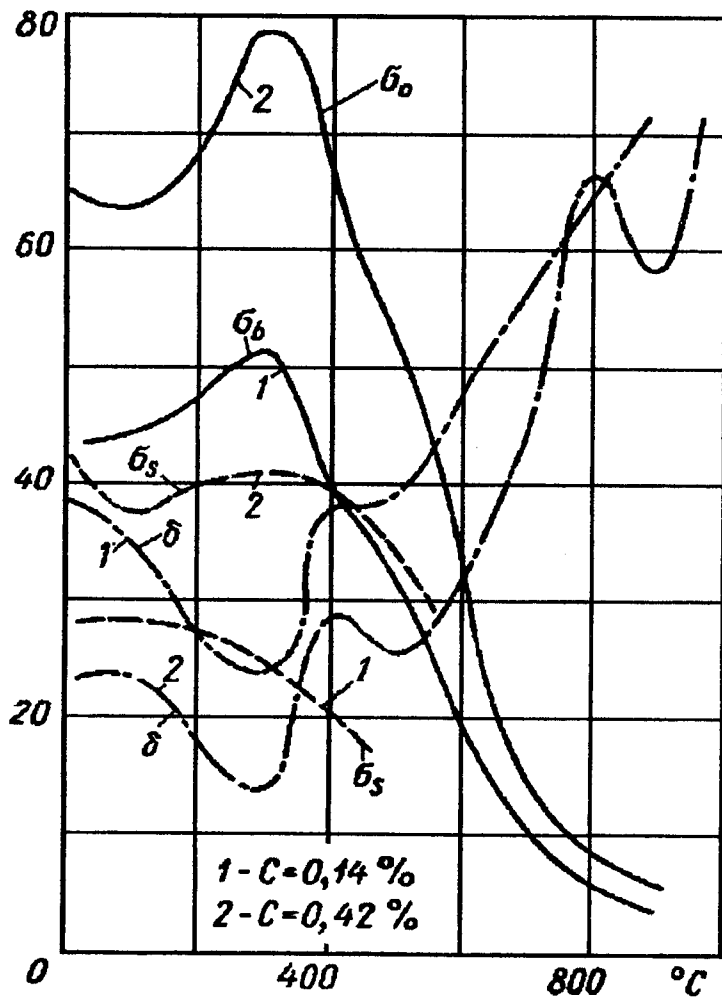
*Sovuq deformatsiyada* rekristalizatsiya va qaytish umuman bo'lmaydi, deformatsiyalangan metall mustahkamlanishning barcha belgilariga ega bo'ladi. Sovuq deformatsiya qaytishni boshlanish temperaturasidan kichik bo'lgan peraturalarda sodir bo'ladi.

Shunday qilib, temperatura - tezlik sharoitlari deformatsiyalangan metall tuzilishiga muhim ta'sir ko'rsatadi.

### ***1.9. Deformatsiyaga qarshilik va plastiklikka temperaturaning ta'siri***

Metall temperaturasining oshishi, bundan tashqari, uning mexanik tavsifiga muhim ta'sir ko'rsatadi. Plastiklik ko'rsatkichlarini o'zgarib borishi deformatsiyalashga qarshilikni ham kamaytiradi. Temperaturaning bundan keyingi taxminan 300<sup>o</sup> gacha oshishi plastiklik ko'rsatkichlarini ancha kamaytiradi va mustahkamlik ko'rsatkichlarini o'sishiga olib keladi (ko'k ushalish sohasi).

Bu taxmin, eskirish jarayoniga o'xshash, karbidlarning juda mayda zarrachalarini sirpanish tekisliklari bo'yicha to'kilishi bilan tushuntiriladi. Temperaturaning bundan keyingi oshishi mustahkamlik ko'rsatkichlarini asta-sekin, ammo ancha kamayishiga olib keladi. 1000° atrofidagi temperaturalarda mustahkamlik chegarasi o'n martadan ko'proq kamayadi.



18-rasm. Deformatsiyaga temperaturaning ta'siri.

Plastiklik ko'rsatkichlariga nisbatan, ularning to'liqsiz issiq deformatsiya ro'y berishi mumkin bo'lgan temperaturalar sohasida va fazaviy o'zgarishlar temperaturasi sohasida (ko'pincha bu ikki hodisa deyarli bir xil temperaturalarda sodir bo'ladi) qandaydir kamayishi xarakterlidir.

Plastiklikning fazaviy o'zgarishlar temperaturasi sohasida pasayishi deformatsiyalanayotgan jismda bir vaqtda turli xossalarga ega ikki faza mavjudligi, bu kuchlanganlik holatini notekisligi oshishiga olib kelishi bilan tushuntiriladi.

Erish temperaturasidan bir qancha kam bo'lgan temperaturalarda plastiklik ko'rsatkichlarini keskin pasayishi kuzatiladi. Bu metall donachasini, keyingi metallni o'ta qizdirish (donacha chegaralarini oksidlanishi) bilan, ancha o'sishining natijasi hisoblanadi. Boshqa metall va qotishmalar uchun ham mustahkamlik va plastiklik ko'rsatkichlarining bog'liqlik grafigi o'xshash tavsifga ega bo'ladi.

Barcha metall va qotishmalar uchun umumiy holat bo'lib, ular rekristallizatsiya temperaturalarida uncha katta bo'lmagan plastiklikka egaligi hisoblanadi, ya'ni issiq deformatsiyalash sharoitlarida, ularga bir vaqtning o'zida mustahkamlik ko'rsatkichlarining, demak, deformatsiyaga qarshilikning ham kichik qiymatlari mos keladi.

Plastiklik kamayishi kuzatiladigan havfli temperatura sohalari bo'lib, sohalorida fazaviy o'zgarishlar, to'liq bo'lmagan issiq deformatsiya yoki eskirish va ko'k ushalish sodir bo'lishi mumkin bo'lgan sohalor hisoblanadi.

Issiq deformatsiya temperaturasi gacha qizdirishda plastiklikning oshishi atomlar qo'zg'aluvchanligini oshishining natijasidir, biroq, bundan tashqari plastiklik oshishiga yana boshqa hodisalar yordam beradi. Masalan, issiq deformatsiyalash sharoitida, odatda tarkibida oshirilgan miqdorda aralashmalari bo'lgan, kristallararo qatlamlar plastikligi ancha oshadi. Bu oshirilgan miqdordagi aralashmali chegara qatlamlarining termodinamik turg'unligi kam bo'lishi va asosiy metall donachalarining erish temperaturasi gacha qaraganda, erish temperaturasi kamligi bilan tushuntiriladi.

Issiq deformatsiyalash temperaturasi gacha qizdirish bilan donalararo qatlamlar mustahkamligi, donalar mustahkamligiga nisbatan jadalroq kamayadi va umumiy deformatsiyada kristallitaro deformatsiya ulushi oshadi. Bir vaqtda bu qatlamlarning mo'rtligi

kamayadi, shunday ekan, ularda mikro darzlar hosil bo'lishi ham kamayadi. Mikro darzlarning hosil bo'lish havfining kamayishi, ularni deformatsiyalash jarayonida «davolanib qolish» imkoniyati bilan ham tushuntiriladi. Ikki fazali qotishmalarni deformatsiyalash jarayonida «davolanib qolish» imkoniyatini tushuntirishda A.A.Bochvar tomonidan topilgan bir fazadagi kristallitlar atomlarini boshqa faza kristallitlariga to'satdan ro'y beradigan ko'chish hodisasi muhim ahamiyatga ega. Bu hodisani A.A.Bochvar plastik deformatsiyaning eritma-cho'ktirmali turi deb atadi. Atomlarning fazalararo ko'chishida mikroskopik darzlarni «davolanib qolishi» ro'y beradi, chunki metallni cho'kishi mikro bo'shliqlarda oson sodir bo'ladi.

Temperatura o'sishi bilan atomlarning qo'zg'aluvchanligi oshgani uchun, mikrodarzlarni «davolanib qolishi» ham issiq deformatsiya temperaturalarida engil amalga oshadi.

### ***1.10. Deformatsiya tezligining plastiklik va deformatsiyalashga qarshilikka ta'siri***

Metallarning mexanik xossalarini odatdagi aniqlash sinov mashinalarida 10 mm/s dan oshmaydigan deformatsiya tezligi bilan o'tkaziladi. Presslarda va bolg'alash mashinalarida bosim bilan ishlash mashina ish organini taxminan 0,1 dan 0,5 m/s gacha oraliqdagi o'rtacha harakat tezligida olib boriladi. Katta bolg'a (molot)da ishlov berishdagi metallga ta'sir endi dinamik tabiatga ega: molot babasi tezliklari zarb paytida 5-10 m/s ni, bitta zarbadagi hamma deformatsiya jarayoni sekundning faqat yuzdan bir ulushigacha davom etadi. Shuning uchun, bosim bilan ishlash jarayonlarini tahlil qilish va loyihalashda, odatdagi sinovlar yo'li bilan olingan metallarning mexanik xossalari haqidagi ma'lumotlardan foydalanish mumkin ekanligini, boshqacha aytganda, deformatsiya tezligi plastiklik va deformatsiyaga qarshilikka qanday ta'sir qilishini bilish juda muhim.

Avvaldan aytish mumkinki, ***deformatsiya tezligi oshganda deformatsiyaga qarshilik o'sadi, plastiklik esa kamayadi.***

Deformatsiya tezligi oshishi bilan ba'zi magniy qotishmalari, yuqori legirlangan po'lat va mis qotishmalarining plastikligi ayniqsa tez pasayadi.

Alyuminiy qotishmalari, kam legirlangan va uglerodli konstruksion po'latni deformatsiya tezligiga sezgirligi ancha kam. Bunday po'lat, issiq ishlov berishda barcha amalda qo'llaniladigan deformatsiyalash tezliklarida tamomila etarli plastiklikka egadir.

Bosim bilan sovuq holda ishlov berishdagi deformatsiya tezligini ta'siri issiq holdagidan ancha kam bo'ladi. Bu ta'sirning o'sish jadalligi kichik tezliklar diapazonida (mm/daq) katta va katta tezliklar diapazonida juda kichik bo'ladi.

Shunday bo'lsa ham keltirilgan ma'lumotlar aniqlashtirishni talab qiladi. Hammasidan avval ikkita muhim jihatni: issiq holda plastik deformatsiyalashda ikkita qarama-qarshi mustahkamlash va bo'shatuvchi jarayonlar borligi (qaytish va rekristallizatsiya) va plastik deformatsiyaning issiqlik ta'sirini hisobga olish kerak. Qaytish va rekristallizatsiya haqida ilgari aytilgan edi. Issiqlik ta'siri plastik deformatsiyaga sarflanayotgan energiya issiqlikka aylanishida namoyon bo'ladi. Issiqlik ta'siri boshqa teng sharoitlarda deformatsiya temperaturasi oshishi bilan kamayadi, chunki temperatura ko'tarilishi bilan deformatsiyaga qarshilik kamayadi va shu sababli deformatsiya uchun talab qilinadigan energiya kamayadi. Shuning uchun berilgan namunani sovuq va issiq holatda aynan bir xil deformatsiyalash natijasida, issiq holatda issiqlik kamroq ajraladi. Agar deformatsiya tezligi kichik bo'lsa, issiqlik tarqalib ketadi va jarayon deyarli izotermik holda o'tadi. Aksincha, katta deformatsiya tezliklarida ajralib chiqayotgan issiqlik jism temperaturasini oshiradi, boshqacha aytganda issiqlik ta'siri kuzatiladi.

Sovuq holda bosim bilan ishlov berishda bo'shatuvchi jarayonlar bo'lib o'tmaydi. Deformatsiyaga qarshilik mustahkamlanish natijasida deformatsiya darajasi bilan bog'liq o'sadi, qandaydir chegaralarda tezlikning o'zgarishi jarayon o'tishiga kam ta'sir qiladi. Sovuq holda bosim bilan ishlov berishning ayrim hollarida esa katta deformatsiya tezliklarida temperaturaning ta'siri natijasida qaytish hodisasi kelib chiqishi mumkin, pastroq tezlikda bo'lganiga qaraganda deformatsiyalashga qarshilik kichik, plastiklik esa katta bo'lib qoladi.

1-jadval. *W* tezlik ko'effitsientining qiymatlari  
(S.I.Gubkin bo'yicha)

Mashinaning ishchi organi tezligi, sm/sek	Ishlov berish temperaturasi, °S		
	0,5T <sub>er</sub> dan kam	0,5T <sub>er</sub> dan yuqori to'liqmas issiq deformatsiyada	0,5T <sub>er</sub> dan yuqori issiq deformatsiyada
10 – 25	1,1	1,4-2,4	1,2-1,6
25 – 75	1,15	2,4-3,0	1,6-2,0
100 dan katta	1,25	3,5	2,5
Zarbli ta'sir	1,5-2,0	5,0	4,0

Eslatma. T<sub>er</sub> - mutlaq erish temperaturasi.

Issiq deformatsiyada rekristallizatsiya jarayoni ro'y beradi. Deformatsiya tezligi qancha yuqori bo'lsa, rekristallizatsiya tezligi shuncha kam, deformatsiyaga qarshilik qancha katta bo'lsa, plastiklik shuncha kam bo'ladi. Ilgari aytilganidek, issiq holda ishlov berishda deformatsiya tezligini oshishi rekristallizatsiya jarayonini qiyinlashtiradi, issiq holda ishlov berishdagi deformatsiyaga qarshilik va plastiklikka keskin ta'sir ko'rsatadi.

Past qizdirish temperaturalarida po'lat va normal temperatura oralig'ida bolg'alashda magniy qotishmalari juda kichik rekristallizatsiya tezligiga ega bo'ladi. Shuning uchun deformatsiya tezligini oshirish ishlov berish xarakterini o'zgartirishi mumkin: u issiqdan to'liqmas issiqqa aylanadi, bu bir vaqtda deformatsiyaga qarshilikni o'sishi bilan, plastiklikni birdan o'zgarishini keltirib chiqaradi.

Agar ishlov berish mo'rtlik sohasiga yaqin temperaturalarda o'tkazilayotgan bo'lsa, deformatsiya tezligini o'zgarishi boshqacha ta'sir ko'rsatishi mumkin. Masalan, texnik toza temir (armko-temir) 825-1100° temperatura oralig'ida mo'rtlik sohasiga ega. Agar uni 825° ga yaqin temperaturada katta deformatsiya tezligi bilan bolg'alansa, deformatsiyaning temperatura ta'siri natijasida



metall mo'rtlik sohasiga tushib qoladi. Xuddi shunday temperatura ta'siri  $1100^{\circ}$  ga yaqin temperaturada metallni mo'rtlik sohasidan olib chiqishi mumkin.

Uzoq muddatli yuklamalar ta'siri ostida, oqish chegarasidan kichik bo'lgan kuchlanishlarda plastik deformatsiya ro'y berishi mumkin. Bu relaksatsiya hodisasi bilan bog'liq bo'lib, uning ta'rifini Maksvell bergan:

«Har qanday jism, uning tabiatidan qat'iy nazar, vaqt o'tishi bilan unga ta'sir qilayotgan kuchlarga qarshilik qilish qobiliyatini yo'qotadi».

2-jadval. *Uzoq muddatli yuklanish ta'siri*  
(Material - jez,  $\sigma_v=51,5 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\sigma_s=36,5 \text{ kg/mm}^2$ ,  
 $\sigma_{up}=16,5 \text{ kg/mm}^2$ ,  $\delta=14\%$ )

Sinovda berilgan kuchlanish, $\text{kg/mm}^2$	40	30-35	25	20	16
Namunani uzish-gacha o'tgan vaqt, kunlar	1	25	45	42	110

3-jadval. *Uglerodli po'latni yoyiluvchanligi*

Sinov temperaturasi, $^{\circ}\text{S}$					Yoyiluvchanlik tezligi, %/soat
400	450	500	550	600	
t sinovdagi oquvchanlik chegarasi, $\text{kg/mm}^2$					
42,5	36,2	30	23,2	16,2	
Sinovda berilgan kuchlanish, $\text{kg/mm}^2$					
4	2,5	1,4	0,8	0,5	$10^{-6}$
7,3	4,6	2,5	1,4	0,8	$10^{-5}$
11	6,6	3,8	2,2	1,3	$10^{-4}$
15,2	9,8	5,5	2,8	1,6	$10^{-3}$

Oqish chegarasidan kichikroq kuchlanish keltirib chiqaradigan uzoq muddatli yuklama, hatto normal temperaturada keyingi buzilishgacha qadar deformatsiyani asta-sekin ko'payishini keltirib chiqarishi mumkin. Bu hodisa ba'zi rangli metallarda, masalan, jezda ayniqsa yaqqol ifodalanishini 2-jadvaldan ko'rish mumkin.

Oshirilgan temperaturalarda plastik deformatsiyaning rivojlanishi oqish chegarasidan ancha kichik bo'lgan kuchlanishlarda kuzatiladi. Bu hodisa yoyiluvchanlik (polzuchest) nomini olgan.

## 2- bob. KUCHLANGAN VA DEFORMATSIYALANGAN HOLAT

Kuchlar ta'siriga uchragan jism kuchlangan holatda bo'ladi.

Jismga ta'sir etayotgan tashqi kuchlar ikkita asosiy turda: sirtqi va hajmiy yoki massaviy bo'ladi.

**Sirtqi** kuchlarga berilgan jism sirtiga qo'yilgan kuchlar kiradi. Ular tarqalgan (yoyilgan) va yig'ilgan bo'lishi mumkin.

**Hajmiy** kuchlarga jismning barcha, shu jumladan ichki nuqtalariga ham ta'sir ko'rsatuvchi kuchlar kiradi. Bu kuchlar jism massasining elementariga proporsionaldir (og'irlik kuchlari, inersiya kuchlari va boshqalar). Bundan keyin hajmiy kuchlarning ta'siri ko'rib o'tilmaydi.

Kuchlangan holatni ko'rib chiqishda jism **bir jinsli** va **izotrop** va uzluksiz nuqtalar tizimidan iborat deb qabul qilinadi. Agar nuq-talar tizimi muvozanatda bo'lsa, tashqi kuchlar xuddi tizim qotgandek baravarlashgan deb qabul qilinadi. Buni **qotish prinsipi** deb ataladi.

Elastik holatda muvozanat tashqi kuchlarning har qanday nisbatida ham bo'lishi mumkin.

Plastik muvozanatda kuchlarning nisbati va kattaligi batamom ma'lum bo'lishi kerak. Buni keyinchalik aniqlanadi.

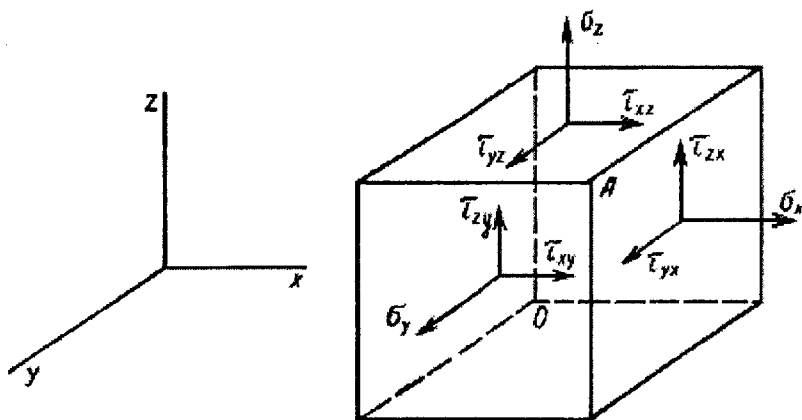
Tashqi kuchlar ta'siri ostida jismda ichki kuchlar kelib chiqadi. Yuza birligiga keltirilgan ichki kuchlar jadalligi **kuchlanish** deb ataladi. Kuchlangan jismdagi har qanday nuqta boshqa hammasining ta'siri ostida bo'ladi, shuning uchun berilgan har qanday nuqta orqali o'tkazilgan har bir tekislikda unga muayyan kattalik va yo'nalishdagi kuchlanish ta'sir ko'rsatadi.

To'liq kuchlanish **parallelepiped** qoidasi bo'yicha doimo bitta tik va ikkita urinma, uch bo'lakka ajratilishi mumkin. Xuddi shunday to'liq kuchlanishni yo'nalishi bo'yicha uchta koordinat o'qiga ajratish mumkin.

## 2.1. Koordinat tekisliklaridagi kuchlanishlar

Kuchlangan A nuqta orqali koordinat o'qlariga parallel bo'lgan uchta tekislik o'tkazamiz (19-rasm). Bu tekisliklarda nuqtagi ta'sir etayotgan kuchlanishlarni chizmada belgilash imkoniyatiga ega bo'lish uchun 19-rasmda ifodalangan parallelepiped quramiz. Bu parallelepipedning qirralari nuqtaga cheklanmagan miqdorda yaqinlashuvchi cheksiz kichik hisoblanadi. U holda parallelepiped qirralarida, nuqtadan o'tuvchi uchta o'zaro perpendikulyar tekisliklarda, unga ta'sir qiluvchi kuchlanishlarni tasvirlash mumkin bo'ladi. Har bir maydonchadagi kuchlanishni uchga ajratamiz: bitta normal (tik) va ikkita urinma. Urinma kuchlanishlarni koordinat o'qlariga parallel yo'naltiramiz. Shunday qilib, hammasi bo'lib uchta normal va oltita urinma kuchlanishlar bo'ladi.

Koordinat maydonchalaridagi normal kuchlanishlarni  $\sigma$ , urinma kuchlanishlarni  $\tau$  bilan belgilaymiz.



19-rasm. Koordinat tekisliklaridagi kuchlanishlar.

Birinchi harf kuchlanish ta'sir ko'rsatayotgan koordinat o'qi yo'nalishini, ikkinchisi esa kuchlanish qo'yilgan (kuchlanish manzili) maydonchaga normal (perpendikulyar) bo'lgan koordinat

o'qini ko'rsatadi. Masalan,  $\tau_{xu}$  - urinma kuchlanish  $x$  o'qiga parallel,  $y$  o'qiga perpendikulyar maydongacha, ya'ni  $xz$  tekislikka parallel maydonchaga ta'sir qiladi. Normal kuchlanishlar uchun yo'nalish va manzil mos tushgani sababli, bu kuchlanishlarning belgilanishi bitta harfdan iborat indeks bilan beriladi, masalan  $\sigma_{ux}$ , o'rniga  $\sigma_x$ .

Nuqtada koordinat o'qlariga parallel maydonchalar bo'yicha ta'sir qilayotgan kuchlanishlar 19-rasmda strelkalar bilan geometrik tasvirlangan.

Normal kuchlanishlar, agar ular cho'zilishni keltirib chiqarishga intilsa musbat hisoblanadi.

Urinma kuchlanishlar koordinat o'qlarining musbat yo'nalishida yo'nalganida, agar bunda berilgan maydonchadagi cho'zuvchi normal kuchlanish ham o'qning musbat yo'nalishiga yo'naltirilgan bo'lsa musbat bo'ladi. Normal cho'zuvchi kuchlanish koordinat o'qining manfiy yo'nalishiga yo'nalganda, urinma kuchlanishlar, agar mos ravishdagi o'qlarning manfiy yo'nalishlariga yo'naltirilgan bo'lsa, musbat bo'ladi.

Nuqtadagi kuchlanishlari koordinat o'qlariga parallel uchta o'zaro perpendikulyar maydonchalar bo'yicha jadval (matrisa) shaklida yozamiz:

$\sigma_x$	$\tau_{xu}$	$\tau_{xz}$	- $x$ yo'nalish	(2.1)
$\tau_{ux}$	$\sigma_u$	$\tau_{uz}$	- $u$ yo'nalish	
$\tau_{zx}$	$\tau_{zu}$	$\sigma_z$	- $z$ yo'nalish	
x manzil	u manzil	z manzil		

Har bir gorizontal qatorda bitta yo'nalishdagi kuchlanishlar  $x$ ,  $u$ ,  $z$  ketma-ketlikda yozilgan. Har bir vertikal ustunda bitta manzildagi kuchlanishlar o'sha ketma-ketlikda yozilgan. Shunday qilib, uchta o'zaro perpendikulyar maydonchalarda to'qqizta kuchlanish bor: uchta normal va oltita urinma.

Biroq, urinma kuchlanishlarning juftligi haqidagi ma'lum qoida natijasida faqat oltita kuchlanish turli qiymatlar olishi mumkin: uchta normal va uchta urinma, chunki

$$\tau_{xu} = \tau_{ux} ; \tau_{xz} = \tau_{zx} ; \tau_{uz} = \tau_{zu} \quad (2.2)$$

ya'ni, ikkita bir xil harfli indeksga ega urinma kuchlanishlar indeksdagi harflarning joylashish tartibiga bog'liq bo'lmagan holda o'zaro teng bo'ladi.

Agar (2.2) tengliklarni hisobga olinsa, matrisada bosh diagonalga nisbatan simmetrik joylashgan urinma kuchlanishlar o'zaro juftlikda teng bo'lishini ko'rishi oson. Buni hisobga olib matrisani soddallashtirib qayta yozish mumkin:

$$\begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{pmatrix} \quad (2.1a)$$

## 2.2. Qiya maydonchadagi kuchlanishlar

Belgilangan nuqtadan o'tuvchi, uchta o'zaro perpendikulyar maydonchalardagi kuchlanishlar berilgan bo'lsa, uning kuchlangan holati tamomila aniq ekanini isbotlaymiz.

Berilgan  $O$  nuqtadan koordinat o'qlariga qiya tekislik o'tkazamiz. Natijada  $Oavs$  tetraedr geometrik shaklini olamiz. Uning qirralari cheksiz kamayib borganda berilgan nuqta bilan qo'shilib ketadi (20-rasm).  $N$  - tetraedr qiya yoqlariga normal bo'lsin. Uning holati yo'naltiruvchi kosinuslar bilan aniqlanadi:

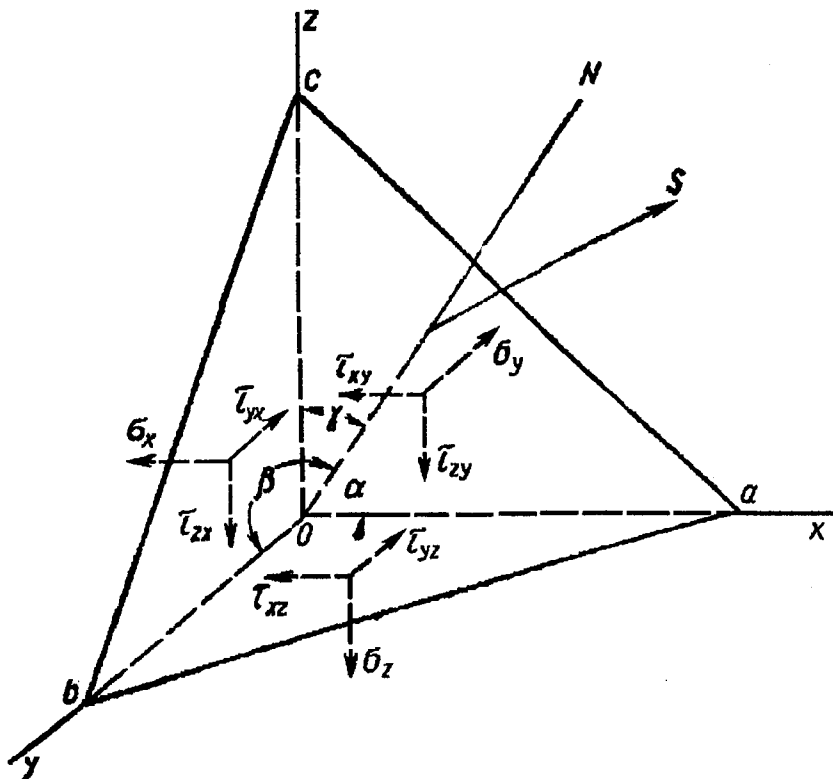
$$\cos \alpha = \cos (N, x) = a_x;$$

$$\cos \beta = \cos (N, y) = a_y;$$

$$\cos \gamma = \cos (N, z) = a_z.$$

Qiya yoqning yuzasi  $\Delta F$ , qolgan yoqlar ularning joylashishiga mos ravishda  $\Delta F_x$ ,  $\Delta F_y$  va  $\Delta F_z$  bo'lsin. Qiya yoqda qandaydir  $S$  (to'liq) kuchlanish ta'sir etadi deb hisoblaymiz.

Koordinat maydonchalardagi kuchlanishlar berilgan  $S$  kuchlanishning koordinat o'qlari yo'nalishiga proeksiyasi, yoki o'shaning o'zi,  $S$  kuchlanishning koordinat o'qlari bo'yicha tashkil etuvchilarini  $S_x$ ,  $S_u$  va  $S_z$  bilan belgilaymiz.



20-rasm. Qiya maydonchadagi kuchlanishlar.

Tetraedr muvozanatda bo'lishi kerak. Barcha ta'sir etuvchi kuchlarni koordinat o'qlariga proektsiyalab, muvozanat shartini yozamiz:

$$\begin{aligned} \sum_{prx} &= S_x \Delta F - \sigma_x \Delta F_x - \tau_{xu} \Delta F_u - \tau_{xz} \Delta F_z = 0; \\ \sum_{pry} &= S_y \Delta F - \tau_{yx} \Delta F_x - \sigma_u \Delta F_u - \tau_{yz} \Delta F_z = 0; \\ \sum_{prz} &= S_z \Delta F - \tau_{zx} \Delta F_x - \tau_{zu} \Delta F_u - \sigma_z \Delta F_z = 0; \end{aligned}$$

Ammo  $\Delta F_x = \Delta F a_x$ ;  $\Delta F_u = \Delta F a_u$ ;  $\Delta F_z = \Delta F a_z$ ; U holda

$$\begin{aligned} S_x &= \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z; \\ S_D &= \tau_{yx} a_x + \sigma_u a_y + \tau_{yz} a_z; \\ S_z &= \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z. \end{aligned} \tag{2.3}$$

S kuchlanish tashkil etuvchilarini parallelepiped qoidasi bo'yicha yig'ib, to'liq S kuchlanishning o'zini ham olish oson:

$$S^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \quad (2.4)$$

Qiya maydonchadagi  $\sigma_n$  normal kuchlanish  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $S_z$  tashkil etuvchilarning maydongacha bo'lgan normalga proeksiyalari yig'indisi sifatida aniqlanadi:

$$\sigma_n = S_x a_x + S_y a_y + S_z a_z \quad (2.5)$$

Qiymatlarini (2.3) tenglamadan olib qo'yib, ushbuni olamiz.

$$\sigma_n = \sigma_x a_x^2 + \sigma_y a_y^2 + \sigma_z a_z^2 + 2\tau_{xy} a_x a_y + 2\tau_{yz} a_y a_z + 2\tau_{zx} a_z a_x \quad (2.5a)$$

Qiya maydonchadagi  $\tau$  to'liq urinma kuchlanishni parallelogramma qoidasi bo'yicha olamiz.

$$\tau^2 = S^2 - \sigma_n^2 \quad (2.6)$$

Olingan formulalardan kelib chiqadiki, agar koordinat maydonchalarida kuchlanish berilgan bo'lsa, u holda har qanday qiya maydonchadagi kuchlanishni doimo aniqlash mumkin, boshqacha aytganda, agar uchta o'zaro perpendikulyar tekislikda ta'sir etayotgan oltita kuchlanish berilgan bo'lsa, nuqtaning kuchlangan holati tamomila aniq bo'ladi.

### 2.3. Bosh normal kuchlanishlar

$\sigma_n$  uchun olingan (2.5a) ifodali ko'rib chiqamiz. Qandaydir qiya maydonchaga N normal yo'nalishi bo'yicha r vektor olamiz (20 - rasm):

$$r = \frac{A}{\sqrt{|\sigma_n|}}$$

ya'ni,  $\sigma_n = \pm \frac{A^2}{r^2}$  deb qabul qilamiz. Bu yerda A- masshtabni aniqlovchi qandaydir ixtiyoriy doimiy.

Vektor uchining koordinatlari

$$x = r a_x;$$

$$y = r a_y;$$

$$z = r a_z \quad \text{bo'ladi.}$$



$$\text{Demak } a_x = \frac{x}{r}; a_y = \frac{y}{r}; a_z = \frac{z}{r}.$$

a ning bu qiymatlarini  $\sigma_n$  uchun (2.5) ifodali qo'yib, va  $r$  ga qisqartirib ushuni olamiz.

$$A^2 = \sigma_x x^2 + \sigma_y y^2 + \sigma_z z^2 + 2\tau_{xy} xu + 2\tau_{yz} yz + 2\tau_{zx} zx \quad (2.7)$$

Analistik geometriyadan ma'lumki, olingan tenglama ikkinchi tartibli markazga keltirilgan (birinchi tartibli  $x, u, z$  yo'q) sirt dan iboratligini ko'rsatadi.

Qiya maydonchanning holati o'zgarganda  $r$  vektor uchining yo'nalishi va  $x, u, z$  koordinatlari o'zgaradi, ammo uning uchi doimo (2.7) tenglama bilan aniqlanadigan sirt da yotadi. Bundan bu sirt batamom nuqtaning kuchlangan holati bilan aniqlanishi kelib chiqadi. U Koshi kuchlanishlar sirti nomini olgan.

Koordinat o'qlarining holati o'zgarganda, ya'ni ko'rsatilgan sirt ni boshqa koordinat o'qlariga ko'chirilganda, sirtning o'zi o'zgarmay qoladi, faqat tenglama koefitsientlarigina, ya'ni koordinat maydonchalaridagi kuchlanish kattaligi o'zgaradi, chunki bu maydonchalar endi boshqa bo'ladi.

Analistik geometriyadan ma'lumki, agar ikkinchi tartibli sirt ni faqat markazga emas, balki tutashgan diametrlarga, ya'ni o'qlarga qo'yilsa, koordinata ko'paytmalaridagi koefitsientlar nolga aylanadi. (2.7) tenglama bilan aniqlanadigan sirt bilan ham xuddi shunday qilish mumkin. Bu esa, kuchlangan holat da bo'lgan nuqtadan doimo shunday uchta o'zaro perpendikulyar tekislik o'tkazish mumkinki, ularda urinma kuchlanishlar bo'lmaydi va faqat uchta normal kuchlanish qoladi demakdir. Bu uchta kuchlanish **bosh normal kuchlanishlar** deb ataladi, ularning yo'nalishi - bosh yo'nalishlar, ular ta'sir etayotgan tekisliklar esa bosh tekisliklar deyiladi. Shunday qilib, koordinat o'qlarini bosh yo'nalishlar (bosh o'qlar) ga parallel tanlab olinsa, unda mos ravishdagi koordinat (bosh) tekisliklarida faqat normal (bosh) kuchlanishlar ta'sir ko'rsatadi. Bundan kelib chiqadiki, nuqtaning kuchlangan holati, agar uchta bosh o'q yo'nalishi va uchta bosh kuchlanish kattaligi berilgan bo'lsa batamom ma'lum (tamomila aniq) bo'ladi. Bosh kuchlanishlarni  $x, u, z$  o'rniga 1, 2, 3 indekslar bilan belgilaymiz:

$$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3.$$

Shu indekslar bilan bosh o'qlar, shuningdek bu o'qlarga qiya maydonchalarning yo'naltiruvchi kosinuslarini ham belgilaymiz.

Agar nuqtaning kuchlangan holati bosh kuchlanishlar bilan berilgan bo'lsa, qiya maydonchalardagi kuchlanishlar (2.3), (2.4), (2.5) va (2.6) formulalar asosida juda oddiy ifodalanadi. Koordinat o'qlari bo'yicha tashkil etuvchilar:

$$S_1 = \sigma_1 a_1; S_2 = \sigma_2 a_2; S_3 = \sigma_3 a_3; \quad (2.8)$$

$$\text{To'liq kuchlanish } S^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 \quad (2.9)$$

$$\text{Normal kuchlanish } \sigma_n = \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2 \quad (2.10)$$

$$\text{Urinma kuchlanish } \tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - \left( \sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2 \right)^2. \quad (2.11)$$

## 2.4. Kuchlanishlar tenzori haqida tushuncha

Nuqtaning kuchlangan holati (2.7) sirt bilan aniqlanishi ilgari qayd etilgan edi. Bu kuchlangan holat skalyardan (son bilan aniqlanuvchi) va vektordan (son va yunalish bilan aniqlanuvchi) farqli ravishda tenzor kattalik ekanini bildiradi. Bu sirt, u bilan birga kuchlangan holat ham koordinat maydonchalaridagi to'qqizta kuchlanishlar bilan aniqlangani sababli, koordinat tekisliklarida ta'sir etuvchi kuchlanishlar tasvirlangan (2.1) matrisaga alohida ma'no berish mumkin, chunonchi shunday yozish mumkin:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2.12)$$

Tenglikning o'ng qismi tenzor tahlil nuqtai nazaridan 2-darajali simmetrik tenzordan iboratdir. Bu yozuvni shunday tushunish mumkin. Berilgan nuqtaning kuchlangan holati qandaydir tashkil etuvchilarga ega kuchlanishlar tenzoriga teng. Urinma kuchlanishlar jufti o'zaro teng va teng urinma

kuchlanishlar matrisada bosh diagonal ( $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ )ga nisbatan simmetrik joylashgani uchun, bunday qisqartirib yozish mumkin:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2.12a)$$

Agar bosh kuchlanishlar berilgan bo'lsa, kuchlanish tenzori ushbu ko'rinishda yoziladi:

$$T_\sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ \bullet & \sigma_y & 0 \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{Bmatrix} \quad (2.12b)$$

Tenzorlar bilan tenzor tahlilida o'rganiladigan turli matematik amallar o'tkazish mumkin, xususan, tenzorlarni ayirish va qo'shish mumkin. Buni keyinchalik ko'rib chiqamiz.

Endi ixtiyoriy koordinat o'qlari uchun berilgan kuchlanishlar tenzori bo'yicha bosh kuchlanishlar kattaligi va bosh tekisliklar holatini topish mumkinligini aniqlab olamiz.

Hozircha noma'lum qandaydir qiya maydonchada faqat normal kuchlanishlar ta'sir etayotgan bo'lsin, ya'ni bu maydoncha asosiy (bosh) hisoblanadi. Olingan koordinat tizimiga nisbatan bu maydonchani holati yo'naltiruvchi kosinuslar  $a_x, a_y, a_z$ , bilan aniqlanadigan bo'lsin. U holda  $\sigma$  kuchlanish tashkil etuvchilari koordinat o'qlari bo'yicha  $\sigma \cdot a_x; \sigma \cdot a_y; \sigma \cdot a_z$  bo'ladi, chunki  $\sigma$  yo'nalishi maydonchaga normal bilan mos tushadi. Ammo avvalgi (2.3) formulalardan bu tashkil etuvchilar uchun kuchlanish tenzori tashkil etuvchilari orqali ifodalar ma'lum, demak,

$$\sigma a_x = \sigma_x a_x + \tau_{xy} a_y + \tau_{xz} a_z;$$

$$\sigma a_y = \tau_{yx} a_x + \sigma_y a_y + \tau_{yz} a_z;$$

$$\sigma a_z = \tau_{zx} a_x + \tau_{zy} a_y + \sigma_z a_z.$$

Tenglamalarni o'zgartirib bunday yozamiz:

$$\begin{aligned}(\sigma_x - \sigma)a_x + \tau_{xy}a_y + \tau_{xz}a_z &= 0; \\ \tau_{yx}a_x + (\sigma_y - \sigma)a_y + \tau_{yz}a_z &= 0; \\ \tau_{zx}a_x + \tau_{zy}a_y + (\sigma_z - \sigma)a_z &= 0;\end{aligned}$$

Olingan tenglamalar tuzilishi a ga nisbatan chiziqli va bir jinsli (ozod hadlari nolga teng) hisoblanadi.  $a_x$ ,  $a_y$  va  $a_z$  o'lchamlar bir vaqtda nolga teng bo'la olmaganini sababli, tenglamalar nazariyasidan ma'lumki, bunday tizim aniqlovchisi nolga teng bo'lishi kerak, ya'ni

$$\begin{vmatrix}(\sigma_x - \sigma) & \sigma_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & (\sigma_y - \sigma) & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{xy} & (\sigma_z - \sigma)\end{vmatrix} = 0 \quad (2.13)$$

Aniqlovchini yoyib va o'zgartirishlar kiritib,  $\sigma$  ga nisbatan kub tenglama olamiz:

$$\begin{aligned}\sigma^3 - \sigma^2(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) + \sigma(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yx}^2 - \tau_{zx}^2) - \\ - (\sigma_x\sigma_y\sigma_z + 2\tau_{xy}\tau_{yz}\tau_{zx} - \sigma_x\tau_{yz}^2 - \sigma_y\tau_{zx}^2 - \sigma_z\tau_{xy}^2) = 0\end{aligned} \quad (2.13a)$$

Bu tenglamani yechib uning uchta ildizini, ya'ni  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  qiymatlarini olamiz, ular tenglama tabiatiga ko'ra doimo haqiqiy bo'ladi.

Qo'shimcha, analitik geometriyadan ma'lum bo'lgan shart  $a_x^2 + a_y^2 + a_z^2 = 1$  ni yozib, yo'naltiruvchi kosinuslar qiymatini ham aniqlash mumkin.

Bosh kuchlanishlar kattaligini aniqlash uchun (2.13) tenglamani keltirib chiqarishda koordinat o'qlari ixtiyoriy tanlab olingan edi. Bosh kuchlanishlar esa berilgan kuchlangan holatda yagona qiymatga ega bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki, (2.13) kub tenglamaning koeffisientlari koordinat o'qlari qanday tanlab olinmasin, aynan bitta qiymatlarga ega bo'ladi. Ular koordinat o'qlari holati o'zgarganda o'z kattaligini o'zgartirmaydi.

Boshqacha aytganda, bu koeffitsientlar koordinat o'zgarishlariga invariantdir. Bu koeffitsientlar kuchlanish tenzori tashkil etuvchilaridan tuzilgani sababli, ular koordinat o'zgartirilganda uning invariantlari hisoblanadi.

Kuchlanish tenzorini birinchi invarianti  $i_1$  - chiziqli:

$$i_1 = \sigma_x + \sigma_u + \sigma_z = \text{const} \quad (2.14)$$

Ikkinchi invariant  $i_2$  - kvadratsimon:

$$i_2 = \sigma_x \sigma_u + \sigma_u \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xu}^2 - \tau_{uz}^2 - \tau_{zx}^2 = \text{const} \quad (2.15)$$

Uchinchi invariant  $i_3$  - kubsimon:

$$i_3 = \sigma_x \sigma_u \sigma_z + 2\tau_{xu} \tau_{uz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{uz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 = \text{const} \quad (2.16)$$

Uchinchi invariant kuchlanish tenzori tashkil etuvchilaridan tuzilgan, qatorga yoyilgan aniqlovchi hisoblanadi:

$$i_3 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (2.12)$$

Ikkinchi invariant bu aniqlovchini uni bosh diagonali bo'yicha yoyganda minorlari yig'indisi hisoblanadi.

$$i_2 = \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_x & \tau_{xz} \\ \tau_{zx} & \sigma_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zy} & \sigma_z \end{vmatrix} \quad (2.15a)$$

Kuchlanish tenzori invariantlari juda muhim ahamiyatga ega, chunki ular kuchlangan holatning mexanik qonuniyatlarini ifodalaydilar.

Masalan, ikkita tenzor yozilgan bo'lsa, invariantlardan foydalanib, ular turli kuchlangan holatlarni ifodalaydimi yoki bitta kuchlangan holatni o'zini turli koordinat tizimlaridagi ifodasi ekanini biz darhol aniqlay olamiz.

## 2.5. Kuchlanishlar ellipsoidi.

Qiya maydonchadagi kuchlanishlar komponentlarini koordinat o'qlari bo'yicha bosh kuchlanishlar orqali (2.8) formula bilan ifodalaymiz.

$$S_1 = \sigma_1 a_1; S_2 = \sigma_2 a_2; S_3 = \sigma_3 a_3$$

$$\text{Demak, } a_1^2 = \frac{S_1^2}{\sigma_1^2}; a_2^2 = \frac{S_2^2}{\sigma_2^2}; a_3^2 = \frac{S_3^2}{\sigma_3^2}.$$

$$\text{Ammo } a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$$

Oxirgi tenglamaga  $a$  ning qiymatlarini qo'yib ushbuga ega bo'lamiz.

$$\frac{S_1^2}{\sigma_1^2} + \frac{S_2^2}{\sigma_2^2} + \frac{S_3^2}{\sigma_3^2} = 1 \quad (2.17)$$

Har bir berilgan kuchlangan holat uchun  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  o'zgarmas hisoblanadi. Demak, (2.17) tenglama hamma qiya maydonchalardagi kuchlanishlarni barcha mumkin bo'lgan qiymatlarini beradi.

Tenglama uch o'qli ellipsoidni tasvirlaydi, uning yarim o'qlari berilgan nuqtadagi bosh kuchlanishlardan, sirt nuqtalarining koordinatlari esa  $S$  to'liq kuchlanishlarni turli qiya maydonchalarga proeksiyalaridan iborat bo'ladi. Demak, markazdan ellipsoid sirti bilan kesishguncha qadar bo'lgan har qanday kesmaning uzunligi qandaydir qiya maydonchadagi to'liq kuchlanish  $S$  ni tasvirlaydi. Bu ellipsoid kuchlanish ellipsoidi deb ataladi va geometrik kuchlanish tenzorini ko'rsatadi. Ellipsoid xordalaridan birortasi ham uning katta o'qidan ortiq bo'la olmagan sababli, istalgan nuqtadagi mutlaq kattaligi bo'yicha eng katta kuchlanish, o'sha nuqtadagi uchta bosh normal kuchlanishlardan eng kattasi bo'ladi.

Agar uchta bosh normal kuchlanishlardan ikkitasi mutlaq qiymati bo'yicha o'zaro teng bo'lsa, kuchlanishlar ellipsoidi aylanma ellipsoidga aylanadi. Agar bunda ular bir xil ishoraga ega bo'lsa, unda uchinchi koordinat o'qiga parallel bo'lgan barcha maydonchalar bo'yicha kuchlanishlar bir xil va ular ta'sir qilayotgan maydonchalarga perpendikulyar bo'ladi. Bunda uchinchi bosh kuchlanish yo'nalishiga perpendikulyar koordinat tekisligidagi har qanday ikkita o'zaro perpendikulyar yo'nalish bosh hisoblanadi. Agar uchchala bosh normal kuchlanishlar o'zaro teng bo'lsa, ellipsoid sharga aylanadi va har qanday uchta o'zaro perpendikulyar o'qlar bosh bo'ladi. Barcha koordinat o'qlariga qiya maydonchalarda bir xil o'zaro teng normal kuchlanishlar ta'sir qiladi, urinmalar esa bo'lmaydi (chunki har qanday tekislik -

bosh bo'ladi). Boshqacha aytganda, nuqta har tomonlama bir tekis siqilish yoki cho'zilish holatida bo'ladi. Kuchlanish tenzori ko'rinishi

$$T_{\sigma}^{\circ} = \begin{Bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{Bmatrix}$$

Bunday kuchlanish tenzori sharsimon tenzor nomini olgan. Uning matritsasi koordinat tizimini tanlab olishga invariantdir.

Agar bosh kuchlanishlardan biri nolga teng bo'lsa, ellipsoid *ellips* ga aylanadi va hajmiy kuchlangan holat tekislik (*yassi*) ga aylanadi. Nihoyat, agar ikkita bosh kuchlanish nolga teng bo'lsa, ellipsoid *to'g'ri chiziqqa* aylanadi, ya'ni *chiziqli* kuchlangan holat o'rin oladi.

## 2.6. Bosh urinma kuchlanishlar

(2.11) tenglamaga asosan, qiya maydonchalardagi urinma kuchlanishlar, agar kuchlanishlar tenzori bosh kuchlanishlarda berilgan bo'lsa, ushbu tenglama bilan ifodalanadi:

$$\tau^2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 a_3^2 - (\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 a_3^2)^2.$$

Qaysi maydonchalarda urinma kuchlanishlar maksimal kattalikni olishini aniqlab olamiz.

$$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1 \text{ shartdan} \quad (a)$$

$$a_3^2 = 1 - a_1^2 - a_2^2 \text{ ga ega bo'lamiz.}$$

$\tau^2$  uchun (2.11) ifodaga qo'ysak:

$$\tau_2 = \sigma_1^2 a_1^2 + \sigma_2^2 a_2^2 + \sigma_3^2 (1 - a_1^2 - a_2^2) - [\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 (1 - a_1^2 - a_2^2)].$$

$a_1$  bo'yicha differensiallaymiz va ekstremumni topish uchun xususiy hosilani nolga tenglaymiz.

$$\frac{\partial(\tau^2)}{\partial a_1} = 2\sigma_1^2 a_1 - 2\sigma_3^2 a_1 - 2[\sigma_1 a_1^2 + \sigma_2 a_2^2 + \sigma_3 (1 - a_1^2 - a_2^2)](2\sigma_1 a_1 - 2\sigma_3 a_1) = 0$$

$2(\sigma_1 - \sigma_3)$  ga qisqartiramiz va  $a_1$  ni qavs tashqarisiga chiqaramiz:

$$a_1(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_1 a_1^2 - 2\sigma_2 a_2^2 - 2\sigma_3 + 2\sigma_3 a_1^2 + 2\sigma_3 a_2^2) = 0.$$

Ishorani o'zgartiramiz, qavs tashqarisiga  $a_1^2$  va  $a_2^2$  ni chiqaramiz va 2 ga bo'lamiz:

$$a_2[(\sigma_1 - \sigma_3)a_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)a_2^2 - 1/2(\sigma_2 - \sigma_3)] = 0 \quad (v)$$

O'xshash tarzda tenglamani  $a_2$  bo'yicha differensiallab va xususiy hosilani nolga tenglab ushbuni olamiz.

$$a_1[(\sigma_1 - \sigma_3)a_1^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)a_2^2 - 1/2(\sigma_1 - \sigma_3)] = 0 \quad (s)$$

Olingan tenglamalardan eng avvalo ushbu yechimga ega bo'lamiz:

$$a_1=0, a_2=0.$$

$a_1=a_2=0$  ni (a) shartga qo'yib  $a_3=1$  ni topamiz va shu tarzda yo'naltiruvchi kosinuslarning,  $\tau$  ekstremumga ega bo'lgan, birinchi guruh qiymatlarini olamiz:  $a_1=0$ ;  $a_2=0$ ;  $a_3=1$ .

Keyin  $a_1=0$  ni (s) tenglamaga qo'yib  $a_2 = \pm\sqrt{1/2}$  ni olamiz,  $a_1$  va  $a_2$  ning bu qiymatlarida (a) shartdan  $a_3$  ni mos keluvchi qiymatini aniqlaymiz  $a_3 = \pm\sqrt{1/2}$ , demak,  $\tau$  uchun ekstremumni aniqlovchi  $a_1, a_2, a_3$  ni ikkinchi guruh qiymatlari:

$$a_1=0; a_2 = \pm\sqrt{1/2}; a_3 = \pm\sqrt{1/2}.$$

Nihoyat  $a_2=0$  ni (v) tenglamaga qo'yib  $a_1 = \pm\sqrt{1/2}$  ni olamiz, bu qiymatlar bo'yicha (a) shartdan  $a_3 = \pm\sqrt{1/2}$  aniqlaymiz va natijada  $a_1, a_2, a_3$  ni  $\tau$  ekstremumga ega bo'ladigan uchinchi guruh qiymatlarini topamiz.

$$a_1 = \pm\sqrt{1/2}; a_2=0; a_3 = \pm\sqrt{1/2}.$$

Keyin  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 1$  shartdan  $a_2$  va  $a_1$  ni ifodasini olamiz, ularni qiymatlarini (2.11) formulaga qo'yamiz va o'xshash amallarni bajaramiz.



Natijada urinma kuchlanishlari ekstremal qiymatlarga ega bo'ladigan quyidagi oltita guruh yo'naltiruvchi kosinuslar qiymatlarini olamiz:

<i>kosinus- larni yo'nalti- ruvchilari</i>	1	2	3	4	5	6
$a_1$	0	0	$\pm 1$	0	$\pm \sqrt{1/2}$	$\pm \sqrt{1/2}$
$a_2$	0	$\pm 1$	0	$\pm \sqrt{1/2}$	0	$\pm \sqrt{1/2}$
$a_3$	$\pm 1$	0	0	$\pm \sqrt{1/2}$	$\pm \sqrt{1/2}$	0

Kosinuslarni yo'naltiruvchilarining birinchi uchta guruh qiymatlari, bu masalani ko'rib chiqishda bosh deb qabul qilingan va ularda urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lgan, ya'ni minimal qiymatga ega bo'lgan, koordinat tekisliklarini aniqlaydi.

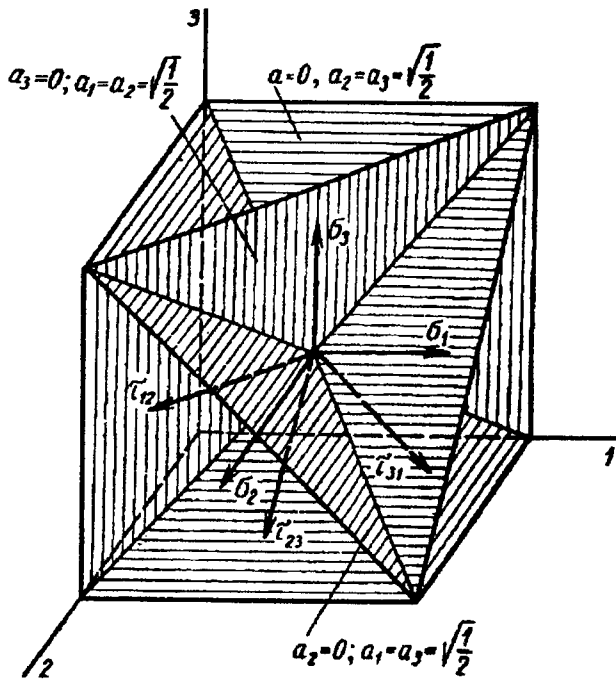
Demak, kosinuslarni yo'naltiruvchilarining ikkinchi uchta guruh qiymatlari, urinma kuchlanishlari maksimal mutlaq qiymatlariga yetib boradigan tekisliklarni aniqlaydi.

Bu guruh qiymatlarining har biri koordinat tekisliklaridan biriga perpendikulyar bo'lgan va boshqa ikkitasidan har biri bilan  $45^\circ$  burchak tashkil etgan yoki shuning o'zini boshqacha aytsa, bitta koordinat o'qi orqali o'tadigan va boshqa ikkitasi orasidagi burchakni teng ikkiga bo'ladigan, ya'ni ular bilan  $45^\circ$  burchak tashkil etadigan tekislikni ifodalashini ko'rish qiyin emas.

Kosinuslar yo'naltiruvchilarining har bir guruh qiymatlari to'rtta shunday ikkita qo'shni yonma-yon oktantni har birida bittadan tekislikni aniqlaydi, chunki ildiz oldidagi ishoralarni ( $\pm \sqrt{1/2}$ ) to'rtta kombinatsiyasiga egamiz.

Shunday qilib, hammasi bo'lib, ulardagi urinma kuchlanishlar maksimal qiymatlarga yetadigan, 12 ta tekislik olamiz. Bitta oktant uchun ular 21-rasmda ko'rsatilgandek grafik tasvirlanishi mumkin. Bu tekisliklarning umumiy yig'indisi 22-

rasmda ko'rsatilgan rombik dodekaedr (12 qirralik) shakldan iborat bo'ladi.



21-rasm. Bitta oktant uchun urinma kuchlanishlar grafigi.

Kosinuslar yo'naltiruvchilarining olingan qiymatlarini (2.11) tenglamaga qo'yib, maksimal urinma kuchlanishlar qiymatini topamiz:

$$\begin{aligned} \tau_{12} &= \pm 1/2 (\sigma_1 - \sigma_2) (a_1 = \pm\sqrt{1/2}; a_2 = \pm\sqrt{1/2}; a_3 = 0) \\ \tau_{23} &= \pm 1/2 (\sigma_2 - \sigma_3) (a_1 = 0; a_2 = \pm\sqrt{1/2}; a_3 = \pm\sqrt{1/2}) \\ \tau_{31} &= \pm 1/2 (\sigma_3 - \sigma_1) (a_1 = \pm\sqrt{1/2}; a_2 = 0; a_3 = \pm\sqrt{1/2}) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$\tau$  indeksleri qaysi bosh kuchlanishlarning yarim farqi ushbu  $\tau$  ga teng va  $\tau$  ning ta'sir tekisligi qaysi o'qlarga  $45^\circ$  burchak ostida ekanligini bildiradi. Bu urinma kuchlanishlar **bosh urinma kuchlanishlar** deb ataladi.

Shunday qilib, bosh urinma kuchlanishlar mos ravishda bosh normal kuchlanishlar farqining yarmiga teng bo'ladi. Eng katta urinma kuchlanishlar eng katta va eng kichik bosh normal kuchlanishlarning algebraik farqini yarmiga tengdir.

Agar uchta bosh normal kuchlanishlarning barchasi o'zaro teng bo'lsa, unda ularning yarim farqi va demak, urinma kuchlanishlar ham nolga aylanadi, ya'ni mavjud bo'lmaydi. Bu natijani biz ilgari ham, kuchlanishlar ellipsoidi va sharsimon tenzor (2.18) ni ko'rib chiqishda olgan edik.

(2.20) tenglamadan ko'rinadiki, uchta bosh urinma kuchlanishlarining yig'indisi nolga teng:

$$\tau_{12} + \tau_{23} + \tau_{31} = 0 \quad (2.21)$$

Bosh urinma kuchlanishlar ta'sir etayotgan maydonchalardagi normal kuchlanishlar qiymatini aniqlaymiz. Buning uchun kosinuslar yo'naltiruvchilarining (2.19) tenglamadan qiymatlarini olib, (2.10) tenglamaga qo'yamiz:

$$\sigma_{12} = (1/2)(\sigma_1 + \sigma_2);$$

$$\sigma_{23} = (1/2)(\sigma_2 + \sigma_3);$$

$$\sigma_{31} = (1/2)(\sigma_3 + \sigma_1);$$

Ya'ni, bosh urinma kuchlanishlar ta'sir etayotgan maydonchalardagi normal kuchlanishlar bosh normal kuchlanishlar yig'indisining yarmiga teng.

Bosh urinma kuchlanishlarning (2.20) ifodalaridan shuningdek ko'rinadiki, agar bosh normal kuchlanishlarni aynan bir xil kattalikka ko'paytirilsa yoki kamaytirilsa, unda bosh urinma kuchlanishlarining qiymatlari o'zgarmaydi, ya'ni kuchlangan holatga bir tekis cho'zilish yoki siqilishni qo'shish urinma kuchlanishlar kattaligini o'zgartirmaydi. Bu doimo kuchlanish tenzorini ikkita tenzorning yig'indisi ko'rinishida ifodalash imkoniyatini beradi.

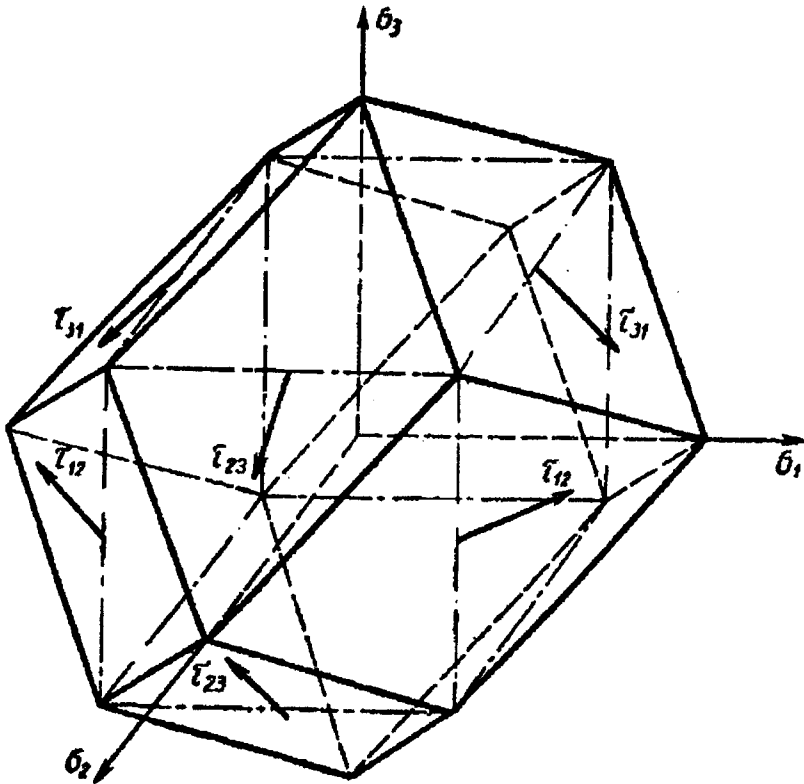
O'rtacha normal kuchlanishlarni  $\sigma_{or}$  orqali belgilaymiz, u holda

$$\sigma_{yp} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3 = (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3, \quad (2.23)$$

ya'ni, o'rtacha normal kuchlanishlar kuchlanish tenzori birinchi invariantining (2.14) uchdan bir qismiga teng.

Sharsimon tenzor tuzamiz (2.18)

$$T_{\sigma}^0 = \begin{Bmatrix} \sigma_{yp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{yp} \end{Bmatrix}$$



22-rasm. Urinma kuchlanishlar rombik dodekaedri

Bu tenzorni nuqtaning kuchlangan holati tenzoridan ayiramiz. Bu shunday ifodalanadi:

$$\begin{aligned}
T_{\sigma} - T_{\sigma}^0 &= \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \sigma_{yp} & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{yp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{yp} \end{Bmatrix} = \\
&= \begin{Bmatrix} \sigma_x - \sigma_{yp} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma_{yp} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma_{yp} \end{Bmatrix} = D_{\sigma} \\
&\text{yoki } T_{\sigma} = T_{\sigma}^0 + D_{\sigma}
\end{aligned} \tag{2.24}$$

$D_{\sigma}$  tenzor *kuchlanishlar deviatori* deb ataladi. Shunday qilib, umumiy holda kuchlangan holat sharsimon tenzor va kuchlanishlar deviatori yig'indisi bilan aniqlanadi.

Sharsimon tenzor jism shakli deformatsiyalarini keltirib chiqara olmaydi va faqat hajm o'zgarishi - hajmiy deformatsiyani beradi (elastik deformatsiyada). Kuchlanishlar deviatori esa buning teskarisi, jism shaklini o'zgarishini oldindan belgilab beradi.

Kuchlanishlar deviatori bosh diagonal bo'yicha tashkil etuvchilar yig'indisi nolga teng ekani oson ko'rinadi.

$$(\sigma_x - \sigma_{ur}) + (\sigma_u - \sigma_{ur}) + (\sigma_g - \sigma_{ur}) = 0 \tag{2.26}$$

### 2.7. Oktaedrik kuchlanishlar

Bosh o'qlarga bir xil egilgan maydonchalardagi kuchlanish kattaligini topamiz.

$$\text{Bu holda } a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 = 3a^2 = 1$$

$$\text{Bundan } a = \pm 1/\sqrt{3}$$

Bunday maydonchalar har bir oktantda bittadan, jami sakkizta bo'ladi. Ular oktaedr shaklini tashkil etadi (23-rasm).

Shuning uchun ularni, shuningdek bu maydonchalarda ta'sir etayotgan kuchlanishlarni ham oktaedrik deb ataydilar.

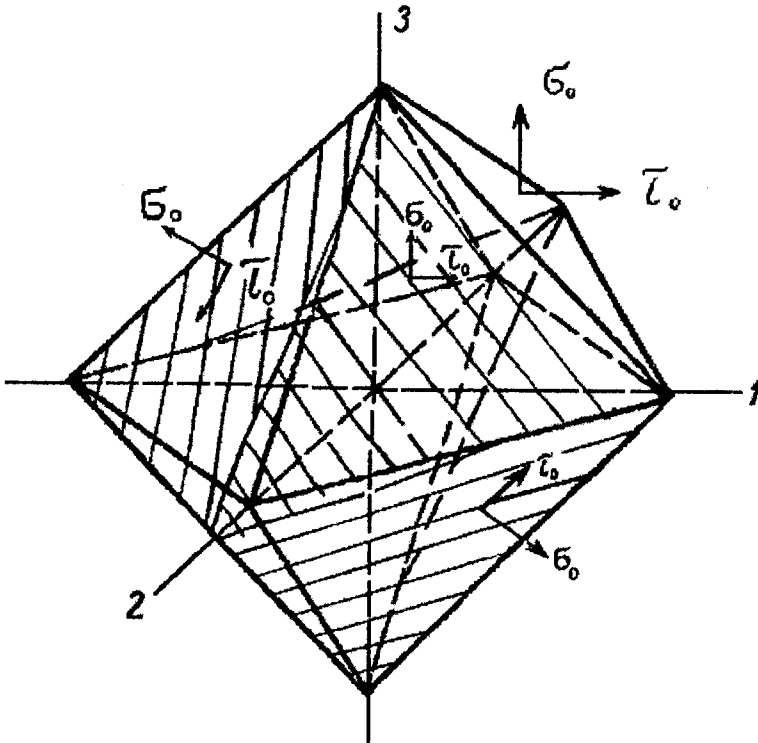
To'liq oktaedrik kuchlanish, (2.9) tenglamaga ko'ra ushbuga teng bo'ladi

$$S_0 = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)} \quad (2.27)$$

ya'ni, to'liq oktaedrik kuchlanishning kvadrati bosh kuchlanishlar kvadratlari yig'indisining uchdan biriga teng.

Normal oktaedrik kuchlanish [(2.10) ga qarang]:

$$\sigma_0 = \left(\frac{1}{3}\right)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \left(\frac{1}{3}\right)(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \sigma_{yp} \quad (2.28)$$



23-rasm. Oktaedrik kuchlanishlar

Normal oktaedrik kuchlanish o'rtaga normal kuchlanishga yoki kuchlanishlar tenzorining birinchi invariantini uchdan biriga teng.

Urinma oktaedrik kuchlanishi (2.11) ifodadan aniqlanadi:

$$\tau_0^2 = (1/3)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) = (1/9)(\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^2 \text{ yoki}$$

Qavslar ochilgandan so'ng

$$\tau_0^2 = (2/9)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1), \quad (2.29)$$

bundan

$$\tau_0 = \pm(1/3)\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (2.30)$$

yoki urinma kuchlanishlar qiymati (2.20) hisobga olinib

$$\tau_0 = \pm(2/3)\sqrt{\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2}. \quad (2.30a)$$

Shunday qilib, urinma oktaedrik kuchlanishlari, bosh normal kuchlanishlar farqining kvadratlari yig'indisidan olingan kvadrat ildizning uchdan biriga yoki bosh urinma kuchlanishlar kvadratlari yig'indisidan olingan kvadrat ildizning uchdan ikkisiga teng.

Bosh normal kuchlanishlar orqali ifodalangan kuchlanishlar tenzorini birinchi invarianti (2.14) kvadratni olamiz.

$$i_1^2 = (\sigma_1\sigma_2\sigma_3)^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1 \quad (2.31)$$

va ikkinchi invariant (2.29) shuningdek bosh kuchlanishlarda:

$$i_2 = \sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1 \quad (2.32)$$

(2.31) va (2.32) tenglamalarni (2.29) tenglama bilan taqqoslab ko'ramizki:

$$\tau_0^2 = (2/a)(i_1^2 - 3i_2) \quad (2.29a)$$

Bundan, oktaedrik urinma kuchlanishlarini, tasodifiy (bosh emas) ortogonal maydonchalar bo'yicha ta'sir etayotgan

kuchlanishlarning tashkil etuvchilari orqali, kuchlanishlar tenzorining birinchi va ikkinchi invariantlari uchun (2.14) va (2.15) ifodalardan foydalanib, aniqlash imkoniyatini olamiz:

$$\tau_0^2 = (2/a) \left[ (\sigma_x \sigma_y \sigma_z)^2 - 3(\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 \tau_{yz}^2 \tau_{zx}^2) \right].$$

O'zgartirishlardan so'ng ushbuni olamiz:

$$\tau_0 = \pm(1/3)\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2.30b)$$

Kuchlanish deviatori (2.24) ifodani hisobga olgan holda, ikkinchi invarianti  $i_2$  ni olamiz:

$$\begin{aligned} i_2 &= (\sigma_x - \sigma_{yp})(\sigma_y - \sigma_{yp}) + (\sigma_y - \sigma_{yp})(\sigma_z - \sigma_{yp}) + (\sigma_z - \sigma_{yp})(\sigma_x - \sigma_{yp}) - \tau_{xy}^2 - \tau_{xz}^2 - \tau_{zx}^2 = \\ &= -(1/6)\left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] \end{aligned}$$

Bu yerdan, oktaedrik urinma kuchlanishlar kvadrati (2.30b) kuchlanishlar deviatori ikkinchi invariantini teskari ishora bilan olingan uchdan ikkisiga teng ekani ko'rinadi:

$$\tau_0^2 = -(2/3)i_2 \quad (2.29b)$$

$$\tau_0^2 = \pm\sqrt{-(2/3)i_2} \quad (2.29v)$$

Oktaedrik urinma kuchlanishlar shuningdek urinma kuchlanishlar jadalligi nomi bilan ham yuritiladi. Urinma kuchlanishlar jadalligidan, kuchlanishlar jadalligi yoki umumlashgan kuchlanishni farqlash kerak. U quyidagicha ifodalanadi:

$$\sigma_i = (1/\sqrt{2})\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$



Bu tushunchalarning alohida muhimligi sababli yana bir marta keltirilgan kattaliklarning qiymatlarini taqqoslaymiz. Buning uchun quyidagi ifodani A bilan belgilab olamiz:

$$\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \\ = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

U holda  $\tau_0$  oktaedrik urinma kuchlanishlar yoki  $\tau_i$  urinma kuchlanishlar jadalligi  $\tau_0 = \tau_i = (1/3) A$  ko'rinishida ifodalanadi.

Kuchlanishlar jadalligi  $\sigma_i = (1/\sqrt{2})A$

Bundan  $\tau_i = (1/\sqrt{2})\sigma_i$

Nuqtaning kuchlangan holatini ko'rayotib, biz quyidagi o'ziga xos maydonchalarga ega bo'lamiz. Ular orqali ushbular o'tadi:

a) bosh normal kuchlanishlar ta'sir etadigan, urinma kuchlanishlar bo'lmagan oltita bosh maydoncha;

b) bosh urinma kuchlanishlar ta'sir etadigan o'n ikkita maydoncha;

v) kattaligi bo'yicha bir xil oktaedrik kuchlanishlar ta'siridagi sakkizta maydoncha.

Shunday qilib, hammasi bo'lib 26 ta o'ziga xos maydonchaga ega bo'lamiz.

## 2.8. Muvozanat shartlari.

Kuchlar bilan yuklangan va muvozanatda bo'lgan jismdagi kuchlanishlar kattaligi nuqtadan nuqtaga uzluksiz o'zgarib boradi, ya'ni, kuchlanish koordinatning uzluksiz funksiyasi hisoblanadi.

Kuchlangan jismda qirralari koordinat tekisliklariga parallel bo'lgan elementar parallelepiped (24-rasm) ajratamiz va uning muvozanatini ta'minlovchi qanday shartlar mavjud ekanini aniqlaymiz.

Koordinatlari  $x, y, z$  bo'lgan, kuchlangan nuqtalardan biri  $a$  parallelepipedning  $avsd$ ,  $adv'as'$  va  $ac'd'b$  qirralari bilan tasvirlansin. Ikkinchi nuqta  $a'$   $a$  dan cheksiz kichik masofada turadi va bunga mos ravishda uning koordinatlari  $x+dx$ ,  $y+dy$  va  $z+dz$  bo'ladi. Bu  $a'$  nuqta parallelepipedning  $a'v's'd'$ ,  $a'd'bc$  va  $a'sdb'$  qirralari bilan tasvirlanadi. Parallelepiped qirralarining o'lchamlari  $dx$ ,  $dy$ , va  $dz$  bo'lishi tushunarli.

$a$  nuqtaning holati kuchlanishlar tenzori bilan aniqlanadigan bo'lsin.

$$T_{\sigma a} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

$a'$  nuqtadagi kuchlanish  $a$  nuqtadagi kuchlanishdan cheksiz kichik miqdorlarga farq qiladi. Yuqori tartibli hadlarni e'tiborga olmasdan, har bir kuchlanishning o'sishi o'sha berilgan kuchlanishning ta'sir maydonchasi ko'chgan koordinata bo'yicha, ya'ni kuchlanish manziling indeksini orqali ko'rsatiladigan koordinata bo'yicha xususiy differensial bilan ifodalanadi.

Unda  $a'$  nuqta uchun kuchlanishlar tenzori ushbu ko'rinishda bo'ladi:

$$T_{\sigma a'} = (\sigma_x + (\partial\sigma_x / \partial x)dx)(\tau_{xy} + (\partial\tau_{xy} / \partial y)dy)((\partial\tau_{xz} / \partial x)dz) + (\tau_{yx} + (\partial\tau_{yx} / \partial x)dx)(\sigma_y + (\partial\sigma_y / \partial y)dy)((\partial\tau_{yz} / \partial z)dz) + (\tau_{zx} + (\partial\tau_{zx} / \partial x)dx)(\tau_{xy} + (\partial\tau_{xy} / \partial y)dy)(\sigma_z + (\partial\sigma_z / \partial z)dz)$$

Parallelepiped qirralari bo'yicha ta'sir etayotgan kuch, kuchlanish manzili indeksini ko'rsatadigan, mos ravishdagi qirralarning maydoniga ko'paytirilgan kuchlanishlarga teng bo'ladi.

Hamma kuchlarning koordinat o'qiga proeksiyalari yig'indisini olib va bu yig'indilarni nolga tenglab, muvozanat shartlarini tuzamiz.

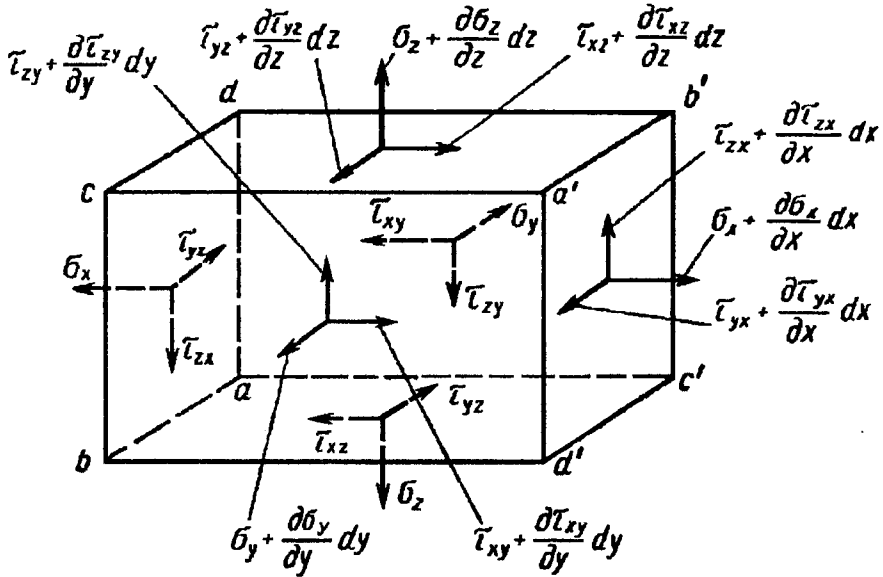
X o'qiga

$$(\sigma_x + (\partial\sigma_x / \partial x)dx)dxdz - \sigma_x dydz + \tau_{xy} + (\partial\tau_{xy} / \partial y)dy)dxdz - \tau_{xy} dx dz +$$

$$(\tau_{xz} + (\partial\tau_{xz} / \partial z)dz)dxdy - \tau_{xz} dx dy = 0$$

Qavslarni ochib va  $dxdydz$  ga qisqartirib ushbuni olamiz:

$$\partial\sigma_x / \partial x + \partial\tau_{xy} / \partial y + \partial\tau_{xz} / \partial z = 0$$



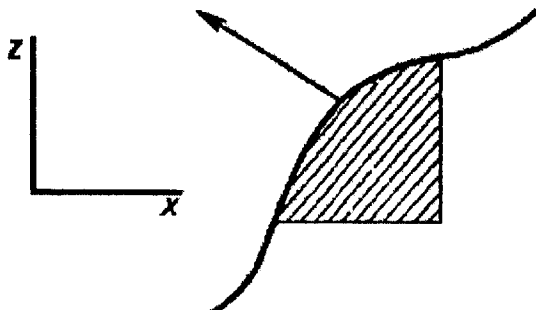
24-rasm. Kuchlangan jismdagi elementar parallelepiped.

u va z o'qlariga proektsiyalar yig'indisini shuncha o'xshash yozishimiz mumkin. Natijada ushbuni olamiz.

$$\begin{aligned} \partial\sigma_x / \partial x + \partial\tau_{xy} / \partial y + \partial\tau_{xz} / \partial z &= 0; \\ \partial\tau_{yx} / \partial x + \partial\sigma_y / \partial y + \partial\tau_{yz} / \partial z &= 0; \\ \partial\tau_{zx} / \partial x + \partial\tau_{zy} / \partial y + \partial\sigma_z / \partial z &= 0. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Shunday qilib biz, hajmiy kuchlangan holat uchun muvozanatning differensial tenglamasini oldik.

Bu tenglamalar jismning hajm bo'yicha hamma nuqtalari uchun qanoatlantirilgan bo'lishi kerak. Kuchlanish jism hajmi bo'yicha o'zgaradi va sirtida ularning kattaligi jismga ta'sir etayotgan tashqi kuchlarni muvozanatlaydigan bo'lishi kerak, ya'ni sirt shartlarini yoki kontur shartlarini qanoatlantirishi lozim.



25-rasm. Jism sirtining elementar maydonchasi.

Jismning sirtiga chiqadigan cheksiz kichik elementidagi kuchlanishlarni (2.3) tenglamadan foydalanib tashqi kuchlar bilan bog'lash mumkin. Haqiqatan ham, umumiy holda jism sirtining elementlar maydonchasini (25-rasm) elementar tetraedr qiya qirrasida ko'rib chiqish mumkin.

Uchta muvozanat differensial tenglamalari oltita noma'lumni o'z ichiga oladi (urinma kuchlanishlar jufti o'zaro teng ekanini hisobga olib) va shuning uchun ularni yechish qo'shimcha tenglamalar bo'lishini talab qiladi. Shunday qilib, masala statik aniqlanmaydigan hisoblanadi.

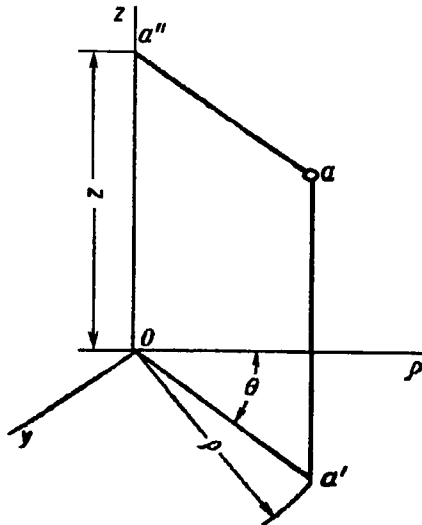
Yetishmaydigan tenglamalar deformatsiyaning geometrik va fizik shartlarini ko'rib chiqishdan olinadilar.

## 2.9. O'qqa simmetrik kuchlangan holat

Metallarni bosim bilan ishlashda nihoyatda tez-tez uchraydigan, hajmiy kuchlangan holatning ayrim hollaridan biri o'qqa simmetrik kuchlangan holat hisoblanadi.

Bu turdagi kuchlangan holat deganda uning o'qiga nisbatan simmetrik taqsimlangan kuchlar qo'yilgan aylanish jismining kuchlangan holati nazarda tutiladi.

Bunga silindrsimon dastlabki xom ashyoni cho'ktirish, uni teshib chiqish, press ostida siqish, o'rash va boshqa operatsiyalar misol bo'lib xizmat qilishi mumkin.



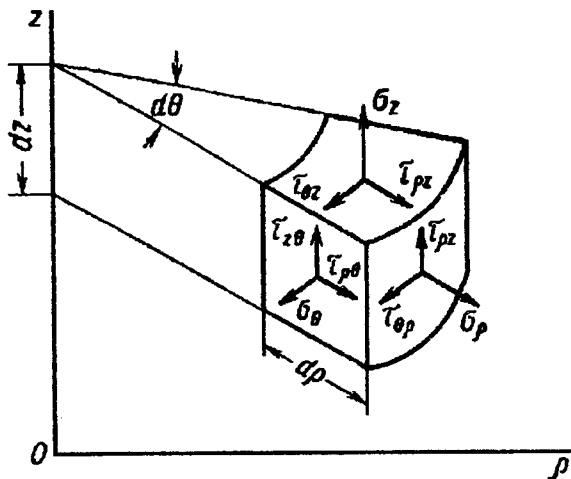
26-rasm. Nuqtaning holat koordinatlari

O'qqa simmetrik kuchlangan holatni ko'rib chiqishda dekart koordinatlari o'rniga silindrik koordinatlardan foydalanish nihoyatda qulay. Bunda har qanday a nuqtaning holati 26-rasmدا tasvirlangandek  $\rho$  radius-vektor,  $\rho(x)$  o'qidan boshlab hisoblanadigan,  $\theta$  qutb burchagi va  $z$  applikata bilan aniqlanadi.

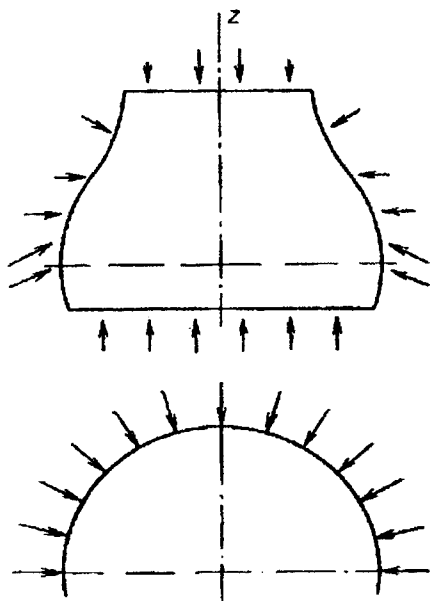
27-rasmدا ko'rsatilgan kuchlanishlar tenzori silindrik koordinatlarda shunday yoziladi:

$$T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_{\rho} & \tau_{\rho\theta} & \tau_{\rho z} \\ \tau_{\theta\rho} & \sigma_{\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{z\rho} & \tau_{z\theta} & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

Endi o'qqa simmetrik kuchlangan holatni bundan keyingi ko'rib chiqishga qaytamiz.



27-rasm. Kuchlanishlar silindrik koordinatda belgilanishi.



28-rasm. O'qqa simmetrik kuchlangan holat

O'qqa simmetrik kuchlangan holatda (28-rasm) kuchlanishlarni tarkibiy qismlari  $\theta$  koordinatga bog'liq emas, demak bu koordinata bo'yicha barcha hosilalar muvozanat differensial tenglamalarida nolga aylanadi.

Bundan tashqari, jismni simmetrikligi va tashqi yuklamaning simmetriyasi oqibatida meridional tekisliklarda ( $z$  o'qi orqali o'tadigan, ya'ni  $\theta$  tekisliklarda) urinma kuchlanishlar paydo bo'la olmaydi, shuning uchun va urinma kuchlanishlar juftligi qonuni bo'yicha

$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = \tau_{\theta\rho} = \tau_{\theta z} = 0.$$

Shunday ekan,  $\sigma_\theta$  kuchlanish doimo bosh bo'ladi,  $\rho$  o'qi ega  $z$  tekisligida (ya'ni,  $z$  o'qiga normal) har qanday yo'nalishga ega bo'lishi mumkin.

Shunday qilib, kuchlanishlar komponentlari (tarkibiy qismlari) o'qqa simmetrik kuchlangan holatda shunday yoziladi:

$$\begin{array}{ccc} \sigma_\rho & \bullet & \tau_{\rho z} \\ & \bullet & \sigma_\theta & \bullet \\ \tau_{z\rho} & \bullet & \sigma_z \end{array}$$

Hammasi bo'lib uchta normal kuchlanish va ikkita o'zaro teng urinma kuchlanishga egamiz. Bunda  $\sigma_\theta = \sigma_z$ , ya'ni doimo bosh hisoblanadi. Dekart koordinatlarda hajmiy kuchlangan holatni ko'rib chiqishda ishlatilgan usulni qo'llab, silindrik koordinatlarda o'qqa simmetrik kuchlangan holat uchun muvozanat differensial tenglamalarini keltirib chiqaramiz.

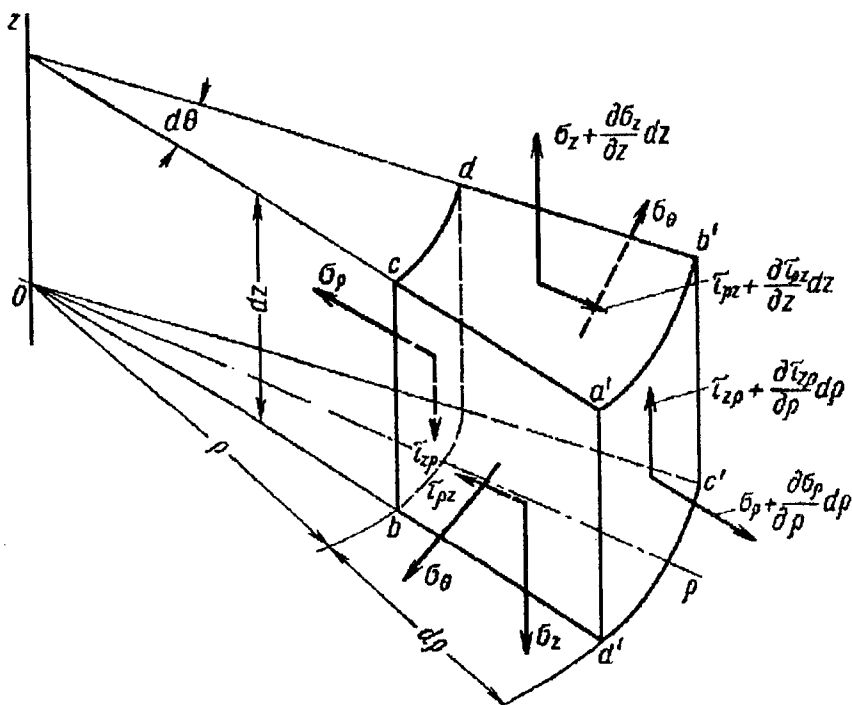
Ta'sir etuvchi kuchlanishlar 29-rasmda ko'rsatilgan. Ilgari aytilganidek  $\rho$  o'qi istalgan yo'nalishda o'tkazilishi mumkin. Bu o'q 29-rasmda shunday o'tkazilganki, hisoblashlarga qulay bo'lishi uchun,  $\rho_z$  tekisligi ajratilgan elementar hajmning simmetriya tekisligidir. Elementar maydonchalar yuzasi quyidagicha bo'ladi:

$$F_\rho = \text{avsd yuza} = \rho d\theta dz;$$

$$F(\rho+d\rho) = \text{a'd's'v' yuza} = (\rho+d\rho) d\theta dz;$$

$$F_{\theta} = a'd'sv \text{ yuza} = \rho d\theta dz;$$

$$F_z = a'cdv' \text{ yuza} = ac'd'v \text{ yuza} = \rho d\theta d\rho$$



29-rasm. O'qqa simmetrik kuchlangan holatda ta'sir etuvchi kuchlanishlar

Hamma elementga ta'sir etayotgan kuchlarni  $\rho$  va  $z$  o'qlariga proektsiyalab, muvozanat shartlarini yozamiz:

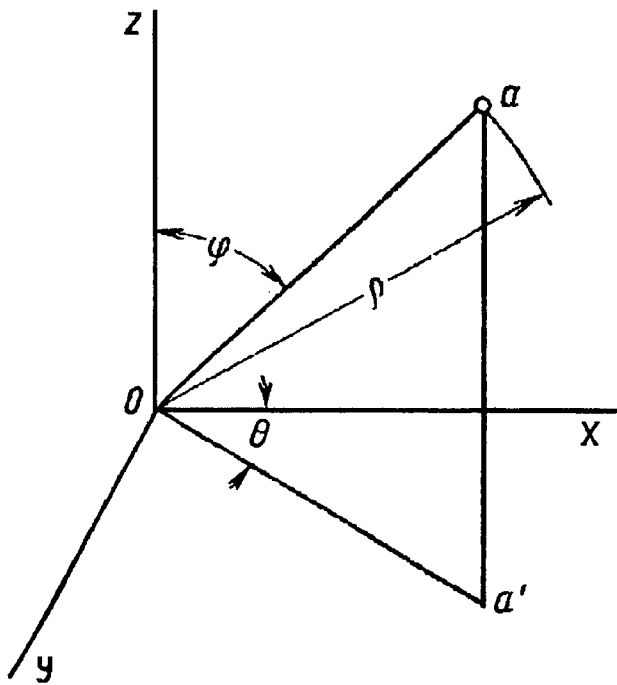
$$\begin{aligned} & - \sigma_{\rho} \rho d\theta dz + \left( \sigma_{\rho} + \left( \frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} \right) d\rho \right) (\rho + d\rho) d\theta dz - \sigma_{\theta} d\theta d\rho dz - \\ & - \tau_{\rho z} \rho d\theta d\rho + \left( \tau_{\rho z} + \left( \frac{\partial \tau_{\rho z}}{\partial z} \right) dz \right) \rho d\theta d\rho = 0 \end{aligned} \quad (a)$$



$$-\tau_{z\rho}\rho d\theta dz + \left(\tau_{z\rho} + \left(\frac{\partial\sigma_{z\rho}}{\partial\rho}\right)d\rho\right)(\rho + d\rho)d\theta dz - \sigma_z\rho d\theta d\rho + \left(\sigma_z + \left(\frac{\partial\sigma_z}{\partial z}\right)dz\right)\rho d\theta d\rho = 0$$

(b)

Ba'zi o'qqa simmetrik masalalarni yechishda, bundan keyin silindrik koordinatdan tashqari, sferik koordinatlarni uchratishga to'g'ri keladi. Bunday tizimda nuqtaning holati (30-rasm)  $\rho$  radius vektor va uning fazodagi holatini aniqlovchi ikkita burchak ( $\theta$  va  $\varphi$ ) bilan topiladi.



30-rasm. Nuqtaning sferik koordinatlari.

$\varphi$  burchak  $z$  o'qidan boshlab hisoblanadi (geografik kenglikka o'xshash),  $\theta$  burchak esa  $z$  o'qiga normal va  $O$  tizim markazi orqali o'tuvchi tekislikdagi qandaydir o'qdan boshlab hisoblanadi (geografik uzunlikka o'xshash).

Silindrik tizim uchun berilgan belgilashlardagi  $z$  indeksni,  $\varphi$  indeks bilan almashtirib, sferik koordinatlardagi kuchlanishlarni belgilanishini olamiz.

O'qqa simmetrik kuchlangan holatda, kuchlanishlar  $\theta$  koordinatga bog'liq emas, indeksida bu koordinata bo'lgan, urinma kuchlanishlari esa ya'ni  $\tau_{\rho\theta}$  va  $\tau_{\varphi\theta}$  nolga teng bo'ladi.

O'qiga simmetrik kuchlangan holat uchun sferik koordinatlardagi muvozanat differensial tenglamasini keltirib chiqarishsiz beramiz:

$$\sigma_{\rho} \partial \rho / \partial \rho + (1/\rho)(\sigma_{\tau} \rho \varphi / \partial \varphi) + \left( \frac{1}{\rho} \right) [2\sigma_{\rho} - (\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}) + \tau_{\rho\varphi} \operatorname{ctg} \varphi] = 0$$

$$\sigma_{\tau} \rho \varphi / \partial \rho + (1/\rho)(\partial \sigma_{\varphi} / \partial \varphi) + \left( \frac{1}{\rho} \right) [3\tau_{\varphi} + (\sigma_{\varphi} + \sigma_{\rho}) \operatorname{ctg} \varphi] = 0$$

### **2.10. Yassi kuchlangan va yassi deformatsiyalangan holatlar («yassi masala»)**

Yassi kuchlangan va yassi deformatsiyalangan holatlar quyidagi xususiyatlari bilan ta'riflanadilar:

1. Kuchlanishlarning barcha tarkibiy qismlari hammasi uchun umumiy koordinatlardan biriga bog'liq emas va koordinat o'zgarganda o'zgarmas bo'lib qoladilar.

2. Bu koordinat o'qiga normal tekisliklarda:

a) urinma kuchlanishlarining tarkibiy qismlari nolga teng;

b) normal kuchlanish yoki nolga teng (yassi kuchlangan holat), yoki kattaligi bo'yicha o'zgarmas va boshqa ikki normal kuchlanishni yarim yig'indisiga teng (yassi deformatsiyalangan holat).

Yuqorida aytilgan o'q sifatida  $u$  o'qini qabul qilamiz. Ilgarigilaridan aniqki, bu o'q bosh bo'ladi. U holda  $\sigma_x, \sigma_z$  va  $\tau_{xz} = \tau_{xz} u$ ,  $\tau_{xu} = \tau_{xu}$  ga bog'liq emas, demak  $\tau_{ux} = \tau_{uz}$  nolga teng. Yassi kuchlangan holat uchun  $\sigma_u = 0$ .

Yassi deformatsiyalangan holat uchun  $\sigma_u = (\sigma_x + \sigma_z) / 2$

(Yassi deformatsiyalangan holatning bu xususiyati keyin isbot qilinadi).

Shunday ekan, yassi kuchlangan holat uchun kuchlanish:

$$\sigma_x \quad \tau_{xz}$$

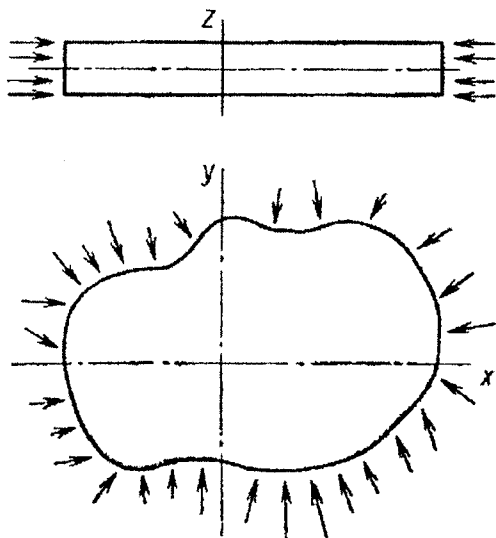
$$\tau_{xz} \quad \sigma_z \quad \text{va} \quad \sigma_u = 0.$$

Yassi deformatsiyalangan holat uchun:

$$\sigma_x \quad \tau_{xz}$$

$$\tau_{xz} \quad \sigma_z \quad \text{va} \quad \sigma_u = (\sigma_x + \sigma_z) / 2.$$

Yassi kuchlangan va yassi deformatsiyalangan holatlar orasidagi muhim farqni doimo hisobga olish lozim. Birinchisida uchinchi o'q yo'nalishida normal kuchlanish yo'q, ammo deformatsiya bor, ikkinchisida esa normal kuchlanish bor, deformatsiya esa yo'q.



31-rasm. Yassi kuchlangan holatdagi plastina

Plastina konturiga, uning tekisligi parallel qilib qo'yilgan va balandligi (qalinligi) bo'yicha bir tekis taqsimlangan kuchlar ta'siri ostida bo'lgan plastinada yassi kuchlangan holat bo'ladi (31-rasm).

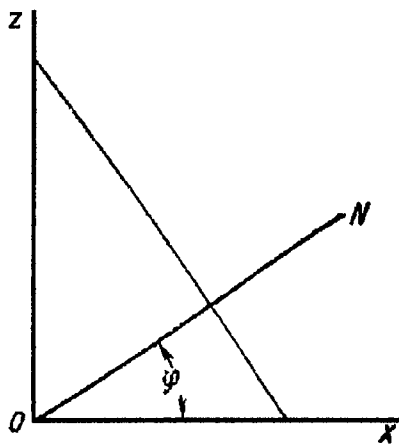
Bu holda plastina balandligini o'zgarishining ahamiyati yo'q, va uning balandligi birlik sifatida qabul qilinishi mumkin. Taxta (list) materialdan silindrik xom ashyo tortib olishda flanesni kuchlangan holatini yetarlicha aniqlik bilan yassi deb hisoblash mumkin.

Katta uzunlikka ega silindrik (bu atamani umumiy ma'nosida) yoki prizmatik jismni, agar jism uning uzunligi bo'yicha o'zgarmaydigan va tashkil etuvchisiga perpendikulyar yo'nalgan kuchlar bilan yuklangan bo'lsa, uning uchlaridan uzoqlashgan uchastkalari uchun yassi deformatsiyalangan holat qabul qilinishi mumkin. Masalan, qalinligi yo'nalishida cho'ktirishga duchor qilingan to'sinni, uzunlik bo'yicha deformatsiyalarni e'tiborga olinmasa, yassi deformatsiyalangan holatda deb hisoblash mumkin.

Kuchlangan holatning barcha tenglamalari yassi masala uchun ancha soddalashadi, shuncha o'zgaruvchilar soni ham qisqaradi.

Yassa kuchlangan holat uchun tenglamani, hajmiy kuchlangan holat uchun ilgari olingandan  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = \tau_{zy} = \tau_{yz} = 0$  va  $a_u = 0$ , chunki faqat u o'qiga parallel qiya maydonchalarni ko'rib chiqish mumkin ekanligini hisobga olib keltirib chiqaramiz.

Ko'rilayotgan holda  $a_x^2 + a_z^2 = 1$ , ya'ni  $a_z^2 = 1 - a_x^2$  ekanini eslatamiz.

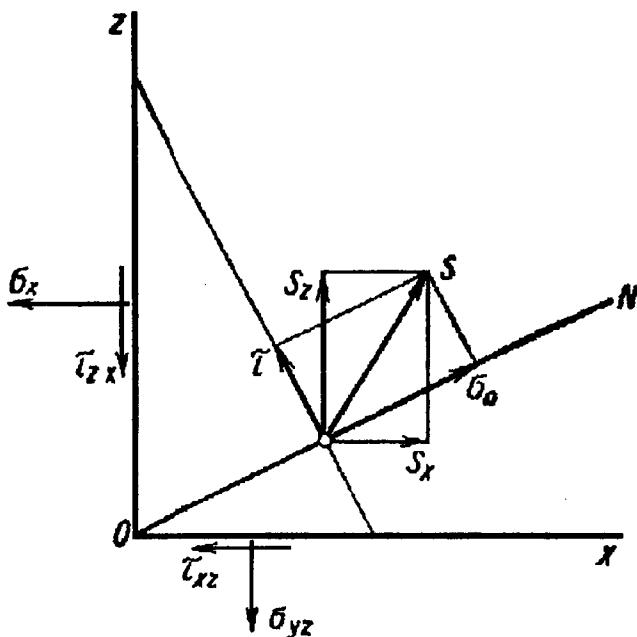


32-rasm. Qiya maydonchani belgilanish sxemasi

Qiya maydonchaga normal va  $x$  o'qi orasidagi burchakni (32-rasm)  $\varphi$  orqali belgilab, ushbuga ega bo'lamiz:

$$a_x = \cos \varphi; a_z^2 = 1 - \cos^2 \varphi,$$

$$\text{bundan } a_z = \sin \varphi.$$



33-rasm. Qiya maydonchadagi kuchlanishlar.

Yuqorida aytilganlarni hisobga olib, hajmiy kuchlangan holatning mos keluvchi ifodalariga bevosita o'rniga qo'yishlar yo'li bilan, koordinat o'qlari bo'yicha qiya maydonchalardagi kuchlanishlar tarkibiy qismlarini (2.3) tenglamadan hosil qilamiz:

$$S_x = \sigma_x \cos \varphi + \tau_{xz} \sin \varphi$$

$$S_z = \tau_{xz} \cos \varphi + \sigma_x \sin \varphi \quad (2.36)$$

bosh o'qlarda esa:

$$S_1 = \sigma_1 \cos \varphi$$

$$S_3 = \sigma_3 \sin \varphi \quad (2.36a)$$

Qiya maydonchadagi to'liq kuchlanish (2.4) tenglamadan:

$$S_2 = \sigma_x^2 \cos^2 \varphi + \sigma_z^2 \sin^2 \varphi + (\sigma_x + \sigma_z) \tau_{xz} \sin 2\varphi + \tau_{xz}^2, \quad (2.37)$$

bosh o'qlarda esa:

$$S_2 = \sigma_1^2 \cos^2 \varphi + \sigma_3^2 \sin^2 \varphi \quad (2.37a)$$

Qiya maydonchadagi normal kuchlanish (2.5a) tenglamadan:

$$\sigma_{12} = \sigma_x \cos^2 \varphi + \sigma_z \sin^2 \varphi + \tau_{xz} \sin 2\varphi \quad (2.38)$$

bosh o'qlarga esa:

$$\sigma_n = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi \quad (2.38a)$$

Qiya maydonchadagi urinma kuchlanishlar (2.6)

tenglamadan:

$$\tau = \pm [(1/2)(\sigma_z - \sigma_x) \sin 2\varphi + \tau_{xz} \cos 2\varphi], \quad (2.39)$$

bosh o'qlarda esa

$$\tau = \pm (1/2)(\sigma_3 - \sigma_1) \sin 2\varphi, \quad (2.39a)$$

$\sin 2\varphi = 1$  bo'lganda, ya'ni  $\varphi = 45^\circ$  da  $\tau$  maksimumga erishishi (2.39a) ifodadan oson ko'rinadi.

$$\tau_{31} = \pm (1/2)(\sigma_3 - \sigma_1) \quad (2.40)$$

Shuning uchun (2.39a) ifodani bunday qayta yozish mumkin:

$$\tau = \tau_{31} \sin 2\varphi \quad (2.39b)$$

Ixtiyoriy o'qlardagi kuchlanishlar tarkibiy qismlarini bilib turib, yassi masalada bosh o'qlar holatini va bosh normal kuchlanishlarni aniqlash oson.

(2.39) tenglamada  $\tau$  ni nolga tenglab olib, bosh o'qlardan birining holatini olamiz; bosh maydonchada urinma kuchlanishlar bo'lmaganidan:

$$(1/2)(\sigma_z - \sigma_x) \sin 2\varphi + \tau_{xz} \cos 2\varphi = 0,$$

bundan

$$\varphi = (1/2) \arctg(2\tau_{xz} / (\sigma_x - \sigma_z)), \quad (2.41)$$

Bosh kuchlanishlar kattaligini (2.13) tenglamadan foydalanib, ixtiyoriy o'qlardagi tarkibiy qismlar orqali ifodalash mumkin. Bundan ushbuni olamiz:

$$\begin{array}{ccc} \sigma_x - \sigma & & \tau_{xz} \\ & \tau_{xz} & \sigma_x - \sigma \end{array} = 0$$

bundan

$$\sigma^2 - (\sigma_x + \sigma_z)\sigma + \sigma_x \sigma_z - \tau_{xz}^2 = 0$$

$$\sigma = (\sigma_x + \sigma_z) / 2 \pm (1/2) \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2} \quad (2.42)$$

ya'ni

$$\sigma_1 = (\sigma_x + \sigma_z) / 2 + (1/2) \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2},$$

$$\sigma_3 = (\sigma_x + \sigma_z) / 2 - (1/2) \sqrt{(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2}.$$

Bunda yassi kuchlangan holat uchun

$$\sigma_2 = 0.$$

Yassi deformatsiyalangan holat uchun

$$\sigma_2 = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2$$

Bosh o'qlardagi kuchlangan holatni bilib turib, har qanday ixtiyoriy koordinat o'qiga o'tish oson.

Yangi koordinat o'qi  $x$  o'q  $l$  bilan  $\varphi$  burchak tashkil etadigan bo'lsin, unda, uni qiya maydonchaga normal sifatida qarab, (2.38a) tenglama bo'yicha oxirgisi uchun ushbuga egamiz:

$$\sigma_p = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi,$$

Ammo  $x$  o'qi uchun  $\sigma_p$  kuchlanish  $\sigma_x$  kuchlanish bo'lib hisoblanadi, ya'ni  $\sigma_x = \sigma_1 \cos^2 \varphi + \sigma_3 \sin^2 \varphi$ .

Bu ifodani bunday o'zgartirish mumkin:

$$\sigma_x = \sigma_1 ((1 + \cos^2 \varphi) / 2) + \sigma_3 ((1 - \sin^2 \varphi) / 2)$$

$$\sigma_x = ((1 + \cos^2 \varphi) / 2) \sigma_1 + ((\sigma_1 + \sigma_3) / 2) \sin^2 \varphi.$$

O'rtacha kuchlanishlarni  $\sigma_{o'r}$  orqali belgilab, ya'ni

$(\sigma_x + \sigma_z) / 2 = (\sigma_1 + \sigma_3) / 2 = \sigma_{o'r}$  va (2.40) tenglamani inobatga olib, ushbuga ega bo'lamiz:

$$\sigma_x = \sigma_{o'r} + \tau_{31} \cos 2\varphi.$$

Yangi  $r$  o'qi  $l$  o'qqa ( $\varphi + 90^\circ$ ) burchakka qiyalangan; demak, avvalgi tenglamada  $\varphi$  ni ( $\varphi = 90^\circ$ ) ga almashtirib, ushbuni olamiz:

$$\sigma_z = ((\sigma_1 + \sigma_3) / 2) - ((\sigma_1 - \sigma_3) / 2) \cos 2\varphi.$$

$$\text{Yoki } \sigma_z = \sigma_{o'r} - \tau_{31} \cos 2\varphi.$$

$\tau_{xz}$  kuchlanish (2.39) ifodadan aniqlanadi

$$\tau_{xz} = \pm (1/2) (\sigma_3 - \sigma_1) \sin 2\varphi.$$

Natijada o'zgartirish formulalari deb nomlanadigan, kuchlanish tarkibiy qismlarini  $\varphi$  burchak funksiyasida ifodalovchilarni olamiz:

$$\sigma_x = ((\sigma_1 + \sigma_3) / 2) + ((\sigma_1 - \sigma_3) / 2) \cos 2\varphi;$$

$$\sigma_z = ((\sigma_1 + \sigma_3)/2) - ((\sigma_1 - \sigma_3)/2) \cos 2\varphi; \quad (2.43)$$

$$\tau_{xz} = \pm((\sigma_1 - \sigma_3)/2) \sin 2\varphi.$$

$$\text{Yoki } \sigma_x = \sigma_{o'r} + \tau_{31} \cos 2\varphi;$$

$$\sigma_z = \sigma_{o'r} - \tau_{31} \cos 2\varphi; \quad (2.43a)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{31} \sin 2\varphi.$$

Yassi masala uchun (2.34) tenglamadan, u bo'yicha barcha hosilalar nolga tengligini hisobga olib, muvozanat differensial tenglamasini olamiz:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0. \quad (2.44)$$

Yassi kuchlangan holatga tegishli turli masalalarni yechishda, ba'zan to'g'ri burchakni o'rniga qutb koordinatlaridan foydalanish qulay bo'ladi. Bunda nuqtaning holati radius-vektor  $\rho$  va qutb burchagi  $\theta$ , ya'ni radius-vektor  $\rho$  o'qi bilan tashkil etgan burchak bilan aniqlanadi.

Qutb koordinatlarida muvozanat shartlarini silindrik koordinatlardagi o'sha shartlarning o'zidan olish oson. Bunda  $\tau_{z\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{z\rho} = \tau_{\rho z} = 0$  ga tenglab olinadi va  $z$  bo'yicha hosilalar nolga tengligi hisobga olinadi:

$$\frac{\partial \sigma_\rho}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \tau_{\rho\theta}}{\partial \theta} \right) + \frac{(\sigma_\rho - \sigma_\theta)}{\rho} = 0,$$

$$\frac{\partial \tau_{\theta\rho}}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{2\tau_{\rho\theta}}{\rho} = 0. \quad (2.45)$$

Kuchlanishlar shuningdek  $\theta$  koordinatga ham bog'liq bo'lgan hol yassi masalaning xususiy holi bo'ladi (o'qqa nisbatan kuchlanishlarning taqsimlanishi simmetrik). Bu holda  $\theta$  bo'yicha hosilalar va  $\tau_{\rho\theta}$ ,  $\tau_{\theta\rho}$  kuchlanishlar nolga aylanadi, muvozanat shartlari esa bitta differensial tenglama bilan aniqlanadi:



$$\frac{\partial \sigma_{\rho}}{\partial \rho} + \frac{(\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta})}{\rho} = 0. \quad (2.46)$$

Ravshanki,  $\sigma_{\rho}$  va  $\sigma_{\theta}$  kuchlanishlar bu yerda bosh bo'ladi. Bunday kuchlangan holatga silindrik jismni siqmasdan tortib olishda flanesda ega bo'lamiz.

### ***2.11. Ko'chish komponentlari (tarkibiy qismlari) va deformatsiya komponentlari orasidagi bog'lanish***

Ilgariroq deformatsiya haqidagi dastlabki tushunchalar berib bo'lingan edi. Bu yerda o'sha tushunchalar oydinlashtiriladi va to'ldiriladi. Bunda shuni esda tutish lozimki, mos keluvchi differensial bog'lanishlarni olish bilan ***kichik deformatsiyalar*** ko'rib chiqiladi. Har qanday plastik deformatsiya jarayonini har bir ayni shu paytida ko'rib chiqish mumkin va qulay bo'lganidan ular foydali bo'ladi.

Agar jism deformatsiyalansa, uning har bir nuqtasi o'zining boshlang'ich holatidan siljiydi. Bunda jism muvozanatda bo'ladi va butunlay joyidan ko'chish imkoniyatiga ega bo'lmasligi nazarda tutiladi. Shunday qilib, har bir nuqtaning siljishi batamom deformatsiya oqibatida ro'y beradi (ya'ni, qattiq ko'chish sodir bo'lmaydi).

Nuqtaning koordinatlari dastlabki paytda  $x$ ,  $y$ ,  $z$  bo'lgan, deformatsiyaning hozirgi paytida (dastlabkiga yaqin)  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$  bo'lsin, u holda

$$\begin{aligned} x' - x &= U_x \\ y' - y &= U_y \\ z' - z &= U_z \end{aligned} \quad (2.47)$$

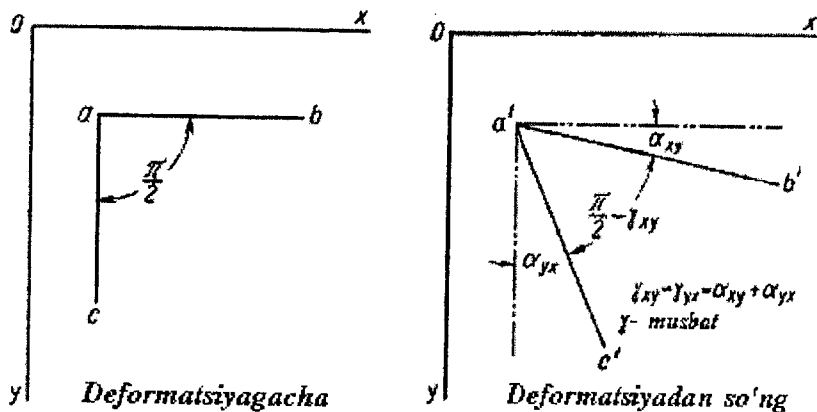
Ko'chishning koordinat o'qlariga proeksiyasidan iborat bo'ladi, ya'ni nuqtaning ko'chish komponentlari bo'ladi.

Jismning turli nuqtalari uchun ko'chish komponentlari turlicha bo'ladi va ular koordinatalarning uzluksiz funksiyasi hisoblanadi.

Bundan kelib chiqadiki, jismda hayolan kesib olingan elementar parallelopiped deformatsiyada faqat o'z holatini emas, balki o'z shaklini ham o'zgartiradi. Umumiy holda parallelopiped qirralari uzunligini o'zgartiradi, burchaklar esa to'g'ri bo'lmay qoladi. Deformatsiyalar ikki turda bo'ladi: chiziqli (cho'zilish) va burchakli (siljishlar). Bunda yuqori tartibli cheksiz kichik hadlarni e'tiborga olmasdan, hisoblash mumkinki, burchakli deformatsiyalar (siljishlar) chiziqli o'lchamlarga ta'sir etmaydi.

Nisbiy chiziqli deformatsiyalarni bundan keyin  $\varepsilon$  orqali belgilaymiz. Indeksni xuddi kuchlanish  $\sigma$  dagi kabi olamiz. Bu yerda faqat kichik deformatsiyalar ko'rib chiqilayotgani uchun  $\sigma = \delta$  bo'ladi. Nisbiy siljishlarni  $\gamma$  orqali belgilaymiz. Indeksni xuddi  $\tau$  kuchlanishlardagi kabi olamiz. Ikkita indeks buzilayotgan deformatsiya burchagi proeksiyalanadigan koordinat tekisligini ko'rsatadi. Bunda, nisbiy siljishlar, agar ularga tomonlari koordinat o'qlarining musbat yo'nalishiga yo'naltirilgan burchakning kamayishi mos kelsa, musbat hisoblanadi.

Aytilganlarni 34-rasm oydinlashtiradi.



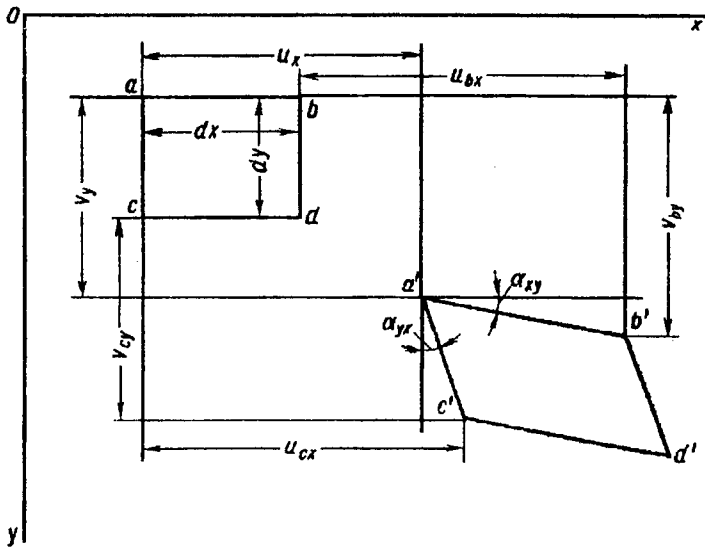
34-rasm. Deformatsiya komponentlari va ko'chish sxemasi

Bayon etilganlardan deformatsiya komponentlari oltita bo'lishi kelib chiqadi:

$\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z$  $\gamma_{xy} \quad \gamma_{yz} \quad \gamma_{zx}$ 

Endi deformatsiya tarkibiy qismlarini siljish komponentlari orqali ifodalaymiz. Buning uchun deformatsiyalanayotgan jismda koordinata o'qlariga parallel bo'lgan  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  cheksiz kichik qirrali elementar parallelepipedni ajratib olamiz.

35-rasmda  $abcd$  bu parallelepipedning  $xy$  tekislikka deformatsiyaga qadar,  $a'b'c'd'$  esa - deformatsiyadan keyin  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  nuqtalar 35-rasmda ko'rsatilgan siljish olgandagi proeksiyasi bo'lsin.  $b$  va  $c$  nuqtalarning siljishini  $a$  nuqtaning siljishi orqali ifodalaymiz.



35-rasm. Nuqtalarning deformatsiya vaqtida siljishi

Ilgari aytilgandek siljish bu koordinataning uzluksiz funksiyalaridir.  $b$  nuqta  $a$  nuqtadan  $x$  o'qi yo'nalishida cheksiz kichik masofada joylashgan. Yuqori tartibli hadlarni e'tiborga olmasdan hisoblash mumkinki,  $b$  nuqtaning  $x$  o'qi yo'nalishida ko'chishi,  $a$  nuqtaning ko'chishidan  $x$  koordinata bo'yicha  $dx$  uzunlikda  $U_x$  ortishi kattaligiga farq qiladi. Unda

$$U_{bx} = U_x + (\partial U_x / \partial x) dx.$$

Bu yerdan  $dx$  uzunlikdagi av qirraning nisbiy uzayishi, ya'ni  $x$  yo'nalishida  $\varepsilon$  nisbiy deformatsiya bunday ifodalanadi:

$$\varepsilon_x = (U_{vx} - U_x) dx = (U_x + (\partial U_x / \partial x) dx - U_x) / dx = \partial U_x / \partial x.$$

Shunga o'xshash olamiz:

$$U_{su} = U_u + (\partial U_u / \partial u) du. \quad \text{va} \quad \varepsilon_y = \frac{\partial U_y}{\partial y},$$

shuningdek

$$U_{vu} = U_u + (\partial U_u / \partial x) dx,$$

$$U_{sx} = U_x + (\partial U_x / \partial u) du,$$

Burchaklarning o'zgarishi shuningdek cheksiz kichik bo'lganidan

$\text{tg } \alpha_{xy} = \alpha_{xy}$  va  $\text{tg } \alpha_{ux} = \alpha_{ux}$ , shuning uchun (35-rasm):

$$a_{xu} = (U_{vu} - U_u) / (U_{vx} + dx - U_x)$$

Ilgari olingan  $U_{vx}$  va  $U_{vu}$  qiymatlarni qo'yib, ushuni olamiz:

$$a_{xu} = (U_u + (\partial U_u / \partial x) dx - U_u) / (U_x + (\partial U_x / \partial x) dx + dx U_x) = (\partial U_u / \partial x) / (1 + \partial U_x / \partial x).$$

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} = \varepsilon_x \quad \text{va} \quad \text{birdan ancha kichik bo'lganidan}$$

$$\alpha_{xy} = \partial U_y / \partial x.$$

Shu usulda olamiz

$$\alpha_{yx} = \partial U_x / \partial y$$

va nihoyat,

$$\gamma_{xy} = \alpha_{xy} + \alpha_{yx} = \frac{\partial U_x}{\partial y} + \frac{\partial U_y}{\partial x}.$$

Ko'rilayotgan parallelopipedni  $uz$  va  $zx$  tekisliklarga proeksiyalab, deformatsiyaning boshqa komponentlari ifodalarini topamiz. Natijada ushuni olamiz:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_x &= \partial U_x / \partial x; \\
\varepsilon_y &= \partial U_y / \partial y; \\
\varepsilon_z &= \partial U_z / \partial z; \\
\gamma_{xy} &= \partial U_x / \partial y + \partial U_y / \partial x; \\
\gamma_{yz} &= \partial U_y / \partial z + \partial U_z / \partial y; \\
\gamma_{zx} &= \partial U_z / \partial x + \partial U_x / \partial z.
\end{aligned}
\tag{2.48}$$

Nisbiy siljishlar  $\gamma$  ifodasini, biz ikkita burchak yig'indisining qiymati sifatida hosil qildik. Masalan,  $\gamma_{xu}$  (34 va 35-rasmlarga qarang) siljish uchun  $x$  o'qiga parallel ab qirrani  $u$  o'qi yo'nalishida burilish burchagi ( $\alpha_{xu}$ ) va  $u$  o'qiga parallel as qirrani  $x$  o'qi yo'nalishida burilish burchagi ( $\alpha_{ux}$ ) yig'indisi sifatida olamiz.

Shakllar (xatoligi) deformatsiya natijalariga nisbatan  $\alpha_{xu}$  va  $a$  burchaklarni nisbiy qiymatlari qanday bo'lishi butunlay farqsiz, faqat ularning yig'indisi  $\gamma_{xu}$  ga teng bo'lib doimiy qolishi kerak. Bu bizga siljish deformatsiyasining har bir komponentini ikki ko'rinishda  $\gamma_{xu}$  qiymatining yarmini ko'rib chiqib va ularni  $\alpha$  burchaklar uchun qilinganga o'xshash indekslab, tasavvur qilish imkoniyatini beradi.

Masalan,  $\gamma_{xu}$  nisbiy siljish o'rniga  $(1/2) \gamma_{xu}$  va  $(1/2) \gamma_{ux}$  olinadi, shu bilan birga  $(1/2) \gamma_{xu} = (1/2) \gamma_{ux}$ . Bunda indekslash  $\tau$  kuchlanish indeksleri bilan mos kelishini ko'rish oson va biz deformatsiyalarni ham (2.12), (2.12a) tenglamalarda kuchlanishlarni yozgandagi kabi yoza olamiz:

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_x \quad \gamma_{xy} / z \quad \gamma_{xz} / z \\
T_\varepsilon = &\gamma_{yx} / z \quad \varepsilon_x \quad \gamma_{yz} / z \\
&\gamma_{zx} / z \quad \gamma_{zy} / z \quad \varepsilon_x
\end{aligned}
\tag{2.49}$$

yoki asosiy diagonalga nisbatan simmetrik joylashgan komponentlar (tarkibiy qismlar) tengligini hisobga olib:

$$T_{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \gamma_{xy} / z & \gamma_{xz} / z \\ 0 & \varepsilon_x & \gamma_{yz} / z \\ 0 & 0 & \varepsilon_x \end{pmatrix} \quad (2.49a)$$

$T_{\varepsilon}$  (3.12) kuchlanishlar tenzori kabi xossalarga ega bo'lgan deformatsiya tenzori bo'ladi. U nuqtaning deformatsiyalangan holatini to'liq aniqlaydi, kuchlanishlar tenzori kabi invariantlarga ega bo'ladi va uni deformatsiyalar sharsimon tenzoriga va deformatsiyalar deviatoriga yoyishi mumkin. Sharsimon tenzor elastik deformatsiyaning umumiy holdida hajm o'zgarishini (hajmiy deformatsiyani), deviator esa shakl o'zgarishini (deviator deformatsiyasini) ifodalaydi.

Plastik deformatsiyada, ilgari ko'rsatilganidek,  $\varepsilon_x + \varepsilon_u + \varepsilon_z = 0$ , demak  $\varepsilon_{o,r} = 0$  bo'ladi. Shuning uchun plastik deformatsiyada deformatsiyaning sharsimon tenzori nolga teng va deformatsiya tenzori deviator hisoblanadi.

Deformatsiyalar uchun, kuchlanishlar uchun bo'lganidek, bosh o'qlarni doimo topish mumkin. Ularning yo'nalishida bosh chizikli deformatsiyalar (bosh uzayishlar)  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  o'rinli bo'ladi,  $\gamma$  siljishlar esa bo'lmaydi. Umuman, deformatsiya nazariyasining barcha kerakli formulalarini, mos ravishda kuchlanishlar nazariyasi formulalariga o'xshatib yozish mumkin.

## 2.12. Deformatsiyalar uzluksizligi

Deformatsiya tarkibiy qismlari uchta siljish komponentlari  $U_x, U_u, U_z$  bilan aniqlanadilar. Demak, ular ixtiyoriy tanlab olinishi mumkin emas, ular orasida ma'lum bog'lanishlar bo'lishi kerak. Bu bog'lanishlar birgalik (tenglamalari) shartlari yoki deformatsiyalar uzluksizligi nomi bilan yuritiladi. Bog'lanishlar bitta tekislikdagi deformatsiyaning tarkibiy qismlari orasida ham, turli tekisliklardagi tarkibiy qismlar orasida ham bo'ladi.

Yassi va o'qqa nisbatan simmetrik masala uchun birgalik shartlarini keltirib chiqaramiz.

Yassi kuchlangan holat uchun

$$\varepsilon_u = \text{const.}$$

Yassi deformatsiyalangan holat uchun

$$\varepsilon_u = 0$$

Ikkala holatda ham deformatsiyalar  $u$  koordinataga bog'liq emas va  $U_x$   $x$  va  $z$  koordinatlarga bog'liq emas.

Aytilganlarni hisobga olib, (2.48) ifodadan ushbuni olamiz:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \partial U_x / \partial x; \\ \varepsilon_z &= \partial U_z / \partial z; \\ \gamma_{xz} &= \partial U_x / \partial z + \partial U_z / \partial x. \end{aligned} \quad (2.50)$$

(2.48) ifodadan birinchi tenglamani  $z$  bo'yicha, uchinchi tenglamani  $x$  bo'yicha ikki martadan differensiallaymiz:

$$\partial^2 \varepsilon_x / \partial z^2 = \partial^3 U_x / \partial x \partial z^2;$$

$$\partial^2 \varepsilon_z / \partial x^2 = \partial^3 U_z / \partial z \partial x^2.$$

Hadma-had qo'shamiz va bir oz o'zgartiramiz:

$$\begin{aligned} \partial^2 \varepsilon_x / \partial z^2 + \partial^3 \varepsilon_x / \partial x^2 &= \partial^3 U_x / \partial x \partial z^2 + \partial^3 U_z / \partial z \partial x^2 = \\ &= \left( \partial^2 / \partial x \partial z \right) \left( \partial U_x / \partial z + \partial U_z / \partial x \right) \end{aligned}$$

O'ng qismdagi qavsdagi ifoda nisbiy siljish  $\gamma_{xz}$  dan iborat ekanini payqagan holda ushbuni olamiz:

$$\partial^2 \varepsilon_x / \partial z^2 + \partial^2 \varepsilon_z / \partial x^2 = \partial^2 \gamma_{xz} / \partial x \partial z \quad (2.51)$$

Bu (2.51) ifoda birgalik sharti bo'ladi. Ikkita berilgan deformatsiyalarda uchinchi juda aniq va yagona qiymat olishini ko'rish qiyin emas.

O'qqa simmetrik kuchlangan holat uchun silindrik koordinatlarda keltirib chiqishsiz yozamiz:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\rho} &= \partial U_{\rho} / \partial \rho \\ \varepsilon_{\theta} &= U_{\rho} / \rho \\ \varepsilon_z &= \partial U_z / \partial z\end{aligned}\tag{2.52}$$

$$\varepsilon_{\rho z} = \partial U_z / \partial \rho + \partial U_{\rho} / \partial z$$

Bu deformatsiyalar ifodasi bo'ladi. Chiziqli deformatsiyalar  $\varepsilon_{\rho}$  va  $\varepsilon_{\theta}$  birgalik sharti quyidagicha bo'ladi:

$$\partial \varepsilon_{\theta} / \partial \rho = (\varepsilon_{\rho} \varepsilon_{\theta}) / \rho\tag{2.53}$$

### 2.13. Hajmning doimiylik sharti

Tezlikning deformatsiya jarayoniga ta'siri haqidagi masalani ko'rib chiqishda eng avvalo deformatsiya tezligi qanday qilib aniqlanishini belgilab olish kerak. Buning uchun oldin hajmning doimiylik sharti bilan va deformatsiya darajasi, siljigan hajm tushunchalari bilan tanishamiz.

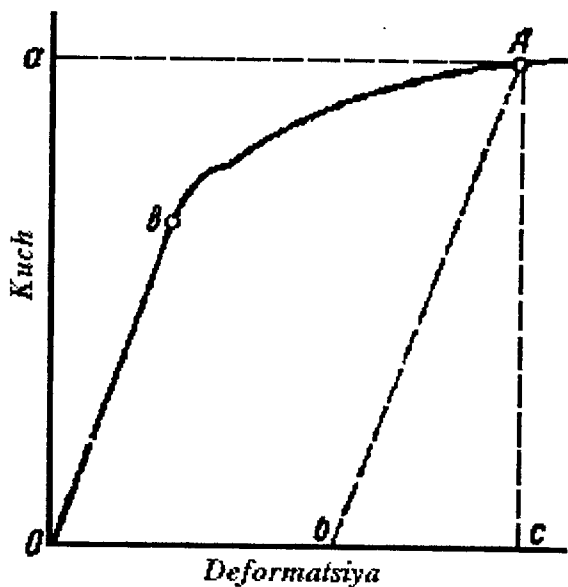
Metallning zichligi plastik deformatsiya natijasida nihoyatda kam o'zgargani uchun amaliy ahamiyatga ega emas, u holda kuchlanishlar va deformatsiyalar bilan bog'liq qator masalalarni yechishda, odatda quyidagi shart qabul qilinadi: plastik deformatsiyalanayotgan jism hajmi o'zgarmas bo'lib qoladi va shu bilan birga jismning plastik deformatsiyagacha bo'lgan hajmi, uning deformatsiyadan keyingi hajmiga teng.

Bundan plastik deformatsiya davrining o'zida tashqi kuchlar bilan yuklashdagi jismning hajmi, yuklanish olingandan keyingi uning hajmiga tengligi kelib chiqmaydi.

Bu shuning uchun bo'ladiki, jismni plastik deformatsiyasi doimo uning elastik deformatsiyasi bilan birga kuzatiladi, uning kuchlanishlarga bog'liqligi Guk qonuni bilan aniqlanadi. Demak yuklanishning oxirgi paytidagi jismning o'lchamlari, uning yuklanish olingandan keyingi o'lchamlaridan farq qiladi.

Sinov mashinasida olingan cho'zilishning odatdagi diagrammasi berilgan bo'lsin (36-rasm). Ordinata o'qi bo'yicha kuch, absissa o'qi bo'yicha - deformatsiya qo'yilgan.





36-rasm. Cho'zilish diagrammasi

Qandaydir paytda  $Oa$  kesma bilan aniqlanuvchi kuchda deformatsiya  $Os$  kesma bilan idodalanadi. Agar  $A$  nuqtadan  $OV$  chiziqqa parallel chiziq o'tkazilsa, bu erda  $V$  nuqta proporsionallik chegarasiga mos keladi, unda  $Os$  kesma absissa o'qida ikki qismga bo'linadi.  $vs$  qism elastik deformatsiyalardan iborat bo'ladi,  $ov$  qism esa - plastik, ya'ni yuklanish paytida to'liq deformatsiya  $Os$  kesma bilan ifodalanadi, yuklanish olingandan keyin esa  $Ov$  kesma bilan aniqlanuvchi, qoldiq (plastik) deformatsiya o'rinli bo'ladi. Ravshanki,  $VOs$  va  $Avs$  burchaklar tangensi ( $E$ ) Yung modulini ifodalaydi.

Bosim bilan issiq ishlashda katta plastik deformatsiyada elastik deformatsiya mavjudligini e'tiborga olmaslik mumkin. Aksincha, ba'zi hollarda, masalan, sovuq holda egishda elastik deformatsiya juda sezilib turadi. Amaliyotda bu hodisani prujinalanish deb ataydilar. Agar, masalan, polosa (uzunchoq kesim)ni sovuq holda qandaydir  $\alpha$  burchakka egilsa, egilishdan so'ng u  $\alpha$  dan bir oz katta burchakka egilgan bo'lib chiqadi.

Texnologik jarayonlarni loyihalashda bu bilan hisoblashish zarur. «Sovuq holda» egishda masalan, shtampdagi burchakni prujinalanish burchagini hisobga olib, talab qilingan egish burchagidan bir oz farqlanadigan qilishga to'g'ri keladi.

#### *1.14. Deformatsiya darajasi va siljigan hajm.*

Qirralari koordinat o'qiga parallel va plastik deformatsiyagacha dastlabki o'lchamlari  $x_i$ ,  $u_i$  va  $z_i$  bo'lgan parallelepiped olamiz (21 a - rasm).

Bu parallelepiped deformatsiyadan keyin ham parallelepipedligicha qolsin va uning o'lchamlari  $x_d$ ,  $u_d$  va  $z_d$  bo'lsin. (37 b - rasm) (indekslar  $i$  - dastlabki,  $d$  - deformatsiyalangan).

U holda hajmning doimiylik sharti bo'yicha

$$V = X_i Y_i Z_i = X_d Y_d Z_d \quad (2.54)$$

bundan

$$(X_d/X_i)(Y_d/Y_i)(Z_d/Z_i) = 1 \quad (2.55)$$

Logarifmlagandan so'ng esa (plastik deformatsiya jarayonlarini ko'rib chiqishda eng qulay bo'lgan natural logarifm olinadi).

$$\ln(X_d/X_i) + \ln(Y_d/Y_i) + \ln(Z_d/Z_i) = 0 \quad (2.56)$$

$$\text{yoki} \quad \delta_x + \delta_y + \delta_z = 0 \quad (2.56a)$$

bu yerda:

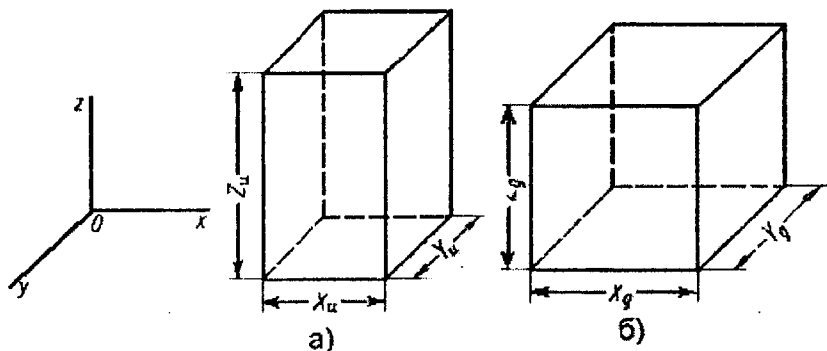
$$\delta_x = \ln(X_d/X_i)$$

$$\delta_y = \ln(Y_d/Y_i)$$

$$\delta_z = \ln(Z_d/Z_i) \quad (2.57)$$

$\delta_x$ ,  $\delta_y$ ,  $\delta_z$  kattaliklar haqiqiy yoki chinakam deformatsiya darajasi, shuningdek uchinchi ko'rinishdagi (turdagi) yoki

logarifmik deformatsiya darajasi nomlari bilan yuritiladi. Shunday qilib, logarifmik deformatsiya darajasi (deformatsiyadan) keyingi chiziqli o'lchamni, avvalgi - dastlabki (deformatsiyagacha) o'lchamcha nisbatining natural logarifmidan iborat bo'ladi.  $\delta$  ni belgilashdagi  $x, y, z$  indekslar biz qaysi koordinat o'qi yo'nalishi bo'yicha deformatsiyani ko'rib chiqayotganimizni bildiradi. Agar, biz kasr suratiga avvalgi o'lchamni, mahrajiga esa keyingini qo'ysak,  $\delta$  ning son qiymati o'zgarmaydi, faqat ishoralari o'zgaradi xolos.



37-rasm.

Ko'rib chiqilayotgan misolda (37-rasm) parallelepiped siqilishga uchraydi. Uning  $Z$  qirrasini kamayadi,  $X$  va  $Y$  oshadi ( $Z_i > Z_d, X_i < X_d, Y_i < Y_d$ ). Demak, (2.57) formula bo'yicha  $\delta_x$  deformatsiya manfiy,  $\delta_x$  va  $\delta_y$  musbat bo'ladi (o'lchamning oshishi - musbat deformatsiya, o'lchamning kamayishi - manfiy deformatsiya).

(2.56) tenglikdan ushbu muhim xulosalar qilish mumkin:

1. *Plastik deformatsiyada uchta o'zaro perpendikulyar yo'nalishlar bo'yicha logarifmik deformatsiya darajalarini algebraik yig'indisi nolga teng.*

2. *Deformatsiya darajalaridan bittasi boshqa ikkitasining ishorasiga qarama-qarshi ishoraga ega, mutlaq kattaligi bo'yicha*

*esa ularning yig'indisiga teng, ya'ni mutlaq kattaligi bo'yicha maksimal bo'ladi.*

Logarifmik deformatsiya darajasi, deformatsiyaning har bir fursatidagi jismning o'lchami kattaligiga tegishli uning shu o'lchamini cheksiz kichik o'sishi integralidan iborat bo'ladi, masalan:

$$\delta_x = \int_{x_H}^{x_D} \frac{dx}{x} = \ln x = \ln\left(\frac{x_D}{x_H}\right)$$

Deformatsiya darajasi boshqacha ifodalanishi ham mumkin, chunonchi, o'lcham o'sishini dastlabki o'lchamga nisbati sifatida:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{(x_D - x_H)}{x_H} = \frac{\Delta x}{x_H} \\ \varepsilon_y &= \frac{(y_D - y_H)}{y_H} = \frac{\Delta y}{y_H} \\ \varepsilon_z &= \frac{(z_D - z_H)}{z_H} = \frac{\Delta z}{z_H} \end{aligned} \quad (2.58)$$

Bu yerda ham deformatsiya darajalarining musbat kattaliklariga cho'zilish va manfiylariga - siqilish mos keladi.

$\varepsilon_x, \varepsilon_y$  va  $\varepsilon_z$  birinchi xil deformatsiya darajasi (yoki oddiy qilib deformatsiya darajasi) nomi bilan yuritiladi.

$\delta$  va  $\varepsilon$  kattaliklar o'zaro bog'langan:

$$\delta_x = \ln\left(\frac{x_D}{x_H}\right) = \ln\left(\frac{x_H + \Delta x}{x_H}\right) = \ln\left(\frac{1 + \Delta x}{x_H}\right) = \ln(1 + \varepsilon_x)$$

va hokazo.

$\ln(1 + \varepsilon_x)$  ni qatorga yoyamiz:

$$\delta_x = \ln(1 + \varepsilon_x) = \varepsilon_x - \frac{\varepsilon_x^2}{2} - \frac{\varepsilon_x^3}{3} - \frac{\varepsilon_x^4}{4} - \dots \text{ va}$$
 xokazo.

Bu qator  $\varepsilon_x \ll 1$  da yaqinlashuvchi (yig'iluvchi) dir. Birinchidan tashqari barcha hadlarni tashlab yuborib, ushbuni olamiz.

$$\delta_x \approx \varepsilon_x$$

0,1 dan kichik bo'lgan deformatsiya darajalarida  $\delta$  va  $\varepsilon$  orasidagi farq 5% dan kam, shu sababli kichik deformatsiyalar uchun:

$$\delta = \varepsilon \quad (2.59)$$

deb hisoblash mumkin. Mos ravishda

$$\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z = 0 \quad (2.60)$$

(3.3a) tenglikning barcha hadlarini deformatsiyalanayotgan jism hajmi  $V$  ga ko'paytirib, ushbuni olamiz:

$$V\delta_x + V\delta_y + V\delta_z = 0 \quad (2.61)$$

kichik deformatsiyalar uchun esa:

$$V\varepsilon_x + V\varepsilon_y + V\varepsilon_z = 0 \quad (2.61a)$$

Hajmni deformatsiya darajasiga ko'paytmasi mos ravishda  $X, Y, Z$  yo'nalishlar bo'yicha siljishgan hajmlar  $V_c$  dan iborat bo'ladi, ya'ni

$$V_{cx} + V_{cy} + V_{cz} = 0 \quad (2.62)$$

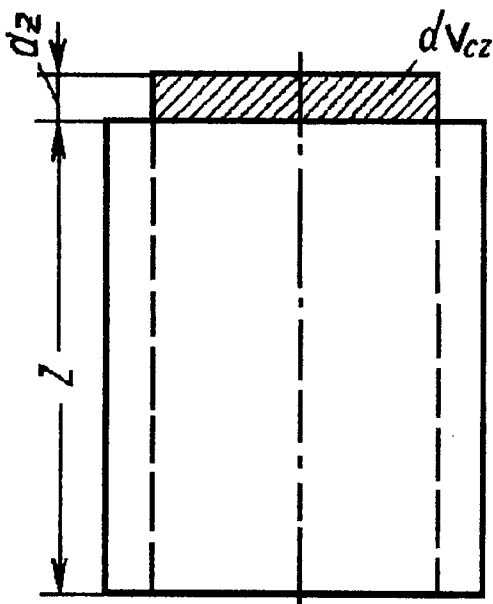
Bundan hajmning doimiylik qonunini yana bitta ifodalash kelib chiqadi, masalan:

***Uchta o'zaro perpendikulyar yo'nalishlar bo'yicha siljigan hajmlar yig'indisi nolga teng.***

Ayni mahalda siljigan hajmlardan biri boshqa ikkitasiga qarama-qarshi ishoraga ega, mutlaq kattaligi bo'yicha esa ularning yig'indisiga teng, ya'ni mutlaq kattaligi bo'yicha maksimal bo'ladi.

$V\delta$  ko'paytma haqiqatdan ham siljigan hajmdan iborat ekanligini isbotlaymiz.

Berilgan paytdagi jismning deformatsiyasi, masalan,  $z$  o'qi bo'yicha  $Z$  o'lchamga ega, undan keyingi paytda  $dz$  o'sish oladigan bo'lsin (38-rasm).



38-rasm. Jismning  $z$  o'qi bo'yicha deformatsiyasi

Elementar siljigan hajm  $dV_{cZ}$  shunday aniqlanishini ko'rish oson:

$$dV_{cZ} = F_Z dz$$

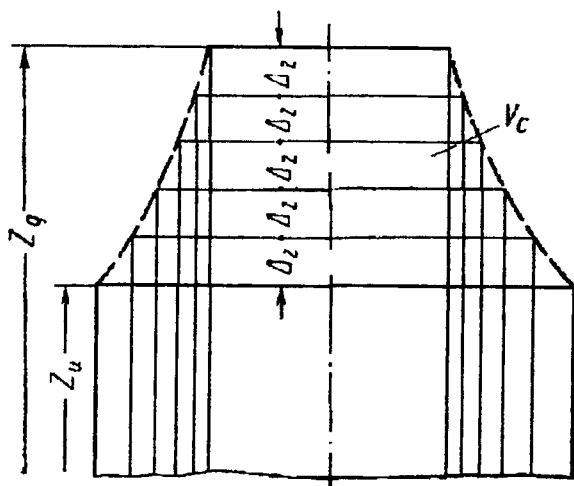
bu yerda:  $F_Z$  - deformatsiya jarayonini har bir berilgan paytda jismning ko'ndalang ( $Z$  o'qiga normal) kesimi yuzasi; u holda:

$$V_{cZ} = \int_{z_H}^{z_D} F_Z dz \quad (2.64)$$

agar  $F_Z = \frac{V}{z}$  bo'lsa, unda

$$V_{cZ} = V \int_{z_H}^{z_D} \frac{dz}{z} \quad (2.65)$$

bu yerda, ilgariidek,  $z_H$  va  $z_D$  - mos ravishda jismning dastlabki balandligi va uni deformatsiyadan keyingi balandligi.



39-rasm. Siljigan hajmni aniqlashga oid

Integrallab ushuni olamiz:

$$V_{cZ} = V \ln\left(\frac{z_D}{z_H}\right) = V \delta_Z \quad (2.66)$$

va umuman  $V_c = V \delta$  (2.66a)

Kichik deformatsiyalar uchun

$$\delta = \varepsilon \quad \text{va} \quad V_c = V_\varepsilon \quad (2.66b)$$

Siljigan hajmning geometrik ma'nosi 39-rasmdan ravshan bo'ladi. Ilgari yozilgan (2.55) ifodadan:

$$\frac{x_D}{x_H} \cdot \frac{y_D}{y_H} \cdot \frac{z_D}{z_H} = 1 \quad \text{kelib chiqadi.}$$

$$\frac{x_D}{x_H} = \frac{y_H z_H}{y_D z_D} = \frac{F_{HX}}{F_{DX}}, \quad \text{chunki}$$

$$y_H z_H = F_{HX} \quad \text{va} \quad y_D z_D = F_{DX}$$

bu yerda  $F_{HX}$  va  $F_{DX}$  mos ravishda deformatsiyadan oldini va keyingi jismning  $x$  o'qiga normal kesim yuzalaridan iborat bo'ladi.

Bu deformatsiya darajasi va siljigan hajmlarni faqat chiziqli o'lchamlar orqali emas, balki yo'nalishida deformatsiya darajasi va siljigan hajm ko'rib chiqilayotgan, koordinat o'qiga normal kesim yuzalari orqali ham ifodalash imkoniyatini beradi:

$$\delta_x = \ln\left(\frac{x_D}{x_H}\right) = \ln\left(\frac{F_{HX}}{F_{DX}}\right) = -\ln\left(\frac{F_{DX}}{F_{HX}}\right)$$

$$\varepsilon_x = \frac{(x_D - x_H)}{x_H} = \frac{\Delta x}{x_H} = \frac{(F_{HX} - F_{DX})}{F_{DX}} = -\frac{\Delta F_x}{F_{DX}}$$

Koordinat o'qlarining  $y$  va  $z$  yo'nalishlari bo'yicha deformatsiya darajalari uchun ifodalarni shuncha o'xshash olish mumkin.

Umumiy ko'rinishda bunday yozish mumkin:

$$\delta = -\ln\left(\frac{F_{DX}}{F_{HX}}\right)$$



$$\varepsilon = -\frac{\Delta F}{F_D} \quad (2.67)$$

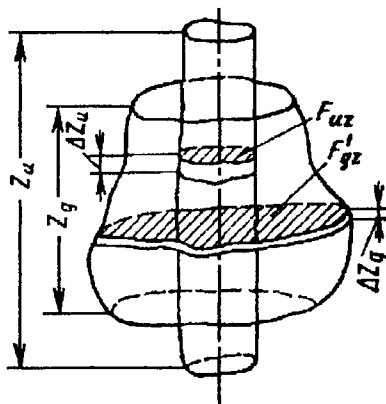
Siljigan hajmning keltirilgan (2.65) ifodasi  $V_{cZ} = V \int_{z_H}^{z_D} \frac{dz}{z}$  ni

keltirib chiqarishdan ma'lum bo'ladiki, agar jismning kesim yuzalari  $F_Z$  kattaligi, faqat deformatsiyaga qadar ham, deformatsiyadan keyin ham, jismning hamma  $Z$  uzunligi bo'yicha doimiy bo'lib hisoblansa, masalan, silindr silindrga, parallelopiped parallelopipedga va shunga o'xshash o'tish holidagina haqiqiy bo'ladi.

Agar bu shartga rioya qilinmasa, masalan, silindr deformatsiyada kesik konusga aylanadi,  $F_Z = \frac{V}{z}$  ifodani yozib

bo'lmaydi, demak,  $V_{cZ} = V \ln\left(\frac{z_D}{z_H}\right)$  ifoda ham haqiqiy bo'lmaydi.

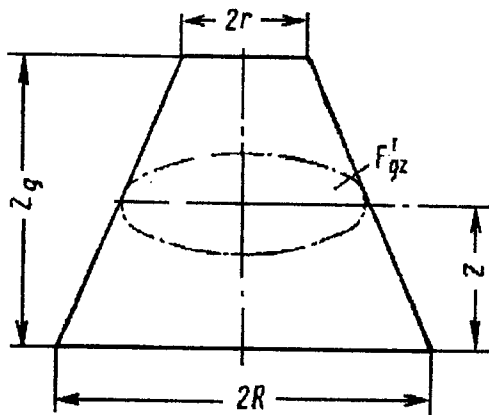
Biroq, qator hollarda, o'rtacha siljigan hajmni topish mumkin, u bo'yicha o'rtacha deformatsiya darajasini ham A.N. Bryuxanov formulasi yordamida topish mumkin.



40-rasm. Jismning deformatsiyadan avvalgi va keyingi shakli

Dastlabki (deformatsiyagacha) balandligi  $z_H$  bo'lgan jism olamiz. U kesim yuzalari  $F_{HZ}$  butun balandlik bo'yicha bir xil (shakli bo'yicha ular turlicha bo'lishi mumkin) bo'lgan majburiy xossasi bilan ajralib turadi (40-rasm).

Deformatsiyadan keyin jism balandligi  $z_D$  bo'lsin, ammo  $z$  o'qiga normal jism kesimlarining yuzasi jism balandligi bo'yicha olingan turli nuqtalar uchun turlicha kattalikka ega bo'ladi. Bu yuzalarni ilgari bo'lgan belgilashlardan farqli ravishda «'» indeks bilan belgilaymiz, ya'ni  $F'_{DX}$ . Ravshanki, gap jismning yakuniy shakli haqida ketar ekan, unda  $F'_{DX}$  jismni oxirgi shakli bilan aniqlanadigan  $z$  ning funksiyasi hisoblanadi



41-rasm. Jismning oxirgi shakli.

Masalan kesik konus uchun (41-rasm):

$$F'_{DX} = \pi \left[ R - \left( \frac{R-r}{z_D} z \right) \right]^2$$

Deformatsiyalangan jismning balandligi  $\Delta z_D$  va yuzasi  $F'_{DZ}$  bo'lgan har bir elementar hajmi  $\Delta V$ , balandligi  $\Delta z_H$  va

yuzasi  $F_{ИZ}$  bo'lgan, dastlabki jismning qaysidir yerida mos ravishda joylashgan, unga teng elementar hajmning deformatsiyasi hisobiga hosil bo'lgan deb faraz qilamiz, ya'ni

$$\Delta V = \Delta z_{Д} F'_{ДZ} = \Delta z_{И} F_{ИZ}$$

Ko'rilayotgan hajmlar cheksiz kichik balandlikka ega elementar hisoblanadi, elementar siljigan hajmlar uchun esa, ushbu tenglik haqiqiy bo'ladi [(2.66) va (2.67) formulalarga qarang].

$$\Delta V_{CZ} = -\Delta V \ln\left(\frac{F_{ДX}}{F_{ИZ}}\right),$$

$$\text{ammo } \Delta V = \Delta z_{Д} F'_{ДZ}$$

bundan, chegaralarga o'tib va deformatsiyadan keyin olingan shaklni butun balandligi bo'yicha integrallab ushbuga ega bo'lamiz:

$$V_{CZ} = - \int_0^{z_{Д}} F'_{ДZ} \ln\left(\frac{F'_{ДZ}}{F_{ИZ}}\right) dz_{Д} \quad (2.68)$$

ya'ni, A.N. Bryuxanov formulasi yordamida siljigan hajmni, deformatsiyalangan jism ko'ndalang kesim yuzalari, uning balandligining turli nuqtalari uchun turlicha kattalikka ega bo'lgan holatda ham, aniqlash mumkin, chunki jismning oxirgi shakli va o'lchamlari doimo ma'lumdir. O'rtacha deformatsiya darajasini siljigan hajm bo'yicha aniqlash mumkin:

$$\delta = \frac{V_c}{V} \quad (2.69)$$

(2.66) formula, binobarin undan olingan (2.64) integral ham A.N. Bryuxanovning (2.68) formulasini xususiy holi hisoblanishini osongina isbotlash mumkin.

Haqiqatan, agar jism deformatsiyadan keyin ko'ndalang kesim yuzasini doimiy kattaligiga ega bo'lsa, unda  $F'_{\mathcal{D}Z} = F_{\mathcal{D}Z}$ ,

$F'_{\mathcal{H}Z}$  esa shart bo'yicha doimiy. U paytda  $F_{\mathcal{D}Z} = \frac{V}{z_{\mathcal{D}}}$  va

$$F_{\mathcal{H}Z} = \frac{V}{z_{\mathcal{H}}}.$$

$F$  ifodani (2.68) tenglamaga qo'yib, ushbuni olamiz:

$$V_{CZ} = -\frac{V}{z_{\mathcal{D}}} \ln\left(\frac{z_{\mathcal{H}}}{z_{\mathcal{D}}}\right) \int_0^{z_{\mathcal{D}}} dz_{\mathcal{D}} = V \ln\left(\frac{z_{\mathcal{D}}}{z_{\mathcal{H}}}\right),$$

ya'ni, biz (2.66) formulani olamiz, buni isbotlash talab etilgan edi.

Misol uchun, silindrni to'g'ri kesik konusga deformatsiyalashda (2.68) formulani integrali yordamida olinadigan, siljigan hajmni aniqlash ifodasini keltiramiz:

$$V_c = \frac{1}{3} \left[ F_H H \frac{1+R}{R-r} \ln\left(\frac{F_H}{F_{\mathcal{H}}} - \frac{2}{3}\right) + F_B H \left(\frac{R}{R-r}\right) \ln\left(\frac{F_B}{F_{\mathcal{H}}} - \frac{2}{3}\right) \right]$$

bu yerda:  $F_H$  - kesik konusning pastki (katta) asosi yuzasi;  $F_B$  - kesik konusning yuqoridagi asosi yuzasi;  $H$  - kesik konus balandligi;  $F_{\mathcal{H}}$  - boshlang'ich (dastlabki) silindr ko'ndalang kesim yuzasi.

### 3-bob. CHEGARAVIY KUCHLANGAN HOLAT VA DEFORMATSIYA JARAYONLARINI TAHLIL QILISH USLUBINING ASOSLARI

#### 3.1. Plastiklik sharti

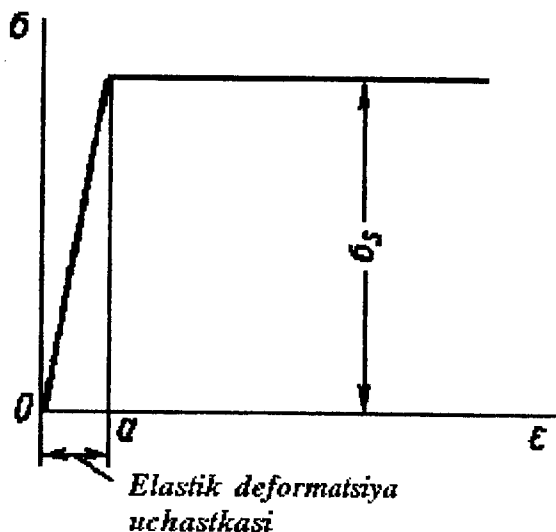
Kuchlanishlar ortib borishi bilan, ular orasidagi ma'lum nisbatlarda nuqtaning kuchlangan holati plastik deformatsiya boshlanadigan chegaraviyga yetib boradi. Bu birinchi chegaraviy holat bo'ladi. Ikkinchi chegaraviy holat buzilish boshlanishini aniqlaydi.

Jismning elastik muvozanati yuklamalarning turlicha nisbatida bo'lishi mumkin. Plastik muvozanat esa faqat to'liq ma'lum bo'lgan yuklamalarda bo'lishi mumkin.

Shunday qilib, chiziqli cho'zilishda plastik holat yuklama oqish chegarasiga teng kuchlanish keltirib chiqarganda yuz beradi. Oqish chegarasi materialning doimiysi sifatida qaraladi.

Agar bunda deformatsiya ortib borishi bilan mustahkamlanish ro'y bersa, unda plastik deformatsiyani keyingi rivojlanishi uchun kuchlanishni oshirish zarur va uning kattaligi mustahkamlanish egri chizig'i (haqiqiy kuchlanishlar egri chizig'i) dan aniqlanadi. Agar mustahkamlanish butunlay bo'lmasa, u holda chiziqli cho'zilishda oqish chegarasiga yetgandan so'ng plastik deformatsiya o'zgarmas kuchlanishda ro'y beradi, ya'ni biz ideal plastik jism bilan ish yuritamiz. Ideal plastik jism uchun cho'zilishdagi deformatsiya-kuchlanish diagrammasi 42-rasmda ko'rsatilgan ko'rinish oladi.

Diagrammadan ko'rinadiki, elastiklik nazariyasida yechiladigan masalalar, ideal plastik jism uchun plastik deformatsiya doirasida umumiy holda ma'noga ega emas. Masalan, berilgan kuchlanish  $\sigma$  bo'yicha deformatsiyani topish mumkin emas (uning kattaligi har qanday bo'lishi mumkin), ixtiyoriy berilgan tashqi kuchda esa plastik muvozanat bo'lishi mumkin emas, chunki kuchning kattaligi aniq, ya'ni  $\sigma_S$  kuchlanishni keltirib chiqaradigan bo'lishi lozim.



42-rasm. Cho'zilishdagi deformatsiya-kuchlanish diagrammasi

Ilgarigidan ko'rinib turibdiki, chiziqli cho'zilishda jismning chegaraviy holatga yetish sharti, ya'ni elastikdan plastik holatga o'tish sharti bo'lib,  $\sigma_1 = \sigma_s$  tenglik hisoblanadi.

Shunday bo'lsa ham kuchlangan holatning har bir turida plastik holatga o'tish qanday shartlar bilan aniqlanishini bilish kerak. Bu shartlar faqat tajriba tadqiqotlari asosida ochib berilishi mumkin. Biroq qat'iat bilan faraz qilish mumkinki, jismni plastik holatga o'tishi, bir tomondan, kuchlanishlar orasidagi qandaydir nisbat bilan, boshqa tomondan, birilgan temperatura-tezlik sharoitlarida uning mexanik xossalari bilan aniqlanishi lozim.

Kuchlangan jism (nuqta) ning elastik holatdan plastik holatga o'tish shartlari, qisqacha «plastik sharti» ni belgilovchi bir nechta ilmiy faraz (gipoteza) mavjud.

M. Guber (1904 yil) va R. Mizes (1913 yil) tomonidan oldinga surilgan plastiklik sharti tajribada eng asoslangan hisoblanadi. Bu shartni quyidagi tarzda ifodalash mumkin:

Jismning har qanday nuqtasida plastik holat, kuchlanishlar jadalligi (yoki umumlashgan kuchlanish) oquvchanlik chegarasiga teng bo'lgan holda boshlanadi va saqlanadi.

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \sigma_S \quad (3.1)$$

Bu holda, oquvchanlik chegarasi deganda, chiziqli plastik cho'zilishdagi haqiqiy kuchlanish (ya'ni, kuchni haqiqiy ko'ndalang kesim yuzasiga nisbati) ni nazarda tutish kerak, ya'ni deformatsiyaning ushbu paytida bo'lgan mustahkamlanish darajasi hisobga olinishi lozim. S.I. Gubkin shuning uchun (3.1) tenglamadagi  $\sigma_S$  belgilanishni  $\rho$  bilan almashtirishni taklif etadi, bu yerda,  $\rho$  - chiziqli cho'zilishdagi haqiqiy qarshilik. Bundan keyin, qator boshqa ishlarda qabul qilinganidek, «oquvchanlik chegarasi» atamasi va  $\sigma_S$  belgilanish ishlatiladi.

Biroq,  $\sigma_S$  ning qabul qilinayotgan qiymati har qanday berilgan paytda deformatsiya sharoitlariga, ya'ni temperatura, tezlik va mustahkamlanish darajasiga javob berishi kerakligini yodda tutish lozim.

(3.1) ifodani (2.30) ifoda bilan taqqoslab oktaedrik urinma kuchlanishlar uchun ushbuni olamiz:

$$\tau_0 = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} = \left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) \sigma_S \quad (3.2)$$

ya'ni, jismning istalgan nuqtasidagi «plastik» holat, oktaedrik urinma kuchlanishlar  $\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right) \sigma_S = 0,47 \sigma_S$  ga teng muayyan kattalikka ega bo'lgan holdagina boshlanadi va saqlanadi.

Avvalgi ifodani kvadratga oshirib ushbuni olamiz:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2 \sigma_S^2 \quad (3.3)$$

Bosh normal kuchlanishlar farqini bosh urinma kuchlanishlar bilan almashtirganda esa:

$$\tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = \frac{\sigma_S^2}{2} \quad (3.4)$$

Bu yerdan plastiklik shartini boshqa ikki ifodalanishi kelib chiqadi:

1. *Plastik deformatsiyada bosh normal kuchlanishlar farqlarining kvadratlari yig'indisi, oquvchanlik chegarasining ikkilangan kvadratiga teng bo'lgan, muayyan kattalikdir.*

2. *Plastik deformatsiyada bosh urinma kuchlanishlar kvadratlarning yig'indisi, oquvchanlik chegarasi kvadratining yarmiga teng bo'lgan, muayyan kattalikdir.*

Oktaedrik kuchlanish kvadrati, teskari ishora bilan olingan, kuchlanish deviatorining ikkinchi invariantini uchdan ikkisiga tengligi, ya'ni oktaedrik kuchlanish koordinatlar o'zgartirilishiga invariantligi ilgari (2.29b) ko'rsatilgan edi. Bu yerdan, kutilganidek, plastiklik sharti ham shuningdek koordinat o'zgartirishlariga invariantligi, plastik holatga o'tish esa faqat kuchlanishlar deviatoriga bog'liqligi va sharsimon tenzorga bog'liq emasligi kelib chiqadi.

(2.30b) ifodadan foydalanib (3.3) plastiklik shartini yuqorida qilingandek bosh o'qlarda emas, balki ixtiyoriy koordinata o'qlarida yozish mumkin.

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_S^2. \quad (3.5)$$

### 3.2. Plastiklik shartining fizik ma'nosi

Endi (3.3) plastiklik shartini fizik ma'nosini aniqlab olamiz. Buning uchun deformatsiyaning potensial energiyasiga murojaat qilamiz.

Deformatsiyaning to'liq potensial energiyasi  $A_{II}$ , hajm o'zgarishining potensial energiyasi  $A_0$  va shakl o'zgarishining potensial energiyasi  $A_{\Phi}$  yig'indisidan iborat bo'ladi:



$$A_{\Pi} = A_0 + A_{\phi} ,$$

$$\text{bundan } A_{\phi} = A_{\Pi} - A_0 .$$

Elastiklik nazariyasidan ma'lumki, deformatsiyaning solishtirma potensial energiyasi (ya'ni hajm birligiga keltirilgan) kuchlanish tenzorini deformatsiya tenzoriga skalyar ko'paytmasini yarmiga teng bo'ladi. Bu ko'paytma kuchlanish komponentlarini (tarkibiy qismlarini) mos keladigan deformatsiya komponentlariga ko'paytmasidan iborat bo'ladi. Bosh o'qlarda ushbuga egamiz.

$$\begin{array}{ccc} \sigma_1 & 0 & 0 \\ \bullet & \sigma_2 & 0 \\ \bullet & \bullet & \sigma_3 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} \varepsilon_1 & 0 & 0 \\ \bullet & \varepsilon_2 & 0 \\ \bullet & \bullet & \varepsilon_3 \end{array} .$$

Bundan

$$A_{\Pi} = \frac{(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)}{2}$$

ammo materiallar qarshiligidan ma'lumki:

$$\varepsilon_1 = \left(\frac{1}{E}\right)[\sigma_1 - \mu_{\rho}(\sigma_2 + \sigma_3)]$$

$$\varepsilon_2 = \left(\frac{1}{E}\right)[\sigma_2 - \mu_{\rho}(\sigma_3 + \sigma_1)]$$

$$\varepsilon_3 = \left(\frac{1}{E}\right)[\sigma_3 - \mu_{\rho}(\sigma_1 + \sigma_2)]$$

bu yerda  $\mu_{\rho}$ -Pousson koeffitsienti

Demak,

$$\begin{aligned} A_{\Pi} &= \left(\frac{1}{2E}\right)\{\sigma_1[\sigma_1 - \mu_{\rho}(\sigma_2 + \sigma_3)] + \sigma_2[\sigma_2 - \mu_{\rho}(\sigma_3 + \sigma_1)] + \\ &+ \sigma_3[\sigma_3 - \mu_{\rho}(\sigma_1 + \sigma_2)]\} = \left(\frac{1}{2E}\right)[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - \\ &- 2\mu_{\rho}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] \end{aligned}$$

Hajm o'zgarishining solishtirma potensial energiyasi shu usulning o'zi bilan aniqlanadi, ammo boshlang'ich ma'lumot o'rnida kuchlanishlarning sharsimon tenzori va deformatsiyalarning sharsimon tenzorini olish kerak:

$$T_{\sigma}^0 = \begin{pmatrix} \sigma_{o'r} & 0 & 0 \\ \bullet & \sigma_{o'r} & 0 \\ \bullet & \bullet & \sigma_{o'r} \end{pmatrix}$$

$$T_{\varepsilon}^0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{o'r} & 0 & 0 \\ \bullet & \varepsilon_{o'r} & 0 \\ \bullet & \bullet & \varepsilon_{o'r} \end{pmatrix}$$

bundan

$$A_0 = \frac{(\sigma_{o'r}\varepsilon_{o'r} + \sigma_{o'r}\varepsilon_{o'r} + \sigma_{o'r}\varepsilon_{o'r})}{2} = \left(\frac{3}{2}\right)\sigma_{o'r}\varepsilon_{o'r}$$

biroq

$$\sigma_{o'r} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3}$$

$$\varepsilon_{o'r} = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)}{3}$$

ya'ni

$$\begin{aligned} \varepsilon_{o'r} &= \left(\frac{1}{3E}\right)\{[\sigma_1 - \mu_{\rho}(\sigma_2 + \sigma_3)] + [\sigma_2 - \mu_{\rho}(\sigma_3 + \sigma_1)] + \\ &+ [\sigma_3 - \mu_{\rho}(\sigma_1 + \sigma_2)]\} = \left(\frac{1}{3E}\right)[\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - \\ &- 2\mu_{\rho}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)] \end{aligned}$$

Demak,

$$A_0 = \left(\frac{3}{2 \cdot 3}\right)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)\left(\frac{1}{3E}\right)[\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 - 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)] = \left(\frac{1}{6E}\right)[(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2]$$

Bundan

$$A_\phi = A_\Pi - A_0 = \left(\frac{1}{2E}\right)[(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 2\mu_\rho(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)] - \left(\frac{1}{6E}\right)[(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2]$$

ya'ni

$$A_\phi = \left(\frac{1}{6E}\right)[3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - 6\mu_\rho(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + 2\mu_\rho(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2] = \left(\frac{1}{6E}\right)[3(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2] + \mu_\rho[2(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 6(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]$$

yoki

$$\begin{aligned}
A_{\phi} = & \left(\frac{1}{6E}\right)[(3\sigma_1^2 + 3\sigma_2^2 + 3\sigma_3^2 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - \\
& - 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_3\sigma_1) + \mu_{\rho}(2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 + 4\sigma_1\sigma_2 + 4\sigma_2\sigma_3 + \\
& + 4\sigma_3\sigma_1 - 6\sigma_1\sigma_2 - 6\sigma_2\sigma_3 - 6\sigma_3\sigma_1)] = \left(\frac{1 + \mu_{\rho}}{6E}\right)(2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + \\
& + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_3\sigma_1)
\end{aligned}$$

bundan uzil-kesil

$$A_{\phi} = \left(\frac{1 + \mu_{\rho}}{6E}\right)[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (3.6)$$

Olingan (3.6) energiya ifodasini (3.3) ifoda bilan taqqoslab, plastik sharti bajarilganda ushbuni olamiz:

$$A_{\phi} = \left(\frac{1 + \mu_{\rho}}{6E}\right)2\sigma_S^2 = const \quad (3.7)$$

Shunday qilib, ko'rilayotgan plastiklik sharti ushbuni tasdiqlashga teng kuchli bo'ladi: jism elementi shaklini uning plastik deformatsiyasida o'zgartirishning solishtirma potensial energiyasi miqdori, berilgan deformatsiya sharoitlari (deformatsiya darajasi, tezligi va temperaturasi) uchun, kuchlangan holat sxemasidan bog'liq bo'lmagan (mustaqil) tarzda doimiy kattalik hisoblanadi.

Aniqlik, agar keltirilgan nizomni asos qilib olinsa, u holda biz undan (3.3) plastiklik shartini olgan bo'lar edik.

Ma'lumki, chiziqli cho'zilishda  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ , plastik holat esa, agar  $\sigma_1$  kuchlanish oquvchanlik chegarasi  $\sigma_S$  ga teng bo'lsa boshlanadi. Kuchlanishining bu qiymatlarini (3.6) tenglamaga qo'yib, chiziqli cho'zilishda plastik deformatsiya boshlanish paytidagi shakl o'zgarishining solishtirma potensial energiyasi kattaligini olamiz:

$$A_{\phi II} = \left(\frac{1 + \mu_{\rho}}{3E}\right)\sigma_S^2 \quad (3.8)$$

Keltirilgan nizom bo'yicha  $A_{\phi}$  kattalik kuchlangan holat sxemasiga bog'liq emasligi uchun (3.8) va (3.6) ifodalarning o'ngdagi qismlari teng bo'lishi kerak, ya'ni:

$$\left(\frac{1+\mu_{\rho}}{3E}\right)\sigma_s^2 = \left(\frac{1+\mu_{\rho}}{6E}\right) \cdot [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]$$

bundan

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

ya'ni, biz (3.3) plastiklik shartini oldik.

Guber-Mizes plastiklik shartini fizik ma'nosi G. Genki tomonidan 1924 yilda aniqlangan. Shu munosabat bilan fizik ma'nosi turli shakllarda yuqorida keltirilgan plastiklik shartiga «energetik» nomini berishgan.

Shunday qilib, Guber-Mizesning (3.1), (3.2), (3.3), (3.4) va (3.5) shakllarda berilgan plastiklik sharti adabiyotda bir nechta nomga ega:

*«kuchlanishlar jadalligining doimiylik sharti»;*

*«oktaedrik urinma kuchlanishning doimiylik sharti»;*

*«urinma kuchlanishlar jadalligining doimiylik sharti»;*

*«shakl o'zgarishi solishtirma energiyasini doimiylik sharti»*

*yoki «energetik shart».*

Bundan keyin biz asosan eng qisqa bo'lgan «energetik shart» atamasini ishlatamiz.

Plastiklikning energetik shartini eng dastlabki tajribada tekshirish A. Nadai va V. Lode (1926 yil) tomonidan o'tkazilgan edi. Keyinchalik bu masalaga qator tadqiqotlar bag'ishlangan bo'lib, ular shuningdek plastiklikning energetik shartini tasdiqlaydi. Xususan, plastiklik qonunlarini tekshirish bilan G.A. Smirnov-Alyayev shug'ullandi. Uning tadqiqotlari ham shuningdek ijobiy natijalar berdi. Oxirgi paytlarda S.I. Ratner o'zining tajribalari asosida umuman salbiy xulosalarga keldi. Biroq A.A. Il'yushin yetarlicha oydinlik bilan uning tajribalarini noaniqligini va olingan xulosalarni asossiz ekanini ko'rsatib berdi.

### 3.3. Plastiklikning energetik shartini geometrik izohlash

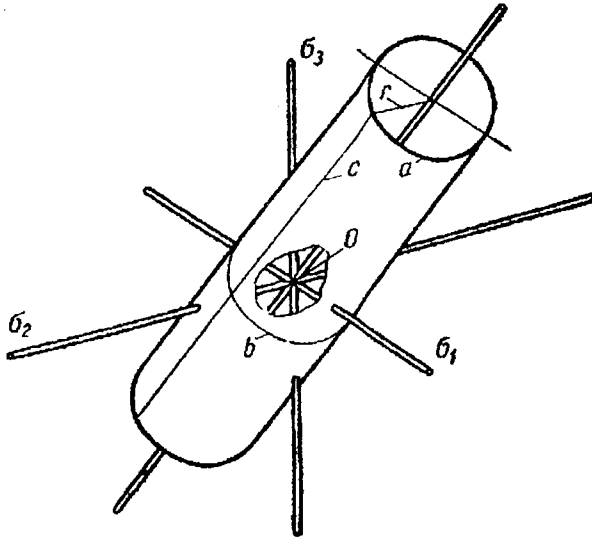
Agar (3.3) plastiklik shartida

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

$\sigma_1, \sigma_2$  va  $\sigma_3$  kuchlanishlarni joriy koordinatlar sifatida ko'rsilsa, u holda (3.3) tenglama, o'qi koordinata boshidan o'tadigan va koordinat o'qlariga bir xil egilgan, uzunligi bo'yicha cheklanmagan dumaloq silindr yuzasidan iborat bo'ladi. Silindr koordinat o'qlarining har biri bilan kosinusi  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  ga teng bo'lgan

burchak tashkil etadi.

Agar jism elementdagi bosh normal kuchlanishlar tenglamani qanoatlantiradigan bo'lsa, ya'ni silindr yuzasida yotadigan qandaydir nuqtani aniqlasa, unda bu element plastik holatda bo'ladi. Shunday qilib, plastiklikning energetik sharti bo'yicha (3.3) sirt «*plastik deformatsiyaning chegaraviy yuzasi*» hisoblanadi. Bu silindr grafik tarzda 43-rasmda ko'rsatilgan.



43-rasm. Plastik deformatsiyaning chegaraviy yuzasi

Agar jism elementidagi qandaydir bosh normal kuchlanishlar shundayki, ular silindr ichida yotadigan nuqtani aniqlasa, unda berilgan  $\sigma_S$  da nuqta elastik kuchlangan holatda bo'ladi. Silindr yuzasidan tashqarida joylashgan nuqtani aniqlovchi kuchlanishlar uyg'unligi kombinatsiyasi esa fizik ma'noga ega emas. Ravshanki, (3.3) tenglamani qanoatlantiruvchi bosh normal kuchlanishlar kattaligining cheklanmagan miqdordagi uyg'unligi mavjud, chunki silindr yuzasidagi nuqtalar soni cheksiz ko'p (katta) dir.

Silindrning o'qiga normal tekisliklar bilan kesib olingan, uning yuzasidagi aylanalar (masalan a), bosh normal kuchlanishlar yig'indisi doimiy bo'lgan, chegaraviy kuchlangan holatlarni aniqlovchi nuqtalarning geometrik joyidan iborat bo'ladi. Bu shundan kelib chiqadiki, silindr o'qiga normal tekisliklar

tenglamasi  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \frac{p}{\sqrt{3}}$ , bu yerda:  $p$ - normal

uzunligi bo'ladi. Xususan, silindrni 0 koordinat boshidan o'tuvchi tekislik bilan kesib hosil qilingan  $b$  doira uchun bu yig'indi nolga teng (ya'ni, deformatsiya toza deviatorli). Silindrni yasovchilar (masalan s) uchta bosh kuchlanishlar farqi doimiy bo'lgan nuqtalarning geometrik joylari hisoblanadi.

(3.3) yuzani koordinat tekisligi bilan kesimini olamiz  $\sigma_3 = 0$ ; u holda  $\sigma_3 = 0$  ni (3.3) tenglamaga qo'yib, olamiz:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1^2 = 2\sigma_S^2$$

$$\text{yoki } \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_S^2 \quad (3.9)$$

Boshqa ikkita koordinat tekisliklar bilan kesimlar  $\sigma_2 = 0$  va  $\sigma_1 = 0$  mos ravishda:

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3 = \sigma_S^2 \quad (3.9a)$$

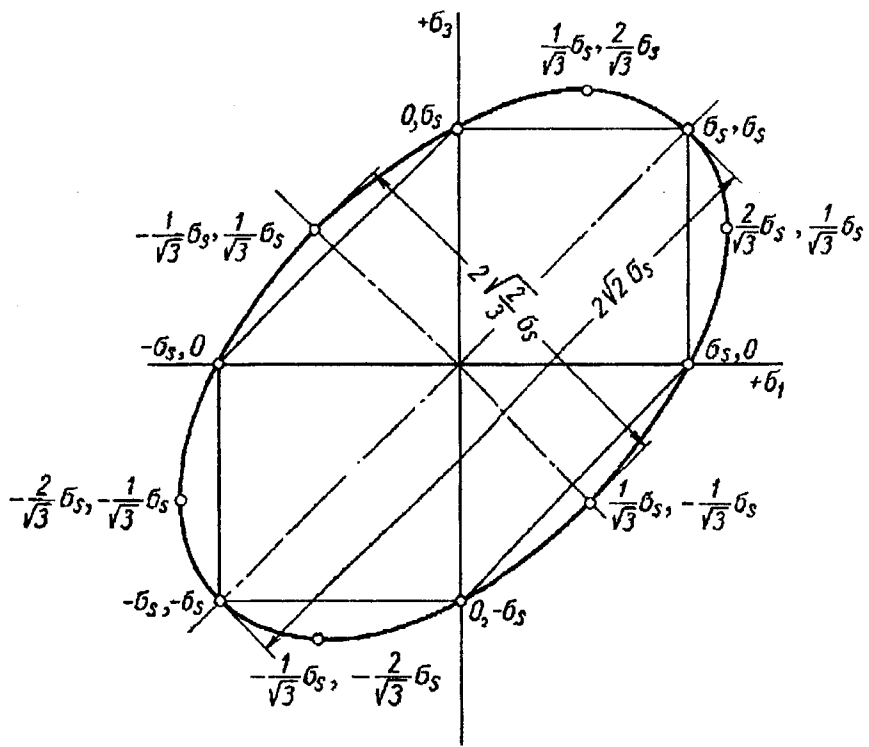
$$\sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_2\sigma_3 = \sigma_S^2 \quad (3.9b)$$

bo'ladi.

(3.9) tenglama markazi koordinat boshida bo'lgan va o'qlari  $45^\circ$  burchak ostida koordinat o'qlariga qiyalangan mutlaqo bir xil ellipsni aniqlaydi.

Analistik geometriyaning elementar usullari bilan ellips va uning yarim o'qlarining barcha o'ziga xos nuqtalari koordinatlarini aniqlash mumkin (44-rasm). Ellipsni kichik yarim o'qi kattaligi bo'yicha (3.3) silindr radiusiga tengligi ma'lum, ya'ni

$$r = \sqrt{\frac{2}{3}} \sigma_s$$



44-rasm. Ellips nuqtalarining koordinatlarini aniqlash



(3.9) tenglama plastiklik sharti (3.3) ga  $\sigma_{1,2,3} = 0$  ni qo'yib olingan. Bosh kuchlanishlardan biri nolga teng bo'lganda esa, kuchlangan holat yassi bo'ladi. Demak, (3.9) tenglamalar yassi kuchlangan holat uchun plastiklik sharti hisoblanadi, (3.9) tenglamalar bilan aniqlanadigan ellips esa yassi kuchlangan holat uchun «*plastiklikning chegaraviy konturi*» bo'ladi. Koordinat o'qlari teng huquqli bo'lgani sababli, nolga teng normal kuchlanishni qaysi indeks bilan (1,2 yoki 3) belgilashni farqi yo'q. Shuning uchun, ilgorigidek  $\sigma_2 = 0$  deb hisoblaymiz. 46-rasmdan yassi kuchlangan holatda bosh kuchlanishlardan birortasi ham plastik holatda  $(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s$  kattalikdan ortiq bo'la olmasligi kelib chiqadi.

Ellipsning to'rtta nuqtasi  $(0, \sigma_s; -\sigma_s, 0; 0, -\sigma_s; \text{va } \sigma_s, 0)$  chiziqli kuchlangan holatni aniqlaydi (chiziqli cho'zilish va siqilish).

Ellipsning boshqa to'rtta nuqtasi  $(-\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s, -(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s; -(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s, -(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s; (\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s, (\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$  va  $(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s, (\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s)$

bir vaqtning o'zida nafaqat yassi kuchlangan holat, balki yassi deformatsiyalangan holat ham bo'lishiga mos keladi, negaki

$$\frac{0 + \sigma_1}{2} = \sigma_3 \quad \text{yoki} \quad \frac{0 + \sigma_3}{2} = \sigma_1$$

Ikkita nuqta  $(-\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s, (\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s$  va  $(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s, -(\frac{1}{\sqrt{3}})\sigma_s)$

toza siljishga mos keladi, modomiki  $\sigma_3 = -\sigma_1$  yoki  $\sigma_1 = -\sigma_3$ .

### 3.4. Plastiklik shartining ayrim ifodalari

Kuchlanishlar tenzori komponentlarida, ilgari (3.5) keltirilgandek, plastiklik sharti

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) = 2\sigma_s^2$$

bo'ladi.

*Yassi kuchlangan holatda* biz  $\sigma_y = \tau_{xy} = \tau_{zy} = 0$  qabul qildik. Bu qiymatlarni qo'yib,

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + \sigma_x^2 + \sigma_z^2 + 6\tau_{zx}^2 = 2\sigma_s^2$$

olamiz, yoki

$$\sigma_x^2 + \sigma_z^2 - \sigma_x\sigma_z + 3\tau_{zx}^2 = \sigma_s^2 \quad (3.10)$$

bosh kuchlanishlarda esa (3.9) formula bo'yicha

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2 = \sigma_s^2$$

Ifoda ilgari olingan edi.

*Yassi deformatsiyalangan holat* uchun

$$\sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \quad \tau_{xy} = \tau_{zy} = 0$$

demak,

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + \left[\sigma_z - \frac{(\sigma_x + \sigma_z)}{2}\right]^2 + \left[\frac{(\sigma_x + \sigma_z)}{2} - \sigma_x\right]^2 + 6\tau_{xz}^2 = 2\sigma_s^2$$

Qavslarni ochib va o'zgartirib ushuni olamiz:

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = \left(\frac{4}{3}\right)\sigma_s^2 \quad (3.11)$$

yoki

$$(\sigma_x - \sigma_z)^2 + 4\tau_{xz}^2 = (\sigma_s^*)^2 = 4k^2 \quad (3.12)$$

$$\text{bu yerda } \sigma_s^* = \left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\sigma_s ; k = \frac{\sigma_s^*}{2}$$

Yassi deformatsiyalangan holat uchun bosh kuchlanishlarda

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\right)\sigma_s = \pm\sigma_s^* = \pm 2k \quad (3.13)$$

ammo  $\sigma_1 - \sigma_3$  ikkilangan bosh urinma kuchlanishlar  $\tau_{13}$  dir.

$$\tau_{13} = \pm\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\sigma_s = \pm\frac{\sigma_s^*}{2} = \pm k \quad (3.13a)$$

*Shunday qilib,  $k = \frac{\sigma_s^*}{2}$  plastik deformatsiyada bosh urinma kuchlanishlar erishishi mumkin bo'lgan maksimal kattalikdir.*

*O'qqa simmetrik kuchlangan holat uchun*

$$\tau_{\rho\theta} = \tau_{z\theta} = 0$$

(3.5) tenglamada  $x$  va  $y$  indekslerini mos ravishda  $\rho$  va  $\theta$  bilan almashtirib ushbuni olamiz:

$$(\sigma_\rho - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_\rho)^2 + 6\tau^2_{\rho z} = 2\sigma_s^2 \quad (3.14)$$

yoki bosh kuchlanishlarda

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

Oxirgi ifoda tabiiyki, plastiklik shartini umumiy ifodasidan farq qilmaydi.

Ayrim holda, agar  $\sigma_\theta = \sigma_\rho$  bo'lsa (3.14) ifodadan olinadi:

$$(\sigma_{\rho} - \sigma_Z)^2 + 3\tau_{\rho Z}^2 = \sigma_s^2 \quad (3.15)$$

(3.13a) tenglamadan  $\sigma_s = \sqrt{3k}$  ekanini hisobga olib,

$$(\sigma_{\rho} - \sigma_Z)^2 + 3\tau_{\rho Z}^2 = 3k^2$$

ya'ni (3.12) tenglamaga o'xshash qurilgan tenglama olamiz.

### **3.5. Kattaligi bo'yicha o'rtacha bosh normal kuchlanishni ta'siri**

$\sigma_2$  bosh normal kuchlanish  $\sigma_1$  va  $\sigma_2$  oralig'idagi kattalikda bo'lsin, ya'ni ushbu ikki tengsizlikdan biri qanoatlantiriladi

$$\sigma_1 \succ \sigma_2 \succ \sigma_3 \quad \text{yoki} \quad \sigma_1 \prec \sigma_2 \prec \sigma_3 \quad (3.16)$$

kattaligi bunday  $\sigma_2$  kuchlanishni o'rtacha bosh deb ataymiz va  $\sigma_{CF}$  bilan belgilaymiz [o'rtacha normal kuchlanish bilan

aralashtirish kerak emas  $\sigma_{yp} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$  Bu holda

$\sigma_1$  va  $\sigma_3$  kuchlanishlar chekka bo'ladi (biri maksimal, ikkinchisi minimal, qaysi birining farqi yo'q). Qaysi kuchlanish o'rtacha bosh ekanini belgilash uchun kuchlanishlarning ishorasini hisobga olish kerak, nafaqat ularning mutlaq kattaligi: musbat kuchlanish manfiy kuchlanishning mutlaq kattaligiga qaramasdan katta hisoblanadi; kichik mutlaq qiymatli manfiy kuchlanish katta mutlaq qiymatlidan kattaroqdir, ya'ni kuchlanishlarning algebraik kattaligi ko'riladi.

$\sigma_2 = \sigma_{CF} = \sigma_1$  bo'lgan holatni olamiz, u holda (3.3) plastiklik shartidan

$$(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

bundan

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \sigma_s \quad \text{yoki} \quad \tau_{13} = \pm \frac{\sigma_s}{2} \quad (3.17)$$

$\pm$  ishora shuning uchun qo'yiladiki,  $\sigma_s$  muhimi musbat,  $\sigma_1 - \sigma_3$  farq esa (3.16) shartga ko'ra har qanday ishorali bo'lishi mumkin. Endi  $\sigma_2 = \sigma_{CF} = \sigma_3$  bo'lsin. U holda (3.3) tenglamaga qo'yib

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm \sigma_s \quad \text{yoki} \quad \tau_{13} = \pm \frac{\sigma_s}{2}$$

olamiz, ya'ni avvalgi holatdagi (3.17) ifodani o'zini oldik. Buni so'z bilan shunday ifodalash mumkin.

Chekkadagilardan biriga teng bo'lgan **o'rtacha** bosh normal kuchlanishda, agar chekkadagi bosh normal kuchlanishlar farqi oquvchanlik chegarasiga teng yoki mos ravishda bosh urinma kuchlanishlar oquvchanlik chegarasining yarmiga teng bo'lganda, plastik holat boshlanadi.

**O'rtacha** bosh normal kuchlanish,  $\sigma_2 = \sigma_{CF}$  faqat  $\sigma_1$  va  $\sigma_2$  oralig'idagi chegarada o'zgarishi mumkin (aks holda u chekka bo'lib qoladi, qandaydir boshqasi esa - oraliqda bo'ladi). Endi  $\sigma_2$  ni o'rtacha qiymatini olamiz:

$$\sigma_2 = \sigma_{CF} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2}$$

Bu holda  $\sigma_2$  kuchlanish faqat (3.16) tengsizlikni qanoatlantirib qolmay, balki umuman **o'rtacha normal** kuchlanish bo'ladi:

$$\sigma_2 = \sigma_{CF} = \sigma_{or} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)}{3} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2},$$

kuchlangan holat esa yassi deformatsiyalangan bo'ladi. Bu qiymatni plastiklik sharti (3.3) ga qo'yib, ushbuni olamiz.

$$(\sigma_1 - \frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2})^2 + (\frac{(\sigma_1 + \sigma_3)}{2} - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

bundan

$$\frac{3}{2}(\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_s^2$$

va nihoyat:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \pm(\frac{2}{\sqrt{3}})\sigma_s = \pm\sigma_s^*$$

Taqqoslashdan kelib chiqadiki,  $\sigma_2 = \sigma_{CT}$  har qanday qiymat uchun ham yozish mumkin:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\beta\sigma_s \quad (3.18)$$

yoki

$$\sigma_{max} - \sigma_{min} = \pm\beta\sigma_s \quad (3.18a)$$

bu yerda:  $\beta$  - 1 dan 1,155 gacha kichkina oraliqda o'zgaradigan va eng katta qiymatga yassi deformatsiyalangan holatda etib boradigan o'zgaruvchi koeffitsient.

(3.18) tenglama plastiklik shartini soddalashtirilgan yozuvi hisoblanadi. Undan hajmiy kuchlangan holatni ko'rib chiqishda yaqinlashgan taxminiy, ammo (3.3.) shartga qaraganda soddaroq ifoda sifatida foydalanish mumkin. Bosh normal kuchlanishlar farqini bosh urinma kuchlanish orqali ifodalab, ushuni olamiz:

$$\tau_{13} = \pm \frac{\beta\sigma_s}{2} \quad (3.18b)$$

Plastiklik shartining soddalashtirilgan yozuvi yassi kuchlangan holat masalalarini ko'rib chiqishda ham ishlatilishi mumkin. Biroq bu yerda  $\sigma_2 = 0$  kuchlanishni hisobga olish kerak, u chekkada ham, o'rtada ham bo'lishi mumkin. Agar  $\sigma_1$  va  $\sigma_3$  kuchlanishlar turli ishoralarga ega bo'lsa, ya'ni

$\sigma_1\sigma_3 < 0$  bo'lsa, u holda  $\sigma_2$  kuchlanish o'rtacha hisoblanadi. Agarda  $\sigma_1$  va  $\sigma_3$  ikkalasi musbat bo'lsa ( $\sigma_1\sigma_3 > 0$ ), u holda  $\sigma_{CF}$  minimal bo'ladi; agar  $\sigma_1$  va  $\sigma_3$  ni ikkalasi manfiy bo'lsa ( $\sigma_1\sigma_3 > 0$ ), u holda  $\sigma_{CF}$  maksimal bo'ladi yoki umuman, agar  $\sigma_1\sigma_3 > 0$  bo'lsa, u holda  $\sigma_{CF}$  chekkada bo'ladi.

Aytilganlarni hisobga olib, yassi kuchlangan holat uchun (3.18) tenglama asosida ushbuni olamiz

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \pm\beta\sigma_s \quad (\sigma_1\sigma_3 > 0 \text{ bo'lganda})$$

$$\sigma_1 = \pm\beta\sigma_s \quad (\sigma_1\sigma_3 > 0 \text{ va } |\sigma_1| > |\sigma_3| \text{ bo'lganda}) \quad (3.19)$$

$$\sigma_3 = \pm\beta\sigma_s \quad (\sigma_1\sigma_3 > 0 \text{ va } |\sigma_1| < |\sigma_3| \text{ bo'lganda})$$

$\beta$  - koeffitsient bosh kuchlanishlar funksiyasidir

$\beta = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ . Uni quyidagi tarzda ifodalash mumkin:

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + \nu_\sigma^2}} \quad (3.20)$$

bu yerda:

$$\nu_\sigma = \frac{(\sigma_{CF} - \frac{(\sigma_{\max} + \sigma_{\min})}{2})}{\frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}} = \frac{(2\sigma_{CF} - \sigma_{\max} - \sigma_{\min})}{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}} \quad (3.21)$$

$$\sigma_{CF} = \sigma_{\max} \text{ bo'lganda} \quad \nu_\sigma = 1, \beta = 1;$$

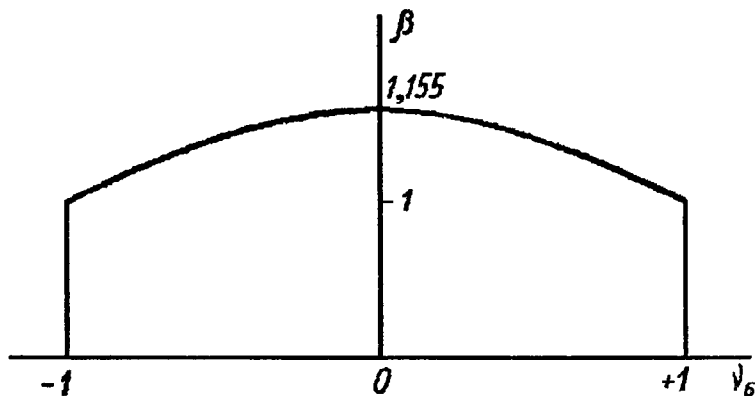
$$\sigma_{CF} = \sigma_{\min} \text{ bo'lganda} \quad \nu_\sigma = -1, \beta = 1;$$

$$\sigma_{CF} = (\sigma_{\min} + \sigma_{\max}) \text{ bo'lganda} \quad \nu_\sigma = 0, \beta = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155,$$

bo'ladi. Bu  $\beta$  ga nisbatan ilgari ham ma'lum edi.

$\beta$  ning o'zgarish grafigi 45-rasmda ko'rsatilgan va paraboladan iborat bo'ladi. Bu nazariy grafik V. Lode tajriba ma'lumotlariga javob beradi.

Tushunarliki,  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  kuchlanishlar teng huquqli bo'lgani tufayli, biz (3.16) tengsizlikni indekslarning har qanday boshqa kombinatsiyalarida yozishimiz mumkin edi, bundan barcha keyingi xulosalar o'zgarmagan bo'lar edi.



45-rasm.  $\beta$  koeffitsientning o'zgarish grafigi

*Aniq masalalarni yechishda indekslarni masala shartlariga mos keluvchi qilib tanlash, ya'ni qaysi bosh normal kuchlanish o'rtada va qaysilari chekkada ekanini aniqlamoq zarur.*

Agar hamma payt  $\beta = 1$  deb olinsa (ya'ni, o'rtacha bosh normal kuchlanishni hisobga olinmasa), u holda plastiklik sharti umumiy hol uchun bunday ifodalanadi:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sigma_s, \text{ yoki}$$

$$\sigma_2 - \sigma_3 = \pm \sigma_s, \text{ yoki} \quad (3.22)$$

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \pm \sigma_s, \text{ yoki}$$

$$\tau_{12} = \pm \frac{\sigma_s}{2}$$

$$\tau_{23} = \pm \frac{\sigma_s}{2}$$



$$\tau_{31} = \pm \frac{\sigma_s}{2} \quad (3.22a)$$

Bunday plastiklik shartini quyidagicha ifodalash mumkin:

*Agar ikki bosh normal kuchlanishlar farqlaridan biri, ikkita qolganining qiymatidan qat'iy nazar, ya'ni o'rtacha bosh kuchlanish kattaligidan qat'iy nazar oquvchanlik chegarasiga teng bo'lsa, plastik holat boshlanadi va saqlanadi.*

Bu plastiklik shartining o'zini boshqacha ifodalash mumkin:

*Agar bosh urinma kuchlanishlardan qaysidir biri oquvchanlik chegarasi kattaligini yarmiga etib borsa plastik holat boshlanadi.*

Plastiklikning bu sharti bosh urinma kuchlanish kattaligini doimiylik sharti yoki bosh normal kuchlanishlar farqining doimiylik sharti nomi bilan yuritiladi. U G. Tresk tomonidan aytilgan va plastiklikning energetik sharti yanada aniqroq ifodalanishidan ancha ilgariroq, B.Sen-Venan tomonidan ishlab chiqilgan edi.

Bosh urinma kuchlanishlarning doimiylik sharti va oktoedrik urinma kuchlanishlar doimiylik sharti o'zaro to'g'ri keladi:

- 1) chizikli kuchlangan holatda;
- 2) hajmiy kuchlangan holatda, o'rtacha bosh kuchlanish chekkadagilardan biriga teng bo'lganda, ya'ni uchta bosh normal kuchlanishlardan ikkita o'zaro (kattaligi va ishorasi bo'yicha) teng bo'lganda;
- 3) yassi kuchlangan holatda, ikkala kuchlanish o'zaro (kattaligi va ishorasi bo'yicha, har qachongidek biz kuchlanishlar tengligi haqida so'zlaganimizda) teng bo'lganda.

Ko'rsatilgan ikkita shartlar orasidagi maksimal farq yassi deformatsiyalangan holatda, ya'ni o'rtacha bosh normal kuchlanishlar, chekkadagilarning yarim yig'indisiga teng bo'lganda bo'ladi.

Bosh urinma kuchlanishlar doimiyliigi sharti bo'yicha chegaraviy sirt [(3.22) tenglama] plastik deformatsiyaning energetik shart bo'yicha chegaraviy sirtidan iborat bo'lgan, silindr ichiga chizilgan, to'g'ri olti qirrali prizma ko'rinishga ega. Yassi

kuchlangan holat uchun esa plastiklik konturi bo'lib oltiburchak hisoblanadi (43-rasmga qarang).

Agar yassi kuchlangan va yassi deformatsiyalangan holat uchun biz (2.42) tenglamadan bosh normal kuchlanishlar qiymatini, (3.22) tenglamalardan qaysi birigadir qo'ysak, masalan uchinchisiga, u holda bosh urinma kuchlanishlar doimiyliigi nuqtai nazaridan har qanday o'q uchun plastiklik shartini olamiz:

$$(\sigma_X - \sigma_Z)^2 + 4\tau_{XZ}^2 = \sigma_s^2 \quad (3.23)$$

Yassi deformatsiyalangan holat uchun bu tenglama kuchlanishlarning har qanday nisbatida haqiqiydir. Yassi kuchlangan holat uchun u faqat ushbu shartda haqiqiy

$$\sigma_X \sigma_Z \leq \tau_{XZ}^2$$

Agar  $\sigma_X \sigma_Z \geq \tau_{XZ}^2$  bo'lsa, u holda boshqa tenglamadan foydalanish lozim. Uni keltirib chiqarishsiz yozamiz:

$$(\sigma_X - \sigma_Z)^2 + 4\tau_{XZ}^2 = [\sigma_s - |\sigma_{o'r}|]^2 \quad (3.24)$$

Yassi kuchlangan holat uchun  $\sigma_X \sigma_Z \leq \tau_{XZ}^2$  bo'lganda bosh urinma kuchlanishlar, (3.23) va (3.10) tenglamalarni taqqoslashdan ko'rinadiki, ancha sodda, yassi deformatsiyalangan holat uchun esa farq faqat doimiylarda [(3.22) va (3.13), shuningdek (3.23) va (3.12) tenglamalarga qarang] bo'ladi.

### ***3.6. Kuchlanishlar va deformatsiyalar orasidagi bog'lanish.***

Kuchlanishlar va deformatsiyalar o'rtasidagi bog'lanish quyidagi tajriba yo'li bilan o'rnatilgan nizomlar asosida chiqarilishi mumkin bo'ladi.

Faol plastik deformatsiyaning har bir ma'lum paytida loaqal oddiy yuklanish sharoitlarida:

1) bosh chiziqli deformatsiyalar yo'nalishi (cho'zilishlar) bosh normal kuchlanishlar yo'nalishlari bilan to'g'ri keladi;

2) deformatsiyalar uchun O. Mor diagrammasi ( $\varepsilon$  va  $\gamma$  koordinatlarida) kuchlanishlar uchun O. Mor diagrammasiga ( $\sigma$  va  $\tau$  koordinatlarida) geometrik o'xshash.

Kerakli xulosalarni olish uchun, undan tashqari hajmning doimiylik shartini hisobga olish kerak:

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = \varepsilon_X + \varepsilon_Y + \varepsilon_Z = 0$$

(belgilashlarda  $\varepsilon$  – kichik deformatsiyalar uchun).

A.A. II'yushinga binoan, agar kuchlanishlar jadalligi  $\sigma_i$  qiymati uning avvalgi hamma qiymatlaridan oshirilgan fursatda faol deformatsiya bo'ladi. Agar  $\sigma_i$ , uning avvalgi qiymatlaridan bittasidan bo'lsa ham kichik bo'lsa, u holda element deformatsiyasi sust (passiv) bo'ladi.

«Loaqal oddiy yuklanish sharoitida» cheklanish A.A. II'yushin chiqargan «oddiy yuklanish haqidagi teorema» dan kelib chiqadi. Jismning yuklanish jarayoni «tashqi kuchlar ular qo'yilganidan boshlab umumiy parametrga proporsional o'sganda» oddiy hisoblanadi.

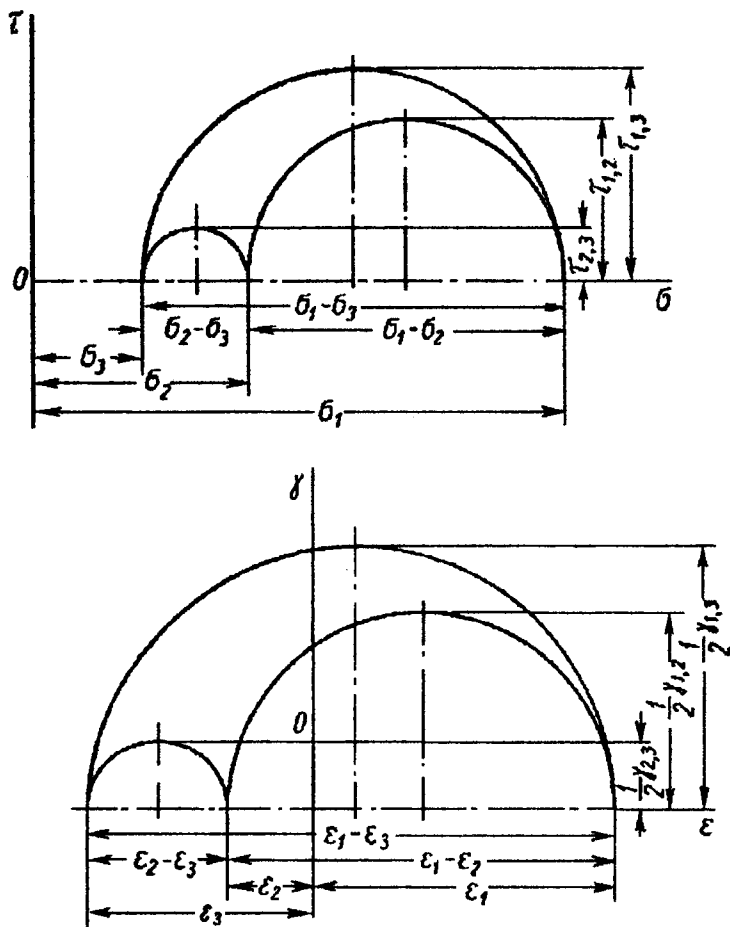
Plastik holatda bo'lgan qandaydir nuqtaning kuchlanish va deformatsiyasi uchun Mor diagrammalari quramiz (46-rasm).

Bu diagrammalarning o'xshashligi haqidagi qoidani hisobga olib, bevosita chizmadan ushbuni olamiz.

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} = \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\varepsilon_2 - \varepsilon_3} = \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{\varepsilon_3 - \varepsilon_1} = 2G'$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 - \sigma_2 &= 2G'(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) & \tau_{12} &= G'\gamma_{12} \\ \sigma_2 - \sigma_3 &= 2G'(\varepsilon_2 - \varepsilon_3) & \tau_{23} &= G'\gamma_{23} \\ \sigma_3 - \sigma_1 &= 2G'(\varepsilon_3 - \varepsilon_1) & \tau_{31} &= G'\gamma_{31} \end{aligned} \quad (3.24a)$$

2G- proporsionallik koeffitsienti sifatida olingan. Uning ma'nosi keyinroq aniqlanadi.



46-rasm. Plastik holatda bo'lgan nuqtaning kuchlanish va deformatsiyasi uchun Mor diagrammalari

O'sha diagrammalarning o'zidan ixtiyoriy (bosh bo'lmagan) koordinat o'qlarida olingan kuchlanishlar va deformatsiyalar uchun nisbatlarni hosil qilish mumkin:

$$\begin{aligned}
\sigma_X - \sigma_Y &= 2G'(\varepsilon_X - \varepsilon_Y) \\
\sigma_Y - \sigma_Z &= 2G'(\varepsilon_Y - \varepsilon_Z) \\
\sigma_Z - \sigma_X &= 2G'(\varepsilon_Z - \varepsilon_X) \\
\tau_{XY} &= G'\gamma_{XY} \\
\tau_{YZ} &= G'\gamma_{YZ} \\
\tau_{ZX} &= G'\gamma_{ZX}
\end{aligned} \tag{3.24b}$$

shuningdek

$$\begin{aligned}
\sigma_X - \sigma_{yp} &= 2G'\varepsilon_X \\
\sigma_Y - \sigma_{yp} &= 2G'\varepsilon_Y
\end{aligned} \tag{3.24v}$$

$$\sigma_Z - \sigma_{yp} = 2G'\varepsilon_Z$$

Ravshanki, (3.24v) tenglamalarda x, u, z indekslar 1,2,3 indekslar bilan almashtirilishi mumkin.

(3.24a) dan ikkinchi tenglamani olamiz va unda  $-\varepsilon_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$  almashtirib  $\varepsilon_2$  ni aniqlaymiz.

$$\begin{aligned}
\sigma_2 - \sigma_3 &= 2G'(2\varepsilon_2 + \varepsilon_1) \\
\varepsilon_2 &= \frac{(\sigma_2 - \sigma_3 - 2G'\varepsilon_1)}{4G'}
\end{aligned}$$

Topilgan  $\varepsilon_2$  qiymatini (3.24a) ni birinchi tenglamasiga qo'yib ushbuni olamiz:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = 2G'\left(\varepsilon_1 - \frac{(\sigma_2 - \sigma_3 - 2G'\varepsilon_1)}{4G'}\right)$$

Bu tenglamani  $\varepsilon_1$  ga nisbatan yechamiz.

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{3G'} \left[ \sigma_1 - \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{2} \right] \tag{3.25}$$

(3.24a) tenglamalarni boshqa birikmalari bilan o'xshash tarzda muomala qilib, ushbuni olamiz:

$$\begin{aligned}\varepsilon_2 &= \frac{1}{3G'} \left[ \sigma_2 - \frac{(\sigma_3 + \sigma_1)}{2} \right] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{3G'} \left[ \sigma_3 - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} \right]\end{aligned}\quad (3.25)$$

$3G'$  ni  $E'$  orqali belgilab uzil-kesil olamiz

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{1}{E'} \left[ \sigma_1 - \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{2} \right] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E'} \left[ \sigma_2 - \frac{(\sigma_3 + \sigma_1)}{2} \right] \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E'} \left[ \sigma_3 - \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} \right]\end{aligned}\quad (3.25a)$$

Biz (3.24b) tenglamalar bilan xuddi shunday tarzda muomala qilib, ixtiyoriy o'qlar bo'yicha deformatsiyalar uchun butkul shunaqa ifodalar olgan bo'lar edik, ya'ni (3.25) tenglamalardagi 1, 2, 3 indeksni x, u, z indekslar bilan almashtirish mumkin.

Plastik deformatsiyada jism hajmi o'zgarmay qolgani sababli ( $\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 0$ ), (3.25.a) tenglamadagi 1/2 koeffitsientlar kuchlanishlar yig'indisida Puasson koeffitsientidan iborat bo'ladi. Bu yerdan kelib chiqadiki,  $\varepsilon$  plastik deformatsiyalar ifodasi elastik deformatsiyalar uchun ifodalarga butunlay o'xshash, farqi faqat birinchi tur elastiklik moduli  $E'$  koeffitsienti bilan almashtirilganida xolos.

Bu koeffitsient birinchi tur deformatsiya moduli (yoki plastiklik moduli) nomini olgan.

Ikkinchi tur elastiklik moduli  $G$  modul  $E$  bilan ma'lumki ushbu nisbat orqali bog'langan:

$$G = \frac{1}{2(1 + \mu_\rho)} E$$

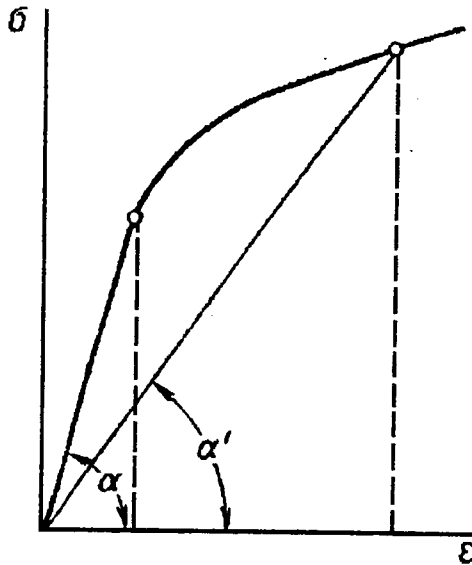
Puasson koeffitsientini  $\mu_\rho = 0,5$  olsak

$$G = \frac{E}{3}$$

(3.25) va (3.25a) tenglamalarni taqqoslab ko'ramizki, plastik deformatsiya bo'lganda:

$$G' = \frac{E'}{3}$$

Shunday qilib,  $G'$  – ikkinchi turdagi deformatsiya modulidir.



47-rasm. Elastiklik va deformatsiya modullari orasidagi bog'liqlikka oid sxema

Bir tomondan  $E$  va  $G$  elastiklik modullari va boshqa tomondan va deformatsiya modullari  $E'$  va  $G'$  orasidagi muhim farq shundan iboratki, birinchilari mohiyati bilan o'zgarish kattaliklar – materialning doimiylari (konstantlari), ikkinchilari esa, har biri deformatsiya jarayonining faqat birorta qandaydir payti uchun haqiqiy bo'lgan, o'zgaruvchan turli qiymatlar qabul qila oladigan, kattaliklar hisoblanadi. 47-rasmdan  $E = tg \alpha$ ,  $E' = tg \alpha'$  buning ustiga  $\alpha'$  o'zgaruvchanligi ko'rinadi. Bu yerda  $E'$  qiymatini quyidagi tarzda ta'riflash mumkin. Agar deformatsiyaning boshlanishini o'zidan modul  $E'$  ushbu kattalikka ega bo'lganida edi, u holda jism elementi berilgan  $\varepsilon$  deformatsiyani olganda kuchlanish kattaligi  $E'_\varepsilon$  bo'lar edi.

$\sigma_2 = \sigma_1$  bo'lsin. Bu qiymatni (3.25.a) birinchi va ikkinchi tenglamaga qo'yib, ushuni olamiz

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E'} \left[ \sigma_1 - \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \right] \\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{E'} \left[ \sigma_2 - \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) \right] \end{aligned} \quad (3.25a)$$

Shunday qilib, agar ikki kuchlanish o'zaro teng bo'lsa, unda mos keluvchi deformatsiyalar ham teng va aksincha.

Agar yassi deformatsiyalangan holat bo'lsa, u holda deformatsiyalardan biri nolga teng.  $\varepsilon_2 = 0$  ni (3.25) oxirgi tenglamasiga qo'yamiz; unda

$$\sigma_2 - \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right) = 0 \quad \text{yoki}$$

$$\sigma_2 = \left( \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \right)$$



Ilgari qabul qilingan qoida, yassi deformatsiyalangan holatda deformatsiya bo'lmagan yo'nalishdagi kuchlanish, boshqa ikkitasining yarim yig'indisiga tengligi endi isbotlandi.

Endi (3.25.) uchinchi tenglamaga  $\sigma_2 = 0$  qo'yamiz, ya'ni yassi kuchlangan holatni nazarda tutamiz:

$$\varepsilon_2 = \left(-\frac{1}{E'}\right)\left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}\right)$$

Shunday qilib, yassi kuchlangan holatda kuchlanish bo'lmagan yo'nalishdagi deformatsiya boshqa ikkitasining yarim yig'indisiga, ya'ni o'rtacha kuchlanishga proporsional.

Nihoyat, (3.25) tenglamadan, agar deformatsiya, uncha mos keluvchi kuchlanish, boshqa ikkitasini yarim yig'indisidan (algebraik) katta bo'lsa, musbat ishoraga ega bo'lishi ko'rinadi.

Deformatsiya nazariyasining barcha formulalari kuchlanishlar nazariyasining mos keluvchi formulalariga o'xshash yozilishi mumkinligi ilgari ko'rsatilgan edi. Bu qoidadan foydalanamiz va deformatsiyalar uchun, kuchlanishlar jadalligi yoki umumlashgan kuchlanish  $\sigma_i$  ga o'xshash ifoda keltiramiz:

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2} \quad (3.27)$$

$\sigma_i$  - deformatsiyalar jadalligi yoki umumlashgan deformatsiya darajasi, qisqacha - umumlashgan deformatsiyadan iborat bo'ladi.

Endi barcha ilgari keltirilgan kuchlanishlar va deformatsiyalar bog'lanishi tenglamalarini bitta tenglamada umumlashtira olamiz:

$$\sigma_i = E' \varepsilon_i \quad (3.28)$$

Bundan

$$E' = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} \quad (3.29)$$

Umumlashgan deformatsiya  $\varepsilon_i$  plastik shakl o'zgartirishda materialning mustahkamlanish darajasini aniqlaydi.  $\sigma_i - \varepsilon_i$  egri chiziq tajriba ma'lumotlariga asoslanib qurilishi mumkin.

### 3.7. Deformatsiyaning mexanik sxemasi

S.I. Gubkin ishlab chiqqan, deformatsiyaning mexanik sxemasi haqidagi tushuncha, metallarni bosim bilan ishlashda deformatsiya jarayonlarini tahlil qilish uchun juda katta ahamiyatga ega.

S.I. Gubkinning deformatsiyani mexanik sxemasi bosh kuchlanishlar hamda bosh deformatsiyalar borligi va ishorasi haqida grafik tasavvurni beradi. U bosh kuchlanishlar sxemasini va bosh deformatsiyalar sxemasini yig'indisi hisoblanadi.

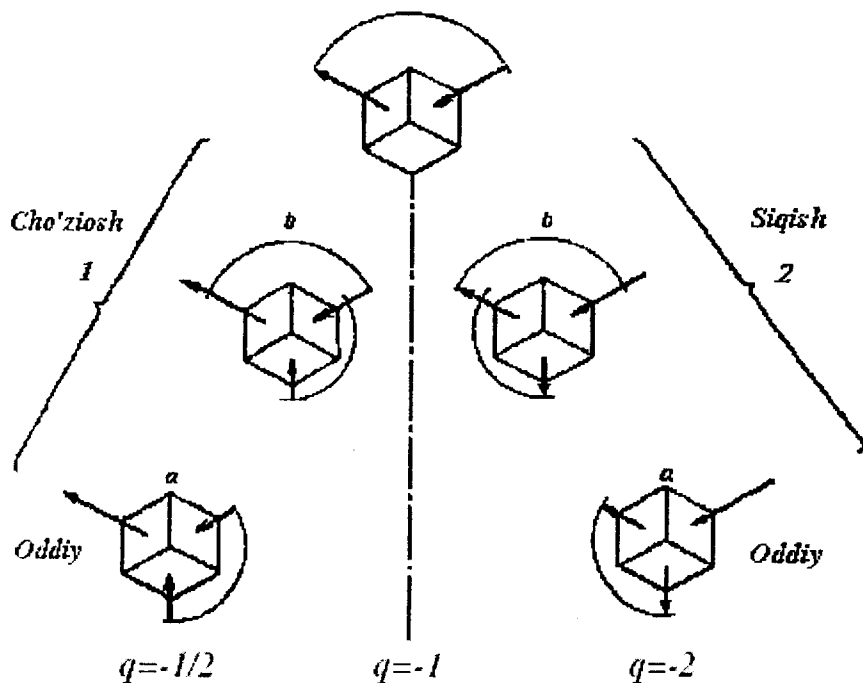
Hajmning doimiyligi natijasida mutlaq kattaligi bo'yicha maksimal bosh deformatsiya boshqa ikkitasini teskari ishora bilan olingan yig'indisiga teng. Shunday qilib, deformatsiyalardan biri, mutlaq qiymati bo'yicha eng kattasi, doimo boshqa ikkitasining ishorasiga qarama-qarshi ishoraga ega bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki, bosh deformatsiyalar sxemalari ko'rinishi faqat uchta bo'lishi mumkin:

1) bitta musbat deformatsiyali va boshqa ikkitasi manfiy sxemalar yoki 2) bitta manfiy va ikkita musbat va nihoyat 3) bitta deformatsiya nolga teng va ikkita boshqasi, mutlaq qiymati bo'yicha teng va ishorasi bo'yicha qarama - qarshi (yassi deformatsiyalangan holat).

Birinchi ikki ko'rinishdagi sxema hajmiy sxemadan iborat, uchinchi - bosh deformatsiyalarning yassi sxemasidir. Barcha sxemalar ayni vaqtda turli nomli bo'ladi, chunki deformatsiya ishoralari turlicha (48-rasm). Agar biz sxemalarda bosh deformatsiyalarning faqat borligini va yo'nalishini emas, balki ularning mumkin bo'lgan mutlaq kattaligini ham hisobga oladigan

bo'lsak va  $\frac{\varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max}} = q$ , belgilasak, unda yassi sxema uchun

$q = -1$ , bitta musbat bosh deformatsiya bilan hajmiy sxema uchun  $\frac{1}{2} \geq q > -1$ , bitta manfiy deformatsiya bilan hajmiy sxema uchun  $1 > q \geq -2$  (48-rasmga qarang).



48-rasm. Bosh deformatsiyalar sxemasi

Bosh deformatsiyalar sxemalarini boshqacha tasniflash mumkin. G.A. Smirnov-Alyayev bu sxemalarni quyidagi turlarga ajratadi (48-rasm): «cho'zilish», «siljish» va «siqilish».

**Cho'zilish**da uchta bosh o'qdan bittasi bo'ylab deformatsiya musbat (uzayish), boshqa ikkita bosh o'qlar bo'ylab esa - deformatsiyalar manfiy (qisqarish). Cho'zilishning xususiy holi

manfiy deformatsiyalar o'zaro teng bo'lgan *oddiy cho'zilish* bo'ladi.

*Siljish*da (yassi deformatsiya) ikki bosh o'qlarning har biri bo'ylab deformatsiyalar mutlaq qiymati bo'yicha teng va ishorasi bo'yicha qarama-qarshi (uzayish va qisqarish), uchinchi bosh o'q bo'ylab esa deformatsiya bo'lmaydi (nolga teng).

*Siqilish*da uchta bosh o'qdan bittasi bo'ylab deformatsiya manfiy (qisqarish), boshqa ikkita bosh o'qlar bo'ylab esa deformatsiyalar musbat (uzayish). Siqilishning xususiy holi musbat deformatsiyalar o'zaro teng bo'lgan *oddiy siqilish* bo'ladi.

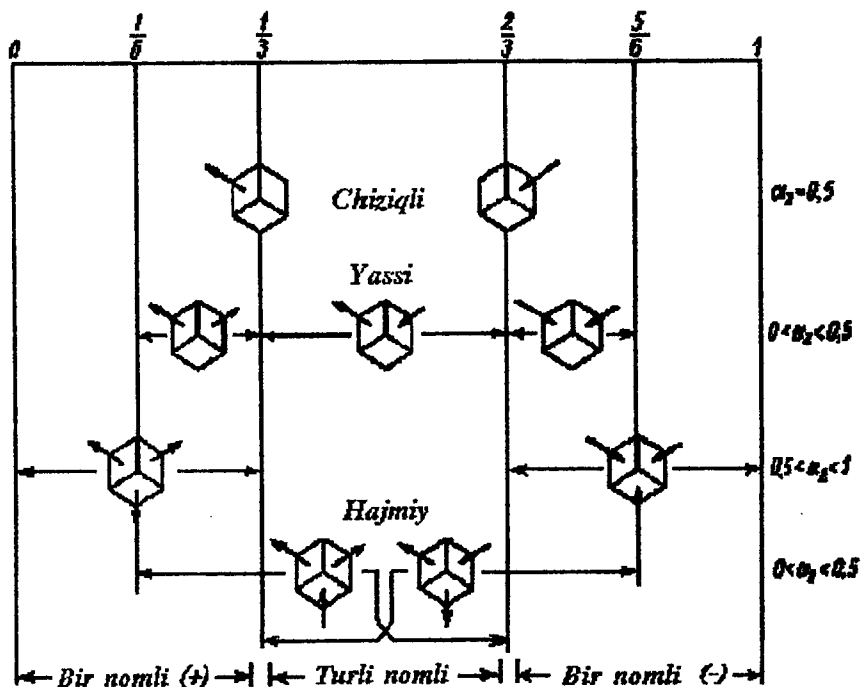
Bosh kuchlanishlar sxemalar vektorlar sonidan kelib chiqib: chiziqli (bitta vektor) - chiziqli kuchlangan holat; yassi (ikkita vektor) - yassi kuchlangan holat va hajmiy (uchta vektor) - hajmiy kuchlangan holat bo'lishi mumkin. Bunda chiziqli sxemalar ikkita musbat (cho'zuvchi) yoki manfiy (siquvchi) kuchlanish bilan bo'ladi. Yassi va hajmiy sxemalar bundan tashqari bir xil nomli va turli nomli bo'lishi mumkin. Bir xil nomli sxemalarda barcha kuchlanishlar bir xil ishorali bo'ladi. Demak, nomi bir xil bo'lgan ikki turdagi yassi sxema (ikkita siquvchi yoki ikkita cho'zuvchi kuchlanishli) va nomi bir xil bo'lgan ikki turdagi hajmiy sxema (uchta cho'zuvchi kuchlanishli - har tomonlama cho'zilish yoki uchta siquvchi kuchlanishli - har tomonlama siqilish) bo'lishi mumkin.

Eslatib o'tamiz, plastik shakl o'zgartirishda uchta kuchlanishning tengligi, ya'ni bir tekis har tomonlama cho'zilish yoki bir tekis har tomonlama siqilish bo'lishi mumkin emas.

Nomi turlicha sxemalar: yassi faqat bitta turda, hajmiy esa ikkita (ikkita musbat kuchlanish va bitta manfiy yoki teskarisi) bo'lishi mumkin. Shunday qilib, ikkita chiziqli sxema, uchta turdagi yassi va to'rtta hajmiy sxemaga, jami to'qqizta ko'rinish (tur) bosh kuchlanishlar sxemasiga ega bo'lamiz (49-rasm).

Yassi va hajmiy sxemalarda kuchlanish kattaliklari o'rtasidagi nisbatlar turlicha bo'lishi tushunarli. Deformatsiyaning mexanik sxemasini olish uchun etti turdagi bosh kuchlanishlarning yassi va hajmiy sxemalaridan har birini uch turdagi bosh deformatsiyalar sxemalarini har biri bilan birga qo'shish mumkin. Bu mexanik sxemalarni 21 xilini beradi. Bitta bo'sh cho'zuvchi kuchlanishli chiziqli sxema faqat, bitta musbat va ikkita o'zaro

teng manfiy deformatsiyaga ega bosh deformatsiyalar hajmiy sxemasi bilan qo'shiladi bitta siquvchi kuchlanishli chiziqli sxema esa bitta manfiy va ikkita o'zaro teng musbat deformatsiyaga ega bo'lgan, deformatsiya sxemasi bilan qo'shiladi.

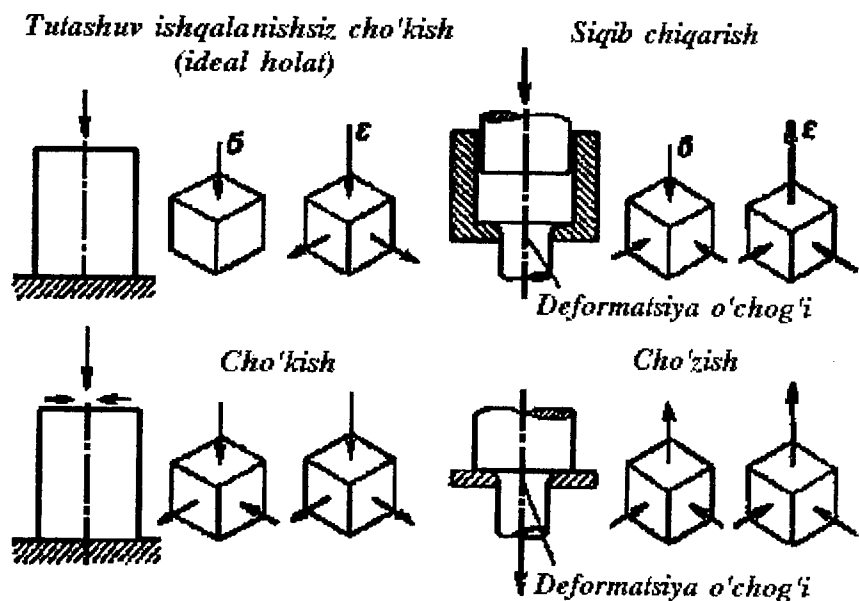


49-rasm. Bosh kuchlanishlar sxemasi.

Shunday qilib deformatsiyaning mexanik sxemalarini mumkin bo'lgan (ko'rinishlari) xillari umumiy soni 23 ta bo'lishi mumkin. Deformatsiyaning mexanik sxemalari ta'sir etayotgan kuchlar sxemasini aks ettiradi va shakl o'zgarishi xususiyatini aniqlaydi.

«Deformatsiya jarayonlari, agar ular ayni bir xil sxemaga ega bo'lsalar taqqoslanadi. Demak, deformatsiyaning turli jarayonlarini ularning mexanik sxemalari bo'yicha tasniflash mumkin». Bundan keyin, metallarni bosim bilan ishlash operatsiyalarini ko'rib chiqishda, biz ularni ta'riflash uchun S.I.

Gubkin taklif etgan deformatsiyaning mexanik sxemalaridan foydalanamiz. Hozir, misol uchun, 50-rasmda bir nechta elementar sxema keltirilgan. 50 - rasmdan ko'rinib turibdiki, keltirilgan tasniflashdan kelib chiqib natijalari va bosh deformatsiyalar sxemalari bo'yicha bir xil jarayonlar bosh kuchlanishlarning turli sxemalari (siqib chiqarish va tolalash (volochenie)) ga ega bo'lishi va aksincha bosh kuchlanishlarning bir xil sxemalarida, deformatsiya xususiyatlari turlicha bo'lishi mumkin (cho'kish va siqib chiqarish).



50-rasm. Deformatsiyaning mexanik sxemalari.

Bosh deformatsiyalar sxemalarini ko'rib chiqish metallning deformatsiyalashda fiziko - mexanik xossalarini o'zgarishi haqida fikr yuritish (o'ylab ko'rish) imkoniyatini beradi. Masalan, bir tekis tola olish bitta musbat deformatsiya va ikkita kattaligi bo'yicha teng manfiy deformatsiyali bosh deformatsiyalar sxemasida oson erishiladi.

Shu sxemaning o'zida eng jadal tekstura hosil bo'lishi va mustahkamlanish kechadi. (48-rasm 1a sxemaga qarang).

1a sxemadan 1v, 2 va 3v sxemalar orqali 3a sxemaga o'tishda manzara keskin o'zgaradi. 3a sxemada tola, masalan, bosh kuchlanishlarning ikki musbat yo'nalishida hosil bo'lishga intiladi, buning natijasida dona manfiy deformatsiya yo'nalishida misoli pachoqlanadi. Qo'shilmalar esa musbat deformatsiyalar yo'nalishida yoyilib ketadi, bu mexanik sifatga yomon ta'sir ko'rsatadi.

### ***3.8. Plastik deformatsiyaning asosiy qonunlari***

Ilgari bayon qilinganlarda plastik deformatsiyaning ikkita qonuni belgilab bo'lingan edi: hajmning doimiylik qonuni va plastik shakl o'zgartirishda elastik deformatsiya borligi qonuni.

Endi metallarni bosim bilan ishlash jarayonlarini tahlil etishda shuningdek zarur bo'lgan plastik deformatsiyaning, boshqa qonunlarini bayon etamiz, chunonchi: o'xshashlik qonuni, eng kam qarshilik qonuni va qo'shimcha kuchlanishlar qonuni.

#### ***O'xshashlik qonuni.***

Qator tadqiqotchilarning ishlarida o'rnatilgan va aniqlashtirilgan (V.L. Kirpichov, 1874 y., P. Kik, 1879 y., N.N. Davidenkov, 1943 y., S.I. Gubkin va boshqalar) o'xshashlik qonunini metallarni bosim bilan ishlash jarayonlariga tadbiiq qilganda shunday ifodalash mumkin:

Turlicha o'lchamlarga ega bo'lgan, ikki geometrik o'xshash jismni o'xshash sharoitlarda shartlarda plastik deformatsiyalangan holda, solishtirma oqish bosimlari o'zaro teng deformatsiyalovchi kuchlar nisbati chiziqli o'lchamlar nisbatini kvadratiga, shakl o'zgarishga sarflanadigan ishlar nisbati esa chiziqli o'lchamlar nisbatining kubiga teng bo'ladi.

Solishtirma oqish bosimi yoki solishtirma deformatsiyalashga qarshilik deganda, deformatsiyalash uchun zaruriy faol kuchning asbob vositasida bu kuchni bevosita ta'siriga duchor qilingan metall sirtini proeksiyasi maydoniga nisbatini tushunamiz; proeksiya faol kuch yo'nalishiga normal bo'lgan tekislikka olinadi.

O'xshashlik qonuni ulkan ahamiyatga ega, chunki unga asoslanib, (namunani) «model»ni sinash bo'yicha «natura» - asl nushani deformatsiyalash uchun tegishli bo'lgan parametrlarni aniqlash mumkin.

O'xshashlik qonuni A.A. II'yushin tomonidan umumiy ko'rinishda matematik isbotlangan.

Jismlarning geometrik o'xshashligi haqidagi hammaga ma'lum tushunchani izohlab o'tirmasdan, ularning deformatsiya sharoitlarini talab qilingan o'xshashligi nimada ifodalanishini oydinlashtirib olamiz. Buning uchun dastavval quyidagilar zarur.

1. Jismlar bir xil kimyoviy tarkib, mikro -va makro struktura, fazoviy holat va mexanik xossalarga ega bo'lishi zarur.

2. Jismlarning deformatsiyalash boshlanishidagi temperaturasi bir xil bo'lishi kerak.

3. Umumlashgan deformatsiyalar  $\epsilon_i$  bir xil bo'lishlari lozim (bir xil mustahkamlanish).

4. Asbob va metallning tutashuvchi yuzalari o'rtasidagi ishqalanish koeffitsientlari bir xil bo'lishi kerak.

Biroq, amaliyot va tajribalardan ma'lumki, geometrik o'xshash jismlarni issiq deformatsiyasida bir xil materialdan ayni bir boshlang'ich temperaturasida jism o'lchamlari kattalashishi bilan solishtirma oqish bosimi pasayadi, zaruriy deformatsiyalovchi kuchlar esa o'xshashlik qonuni bo'yicha kerakli bo'lgancha qaraganda kamroq darajada o'cadi.

Shunday hodisa sovuq deformatsiya sharoitlarida deformatsiyalovchi asbobning katta tezliklarida ham kuzatiladi.

Bu hodisalar hammadan oldin shu bilan tushuntirilishi mumkinki, bir xil boshlang'ich temperatura, deformatsiya jarayonining o'zida bir xil temperatura va ularning aynan o'xshash taqsimlanishini ta'minlamaydi, chunki deformatsiyalanayotgan jism va atrof muhit xususan asbob o'rtasida issiqlik almashinuvi sodir bo'ladi.

Katta o'lchamli jismga geometrik o'xshagan kichik o'lchamli jismda sirtning hajmga nisbati katta bo'ladi, demak, boshqa teng sharoitlarda issiqlik berish ham katta bo'ladi va deformatsiya jarayonida, boshqa teng sharoitlarda temperatura kam bo'ladi, bu solishtirma bosimni oshishiga olib kelishi lozim. Bu boshlang'ich temperaturalar tengligi sharti yetarli emasligini isbotlaydi.



N.M. Zolotuxin ko'rsatadiki, temperaturaning aynan o'xshash taqsimlanishi uchun qo'shimcha yana ikkita shart zarur, chunonchi:

1. Modelni va asl nushani erkin va tutashuv yuzalaridan issiqlik berish koeffitsientlari nisbati ularning chiziqli o'lchamlariga teskari proporsional bo'lishi kerak;

2. Deformatsiyalanish tezliklari ham ularning chiziqli o'lchamlariga teskari proporsional bo'lishi kerak.

Oxirgi shartga rioya qilish modelni (kichik jismni) deformatsiya tezligini asl nushani (katta jismni) deformatsiya tezligi bilan taqqoslaganda ancha oshirishni keltirib chiqaradi. Ayni paytda, ilgari ko'rsatib o'tilganidek, deformatsiya tezligini oshirish, deformatsiyalashga qarshilikni oshirishni keltirib chiqaradi.

Shuning uchun, bundan tashqari, deformatsiyalash tezligini model materialining deformatsiyaga qarshiligiga ta'sirini ham hisobga olish zarur.

Yana shuni esda tutish kerakki, zonal makro struktura, chekka va o'q zonalarini har xil mexanik sifatga ega bo'lgan quymalarni deformatsiya jarayonlarini modellashda kichik o'lchamli o'xshash namuna tayyorlash imkoniyati bo'lmaydi. «O'xshash sharoitlar» ni yaratish nihoyatda qiyinligiga qaramay, o'xshashlik qonunini hatto ular buzilganda ham, demak olinadigan natijalarning aniqligini pasayishi hisobiga, baribir ishlatishga to'g'ri keladi.

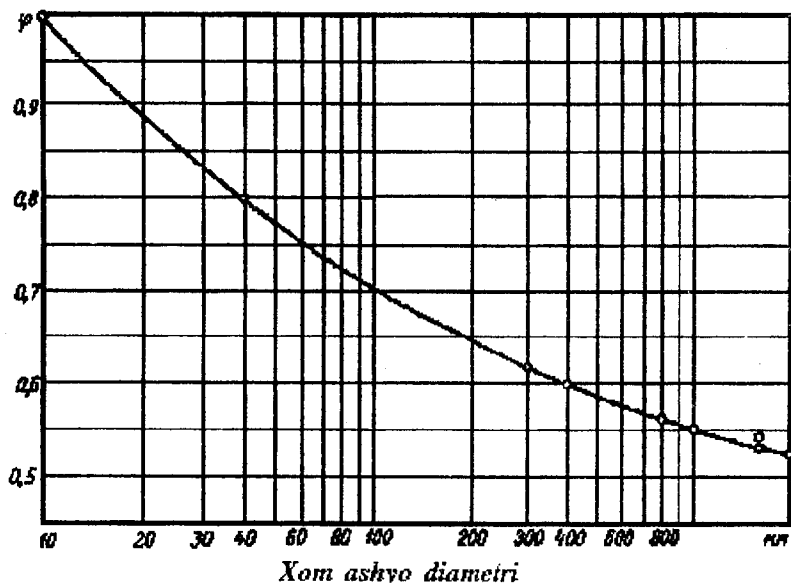
Gap shundaki, solishtirma deformatsiyaga qarshiliklar, deformatsiyalovchi kuchlar va ishlarning barcha ifodalariga oquvchanlik chegarasi  $\sigma_s$  asosiy konstanta sifatida kiradi. Oquvchanlik chegarasini aniqlash esa laboratoriya sharoitlarida kichik namunalarda o'tkaziladi. Shunday qilib, issiq deformatsiya va katta tezliklarda amalga oshiriladigan sovuq deformatsiya uchun laboratoriya sharoitlarida aniqlangan oquvchanlik chegarasi, amaliy sharoitlarda deformatsiyalanadigan zagotovkalar uchun oshirilgan qiymatga ega bo'ladi.

Bu birdan kichik bo'lgan, aytilishicha «masshtab yoki hajmiy omil (faktor)»ni hisobga oluvchi tuzatish koeffitsientini kiritishga majbur qiladi.

Biroq, hajm oshishi bilan deformatsiyalashga qarshilikni kamayishi, hajmning o'zini geometrik omil sifatidagi ta'siridan

emas, balki hajmning o'zgarishi munosabati bilan o'xshash deformatsiya sharoitlarini buzilishidan kelib chiqadi, xususan, strukturaga nisbatan, ichki nuqsonlar borligi, issiqlik uzatish kattaliklarining turlicha ekanligi, temperaturani har xil taqsimlanishi va shunga o'xshashlarga nisbatan olganda. Masshtab koeffitsientiga nisbatan ishonchli ma'lumotlar hozircha yo'q, ba'zi uning uchun taklif etilgan ifodalardan, ularning tarkibiga aniqlash qiyin doimiy kattaliklar kirgani sababli, amaliyotda foydalanib bo'lmaydi.

Hozircha S. G. Golovanovning empirik formulasi juda katta e'tiborga loyiq. Biroq u, issiq cho'ktirish operatsiyasida solishtirma bosim, deformatsiyalovchi kuchlar va ishlarning hisoblangan qiymatlariga faqat tuzatishlar kiritish uchun yaroqli.



51-rasm.  $\varphi$  qiymatlari grafigi.

S.G. Golovanov formulasi quyidagi ko'rinishga ega:

$$\varphi = [\sqrt[3]{a} + \mu(1 - \sqrt[3]{a})]^n \quad (3.34)$$

bu yerda:  $a$  - namunaning chiziqli o'lchamlarini pokovka o'lchamlariga nisbati (namuna diametri 10 mm deb qabul qilinadi);  $\mu$  - ishqalanish koeffitsienti;  $\eta$  - toza metallar uchun 0,85-0,90; qotishmalar uchun 0,75-0,85 (S.I. Gubkin bo'yicha).

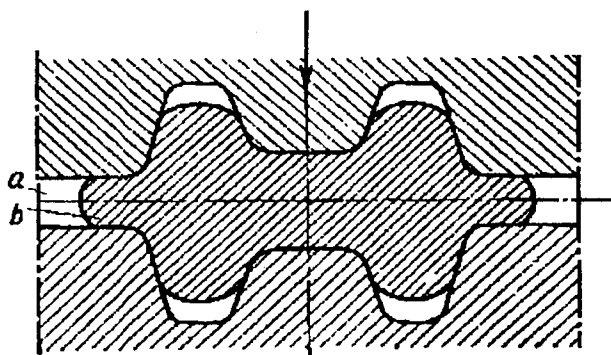
51-rasmda  $\mu = 0,3$  va  $\eta = 0,75$  bo'lganda  $\varphi$  qiymatlari grafigi berilgan. Cho'ktirishning zaruriy solishtirma bosimini, deformatsiyalovchi kuchini va ishini aniqlash formulalarida  $\varphi$  koeffitsientini ishlatish, ularga kiruvchi  $\sigma_s$  kattaligini  $\varphi\sigma_s$  ko'paytma bilan almashtirishdan iborat bo'ladi.

Grafikdan ko'rinadiki, pokovkalarining katta o'lchamlarida  $\varphi$  tuzatish muhim ahamiyatga ega.

### *Eng kam qarshilik qonuni.*

G. Tresk (1865 yil) plastik deformatsiyada qo'llash uchun aytib o'tgan eng kam qarshilik qonuni, hozirgi paytda S.I. Gubkin tomonidan quyidagi tarzda ifodalanadi:

«Deformatsiyalanuvchi jism nuqtalarining turli yo'nalishlarda siljish imkoniyati bo'lgan holda, deformatsiyalanayotgan jismning har bir nuqtasi eng kam qarshilik yo'nalishida siljiydi».



52-rasm. Shtampovkalashning dastlabki davri.

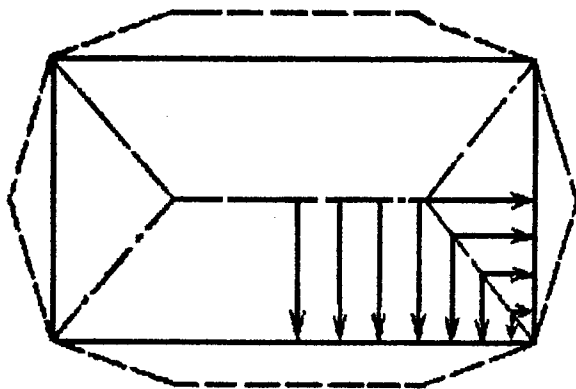
Eng kam qarshilik qonunining to'g'ridan-to'g'ri oqibati bo'lib, masalan, ochiq shtamlarda shtampovkalashda milk

(zausenes) hosil bo'lishi hisoblanadi. Metall (52-rasm) shtampovkaning dastlabki davrida shtamp shakli chegarasidan tashqariga, yuqorigi va pastki shtamp orasidagi tirqish tomonga oqib chiqa boshlaydi. Shtamp elementlari bo'shlig'ini to'ldirish esa, agar metallni zausenes  $b$  dagi oqishga qarshiligi bo'shliqning  $u$  yoki boshqa joylaridagi oqishga qarshilikdan katta bo'lganida mumkin bo'ladi. Metallni zausenesga oqishga qarshilik yuqorigi shtampni harakati jarayonida uning qalinligi kamayishi bilan ortib boradi va bu pirovard natijada bo'shliqning hamma elementlarini to'lishini ta'minlaydi.

Eng kam qarshilik qonunini amaliy qo'llash uchun, traektoriyada joylashgan nuqtalarning eng kam oqishga qarshilik bo'ladigan yo'nalishini bilish kerak.

Tutashish tekisliklari bo'yicha ishqalanish mavjud bo'lgan, parallel plitalar (boykalar) o'rtasidagi prizmatik va silindrik jismlarni cho'ktirish (siqilish) holati uchun bu traektoriyalar A.F. Golovin ifodalab bergan qoida bilan aniqlanadi; jismning har qanday nuqtasini tashqi kuchlar ta'siriga perpendikulyar tekislikda siljishi, kesim perimetriga normal bo'yicha sodir bo'ladi. Shunga o'xshash qoidani E. Zibel aytgan.

Maksimal oxirgi deformatsiyani jism eng ko'p nuqtalar miqdori suriladigan yo'nalishlarda olishini qo'shib qo'yish kerak.



53-rasm. To'g'ri burchakli prizmani cho'ktirish sxemasi

Asosi to'g'ri burchakli prizma cho'ktirilayotgan bo'lsin, uning, tekisligi ta'sir etayotgan kuch yo'nalishiga normal qandaydir kesimi 53-rasmda keltirilgan. Nuqtalarning kesim perimetriga eng yaqin normal bo'yicha siljish qoidasiga asosan, to'g'ri burchakni ikkita uchburchak va ikkita trapesiyaga (53-rasmda shtrix-punktir) chiziqlar bilan ajratish mumkin. Bu chiziqlar chegara chiziqlari yoki oqishni ajratish chiziqlari bo'ladi, chunki bu chiziqlarda yotuvchi har bir nuqtadan ikkala tomonga kesim perimetriga normallarning uzunligi bir xil bo'ladi. Nuqtalarning harakat yo'nalishi 53-rasmda strelkalar bilan ko'rsatilgan.

Jismning ushbu kesimda, oqish yo'nalishida, joylashgan nuqtalari sonini hisobga olib, qandaydir cho'kishdan keyingi kesim 53-rasmda punktir chiziqlar bilan ko'rsatilgan ko'rinish oladi deb taxmin qilish mumkin. Bizning misolimizda ko'rilyotgan jismning cho'kish darajasi oshishi bilan uning ko'ndalang kesimlari perimetri ellipsga intiladi, ellips esa keyinchalik doiraga aylanadi, shundan so'ng nuqtalar harakati radius bo'ylab sodir bo'ladi.

Jism ko'ndalang kesimlari shaklining cho'kishda bunday o'zgarish qonuniyatini S.Zobbe (1808 y.) allaqachon payqagan edi. U eng kichik perimetr qoidasini aytgan. Bu qoidani shunday ifodalash mumkin: prizmatik yoki silindrik jismning ko'ndalang kesimini har qanday shakli, uning plastik holatida cho'ktirishda, tutashuv ishqalanish bilan bo'lganda, ushbu yuzada eng kichik perimetrga ega bo'lgan shaklni olishga intiladi, ya'ni oxirida doiraga intiladi.

Eng kichik perimetr qoidasi qator tadqiqotchilar: A.F. Golovin, S.I. Gubkin va E.M.Saviskiy, L.A. Shofman va boshqalar tomonidan, ayniqsa oxirgi vaqtda qayta-qayta sinchiklab tajriba tekshirishlaridan o'tkazilgan. Bu qoida A.F. Golovin tomonidan shuningdek nazariy tasdiqlangan.

Ravshanki, eng qisqa normal bo'yicha oqish qoidasi singari, eng kichik perimetr qoidasi ham eng kam qarshilik qonunining oqibati hisoblanadi.

Eng kam qarshilik qonunini nazariy tadqiqotlarda va amaliy masalalarni yechishda hisobga olish lozim. Masalan, rejada dumaloq pokovkani cho'ktirib shtamplashni, ko'p hollarda, kvadrat

ko'ndalang kesimli zagotovkadan foydalanib amalga oshirish mumkin.

### ***Deformatsiyalar notekisligi va qo'shimcha kuchlanishlar qonuni.***

Ilgari oydinlashtirib olinganidek, nuqtaning kuchlangan holati batamom kuchlanishlar tenzori bilan aniqlanadi. Jismning bir nuqtasidan boshqa nuqtasiga o'tganda esa, umumiy holda, kuchlanish tenzori komponentlari (tarkibiy qismlari) o'zgaradi; bosh o'qlar yo'nalishi ham o'zgaradi. Jismning kuchlangan holatini ochib ko'rsatish uchun uning har bir nuqtasining kuchlangan holatini bilish zarur. Shunday qilib, jismning kuchlangan holati kuchlanishlar tenzori bilan emas, balki kuchlanishlar tenzor maydoni bilan aniqlanadi, boshqacha aytganda, kuchlanishlarning taqsimlanishini bilish kerak.

Alohida xususiy hollarda jismning barcha nuqtalari bitta kuchlanish tenzorining o'zi bilan tavsiflanadigan bir xil kuchlangan holatga ega bo'ladi. Bunga misol, namunani chiziqli cho'zishda, bo'yin hosil bo'lishi boshlanish paytigacha, namunaning har bir nuqtasidagi (qisilgan joylardan uzoqdagi) kuchlanish bir xil bo'ladi, namunaning kuchlangan holati bir xil bo'ladi; deformatsiya ham bir xil bo'ladi. Bir xil deformatsiya, umumiy holda, siljish komponentlari  $U_X, U_Y$  va  $U_Z$

koordinatlar *chiziqli* funksiyasi hisoblanishi va jismning barcha nuqtalari uchun har qanday yo'nalishdagi nisbiy deformatsiyalar  $\mathcal{E}$  bir xil bo'lishi bilan ta'riflanadi. Tekisliklar va to'g'ri chiziqlar deformatsiya davrida va undan keyin tekislik va to'g'ri chiziqlicha qoladi; jismda ajratilgan shar ellipsoidga aylanadi; geometrik o'xshash va bir xil joylashgan elementlar deformatsiya jarayonida buziladi, shunga qaramay geometrik o'xshashligicha qoladi.

Metallarni bosim bilan ishlash jarayonlarida, plastik deformatsiyalashda, ba'zi bir masalalarni nazariy yechishda tekisliklar va to'g'ri chiziqlar deformatsiyada ham shundayligicha qoladi deb shartli yo'l qo'yilsa ham, bir turdagi deformatsiya amaliy bo'lmaydi.

Metallarni bosim bilan ishlash jarayonlarida plastik deformatsiyalashda, qoida tarzida, jism kuchlangan holatini notekisligi bo'ladi. Bu masala qator tadqiqotchilar tomonidan o'rganilgan, ulardan birinchi navbatda I.M. Pavlov, S.I. Gubkin va N.I. Korneyevni eslash lozim.

Deformatsiyaning notekisligi munosabati bilan plastik deformatsiyalanadigan jismni alohida qatlam va elementlari, o'lchamlarni turlicha o'zgarishiga intiladi. Ayni paytda, jismning alohida qatlam va elementlari o'z o'lchamlarini, qo'shni qatlam va elementlarga ta'sir ko'rsatmay, mustaqil o'zgartira olmaydilar. «Shuning uchun, o'lchamlarini (qandaydir) o'rta qiymatga qaraganda katta o'zgartirishga intiluvchi qatlamlar, o'lchamlarni kam o'zgartirishga intiluvchi qatlam va elementlarga, o'lchamlar o'zgarishini ko'paytiradigan ishorali kuchlar uzatadilar. O'lchamlarni kam o'zgartirishga intiluvchi qatlash va elementlar, o'lchamlarini ko'p o'zgartirishga intiluvchi qatlam va elementlarga, o'lchamlarni o'zgarishini kamaytiruvchi ishorali kuchlar uzatadilar» (S.I. Gubkin).

Natijada, jismda o'zaro muvozanatlovchi kuchlanishlar kelib chiqadi, ular konturdagi shartlar va muvozanat tenglamalari bilan tasvirlanishi mumkin emas, ya'ni ular tashqi kuchlarga mos keluvchi kuchlangan holat sxemasi bilan aniqlanmaydilar.

Bu o'zaro muvozanatlanuvchi kuchlanishlarni S.I. Gubkin «qo'shimcha» deb atagan va kuchlangan holatning notekisligi qoida tarzida mavjudligini hisobga olib, S.I. Gubkin «qo'shimcha kuchlanishlar qonuni» ni ifodalab bergan.

«Har qanday plastik shakl o'zgarishida jismning o'lchamlarni katta o'zgarishiga intiluvchi qatlam va elementlarida, ishorasi o'lchamlarning kamayishiga javob beradigan, qo'shimcha kuchlanishlar vujudga keladi, jismning o'lchamlarni kichik o'zgarishiga intiluvchi qatlash va elementlariga esa, ishorasi o'lchamlarning kattalashishiga javob beradigan qo'shimcha kuchlanishlar vujudga keladi».

Qo'shimcha kuchlanishlar uchta turda bo'lishi mumkin:

a) jismning alohida qatlamlari o'rtasida muvozanatlashadigan 1-turdagi qo'shimcha kuchlanishlar;

b) alohida kristallitlar o'rtasida muvozanatlashadigan 2-turdagi qo'shimcha kuchlanishlar;

v) kristallitlarning alohida elementlari o'rtasida muvozanatlashadigan 3-turdagi qo'shimcha kuchlanishlar.

Deformatsiyalanayotgan jismda paydo bo'layotgan qo'shimcha kuchlanishlar:

a) yuklanish olingandan so'ng «qoldiq kuchlanishlar» ko'rinishda jismda qolishi mumkin. Bu metallni plastik xususiyatini kamayishi, kimyoviy bardoshini pasayishi, tob tashlashini, qiyshayishini keltirib chiqarishi mumkin;

b) ular paydo bo'lgan qatlam va elementlardagi plastik deformatsiya hisobiga, S.I. Gubkin iborasi bilan aytganda qo'shimcha siljish hisobiga olinishi mumkin;

v) jismning alohida qatlam va elementlarida bir butunlikni (yaxlitlikni) buzilishi hisobiga olinishi mumkin, ya'ni mikro- va makro darzlar keltirib chiqaradi, bu bosim bilan ishlab olinayotgan zagotovkalarda brak (yaroqsiz mahsulot) keltirib chiqaradi.

Deformatsiyalash jarayonida qo'shimcha kuchlanishlar paydo bo'lishi, metallarni bosim bilan ishlash uchun noqulay bo'lgan quyidagi:

a) deformatsiyalashga qarshilikni oshishi;

b) plastiklikni pasayishi;

v) jismda konturdagi shartlar va muvozanat shartlaridan kelib chiqqan, kuchlanishlar taqsimlanishining ko'rinishini (manzarasini) buzilishi kabi oqibatlarga olib keladi.

Kuchlangan holat notekisligi umumiy hol hisoblangani, bir xil deformatsiya esa xususiy hol bo'lgani uchun ham, kuchlangan holat notekisligini keltirib chiqaradigan sabablar haqida gapirish qiyin. Biroq, deformatsiyalar notekisligini kamaytirish uchun, deformatsiya jarayoniga ta'sir ko'rsatishi mumkin bo'lgan omillarni hisobga olish kerak. Bu omillar quyidagilar:

1. Tutashuv ishqalanishi, ya'ni ishlov berilayotgan zagotovka va deformatsiyalanayotgan asbobning tutashuv yuzalaridagi ishqalanish. Ishqalanish qator hollarda notekis kuchlangan holat yaratadi, boshqa hollarda esa notekislik darajasini oshiradi. Masalan, tutashuv ishqalanishsiz cho'ktirish operatsiyasida biz bir xil deformatsiyaga ega bo'lar edik, tutashuv ishqalanishi natijasida esa deformatsiyaning bir xilligi buziladi. Shuning uchun bosuvchi asbob yuzasiga alohida sinchiklab ishlov berish talab qilinadi, moylashni qo'llash esa doimo yaxshi ta'sir ko'rsatadi.



2. Boshlang'ich zagotovka shakli va pokovkaning talab qilingan shakli. Pokovka qanchalik murakkab bo'lsa, u shunchalik ko'proq boshlang'ichdan farq qiladi, deformatsiyalash jarayonida kuchlangan holatning notekisligi ham shunchalik katta bo'ladi. Shuning uchun shtampovkalashda oraliq (xomaki tayyorlash) operatsiyalarini qo'llash zarur. Bu shakl o'zgarishi dastlabki zagotovka shaklini tayyor pokovka shakliga asta-sekin yaqinlashib kelishini amalga oshirish uchun kerak.

3. Ushbu operatsiya uchun ishlatilayotgan asbob shakli. Masalan, yassi boykalarda dumaloq zagotovkani cho'zishda kuchlangan holat notekisligi kesma o'yilgan boykalarda cho'zishga qaraganda ko'p bo'ladi.

4. Deformatsiya jarayonida ishlov berilayotgan metall xossalari bir xil emaslik darajasi. Metall (deformatsiyalanayotgan jism) hamma nuqtalari bo'yicha qanchalik bir xil bo'lsa, ishlov berish jarayonida qo'shimcha kuchlanishlar shunchalik kam paydo bo'ladi. Bundan kelib chiqadiki, ishlov berishni metallning temperaturasini maksimal bir tekisligida, agar mumkin bo'lsa uni bir xil holatida, to'liq rekristallizatsiya sharoitlarida (agar ishlov berish qizdirish bilan o'tkazilsa), donalarning minimal kattaligida (donalar o'sishining kritik temperaturasidan past) va shuncha o'xshash sharoitlarda o'tkazish kerak.

### ***Plastik deformatsiyalashda tutashuv ishqalanishi.***

Metallarni bosim bilan ishlashning ko'pchilik operatsiyalari ishlov berilayotgan metallni ezuvchi asbob bilan deformatsiya manbaida tutashuvi sharoitlarida amalga oshiriladi. Bunda deformatsiyalanayotgan metall asbob sirti bo'ylab sirpanishga intiladi. Buning natijasida bu sirpanishni qiyinlashtiradigan tutashuv ishqalanishi kuchlari paydo bo'ladi.

Plastik deformatsiyalashdagi ishqalanish mashina juftliklaridagi sirpanib ishqalanishdan jiddiy farq qiladi.

Mashina juftliklarida tutashuvchi yuzalar o'rtasidagi solishtirma bosim nisbatan kam va yuzalar elastik deformatsiyalangan holatda bo'ladi. Plastik deformatsiyalashda asbob yuzasi elastik deformatsiyalanadi, ishlanayotgan jism esa

plastik deformatsiyalanadi, uning yuzasi ezilishga uchraydi va asbob yuzasining shaklini olishga intiladi. Natijada ikkinchi holda haqiqiy tutashuv yuzasi (maydoni) katta bo'ladi. Bu yuqori solishtirma bosim bo'lganda sezilarli molekulyar ilashish kuchlarini keltirib chiqarishi mumkin. Mashina juftliklarida eyilish mahsulotlarining mexanik ajralishi bilan eyilish va ishqalanuvchi yuzalarni siyqalanishi ro'y beradi.

Plastik deformatsiyalashda deformatsiyalanuvchi jism tutashuv yuzasini uzluksiz «yangilanishi» asosiy ahamiyatga ega bo'ladi, chunki deformatsiya jarayonida bu yuzaga ichkaridan metallning yangi donalari uzluksiz chiqib turadi.

Ko'rsatilgan vaziyatlar, plastik deformatsiyalashda ishqalanish, mohiyati bo'yicha Kulon qonuni  $R = \mu N$  bilan aniqlanishi mumkin emasligini aytib turibdi. Biroq hodisani yetarli o'rganilmagani munosabati bilan, metallarni bosim bilan ishlash operatsiyalarini tahlil qilishda, bu qonundan foydalanishga yo'l qo'yiladi, ammo ishqalanish koeffitsienti  $\mu$ , plastik deformatsiyaning sharoitlari uchun tajriba yo'li bilan maxsus aniqlanadi. Mashina juftliklaridagi ishqalanish sharoitlari uchun aniqlangan ishqalanish koeffitsientlari, plastik deformatsiyada tutashuv ishqalanish kuchlarini aniqlash uchun sira ham yaroqli emas. Umumiy, taxminiy qoida tarzida aytish mumkinki, plastik deformatsiyada ishqalanish koeffitsientining qiymati, odatdagi sirpanib ishqalanishdagiga qaraganda katta bo'ladi.

Plastik deformatsiyalashdagi tutashuv ishqalanish koeffitsienti qiymatiga qator omillar ta'sir qiladi. Bular qatoriga: ezuvchi asbob yuzasining holati, ishlov berilayotgan jism yuzasining holati, ishlanayotgan qotishmaning kimyoviy tarkibi, deformatsiya temperaturasi, deformatsiyalash tezligi kiradi.

***Ishchi asbob yuzasining holati*** tutashuv ishqalanishi koeffitsienti qiymatiga ta'sir ko'rsatuvchi asosiy omil hisoblanadi. Tushunarliki, asbob yuzasining ishlov berish sifati qanchalik yuqori bo'lsa, boshqa teng (barobar) sharoitlarda ishqalanish koeffitsientining qiymati shunchalik kam bo'ladi. Ishlov berishning ta'siri shunchalik ahamiyatliki, ishqalanish koeffitsienti metallning ishlov berish yo'nalishiga nisbatan, sirpanish yo'nalishiga bog'liq holda, turli qiymatga ega bo'ladi. I.P. Pavlov tadqiqot qilgan bu fakt «ishqalanish anizotropiyasi» deb atalgan. Hatto asbobni ikki

marta shlifovkalab ishlov berilganda va surkov moyi bo'lganda, ishlov berish yo'nalishiga ko'ndalang ishqalanish ko'effitsienti, ishlov berish yo'nalishi bo'ylab ishqalanish ko'effitsientidan, taxminan 20 % ko'p. Surkov moyi bo'lmaganda va asbobga dag'al ishlov berilganda ishqalanish anizotropiyasi plastik deformatsiyalashda jism shakli buzilishini keltirib chiqarishi mumkin. Masalan, silindrni cho'ktirishda ishqalanish anizotropiyasi natijasida tutashuv yuzalari dumaloqdan ellipsga aylanishi mumkin.

**Deformatsiyalanayotgan jism sirti** E.P. Unksov fikri bo'yicha deformatsiyalanayotgan jism tutashuv yuzasini ishlov berish turi faqat deformatsiyaning boshlanish paytida ahamiyatga ega. Uning keyingi rivojlanishida deformatsiyalanayotgan metallni tutashuv yuzasi silliqlashadi va «asbob yuzasining izi kabi bo'lib qoladi».

**Yuzaning fizik-kimyoviy holati** ishqalanish ko'effitsientiga muhim ta'sir ko'rsatadi. Biroq, ko'p sonli tadqiqotlarga qaramasdan, bu masalada hali to'liq oydinlik yo'q. Har holda A.K. Chertavskiy, K.N. Kap va boshqalarning ishlaridan kelib chiqadiki, sovuq deformatsiyada namunalarning tutashuv yuzasini oksid va ifloslanishlardan yaxshilab tozalaganda ishqalanish ko'effitsienti ortadi. O'z navbatida oksidlarning turi va qalinligi, ishqalanish ko'effitsientiga ahamiyatli ta'sir ko'rsatadi, xususan, oksid parda qalinligini ortishi ishqalanish ko'effitsientini oshishiga olib keladi.

**Ishlov berilayotgan qotishmaning kimyoviy tarkibi.** Tajriba tadqiqotlari deformatsiyalanayotgan qotishma kimyoviy tarkibini ishqalanish ko'effitsientiga ta'siri haqida hozircha mos keluvchi natijalar bermayapti. Masalan, L.A. Shofmanning moysiz sovuq cho'ktirishdagi tajribalari bo'yicha, asbobni polirovkalangan (silliqlangan) yuzasida ishqalanish ko'effitsienti po'lat uchun minimal, dyuralyumin uchun maksimal, mis uchun kattaligi bo'yicha oraliqda bo'lib chiqdi.

S.I. Gubkin ma'lumotlari bo'yicha, moysiz deformatsiya uchun  $0,5 T_{ER}$  dan kam temperaturalarda ishqalanish ko'effitsientining kamayishi qotishmalarning quyidagi tartibiga mos keladi: po'lat va alyuminiy qotishmalari, magniy qotishmalari, og'ir rangli qotishmalar, issiqqa bardoshli rangli qotishmalar. Tajribalarning mos kelmasligi ehtimol, sinalayotgan namunalarda

fizik-kimyoviy holatini o'xshamasligi natijasi hisoblanadi va bu qotishmaning kimyoviy tarkibiga qaraganda katta ahamiyat kasb etadi.

**Deformatsiya temperaturasi.** Turli tadqiqotchilarning tajribalari natijalarida qarama-qarshiliklar bo'lishiga qaramay, deformatsiya temperaturasi oshishi bilan tutashuvdagi ishqalanish koeffitsienti avval ko'payadi va taxminan 500-800°S temperaturalarda maksimumga yetadi, keyin esa yana boshlang'ichga yaqin kattalikga qadar pasayadi. E.P.Unksov maksimum mavjudligini jadal okalina (kuyindi) hosil bo'lish jarayoni bilan, keyingi pasayishni esa - plastiklikni oshishi va deformatsiyalashga qarshilikni kamayishi bilan tushuntiradi.

**Deformatsiyalash tezligi.** S.I. Gubkin, M.V. Vrasskiy, I.M. Pavlov va boshqalarning tadqiqotlari aniq ko'rsatadiki, metallni asbob yuzasi bo'yicha nisbiy sirpanish tezligini kattalashishi bilan, ya'ni deformatsiyalash tezligi oshishi bilan, ishqalanish koeffitsienti kamayadi. Xususan, molotda ishlov berishdagi tutashuv ishqalanish koeffitsienti, presslarda ishlov berishga qaraganda, 20-25% kam bo'ladi.

**Moylash.** Moylash ishqalanish koeffitsientini pasaytirish uchun nihoyatda katta ahamiyatga ega. To'g'ri tanlangan moy ishqalanish koeffitsientini bir necha marta kamaytiradi. Moy mustahkam moylash qatlami hosil qilishi, tutashuv yuzasiga yaxshi yopishishi va shu vaqtning o'zida, undan ishlov berishdan keyin yetarlicha yengil ketkazilishi kerak.

Sovuq deformatsiyalash uchun zamonaviy moylash tarkiblarini tayyor andozasi turli tumanligi va murakkabligi bilan ajralib turadi. Surkov moylari tarkibiga mineral va organik yog'lar, faollashtiruvchi prisadkalar (olein kislotasi, oltingugurt), shuningdek neytral (betaraf) to'ldiruvchilar (grafit, bo'r, talb) va boshqa moddalar kiradi. Issiq ishlov berishda surkov moyi sifatida mazut, yog'och qipig'i, kolloid grafit, shisha va boshqalar qo'llaniladi.

Tutashuv ishqalanish metallarini bosim bilan ishlashda juda katta ahamiyatga ega. Ishqalanish mavjudligi natijasida eng avvalo konturdagi shartlar o'zgaradi. Tutashuv yuzasining har bir nuqtasida yuzaga urinma bo'yicha yo'nalgan elementar ishqalanish kuchlari hosil bo'ladi. Bu deformatsiyalanayotgan jismning

tutashuv yuzasida urinma kuchlanishlar paydo bo'lishini keltirib chiqaradi. Shuning uchun, kuchlangan holat sxemasi o'zgaradi, kuchlanishlar notekisligi ortadi, demak, bundan kelib chiqadigan barcha oqibatlari bilan deformatsiyalar notekisligi ham kattalashadi.

Masalan, cho'ktirishda ishqalanish kuchlari borligi kuchlanishlarning hajmiy sxemasini yaratadi, ayni paytda, ishqalanish bo'lmaganda, chiziqli kuchlangan holat bo'lar edi.

Tutashuv ishqalanish kuchlari pirovard natijada faol yuklama bilan yengiladi. Demak, tutashuv ishqalanishi zaruriy deformatsiyalovchi kuchni, solishtirma deformatsiyalashga qarshilikni va deformatsiya ishini, ishqalanish koeffitsienti qancha katta bo'lsa, shunchalik katta darajada oshiradi.

Agar, kelishib olinganidek Kulon qonuni ishlatilsa, unda tutashuv ishqalanishi elementar kuchi  $R_E$  ushbu tarzda ifodalanadi:  $R_E = \mu\rho_H$ ; bu yerda:  $\mu$  - plastik deformatsiyalashda tutashuv ishqalanishi koeffitsienti;  $\rho_H$  - asbobning metall yuzasiga normal solishtirma bosimi.

Normal bosim normal kuchlanishga, elementar ishqalanish kuchi esa - urinma kuchlanishiga teng bo'ladi. Demak, bunday yozish mumkin:

$$\tau = \mu\sigma_n$$

Ammo, yozilgan ifodaga tegishli muhim eslatma qilish lozim. Gap shundaki, plastiklik sharti bo'yicha urinma kuchlanishning maksimal kattaligi yassi deformatsiyalangan holatda  $\frac{\sigma_s^*}{2}$  dan va chekka kuchlanishlardan biriga teng  $\sigma_{CT}$  da

$-\frac{\sigma_s}{2}$  dan ortiq bo'lishi mumkin emas, ya'ni  $\tau_{max} \leq \frac{\beta\sigma_s}{2}$ .

Shuning uchun tutashuv ishqalanishi tutashuv yuzasida faqat ushbu chegaralarda urinma kuchlanishlar uyg'otishi mumkin:

$$\mu\sigma_n = \tau \leq \frac{\beta\sigma_s}{2} \quad (3.35)$$

Berilgan  $\mu$  da  $\sigma_n$  oshadigan bo'lsin; bir vaqtda  $\tau$  ham ortadi, faqat  $\mu\sigma_n$  ko'paytmasi  $\frac{\beta\sigma_s}{2}$  ga teng bo'lgunga qadar.

$\sigma_n$  ning bundan keyingi oshishida urinma kuchlanishlar doimiy bo'lib qoladi, metall donalarining asbob yuzasi bo'yicha sirpanishi esa sekinlashadi.  $\mu$  kattalik o'zgarganda ham o'xshash ko'rinish bo'ladi. Agar, misol uchun, normal kuchlanish  $\beta\sigma_n$  teng bo'lsa, (3.35.) ifodaga  $\mu$  0,5 dan katta qiymatini qo'yish ma'noga ega bo'lmaydi va  $\tau = \frac{\beta\sigma_s}{2}$  sifatida aniqlanadi.

Metallni bosim bilan ishlashning ko'pchilik operatsiyalari uchun ishqalanish zararli omil hisoblanadi. Shuning uchun ishqalanish koeffitsientini kamaytirish choralarini ko'rish kerak. Ular orasida ezuvchi asbob yuzasining ishlov sifatini oshirish va surkov moylari qo'llash eng samaralidir.

## **4-bob. DEFORMATSIYALOVCHI KUCHLAR VA DEFORMATSIYA ISHINI ANIQLASH USULLARI.**

### *4.1. Umumiy qoidalar.*

Bolg'alash va shtamplash operatsiyalarida, ayrim istisnolardan tashqari, mashinaning ishchi organi va unga mahkamlangan asbob deformatsiyalash davrida to'g'ri chiziqli ilgari lanma harakatga ega bo'ladi. Mashina asbobda uning harakat yo'nalishi bo'yicha deformatsiyalash davrini har bir paytida o'stirishi kerak bo'lgan faol kuch doimo deformatsiyalanayotgan jism ko'rsatayotgan qarshilikka teng bo'ladi. Bu faol kuchni deformatsiyalovchi kuch yoki deformatsiyalovchi zo'riqish deb ataymiz. Berilgan operatsiyadagi deformatsiyalovchi kuchni bilish, tushunarliki, uni amalga oshirish uchun mashinani to'g'ri tanlash imkonini beradi.

Agar mashinaning ishchi organi ilgari lanma emas, balki aylanma harakatga ega bo'lsa, masalan, valkali va to'g'ri mashinalarda, prokatka, valsovka, egish va to'g'rilash jarayonlarida ishning mohiyati o'zgarmaydi. Bu hollarda, valkalarga bosimdan tashqari, talab etilgan burovchi momentni ham shuningdek bilish zarur.

Bundan keyin, bayon etishni soddalashtirish uchun ilgari lanma harakatga ega asbobga moslab fikr yuritamiz. Bu, shunga qaramay xulosalarni aylanma harakatli asbob amalga oshiradigan deformatsiyalash jarayonlariga tarqatishga to'sqinlik qilmaydi.

Deformatsiyalovchi kuch deformatsiyalanayotgan jismga yoki jismning deformatsiyalanayotgan uchastkasiga, yoki qo'zg'aluvchan ezuvchi asbobni u bilan bevosita tutashuvi bilan; yohud unga tutash jismning plastik deformatsiyalanmaydigan uchastkalari vositasi orqali uzatilishi mumkin. Cho'ktirish, cho'zish, teshish, siqib chiqarish, hajmiy shtampovkalash va boshqa operatsiyalarda deformatsiyalovchi kuch qo'zg'aluvchan asbobni jism bilan tutashuv yuzasi orqali uzatiladi. Tolalash, list materialini cho'zish, egishning ba'zi hollarida va burashda ikkinchi holat o'rinli bo'ladi.

Deformatsiyalovchi kuchni kattaligini aniqlash uchun tutashuv yuzasidagi yoki (haqiqiy yoki shartli) yuzadagi deformatsiya manbai cheklab turuvchi (ikkinchi hol uchun) kuchlanishlar kattaligi va taqsimlanishini bilish zarur. Qandaydir operatsiyada asbobning  $S$  strelka bo'yicha harakat yo'nalishida faol kuch ta'sir etadigan tutashuv yuzasi  $AV$  yuza bo'lsin, normal kuchlanishlarining taqsimlanishi esa  $ab$  epyura bilan ifodalanadi (54-rasm).

Tutashuv yuzasining qayeridadir elementar uchastka  $dF_K$  olamiz. Bu uchastkaga ta'sir etayotgan normal elementar kuch ushbuga teng bo'ladi.

$$dP_n = \sigma_n dF_K \quad (a)$$

bu yerda:  $\sigma_n$  - normal kuchlanish.

Asbobning harakat yo'nalishi bo'yicha, shu yo'nalish bo'yicha  $dP_n$  kuchning tashkil etuvchisi bo'lgan  $dP$  ta'sir ko'rsatadi.

$$dP = dP_n \cos \alpha \quad (b)$$

bu yerda:  $\alpha$  - normal kuchlanish  $\sigma_n$  yo'nalishi va asbobning harakat yo'nalishi, ya'ni faol kuch o'rtasidagi burchak.

(a) tenglamani hisobga olinsa

$$dP = \sigma_n dF_K \cos \alpha \quad (v)$$

Ammo,  $dF_K \cos \alpha$  ko'paytma tutashuv yuzasining ko'rilyotgan elementar uchastkasini asbob harakati yo'nalishiga, ya'ni deformatsiyalovchi kuch yo'nalishiga perpendikulyar bo'lgan tekislikka proeksiyasi  $dF$  maydongandan boshqa narsa emas:

$$dF = dF_K \cos \alpha \quad (g)$$

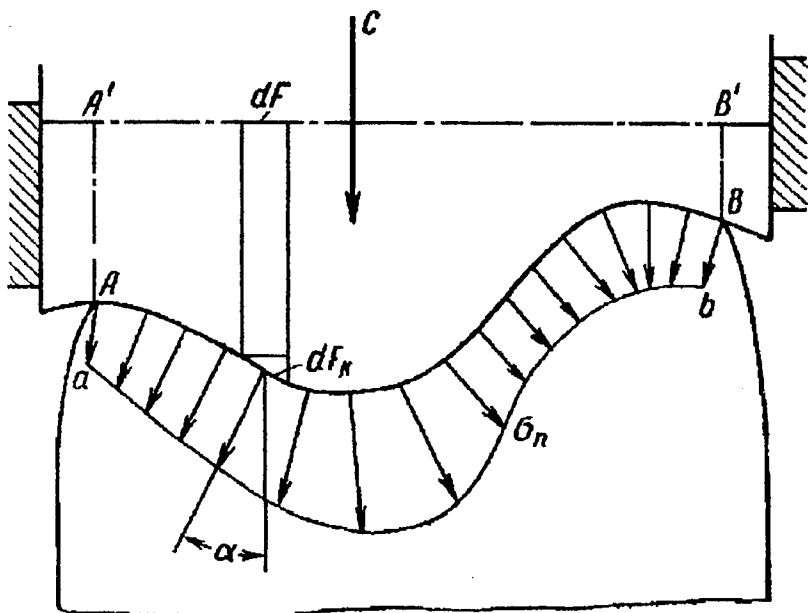
demak,

$$dP = \sigma_n dF \quad (d)$$

(v) va (d) ifodalarni taqqoslash ko'rsatadiki, biz gidravlika-dan ma'lum qoidaga o'xshash natija oldik. Ya'ni «bosimning qandaydir elementar maydongacha proeksiyasi, maydonchanning o'zini,



proeksiya olingan o'qqa perpendikulyar tekislikka proeksiyasiga bo'lgan bosimga teng» (I.B. Yesman).



54-rasm. Kuchlanishlar taqsimlanishining epyurasi.

Deformatsiyalovchi kuchni aniqlash uchun (d) ifodani tutashuv yuzasini asbob harakatiga perpendikulyar tekislikka  $A'B'$  proeksiyasini barcha maydoni bo'ylab tarqatish zarurligi tushunarli, ya'ni

$$P = \iint_F \sigma_n dF \quad (4.1)$$

Agar  $\sigma_n$  ni  $F$  maydonda joylashgan nuqtalarning koordinati funksiyasi sifatida ifodalash yoki aksincha, bu koordinatlarni  $\sigma_n$  kuchlanish berilgan koordinatlar orqali ifodalash mumkin bo'lsa umuman, (4.1) integralni yyechish doimo mumkin.

To'g'ri burchakli koordinatlarga keltirilganda (4.1) ifodali ushbu ko'rinishni oladi:

$$P = \iint_F \sigma_n dydx \quad (4.1a)$$

Qutb koordinatlariga keltirilganda esa:

$$P = \iint_F \sigma_n \rho \cdot d\rho \cdot d\theta \quad (4.1b)$$

Faol kuch jismning deformatsiyalanmaydigan uchastkalari orqali uzatiladigan holda ham (4.1) ifoda o'z kuchida qoladi.

$\sigma_n$  faqat bitta koordinataning funksiyasi bo'lgan ko'plab hollarda, ikki karra integrallash zaruriyati amaliy yo'qoladi. Bu keyinroq ko'rinadi.

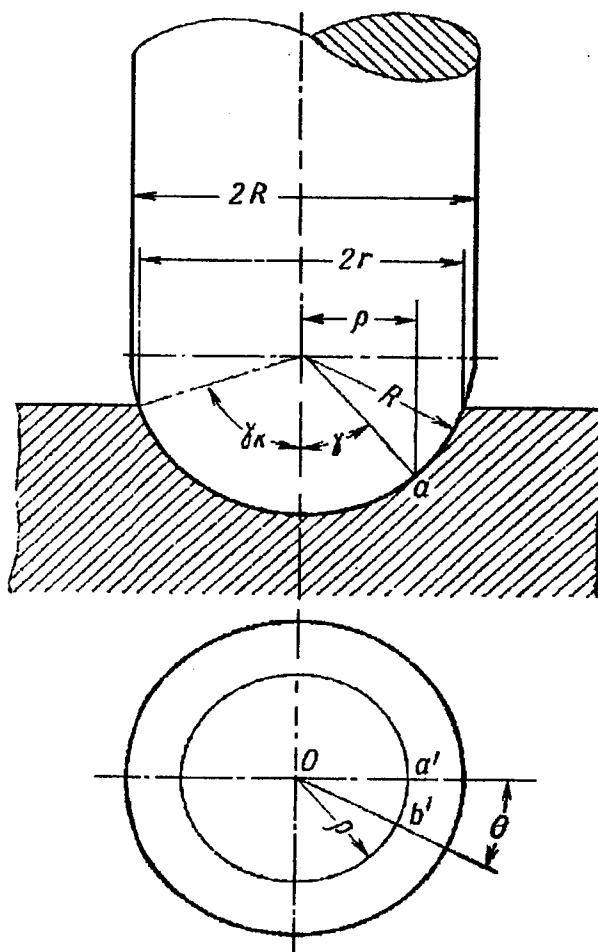
Agar  $\sigma_n$  normal kuchlanish doimiy kattalikdan iborat bo'lsa yoki uning o'rtacha qiymati bilan almashtirilishi mumkin bo'lsa, unda (4.1) ifodada  $\sigma_n$  integral belgisi tashqarisiga chiqarilishi mumkin. Bu holda ushbuga ega bo'lamiz:

$$P = \sigma_n F; \quad \sigma_n = \text{const} \quad \text{bo'lganda.} \quad (4.2)$$

(4.2) ifoda gidravlikadan ma'lum bo'lgan qoidaga mos keladi: «Egri chiziqli devor his qilayotgan bosimning (qandaydir o'qqa) proeksiyalari yig'indisi, devorning eslangan o'qqa perpendikulyar tekislikka proeksiyasiga ko'paytirilgan bosimga teng» (A.M. Samus).

Kuchlarni proeksiyalashni (loyihalashni) tutashuv yuzalarini proeksiyalash (loyihalash) bilan almashtirish qoidasi, bosim bilan ishlov berishga nisbatan qo'llashda, birinchi bo'lib I.M. Pavlov tomonidan ko'rib chiqilgan va S.I. Gubkin tomonidan umumlashtirilgan. Deformatsiyalovchi  $P$  kuchni doimo musbat deb hisoblaymiz, shuning uchun bundan keyin (4.1) formulalarga normal kuchlanishlarning mutlaq (absolyut) qiymatlarini qo'yamiz.

(4.1) integralni yyechishga misol ko'rib chiqamiz. Silindrik puanson sharsimon uchi bilan 55-rasmda tekisligi bilan chegaralangan plastik muhitga (metallga) botayotgan (kirayotgan) bo'lsin (ko'rilayotgan muhitni atrofga va chuqurlikka tarqalishini puanson o'lchamlari bilan taqqoslaganda yetarlicha katta deb qabul qilamiz).



55-rasm. Plastik muhitga botayotgan silindrik puasson.

Normal kuchlanishlarning tutashuv yuzasida ishqalanish bo'lmaganda taqsimlanishini A.D. Tomlenov bo'yicha ushbu formula bilan ifodalash mumkin:

$$\sigma_n = \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma\right)$$

Shunday qilib,  $\sigma_n$  kuchlanish faqat  $\gamma$  burchak funksiyasidir. (4.1) integralni ushbu holda (4.1b) shaklida qo'llash qulay:

$$P = \iint_F \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma\right) \rho \cdot d\rho \cdot d\theta$$

55- rasmdan ko'rinadiki,  $\sigma_n$  kuchlanishni tutashuv proeksiyasi nuqtalarining koordinatlari orqali ifodalash mumkin:

$$\sin \gamma = \frac{\rho}{R}$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\rho}{R}\right)$$

$$\sigma_n = \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{\rho}{R}\right)\right)$$

demak

$$P = \iint_F \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{\rho}{R}\right)\right) \rho \cdot d\rho \cdot d\theta$$

Integrallashni  $\theta = 0$  dan  $\theta = 2\pi$  gacha va  $\rho = 0$  dan  $\rho = r$  gacha chegaralarda bajarish kerak.

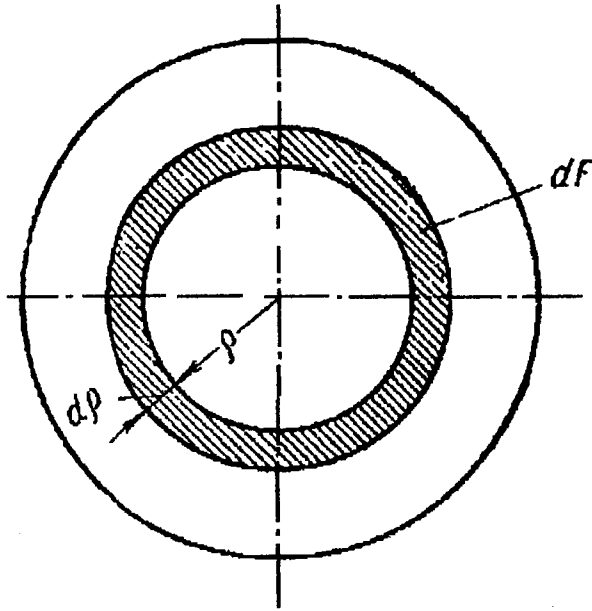
$$P = \int_0^r d\rho \int_0^{2\pi} \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{\rho}{R}\right)\right) \rho \cdot d\theta$$

$\theta$  bo'yicha integrallab, ushbuga ega bo'lamiz:

$$P = 2\pi \sigma_s \int_0^r \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \arcsin\left(\frac{\rho}{R}\right)\right) \rho \cdot d\rho$$

$\rho$  bo'yicha integrallashdan so'ng esa ushbuni olamiz:

$$P = \pi r^2 \sigma_s \left[ 1 + \frac{\pi}{2} - \left( 1 - \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{R^2}{r^2} \right) \right) \arcsin \left( \frac{r}{R} \right) - \left( \frac{1}{2} \right) \left( \frac{R}{r} \right) \sqrt{1 - \frac{R^2}{r^2}} \right]$$



56-rasm. Elementar maydonni ko'rinishi

$r = R$  bo'lgan, chegaraviy hol uchun kuch bunday bo'ladi

$$P = \pi R^2 \sigma_s \left( 1 + \frac{\pi}{4} \right) \approx 1,8 \pi R^2 \sigma_s$$

Ko'rilayotgan holda  $\sigma_n$  kuchlanish  $\theta$  koordinataga bog'liq bo'lmagani uchun  $dF$  elementar maydonni biz ushbu ko'rinishda olishimiz mumkin edi (56-rasm)

$$dF = d\rho \cdot 2\pi\rho$$

va (4.1) tenglama asosida bunday yozishimiz mumkin:

$$P = \int_0^r 2\pi\sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma\right) \rho \cdot d\rho$$

ya'ni, ikki karra integralni bitta bilan almashtirish mumkin.

Keltirilgan yyechimda biz  $\gamma$  koordinatani  $\rho$  koordinata orqali ifodaladik. Aksincha qilish ham mumkin.

55-rasmdan ko'rinadiki,

$$\rho = R \sin \gamma \quad \text{va} \quad d\rho = R \cos \gamma \cdot d\gamma$$

Ilgarigi ifodaga qo'ysak

$$P = \int_0^{\gamma_K} 2\pi R^2 \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma\right) \sin \gamma \cdot \cos \gamma \cdot d\gamma$$

Integrallab ushbuni olamiz:

$$P = \pi R^2 \sigma_s \left[ \left(1 + \frac{\pi}{2} - \gamma_K\right) \sin^2 \gamma_K + \frac{(2\gamma_K - \sin 2\gamma_K)}{4} \right]$$

$\gamma_K$  ning chegaraviy qiymati  $\frac{\pi}{2}$  bo'ladi. Uni olingan ifodaga qo'yish, ilgari bo'lgani singari ushbuni beradi

$$P = \pi R^2 \sigma_s \left(1 + \frac{\pi}{4}\right) \approx 1,8\pi R^2 \sigma_s$$

Uzatuvchi qo'zg'aluvchan asbob tutashuv yuzasidagi  $\gamma_K$  urinma kuchlanishlar faol, ya'ni deformatsiyalovchi kuchni, ba'zi hollarda, shuningdek asbob harakat yo'nalishi bo'yicha teng ta'sir etuvchini berishi mumkin. Normal kuchlanishlar keltirib chiqaradigan deformatsiyalovchi kuch  $P$  ni aniqlashda qilingani kabi, urinma kuchlanishlar teng ta'sir etuvchisi  $P_\tau$  ni ushbu ifoda bilan aniqlash mumkin:

$$P_\tau = \iint_F \tau_K dF_K \quad (4.3)$$

bu yerda:  $F_K$  - tutashuv yuzasini asbobning harakat yo'nalishiga parallel tekislikka proeksiyasidan yoki umuman, urinma kuchlanishlarining tutashuv yuzasiga proeksiyasi olinayotgan yo'nalishga parallel tekislikka proeksiyasidan iborat bo'ladi.

(4.3) integralni, masalan, prokat valkalarida burovchi momentni aniqlash uchun, hisoblash lozim.

Deformatsiyalovchi kuch  $P$  ni mos ravishdagi maydon  $F$  ga bo'lish bilan [(4.1) tenglamaga qarang] biz solishtirma deformatsiyalashga qarshilikni yoki shuning o'zi bo'lgan **solishtirma oqish bosimi**  $\rho$  ni olamiz. (oxirgi atama S.I. Gubkin tomonidan kiritilgan).

$$\rho = \frac{P}{F} = \frac{\iint \sigma_n dF}{F} \quad (4.4)$$

Ushbu bosim bilan ishlov berish jarayonida solishtirma deformatsiyalashga qarshilikni bilish, har qanday o'lchamlardagi zagotovka uchun deformatsiyalovchi kuchni oson aniqlash imkoniyatini beradi.

Deformatsiyalashda solishtirma qarshilikni deyarli har doim shunday tasavvur etish mumkin

$$\rho = m\sigma_s \quad (4.5)$$

bu yerda:  $m$  - qandaydir o'lchamsiz koeffitsient bo'ladi. U amalga oshirilayotgan jarayon turiga, deformatsiyalanayotgan zagotovka (tanovor) nisbiy o'lchamlari va shakliga, tutashuv ishqalanishi koeffitsientiga bog'liq bo'ladi.

Solishtirma bosim  $\rho$  ni, deformatsiyalovchi kuch  $P$  kabi, doimo musbat deb hisoblaymiz,  $\sigma_s$  o'z navbatida deformatsiyalanayotgan metall tabiatiga, uning holati (mustahkamlanish), temperatura va deformatsiya tezligiga va masshtab koeffitsientiga bog'liq bo'ladi. Demak,  $\sigma_s$  qiymati  $\rho$  ni aniqlashda tajriba ma'lumotlari asosida tanlanishi, deformatsiya sharoitlariga mos kelishi va uning qiymatiga zarur bo'lganda, kerakli koeffitsientlar

(tezlik, masshtab va hokazo) yordamida tuzatishlar kiritilishi lozim.

Bu yerda bayon etilganlarning barchasidan ko'rinadiki, deformatsiyalashda solishtirma qarshilikni aniqlash tajriba uchun muhim ahamiyatga ega va metallarni bosim bilan ishlash jarayonlarini kuch tahlilini asosiy masalasi hisoblanadi.

Faol (deformatsiyalovchi) kuchni qabul qilayotgan jism yuzasidagi normal kuchlanishlar kattaligini belgilovchi qonun ma'lum bo'lsa, kuch (4.1) integralni yyechish bilan oson hisoblanishi mumkinligi, ilgari aniqlab olingan edi. Kuchlanishlarning kattaligi va taqsimlanishini belgilash ancha qiyin. Buning uchun turli usullar mavjud bo'lib, ular asosida kuchlangan va chegaraviy kuchlangan holatlar nazariyasining aynan bir xil qonunlari yotadi. Bunda doimo, deformatsiyalanayotgan zagotovka, hamma nuqtalarda bir xil fizikaviy va mexanik xossalarga ega bir jinsli jism deb qabul qilinadi, ya'ni, undan kelib chiqib kuchlangan holat nazariyasi qurilgan, dastlabki taxmin o'z kuchida qoladi.

#### ***4.2. Muvozanat differensial tenglamalarini plastiklik sharti bilan birga yyechish***

Bu usul muvozanat differensial tenglamalari va plastiklik tenglamasini birgalikda yyechishdan iborat bo'ladi. Tenglamalar ko'rilayotgan aniq masala shartlariga javob beradigan, koordinatlarda (to'g'ri burchakli, silindrik, qutbiy, sferasimon) va shakllarda (hajmiy, o'qqa simmetrik, yassi kuchlangan holat, yassi deformatsiyalangan holat uchun) yoziladi.

Ixtiyoriy doimiylar chegara shartlaridan aniqlanadi. Ishqalanish bo'lganda, tutashuv yuzasida urinma kuchlanishlarni aniqlaydigan, ishqalanish qonuni ham berilishi kerak.

Ishqalanish qonuni amaliy faqat ikki shaklda qabul qilinadi: tutashuv urinma kuchlanishlari, yoki ular yo'nalgan koordinataga bog'liq emas (ya'ni, doimiy) deb hisoblanadi, yoki ular tutashuv yuzasidagi normal kuchlanishlarga proporsional deb hisoblanadi.

Agar masala statik noaniq deb topilsa, unda qo'shimcha ravishda kuchlanishlar va deformatsiyalar orasidagi bog'lanish



tenglamalari, hamda deformatsiyalarni uzluksizligi tenglamasidan foydalaniladi.

Yechim asosan kuchlanishlarni jismni butun hajmi bo'yicha kattaligi va taqsimlanishini berishi kerak, ya'ni jism nuqtalarining, shu jumladan, bevosita faol kuchni qabul qilayotgan yuzasida yotganlarni ham, koordinatlari funksiyasi sifatida kuchlanishlar qiymatlarini berishi kerak. Afsuski, bunday yechim, alohida xususiy hollarda, shunda ham tutashuv yuzalarida ishqalanish kuchlari bo'lmaganda (yoki bo'lmagan deb faraz qilinganda) olinishi mumkin.

Endi differensial muvozanat tenglamalarini yechish mumkinligini turli ko'rinishdagi plastik kuchlangan holat uchun ko'rib chiqamiz.

Hajmiy kuchlangan holatda muvozanatning uchta tenglamasi (2.34) bizning ixtiyorimizda bo'ladi. Unga oltita noma'lum (uchta normal va uchta urinma kuchlanish) va o'sha noma'lumlarni o'z ishga olgan plastik sharti (4.5) kiradi.

Shunday qilib, bu holda biz oltita noma'lum bilan to'rtta tenglamaga ega bo'lamiz va masala ikki karra statik aniqmas bo'ladi. Qo'shimcha kuchlanishlar va deformatsiyalar o'rtasidagi bog'lanishni oltita tenglamasi (4.23a) va deformatsiyalar uzluksizligini uchta tenglamasini ishlatish mumkin. Bu tenglamalar yana ettita noma'lum (oltita deformatsiya va plastiklik moduli) olib kiradi.

Natijada 13 ta noma'lum bilan 13 ta tenglama olamiz. Biroq, noma'lumlar miqdori tenglamalar soniga teng bo'lishiga qaramay, bu tizimni yechimi amaliy mumkin emas. ***Shunday qilib, hajmiy masala*** umumiy ko'rinishda (oltita kuchlanish, ularning har biri uchta koordinataning funksiyasidir) ***hozircha yechilmaydigan hisoblanadi.***

***O'qqa simmetrik kuchlangan holat uchun*** to'rtta noma'lumli ikkita muvozanat tenglamasi (2.35) va o'sha noma'lumlarni o'z ichiga olgan plastiklik sharti (4.14) bor. Shunday qilib, o'qqa simmetrik masala, shuningdek hajmiy singari, statik aniqmas va uni yechish uchun kuchlanishlar va deformatsiyalar o'rtasidagi bog'lanishlar tenglamalarini (to'rtta tenglama, ular to'rtta yangi noma'lumlarni olib keladi) va deformatsiyalar birligi tenglamasini jalb etish talab qilinadi. Hammasi bo'lib sakkizta

noma'lum bilan sakkizta tenglama olamiz. Bundan o'qqa simmetrik masala hajmiy masalaga qaraganda ancha oddiyligi kelib chiqadi. Biroq bu masalani aniq berk yechini, yoki konturdagi urinma kuchlanishlar bo'lmaganda, yoki muvozanat shartiga kiruvchi ikki koordinatdan faqat bittasiga bog'liq bo'lgandagi, alohida xususiy hollar uchungina mavjud.

*Yassi kuchlangan va yassi deformatsiyalangan holatlar uchun* ikkita muvozanat tenglamasi dekart koordinatlarida (2.44) va qutb koordinatlarida (2.45) hamda plastiklik sharti (4.10) va (4.12) ga egamiz. Bu uchta tenglamada uchta noma'lum bor. Shunday qilib, masala statik aniq hisoblanadi. Shunga qaramasdan bu masalaning tenglamalar tizimi ham faqat alohida xususiy hollardagini, ya'ni konturdagi urinma kuchlanishlar nolga teng bo'lganda yoki ular muvozanat tenglamalariga kiradigan ikki koordinatdan bittasiga bog'liq bo'lmaganda aniq berk yechimga ega bo'ladi.

Plastiklik sharti bilan birgalikda muvozanat differensial tenglamalarini integrallash usuli, yuqorida ko'rsatilgan taxminlar bilan olganda, aniq berk yechim beradigan o'qqa simmetrik va yassi masalalar qatoriga, masalan, ushular kiradi: qalin devorli quvurni ichki va tashqi bosim ta'siri ostida plastik muvozanati (A. Nadai, V.V. Sokolovskiy, A.A. Il'yushin); matrisaga o'ralgan (berkitilgan) qalin devorli quvurni cho'ktirish (L. Stepanovskiy); g'adir-budir plitalar orasida cheksiz polosani siqish (L. Prandtl); ponani siqish (A. Nadai); konus shaklini to'ldiruvchi plastik massani muvozanati (V.V. Sokolovskiy); sterjenlarni (o'zaklarni) plastik egish va burash va boshqalar.

Muvozanat differensial tenglamalarini plastiklik sharti bilan birga aniq integrallashdagi o'tib bo'lmas qiyinchiliklar shunga olib keldiki, tadqiqotchilar (S.I. Gubkin, E.P. Unksov, I.M. Pavlov, G. Zaks, E. Zibel va boshqalar) 1920-1930 yillardayoq deformatsiyalovchi kuchlarni aniqlash bo'yicha (cho'ktirish, cho'zish, teshish, siqib chiqarish, prokatlash, tolalab cho'zish va shunga o'xshash) amaliy masalalarni yechishda soddalashtiruvchi fikrlar kiritdilar, har bir holat uchun soddalashtirilgan muvozanat tenglamalari tuzdilar va ularni bosh kuchlanishlarda ifodalangan plastiklik shartlari bilan birgalikda echdilar.

Biroq, soddalashtirilgan tenglamalar tuzishning umumiy uslubiy yo'qligi va soddalashtiruvchi fikrlarni olinadigan natijalar aniqligiga ta'siri hisobga olinmagani oqibatida ba'zan juda katta xatolarga yo'l qo'yilgan. Faqat oxirgi vaqtlarda E.P. Unksov u yoki bu soddalashtiruvchi fikrni ishlatish mumkinligini mufassal nazariy tahlilini o'tkazdi va yaqinlashtirilgan (taxminiy) tenglamalar tuzish uslubini ishlab chiqdi. Ularning to'liq yetarli darajada amaliy aniqligini nazariyada va tajribada isbotlab berdi. Solishtirma deformatsiyalashga qarshilik va deformatsiyalovchi kuchlarni aniqlash bo'yicha E.P. Unksov ishlab chiqqan masalalarni yechish usuli «muhandislik usuli» deb atalgan.

Bu usulni, asosan E.P. Unksov bo'yicha ifodalab beramiz.

### ***4.3. Metallarni bosim bilan ishlashda muvozanatning yaqinlashgan tenglamalari va plastiklik sharti bo'yicha kuchlarni hisoblash usuli asoslari.***

1. Masala o'qqa simmetrik yoki yassiga keltiriladi. Deformatsiyalanayotgan jism shakli murakkab bo'lsa, uni o'qqa simmetrik yoki yassi masala shartlari qo'yilishi mumkin bo'lgan, qator hajmlarga bo'lish kerak.

2. Normal kuchlanishlar taqsimlanishi faqat tutashuv yuzasi uchun aniqlanadi (solishtirma deformatsiyalashga qarshilikni aniqlash uchun shu talab etiladi), jism ichida kuchlanishlar taqsimlanishini ochib berishdan voz kyechiladi.

3. Masala shartlariga javob beradigan shakl va koordinatlarda olingan muvozanat differensial tenglamalari yaqinlashgan shaklga keltiriladi. Buning uchun normal kuchlanishlar koordinatlardan faqat bittasiga bog'liq qilib olinadi.

Shunday qilib, differensial tenglamalar soni bittagacha kamayadi, u aniq muvozanat tenglamalarida bo'ladigan xususiy hosilalar o'rniga oddiy hosilalarni o'z ichiga oladi. Muvozanat differensial tenglamalarini soddalashtirish tartibi bilan biz keyinchalik, metallarni bosim bilan ishlash operatsiyalarini ko'rib chiqishda, tanishmiz.

4. Plastiklik sharti ham yaqinlashtirib ishlatiladi. U quyida keltiriladi.

**Yaqinlashtirilgan plastiklik shartlari.**

Plastiklik sharti umumiy holda ushbu ko'rinishga ega (4.5)

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2 + 6(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX}) = 2\sigma_s^2$$

Uni quyidagi tarzda o'zgartiramiz:

$$\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2} = \sqrt{2\sigma_s^2 - 6(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}$$

yoki

$$\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2} = \sqrt{2}\sigma_s \sqrt{1 - \frac{3(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}{\sigma_s^2}}$$

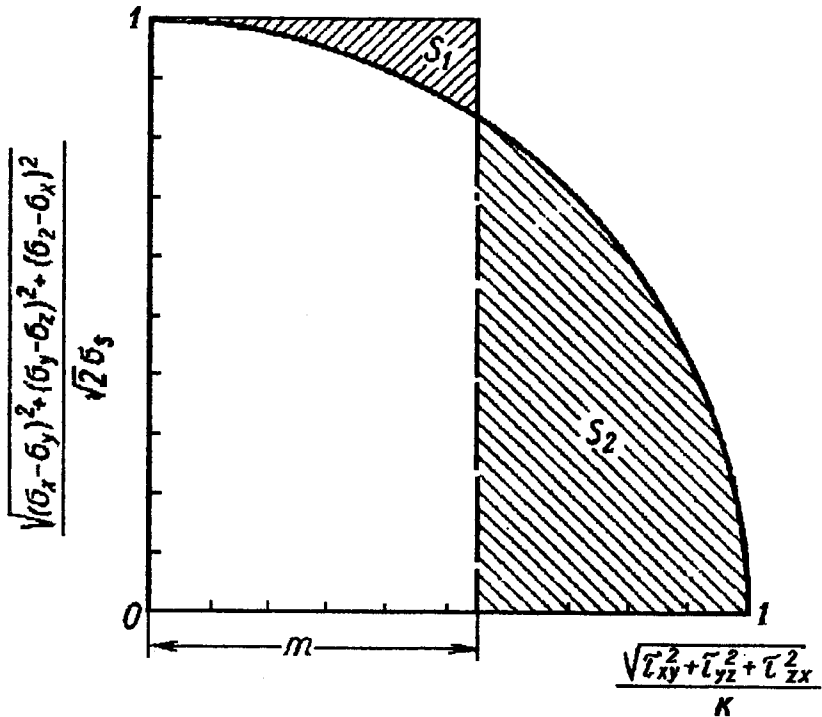
$\sigma_s = \sqrt{3}k$  ekanini hisobga olib, ushbuga ega bo'lamiz

$$\sqrt{(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2} = \sqrt{2}\sigma_s \sqrt{1 - \frac{(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}{k^2}}$$

Ildiz ishorasi ostidagi urinma kuchlanishlar kvadratlarining yig'indisi 0 dan  $k^2$  ga teng chegaraviy kattalikkacha o'zgarishi mumkin. U parametrik o'zgaradi deb qabul qilamiz. U holda tenglamaning chap qismi ( $\sqrt{2}\sigma_s$  ga keltirilgan)

$$\frac{\sqrt{(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}}{k} \text{ funksiyasi sifatida 57-rasmda}$$

ko'rsatilgan grafik bilan tasvirlanadi.



57-rasm. Urinma kuchlanishlar funksiyasining grafigi.

Ko'rish osonki,  $\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX} = 0$  bo'lgan holda biz ushuni olamiz:

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2 = 2\sigma_s^2 \quad (4.6)$$

$\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX} = k^2$  maksimal qiymatda esa

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + (\sigma_Y - \sigma_Z)^2 + (\sigma_Z - \sigma_X)^2 = 0 \quad (4.7)$$

(4.6) va (4.7) ifodalar umumiy holda kuchlangan holat uchun yaqinlashtirilgan plastiklik sharti sifatida ishlatilishi mumkin:

$\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX} \rightarrow 0$  qiymatlarda (4.6) ifoda, (4.7) ifoda esa  $\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX} \rightarrow k^2$ .

U yoki bu yaqinlashgan plastiklik sharti (4.6) va (4.7) ni qo'llanish chegaralarini aniqlaymiz.

$$(5.6) \text{ ifodani } \frac{\sqrt{(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}}{k} = 0 \quad \text{dan}$$

$$\frac{\sqrt{(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}}{k} \quad \text{qandaydir } m \quad \text{kattalikkacha}$$

( $0 \leq m \leq 1$ ) bo'lgan chegaralarida ishlatishda olinadigan  $\Delta_1$  o'rtacha xatolik, chamasi  $S_1$  maydonni (57-rasm)  $m$  ga bo'linganiga teng bo'lsa kerak, ya'ni:

$$\Delta_1 = \left(\frac{1}{m}\right) \left(m - \int_0^m \sqrt{1 - m^2} dm\right)$$

$$(4.7) \text{ ifodani } \frac{\sqrt{(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}}{k} = m \quad \text{dan}$$

$$\frac{\sqrt{(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}}{k} = 1 \quad \text{gacha chegaralarda ish-}$$

latishda olinadigan  $\Delta_2$  o'rtacha xatolik o'xshash tarzda ( $1 - m$ ) ga bo'lingan  $S_2$  maydon bilan ifodalanadi:

$$\Delta_2 = \left(\frac{1}{1 - m}\right) \int_m^1 \sqrt{1 - m^2} dm$$

U yoki bu yaqinlashgan plastiklik shartini qo'llanish chegarasini, ikkita uchastkada ham o'rtacha xatolik  $\Delta$  bir xil bo'lishidan kelib chiqib aniqlashimiz mumkin, buning uchun ushbu zarur.

$$\left(\frac{1}{m}\right) \left(m - \int_0^m \sqrt{1 - m^2} dm\right) = \left(\frac{1}{1 - m}\right) \int_m^1 \sqrt{1 - m^2} dm$$

Bu tenglamaning yechimi  $m = 0,952$  qiymatni beradi va  $\Delta = 0,18$  bo'ladi.

Yaqinlashgan plastiklik shartidan (4.6) va (4.7) bevosita tegishli shartlarni qo'yib, xususiy hollar uchun ifodalar olish oson:

a)  $\sigma_Y$   $\sigma_X$  yoki  $\sigma_Z$  ga teng bo'lsin:

$$\sigma_X - \sigma_Z = \pm \sigma_S = \sqrt{3}k \quad (4.6a)$$

$$\sigma_X - \sigma_Z = 0 \quad (4.7a)$$

b)  $\sigma_Y = \frac{\sigma_X + \sigma_Z}{2}$  (yassi deformatsiyalangan holat):

$$\sigma_X - \sigma_Z = \pm \sigma_S^* = \pm 2k \quad (4.6b)$$

$$\sigma_X - \sigma_Z = 0 \quad (4.7b)$$

v)  $\sigma_Y$  ning oraliq qiymatida, shuningdek yassi kuchlangan holat uchun  $\sigma_X \sigma_Z < 0$  bo'lganda

$$\sigma_X - \sigma_Z = \pm \beta \sigma_S \quad (4.6v)$$

$$\sigma_X - \sigma_Z = 0 \quad (4.7v)$$

g) Yassi kuchlangan holat uchun (umumiy holda)

$$\sigma_X^2 - \sigma_X \sigma_Z + \sigma_Z^2 = \sigma_S^2 = 3k^2 \quad (4.6g)$$

$$\sigma_X^2 - \sigma_X \sigma_Z + \sigma_Z^2 = 0 \quad (4.7g)$$

Yana bir marta eslatib o'tamiz, koordinatlar va koordinatlar tizimi teng huquqlik hisoblanadi. Yaqinlashgan plastiklik shartlari (4.6b) va (4.7b) E.P. Unksov tomonidan tuzilgan va asoslangan; uning uslubi bu yerda ham umumlashgan ifodalar (4.6) va (4.7) ni keltirib chiqarishda qo'llangan.

Ko'pincha amaliy masalalarni yechishda plastiklik sharti berilgan koordinata bo'yicha bitta kuchlanishning hosilasini, o'sha koordinatani o'zida boshqa kuchlanishning hosilasi orqali ifodalash

uchun zarur bo'ladi. Bu masalani o'rganamiz. Plastiklik sharti (4.5) ni, qandaydir koordinata, masalan,  $X$  bo'yicha differensiallab ushbuni olamiz:

$$(2\sigma_X - \sigma_Y - \sigma_Z)\left(\frac{\partial\sigma_X}{\partial x}\right) + (2\sigma_Y - \sigma_X - \sigma_Z)\left(\frac{\partial\sigma_Y}{\partial x}\right) + (2\sigma_Z - \sigma_X - \sigma_Y)\left(\frac{\partial\sigma_Z}{\partial x}\right) = -\frac{6\partial(\tau^2_{XY} + \tau^2_{YZ} + \tau^2_{ZX})}{\partial x}$$

Agar  $\tau$  qiymati parametrik o'zgarsa, ya'ni  $X$  koordinataga bog'liq bo'lmasa, unda tenglamaning o'ng qismi nolga aylanadi:

$$(2\sigma_X - \sigma_Y - \sigma_Z)\left(\frac{\partial\sigma_X}{\partial x}\right) + (2\sigma_Y - \sigma_X - \sigma_Z)\left(\frac{\partial\sigma_Y}{\partial x}\right) + (2\sigma_Z - \sigma_X - \sigma_Y)\left(\frac{\partial\sigma_Z}{\partial x}\right) = 0$$

Bundan tashqari qandaydir kuchlanish, masalan  $\sigma_Y$  boshqa ikkitasidan biriga teng yoki ularning yarim yig'indisini tashkil etadigan bo'lsin (yassi kuchlangan holat). Oldingi ifodaga bunday  $\sigma_Y$  qiymatlarini qo'yib va umumiy holda  $\sigma_X - \sigma_Y = 0$  ekanini hisobga olib, ushbuni olamiz:

$$\frac{\partial\sigma_X}{\partial x} = \frac{\partial\sigma_Z}{\partial x} \quad (4.8)$$

Ushbu koordinata bo'yicha  $\tau$  har qanday doimiy qiymatlarida, (4.8) ifoda yuqorida ko'rsatilgan  $\sigma_Y$  qiymatlari uchun aniq plastiklik sharti bo'ladi. Agar  $\tau$  qiymati ushbu koordinataga bog'liq bo'lsa, u holda (4.8) shart yaqinlashgan bo'ladi.

Shunday qilib, biz yaqinlashgan plastiklik shartlari 4.6 (a,b,v,g), 4.7 (a,b,v,g) va 4.8 ni hosil qildik.



#### *4.4. O'zgartirilgan muvozanat tenglamalarini yechish usuli (xarakteristikalar usuli, sirpanish chiziqlari).*

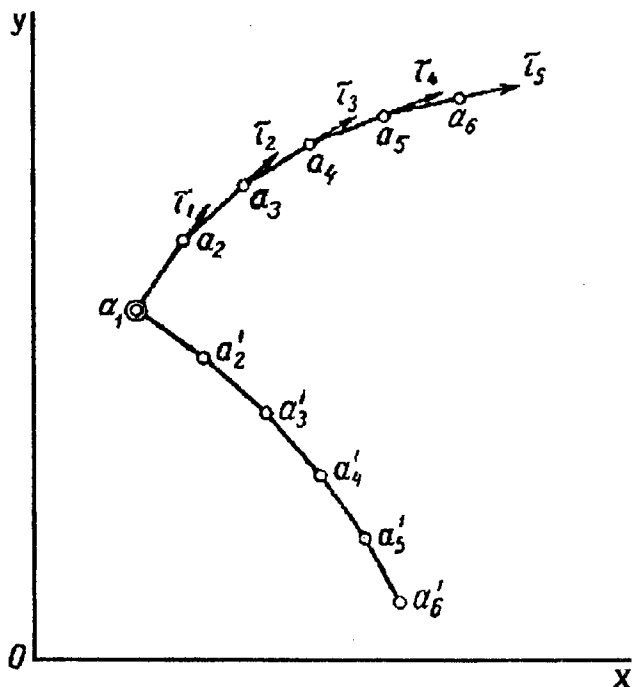
Yassi (va o'qqa simmetrik) masalalarni yechishda qo'llaniladigan bu usul o'z boshlanishini M. Levi (1871), L. Prandtal va G. Genki (20-yillar) ishlaridan oladi. U Rossiya olimlari S.A. Xristanovich, A.A. Il'yushin, V.V. Sokolovskiy, A.Yu. Ishlinskiy, S.G. Mixlin ishlarida katta rivojlanish olgan va K.N. Shevchenko va A.D. Tomlyonovlar metallarni bosim bilan ishlash operatsiyalariga qo'llashda keng ishlatilgan.

Usul oxirgi natijada sirpanish chiziqlarini qurish va ularning xossalardan foydalanishda ifodalanadi.

#### *Sirpanish chiziqlari.*

Yassi deformatsiyalangan holatda bo'lgan jismning  $\mathcal{X}$  tekisligida (58 -rasm) qandaydir  $a_1$  nuqta olamiz va undan bosh urinma kuchlanish  $\tau_1$  ni vektorini qo'yamiz. Bu vektor yo'nalishida  $a_1$  nuqtaga juda yaqin turgan  $a_2$  nuqtaga o'tamiz.  $a_2$  nuqtadan bu nuqtadagi bosh urinma kuchlanishlar  $\tau_2$  ni vektorini qo'yamiz. Vektor  $\tau_2$  umumiy holda  $\tau_1$  vektordan yo'nalishi bo'yicha ham, kattaligi bo'yicha ham farq qiladi. Xuddi shunday tarzda davom etib borib, natijada  $a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6$  va hokazo siniq chiziqni olamiz.

Urinma kuchlanishlar juftligi oqibatida, olingan  $a_1$  nuqtadan ilgari qo'yilganiga perpendikulyar bo'lgan ikkinchi  $\tau$  vektorni qo'yish mumkin bo'lgani uchun, xuddi shunday usulda  $a_1$  nuqtadan ikkinchi siniq chiziq  $a_1' a_2' a_3' a_4' a_5' a_6'$  va hokazoni qurish mumkin. Chiziqlar  $a_1$  nuqtada to'g'ri burchak ostida kesishadi. Bu chiziqlar  $a_1$  nuqtadan boshqa tomonga ham davom etishi mumkinligi tushunarli.



58-rasm. Sirpanish chiziqlari.

$a$  va  $a'$  nuqtalar cheklanmagan yaqinlashuvida siniq chiziqlar silliq egri chiziqlar  $\alpha$  va  $\beta$  ga (59-rasm) aylanadi. Ular bosh urinma kuchlanishlar traektoriyasi yoki sirpanish chiziqlarini tasvirlab ko'rsatadi.

Ushbu sirpanish chiziqlari juftligining har qanday nuqtasidan boshqa sirpanish chiziqlari qurishni boshlash mumkin. Natijada biz umumiy holda  $\alpha$  va  $\beta$  chiziqlar ikki oilasidan egri chiziqli ortogonal sirpanish chiziqlari to'rini olamiz (59-rasm).

Biz sirpanish chiziqlari to'rini qurishni asosanib ko'rsatgan mu'ohazalardan ochiq ko'rinib turibdiki, jismning turli kuchlangan holatlari uchun sirpanish chiziqlari to'ri turlicha bo'ladi, ammo har bir aniq kuchlangan holatga bitta aniq sirpanish chiziqlari turi mos keladi.

Har qanday nuqtadagi sirpanish chiziqlariga urinmalar bosh urinma kuchlanishlar yo'nalishi bilan mos keladi va  $X$  o'qini bir nuqtadan yonidagiga o'tishda bir tekis o'zgaradigan  $\omega$  va  $\omega_1$  burchaklar bilan kesib o'tadi. 59 - rasmdan bevosita kelib chiqadiki,  $\alpha$  oilasi sirpanish chiziqlari uchun

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \omega \quad (4.9)$$

$\beta$  oilasi sirpanish chiziqlari uchun esa

$$\frac{dy}{dx} = -\operatorname{ctg} \beta \quad (4.10)$$

Bu tenglamalar sirpanish chiziqlarining differensial tenglamalaridan iboratdir. Sirpanish chiziqlari deformatsiyalanayotgan jismda D.K. Chernov chiziqlari ko'rinishida haqiqiy aks etadi.

Xuddi sirpanish chiziqlari to'ri kabi, bosh kuchlanishlar traektoriyalari ortogonal to'rini qurish mumkin. Bu traektoriyalar sirpanish chiziqlarini  $\frac{\pi}{4}$  burchak ostida kesib o'tadi.  $a$  nuqta orqali o'tadigan bosh kuchlanishlar traektoriyalari 59 - rasmda punktir chiziq bilan ko'rsatilgan.

Endi yassi deformatsiyalangan holatda kuchlanish tarkibiy qismlarini  $\varphi$  burchak funksiyasi, ya'ni ixtiyoriy o'q  $X$  va bosh o'q 1 o'rtasidagi burchak funksiyasida ifodalovchi formulalarni (2.43a) yozib olamiz:

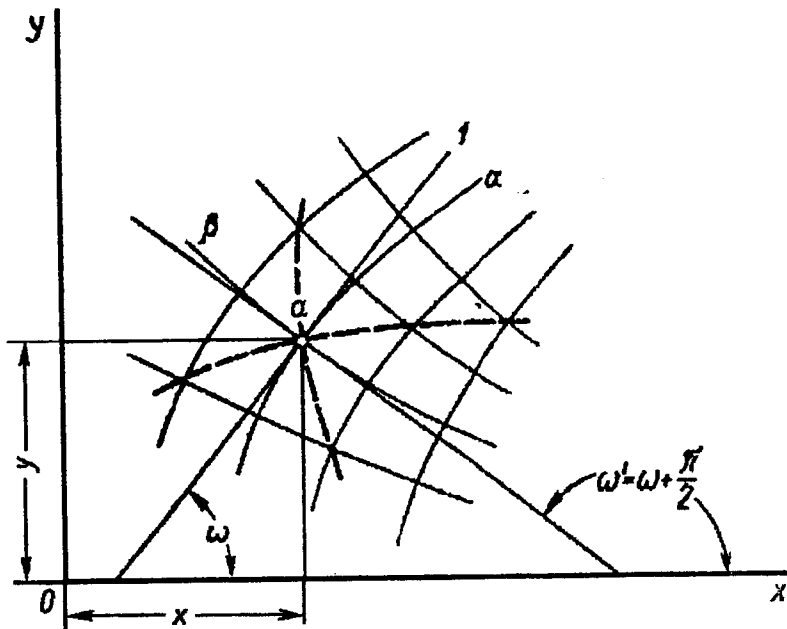
$$\sigma_X = \sigma_{cp} + \tau_{12} \cos 2\varphi$$

$$\sigma_Y = \sigma_{cp} - \tau_{12} \sin 2\varphi$$

$$\tau_{XY} = \tau_{12} \sin 2\varphi$$

Bu ifodalarda  $\varphi$  burchakni  $\omega$  burchak bilan almashtiramiz.  $\omega$  burchak  $\varphi$  burchakdan  $45^\circ$  ga farq qiladi, chunki bosh urinma kuchlanishlar, bosh normal kuchlanishlarga  $45^\circ$  burchak

ostida yo'nalgan. Bir vaqtda plastik deformatsiyada  $\tau_{12} = k$  ekanini hisobga olamiz.



59-rasm. Ortogonal sirpanish chiziqlari to'ri.

Natijada ushbuni olamiz:

$$\sigma_X = \sigma_{cp} + k \cos 2\omega$$

$$\sigma_Y = \sigma_{cp} - k \sin 2\omega$$

$$\tau_{XY} = k \sin 2\omega \quad (4.11)$$

(5.11.) ifodalar plastiklik shartini (4.12) aynan o'xshash qoniqtirishini, shunday xossaga egaligini eslatib qo'yamiz.

$$(\sigma_X - \sigma_Y)^2 + 4\tau_{XY}^2 = 4k^2$$

Haqiqatan ham (4.11) tenglamalarni (3.12) ga qo'yib, ushbuni olamiz:

$$4k^2 = 4k^2$$

Demak, (4.11) ifodalar bilan bundan keyin muomala qilganda plastiklik shartiga murojaat qilmaslik mumkin, chunki plastiklik sharti  $\omega$  ning har qanday qiymatida qanoatlantiriladi.

(4.11) dan kuchlanish qiymatlarini muvozanat differensial tenglamalari (2.44) ga qo'yamiz

$$\frac{\partial \sigma_X}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{XY}}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{XY}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_Y}{\partial y} = 0$$

Ushbuni olamiz:

$$\frac{\partial \sigma_{cp}}{\partial x} + 2k(\cos 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial x}) - \sin 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial y})) = 0 \quad (4.12)$$

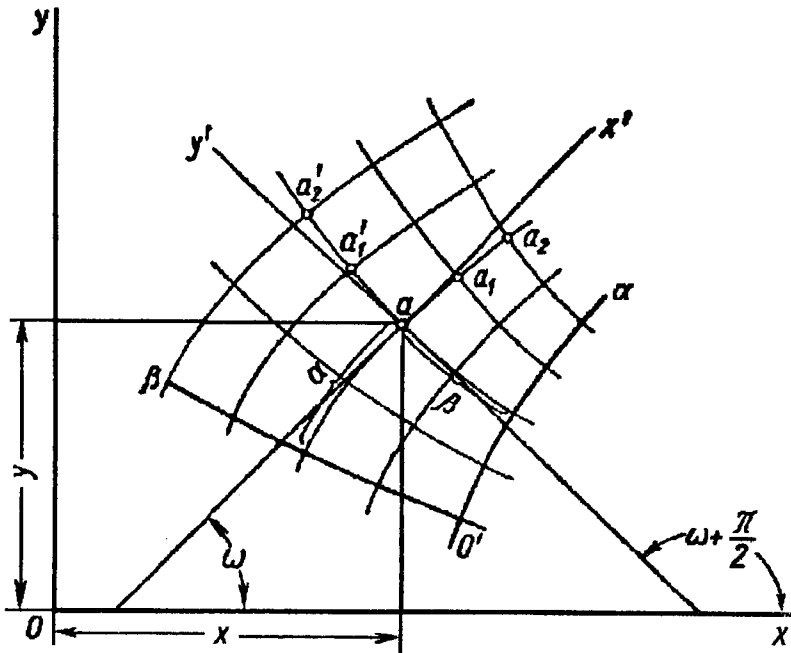
$$\frac{\partial \sigma_{cp}}{\partial y} - 2k(\cos 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial y}) - \sin 2\omega(\frac{\partial \omega}{\partial x})) = 0$$

(4.12) tenglamalarda  $\alpha$  va  $\beta$  egri chiziqli koordinat tizimiga o'tamiz, uning o'rnida sirpanish chiziqlari to'rini qabul qilamiz.

Sirpanish chiziqlari to'ri qanchalik to'la qonuniyatli bo'lsa, shunchalik darajada biz, masalan,  $O'\alpha$  va  $O'\beta$  chiziqlarni egri chiziqli o'qlar sifatida va ularga nisbatan har qanday  $x$  va  $y$  koordinat o'rniga  $\alpha$  va  $\beta$  koordinatli har qanday  $a$  nuqtani (60-rasm) to'rdagi holatini aniqlashni ko'rib chiqishimiz mumkin bo'ladi.

Ravshanki, dekart koordinatlari va egri chiziqli koordinatlar bir-biri bilan funksional bog'langan bo'ladi. Har qanday koordinat tizimida bo'lgani kabi, ko'rilayotgan holda, bitta koordinata bo'ylab, masalan,  $\alpha$  koordinata, nuqtaning  $(a_1, a_2)$  siljishida boshqa koordinata  $\beta$  o'zgarmas (doimiy) bo'lib qoladi,  $\beta$  koor-

dinata bo'ylab  $(a_1', a_2')$  siljishda esa  $\alpha$  koordinata o'zgaras bo'lib qoladi.



60-rasm.  $a$  nuqtaning to'rdagi holatini aniqlash.

Endi  $xy$  tizimning koordinat boshi  $O$  ni ikki sirpanish chizig'i kesishgan ixtiyoriy  $a$  nuqtaga ko'chiramiz va  $x, y$  o'qlarni sirpanish chiziqlari juftligining ushbu nuqtada kesishadigan  $x'$  va  $y'$  urinmalari bo'ylab yo'naltiramiz. (4.11) tenglama, shuning uchun (4.12) ham bu vaqtda, (4.11) ni keltirib chiqarishda o'qlar yo'nalishi ixtiyoriy qabul qilingani sababli o'z kuchida qoladi.

$a$  nuqtaning cheksiz kichik atrofida  $\alpha, \beta$  tizim yoyi elementlarini, yangi  $x, y$  o'qlar yo'naltirilgan urinmalar bilan mos keladigan deb hisoblash mumkin, shunday ekan,

$$dx = d\alpha ; dy = d\beta \text{ va } \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \alpha} ; \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial \beta}$$

deb qabul qilish mumkin.

Burchak  $\omega$  esa o'qlarni sirpanish chiziqlariga urinmalar bilan mos kelgani sababidan endi nolga teng bo'ladi. Biroq,  $\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}$

va  $\frac{\partial \omega}{\partial \beta}$  nolga aylanmaydi, chunki  $\omega$  burchak egri chiziqli koordinat yo'nalishlari bo'ylab o'zgaradi. Aytilganlarni hisobga olib va (4.12) da  $x, y$  bo'yicha hosilalarni  $\alpha, \beta$  bo'yicha hosilalar bilan almashtirib ushbuni olamiz:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tau_{cp}}{\partial \alpha} + 2k\left(\frac{\partial \omega}{\partial \alpha}\right) &= 0 \\ \frac{\partial \tau_{cp}}{\partial \beta} - 2k\left(\frac{\partial \omega}{\partial \beta}\right) &= 0 \end{aligned} \quad (4.13)$$

(4.13) ni keltirib chiqarishda  $a$  nuqta ixtiyoriy olingani uchun bu tenglamalar har qanday nuqta uchun ham haqiqiy bo'ladi. Shunday qilib biz (4.12) da,  $x, y$  koordinatdan yangi  $\alpha, \beta$  koordinatlarga o'tdik. (4.13) tenglama shuningdek muvozanat differensial tenglamalari bo'ladi va shu bilan birga plastiklik shartlarini qanoatlantiradi.

(4.13) tenglamalarni birinchisini  $\alpha$  bo'yicha, ikkinchisini  $\beta$  bo'yicha integrallab ushbuni olamiz:

$$\sigma_{yp} + 2k\omega = C_1 \quad (a)$$

$$\sigma_{yp} - 2k\omega = C_2 \quad (b)$$

Modomiki biz xususiy hosilali tenglamalarni integrallagan ekanmiz, yuqorida keltirilgan yechim tuzatishlar kiritishni talab

etadi. Gap shundaki, bitta o'zgaruvchi bo'yicha differensiallaganda boshqa funksiya o'zgarmas deb qabul qilinadi va uning hosilasi nolga aylanadi. Shunday ekan, tenglama tarkibida  $\beta$  ga bog'liq, (4.13) ning birinchi tenglamasida hosilasi nolga aylangan qandaydir funksiya bo'lishi mumkin. Bu holatni (a) tenglamada hosila doimiysi  $C_1$  ni  $\beta$  ga bog'liq ixtiyoriy funksiya bilan almashtirayotganda hisobga olish kerak. Bu (b) tenglamaga ham tegishli. Unda  $C_2$  doimiyni  $\alpha$  ning ixtiyoriy funksiyasi bilan almashtirish kerak. Aytilganlarni e'tiborga olib, (a) va (b) tenglamalarni uzil-kesil ushbu shaklda yozish lozim bo'ladi:

$$\begin{aligned}\sigma_{yp} + 2k\omega &= \xi(\beta) \\ \sigma_{yp} - 2k\omega &= \eta(\alpha)\end{aligned}\tag{4.14}$$

$\xi(\beta)$  va  $\eta(\alpha)$  ixtiyoriy funksiyalar nuqtani mos ravishda  $\alpha$  tizim va  $\beta$  tizimni aynan bir sirpanish chiziqlari bo'ylab siljishida doimiy qiymatga ega bo'ladi va faqat bitta tavsifdan boshqasiga o'tganda o'zgaradi.

Bu tenglamalar G. Genki integrallari nomini olgan.

Agar,  $\alpha, \beta$  sirpanish chiziqlari bizga doimo ma'lum bo'lganda edi, u holda G. Genki integrallari yassi deformatsiya masalasini mustahkamlanish bo'lmagandagi umumiy yechimi bo'lar edi.

Berilgan sirpanish chizig'ining  $M$  nuqtasida kuchlanish  $\sigma_{yp} = \sigma_{yp.M}$  va  $\omega = \omega_M$ , o'sha chiziqning boshqa  $N$  nuqtasida  $\sigma_{yp} = \sigma_{yp.N}$  va  $\omega = \omega_N$  bo'lsin.

Bu ma'lumotlarni, masalan (4.14) tizimini birinchi tenglamasiga qo'yib ushuni olamiz:

$$\begin{aligned}\sigma_{yp.M} + 2k\omega_M &= \xi(\beta) \\ \sigma_{yp.N} + 2k\omega_N &= \xi(\beta)\end{aligned}$$

Ammo nuqtani aynan bir sirpanish chizig'i bo'ylab siljishida ixtiyoriy funksiya o'zgarmani uchun:



$$\sigma_{yp.M} + 2k\omega_M = \sigma_{yp.N} + 2k\omega_N$$

mos ravishda ikkinchi tenglama ushbuni beradi.

$$\sigma_{yp.M} - 2k\omega_M = \sigma_{yp.N} - 2k\omega_N$$

Oxirgi ifodalarni birlashtirib va bir oz o'zgartirib, ushbuni olamiz:

$$\sigma_{yp.M} - \sigma_{yp.N} = \pm 2k(\omega_M - \omega_N) \quad (4.15)$$

$\omega_M - \omega_N$  ni  $\omega_{MN}$  orqali belgilab, bu yerda  $\omega_{MN}$   $M$  nuqtadan  $N$  nuqtaga o'tganda sirpanish chizig'ini burilish burchagidan iborat bo'ladi, ushbuga ega bo'lamiz:

$$\sigma_{yp.M} - \sigma_{yp.N} = \pm 2k\omega_{MN} \quad (4.15a)$$

(4.14.) tenglama  $\sigma_{yp}$  o'zgarishi sirpanish chizig'ini burilish burchagiga proporsional, proporsionallik koeffitsienti esa  $2k$  katalik bo'lishini ko'rsatadi.

Agar sirpanish chiziqlari ma'lum bo'lsa, shuningdek uning bitta nuqtasidagi  $\sigma_{yp}$  kuchlanish ma'lum bo'lsa (masalan, chegara shartlaridan), unda (4.15a) ifoda boshqa har qanday nuqtadagi kuchlanishni oson aniqlashga imkon beradi, bu ushbu ifodaga muhim ahamiyat kasb etadi.

(4.14.) ni birinchi tenglamasini avval  $\alpha$  bo'yicha, keyin esa  $\beta$  bo'yicha differensiallab va ikkinchi tenglamani teskari tartibda differensiallab, biridan ikkinchisini ayirib ushbuni olamiz:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial \alpha \cdot \partial \beta} = 0 \quad (4.16)$$

Bu tenglamani  $d\beta$  bo'yicha integrallaymiz (xususiy hosilali tenglamalarni integrallash xususiyatlarini hisobga olgan holda):

$$\frac{\partial \omega}{\partial \alpha} = f(\alpha)$$

Yana bir marta  $d\alpha$  bo'yicha integrallaymiz:

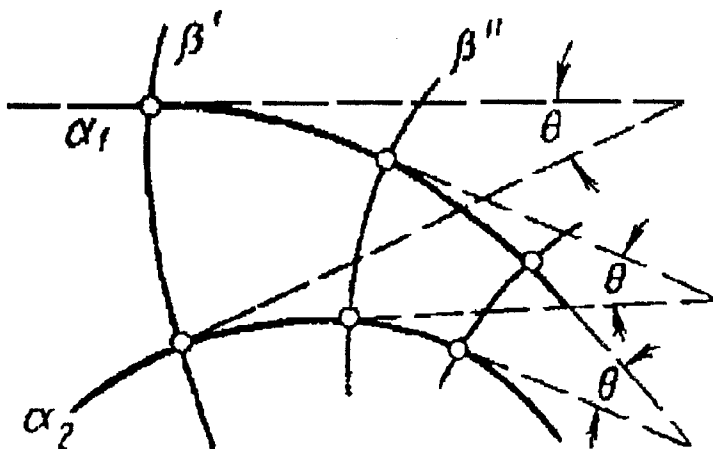
$$\omega = \int f(\alpha) \cdot d\alpha + \psi\beta = \varphi(\alpha) + \psi(\beta)$$

$f(\alpha)$  ixtiyoriy funksiya bo'lgani uchun,  $\int f(\alpha) \cdot d\alpha$  ham ixtiyoriy funksiya bo'ladi. Uni biz  $\varphi(\alpha)$  orqali belgiladik.

$\alpha$  tizimning qandaydir ikkita sirpanish chiziqlari  $\alpha'$  va  $\alpha''$  olamiz, ularning har biri bo'ylab  $\beta$  koordinat doimiy (o'zgarmas). Ularni mos ravishda  $\beta^1$  va  $\beta''$  bilan belgilaymiz. Shunday ekan,  $\psi(\beta^1) = const$  va  $\psi(\beta'') = const$ .  $\alpha'$  chiziq uchun urinmalarning og'ish burchaklari  $\omega$  ni  $\omega'$  orqali va  $\alpha''$  uchun mos ravishda  $\omega''$  bilan belgilaymiz.  $\omega$  uchun olingan tenglamalardan foydalanib, ushbuga ega bo'lamiz:

$$\omega' = \varphi(\alpha) + \psi(\beta')$$

$$\omega'' = \varphi(\alpha) + \psi(\beta'')$$



61-rasm. Urinmalar orasidagi  $\theta$  burchak

$\beta$  tizimning aynan bir chizig'i bilan kesishish nuqtalarida,  $\alpha'$  va  $\alpha''$  chiziqlariga ikki urinmalar orasidagi  $\theta$  burchakni

aniqlaymiz (61-rasm). Bu nuqtalarda  $\alpha$  koordinat qiymatlari bir xil bo'ladi, demak  $\varphi(\alpha)$  qiymatlari ham bir xil bo'ladi.  $\theta$  burchak esa  $\omega'$  va  $\omega''$  burchaklar farqiga teng, ya'ni

$$\theta = \omega' - \omega'' = \psi(\beta') - \psi(\beta'') = \text{const} \quad (4.17)$$

Shunga o'xshash usulda, biz boshqa oilaning chiziqlar jufti uchun, xuddi shunday natija olishimiz mumkin edi.

Shunday qilib, biz sirpanish chiziqlarining yana bir xossasini keltirib chiqardik: bir oiladagi ikki sirpanish chiziqlariga, ularni boshqa oila sirpanish chiziqlari bilan kesishish nuqtalarida urinmalar o'rtasidagi burchak doimiy bo'lib qoladi (61-rasm).

Sirpanish chiziqlari erkin (bo'sh) yoki tutashuv yuzasiga chiqadi. Erkin yuzada shuningdek tutashuvda ishqalanish bo'lmaganda  $\tau_{ZY} = 0$ . (4.11) tizimni uchinchi tenglamasidan bu qiymat uchun ushbuni olamiz.

$\cos 2\omega = 0$ , bundan  $\omega = \pm 45^0$  ya'ni, ikkala oilaning sirpanish chiziqlari erkin yuzani yoki tutashuv yuzasini ishqalanish bo'lmaganda doimiy  $45^0$  burchak ostida qilib o'tadi.

Agar ishqalanish maksimal qiymatga yetsa, unda  $k$  maksimal kattalikka yetadi. Bu paytda

$$\cos 2\omega = 1; \omega = 0; \omega_1 = \omega \pm 90^0 = \pm 90^0$$

Shunday qilib, bu holda tutashuv yuzasi bir oila sirpanish chiziqlari uchun eguvchi, boshqa oila chiziqlari esa bu yuzaga normal bo'ladi.

Tutashuv urinma kuchlanishlarining oraliq qiymatlarida  $\omega$  burchaklar qiymatlari shuningdek oraliqda bo'ladi:

$$0 \leq \tau \leq k$$

$$\frac{\pi}{4} \leq \omega \leq \frac{\pi}{2}$$

$$\frac{\pi}{4} \geq \omega \geq 0.$$

Sirpanish chiziqlari haqida barcha aytilganlardan xulosa qilamiz:

1. Sirpanish chiziqlari uzluksiz.
2. Sirpanish chiziqlari ikki oilani tashkil etadi.
3. Sirpanish chiziqlari oilalari o'zaro ortogonal.
4. Sirpanish chiziqlari bosh kuchlanishlar traektoriyalarini  $\pi/4$  burchak ostida kesib o'tadi.

5. Bir oiladagi ikki sirpanish chiziqlariga, ularni boshqa oila sirpanish chiziqlari bilan kesishgan nuqtalarida urinmalar o'rtasidagi burchak doimiy bo'lib qoladi.

6. Konturga chiqishdagi sirpanish chiziqlarining qiyalanish burchaklari konturdagi urinma kuchlanishlar kattaligiga bog'liq.

7. O'rtaga normal kuchlanishni sirpanish chizig'i bo'ylab xarakatidagi o'zgarishi uning burilish burchagiga proporsional.

O'zaro perpendikulyar to'g'ri chiziqlar, aylanalar va ularga ortogonal radiuslar, sikloidlar, logarifmik spirallar va boshqa yanada murakkab egri chiziqlar sirpanish chiziqlari bo'lishi mumkin.

#### *Tavsiflar (xarakteristikalar).*

(4.12.) tenglamalardan  $\sigma_{yp}$  o'zgaruvchini chiqarib yuboramiz, buning uchun birinchi tenglamani  $y$  bo'yicha, ikkinchisini  $x$  bo'yicha differensiallab olamiz va biridan ikkinchisini ayiramiz:

$$\begin{aligned} &-\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + 2ctg 2\omega \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}\right) + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - 4\left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) + 2ctg 2\omega \times \\ &\times \left[\left(\frac{\partial \omega}{\partial y}\right)^2 - \left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2\right] = 0 \end{aligned} \quad (4.18)$$

Olingan tenglama umumlashgan shaklda bunday yozilishi mumkin:

$$A\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}\right) + 2B\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}\right) + C\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right) + F\left(x, y, \omega, \frac{\partial \omega}{\partial x}, \frac{\partial \omega}{\partial y}\right) = 0 \quad (4.18a)$$

U holda tenglama oddiy hosilalar ko'rinishida

$$A dy^2 - 2B dx \cdot dy + C dx^2 = 0 \quad (4.18b)$$

differensial tenglamalar nazariyasida aytilishicha,  $a$  tenglamaning tavsif tenglamasi, uning yechimi esa tavsif (xarakteristika) bo'ladi.

(5.18.) uchun xarakteristikalar tenglamasini tuzamiz:

$$- dy^2 - 2ctg(2\omega) dx \cdot dy + dx^2 = 0$$

Bu yerdan  $\frac{dy}{dx}$  ni  $\omega$  ning aniq funksiyasi sifatida ko'rib ushbuga ega bo'lamiz:

$$\frac{dx}{dy} = -ctg(2\omega) \pm \sqrt{ctg^2 \omega + 1} = \frac{-\cos 2\omega}{\sin 2\omega} \pm \frac{1}{\sin 2\omega}$$

Bundan (4.18.) tenglamani ikkita xarakteristika differensial tenglamalarini olamiz:

$$\frac{dy}{dx} = tg \omega \quad (4.19)$$

$$\frac{dy}{dx} = -ctg \omega$$

Ravshanki, (4.19) tenglamalar yechimlari bir vaqtda (4.18) tenglamaning ham yechimlari bo'ladi.

(4.9) va (4.10) tenglamalarni (4.19) bilan taqqoslab, xulosa qilamiz: sirpanish chiziqlari (4.18) differensial tenglamani xarakteristikalari bilan mos tushadi. Ular, uni keltirib chiqarishdan ko'rinadiki, plastik muvozanat sharti hisoblanadi.

Xarakteristika tenglamalarini yechish, ko'pincha  $x$  va  $y$  o'zgaruvchilarni, yangi  $\xi$  va  $\eta$  o'zgaruvchilarga almashtirish yo'li bilan, ularni kanonik deb ataluvchi shaklga keltirib amalga oshiriladi. G. Genki integrallari asosida qabul qilamiz:

$$\xi = \xi(\beta)$$

$$\eta = \eta(\alpha)$$

U holda, (4.14) tenglamadan avval  $\sigma_{yp}$  ni, so'ngra  $\omega$  ni chiqarib ushbuni olamiz:

$$\omega = \frac{1}{4}(\xi - \eta)$$

$$\sigma_{\sigma'r} = \frac{k}{2}(\xi + \eta)$$

$x$  va  $y$   $\alpha$  va  $\beta$  koordinatalar funksiyasi hisoblanadi, shunday ekan ular  $\xi$  va  $\eta$  o'zgaruvchilarning ham funksiyasi

bo'ladi. Shuning uchun  $\frac{\partial x}{\partial \xi}$  va  $\frac{\partial \eta}{\partial y}$  ifodalari ma'noga ega

bo'ladi. Bu ifodalarni mos ravishda (4.19) ni birinchi va ikkinchi tenglamalariga ko'paytirib, ushbuni olamiz:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right) = \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)tg\omega$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right) = -\left(\frac{\partial \eta}{\partial y}\right)\left(\frac{1}{tg\omega}\right)$$

va bundan hosilalar ishorasini o'zgartirib, uzil-kesil ushbu tizimni olamiz:

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} - \left(\frac{\partial x}{\partial \xi}\right)tg\omega = 0$$

$$\frac{\partial x}{\partial \eta} + \left(\frac{\partial y}{\partial \eta}\right)tg\omega = 0$$

$$\omega = \frac{1}{4}(\xi - \eta)$$

$$\sigma_{\sigma'r} = \frac{k}{2}(\xi + \eta) \quad (4.20)$$

Bu tenglamalarning sirpanish chiziqlari parametrik ko'rinishda aniqlanadilar:

$$x = f_1(\xi, \eta) \quad \text{va} \quad y = f_2(\xi, \eta)$$

Xarakteristika tenglamalari yechilsa, unda shu bilan sirpanish chiziqlari ham ma'lum bo'ladi va kuchlanishlar ham hisoblab chiqilishi mumkin.

Bu yerda bayon etilgan usulning mohiyati shundaki, odatdagi muvozanat differensial tenglamalari (2.44) ni plastiklik sharti (4.12) bilan birgalikda yechish o'rniga, xarakteristika tenglamalari yechiladi.

Xarakteristikalar usuli bilan qator muhim masalalar yechilgan. Biroq berk (tugallangan) shakldagi yechimni olish tutashuv yuzalarida ishqalanish bo'lmagan holda mumkin bo'ladi. O'zgaruvchi urinma kuchlanishlar bo'lganda xarakteristika tenglamalarini sonli integrallash qo'llaniladi. Bu umumiy yechimni qidirib topishni, xarakteristika to'ringing tugun nuqtalari chekli sonida qidirilayotgan funksiyani aniqlash bilan, almashtirishdan iborat bo'ladi.

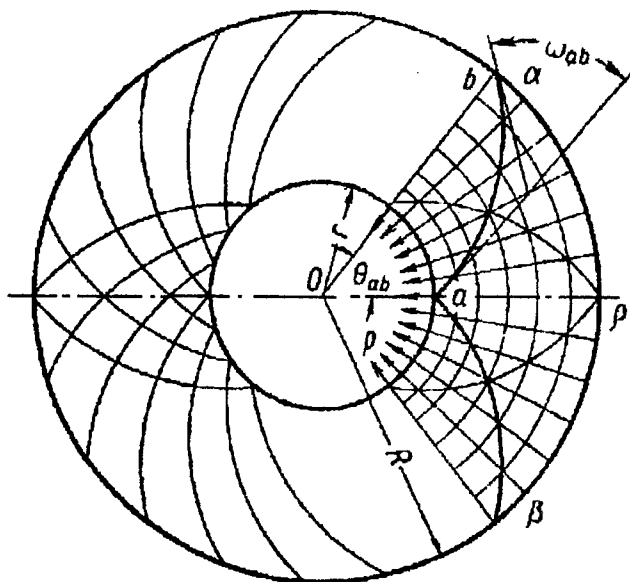
Natijada, ancha ko'p mehnat talab qiluvchi hisoblash ishlari-dan keyin, tutashuv yuzasida normal va urinma kuchlanishlarning taqsimlanish egri chizig'ini topilgan aniq holi uchun, u yoki bu parametрни kuchlanishlarning kattaligi va taqsimlanishga qanday ta'sir qilishini tahlili uchun ko'rgazmali ma'lumotlar olmasdan turib, grafik qurish mumkin bo'ladi.

Deformatsiyalovchi kuchni aniqlash normal kuchlanishlar epyurasi maydonini planimetrlashni talab etadi. Shunga qaramas-dan, bunday yechimlar katta aniqlik darajasigacha etkazilishi va muvozanat tenglamalarini yaqinlashgan yechimi usulida olingan natijalarning aniqlik darajasini tahlili uchun xizmat qilishi mumkin E.P. Unksov shunday qilib, aniqligi etarlicha qoniqarli bo'lgan qator masalalar uchun (cho'ktirish, teshish, siqib chiqarish va boshqalar) yechimini ko'rsatib bergan.

Shuni qayd etish lozimki, ba'zan sirpanish chiziqlarini, xarakteristika tenglamalarini echmasdan turib, masala shartlarini tahlil qilish asosida va sirpanish chiziqlarining geometrik xususi-yatlaridan foydalanib qurish mumkin bo'ladi. Bunday uslubni A.D. Tomlenov rivojlantirgan.

Namuna. Yassi halqa berilgan (62-rasm), u ichki konturi bo'yicha bir tekis taqsimlangan cho'zuvchi yuklama  $r$  bilan yuklangan. Deformatsiya  $Z$  o'qi yo'nalishida (ya'ni halqa qalinligida) yassi deb qabul qilinadi. Halqa butunicha plastik deformatsiya holatida bo'lishiga olib keluvchi  $P$  kuch kattaligi aniqlansin.

Ichki konturda urinma kuchlanishlar bo'lmagani uchun,  $\sigma_\rho$  kuchlanishlar (ya'ni radial yo'nalgan) bosh normal bo'ladi. Demak,  $\sigma_\theta$  kuchlanishlar (tangensial yo'nalgan) ham bosh normal bo'ladi. Shuning uchun bosh kuchlanishlar traektoriyasi doiralar to'ri va ularga ortogonal radiuslardan iborat bo'ladi (62-rasm, o'ng tomoni). Sirpanish chiziqlari bosh kuchlanishlar traektoriyalariga  $45^\circ$  burchak ostidagi qiyalangan, ya'ni har bir sirpanish chizig'i kesib o'tadigan har qanday radius bilan  $45^\circ$  burchak tashkil etadi (har qanday doira bilan ham shunday, chunki doiralar radiuslarga ortogonal).



62-rasm. Yuklama ostidagi yassi halqa



Egri chiziqlar nazariyasidan ma'lumki, bitta  $O$  nuqtadan chiquvchi, barcha nurlarni, aynan bir hil  $\alpha$  burchak ostida kesib o'tuvchi egri chiziq logarifmik spiraldir. Shunday ekan, ko'rilayotgan masalada sirpanish chiziqlar logarifmik spiral hisoblanadi.

Logarifmik spiral tenglamasi:

$$\rho = re^{A\theta}$$

$A = ctg\alpha$ , bizning holda  $A = ctg45^\circ$  teng va

$\rho = re^\theta$ .  $\rho$  o'qidan soat miliga teskari qilib  $\theta$  ni qo'yib,  $\alpha$  oilasiga tegishli chiziqlarni, soat mili bo'yicha qo'yib - boshqa  $\beta$  oilasi mansub chiziqlarini olamiz (62-rasmga qarang).

Rasm chapida sirpanish chiziqlari to'rini uchastkasi berilgan. Isbotlash osonki, u ortogonallik talablarini va urinmalar o'rtasidagi burchakni doimiylikni qoniqtiradi.

Qurilgan sirpanish chiziqlari radiuslarga doimiy  $45^\circ$  burchak ostida qiyalangani uchun, ularning burilish burchagi radiusning bitta kesishish nuqtasidan ikkinchisigacha burilish burchagiga teng bo'ladi:

$$\theta_{ab} = \omega_{ab} \quad (62\text{-rasm})$$

Egri chiziq tenglamasidan

$$\ln\left(\frac{\rho}{r}\right) = \theta$$

$$\theta_{ab} = \omega_{ab} = \ln\left(\frac{R}{r}\right) - \ln\left(\frac{r}{r}\right) = \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

G. Genki integrali asosida (4.15a)

$$\sigma_{yp.a} - \sigma_{yp.b} = \pm 2k \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

$b$  nuqta erkin yuzada yotadi, shunday ekan,

$$\sigma_{\rho b} = 0$$

Plastiklik sharti bo'yicha

$$\sigma_{\rho b} - \sigma_{\theta b} = 2k$$

bundan

$$- \sigma_{\theta b} = 2k, \text{ va}$$

$$\sigma_{yp.b} = \frac{(\sigma_{\rho b} + \sigma_{\theta.b})}{2} = -k$$

U holda

$$\sigma_{yp.a} = \pm 2k \ln\left(\frac{R}{r}\right) - k,$$

ammo

$$\sigma_{yp.a} = \frac{(\rho + \sigma_{\theta.a})}{2},$$

plastiklik sharti bo'yicha esa

$$\rho + \sigma_{\theta.a} = 2k \quad \text{va} \quad \sigma_{\theta.a} = \rho - 2k,$$

shuning uchun

$$\sigma_{yp.a} = \frac{(\rho + \rho + 2k)}{2} = 2k \ln\left(\frac{R}{r}\right) - k,$$

bundan

$$\rho = 2k \ln\left(\frac{R}{r}\right) = \sigma_s^* \ln\left(\frac{R}{r}\right)$$

Masala yechildi.

#### ***4.5. Metallarni plastik deformatsiyalarga qarshilik usuli.***

G.A. Smirnov - Alyayev va uning xodimlari, xususan, V.M. Rozenberg, shuningdek P.V. Kamnev, M.M. Sverdlov va boshqalar tomonidan ishlab chiqilgan va muvaffaqiyatli rivojlantirilayotgan yangi usul uning muallifi tomonidan «materiallarning plastik deformatsiyalarga qarshiligi deb atalgan». Juda qiziqarliligi, oddiy-ligi, tajriba bilan yaqindan bog'liqligi bilan farqlanuvchi bu usul,

metallarni bosim bilan ishlashda oxirgi shakl o'zgartirishning qator amaliy masalalarini yechish uchun juda istiqbollidir. Bunday masalalar qatoriga berilgan shakl o'zgarishi bo'yicha zaruriy kuchni aniqlash, berilgan yuklama bo'yicha yoki tashqi kuchlarning berilgan bajargan ishi bo'yicha deformatsiyani aniqlash, jismning oxirgi shakli bo'yicha ketma-ket o'tishlardagi shaklini aniqlash va boshqalar kiradi.

G.A. Smirnov-Alyayev usulini mukammal o'rganish, ushbu kitobni mazmunini o'zlashtirib olgan kishilarning asosiy vazifasi bo'lishi kerak, bu yerda esa bu usulni faqat ba'zi asosiy tushunchalari qisqacha sanab o'tiladi.

1. Bir xillik (monotonlik) shartida yoki deformatsiya jarayoni bir xillikka yaqinlashganda, deformatsiyalarning bosh o'qlari yo'nalishi, ular bo'yicha kuchlanishlarning bosh o'qlari bilan mos keladi. Bu bildiradiki, bir xil jarayonda, kichik deformatsiyalar uchun olingan kuchlanishlar va deformatsiyalar o'rtasidagi bog'lanish tenglamalari qo'llanilishi mumkin. Bu tenglamalarni G.A. Smirnov -Alyayev ushbu shaklda oladi:

$$\frac{(\delta_1 - \delta_2)}{(\sigma_1 - \sigma_2)} = \frac{(\delta_3 - \delta_2)}{(\sigma_3 - \sigma_2)} = \frac{(\delta_1 - \delta_3)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{1}{2G'} = \rho \quad (4.21)$$

Yozilgan tenglama bevosita (4.23) formulalardan kelib chiqadi, biroq (4.23) formulalar  $\varepsilon = \delta$  bo'lgandagi kichik deformatsiyalarni ko'zda tutgan edi, ushbu holda esa so'z chekli oxirgi deformatsiyalar haqida bormoqda. Shuning uchun (4.21) ifodaga  $\delta$  logarifmik deformatsiyalar kiritilgan.

Bir xil jarayon deganda ko'rilayotgan kichik moddiy zarrani shunday deformatsiya jarayoni nazarda tutiladiki, uning har qanday ikki moddiy nuqtasi yoki doimo bir - biriga yaqinlashadi yoki doimo bir - biridan uzoqlashadi.

2. (4.2.) tenglamada  $\rho$  orqali belgilangan proporsionallik koeffitsienti shakl o'zgarishi solishtirma ishining funksiyasi deb qabul qilinadi:  $\rho = f_1(A_f)$   $\rho$  koeffitsientning shakl o'zgarishi solishtirma ishi bilan bog'lanishi G.A. Smirnov - Alyayev tomonidan o'tkazilgan keng ko'lamli tajribalar asosida aniqlangan.

Muhokamaga  $\varepsilon_0$  «deformatsiyaning miqdor xarakteristikasi» ni kiritib;

$$\varepsilon_0 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \sqrt{(\delta_1 - \delta_2)^2 + (\delta_2 - \delta_3)^2 + (\delta_3 - \delta_1)^2}$$

u sonli ko'paytirgichgacha aniqlik bilan umumlashgan deformatsiya  $\varepsilon_i$  ga teng [(4.27) ga qarang], G.A. Smirnov - Alyayev ta'kidlaydiki,  $\varepsilon_0$  kattalik kabi,  $\sigma_i$  kattalik ham [(4.34) ga qarang]  $A_\phi$  funksiyaning mohiyatidir.

$$\sigma_i = f_2(A_\phi) \quad \varepsilon_0 = f_3(A_\phi)$$

$$\text{va } \varepsilon_0 = \rho\sigma_i = f_1(A_\phi) = f_2(A_\phi) = f_3(A_\phi)$$

$f(\varepsilon, \sigma_i)$  - funksional bog'lanish tajribada oddiy cho'zish bo'yicha sinov (tekshirishlar) asosida topiladi, uni taxminiy qurish usullari beriladi. Bu bog'lanish masalalar yechishda keng qo'llaniladi.

3. Kuchlangan va deformatsiyalangan holatlar bir-biri bilan to'liq moslikda  $m = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_3)}$  shaklida yozilgan

kuchlanishlar uchun  $\nu_\sigma$  ko'rsatkichdan va deformatsiyalar uchun o'xshash ko'rsatkichdan foydalanish bilan ko'rib chiqiladi.

Kuchlangan va deformatsiyalangan holatlarning mos kelishi faqat ushbu holda o'rinli bo'lishi mumkin:

$$\frac{(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{(\delta_1 + \delta_3 - 2\delta_2)}{(\delta_1 - \delta_3)}$$

yoki  $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 = 0$  ekanligini hisobga olib

$$m = \frac{(\sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2)}{(\sigma_1 - \sigma_3)} = \frac{3(\delta_1 + \delta_3)}{(\delta_1 - \delta_3)} = n$$

(ilgarigidek, bu yerda  $\sigma_2$  algebrik kattaligi bo'yicha o'rtacha bosh kuchlanish hisoblanadi).

Kuchlangan deformatsiyalangan holatni aniqlash uchun G.A. Smirnov - Alyayev quyidagi umumiy yechish yo'lini ko'rsatadi.

- Oxirida deformatsiyalanadigan zagotovkada eng qiziqtiradigan, yetarlicha kichik, o'lchamlari har birining chegarasida jarayonning bir xilligini ta'minlaydigan zarrachalar ajratib olish.

- Geometriyasini ko'rib chiqishdan yoki bevosita tajribada eng katta uzayish va qisqarish yo'nalishini belgilash va  $\delta_1, \delta_2$  va  $\delta_3$  qiymatlarini hisoblash.

- Deformatsiyalangan holat sxemasi ko'rsatkichini hisoblash

$$n = \frac{3(\delta_1 + \delta_3)}{(\delta_1 - \delta_3)}$$

- Lode (4.20)  $\beta$  koefitsientini  $n = \nu_\sigma$  dan kelib chiqib aniqlash.

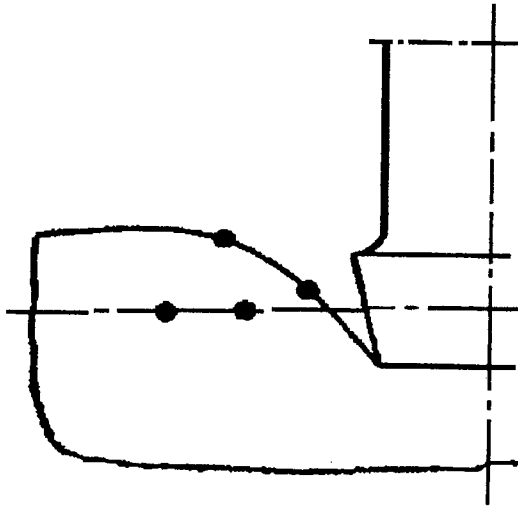
Unda aniqlash mumkin bo'ladi:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \beta\sigma_s \text{ va } \sigma_1 + \sigma_3 - 2\sigma_2 = n(\sigma_1 - \sigma_3)$$

Agar  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$  yig'indi ma'lum bo'lganda edi, kuchlanishlarning hamma uchta komponentlari uzil-kesil ma'lum bo'lar edi, biroq bu yig'indi zarrachaning deformatsiyalangan holatini ko'rib chiqishdan aniqlanishi mumkin emas. Uni aniqlash uchun jismning ajratiladigan kichik zarrachalarini muvozanat shartidan foydalaniladi. Bitta zarrachadan boshqasiga o'tib, butun jismning kuchlangan holatini aniqlash mumkin. Deformatsiyalanayotgan jism yuzasiga yaqin joylashgan zarrachalarning kuchlangan-deformatsiyalanayotgan holatini ko'rib chiqish zarur bo'lgan hollarda, masalaning yechimi ancha soddalashadi.

Misol. Teshilayotgan zagotovkani operatsiya boshlanish paytidagi yonbosh erkin yuzasida kuchlangan - deformatsiyalangan holat aniqlansin.

Zagotovkani yonbosh yuzasiga avvaldan ikkita konsentrik aylana belgi (proshivnyadan katta diametrli) qo'yiladi. Puanson botirilgandan so'ng ular erkin yuzada qoladi. (63-rasm). Aylanalar diametri proshivka boshlanishidan oldin va keyin mos ravishda  $2R_1 = 75$ ,  $2R_2 = 81$ ,  $2r_1 = 67$ ,  $2r_2 = 77$  bo'lsin.



63-rasm. Zagotovkani yonbosh yuzasidagi kuchlangan - deformatsiyalangan holatni aniqlashga oid.

Ikki belgi o'rtasida joylashgan sohadagi deformatsiya komponentlari (tarkibiy qismlari)ning yaqinlashgan qiymatlarini aniqlaymiz:

Ichki belgi bo'yicha

$$\delta_{\theta} = \lg\left(\frac{2r_1}{2R_2}\right) = \lg\left(\frac{67}{75}\right) = -0,1133$$

Tashqi belgi bo'yicha

$$\delta_{\theta} = \ln\left(\frac{2r_2}{2R_2}\right) = \ln\left(\frac{77}{81}\right) = -0,049$$

Belgilar orasidagi  $\delta_\theta$  o'rtacha qiymati

$$\delta_\theta = \frac{-(0,1133 + 0,049)}{2} = -0,0761$$

Ikki belgi orasidagi  $\delta_\rho$  o'rtacha qiymati

$$\delta_\rho = \ln\left(\frac{(77 - 67)}{(81 - 75)}\right) = 0,5128$$

$\delta_Z$  o'rtacha qiymati

$$\delta_Z = -\delta_\theta - \delta_\rho = 0,0761 - 0,5128 = -0,4367$$

Shunday qilib,

$$\delta_{\max} = \delta_\rho = 0,5128$$

$$\delta_{\min} = \delta_Z = -0,4367$$

$$n = \frac{3(\delta_{\max} + \delta_{\min})}{(\delta_{\max} - \delta_{\min})} = \left(\frac{0,5128 - 0,4367}{0,5128 + 0,4367}\right) = 0,241$$

Lode koeffitsienti  $\beta$  (4.20) ni aniqlaymiz:

$$\beta = \frac{2}{\sqrt{3 + n^2}} = \frac{2}{\sqrt{3 + 0,241^2}} = 1,142$$

(4.21) bo'yicha ushbuga ega bo'lamiz:

$$\frac{(\sigma_\rho - \sigma_Z)}{(\delta_\rho - \delta_Z)} = \frac{(\sigma_Z - \sigma_\theta)}{(\sigma_Z - \sigma_\theta)}$$

ma'lum qiymatlarni qo'ygandan keyin esa

$$\frac{\sigma_{\rho}}{(0,5128 + 0,4367)} = \frac{-\sigma_{\theta}}{(-0,4367 + 0,0761)}$$

bundan

$$\sigma_{\rho} = 0,263\sigma_{\theta}$$

Bundan kelib chiqadiki,  $\sigma_{\rho}$  va  $\sigma_{\theta}$  bir xil ishorali va shu bilan birga musbat ( $\varepsilon_Z < 0$ ).

Shunday qilib,  $\sigma_{\rho} = \sigma_{max}$ .

$\sigma_s = 5,2 \text{ kg/sm}^2$  bo'lsin. (4.19) plastiklik sharti bo'yicha

$$\sigma_{\rho} = \beta\sigma_s = 1,142 \cdot 5,2 = 5,94 \text{ kg/sm}^2;$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_{\rho}}{2,63} = 2,27 \text{ kg/sm}^2.$$

#### ***4.6. Deformatsiyalovchi kuchlar va deformatsiya ishini aniqlash usullari***

Metallarni bosim bilan ishlash jarayonida metall murakkab shakl o'zgarishiga duchor qilinadi. Bunda kuchlangan - deformatsiyalangan holatni tahlili haqiqiy jarayonni kyechishi haqidagi sod-dalash tiruvchi ilmiy faraz (gipoteza)lar kiritmasdan mumkin bo'lmaydi. Shu boisdan kuchlangan - deformatsiyalangan holatni analitik usulini asosiga qo'yilishi mumkin bo'lgan, ishonchli va aniq sonli yo'l qo'yishlar olish uchun tajriba tadqiqotlari zarur bo'ladi. Tajriba tadqiqotlari usullarini va ularning «mumkin bo'lgan» qo'llanishini yopiq shtamlarda shtamplashni o'rganish uchun ko'rib o'tamiz.

Deformatsiyalarning tajriba tahlilini eng ko'p ma'lum bo'lgan usuli bo'luvchilar usuli yoki koordinat to'ri va uning turli ko'rinishlari hisoblanadi. Bu usulning asosiga, oldin kesib olingan namunani meridional yuzasiga yoki uning bo'sh yuzasiga koordinat to'ri chizish qo'yilgan. Bunday namunani deformatsiyalash jaray-



onida to'ri buziladi va koordinat to'rini buzilishi bo'yicha metall oqishining kinematikasi o'rganiladi. To'ri katagi bilan chegaralangan hajm chegaralarida jismni izotrop, deformatsiyani esa - bir xil (bir jinsli) deb hisoblaydilar. Demak olingan, olingan deformatsiyalangan holat xarakteristikalari o'rtacha hisoblanadi va katak o'lchamlari bilan chegaralangan, nisbatan katta bo'lmagan hajmda, katak markaziga keltirilishi va mahalliy sifatida ko'rilishi mumkin. Bunday mahalliy xarakteristikaning topilish aniqligi deformatsiyaning bir jinsli emasligiga bog'liq. Usulning kamchiligi nisbatan yuqori mehnat talabligi hisoblanadi.

Kuchlanish va deformatsiyalarni qutblanish - optik usul yordamida tadqiqot qilish shaffof materiallarning majburiy optik anizotropiyasi ta'siridan foydalanishga asoslangan. Bu usul ko'rgazmaligi, yuqori aniqligi bilan ajralib turadi, ammo, optik faol va haqiqiy materiallar xossalari: bir xilligi ta'minlashning murakkabligi, plastik oqishni modellashtirish sifatini va ishonchliligini pasaytiradi.

Hozirgi vaqtda deformatsiyalangan holatni tadqiqoti uchun bo'luvchi to'rlar va qutblanish -optik usullari o'rtasidan oraliq joy olgan Muar usuli yanada keng tarqalmoqda. Deformatsiyalarni muar ta'siri usulida o'rganishda deformatsiyalanayotgan jism tekis kesimlariga belgilangan geometriyadagi rastr chiziladi. Deformatsiya jarayonida jism nuqtalari siljish oladi va ular bilan bog'langan tashkil etuvchi chiziqlar o'z shakli va holatini almashtiradi. Dastlabki to'rni unga qo'yilganda, muar yo'l-yo'l chiziqlari almashinuvchi qorong'u va yorug' yo'llar ko'rinishida paydo bo'ladi. Bu usulning kamchiligi namuna sirtiga rastr to'rini chizish va namuna kesimi tekisligini ta'minlash qiyinligidan iborat.

Tomson va uning xodimlari taklif etgan kuchlangan - deformatsiyalangan holatni aniqlashning vizioplastik usuli shundan iboratki, koordinat to'ri yordamida tezliklarning vektor maydoni belgilanadi, uni yig'ma namunalar ajralish tekisligiga joylanadi va uning asosida kuchlanishlar hisoblab chiqiladi. To'ri chiziladigan tekislik deformatsiyaning har bir navbatdagi o'sishidan keyin suratga olinadi va to'rni buzilishi bo'yicha deformatsiyalar aniqlanadi. Ularning  $\Delta t$  vaqt ichida siljishi bo'yicha esa deformatsiya tezligi topiladi. Bu usulning muhim kamchiligi bo'lib, koordinat to'rini buzilishini bosqichlab fotorasmga olish uchun deformatsiya

jarayonini bo'lish zarurligi hisoblanadi. Bu tutashuv yuzasidagi ishqalanish sharoitlarini o'zgarishini olib keladi. Ko'p marta yuklanishda deformatsiyalarning haqiqiy surati buziladi va olingan ma'lumotlarning xatolik darajasini amaliy baholash mumkin emas.

Kuchlangan - deformatsiyalangan holatni plastik sohada qattqlikni o'lchash bilan tadqiqot qilish usuli, har qanday kuchlangan holatlar uchun to'g'ri bo'lgan, berilgan material uchun yagona qattqlik  $H_v$  va kuchlanishlar jadalligi  $\sigma_i$  o'rtasidagi bog'lanishni mavjudligi haqidagi taxminga aniqlangan.

Tarirovka grafigi bilan  $\sigma_i(H_v)$  egri chiziqlarni eng katta tafovutini bir tekis bo'lmagan oraliq yuklama bilan yuklanishda kutish lozim. Baushenger ta'siri paydo bo'lish sharoitlarida, teskari ishorali deformatsiya, Baushenger deformatsiyasi chegaralarida qattqlikni o'zgarishi bilan birga kuzatilmaydi. Keyingi deformatsiyalash bir tekis yuklanishdagi kabi qattqlik va kuchlanishlar jadalligi o'rtasida aloqalarga olib keladi.

## ADABIYOTLAR

1. Абдуллаев Ф.С. Основы теории обработки металлов давлением. –Ташкент: ТашГТУ, 1999. -239 с.
2. Бернштейн М.Л., Займовский В.А. Механические свойства металлов. –Москва: Металлургия, 1979. -496 с.
3. Гун Г.Я. Теоретические основы обработки металлов давлением. –Москва: Металлургия, 1980. -456 с.
4. Евстратов Е.А. Теория обработки металлов давлением. –Харьков: Вища школа, 1981. -248 с.
5. Колмогоров Л.В. Механика обработки металлов давлением. –Москва: Металлургия, 1986. -688 с.
6. Макклинтон Ф., Аргон А. Деформация и разрушение металлов. –Москва: Мир, 1970. -443 с.
7. Сторожов М.В., Попов Е.А. Теория обработки металлов давлением. –Москва: Машиностроение, 1977. -423 с.
8. Унксов Е.П., Джонсон У., Колмогоров Л.В. и др. Теория пластической деформации металлов. / Под ред. Е.П.Унксова и А.Г.Овчинникова. –Москва: Машиностроение, 1983. -598 с.
9. Хоникомб Р. Пластическая деформация металлов. - Москва: Мир, 1972. -408 с.
10. <http://www.spbstu.ru/mmfm/kafedry/mitmod/mitmod/htm>
11. <http://www.ond.misis.ru>
12. <http://www.ulstu.ru>

## TAYANCH SO'ZLAR

Deformatsiya, sovuq plastik deformatsiya, chiziqli deformatsiya, burchakli deformatsiya, hajmiy deformatsiya, nisbiy deformatsiya, logarifmik deformatsiya, deformatsiya darajasi, elastik deformatsiya, plastik deformatsiya, fazoviy panjara, kristall panjaraning elementar katakchasi, hajmiy kubsimon panjara, qirradi markazlashgan kubsimon panjara, zich joylashgan cheklangan katakchali panjara, anizotoniya, monokristall, sirpanish, qiyofadoshlanish, dislokatsiya, chekka dislokatsiya, vinsimon dislokatsiya, dislokatsiyalar chizig'i, dislokatsiya markazi, Byugers vektori, oquvchanlik chegarasi, mikrostruktura (tuzilish) yo'l-yo'lligi, mustaxkamlanish, mustahkamlanish egri chiziqlari, oquvchanlik kuchlanishi, qaytish va rekristalizasiya, eskirish, issiq deformatsiya, to'liqmas issiq deformatsiya, deformatsiya, sovuq deformatsiya, makrostruktura (tuzilish) yo'l-yo'lligi, hajmiy doimiylik sharti, aralash hajm, siljigan hajm, deformatsiya tezligi, sirt kuchlari, qaytish kuchlanishi, kuchlanish, normal kuchlanish, urinma kuchlanish, bosh normal kuchlanish, kuchlanish tenzori, invariantlar, kuchlanish ellipsoidi, bosh urinma kuchlanishlar, yo'naltiruvchi kuchlanishlar, sharsimon tenzorlar, o'rtacha normal kuchlanish, kuchlanish deviatori, oktaedrik kuchlanish, Mor kuchlanishi, hajmiy kuchlangan holat, o'qqa simmetrik kuchlangan holat, yassi kuchlangan holat, yassi deformatsiyalangan holat, deformatsiya tarkibiy qismlari (komponentlar), siljish komponentlari, siljish tezliklari, deformatsiyalar tezliklari, o'xshash prinsipi, tutashuv issiqlanishi, eng kam qarshilik prinsipi, deformatsiya notekisligi, qo'shimcha kuchlanishlar, sirpanish chiziqlari, Genki integrali, sirpanish chiziqlari maydoni, sirpanish tezliklari.

## TEST SAVOLLARI

### 1-test

Savol: Qaysi javobda deformatsiya turlari to'liq ko'rsatilgan?

Javoblar:

1. Chiziqli deformatsiya, sirt deformatsiyasi, hajmiy deformatsiya.
2. Elastik deformatsiya, plastik deformatsiya.
3. Logarifmik deformatsiya, mutlaq deformatsiya, nisbiy deformatsiya.
4. Chiziqli deformatsiya, burchak deformatsiyasi, sirt deformatsiyasi, hajmiy deformatsiya, mutlaq deformatsiya, nisbiy deformatsiya, logarifmik deformatsiya, deformatsiya darajasi, elastik deformatsiya, plastik deformatsiya.
5. Chiziqli deformatsiya, burchak deformatsiyasi, sirt deformatsiyasi, hajmiy deformatsiya, mutlaq deformatsiya, logarifmik deformatsiya, elastik deformatsiya, plastik deformatsiya.

### 2-test

Savol: Dislokatsiyalarning harakat tezligi qaysi javobda to'g'ri yozilgan?

Javoblar:

1.  $\sigma_{ouc} = \sigma_0 \left( -\frac{A}{\tau T} \right)$
2.  $\sigma_{ouc} = \sigma_0 \exp\left( \frac{A}{\tau T} \right)$
3.  $\sigma_{ouc} = \exp\left( \frac{A}{\tau T} \right)$
4.  $\sigma_{ouc} = \sigma_0 \exp\left( -\frac{A}{\tau T} \right)$
5.  $\sigma_{ouc} = \exp\left( -\frac{A}{\tau T} \right)$

### 3-test

Savol: S.I.Gubkin bo'yicha deformatsiya turlari qaysilar?

Javoblar:

1. Sovuq deformatsiya, issiq deformatsiya.
2. Issiq, to'liqmas issiq, sovuq.
3. Issiq, to'liqmas issiq, to'liqmas sovuq, sovuq.

4. Sovuq, to'liqmas sovuq, to'liqmas issiq.
5. Sovuq, oraliq, issiq.

#### 4-test

Savol: Deformatsiya darajalari yig'indisi nimaga teng?

Javoblar:

1.  $\delta_x + \delta_y + \delta_z = 0$
2.  $\delta_x + \delta_y + \delta_z \neq 0$
3.  $\delta_x + \delta_y + \delta_z > 0$
4.  $\delta_x + \delta_y + \delta_z < 0$
5.  $\delta_x + \delta_y + \delta_z \approx 0$

#### 5-test

Savol: Deformatsiya tezligi nimaga teng?

Javoblar:

1.  $\dot{\delta} = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV}{dt}$
2.  $\dot{\delta} = \frac{1}{V} \cdot \frac{dV_c}{dt}$
3.  $\dot{\delta} = \frac{d\varepsilon}{dt}$
4.  $\dot{\delta} = \frac{1}{V} \cdot \frac{d\varepsilon}{dt}$
5.  $\dot{\delta} = \frac{1}{V_c} \cdot \frac{dV}{dt}$

#### 6-test

Savol: Urinma kuchlanishning ishorasi nimalarga bog'liq?

Javoblar:

1. Normal kuchlanishning ishorasi va yo'nalishiga.
2. O'qlar yo'nalishiga.
3. Normal kuchlanishning ishorasiga.
4. Normal kuchlanish va o'qlar yo'nalishiga.
5. Normal kuchlanish va o'qlar yo'nalishiga bog'liq emas.

#### 7-test

Savol: Qiya maydonchaga nisbatan normal holati qanday aniqlanadi?

Javoblar:

$$\begin{array}{ll} \cos \alpha_x = \cos(N; y) & \cos \alpha_x = \cos(N; x) \\ 1. \cos \alpha_y = \cos(N; x) & 2. \cos \alpha_z = \cos(N; z) \\ \cos \alpha_z = \cos(N; z) & \cos \alpha_y = \cos(N; y) \\ \cos \alpha_z = Q_y & \cos \alpha_y = Q_y \\ 3. \cos \alpha_y = Q_x & 4. \cos \alpha_y = Q_x \\ & \cos \alpha_z = Q_z \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \cos \alpha_x = Q_x \\ 5. \cos \alpha_y = Q_y \\ \cos \alpha_z = Q_z \end{array}$$

### 8-test

Savol: To'liq kuchlanish nimaga teng?

Javoblar:

$$\begin{array}{l} 1. S = \sigma_1 Q_1 + \sigma_2 Q_2 + \sigma_3 Q_3 \\ 2. S = \sigma_x Q_x + \sigma_y Q_y + \sigma_z Q_z \\ 3. S^2 = \sigma_x^2 Q_x^2 + \sigma_y^2 Q_y^2 + \sigma_z^2 Q_z^2 \\ 4. S = \sigma_1 Q_1^2 + \sigma_2 Q_2^2 + \sigma_3 Q_3^2 \\ 5. S = \sigma_1^2 Q_1^2 + \sigma_2^2 Q_2^2 + \sigma_3^2 Q_3^2 \end{array}$$

### 9-test

Savol: Kuchlanishning sharsimon tenzori nimaga teng?

Javoblar:

$$1. T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

$$2. T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

$$3. T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{Bmatrix}$$

$$4. T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{Bmatrix}$$

$$5. T_{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \bullet & \sigma_2 & \tau_{yz} \\ \bullet & \bullet & \sigma_3 \end{Bmatrix}$$

### 10-test

Savol: Bosh urinma kuchlanish nimaga teng?

Javoblar:

$$1. \tau_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \quad 2. \tau_{1,2} = \pm(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$3. \tau_{1,2} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) \quad 4. \tau_{1,2} = \pm\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$5. \tau_{1,2} = \pm\frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2)$$

### 11-test

Savol: Bosh normal kuchlanishlarning o'zgarishi bosh urinma kuchlanishlar kattaligiga qanday ta'sir qiladi?

Javoblar:

1. Bosh normal kuchlanishlarning oshishi bosh urinma kuchlanishlar kattaligini oshiradi.

2. Bosh normal kuchlanishlarning kamayishi bosh urinma kuchlanishlar kattaligini kamaytiradi.

3. Bosh urinma kuchlanishlar kattaligi o'zgarmaydi.

4. Bosh normal kuchlanishlarning kamayishi bosh urinma kuchlanishlar kattaligini oshiradi.



5. Bosh normal kuchlanishlarning oshishi bosh urinma kuchlanishlar kattaligini kamaytiradi.

### 12-test

Savol: Sharsimon tenzor nimaga ta'sir qiladi?

Javoblar:

1. Plastik deformatsiyada shakl o'zgarishiga.
2. Aniq jismlarda shakl o'zgarishiga.
3. Elastik deformatsiyadagi shakl o'zgarishiga.
4. Aniq jismlarda hajm o'zgarishiga.
5. Elastik deformatsiyadagi hajm o'zgarishiga.

### 13-test

Savol: O'qqa simmetrik kuchlangan holatda kuchlanish komponentlari qaysi koordinataga bog'liq emas?

Javoblar:

1.  $\rho$       2.  $z$       3.  $\theta$       4.  $z, \rho$       5.  $\theta, \rho$

### 14-test

Savol: Hajmiy kuchlangan holat uchun muvozanat shartlari.

Javoblar:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0 \\ & \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0 \\ & \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} & \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0 \\ & \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$3. \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

$$4. \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_z}{\partial z} = 1$$

$$5. \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} = 1$$

$$\frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 1$$

### 15-test

Savol: Yassi kuchlangan holat uchun qaysi tenglama to'g'ri?  
Javoblar:

$$1. \sigma_y = 0 \quad 2. \sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2} \quad 3. \sigma_z = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}$$

$$4. \sigma_y = \frac{\sigma_z - \sigma_x}{2} \quad 5. \sigma_y \neq 0$$

### 16-TEST

Savol: Kuchlanishlar ellipsoidi qanday ifodalanadi?  
Javoblar:

$$1. \frac{S_1}{\sigma_1^2} + \frac{S_2}{\sigma_2^2} + \frac{S_3}{\sigma_3^2} = 1 \quad 2. \frac{\sigma_1}{S_1^2} + \frac{\sigma_2}{S_2^2} + \frac{\sigma_3}{S_3^2} = 1$$

$$3. \frac{\sigma_1}{S_1} + \frac{\sigma_2}{S_2} + \frac{\sigma_3}{S_3} = 1 \quad 4. \frac{S_1}{\sigma_1^2} + \frac{S_2}{\sigma_2^2} + \frac{S_3}{\sigma_3^2} = 0$$

$$5. \frac{\sigma_1}{S_1^2} + \frac{\sigma_2}{S_2^2} + \frac{\sigma_3}{S_3^2} = 0$$

### 17-test

Savol: Yassi deformatsiyalangan holat uchun kuchlanish nimaga teng?

Javoblar:

$$1. \sigma_y = 0 \qquad 2. \sigma_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$$

$$3. \sigma_z = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2} \qquad 4. \sigma_y \neq 0$$

$$5. \sigma_y = \sigma_z + \sigma_x$$

### 18-test

Savol: Deformatsiya tezligining tenzori deformatsiya tezligining qaysi komponentlaridan tashkil topadi?

Javoblar:

1.  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$  - nisbiy cho'zilish tezliklarining komponentlaridan.

2.  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{zx}$  - nisbiy siljish tezliklarining komponentlaridan.

3. Nisbiy cho'zilish va nisbiy siljish tezliklarining komponentlaridan.

### 19-test

Savol: Plastiklik sharti bosh urinma kuchlanishlar orqali ifodalanganda qanday yoziladi?

Javoblar:

$$1. \tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = 0$$

$$2. \tau_{12}^2 + \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = 1$$

$$3. \tau_{12}^2 = \tau_{23}^2 + \tau_{31}^2 = \frac{1}{2} \sigma_s^2$$

## 20-test

Savol: Plastik deformatsiyada kuchlanishlar va deformatsiyalar orasidagi bog'lanishlarni o'rnatish huquqini beruvchi nizomni aytib bering.

Javoblar:

1. a) bosh chiziqli deformatsiyalar yo'nalishi bosh normal kuchlanishlar yo'nalishi bilan mos keladi.

b) deformatsiyalar uchun Mor diagrammasi kuchlanishlar uchun Mor diagrammasiga geometrik o'xshash.

2. a) bosh chiziqli deformatsiyalar yo'nalishi bosh normal kuchlanishlar yo'nalishi bilan mos kelmaydi.

b) deformatsiyalar uchun Mor diagrammasi kuchlanishlar uchun Mor diagrammasiga o'xshash emas.

3. a) bosh chiziqli deformatsiyalar yo'nalishi bosh normal kuchlanishlar yo'nalishi bilan mos kelmaydi

b) deformatsiyalar uchun Mor diagrammasi kuchlanishlar uchun Mor diagrammasiga geometrik o'xshash.

## 21-test

Savol: Cho'kishdagi deformatsiya ishi nimaga teng?

Javoblar:

$$1. A = \rho_{CP} V_C \quad 2. A = \frac{\rho_{CP}}{V_C} \quad 3. A = \rho V_C$$

## 22-test

Savol: Xarakteristikalar tenglamasini uzil kesil ko'rinishda yozing.

Javoblar:

$$\begin{array}{ll} 1. \frac{\partial z}{\partial \eta} = \frac{\partial x}{\partial \eta} \operatorname{tg} \omega & 2. \frac{\partial z}{\partial \eta} = -\frac{\partial x}{\partial \eta} \operatorname{tg} \omega \\ 3. \frac{\partial z}{\partial \eta} = \frac{\partial x}{\partial \eta} \operatorname{ctg} \omega & 4. \frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \operatorname{ctg} \omega \\ 5. \frac{\partial z}{\partial \xi} = \frac{\partial x}{\partial \xi} \operatorname{tg} \omega & 6. \frac{\partial z}{\partial \xi} = -\frac{\partial x}{\partial \xi} \operatorname{ctg} \omega \end{array}$$

### 23-test

Savol: To'g'ri burchakli kesimdagi zagotovkani cho'zishdagi deformatsiyaning solishtirma zo'riqishi qanday aniqlanadi?

Javoblar:

$$1. p = \sigma_s \left( 1 + \frac{\mu l_0}{3 h} \right) \quad 2. p = \frac{1 + \frac{\mu l_0}{3 h}}{\sigma_s} \quad 3. p = \sigma_s \left( 1 + \frac{3 h}{\mu l_0} \right)$$

### 24-test

Savol: Bolg'alash (kovka) darajasi qanday aniqlanadi?

Javoblar:

$$1. y = F_0 F_1 \quad 2. y = \frac{F_0}{F_1} \quad 3. y = F_1 F_2$$

### 25-test

Savol: Puasson chekkasidan matritsa tubigacha bo'lgan masofa qanday aniqlanadi?

Javoblar:

1. a) ishchi yurish oxiridagi Puasson chekkasidan matritsa tubigacha bo'lgan masofa minimal ruxsat etilgan press qoldiq qalinligidan kelib chiqadi.

b) pokovka press qoldiqdan chiviq (prutok) presslangandagi kabi ajraladi.

2. a) ishchi yurish oxiridagi Puasson chekkasidan matritsa tubigacha bo'lgan masofa pokovkaning qalin elementini berilgan o'lchamidan kelib chiqadi

b) pokovka shtampdan qaytib yurishda turtkich yordamida chiqarib olinadi.

3. a) pokovka press qoldiqdan chiviq presslangandagi kabi ajraladi.

b) pokovkaning o'zak qismi uzunligi uning konstruksiyasi bilan aniqlanadi.

## MUNDARIJA

	Kirish	3
1-bob.	Plastik deformatsiyaning tabiati	6
1.1.	Metallarning tuzilishi	6
1.2.	Plastik deformatsiya haqida tushuncha	11
1.3.	Monokristalning sovuq plastik deformatsiyasi mexanizmi.	13
1.4.	Polikristalning sovuq plastik deformatsiyasi	21
1.5.	Sovuq deformatsiyada mustahkamlanish	24
1.6.	Mustahkamlanish egri chiziqlari	26
1.7.	Deformatsiya temperaturasi va tezligini deformatsiyalash jarayoniga ta'siri	34
1.8.	Metallarga bosim bilan ishlov berishdagi deformatsiyalarning turlari	42
1.9.	Deformatsiyaga qarshilik va plastiklikka temperaturaning ta'siri	43
1.10.	Deformatsiya tezligining plastiklik va deformatsiyalashga qarshilikka ta'siri	46
2-bob.	Kuchlangan va deformatsiyalangan holat	51
2.1.	Koordinat tekisliklaridagi kuchlanishlar	52
2.2.	Qiya maydonchadagi kuchlanishlar	54
2.3.	Bosh normal kuchlanishlar	56
2.4.	Kuchlanishlar tenzori haqida tushuncha	58
2.5.	Kuchlanishlar ellipsoidi	61
2.6.	Bosh urinma kuchlanishlar	63
2.7.	Oktaedrik kuchlanishlar	69
2.8.	Muvozanat shartlari	73
2.9.	O'qqa simmetrik kuchlangan holat	76
2.10.	Yassi kuchlangan va yassi deformatsiyalangan holat («Yassi masala»)	82
2.11.	Ko'chish komponentlari va deformatsiya komponentlari orasidagi bog'lanish	89
2.12.	Deformatsiyalar uzluksizligi	94
2.13.	Hajmning doimiylik sharti	96
2.14.	Deformatsiya darajasi va siljigan hajm	98
3-bob.	Chegaraviy kuchlangan holat va deformatsiya jarayonlarini tahlil qilish uslubining asoslari	109

3.1.	Plastiklik sharti	109
3.2.	Plastiklik shartini fizik ma'nosi	112
3.3.	Plastiklikning energetik shartini geometrik izohlash	118
3.4.	Plastiklik shartini ayrim ifodalari	122
3.5.	Kattaligi bo'yicha o'rtacha bosh normal kuchlanishni ta'siri	124
3.6.	Kuchlanishlar va deformatsiyalar orasidagi bog'lanish	130
3.7.	Deformatsiyaning mexanik sxemasi	138
3.8.	Plastik deformatsiyaning asosiy qonunlari	143
4-bob	Deformatsiyalovchi kuchlar va deformatsiya ishini aniqlash usullari	159
4.1.	Umumiy qoidalar	159
4.2.	Muvozanat differensial tenglamalarini plastiklik sharti bilan birga yechish	168
4.3.	Metallarni bosim bilan ishlashda muvozanatning yaqinlashgan tenglamalari va plastiklik sharti bo'yicha kuchlarni hisoblash usuli asoslari	171
4.4.	O'zgartirilgan muvozanat tenglamalarini yechish usuli (xarakteristikalar usuli, sirpanish chiziqlari)	177
4.5.	Metallarning plastik deformatsiyalarga qarshilik usuli	194
4.6.	Deformatsiyalovchi kuchlar va deformatsiya ishini aniqlash usullari	200
	Adabiyotlar	203
	Tayanch so'zlar	204
	Test savollari	205

T.f.d., professor Abdullayev Fathulla Sag'dullayevich.,  
T.f.d., professor Mahkamov Qobul Xamdamovich

## Metallarni bosim bilan ishlash nazariyasi asoslari.

Muharrir

M. Hasanova

Босишга рухсат этилди 16.08.2004 й. Бичими 60x84 1/16.  
Шартли босма табағи 13,5. Нухаси 50 дона. Буюртма № 518.  
ТДТУ босмахонасида чоп этилди. Тошкент ш, Талабалар кўчаси 54.